

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID
Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)
Departamento de Electrónica y Automática

Control Avanzado de Máquinas de Inducción

José Daniel Muñoz Frías

Tesis Doctoral



Madrid 2002

**NOTIFICACIÓN AL INTERESADO DE LA CALIFICACIÓN DE LA
LECTURA Y DEFENSA DE LA TESIS (OPCIONAL)**

Se hace constar que **D. José Daniel Muñoz Frías**

ha leído y defendido en el día de la fecha su tesis titulada **"CONTROL AVANZADO DE
MÁQUINAS DE INDUCCIÓN"**

ante el Tribunal constituido por los siguientes Profesores:

Presidente: Dr. D Joan Peracaula Roura

Vocales: Dr. D. Luis Martínez Salamero,

Dr. D. Abelardo Martínez Iturbe y

Dr. D. Francisco Luis Pagola y de las Heras

Secretario: Dr. D. José Luis Rodríguez Marrero

habiendo recibido la calificación de

SOBRESALIENTE CUM LAUDE

Madrid, 18 de enero de 2002

EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL

José Luis Rodríguez Marrero

Destino de este documento una vez cumplimentado

Original: interesado

A mis padres, porque sin ellos nada de lo que
hay aquí escrito hubiera visto la luz.

Every gun that is made, every warship launched, every rocket fired signifies in the final sense, a theft from those who hunger and are not fed, those who are cold and are not clothed. This world in arms is not spending money alone. It is spending the sweat of its laborers, the genius of its scientists, the hopes of its children. This is not a way of life at all in any true sense. Under the clouds of war, it is humanity hanging on a cross of iron.

– Dwight Eisenhower, April 16, 1953

Cuando veo que 866.000 millones de dólares se van en armas mientras 1.300 millones de personas viven con menos de un dólar al día en la Tierra, no lo entiendo.

– Federico Mayor Zaragoza

Agradecimientos

Ahora que termina esta tesis, es momento de parar, echar la vista atrás, y darse cuenta de que este largo camino no hubiera sido posible recorrerlo sin la ayuda de muchas personas e instituciones. Es por tanto necesario rendir un tributo a todas ellas en estas últimas páginas que escribo.

En primer lugar tengo que agradecer a mi director de tesis, Aurelio García Cerrada, todo el apoyo que me ha prestado, todo el tiempo que me ha dedicado y, sobre todo, la amistad que me ha brindado.

En segundo lugar tengo que agradecer a los demás miembros del LAE su compañerismo y su amistad. A lo largo de estos años hemos compartido trabajo, ilusiones y, por qué no decirlo, alguna que otra explosión. La ayuda de Juan Luis Zamora ha sido fundamental a la hora de poner en marcha los estimadores de flujo y de resistencia de rotor. Andrew Robertson montó la bancada y el sistema de adquisición de datos con los que se han realizado los ensayos de esta tesis. Christine Heller siempre tuvo palabras de apoyo cuanto todo salía mal. Por último Pablo García y Fidel Fernández han tenido siempre la paciencia suficiente para esperar a que tuviese tiempo de solucionar los problemas que han surgido con la FPGA de modulación.

La ayuda de los alumnos Ismael Sanz y Jordi Catalán ha sido fundamental. El primero diseñó la placa de circuito impreso de la tarjeta de modulación e interfaz con el encoder, mientras que el segundo aplicó por primera vez las estrategias de minimización de pérdidas al motor de inducción.

La construcción del LAE no hubiese sido posible sin la perseverancia de Aurelio, el trabajo de Ramón Rodríguez Vigo, Roberto Faure y Manuel Navajas y el apoyo económico de la Fundación Universitaria Comillas-ICAI (antiguo Patronato del ICAI) y de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería ICAI. Además, la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología realizó una ayuda (ref: PB91-0216-C20-00) para la adquisición de parte de la instrumentación del LAE.

También tengo que agradecer a todos los miembros del Departamento de Electrónica y Automática su amistad y ayuda a lo largo de estos años. Nombrarlos a todos sería largo y, dado mi despiste habitual, es posible que me olvidase de alguien. Sin embargo, merecen una mención especial los miembros del taller de mantenimiento, Antonio Martín y José María Bautista, cuya ayuda en el montaje del banco ha sido fundamental.

También merecen estar aquí todos los que de una manera u otra han sufrido esta tesis conmigo. Luiso, Pablete, Cloti y Jorge compartieron piso conmigo y ahí estaban cuando necesitaba su apoyo. Nieves y Luis han compartido conmigo unas cuantas maratones y alguna que otra carrera popular a lo largo de estos años y siempre han tenido palabras de aliento durante esta carrera de fondo que es realizar una tesis.

Como se verá más adelante, la mayor parte de esta tesis se ha desarrollado usando *software* libre. Es pues necesario agradecer el esfuerzo de todos los programadores que han diseñado el software usado en esta tesis sin esperar nada a cambio. Richard Stallman, además de fundar el proyecto GNU, es el autor inicial de GNU Emacs y de GNU C Compiler (gcc), que han sido el editor de texto y el compilador de C usados a lo largo de este trabajo. Como sistema operativo se ha usado Linux, por lo que es necesario ofrecer mi gratitud a Linus Torvalds y a toda la comunidad de *hackers* que han contribuido a su desarrollo; especialmente a Michael Barabanov y Victor Yodaiken que desarrollaron la variante de tiempo real *Real-Time Linux*. Las simulaciones llevadas a cabo se han realizado utilizando el paquete Gnans, desarrollado por Bengt Mårtensson. Para realizar el diseño de los controladores y para visualizar los resultados se ha usado Octave, desarrollado por John W. Eaton. Las figuras de la tesis se han dibujado con Xfig, escrito por Supoj Sutanthavibul. Por último la tesis se ha compuesto usando L^AT_EX, desarrollado por Leslie Lamport, el cual está basado en T_EX, que ha sido desarrollado por Donald Knuth.

Por último, quiero desde aquí agradecer a mis padres todo el apoyo que me han prestado. Ellos siempre han confiado en mí y se han sacrificado para darme lo mejor. Sin duda son ellos los que han dado sentido a todo el trabajo que a continuación se describe.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación y antecedentes	1
1.2. Organización de la exposición	4
2. Control mediante linealización exacta	7
2.1. Introducción	7
2.2. Linealización exacta entrada-salida mediante realimentación.	8
2.3. Aplicación de la linealización entrada-salida por realimentación.	9
2.3.1. Diseño del controlador lineal	12
2.3.2. Detalles de implementación	12
2.3.3. Resultados de simulación	13
2.4. Aplicación de la linealización entrada-salida por realimentación.	18
2.4.1. Diseño del controlador lineal	20
2.4.2. Detalles de implementación	21
2.4.3. Resultados de simulación	22
2.5. Conclusiones	24
3. Control de Lyapunov	27
3.1. Introducción	27
3.2. Fundamentos del Control de Lyapunov	27
3.2.1. Ecuaciones del controlador	29
3.2.2. Influencia de los errores de modelado en el controlador de Lyapunov	29
3.3. Control de Lyapunov de la máquina de inducción en ejes de estator	31
3.3.1. Control de la máquina de inducción en modo corriente	32
3.3.2. Resultados de simulación	34
3.4. Control de Lyapunov de la máquina de inducción en ejes de flujo.	43
3.4.1. Control del inversor en modo corriente en ejes de flujo	45
3.4.2. Detalles de implementación	46
3.4.3. Resultados de simulación	47
3.5. Conclusiones	49
4. Control Lyapunov-Integral	51
4.1. Introducción	51
4.2. Fundamentos de control Lyapunov-Integral	51
4.2.1. Ecuaciones del controlador	53

4.2.2.	Influencia de los errores de modelado en el controlador Lyapunov-Integral	53
4.2.3.	Control Lyapunov-Integral bajo saturación de la salida	55
4.3.	Control Lyapunov-Integral de la máquina de inducción en ejes.	56
4.3.1.	Modelo del motor de inducción en ejes de rotor	56
4.3.2.	Ecuaciones del controlador	57
4.3.3.	Efecto de las perturbaciones de la carga sobre el controlador	58
4.4.	Resultados de simulación	59
4.4.1.	Simulación en tiempo continuo con inversor fuente de corriente	60
4.4.2.	Simulación en tiempo discreto con inversor fuente de tensión controlado por corriente	61
4.4.3.	Respuesta dinámica frente a un escalón en la referencia de velocidad	63
4.5.	Conclusiones	65
5.	Control vectorial directo	67
5.1.	Introducción	67
5.2.	Diseño del controlador	68
5.2.1.	Diseño del control de flujo	69
5.2.2.	Diseño del controlador de velocidad	70
5.3.	Resultados de simulación	71
5.4.	Comparación con el controlador Lyapunov-Integral	72
5.4.1.	Controladores de corriente	73
5.4.2.	Controladores de flujo y de velocidad	73
5.5.	Conclusiones	76
6.	Estimación del flujo de rotor	77
6.1.	Introducción	77
6.2.	Estimadores de orden reducido en lazo abierto	78
6.2.1.	Estimador de orden reducido en ejes de flujo	78
6.2.2.	Estimador de orden reducido en ejes de estator	79
6.2.3.	Resultados de simulación	80
6.3.	Estimador de la resistencia del rotor	82
6.3.1.	Resultados de simulación	84
6.4.	Estimador de flujo de rotor integrado con un controlador Lyapunov.	86
6.4.1.	Resultados de simulación	89
6.5.	Observador de orden reducido en ejes de estator	90
6.5.1.	Diseño del observador	90
6.5.2.	Aplicación del observador	92
6.5.3.	Implantación del observador en tiempo discreto.	94
6.5.4.	Implantación del observador en tiempo discreto sin cambio de variable	95
6.5.5.	Resultados de simulación	96
6.6.	Conclusiones	98

7. Plataforma experimental	101
7.1. Introducción	101
7.2. Descripción del banco de ensayos	101
7.3. Control del inversor mediante modulación vectorial	103
7.3.1. Tensiones generadas por un inversor trifásico en ejes d-q.	103
7.3.2. Generación de un vector espacial de tensión arbitrario.	105
7.4. Circuito coprocesador para la temporización del inversor.	106
7.4.1. Diagrama de bloques del circuito	107
7.5. Medida de la velocidad con un encoder incremental	108
7.5.1. Funcionamiento de un encoder incremental	108
7.5.2. Métodos de medida de velocidad a partir de un encoder incremental	109
7.5.3. Errores cometidos en la medida de velocidad	110
7.5.4. Circuito basado en FPGA para medida de los pulsos del encoder .	110
7.6. Implantación del programa de control en tiempo real	111
7.6.1. El sistema operativo RT-Linux	112
7.6.2. Metodología de programación en RT-Linux	114
7.6.3. Estructura del programa de control	114
7.7. Conclusiones	118
8. Resultados	121
8.1. Introducción	121
8.2. Controlador Lyapunov-Integral	121
8.2.1. Estimación de la resistencia de rotor	124
8.3. Control vectorial directo	125
8.4. Control vectorial indirecto	126
8.5. Controlador Lyapunov-Integral en modo generador	130
8.6. Controlador Lyapunov-Integral con minimización de pérdidas	131
8.7. Conclusiones	133
9. Conclusiones, aportaciones y sugerencias	135
9.1. Resumen y conclusiones	135
9.2. Aportaciones originales	140
9.3. Sugerencias para futuros trabajos	141
A. Modelado de la máquina de inducción.	143
A.1. Transformación de Park	143
A.2. Modelo en variables de estado	144
A.2.1. Modelo en ejes genéricos	145
A.2.2. Modelo en ejes de estator.	145
A.2.3. Modelo en ejes de flujo de rotor	146
A.3. Modelo basado en vectores espaciales	146
A.3.1. Modelo en ejes genéricos	146
A.3.2. Modelo usado para la estimación de la resistencia de rotor	147
A.4. Modelo basado en circuito equivalente	148

B. Parámetros del motor	151
B.1. Motor Indar de 15 kW	151
B.2. Motor AEG de 250 W	151
C. Herramientas matemáticas	153
C.1. Herramientas de geometría diferencial	153
D. Cálculo de los tiempos de conmutación de las ramas del inversor	155
D.1. Localización del vector \vec{u}_S en una de las seis regiones del inversor	156
D.2. Cálculo de los tiempos de conmutación	157
E. Implantación del controlador cuando existe un retardo en la aplicación...	159
E.1. Diseño del controlador de corriente con retardo en la aplicación...	160
F. Control vectorial indirecto	161
F.1. Orientación al campo	161
F.2. Cálculo de las referencias de las corrientes	161
F.3. Control de velocidad	162
G. Control con minimización de pérdidas	163
G.1. Minimización de pérdidas óhmicas	163
G.2. Detalles de implementación	164

Índice de figuras

1.1. Diagrama de bloques del controlador mediante linealización entrada-salida. Los valores de referencia se han denotado mediante el subíndice r	2
2.1. Diagrama de bloques del accionamiento	13
2.2. Evolución de las salidas del motor con el controlador implantado en tiempo continuo. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	14
2.3. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	14
2.4. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 0,1 ms$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	15
2.5. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$ pero con referencia de velocidad a $30 rad_{el}/s$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	16
2.6. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$ pero con referencia de velocidad a $30 rad_{el}/s$ e inercia igual a $0,1 kgr \cdot m^2$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	17
2.7. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$ pero con inercia igual a $0,1 kgr \cdot m^2$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s	17
2.8. Diagrama de bloques del accionamiento	21
2.9. Evolución de las salidas del motor con el controlador implantado en tiempo continuo. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s	22
2.10. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s	23
2.11. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 0,1 ms$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s	24
2.12. Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 ms$ pero con referencia de velocidad a $30 rad_{el}/s$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s	25
3.1. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo continuo	34
3.2. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de $1 ms$	35

3.3. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de $0,1\text{ ms}$	36
3.4. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de 1 ms suponiendo $m_l = 0$	37
3.5. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov de alta ganancia implantado en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ suponiendo $m_l = 0$	37
3.6. Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov de alta ganancia implantado en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ suponiendo $m_l = 0$. Accionamiento con $J = 0,1\text{ kgr}\cdot\text{m}^2$	38
3.7. Respuesta del regulador de corriente en régimen permanente ($-i_{Sd}^s - i_{Sdr}^s$). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a 4 ms	40
3.8. Evolución de las salidas. Controlador de corriente con 4 ms de constante de tiempo en lazo cerrado	40
3.9. Respuesta del regulador de corriente en régimen permanente ($-i_{Sd}^s - i_{Sdr}^s$). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a $0,5\text{ ms}$	41
3.10. Evolución de las salidas. Controlador de corriente con $0,5\text{ ms}$ de constante de tiempo en lazo cerrado	42
3.11. Evolución de las salidas con el controlador de Lyapunov de alta ganancia	42
3.12. Respuesta del regulador de corriente digital en régimen permanente ($-i_{Sd}^s - i_{Sdr}^s$). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a 4 ms y la frecuencia de muestreo es de 1 kHz	43
3.13. Diagrama de bloques del accionamiento	46
3.14. Evolución de las salidas con los controladores implantados en ejes de flujo de rotor (- salidas, - - referencias)	47
3.15. Evolución de las salidas del accionamiento con inercia elevada (- salidas, - - referencias)	48
4.1. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -) con <i>anti-windup</i> . Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	61
4.2. Evolución de las salidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	62
4.3. Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	63
4.4. Respuesta a un escalón en la referencia de velocidad. (-) respuesta real, (- -) respuesta teórica. (a) Accionamiento con un inversor fuente de corriente. (b) ídem. (a) pero con error en el modelado de la inercia. (c) Accionamiento con un inversor fuente de tensión. (d) ídem. (c) pero con controlador implantado con $T_s = 0,5\text{ ms}$. Eje x en seg. Eje y en rad_{el}/s	64
4.5. Evolución de las salidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	64
4.6. Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	65
5.1. Evolución de las salidas del sistema. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	72

5.2. Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s	72
6.1. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de rotor.	80
6.2. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de estator.	81
6.3. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de corriente.	82
6.4. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de tensión y $T_s = 0,5$ ms.	83
6.5. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de tensión, estimador de R_R y $T_s = 0,5$ ms.	85
6.6. Evolución de la estimación de R_R , de su factor de correlación y de la actualización de los parámetros.	86
6.7. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador integrado con el controlador Lyapunov-Integral. $T_s = 0,5$ ms.	89
6.8. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador con cambio de variable.	97
6.9. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador con cambio de variable.	98
6.10. Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador sin cambio de variable.	99
7.1. Diagrama de bloques del banco de ensayos	102
7.2. Inversor trifásico.	103
7.3. Conexión de la carga al inversor.	104
7.4. Tensiones generadas en ejes d-q.	105
7.5. Diagrama de bloques del circuito.	107
7.6. Salidas de un encoder incremental.	109
7.7. Diagrama de bloques del circuito de interfaz con el encoder incremental.	111
7.8. Diagrama de bloques del sistema operativo RT-Linux.	113
7.9. Diagrama de bloques del programa de control.	115
7.10. Diagrama de flujo del programa de control.	115
7.11. Diagrama de flujo de la función de control no lineal.	116
7.12. Diagrama de flujo del estimador de flujo.	117
7.13. Diagrama de flujo del estimador de resistencia de rotor.	118
8.1. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	122
8.2. Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador Lyapunov-Integral. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s	122
8.3. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	123

8.4. Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador Lyapunov-Integral diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s	123
8.5. Evolución de la estimación de R_R y de su factor de correlación.	124
8.6. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador vectorial directo. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	126
8.7. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador vectorial directo diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	127
8.8. Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador vectorial directo diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s	127
8.9. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador vectorial indirecto. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	128
8.10. Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador vectorial indirecto. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s	129
8.11. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador vectorial indirecto diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	129
8.12. Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador vectorial indirecto diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s	130
8.13. Potencia consumida por la máquina de inducción. Eje x en seg. Eje y en W	131
8.14. Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral con minimización de pérdidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s	132
A.1. Transformación de Park	144
A.2. Circuito equivalente en régimen permanente del motor de inducción	148
A.3. Circuito equivalente en régimen permanente simplificado del motor de inducción	149
D.1. Tensiones generadas en ejes d-q.	155
D.2. Selección de la región de \vec{u}_S . Conexión en estrella	156
D.3. Selección de la región de \vec{u}_S . Conexión en triángulo	156
G.1. Diagrama de bloques del controlador con estrategia de minimización de pérdidas	164
G.2. Diagrama de bloques del cálculo de i_{Sdr}^r	165

Nomenclatura

α	Ángulo del vector de flujo	rad
\tilde{y}_i	Error de seguimiento de la salida i	
\hat{x}	Valor estimado de x	
λ	Factor de olvido	
$ \vec{\psi} $	Módulo del vector de flujo	Wb
$ \vec{\psi} _r$	Referencia del módulo del vector de flujo	Wb
\mathcal{A}	Matriz de estado en tiempo continuo	
\mathcal{B}	Matriz de estado en tiempo continuo	
\mathcal{F}	Matriz de estado en tiempo discreto	
\mathcal{G}	Matriz de estado en tiempo discreto	
$\mathbf{E}(\vec{x})$	Matriz de desacoplo	
\mathbf{K}	Matriz de ganancias del observador	
$\ \vec{X}\ $	Norma-2 del vector \vec{X}	
ω_C	Velocidad de giro genérica de los ejes d-q	rad _{el} /s
ω_R	Velocidad mecánica	rad _{el} /s
ω_S	Velocidad síncrona	rad _{el} /s
Ψ_{Rd}^r	Flujo de rotor en eje d de flujo de rotor	Wb
Ψ_{Rd}^s	Flujo de rotor en eje d de estator	Wb
Ψ_{Rq}^r	Flujo de rotor en eje q de flujo de rotor	Wb
Ψ_{Rq}^s	Flujo de rotor en eje q de estator	Wb
Ψ_{Rd}^c	Flujo de rotor en eje d genérico	Wb
Ψ_{Rq}^c	Flujo de rotor en eje q genérico	Wb
\vec{y}_r	Vector de los valores de referencia	

σ	Factor de dispersión $\left(1 - \frac{M^2}{L_S L_R}\right)$	
\vec{y}	Vector de los errores de seguimiento	
\vec{a}^T	Transpuesta del vector \vec{a}	
\vec{u}	Vector de entradas	
\vec{x}	Vector de estado	
\vec{y}	Vector de salidas	
<i>ABCDEF G</i> Elementos de las matrices del modelo en variables de estado de la máquina de inducción		
B_1	Rozamiento viscoso	$N \times m \times s/rad$
I_i	Ganancia del controlador Lyapunov-Integral	
i_{Sd}^c	Corriente de estator en eje d genérico	A
i_{Sd}^r	Corriente de estator en eje d de flujo de rotor	A
i_{Sd}^s	Corriente de estator en eje d de estator	A
i_{Sq}^c	Corriente de estator en eje q genérico	A
i_{Sq}^r	Corriente de estator en eje q de flujo de rotor	A
i_{Sq}^s	Corriente de estator en eje q de estator	A
J	Inercia del accionamiento	$kg \times m^2$
J_{mod}	Inercia del modelo del accionamiento	$kg \times m^2$
K_I	Ganancia de la acción integral del control de corriente	
k_i	Ganancia del controlador de Lyapunov para la salida i	
K_P	Ganancia de la acción proporcional del control de corriente	
k_{awi}	Ganancia de <i>anti-windup</i> para la salida i	
$K_{I\omega}$	Ganancia de la acción integral del control de velocidad del controlador vectorial directo	
$K_{I\psi}$	Ganancia de la acción integral del control de flujo del controlador vectorial directo	
$K_{P\omega}$	Ganancia de la acción proporcional del control de velocidad del controlador vectorial directo	
$K_{P\psi}$	Ganancia de la acción proporcional del control de flujo del controlador vectorial directo	
$L_r^r h$	Derivada de Lie de orden r de la función h con respecto al campo vectorial \mathbf{f}	

L_R	Inductancia de rotor	H
L_S	Inductancia de estator	H
M	Inductancia mutua rotor-estator	H
m_e	Par electromagnético	$N \times m$
m_l	Par de carga	$N \times m$
P	Número de polos de la máquina	
P_{cu}	Pérdidas óhmicas en la máquina	W
r	Grado relativo total del sistema	
r_i	Grado relativo de la salida y_i	
R_R	Resistencia de rotor	Ω
R_S	Resistencia de estator	Ω
T_s	Periodo de muestreo	s
u_j	Valor de la entrada j	
u_{Sd}^c	Tensión de alimentación en eje d genérico	V
u_{Sd}^r	Tensión de alimentación en eje d de flujo de rotor	V
u_{Sd}^s	Tensión de alimentación en eje d de estator	V
u_{Sq}^c	Tensión de alimentación en eje q genérico	V
u_{Sq}^r	Tensión de alimentación en eje q de flujo de rotor	V
u_{Sq}^s	Tensión de alimentación en eje q de estator	V
v_i	Entrada i al sistema lineal resultante de la linealización exacta	
V_l	Función de Lyapunov	
x^r	Magnitud en coordenadas de flujo de rotor	
x^s	Magnitud en coordenadas de estator	
$y^{(r)}$	Derivada de orden r de y	
y_i	Valor de la salida i	
ω_{Rr}	Referencia de la velocidad de rotor	rad_{el}/s
i_{Sxr}^r	Referencia de la corriente i_{Sx}^r	A
y_{i_r}	Valor de referencia de la salida i	

Capítulo 1

Introducción

En esta tesis se estudia la aplicación de técnicas de control no lineal para el control de flujo y velocidad de una máquina de inducción. Se demuestra que si bien estas técnicas dan buenos resultados cuando se simulan en tiempo continuo, su aplicación práctica en tiempo discreto puede ser problemática. Para conseguir un buen comportamiento en tiempo discreto se ha desarrollado un controlador no lineal basado en una función de Lyapunov de los errores de seguimiento y sus integrales, mostrándose su buen comportamiento en el banco de ensayos del Laboratorio de Accionamientos Eléctricos. Por último se ha demostrado que el controlador vectorial directo es en realidad un controlador no lineal *ad-hoc*, con un comportamiento similar al controlador no lineal desarrollado en esta tesis. En el trabajo realizado han quedado claras las diferencias y similitudes entre los controladores no lineales propuestos y el control vectorial directo.

1.1. Motivación y antecedentes

El control del motor de inducción es un problema complejo debido a varios motivos. En primer lugar la planta es un sistema no lineal. En segundo lugar el sistema es multivariable y dos de sus variables de estado son difíciles de medir, por lo que han de ser estimadas. Por último, algunos de sus parámetros (principalmente la resistencia del rotor) varían durante la operación de la máquina. Estas características, junto con la indudable importancia de este tipo de máquinas en la industria, han originado un importante esfuerzo investigador en estos últimos años. Un campo muy activo recientemente ha sido la aplicación de técnicas de control no lineal (Isidori, 1995) (Slotine y Li, 1991) (Khalil, 1996) para intentar conseguir accionamientos de altas prestaciones (Taylor, 1994) (Dawson et al., 1998). En esta tesis se realiza un estudio comparativo entre varias técnicas de control no lineal cuando se aplican a la máquina de inducción y se aportan soluciones para su implantación práctica en tiempo discreto.

Una de las primeras técnicas de control no lineal aplicadas al motor de inducción fue la linealización entrada-salida. Esta técnica se basa en la aplicación de una realimentación no lineal para transformar la planta original en un sistema lineal que puede ser controlado mediante técnicas de control clásico, tal como se puede apreciar en el diagrama de bloques de la figura 1.1. Sin embargo, en las ecuaciones de la realimentación no lineal intervienen tanto los parámetros de la máquina como sus variables de estado.

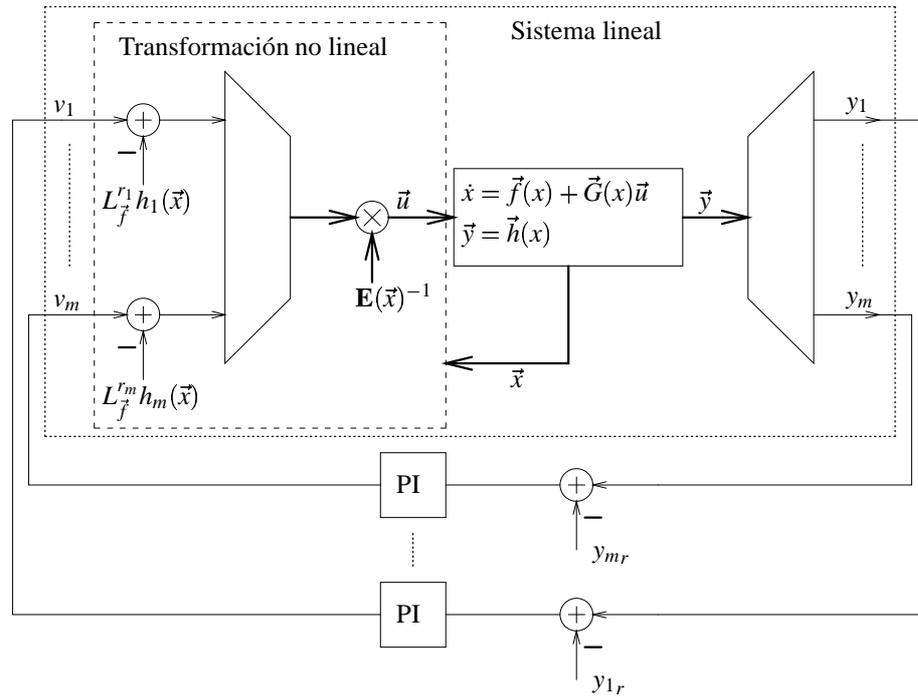


Figura 1.1: Diagrama de bloques del controlador mediante linealización entrada-salida. Los valores de referencia se han denotado mediante el subíndice r .

Por ello, en (Marino et al., 1993), donde se presenta un controlador basado en esta técnica aplicado a un motor de inducción modelado en ejes de estator, ha de adaptarse la resistencia de rotor para mantener las prestaciones del controlador cuando ésta varía. No obstante, conviene destacar que, aunque los resultados mostrados en dicho artículo son excelentes, éstos se han obtenido mediante simulación en tiempo continuo. Como punto de partida, en esta tesis se ha desarrollado un controlador como el descrito en (Marino et al., 1993) y se ha implantado en tiempo discreto con un periodo de muestreo de 1 ms. Los resultados obtenidos han sido decepcionantes, ya que el sistema presenta grandes errores en régimen permanente y existe un fuerte acoplamiento entre el control de flujo y el de velocidad. Este funcionamiento anómalo se debe a que la realimentación no lineal usada para transformar la planta original en un sistema lineal depende de las variables de estado de la máquina y éstas varían incluso en régimen permanente. Recuérdese que estas variables son magnitudes senoidales de frecuencia igual a la de la alimentación de la máquina. Como dicha realimentación no lineal permanece constante durante todo el periodo de muestreo, la cancelación de las no linealidades de la planta deja de ser válida y con ello la aplicación del controlador.

Uno de los pocos trabajos en los que se realiza una aplicación experimental de esta técnica es (Raumer et al., 1994), en donde para conseguir una implantación aceptable en tiempo discreto del controlador, se realiza una compensación adicional para tener en cuenta el giro del vector de flujo durante el periodo de muestreo, obteniéndose resultados aceptables¹ para periodos de muestreo de 1 ms.

¹Prácticamente iguales a los obtenidos con un controlador vectorial indirecto, según se muestra en dicho

En esta tesis se plantea un método alternativo, consistente en la aplicación del controlador mediante linealización entrada-salida modelando el motor de inducción en ejes de flujo de rotor. En este sistema de referencia las variables de estado de la máquina son magnitudes continuas en régimen permanente² y el resultado de la transformación no lineal no cambia excesivamente durante el periodo de muestreo. Por tanto, es previsible que el error producido sea ahora mucho menor en la implantación en tiempo discreto. Sin embargo en las simulaciones realizadas se ha observado que aún se produce un error de seguimiento en régimen permanente y un acoplamiento entre los lazos de control de flujo y de velocidad. Estos errores se reducen al aumentar la frecuencia de muestreo, debido a que dicho aumento conlleva un menor error en la transformación no lineal durante el periodo de muestreo.

Para mejorar las prestaciones del accionamiento se ha estudiado otra técnica de control no lineal presentada en (Marino et al., 1996) con la que los autores obtienen unas buenas prestaciones en la aplicación en tiempo discreto. Esta técnica se basa en la definición de una función de Lyapunov de los errores de seguimiento que el controlador hace tender a cero con una dinámica conocida. En teoría, el uso de la función de Lyapunov hace al sistema más robusto frente a perturbaciones, efectos del muestreo y errores de modelado. Sin embargo en el capítulo 3 se demuestra que cuando existen errores en la estimación del par de carga, el error de seguimiento de la velocidad es inversamente proporcional a la inercia del accionamiento, mostrándose mediante simulación que en accionamientos de baja inercia el error producido es significativo. Conviene destacar que para poder implantar este controlador, es necesario utilizar un inversor fuente de tensión controlado en corriente. Esto hace que al eliminar la dinámica del estator del controlador no lineal, éste sea más simple. De hecho se demuestra que el controlador diseñado es prácticamente igual a un controlador mediante linealización entrada-salida diseñado para una máquina controlada en corriente. Por tanto el buen comportamiento del controlador se debe, aparte de al uso de una función de Lyapunov, a esta simplificación del sistema no lineal a controlar.

Con el objetivo de hacer el sistema de control más robusto frente a los parámetros de la carga, en esta tesis se propone, inspirado en las técnicas de control lineal clásico, la modificación de la función de Lyapunov para incluir un término dependiente de la integral de los errores de seguimiento de las salidas. Con esta técnica, que se denominará en este trabajo control “Lyapunov-Integral”, se consigue un accionamiento con una excelente respuesta dinámica y robusto frente a las variaciones de los parámetros de la carga, lo cual se muestra tanto con resultados de simulación en tiempo discreto como con resultados experimentales obtenidos en un banco de ensayos.

Por último, con el fin de poder comparar las técnicas no lineales propuestas con las soluciones tradicionales para el control de máquinas de inducción, se han implantado dos controladores vectoriales, uno directo y otro indirecto. En el primero, propuesto por (Blaschke, 1972), se realiza un cambio de coordenadas a ejes de flujo de rotor y se aplica una realimentación no lineal diseñada *ad-hoc* para linealizar el sistema. Este controlador se puede ver por tanto como una aplicación no sistemática de las técnicas de linealización

artículo.

²En un sistema de referencia solidario al flujo de rotor, la máquina de inducción se comporta de una manera parecida a la máquina continua, tal como se demuestra en (Blaschke, 1972). En este trabajo se usará el término de magnitud continua para designar a este tipo de variables en contraposición al concepto de magnitud alterna.

exacta. Sin embargo, al contrario que en la aplicación sistemática, en la que la transformación no lineal empleada para linealizar el sistema cancela todos los términos, lineales y no lineales, convirtiendo el sistema en un sistema lineal en forma normal (Isidori, 1995); en el controlador vectorial se cancelan sólo los términos no lineales, con lo que la transformación resultante es más sencilla y resulta ser menos sensible a los efectos del muestreo. El resultado es un comportamiento igual o marginalmente mejor que el ofrecido por el controlador Lyapunov-Integral. El controlador indirecto, sin embargo, aunque es muy usado en la práctica debido a su facilidad de implantación (Murphy y Turnbull, 1988), presenta un comportamiento dinámico mucho peor, ya que tanto el flujo de rotor como el par se controlan en bucle abierto. Debido a esto, el uso de este controlador no es aconsejable cuando se requiere un buen comportamiento dinámico del accionamiento, sobretodo si la inercia del accionamiento es baja y se producen transitorios con una gran aceleración.

1.2. Organización de la exposición

En el capítulo 2 se exponen las técnicas de linealización entrada-salida y se aplican a una máquina de inducción, tanto en ejes de estator como en ejes de flujo de rotor. Mediante simulación se muestra que si bien en ambos casos el comportamiento del sistema implantado en tiempo continuo es totalmente satisfactorio, consiguiéndose un control desacoplado del flujo de rotor y de la velocidad; la implantación en tiempo discreto es problemática.

En el capítulo 3 se presenta un controlador basado en una función de Lyapunov de los errores de seguimiento del flujo y de la velocidad. El controlador se aplica a una máquina de inducción modelada en ejes de estator y en ejes de flujo de rotor. En ambos casos es necesario usar una máquina controlada en corriente. Además se demuestra mediante simulación que la implantación en ejes de flujo de rotor es más ventajosa al requerir una menor velocidad de los reguladores de corriente.

En el capítulo 4 se desarrolla una mejora al controlador presentado en el capítulo 3 consistente en añadir una integral de los errores de seguimiento a la función de Lyapunov. El controlador resultante es robusto frente a cambios en los parámetros de la carga, lo cual se muestra mediante simulación.

En el capítulo 5 se expone un controlador vectorial directo. Dicho controlador se aplica a una máquina alimentada con un inversor fuente de tensión controlado en corriente para poder compararlo con el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en el capítulo 4. Se muestra que los comportamientos de ambos controladores son prácticamente iguales, justificándose este resultado mediante una comparación entre las ecuaciones de ambos controladores. Se concluye que, aunque las estructuras de ambos controladores son parecidas, el controlador Lyapunov-Integral se basa en cancelar mediante realimentación exacta una serie de términos, lineales y no lineales, de las ecuaciones de la máquina. De esta forma se consigue desacoplar el control de flujo del de velocidad y se hace evolucionar el sistema en lazo cerrado según una dinámica preestablecida. Por el contrario, en el controlador vectorial sólo se cancelan los términos no lineales y se diseña un regulador lineal en tiempo discreto mediante asignación de polos para controlar el sistema lineal resultante, lo que lo hace un poco más robusto frente a errores en los

parámetros y a los efectos del muestreo.

En el capítulo 6 se presentan una serie de estimadores del flujo de rotor, necesarios para la aplicación de los controladores expuestos en los capítulos 2, 3, 4 y 5. Se comienza por los estimadores más sencillos en lazo abierto, los cuales presentan como inconveniente una velocidad de convergencia limitada y una gran sensibilidad frente a errores en los parámetros. Para mejorar las prestaciones de estos estimadores se propone el uso de un estimador de resistencia de rotor. Otra alternativa investigada es el diseño conjunto de un controlador Lyapunov-Integral junto con un estimador, de forma que la función de Lyapunov garantice la convergencia a cero tanto de los errores de seguimiento como de los de estimación (Marino et al., 1996). Sin embargo se muestra mediante simulación que el controlador diseñado es inestable, salvo que se desprece el efecto del estimador en el controlador de Lyapunov, que es lo que se hace, aunque no se dice claramente, en (Marino et al., 1996). Por último se presenta un observador de orden reducido del flujo de rotor muy común en la literatura. Se muestra que debido a que en su desarrollo se supone que la velocidad de giro de la máquina es constante durante el periodo de muestreo, su comportamiento es inestable en accionamientos de baja inercia durante los transitorios con una gran aceleración. Para solucionar este problema se propone una formulación alternativa en tiempo discreto en la que no es necesario realizar dicha suposición, mostrándose mediante simulación el buen comportamiento del estimador propuesto.

En el capítulo 7 se describe la plataforma experimental usada para validar los resultados principales de esta tesis, haciendo especial énfasis en la tarjeta de modulación PWM y de medida de velocidad desarrollada por el autor.

En el capítulo 8 se presentan los resultados experimentales obtenidos en el banco de ensayos. Se ha evaluado el efecto de los errores en la inercia del accionamiento tanto en el controlador Lyapunov-Integral como en el controlador vectorial directo, mostrándose que ambos controladores presentan prácticamente el mismo comportamiento, si bien para grandes variaciones de la inercia el accionamiento con el controlador Lyapunov-Integral se hace inestable mientras que el controlador vectorial directo es capaz de controlar el sistema. También se ha ensayado un controlador vectorial indirecto, mostrándose que su comportamiento dinámico es mucho peor que el de los otros dos controladores, llegando a hacerse inestable en los transitorios con aceleración grande al perder la orientación al campo. En estas circunstancias merece la pena la implantación de las otras alternativas analizadas, aunque dicha implantación sea más compleja. Por último se ha realizado un ensayo con la máquina de inducción funcionando como generador y otro en el que se ha aplicado una estrategia de minimización de pérdidas óhmicas, demostrándose que el controlador Lyapunov-Integral es estable en ambos modos de funcionamiento.

Por último, en el capítulo 9 se exponen las conclusiones de este trabajo, se resaltan las aportaciones originales y se proponen las posibles líneas de trabajo futuras.

Cierran la tesis una serie de apéndices en los que se ha incluido información adicional que si bien no es imprescindible para la lectura de la tesis, si es importante para realizar un estudio en profundidad de ciertos aspectos. En el apéndice A se presentan los distintos modelos del motor de inducción usados a lo largo de esta tesis. En el apéndice B se muestran los parámetros de los motores usados en la tesis. Las herramientas matemáticas empleadas en el desarrollo de los controladores no lineales se exponen en el apéndice C. En el apéndice D se desarrolla el algoritmo para calcular los tiempos de conmutación de

cada una de las ramas del inversor para generar una tensión determinada. En el apéndice E se detalla el diseño de los reguladores de corriente cuando se considera el retraso de un periodo de muestreo originado por la velocidad finita del ordenador para realizar los cálculos del controlador. En el apéndice F se explica el desarrollo del controlador vectorial indirecto aplicado en el capítulo 8. Por último, en el apéndice G se expone el control con minimización de pérdidas aplicado en el capítulo 8.

Capítulo 2

Control mediante linealización exacta

2.1. Introducción

Si se tiene en cuenta que el motor de inducción es un sistema no lineal, parece natural investigar la aplicación de técnicas de control no lineal con el objetivo de obtener las mejores prestaciones del accionamiento.

Una de las técnicas de control no lineal más estudiadas en la literatura es la linealización exacta mediante realimentación no lineal (Isidori, 1995) (Khalil, 1996) (Slotine y Li, 1991). Un controlador basado en esta metodología consta de dos lazos de realimentación: (a) un lazo interno que transforma el sistema original en un sistema lineal mediante una realimentación no lineal de las variables de estado, y (b) un lazo externo que controla el sistema lineal resultante (véase la figura 1.1).

En (Isidori, 1995) se presentan dos técnicas sistemáticas para conseguir linealizar exactamente un sistema. La primera de ellas consiste en una linealización entre las entradas y las variables de estado (linealización entrada-estado). La segunda realiza una linealización entre las entradas y las salidas (linealización entrada-salida), entendiéndose por salida cualquier función, lineal o no, de las variables de estado. El primer método es más complejo y menos intuitivo de aplicar, pero presenta la ventaja de imponer menores restricciones al sistema para su aplicación. El segundo en cambio es más fácil de aplicar pero sólo es válido para sistemas de fase mínima (aquellos que tienen dinámicas de cero¹ estables) (Taylor, 1994). Mediante ambos métodos es posible obtener, en determinadas circunstancias, una transformación no lineal para linealizar al sistema.

La linealización también puede hacerse *ad hoc* a partir del conocimiento del sistema. Un ejemplo de este tipo de aplicación es el control vectorial clásico cuando se consideran como salidas el flujo y la corriente de par. En (Leonhard, 1990) se descompone el modelo electromagnético del motor de inducción en dos subsistemas: flujo de rotor y corriente de par, que pueden ser controlados de forma desacoplada incluso cuando se usa un inversor fuente de tensión. Si se desea controlar la velocidad o el par del motor, este método sólo permite un control desacoplado si se mantiene el flujo constante (Marino et al., 1993).

¹Las dinámicas de cero (*zero-dynamics* en inglés) se definen como la dinámica interna del sistema cuando sus salidas se mantienen a cero por la acción de sus entradas (Slotine y Li, 1991).

Sin embargo los métodos sistemáticos presentados en (Isidori, 1995) permiten linealizar un modelo completo del motor que incluya la ecuación mecánica, controlando el flujo y la velocidad (o el par) de forma desacoplada, tal como se mostrará en este capítulo.

En la Sección 2.2 se expone la técnica de linealización entrada-salida en un caso general y se establecen las condiciones que ha de cumplir un sistema para que dicha técnica de control sea aplicable. En la Sección 2.3 se aplica un controlador mediante linealización entrada-salida a un motor de inducción modelado en ejes d-q de estator y se muestra mediante simulación que si bien su comportamiento en una implantación en tiempo continuo es satisfactorio, su comportamiento cuando se implanta en tiempo discreto es inaceptable. Por último, en la Sección 2.4, se aplica un controlador mediante linealización entrada-salida a un motor de inducción modelado en ejes d-q de flujo de rotor, mostrándose mediante simulación que el comportamiento en la implantación en tiempo discreto mejora notablemente respecto al proporcionado por la implantación en ejes de estator, aunque el sistema necesita altas frecuencias de muestreo (10 kHz) para obtener un control desacoplado del flujo y de la velocidad y errores de seguimiento pequeños. Debido precisamente a la alta frecuencia de muestreo necesaria, el controlador propuesto no se ha implantado en el banco experimental. En sucesivos capítulos se presentan otras técnicas alternativas de control no lineal que ofrecen un mejor comportamiento cuando se implantan en tiempo discreto con bajas frecuencias de muestreo.

2.2. Linealización exacta entrada-salida mediante realimentación de sistemas con varias entradas y varias salidas

Considérese un sistema no lineal con el mismo número de entradas que de salidas para simplificar el desarrollo²:

$$\frac{d}{dt}\vec{x} = \mathbf{f}(\vec{x}) + \mathbf{G}(\vec{x})\vec{u} \quad (2.1)$$

$$\vec{y} = \mathbf{h}(\vec{x}) \quad (2.2)$$

donde \vec{x} es el vector de las variables de estado ($n \times 1$), \vec{u} es el vector de entrada ($m \times 1$), \vec{y} es el vector de salida ($m \times 1$), \mathbf{f} y \mathbf{h} son dos campos vectoriales³ “suaves”⁴ y \mathbf{G} es una matriz de ($n \times m$) cuyas columnas son campos vectoriales “suaves” \mathbf{g}_i .

Como primer paso para la linealización entrada-salida se deriva cada una de las salidas y_i hasta que aparezca al menos una de las entradas u_j . Si esto ocurre para la derivada de orden r_i , entonces la derivada $y_i^{(r_i)}$ vendrá dada por (Slotine y Li, 1991):

$$y_i^{(r_i)} = L_{\mathbf{f}}^{r_i} h_i(\vec{x}) + \sum_{j=1}^m L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^{r_i-1} h_i(\vec{x}) u_j \quad (2.3)$$

en donde $L_{\mathbf{f}}^r h(\vec{x})$ es la derivada de Lie⁵ de orden r de la función $h(\vec{x})$ con respecto al

²En (Isidori, 1995) se muestra como extender la metodología a sistemas con distinto número de entradas que de salidas.

³La definición de campo vectorial se encuentra en el apéndice C

⁴Por función “suave” se entiende que la función y sus derivadas parciales hasta un orden suficientemente elevado son continuas.

⁵Véase el Apéndice C

campo vectorial \mathbf{f} . Se dice entonces que y_i presenta un grado relativo r_i respecto a las entradas u_j .

Repitiendo el proceso para cada una de las salidas se obtiene:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}}^{r_1} h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{r_m} h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\vec{x}) \vec{u} \quad (2.4)$$

donde la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$, de dimensión $m \times m$, viene dada por

$$\begin{bmatrix} L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}}^{r_1-1} h_1 & L_{\mathbf{g}_2} L_{\mathbf{f}}^{r_1-1} h_1 & \dots & L_{\mathbf{g}_m} L_{\mathbf{f}}^{r_1-1} h_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{\mathbf{g}_1} L_{\mathbf{f}}^{r_m-1} h_m & L_{\mathbf{g}_2} L_{\mathbf{f}}^{r_m-1} h_m & \dots & L_{\mathbf{g}_m} L_{\mathbf{f}}^{r_m-1} h_m \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Si $\mathbf{E}(\vec{x})$ es invertible, se puede tomar como entrada para el sistema:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - L_{\mathbf{f}}^{r_1} h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ v_m - L_{\mathbf{f}}^{r_m} h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

con lo cual el sistema original se convierte en:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Como la salida y_i sólo se ve afectada por la entrada v_i , a (2.6) se denomina control de desacoplo, y a la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ se le llama matriz de desacoplo.

El sistema (2.1–2.2) se dice que tiene un grado relativo (r_1, \dots, r_m) y al escalar $r = r_1 + \dots + r_m$ se le denomina grado relativo total. Si el grado relativo total del sistema (2.1–2.2) es igual al orden del sistema n , entonces la transformación (2.6) permite controlar el sistema completamente. Si en cambio el grado relativo total r es menor que n , existen dinámicas ocultas (“zero dynamics”) que no se pueden controlar. En este caso, aunque el controlador mediante linealización entrada-salida garantiza la estabilidad de la parte controlable del sistema, no se puede garantizar la estabilidad del sistema completo sin un análisis de las dinámicas ocultas que muestre su estabilidad (Slotine y Li, 1991).

2.3. Aplicación de la linealización entrada-salida por realimentación a la máquina de inducción

En (Marino et al., 1993) se aplica un controlador mediante entrada-salida a la máquina de inducción y, aunque los resultados mostrados son muy buenos, estos sólo se han obtenido mediante simulación en tiempo continuo. A continuación se describe la aplicación de esta técnica de control a la máquina de inducción, tal como se realiza en (Marino et al., 1993), pero con vistas a su implantación en tiempo discreto en un banco de ensayos.

En el Apéndice A se muestra que el modelo del motor de inducción en ejes d-q fijos al estator, tomando como variables de estado las corrientes de estator i_{Sd}^s e i_{Sq}^s , el flujo de

rotor Ψ_{Rd}^s y Ψ_{Rq}^s y la velocidad mecánica expresada en radianes eléctricos por segundo ω_R , viene dado por las ecuaciones:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 & B & C\omega_R \\ 0 & A & -C\omega_R & B \\ D & 0 & E & -\omega_R \\ 0 & D & \omega_R & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (2.8)$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (2.9)$$

$$m_e = G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) \quad (2.10)$$

en donde A, B, C, D, E, F y G son funciones de los parámetros de la máquina, definidos en (A.9), u_{Sd}^s y u_{Sq}^s son las tensiones de alimentación en ejes d-q de estator, P es el número de pares de polos, J la inercia del accionamiento y m_l el par de carga.

En la sección 2.2 se ha aplicado la linealización entrada-salida a sistemas con el mismo número de entradas que de salidas con el objetivo de reducir el sistema no lineal original a un conjunto de sistemas lineales con una entrada y una salida que no interactúan entre sí. El modelo del motor consta de dos entradas u_{Sd}^s y u_{Sq}^s . Por tanto es necesario definir dos salidas que podrán ser controladas independientemente por cada una de las entradas. En un controlador de velocidad, aparte de definir como salida esta variable, es conveniente elegir como segunda salida a controlar el módulo de flujo para:

- Mantenerlo a su valor nominal y así conseguir una mejor respuesta dinámica del accionamiento (Leonhard, 1985).
- Poder variar su valor y conseguir una mayor eficiencia energética del accionamiento (Fernández Bernal, 2000).
- Mantener el control en la zona de debilitamiento del campo.

Así, las salidas del sistema se definen como:

$$y_1 = |\vec{\Psi}|^2 = \Psi_{Rd}^s{}^2 + \Psi_{Rq}^s{}^2 \quad (2.11)$$

$$y_2 = \omega_R \quad (2.12)$$

donde, para evitar el realizar una raíz cuadrada, se ha tomado como salida el cuadrado del módulo del flujo.

La derivada del cuadrado del flujo, aplicando (2.3) a (2.11) y teniendo en cuenta (2.8), vendrá dada por:

$$\frac{d}{dt} y_1 = \frac{d}{dt} |\vec{\Psi}|^2 = L_f |\vec{\Psi}|^2 + \sum_{j=1}^m L_{g_j} |\vec{\Psi}|^2 u_j \quad (2.13)$$

con:

$$\begin{aligned} L_f |\vec{\Psi}|^2 &= 2\Psi_{Rd}^s (D i_{Sd}^s + E \Psi_{Rd}^s - \omega_R \Psi_{Rq}^s) \\ &\quad + 2\Psi_{Rq}^s (D i_{Sq}^s + \omega_R \Psi_{Rd}^s + E \Psi_{Rq}^s) \\ &= 2D (\Psi_{Rd}^s i_{Sd}^s + \Psi_{Rq}^s i_{Sq}^s) + 2E |\vec{\Psi}|^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} |\vec{\Psi}|^2 u_j = 0 \quad (2.15)$$

Como no aparece la entrada \vec{u} en la primera derivada, es necesario volver a derivar el cuadrado del flujo:

$$\frac{d^2}{dt^2} |\vec{\Psi}|^2 = L_f^2 |\vec{\Psi}|^2 + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f |\vec{\Psi}|^2 u_j \quad (2.16)$$

con:

$$\begin{aligned} L_f^2 |\vec{\Psi}|^2 &= 2D\Psi_{Rd}^s (B\Psi_{Rd}^s + Ai_{Sd}^s + C\omega_R\Psi_{Rq}^s) \\ &\quad + 2D\Psi_{Rq}^s (B\Psi_{Rq}^s + Ai_{Sq}^s - C\omega_R\Psi_{Rd}^s) \\ &\quad + (E\Psi_{Rd}^s + Di_{Sd}^s - \omega_R\Psi_{Rq}^s) (4E\Psi_{Rd}^s + 2Di_{Sd}^s) \\ &\quad + (E\Psi_{Rq}^s + Di_{Sq}^s + \omega_R\Psi_{Rd}^s) (4E\Psi_{Rq}^s + 2Di_{Sq}^s) \\ &= (2AD + 6DE) (\Psi_{Rd}^s i_{Sd}^s + \Psi_{Rq}^s i_{Sq}^s) + \\ &\quad + 2D\omega_R (\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - i_{Sd}^s \Psi_{Rq}^s) + \\ &\quad + (2BD + 4E^2) |\vec{\Psi}|^2 + 2D^2 (i_{Sd}^2 + i_{Sq}^2) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f |\vec{\Psi}|^2 u_j = 2DF\Psi_{Rd}^s u_{Sd}^s + 2DF\Psi_{Rq}^s u_{Sq}^s \quad (2.18)$$

con lo cual el grado relativo de la salida $|\Psi_{Rd}^s|$ es de dos.

Repitiendo el proceso para la salida ω_R se obtiene:

$$\frac{d}{dt} y_2 = \frac{d}{dt} \omega_R = L_f \omega_R + \sum_{j=1}^m L_{g_j} \omega_R u_j \quad (2.19)$$

con:

$$L_f \omega_R = \frac{P}{2J} (m_e - m_l) \quad (2.20)$$

que usando (2.10) se transforma en:

$$L_f \omega_R = \frac{P}{2J} (G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) - m_l) \quad (2.21)$$

y con:

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} \omega_R u_j = 0 \quad (2.22)$$

Por tanto, al no aparecer la entrada \vec{u} en la derivada de la velocidad, hay que volver a derivar, obteniendo:

$$\frac{d^2}{dt^2} \omega_R = L_f^2 \omega_R + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f \omega_R u_j \quad (2.23)$$

con:

$$\begin{aligned} L_f^2 \omega_R &= \frac{P}{2J} \left\{ G \left(-i_{Sd}^s (E\Psi_{Rq}^s + Di_{Sq}^s + \omega_R\Psi_{Rd}^s) \right. \right. \\ &\quad + i_{Sq}^s (E\Psi_{Rd}^s + Di_{Sd}^s - \omega_R\Psi_{Rq}^s) \\ &\quad + \Psi_{Rd}^s (B\Psi_{Rq}^s + Ai_{Sq}^s - C\omega_R\Psi_{Rd}^s) \\ &\quad \left. \left. - \Psi_{Rq}^s (B\Psi_{Rd}^s + Ai_{Sd}^s + C\omega_R\Psi_{Rq}^s) \right) - L_f m_l \right\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} \omega_R u_j = \frac{P}{2J} FG (\Psi_{Rd}^s u_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s u_{Sd}^s) \quad (2.25)$$

Por tanto el grado relativo de la salida ω_R es de dos, el grado relativo del sistema (2.8-2.10) es de (2,2) y su grado relativo total es $r = 4$, que es menor del orden del sistema ($n = 5$). Por tanto existen dinámicas ocultas (*zero dynamics*) que pueden ser inestables, con lo que la estabilidad del sistema completo no está garantizada.

La matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ viene dada por

$$\mathbf{E}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} 2DF\Psi_{Rd}^s & 2DF\Psi_{Rq}^s \\ -\frac{P}{2J}FG\Psi_{Rq}^s & \frac{P}{2J}FG\Psi_{Rd}^s \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

que es invertible salvo para flujo nulo. Por tanto, teniendo en cuenta (2.6), se puede usar la transformación:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - L_f^2 |\vec{\Psi}|^2 \\ v_2 - L_f^2 \omega_R \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Para transformar el sistema original (2.8–2.9) en el sistema lineal desacoplado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} |\vec{\Psi}|^2 \\ \frac{d}{dt} \omega_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

En donde con la entrada v_1 se podrá controlar el cuadrado del módulo del flujo y con la entrada v_2 la velocidad, estando desacoplados ambos subsistemas.

2.3.1. Diseño del controlador lineal

El sistema resultante de la linealización entrada-salida por realimentación (2.28) se controla mediante un regulador lineal. Como las variables a controlar son el flujo y la velocidad, no sus derivadas, y además ambos subsistemas están desacoplados, la ecuación (2.28) se puede transformar en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} |\vec{\Psi}|^2 \\ \frac{d}{dt} |\vec{\Psi}|^2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{x}_1 \\ \frac{d}{dt} |\vec{\Psi}|^2 \end{bmatrix}}_{\vec{x}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_1} v_1 \quad (2.29)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \frac{d}{dt} \omega_R \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_R \\ \frac{d}{dt} \omega_R \end{bmatrix}}_{\vec{x}_2} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_2} v_2 \quad (2.30)$$

Para controlar cada uno de los subsistemas lineales puede usarse un control proporcional, $\vec{v}_i = \vec{k}_i^T \vec{e}_i$ con $\vec{e}_i = \vec{x}_i - (\vec{x}_i)_r$, siendo $(\vec{x}_i)_r$ el valor de referencia de \vec{x}_i . \vec{k}_i se calcula para que el sistema:

$$\frac{d}{dt} \vec{e}_i = (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \vec{k}_i^T) \vec{e}_i \quad (2.31)$$

sea estable. Por tanto el controlador completo se expresa:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} \vec{k}_1^T \vec{e}_1 - L_f^2 |\vec{\Psi}|^2 \\ \vec{k}_2^T \vec{e}_2 - L_f^2 \omega_R \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

2.3.2. Detalles de implementación

En la figura 2.1 se muestra un diagrama de bloques del sistema de control descrito en esta sección y que se ha implantado en un simulador durante el trabajo realizado para esta tesis.

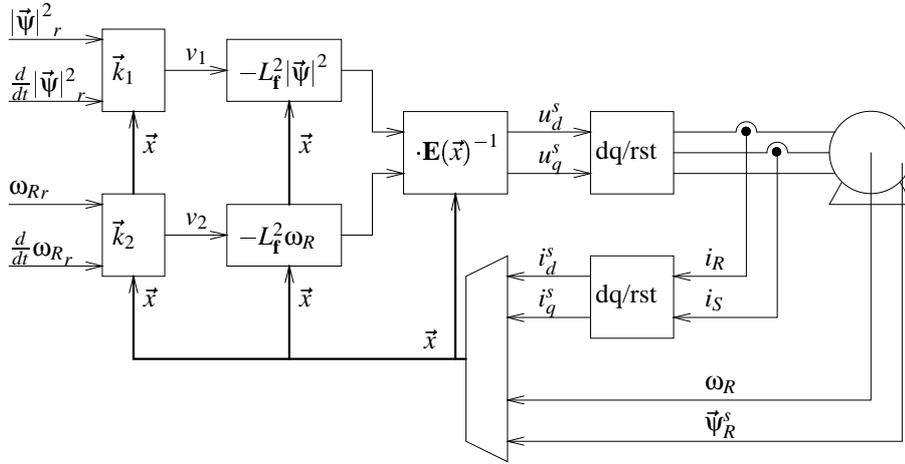


Figura 2.1: Diagrama de bloques del accionamiento

Los bloques “dq/rst” representan los cambios de coordenadas de las magnitudes trifásicas a magnitudes en ejes d-q de estator según se muestra en la sección A.1. Los bloques “ \vec{k}_1 ” y “ \vec{k}_2 ” representan los controladores lineales desarrollados en la Sección 2.3.1, que como se puede observar tienen como entradas el estado del sistema \vec{x} y los valores de referencia⁶ del cuadrado del módulo del flujo $|\vec{\Psi}_r|^2$ y la velocidad ω_{Rr} junto con sus derivadas. Los bloques “ $L_f^2 |\vec{\Psi}|$ ”, “ $L_f^2 \omega_R$ ” y “ $\mathbf{E}(\vec{x})^{-1}$ ” representan la transformación no lineal. Además se ha supuesto que se pueden medir las corrientes de estator, la velocidad mecánica y el flujo de rotor.

Por último, cabe destacar que en el cálculo de $L_f^2 \omega_R$ según (2.24) interviene el término $L_f m_l$, el cual, salvo que se conozca la dinámica de la carga, será desconocido. Sin embargo, dado que dicha derivada de Lie del par de carga normalmente valdrá cero en régimen permanente, en las simulaciones realizadas en la sección 2.3.3 se ha despreciado este término en el cálculo del controlador sin apreciar un comportamiento anómalo. En las referencias consultadas no se dice nada acerca del tratamiento de este término en la aplicación práctica del controlador.

2.3.3. Resultados de simulación

Debido a la existencia de dinámicas ocultas en el sistema, complejas de estudiar analíticamente, la estabilidad del sistema en bucle cerrado puede investigarse por simulación.⁷ Además no existen en la literatura propuestas analíticas para el análisis de este tipo de sistemas de control en tiempo discreto, por lo que la influencia del periodo de muestreo también ha de investigarse mediante simulación.

En las figuras 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5 se muestran los resultados de la simulación del motor descrito según el modelo (2.8–2.9) con el controlador (2.32). El motor elegido para la simulación es el que se ha usado en el banco experimental. Su potencia es de 250 W y sus parámetros se muestran en el Apéndice B. Los controladores para los sistemas

⁶Los valores de referencia se denotan en este trabajo mediante el subíndice r .

⁷En (Isidori, 1995) se puede ver algún procedimiento analítico para estudiar las *zero dynamics* del sistema.

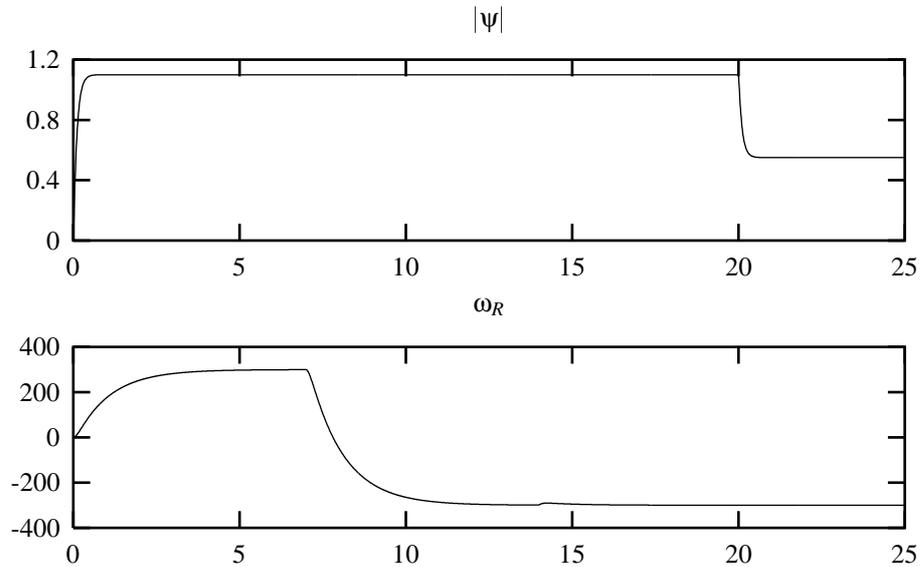


Figura 2.2: Evolución de las salidas del motor con el controlador implantado en tiempo continuo. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

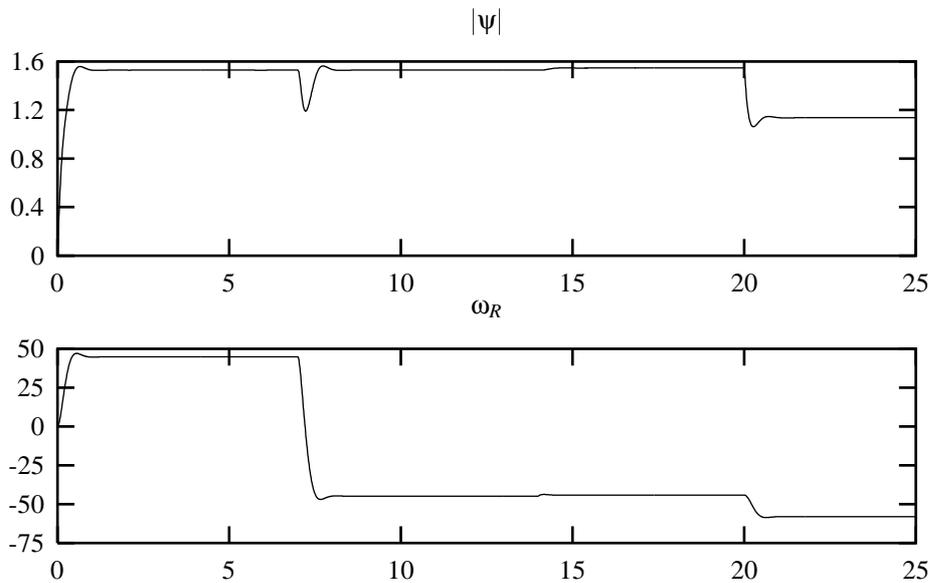


Figura 2.3: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

lineales resultantes se han diseñado mediante asignación de polos,⁸ situando los polos en el eje real de forma que las constantes de tiempo en bucle cerrado del controlador de velocidad sean iguales a 1 s y $0,1\text{ s}$ y las del controlador de flujo a $0,1\text{ s}$ y $0,01\text{ s}$. Las respuestas de ambos subsistemas se aproximarán por tanto a las de un sistema de primer orden con constante de tiempo de 1 s y $0,1\text{ s}$ respectivamente.

⁸Se ha usado para ello la función `place` desarrollada por el autor para la *toolbox* de control de Octave.

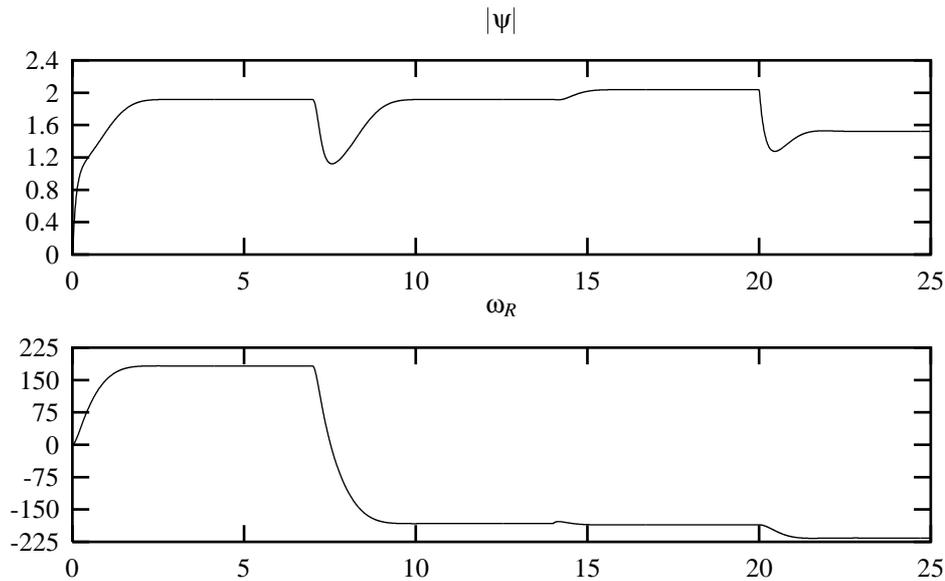


Figura 2.4: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 0,1 \text{ ms}$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

Inicialmente se sitúa la referencia del cuadrado del módulo del flujo⁹ en $1,1 \text{ Wb}^2$ y la referencia de la velocidad en $300 \text{ rad}_{el}/\text{s}$.¹⁰ Las referencias de las derivadas se han puesto a cero durante toda la simulación. El par de carga es proporcional a la velocidad con $0,001 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$ como constante de proporcionalidad. A los 7 segundos se invierte la referencia de velocidad provocando un cambio de sentido de giro en la máquina. A los 14 segundos se da un escalón de par haciendo que la constante de proporcionalidad sea $0,003 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$ en lugar de $0,001 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$. Por último en $t = 20 \text{ s}$ se disminuye la referencia del cuadrado del módulo del flujo a la mitad.

En la Figura 2.2 se muestra la simulación del sistema en tiempo continuo. Como puede apreciarse, las salidas se estabilizan en sus valores de referencia en aproximadamente cinco constantes de tiempo, de acuerdo con el diseño propuesto para los controladores, estando perfectamente desacoplados el control de flujo del de velocidad. Además el controlador de velocidad es muy robusto frente a variaciones en el par de carga, pues en $t = 14 \text{ s}$, aunque el par varía un 200 %, la perturbación de la velocidad es tan solo del 2,9 %, que no se aprecia bien en la figura.

Ahora bien, un controlador como el propuesto no puede implantarse de forma analógica. Para implantar el controlador de forma digital, se ha discretizado el sistema lineal¹¹ y se han diseñado los controladores discretos mediante asignación de polos, situándolos en un lugar equivalente al caso continuo. La ecuación de desacoplo (2.27), en cambio, se deja igual que en el caso continuo. Este controlador presenta un funcionamiento inaceptable para periodos de muestreo del orden de $T_s = 1 \text{ ms}$ tal como se muestra en la Figura 2.3, donde se puede apreciar que el error de seguimiento de la velocidad es de un 85 %,

⁹El flujo nominal de la máquina es de $1,05 \text{ Wb}$.

¹⁰El motor usado tiene 4 polos, con lo que $300 \text{ rad}_{el}/\text{s}$ equivalen a $150 \text{ rad}/\text{s}$ (1432 r.p.m.).

¹¹Para convertir el sistema continuo en su equivalente en tiempo discreto se ha usado una transformación invariante con retenedor de orden cero en las entradas (Åström y Wittenmark, 1984).

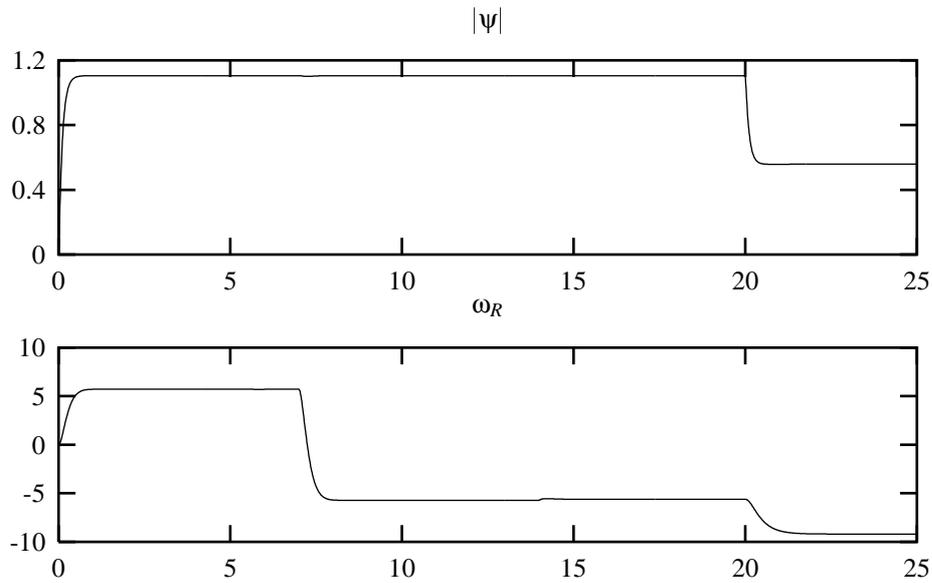


Figura 2.5: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 \text{ ms}$ pero con referencia de velocidad a $30 \text{ rad}_{el}/\text{s}$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

que existe un fuerte acoplamiento entre el controlador de velocidad y el de flujo y que el controlador de velocidad es menos robusto frente a variaciones del par de carga. Si se baja T_s hasta $0,1 \text{ ms}$, el comportamiento del controlador sigue siendo anómalo, tal como se puede apreciar en la Figura 2.4, aunque ahora el error de seguimiento de la velocidad baja hasta un 39%. En la Figura 2.5 se muestra la respuesta del sistema cuando se sitúa la referencia de velocidad en $30 \text{ rad}_{el}/\text{s}$ (143 r.p.m.) y el periodo de muestreo es de 1 ms . La respuesta del controlador de flujo es aceptable, aunque existe aun un gran error de seguimiento en régimen permanente de la velocidad.

El comportamiento anómalo del controlador en tiempo discreto se debe a que la ecuación de desacoplo (2.27) se mantiene constante durante todo el periodo de muestreo. Sin embargo, los elementos de dicha ecuación de desacoplo, $\mathbf{E}(\vec{x})$, $L_f^2 |\vec{\psi}|^2$ y $L_f^2 \omega_R$, dependen de las variables de estado de la máquina, tal como se puede observar en las ecuaciones (2.26), (2.17) y (2.24). Por tanto si la variación de las variables de estado durante el periodo de muestreo es significativa, la aplicación de la transformación no lineal (2.27) en el sistema (2.8–2.9) no será equivalente al sistema lineal desacoplado (2.28). Por ello al disminuir el periodo de muestreo o la velocidad mecánica el comportamiento del controlador mejora notablemente, aunque no lo suficiente para que su aplicación práctica sea posible.

Por último conviene destacar que si se aumenta la inercia del accionamiento, el comportamiento del controlador de velocidad mejora apreciablemente. Por ejemplo si realiza la misma simulación que la mostrada en la figura 2.5 pero aumentando la inercia desde $0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ a $0,1 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$, se obtienen los resultados mostrados en la figura 2.6, donde la mejora del comportamiento del controlador es apreciable. Para explicar esta mejora basta con observar que la última fila de $\mathbf{E}(\vec{x})$ (2.26) y la ecuación de $L_f^2 \omega_R$ (2.24) son inversamente proporcionales a la inercia, con lo que si la inercia es pequeña, la influencia de estos términos de desacoplo en el controlador será elevada. Por tanto, el error cometido al

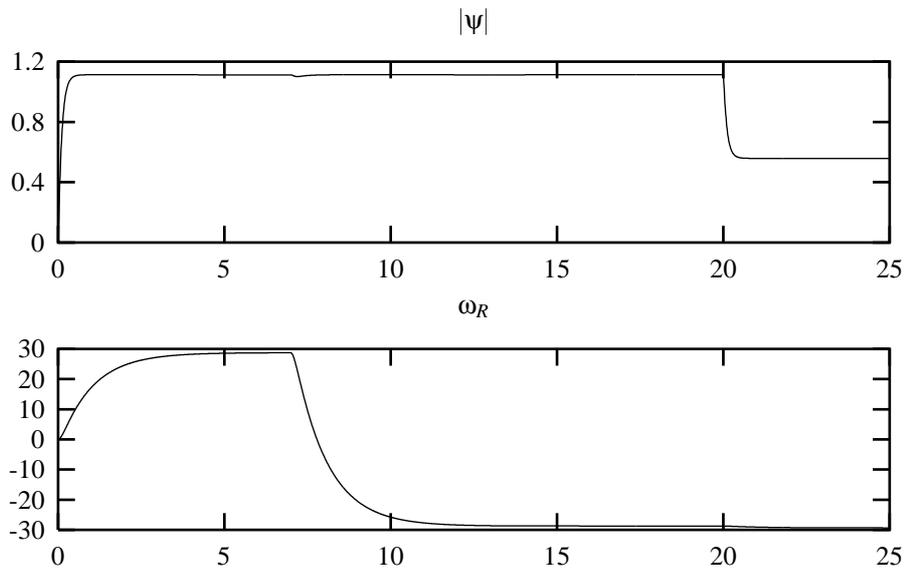


Figura 2.6: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ pero con referencia de velocidad a $30\text{ rad}_{el}/\text{s}$ e inercia igual a $0,1\text{ kgr}\cdot\text{m}^2$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

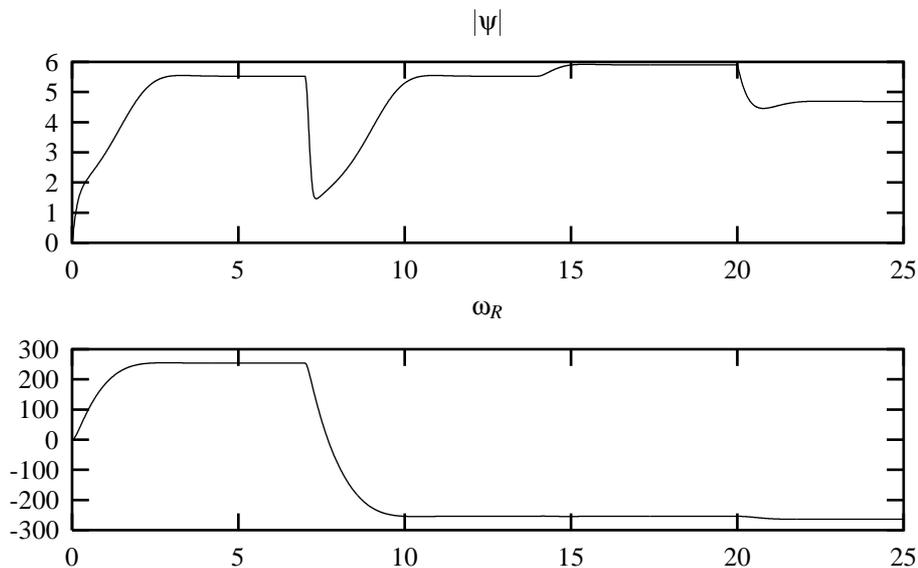


Figura 2.7: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ pero con inercia igual a $0,1\text{ kgr}\cdot\text{m}^2$. Eje x en seg. Ejes y en Wb^2 y rad_{el}/s .

mantenerlos constantes durante el todo el periodo de muestreo será también muy elevado, provocando el funcionamiento anómalo del controlador. No obstante conviene destacar que aún cuando la inercia es elevada, el comportamiento del controlador con periodos de muestreo elevados ($T_s = 1\text{ ms}$) a altas velocidades no es aceptable, tal como se muestra en la simulación de la figura 2.7, que se ha realizado en las mismas condiciones que la mostrada en la figura 2.3, pero con una inercia igual a $0,1\text{ kgr}\cdot\text{m}^2$.

2.4. Aplicación de la linealización entrada-salida por re-alimentación a la máquina de inducción en ejes de flujo de rotor

En la sección 2.3.3 se ha visto que aplicación de la linealización entrada-salida a la máquina de inducción en ejes de estator no proporciona resultados satisfactorios en tiempo discreto debido a que la transformación no lineal (2.27) varía apreciablemente a lo largo del periodo de muestreo T_s si las variables de estado de las que depende la transformación también lo hacen. Para solucionar este problema en (Raumer et al., 1994) se avanza el vector de flujo en un ángulo igual a $\omega_S \frac{T_s}{2}$ para compensar el efecto del muestreo en la matriz¹² $\mathbf{E}(\vec{x})$. Los autores aplican el controlador obtenido a un accionamiento de 37 kW con una inercia de $0,41 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ obteniendo unos resultados marginalmente mejores que los obtenidos mediante un control vectorial indirecto. En (Bodson et al., 1994) se aplica un método *ad-hoc* para diseñar un control mediante linealización entrada salida a partir de un control vectorial clásico en ejes de flujo de rotor. Se presenta un control de posición con un motor de 62 W con una inercia igual a $0,00011 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$, con el que obtienen buenos resultados, aunqu usando una frecuencia de muestreo de 4 kHz.

En esta sección se va a aplicar la formulación sistemática presentada en la sección 2.2 al modelo del motor de inducción en ejes de flujo de rotor. Dado que en este sistema de referencia las variables de estado varían lentamente, es de esperar que el controlador mediante linealización entrada-salida se comporte mejor en tiempo discreto.

En el apéndice A se muestra que el modelo del motor de inducción en ejes d-q que giran solidarios al flujo de rotor viene dado por las ecuaciones:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S & B \\ -\omega_S & A & -C\omega_R \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (2.33)$$

$$\Psi_{Rq}^r = 0$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (2.34)$$

$$m_e = G\Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (2.35)$$

en donde ω_S es la velocidad de giro de los ejes y viene dada por:

$$\omega_S = \omega_R + \frac{D i_{Sq}^r}{\Psi_{Rd}^r} \quad (2.36)$$

Como el sistema tiene dos entradas u_{Sd}^r y u_{Sq}^r , es necesario definir dos salidas, eligiéndose el flujo de rotor en eje d, que coincide con su módulo en este sistema de referencia, y la velocidad:

$$y_1 = \Psi_{Rd}^r \quad (2.37)$$

$$y_2 = \omega_R \quad (2.38)$$

¹² ω_S es la velocidad de giro del vector de flujo.

La derivada de la primera salida, aplicando (2.3) y teniendo en cuenta (2.33), vendrá dada por:

$$\frac{d}{dt}y_1 = \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r = L_f \Psi_{Rd}^r + \sum_{j=1}^m L_{g_j} \Psi_{Rd}^r u_j \quad (2.39)$$

con:

$$L_f \Psi_{Rd}^r = D i_{Sd}^r + E \Psi_{Rd}^r \quad (2.40)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} |\vec{\Psi}|^2 u_j = 0 \quad (2.41)$$

Como no aparece la entrada \vec{u} en la primera derivada, es necesario volver a derivar:

$$\frac{d^2}{dt^2} \Psi_{Rd}^r = L_f^2 \Psi_{Rd}^r + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f \Psi_{Rd}^r u_j \quad (2.42)$$

con:

$$\begin{aligned} L_f^2 \Psi_{Rd}^r &= D (A i_{Sd}^r + \omega_S i_{Sq}^r + B \Psi_{Rd}^r) + E (D i_{Sd}^r + E \Psi_{Rd}^r) \\ &= D (A + E) i_{Sd}^r + D \omega_S i_{Sq}^r + (DB + E^2) \Psi_{Rd}^r \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f \Psi_{Rd}^r u_j = DF u_{Sd}^r \quad (2.44)$$

con lo cual el grado relativo de la salida $|\Psi_{Rd}^r|$ es de dos.

Repetiendo el proceso para la salida ω_R se obtiene:

$$\frac{d}{dt}y_2 = \frac{d}{dt}\omega_R = L_f \omega_R + \sum_{j=1}^m L_{g_j} \omega_R u_j \quad (2.45)$$

con:

$$L_f \omega_R = \frac{P}{2J} (m_e - m_l) \quad (2.46)$$

que usando (2.35) se transforma en:

$$L_f \omega_R = \frac{P}{2J} (G \Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - m_l) \quad (2.47)$$

con:

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} \omega_R u_j = 0 \quad (2.48)$$

Por tanto, al no aparecer la entrada \vec{u} en la derivada de la velocidad, hay que volver a derivar, obteniendo:

$$\frac{d^2}{dt^2} \omega_R = L_f^2 \omega_R + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f \omega_R u_j \quad (2.49)$$

con:

$$\begin{aligned} L_f^2 \omega_R &= \frac{P}{2J} \left\{ G \left(\Psi_{Rd}^r (-\omega_S i_{Sd}^r + A i_{Sq}^r - C \omega_R \Psi_{Rd}^r) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i_{Sq}^r (D i_{Sd}^r + E \Psi_{Rd}^r) \right) - L_f m_l \right\} \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f \omega_R u_j = \frac{P}{2J} F G \Psi_{Rd}^r u_{Sq}^r \quad (2.51)$$

Por tanto el grado relativo de la salida ω_R es de dos, el grado relativo del sistema (2.33-2.35) es de (2,2) y su grado relativo total es $r = 4$, que es igual al orden del sistema ($n = 4$). Por tanto en este sistema de referencia no existen dinámicas ocultas (*zero dynamics*), con lo que el controlador mediante linealización entrada-salida garantizará la estabilidad del sistema completo.

La matriz de desacoplo $\mathbf{E}(\vec{x})$ viene dada por

$$\mathbf{E}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} DF & 0 \\ 0 & \frac{P}{2J}FG\Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

que es invertible salvo para flujo nulo. Por tanto, teniendo en cuenta (2.6), se puede usar la transformación:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - L_f^2\Psi_{Rd}^r \\ v_2 - L_f^2\omega_R \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Para transformar el sistema original (2.33–2.34) en el sistema lineal desacoplado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r \\ \frac{d}{dt}\omega_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

En donde la entrada v_1 controla el cuadrado del módulo del flujo y la entrada v_2 la velocidad, estando desacoplados ambos subsistemas.

2.4.1. Diseño del controlador lineal

El sistema resultante de la linealización entrada-salida por realimentación (2.54) se controla mediante un regulador lineal. Como las variables a controlar son el flujo y la velocidad, no sus derivadas, y además ambos subsistemas están desacoplados, la ecuación (2.54) se puede transformar en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^r \\ \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}_1} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^r \\ \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}^{\vec{x}_1} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}_1} v_1 \quad (2.55)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \frac{d}{dt}\omega_R \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}_2} \overbrace{\begin{bmatrix} \omega_R \\ \frac{d}{dt}\omega_R \end{bmatrix}}^{\vec{x}_2} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}_2} v_2 \quad (2.56)$$

Para controlar cada uno de los subsistemas lineales puede usarse un control proporcional, $\vec{v}_i = \vec{k}_i^T \vec{e}_i$ con $\vec{e}_i = \vec{x}_i - (\vec{x}_i)_r$, siendo $(\vec{x}_i)_r$ el valor de referencia de \vec{x}_i . \vec{k}_i se calcula para que el sistema:

$$\frac{d}{dt}\vec{e}_i = \left(\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \vec{k}_i^T \right) \vec{e}_i \quad (2.57)$$

sea estable. Por tanto el controlador completo se expresa:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} \vec{k}_1^T \vec{e}_1 - L_f^2\Psi_{Rd}^r \\ \vec{k}_2^T \vec{e}_2 - L_f^2\omega_R \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Nótese que los sistemas lineales desacoplados obtenidos después de la linealización entrada-salida son análogos a los obtenidos en la aplicación en ejes de estator (sección 2.3.1), por lo que se pueden usar las mismas ganancias tanto para el controlador en ejes de estator como en ejes de flujo de rotor; es decir, en ambos controladores lo único que cambia es la transformación no lineal.

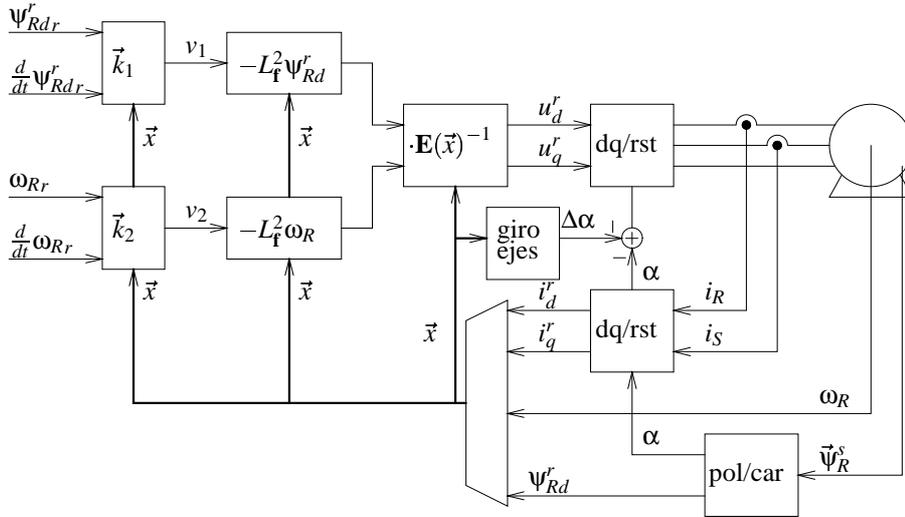


Figura 2.8: Diagrama de bloques del accionamiento

2.4.2. Detalles de implementación

En la figura 2.8 se muestra un diagrama de bloques del sistema de control, en el que se indican los cambios de coordenadas realizados antes de aplicar el controlador (2.58).

En primer lugar, en el bloque “pol/car”, se calcula el módulo y el ángulo del vector de flujo medido (o estimado) en ejes de estator según las ecuaciones:

$$\Psi_{Rd}^r = \sqrt{\Psi_{Rd}^s{}^2 + \Psi_{Rq}^s{}^2} \quad (2.59)$$

$$\alpha = \arctan \frac{\Psi_{Rq}^s}{\Psi_{Rd}^s} \quad (2.60)$$

El módulo coincide con la componente Ψ_{Rd}^r en ejes de flujo de rotor y su ángulo α es el ángulo formado entre los ejes de estator y los ejes de flujo de rotor.

En los bloques “dq/rst” se realizan las transformaciones de Park para convertir entre magnitudes trifásicas y vectores en ejes d-q de flujo de rotor. Para convertir las corrientes se usa el ángulo del flujo de rotor α , pero para convertir las tensiones obtenidas por el controlador a magnitudes trifásicas, es necesario tener en cuenta el giro de los ejes durante el periodo de muestreo en la implantación digital (García Cerrada, 1991). Para ello se suma al ángulo α el ángulo recorrido por los ejes de flujo de rotor en medio periodo de muestreo, el cual se obtiene en el bloque “giro ejes” mediante:

$$\Delta\alpha = \omega_s \frac{T_s}{2} \quad (2.61)$$

En donde ω_s es la velocidad de giro de los ejes de flujo de rotor, que viene dada por la ecuación (2.36)

El resto de bloques son análogos a los mostrados en la implantación en ejes de estator (sección 2.3.2), y al igual que entonces se ha despreciado el término $L_f m_l$ en el cálculo de $L_f^2 \omega_R$ (ecuación 2.50) sin que se aprecien resultados anómalos en las simulaciones.

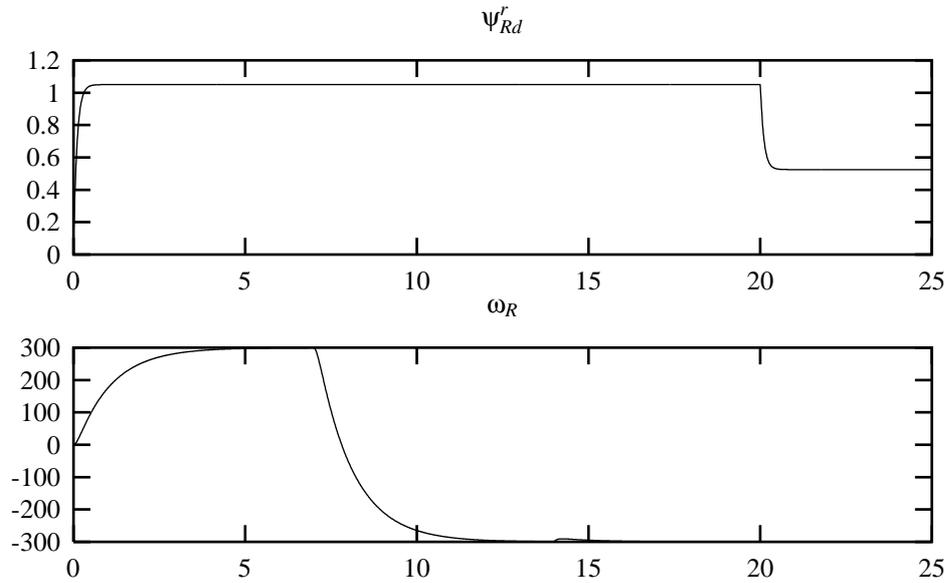


Figura 2.9: Evolución de las salidas del motor con el controlador implantado en tiempo continuo. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s .

2.4.3. Resultados de simulación

Para comparar las prestaciones del controlador en ejes de flujo de rotor con respecto al implantado en ejes de estator, se han realizado una serie de simulaciones análogas a las realizadas con el controlador en ejes de estator.

En las figuras 2.9, 2.10, 2.11 y 2.12 se muestran los resultados de la simulación del motor descrito según el modelo (2.33–2.34) con el controlador (2.58). El motor elegido para la simulación ha sido el mismo del apartado 2.3.3, que tiene una potencia de 250 W y cuyos parámetros se muestran en el apéndice B. Los controladores para los sistemas lineales resultantes se han diseñado mediante asignación de polos, situando los polos en el eje real de forma que las constantes de tiempo en lazo cerrado del controlador de velocidad sean igual a 1 s y 0,1 s y las del controlador de flujo a 0,1 s y 0,01 s, con lo que sus respuestas se aproximarán a las de un sistema de primer orden con constante de tiempo de 1 s y 0,1 s respectivamente.

Inicialmente se sitúa la referencia del módulo del flujo en $1,05 Wb$ y la referencia de la velocidad en $300 rad_{el}/s$ (1432 r.p.m.). Las referencias de las derivadas se han puesto a cero durante toda la simulación. El par de carga es proporcional a la velocidad con $0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s}$ como constante de proporcionalidad. A los 7 segundos se invierte la referencia de velocidad provocando un cambio de sentido de giro en la máquina. A los 14 segundos se da un escalón de par haciendo que la constante de proporcionalidad sea $0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s}$ en lugar de $0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s}$. Por último en $t = 20 s$ se disminuye la referencia del módulo del flujo a la mitad.

En la figura 2.9 se muestra la simulación del sistema en tiempo continuo. Como puede apreciarse el comportamiento es idéntico al obtenido con el controlador implantado en ejes de estator: las salidas se estabilizan en sus valores de referencia en aproximadamente cinco constantes de tiempo, de acuerdo con el diseño propuesto para los controladores.

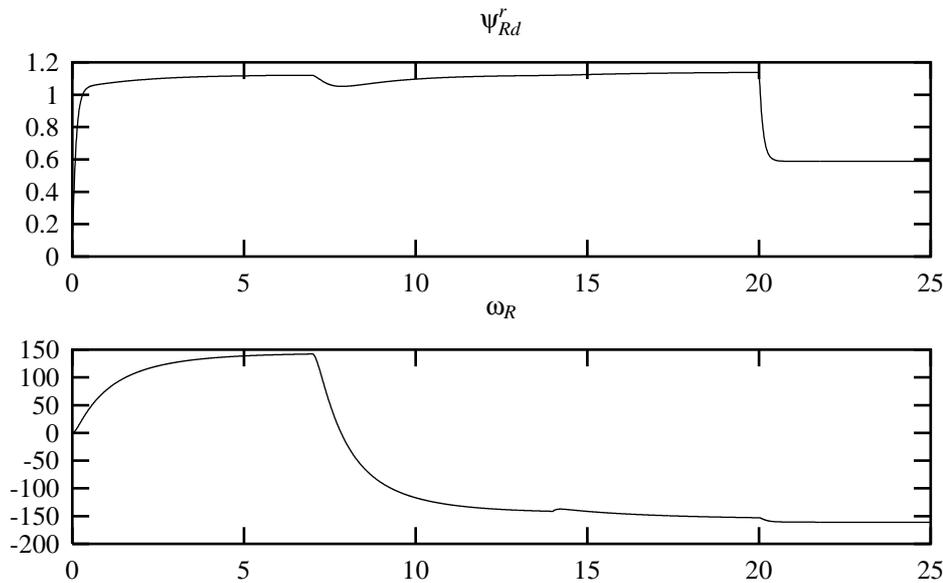


Figura 2.10: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 \text{ ms}$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s .

Además los controladores de flujo y de velocidad están perfectamente desacoplados y el controlador de velocidad es muy robusto frente a variaciones en el par de carga, pues en $t = 14 \text{ s}$, aunque el par varía un 200%, la perturbación de la velocidad es tan solo del 2,9%.

Para la implantación digital del sistema de control se ha procedido de una manera análoga al controlador en ejes de estator: se ha discretizado el sistema lineal y se han diseñado los controladores discretos mediante asignación de polos, situándolos en un lugar equivalente al caso continuo. La ecuación de desacoplo (2.58) se ha dejado igual que en la aplicación en tiempo continuo.

En la figura 2.10 se muestra la simulación del sistema en tiempo discreto con un periodo de muestreo de $T_s = 1 \text{ ms}$ con la consigna de velocidad igual a $150 \text{ rad}_{el}/s$ (716 r.p.m.), observándose que el sistema presenta errores de seguimiento apreciables en régimen permanente (un 5% en la velocidad) y un acoplamiento entre los subsistemas de flujo y de par, aunque su comportamiento es mucho mejor que el observado en la implantación en ejes de estator (figura 2.3). Sin embargo si se aumenta la consigna de velocidad por encima de $150 \text{ rad}_{el}/s$, el sistema se vuelve inestable. Esta inestabilidad no se produce en accionamientos de mayor potencia e inercia elevada. Si se repite la simulación anterior con un motor de 15 kW, cuyos parámetros se muestran en el apéndice B, el sistema no se vuelve inestable cuando la consigna de velocidad se sitúa en $300 \text{ rad}_{el}/s$, aunque el comportamiento del controlador deja bastante que desear, produciéndose un error de seguimiento de la velocidad de un 33% y un gran acoplamiento entre los controladores de flujo y de par. También conviene destacar que si se elimina la compensación del giro de los ejes (ecuación 2.61) el controlador presenta un error en régimen permanente de la velocidad de un 80%, que es del mismo orden que el producido en la implantación en ejes de estator.

En la figura 2.11 se muestra la evolución de la velocidad y el flujo de rotor del motor

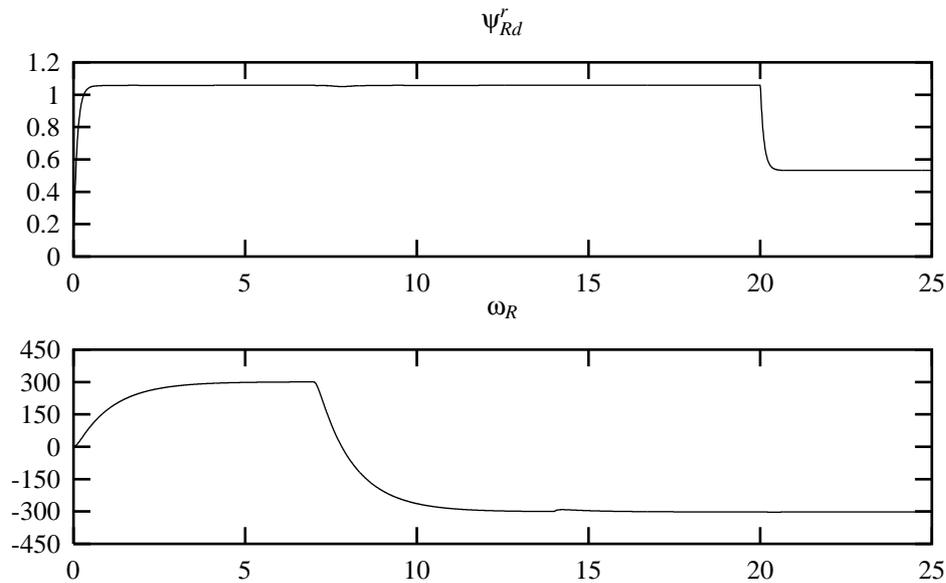


Figura 2.11: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 0,1 ms$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s .

de 250 W cuando se implanta el controlador con $T_s = 0,1 ms$ de periodo de muestreo, observándose que el comportamiento del sistema es totalmente satisfactorio, incluso cuando la consigna de velocidad se sitúa en $300 rad_{el}/s$ (1432 r.p.m.), al igual que en el caso continuo. Nuevamente la evolución de las salidas es acorde con el diseño de los controladores lineales propuesto, estando desacoplados los subsistemas de flujo y de velocidad. El error de seguimiento de la velocidad es de un 0,2% y cuando se produce un escalón en el par de carga del 200%, la perturbación en la velocidad es de un 3,4%, que es del mismo orden que la producida en la implantación en tiempo continuo.

Por último en la figura 2.12 se muestra una simulación con un periodo de muestreo de $T_s = 1 ms$ en la que la consigna de velocidad se ha bajado a $30 rad_{el}/s$ (143 r.p.m.), apreciándose que el comportamiento del sistema a bajas velocidades tampoco es satisfactorio¹³ cuando el accionamiento es de baja potencia y baja inercia, aunque mucho mejor que el obtenido con el controlador implantado en ejes de estator (figura 2.5). Al igual que en el controlador en ejes de estator, si la inercia del accionamiento es igual a $0,1 kgr \cdot m^2$, el comportamiento del controlador mejora apreciablemente, obteniéndose unos resultados marginalmente mejores que los ofrecidos por el controlador implantado en ejes de estator (figura 2.6).

2.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un controlador mediante linealización exacta entrada-salida, implantándose en ejes de estator y de flujo de rotor. Mediante simulación se ha demostrado que, si bien ambas implantaciones tienen un comportamiento adecuado en tiempo continuo; el comportamiento en tiempo discreto no es del todo satisfactorio, es-

¹³El error de seguimiento de la velocidad es igual a un 20,3%.

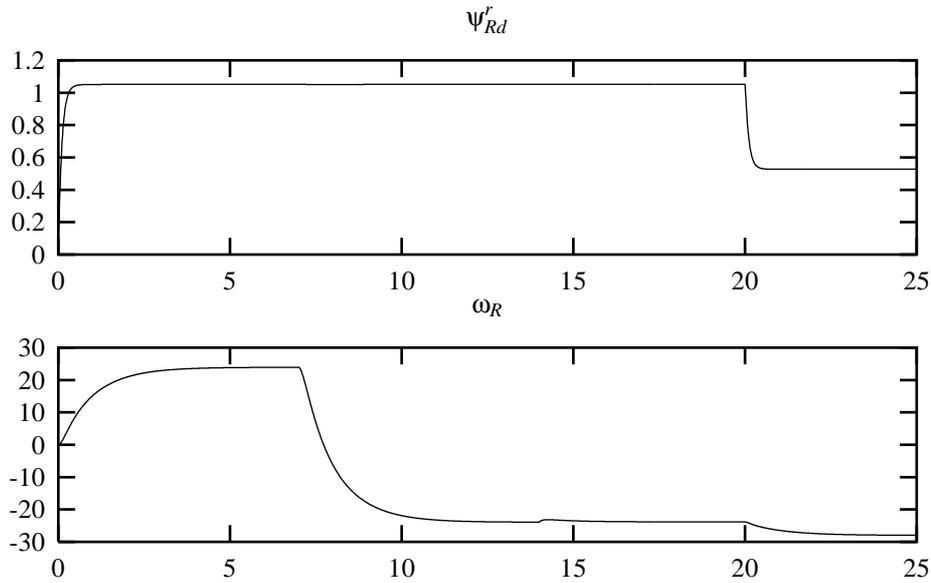


Figura 2.12: Evolución de las salidas del motor. Controlador en tiempo discreto con $T_s = 1 \text{ ms}$ pero con referencia de velocidad a $30 \text{ rad}_{el}/\text{s}$. Eje x en seg. Ejes y en Wb y rad_{el}/s .

pecialmente la implantación en ejes de estator, que necesita altas frecuencias de muestreo ($f_s = 10 \text{ kHz}$) para obtener un comportamiento razonable. En cambio con la implantación en ejes de flujo de rotor se obtienen resultados satisfactorios con altas frecuencias de muestreo, aunque con bajas frecuencias de muestreo ($f_s = 1 \text{ kHz}$) el controlador es inestable si el accionamiento es de baja potencia (250 W) o tiene una inercia baja (menor de $4 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ en el accionamiento de 15 kW que se ha simulado).

Conviene destacar que en la mayoría de la literatura consultada sólo se muestran resultados de simulación en tiempo continuo, sin llegar a realizar una implantación en tiempo discreto como se ha realizado en esta tesis, la cual ha puesto de manifiesto las limitaciones de este tipo de controladores cuando se aplican a la máquina de inducción. Además, la comparación entre las prestaciones del controlador mediante linealización exacta cuando se aplica a la máquina modelada en ejes de estator o en ejes de flujo de rotor es novedosa y ha servido para poner una vez más de manifiesto que la implantación de los controladores en ejes de flujo de rotor es mucho más ventajosa que en ejes de estator.

Capítulo 3

Control de Lyapunov

3.1. Introducción

En el capítulo 2 se ha aplicado un controlador mediante linealización exacta entrada-salida al motor de inducción, mostrándose que su comportamiento en tiempo discreto a bajas frecuencias de muestreo no es satisfactorio. En este capítulo, siguiendo el planteamiento mostrado en (Marino et al., 1996), se presenta una estrategia de control no lineal basada en una función de Lyapunov de los errores de seguimiento. La aplicación de este controlador en tiempo discreto a bajas frecuencias de muestreo (1 kHz) ha proporcionado resultados satisfactorios.

En la sección 3.2 se exponen los fundamentos del control de Lyapunov¹, analizándose la influencia de los errores de modelado en su comportamiento. En la sección 3.3 se aplica el control de Lyapunov a una máquina de inducción modelada en ejes de estator, mostrándose mediante simulación que los errores de seguimiento en régimen permanente obtenidos cuando el controlador se implanta en tiempo discreto son elevados. Por último, en la sección 3.4 se muestra la aplicación del control de Lyapunov al motor de inducción cuando éste se modela en ejes de flujo de rotor, pudiéndose observar que los errores de seguimiento en régimen permanente son ahora mucho menores que en la aplicación en ejes de estator.

3.2. Fundamentos del Control de Lyapunov

Si se considera un sistema de la forma:

$$\frac{d}{dt}\vec{x} = \mathbf{f}(\vec{x}) + \mathbf{G}(\vec{x})\vec{u} \quad (3.1)$$

$$\vec{y} = \mathbf{h}(\vec{x}) \quad (3.2)$$

en donde \vec{x} es el vector de estado ($n \times 1$), \vec{u} es el vector de entrada ($m \times 1$), \mathbf{f} y \mathbf{h} son dos campos vectoriales “suaves” de $R^n \rightarrow R^n$ y $R^n \rightarrow R^m$, respectivamente y \mathbf{G} es un vector

¹En la literatura no hay un consenso para nombrar a este tipo de controladores. Algunos autores (Marino et al., 1996) lo llaman simplemente *output-feedback* sin hacer énfasis en que están basados en el uso de una función de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema. En (Sanders y Verghese, 1992) se usa el nombre más apropiado *Lyapunov based control* en el contexto de convertidores cc/cc. En este trabajo se ha preferido usar “controlador de Lyapunov” para designar a este tipo de controladores.

fila ($1 \times m$) de campos vectoriales “suaves” de $R^n \rightarrow R^n$. Si se definen los errores de seguimiento como:

$$\vec{y} = \vec{y} - \vec{y}_r \quad (3.3)$$

donde \vec{y}_r es la referencia del vector de salida, se puede establecer como candidata a función de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema en bucle cerrado:

$$V_t = \frac{1}{2} \sum_i \tilde{y}_i^2 \quad (3.4)$$

La derivada de V_t en (3.4) puede expresarse mediante:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i \left(\tilde{y}_i \cdot \frac{d}{dt} \tilde{y}_i \right) \quad (3.5)$$

Si se consigue diseñar un controlador que fuerce la derivada de cada uno de los errores de seguimiento a:

$$\frac{d}{dt} \tilde{y}_i = -k_i \tilde{y}_i \quad (3.6)$$

La derivada de V_t vendrá dada por:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i -k_i \tilde{y}_i^2 \quad (3.7)$$

Como la función V_t (3.4) es definida positiva y su derivada (3.7) es una función definida negativa, la aplicación del método directo de Lyapunov (Khalil, 1996) demuestra que el origen del sistema (3.1-3.3), $\vec{y} = 0$, es un punto de equilibrio asintóticamente estable si se puede diseñar un controlador que fuerce (3.6). Además, dado que:

$$V_t \rightarrow \infty \text{ cuando } \|\vec{y}\| \rightarrow \infty \quad (3.8)$$

según el teorema de Barbashin-Krasovskii (Khalil, 1996) el origen es globalmente asintóticamente estable.

La derivada de cada una de las salidas se puede expresar como (Slotine y Li, 1991):

$$\frac{d}{dt} y_i = L_{\mathbf{f}} h_i(x) + \sum_{j=1}^m L_{\mathbf{g}_j} h_i(x) u_j \quad (3.9)$$

en donde $L_{\mathbf{f}} h(\vec{x})$ es la derivada de Lie de la función $h(\vec{x})$ con respecto al campo vectorial \mathbf{f} .

Si el grado relativo de todas las salidas es uno, para cada salida y_i al menos uno de los términos $L_{\mathbf{g}_j} h_i(x)$ será distinto de cero y la entrada u_j aparecerá en la derivada de dicha salida y_i . Será posible entonces diseñar un controlador que fuerce la entrada \vec{u} de forma que se cumpla la ecuación (3.6) para cada una de las salidas. En este caso la respuesta dinámica de los errores de seguimiento del sistema en bucle cerrado vendrá dada por la ecuación (3.6), que es una ecuación diferencial de primer orden cuya solución es:

$$\tilde{y}_i = c_i \cdot e^{-k_i t} \quad (3.10)$$

Siendo c_i una constante de integración. Nótese que según esto los errores de seguimiento en bucle cerrado de cada una de las salidas decrecerán exponencialmente con constante de tiempo $1/k_i$.

3.2.1. Ecuaciones del controlador

A partir de (3.9) la derivada de las salidas se puede escribir en forma vectorial como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\vec{x})\vec{u} \quad (3.11)$$

En donde los elementos de la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ de $(m \times m)$ se pueden deducir fácilmente a partir de (3.9).

La ecuación (3.6) se puede expresar en forma vectorial como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1r} \\ \vdots \\ y_{mr} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_1\tilde{y}_1 \\ \vdots \\ k_m\tilde{y}_m \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Sustituyendo (3.11) en (3.12) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\vec{x})\vec{u} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1r} \\ \vdots \\ y_{mr} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_1\tilde{y}_1 \\ \vdots \\ k_m\tilde{y}_m \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Si $\mathbf{E}(\vec{x})$ no es singular en el dominio de interés, la ecuación anterior se puede transformar en:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} -k_1\tilde{y}_1 - L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) + \frac{d}{dt}y_{1r} \\ \vdots \\ -k_m\tilde{y}_m - L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) + \frac{d}{dt}y_{mr} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Que es la ecuación del controlador de Lyapunov.

Comparación entre el controlador de Lyapunov y el control mediante linealización entrada-salida

Si en el controlador mediante linealización entrada-salida descrito en la sección 2.2 se usa un controlador proporcional ($v_i = -k_i\tilde{y}_i$) y el sistema tiene un grado relativo $r_i = 1$ para cada una de sus salidas, la ecuación del controlador será, teniendo en cuenta (2.6):

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - L_{\mathbf{f}}^{r_1}h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ v_m - L_{\mathbf{f}}^{r_m}h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} -k_1\tilde{y}_1 - L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ -k_m\tilde{y}_m - L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Que como se puede apreciar es igual a la ecuación del controlador de Lyapunov (3.14) cuando las derivadas de las referencias son iguales a cero. Por tanto en este caso el comportamiento de ambos controladores en régimen permanente será idéntico.

3.2.2. Influencia de los errores de modelado en el controlador de Lyapunov

Las prestaciones del controlador empeorarán si el modelo de la planta no es correcto. En concreto, si existen errores en el modelado del valor de $L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})$, de forma que el valor

del modelo es igual a:

$$\underbrace{L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}_{\text{Valor real}} + \underbrace{\Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}_{\text{Error}} \quad (3.16)$$

la ecuación del controlador (3.14) se convierte en:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} -k_1\tilde{y}_1 - L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) - \Delta L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) + \frac{d}{dt}y_{1r} \\ \vdots \\ -k_m\tilde{y}_m - L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) - \Delta L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) + \frac{d}{dt}y_{mr} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

En esta situación la evolución de los errores de seguimiento de las salidas ya no vendrá dada por (3.6). Si se sustituye la ecuación del controlador (3.17) en (3.11) se obtiene la dinámica de los errores de seguimiento en esta situación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1\tilde{y}_1 \\ \vdots \\ -k_m\tilde{y}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ -\Delta L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Resultando en el siguiente punto de equilibrio:

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\Delta L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x})}{k_1} \\ \vdots \\ \frac{-\Delta L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x})}{k_m} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Para estudiar la estabilidad del sistema sometido a perturbación se definen las variables:

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}'_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_1(\vec{x})}{k_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_m(\vec{x})}{k_m} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Se establece como candidata a función de Lyapunov:

$$V_t = \frac{1}{2} \sum_i \tilde{y}'_i{}^2 \quad (3.21)$$

cuya derivada, teniendo en cuenta (3.20) y (3.18), se puede expresar como:

$$\frac{d}{dt}V_t = \sum_i \tilde{y}'_i \left(-k_i\tilde{y}'_i - \Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x}) + \frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}{k_i} \right) \quad (3.22)$$

Que después de realizar el cambio de variable de (3.20) se convierte en:

$$\frac{d}{dt}V_t = \sum_i -k_i\tilde{y}'_i{}^2 + \tilde{y}'_i \frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}{k_i} \quad (3.23)$$

Aunque la función V_t en (3.21) es definida positiva, su derivada (3.23) sólo será definida negativa si $\frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}{k_i}$ es cero (perturbación constante), o si el signo de $\frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}}h_i(\vec{x})}{k_i}$ es el contrario al de \tilde{y}'_i . Sólo en estos casos la aplicación del método directo de Lyapunov (Khalil, 1996) permite demostrar fácilmente que el origen $\vec{y}' = 0$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable del sistema en bucle cerrado con el controlador (3.17).

Conviene hacer notar que en el punto de equilibrio el sistema presenta en este caso errores de seguimiento según (3.19). Dichos errores serán pequeños si las ganancias k_i son elevadas, sin embargo los valores posibles de k_i están limitados, ya que:

- Las constantes de tiempo del sistema en bucle cerrado ($1/k_i$) en tiempo discreto no pueden ser arbitrariamente pequeñas si la frecuencia de muestreo está limitada.
- Ganancias muy grandes en los controladores son problemáticas en presencia de ruido en las medidas.

3.3. Control de Lyapunov de la máquina de inducción en ejes de estator

Para poder comparar las prestaciones del control de Lyapunov respecto a las obtenidas con el control mediante linealización exacta entrada-salida, se va a aplicar a una máquina de inducción en ejes de estator un controlador de Lyapunov. Para ello se parte del modelo de la máquina de inducción en ejes de estator mostrado en el apéndice A:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 & B & C\omega_R \\ 0 & A & -C\omega_R & B \\ D & 0 & E & -\omega_R \\ 0 & D & \omega_R & E \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}_{\vec{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}_{\vec{u}} \quad (3.24)$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (3.25)$$

$$m_e = G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) \quad (3.26)$$

Si se definen como salidas el cuadrado del módulo del flujo de rotor y la velocidad:

$$y_1 = |\vec{\Psi}|^2 = \Psi_{Rd}^s{}^2 + \Psi_{Rq}^s{}^2 \quad (3.27)$$

$$y_2 = \omega_R \quad (3.28)$$

los errores de seguimiento vendrán dados por:

$$\tilde{y}_1 = y_1 - y_{1r} = |\vec{\Psi}|^2 - |\vec{\Psi}|_r^2 \quad (3.29)$$

$$\tilde{y}_2 = y_2 - y_{2r} = \omega_R - \omega_{Rr} \quad (3.30)$$

en donde $|\vec{\Psi}|_r$ y ω_{Rr} son los valores de referencia del módulo del flujo de rotor y de la velocidad mecánica respectivamente. La candidata a función de Lyapunov se puede establecer entonces como:

$$V_l = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \tilde{y}_i^2 = \frac{1}{2} (\tilde{y}_1^2 + \tilde{y}_2^2) \quad (3.31)$$

Las derivadas de las salidas se pueden obtener a partir de la expresión (3.9), teniendo en cuenta las derivadas de Lie calculadas en la sección 2.3 (2.14, 2.15, 2.21 y 2.22):

$$\frac{d}{dt} y_1 = 2D(\Psi_{Rd}^s i_{Sd}^s + \Psi_{Rq}^s i_{Sq}^s) + 2E|\vec{\Psi}|^2 + 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{d}{dt} y_2 = \frac{P}{2J}(G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) - m_l) + 0 \quad (3.33)$$

en donde se puede apreciar que no aparecen las entradas \vec{u} , ya que, tal como se mostró en la sección 2.3, el grado relativo de ambas salidas respecto a las tensiones \vec{u} es de 2.

Sin embargo, si se usa un inversor fuente de corriente o un inversor fuente de tensión controlado por corriente, las entradas al sistema serán las corrientes de estator \vec{i}_s^s , con respecto a las cuales las salidas del sistema tienen un grado relativo de uno, siendo aplicable directamente el control de Lyapunov.

Si se toman como entradas las corrientes de estator, las derivadas de Lie de las salidas respecto a estas nuevas entradas son:

$$L_f h_1(\vec{x}) = 2E |\vec{\Psi}|^2 \quad (3.34)$$

$$L_{g_1} h_1(\vec{x}) = 2D\Psi_{Rd}^s \quad (3.35)$$

$$L_{g_2} h_1(\vec{x}) = 2D\Psi_{Rq}^s \quad (3.36)$$

$$L_f h_2(\vec{x}) = -\frac{P}{2J} m_l \quad (3.37)$$

$$L_{g_1} h_2(\vec{x}) = -\frac{P}{2J} G\Psi_{Rq}^s \quad (3.38)$$

$$L_{g_2} h_2(\vec{x}) = \frac{P}{2J} G\Psi_{Rd}^s \quad (3.39)$$

Por tanto la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ será igual a:

$$\mathbf{E}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} 2D\Psi_{Rd}^s & 2D\Psi_{Rq}^s \\ -\frac{P}{2J}G\Psi_{Rq}^s & \frac{P}{2J}G\Psi_{Rd}^s \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Y la ecuación del controlador, aplicando (3.14):

$$\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \begin{bmatrix} -k_1 \tilde{y}_1 - 2E |\vec{\Psi}|^2 + \frac{d}{dt} (|\vec{\Psi}|_r^2) \\ -k_2 \tilde{y}_2 + \frac{P}{2J} m_l + \frac{d}{dt} \omega_{Rr} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Si se calcula la inversa de $\mathbf{E}(\vec{x})$, (3.41) queda:

$$\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \frac{1}{|\vec{\Psi}|^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2D}\Psi_{Rd}^s & -\frac{2J}{PG}\Psi_{Rq}^s \\ \frac{1}{2D}\Psi_{Rq}^s & -\frac{2J}{PG}\Psi_{Rd}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_1 \tilde{y}_1 - 2E |\vec{\Psi}|^2 + \frac{d}{dt} (|\vec{\Psi}|_r^2) \\ -k_2 \tilde{y}_2 + \frac{P}{2J} m_l + \frac{d}{dt} \omega_{Rr} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

que es la expresión del controlador de Lyapunov en ejes de estator. Tal como puede apreciarse, $\mathbf{E}(\vec{x})$ es singular sólo para flujo de rotor nulo.

3.3.1. Control de la máquina de inducción en modo corriente

En la sección 3.3 se ha mostrado que para que sea aplicable el controlador de Lyapunov a la máquina de inducción, han de controlarse las corrientes de alimentación de la máquina en lugar de las tensiones. La solución más inmediata es el uso de un inversor fuente de corriente, con el que se obtendrán las mejores prestaciones del controlador de Lyapunov. Sin embargo este tipo de inversores presentan varios inconvenientes cuando se comparan con los fuente de tensión (Leonhard, 1990), (Mohan et al., 1995), (García Cerrada, 1991). En primer lugar necesitan una bobina en el circuito intermedio que ha de tener una inductancia varias veces mayor que la inductancia de dispersión del motor, lo cual hace que estos inversores sean mucho más pesados y costosos que los fuente de tensión. Además el proceso de conmutación es más complejo que en un fuente de tensión, lo que limita la frecuencia máxima de conmutación. Por ello es mucho más atractivo el uso de un inversor fuente de tensión controlado por corriente, que es la tendencia actual en la práctica industrial.

Control de la máquina de inducción con un inversor fuente de corriente

Si se usa un inversor fuente de corriente, la dinámica del estator desaparece, con lo que, eliminando las ecuaciones del estator de (3.24) se obtiene el modelo del motor cuando está alimentado por una fuente de corriente:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{i}} \quad (3.43)$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (3.44)$$

$$m_e = G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) \quad (3.45)$$

Éste será el modelo usado para simular la máquina de inducción en este caso.

Control de la máquina de inducción con un inversor fuente de tensión controlado por corriente.

Existen varios métodos para implementar un inversor fuente de tensión controlado por corriente. Por ejemplo, se puede usar un controlador de corriente de alta ganancia y alta velocidad de respuesta que garantice que la corriente de estator sigue exactamente a la referencia, pudiéndose usar controladores PWM o controladores con histéresis (Vas, 1998). En ambos casos, debido a la alta frecuencia de muestreo necesaria, la implantación mediante un microprocesador es problemática, pudiendo ser necesario recurrir a un circuito adicional para su implantación analógica. Como alternativa, en este trabajo se implementa el controlador de corriente teniendo en cuenta la dinámica del estator en el controlador, lo que permite su implantación digital a bajas frecuencias de muestreo.

De (3.24) se deduce que la dinámica del estator del motor viene dada por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{u}} + \overbrace{\begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix}}^{\mathbf{P}} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{p}} \quad (3.46)$$

que es un sistema con las corrientes de estator como variables de estado, las tensiones de estator como entradas y el flujo se puede considerar como una perturbación al sistema. Si se realiza la transformación:

$$\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{Sd}^s \\ v_{Sq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

el sistema a controlar, sustituyendo (3.47) en (3.46), se reduce a:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} v_{Sd}^s \\ v_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{v}} \quad (3.48)$$

resultando dos sistemas una entrada - una salida totalmente desacoplados de la forma:

$$\frac{d}{dt} i_{Sx}^s = A i_{Sx}^s + F v_{Sx}^s \quad (3.49)$$

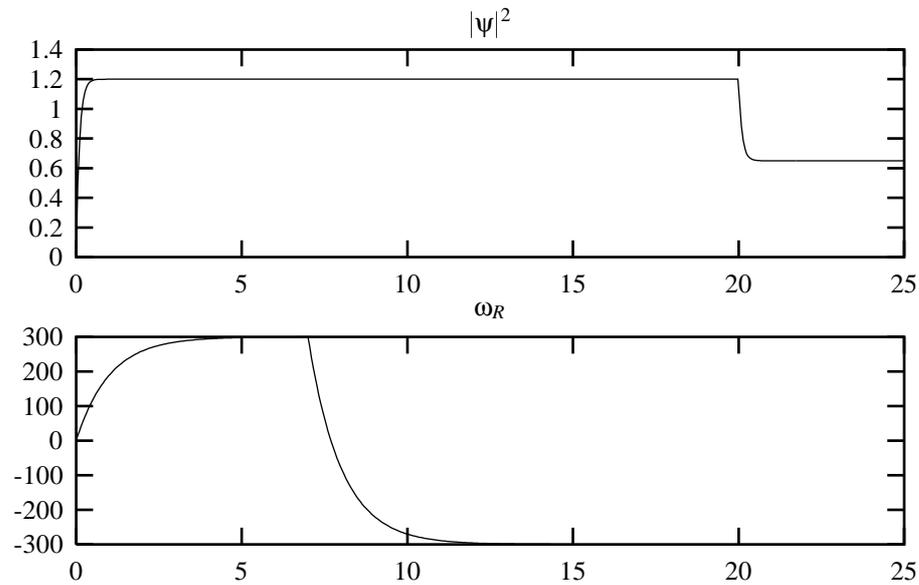


Figura 3.1: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo continuo

Si se aumenta el sistema para incluir una integración se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sx}^s \\ \int i_{Sx}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sx}^s \\ \int i_{Sx}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} v_{Sx}^s \quad (3.50)$$

Siendo posible diseñar un controlador en variables de estado mediante asignación de polos para este sistema. En este trabajo se ha usado para ello la función `place` desarrollada por el autor para la *toolbox* de control de Octave.

3.3.2. Resultados de simulación

Para evaluar las prestaciones del controlador propuesto y poder compararlas con las obtenidas en la sección 2.3.3 para el controlador mediante linealización entrada-salida, se han realizado una serie de simulaciones usando la misma máquina y el mismo transitorio para las referencias. En primer lugar se realizan una serie de simulaciones suponiendo que el motor está alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador funcionando en tiempo continuo para realizar después la misma simulación con el controlador implantado en tiempo discreto. A continuación se realizan las mismas simulaciones pero alimentando al motor con un inversor fuente de tensión controlado por corriente, mostrando distintas alternativas, tanto para el regulador de corriente como para el regulador de Lyapunov.

Simulación con un inversor fuente de corriente ideal

En este apartado se muestra la simulación del controlador de Lyapunov junto con una máquina alimentada por un inversor fuente de corriente ideal.

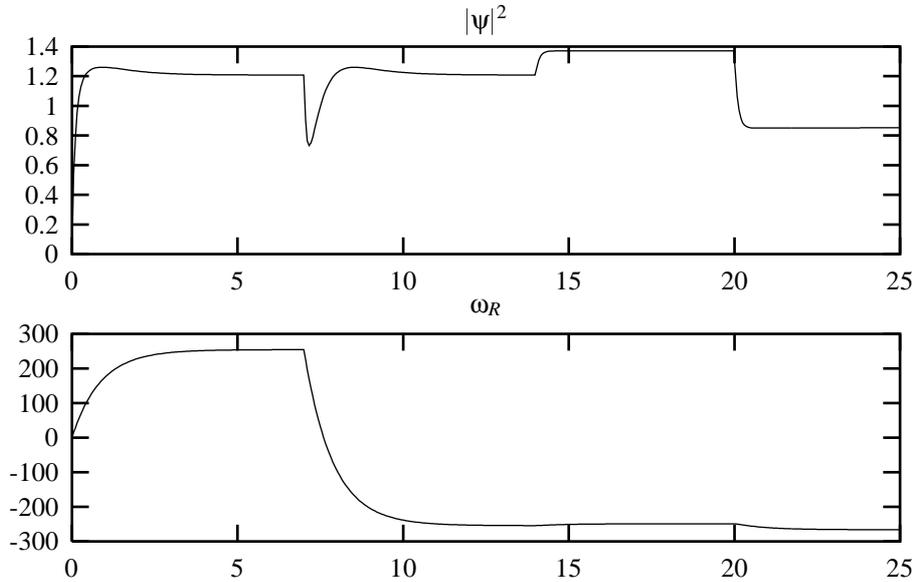


Figura 3.2: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de 1 ms

En las figuras 3.1–3.5 se muestran los resultados de la simulación del motor descrito según el modelo (3.43–3.45) con el controlador (3.42). El motor elegido para la simulación es el mismo que se usó en la sección 2.3.3 (250 W, Apéndice B). Las ganancias del controlador de Lyapunov se han elegido de forma que las constantes de tiempo en lazo cerrado sean las mismas que las del controlador mediante linealización entrada salida. Como estas constantes de tiempo se eligieron iguales a $0,1\text{ s}$ para el flujo y de 1 s para la velocidad, teniendo en cuenta que, según (3.10), las constantes de tiempo en lazo cerrado del controlador de Lyapunov son iguales al inverso de sus ganancias, se tiene que:

$$k_1 = 10 \quad (3.51)$$

$$k_2 = 1 \quad (3.52)$$

Inicialmente se sitúa la referencia del cuadrado del módulo del flujo en $1,1\text{ Wb}^2$ y la referencia de la velocidad en $300\text{ rad}_{el}/\text{s}$ (1432 r.p.m.). El par de carga es proporcional a la velocidad con $0,001 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$ como constante de proporcionalidad. A los 7 segundos se invierte la referencia de velocidad provocando un cambio de giro en la máquina. A los 14 segundos se da un escalón de par haciendo que la constante de proporcionalidad sea $0,003 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$ en lugar de $0,001 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}_{el}/\text{s}}$. Por último en $t = 20\text{ s}$ se disminuye la referencia del cuadrado del módulo del flujo a la mitad.

En la Figura 3.1 se muestra la simulación del sistema en tiempo continuo. Como puede apreciarse, las salidas se estabilizan en sus valores de referencia en aproximadamente cinco constantes de tiempo, de acuerdo con el diseño propuesto para los controladores, estando perfectamente desacoplados el control de flujo del de velocidad.

Sin embargo, al igual que el controlador mediante linealización entrada-salida, el controlador de Lyapunov propuesto no puede implantarse de forma analógica. Además,

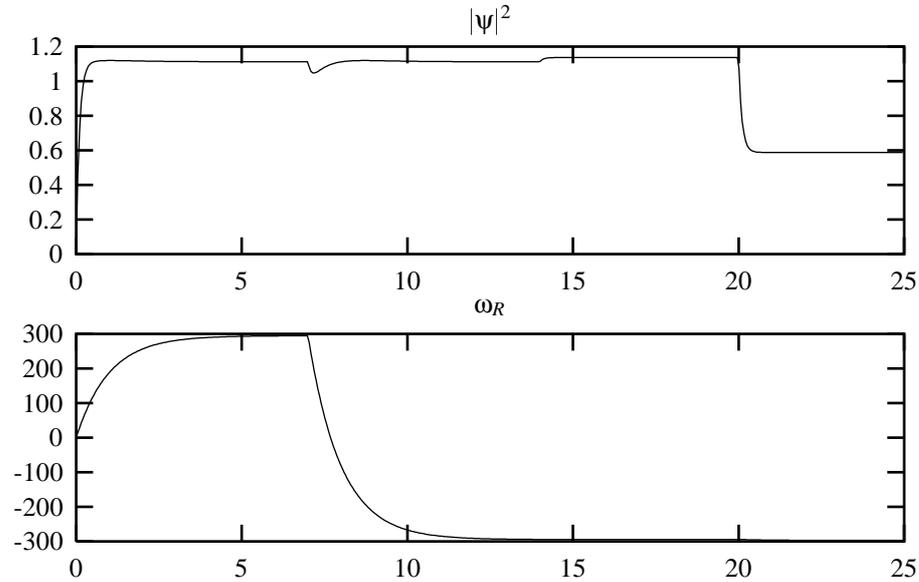


Figura 3.3: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de $0,1\text{ ms}$

al ser un controlador no-lineal, no es posible realizar una discretización exacta, con lo cual la implantación digital del controlador se reduce a añadir un retenedor de orden cero en su salida. Por lo tanto, el efecto del muestreo se traducirá en una perturbación del controlador que mermará sus prestaciones, tal como puede apreciarse en la figura 3.2, donde se muestra una simulación del controlador de Lyapunov cuando se implanta en tiempo discreto con periodo de muestreo de 1 ms . Como se puede observar existe un acoplamiento notable entre el controlador de flujo y el de velocidad y se produce un gran error de seguimiento de la velocidad en régimen permanente, igual a $45,6\text{ rad}_{el}/s$ (15,2%), aunque mucho menor que el producido por el controlador mediante linealización entrada-salida. Si se aumenta la frecuencia de muestreo a 10 kHz se obtiene el resultado mostrado en la figura 3.3, en el que el acoplamiento disminuye notablemente y el error de seguimiento de la velocidad en régimen permanente baja a $5,4\text{ rad}_{el}/s$ (1,8%).

Cabe destacar que en ambas simulaciones se ha supuesto conocido el par de carga en las ecuaciones del controlador (3.42). Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones prácticas dicho parámetro será desconocido. Según se ha expuesto en la sección 3.2.2, los errores en el modelado de los términos $L_f h_i(\vec{x})$ de la planta se traducen en errores de seguimiento, según la ecuación (3.19). En este caso, si se desprecia el par de carga en el controlador, es decir, si se supone que éste vale cero, se producirá un error de seguimiento de la velocidad en régimen permanente que vendrá dado por:

$$\tilde{y}_2 = \frac{-\Delta L_f h_2(\vec{x})}{k_2} = \frac{-\frac{P}{2J} m_l}{k_2} \quad (3.53)$$

En donde m_l es el par de carga aplicado a la máquina. Nótese que este error de seguimiento en régimen permanente es inversamente proporcional a la inercia J del accionamiento, por lo que será más notable en accionamientos de baja inercia, pudiendo ser despreciable

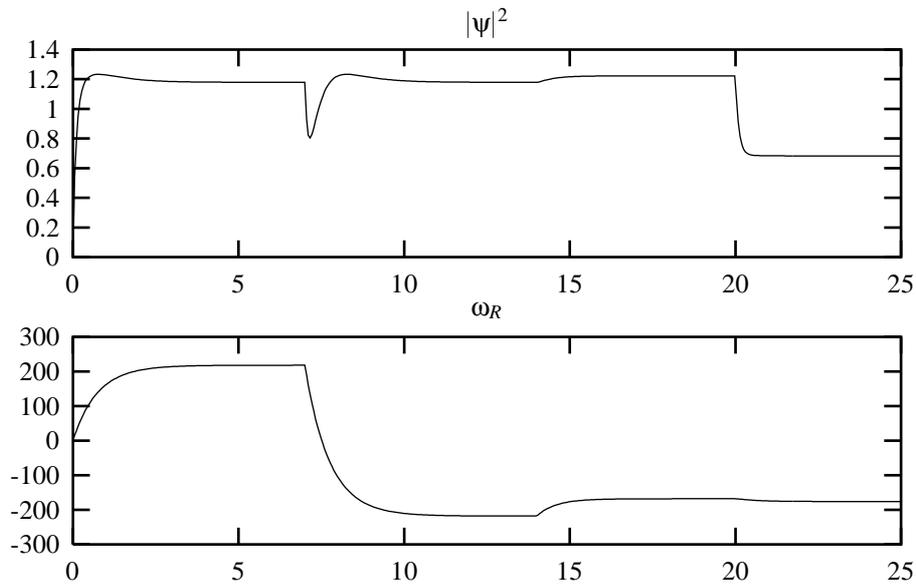


Figura 3.4: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov en tiempo discreto con periodo de muestreo de 1 ms suponiendo $m_l = 0$

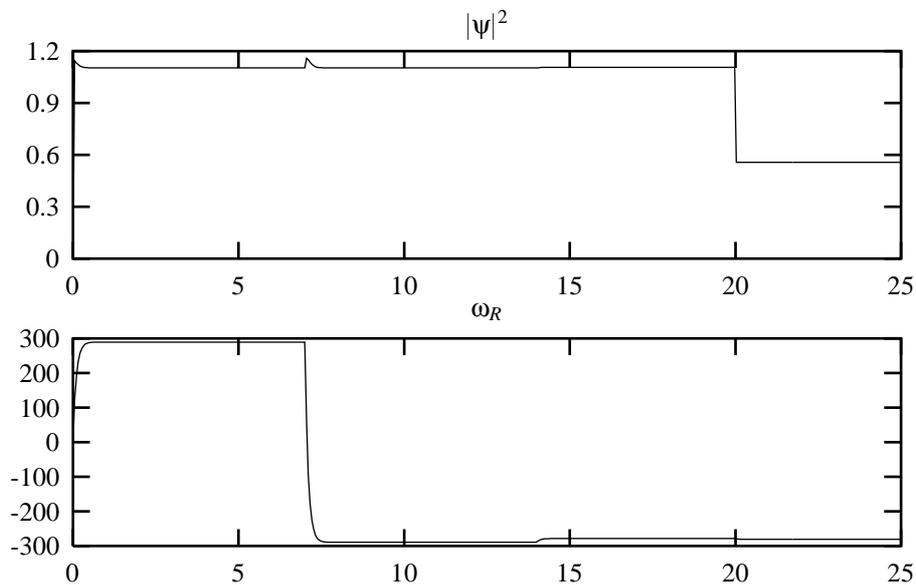


Figura 3.5: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov de alta ganancia implantado en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ suponiendo $m_l = 0$

en accionamientos con inercia grande.

En la figura 3.4 se muestra una simulación en las mismas condiciones que la mostrada en la figura 3.2 pero despreciando el par de carga en el controlador. Como se puede apre-

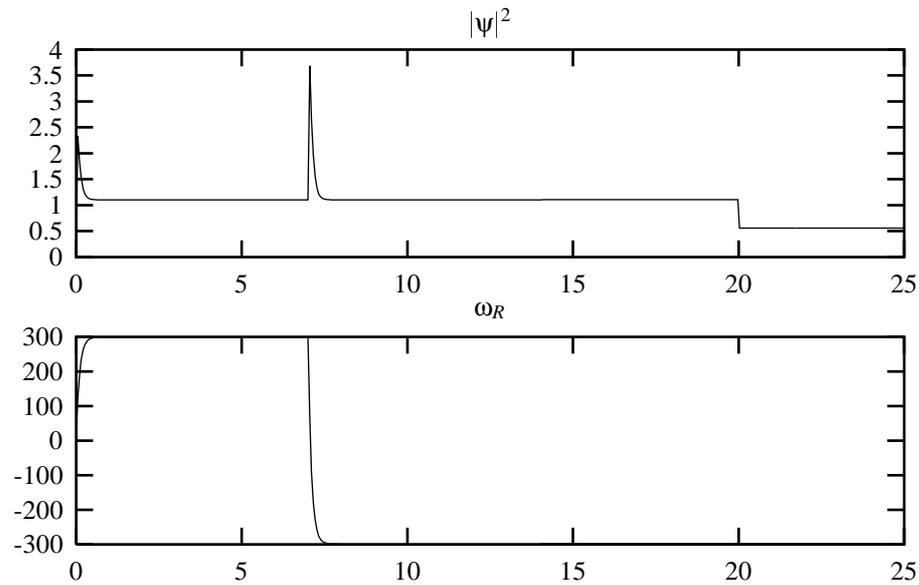


Figura 3.6: Evolución de las salidas del motor alimentado con un inversor fuente de corriente y con un controlador de Lyapunov de alta ganancia implantado en tiempo discreto con $T_s = 1\text{ ms}$ suponiendo $m_l = 0$. Accionamiento con $J = 0,1\text{ kg}\cdot\text{m}^2$

ciar el error en régimen permanente es ahora mayor que antes, siendo igual a $81,9\text{ rad}_{el}/\text{s}$ (27,3%) en $t = 7\text{ s}$. Dicho error está producido por los efectos del muestreo y por el error en el modelo. Según la ecuación (3.53), el error de seguimiento de la velocidad debido al error en el modelo es igual a $43,6\text{ rad}_{el}/\text{s}$ (14,5%) en $t = 7\text{ s}$. Dado que tanto el motor de inducción como el controlador son sistemas no lineales, no tiene sentido aplicar aquí el principio de superposición. Sin embargo, se puede observar que la ecuación (3.53) predice aproximadamente el incremento en el error de seguimiento producido al despreciarse el valor del par de carga en el controlador, ya que el incremento en el error de seguimiento entre la simulación realizada teniendo en cuenta el par de carga y la realizada al despreciar éste ha sido de $36,3\text{ rad}_{el}/\text{s}$. Conviene destacar que si se simula el sistema en tiempo continuo, el error de seguimiento producido concuerda con el predicho por la ecuación (3.53).

Para disminuir los errores en régimen permanente se pueden aumentar los valores de las ganancias de los controladores k_1 y k_2 , aunque ahora el sistema evolucionará mucho más rápidamente pudiendo ocasionar saturaciones en el mando. Así, si se eligen las ganancias:

$$k_1 = 500 \quad (3.54)$$

$$k_2 = 10 \quad (3.55)$$

Los errores de seguimiento del flujo y de la velocidad disminuirán 50 y 10 veces respectivamente con relación a la simulación anterior. Además los controladores serán ahora más rápidos, evolucionando el módulo del flujo según una constante de tiempo de 2 ms y la velocidad lo hará con 100 ms .

En la figura 3.5 puede apreciarse que aunque el acoplamiento entre el flujo y la ve-

	$m_l = 0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$	$m_l = 0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$
$J = 0,01 \text{ kgr} \cdot m^2$	$\omega_R = 289,5$	$\omega_R = 278,7$
	$\tilde{y}_2 = 10,5$	$\tilde{y}_2 = 21,3$
	$\tilde{y}_{2e} = 5,8$	$\tilde{y}_{2e} = 16,7$
	$\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = 4,7$	$\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = 4,6$
$J = 0,1 \text{ kgr} \cdot m^2$	$\omega_R = 298,9$	$\omega_R = 297,7$
	$\tilde{y}_2 = 1,08$	$\tilde{y}_2 = 2,27$
	$\tilde{y}_{2e} = 0,6$	$\tilde{y}_{2e} = 1,78$
	$\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = 0,48$	$\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = 0,48$

Cuadro 3.1: Error de seguimiento de la velocidad en función de la inercia y del par de carga.

locidad sigue siendo apreciable, los errores de seguimiento son ahora aceptables, aunque sigue existiendo una fuerte dependencia del par de carga en el controlador de velocidad. Si se realiza la misma simulación, pero con un accionamiento en el que la inercia es igual a $J = 0,1 \text{ kgr} \cdot m^2$, se obtienen los resultados mostrados en la figura 3.6, en la que se puede apreciar una disminución de los errores de seguimiento de la velocidad, aunque aumenta la perturbación del flujo durante los transitorios de velocidad.

En la tabla 3.1 se resumen los errores de seguimiento de la velocidad, calculados mediante simulación (\tilde{y}_2) y mediante la expresión (3.53) (\tilde{y}_{2e}), en función del par de carga (m_l) y de la inercia (J) del accionamiento. Nótese que la diferencia entre el error de seguimiento obtenido mediante simulación y el calculado con la expresión (3.53) es prácticamente independiente del par de carga. Esto justifica la utilidad de (3.53) para predecir el error de seguimiento debido a no tener en cuenta el valor del par de carga en las ecuaciones del controlador. Sin embargo, no conviene olvidar que este error de seguimiento es sólo una parte del error de seguimiento total, que es debido tanto al hecho de despreciar el par de carga como a los efectos del muestreo.

Simulación con un inversor fuente de tensión controlado por corriente.

Tal como se ha discutido en la sección 3.3.1, es mucho más ventajoso en la práctica el uso de un inversor fuente de tensión controlado por corriente frente a un inversor fuente de corriente. Sin embargo el uso de este tipo de inversores plantea una serie de problemas al existir siempre un cierto error entre la referencia de corriente y la corriente obtenida en la máquina. En este apartado se analiza mediante simulación el impacto de la velocidad de los controladores de corriente en el regulador de Lyapunov.

En las figuras 3.7–3.12 se muestran los resultados de simulación de la máquina de inducción de 250 W simulada en el apartado anterior pero modelada ahora según (3.24–3.26), alimentada mediante un inversor de tensión con el controlador de corriente (3.50) y usando el controlador de Lyapunov (3.42) con las ganancias $k_1 = 10$ y $k_2 = 1$. El transitorio realizado es el mismo que en el apartado anterior.

En la figura 3.7 se muestra la evolución de la corriente en eje d i_{Sd}^s y de su referencia i_{Sdr}^s cuando el controlador funciona en tiempo continuo con sus polos situados según una

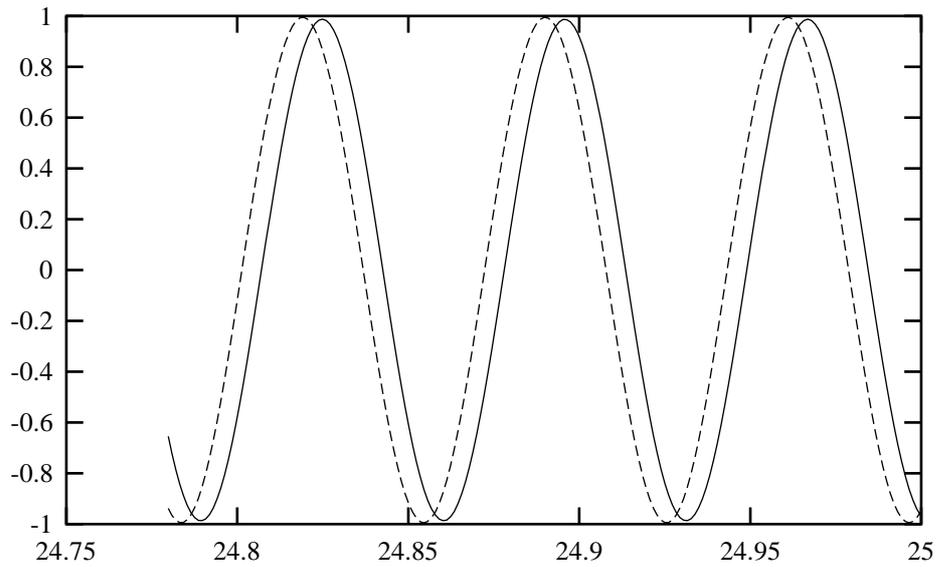


Figura 3.7: Respuesta del regulador de corriente en régimen permanente ($-i_{sd}^s$ -- i_{sdr}^s). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a 4 ms.

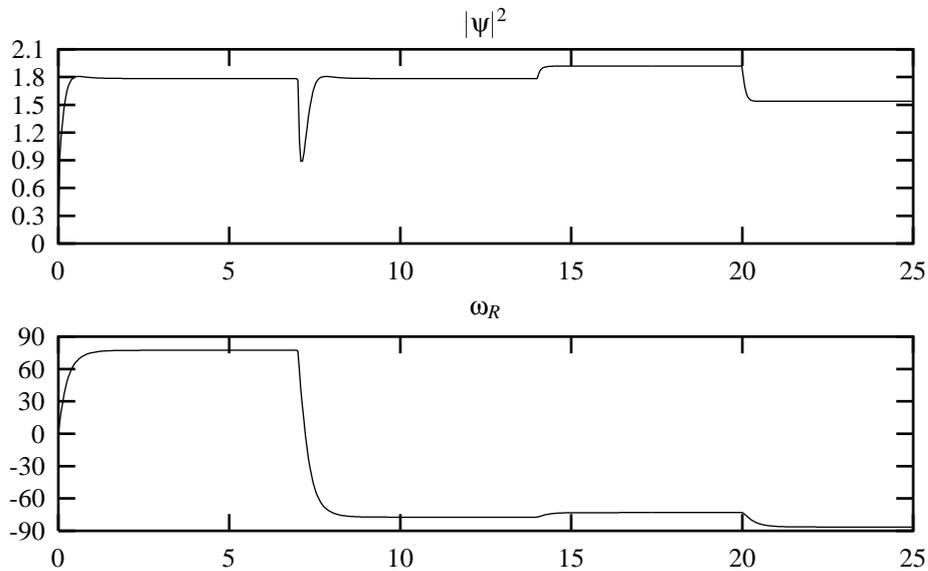


Figura 3.8: Evolución de las salidas. Controlador de corriente con 4ms de constante de tiempo en lazo cerrado

configuración de Butterworth² de forma que la respuesta sea la de un sistema de segundo orden con una pulsación natural no amortiguada de 250rad/s .³ Ahora bien, como se

²Amortiguamiento igual a $1/\sqrt{2}$

³Se ha elegido esta pulsación para que el mismo sistema de control funcione adecuadamente en una implantación en tiempo discreto con un inversor funcionando a una frecuencia de muestreo de 1kHz .

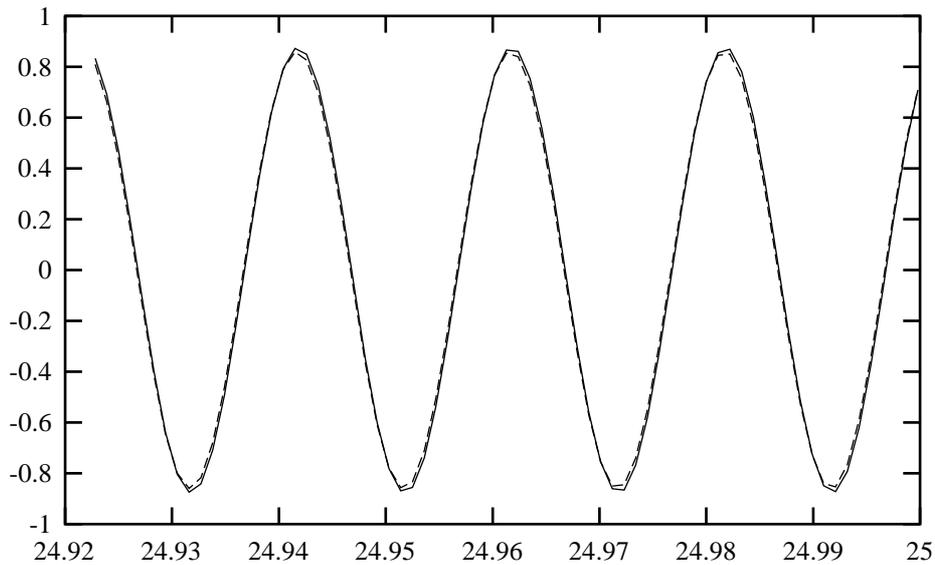


Figura 3.9: Respuesta del regulador de corriente en régimen permanente ($-i_{sd}^s - -i_{sd,r}^s$). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a 0,5 ms.

puede apreciar el controlador no sigue a la referencia, con lo que es de esperar que el sistema no se comporte adecuadamente, tal como se puede ver en la figura 3.8, en la que se muestra la evolución de las salidas del sistema y en las que se puede apreciar que aunque el sistema es estable, presenta un gran error de seguimiento en régimen permanente. En concreto, el error de seguimiento de la velocidad es de $222,7 \text{ rad}_{el}/s$ (74,2%).

Si se aumenta la velocidad del controlador de corriente colocando la pulsación natural no amortiguada en $2000 \text{ rad}/s$, el seguimiento de la referencia de corriente es bastante mejor, tal como se aprecia en la figura 3.9, con lo que mejora el comportamiento del controlador de Lyapunov, aunque, tal como se muestra en la figura 3.10 no lo bastante como para evitar un cierto acoplamiento entre el flujo de rotor y la velocidad y pequeños errores de seguimiento en régimen permanente. En concreto, el error de seguimiento de la velocidad es ahora de $9,1 \text{ rad}_{el}/s$ (3,03%). Conviene desatacar que la aplicación en tiempo discreto de este controlador exigiría una frecuencia de conmutación de al menos 6 kHz,⁴ la cual podría ser excesiva en una aplicación a motores de más potencia y exigirá una gran rapidez de cálculo al microprocesador.

Para disminuir los errores de seguimiento producidos por los errores del controlador de corriente se pueden aumentar las ganancias del controlador de Lyapunov. En las figuras 3.11 y 3.12 se muestran los resultados de simulación del sistema en el que se han elegido como ganancias del controlador de Lyapunov⁵ $k_1 = 300$ y $k_2 = 10$. Además tanto el

⁴Valores razonables de la relación entre las constantes de tiempo en lazo cerrado y el periodo de muestreo varían en el rango de 3 a 10 (Pagola, 1994). Mayores periodos de muestreo son problemáticos debidos a la naturaleza no ideal de los retenedores y muestreadores. Periodos menores no producen una mejora del comportamiento sino todo lo contrario, pues hacen al controlador más sensible frente a los errores de cálculo debidos a la precisión finita del microprocesador.

⁵En el apartado anterior se eligió $k_1 = 500$, obteniéndose resultados satisfactorios. Sin embargo la constante de tiempo del controlador de Lyapunov con esa ganancia es de 2 ms , mucho mayor que la constante de tiempo del regulador de velocidad, lo cual hace que el controlador sea inestable en este caso.

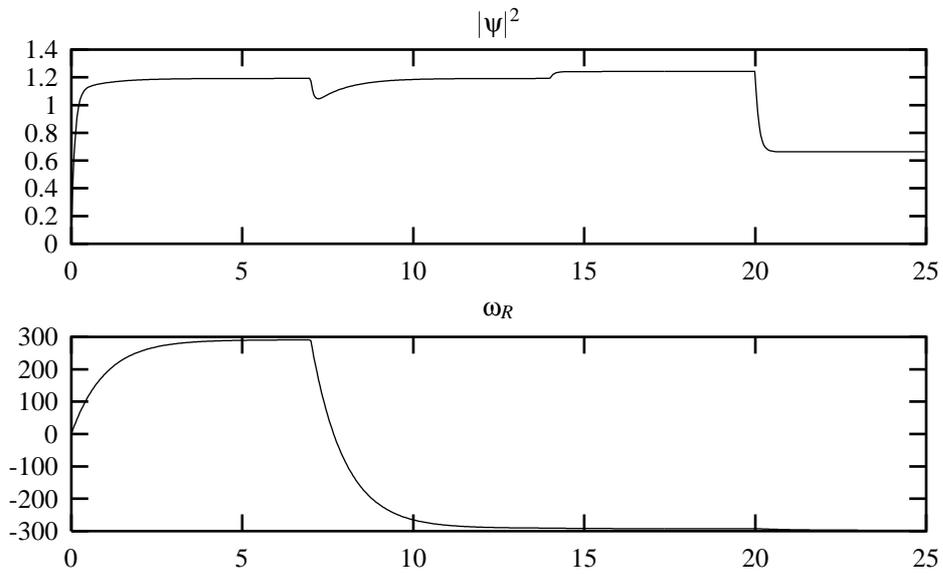


Figura 3.10: Evolución de las salidas. Controlador de corriente con $0,5\text{ ms}$ de constante de tiempo en lazo cerrado

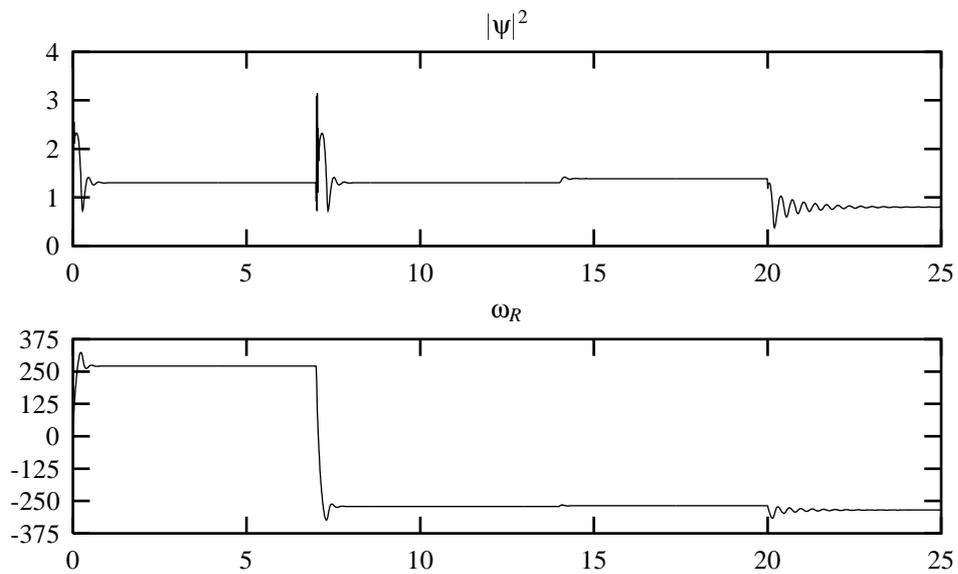


Figura 3.11: Evolución de las salidas con el controlador de Lyapunov de alta ganancia

controlador de Lyapunov como el regulador de corriente se han implantado digitalmente con una frecuencia de muestreo de 1 ms y se ha supuesto $m_l = 0$ en las ecuaciones del controlador de Lyapunov.

En la figura 3.11 se aprecia que si bien sigue existiendo un cierto acoplamiento entre el flujo y la velocidad, los errores de seguimiento son ahora mucho menores ($28,9\text{ rad}_{el}/s$ ($9,6\%$) para la velocidad), a pesar del error que se produce en el controlador de corriente, que se

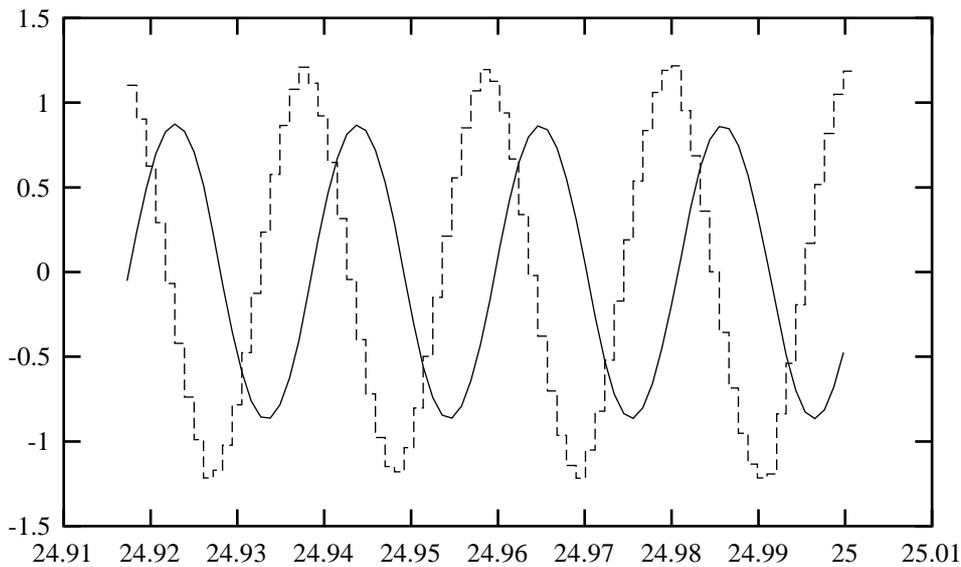


Figura 3.12: Respuesta del regulador de corriente digital en régimen permanente ($-i_{Sd}^s$ $-i_{Sdr}^s$). La constante de tiempo en lazo cerrado es igual a 4 ms y la frecuencia de muestreo es de 1 kHz.

puede ver en la figura 3.12, lo cual ilustra la robustez del controlador propuesto. Nótese sin embargo el acoplamiento intolerable entre el flujo y la velocidad en el cambio de sentido de giro de la máquina. Si se hubiese modelado la saturación del hierro en la máquina, los resultados de la figura 3.11 merecerían una mayor atención.

3.4. Control de Lyapunov de la máquina de inducción en ejes de flujo de rotor

En la sección 3.3 se ha mostrado que el control de Lyapunov implantado en ejes de estator presenta un acoplamiento notable entre el módulo del flujo y la velocidad cuando se emplea como actuador un inversor fuente de tensión controlado por corriente y dicho controlador de corriente no es lo suficientemente rápido. Esto es debido a que las corrientes del motor en un sistema de referencia fijo al estator pueden tener frecuencias de 50 Hz o más, lo cual obliga al uso de controladores de corriente lo suficientemente rápidos para seguir correctamente a las referencias. Por ejemplo en (Marino et al., 1996) se implanta un controlador de Lyapunov similar al desarrollado en la sección 3.3 con una frecuencia de muestreo del controlador de tan solo 2 kHz. Sin embargo, aunque no está clara cual es la frecuencia de muestreo de los controladores de corriente, el inversor tiene una frecuencia de conmutación de 15 kHz.

En esta sección se muestra que la implantación de los controladores en ejes de flujo de rotor es muy ventajosa ya que en este sistema de referencia las variables de estado son continuas o de variación lenta, con lo que la exigencia de velocidad a los controladores es mucho menor, pudiéndose implantar todo el sistema con una frecuencia de muestreo

de 1 kHz sin perder prestaciones (Briz del Blanco, 1995).

El modelo del motor de inducción en ejes de flujo de rotor se muestra en el apéndice A, y viene dado por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S & B \\ -\omega_S & A & -C\omega_R \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{Rq}^r &= 0 \\ \frac{d\omega_R}{dt} &= \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$m_e = G\Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (3.58)$$

En donde ω_S es la velocidad de giro de los ejes y viene dada por:

$$\omega_S = \omega_R + \frac{D i_{Sq}^r}{\Psi_{Rd}^r} \quad (3.59)$$

Si se definen como salidas del sistema el flujo en eje d (que coincidirá con su módulo) y la velocidad de giro del rotor:

$$\begin{aligned} y_1 &= \Psi_{Rd}^r \\ y_2 &= \omega_R \end{aligned}$$

Los errores de seguimiento vendrán dados por:

$$\tilde{y}_1 = y_1 - y_{1r} = \Psi_{Rd}^r - \Psi_{Rdr}^r \quad (3.60)$$

$$\tilde{y}_2 = y_2 - y_{2r} = \omega_R - \omega_{Rr} \quad (3.61)$$

y se puede establecer como candidata a función de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema en bucle cerrado:

$$V_l = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \tilde{y}_i^2 = \frac{1}{2} (\tilde{y}_1^2 + \tilde{y}_2^2) \quad (3.62)$$

El grado relativo de las salidas con respecto a las tensiones es de dos, tal como se muestra en la sección 2.4, pero respecto de las corrientes es de uno. Las derivadas de Lie de las salidas respecto a las corrientes son:

$$L_f h_1(\vec{x}) = E \Psi_{Rd}^r \quad (3.63)$$

$$L_{g_1} h_1(\vec{x}) = D \quad (3.64)$$

$$L_{g_2} h_1(\vec{x}) = 0 \quad (3.65)$$

$$L_f h_2(\vec{x}) = -\frac{P}{2J} m_l \quad (3.66)$$

$$L_{g_1} h_2(\vec{x}) = 0 \quad (3.67)$$

$$L_{g_2} h_2(\vec{x}) = \frac{P}{2J} G \Psi_{Rd}^r \quad (3.68)$$

La matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ será igual a:

$$\mathbf{E}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & \frac{P}{2J} G \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Y la ecuación del controlador, aplicando (3.14):

$$\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & 0 \\ 0 & \frac{2J}{PG\Psi_{Rd}^r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_1\tilde{y}_1 - E\Psi_{Rd}^r + \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r \\ -k_2\tilde{y}_2 + \frac{p}{2J}m_l + \frac{d}{dt}\omega_{Rr} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Que puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-k_1\tilde{y}_1 - E\Psi_{Rd}^r + \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r}{D} \\ \frac{(-k_2\tilde{y}_2 + \frac{d}{dt}\omega_{Rr})\frac{2J}{P} + m_l}{G\Psi_{Rd}^r} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Nótese que en la ecuación anterior interviene el par de carga m_l en el cálculo de la corriente i_{Sq}^r . Si $k_2\tilde{y}_2\frac{2J}{P}$ es mucho mayor que el par de carga, éste podrá despreciarse en dicha ecuación y por tanto no tendrá que ser medido ni estimado; pero para accionamientos de baja inercia, y con medida ruidosa de la velocidad que no permiten usar una k_2 demasiado elevada para no amplificar el ruido, el par de carga no podrá ser despreciado si no se quiere tener un error apreciable en régimen permanente.

3.4.1. Control del inversor en modo corriente en ejes de flujo

En la ecuación (3.71) se puede observar que las salidas del controlador de Lyapunov son las corrientes en ejes de rotor i_{Sd}^r e i_{Sq}^r . Es por tanto necesario alimentar al motor con un inversor fuente de corriente o con un inversor fuente de tensión controlado por corriente. Esta última alternativa presenta numerosas ventajas, tal como se ha discutido en la sección 3.3.1 y va a ser la única estudiada en esta sección.

La dinámica del estator de la máquina se obtiene de la ecuación (3.56):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S \\ -\omega_S & A \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{u}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ -C\omega_R \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\Psi_{Rd}^r}_p \quad (3.72)$$

Donde se puede apreciar que están acopladas ambas corrientes. Si se quiere controlar cada corriente por separado es necesario incluir una realimentación no lineal para conseguir desacoplar el sistema:

$$Fv_{Sd}^r = \omega_S i_{Sq}^r + Fu_{Sd}^r + B\Psi_{Rd}^r \Rightarrow u_{Sd}^r = v_{Sd}^r - \frac{\omega_S i_{Sq}^r + B\Psi_{Rd}^r}{F} \quad (3.73)$$

$$Fv_{Sq}^r = -\omega_S i_{Sd}^r + Fu_{Sq}^r - C\omega_R\Psi_{Rd}^r \Rightarrow u_{Sq}^r = v_{Sq}^r + \frac{\omega_S i_{Sd}^r + C\omega_R\Psi_{Rd}^r}{F} \quad (3.74)$$

Con lo que el sistema original (3.72) se transforma en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_{Sd}^r \\ v_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{v}} \quad (3.75)$$

Que como se puede apreciar forman dos sistemas una entrada - una salida totalmente desacoplados de la forma:

$$\frac{d}{dt} i_{Sx}^r = A i_{Sx}^r + F v_{Sx}^r \quad (3.76)$$

Si se aumenta el sistema para incluir una integración se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sx}^r \\ \int i_{Sx}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sx}^r \\ \int i_{Sx}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} v_{Sx}^r \quad (3.77)$$

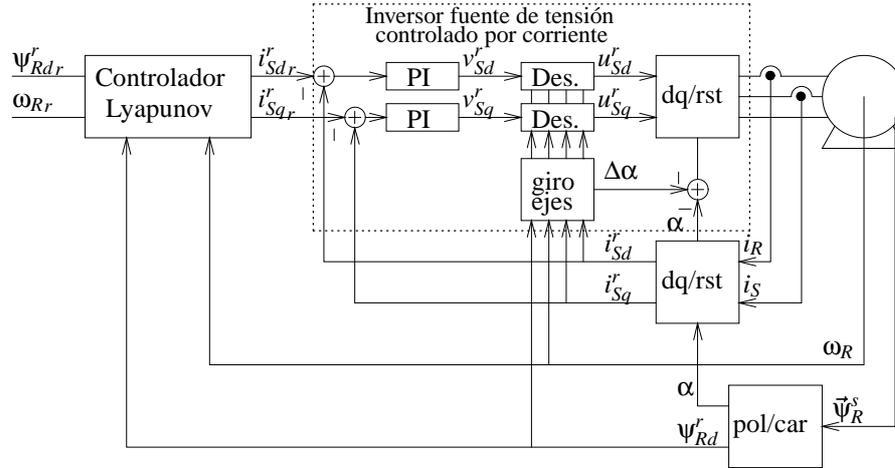


Figura 3.13: Diagrama de bloques del accionamiento

Siendo posible diseñar un controlador en variables de estado mediante asignación de polos para este sistema. La ecuación del controlador será entonces:

$$v_{Sx}^r = \begin{bmatrix} K_p & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sx}^r - i_{Sxr}^r \\ \int (i_{Sx}^r - i_{Sxr}^r) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

En donde i_{Sxr}^r es la referencia de corriente y K_p y K_I son las ganancias de la acción proporcional e integral respectivamente.

3.4.2. Detalles de implementación

En la figura 3.13 se muestra un diagrama de bloques del accionamiento que como puede observarse es similar al mostrado para el control mediante linealización entrada-salida en ejes de flujo de rotor (figura 2.8).

En primer lugar, en el bloque “pol/car”, se calcula el módulo y el ángulo del vector de flujo medido (o estimado) en ejes de estator según las ecuaciones:

$$\Psi_{Rd}^r = \sqrt{\Psi_{Rd}^s{}^2 + \Psi_{Rq}^s{}^2} \quad (3.79)$$

$$\alpha = \arctan \frac{\Psi_{Rq}^s}{\Psi_{Rd}^s} \quad (3.80)$$

El módulo coincide con la componente Ψ_{Rd}^r en ejes de flujo de rotor y su ángulo α es el ángulo formado entre los ejes de estator y los ejes de flujo de rotor.

En los bloques “dq/rst” se realizan las transformaciones de Park para convertir entre magnitudes trifásicas y vectores en ejes d-q de flujo de rotor. Para convertir las corrientes se usa el ángulo del flujo de rotor α , pero para convertir las tensiones obtenidas por el controlador a magnitudes trifásicas, es necesario tener en cuenta el giro de los ejes durante el periodo de muestreo en la implantación digital (García Cerrada, 1991). Para ello se suma al ángulo α el ángulo recorrido por los ejes de flujo de rotor en medio periodo de muestreo, el cual se obtiene en el bloque “giro ejes” mediante:

$$\Delta\alpha = \omega_s \frac{T_s}{2} \quad (3.81)$$

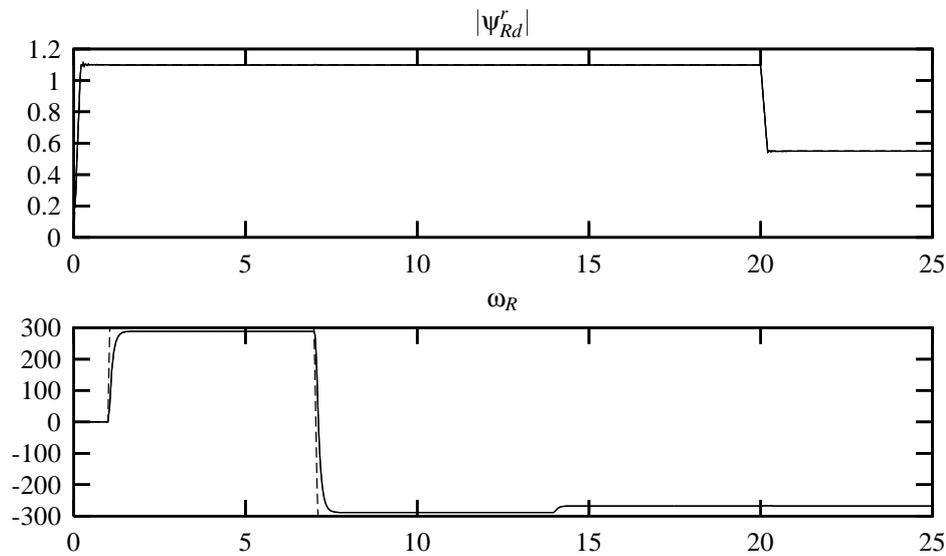


Figura 3.14: Evolución de las salidas con los controladores implantados en ejes de flujo de rotor (— salidas, - - referencias)

En donde ω_S es la velocidad de giro de los ejes de flujo de rotor, que viene dada por la ecuación (3.59).

En el bloque “Controlador Lyapunov” se implanta el controlador de Lyapunov definido por la ecuación (3.71), que a partir de las medidas de flujo y velocidad y de sus referencias calcula las corrientes de estator en ejes de flujo. Estas corrientes son las referencias de los controladores de corriente del inversor, los cuales constan de un control PI (ecuación 3.78) más las ecuaciones de desacoplo (3.73) y (3.74). Las salidas de los controladores de corriente son las tensiones en ejes de flujo de rotor, que después de convertirse a ejes de estator sirven de referencia para el inversor fuente de tensión.

Por último, conviene destacar que en la aplicación final tanto el controlador de Lyapunov como los reguladores PI se implantarán digitalmente en un microprocesador. Por tanto será necesario tener en cuenta que se produce un retraso adicional de un periodo de muestreo debido al tiempo de cálculo de microprocesador. En el apéndice E se muestran las modificaciones realizadas al controlador diseñado en la sección 3.4.1 para tener en cuenta este retraso.

3.4.3. Resultados de simulación

Para ilustrar el funcionamiento del controlador propuesto, comparándolo con el implantado en ejes de estator, se ha realizado una simulación del motor de 250 W, la cual se muestra en la figura 3.14. El motor se ha modelado en ejes de estator según (3.24–3.26) y se le ha aplicado el controlador de Lyapunov en ejes de flujo de rotor (3.71), teniendo en cuenta los detalles de implementación discutidos en el apartado 3.4.2. Las ganancias del controlador de Lyapunov son $k_1 = 500$ y $k_2 = 10$ y se ha despreciado el término m_l en las ecuaciones del controlador. El controlador de corriente se ha diseñado con una pulsación natural no amortiguada de 250 rad/s y un amortiguamiento de $1/\sqrt{2}$. Ambos reguladores se implantan en tiempo discreto con un periodo de muestreo de 1 ms. El transitorio usado

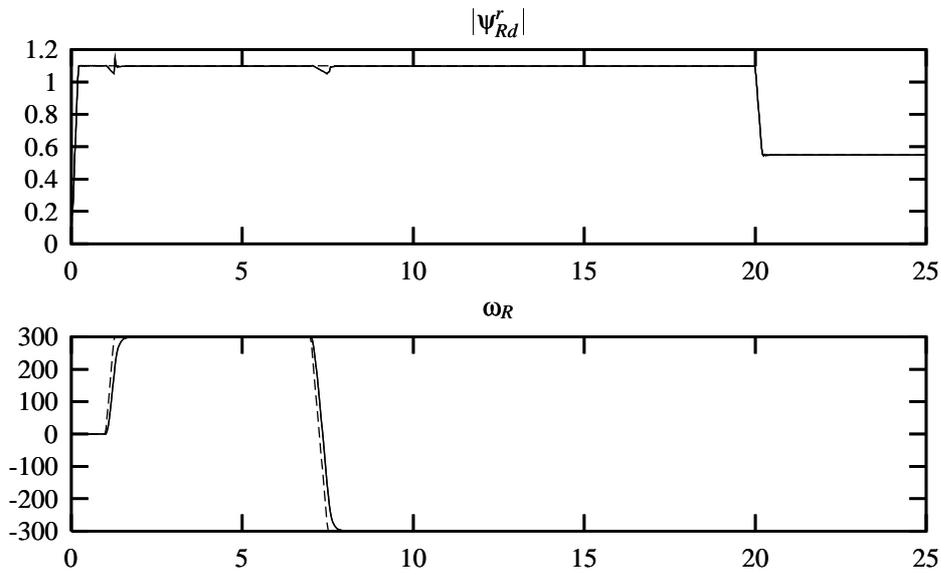


Figura 3.15: Evolución de las salidas del accionamiento con inercia elevada (– salidas, - - referencias)

para la simulación es el mismo que se ha utilizado para el controlador en ejes de estator salvo que inicialmente se establece el flujo de rotor antes de que la máquina comience a girar, pues de lo contrario la simulación no converge.

Tal como se puede apreciar en la figura 3.14, el acoplamiento entre el flujo de rotor y la velocidad es ahora despreciable frente al obtenido con el controlador en ejes de estator (figura 3.11). Además los errores de seguimiento también son mucho menores, aunque la dependencia con el par de carga es notable.

Según se ha mostrado en la sección 3.4, el error de seguimiento de la velocidad producido al desprestigiar el par de carga en las ecuaciones del controlador es inversamente proporcional a la inercia del accionamiento. Si se repite la simulación anterior para un accionamiento con una inercia 10 veces mayor ($J = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$), se obtienen los resultados mostrados en la figura 3.15, en donde se puede apreciar que los errores de seguimiento disminuyen a valores aceptables. Nótese que las referencias cambian ahora según rampas de pendiente limitada para evitar que se produzca un acoplamiento excesivo entre el flujo y la velocidad durante los transitorios que llegan a hacer inestable al controlador.

En la tabla 3.2 se muestran los errores de seguimiento de la velocidad, calculados mediante simulación (\tilde{y}_2) y mediante la expresión (3.53) (\tilde{y}_{2e}), en función del par de carga (ml) y de la inercia (J) del accionamiento. Si se comparan con los obtenidos mediante el controlador en ejes de estator, mostrados en la tabla 3.1, se puede concluir que en la implantación en ejes de flujo, el error de seguimiento producido es causado principalmente por el hecho de desprestigiar el par de carga en el controlador. Otros problemas no parecen ahora tan significativos como en la implantación en ejes de estator.

	$m_l = 0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$	$m_l = 0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$
$J = 0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$	$\omega_R = 294,3$ $\tilde{y}_2 = 5,71$ $\tilde{y}_{2e} = 5,89$ $\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = -0,18$	$\omega_R = 283,1$ $\tilde{y}_2 = 16,89$ $\tilde{y}_{2e} = 16,99$ $\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = -0,1$
$J = 0,1 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$	$\omega_R = 299,42$ $\tilde{y}_2 = 0,581$ $\tilde{y}_{2e} = 0,599$ $\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = -0,018$	$\omega_R = 298,22$ $\tilde{y}_2 = 1,781$ $\tilde{y}_{2e} = 1,789$ $\tilde{y}_2 - \tilde{y}_{2e} = -0,008$

Cuadro 3.2: Error de seguimiento de la velocidad en función de la inercia y del par de carga.

3.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una técnica de control no lineal basada en una función de Lyapunov que hace tender a cero los errores de seguimiento. Se ha implantado dicha técnica a un motor de inducción modelado en ejes de estator y en ejes de flujo de rotor, mostrándose que en este último caso se produce un menor acoplamiento entre el flujo de rotor y la velocidad y que los errores de seguimiento son aceptables. Sin embargo en una aplicación práctica en la que el par de carga es desconocido, el regulador presenta una gran dependencia frente a dicho par de carga cuando la inercia del accionamiento es baja, lo que hace que su comportamiento en este caso no sea del todo satisfactorio.

Para evitar la dependencia del controlador con respecto al par de carga, en (Marino et al., 1996) se estima dicho par de carga, demostrándose mediante una función de Lyapunov que el sistema es estable y experimentalmente que el error en régimen permanente es despreciable. En esta tesis, según se expone en el capítulo 4, se ha seguido una aproximación distinta, consistente en añadir a la función de Lyapunov una integral de los errores de seguimiento, con lo que se consigue un controlador robusto, no solo frente a variaciones del par de carga, sino también frente a variaciones en los demás parámetros de la máquina.

Capítulo 4

Control Lyapunov-Integral

4.1. Introducción

Según se ha mostrado en los capítulos 2 y 3, tanto el control mediante linealización entrada-salida como el control de Lyapunov son muy sensibles a errores en los parámetros de la máquina, a las perturbaciones en el par de carga y a los efectos del muestreo en sus implantaciones en tiempo discreto. En este capítulo se propone un método de control más robusto en el que, basándose en las ideas de control lineal, se ha añadido una integral de los errores de seguimiento a una función de Lyapunov. Por este motivo a este controlador se le llama aquí control Lyapunov-Integral. Ésta es una de las aportaciones principales de esta tesis y se mostrará en este capítulo como el comportamiento del controlador es satisfactorio, incluso cuando se implanta en tiempo discreto y no se conoce el par de carga del accionamiento.

En la sección 4.2 se presentan los fundamentos del controlador Lyapunov-Integral, analizándose la influencia de los errores de modelado en el controlador y diseñándose una estrategia de *anti-windup* para el término integral. A continuación, en la sección 4.3, se presenta la aplicación de un controlador Lyapunov-Integral a una máquina de inducción modelada en ejes de flujo de rotor, analizándose el efecto de las variaciones de la inercia y del par de carga sobre el controlador. Por último, se presentan unos resultados de simulación que permiten validar el comportamiento del controlador propuesto.

4.2. Fundamentos de control Lyapunov-Integral

Considérese un sistema de la forma:

$$\frac{d}{dt}\vec{x} = \mathbf{f}(\vec{x}) + \mathbf{G}(\vec{x})\vec{u} \quad (4.1)$$

$$\vec{y} = \mathbf{h}(\vec{x}) \quad (4.2)$$

en donde \vec{x} es el vector de estado ($n \times 1$), \vec{u} es el vector de entrada ($m \times 1$), \mathbf{f} y \mathbf{h} son dos campos vectoriales “suaves” de $R^n \rightarrow R^n$ y $R^n \rightarrow R^m$, respectivamente y \mathbf{G} es un vector fila ($1 \times m$) de campos vectoriales “suaves” de $R^n \rightarrow R^n$. Se definen los errores de seguimiento como:

$$\vec{y} = \vec{y} - \vec{y}_r \quad (4.3)$$

donde \bar{y}_r es la referencia del vector de salida. Para garantizar que los errores de seguimiento tienden a cero, incluso cuando existen errores en los parámetros, se puede establecer como candidata a función de Lyapunov:

$$V_t = \frac{1}{2} \sum_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt \right)^2 \quad (4.4)$$

que es una función semidefinida positiva de los errores de seguimiento \tilde{y}_i y de sus integrales $\int \tilde{y}_i$, ya que $V_t = 0$ si:

$$\tilde{y}_i = 0 \text{ y } \int \tilde{y}_i = 0 \quad (4.5)$$

y también si:

$$\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt = 0 \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) se cumple cuando los errores de seguimiento siguen las trayectorias:

$$\tilde{y}_i = c_i \cdot e^{-I_i t} \quad (4.7)$$

en donde c_i es una constante de integración.

La derivada de V_t en (4.4) es:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} \tilde{y}_i + I_i \tilde{y}_i \right) \quad (4.8)$$

Si es posible diseñar un controlador que haga que las derivadas de los errores de seguimiento valgan:

$$\frac{d}{dt} \tilde{y}_i = -k_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt \right) - I_i \tilde{y}_i \quad (4.9)$$

La derivada de V_t vendrá dada por:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i -k_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt \right)^2 \quad (4.10)$$

Que es una función semidefinida negativa.

A la vista de estos resultados no es posible aplicar el teorema de estabilidad de Lyapunov ya que V_t es una función semidefinida positiva. Sin embargo se ha mostrado que el conjunto \mathcal{E} en el cual V_t y su derivada es cero consiste en el origen (4.5) y las trayectorias $\tilde{y}_i = c_i \cdot e^{-I_i t}$. Este conjunto es un conjunto invariante, con lo que aplicando el principio de invarianza de La Salle (Khalil, 1996) se puede concluir que cualquier solución del sistema (4.1-4.3) convergerá al conjunto \mathcal{E} . Además, dado que todas las trayectorias del conjunto \mathcal{E} tienden a cero cuando $t \rightarrow \infty$, el sistema en lazo cerrado tendrá un punto de equilibrio asintóticamente estable en $\tilde{y}_i = 0$.

Al igual que en el controlador de Lyapunov, la derivada de las salidas se puede expresar como (Slotine y Li, 1991):

$$\frac{d}{dt} y_i = L_f h_i(x) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} h_i(x) u_j \quad (4.11)$$

en donde $L_f h(\vec{x})$ es la derivada de Lie de la función $h(\vec{x})$ con respecto al campo vectorial $\mathbf{f}(\vec{x})$.

Si el grado relativo de todas las salidas es uno, para cada salida y_i al menos uno de los términos $L_{g_j} h_i(x)$ será distinto de cero y la entrada u_j aparecerá en la derivada de dicha

salida y_i . En esta situación será posible diseñar un controlador que fuerce la entrada \vec{u} de forma que se verifique (4.9) para cada una de las salidas. En este caso la dinámica de los errores de seguimiento del sistema en bucle cerrado vendrá dada por (4.9), que es una ecuación diferencial de segundo orden cuya solución es:

$$\tilde{y}_i = c_{1i} e^{-I_i t} + c_{2i} e^{-k_i t} \quad (4.12)$$

Pudiéndose demostrar que si en $t = 0$ tanto las salidas del sistema como las integrales de los errores de seguimiento valen cero, las constantes de integración c_{1i} y c_{2i} vienen dadas por:

$$c_{1i} = -c_{2i} \frac{I_i}{k_i} \quad c_{2i} = -y_{ri} \frac{k_i}{k_i - I_i} \quad (4.13)$$

4.2.1. Ecuaciones del controlador

A partir de (4.11), la derivada de las salidas se puede escribir en forma vectorial como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_f h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\vec{x}) \vec{u} \quad (4.14)$$

En donde los elementos de la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ de $(m \times m)$ se pueden deducir fácilmente a partir de (4.11).

La ecuación (4.9) se puede escribir en forma vectorial como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 - y_{1r} \\ \vdots \\ y_m - y_{mr} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_1 (\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) + I_1 \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ k_m (\tilde{y}_m + I_m \int \tilde{y}_m dt) + I_m \tilde{y}_m \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

teniendo en cuenta (4.14), la ecuación (4.15) se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} L_f h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ L_f h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\vec{x}) \vec{u} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_{1r} \\ \vdots \\ y_{mr} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_1 (\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) + I_1 \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ k_m (\tilde{y}_m + I_m \int \tilde{y}_m dt) + I_m \tilde{y}_m \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Si la matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ no es singular en el dominio de interés, la ecuación del controlador Lyapunov-Integral vendrá dada por:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -k_1 (\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) - I_1 \tilde{y}_1 - L_f h_1(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{1r} \\ \vdots \\ -k_m (\tilde{y}_m + I_m \int \tilde{y}_m dt) - I_m \tilde{y}_m - L_f h_m(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{mr} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

4.2.2. Influencia de los errores de modelado en el controlador Lyapunov-Integral

Las prestaciones del controlador empeorarán si el modelo de la planta no es correcto. Si existen errores en el modelado del valor de $L_f h_i(\vec{x})$, de forma que el valor del modelo es igual a:

$$\underbrace{L_f h_i(\vec{x})}_{\text{Valor real}} + \underbrace{\Delta L_f h_i(\vec{x})}_{\text{Error}} \quad (4.18)$$

la ecuación del controlador (4.17) vendrá dada ahora por:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) - I_1 \tilde{y}_1 - L_{\mathbf{f}} h_1(\vec{x}) - \Delta L_{\mathbf{f}} h_1(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{1r} \\ \vdots \\ -k_m(\tilde{y}_m + I_m \int \tilde{y}_m dt) - I_m \tilde{y}_m - L_{\mathbf{f}} h_m(\vec{x}) - \Delta L_{\mathbf{f}} h_m(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{mr} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

En esta situación, la aplicación del controlador (4.19) al sistema, no dará lugar a la dinámica en bucle cerrado expresada por la ecuación (4.9). Sustituyendo (4.19) en (4.14), la dinámica de los errores de seguimiento del sistema sometido a errores de modelado se puede expresar como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) - I_1 \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ -k_m(\tilde{y}_m + I_m \int \tilde{y}_m dt) - I_m \tilde{y}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta L_{\mathbf{f}} h_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ -\Delta L_{\mathbf{f}} h_m(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Los puntos de equilibrio de este sistema en lazo cerrado son aquellos en los que los errores de seguimiento y sus derivadas valen cero, de forma que las integrales permanezcan constantes. Por tanto:

$$\begin{bmatrix} \int \tilde{y}_1 dt \\ \vdots \\ \int \tilde{y}_m dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\Delta L_{\mathbf{f}} h_1(\vec{x})}{k_1 I_1} \\ \vdots \\ \frac{-\Delta L_{\mathbf{f}} h_m(\vec{x})}{k_m I_m} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Para estudiar la estabilidad del sistema cuando existen errores en el modelado, se puede definir como candidata a función de Lyapunov la función:

$$V_t = \frac{1}{2} \sum_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt + \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right)^2 \quad (4.22)$$

que es una función semidefinida positiva, ya que es igual a cero si $\tilde{y}_i = 0$ mientras se cumple (4.21) y también cuando \tilde{y}_i sigue las trayectorias:

$$\tilde{y}_i = c_i \cdot e^{-I_i t} + e^{-I_i t} \cdot \int - \left(\frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right) e^{-I_i t} dt \quad (4.23)$$

La derivada de V_t en (4.22) es:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt + \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} \tilde{y}_i + I_i \tilde{y}_i + \frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right) \quad (4.24)$$

que teniendo en cuenta (4.20) se puede transformar en:

$$\frac{d}{dt} V_t = \sum_i -k_i \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt + \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right)^2 + \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt + \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \right) \cdot \frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} \quad (4.25)$$

Si $\frac{d}{dt} \frac{\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i} = 0$, la derivada de V_t será semidefinida negativa, pudiéndose aplicar entonces el principio de invarianza de La Salle para establecer que el punto de equilibrio:

$$\tilde{y}_i = 0 \text{ y } \int \tilde{y}_i dt = \frac{-\Delta L_{\mathbf{f}} h_i(\vec{x})}{k_i I_i} \quad (4.26)$$

es estable. Sin embargo, la estabilidad del sistema no se puede garantizar mediante la función (4.22) en un caso general.

Aunque este resultado es muy débil, será aplicable al estudio de la estabilidad del controlador Lyapunov-Integral aplicado a un motor de inducción cuando existen errores en el modelado del par de carga.

4.2.3. Control Lyapunov-Integral bajo saturación de la salida

Todos los sistemas de control aplicados en la práctica están sometidos a restricciones. Por ejemplo, en el caso de un motor de inducción tanto la tensión como la corriente que puede generar el inversor está limitada. Así pues, si se tiene en cuenta la limitación del actuador, cada una de las entradas al sistema será:

$$\hat{u}_i = \begin{cases} u_{imin} & \text{si } u_i < u_{imin} \\ u_i & \text{si } u_{imin} < u_i < u_{imax} \\ u_{imax} & \text{si } u_i > u_{imax} \end{cases} \quad (4.27)$$

Si alguna de las salidas del controlador desarrollado (4.17) se saturase, el error de seguimiento \tilde{y}_i no podría ser cero. Esto haría que la integral del controlador (4.17) acumulara el error, haciendo que la salida del controlador aumentase aún más. La saturación no desaparecería hasta que el error de seguimiento \tilde{y}_i se volviese negativo y permaneciese en esta situación durante un periodo de tiempo suficientemente largo para conseguir que el valor de la integral disminuyese. El resultado de este fenómeno, cuando se produce en un regulador PID lineal de una entrada y una salida (SISO), es una degradación en las prestaciones del controlador, que se manifiesta como un gran sobrepaso inicial, seguido de una oscilación amortiguada, aunque en algunos casos este fenómeno puede dar lugar a la inestabilidad del sistema (Åström y Hägglund, 1995).

En un sistema con varias entradas y varias salidas (MIMO), la saturación de una componente del vector de entradas puede obligar a saturar en la misma medida las demás componentes del vector de forma que se disminuya su módulo sin alterar su ángulo.¹ En este caso la saturación se manifiesta como un acoplamiento entre los lazos de control, que puede degradar en gran medida el comportamiento del sistema.

Por tanto es necesario incluir en el controlador un sistema para manejar eficientemente la saturación del actuador, evitando que el valor de la integral aumente demasiado cuando se produzca una saturación (*anti-windup*). En la literatura se proponen distintos métodos para evitar el aumento de la integral (Åström y Hägglund, 1995) aunque todos se pueden reducir a una misma estructura generalizada, tal como se demuestra en (Kothare et al., 1994). El más simple de todos los métodos es la integración condicional, que consiste simplemente en dejar de integrar cuando se detecta una saturación en el actuador. La principal ventaja, aparte de la simplicidad de implementación, es que no se añade ninguna dinámica adicional al sistema, por lo que no puede dar lugar a inestabilidades. Sin embargo en sistemas MIMO este procedimiento no evita el acoplamiento entre los lazos de control, ya que en los periodos de saturación la diferencia entre la salida ideal del actuador y la salida real puede ser muy elevada, lo que hace que la reducción del módulo del vector de salidas (y por tanto de todas sus componentes) sea significativa, produciéndose un acoplamiento entre los distintos lazos de control.

Para evitar que la diferencia entre la salida del controlador y la del actuador sea elevada se ha usado en este trabajo un método basado en el denominado *back-calculation and tracking* (Åström y Hägglund, 1995), conocido también como *anti-reset windup* (Campo y Morari, 1990). Estos métodos consisten en añadir a la integral del regulador PID lineal un término adicional que realimenta la diferencia entre la salida ideal del actuador u_i y

¹Este es el caso en la saturación de la tensión de salida del inversor en un controlador orientado al campo, en el que es necesario limitar el módulo del vector espacial de tensión, pero sin variar su ángulo para no perder la orientación al campo.

su salida real teniendo en cuenta la saturación \hat{u}_i . En el controlador desarrollado en este trabajo se ha añadido un término similar al propuesto en (Åström y Hägglund, 1995) a la integral del controlador (4.17), transformándose éste en:

$$\vec{u} = \mathbf{E}(\vec{x})^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -k_1 \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \{ \tilde{y}_1 + k_{aw1} (u_1 - \hat{u}_1) \} dt \right) - I_1 \tilde{y}_1 - L_1 h_1(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{1r} \\ \vdots \\ -k_m \left(\tilde{y}_m + I_m \int \{ \tilde{y}_m + k_{awm} (u_m - \hat{u}_m) \} dt \right) - I_m \tilde{y}_m - L_m h_m(\vec{x}) + \frac{d}{dt} y_{mr} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Como se puede apreciar cuando el actuador no está saturado, el controlador se reduce al propuesto en (4.17). Sin embargo cuando se produce la saturación del actuador, el sistema evolucionará en lazo abierto y los términos de las integrales vendrán dados por:

$$\tilde{y}_i + k_{awi} (u_i - \hat{u}_i) \quad (4.29)$$

Por tanto cuando se alcance el régimen permanente se cumplirá que:

$$u_i = \hat{u}_i - \frac{\tilde{y}_i}{k_{awi}} \quad (4.30)$$

Eligiendo un valor elevado para las ganancias de *anti-windup* k_{awi} , la diferencia entre la salida del controlador u_i y la salida del actuador \hat{u}_i será pequeña, con lo que en el caso de tener un actuador vectorial la saturación de una componente del vector no influirá apreciablemente en las demás componentes, al no ser necesario reducir en gran medida el módulo del vector de entrada al actuador.

4.3. Control Lyapunov-Integral de la máquina de inducción en ejes de flujo de rotor

En el capítulo 3 se ha mostrado que la aplicación de los controladores en ejes de flujo rotor es ventajosa con respecto a su implantación en ejes de estator, ya que en ejes de flujo de rotor las variables de estado varían lentamente, lo que impone una menor exigencia de velocidad a los controladores. Por tanto en esta sección sólo se va a discutir la aplicación del controlador Lyapunov-Integral en ejes de flujo de rotor.

4.3.1. Modelo del motor de inducción en ejes de rotor

Un modelo del motor de inducción expresado en ejes de flujo de rotor y tomando las corrientes de estator, el flujo de rotor y la velocidad mecánica (expresada en radianes

eléctricos por segundo) como variables de estado se muestra en el apéndice A:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S & B \\ -\omega_S & A & -C\omega_R \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{Rq}^r &= 0 \\ \frac{d\omega_R}{dt} &= \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$m_e = G\Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (4.33)$$

En donde ω_S es la velocidad de giro de los ejes y viene dada por:

$$\omega_S = \omega_R + \frac{D i_{Sq}^r}{\Psi_{Rd}^r} \quad (4.34)$$

4.3.2. Ecuaciones del controlador

Se definen como salidas del sistema el flujo en eje d (que coincidirá con su módulo) y la velocidad de giro del rotor:

$$\begin{aligned} y_1 &= \Psi_{Rd}^r \\ y_2 &= \omega_R \end{aligned}$$

Si se consideran como entradas al sistema las tensiones de estator \vec{u}_S^r , se puede demostrar que el grado relativo de las salidas \vec{y} con respecto a dichas entradas es mayor que uno, con lo que no se puede aplicar el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en la sección 4.2. Sin embargo si se usa un inversor fuente de corriente (o un inversor fuente de tensión controlado por corriente), las entradas al sistema serán ahora las corrientes de estator \vec{i}_S^r , resultando en un grado relativo de las salidas \vec{y} con respecto a las nuevas entradas de uno. Las derivadas de Lie en este caso son:

$$L_{\mathbf{f}} h_1(\vec{x}) = E\Psi_{Rd}^r \quad (4.35)$$

$$L_{\mathbf{g}_1} h_1(\vec{x}) = D \quad (4.36)$$

$$L_{\mathbf{g}_2} h_1(\vec{x}) = 0 \quad (4.37)$$

$$L_{\mathbf{f}} h_2(\vec{x}) = -\frac{P}{2J}m_l \quad (4.38)$$

$$L_{\mathbf{g}_1} h_2(\vec{x}) = 0 \quad (4.39)$$

$$L_{\mathbf{g}_2} h_2(\vec{x}) = \frac{P}{2J}G\Psi_{Rd}^r \quad (4.40)$$

La matriz $\mathbf{E}(\vec{x})$ vendrá dada por:

$$\mathbf{E}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & \frac{P}{2J}G\Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Y las ecuaciones del controlador, teniendo en cuenta (4.17):

$$\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & 0 \\ 0 & \frac{2J}{PG\Psi_{Rd}^r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -k_1(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt) - I_1 \tilde{y}_1 - E\Psi_{Rd}^r + \frac{d}{dt}\Psi_{Rd}^r \\ -k_2(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt) - I_2 \tilde{y}_2 + \frac{P}{2J}m_l + \frac{d}{dt}\omega_{Rr} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Nótese que la aplicación del controlador (4.42) requiere el conocimiento de las variables de estado de la máquina así como algunos de sus parámetros y las perturbaciones a las que está sometido el accionamiento. De las variables de estado de la máquina, las corrientes de estator pueden medirse, pero el flujo de rotor ha de ser estimado, tal como se muestra en el Capítulo 6. En cuanto a los parámetros de la máquina merece especial atención la resistencia de rotor, cuyo valor puede variar durante la operación del accionamiento. En la literatura existen una gran cantidad de trabajos acerca de la estimación del valor de la resistencia, aunque según algunos autores (Tzou, 1996), su estimación no es necesaria en motores de pequeña potencia (en el rango de un C.V.). En este trabajo la resistencia de rotor se estimará *on-line*, según se describe en la Sección 6.3.

4.3.3. Efecto de las perturbaciones de la carga sobre el controlador

Como se puede apreciar en la ecuación del controlador (4.42), es necesario conocer el valor de la inercia del accionamiento y el par de carga. El valor de la inercia no es necesario conocerlo con gran precisión salvo que sea necesario garantizar la respuesta dinámica del accionamiento, ya que un error en el valor de la inercia sólo modifica la dinámica del error de seguimiento de la velocidad, pero no afecta a la estabilidad del sistema.

Si se supone que la inercia del modelo usado para diseñar el controlador es J_{mod} y se sustituye la ecuación del controlador de i_{sq}^r (4.42) en el modelo de la máquina (4.32) y (4.33), se obtiene la ecuación dinámica del error de seguimiento de la velocidad:

$$\frac{J}{J_{mod}} \frac{d^2}{dt^2} \tilde{y}_2 + (k_2 + I_2) \frac{d}{dt} \tilde{y}_2 + k_2 I_2 \tilde{y}_2 = 0 \quad (4.43)$$

que es una ecuación diferencial lineal de segundo orden cuya solución viene dada por:

$$\tilde{y}_i = c_1 e^{P_1 t} + c_2 e^{P_2 t} \quad (4.44)$$

donde:

$$P_1 = \frac{-a(k_2 + I_2) + \sqrt{a^2(k_2 + I_2)^2 - 4ak_2I_2}}{2} \quad (4.45)$$

$$P_2 = \frac{-a(k_2 + I_2) - \sqrt{a^2(k_2 + I_2)^2 - 4ak_2I_2}}{2} \quad (4.46)$$

siendo $a = \frac{J_{mod}}{J}$. Como se puede apreciar, la parte real de P_1 y P_2 es menor que cero para todos los valores posibles² de a , siempre y cuando k_2 e I_2 se elijan mayores que cero. Por tanto, la estabilidad del sistema en presencia de errores en el modelado de la inercia está garantizada.

Se puede demostrar que si en $t = 0$ tanto las salidas del sistema como las integrales de los errores de seguimiento valen cero y en dicho instante se somete al sistema a un escalón en la referencia de velocidad, las constantes de integración c_1 y c_2 vienen dadas por:

$$c_1 = -c_2 \frac{P_1}{P_2} \quad c_2 = -\omega_{Rf} \frac{P_2}{P_2 - P_1} \quad (4.47)$$

² a será siempre mayor que cero salvo que se elija $J_{mod} = 0$.

Par de carga

El par de carga (m_l) se puede considerar como una perturbación del sistema y, tal como se muestra a continuación, puede ser ignorado (i.e. $m_l = 0$). En esta situación se producirá un error en el modelado de $L_f h_2(\vec{x})$ de forma que:

$$\Delta L_f h_2(\vec{x}) = \frac{P}{2J} m_l \quad (4.48)$$

La estabilidad del controlador en esta situación ha sido brevemente discutida en la Sección 4.2.2. Pueden analizarse dos situaciones muy comunes en la práctica:

- **Par de carga constante:** en este caso, la derivada de $\Delta L_f h_2(\vec{x})$ valdrá cero y entonces, tal como se ha demostrado en la sección 4.2.2, el sistema será estable.
- **Par de carga proporcional a la velocidad:** En este caso el par de carga vendrá dado por:

$$m_l = B_1 \omega_R \quad (4.49)$$

En donde B_1 es el coeficiente de rozamiento viscoso del accionamiento. La derivada de $\Delta L_f h_2(\vec{x})$ será:

$$\frac{d}{dt} \Delta L_f h_2(\vec{x}) = \frac{P}{2J} B_1 \frac{d}{dt} \omega_R \quad (4.50)$$

Por tanto, la función de Lyapunov mostrada en (4.22) no puede garantizar la estabilidad del sistema en esta situación. Sin embargo, la dinámica del error de velocidad en este caso se puede expresar, teniendo en cuenta (4.20), (4.48) y (4.49), como:

$$\frac{d}{dt} \tilde{y}_2 = -k_2 \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) - I_2 \tilde{y}_2 - \frac{P}{2J} B_1 (\tilde{y}_2 + \omega_{Rr}) \quad (4.51)$$

Si la velocidad de referencia ω_{Rr} es constante, esta ecuación se puede transformar en:

$$\frac{d^2}{dt^2} \tilde{y}_2 + \left(k_2 + I_2 + \frac{P}{2J} B_1 \right) \frac{d}{dt} \tilde{y}_2 + k_2 I_2 \tilde{y}_2 = 0 \quad (4.52)$$

que es una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Las soluciones de su polinomio característico son:

$$p = \frac{-(k_2 + I_2 + \frac{P}{2J} B_1) \pm \sqrt{(k_2 - I_2)^2 + \left(\frac{P B_1}{2J} \right)^2 + 2(k_2 + I_2) \frac{P B_1}{2J}}}{2} \quad (4.53)$$

De donde se deduce que $\tilde{y}_2 = 0$ es un punto de equilibrio estable de (4.52) siempre que k_2 e I_2 se elijan mayores que cero.

Nótese también que si $k_2 + I_2 \gg \frac{P}{2J} B_1$ la respuesta dinámica del sistema será aproximadamente igual a la que tendría el sistema si se conociese exactamente el par de carga.³

4.4. Resultados de simulación

Para evaluar las prestaciones del controlador se presentan a continuación una serie de simulaciones realizadas con el del motor de 250 W cuyos parámetros se muestran en

³Compárese para ello la ecuación (4.52) con (4.43) cuando $J_{mod} = J$

el Apéndice B. En primer lugar se muestra una simulación en tiempo continuo usando un inversor fuente de corriente con saturación en la salida, con el objetivo de mostrar las prestaciones del esquema *anti-windup* desarrollado en la Sección 4.2.3.

En segundo lugar, con el objetivo de comparar las prestaciones del controlador propuesto en este capítulo con el controlador de Lyapunov presentado en el capítulo 3, se muestran los resultados de simulación del sistema cuando el controlador se implementa en tiempo discreto usando un inversor fuente de tensión controlado por corriente. El controlador de corriente del inversor es el mismo que se ha usado para el controlador de Lyapunov (sección 3.4.1) y la implantación es idéntica a la realizada para el controlador de Lyapunov, la cual se ha mostrado en la sección 3.4.2.

Por último se evalúa la respuesta dinámica del sistema cuando se somete a un escalón de pequeña señal⁴ en la referencia de la velocidad. Se comparan las respuestas obtenidas en simulación con respecto a las predichas teóricamente en la Sección 4.3.3.

4.4.1. Simulación en tiempo continuo con inversor fuente de corriente

En la figura 4.1 se muestra la evolución de las salidas del sistema cuando se usa el controlador propuesto en (4.17) incluyendo la compensación propuesta en (4.28) para evitar el incremento de las integrales cuando se produce una saturación en el actuador. La salida del inversor se ha limitado según la ecuación:

$$\hat{i}_{Sd} = \begin{cases} \frac{i_{Sd}}{|\vec{i}_S|} \cdot |\vec{i}_{Smax}| & \text{si } |\vec{i}_S| > |\vec{i}_{Smax}| \\ i_{Sd} & \text{si } |\vec{i}_S| \leq |\vec{i}_{Smax}| \end{cases} \quad (4.54)$$

$$\hat{i}_{Sq} = \begin{cases} \frac{i_{Sq}}{|\vec{i}_S|} \cdot |\vec{i}_{Smax}| & \text{si } |\vec{i}_S| > |\vec{i}_{Smax}| \\ i_{Sq} & \text{si } |\vec{i}_S| \leq |\vec{i}_{Smax}| \end{cases} \quad (4.55)$$

Siendo el valor de $|\vec{i}_{Smax}|$ de 2 A. Como se puede apreciar, cuando se produzca una saturación se reducirá el módulo del vector hasta su valor máximo, pero dado que se reducen en la misma proporción las dos componentes del vector, no se modificará su ángulo.

Las ganancias del controlador elegidas son: $k_1 = 500$, $I_1 = 4$, $k_2 = 100$ e $I_2 = 40$ y las ganancias de *anti-windup* se han elegido $k_{aw1} = 0,05$ y $k_{aw2} = 500$.

Como se puede apreciar en la figura 4.1, el comportamiento del controlador bajo saturación es satisfactorio. Durante el transitorio de velocidad se produce una saturación en el bucle de velocidad que no perturba de manera apreciable el control de flujo. Sin embargo la saturación ocasionada por el incremento del módulo del flujo en $t = 15$ s si provoca una caída de la velocidad debido a que la saturación de la corriente en el eje de flujo provoca una disminución de la corriente de par, que hace que baje la velocidad de la máquina al no poder dar el par necesario.

⁴Para evitar que se produzca saturación en las salidas.

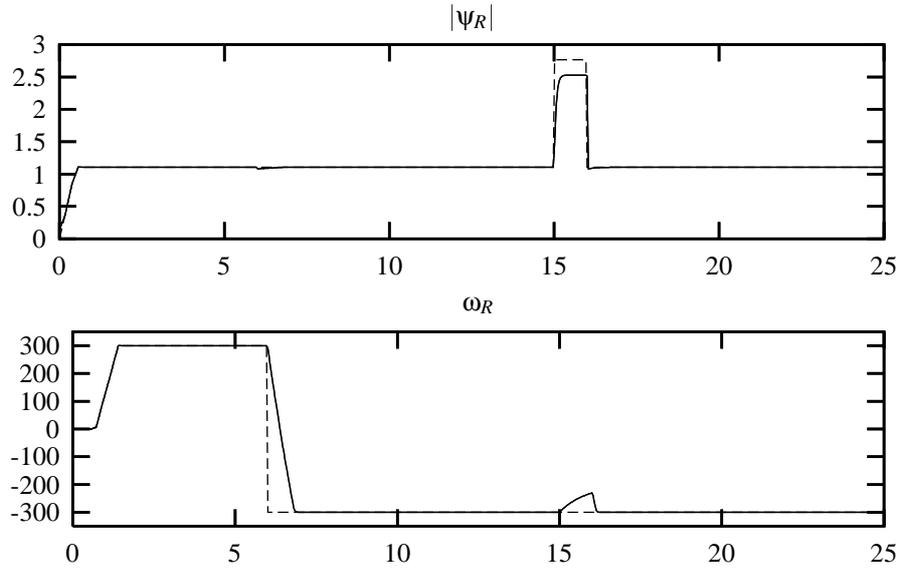


Figura 4.1: Evolución de las salidas (–) y sus referencias (- -) con *anti-windup*. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

4.4.2. Simulación en tiempo discreto con inversor fuente de tensión controlado por corriente

Con el objeto de comparar las prestaciones del controlador Lyapunov-Integral con respecto al controlador de Lyapunov presentado en el capítulo 3, se ha realizado una simulación usando un accionamiento de baja inercia con el motor de 250 W (apéndice B). Los controladores se han implantado sin tener en cuenta la saturación del actuador para evitar que las saturaciones en los transitorios enmascaren las prestaciones del controlador y desvirtúen la comparación con el controlador de Lyapunov. En el capítulo 8 se mostrarán los resultados obtenidos cuando se tiene en cuenta la saturación en el inversor. Las ganancias de los controladores Lyapunov-Integral se han elegido: $k_1 = 250$, $I_1 = 4$, $k_2 = 50$ e $I_2 = 8$. Los controladores de corriente se han diseñado mediante asignación de polos de forma que su respuesta en lazo cerrado sea la de un sistema de segundo orden con una pulsación natural no amortiguada de $250 rad/s$ y $1/\sqrt{2}$ de amortiguamiento. Todos los controladores se han implantado en tiempo discreto con un periodo de muestreo⁵ de $T_s = 1 ms$

La evolución de las salidas del accionamiento con el controlador Lyapunov-Integral se muestra en la Figura 4.2 y en el detalle de la figura 4.3. Desde $t = 0 s$ hasta $t = 0,5 s$ se aumenta el flujo de rotor hasta su valor nominal (1,1 Wb) mientras se mantiene la velocidad a cero para evitar problemas de arranque en los controladores. Desde $t = 0,7 s$ hasta $t = 1,4 s$ el motor se acelera hasta su velocidad nominal. A continuación se realizan

⁵Según se ha comentado en la sección 3.3.2, los valores razonables de la relación entre las constantes de tiempo en lazo cerrado y el periodo de muestreo sugeridas en la literatura varían entre un mínimo admisible de 3 y un máximo de 10 (Pagola, 1994). En este trabajo, dado que la complejidad del controlador es notable y que los inversores de potencia no pueden trabajar a elevadas frecuencias, se ha considerado conveniente trabajar con periodos de muestreo grandes. Por ello se eligió un valor de 4 para la relación entre la constante de tiempo en lazo cerrado más baja y el periodo de muestreo.

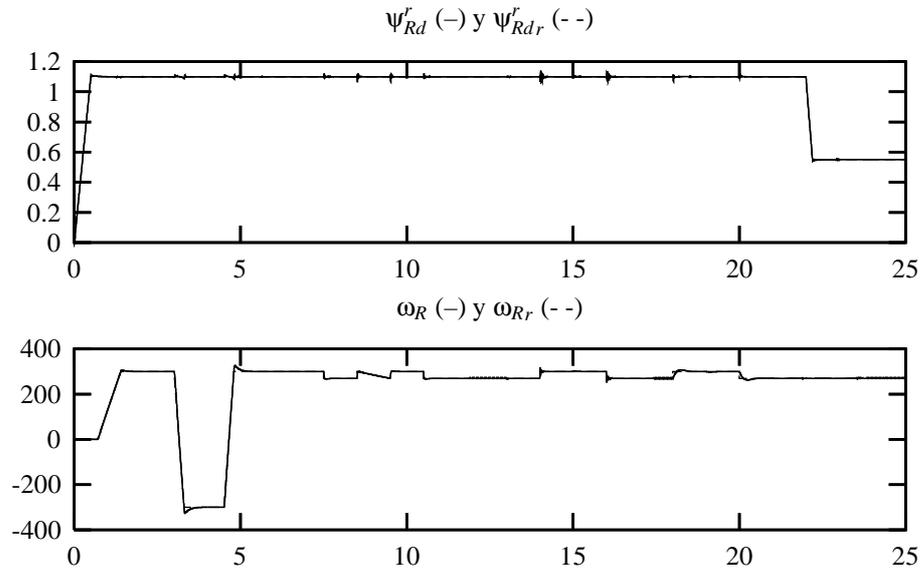


Figura 4.2: Evolución de las salidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

varios cambios de sentido de giro, seguidos de pequeños cambios en la referencia de la velocidad, pudiéndose apreciar en la Figura 4.2 que estos transitorios de velocidad no provocan un efecto apreciable en el control del flujo. Además los errores de seguimiento en régimen permanente tanto para el flujo como para la velocidad son iguales a cero. Para evaluar los efectos de los cambios de los parámetros de la carga, en $t = 12$ s se divide la inercia del accionamiento por 5 y en $t = 17$ s se hace igual a 5 veces su valor nominal. Además, en $t = 13$ s el par de carga se incrementa desde $0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$ hasta $0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$, en $t = 15$ s se decrementa a $0,0001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$ y en $t = 19$ s se vuelve a incrementar a $0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \cdot \omega_R$. La variación de estos parámetros se muestra en la figura 4.3, junto con un detalle de la evolución de la velocidad. Como se puede apreciar, el sistema es muy robusto frente a los cambios en los parámetros de la carga, pues los efectos de dichos cambios no afectan apreciablemente el comportamiento del sistema. Los únicos efectos apreciables son en primer lugar una mayor perturbación en el flujo durante los transitorios de velocidad cuando el accionamiento tiene una inercia baja, tal como se puede observar comparando en la figura 4.2 la respuesta del sistema en el transitorio producido en $t = 10,5$ s con la obtenida entre $t = 12$ s y $t = 17$ s. El segundo efecto de la variación de los parámetros de la carga, apreciable también en el detalle de la figura 4.3, es una respuesta transitoria distinta de la nominal según los valores reales del par de carga y de la inercia. Para terminar la simulación, con el fin de ilustrar el desacople existente entre el control de flujo y el de velocidad, en $t = 22$ s el flujo de rotor se ha decrementado a la mitad de su valor nominal, pudiéndose observar que el efecto sobre el control de la velocidad es inapreciable.

Si se comparan estos resultados con los obtenidos con el controlador de Lyapunov (Figura 3.14) se aprecia que la mejora obtenida con el controlador propuesto es sustancial.

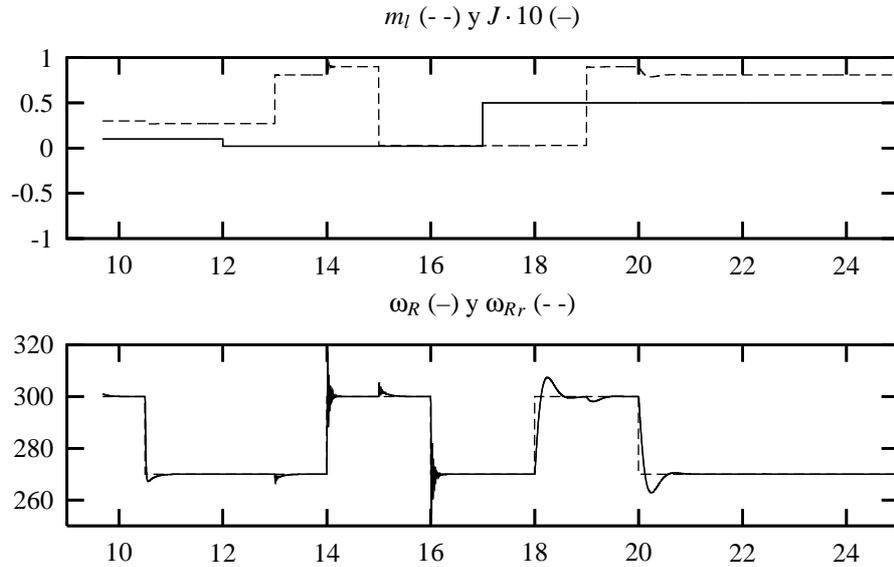


Figura 4.3: Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

4.4.3. Respuesta dinámica frente a un escalón en la referencia de velocidad

Se han realizado una serie de simulaciones para verificar la respuesta dinámica del sistema discutida en la Sección 4.3.3. Los resultados obtenidos se han comparado con la respuesta teórica dada por la ecuación (4.44), en la que se incluye el error de modelado en la inercia del sistema. En todas las simulaciones las ganancias de los controladores de Lyapunov han sido: $k_1 = 500$, $I_1 = 4$, $k_2 = 100$ e $I_2 = 40$.

En primer lugar se ha realizado una simulación usando un inversor fuente de corriente con un controlador implantado en tiempo discreto con un periodo de muestreo $T_s = 1$ ms. Como se puede apreciar en la Figura 4.4.a, la respuesta del sistema prácticamente coincide con la ecuación (4.44), mostrada también en dicha figura. En la Figura 4.4.b se muestra una simulación similar a la anterior, salvo que la inercia del modelo usado en el controlador es 5 veces mayor que la del accionamiento. Como se puede apreciar la respuesta del sistema es más rápida que en el caso anterior, pero el resultado se sigue aproximando al predicho por la ecuación (4.44). En la Figura 4.4.c se muestra una simulación sin error en el modelado de la inercia, pero utilizando el inversor fuente de tensión controlado por corriente implantado en la Sección 4.4.2. Dicho inversor está implementado con un periodo de muestreo de $T_s = 1$ ms y como regulador de corriente se ha implantado un PI con una pulsación natural no amortiguada de 250 rad/s y un factor de amortiguamiento de $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Como se puede observar se produce una oscilación amortiguada que es debida a la interacción entre el controlador de Lyapunov y el controlador de corriente, ya que las constantes de tiempo de ambos controladores no están lo suficientemente separadas. Si se aumenta la velocidad del regulador de corriente, resultando en una pulsación natural no amortiguada de 500 rad/s , para lo que es necesario disminuir el periodo

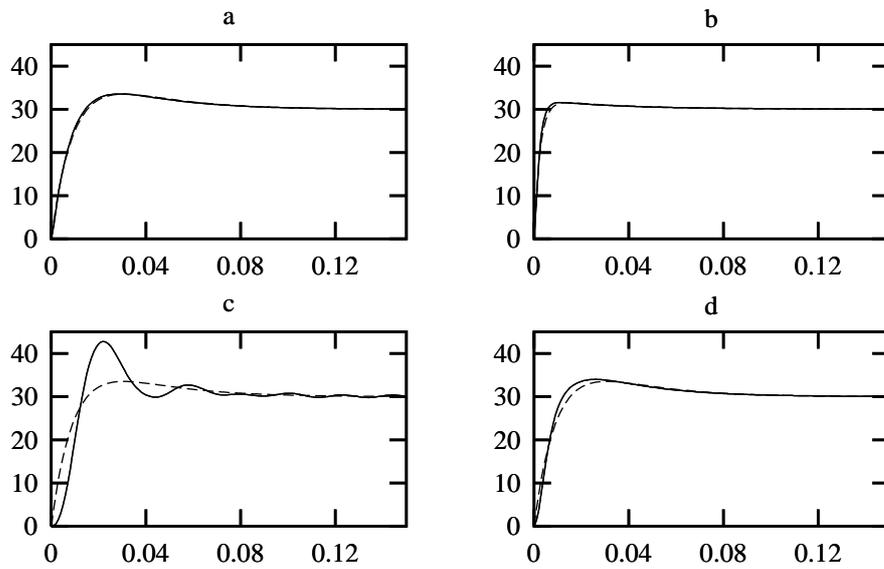


Figura 4.4: Respuesta a un escalón en la referencia de velocidad. (—) respuesta real, (- -) respuesta teórica. (a) Accionamiento con un inversor fuente de corriente. (b) ídem. (a) pero con error en el modelado de la inercia. (c) Accionamiento con un inversor fuente de tensión. (d) ídem. (c) pero con controlador implantado con $T_s = 0,5$ ms. Eje x en seg. Eje y en rad_{el}/s .

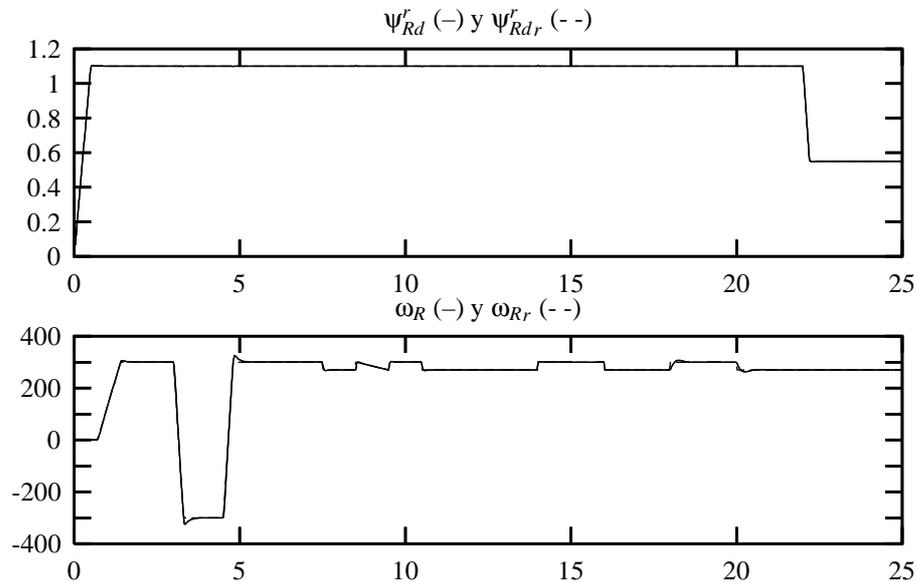


Figura 4.5: Evolución de las salidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

de muestreo hasta $T_s = 0,5$ ms, se obtiene el resultado mostrado en la Figura 4.4.d, en la que se puede apreciar que la respuesta dinámica del sistema se aproxima ahora mucho más a la respuesta teórica.

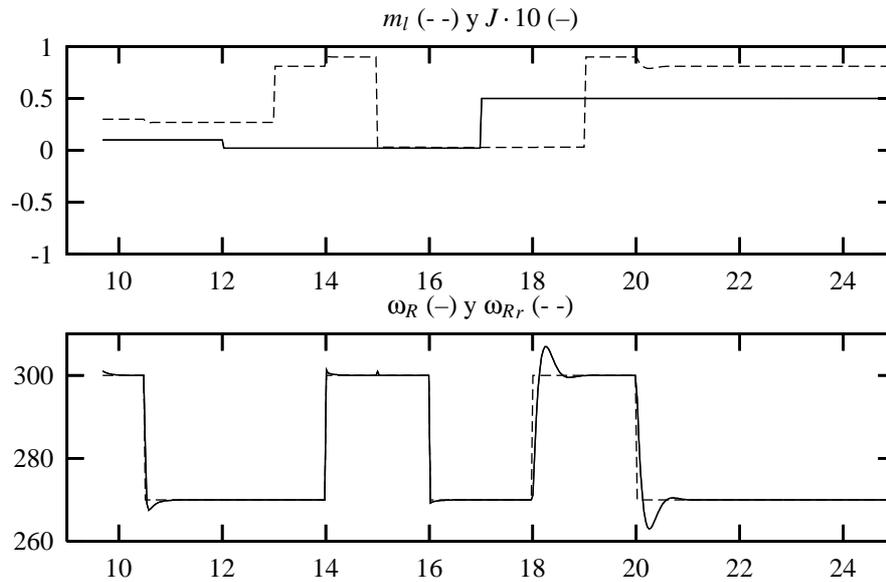


Figura 4.6: Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

Conviene destacar que el aumento de la velocidad en los controladores de corriente junto con la disminución del periodo de muestreo también acarrea un mejor desacoplo entre el flujo de rotor y la velocidad. En la Figura 4.5 se muestran los resultados de una simulación realizada en las mismas condiciones que la mostrada en la Figura 4.2, salvo que el regulador de corriente tiene ahora una pulsación natural no amortiguada de 500 rad/s y el periodo de muestreo es igual a $T_s = 0,5 \text{ ms}$. Como se puede apreciar ambos bucles de control están totalmente desacoplados, lo cual se traduce en una mejor respuesta dinámica, especialmente en la zona de $t = 12 \text{ s}$ a $t = 15 \text{ s}$ en la que la inercia del accionamiento es baja, tal como se puede apreciar en el detalle de la Figura 4.6.

4.5. Conclusiones

En este capítulo se ha introducido una mejora al controlador de Lyapunov discutido en el Capítulo 3 que permite eliminar los errores de seguimiento en régimen permanente cuando se desconocen los parámetros de la carga. Esta mejora es una aportación original de la tesis y ha consistido, basándose en las ideas de control lineal, en la introducción de la integral de los errores de seguimiento en la función de Lyapunov. Se ha demostrado que el sistema es estable en presencia de errores en el modelado del sistema y se ha discutido el comportamiento del controlador en presencia de saturaciones en el actuador, proponiéndose un mecanismo para evitar que las integrales crezcan demasiado en esta situación y provoquen un mal comportamiento del sistema.

El controlador propuesto se ha aplicado a un motor de inducción y se ha demostrado que dicho controlador es estable en presencia de errores en el modelado de la inercia del accionamiento y en presencia de perturbaciones en el par de carga, analizándose la

respuesta dinámica del accionamiento en ambos casos.

Por último las prestaciones del controlador se han mostrado mediante simulación, obteniéndose una notable mejora con respecto a los resultados obtenidos con el controlador de Lyapunov propuesto en el Capítulo 3. En particular se obtiene error de seguimiento nulo en régimen permanente, un control desacoplado entre el flujo y la velocidad y una buena robustez frente a los cambios en los parámetros de la carga.

Capítulo 5

Control vectorial directo

5.1. Introducción

Existen dos soluciones tradicionales para controlar un motor de inducción con orientación al campo: el control vectorial indirecto y el control vectorial directo. El primero, discutido en el apéndice F, tiene la ventaja de ser muy fácil de implantar. Sin embargo, el hecho de ser un control en bucle abierto hace que sus prestaciones dinámicas no sean óptimas. En cambio, el controlador vectorial directo, aunque más complejo de implantar porque necesita una medida del flujo, presenta un buen comportamiento dinámico. Aquí se demuestra que dicho comportamiento dinámico es similar al ofrecido por el controlador Lyapunov-Integral.

El control vectorial directo se basa en el modelo del motor en ejes de flujo de rotor presentado en el apéndice A. A través de un cambio de variable no lineal, las ecuaciones de estado de la máquina, que originalmente son no lineales y dependientes del tiempo, se transforman en lineales e independientes del tiempo. El sistema lineal resultante se controla utilizando técnicas de control lineal clásico (García Cerrada, 1991). Esta técnica es en realidad una linealización entrada-estado, pero realizada de una manera *ad-hoc*, en lugar de sistemáticamente como se ha presentado en el capítulo 2. Según se mostrará en este capítulo, el comportamiento del controlador vectorial directo es totalmente satisfactorio, todo lo contrario al obtenido con el controlador mediante linealización entrada-salida sistemático, el cual fue propuesto con posterioridad. Cabe preguntarse por tanto cuál es la diferencia entre ambos controladores, pues en principio ambos usan la misma técnica de linealización mediante una realimentación no lineal. La diferencia estriba en que en el controlador vectorial directo sólo se incluyen en las ecuaciones de linealización los términos no lineales y dependientes del tiempo de las ecuaciones de estado de las variables eléctricas de la máquina, considerándose la velocidad mecánica como un parámetro. De hecho la ecuación del par, según se verá más adelante, es una relación no lineal entre el flujo y la corriente de par de la máquina, por lo que para realizar un control desacoplado del par y del flujo, es necesario mantener este último constante (Marino et al., 1993). Por el contrario, la linealización exacta sistemática realiza una transformación no lineal del sistema completo reduciéndolo a un sistema lineal en forma normal (Isidori, 1995), es decir, incluye tanto los términos lineales como los no lineales en las ecuaciones de transformación, resultando como sistema lineal equivalente una cadena de integradores.

Este hecho hace que las ecuaciones de la transformación no lineal para linealizar exactamente el sistema sean mucho más complejas que las utilizadas en el control vectorial directo. Esta complejidad hace que si en la implantación en tiempo discreto no se tienen en cuenta los efectos del muestreo en dichas ecuaciones no lineales, el error cometido al mantenerlas constantes durante todo el periodo de muestreo es mucho mayor en el caso de la linealización sistemática que en la *ad-hoc* del controlador vectorial, dando lugar a un peor comportamiento del sistema.

En este capítulo, aparte de repasar la estrategia de diseño del control vectorial directo, se pretende comparar sus prestaciones con las del controlador Lyapunov-Integral presentado en el capítulo 4. En la sección 5.2 se muestra el diseño del controlador. Para poder comparar sus prestaciones con las del controlador Lyapunov-Integral, el controlador vectorial directo se ha implantado usando un inversor fuente de tensión controlado en corriente. En la sección 5.3 se muestran los resultados de simulación del controlador propuesto. Con el fin de compararlo con el controlador Lyapunov-Integral, tanto las constantes de tiempo del controlador como los transitorios de las referencias se han elegido iguales a los usados en la simulación del controlador Lyapunov-Integral. Por último, en la sección 5.4 se muestran las similitudes y las diferencias entre el controlador vectorial directo y el Lyapunov-Integral.

5.2. Diseño del controlador

Si se observa el modelo del motor en ejes d-q de flujo de rotor desarrollado en la sección A.2.3:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S & B \\ -\omega_S & A & -C\omega_R \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (5.1)$$

$$\Psi_{Rq}^r = 0$$

$$\frac{d}{dt} \omega_R = \frac{P}{2J} (m_e - m_l) \quad (5.2)$$

$$m_e = G \Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (5.3)$$

se puede apreciar que existe un acoplamiento entre la corriente en eje q y el flujo de rotor. Además el modelo depende de la velocidad del rotor y de ω_S , por lo que no es invariante en el tiempo.

Si se define el siguiente cambio de variable no lineal en las entradas (García Cerrada, 1991):

$$v_{Sd}^r = u_{Sd}^r + \frac{\omega_S}{F} i_{Sq}^r \quad (5.4)$$

$$v_{Sq}^r = u_{Sq}^r - \frac{\omega_S}{F} i_{Sd}^r - \frac{C\omega_R}{F} \Psi_{Rd}^r \quad (5.5)$$

el modelo del motor se convierte en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 & B \\ 0 & A & 0 \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}_{\vec{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_{Sd}^r \\ v_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{v}} \quad (5.6)$$

$$\Psi_{Rq}^r = 0$$

$$\frac{d}{dt} \omega_R = \frac{P}{2J} (m_e - m_l) \quad (5.7)$$

$$m_e = G \Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (5.8)$$

en donde se puede apreciar que el sistema (5.6) es un sistema lineal e invariante en el tiempo y que además la ecuación de la corriente i_{Sq}^r está desacoplada del flujo Ψ_{Rd}^r y de la corriente i_{Sd}^r .¹ Por tanto se pueden aplicar técnicas de control lineal para diseñar los controladores que gobiernen a cada uno de los subsistemas por separado. No obstante, conviene destacar que la ecuación de par (5.8) no es lineal, dando lugar a un acoplamiento entre el flujo de rotor y la corriente de par i_{Sq}^r . Por tanto, sólo puede conseguirse un control desacoplado entre flujo y par (o flujo y velocidad) si se mantiene constante el flujo de rotor (Marino et al., 1993).

5.2.1. Diseño del control de flujo

La dinámica del flujo y la corriente en eje d vienen dadas por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ D & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} v_{Sd}^r \quad (5.9)$$

Una alternativa de diseño que permite comparar este controlador con el Lyapunov-Integral consiste en diseñar un controlador para el flujo, cuya salida será la referencia de la corriente i_{Sdr}^r , y un controlador para la corriente. La ecuación de flujo se reduce por tanto a:

$$\frac{d}{dt} \Psi_{Rd}^r = E \Psi_{Rd}^r + D i_{Sdr}^r \quad (5.10)$$

Si se añade una integración al controlador anterior para evitar errores en régimen permanente, el sistema resultante es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^r \\ \int \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^r \\ \int \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} i_{Sdr}^r \quad (5.11)$$

y la ecuación del controlador será:

$$i_{Sdr}^r = K_{I\Psi} \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + K_{P\Psi} (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) \quad (5.12)$$

Siendo posible diseñar las ganancias $K_{I\Psi}$ y $K_{P\Psi}$ mediante asignación de polos, previa conversión del sistema (5.11) a tiempo discreto. De nuevo, en este trabajo se ha usado para ello la función `place` desarrollada por el autor para la *toolbox* de control de Octave.

¹Por esta razón a las ecuaciones (5.4) y (5.5) se les denomina ecuaciones de desacoplo.

Diseño del controlador de corriente en eje d

La ecuación de la corriente i_{Sd}^r se puede expresar:

$$\frac{d}{dt}i_{Sd}^r = Ai_{Sd}^r + Fv_{Sd}^r + B\Psi_{Rd}^r \quad (5.13)$$

Si se realiza el cambio de variable:

$$t_{Sd}^r = v_{Sd}^r + \frac{B}{F}\Psi_{Rd}^r \quad (5.14)$$

la ecuación de la corriente en eje d se reduce a:

$$\frac{d}{dt}i_{Sd}^r = Ai_{Sd}^r + Ft_{Sd}^r \quad (5.15)$$

Al igual que con el controlador de flujo, se puede añadir una integración al controlador anterior para evitar errores en régimen permanente, con lo que el sistema se convierte en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ \int i_{Sd}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ \int i_{Sd}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} t_{Sd}^r \quad (5.16)$$

y la ecuación del controlador será:

$$t_{Sd}^r = K_I \int (i_{Sd,r}^r - i_{Sd}^r) dt + K_P (i_{Sd,r}^r - i_{Sd}^r) \quad (5.17)$$

Siendo posible diseñar las ganancias K_I y K_P mediante asignación de polos al igual que con el controlador de flujo.

5.2.2. Diseño del controlador de velocidad

El controlador de velocidad se implanta de la misma manera que el controlador de flujo, es decir, un regulador PI genera la referencia para el regulador de la corriente en eje q.

A partir de la ecuación (5.7) se puede deducir un modelo en variables de estado para la velocidad:

$$\frac{d}{dt}\omega_R = 0 \cdot \omega_R + \frac{P}{2J}m_e - \frac{P}{2J}m_l \quad (5.18)$$

en donde se considera al par motor m_e como la entrada al sistema y al par resistente m_l como una perturbación. Si se amplía el sistema para incluir una integración se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \int \omega_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \int \omega_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{P}{2J} \\ 0 \end{bmatrix} m_e - \begin{bmatrix} \frac{P}{2J} \\ 0 \end{bmatrix} m_l \quad (5.19)$$

La ecuación del controlador será por tanto:

$$m_{e,r} = K_{I\omega} \int (\omega_{R,r} - \omega_R) dt + K_{P\omega} (\omega_{R,r} - \omega_R) \quad (5.20)$$

Siendo posible diseñar las ganancias $K_{I\omega}$ y $K_{P\omega}$ mediante asignación de polos.

	Cte. dominante	Cte. no dominante	K_P	K_I
Control flujo	0,25 s	0,004 s	9,0539	38,6790
Control velocidad	0,125 s	0,02 s	0,2827	1,9430

Cuadro 5.1: Constantes de tiempo en bucle cerrado y ganancias del controlador vectorial

Diseño del controlador de corriente en eje q

La salida del controlador de velocidad es la referencia del par motor que ha de generar la máquina. A partir de la ecuación (5.8) se puede calcular la referencia de corriente en eje q como:

$$i_{Sq_r}^r = \frac{m_e r}{G \Psi_{Rd}^r} \quad (5.21)$$

La ecuación de la corriente en eje q se puede deducir de (5.6):

$$\frac{d}{dt} i_{Sq}^r = A i_{Sq}^r + F v_{Sq}^r \quad (5.22)$$

Para eliminar el error en régimen permanente se puede añadir una integración, obteniéndose el sistema:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sq}^r \\ \int i_{Sq}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sq}^r \\ \int i_{Sq}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} v_{Sq}^r \quad (5.23)$$

Que como se puede observar es idéntico al de la corriente en eje d (5.16). Por tanto puede usarse en este caso el mismo controlador:

$$v_{Sq}^r = K_I \int (i_{Sq_r}^r - i_{Sq}^r) dt + K_P (i_{Sq_r}^r - i_{Sq}^r) \quad (5.24)$$

Siendo posible diseñar las ganancias K_I y K_P mediante asignación de polos.

5.3. Resultados de simulación

Con el objetivo de comparar las prestaciones del controlador vectorial directo propuesto en esta sección con el controlador Lyapunov-Integral mostrado en el capítulo 4 se ha realizado una simulación en las mismas condiciones que la realizada en la sección 4.4.2. Las ganancias del controlador vectorial se han calculado mediante asignación de polos usando la función `place` de Octave. Estas ganancias, junto con las constantes de tiempo en lazo cerrado, se muestran en la tabla 5.1. Nótese que las ganancias se han diseñado para que el controlador vectorial y el Lyapunov integral tengan las mismas constantes de tiempo en lazo cerrado.

En la figura 5.1 se muestra el comportamiento del controlador cuando se somete al motor al mismo transitorio que el utilizado para la simulación del controlador Lyapunov-Integral mostrado en la sección 4.4.2. Si se compara con el resultado obtenido para el controlador Lyapunov-Integral mostrado en la figura 4.2 se puede apreciar que el comportamiento es el mismo. En la figura 5.2 se muestra un detalle de la evolución del sistema sometido a perturbaciones. Como se puede apreciar si se compara con los resultados del controlador Lyapunov-Integral mostrados en la figura 4.3, el comportamiento de ambos controladores en esta situación es también prácticamente el mismo.

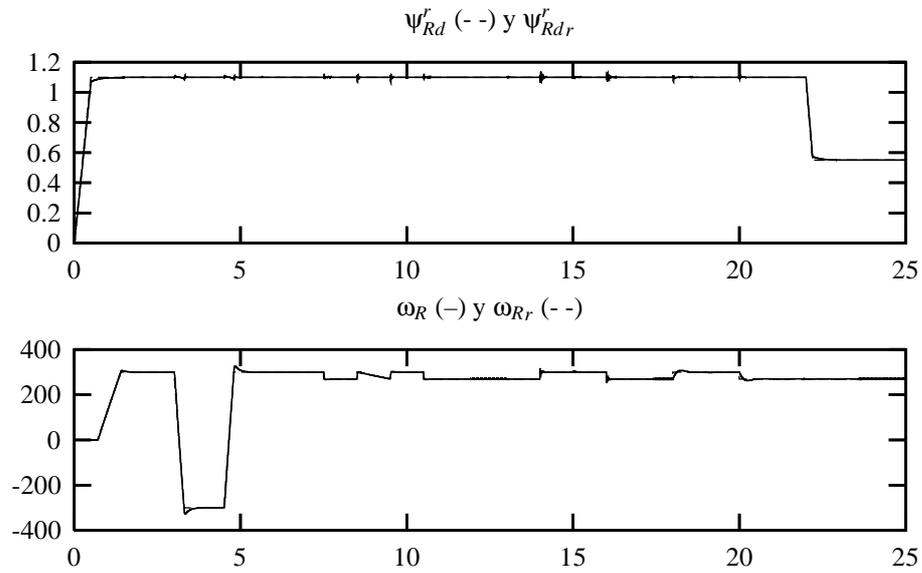


Figura 5.1: Evolución de las salidas del sistema. Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

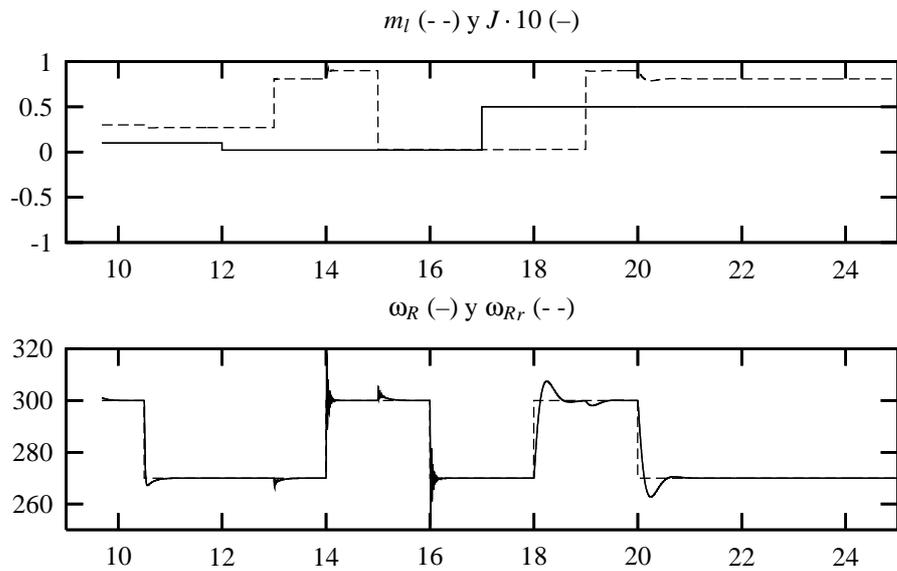


Figura 5.2: Evolución de las perturbaciones y de la velocidad (detalle). Eje x en seg. Eje y en Wb y rad_{el}/s .

5.4. Comparación con el controlador Lyapunov-Integral

Como se ha mostrado en la sección 5.3, el comportamiento ideal del controlador vectorial es prácticamente igual al del Lyapunov-Integral. En esta sección se muestran las similitudes y las diferencias entre ambos controladores.

5.4.1. Controladores de corriente

Tanto el controlador vectorial como el Lyapunov-Integral se han diseñado usando un inversor fuente de tensión controlado en corriente. En ambos casos el sistema a controlar tiene la misma representación en espacio de estado, tal como se puede apreciar si se compara la ecuación (3.77) con las ecuaciones (5.16) y (5.23). Además en ambos casos se han diseñado las ganancias del controlador PI para que el sistema en lazo cerrado tenga situados sus polos en $250\sqrt{2} \pm \frac{250}{\sqrt{2}}j$.²

La salida de los controladores de corriente es la tensión desacoplada: v_{Sd}^r y v_{Sq}^r en el controlador Lyapunov-Integral y t_{Sd}^r y v_{Sq}^r en el controlador vectorial. Comparando la ecuación (5.5) con (3.74) se puede observar que para el eje q la ecuación de desacoplo es la misma en ambos controladores. Si se sustituye (5.4) en (5.14) se obtiene la ecuación de desacoplo entre t_{Sd}^r y u_{Sd}^r :

$$t_{Sd}^r = u_{Sd}^r + \frac{\omega_S}{F} i_{Sq}^r + \frac{B}{F} \Psi_{Rd}^r \quad (5.25)$$

que como se puede observar es igual a la ecuación de desacoplo utilizada en el controlador Lyapunov-Integral (3.73).

En consecuencia, tanto en el controlador vectorial como en el controlador Lyapunov-Integral los controladores de corriente son idénticos.

5.4.2. Controladores de flujo y de velocidad

Tanto en el controlador vectorial como en el Lyapunov-Integral, los controladores de flujo y de velocidad proporcionan las referencias de corriente en eje d y en eje q respectivamente.³ Si se supone que los controladores de corriente son ideales (infinitamente rápidos), se puede desprestigiar la dinámica del estator en el modelo del motor (5.1), con lo que la dinámica del flujo se reduce a:

$$\frac{d}{dt} \Psi_{Rd}^r = D i_{Sd}^r + E \Psi_{Rd}^r \quad (5.26)$$

y la de la velocidad a:

$$\frac{d}{dt} \omega_R = 0 \cdot \omega_R + \frac{P}{2J} m_e - \frac{P}{2J} m_l \quad (5.27)$$

$$m_e = G \Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (5.28)$$

En el caso del control vectorial, las referencias de la corriente se calculan según:

$$i_{Sdr}^r = K_{I\Psi} \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + K_{P\Psi} (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) \quad (5.29)$$

$$i_{Sq_r}^r = \frac{1}{G \Psi_{Rd}^r} \left(K_{I\omega} \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + K_{P\omega} (\omega_{Rr} - \omega_R) \right) \quad (5.30)$$

En donde la última ecuación se ha obtenido sustituyendo (5.20) en (5.21). Como se puede apreciar, dado que la ecuación del flujo de rotor es lineal, se aplica un controlador PI para calcular la referencia de la corriente en eje d. Sin embargo, en el control de velocidad es

²Configuración de Butterworth con una pulsación natural no amortiguada de 250 rad/s .

³En el controlador vectorial la generación de la referencia de corriente en eje q se realiza mediante una transformación no lineal (5.21) a partir de la referencia de par proporcionada por el regulador de velocidad.

necesario realizar una operación adicional ($\frac{1}{G\Psi_{Rd}^r}$) para eliminar el término no lineal de la ecuación del par y linealizar así el sistema. Al sistema lineal resultante se le aplica un controlador PI. Las ganancias de los reguladores se calculan mediante asignación de polos, de forma que las respuestas en lazo cerrado de los sistemas lineales sean las deseadas. Conviene destacar que para calcular estas ganancias se ha obtenido previamente el sistema equivalente en tiempo discreto de las ecuaciones (5.26) y (5.27) y se ha discretizado el regulador.

En el caso del controlador Lyapunov-Integral, tal como se ha mostrado en la sección 4.3.2, las referencias de la corriente vienen dadas por:

$$i_{Sdr}^r = \frac{1}{D} \left[k_1 I_1 \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + (k_1 + I_1) (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) - E \Psi_{Rd}^r + \frac{d}{dt} \Psi_{Rdr}^r \right] \quad (5.31)$$

$$i_{Sq_r}^r = \frac{2J}{PG\Psi_{Rd}^r} \left[k_2 I_2 \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + (k_2 + I_2) (\omega_{Rr} - \omega_R) + \frac{P}{2J} m_l + \frac{d}{dt} \omega_{Rr} \right] \quad (5.32)$$

En la aplicación práctica no se han tenido en cuenta ni las derivadas de las referencias ni el par de carga, con lo que las ecuaciones (5.31) y (5.32) se reducen a:

$$i_{Sdr}^r = \frac{1}{D} \left[k_1 I_1 \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + (k_1 + I_1) (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) - E \Psi_{Rd}^r \right] \quad (5.33)$$

$$i_{Sq_r}^r = \frac{2J}{PG\Psi_{Rd}^r} \left[k_2 I_2 \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + (k_2 + I_2) (\omega_{Rr} - \omega_R) \right] \quad (5.34)$$

Como se puede apreciar, cuando se aplica este controlador al sistema se produce una cancelación de los términos D y $E\Psi_{Rd}^r$ en el controlador de flujo y $\frac{PG\Psi_{Rd}^r}{2J}$ en el controlador de velocidad. Es decir, en este controlador, al contrario que en el controlador vectorial directo, en donde sólo se cancela el término no lineal de la ecuación del par; se cancelan todos los términos de las ecuaciones de la máquina, dando lugar al siguiente sistema en lazo cerrado:

$$\frac{d}{dt} (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) = -k_1 I_1 \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt - (k_1 + I_1) (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) \quad (5.35)$$

$$\frac{d}{dt} (\omega_{Rr} - \omega_R) = -k_2 I_2 \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt - (k_2 + I_2) (\omega_{Rr} - \omega_R) \quad (5.36)$$

que, como se ha mostrado en la sección 4.2, tiene por solución:

$$(\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) = c_{11} e^{-I_1 t} + c_{21} e^{-k_1 t} \quad (5.37)$$

$$(\omega_{Rr} - \omega_R) = c_{12} e^{-I_2 t} + c_{22} e^{-k_2 t} \quad (5.38)$$

siendo c_{11} , c_{21} , c_{12} y c_{22} cuatro constantes de integración. En consecuencia el sistema en lazo cerrado tendrá sus polos en $-k_1$ y $-I_1$ para el control de flujo y en $-k_2$ y $-I_2$ para el control de velocidad.

En la tabla 5.2 se resumen las ecuaciones de los dos controladores. Como se puede apreciar, los controladores de velocidad serán idénticos si se cumple que:

$$K_{I\omega} = k_2 I_2 \frac{2J}{P} \quad (5.39)$$

$$K_{P\omega} = (k_2 + I_2) \frac{2J}{P} \quad (5.40)$$

Si el diseño de los reguladores PI del controlador vectorial se hubiese realizado a partir de las ecuaciones (5.26) y (5.27), en lugar de sus equivalentes en tiempo discreto, las

Control de flujo	
Vec.	$i_{Sdr}^r = K_{I\psi} \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + K_{P\psi} (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r)$
Ly.-In.	$i_{Sdr}^r = \frac{1}{D} [k_1 I_1 \int (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) dt + (k_1 + I_1) (\Psi_{Rdr}^r - \Psi_{Rd}^r) - E \Psi_{Rd}^r]$
Control de velocidad	
Vec.	$i_{Sq_r}^r = \frac{1}{G \Psi_{Rd}^r} (K_{I\omega} \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + K_{P\omega} (\omega_{Rr} - \omega_R))$
Ly.-In.	$i_{Sq_r}^r = \frac{2J}{PG \Psi_{Rd}^r} [k_2 I_2 \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + (k_2 + I_2) (\omega_{Rr} - \omega_R)]$

Cuadro 5.2: Ecuaciones de los controladores vectorial directo y Lyapunov-Integral

relaciones (5.39) y (5.40) se cumplirían, ya que la solución al problema de la asignación de polos es única en este caso. Sin embargo, debido a que el diseño de los reguladores PI del controlador vectorial se ha realizado a partir del equivalente en tiempo discreto de las ecuaciones del sistema, las ganancias obtenidas para la versión discreta del regulador serán distintas. Por ejemplo, en las simulaciones realizadas los valores de k_2 e I_2 han sido 50 y 8 respectivamente. Por tanto, para que ambos controladores fuesen idénticos, $K_{I\omega}$ tendría que ser igual a 2 y $K_{P\omega}$ tendría que ser igual a 0,29. Como se puede comprobar en la tabla 5.1, los valores de $K_{I\omega}$ y $K_{P\omega}$ son 1,9430 y 0,2827 respectivamente. Por tanto, aunque la estructura de ambos controladores es la misma, sus ganancias, aunque aproximadamente iguales, no son idénticas, con lo que los controladores, no evolucionarán de la misma manera. El controlador vectorial, debido a que en su diseño se ha tenido en cuenta que el sistema se va a implantar en tiempo discreto, se comportará de una manera marginalmente más parecida al diseño original.

Por otro lado, según se puede apreciar en la tabla 5.2, los controladores de flujo no tienen la misma estructura, ya que, aunque se cumplan las relaciones:

$$K_{I\psi} = k_1 I_1 \frac{1}{D} \quad (5.41)$$

$$K_{P\psi} = (k_1 + I_1) \frac{1}{D} \quad (5.42)$$

en el controlador Lyapunov-Integral se produce la cancelación del término $E \Psi_{Rd}^r$, que en el controlador vectorial no se produce. Además, al igual que en el controlador de velocidad, el hecho de diseñar las ganancias del controlador vectorial a partir del equivalente en tiempo discreto de las ecuaciones de la máquina hace que las ganancias proporcional e integral sean distintas. Por ejemplo, en las simulaciones realizadas $k_1 = 250$ y $I_1 = 4$, con lo que se tendría que cumplir que $K_{I\psi}$ fuese igual a 43,41 y $K_{P\psi}$ fuese igual a 11,03. Aquí las diferencias son claras pues, como se puede apreciar en la tabla 5.1, los valores que se han usado para $K_{I\psi}$ y $K_{P\psi}$ han sido de 38,68 y 9,05 respectivamente.

A la vista de estos resultados, si se implantasen ambos controladores en tiempo continuo sin errores en los parámetros y si se eligen los polos del controlador vectorial de forma que coincidiesen con los del controlador Lyapunov-Integral, el comportamiento de ambos sistemas será idéntico. Sin embargo en la aplicación en tiempo discreto o cuando existen errores en los parámetros o en el flujo de rotor, la cancelación del término $E \Psi_{Rd}^r$ y el hecho de no tener en cuenta que el sistema se va a implantar en tiempo discreto en el controlador Lyapunov-Integral (5.31-5.32) puede provocar una degradación en las prestaciones del sistema o incluso hacerlo inestable. De hecho, si en las simulaciones realizadas en las secciones 4.4.2 y 5.3 se divide la inercia del accionamiento en $t = 12$ s por 10 en

lugar de por 5; el controlador Lyapunov-Integral presenta un comportamiento inestable, mientras que el vectorial directo es capaz de afrontar con éxito dicha perturbación en los parámetros de la carga.

5.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un controlador vectorial directo para un motor de inducción accionado mediante un inversor fuente de tensión controlado por corriente. Se ha mostrado que este controlador es una aproximación *ad-hoc* al problema de convertir un sistema no lineal y dependiente del tiempo, con dos lazos de control acoplados; en un sistema lineal e invariante en el tiempo con sus dos lazos de control desacoplados. Para ello se realiza una realimentación no lineal diseñada *ad-hoc* en lugar de mediante un proceso sistemático como el presentado en el capítulo 2. El diseño realizado se ha comparado con el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en el capítulo 4, el cual se basa en un proceso sistemático mediante el que se hace que una función de los errores de seguimiento y sus integrales sea de Lyapunov. Se ha mostrado que las ecuaciones finales de ambos controladores son muy parecidas, por lo que su comportamiento también es prácticamente el mismo. En definitiva se llega a resultados parecidos, sólo que recorriendo dos caminos totalmente distintos. Conviene destacar sin embargo que la transformación no lineal para linealizar el sistema realizada en el controlador vectorial es más simple que la utilizada en el controlador Lyapunov-Integral, por lo que el comportamiento del primero es un poco mejor cuando se implanta el sistema en tiempo discreto o cuando existen errores en los parámetros.

Capítulo 6

Estimación del flujo de rotor

6.1. Introducción

En todos los controladores propuestos en los capítulos 2, 3 y 4 es necesario conocer la magnitud del vector de flujo de rotor, ya que es una de las variables controladas por el sistema. Además en las implantaciones en ejes de flujo de rotor es necesario conocer también el ángulo del vector de flujo para poder realizar el control en estas coordenadas. Sin embargo tanto el módulo como el ángulo del vector de flujo de rotor son difíciles de medir, por lo que han de ser estimados. En este capítulo se revisan varias alternativas para la estimación del flujo de rotor, mostrándose sus prestaciones cuando se implantan con un controlador no lineal Lyapunov-Integral. En primer lugar, en la sección 6.2, se presentan dos estimadores de orden reducido en bucle abierto, uno en ejes de flujo de rotor y otro en ejes de estator. La ventaja del primero es su simplicidad, pero al ser un estimador no lineal, su discretización no puede realizarse de manera exacta. El estimador en ejes de estator es más complejo computacionalmente, pero en cambio si puede ser discretizado exactamente en ciertas circunstancias. El hecho de que estos estimadores sean de lazo abierto los hace muy sensibles a los parámetros de la máquina. De éstos parámetros merece especial atención la resistencia de rotor, que puede variar hasta un 100 % de su valor nominal durante la operación de la máquina. Para evitar la degradación de las prestaciones de estos estimadores cuando la resistencia de rotor varía, en la sección 6.3 se explica un estimador para corregir su valor. En la sección 6.4 se estudia un estimador de flujo integrado con un controlador Lyapunov-Integral, en el que se define una función de Lyapunov que hace tender a cero tanto los errores de seguimiento como los errores de estimación. Sin embargo los resultados obtenidos con este controlador son peores que los obtenidos con los estimadores tradicionales más el controlador Lyapunov-Integral. Por último, en la sección 6.5 se presenta un observador de orden reducido en ejes de estator muy común en la literatura. Se descubre sin embargo que para su implantación es necesario recurrir a un cambio de variable dependiente de la velocidad, que hace que su aplicación sea problemática cuando se producen transitorios de velocidad con aceleración grande. Para solucionar este problema se propone una nueva implantación en tiempo discreto en la que no es necesario realizar ningún cambio de variable, mostrándose mediante simulación que se produce un buen comportamiento del conjunto controlador y observador, incluso durante los transitorios de velocidad con aceleración elevada.

6.2. Estimadores de orden reducido en lazo abierto

Estos estimadores consisten en un simulador de las ecuaciones dinámicas de la máquina; son simples y presentan una baja carga computacional. Su principal inconveniente radica en una limitada (y no controlable) velocidad de convergencia y en una elevada sensibilidad a errores en los parámetros de la máquina (Verghese y Sanders, 1988).

En primer lugar se presenta un estimador en ejes de flujo de rotor. Esta podría parecer la solución natural cuando el controlador se implanta en estos ejes. Sin embargo al ser un estimador no lineal, su discretización no puede realizarse de manera exacta, por lo que necesita una frecuencia de muestreo elevada si no se puede tolerar un error excesivo en la estimación. Una posible solución consiste en usar un estimador expresado en ejes de estator, siendo en este caso un sistema lineal¹ cuya discretización puede realizarse de manera exacta.

Ambos estimadores son muy sensibles a los errores en los parámetros de la máquina. De todos ellos merece especial atención la resistencia de rotor, que varía apreciablemente durante la operación del accionamiento. Por ello se propone el uso en tiempo real del estimador de resistencia de rotor presentado en la Sección 6.3. Sin embargo, conviene destacar que según algunos autores (Tzou, 1996), la variación de la resistencia de rotor sólo es importante en motores de gran potencia, siendo insignificante en motores de baja potencia (en el rango de un C.V.).

6.2.1. Estimador de orden reducido en ejes de flujo

Este estimador se basa en el modelo del motor en ejes de flujo presentado en la Sección A.2.3. A partir de la última fila de la ecuación (A.14) se establece la ecuación del estimador del flujo en eje d (que en este sistema de referencia coincide con su módulo) como:

$$\frac{d\hat{\Psi}_{Rd}^r}{dt} = Di_{Sd}^r + E\hat{\Psi}_{Rd}^r \quad (6.1)$$

En donde el valor estimado se ha distinguido mediante el símbolo $\hat{\Psi}_{Rd}^r$ (véase $\hat{\Psi}_{Rd}^r$ por ejemplo).

La velocidad de giro del flujo se estima a partir de (A.17) según:

$$\hat{\omega}_S = \omega_R + \frac{Di_{Sq}^r}{\hat{\Psi}_{Rd}^r} \quad (6.2)$$

Integrando $\hat{\omega}_S$ se obtiene el ángulo del vector de flujo (que coincide con el ángulo del eje d en este sistema de referencia):

$$\hat{\theta}_S = \int \hat{\omega}_S dt \quad (6.3)$$

La dinámica del error de estimación se puede obtener a partir de (A.14) y (6.1):

$$\frac{d}{dt} (\hat{\Psi}_{Rd}^r - \Psi_{Rd}^r) = E (\hat{\Psi}_{Rd}^r - \Psi_{Rd}^r) \quad (6.4)$$

Por tanto el error de estimación tiende a cero con una constante de tiempo igual a $1/E$, que según se muestra en el Apéndice A es igual a $-\frac{L_R}{R_R}$. Además, se puede demostrar (García Cerrada, 1991) que la componente en eje q del flujo de rotor Ψ_{Rq}^r tiende a cero, lo que garantiza la orientación al campo del controlador.

¹El estimador se puede considerar lineal si se supone que la velocidad no varía apreciablemente dentro del periodo de muestreo, de forma que se pueda considerar como un parámetro.

Implantación en tiempo discreto

Como se puede apreciar en la ecuación (6.2), el estimador propuesto no es lineal, por lo que no se puede discretizar exactamente. En este trabajo se han realizado las integraciones necesarias para calcular el flujo de rotor $\hat{\Psi}_{Rd}^r$ y del ángulo $\hat{\theta}_s$ según la regla rectangular:

$$(\hat{\Psi}_{Rd}^r)_{k+1} = (\hat{\Psi}_{Rd}^r)_k + \left(\frac{d\hat{\Psi}_{Rd}^r}{dt} \right)_k T_s \quad (6.5)$$

$$(\hat{\theta}_s)_{k+1} = (\hat{\theta}_s)_k + (\hat{\omega}_s)_k T_s \quad (6.6)$$

6.2.2. Estimador de orden reducido en ejes de estator

Este estimador está basado en el modelo del motor en ejes de estator, presentado en la Sección A.2.2. Teniendo en cuenta las dos últimas filas del modelo del motor (A.10) se puede establecer un estimador para el vector de flujo como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

La ecuación (6.7) se puede escribir de forma compleja según:

$$\frac{d}{dt} \hat{\Psi} = \overbrace{(E + j\omega_R)}^{\vec{a}} \hat{\Psi} + \overbrace{D}^{\vec{b}} i_S^s \quad (6.8)$$

La dinámica del error de estimación se puede obtener a partir de (A.10) y (6.7):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s - \Psi_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s - \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s - \Psi_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s - \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Por tanto el error de estimación tenderá a cero también según la constante de tiempo $1/E$.

Implantación en tiempo discreto

Como se puede apreciar en (6.7), si la velocidad del rotor ω_R es constante, el estimador expresado en ejes de estator se puede considerar lineal e invariante en el tiempo. En este caso el estimador se puede discretizar **exactamente**. Como las entradas del estimador son las corrientes y éstas cuando el motor se alimenta con un inversor fuente de tensión evolucionan siguiendo exponenciales, es más apropiado usar una discretización que considere que las entradas evolucionan según un retenedor de primer orden (Zamora Macho, 1997). En este caso la ecuación (6.8) expresada en tiempo discreto es:

$$\begin{aligned} \left(\hat{\Psi} \right)_k &= e^{\vec{a}T_s} \left(\hat{\Psi} \right)_{k-1} + \frac{\vec{b}}{\vec{a}} \left(e^{\vec{a}T_s} + \frac{1}{\vec{a}T_s} (1 - e^{\vec{a}T_s}) \right) (i_S^s)_{k-1} \\ &\quad - \frac{\vec{b}}{\vec{a}} \left(1 + \frac{1}{\vec{a}T_s} (1 - e^{\vec{a}T_s}) \right) (i_S^s)_k \end{aligned} \quad (6.10)$$

En donde:

$$e^{\vec{a}T_s} = e^{ET_s} (\cos(\omega_R T_s) + j \sin(\omega_R T_s)) \quad (6.11)$$

y T_s es el periodo de muestreo.

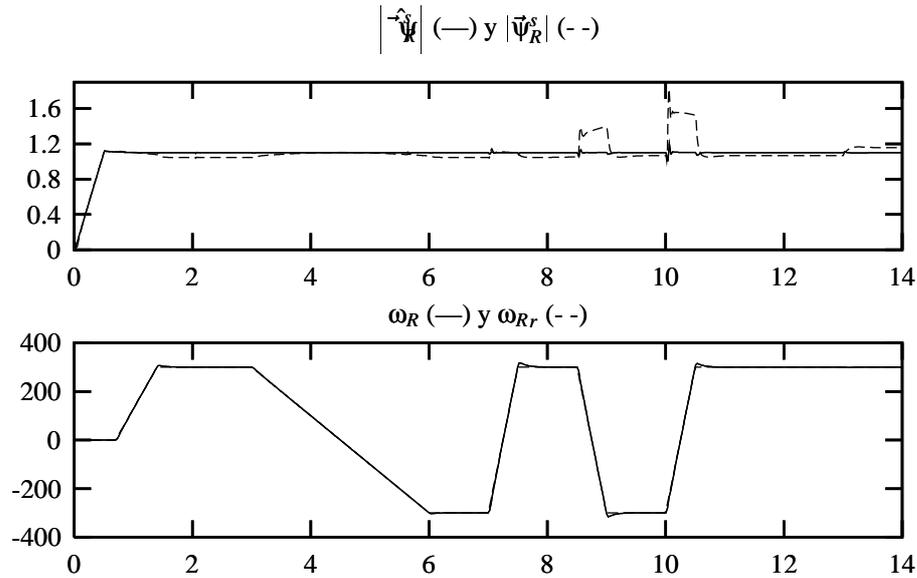


Figura 6.1: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de rotor.

6.2.3. Resultados de simulación

Para evaluar las prestaciones de los dos estimadores propuestos, se han realizado varias simulaciones de los estimadores desarrollados en esta sección junto con el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en la Sección 4.3. Las simulaciones se han realizado sobre el mismo motor de 250 W usado en la Sección 4.4.2 y bajo las mismas condiciones. Las ganancias del controlador Lyapunov-Integral se han elegido: $k_1 = 100$, $I_1 = 4$, $k_2 = 50$ y $I_2 = 8$.

En primer lugar se ha realizado una simulación usando un inversor fuente de tensión controlado en corriente. Como regulador de corriente se ha implantado un PI con una pulsación natural no amortiguada de 250 rad/s y un factor de amortiguamiento de $\frac{1}{\sqrt{2}}$. El periodo de muestreo del controlador y del estimador ha sido de 1 ms. En la figura 6.1 se muestran los resultados para el estimador implantado en ejes de rotor desarrollado en la Sección 6.2.1 y en la figura 6.2 se muestran los resultados obtenidos cuando se implanta el estimador en ejes de estator desarrollado en la Sección 6.2.2. Como se puede apreciar en las figuras, la simulación ha consistido en un cambio de sentido de giro con baja aceleración desde $t = 3$ s hasta $t = 6$ s, seguido de otro cambio de sentido de giro con alta aceleración desde $t = 7$ s hasta $t = 7,5$ s. En ambos casos se produce error significativo en régimen permanente aún cuando no existen errores en los parámetros. Concretamente el error cometido en el estimador en ejes de rotor es de 5,05 % y el cometido por el estimador en ejes de estator es de un 4,25 %. Por tanto, teniendo en cuenta que la mejora no es muy significativa, puede no estar justificado en la mayoría de las aplicaciones el uso del estimador en ejes de estator, pues su carga computacional es mucho más elevada.

Para mostrar la sensibilidad de los estimadores con respecto a la resistencia de rotor, se ha variado ésta linealmente desde su valor nominal en $t = 8$ s hasta un 150 % de dicho

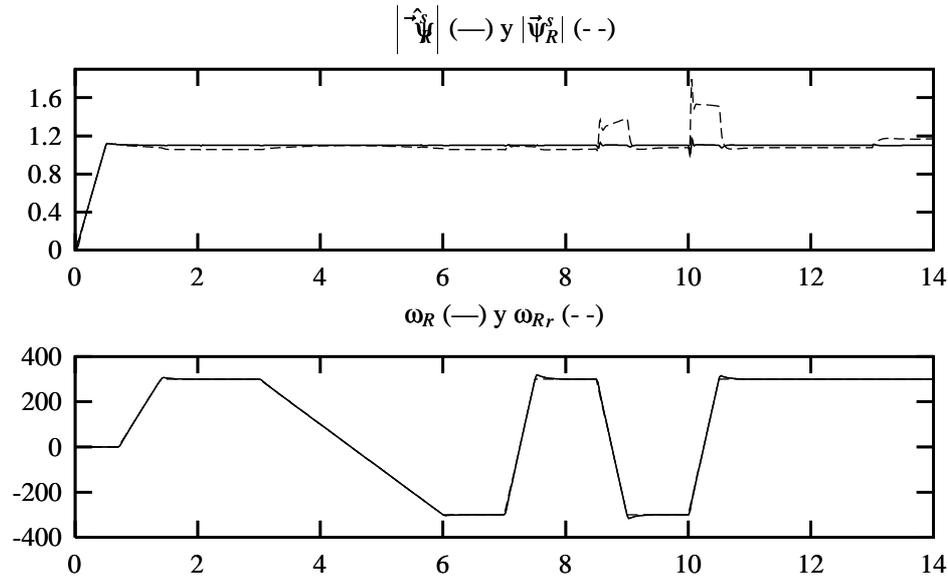


Figura 6.2: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de estator.

valor nominal en $t = 9,5$ s, produciéndose dos nuevos cambios de sentido de giro para mostrar la respuesta transitoria del estimador cuando varía R_R . El primer cambio de sentido de giro se ha producido en $t = 8,5$ s, cuando la resistencia está todavía incrementando su valor y el segundo en $t = 10$ s, cuando el valor de la resistencia es ya constante. En ambos casos el error cometido por el estimador es sólo apreciable en régimen transitorio de la velocidad, siendo además proporcional al error en R_R .

Por último en $t = 13$ s se ha realizado un incremento el par de carga desde $0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \omega_R$ hasta $0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \omega_R$, pudiéndose apreciar que dicho cambio produce también un error significativo en la estimación del flujo.

Se ha comprobado que los errores que se producen en régimen permanente en los estimadores son debidos principalmente al retraso introducido por los controladores de corriente del inversor fuente de tensión controlado en corriente. En la figura 6.3 se muestra una simulación del controlador con el estimador en ejes de rotor, realizada en las mismas condiciones que la de la figura 6.1 salvo que se ha usado un inversor fuente de corriente. Como se puede apreciar el comportamiento mejora notablemente, siendo el error en régimen permanente de un 0,46 % (0,31 % para el estimador en ejes de estator). Una alternativa al uso de un inversor fuente de corriente es el aumento de la velocidad de los reguladores de corriente del inversor fuente de tensión controlado en corriente, lo cual sólo puede realizarse con un aumento simultáneo de la frecuencia de muestreo. En la figura 6.4 se muestra una simulación del accionamiento con el estimador en ejes de flujo de rotor realizada en las mismas condiciones que la de la figura 6.1, salvo que se ha usado un regulador de corriente PI con una pulsación natural no amortiguada de $500 rad/2^2$ y que el periodo de muestreo es de 0,5 ms. Como se puede apreciar el error en régimen permanente no es muy elevado, concretamente un 1,3 % para el estimador en

²El factor de amortiguamiento sigue siendo igual a $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

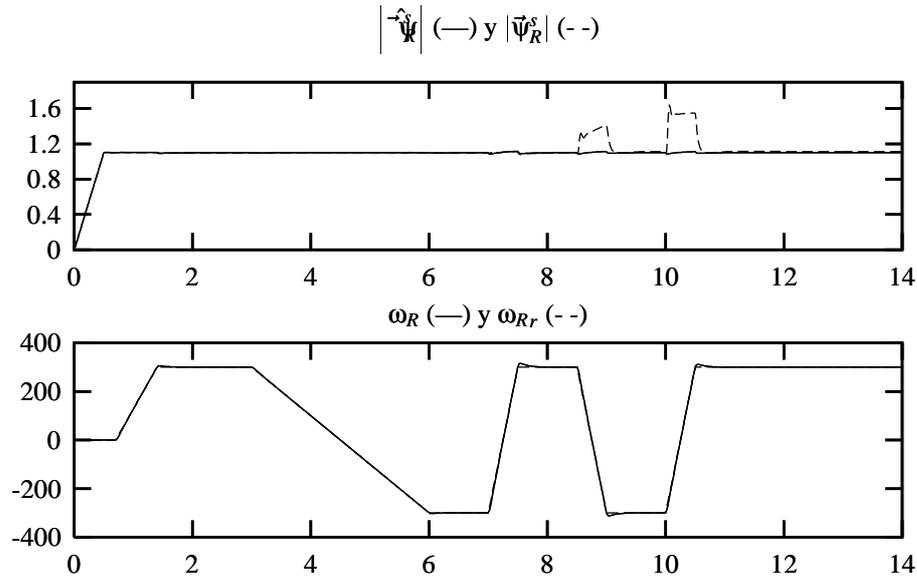


Figura 6.3: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de corriente.

ejes de flujo de rotor y un 1,1 % para el estimador en ejes de estator.

6.3. Estimador de la resistencia del rotor

Los estimadores en lazo abierto descritos en las secciones 6.2.1 y 6.2.2 son muy sensibles a las variaciones en la resistencia del rotor. En este trabajo, para mejorar la robustez del controlador, se ha usado el estimador de resistencia de rotor presentado en (García-Cerrada y Zamora, 1997), que se basa en un modelo de regresión lineal del motor. A continuación se muestran los pasos fundamentales del algoritmo de estimación. Los detalles se pueden estudiar mejor en (Zamora Macho, 1997), donde también se ofrece un estudio de la sensibilidad del algoritmo.

En la sección A.3.2 se demuestra que el modelo estándar del motor de inducción en coordenadas de estator se puede escribir como:

$$\overbrace{\vec{v}_1 - j\omega_R \int \vec{v}_1 dt}^{\vec{y}} = R_R \left(\overbrace{\left(\frac{-1}{L_R} \int \vec{v}_2 dt \right)}^{\vec{u}} \right) \quad (6.12)$$

donde:

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_S^s - R_S \vec{i}_S^s - \sigma L_S \frac{d}{dt} \vec{i}_S^s \quad (6.13)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_S^s - R_S \vec{i}_S^s - L_S \frac{d}{dt} \vec{i}_S^s \quad (6.14)$$

Este modelo formado por las ecuaciones (6.12)–(6.14) será el usado para la estimación de la resistencia de rotor. Claramente R_R es un escalar que relaciona los números complejos

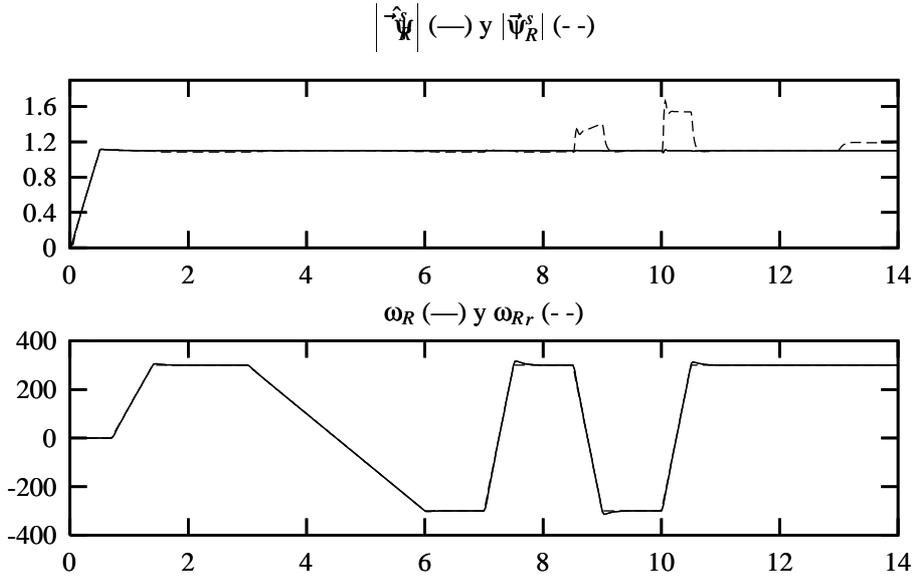


Figura 6.4: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de tensión y $T_s = 0,5$ ms.

\vec{u} e \vec{y} , los cuales son independientes de R_R . Por tanto es posible calcular la resistencia del rotor como el cociente de los módulos de ambos números complejos. Nótese que las integrales y las derivadas necesarias en las ecuaciones (6.12)–(6.14) pueden ser calculadas mediante filtros paso-banda en variables de estado. En (García-Cerrada et al., 1994) se demuestra que sólo es necesario tener en cuenta el primer armónico de las corrientes y tensiones del motor, pues es el único que posee información significativa acerca de la resistencia del rotor. Nótese también que ha de medirse la velocidad del rotor ω_R .

El ruido presente en el cálculo directo de R_R se puede atenuar mediante un promediado de los valores calculados de R_R . En (Zamora Macho, 1997) se propone el uso de un algoritmo de mínimos cuadrados totales (TLS) con este propósito. Como salida del modelo de regresión se considera el número complejo \vec{y} y como regresor se considera el complejo \vec{u} . En cada periodo de muestreo se definen dos vectores columna, que contienen las muestras promediadas de los módulos de cada uno de estos números complejos:

$$\vec{U}_k = (1 - \lambda)^{1/2} \begin{bmatrix} |\vec{u}_k| & \lambda^{1/2}|\vec{u}_{k-1}| & \dots & \lambda^{i/2}|\vec{u}_{k-i}| & \dots \end{bmatrix}^T \quad (6.15)$$

$$\vec{Y}_k = (1 - \lambda)^{1/2} \begin{bmatrix} |\vec{y}_k| & \lambda^{1/2}|\vec{y}_{k-1}| & \dots & \lambda^{i/2}|\vec{y}_{k-i}| & \dots \end{bmatrix}^T \quad (6.16)$$

en donde i varía desde 0 hasta k y λ es el factor de olvido, que es un número entre cero y uno. Un valor de λ igual a cero se corresponde con el cálculo directo de la resistencia de rotor en cada periodo de muestreo, mientras que el número de muestras tenidas en cuenta en el promediado se incrementa cuando λ se acerca a uno.

Si la variación de R_R se puede despreciar en la ventana de promediado, se puede definir un modelo de regresión lineal para TLS como (Huffel y Vandewalle, 1991):

$$\vec{Y}_k + \vec{E}_{\vec{Y}_k} = R_{Rk}(\vec{U}_k + \vec{E}_{\vec{U}_k}) \quad (6.17)$$

en donde $\vec{E}_{\vec{Y}_k}$ y $\vec{E}_{\vec{U}_k}$ son dos vectores que contienen los errores en el periodo de muestreo k . Nótese que los errores se consideran tanto en las medidas de las entradas como de las salidas en la aplicación de TLS. La función de coste minimizada en TLS es el error cuadrático ponderado:

$$\frac{\|\vec{E}_{\vec{U}_k}\|^2}{\|\vec{U}_k\|^2} + \frac{\|\vec{E}_{\vec{Y}_k}\|^2}{\|\vec{Y}_k\|^2} \quad (6.18)$$

donde $\|\vec{X}\|$ representa la norma-2 del vector \vec{X} . Si esta función se minimiza, la estimación de la resistencia de rotor resulta:

$$\hat{R}_{Rk} = \frac{\|\vec{Y}_k\|}{\|\vec{U}_k\|} \quad (6.19)$$

Con el objeto de calcular la norma-2 de los vectores \vec{Y}_k y \vec{U}_k en tiempo real de forma eficiente, es necesario usar un método recursivo. Sin embargo sólo se puede usar una formulación recursiva para el cálculo de la norma-2 al cuadrado según:

$$\|\vec{U}_k\|^2 = (1 - \lambda)|\vec{u}_k|^2 + \lambda\|\vec{U}_{k-1}\|^2 \quad (6.20)$$

$$\|\vec{Y}_k\|^2 = (1 - \lambda)|\vec{y}_k|^2 + \lambda\|\vec{Y}_{k-1}\|^2 \quad (6.21)$$

en donde se puede apreciar que el factor de olvido λ determina la constante de tiempo τ de la ventana exponencial aplicada a \vec{u}^2 e \vec{y}^2 según:

$$\tau = -\frac{T_s}{\ln\lambda} \quad (6.22)$$

siendo T_s el periodo de muestreo.

Una medida útil de la exactitud de la estimación es el factor de correlación r_k definido como:

$$r_k = \frac{\vec{Y}_k^T \vec{U}_k}{\|\vec{U}_k\| \|\vec{Y}_k\|} \quad (6.23)$$

en donde $\vec{Y}_k^T \vec{U}_k$ es el producto escalar entre \vec{U}_k y \vec{Y}_k , que se puede calcular recursivamente según:

$$\vec{Y}_k^T \vec{U}_k = (1 - \lambda)\vec{u}_k^* \vec{y}_k + \lambda\vec{Y}_{k-1}^T \vec{U}_{k-1} \quad (6.24)$$

Este coeficiente de correlación no es más que el coseno del ángulo formado por los vectores \vec{U}_k y \vec{Y}_k . Este ángulo ha de ser cero si ambos vectores columna están relacionados exactamente por un escalar: la resistencia de rotor. La estimación será mejor cuanto más cerca de la unidad esté el factor de correlación. Este factor se ha usado para decidir si el valor de la resistencia de rotor ha de ser actualizado en el periodo de muestreo k .

6.3.1. Resultados de simulación

Para validar las prestaciones del estimador de resistencia de rotor se han realizado una serie de simulaciones del estimador junto con el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en la Sección 4.3 con el estimador del flujo de orden reducido en ejes de flujo de rotor mostrado en la Sección 6.2.1. Para ilustrar la mejora obtenida se ha realizado una simulación en las mismas condiciones que la mostrada en la figura 6.4 de la sección 6.2.3,

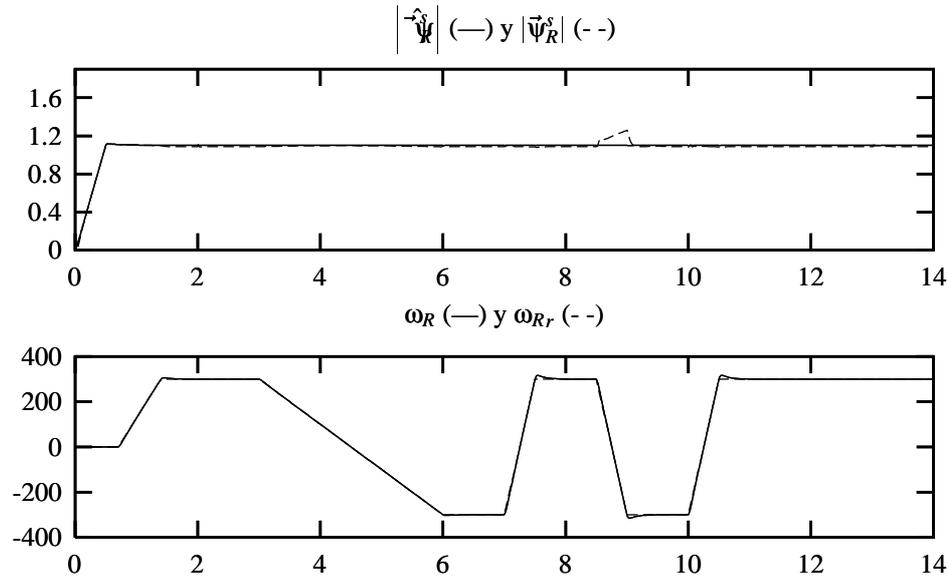


Figura 6.5: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador en ejes de flujo de rotor con inversor fuente de tensión, estimador de R_R y $T_s = 0,5$ ms.

pero incluyendo el estimador de resistencia de rotor desarrollado en esta sección. El factor de olvido elegido ha sido $\lambda = 0,995$, lo que equivale a una constante de tiempo de la ventana exponencial de $\tau = 100$ ms. Además el valor estimado de R_R sólo se ha actualizado cuando el factor de correlación r_k ha sido mayor de 0,85. Conviene destacar que esta es la primera vez que se simula el estimador de resistencia de rotor en lazo cerrado junto con un estimador de flujo y un controlador no lineal, ya que en (Zamora Macho, 1997) sólo se ofrecen resultados de una ejecución en *batch* del algoritmo.

Como se puede apreciar en la figura 6.5 la mejora de la estimación del flujo con respecto a la obtenida cuando no se estima la resistencia es notable. Compárese para ello la figura 6.5 con la figura 6.4. Sin embargo aún se produce un error durante el transitorio de velocidad producido en $t = 8,5$ s. Según se muestra en la figura 6.6, el estimador de resistencia de rotor sólo ofrece resultados aceptables durante el régimen permanente de la máquina. Debido a esto, durante los transitorios no se actualiza el valor de R_R en las ecuaciones del estimador ni en las ecuaciones del controlador,³ tal como se puede apreciar en la figura 6.6, en donde junto con el factor de correlación se muestra una variable cuyo valor es uno cuando se actualizan los parámetros del controlador y cero en caso contrario. Conviene destacar que, teniendo en cuenta que las variaciones de la resistencia del rotor en una situación real son mucho más lentas que en la simulación realizada, en la mayoría de las aplicaciones reales no se producirá un excesivo error en la estimación del flujo.

Por último, es necesario resaltar que el estimador presenta un error elevado cuando el par de carga es pequeño. Este error es debido a que a bajo par de carga el estimador es muy sensible a los errores en la medida de velocidad (Zamora Macho, 1997). En

³Además durante los dos primeros segundos tampoco se usa el valor estimado de R_R para evitar el transitorio de arranque.

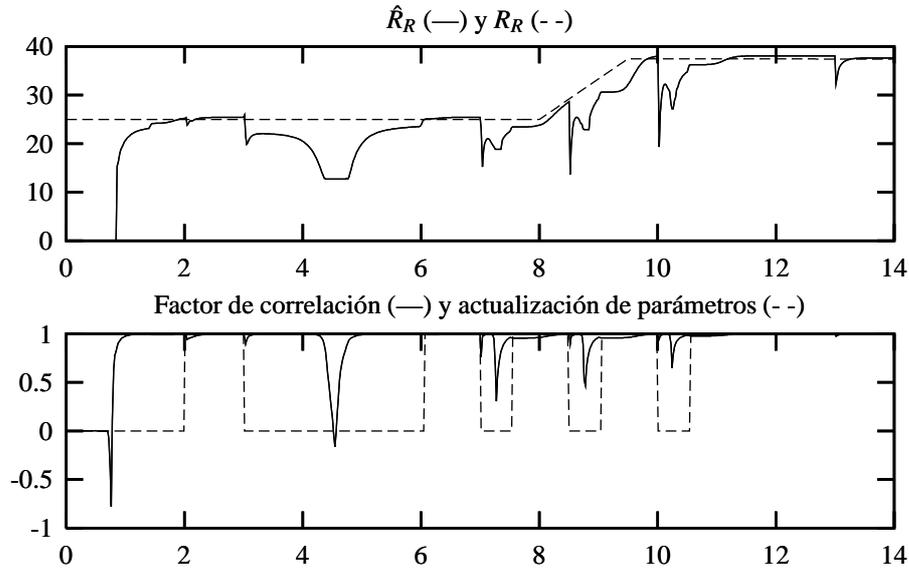


Figura 6.6: Evolución de la estimación de R_R , de su factor de correlación y de la actualización de los parámetros.

la figura 6.6 se puede apreciar que hasta $t = 13$ s existe un pequeño error en R_R , ya que durante todo ese tiempo el par de carga vale $m_l = 0,001 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \omega_R$. Sin embargo a partir de $t = 13$ s el par vale $m_l = 0,003 \frac{Nm}{rad_{el}/s} \omega_R$, con lo que la estimación de R_R mejora notablemente.

6.4. Estimador de flujo de rotor integrado con un controlador Lyapunov-Integral en ejes de flujo

El principio de separación (Kailath, 1980) no es aplicable a los sistemas no lineales. Por tanto puede ser cuestionable la estabilidad de un controlador no lineal mediante realimentación del estado cuando se usa un observador para obtener el valor de las variables de estado⁴. En (Marino et al., 1996) y en (Dawson et al., 1998) se propone el diseño conjunto del estimador y el controlador, definiéndose una función de Lyapunov que asegure que tanto los errores de seguimiento como los errores de estimación tiendan a cero exponencialmente.

En (Marino et al., 1995) se utiliza un controlador de Lyapunov implantado en ejes de estator integrado con un estimador de flujo de rotor de orden reducido implantado también en ejes de estator. En esta sección se presenta un diseño similar, pero integrando el controlador Lyapunov-Integral presentado en el Capítulo 4 junto con un estimador de flujo de rotor de orden reducido implantado en ejes de flujo basado en el que se ha presentado en la sección 6.2.1. Mediante una función de Lyapunov se asegura que tanto los errores de seguimiento del flujo de rotor y de la velocidad como el error de estimación

⁴O de algunas de ellas en caso de usarse un observador de orden reducido.

del flujo de rotor tiendan a cero exponencialmente.

Se definen el error de seguimiento del flujo estimado y el error de seguimiento de la velocidad según:

$$\tilde{y}_1 = \hat{\Psi}_{Rd}^r - (\Psi_{Rd}^r)_r \quad (6.25)$$

$$\tilde{y}_2 = \omega_R - \omega_{Rr} \quad (6.26)$$

Si se establece la misma candidata a función de Lyapunov de la sección 4.2 (eq. 4.4):

$$V_t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left(\tilde{y}_i + I_i \int \tilde{y}_i dt \right)^2 \quad (6.27)$$

y si se calcula su derivada, aplicando (6.1), (4.32) y (4.33) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V_t = & \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \left(D i_{Sd}^r + E \hat{\Psi}_{Rd}^r - \frac{d}{dt} (\Psi_{Rd}^r)_r + I_1 \tilde{y}_1 \right) + \\ & \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \left(\frac{P}{2J} (G \Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r - m_l) - \frac{d}{dt} (\omega_R)_r \right) \end{aligned} \quad (6.28)$$

Donde se aprecia que en el segundo término aparece el valor de flujo, del cual sólo se posee una estimación. Si se define el error de estimación del flujo $\check{\Psi}_{Rd}$ como:

$$\check{\Psi}_{Rd} = \hat{\Psi}_{Rd} - \Psi_{Rd} \quad (6.29)$$

se puede sustituir el valor del flujo por $\Psi_{Rd} = \hat{\Psi}_{Rd} - \check{\Psi}_{Rd}$ en (6.28), obteniéndose:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V_t = & \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \left(D i_{Sd}^r + E \hat{\Psi}_{Rd}^r - \frac{d}{dt} (\Psi_{Rd}^r)_r + I_1 \tilde{y}_1 \right) + \\ & \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \left(\frac{P}{2J} (G \hat{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r - m_l) - \frac{d}{dt} (\omega_R)_r + I_2 \tilde{y}_2 \right) - \\ & \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} G \check{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r \end{aligned} \quad (6.30)$$

En el Capítulo 4 se ha mostrado que mediante el uso de un inversor de corriente se pueden forzar las corrientes i_{Sd}^r e i_{Sq}^r de forma que la derivada de V_t sea semidefinida negativa. En cambio en la ecuación (6.30) se puede apreciar que el último término de la derivada de V_t contiene el error de estimación del flujo de rotor $\check{\Psi}_{Rd}^r$, el cual es desconocido, lo que impide garantizar que $\frac{d}{dt} V_t$ sea semidefinida negativa. Para eliminar este último término de la ecuación (6.30) se puede definir un nuevo estimador de flujo de rotor:

$$\frac{d\hat{\Psi}_{Rd}^r}{dt} = D i_{Sd}^r + E \hat{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} G i_{Sq}^r \quad (6.31)$$

en donde $\lambda > 0$ es un parámetro que permite ajustar la influencia de la compensación. Si se define una candidata a función de Lyapunov que contenga el error de estimación del flujo de rotor:

$$V_t = \frac{1}{2} \left[\left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right)^2 + \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right)^2 + \frac{1}{\lambda} (\check{\Psi}_{Rd}^r)^2 \right] \quad (6.32)$$

su derivada tiene por expresión:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V_t &= \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \cdot \\ &\quad \left(Di_{Sd}^r + E\hat{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r - \frac{d}{dt}\Psi_{Rdr}^r + I_1 \tilde{y}_1 \right) + \\ &\quad + \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \cdot \\ &\quad \left(\frac{P}{2J} (G\hat{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r - m_l) - \frac{d}{dt}(\omega_R)_r + I_2 \tilde{y}_2 \right) - \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} G\check{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r + \\ &\quad + \frac{1}{\lambda} \check{\Psi}_{Rd}^r \left(E\check{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r \right) \end{aligned} \quad (6.33)$$

Donde se ha sustituido la derivada de $\check{\Psi}_{Rd}$ por su valor:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\check{\Psi}_{Rd} &= \frac{d}{dt}\hat{\Psi}_{Rd} - \frac{d}{dt}\Psi_{Rd} = \\ &= Di_{Sd}^r + E\hat{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r - Di_{Sd}^r - E\Psi_{Rd}^r = \\ &= E\check{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r \end{aligned} \quad (6.34)$$

Simplificando y agrupando términos en (6.33) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V_t &= \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \left(Di_{Sd}^r + E\hat{\Psi}_{Rd}^r - \frac{d}{dt}\Psi_{Rdr}^r + I_1 \tilde{y}_1 \right) + \\ &\quad + \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) \cdot \\ &\quad \left(\frac{P}{2J} (G\hat{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r - m_l) - \frac{d}{dt}(\omega_R)_r + I_2 \tilde{y}_2 + \lambda \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r \right) + \\ &\quad + \frac{E}{\lambda} (\check{\Psi}_{Rd}^r)^2 \end{aligned} \quad (6.35)$$

Si se diseña un controlador que fuerce las corrientes i_{Sd}^r e i_{Sq}^r para que se cumpla:

$$-k_1 \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) = Di_{Sd}^r + E\hat{\Psi}_{Rd}^r - \frac{d}{dt}\Psi_{Rdr}^r + I_1 \tilde{y}_1 \quad (6.36)$$

$$\begin{aligned} -k_2 \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) &= \frac{P}{2J} (G\hat{\Psi}_{Rd}^r i_{Sq}^r - m_l) - \frac{d}{dt}(\omega_R)_r + I_2 \tilde{y}_2 + \\ &\quad + \lambda \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \frac{P}{2J} Gi_{Sq}^r \end{aligned} \quad (6.37)$$

La derivada de V_t valdrá:

$$\frac{d}{dt}V_t = -k_1 \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right)^2 - k_2 \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right)^2 + \frac{1}{\lambda} E \check{\Psi}_{Rd}^2 \quad (6.38)$$

que, teniendo en cuenta que $E = -\frac{R_R}{L_R}$ es menor que cero, garantiza la convergencia exponencial del valor estimado del flujo de rotor y de la velocidad a sus referencias y del estimador de flujo de rotor al valor real de éste.

Las ecuaciones del controlador se deducen de (6.36) y (6.37):

$$i_{Sd}^r = \frac{-k_1 \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) - I_1 \tilde{y}_1 - E\hat{\Psi}_{Rd}^r + \frac{d}{dt}\Psi_{Rdr}^r}{D} \quad (6.39)$$

$$i_{Sq}^r = \frac{-k_2 \left(\tilde{y}_2 + I_2 \int \tilde{y}_2 dt \right) - I_2 \tilde{y}_2 + \frac{d}{dt}(\omega_R)_r + \frac{P}{2J} m_l}{\frac{P}{2J} G \left(\hat{\Psi}_{Rd}^r + \lambda \left(\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt \right) \right)} \quad (6.40)$$

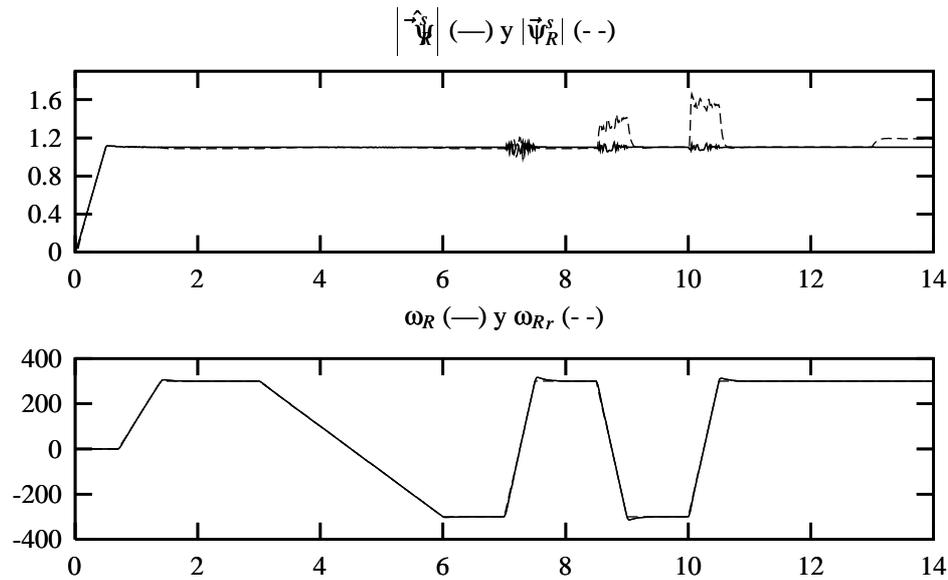


Figura 6.7: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Estimador integrado con el controlador Lyapunov-Integral. $T_s = 0,5$ ms.

donde se puede apreciar que el término $\tilde{y}_1 + I_1 \int \tilde{y}_1 dt$ es común a ambas ecuaciones, lo que provocará un cierto acoplamiento entre ambos bucles de control.

6.4.1. Resultados de simulación

Para evaluar las prestaciones del controlador propuesto se ha realizado una simulación en las mismas condiciones que la realizada para el estimador en ejes de flujo de rotor mostrada en la figura 6.4 de la sección 6.2.3, pero sustituyendo en el estimador la ecuación (6.1) por (6.31) y en el controlador la segunda fila de la ecuación (4.42) por (6.40).

En la figura 6.7 se muestra la evolución de la estimación del flujo para $\lambda = 0,0001$, pudiéndose apreciar que el comportamiento es peor que en el estimador convencional mostrado en la figura 6.4, especialmente en los pasos por cero de la velocidad cuando la aceleración es alta. Si se hace $\lambda = 0,001$, el sistema se hace inestable precisamente en el primer paso por cero de la velocidad con alta aceleración ($t = 7,25$ s) y si se hace $\lambda = 0,00001$ el comportamiento del sistema es prácticamente el mismo que el obtenido por el estimador convencional, mostrado en la figura 6.4. En (Marino et al., 1996) se hace $\lambda = 0,00001$, sin embargo en este trabajo se ha optado por usar el estimador en ejes de flujo de rotor convencional, ya que usar dicho valor de λ es prácticamente lo mismo que no usar nada,⁵ con lo que no se justifica el mayor coste computacional del estimador integrado con el controlador mostrado en esta sección.

⁵Véanse las ecuaciones (6.31) y (6.40).

6.5. Observador de orden reducido en ejes de estator

Como se ha visto en la Sección 6.2, al ser los estimadores propuestos sistemas en lazo abierto, se producen errores apreciables en la estimación del flujo de rotor en presencia de errores en los parámetros. En la Sección 6.3 se ha diseñado un estimador de resistencia de rotor, mostrándose que su aplicación junto con el estimador de flujo proporciona resultados satisfactorios, aún cuando existan variaciones en la resistencia de rotor debidos al calentamiento de la máquina. En esta sección se presenta como alternativa el uso de un observador para el flujo de rotor, que al ser una solución en bucle cerrado promete ser más robusta frente a cambios en los parámetros de la máquina. Aún así, dicho observador puede ser inestable cuando la variación de la resistencia de rotor sea elevada, tal como se mostrará en la sección 6.5.5

6.5.1. Diseño del observador

Se parte del modelo en ejes de estator de la máquina presentado en la sección A.2.2:⁶

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 & B & C\omega_R \\ 0 & A & -C\omega_R & B \\ D & 0 & E & -\omega_R \\ 0 & D & \omega_R & E \end{bmatrix}}^{\mathcal{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}^{\hat{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\hat{u}} \quad (6.41)$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (6.42)$$

$$m_e = G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) \quad (6.43)$$

donde se puede apreciar que las únicas variables de estado accesibles son las corrientes de estator.

Se puede plantear un observador de orden reducido del flujo partiendo de las dos últimas filas de (6.41) y añadiendo un término de realimentación (Verghese y Sanders, 1988):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \mathbf{K} \left(f \left(\hat{\Psi}_R^s \right) - f \left(\Psi_R^s \right) \right) \quad (6.44)$$

en donde $f(\hat{\Psi}_R^s)$ es una función del flujo, $f(\Psi_R^s)$ es una función del flujo estimado y \mathbf{K} es una matriz de ganancias.

Para obtener la función $f(\hat{\Psi}_R^s)$ puede usarse la dinámica de las corrientes, que viene dada por la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

agrupando los términos que pueden obtenerse a partir de las medidas, se puede escribir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

⁶Nótese que a las matrices de la ecuación de estado de la máquina se les ha denominado \mathcal{A} y \mathcal{B} . Éstas no han de confundirse con los parámetros A y B de la máquina.

Si se define $f(\vec{\Psi}_R^s)$ como:

$$f(\vec{\Psi}_R^s) = \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

y $f(\vec{\hat{\Psi}})$ como:

$$f(\vec{\hat{\Psi}}) = \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

la ecuación (6.44) se convierte en:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \\ &+ \mathbf{K} \left(\begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (6.49)$$

La dinámica del error de estimación $\vec{e} = \vec{\hat{\Psi}} - \vec{\Psi}_R^s$ viene dada por:

$$\frac{d}{dt} \vec{e} = \left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right) \vec{e} \quad (6.50)$$

que como se puede apreciar depende de la velocidad del rotor. Por tanto si se desea que los polos del observador estén situados en una posición fija, independiente de ω_R , ha de calcularse la ganancia del observador \mathbf{K} para cada punto de trabajo del motor (Verghese y Sanders, 1988). Este cálculo se puede hacer, por ejemplo, usando la función `place` de MATLAB y almacenando los resultados en una tabla, obteniéndose los valores de \mathbf{K} en el observador en tiempo real mediante interpolación (García Cerrada, 1991) o bien se puede buscar una expresión analítica de \mathbf{K} que pueda ser usada en tiempo real. Para ello no hay más que calcular los autovalores de la matriz \mathcal{A}_e y obtener el valor de \mathbf{K} que sitúe los autovalores en la posición deseada. Dicha expresión no ha de ser muy compleja con vistas a su aplicación en tiempo real en un microprocesador.

Hasta ahora no se ha dado ningún valor a la ganancia \mathbf{K} . Si se elige $\mathbf{K} = k_1 \mathbf{I}$, la dinámica del error vendrá dada por:

$$\frac{d}{dt} \vec{e} = \begin{bmatrix} E + k_1 B & -\omega_R + k_1 C\omega_R \\ \omega_R - k_1 C\omega_R & E + k_1 B \end{bmatrix} \vec{e} \quad (6.51)$$

y los autovalores de esta matriz tienen por expresión:

$$E + Bk_1 \pm \omega_R \sqrt{-1 + 2Ck_1 - C^2 k_1^2} \quad (6.52)$$

en donde se puede apreciar que se fijan simultáneamente la parte real y la parte imaginaria de los autovalores. Es mejor tener un grado de libertad adicional que permita situar los dos autovalores conjugados en cualquier posición del plano complejo. Para ello se elige $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix}$, con lo que la dinámica del error será ahora:

$$\frac{d}{dt} \vec{e} = \begin{bmatrix} E + Bk_1 + Ck_2\omega_R & -\omega_R - Bk_2 + Ck_1\omega_R \\ \omega_R + Bk_2 - Ck_1\omega_R & E + Bk_1 + Ck_2\omega_R \end{bmatrix} \vec{e} \quad (6.53)$$

y en este caso los autovalores de la matriz vienen dados por:

$$E+Bk_1+Ck_2\omega_R \pm \sqrt{(2BCk_1k_2-2Bk_2)\omega_R-B^2k_2^2-(1-2Ck_1+C^2k_1^2)\omega_R^2} \quad (6.54)$$

en donde se puede apreciar que ahora existen dos grados de libertad que permiten situar de forma independiente la parte real y la parte imaginaria de los dos autovalores conjugados en cualquier posición del plano complejo. Si se desea situarlos en el eje real (*autovalor* = $-P_r$) los valores de k_1 y k_2 serán:

$$k_1 = -\frac{E+P_r+Ck_2\omega_R}{B} \quad (6.55)$$

$$k_2 = -\frac{B\omega_R+CE\omega_R+C\omega_R P_r}{B^2+C^2\omega_R^2} \quad (6.56)$$

Si se desean situar en el plano complejo (*autovalor* = $-P_r \pm \sqrt{-P_i}$), los valores de k_1 y k_2 tendrán la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} k_1 &= -\frac{E+Ck_2\omega_R+P_r}{B} \\ k_2 &= \frac{-2B^3\omega_R-2B^2CE\omega_R-2B^2C\omega_R P_r-2BC^2\omega_R^3-2C^3E\omega_R^3-2C^3\omega_R^3 P_r}{2(B^4+C^4\omega_R^4+2B^2C^2\omega_R^2)} + \\ &\quad + \frac{2\sqrt{B^6P_i+2B^4C^2\omega_R^2P_i+B^2C^4\omega_R^4P_i}}{2(B^4+C^4\omega_R^4+2B^2C^2\omega_R^2)} \end{aligned} \quad (6.57)$$

en donde se observa que la implantación en tiempo real del observador cuando se sitúan los polos fuera del eje real será problemática debido a la complejidad del cálculo de k_2 .⁷ Además tal como se verá en la Sección 6.5.3 el situar a los polos del observador sobre el eje real simplifica también enormemente los cálculos del observador en tiempo discreto. Por tanto en este trabajo se van a situar siempre los polos del observador en el eje real. Además estos polos han de ser mucho más rápidos que los del controlador para evitar que la dinámica del observador interaccione con la del controlador.

6.5.2. Aplicación del observador

En la sección 6.5.1 se ha obtenido la ecuación dinámica de un observador de flujo de estator de orden reducido:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \\ &+ \mathbf{K} \left(\begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (6.58)$$

para poder realimentar el valor real del flujo, es necesario usar la dinámica de las corrientes. Aplicando (6.46) la ecuación anterior se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} - \\ &- \mathbf{K} \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (6.59)$$

⁷Salvo que se calculen los valores de \mathbf{K} previamente y luego se use alguna técnica de interpolación en la aplicación en tiempo real.

sin embargo no es deseable realimentar la derivada de las corrientes, puesto que la obtención de ésta es muy sensible al ruido de alta frecuencia. (Verghese y Sanders, 1988) propone evitar la medida de la derivada de la corriente mediante un cambio de variable. Reordenando la ecuación anterior se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \mathbf{K} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = & \left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \\ & + \left(\begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.60)$$

si se suma y se resta en la ecuación anterior el término:

$$\left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right) \mathbf{K} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

se puede definir el siguiente cambio de variable:

$$\vec{z} = \vec{\Psi}_R^s + \mathbf{K} \vec{i}_S^s \quad (6.62)$$

La ecuación del observador en esta nueva variable se expresa:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{z} = & \left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right) \vec{z} + \left(\begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} - \\ & - \left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right) \mathbf{K} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.63)$$

si se elige $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \end{bmatrix}$ y se agrupan los términos de la ecuación anterior se obtiene como ecuación del observador en tiempo continuo la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{z} = & \overbrace{\begin{bmatrix} E + Bk_1 + Ck_2\omega_R & -\omega_R - Bk_2 + Ck_1\omega_R \\ \omega_R + Bk_2 - Ck_1\omega_R & E + Bk_1 + Ck_2\omega_R \end{bmatrix}}^{\mathcal{A}} \vec{z} + \\ & + \overbrace{\begin{bmatrix} Fk_1 & -Fk_2 \\ Fk_2 & Fk_1 \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}1} \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{B}2_{11} & -\mathcal{B}2_{12} \\ \mathcal{B}2_{12} & \mathcal{B}2_{11} \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}2} \cdot \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.64)$$

siendo:

$$\mathcal{B}2_{11} = D + (A-E)k_1 + (1-2Ck_1)k_2\omega_R + B(k_2^2 - k_1^2) \quad (6.65)$$

$$\mathcal{B}2_{12} = (A-E)k_2 - 2Bk_1k_2 + (Ck_1 - 1)k_1\omega_R - Ck_2^2\omega_R \quad (6.66)$$

Conviene destacar que en el cambio de variable realizado en (6.62) sólo es válido si la ganancia \mathbf{K} es constante, aunque esto no se menciona en (Verghese y Sanders, 1988). Sin embargo, según se ha visto en la sección 6.5.1, para mantener los polos independientes de la velocidad se ha diseñado \mathbf{K} como una función de la velocidad del rotor (6.56). Por tanto, en los accionamientos en los que la aceleración sea elevada, la aplicación del observador propuesto será problemática, pudiendo incluso llegar a ser inestable, tal como se muestra en la Sección 6.5.5.

6.5.3. Implantación del observador en tiempo discreto.

El modelo en tiempo continuo obtenido en la sección anterior, propuesto en (Vergheze y Sanders, 1988), puede expresarse en tiempo discreto según:

$$(\vec{z})_{k+1} = \mathcal{F} (\vec{z})_k + \mathcal{G} (\vec{v})_k \quad (6.67)$$

$$(\vec{z})_k = (\vec{\Psi}_R^s)_k + (\mathbf{K}T_S^s)_k \quad (6.68)$$

con:

$$\vec{v}_k = \begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \\ i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix}_k \quad (6.69)$$

Si se usa un retenedor de orden cero para las medidas de tensiones y corrientes, las matrices del modelo en tiempo discreto se pueden calcular según:

$$\mathcal{F} = e^{\mathcal{A}T_s} \quad (6.70)$$

$$\mathcal{G} = \int_0^{T_s} e^{\mathcal{A} \cdot s} \cdot \mathcal{B} ds \quad (6.71)$$

siendo:

$$\mathcal{B} = [\mathcal{B}1, \mathcal{B}2] \quad (6.72)$$

Tal como se puede apreciar en la ecuación (6.64) la matriz \mathcal{A} es simétrica, es decir:

$$\mathcal{A} = \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{J} \quad (6.73)$$

por lo que se puede demostrar que (Arrowsmith y Place, 1982):

$$\mathcal{F} = e^{\alpha T_s} \begin{bmatrix} \cos \beta T_s & -\sin \beta T_s \\ \sin \beta T_s & \cos \beta T_s \end{bmatrix} \quad (6.74)$$

Además la matriz \mathcal{A} es igual a la matriz \mathcal{A}_e del observador (ver eq. 6.53 y 6.64) por lo que si se sustituyen k_1 y k_2 por las expresiones calculadas en (6.55-6.56) para situar los autovalores de dicha matriz en $-P_r$, se obtiene:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -P_r & 0 \\ 0 & -P_r \end{bmatrix} \quad (6.75)$$

y por tanto \mathcal{F} se reduce a:

$$\mathcal{F} = e^{-P_r T_s} \cdot \mathbf{I} \quad (6.76)$$

y la matriz \mathcal{G} a:

$$\mathcal{G} = e^{-P_r T_s} \cdot \mathbf{I} \int_0^{T_s} e^{P_r s} \cdot \mathcal{B} ds \quad (6.77)$$

que una vez resuelta la integral es:

$$\mathcal{G} = \frac{1}{P_r} (1 - e^{-P_r T_s}) \cdot \mathcal{B} \quad (6.78)$$

Por tanto la expresión final del observador es la ecuación (6.67) junto con las expresiones de las matrices \mathcal{F} (6.76) y \mathcal{G} (6.78). Conviene destacar que este observador estima el valor de \vec{z}_k por lo que para calcular el flujo es necesario deshacer el cambio de variable realizado en (6.68):

$$(\vec{\Psi}_R^s)_k = (\vec{z})_k - (\mathbf{K}T_S^s)_k \quad (6.79)$$

6.5.4. Implantación del observador en tiempo discreto sin cambio de variable

En la implantación en tiempo discreto se puede evitar la realización del cambio de variable (6.68). En (Bottura et al., 1993) se realiza una discretización del modelo completo del motor en unos ejes que giran a la velocidad de sincronismo. Para poder realizar la discretización descomponen la matriz de estado \mathcal{A} en una parte dependiente de la velocidad y otra independiente, que la consideran como una entrada adicional, aplicándole un retenedor de orden cero. Basándose en este modelo en tiempo discreto se diseña un observador de orden reducido, mostrándose en el artículo mediante simulación el buen comportamiento de éste. En el presente trabajo se propone un método alternativo, consistente en la discretización de las ecuaciones del observador (6.49) y de la función de realimentación del flujo (6.45), que se pueden expresar, después de agrupar términos, como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\left(\begin{bmatrix} E & -\omega_R \\ \omega_R & E \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \right)}^{\mathcal{A}_f} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{Rd}^s \\ \hat{\Psi}_{Rq}^s \end{bmatrix} + \quad (6.80)$$

$$+ \overbrace{\left[\mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} B & C\omega_R \\ -C\omega_R & B \end{bmatrix} \middle| \begin{matrix} D & 0 \\ 0 & D \end{matrix} \right]}^{\mathcal{B}_f} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \\ i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{u}_f} \quad (6.81)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}}^{\mathcal{A}_i} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} B & C\omega_R & F & 0 \\ -C\omega_R & B & 0 & F \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}_i} \overbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \\ u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{u}_i} \quad (6.82)$$

Si se considera la velocidad como un parámetro, ambas ecuaciones se pueden considerar lineales e invariantes en el tiempo y por tanto se podrán expresar en tiempo discreto según las ecuaciones:

$$\left(\hat{\Psi} \right)_{k+1} = \mathcal{F}_f \left(\hat{\Psi} \right)_k + \mathcal{G}_f \left(\vec{u}_f \right)_k \quad (6.83)$$

$$\left(\vec{i}_S^s \right)_{k+1} = \mathcal{F}_i \left(\vec{i}_S^s \right)_k + \mathcal{G}_i \left(\vec{u}_i \right)_k \quad (6.84)$$

Si se usa un retenedor de orden cero para las entradas, las matrices de las ecuaciones en tiempo discreto vienen dadas por:

$$\mathcal{F}_f = e^{\mathcal{A}_f T_s} \quad (6.85)$$

$$\mathcal{G}_f = e^{\mathcal{A}_f T_s} \int_0^{T_s} e^{\mathcal{A}_f s} \cdot \mathcal{B}_f ds \quad (6.86)$$

$$\mathcal{F}_i = e^{\mathcal{A}_i T_s} \quad (6.87)$$

$$\mathcal{G}_i = e^{\mathcal{A}_i T_s} \int_0^{T_s} e^{\mathcal{A}_i s} \cdot \mathcal{B}_i ds \quad (6.88)$$

Teniendo en cuenta que \mathcal{A}_f , después de sustituir \mathbf{K} por los valores expresados en (6.55-6.56) para situar sus autovalores en $-P_r$, es igual a:

$$\mathcal{A}_f = \begin{bmatrix} -P_r & 0 \\ 0 & -P_r \end{bmatrix} \quad (6.89)$$

su exponencial, al ser \mathcal{A}_f diagonal, se reduce a:

$$\mathcal{F}_f = e^{-P_r T_s} \cdot \mathbf{I} \quad (6.90)$$

de la misma manera, \mathcal{F}_i es igual a:

$$\mathcal{F}_i = e^{A T_s} \cdot \mathbf{I} \quad (6.91)$$

y las matrices \mathcal{G}_f y \mathcal{G}_i , una vez resueltas las integrales son iguales a:

$$\mathcal{G}_f = \frac{1}{-P_r} (e^{-P_r T_s} - 1) \cdot \mathcal{B}_f \quad (6.92)$$

$$\mathcal{G}_i = \frac{1}{A} (e^{A T_s} - 1) \cdot \mathcal{B}_i \quad (6.93)$$

A partir de la expresión en tiempo discreto de la dinámica de las corrientes (6.84), teniendo en cuenta (6.47), (6.91) y (6.93), se puede calcular el término de realimentación del flujo $f(\vec{\Psi}_R^s)$, que vendrá dado por:

$$(f(\vec{\Psi}_R^s))_k = \frac{A}{e^{A T_s} - 1} \cdot \mathbf{I} \cdot \{(\vec{i}_S^s)_{k+1} - e^{A T_s} (\vec{i}_S^s)_k\} - F \cdot \mathbf{I} (\vec{i}_S^s)_k \quad (6.94)$$

De la misma forma, a partir de (6.83), teniendo en cuenta (6.47), (6.90) y (6.92), se obtiene la ecuación del observador en tiempo discreto:

$$\left(\vec{\Psi}_k^s\right)_{k+1} = e^{-P_r T_s} \cdot \mathbf{I} \left(\vec{\Psi}_k^s\right) + \frac{e^{-P_r T_s} - 1}{-P_r} \{ \mathbf{K} (f(\vec{\Psi}_R^s))_k + D \cdot \mathbf{I} (\vec{i}_S^s)_k \} \quad (6.95)$$

Nótese que estas ecuaciones permiten calcular el flujo en el instante $k+1$ a partir de la corriente y el flujo estimado en el instante k y de la corriente en el instante $k+1$, la cual estará ya disponible en el momento de calcular el flujo.

6.5.5. Resultados de simulación

Para evaluar las prestaciones del observador de orden reducido se ha simulado el observador junto con el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en la Sección 4.3. Las simulaciones se han realizado sobre el mismo motor de 250 W usado en la Sección 4.4.2 y bajo las mismas condiciones. Tanto el observador como el controlador se han implementado en tiempo discreto con un periodo de muestreo de $T_s = 1$ ms. Las ganancias del controlador Lyapunov-Integral se han elegido: $k_1 = 100$, $I_1 = 4$, $k_2 = 50$ y $I_2 = 8$ y el polo del observador se ha situado en $P_r = -250$.

Se han evaluado las dos versiones del observador propuestas:

1. realimentación del flujo mediante el cambio de variable propuesto en (Verghese y Sanders, 1988), mostrado en la Sección 6.5.2 y expresado en tiempo discreto según se ha mostrado en la Sección 6.5.3

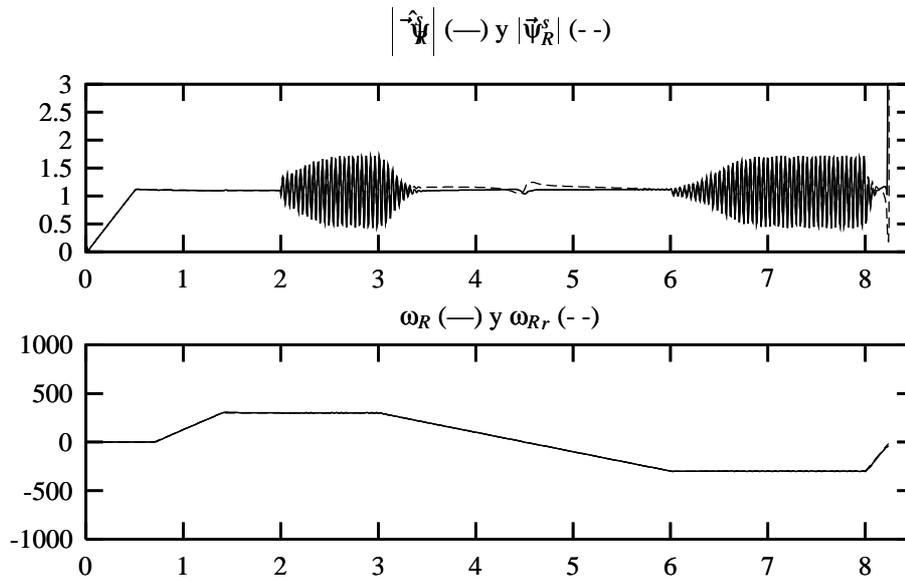


Figura 6.8: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador con cambio de variable.

2. realimentación del flujo en tiempo discreto sin cambio de variable, según se propone en la sección 6.5.4.

En la figura 6.8 se muestra una simulación con la primera versión del observador. Este observador es inestable en el arranque, por lo que es necesario usar otro observador en dicho periodo o arrancar la máquina sin controlar. En este caso se ha optado por la primera alternativa, usándose la segunda versión del observador durante los primeros 2 s. Desde $t = 3$ s hasta $t = 6$ s se realiza una inversión del sentido de giro con baja aceleración, durante la cual el observador se comporta adecuadamente, aunque en el paso por cero de la velocidad se produce un error de estimación apreciable. Desde $t = 8$ s hasta $t = 8,5$ s se vuelve a cambiar el sentido de giro, pero esta vez con una aceleración grande, pudiéndose apreciar que el observador se vuelve inestable en el paso por cero de la velocidad. Tanto el error de estimación como la inestabilidad se producen en el paso por cero de la velocidad porque es en ese punto donde la derivada de la matriz de ganancias del observador \mathbf{K} presenta su máximo, con lo que el error cometido al despreciar la derivada de \mathbf{K} en la ecuación del observador con cambio de variable (6.63) es considerable.

Las oscilaciones que se producen en el observador durante el régimen permanente se pueden eliminar aumentando la separación entre las constantes de tiempo del observador y las del controlador. En la figura 6.9 se muestra una simulación realizada en las mismas condiciones que las de la figura 6.8, manteniendo el polo del observador en $P_r = -250$, pero situando la ganancia k_1 en 50. Como se puede apreciar el sistema ahora no oscila, aunque debido a la menor ganancia del controlador de flujo presenta un pequeño error en régimen permanente. Además el controlador sigue siendo inestable en el paso por cero de la velocidad cuando la aceleración es grande.

En la figura 6.10 se muestran los resultados obtenidos con el observador implantado

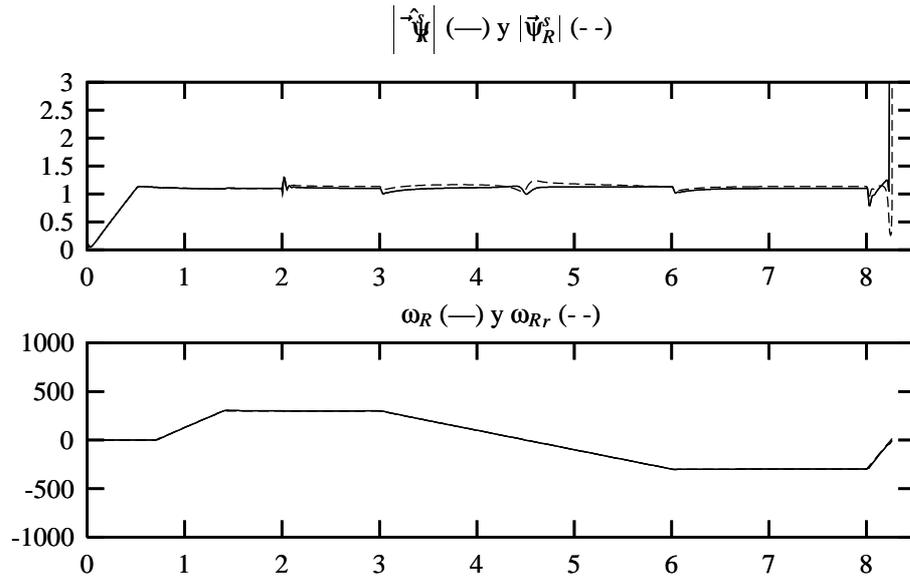


Figura 6.9: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador con cambio de variable.

sin cambio de variable, según se ha mostrado en la sección 6.5.4. La simulación se ha realizado en las mismas condiciones que las de la figura 6.8, salvo que desde $t = 8$ s hasta $t = 9,5$ s la resistencia se ha incrementado desde su valor nominal hasta un 150 % de dicho valor. Como se puede apreciar el observador implantado sin cambio de variable es estable tanto en el arranque como en los transitorios con alta aceleración, aunque dado que la discretización realizada sólo es válida si la velocidad puede considerarse constante durante todo el periodo de muestreo, durante los transitorios se produce un pequeño error de estimación. Además cuando se produce un transitorio de velocidad en presencia de un error en el valor de la resistencia de rotor, el error de estimación en el paso por cero de la velocidad aumenta, pudiendo llegar el sistema a ser inestable si el error en R_R es elevado.⁸ Sin embargo, según se puede apreciar en la figura, el error de estimación en régimen permanente no se ve afectado en gran medida por el error en la resistencia de rotor.

6.6. Conclusiones

En este capítulo se han estudiado tres alternativas para obtener el flujo de rotor de la máquina de inducción. En primer lugar se ha mostrado un estimador en lazo abierto, que si bien presenta como principal ventaja su simplicidad, tiene como inconvenientes una limitada velocidad de convergencia y una gran sensibilidad a los parámetros de la máquina. Para mejorar el comportamiento cuando varía la resistencia de rotor, se ha propuesto el uso de un estimador de resistencia de rotor, obteniéndose una mejora no-

⁸Se ha comprobado mediante simulación que en este caso si \hat{R}_R es mayor de un 200 % o menor de un 90 % de su valor nominal, el controlador es inestable en los cambios de sentido de giro con aceleración grande.

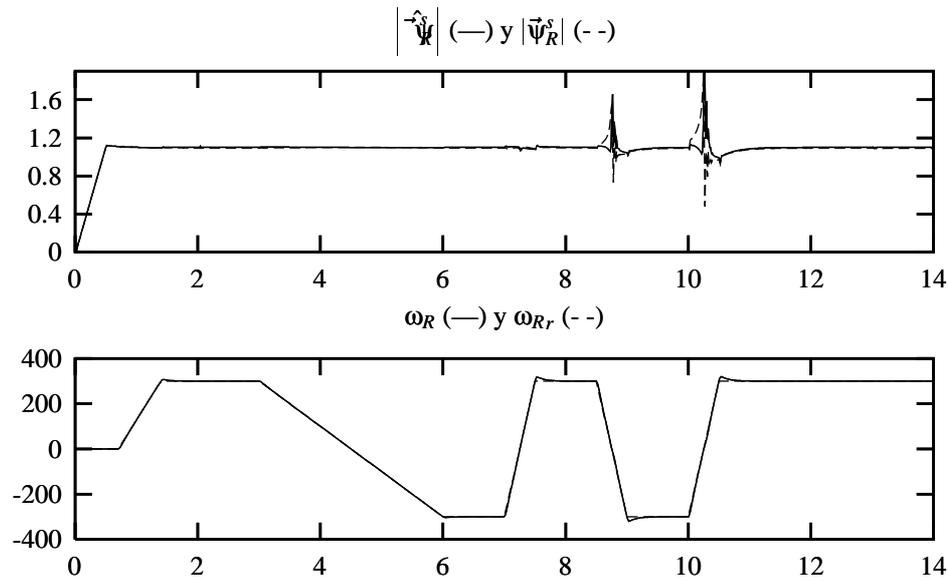


Figura 6.10: Evolución del flujo de rotor estimado y de la velocidad. Observador sin cambio de variable.

table en el comportamiento del estimador. Además, esta es la primera vez que se simula dicho estimador en lazo cerrado.

En segundo lugar se ha mostrado un diseño conjunto de un controlador Lyapunov-Integral junto con un estimador de flujo de rotor en lazo abierto, en el que gracias al controlador se consigue que una función de Lyapunov de los errores de seguimiento y sus integrales, junto con el error de estimación, tiendan a cero con una dinámica preestablecida. Sin embargo se ha mostrado mediante simulación que las prestaciones de este controlador son peores que las obtenidas cuando se diseña el controlador Lyapunov-Integral independientemente del estimador de flujo de rotor.

En tercer lugar se ha estudiado un observador de flujo de rotor de orden reducido, mostrándose que la realimentación del observador requiere el cálculo de la derivada de la corriente o realizar un cambio de variable, propuesto en (Verghese y Sanders, 1988), que depende de la velocidad de giro de la máquina. Esta dependencia de la velocidad, hace que el observador sea inestable cuando la máquina se somete a transitorios de velocidad con aceleración grande. Para evitar este problema, en este trabajo se ha realizado una implantación en tiempo discreto novedosa, que no necesita realizar el cambio de variable mencionado anteriormente y que funciona adecuadamente cuando existen transitorios de velocidad con aceleración grande.

Capítulo 7

Plataforma experimental

7.1. Introducción

En los capítulos previos se han desarrollado una serie de controladores y de estimadores de flujo para el motor de inducción, validándose sus prestaciones mediante simulación. Aunque las simulaciones realizadas han permitido evaluar los controladores y estimadores en condiciones ideales, es necesario comprobar su aplicación en un banco de ensayos real, donde intervienen ruidos en las medidas, errores en los parámetros, retrasos, saturaciones, etc.

En este capítulo se describe el banco de ensayos del Laboratorio de Accionamientos Eléctricos de la Universidad Pontificia Comillas utilizado para la validación experimental, haciendo especial énfasis en los sistemas del banco desarrollados por el autor.

En primer lugar se describe un diagrama de bloques general del banco de ensayos utilizado. A continuación se muestra un circuito basado en FPGA¹ usado para controlar un inversor trifásico mediante modulación vectorial. Seguidamente se describe el circuito de interfaz entre el ordenador y el encoder incremental usado para la medida de la velocidad, que también está basado en una FPGA. Por último se muestra el programa de control desarrollado junto con el sistema operativo de tiempo real usado para su implantación.

7.2. Descripción del banco de ensayos

En la figura 7.1 se muestra un diagrama de bloques del banco de ensayos. El banco está compuesto por una máquina de inducción de 250 W, acoplada por un extremo de su eje a una máquina de corriente continua de 550 W que actúa como freno y por el otro a un *encoder* incremental para la medida de la velocidad. La máquina de inducción se alimenta a través de un inversor trifásico SKiiP 132GD120-318CTV (Semikron, 1999) de la firma Semikron, cuyo circuito de continua se alimenta a través de un rectificador trifásico SKD160-12 también de la firma Semikron. La salida del rectificador se filtra con un banco de condensadores de 3.300 μF de capacidad.

Para alimentar la excitación de la máquina de continua se usa una fuente de corriente continua HP6655A de 120 V, 4 A. El inducido se conecta a una resistencia variable de 250

¹Field Programmable Gate Array.

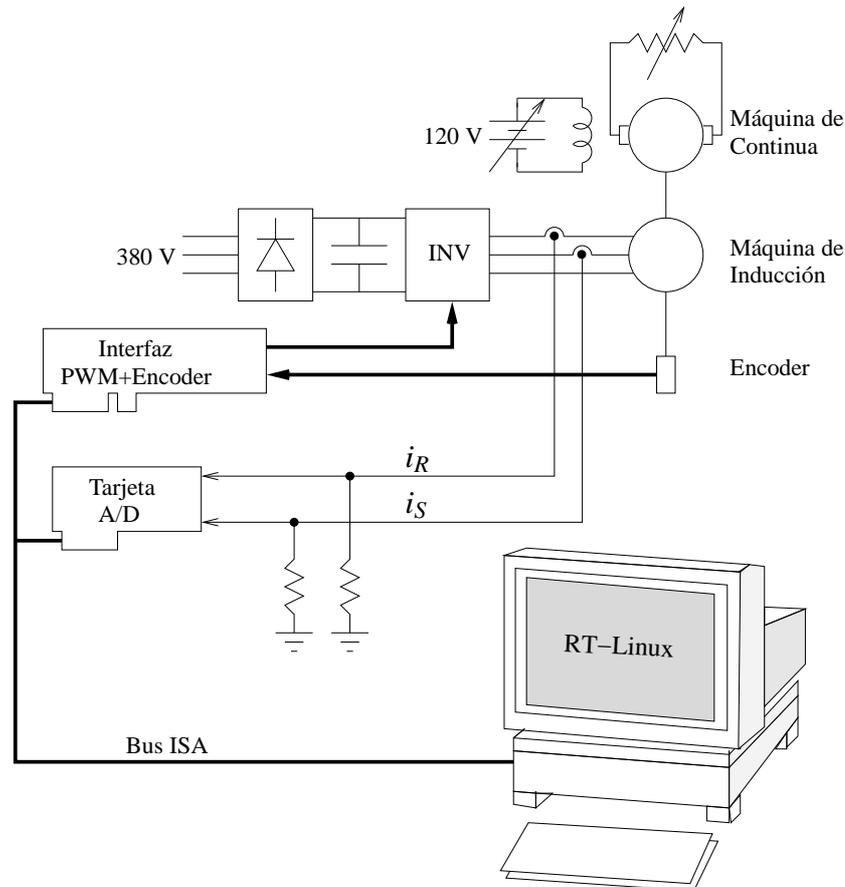


Figura 7.1: Diagrama de bloques del banco de ensayos

Ω que permite variar la característica del par de carga aplicado a la máquina de inducción. Nótese que este par de carga será proporcional a la velocidad de giro, no siendo posible con este esquema ensayar la máquina de inducción con un par constante o con un par dependiente del cuadrado de la velocidad.

El sistema de control se ha implantado en un PC compatible con un procesador Pentium a 200 MHz y 64 Mb de memoria RAM. Para poder controlar el sistema se han añadido dos tarjetas al bus ISA del PC (Shanley y Anderson, 1995). La primera, designada en el diagrama como “Tarjeta A/D”, es una tarjeta de adquisición de datos DAS-1400 de la firma Keithley Metrabyte (Keithley, 1993) que se usa para la medida de las corrientes. Como se puede apreciar en la figura 7.1 se miden las corrientes de las fases R y S, usándose para ello dos sondas de corriente basadas en efecto Hall HTP100S de la firma Telcon Technology. La salida de ambas sondas es una corriente 5 veces menor que la del primario.² Dicha corriente se hace pasar por una resistencia de 5 Ω , obteniéndose una ganancia de las sondas de 1 V/A.

La segunda tarjeta usada en el sistema, identificada en el diagrama de bloques como “Interfaz PWM+Encoder”, es una tarjeta desarrollada por el autor que permite controlar

²Las sondas tienen una relación entre la corriente del primario y la salida de 1:100. Como esta relación es demasiado elevada para esta aplicación se ha optado por dar 20 vueltas al primario, obteniéndose una relación 20:100.

los disparos del inversor trifásico y contar los pulsos del encoder incremental, detectándose además el sentido de giro de la máquina. Esta tarjeta está basada en una FPGA XC4010 (Xilinx, 1999) de la firma Xilinx. Tanto la conexión con el inversor como con el encoder incremental están aisladas galvánicamente.

Por último conviene destacar que el programa de control se ha implantado en tiempo real mediante el uso del sistema operativo RTLinux (Barabanov, 1997), que es una variante del sistema operativo Linux que permite ejecutar ciertas tareas en tiempo real.

En las secciones siguientes se discuten en mayor detalle tanto la tarjeta de interfaz con el inversor y con el encoder como la implantación del programa de control en tiempo real usando el sistema operativo RTLinux.

7.3. Control del inversor mediante modulación vectorial

Para poder aplicar los algoritmos de control desarrollados en esta tesis es necesario disponer de una fuente de tensión controlable de forma dinámica y precisa. La modulación mediante vector espacial (Holtz, 1994) permite situar el vector de tensión en cada instante en cualquier posición del plano d-q. Esto hace que esta técnica sea la más intuitiva para aplicaciones de control vectorial o de dispositivos FACTS (García González y García Cerrada, 1998).

7.3.1. Tensiones generadas por un inversor trifásico en ejes d-q.

En la Figura 7.2 se muestra un esquema simplificado de un inversor trifásico. En dicho inversor existen limitaciones en cuanto al estado de los interruptores: para evitar un cortocircuito no pueden estar cerrados al mismo tiempo los dos interruptores de una misma rama. Tampoco es conveniente dejar los dos interruptores de una rama abiertos ya que la tensión en la fase correspondiente de la carga estará indefinida. Debido a esto, existen tan solo ocho estados (modos) posibles del inversor y cada estado se puede identificar sabiendo la situación de un interruptor de cada rama. En la Tabla 7.1 se muestran los estados de tres interruptores (1, 3 y 5, Fig.7.2) para cada uno de los posibles modos del inversor.

Para cada uno de estos modos se obtiene una tensión de salida en cada una de las ramas del inversor. Si se alimenta con el inversor una carga equilibrada conectada en estrella, tal como se muestra en la Figura 7.3(a), las tensiones obtenidas en cada fase de la carga serán las mostradas en la Tabla 7.2. Para una carga equilibrada conectada en

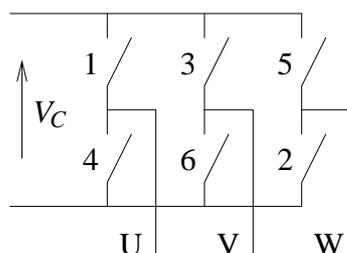


Figura 7.2: Inversor trifásico.

Int. \ Modo	1	2	3	4	5	6	7	8
1	On	On	On	Off	Off	Off	On	Off
3	Off	Off	On	On	On	Off	On	Off
5	Off	On	Off	On	Off	On	On	Off

Cuadro 7.1: Modos del inversor.

$V_x \backslash \text{Modo}$	1	2	3	4	5	6	7	8
V_R	$\frac{2}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$-\frac{2}{3}V_C$	$-\frac{1}{3}V_C$	$-\frac{1}{3}V_C$	0	0
V_S	$-\frac{1}{3}V_C$	$-\frac{2}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$\frac{2}{3}V_C$	$-\frac{1}{3}V_C$	0	0
V_T	$-\frac{1}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$-\frac{2}{3}V_C$	$\frac{1}{3}V_C$	$-\frac{1}{3}V_C$	$\frac{2}{3}V_C$	0	0
u_d	$\sqrt{\frac{2}{3}}V_C$	$\frac{1}{\sqrt{6}}V_C$	$\frac{1}{\sqrt{6}}V_C$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}V_C$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}V_C$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}V_C$	0	0
u_q	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}V_C$	$\frac{1}{\sqrt{2}}V_C$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}V_C$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}V_C$	0	0

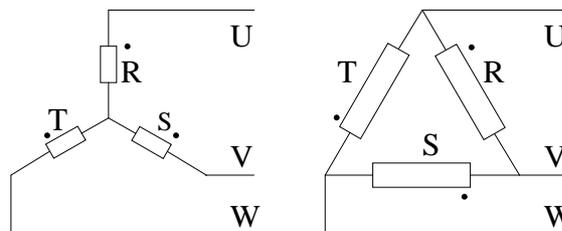
Cuadro 7.2: Tensiones de fase y en ejes d-q para una carga conectada en estrella.

$V_x \backslash \text{Modo}$	1	2	3	4	5	6	7	8
V_R	V_C	V_C	0	$-V_C$	$-V_C$	0	0	0
V_S	0	$-V_C$	V_C	0	V_C	$-V_C$	0	0
V_T	$-V_C$	0	$-V_C$	V_C	0	V_C	0	0
u_d	$\frac{\sqrt{6}}{2}V_C$	$\frac{\sqrt{6}}{2}V_C$	0	$-\frac{\sqrt{6}}{2}V_C$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}V_C$	0	0	0
u_q	$\frac{\sqrt{2}}{2}V_C$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}V_C$	$\sqrt{2}V_C$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}V_C$	$\frac{\sqrt{2}}{2}V_C$	$-\sqrt{2}V_C$	0	0

Cuadro 7.3: Tensiones de fase y en ejes d-q para una carga conectada en triángulo.

triángulo, según el esquema mostrado en la Figura 7.3(b), las tensiones por fase en la carga se muestran en la Tabla 7.3.

Si a las tensiones trifásicas de arrollamiento se les aplica una transformada de Park invariante en potencia, con el eje d coincidente con la fase R, se obtienen las tensiones en ejes d-q mostradas en las dos últimas filas de las tablas 7.2 y 7.3. La transformación aplicada en ambos casos se ha desarrollado en la sección A.1 y viene dada por:



(a) Estrella.

(b) Triángulo.

Figura 7.3: Conexión de la carga al inversor.

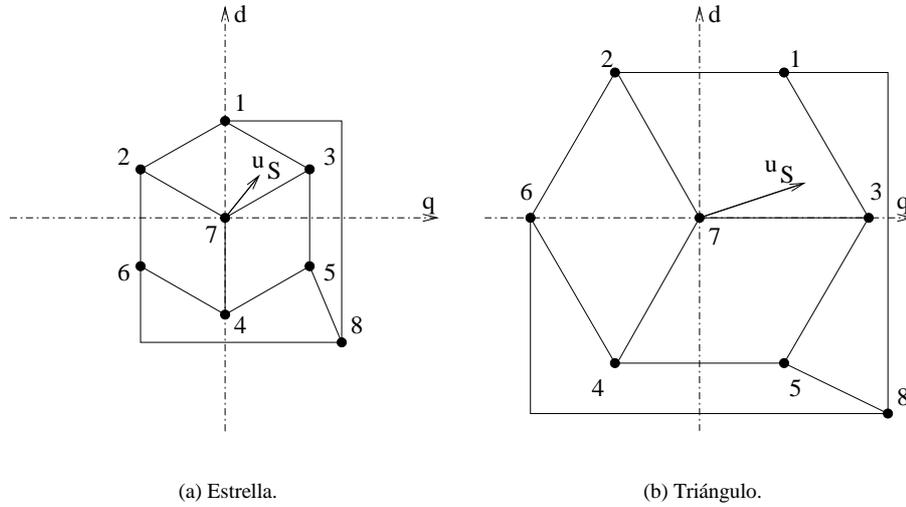


Figura 7.4: Tensiones generadas en ejes d-q.

$$\begin{bmatrix} u_o \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{4\pi}{3} \\ 0 & \sin \frac{2\pi}{3} & \sin \frac{4\pi}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Como se puede apreciar la componente u_o es cero en todos los modos y por ello no se ha indicado su valor en las tablas 7.2 y 7.3

En las Figuras 7.4(a) y 7.4(b) se representan las tensiones en ejes d-q para cada modo del inversor. Cada punto representa el vector espacial de tensión generado en el modo correspondiente y las líneas que los unen representan los modos adyacentes³. En el modo 8 la tensión aplicada por el inversor a la carga es cero, al igual que en el modo 7, por lo que a ambos se les denomina modos inactivos. Al resto de modos (1–6) se les denomina modos activos. El modo 8 se ha dibujado lejos del origen para poder distinguir qué modos son adyacentes al modo 7 y cuales lo son al 8. Nótese que ambas figuras se han dibujado con la misma escala y que por tanto las tensiones producidas en la carga conectada en estrella son $\sqrt{3}$ veces menores que las producidas en la carga conectada en triángulo.

7.3.2. Generación de un vector espacial de tensión arbitrario.

Para generar un vector de tensión cualquiera (Por ejemplo \vec{u}_S en la Fig. 7.4) es necesario conmutar el inversor entre varios modos durante un periodo de muestreo T_s , de forma que la media del vector de tensión en ejes d-q generado durante T_s coincida con el valor del vector que se desea generar. Sin embargo esta premisa da lugar a infinitas combinaciones de modos del inversor durante T_s . En (Bellini et al., 1983) se presenta un método que permite minimizar el número de conmutaciones durante T_s : como cualquier vector que se desee generar estará siempre situado entre dos modos activos adyacentes a y b (1 y 3 en el ejemplo de la Fig. 7.4)⁴, se puede generar el vector \vec{u}_S aplicando durante

³Se denominan modos adyacentes aquellos en los que sólo es necesario el cambio de estado de una rama para pasar de un modo al otro (Bellini et al., 1983).

⁴Se dice entonces que el vector \vec{u}_S está en la región Rab (R13 en el ejemplo de la Fig. 7.4)

un tiempo t_a el modo a (con lo que se aplica la tensión \vec{u}_{Sa} a la carga) y durante un tiempo t_b el modo b (\vec{u}_{Sb}), de forma que se cumpla:

$$T_s \cdot \vec{u}_S = t_a \cdot \vec{u}_{Sa} + t_b \cdot \vec{u}_{Sb} \quad (7.2)$$

El tiempo $t_a + t_b$ será siempre menor o igual que T_s , por lo que el tiempo sobrante ($T_s - t_a - t_b$) se reparte entre los dos modos inactivos. En el apéndice D se muestran los cálculos detallados para los tiempos de conmutación del inversor en función de la región en la que se encuentre el vector \vec{u}_S , así como un algoritmo para determinar fácilmente en cual de las seis regiones posibles se encuentra dicho vector \vec{u}_S .

Con objeto de minimizar el número de conmutaciones de los interruptores es necesario que las transiciones se realicen siempre entre modos adyacentes. Además es conveniente evitar las transiciones al inicio del periodo de muestreo para facilitar la adquisición de datos sin necesidad de complejos filtros para eliminar los ruidos de conmutación. Esta última condición hace necesario empezar y terminar cada periodo de muestreo con un modo inactivo. Como se puede apreciar en la Figura 7.4 en cada región del inversor cada uno de los modos activos es adyacente a sólo uno de los modos inactivos. Por ejemplo en la región R13 el modo activo 1 es adyacente al modo inactivo 8 y el 3 lo es al 7. Por tanto para minimizar el número de conmutaciones de los semiconductores, la secuencia de modos ha de ser distinta en cada periodo de muestreo. Siguiendo con el ejemplo anterior, si el vector \vec{u}_S está situado en la región R13, y el periodo anterior terminó con el inversor situado en el modo 7, la secuencia de modos para el periodo actual será 7-3-1-8 y la del siguiente será por tanto la contraria, ya que se iniciará el periodo con el modo 8: 8-1-3-7.

7.4. Circuito coprocesador para la temporización del inversor.

Según se ha expuesto anteriormente, para que el inversor aplique en cada periodo de muestreo la tensión correcta es necesario controlar las tres ramas del inversor para que éste permanezca durante un tiempo t_a en el modo a , durante t_b en el modo b y el resto del tiempo en los dos modos inactivos 7 y 8. Para conseguir esto es necesario controlar de forma precisa el tiempo en que conmutan cada una de las tres ramas. Este hecho, unido a la alta frecuencia de muestreo, obliga al uso de un *hardware* específico. Dicho *hardware* puede estar:

- integrado en el propio microprocesador.
- construido a partir de temporizadores discretos LSI.
- integrado dentro de un dispositivo de lógica programable.

El primer caso es cada vez mas frecuente en la actualidad, ya que dado el auge de las aplicaciones de control PWM, muchos fabricantes incluyen unidades para generación de PWM trifásico en sus circuitos. Ejemplos de este tipo de microprocesadores son el Infineon C166 (Infineon Technologies, 1999) o el Texas Instruments TMS320F240 (Texas Instruments, 1998). Sin embargo en ciertos casos los dispositivos anteriores no tienen la potencia de cálculo necesaria para la aplicación o son demasiado caros⁵ y poco flexibles

⁵Aunque el precio del procesador suele ser muy bajo, el coste del sistema de desarrollo suele ser muy elevado, lo cual hace que no se justifique su adquisición para un laboratorio de investigación.

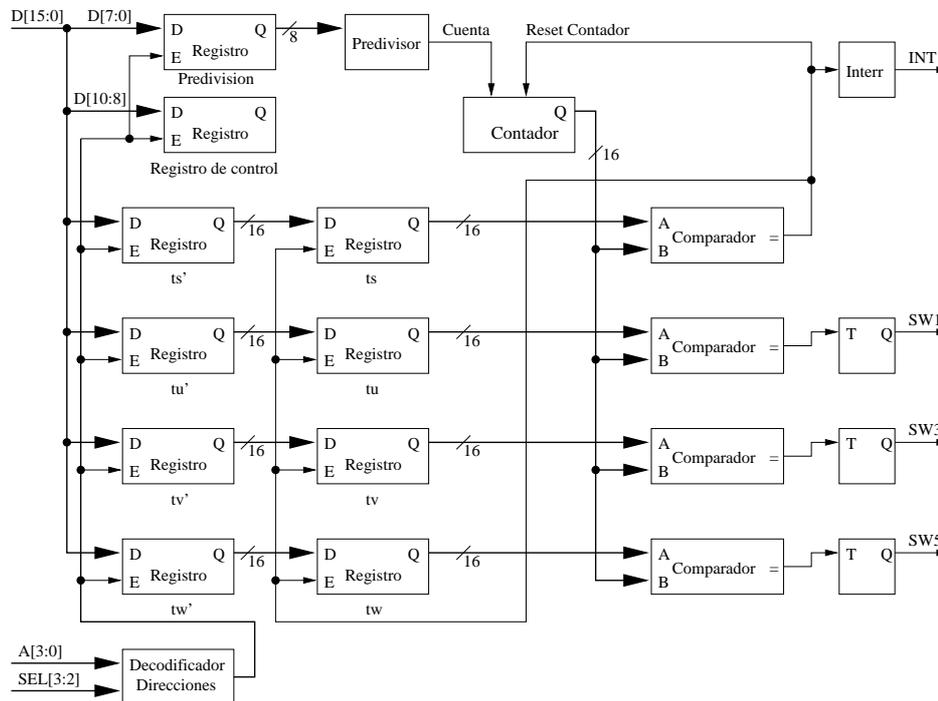


Figura 7.5: Diagrama de bloques del circuito.

para un entorno de investigación. En estos casos puede ser más apropiado el uso de procesadores de propósito general, como por ejemplo un Pentium o un TMS320C30, lo que obligará al uso de *hardware* específico para la generación de las señales PWM. En esta situación el uso de lógica programable tiene como ventajas principales sobre el uso de componentes discretos un ahorro considerable de espacio en la placa de circuito impreso y una mayor flexibilidad para realizar modificaciones en el circuito, imprescindibles en un entorno de investigación.

7.4.1. Diagrama de bloques del circuito

En la figura 7.5 se muestra un diagrama de bloques simplificado del circuito de generación de PWM. Dicho circuito consta de un contador de 16 bits y cuatro comparadores asociados a cuatro registros, también de 16 bits, en los que se almacenan el periodo de muestreo t_s y los tiempos en los que debe cambiar de estado cada rama del inversor: t_u , t_v y t_w . Cuando el tiempo almacenado en alguno de estos registros coincide con el tiempo almacenado en el contador, el pulso originado en la salida del comparador hace cambiar de estado el *flip-flop* tipo T y por tanto también cambiará el estado de la rama correspondiente (SW1, SW3 o SW5).⁶ Cuando el contador llega al valor almacenado en el registro t_s se genera un pulso de interrupción al microprocesador, se reinicia el contador y se cargan los valores de los registros t'_s , t'_u , t'_v y t'_w en los registros t_s , t_u , t_v y t_w . Esta

⁶Para simplificar el esquema sólo se han mostrado las salidas de los interruptores superiores de cada rama. El estado de los interruptores inferiores es simplemente el complementario de los superiores, ya que al incorporar el *driver* del inversor utilizado su propio circuito de generación de tiempos muertos, no es necesario generarlos en este circuito.

técnica de doble *buffer* permite que el procesador pueda escribir los tiempos del periodo de muestreo $k + 1$ durante todo el periodo k sin perturbar el funcionamiento del sistema. Además la interrupción generada permite al microprocesador iniciar la rutina de control que medirá las variables del sistema, calculará los nuevos tiempos y los escribirá en el circuito; para lo que dispone de todo el periodo de muestreo k . La tensión calculada no se aplicará hasta el periodo $k + 1$ y por tanto es necesario compensar este retraso en el controlador si la frecuencia fundamental es alta. En el apéndice E se muestra el diseño de los controladores de corriente para tener en cuenta este retraso.

El resto de componentes del sistema son un predivisor de 8 bits, útil en caso de que la frecuencia del reloj de entrada al circuito sea elevada y se desee generar una señal PWM con una baja frecuencia de conmutación⁷ y un registro de 8 bits para controlar el funcionamiento del circuito. Mediante estos bits de control se puede arrancar o parar la modulación, habilitar la generación de interrupciones o hacer que al parar la modulación se abran todos los interruptores o se sitúe el inversor en el modo inactivo⁷, útil esto último para aplicaciones FACTS.

Conviene destacar que la tarjeta de modulación PWM desarrollada en esta tesis ha sido usada por los demás integrantes del Laboratorio de accionamientos eléctricos (Robertson, 1999), (García González, 2000) y (Fernández Bernal, 2000).

7.5. Medida de la velocidad con un encoder incremental

Las estrategias de control presentadas necesitan conocer la velocidad de giro del motor con suficiente precisión. La medida de ésta con una dinamo tacométrica es muy inexacta y ruidosa. Además la dinamo tacométrica, al ser una máquina de continua, precisa mantenimiento de sus escobillas, por lo que en un accionamiento con un motor de inducción no tiene mucho sentido el uso de este dispositivo si queremos conseguir un accionamiento “sin escobillas”. Por todo lo anterior el método más usado para medir la velocidad en accionamientos con motores de inducción es mediante el uso de un encoder incremental. Así se obtienen medidas de la velocidad más precisas que con una dinamo tacométrica, presentando la ventaja adicional de ser un dispositivo sin mantenimiento. Además, con este tipo de dispositivos se puede obtener también la posición del eje.

En esta sección se presenta el diseño de un circuito basado en FPGA y del software asociado para realizar la medida de velocidad del motor a partir de un encoder incremental acoplado a su eje.

7.5.1. Funcionamiento de un encoder incremental

Este tipo de dispositivos constan de una rueda con ranuras igualmente espaciadas fija a su eje. El número de ranuras es un parámetro básico del encoder, pues va a marcar el número de pulsos por vuelta generados en sus salidas. A ambos lados de la rueda ranurada se coloca un emisor de luz y un foto-detector (Canal A), de forma que el giro del disco ranurado provocará la iluminación y el oscurecimiento sucesivos del foto-detector, generando éste un tren de pulsos que será proporcional a la velocidad angular del disco.

⁷Por ejemplo si el reloj de entrada del circuito es de 33 MHz, la mínima frecuencia de muestreo si no se usa el predivisor es de 503 Hz, la cual podría ser elevada en aplicaciones de alta potencia en las que el inversor esté construido con GTO's.

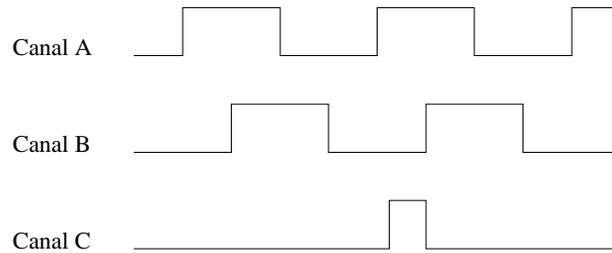


Figura 7.6: Salidas de un encoder incremental.

Para poder detectar el sentido de giro se coloca otro foto-detector (Canal B) separado del primero un ángulo igual a $\frac{360^\circ/N^\circ \text{Ranuras}}{2}$ con lo que se consigue otro tren de pulsos igual al generado por el primer foto-detector, pero desfasado 90° (eléctricos) tal como se muestra en la figura 7.6. Para poder medir la posición se coloca otro foto-detector (Canal C) enfrenteado a otra zona del disco en la cual existe una sola ranura que marca el origen. Este fotodetector generará un solo pulso por revolución que indicará el paso por cero del eje del encoder, lo que permite conocer la posición del eje mediante la cuenta de pulsos de cualquiera de las salidas (Canal A o Canal B).

7.5.2. Métodos de medida de velocidad a partir de un encoder incremental

La medida de velocidad de giro se basa en la ecuación:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (7.3)$$

En donde ω es la velocidad angular del eje del encoder y θ es el ángulo girado por dicho eje en un tiempo t .

Tal como se ha dicho en la sección anterior, cada pulso producido en uno de los canales (por ejemplo el A) indica el paso de una de las ranuras del disco entre el emisor de luz y el foto-detector asociado a dicho canal. Por tanto un periodo completo de la señal de salida implica un giro de $2\pi/N^\circ \text{Ranuras}$ radianes. Como en un giro completo del eje se producen un número de pulsos en la salida igual al número de ranuras, a dicho número se le conoce en la literatura como número de pulsos por vuelta (*ppv* en adelante), que es el parámetro básico del encoder.

A partir de la ecuación 7.3 se puede deducir que para calcular la velocidad es necesario o bien medir el tiempo empleado en girar un determinado ángulo θ o bien medir el ángulo θ girado en un determinado tiempo t . El primer método se denomina en la literatura **periodómetro**, pues se mide el periodo de la onda de salida del encoder, lo que permite conocer el tiempo empleado en girar un ángulo:

$$\theta_{pulsos} = \frac{2\pi}{ppv} \quad (7.4)$$

El segundo método se conoce por **frecuencímetro**, ya que se mide la frecuencia de la señal de salida, es decir, se cuenta el número de pulsos (np) producidos en la salida del encoder durante un tiempo T_v preestablecido. Esto permite conocer el ángulo girado ($np \cdot \theta_{pulsos}$) en dicho tiempo T_v .

7.5.3. Errores cometidos en la medida de velocidad

La naturaleza digital del encoder y de la medida de tiempos hace que se produzcan en ambos métodos de medida (frecuencímetro o periodómetro) errores de cuantificación. En el caso de medida como frecuencímetro el número de pulsos contabilizados va a ser un número entero, correspondiendo cada cuenta con un ángulo igual a θ_{pulso} . Por tanto el error de cuantificación máximo será:

$$|\omega_R - \omega_f| = \frac{\theta_{pulso}}{T_v} \quad (7.5)$$

en donde ω_f es la medida de velocidad obtenida por este método.

Como se puede apreciar el error absoluto cometido no depende de la velocidad de giro del encoder, aunque el error relativo aumenta a medida que dicha velocidad disminuye. En particular, con este método no se obtienen buenos resultados cuando la velocidad de giro es del orden de θ_{pulso}/T_v . En este caso la medida presenta oscilaciones entre 0 y θ_{pulso}/T_v que desestabilizan al controlador. En (Briz del Blanco, 1995) se propone para disminuir el error de cuantificación el uso de un filtro digital o aumentar el periodo de medida T_v . Sin embargo ambos métodos introducen un retraso en la medida de la velocidad, lo que puede ocasionar problemas de estabilidad en el controlador.

Si se utiliza un periodómetro para la medida de la velocidad, la medida de tiempo durante un pulso del encoder se realiza con un reloj digital. Por tanto la medida del tiempo será un número entero n_t de periodos del reloj T_p . La velocidad medida con este método vendrá dada entonces por:

$$\omega_p = \frac{\theta_{pulso}}{n_t T_p} \quad (7.6)$$

y el error de cuantificación máximo será:

$$|\omega_R - \omega_p| = \frac{\theta_{pulso}}{n_t T_p} - \frac{\theta_{pulso}}{(n_t - 1) T_p} = \frac{\theta_{pulso}}{n_t (n_t - 1) T_p} \quad (7.7)$$

De esta ecuación se deduce que si la duración del pulso del encoder es mucho mayor que el periodo del reloj T_p , el error de cuantificación será despreciable al tener n_t un valor elevado. Sin embargo si la duración del pulso es del orden de T_p , el error cometido será muy elevado, lo que hace que este sistema sea inapropiado cuando la velocidad de giro del encoder es elevada. Nótese que en el caso extremo en el que la duración del pulso del encoder coincida con T_p ($n_t = 1$), el error máximo será infinito, tal como puede deducirse de (7.7).

Para conseguir una medida precisa de la velocidad en todo su rango, en (Briz del Blanco, 1995) se propone el uso de un periodómetro en la zona de baja velocidad y de un frecuencímetro en la zona de alta velocidad; conmutando entre ambos métodos cuando se alcanza una velocidad de 300 r.p.m. En este trabajo no se ha considerado necesario el uso de un periodómetro, ya que el frecuencímetro utilizado da buenos resultados a partir de 15 r.p.m. que es suficiente para el estudio llevado a cabo en esta tesis.

7.5.4. Circuito basado en FPGA para medida de los pulsos del encoder

Según se ha expuesto en la sección 7.5.2, para obtener la velocidad angular del encoder usando el método del frecuencímetro, es necesario contar el número de pulsos que

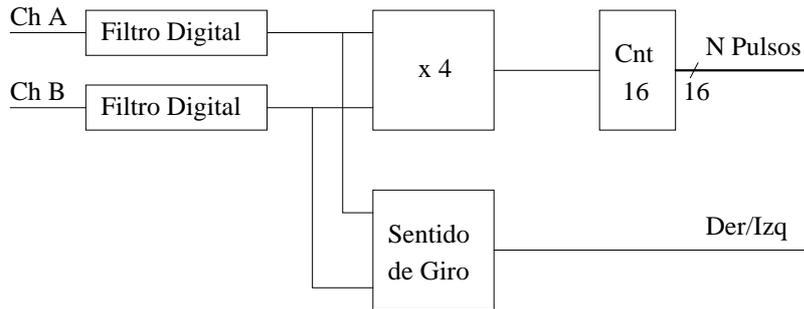


Figura 7.7: Diagrama de bloques del circuito de interfaz con el encoder incremental.

se producen durante un tiempo determinado. Dada la naturaleza asíncrona de los pulsos del encoder es necesario el uso de un circuito específico. Al igual que ocurre con el circuito de modulación PWM, dicho circuito puede estar integrado en el propio microprocesador, lo cual es cada vez más frecuente en los microcontroladores actuales; se puede realizar con componentes discretos, utilizando un contador LSI junto con la circuitería de control asociada o bien se pueden integrar estos dispositivos en una FPGA, lo cual dota al circuito de una mayor flexibilidad. En este trabajo se ha optado por esta última alternativa, integrándose este circuito junto con la etapa de modulación PWM en una sola FPGA.

Un diagrama de bloques del circuito se muestra en la figura 7.7. Como se puede apreciar las entradas del circuito son los dos canales del encoder: “Ch A” y “Ch B”, los cuales se filtran en los bloques “Filtro Digital” para eliminar las posibles perturbaciones provocadas por el ruido. La señal filtrada se introduce en el circuito “Sentido de Giro”, donde se obtiene la dirección de giro del encoder y al circuito “x 4” donde se multiplica por cuatro el número de pulsos del encoder. La salida de este último bloque alimenta un contador de 16 bits “Cnt 16” que será el encargado de contabilizar el número de pulsos producidos por el encoder. Las salidas del circuito son una palabra de 16 bits “N Pulsos” y el bit “Der/Izq” que indica el sentido de giro. Ambas salidas son accesibles directamente por el microprocesador, habiéndose situado el número de pulsos del encoder en la dirección 1 del mapa de registros del circuito y el bit de sentido de giro en el bit 14 del registro de estado (dirección 0).

7.6. Implantación del programa de control en tiempo real

El programa de control para implantar los algoritmos desarrollados en esta tesis ha de ejecutarse cada periodo de muestreo, independientemente de la carga que pueda tener el ordenador en cada momento. Es decir, cada vez que el circuito de modulación PWM envíe una interrupción al microprocesador indicándole que ha finalizado un periodo de muestreo, éste ha de atender dicha interrupción **inmediatamente** para, a partir del algoritmo de control implantado, calcular la tensión a aplicar en el siguiente periodo de muestreo y programar los tiempos de conmutación de cada una de las ramas del inversor

en el chip. Por tanto es imprescindible utilizar técnicas de programación en tiempo real⁸ para implantar el algoritmo de control.

Existen varias alternativas para implantar un programa en tiempo real. Si el programa se va a ejecutar en un sistema dedicado, como por ejemplo un microcontrolador o un DSP, se puede realizar una programación a medida utilizando técnicas de tiempo real (Auslander et al., 1996). En este caso el método más común consiste en realizar un bucle sin fin en el que en cada periodo de muestreo se miden las entradas, se ejecuta el algoritmo de control y se actualizan las salidas, quedando el programa a la espera del siguiente periodo de muestreo.

La técnica anterior, si bien puede ser apropiada para sistemas empujados, no es aplicable en un entorno de investigación, ya que en este caso, además de controlar el sistema, es necesario guardar ciertas variables a disco para su posterior análisis o permitir un interfaz con el usuario más versátil. En estos casos en los que el sistema ha de realizar otras tareas aparte de ejecutar el algoritmo de control, se hace imprescindible el uso de un sistema operativo que se encargue de la gestión del sistema. Sin embargo, los sistemas operativos de tiempo compartido convencionales, como por ejemplo Linux o Windows NT, están optimizados para ofrecer la mejor respuesta en el caso general,⁹ no para **garantizar** un tiempo de respuesta máximo. Así en un Pentium 200 MHz con el sistema operativo Linux, el tiempo de respuesta medio ante una petición de interrupción es de 2 μs . Sin embargo, el tiempo máximo no está acotado, pudiendo llegar a cientos de milisegundos cuando la máquina está sobrecargada (Barabanov y Yodaiken, 1997). Este hecho impide el uso de un sistema operativo de propósito general para tareas de control en las que el periodo de muestreo es del orden de unos milisegundos, siendo imprescindible en estos casos el uso de un sistema operativo en tiempo real.

Existen varias alternativas para crear un sistema operativo en tiempo real. La más común consiste en la escritura desde cero del sistema operativo. Ejemplos de este tipo de sistemas son QNX o VxWorks. Sin embargo estas soluciones son caras y al no tener una amplia base de usuarios no están lo suficientemente probadas ni soportan la amplia gama de dispositivos que soportan los sistemas operativos de tiempo compartido convencionales. Una alternativa a estos sistemas consiste en modificar un sistema operativo convencional para que pueda ejecutar ciertas tareas críticas en tiempo real.

7.6.1. El sistema operativo RT-Linux

Este sistema nació como una tesis de master en la Universidad de Nuevo Méjico (Barabanov, 1997). Al igual que Linux, es un sistema de código fuente abierto bajo licencia GPL.¹⁰ El fundamento del sistema consiste en hacer convivir en una misma máquina un sistema operativo de tiempo real simple junto con un complejo sistema operativo de propósito general como es Linux. La ventaja de esta aproximación al problema es la disponibilidad en Linux de todo tipo de servicios como acceso a red, gestión de almacenamiento secundario o interfases gráficas de usuario que, en el caso de un sistema

⁸Un sistema informático en tiempo real es aquel en el que la corrección del resultado depende tanto de su validez lógica como del instante en que se produce.

⁹Ejemplos de este tipo de optimizaciones son (Barabanov y Yodaiken, 1997): 1) Sincronización de datos de grano grueso. 2) Las tareas de baja prioridad pueden ejecutarse aunque existan tareas de más alta prioridad esperando. 3) No se pueden interrumpir las llamadas al sistema, aunque éstas hayan sido realizadas por tareas de baja prioridad. 4) Se reordenan las peticiones de acceso a los recursos.

¹⁰GNU Public License.

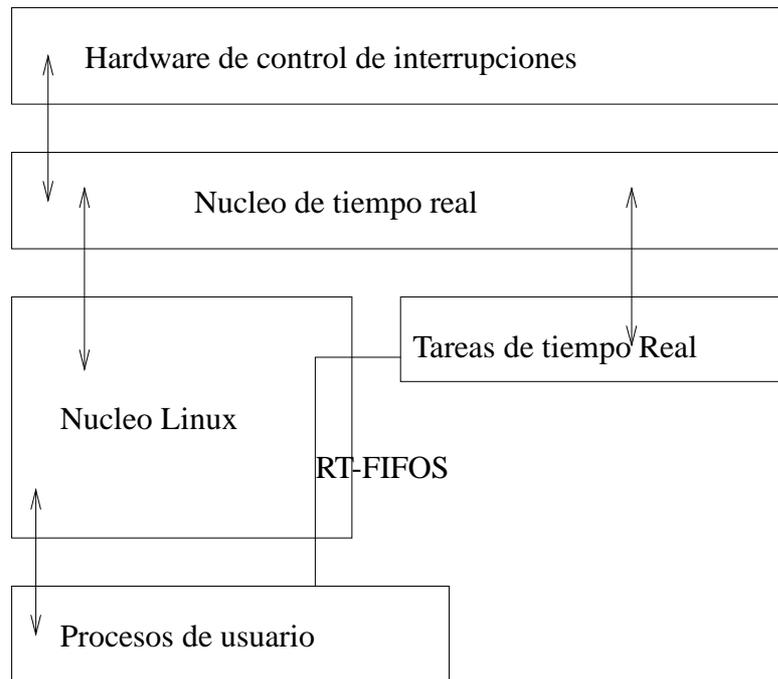


Figura 7.8: Diagrama de bloques del sistema operativo RT-Linux.

operativo de tiempo real convencional han de programarse desde cero, con el consiguiente incremento en el coste y falta de fiabilidad, pues estos servicios son utilizados por una base de usuarios mucho menor.

En la figura 7.8 se muestra un diagrama de bloques de RT-Linux. Como se puede apreciar existe un núcleo en tiempo real que gestiona tanto las tareas de tiempo real como el núcleo de Linux, de forma que Linux es la tarea de más baja prioridad, ejecutándose sólo cuando no existe ninguna tarea de tiempo real pendiente.

Como se puede apreciar en la figura, el núcleo de tiempo real hace de interfaz entre el *hardware* de control de interrupciones y el resto del sistema. De esta manera al núcleo de Linux no se le permite inhabilitar las interrupciones cuando entra en una zona crítica.¹¹ Ésto es posible gracias a la disponibilidad del código fuente de Linux, ya que RT-Linux sustituye las rutinas de habilitación e inhabilitación de interrupciones de Linux por unas rutinas propias que en lugar de inhabilitar las interrupciones físicas, activan una bandera que hace que el núcleo de RT-Linux deje pasar las peticiones de interrupción de los dispositivos al núcleo de Linux o las almacene en una lista de peticiones pendientes para pasarlas al núcleo de Linux cuando éste vuelva a “habilitar” las interrupciones. Cabe destacar que las modificaciones que hay que realizar en el núcleo estándar de Linux son mínimas: se modifican menos de 20 líneas de código y se añaden unas 50 líneas nuevas (Mantegazza et al., 2000).

Por último conviene destacar que las prestaciones obtenidas con el sistema son más

¹¹Al no ser Linux un sistema operativo de tiempo real no se minimiza la permanencia del sistema en una zona crítica para evitar numerosos cambios de contexto que pueden ralentizar la máquina. Además las zonas críticas dependen de los *drivers* de dispositivos instalados, por lo que es prácticamente imposible calcular una cota superior de la duración de las zonas críticas.

que suficientes para cualquier aplicación de tiempo real. Por ejemplo en un Pentium II a 333 MHz, el tiempo de latencia¹² medio es de 2 μ s y el tiempo máximo es de 25 μ s, **independientemente** de la carga del ordenador. Si se realiza la misma medida usando Linux, aún incluyendo las extensiones POSIX de tiempo real (IEEE, 1995), aunque el tiempo de latencia medio sigue siendo el mismo, los tiempos máximos son (Barabanov y Yodaiken, 1997):

- 100 μ s si la máquina está descargada.
- 0,5 ms con actividad moderada de I/O.
- Unos ms al arrancar Netscape.
- 18 ms al escribir un archivo de grandes dimensiones a disco.

lo cual es inadmisibile en una aplicación en tiempo real si el periodo de muestreo es del orden de unos milisegundos.

7.6.2. Metodología de programación en RT-Linux

Para realizar un sistema en tiempo real bajo RT-Linux, es necesario dividir el sistema en tareas que han de ejecutarse en tiempo real, como por ejemplo las rutinas de adquisición de datos o de control y tareas que no tienen restricciones temporales estrictas, como el interfaz con el usuario, el almacenamiento en disco o las comunicaciones.

Las tareas de tiempo real estarán controladas directamente por el núcleo de tiempo real, con lo que su tiempo de respuesta será **determinista**. El núcleo de RT-Linux permite definir tareas periódicas o tareas disparadas mediante interrupciones *hardware*. La única restricción impuesta a estas tareas es la imposibilidad de usar los servicios de Linux, como por ejemplo acceso a disco o memoria dinámica.¹³ En la práctica estas rutinas sólo realizarán la parte crítica del sistema en tiempo real, por lo que su complejidad no será muy elevada.

El resto de tareas del sistema se implantarán en el espacio de usuario de Linux, de la misma manera que el resto de programas, por lo que tienen a su disposición todos los servicios del sistema operativo.

La comunicación entre las tareas de tiempo real y las tareas en espacio de usuario se realiza mediante pilas FIFO (RT-FIFOS). Si es necesario un gran trasvase de datos, puede usarse memoria compartida.

7.6.3. Estructura del programa de control

En este trabajo se ha elegido RT-Linux para realizar el programa de control. El sistema se ha dividido en una tarea de control que se ejecuta en tiempo real y una tarea de supervisión que se ejecuta en espacio de usuario, tal como se muestra en la figura 7.9. La tarea de control es disparada por la interrupción de fin de periodo de muestreo que genera la FPGA de modulación PWM y calcula los tiempos de conmutación de cada una de las ramas del inversor. La tarea de supervisión se encarga de arrancar o parar el experimento

¹²El tiempo de latencia es el tiempo que transcurre desde que se produce una interrupción hasta que se comienza a ejecutar su rutina de atención.

¹³Para poder acceder a estos servicios el núcleo de Linux tendría que ser reentrante, no debería de bloquear el acceso a las interrupciones. . . En definitiva, tendría que ser un núcleo en tiempo real.

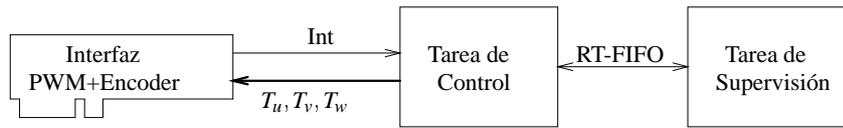


Figura 7.9: Diagrama de bloques del programa de control.

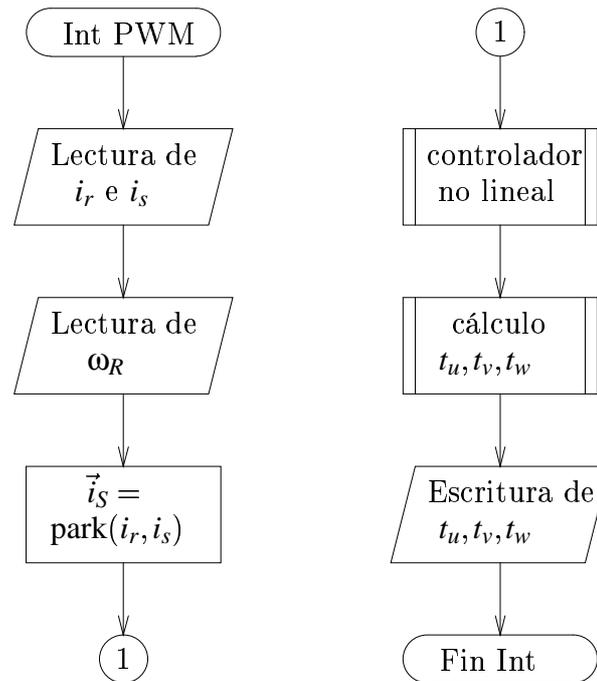


Figura 7.10: Diagrama de flujo del programa de control.

y de guardar a disco una serie de variables para su posterior análisis. La comunicación entre ambas tareas se realiza mediante una RT-FIFO.

En la figura 7.10 se muestra un diagrama de flujo de la rutina de control. Como se puede apreciar en primer lugar se toman las medidas de corriente y de velocidad para a continuación realizar la transformada de Park para calcular las componentes d y q de la corriente de estator referidas a ejes de estator. Una vez que se conocen las entradas al controlador se llama a la rutina de control no lineal, la cual calcula la tensión \vec{u}_s que es necesario aplicar al motor. A partir de esta tensión se calculan los tiempos de conmutación de cada una de las ramas del inversor utilizando el algoritmo mostrado en el apéndice D y se escriben dichos tiempos en la FPGA de modulación PWM.

Controlador no lineal

Para poder ensayar el sistema con distintos controladores no lineales, el cálculo del controlador se realiza dentro de una función. Un diagrama de flujo de dicha función se muestra en la figura 7.11. En primer lugar se estima el flujo de rotor y una vez conocido su ángulo se gira el vector espacial de la corriente de estator para referirlo a unos ejes d-q que

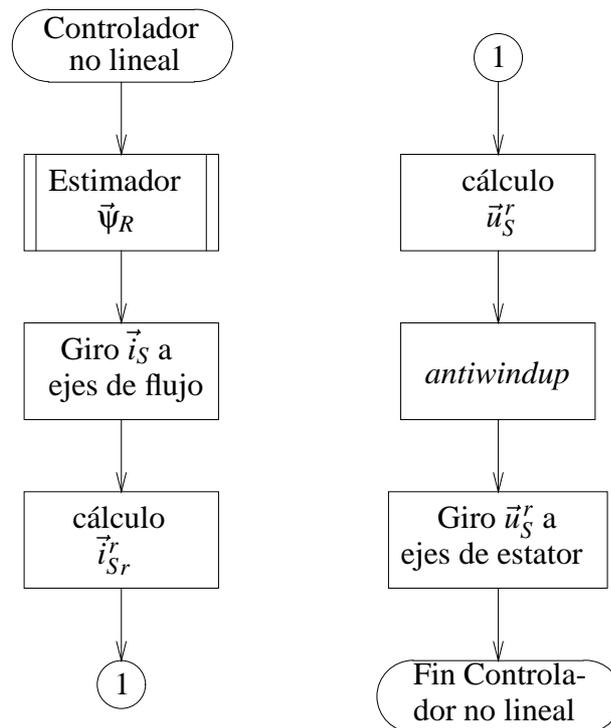


Figura 7.11: Diagrama de flujo de la función de control no lineal.

están orientados según el flujo de rotor. A continuación se aplica el controlador no lineal para calcular las referencias de las corrientes de estator y mediante dos reguladores PI se calculan, a partir de estas referencias, las tensiones de estator en ejes d-q de flujo de rotor que es necesario aplicar a la máquina. Si el módulo de la tensión supera la tensión máxima que puede proporcionar el inversor, se reduce el módulo del vector espacial de tensión según (4.27) de forma que el ángulo del vector espacial no se modifique. Para evitar que las integrales de los reguladores PI y de los controladores Lyapunov-Integral crezcan desmesuradamente en esta situación, se aplican dos algoritmos de *anti-windup*: *back-calculation and tracking* (Åström y Hägglund, 1995) para los reguladores PI lineales y el algoritmo desarrollado en la sección 4.2.3 para el regulador Lyapunov-Integral. Por último, antes de devolver su valor al programa de control, el vector espacial de tensión se gira a ejes de estator teniendo en cuenta el giro realizado por los ejes de flujo de rotor durante el periodo de muestreo, según se ha mostrado en la sección 3.4.2.

Estimador de flujo de rotor

En la figura 7.12 se muestra un diagrama de flujo de la función que estima el flujo de rotor. Como se puede apreciar, en primer lugar se llama a una función para estimar el valor de la resistencia de rotor, actualizándose los parámetros que dependen de su valor solamente cuando la máquina está en régimen permanente, ya que cuando existen variaciones de la velocidad de giro, el error cometido por el estimador de resistencia de rotor es significativo. A continuación se calcula el vector de flujo de rotor mediante uno de los estimadores presentados en el capítulo 6 y una vez conocido el valor de sus

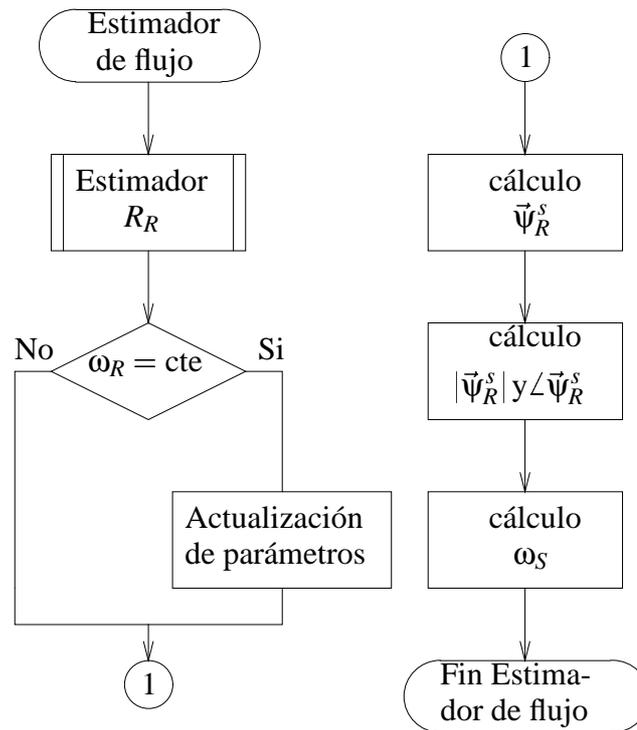


Figura 7.12: Diagrama de flujo del estimador de flujo.

componentes se calcula su módulo y su ángulo.¹⁴ Por último se calcula la velocidad de giro del vector de flujo ω_s , que es necesaria para la compensación del giro de los ejes realizada en el controlador.

Estimador de resistencia de rotor

El diagrama de flujo para implantar el estimador de resistencia de rotor discutido en la sección 6.3 se muestra en la figura 7.13. En primer lugar se calculan las derivadas e integrales de la corriente y la tensión de estator aplicando un filtro paso-banda de 4º orden, con frecuencias de corte en 5 Hz y 100 Hz. Para evitar distorsionar la forma de onda de las entradas se ha elegido un filtro de Bessel, ya que este tipo de filtros tiene una respuesta de fase lineal. A continuación se calculan los números complejos \vec{v}_1 y \vec{v}_2 (ecuaciones (6.13) y (6.14) respectivamente) y sus integrales. Para filtrar el ruido presente en la medida de la velocidad, se le aplica el algoritmo de promediado utilizado para filtrar los números complejos \vec{u} e \vec{y} (6.20):

$$\Omega_{Rk} = \lambda_\omega \Omega_{Rk-1} + (1 - \lambda_\omega) \omega_R \quad (7.8)$$

en donde Ω_{Rk} es el valor promediado de la velocidad y λ_ω es el factor de olvido utilizado para el promediado, que se ha de elegir menor que el factor de olvido utilizado para el promediado de la resistencia de rotor,¹⁵ ya que la constante de tiempo mecánica será

¹⁴Salvo en el estimador en ejes de flujo de rotor mostrado en la sección 6.2.1, ya que en este estimador se obtienen directamente el módulo y el ángulo del vector espacial de flujo de rotor.

¹⁵Nótese que en lugar de promediar el valor de la resistencia de rotor se ha promediado el valor de los elementos que intervienen en su cálculo: \vec{u} , \vec{y} y $\vec{u} * \vec{y}$. Sin embargo, el resultado es similar al obtenido filtrando

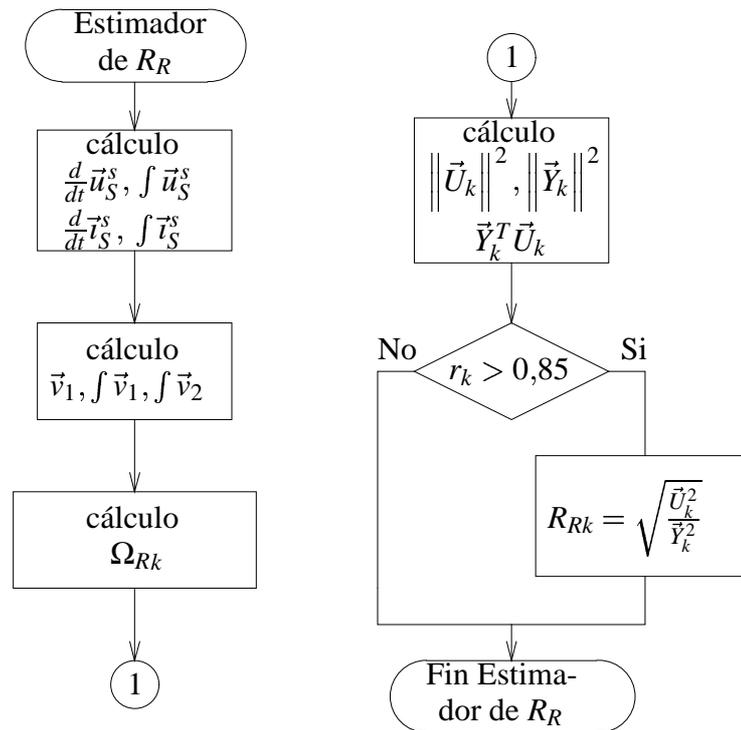


Figura 7.13: Diagrama de flujo del estimador de resistencia de rotor.

menor que la constante de tiempo térmica que marca el calentamiento del rotor y por tanto la variación de su resistencia. Una vez conocido el valor de la velocidad de giro se calculan los valores promediados de los complejos \vec{u} e \vec{y} y de su producto escalar $\vec{u}^* \vec{y}$ aplicando (6.20), (6.21) y (6.24). A partir de estos valores se calcula el coeficiente de correlación según (6.23) y sólo si éste es mayor de 0,85 se actualiza el valor de la resistencia de rotor.

7.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el banco de ensayos utilizado para validar los controladores presentados en esta tesis. Se ha mostrado que el uso de un PC estándar es una alternativa viable frente a otras implantaciones basadas en DSP o en microcontroladores, que son las utilizadas más habitualmente en la literatura. Sin embargo, para poder usar el PC como plataforma de desarrollo ha sido necesaria la creación de una tarjeta para conectar el PC con el inversor y el encoder incremental. Para ello se ha utilizado una FPGA, lo cual ha permitido reducir el espacio ocupado en la placa de circuito impreso y ha dotado al circuito de una elevada flexibilidad, lo cual es muy interesante en un laboratorio de investigación donde las modificaciones son muy necesarias. El uso de un PC estándar también ha obligado al uso de un sistema operativo en tiempo real para implantar las rutinas de control, habiéndose mostrado que el sistema operativo Real-Time Linux es una alternativa viable frente a soluciones propietarias como QNX o Vx-Works, presentando

la estimación (Zamora Macho, 1997)

como principales ventajas el disponer del código fuente libre, una comunidad de usuarios muy activa y un precio mucho menor (gratis si no se precisa soporte técnico).

Capítulo 8

Resultados

8.1. Introducción

Para validar las prestaciones de los controladores y estimadores estudiados en esta tesis, se han realizado una serie de experimentos en el banco de ensayos descrito en el capítulo 7. Esto ha permitido evaluar dichos controladores y estimadores cuando se aplican en situaciones reales en las que intervienen una serie de perturbaciones en el sistema como ruido en las medidas, retrasos, saturaciones, etc. No obstante sólo se han implantado aquellos controladores que en simulación han mostrado un comportamiento satisfactorio; en particular el controlador Lyapunov-Integral y el controlador vectorial directo. Con el objetivo de mostrar las mejoras aportadas por estos controladores frente a uno menos sofisticado como es el controlador vectorial indirecto, se han realizado también una serie de ensayos usando este último controlador, cuyo desarrollo se muestra en el apéndice F. Conviene destacar que para realizar todos los experimentos descritos en este capítulo no se ha puesto un especial cuidado en la puesta en marcha (*commissioning*) del accionamiento, lo cual demuestra la robustez de los controladores ensayados.

8.2. Controlador Lyapunov-Integral

En primer lugar se muestran los resultados obtenidos cuando se implanta el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en el capítulo 4 con los reguladores de corriente diseñados en el apéndice E. Las ganancias del controlador Lyapunov-Integral se han elegido: $k_1 = 250$, $I_1 = 4$, $k_{aw1} = 0,05$, $k_2 = 50$, $I_2 = 8$ y $k_{aw2} = 25$. Por lo tanto, según se ha demostrado en la sección 4.2, el control de flujo de rotor tendrá sus polos situados en 250 y 4 y el control de velocidad en 50 y 8. Los controladores de corriente son ahora de tercer orden, según se puede ver en el apéndice E. Las ganancias de los controladores de corriente se han diseñado mediante asignación de polos de forma que el sistema en lazo cerrado tenga un polo en 1000 y los otros dos en $500\sqrt{2} \pm \frac{500}{\sqrt{2}}j$ s. Tanto los controladores Lyapunov-Integral como los reguladores de corriente se implantan en tiempo discreto con un periodo de muestreo de 0,5 ms.

En la figura 8.1 se muestra la evolución del flujo estimado y de la velocidad de giro. El transitorio elegido para las referencias es el mismo que se ha usado para la simulación del controlador en la sección 4.4.2, salvo que en la aplicación experimental no se ha podido

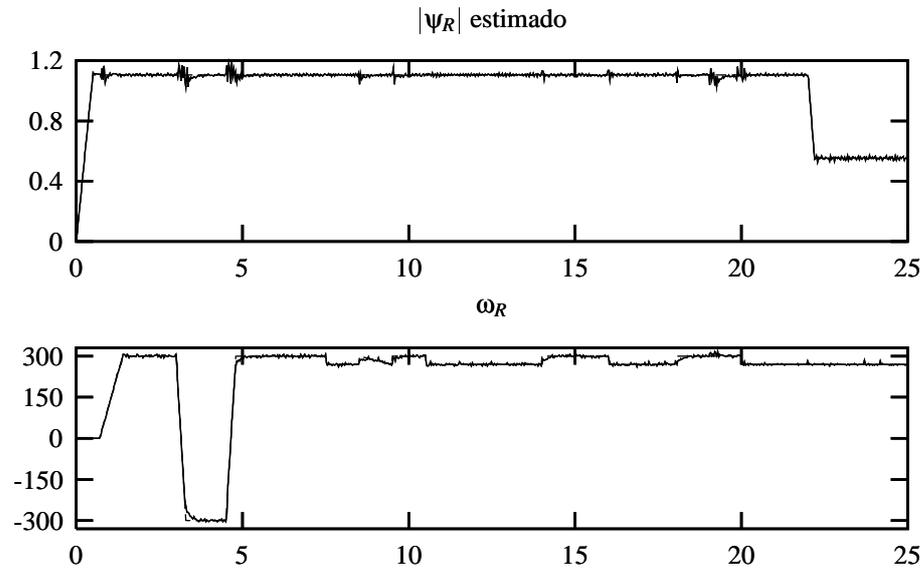


Figura 8.1: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

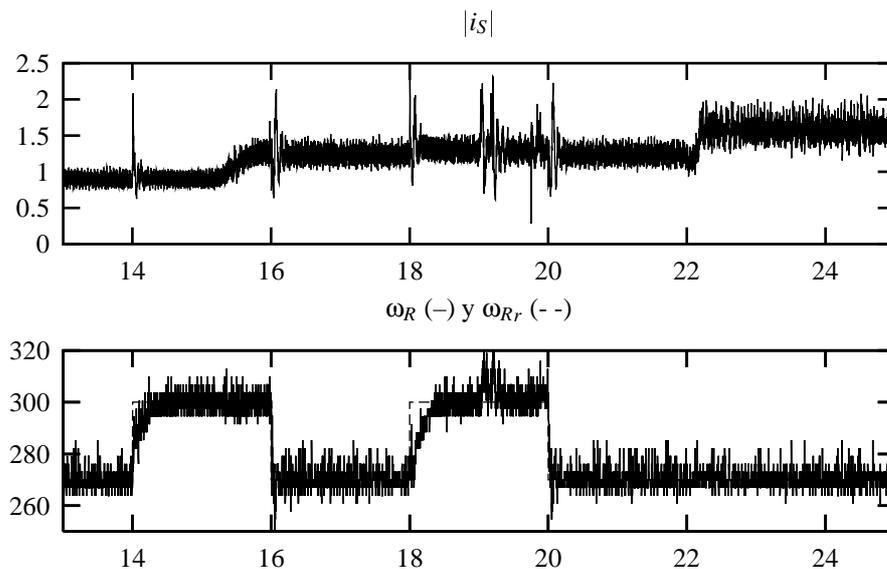


Figura 8.2: Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (—) y su referencia (- -). Controlador Lyapunov-Integral. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s .

variar la inercia del accionamiento. Según se ha comentado en el capítulo 7, para poder variar el par de carga de la máquina de inducción, el banco dispone de una máquina de continua. Al principio del experimento la máquina de continua está sin excitar, de forma que la carga de la máquina de inducción será solamente la debida al arrastre de la dinamo. En $t = 15$ s se conecta la excitación de la máquina de continua a una tensión de 100 V. La potencia generada por la máquina en este caso es igual a 133 W. Como se puede apreciar

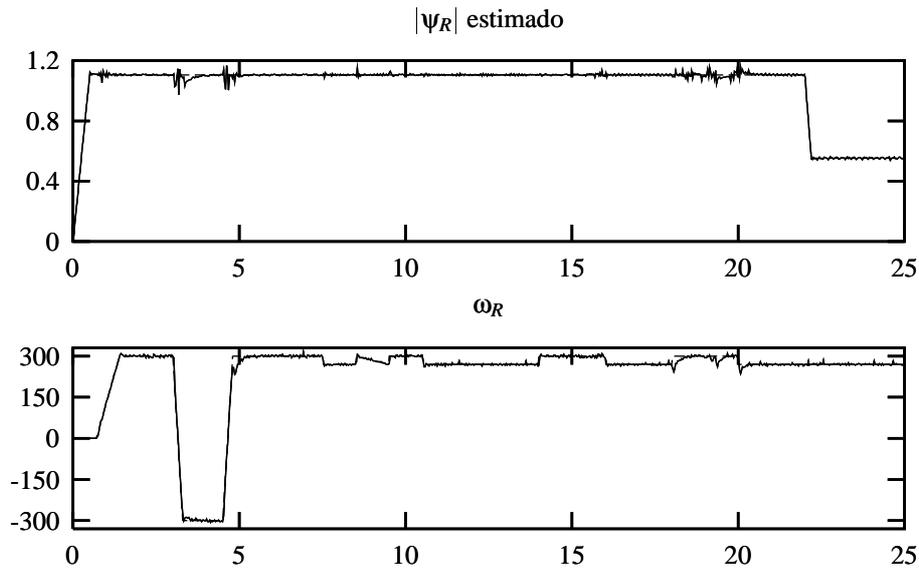


Figura 8.3: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

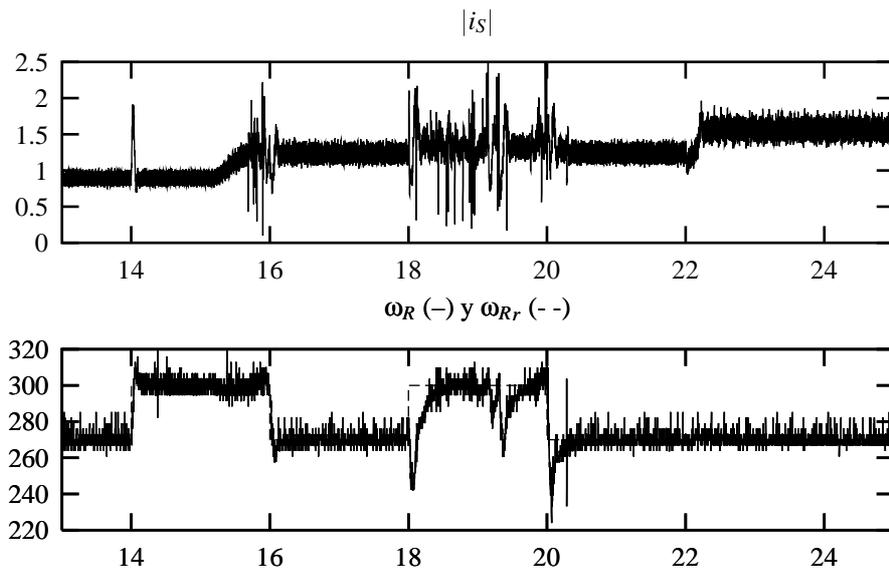


Figura 8.4: Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (—) y su referencia (- -). Controlador Lyapunov-Integral diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s .

en el detalle de la figura 8.2, el único efecto del escalón en la carga consiste en hacer un poco más lento el siguiente transitorio de aceleración del accionamiento.

Para poder verificar los efectos de una variación de la inercia en una aplicación real, se ha realizado un ensayo en las mismas condiciones que el mostrado en la figura 8.1, pero con los controladores diseñados suponiendo que la inercia del accionamiento es igual a $0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ en lugar de $0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Los resultados obtenidos se muestran en

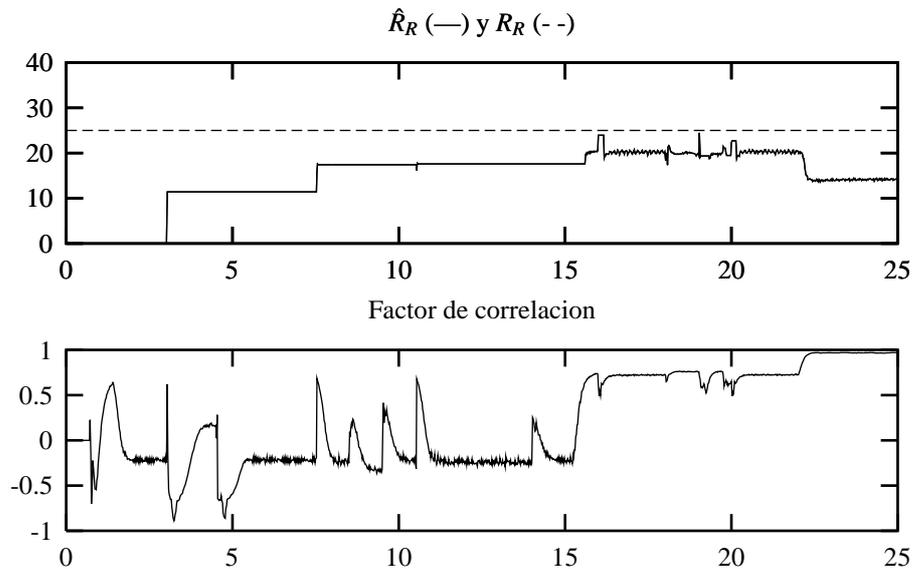


Figura 8.5: Evolución de la estimación de R_R y de su factor de correlación.

las figuras 8.3 y 8.4, donde se puede observar que el comportamiento del accionamiento es similar al observado cuando no existe error en la inercia. Tan sólo merece destacar una mayor perturbación en la estimación del flujo y en la velocidad entre $t = 18$ s y $t = 20$ s, tal como se aprecia en el detalle de la figura 8.4.

8.2.1. Estimación de la resistencia de rotor

En los ensayos anteriores también se ha aplicado el estimador de la resistencia del rotor desarrollado en la sección 6.3, pudiéndose observar en la figura 8.5 la evolución del valor estimado de R_R y del factor de correlación. El factor de olvido elegido para el ensayo ha sido $\lambda = 0,97$, lo que equivale a una constante de tiempo de la ventana exponencial de $\tau = 16$ ms.¹ Además el valor estimado de R_R sólo se ha actualizado cuando el factor de correlación r_k ha sido mayor de 0,65. Según se ha mostrado en la sección 6.3, el estimador de resistencia de rotor sólo funciona correctamente en régimen permanente de la velocidad y cuando el par es suficientemente elevado. Por tanto, sólo después de conectar la excitación de la máquina de c. c. en $t = 15$ s la estimación de la resistencia del rotor es fiable. Antes de ese instante la estimación no es buena, lo cual es reflejado por el factor de correlación, y por tanto el valor de R_R no se actualiza en las ecuaciones del controlador. Mención especial merece el efecto del debilitamiento del campo llevado a cabo en $t = 22$ s en la estimación de la resistencia del rotor. Como se puede observar en la figura 8.5, aunque el factor de correlación mejora notablemente, la estimación de la resistencia del rotor empeora en un 30%. Sin embargo, si se simula el accionamiento en las mismas condiciones en las que se ha realizado el ensayo, este fenómeno no se observa en absoluto.

¹Se ha elegido un valor de λ pequeño para poder apreciar la evolución del estimador en un ensayo corto. Como la resistencia de rotor varía lentamente, en una aplicación real se puede elegir un valor de λ más próximo a uno para conseguir un mejor filtrado de la estimación.

Controlador	Cte. dom.	Cte. no dom.	K_P	K_I
Flujo	0,25 s	0,004 s	9,6206	40,9479
Vel. ($J = 0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$)	0,125 s	0,02 s	0,2863	1,9713
Vel. ($J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$)	0,125 s	0,02 s	0,1432	0,9856

Cuadro 8.1: Constantes de tiempo en bucle cerrado y ganancias del controlador vectorial directo. Los dos valores de J mostrados en la tabla son los valores de la inercia que se han usado en el diseño de cada controlador.

Para explicar el comportamiento del estimador de resistencia de rotor en la zona de debilitamiento del campo, conviene recordar que en la sección 6.3 se ha mostrado que la resistencia de rotor se estima a partir de la ecuación:

$$\overbrace{\vec{v}_1 - j\omega_R \int \vec{v}_1 dt}^{\vec{y}} = \frac{-R_R}{L_R} \overbrace{\left(\int \vec{v}_2 dt \right)}^{\vec{u}} \quad (8.1)$$

calculándose el valor de la resistencia del rotor como el cociente entre los vectores \vec{y} y \vec{u} , multiplicado por L_R . El factor de correlación se calcula como el coseno del ángulo entre estos dos vectores, que ha de ser uno si ambos vectores están relacionados exactamente por un valor escalar ($-R_R/L_R$). Al debilitar el campo la corriente de par aumenta, según se puede observar en la figura 8.2, lo que hace que el estimador funcione mejor. Esta mejora en la estimación se refleja en el aumento del factor de correlación. Sin embargo, el estimador en realidad estima el cociente entre la resistencia y la inductancia de rotor $-R_R/L_R$. Si cuando el motor trabaja a flujo nominal, el rotor está saturado, al debilitar el campo bajará la saturación, con lo cual la inductancia L_R aumentará y en consecuencia el valor estimado de la resistencia disminuirá.

Conviene destacar que para evitar que los errores en la estimación de la resistencia perturben el funcionamiento del controlador, en su implantación práctica sólo se han actualizado los parámetros del controlador en la zona en la que la estimación está mejor condicionada: régimen permanente de la velocidad, flujo nominal y par mayor del 50 % del nominal.

8.3. Control vectorial directo

Para ilustrar las conclusiones obtenidas en el capítulo 5 sobre las similitudes entre el controlador Lyapunov-Integral y el controlador vectorial directo, se han realizado una serie de ensayos utilizando el controlador vectorial directo desarrollado en el capítulo 5 junto con los mismos controladores de corriente usados en el controlador Lyapunov-Integral, desarrollados en el apéndice E. En la tabla 8.1 se muestran las ganancias del controlador vectorial directo, las cuales se han elegido de modo que las constantes de tiempo en lazo cerrado sean las mismas que las del controlador Lyapunov-Integral cuyos resultados se han mostrado en la sección 8.2. Al igual que en el controlador Lyapunov-Integral, tanto los reguladores de corriente como los de flujo y velocidad se implantan con un periodo de muestreo de 0,5 ms.

En la figura 8.6 se muestran los resultados de un ensayo realizado en las mismas condiciones que el del controlador Lyapunov-Integral. Como se puede apreciar si se

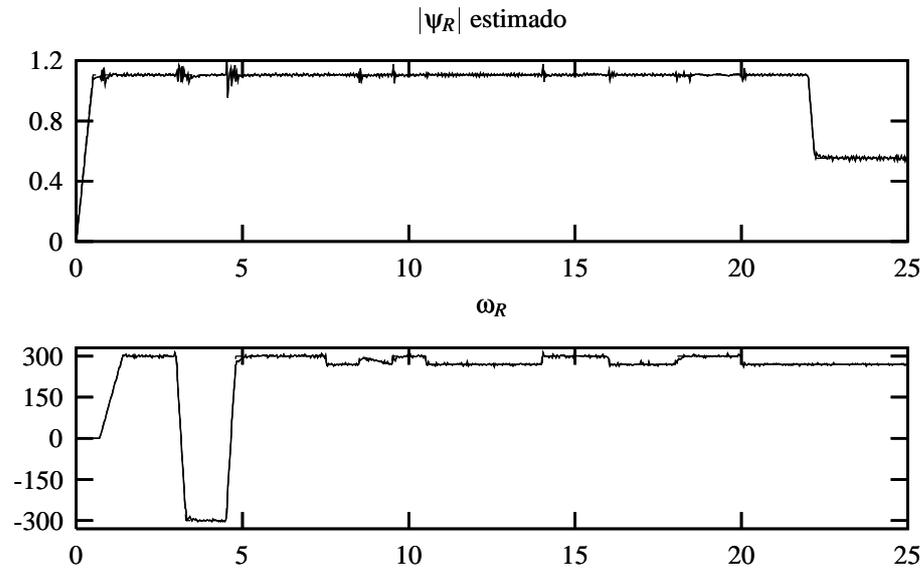


Figura 8.6: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador vectorial directo. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

compara esta figura con la figura 8.1, el resultado obtenido con ambos controladores es similar.

Al igual que con el controlador Lyapunov-Integral, se ha realizado un ensayo cuando el valor de la inercia usado para diseñar los controladores es igual a $0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ en lugar de $0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$, que es el valor que se ha medido para la inercia del accionamiento (Robertson, 1999). Las ganancias del regulador de velocidad en este caso se muestran en la tabla 8.1. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 8.7, en donde se puede apreciar que el comportamiento es prácticamente el mismo que el observado en el control Lyapunov-Integral, salvo que en la zona entre $t = 18$ s y $t = 20$ s la perturbación obtenida con este controlador es menor, tal como se puede apreciar en el detalle de la figura 8.8

8.4. Control vectorial indirecto

El control vectorial indirecto, desarrollado en el apéndice F, se usa frecuentemente en la industria debido a su sencillez de implantación. Por tanto es conveniente averiguar si los controladores propuestos en esta tesis ofrecen mejores prestaciones, ya que su implantación es bastante más compleja. Para ello, en esta sección se presentan una serie de ensayos realizados en las mismas condiciones que los mostrados en las dos secciones anteriores. En la figura 8.9 se muestran² los resultados de un ensayo realizado en las mismas condiciones que los mostrados en las figuras 8.1 y 8.6, salvo que ahora el regulador de velocidad es más lento que en los ensayos con los controladores Lyapunov-Integral y vectorial directo. En concreto, las constantes de tiempo en lazo cerrado del regulador de velocidad son ahora iguales a 250 ms y 40 ms, tal como se muestra en la tabla 8.2.

²Nótese que en la figura 8.9 se muestra ahora la evolución de la referencia del flujo de rotor, en lugar de su valor estimado. Esto es debido a que en el controlador indirecto la orientación al campo se realiza en bucle abierto y por tanto no se incluye un estimador de flujo de rotor en el controlador.

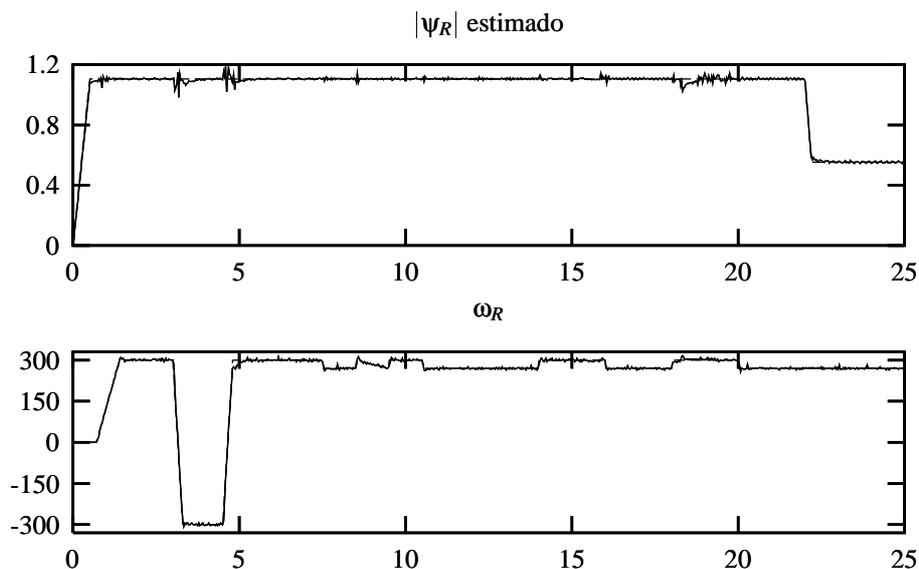


Figura 8.7: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador vectorial directo diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$ Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

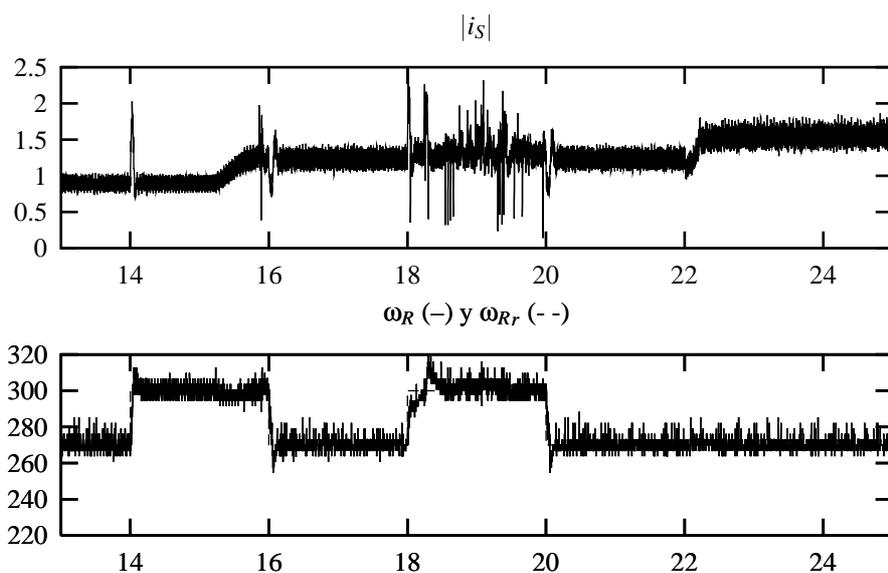


Figura 8.8: Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (—) y su referencia (- -). Controlador vectorial directo diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s .

Si se intenta aumentar la rapidez de este controlador el sistema se vuelve inestable en los transitorios de velocidad debido a que, al no existir un control del flujo en lazo cerrado, el sistema pierde la orientación al campo en estos transitorios. Como se puede apreciar en la figura 8.9, el comportamiento dinámico de este controlador es algo peor que el ofrecido por los controladores Lyapunov-Integral y vectorial directo, sobretodo cuando se aplica un par de carga, según puede observarse en el detalle de la figura 8.10.

Controlador	Cte. dom.	Cte. no dom.	K_P	K_I
Vel. ($J = 0,01 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$)	0,250 s	0,04 s	0,1441	0,4964
Vel. ($J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$)	0,250 s	0,04 s	0,0720	0,2482

Cuadro 8.2: Constantes de tiempo en bucle cerrado y ganancias del controlador vectorial indirecto. Los dos valores de J mostrados en la tabla son los valores de la inercia que se han usado en el diseño de cada controlador.

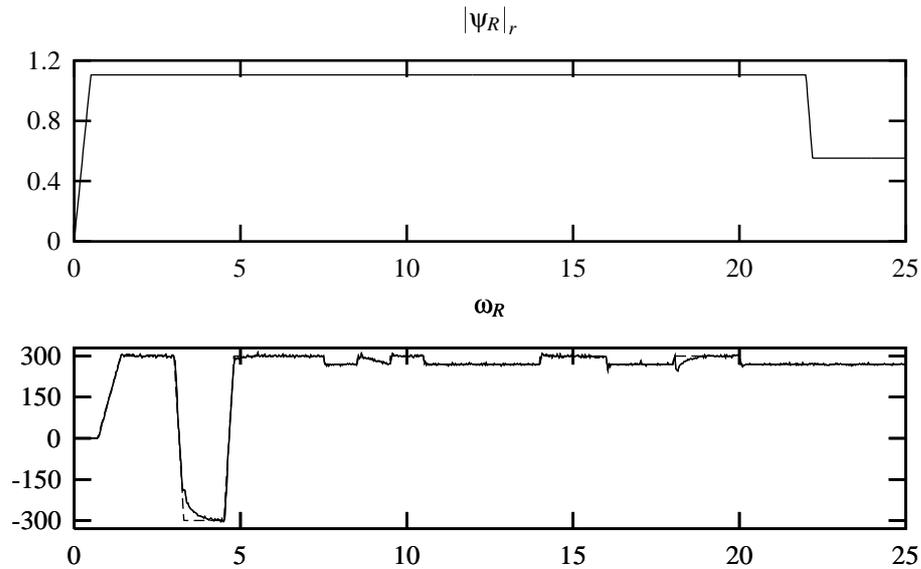


Figura 8.9: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador vectorial indirecto. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

Nótese que ahora en el transitorio producido en $t = 18$ s la perturbación que aparece en la velocidad es bastante notable. Además la corriente suministrada al motor en dicho transitorio alcanza un pico de aproximadamente 4,5 A, mucho mayor que los 2 A producidos con los otros dos controladores. Por tanto, el uso de este controlador en accionamientos en los que se requiera un buen comportamiento dinámico no es aconsejable. Por último, conviene destacar también el comportamiento oscilatorio de la corriente cuando se debilita el campo a partir de $t = 22$ s.

Si se diseña el controlador de velocidad suponiendo que la inercia es $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$, el resultado obtenido es el mostrado en la figura 8.11, donde se puede apreciar que el comportamiento es mucho mejor que en el caso anterior. Ello es debido a que, tal como puede observarse en la tabla 8.2, al suponer que la inercia del motor es la mitad de la real; las ganancias obtenidas en el proceso de diseño del controlador de velocidad son también la mitad, con lo cual el controlador será ahora menos enérgico. Según se aprecia en el detalle de la figura 8.12, el transitorio del par de carga produce ahora una mayor perturbación en el control de velocidad que en el diseño para la inercia nominal. Sin embargo, en el transitorio de velocidad producido en $t = 18$ s, debido a que las ganancias del controlador son ahora menores, el pico de corriente se reduce a 2,5 A, lo cual hace que el controlador salga antes de saturación. Se evita así una excesiva perturbación en el

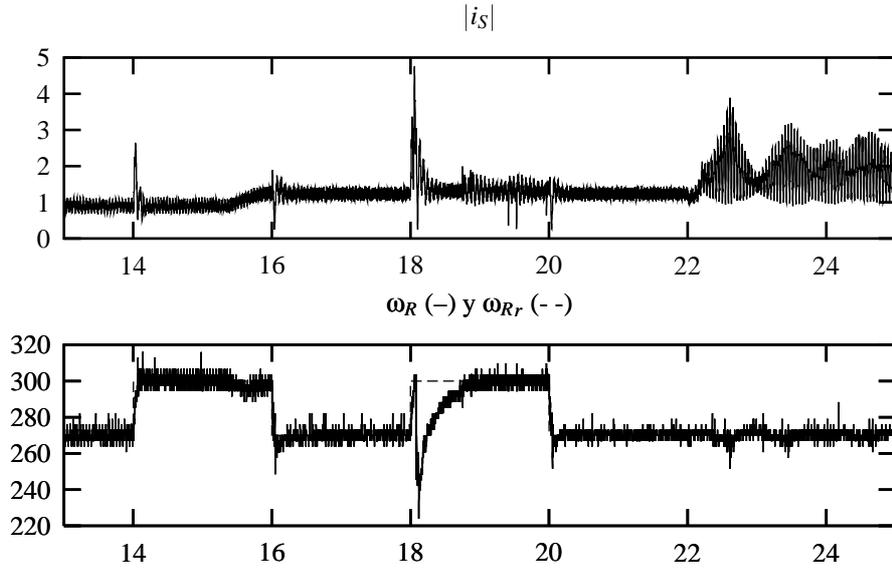


Figura 8.10: Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador vectorial indirecto. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s .

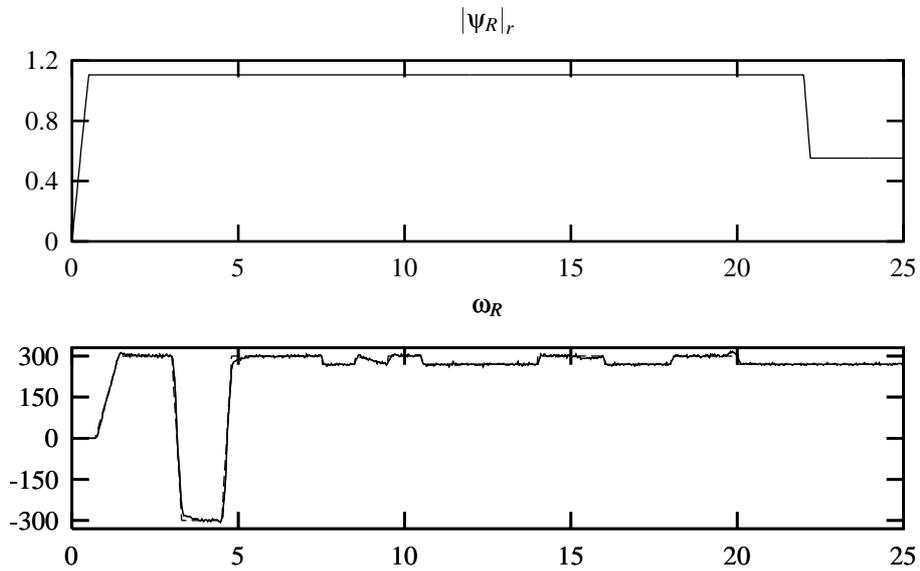


Figura 8.11: Evolución de las salidas (-) y sus referencias (- -). Controlador vectorial indirecto diseñado para $J = 0,005 \text{ kgr} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

controlador de velocidad durante el transitorio, tal como ocurre cuando dicho controlador se diseña para inercia nominal.

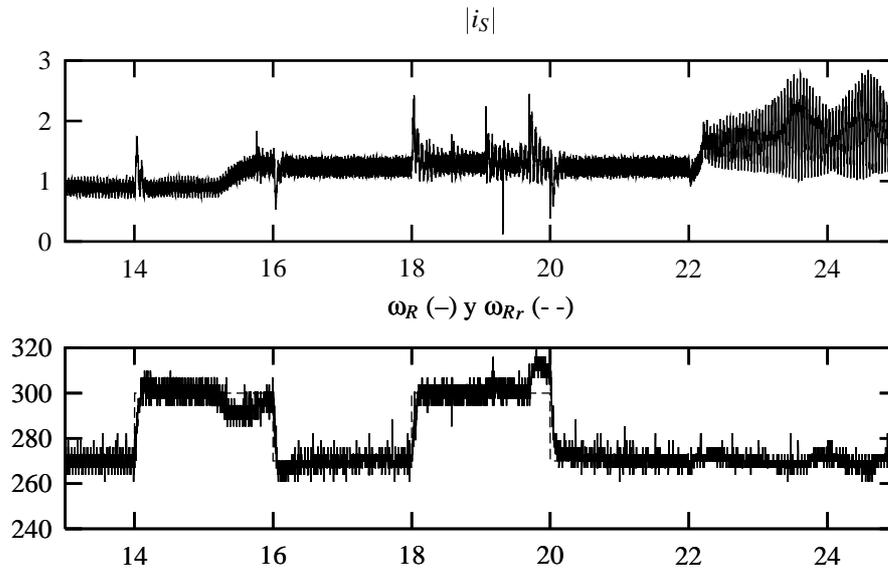


Figura 8.12: Evolución del módulo de la corriente y detalle de la evolución de la velocidad (-) y su referencia (- -). Controlador vectorial indirecto diseñado para $J = 0,005 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Eje x en seg. Eje y en A y en rad_{el}/s .

8.5. Controlador Lyapunov-Integral en modo generador

En el desarrollo del controlador Lyapunov-Integral no se ha supuesto en ningún momento que la máquina tenga que funcionar en modo motor. Por tanto, es de esperar que dicho controlador se comporte correctamente cuando la máquina funcione en modo generador. Para mostrar el comportamiento del controlador en este modo de funcionamiento, se ha realizado un ensayo en el que se ha alimentado a la máquina de c. c. del banco experimental mediante un rectificador controlado y se ha usado el controlador Lyapunov-Integral desarrollado en esta tesis para regular la velocidad de la máquina de inducción. La referencia de velocidad de la máquina de inducción se ha situado en $250 \text{ rad}_{el}/\text{s}$ y la referencia de la máquina de c. c. se ha ajustado a un valor mayor, de forma que dicha máquina de c. c. aplique su par máximo. En la figura 8.13 se puede apreciar la potencia generada por la máquina de inducción,³ que se ha calculado según:⁴

$$P = i_{Sd}^s u_{Sd}^s + i_{Sq}^s u_{Sq}^s \quad (8.2)$$

Como se puede observar, tras un transitorio inicial la máquina de inducción funciona en modo generador, siendo la potencia generada de 151 W. La potencia consumida por la máquina de c. c. es de 304 W.

³Para este experimento, dado que no se dispone de un inversor de cuatro cuadrantes en la conexión a red, se ha conectado una resistencia de frenado en el circuito intermedio del inversor. De esta forma, la potencia generada por la máquina de inducción se disipa en esta resistencia.

⁴La transformada de Park usada en este trabajo es invariante en potencia.

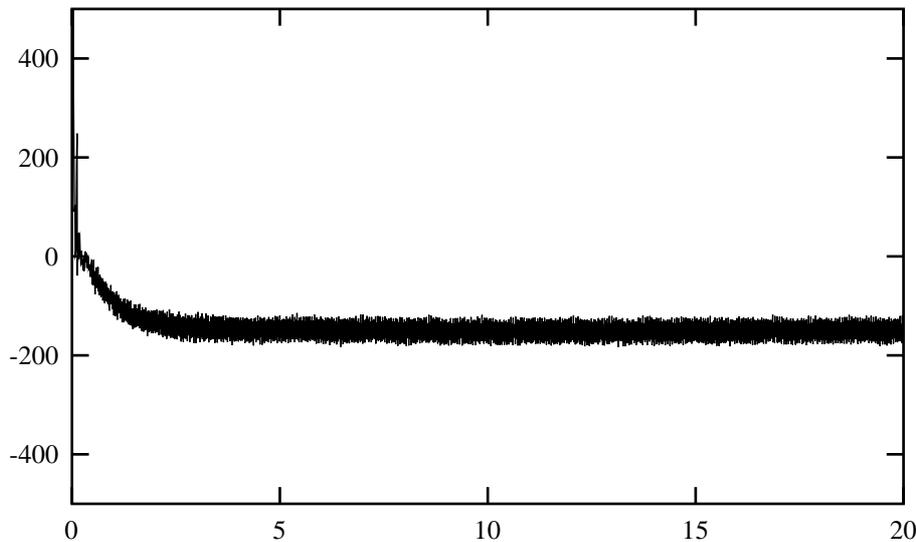


Figura 8.13: Potencia consumida por la máquina de inducción. Eje x en seg. Eje y en W.

8.6. Controlador Lyapunov-Integral con minimización de pérdidas

En los ensayos llevados a cabo con el controlador Lyapunov-Integral se ha debilitado el campo al final del experimento para comprobar si el control de flujo de rotor y el de velocidad están desacoplados. En (Fernández Bernal, 2000) se propone variar el módulo del flujo de rotor para minimizar las pérdidas de la máquina. En esta sección se muestran los resultados de aplicar una versión simplificada de una estrategia para minimizar las pérdidas óhmicas de la máquina propuesta en (Fernández Bernal, 2000) e implantada en (Catalán Morrós, 2000) y que se resume en el apéndice G. Con esta aplicación se ha verificado que controlador Lyapunov-Integral se comporta adecuadamente cuando el módulo del flujo de rotor varía continuamente a lo largo del ensayo.

Los parámetros del controlador son los mismos que los usados en la sección 8.2. El valor de λ_i para el filtrado de la referencia de la corriente en eje d se ha elegido igual a 0,99833, con lo que la constante de tiempo del filtro será igual a $\tau_i = 300$ ms. Los límites de saturación de la referencia de la corriente se han elegido iguales a 0,95 A para el límite superior y 0,32 A para el límite inferior, que se corresponden con unos límites de 1,2 Wb y 0,4 Wb para el flujo.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 8.14. En el arranque se usa un controlador Lyapunov-Integral para el flujo, que establece su valor en 1,1 Wb. A partir de $t = 2$ s, se sustituye el controlador de flujo por la estrategia de mínimas pérdidas (ecuación G.4). Como se puede observar, como en el instante de conexión de la estrategia de mínimas pérdidas el motor está trabajando en vacío, el valor del flujo baja hasta 0,8 Wb, volviendo a subir a su valor nominal cada vez que es necesario proporcionar más par durante los transitorios. A partir de $t = 15$ s se conecta la máquina de continua, siendo la potencia generada por ésta igual a 133 W. Como se puede observar, al aumentar el par

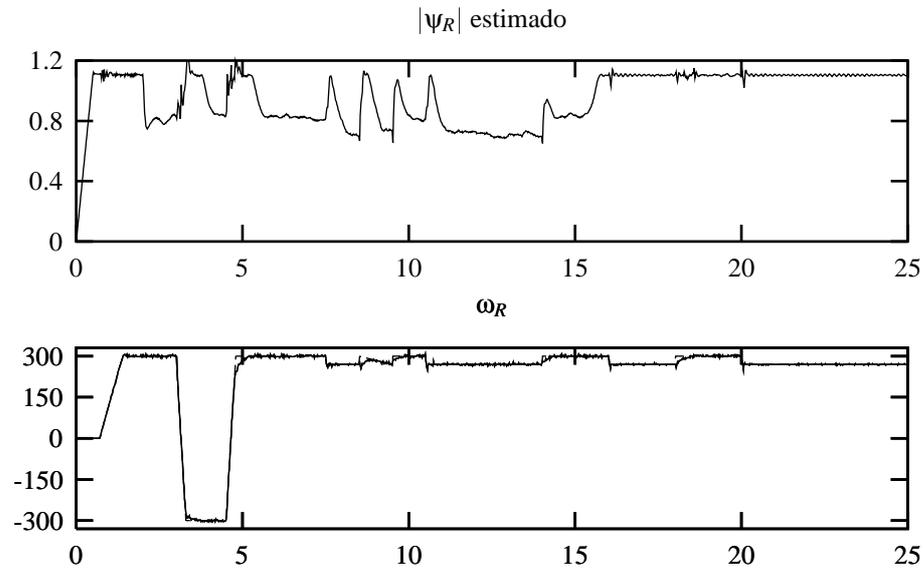


Figura 8.14: Evolución de las salidas (—) y sus referencias (- -). Controlador Lyapunov-Integral con minimización de pérdidas. Eje x en seg. Eje y en Wb y en rad_{el}/s .

	Sin optimización de pérdidas	Con optimización de pérdidas
Vacío	257,6 W	225,5 W
Carga	481 W	485 W

Cuadro 8.3: Potencia consumida por el accionamiento.

motor de la máquina, el flujo se sitúa en su valor nominal.

Para evaluar la mejora en el rendimiento cuando se aplica la estrategia de minimización de pérdidas, se ha medido la potencia que consume el accionamiento. Esta medida se ha realizado midiendo la corriente y la tensión en el circuito de continua del inversor. La medida de corriente se ha realizado mediante una sonda de efecto hall conectada a un osciloscopio digital, en el que se ha calculado el valor RMS de la forma de onda obtenida. La principal ventaja de este método, aparte de su facilidad de implantación, es que tiene en cuenta las posibles variaciones en las pérdidas de conmutación del inversor. Sin embargo, debido a que la forma de onda de la corriente presenta un gran contenido de armónicos provocados por el rectificador, los resultados obtenidos no son muy precisos. La potencia absorbida por el accionamiento, tanto con la estrategia de minimización de pérdidas como sin ella se muestra en la tabla 8.3. Como se puede observar, en vacío se produce un ahorro de un 12,5 % de potencia. Sin embargo cuando se conecta la dinamo⁵ se consume un 0,8 % más de potencia.

⁵La potencia generada por la dinamo es la misma que en los demás ensayos: 133 W.

8.7. Conclusiones

En este capítulo se ha mostrado la viabilidad de algunos de los controladores propuestos en esta tesis mediante su aplicación en un banco de ensayos. De hecho, ha sido aquí donde se ha aplicado por primera vez en un banco experimental el conjunto regulador Lyapunov-Integral, estimador de flujo y estimador de resistencia de rotor. Se ha mostrado que el comportamiento del controlador Lyapunov-Integral es prácticamente igual al controlador vectorial directo, de acuerdo con lo predicho en la sección 5.4. Sin embargo, cuando existen errores en la inercia, el comportamiento del controlador vectorial directo es marginalmente mejor. Esto es debido a que en este último caso, según se ha discutido en la sección 5.4, el valor de la inercia se tiene en cuenta en el diseño del controlador lineal de velocidad, en lugar de cancelar su valor como ocurre en el controlador Lyapunov-Integral.

También se ha mostrado que las prestaciones de ambos controladores cuando se precisa una gran respuesta dinámica del accionamiento son bastante mejores que las ofrecidas por el controlador vectorial indirecto. En los resultados mostrados se puede observar que con los controladores vectorial directo y Lyapunov-Integral se consiguen transitorios con aceleración grande que no son posibles con el controlador vectorial indirecto. Además, el valor de pico de la corriente de estator durante estos transitorios es mucho mayor cuando se usa el controlador vectorial indirecto que cuando se usan el controlador Lyapunov-Integral o el vectorial directo. Por tanto, la aplicación del controlador vectorial indirecto sólo es aconsejable en aquellos accionamientos en los que no se requiera una excesiva rapidez de respuesta. En el caso contrario, la mayor complejidad computacional de los reguladores Lyapunov-Integral y vectorial directo estará más que justificada.

Para terminar se han mostrado dos aplicaciones del regulador Lyapunov-Integral. En la primera se ha usado la máquina de inducción en modo generador, obteniéndose un resultado satisfactorio. Conviene destacar que el regulador es idéntico al usado con la máquina funcionando en modo motor. En la segunda se ha eliminado el regulador Lyapunov-Integral de flujo, calculándose la referencia de la corriente en eje d a partir de una estrategia de mínimas pérdidas óhmicas, observándose también un funcionamiento satisfactorio.

Capítulo 9

Conclusiones, aportaciones y sugerencias

En esta tesis se ha realizado un estudio exhaustivo de varias técnicas de control no lineal cuando se aplican a la máquina de inducción, comparándose entre sí los resultados obtenidos y se ha propuesto un nuevo controlador no lineal robusto y viable en tiempo discreto. También se ha estudiado la aplicación de varios estimadores y observadores de flujo de rotor propuestos en la literatura, descubriéndose que el comportamiento de estos últimos puede ser problemático cuando se produce un cambio de sentido de giro con aceleración grande en máquinas de baja inercia. Además, los resultados obtenidos con algunos de los controladores estudiados se han validado experimentalmente.

En este último capítulo se resumen las conclusiones obtenidas en este trabajo, así como las principales aportaciones del mismo. Cierra el capítulo un apartado de sugerencias para futuras líneas de trabajo.

9.1. Resumen y conclusiones

El objetivo principal de esta tesis ha sido el evaluar la aplicación práctica a la máquina de inducción de varias técnicas de control no lineal. Además, las deficiencias encontradas en las técnicas propuestas en la literatura han motivado el desarrollo del controlador Lyapunov-Integral, que es una aportación original de esta tesis.

En el capítulo 2 se ha estudiado la aplicación de un controlador mediante linealización entrada-salida al motor de inducción. Esta técnica de control, si bien ha sido aplicada a la máquina de inducción en numerosos trabajos, en la mayoría de ellos sólo se ha evaluado su comportamiento mediante simulación en tiempo continuo, obteniéndose resultados muy prometedores. Sin embargo, las pocas aplicaciones prácticas en tiempo discreto que se encuentran en la literatura (Raumer et al., 1994) muestran un comportamiento similar al controlador vectorial indirecto, siendo necesario introducir una serie de modificaciones *ad-hoc* al controlador para conseguir que éste funcione. Conviene destacar que esta comparación no tiene mucho sentido, ya que el controlador vectorial indirecto tiene una estructura en lazo abierto, de una gran simplicidad; mientras que el controlador mediante linealización entrada-salida es un controlador no lineal de una complejidad elevada. Una

comparación con un controlador vectorial directo habría ofrecido resultados más interesantes. Además, según se ha demostrado en esta tesis, el comportamiento dinámico del controlador vectorial indirecto es muy pobre. Por tanto no tiene sentido aplicar un controlador mediante linealización entrada-salida para obtener las mismas prestaciones que con el regulador vectorial indirecto.

En el estudio llevado a cabo en esta tesis se ha aplicado la linealización entrada-salida a una máquina de inducción modelada en ejes de estator y en ejes de flujo de rotor con vistas a su implantación práctica en un banco de ensayos. Se ha demostrado que la aplicación en tiempo discreto en ejes de flujo de rotor es más ventajosa, aunque sólo ofrece resultados aceptables cuando la frecuencia de muestreo es suficientemente elevada (superior a 10 kHz).

En el capítulo 3 se ha aplicado otra técnica de control no lineal, la cual se basa en definir una función de Lyapunov de los errores de seguimiento de las salidas. El uso de una función de Lyapunov garantiza la estabilidad del sistema, al menos en la aplicación en tiempo continuo. Por otro lado, este tipo de controlador obliga a usar un inversor fuente de tensión controlado en corriente. En dicho capítulo se demuestra que el controlador presenta un comportamiento aceptable, incluso cuando se aplica en tiempo discreto con bajas frecuencias de muestreo (del orden de 1 kHz). Sin embargo, aunque a primera vista la mejora en el comportamiento puede parecer que es debida al uso de una función de Lyapunov, en el capítulo 3 se ha demostrado que el controlador diseñado es igual a un controlador mediante linealización entrada-salida en el que se use también un inversor fuente de tensión controlado en corriente, en lugar de un inversor fuente de tensión como se hizo en el capítulo 2. El uso de este tipo de inversor elimina la dinámica del estator del modelo del motor, con lo que la realimentación no lineal realizada por el controlador es mucho más simple y su aplicación en tiempo discreto resulta ser menos sensible a los efectos del muestreo. Por último, conviene destacar que debido a que este tipo de controladores se basan en cancelar todos los términos de las ecuaciones de estado de la máquina,¹ su comportamiento ha resultado ser muy sensible a los parámetros de la máquina, especialmente en accionamientos de baja inercia, en los que se producen errores de seguimiento elevados en régimen permanente. Sin embargo, se ha demostrado teóricamente que la estabilidad del sistema en estos casos está garantizada, siempre y cuando el error de modelado sea constante.

En el capítulo 4 se ha desarrollado una mejora al controlador de Lyapunov presentado en el capítulo 3, que consigue eliminar los errores de seguimiento en régimen permanente producidos por los errores en el modelado del sistema. La mejora consiste en añadir a la función de Lyapunov una integral de los errores de seguimiento, siguiendo las ideas del control lineal clásico. El hecho de introducir una integral en la función de Lyapunov ha obligado a diseñar una estrategia de *anti-windup* para evitar que las saturaciones en el mando hagan inestable al controlador. La estrategia diseñada tiene en cuenta que el sistema tiene varias entradas y varias salidas, de forma que la saturación de una de ellas no perturbe excesivamente a las demás. Se ha demostrado también que la aplicación del controlador propuesto a la máquina de inducción cuando se producen errores en el modelado de los parámetros de la carga es estable. Sin embargo, la respuesta dinámica del sistema en lazo cerrado depende del error de modelado cometido en dichos parámetros,

¹Con esto se consigue que el sistema en lazo cerrado evolucione según una dinámica preestablecida.

sobre todo en la inercia. Por último, las simulaciones realizadas han mostrado una notable mejora en el comportamiento del accionamiento respecto a las ofrecidas por el controlador de Lyapunov desarrollado en el capítulo 3; obteniéndose ahora un controlador con una excelente respuesta dinámica, error nulo en régimen permanente y una gran robustez frente a errores en el modelado de los parámetros de la carga.

En el capítulo 5 se ha implantado un controlador vectorial directo clásico, pero siguiendo la misma estructura que la utilizada para el controlador Lyapunov-Integral, con el objetivo de poder comparar sus prestaciones. Para ello, el controlador vectorial directo se ha implantado usando el mismo inversor fuente de tensión controlado en corriente que el usado para el controlador Lyapunov-Integral. Además, en las simulaciones realizadas se ha diseñado el controlador de forma que sus constantes de tiempo en lazo cerrado sean las mismas que las utilizadas en el controlador Lyapunov-Integral. Los resultados de simulación obtenidos han sido prácticamente iguales a los proporcionados por el controlador Lyapunov-Integral. Un análisis en detalle de las ecuaciones de cada uno de estos controladores revela que su estructura es muy parecida. Sin embargo el controlador Lyapunov-Integral se basa en cancelar todos los términos de las ecuaciones de estado, de forma que el sistema en lazo cerrado evolucione según una dinámica preestablecida. Por otro lado, el controlador vectorial directo sólo cancela el término no lineal presente en la ecuación del par, diseñándose un regulador lineal PI en tiempo discreto para situar los polos del sistema lineal resultante en el lugar deseado. Con esta segunda aproximación el controlador es más robusto frente a errores en los parámetros y a los efectos de la implantación en tiempo discreto. De hecho, se ha comprobado mediante simulación que si la inercia de la máquina es la décima parte de la del modelo, el controlador Lyapunov-Integral es inestable, mientras que el controlador vectorial directo es estable.

Los controladores implantados en los capítulos 2, 3, 4 y 5 necesitan conocer el módulo y el ángulo del vector de flujo de rotor. Como la medida de dicho vector es muy difícil de realizar en la práctica, es necesario recurrir al uso de estimadores para conocer su valor. En el capítulo 6 se han presentado una serie de estimadores y observadores del vector de flujo de rotor y se han evaluado sus prestaciones cuando se integran con un controlador Lyapunov-Integral mediante simulación. En primer lugar se han estudiado dos estimadores en lazo abierto: uno en ejes de flujo de rotor y otro en ejes de estator. Ambos se basan en simular las ecuaciones dinámicas de la máquina, por lo que su velocidad de convergencia es limitada y son muy sensibles a errores en los parámetros de la máquina. La ventaja del primero radica en su simplicidad computacional, aunque, debido a que es un estimador no lineal, su discretización no puede realizarse exactamente. En cambio, el estimador en ejes de estator, aunque presenta una mayor carga computacional, puede ser discretizado exactamente siempre y cuando la velocidad varíe muy lentamente, de forma que pueda considerarse como un parámetro del sistema lineal. Se han realizado una serie de simulaciones en tiempo discreto, descubriéndose que la mejora obtenida al utilizar el estimador en ejes de estator no es muy apreciable, por lo que puede estar justificado el uso del estimador en ejes de flujo de rotor si el controlador ha de implantarse en un microcontrolador de bajas prestaciones. También se ha verificado mediante simulación que ambos estimadores son muy sensibles a las variaciones de la resistencia de rotor, aunque sólo se cometen errores apreciables en la estimación durante el régimen transitorio de la máquina. Para mejorar el comportamiento de estos estimadores se ha im-

plantado un estimador de la resistencia de rotor. Sin embargo, este estimador sólo ofrece resultados fiables cuando el motor está en régimen permanente y el valor de la corriente que circula por el rotor es suficientemente elevado. Dado que el valor de la resistencia de rotor varía lentamente durante el funcionamiento del accionamiento, en este trabajo sólo se ha utilizado el valor estimado de la resistencia del rotor cuando dicho valor es fiable, obteniéndose buenos resultados. Conviene destacar que aunque este estimador de resistencia se propuso originalmente en (Zamora Macho, 1997), es aquí donde se ha aplicado por primera vez en tiempo real dentro de un sistema de control en lazo cerrado.

El segundo estimador estudiado en el capítulo 6 consiste en un diseño conjunto de un controlador Lyapunov-Integral junto con un estimador en ejes de flujo de rotor, en el que el controlador obliga a que una función de los errores de seguimiento, sus integrales y el error de estimación sea de Lyapunov. De esta manera se garantiza la convergencia a cero de los errores de seguimiento y de estimación. Sin embargo, se ha demostrado mediante simulación que las prestaciones de este controlador, cuando se implanta en tiempo discreto, son peores que las obtenidas por el controlador Lyapunov-Integral junto con el estimador en ejes de flujo mostrado en la primera parte del capítulo 6; llegando incluso a ser inestable bajo ciertas condiciones.

Por último se ha desarrollado un observador en lazo cerrado de orden reducido. Se ha demostrado que la realimentación del observador necesita el cálculo de la derivada de la corriente o realizar un cambio de variable que depende de la velocidad, por lo que su aplicación sólo puede ser realizada cuando la variación de la velocidad durante el periodo de muestreo sea despreciable. Mediante simulación se ha demostrado que este observador con el cambio de variable propuesto en la literatura es inestable cuando se produce un cambio de sentido de giro con alta aceleración. Para evitar este problema se ha propuesto aquí una implantación en tiempo discreto del observador en el que no es preciso realizar ningún cambio de variable para su realimentación. Se ha demostrado mediante simulación que el comportamiento de este nuevo observador es correcto, incluso en los transitorios con aceleración grande.

En el capítulo 7 se ha descrito el banco de ensayos utilizado para validar los resultados de esta tesis. Se ha demostrado que el uso de un PC estándar para implantar los controladores en un laboratorio de investigación es una alternativa viable frente al uso de sistemas basados en un DSP o un microcontrolador, que es lo más común en la literatura. Las principales ventajas de usar un PC son: (a) una amplia disponibilidad del *hardware* con gran potencia de cálculo y bajo precio (b) gran capacidad en disco duro para almacenar los resultados de los ensayos y (c) un bajo coste del *software* de desarrollo, especialmente si se usan herramientas bajo licencia GNU. Precisamente en esta tesis se ha demostrado que es posible construir un sistema de control usando casi exclusivamente herramientas de software libre. Con la excepción del software utilizado para el diseño de la FPGA, el cual es un *software* propietario suministrado por el propio fabricante de la FPGA; todo el resto del *software* utilizado en el desarrollo de esta tesis ha sido *software* libre. Como sistema operativo se ha usado Debian GNU-Linux, con la extensión RT-Linux para poder ejecutar los controladores en tiempo real. Para el diseño de los controladores y la visualización de los resultados se ha utilizado el paquete Octave, el cual es “pseudo-compatible” con Matlab. Las simulaciones llevadas a cabo se han realizado con Gnans (Mårtensson, 1994), cuya principal ventaja radica en que es capaz de

traducir las ecuaciones del modelo a lenguaje C, las cuales son compiladas y enlazadas dinámicamente al programa, ejecutándose durante la simulación con la velocidad de un programa compilado. La velocidad de simulación conseguida con esta aproximación es varios ordenes de magnitud superior a la de una simulación en la que las ecuaciones del modelo son interpretadas durante la simulación, como ocurre por ejemplo con Simulink. Por último, este documento ha sido escrito con Emacs y compuesto con \LaTeX (Lamport, 1994).

Conviene también destacar que para poder usar un PC estándar para controlar el accionamiento ha sido necesario desarrollar una tarjeta para el bus ISA que permita controlar el inversor y medir la posición del eje del motor a través de un *encoder* incremental. Esta tarjeta está basada en una FPGA, lo cual dota al circuito de una gran flexibilidad, imprescindible en un entorno de investigación. Además el uso de una FPGA en lugar de componentes discretos de baja escala de integración ayuda a reducir en gran medida el espacio ocupado por la placa de circuito impreso.

Finalmente, en el capítulo 8 se muestran los resultados obtenidos en el banco de ensayos descrito en el capítulo 7. En dicho banco se ha ensayado un controlador Lyapunov-Integral y un controlador vectorial directo, obteniéndose prácticamente los mismos resultados, tal como se ha predicho en el capítulo 5. Sin embargo, el comportamiento del controlador vectorial directo ha sido mejor que el del controlador Lyapunov-Integral cuando se usa un valor erróneo de la inercia del accionamiento en el diseño de los controladores; de acuerdo con lo predicho en el capítulo 5. También se ha demostrado que el comportamiento dinámico de estos dos controladores es muy superior al ofrecido por el controlador vectorial indirecto, aunque este último presenta una menor complejidad de implantación, por lo que su uso en aplicaciones en las que no se requiera un excelente comportamiento dinámico puede estar justificado.

También se ha evaluado de forma experimental por primera vez el comportamiento del estimador de resistencia de rotor propuesto en el capítulo 6, ya que en (Zamora Macho, 1997) sólo se ejecutó el algoritmo en *batch*, es decir, sin implantarse en tiempo real dentro de un lazo de control. Se ha confirmado que el estimador sólo ofrece resultados fiables cuando el motor está en régimen permanente y la corriente que circula por el rotor es apreciable. Además se ha descubierto que el error cometido en la estimación de la resistencia de rotor aumenta cuando se debilita el campo en el motor, lo cual es debido a que el estimador propuesto en realidad obtiene la constante de tiempo del rotor (R_R/L_R) a partir de las medidas de corriente y tensión en la máquina. El valor de R_R se obtiene por tanto multiplicando la constante de tiempo del rotor estimada por el valor de la inductancia de rotor L_R . En consecuencia, si se satura el rotor el valor de L_R variará, y por tanto también lo hará el valor de la estimación de la resistencia del rotor \hat{R}_R .

Finalmente, para demostrar el comportamiento del controlador Lyapunov-Integral propuesto en otras situaciones, se ha realizado un ensayo con la máquina funcionando en modo generador y otro en el que se ha aplicado una estrategia de minimización de pérdidas óhmicas, observándose un buen comportamiento en ambos casos. Conviene destacar que en todos los ensayos realizados no se ha puesto un especial cuidado ni en la calibración de las sondas ni en la extracción de los parámetros del accionamiento, lo cual es una muestra de la robustez de los controladores propuestos

9.2. Aportaciones originales

Las principales aportaciones de esta tesis han sido:

- Se ha demostrado que la aplicación de un controlador mediante linealización exacta entrada-salida no es aplicable a la máquina de inducción, debido a que el alto periodo de muestreo necesario para su implantación en tiempo discreto no es admisible con los semiconductores de potencia y los microprocesadores existentes en la actualidad.
- Se ha evaluado un controlador basado en una función de Lyapunov de los errores de seguimiento de las salidas y se ha demostrado que aunque su comportamiento es aceptable cuando se implanta en tiempo discreto con periodos de muestreo bajos, presenta grandes errores en régimen permanente cuando existen errores en los parámetros de la carga. Además se ha demostrado que este controlador es equivalente a un controlador mediante linealización entrada-salida en el que se use un inversor fuente de tensión controlado en corriente, por lo que la mejora de las prestaciones es debida a la simplificación del modelo del motor en lugar de al uso de la función de Lyapunov.
- Se ha propuesto una mejora al controlador de Lyapunov, basada en añadir una integral de los errores de seguimiento a la función de Lyapunov. Se ha demostrado que este nuevo controlador, denominado Lyapunov-Integral, es robusto frente a errores en los parámetros, obteniéndose un error nulo en régimen permanente en su aplicación en tiempo discreto con periodos de muestreo de 1 ms.
- Se ha comparado el controlador Lyapunov-Integral propuesto con el controlador vectorial directo, demostrándose que ambos controladores son muy similares, si bien el controlador Lyapunov-Integral se basa en cancelar todos los términos del modelo de la máquina de inducción, mientras que el controlador vectorial directo sólo cancela los términos no lineales del modelo, aplicando técnicas de control lineal en tiempo discreto para obtener la respuesta deseada del accionamiento. El resultado es que el controlador vectorial directo es menos sensible frente a variaciones de los parámetros y a los efectos del muestreo que el controlador Lyapunov-Integral.
- Se ha demostrado que el diseño conjunto del estimador junto con el controlador de Lyapunov propuesto en (Marino et al., 1996) no funciona en tiempo discreto con bajas frecuencias de muestreo (1 kHz), pudiendo llegar a ser inestable.
- Se ha demostrado que el observador de orden reducido con el cambio de variable propuesto en (Verghese y Sanders, 1988) es inestable en los cambios de sentido de giro con aceleración grande. Para solucionar este problema se ha propuesto una implantación en tiempo discreto en la que no es necesario realizar dicho cambio de variable y que ofrece buenos resultados incluso en los transitorios con alta aceleración.
- Se ha demostrado que el uso de un PC estándar es una alternativa viable para implantar un sistema de control de altas prestaciones. Además el uso de *software* libre hace que el coste del sistema sea muy bajo.

- Se ha propuesto el uso de una FPGA para implementar la temporización de los interruptores del inversor y para contar los pulsos del encoder, demostrándose que su uso es muy ventajoso gracias a la flexibilidad obtenida y al considerable ahorro de espacio en la placa de circuito impreso.
- Se ha aplicado experimentalmente en un banco de ensayos un controlador no lineal junto con un estimador de flujo y el estimador de resistencia de rotor propuesto en (Zamora Macho, 1997), demostrándose el buen comportamiento del sistema en lazo cerrado.
- Se ha mostrado el comportamiento del controlador Lyapunov-Integral propuesto con la máquina funcionando en modo generador y cuando se utiliza una estrategia de mínimas pérdidas óhmicas.

9.3. Sugerencias para futuros trabajos

En esta tesis se han aplicado cuatro estrategias de control no lineal a la máquina de inducción, haciendo especial énfasis en su implantación en tiempo discreto con bajas frecuencias de muestreo. Sin embargo existen otras estrategias de control que no se han abordado en este trabajo, pero que sería interesante evaluar y comparar con el controlador vectorial directo. Entre ellas cabe destacar el control directo de par o DTC² (Vas, 1998), control de estructura variable (Shyu y Shieh, 1995), control robusto (Zhou y Doyle, 1998), control por pasividad (Ortega y Espinosa, 1993) (Gökdere y Simaan, 1997) y controladores basados en técnicas de inteligencia artificial: controladores *fuzzy* (Cerruto et al., 1997) y controladores con redes neuronales (Shyu et al., 1998). Para obtener resultados coherentes al comparar los controladores, éstos deberían de implantarse en igualdad de condiciones y sin preferencias preestablecidas, tal como se ha realizado en esta tesis.

Otro posible campo de investigación sería la aplicación del controlador Lyapunov-Integral a otro tipo de máquinas eléctricas como por ejemplo motores síncronos de reluctancia o de imanes permanentes.

Los controladores estudiados en esta tesis se han implantado en coma flotante para simplificar su aplicación práctica. Sería importante aplicar el controlador Lyapunov-Integral en un microcontrolador o en un DSP de 16 bits de bajo coste, con vistas a evaluar sus prestaciones cuando se implanta en coma fija. Además podría usarse para la implantación un 80C166 de Infineon Technologies o un TMS320F2407 de Texas Instruments, los cuales tienen integrado un sistema de modulación PWM trifásico y un convertor A/D de varios canales, simplificándose así el hardware necesario.

En este trabajo se ha demostrado que el estimador de resistencia de rotor propuesto en realidad se basa en estimar la constante de tiempo del rotor. Una línea de trabajo interesante sería la de reformular el controlador Lyapunov-Integral y el estimador de flujo de rotor, de modo que se use la constante de tiempo del rotor en lugar de su resistencia, obteniéndose por tanto un mejor comportamiento del sistema cuando se somete a variaciones importantes en el flujo del rotor.

²Del inglés *Direct Torque Control*

Otra línea de trabajo diferente pero interesante para simplificar el *software* de control sería, dado que las FPGA presentes actualmente en el mercado tienen una gran capacidad; implantar dentro de la FPGA no sólo los temporizadores que permiten conmutar los interruptores del inversor en un instante preciso, sino también la circuitería encargada de calcular estos tiempos a partir de las componentes d y q del vector de tensión que se desea generar, en línea con el trabajo presentado en (Tzou y Hsu, 1997). Asimismo se podría integrar en esta FPGA un circuito capaz de calcular la velocidad de la máquina a partir de los pulsos del encoder, en lugar de limitarse a contar dichos pulsos y detectar el sentido de giro, tal como se ha hecho en esta tesis.

Por último, sería interesante, siguiendo la línea de trabajo propuesta en (Muñoz Frías et al., 1997), especificar todo el controlador o parte de él en un lenguaje de descripción de *hardware*, como por ejemplo VHDL, e implantarlo en una FPGA de gran capacidad. En (Muñoz Frías et al., 1997) se abordó la especificación en VHDL de un algoritmo de estimación de la velocidad del rotor basado en medidas de tensión y corriente con resultados esperanzadores.

Apéndice A

Modelado de la máquina de inducción.

En este apéndice se presentan los distintos modelos de la máquina de inducción usados en este trabajo. En primer lugar se presenta un modelo en variables de estado, usado para el diseño de los controladores y de los estimadores. En segundo lugar se presenta un modelo basado en vectores espaciales que ha sido usado en el estimador de resistencia de rotor. En ambos modelos se usa la transformación presentada en la sección A.1 para convertir las magnitudes trifásicas de la máquina a un sistema de referencia que gira a una velocidad angular arbitraria. De esta forma se eliminan los términos dependientes de la posición relativa entre el estator y el rotor presentes en el modelo original (Krause, 1986).

A.1. Transformación de Park

Un cambio de variables que transforma las magnitudes trifásicas de la máquina a un sistema de referencia que gira con una velocidad ω_C arbitraria se puede expresar como:

$$\vec{f}_{0dq}^c = \mathbf{K}^c \vec{f}_{rst} \quad (\text{A.1})$$

en donde:

$$\vec{f}_{0dq}^c = \begin{bmatrix} f_0^c & f_d^c & f_q^c \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{f}_{rst} = \begin{bmatrix} f_r & f_s & f_t \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{K}^c = \begin{bmatrix} k_1 & k_1 & k_1 \\ k_2 \cos \theta & k_2 \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & k_2 \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -k_2 \sin \theta & -k_2 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -k_2 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\theta = \int_0^t \omega^c(\zeta) d\zeta + \theta(0) \quad (\text{A.5})$$

siendo ζ una variable de integración. El vector \vec{f} puede representar una tensión, una corriente o un flujo de la máquina. Las constantes k_1 y k_2 se pueden elegir según distintos criterios de invarianza entre las magnitudes originales (rst) y las nuevas (0dq) en régimen

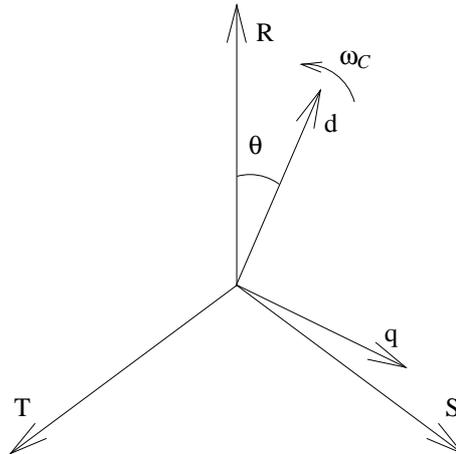


Figura A.1: Transformación de Park

senoidal equilibrado (Zamora Macho, 1997). En este trabajo se han elegido los valores de k_1 y k_2 para mantener la potencia del motor invariante entre ambos sistemas:

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.6})$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\text{A.7})$$

Por último conviene destacar que se ha usado el superíndice c para indicar que las magnitudes transformadas están referidas a un sistema que gira con velocidad ω_C .

Aunque la transformación presentada no es más que un cambio de variables y no necesita ninguna connotación física, es conveniente interpretar la transformación como relaciones trigonométricas entre variables según se muestra en la figura A.1. En dicha figura se puede considerar que las magnitudes f_d^c y f_q^c están alineadas a lo largo de los dos ejes ortogonales d y q, los cuales giran a una velocidad ω_C . De la misma manera las magnitudes f_r , f_s y f_t se pueden considerar alineadas con tres ejes r, s y t, los cuales están desfasados entre sí un ángulo de $2\pi/3$. Si se proyectan las tres magnitudes f_r , f_s y f_t a lo largo del eje d se obtiene la componente en eje d (f_d^c) de dichas magnitudes, tal como se puede deducir de las ecuaciones de la transformación (A.1 – A.5). De la misma manera, la componente f_q^c será la proyección de las tres magnitudes f_r , f_s y f_t a lo largo del eje q. Conviene destacar que la componente 0 no está asociada con el sistema de referencia d-q mostrado en la figura A.1, sino que es una relación aritmética entre las variables r, s y t, independiente del ángulo θ .

A.2. Modelo en variables de estado

En este trabajo se han elegido como variables de estado las corrientes de estator, los flujos de rotor y la velocidad de giro de la máquina.¹ Para simplificar la ecuación diferencial resultante se aplica la transformación de Park descrita en la sección A.1 a las corrientes y a los flujos de rotor, resultando un modelo en ejes d-q. Según se elija

¹Expresada en radianes eléctricos

la velocidad de giro de los ejes ω^c se obtendrán distintos modelos, según se muestra a continuación.

A.2.1. Modelo en ejes genéricos

Si los ejes d-q a los que se refieren las magnitudes de la máquina giran con una velocidad ω_C , el modelo de la máquina puede expresarse como (García Cerrada, 1991):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^c \\ i_{Sq}^c \\ \Psi_{Rd}^c \\ \Psi_{Rq}^c \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_C & B & C\omega_R \\ -\omega_C & A & -C\omega_R & B \\ D & 0 & E & \omega_C - \omega_R \\ 0 & D & -(\omega_C - \omega_R) & E \end{bmatrix}}^{\mathcal{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^c \\ i_{Sq}^c \\ \Psi_{Rd}^c \\ \Psi_{Rq}^c \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^c \\ u_{Sq}^c \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l)$$

En donde:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{R_S}{L_S\sigma} - \frac{R_R(1-\sigma)}{L_R\sigma} & B &= \frac{MR_R}{\sigma L_S L_R^2} \\ C &= \frac{M}{\sigma L_S L_R} & D &= \frac{MR_R}{L_R} \\ E &= -\frac{R_R}{L_R} & F &= \frac{1}{\sigma L_S} \\ m_e &= G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) & G &= \frac{PM}{2L_R} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Siendo R_S la resistencia de estator, R_R la resistencia de rotor, L_S la inductancia de estator, L_R la inductancia de rotor, M la inductancia mutua rotor-estator y σ el factor de dispersión, que es igual a $\left(1 - \frac{M^2}{L_S L_R}\right)$.

A.2.2. Modelo en ejes de estator.

Si se hace que la velocidad de giro de los ejes d-q sea $\omega_C = 0$, de forma que el sistema de referencia dq permanece fijo, el modelo del motor resultante se puede expresar como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 & B & C\omega_R \\ 0 & A & -C\omega_R & B \\ D & 0 & E & -\omega_R \\ 0 & D & \omega_R & E \end{bmatrix}}^{\mathcal{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^s \\ i_{Sq}^s \\ \Psi_{Rd}^s \\ \Psi_{Rq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{x}} + \overbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^s \\ u_{Sq}^s \end{bmatrix}}^{\vec{u}} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (\text{A.11})$$

$$m_e = G(\Psi_{Rd}^s i_{Sq}^s - \Psi_{Rq}^s i_{Sd}^s) \quad (\text{A.12})$$

en donde el superíndice s de las variables de estado y de la entrada indica que están referidas a unos ejes fijos al estator.

A.2.3. Modelo en ejes de flujo de rotor

En el modelo anterior las variables de estado son magnitudes alternas en régimen permanente. Si se hace que los ejes d-q giren a una velocidad ω_S igual a la del flujo de rotor, haciendo que el eje d sea en todo momento colineal con el vector de flujo, se obtiene el modelo del motor en coordenadas de flujo de rotor. La principal ventaja de este modelo consiste en que en este sistema de referencia las variables de estado son continuas en régimen permanente.

Debido a que el eje d está permanentemente orientado según $\vec{\Psi}_R$, la componente q del flujo de rotor y su derivada serán constantes e iguales a cero:

$$\Psi_{Rq}^r = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d}{dt}\Psi_{Rq}^r = 0 \quad (\text{A.13})$$

Con lo que el modelo del motor de inducción en ejes de flujo de rotor se reduce a:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & \omega_S & B \\ -\omega_S & A & -C\omega_R \\ D & 0 & E \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{Sd}^r \\ i_{Sq}^r \\ \Psi_{Rd}^r \end{bmatrix}}_{\vec{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{Sd}^r \\ u_{Sq}^r \end{bmatrix}}_{\vec{u}} \quad (\text{A.14})$$

$$\Psi_{Rq}^r = 0$$

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{P}{2J}(m_e - m_l) \quad (\text{A.15})$$

$$m_e = G\Psi_{Rd}^r i_{Sq}^r \quad (\text{A.16})$$

en donde ω_S es la velocidad de giro de los ejes, que se puede deducir de la última fila de (A.8) y (A.13):

$$\omega_S = \omega_R + \frac{D i_{Sq}^r}{\Psi_{Rd}^r} \quad (\text{A.17})$$

A.3. Modelo basado en vectores espaciales

En este modelo las magnitudes trifásicas de la máquina se representan mediante números complejos, con lo que se obtiene una expresión mucho más compacta de las ecuaciones (Leonhard, 1985). Sin embargo esta representación es equivalente a la transformación de Park presentada en la sección A.1. Se puede demostrar que si se eligen los ejes real e imaginario coincidentes con los ejes d-q de la transformación de Park, se cumple:

$$\vec{u}_S^c = u_{Sd}^c + j u_{Sq}^c \quad (\text{A.18})$$

$$\vec{i}_S^c = i_{Sd}^c + j i_{Sq}^c \quad (\text{A.19})$$

$$\vec{\Psi}_S^c = \Psi_{Sd}^c + j \Psi_{Sq}^c \quad (\text{A.20})$$

A.3.1. Modelo en ejes genéricos

Las ecuaciones eléctricas de la máquina cuando se emplea una transformación usando un sistema de referencia que gira con una velocidad ω_c se reducen a (Zamora Macho, 1997):

- Ecuación del estator:

$$\vec{u}_S^c = R_S \vec{i}_S^c + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_S^c + j\omega_C \vec{\Psi}_S^c \quad (\text{A.21})$$

- Ecuación del rotor:

$$0 = R_R \vec{i}_R^c + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_R^c + j(\omega_C - \omega_R) \vec{\Psi}_R^c \quad (\text{A.22})$$

- Ecuación del flujo de estator:

$$\vec{\Psi}_S^c = L_S \vec{i}_S^c + M \vec{i}_R^c \quad (\text{A.23})$$

- Ecuación del flujo de rotor:

$$\vec{\Psi}_R^c = M \vec{i}_S^c + L_R \vec{i}_R^c \quad (\text{A.24})$$

A.3.2. Modelo usado para la estimación de la resistencia de rotor

Para la estimación de R_R se emplea un modelo expresado en un sistema de referencia fijo al estator ($\omega_C = 0$). Además, dado que las únicas magnitudes que pueden medirse son las corrientes y tensiones de estator, es necesario hallar un modelo en el que sólo intervengan dichas magnitudes.

Si se sustituye en (A.22) la corriente de rotor obtenida a partir de (A.24) y se multiplica la ecuación resultante por M/L_R , se obtiene:

$$\frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_R^s + \frac{R_R}{L_R} \left(\frac{M}{L_R} \vec{\Psi}_R^s + (1 - \sigma) L_S \vec{i}_S^s \right) = j\omega_R \frac{M}{L_R} \vec{\Psi}_R^s \quad (\text{A.25})$$

Como se puede apreciar, esta ecuación depende aún de $\vec{\Psi}_R^s$. Para encontrar una expresión del vector espacial del flujo de rotor en función de los vectores espaciales de tensión y corriente de estator, a partir de (A.23) y (A.24) se obtiene:

$$\vec{\Psi}_S^s = \sigma L_S \vec{i}_S^s + \frac{M}{L_R} \vec{\Psi}_R^s \quad (\text{A.26})$$

Sustituyendo la derivada de $\vec{\Psi}_S^s$, obtenida a partir de la ecuación anterior, en (A.21), teniendo en cuenta que $\omega_C = 0$, resulta:

$$\frac{d}{dt} \vec{\Psi}_R^s = \frac{L_R}{M} \left(\vec{u}_S^c - R_S \vec{i}_S^c - \sigma L_S \frac{d}{dt} \vec{i}_S^s \right) \quad (\text{A.27})$$

utilizando (A.27), la ecuación (A.25) se puede expresar como:

$$\vec{v}_1 - j\omega_R \int \vec{v}_1 dt = -R_R \left(\frac{1}{L_R} \int \vec{v}_2 dt \right) \quad (\text{A.28})$$

donde:

$$\vec{v}_1 = \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_R^s = \vec{u}_S^c - R_S \vec{i}_S^c - \sigma L_S \frac{d}{dt} \vec{i}_S^s \quad (\text{A.29})$$

$$\int \vec{v}_2 = \frac{M}{L_R} \vec{\Psi}_R^s + (1 - \sigma) L_S \vec{i}_S^s = \vec{u}_S^c - R_S \vec{i}_S^c - L_S \frac{d}{dt} \vec{i}_S^s \quad (\text{A.30})$$

Estas tres últimas ecuaciones forman el modelo que será usado para estimar el valor de la resistencia de rotor.

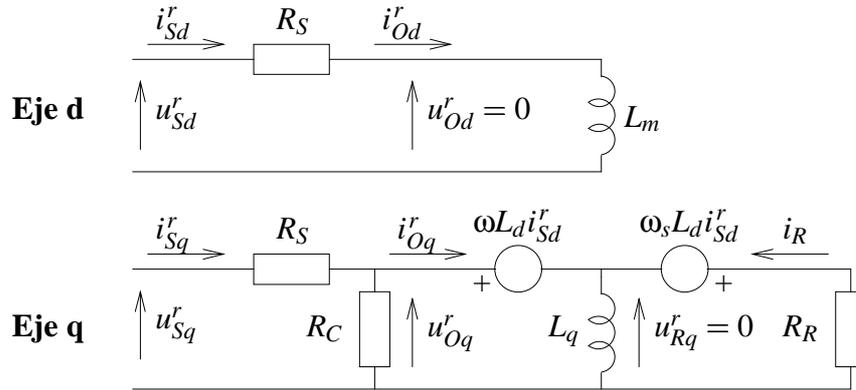


Figura A.2: Circuito equivalente en régimen permanente del motor de inducción

A.4. Modelo basado en circuito equivalente

Para aplicar una estrategia de minimización de pérdidas es más ventajoso el uso de un modelo basado en un circuito equivalente de régimen permanente. El modelo más ampliamente utilizado en la literatura sobre minimización de pérdidas se muestra en la figura A.2 (García et al., 1994), en donde R_C es una resistencia que modela las pérdidas en el hierro debidas al armónico fundamental, i_{Od}^r e i_{Oq}^r son las componentes de la corriente equivalente de entrehierro, u_{Od}^r y u_{Oq}^r son las componentes de la tensión equivalente de entrehierro y u_{Rq}^r e i_R son la tensión y corriente de rotor.

Si se supone que (Fernández Bernal, 2000):

$$i_{Oq}^r = i_{Sq}^r - i_{Cq}^r \approx i_{Sq}^r \quad (\text{A.31})$$

y que $\omega \gg \omega_s$, el esquema equivalente de la figura A.2 se puede simplificar, resultando el esquema mostrado en la figura A.3, que será el utilizado en este trabajo para deducir las estrategias de minimización de pérdidas. Nótese que en el circuito equivalente simplificado las pérdidas óhmicas en eje d y en eje q son distintas, por lo que las pérdidas óhmicas no son mínimas cuando la corriente de entrada es mínima, sino que es necesario que la corriente en eje d sea mayor que la de eje q para compensar la mayor resistencia presente en el circuito equivalente del eje q (Fernández Bernal, 2000).

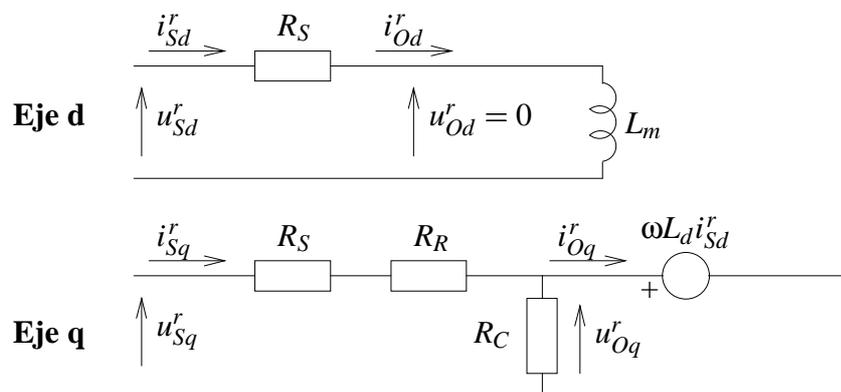


Figura A.3: Circuito equivalente en régimen permanente simplificado del motor de inducción

Apéndice B

Parámetros del motor

B.1. Motor Indar de 15 kW

$$\begin{aligned}R_R &= 0,17750\Omega & R_S &= 0,22428\Omega \\L_R &= 0,041563H & L_S &= 0,041327H \\M &= 0,040030H & P &= 4\text{Polos} \\J &= 5\text{ kgr} \times m^2 & \text{Potencia} &= 15\text{ kW} \\V_{nom} &= 380V & I_{nom} &= 33,5A\end{aligned}$$

B.2. Motor AEG de 250 W

$$\begin{aligned}R_R &= 25\Omega & R_S &= 50,1915\Omega \\L_R &= 1,3725H & L_S &= 1,3725H \\M &= 1,2648H & P &= 4\text{Polos} \\J &= 0,01\text{ kgr} \times m^2 & \text{Potencia} &= 0,250\text{ kW} \\V_{nom} &= 380V & I_{nom} &= 0,86A\end{aligned}$$

Apéndice C

Herramientas matemáticas

En esta sección se presentan algunas definiciones de geometría diferencial que se han usado a lo largo del documento. Para una presentación más exhaustiva puede consultarse (Khalil, 1996), (Slotine y Li, 1991) o (Isidori, 1995).

C.1. Herramientas de geometría diferencial

Todas las funciones presentes en las siguientes definiciones se suponen “suaves” en todos sus argumentos, es decir, las funciones y sus derivadas parciales hasta un orden suficientemente elevado son continuas.

Definición C.1 Un **campo vectorial** es una función $\mathbf{f} : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, que asigna a cada punto \vec{x} de su dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ un vector $\mathbf{f}(\vec{x})$. Un campo vectorial es un vector columna de dimensión n

Definición C.2 Un **campo covectorial** es la transpuesta de un campo vectorial. Un campo covectorial es un vector fila de dimensión n

Definición C.3 Sea una función escalar de variable vectorial $h : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida en un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$. El **gradiente** de $h(\vec{x})$ es un campo covectorial definido por:

$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial \vec{x}} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] \quad (\text{C.1})$$

Definición C.4 Sea la función escalar de variable vectorial $h : D \rightarrow \mathbb{R}$ y el campo vectorial $\mathbf{f} : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ definidos en el dominio $D \subset \mathbb{R}^n$. La **derivada de Lie** de h con respecto a \mathbf{f} (o a lo largo de \mathbf{f}) es la función escalar definida por:

$$L_{\mathbf{f}}h(\vec{x}) = \frac{\partial h}{\partial \vec{x}} \mathbf{f}(\vec{x}) \quad (\text{C.2})$$

Como se puede apreciar la derivada de Lie no es más que la derivada de una función $h(\vec{x})$ a lo largo de las trayectorias del sistema $\frac{d}{dt}x = \mathbf{f}(\vec{x})$. La ventaja de esta nueva notación se hace patente cuando es necesario repetir el cálculo de la derivada con respecto al mismo campo vectorial o con respecto a otro distinto. La definición recursiva de las derivadas de

Lie es:

$$L_{\mathbf{f}}^0 h(\vec{x}) = h(\vec{x}) \quad (\text{C.3})$$

$$L_{\mathbf{f}}^1 h(\vec{x}) = \frac{\partial h}{\partial \vec{x}} \mathbf{f}(\vec{x}) \quad (\text{C.4})$$

$$L_{\mathbf{f}}^2 h(\vec{x}) = \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^1 h(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \mathbf{f}(\vec{x}) \quad (\text{C.5})$$

\vdots

$$L_{\mathbf{f}}^i h(\vec{x}) = \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{i-1} h(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \mathbf{f}(\vec{x}) \quad (\text{C.6})$$

De la misma manera si $\mathbf{g}(\vec{x})$ es otro campo vectorial, la función escalar $L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}} h(\vec{x})$ es:

$$L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}} h(\vec{x}) = \frac{\partial L_{\mathbf{f}} h(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \mathbf{g}(\vec{x}) \quad (\text{C.7})$$

Apéndice D

Cálculo de los tiempos de conmutación de las ramas del inversor

En la Sección 7.3.2 se ha mostrado un método para conmutar las ramas del inversor de forma que se obtenga en la carga el vector de tensión \vec{u}_S deseado. En primer lugar es necesario averiguar en cual de las seis regiones del inversor se encuentra el vector \vec{u}_S (Rab) y en segundo lugar es necesario calcular los tiempos t_a y t_b durante los que tiene que estar en inversor en cada uno de los modos activos a y b de la región Rab.

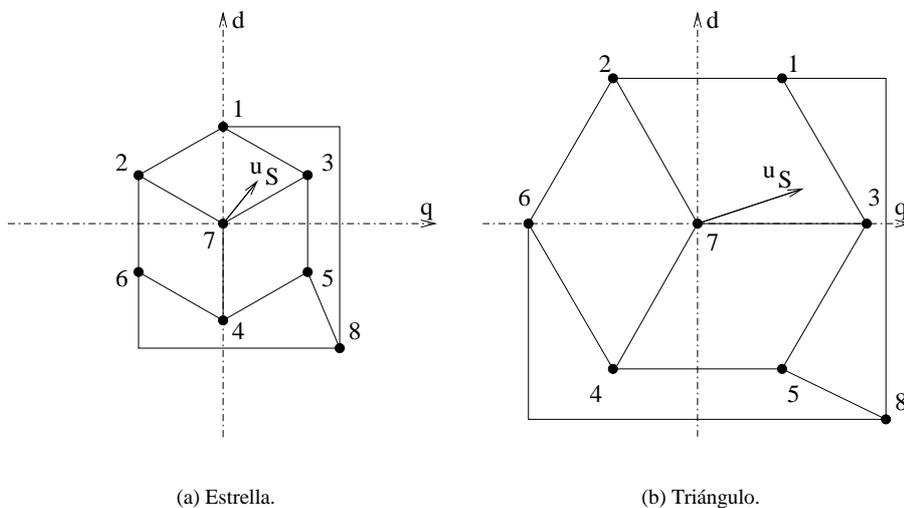


Figura D.1: Tensiones generadas en ejes d-q.

D.1. Localización del vector \vec{u}_S en una de las seis regiones del inversor

En la figura D.1 se muestran las tensiones en ejes d-q generadas por el inversor en cada uno de los modos para una carga conectada en estrella (D.1(a)) o en triángulo (D.1(b)). Como se puede observar el plano d-q se divide en seis regiones delimitadas por los modos activos. Antes de calcular el tiempo que ha de estar el inversor en cada uno de los modos adyacentes de la región en la que se encuentra el vector a generar \vec{u}_S , es necesario averiguar precisamente cual es esta región. En el diagrama de flujo mostrado en la Figura D.2 se muestra un algoritmo propuesto en (García Cerrada, 1991) para calcular en cual de las seis regiones posibles se encuentra el vector \vec{u}_S cuando la carga está conectada en estrella. Para una carga conectada en triángulo el algoritmo es similar, mostrándose su diagrama de flujo en la figura D.3. En ambos casos en los dos primeros niveles de decisión se averigua en que cuadrante está el vector \vec{u}_S y en el tercer nivel se averigua en cual de las dos regiones del inversor que se encuentran en el cuadrante está situado \vec{u}_S .

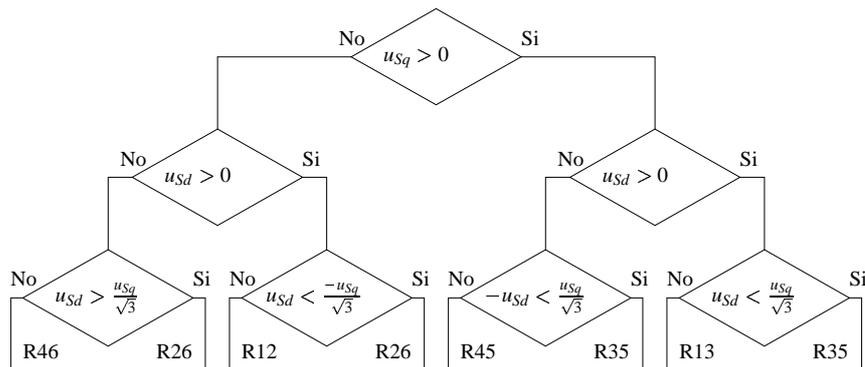


Figura D.2: Selección de la región de \vec{u}_S . Conexión en estrella

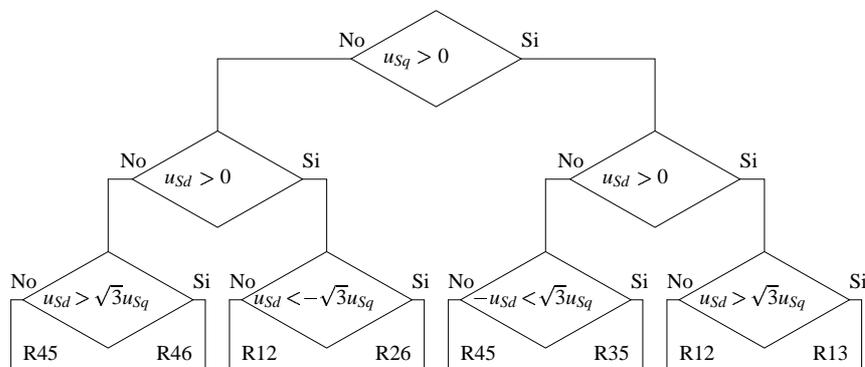


Figura D.3: Selección de la región de \vec{u}_S . Conexión en triángulo

D.2. Cálculo de los tiempos de conmutación

Para calcular el tiempo que ha de estar el inversor en cada uno de los modos a y b entre los que se encuentra el vector \vec{u}_S que se desea generar, se parte de la ecuación (7.2), que se puede escribir en forma matricial como:

$$t_s \cdot \vec{u}_S = \begin{bmatrix} u_{Sad} & u_{Sbd} \\ u_{Saq} & u_{Sbq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_a \\ t_b \end{bmatrix} = \mathbf{U} \cdot \begin{bmatrix} t_a \\ t_b \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

En donde (u_{Sad}, u_{Saq}) y (u_{Sbd}, u_{Sbq}) son las componentes en ejes d-q de las tensiones generadas en los modos a y b , que vienen dadas en la tabla 7.2 para una carga conectada en estrella o en la tabla 7.3 para una carga conectada en triángulo. Esta ecuación se puede transformar, multiplicando ambos miembros de la ecuación por \mathbf{U}^{-1} en:

$$\begin{bmatrix} t_a \\ t_b \end{bmatrix} = t_s \cdot \mathbf{U}^{-1} \cdot \vec{u}_S \quad (\text{D.2})$$

Aplicando la ecuación (D.2) en cada una de las regiones del inversor se obtienen los tiempos de cada modo en función de la tensión \vec{u}_S que se desea generar, la tensión del circuito de continua V_C y del periodo de muestreo t_s . Para una carga conectada en estrella los resultados son:

- Región 1: $\begin{bmatrix} t_1 \\ t_3 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 2: $\begin{bmatrix} t_3 \\ t_5 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 3: $\begin{bmatrix} t_5 \\ t_4 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 4: $\begin{bmatrix} t_4 \\ t_6 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 5: $\begin{bmatrix} t_6 \\ t_2 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ \sqrt{3} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 6: $\begin{bmatrix} t_2 \\ t_1 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$

Y para una carga conectada en triángulo se obtiene:

- Región 1: $\begin{bmatrix} t_1 \\ t_3 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 2: $\begin{bmatrix} t_3 \\ t_5 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 3: $\begin{bmatrix} t_5 \\ t_4 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 4: $\begin{bmatrix} t_4 \\ t_6 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$
- Región 5: $\begin{bmatrix} t_6 \\ t_2 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_C \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$

$$\blacksquare \text{ Región 6: } \begin{bmatrix} t_2 \\ t_1 \end{bmatrix} = \frac{t_s}{V_c \sqrt{6}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}$$

Apéndice E

Implantación del controlador cuando existe un retardo en la aplicación de la tensión

En las simulaciones realizadas a lo largo de esta tesis se ha supuesto que el proceso que es necesario realizar para calcular las salidas del controlador se puede hacer instantáneamente. Sin embargo, en la aplicación práctica es necesario tener en cuenta que la frecuencia de muestreo necesaria para implantar el controlador en tiempo discreto es relativamente alta, del orden de unos kilohercios, que los cálculos a realizar son relativamente complejos y que en el esquema de modulación empleado es necesario conocer el valor de la tensión a generar al principio del periodo de muestreo. Todo ello hace necesario en la aplicación práctica emplear gran parte del periodo de muestreo en realizar estos cálculos, aplicando la tensión resultante en el siguiente periodo de muestreo. De hecho, en la sección 7.4.1 se ha mostrado que la FPGA encargada de disparar las ramas del inversor se ha diseñado teniendo esto en cuenta, de forma que se dispone de todo un periodo de muestreo para escribir los tiempos de conmutación que se aplicarán en el siguiente periodo.

Si no se desea que se produzca una degradación de las prestaciones de los controladores, es necesario tener en cuenta el retraso producido por los cálculos en el diseño de éstos. El esquema seguido en esta tesis ha consistido en realizar un controlador de dos niveles, es decir, se ha diseñado un controlador no lineal que genera las referencias de corriente y éstas se introducen en unos reguladores de corriente que calculan la tensión que es necesario aplicar al motor. Si las constantes de tiempo de los reguladores no lineales se diseñan de forma que sean mucho más grandes que las de los reguladores de corriente, lo cual ha sido el proceso seguido en esta tesis, puede despreciarse el efecto del retardo de los cálculos en dichos reguladores no lineales. Por lo tanto, en este trabajo se tendrá en cuenta el retardo producido en la aplicación de la tensión solamente en los reguladores de corriente.

E.1. Diseño del controlador de corriente con retardo en la aplicación de la salida

En las secciones 3.3.1 y 3.4.1 se han diseñado sendos controladores de corriente, implantados en ejes de estator y en ejes de rotor respectivamente. En ambos casos la ecuación del sistema lineal a controlar es la misma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overbrace{i_{Sx}^y} \\ \int i_{Sx}^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overbrace{i_{Sx}^y} \\ \int i_{Sx}^y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} v_{Sx}^y \quad (\text{E.1})$$

sin más que sustituir el superíndice y por s en el controlador en ejes de estator o por r en el controlador en ejes de flujo de rotor. De la misma manera conviene recordar que el subíndice x ha de sustituirse por d para el controlador de corriente de eje d o por q para el controlador de corriente en eje q .

Los controladores de corriente han de implantarse en tiempo discreto, por lo que es necesario obtener un sistema equivalente en tiempo discreto, que vendrá dado por la ecuación:

$$(\overline{i_{Sx}^y})_{k+1} = \mathcal{F} (\overline{i_{Sx}^y})_k + \mathcal{G} (v_{Sx}^y)_k \quad (\text{E.2})$$

En donde si la tensión se aplica con un retenedor de orden cero, \mathcal{F} y \mathcal{G} vienen dadas por la expresión (Åström y Wittenmark, 1984):

$$\mathcal{F} = e^{-\mathbf{A}T_s} \quad (\text{E.3})$$

$$\mathcal{G} = \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}s} ds \cdot \mathcal{G} \quad (\text{E.4})$$

Como se puede apreciar en la ecuación E.2 se ha supuesto que la salida del controlador, v_{Sx}^y , se puede aplicar en el instante de muestreo k . Sin embargo, según se ha discutido anteriormente, esto no es posible, sino que en el instante k se aplicará la salida calculada en el instante $k-1$. Si se aumenta el sistema con una nueva variable de estado, $(z)_k = (v_{Sx}^y)_{k-1}$, se obtiene (Franklin et al., 1990):

$$\begin{pmatrix} \overline{i_{Sx}^y} \\ z \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{G} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \overline{i_{Sx}^y} \\ z \end{pmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (v_{Sx}^y)_k \quad (\text{E.5})$$

En (García Cerrada, 1991) se demuestra que este nuevo sistema es controlable si $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ también lo es. Por tanto será posible diseñar un controlador mediante asignación de polos para este sistema. En este trabajo se ha usado para ello la función `place` de la *toolbox* de control de Octave. La ecuación de cada uno de los controladores de corriente será por tanto:

$$(v_{Sx}^r)_k = \begin{bmatrix} K_p & K_I & K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (i_{Sx}^r - i_{Sxr}^r)_k \\ (\int (i_{Sx}^r - i_{Sxr}^r))_k \\ (v_{Sx}^r)_{k-1} \end{bmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Apéndice F

Control vectorial indirecto

Un método de control de la máquina de inducción muy utilizado en la práctica debido a su facilidad de implantación es el control vectorial indirecto (Murphy y Turnbull, 1988). En este controlador tanto el flujo de rotor como el par son controlados en bucle abierto, existiendo sólo un bucle de control en lazo cerrado para la velocidad de giro de la máquina.

Al igual que el resto de los controladores, el controlador indirecto se ha implantado en esta tesis utilizando un inversor fuente de tensión controlado por corriente. Por tanto las salidas del controlador vectorial indirecto serán las referencias de las corrientes en ejes d y q que es necesario aplicar a la máquina.

F.1. Orientación al campo

En este controlador no es preciso estimar el vector de flujo de rotor. En su lugar se estima sólo la posición de dicho vector, lo cual se hace integrando su velocidad de giro. La velocidad de giro del vector de flujo se calcula a partir de la velocidad del rotor y de la referencia de la pulsación de deslizamiento según la ecuación:

$$\omega_{Sr} = \omega_R + \frac{D i_{Sq_r}^r}{\Psi_{Rdr}^r} \quad (\text{F.1})$$

F.2. Cálculo de las referencias de las corrientes

Al ser un controlador en bucle abierto, las referencias de las corrientes se calculan directamente a partir de las referencias del flujo de rotor y del par de carga. Así:

$$i_{Sdr}^r = \frac{\Psi_{Rdr}^r}{M} \quad (\text{F.2})$$

$$i_{Sq_r}^r = \frac{m_{er}}{G \Psi_{Rdr}^r} \quad (\text{F.3})$$

Aunque este controlador es en bucle abierto, puede demostrarse (Robertson, 1999) que tanto el flujo como el par convergen asintóticamente a sus referencias. Esta convergencia, aunque a un valor distinto, se mantiene incluso cuando existen errores en la resistencia de rotor.

Nótese que estas corrientes están referidas a unos ejes que giran solidarios al flujo de rotor. Por tanto será necesario calcular las corrientes en ejes de estator aplicando un giro de ejes con un ángulo igual a la integral de la velocidad ω_{S_r} de la misma forma que se ha realizado para el resto de los controladores implantados en esta tesis.

F.3. Control de velocidad

La referencia del par de carga se calcula mediante un regulador de velocidad en lazo cerrado. En este trabajo se ha implantado un regulador PI que tiene por expresión:

$$m_{er} = K_I \int (\omega_{Rr} - \omega_R) dt + K_P (\omega_{Rr} - \omega_R) \quad (\text{F.4})$$

Apéndice G

Control con minimización de pérdidas

En los capítulos 2, 3, 4 y 5 se ha visto que aunque la variable a controlar en el accionamiento ha sido su velocidad, el motor de inducción modelado en ejes d-q es un sistema multivariable con dos entradas, que pueden ser las tensiones o las corrientes de estator y dos salidas, que pueden ser el flujo de rotor y la velocidad. Por tanto, aunque la variable que se desea controlar es la velocidad, se dispone de un grado de libertad adicional que es el módulo del flujo. En los experimentos llevados a cabo en los capítulos citados anteriormente se ha mantenido el flujo a su valor nominal para conseguir la mejor respuesta dinámica posible del accionamiento. Sin embargo, si no se requiere una excelente respuesta dinámica o si el accionamiento tiene restricciones energéticas importantes,¹ es posible mejorar el rendimiento de la máquina variando el módulo del flujo de rotor según una estrategia de mínimas pérdidas.

En (Fernández Bernal, 2000) se han desarrollado una serie de estrategias para minimizar las pérdidas en la máquina de inducción. En (Catalán Morrós, 2000) se realiza una primera aplicación de estas técnicas a la máquina de inducción usando un controlador Lyapunov-Integral. Basándose en estos desarrollos, en la sección G.1 se expone una nueva implantación simplificada de un método para minimizar las pérdidas óhmicas de la máquina de inducción, tanto en el estator como en el rotor.

G.1. Minimización de pérdidas óhmicas

Las pérdidas óhmicas en el rotor y el estator del motor de inducción se pueden calcular a partir del circuito equivalente de régimen permanente simplificado desarrollado en la sección A.4 y mostrado en la figura A.3 (Fernández Bernal, 2000):

$$P_{cu} \approx R_S (i_{sd}^r)^2 + (R_S + R_R) (i_{sq}^r)^2 \quad (\text{G.1})$$

¹Un ejemplo de sistema con restricciones energéticas es un vehículo eléctrico, en el que es preciso maximizar la duración de las baterías.

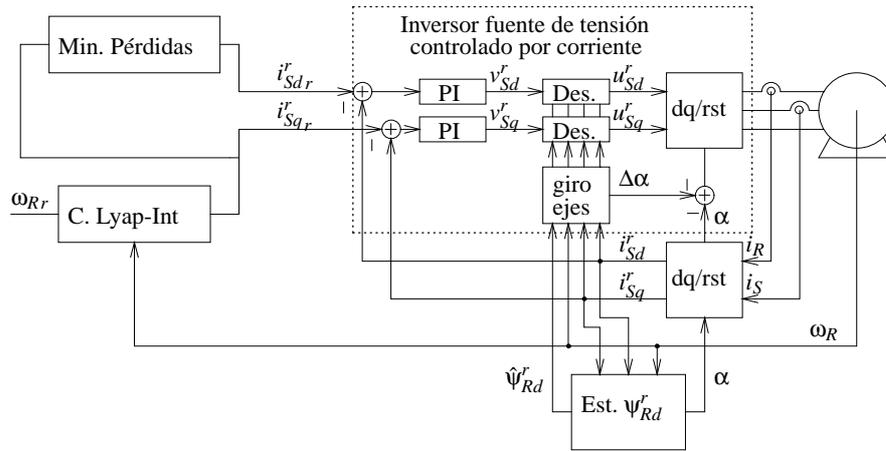


Figura G.1: Diagrama de bloques del controlador con estrategia de minimización de pérdidas

Esta ecuación de pérdidas será la ecuación a minimizar bajo la restricción de proporcionar el par motor requerido por el controlador de velocidad:

$$m_e = \frac{P}{2} L_m i_{Sd}^r i_{Sq}^r \tag{G.2}$$

Si se sustituye el valor de i_{Sq}^r obtenido de (G.2) en (G.1) y se deriva² esta última ecuación con respecto a i_{Sd}^r y se iguala a cero se obtiene:

$$i_{Sd}^r = \sqrt[4]{\frac{R_R + R_S}{R_S} \frac{2^2 m_e^2}{P^2 L_m^2}} \tag{G.3}$$

Para evitar la realización de la raíz cuarta se puede sustituir (G.2) en (G.3), obteniéndose:

$$i_{Sd}^r = \sqrt{1 + \frac{R_R}{R_S}} |i_{Sq}^r| \tag{G.4}$$

Conviene destacar que con esta nueva expresión la raíz cuadrada sólo es necesario realizarla en la puesta en marcha o cuando varía la resistencia de rotor, pero no en cada periodo de muestreo.

G.2. Detalles de implementación

En la figura G.1 se muestra un diagrama de bloques del accionamiento con la estrategia de minimización de pérdidas presentada en este apéndice. Como se puede observar existe un regulador Lyapunov-Integral que a partir de la referencia de velocidad y su medida calcula la referencia de la corriente en eje q, i_{Sqr}^r , que ha de proporcionar la máquina. Una vez calculado el valor de i_{Sqr}^r , aplicando la ecuación G.4 se obtiene el valor de la referencia de la corriente en eje d, i_{Sdr}^r , (bloque “Min. Pérdidas”). El resto del controlador es igual al controlador de Lyapunov mostrado en la sección 2.4.2.

²En (Fernández Bernal, 2000) se demuestra que la mejora en el rendimiento obtenida al tener en cuenta la saturación del hierro no es muy significativa, por lo que su efecto puede despreciarse en la aplicación práctica. Por tanto en este trabajo no se tendrá en cuenta este efecto y se considerará que los valores de las inductancias son independientes del valor de las corrientes. En consecuencia para el cálculo de la derivada de (G.1) se considerará que L_m es constante.

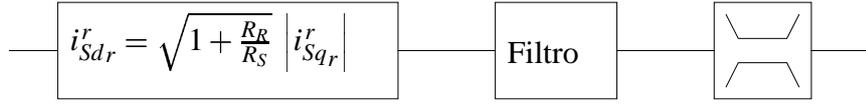


Figura G.2: Diagrama de bloques del cálculo de i_{Sdr}^r .

Conviene destacar que en la aplicación experimental del controlador con minimización de pérdidas ha sido necesario incluir un filtro en el cálculo de la referencia de la corriente en eje d para hacer la dinámica del flujo más lenta que la de la velocidad. Asimismo también ha sido necesario incluir una saturación en dicha referencia de corriente para evitar que cuando la máquina esté en vacío se solicite un flujo demasiado bajo que haga perder la orientación al campo o que cuando el par sea elevado se solicite un flujo demasiado alto y se produzca una saturación en el hierro. En la figura G.2 se muestra un diagrama de bloques de la implantación de la estrategia de minimización de pérdidas.

Para filtrar el valor calculado de i_{Sdr}^r se ha utilizado una media móvil, la cual puede ser calculada de forma recursiva en tiempo discreto según:

$$(i_{Sdr}^r)_k = \lambda_i (i_{Sdr}^r)_{k-1} + (1 - \lambda_i) \sqrt{1 + \frac{R_R}{R_S}} |(i_{Sq}^r)_k| \quad (G.5)$$

Viniendo definida la constante de tiempo τ_i de la ventana exponencial aplicada a i_{Sdr}^r por el factor de olvido λ_i según la expresión:

$$\tau_i = \frac{T_s}{\ln \lambda_i} \quad (G.6)$$

Bibliografía

- Arrowsmith, D. K. y Place, C. M. (1982). *Ordinary Differential Equations*. Chapman and Hall Mathematics Series. Chapman and Hall, London.
- Åström, K. J. y Hägglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, 2nd edition.
- Åström, K. J. y Wittenmark, B. (1984). *Computer Controlled Systems. Theory and Design*. Prentice-Hall Information and System Science. Prentice/Hall International.
- Auslander, D. M., Ridgely, J. R., y Jones, J. C. (1996). Real-time software for implementation of feedback control. In *The Control Handbook*. CRC Press and IEEE Press.
- Barabanov, M. (1997). A linux-based real-time operating system. Master's thesis, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, New Mexico.
- Barabanov, M. y Yodaiken, V. (1997). Introducing real-time linux. *Linux Journal*, (34).
- Bellini, A., Figalli, G., y Ulivi, G. (1983). A microcomputer based control system for an inverter supplying state feedback controlled induction motor. In *IFAC Control in Power Electronics and Electrical Drives*, pp 531–537, Lausanne.
- Blaschke, F. (1972). The principle of field orientation as applied to the new TRANSVECTOR closed loop control system for rotating field machines. *Siemens Review*, pp 217.
- Bodson, M., Chiasson, J., y Novotnak, R. (1994). High-performance induction motor control via input-output linearization. *IEEE Control Systems*, pp 25–33.
- Bottura, C. P., Silvino, J. L., y Resende, P. (1993). A flux observer for induction machines based on a time-variant discrete model. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 29(2):349–354.
- Briz del Blanco, F. (1995). *Control vectorial del motor de inducción con identificación y adaptación a los parámetros de la carga*. PhD thesis, Universidad de Oviedo.
- Campo, P. J. y Morari, M. (1990). Robust control of processes subject to saturation nonlinearities. *Comput. Chem. Engng.*, 14:343–358.
- Catalán Morrós, J. (2000). Implantación de un control de minimización de pérdidas eléctricas en motores asíncronos con control vectorial. Master's thesis, Universidad Pontificia Comillas. ETSI ICAI.

- Cerruto, E., Consoli, A., Raciti, A., y Testa, A. (1997). Fuzzy adaptive vector control of induction motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(6):1028–1040.
- Dawson, D. M., Hu, J., y Burg, T. C. (1998). *Nonlinear Control of Electric Machinery*. Marcel Dekker.
- Fernández Bernal, F. (2000). *Optimización de pérdidas en motores eléctricos mediante control vectorial*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas.
- Franklin, J., Powell, J., y Workman, M. (1990). *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 2 edition.
- García, G. O., Mendes Luís, J. C., Stephan, R. M., y Watanabe, E. H. (1994). An efficient controller for an adjustable speed induction motor drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 41(5):533–539.
- García Cerrada, A. (1991). *Observer-based field-oriented controller for an inverter-fed traction induction motor drive*. PhD thesis, University of Birmingham (U.K.).
- García González, P. (2000). *Modelado control y aplicación de dispositivos FACTS basados en inversores fuente de tensión*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas.
- García González, P. y García Cerrada, A. (1998). Control system for a UPFC in a transmission line. In *IECON*, pp 462–466, Aachen.
- García-Cerrada, A. y Zamora, J. (1997). On-line rotor-resistance estimation for induction motors. In *Proc. of the European Power Electronics Conf. (EPE'97)*, volume 1, pp 542–547. EPE.
- García-Cerrada, A., Zazo, A., Suárez, M., Suárez, T., y Zamora, J. (1994). Recursive estimation of model parameters and state variables for induction motors. In *International Conference on Electrical Machines.*, volume 3, pp 397–402. ICEM.
- Gökdere, L. U. y Simaan, M. A. (1997). A passivity-based method for induction motor control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(5):688–695.
- Holtz, J. (1994). Pulsewidth modulation for electronic power conversion. *Proceedings of the IEEE*, 82(8):1194–1214.
- Huffel, V. y Vandewalle (1991). The total least squares problem. computational aspects and analysis. In *SIAM*, Philadelphia.
- IEEE (1995). *Standardized Application Environment Profile–Posix Realtime Application Support (AEP) (Draft 7) P1003.13/D7*. IEEE.
- Infineon Technologies (1999). *C166 Family of High-Performance CMOS 16-bit Microcontrollers*. Infineon Technologies AG, München, 1999-08 edition.
- Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems*. Communications and Control Engineering Series. Springer-Verlag, London, third edition.
- Kailath, T. (1980). *Linear Systems*. Information and System Sciences Series. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.

- Keithley (1993). *DAS-1400 Series user's guide*. Keithley Instruments, Inc., Cleveland, Ohio.
- Khalil (1996). *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, second edition.
- Kothare, M. V., Campo, P. J., Morari, M., y Nett, C. N. (1994). A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica*, 30(12):1869–1883.
- Krause, P. C. (1986). *Analysis of Electric Machinery*. McGraw-Hill Inc., New York.
- Lamport, L. (1994). *TEX, A document Preparation System. User's Guide and Reference Manual*. Addison-Wesley, 2_e edition.
- Leonhard, W. (1985). *Control of Electrical Drives*. Springer-Verlag, Berlin.
- Leonhard, W. (1990). *Control of Electrical Drives*. Springer-Verlag, Berlin.
- Mantegazza, P., Bianchi, E., Dozio, L., Papacharacambous, S., Hughes, S., y Beal, D. (2000). RTAI: Real-time application interface. *Linux Journal*, (72).
- Marino, R., Peresada, S., y Tomei, P. (1995). Exponentially convergent rotor resistance estimation for induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(5):508–515.
- Marino, R., Peresada, S., y Tomei, P. (1996). Output feedback control of current-fed induction motors with unknown rotor resistance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(4):336–347.
- Marino, R., Peresada, S., y Valigi, P. (1993). Adaptive input–output linearizing control of induction motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2):208–221.
- Mårtensson, B. (1994). *Gnans. A Program for Stochastic and Deterministic Dynamical Systems. Reference Manual*, 0.96 edition.
- Mohan, N., Undeland, T., y Robbins, W. (1995). *Power Electronics: Converters, Applications and Design. 2nd edition*. John Wiley and Sons, Inc, New York.
- Muñoz Frías, J. D., Riehl, J. S., García Cerrada, A., Rodríguez Mondéjar, J. A., y Zamora Macho, J. L. (1997). Diseño en vhdl para la estimación de velocidad de un motor de inducción. In *Seminario Anual de Automática, Electrónica industrial e Instrumentación*.
- Murphy, J. M. D. y Turnbull, F. G. (1988). *Power Electronics Control of A. C. Motors*. Pergamon Press.
- Ortega, R. y Espinosa, G. (1993). Torque regulation of induction motors. *Automatica*, 29(3):621–633.
- Pagola, F. L. (1994). *Apuntes de Control Digital*. Universidad Pontificia Comillas, Madrid.
- Raumer, T., Dion, J. M., Dugard, L., y Thomas, J. L. (1994). Applied nonlinear control of an induction motor using digital signal processing. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2(4):327–335.

- Robertson, A. (1999). *Adaptive Control of Induction Motors*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas.
- Sanders, S. R. y Verghese, G. C. (1992). Lyapunov-based control for switched power converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 7(1):17–24.
- Semikron (1999). *Power Electronics 99*. Semikron International, Nürnberg.
- Shanley, T. y Anderson, D. (1995). *ISA System Architecture 3 Ed.* PC System Architecture Series. Addison Wesley.
- Shyu, K.-K. y Shieh, H.-J. (1995). Variable structure current control for induction motor drives by space voltage vector PWM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(6):572–578.
- Shyu, K.-K., Shieh, H.-J., y Fu, S.-S. (1998). Model reference adaptive speed control for induction motor drive using neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(1):180–182.
- Slotine, J.-J. E. y Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Taylor, D. G. (1994). Nonlinear control of electric machines: An overview. *IEEE Control Systems*, pp 41–51.
- Texas Instruments (1998). *TMS320C240, TMS320F240 DSP controllers data sheet*. Texas Instruments, Houston, Texas.
- Tzou, Y.-Y. (1996). DSP-Based robust control of an AC induction servo drive for motion control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(6):614–626.
- Tzou, Y.-Y. y Hsu, H.-J. (1997). FPGA realization of space-vector PWM control IC for three-phase PWM inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(6):953–963.
- Vas, P. (1998). *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Number 42 in Monographs in electrical and electronic engineering. Oxford University Press, Great Clarendon Street, Oxford.
- Verghese, G. C. y Sanders, S. R. (1988). Observers for flux estimation in induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 35(1):85–94.
- Xilinx (1999). *XC4000E and XC4000X Series Field Programmable Gate Arrays*. Xilinx, Inc., San José, CA.
- Zamora Macho, J. (1997). *Estimación en tiempo real de parámetros y variables de estado en un motor de inducción*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas.
- Zhou, K. y Doyle, J. C. (1998). *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall International.