

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID**  
**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA (ICAI)**  
(Departamento de Organización Industrial)

# **ANÁLISIS DE LA OPERACIÓN DE LOS MERCADOS DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A MEDIO PLAZO**

Tesis para la obtención del grado de Doctor  
Director: Prof. Dr. D. Julián Barquín Gil  
Prof. Dr. D. Efraim Centeno Hernáez  
Autor: Ing. D. Javier Reneses Guillén



Madrid 2004



**NOTIFICACIÓN AL INTERESADO DE LA CALIFICACIÓN DE LA  
LECTURA Y DEFENSA DE LA TESIS (OPCIONAL)**

Se hace constar que **D. Javier Reneses Guillén**

ha leído y defendido en el día de la fecha su tesis titulada **“ANÁLISIS DE LA  
OPERACIÓN DE LOS MERCADOS DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA  
A MEDIO PLAZO”** ante el Tribunal constituido por los siguientes Profesores:

Presidente: Dr. D. Julio Segura Sánchez

Vocales: Dr. D. José Carpio Ibáñez

Dra. D<sup>a</sup>. María Teresa Ortuño Sánchez

Dr. D. Michel Rivier Abbad

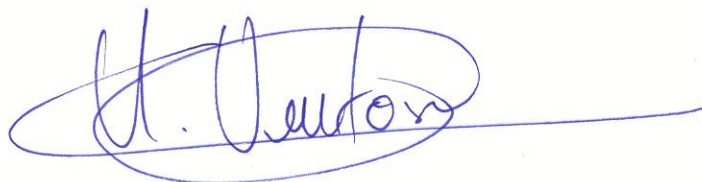
Secretario: Dr. D. Mariano Ventosa Rodríguez

habiendo recibido la calificación de

**Sobresaliente Cum laude**

Madrid, 31 de mayo de 2004

EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL





*A Pía y a Efra*



# Agradecimientos

El día que leí la tesis cumplí exactamente cinco años y medio desde mi entrada en el Instituto. Ha sido un tiempo de enriquecimiento académico y personal. Un tiempo de compartir y de intentar empezar a hacerme un hueco en el mundo universitario, lo cual, hoy por hoy, no resulta nada fácil. Ahora comienza otra etapa que no sé muy bien lo que me deparará, así que es un buen momento para agradecer a todos los que han hecho más agradable y fácil esta fase.

He tenido la fortuna de haberme relacionado laboral o académicamente con mucha gente a lo largo de los años de desarrollo de la tesis. Cada una de las personas con las que he trabajado o discutido ha aportado su granito de arena en los desarrollos realizados. Dentro de todos ellos quiero destacar especialmente a *Javi Santos*, con el que he compartido varios años de “pelearnos” con el modelo y con muchas líneas de código, y a *Félix*, que es con el que lo hago ahora y que me ha servido de paraguas bastantes veces en la fase final de la tesis (además de haberse leído una buena parte y haberme dado valiosos comentarios). Del proyecto de *Teresa* también salió una parte importante del capítulo 4.

Además de ellos y de mis directores, dentro del Instituto me vienen a la cabeza *Pablo, Bego, Javi GG, Alberto, Ernesto, Ángel, Juanjo, Raúl, Álvaro, Mariano, Carlos, Cubi*. A algunos de ellos les he “molestado” más yo, y con otros ha sido al revés, pero cada uno de ellos ha hecho que haya ido consiguiendo algo más de claridad en mis ideas. Por la parte de los usuarios, también he tenido la suerte de haberme enriquecido con los comentarios y sugerencias de un buen número de ellos: *Jaime, Miguel Ángel, Monse, Juan, Ángel, Manolo, Juan Carlos, Luis, Juan Felipe, Paco, David, Cristina, Bruno*.

Tanto en la parte técnica como en la personal, es difícil imaginar un sitio más adecuado para haber llevado a cabo la tesis que el IIT. Tengo que dar las gracias a todos los que están y a los que estuvieron por contribuir a crear un muy buen ambiente de trabajo. Con la vieja guardia de la Segunda (*Eduardo, Enrique, Víctor, Nacho, Pablo, Ada, Alberto, Juan Ignacio*) pasé mis dos primeros años y aprendí lo que es el ambiente (y los desayunos) del Instituto. Después, la fortuna me deparó irme al Exilio, donde hemos creado un estupendo grupo de trabajo y amistad (y desayunos, claro). Dentro de ellos, mis agradecimientos a *Alberto, Javi, Luis, Pablo, Juanjo, Félix* e *Iñaki* por organizarme la fiesta de celebración de la tesis. Espero poder devolverles el favor, a algunos de ellos en poco tiempo. Gracias a todos los que han pasado por aquí.

Al resto de *IeF* también les doy las gracias por haberme dado la oportunidad de representarles en el Consejo, lo que me ha ayudado a adquirir otra perspectiva

del Instituto y de la Universidad. Y un agradecimiento muy especial a *Michel*, cuya constante preocupación por el Instituto y por cada uno de los que lo formamos hace de éste un lugar mejor para trabajar, incluso en los tiempos difíciles.

A los miembros del *Tribunal* les quiero agradecer haber aceptado formar parte de él, haberse leído la tesis en detalle y haber sido benévolo conmigo el día de la lectura. Gracias también por sus comentarios para esta versión final de la tesis.

Mis dos directores han sido, cada uno a su manera, fundamentales para que esta tesis haya salido adelante. *Julián* encuentra diamantes en bruto, y los que estamos a su alrededor nos dedicamos a pulirlos y sacarlos brillo. Esta tesis es uno de sus diamantes, con el que creo que hemos hecho un buen trabajo y del que me siento orgulloso. Le agradezco que haya confiado en mí para realizar esta tesis, así como su disposición para compartir su saber con todo el que se lo solicita.

*Efra* me ha enseñado a pulir estos diamantes y ha estado haciéndolo conmigo durante estos años (en concreto, la redacción del documento le debe mucho a él). De él he aprendido mucho sobre muchas cosas, y nos hemos compenetrado casi a la perfección. Le tengo que agradecer la ilusión que ha puesto en que nuestra tesis saliese adelante. En ocasiones me daba la impresión de que ponía más aún de la que yo era capaz de poner. Sin él, esta tesis no hubiese sido posible.

La otra incondicional ha sido, claro está, *Pía*. Siempre he podido contar con ella para darme ánimos, para cargarme las pilas, o simplemente para estar a mi lado. Los primeros años me ayudó en los momentos de indecisión. Los últimos me ha urgido a terminar para que nuestras niñas dejaran de ser las únicas residentes en España que no tenían derecho a utilizar la sanidad pública. Incluso ha consentido a leerse la tesis de cabo a rabo y darme cientos de comentarios que han mejorado sustancialmente el documento final. Sin ella, esta tesis tampoco hubiese sido posible.

Madrid, Junio de 2004



# Índice General

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. OPERACIÓN DE LOS MERCADOS DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA</b>	<b>9</b>
<b>2.1. Ámbito de la tesis</b>	<b>13</b>
2.1.1. Características de los diferentes mercados de generación	13
2.1.2. Planificación y operación de la generación	15
2.1.3. Operación de la generación en los distintos horizontes temporales	16
<b>2.2. Modelos de equilibrio en mercados de generación</b>	<b>18</b>
2.2.1. Utilización de modelos de equilibrio para analizar la operación de la generación a medio plazo	19
2.2.2. Modelos de equilibrio de Cournot	22
2.2.3. Modelos basados en variaciones conjeturales	23
2.2.4. Consideración de incertidumbre en los modelos de medio plazo	25
2.2.5. Enfoque propuesto en esta tesis	26
<b>2.3. Conclusiones</b>	<b>26</b>
<b>2.4. Bibliografía</b>	<b>27</b>
<b>3. FORMULACIÓN Y MÉTODO DE CÁLCULO DEL EQUILIBRIO DE MERCADO</b>	<b>31</b>
<b>3.1. Equilibrio de mercado</b>	<b>35</b>
3.1.1. Formulación del problema de equilibrio	35
3.1.2. Soluciones al problema de equilibrio	37
<b>3.2. Formulación de un problema de optimización equivalente</b>	<b>41</b>
3.2.1. Formulación en un caso básico	42
3.2.2. Una variación conjetural alternativa	48
3.2.3. Consideración de demanda elástica	49
3.2.4. Limitación en la producción de las empresas	51
3.2.5. Consideración de contratos firmados por las empresas	53
3.2.6. Agentes tomadores de precio	55
3.2.7. Consideración de grupos en las empresas	56

3.2.8.	Consideración de diferentes niveles de carga sin restricciones que los acoplen	60
3.2.9.	Gestión hidráulica a lo largo del horizonte temporal	62
3.2.10.	Relación de restricciones consideradas en el modelo	66
<b>3.3.</b>	<b>Equivalencia con otros enfoques</b>	<b>71</b>
<b>3.4.</b>	<b>Implantación del modelo</b>	<b>73</b>
3.4.1.	Optimización cuadrática y optimización lineal	73
3.4.2.	Estimación de las conjeturas	75
3.4.3.	Ventajas ofrecidas por la optimización respecto a otros métodos de resolución	77
3.4.4.	Aparición de múltiples óptimos	77
<b>3.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>78</b>
<b>3.6.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>79</b>
<b>4.</b>	<b>OPERACIÓN DE LA GENERACIÓN A MEDIO PLAZO. PROPIEDADES DEL MODELO PROPUESTO</b>	<b>83</b>
<b>4.1.</b>	<b>Significado de las variables duales que proporciona el modelo</b>	<b>87</b>
4.1.1.	Minimización de costes	87
4.1.2.	Modelo de equilibrio de mercado	89
4.1.3.	Interpretación de las conclusiones obtenidas	91
<b>4.2.</b>	<b>El valor del agua en entornos competitivos</b>	<b>95</b>
4.2.1.	La importancia del valor del agua	95
4.2.2.	Los distintos valores del agua en entornos competitivos	97
4.2.3.	Cálculo del valor técnico del agua	98
<b>4.3.</b>	<b>Los ingresos y costes marginales de medio plazo para una empresa de generación</b>	<b>99</b>
4.3.1.	Justificación	99
4.3.2.	Ingresos y costes marginales en mercados competitivos	100
4.3.3.	Descomposición de los ingresos marginales	103
4.3.4.	Caso ejemplo	110
<b>4.4.</b>	<b>Señales técnicas y económicas proporcionadas por la planificación a medio plazo para la operación a corto plazo</b>	<b>112</b>
4.4.1.	Justificación	112
4.4.2.	Operación a corto plazo en mercados competitivos	113
4.4.3.	Señales proporcionadas por la planificación a medio plazo	115

4.4.4.	Adecuación del modelo propuesto a la coordinación entre medio y corto plazo	125
4.4.5.	Caso ejemplo	126
<b>4.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>131</b>
<b>4.6.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>131</b>
<b>5.</b>	<b>INCERTIDUMBRE EN LA OPERACIÓN A MEDIO PLAZO</b>	<b>135</b>
<b>5.1.</b>	<b>Consideración de la incertidumbre</b>	<b>139</b>
5.1.1.	Incertidumbre en la operación de medio plazo	139
5.1.2.	Gestión de riesgos y asignación de probabilidades	141
5.1.3.	Valor añadido de la formulación estocástica	142
<b>5.2.</b>	<b>Formulación y resolución del problema estocástico</b>	<b>143</b>
5.2.1.	Formulación del problema	143
5.2.2.	Método de resolución estocástico	144
5.2.3.	Variables duales en la formulación estocástica	146
<b>5.3.</b>	<b>Descomposición del problema</b>	<b>146</b>
5.3.1.	Descomposición bietapa	148
5.3.2.	Descomposición anidada	154
5.3.3.	Interpretación de la descomposición del problema de equilibrio	159
<b>5.4.</b>	<b>Ejemplos de árboles utilizables</b>	<b>163</b>
5.4.1.	Árbol para considerar incertidumbre en la hidraulicidad con una sola ramificación	164
5.4.2.	Árbol para considerar incertidumbre en hidraulicidad y demanda	164
5.4.3.	Árbol para considerar incertidumbre estacional en la hidraulicidad	165
5.4.4.	Árbol para considerar incertidumbre en los precios de combustible	166
<b>5.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>167</b>
<b>5.6.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>167</b>
<b>6.</b>	<b>CASOS DE ESTUDIO</b>	<b>169</b>
<b>6.1.</b>	<b>Descripción de los datos utilizados</b>	<b>173</b>
6.1.1.	Estructura temporal utilizada	173
6.1.2.	Demanda por nivel de carga	173
6.1.3.	Empresas participantes en el mercado	175
6.1.4.	Datos de los grupos térmicos	176

6.1.5.	Datos de los grupos hidráulicos	178
6.1.6.	Agentes marginalistas considerados	180
<b>6.2.</b>	<b>Casos deterministas</b>	<b>181</b>
6.2.1.	Resolución de los problemas	181
6.2.2.	Precios marginales	182
6.2.3.	Producciones por empresa y por tecnología	185
6.2.4.	Balance energético del sistema	186
6.2.5.	Gestión hidráulica	187
6.2.6.	Acoplamiento de los grupos térmicos	187
<b>6.3.</b>	<b>Utilización de un árbol estocástico básico</b>	<b>188</b>
6.3.1.	Gestión hidráulica de la empresa <i>E2</i>	190
6.3.2.	Precios marginales	192
6.3.3.	Otros análisis realizados	193
6.3.4.	Valor añadido de la formulación estocástica	195
<b>6.4.</b>	<b>Caso estocástico de gran tamaño</b>	<b>196</b>
<b>6.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>198</b>
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES, APORTACIONES ORIGINALES Y LÍNEAS DE CONTINUACIÓN</b>	<b>201</b>
<b>7.1.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>205</b>
<b>7.2.</b>	<b>Aportaciones originales</b>	<b>207</b>
<b>7.3.</b>	<b>Líneas de continuación</b>	<b>208</b>
7.3.1.	Equilibrio de mercado con red	209
7.3.2.	Utilización de variables binarias en el cálculo del equilibrio de mercado	209
7.3.3.	Desagregación de la producción hidráulica a medio plazo	211
7.3.4.	Utilización de técnicas de teoría de la posibilidad para el modelado de la incertidumbre	212
7.3.5.	Representación funciones de utilidad mediante la asignación de probabilidades al árbol de escenarios	212
7.3.6.	Valoración de derivados financieros	213
7.3.7.	Aplicación del equilibrio de mercado a la expansión de la capacidad de generación	213
7.3.8.	Otras líneas de continuación	214
<b>7.4.</b>	<b>Referencias</b>	<b>214</b>

<b>A.</b>	<b>FORMULACIÓN MATEMÁTICA COMPLETA DEL MODELO ESTOCÁSTICO DE EQUILIBRIO DE MERCADO</b>	<b>217</b>
<b>A.1.</b>	<b>Representación del sistema</b>	<b>221</b>
A.1.1.	Índices utilizados	221
A.1.2.	Definición del árbol de escenarios	221
A.1.3.	Modelado de los grupos y centrales térmicas	222
A.1.4.	Modelado de los grupos hidráulicos	223
A.1.5.	Modelado de la demanda	225
A.1.6.	Modelado de las empresas	225
A.1.7.	Modelado de los agentes marginalistas	226
<b>A.2.</b>	<b>Variables de decisión</b>	<b>226</b>
<b>A.3.</b>	<b>Restricciones consideradas en el modelo</b>	<b>228</b>
A.3.1.	Restricciones que afectan a un único bloque de carga	228
A.3.2.	Restricciones que acoplan a los niveles de carga de un periodo	229
A.3.3.	Restricciones que acoplan diferentes periodos	229
<b>A.4.</b>	<b>Función objetivo</b>	<b>231</b>
A.4.1.	Términos de la función objetivo	231
A.4.2.	Función objetivo lineal	233
<b>A.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>235</b>



# Capítulo 1

## Introducción





A pesar de que casi un tercio de la humanidad no dispone de acceso a la electricidad, para los dos tercios restantes constituye un bien del que difícilmente podemos prescindir. Los importantes apagones que recientemente se han producido en extensas zonas de países occidentales han creado una gran alarma social, poniendo de manifiesto las severas consecuencias que acarrea la falta de electricidad.

Existen cuatro actividades principales relacionadas con el suministro de electricidad: la **generación** que se lleva a cabo en los distintos tipos de centrales, el **transporte** por las líneas de alta tensión, la **distribución** a través de las redes de media y baja tensión, y la **comercialización** de la electricidad a los consumidores. La presente tesis doctoral se centra en la actividad de generación, que es la que supone un mayor coste de todas las anteriores en la mayoría de los sistemas eléctricos.

## **Explotación de la generación y liberalización**

La generación en sistemas de energía eléctrica de gran tamaño entraña unos costes muy elevados que deben ser minimizados mediante la explotación eficiente de los recursos disponibles, a la vez que se tienen en cuenta las numerosas restricciones técnicas y de modo que se proporcione el servicio con un nivel de fiabilidad satisfactorio. Por este motivo, desde que la tecnología informática lo ha permitido, los planificadores y explotadores han recurrido a **modelos de optimización y simulación** como ayuda en su proceso de toma de decisiones.

Así pues, durante las últimas décadas la planificación de la generación ha constituido un problema que concernía a dos disciplinas: la **ingeniería eléctrica** y la **investigación operativa** (técnicas de optimización y simulación).

En los **sistemas eléctricos tradicionales** todas las actividades están reguladas e incluso verticalmente integradas en una única empresa, generalmente próxima al Estado. Es decir, las decisiones son tomadas por un planificador centralizado que intenta minimizar los costes totales de explotación a la vez que se respetan todas las limitaciones técnicas y garantizando un nivel de fiabilidad satisfactorio. En este sentido, las técnicas de programación matemática y las herramientas informáticas que las ponen en práctica han jugado un papel fundamental a lo largo de los últimos años.

Se han utilizado técnicas y herramientas de optimización que permiten minimizar una función objetivo (el coste total de explotación) sujeta a ciertas restricciones. Dependiendo de la manera de plantear la función objetivo y las restricciones, se han puesto en práctica diferentes técnicas, tales como la programación lineal, la programación entera mixta o la programación no lineal. La utilización de estas técnicas proporciona una importante cantidad de

información dual, que resulta de gran interés en la operación de los sistemas eléctricos tradicionales. Por otro lado, numerosos estudios han tratado de incorporar la incertidumbre en la toma de decisiones de explotación, para lo que han resultado de gran utilidad las técnicas de optimización estocástica y de simulación probabilista.

Desde principios de la década de los ochenta se viene produciendo un **proceso de liberalización** y desregulación del negocio de suministro de energía eléctrica, con una clara tendencia hacia la desintegración, la separación de actividades y el desarrollo de las mismas, siempre que sea posible, en régimen de competencia. La motivación de esta evolución reside en la búsqueda de una mayor eficiencia en el funcionamiento de cada una de las actividades: disponer de un mejor servicio a menor coste. Este proceso ha dado lugar en muchos países a la aparición de mercados de generación de electricidad. A su vez, la aparición de estos mercados ha hecho que las empresas de generación deban asumir nuevas funciones y responsabilidades, que hacen que la explotación del sistema sea significativamente diferente a la desarrollada hasta entonces por un planificador centralizado.

En los últimos diez años los estudios sobre la operación de los mercados de generación eléctrica han comenzado a replantearse el enfoque tradicional y a buscar paradigmas que ayuden a comprender el comportamiento de las empresas participantes en un mercado, incorporando conceptos básicos del **análisis microeconómico**. Dentro de esta disciplina, los modelos de equilibrio de mercado y la teoría de juegos (que también está incluida en la investigación operativa) han jugado un papel importante en el modelado de los mercados de generación de energía eléctrica.

Desgraciadamente, la incorporación de conceptos microeconómicos al análisis de los mercados de generación complica significativamente la formulación matemática respecto al caso centralizado, haciendo que gran parte de los estudios realizados hasta el momento resulten puramente cualitativos. Son pocos los trabajos de investigación que han dado solución a este problema, proponiendo modelos que sean capaces de tratar con sistemas de tamaño real. Todos ellos han intentado incorporar el análisis microeconómico utilizando técnicas de optimización y simulación lo que, hoy por hoy, resulta el único modo viable de representar sistemas de tamaño real.

La toma de decisiones de explotación se realiza en horizontes de aplicación muy dispares, que van desde varios años hasta unos pocos minutos. Las decisiones en cada horizonte resultan muy complejas y son habitualmente tomadas por diferentes personas o departamentos. Consecuentemente, la planificación de la operación se ha organizado tradicionalmente dividiéndola

en diferentes alcances temporales. El ámbito de estudio de esta tesis es el horizonte de **medio plazo**, que abarca desde unos pocos meses hasta tres años.

## Trabajo interdisciplinar

Dicho lo anterior, el análisis de los mercados de generación de energía eléctrica, en la actualidad, guarda relación principalmente con **tres disciplinas** del conocimiento: la ingeniería eléctrica, la investigación operativa y el análisis microeconómico.

A pesar de que ya se han realizado trabajos que combinan estas tres disciplinas, el trabajo de investigación que se realiza en esta tesis doctoral profundiza simultáneamente en las tres, combinando enfoques que hasta ahora sólo se habían utilizado por separado. La diferencia fundamental respecto a otros trabajos radica en que se propone un modelo que permite un método de resolución novedoso al que se pueden aplicar técnicas de **programación lineal**, que son las más desarrolladas de todas las técnicas de programación matemática.

Desde el punto de vista microeconómico, se resuelve un modelo que calcula el **punto de equilibrio** del mercado, lo que resulta una práctica habitual al estudiar el comportamiento de agentes en un mercado. El cálculo del punto de equilibrio requiere algún tipo de hipótesis respecto al comportamiento de los agentes participantes. El enfoque propuesto en esta tesis está enmarcado dentro de los modelos basados en variaciones conjeturales, que consideran la respuesta de cada agente ante las decisiones adoptadas por el resto. La utilización de programación lineal permite abordar la resolución de problemas de un **tamaño muy superior** a lo que el resto de técnicas propuestas son capaces. De este modo, se consigue representar con un detalle suficiente las características técnicas y económicas de los sistemas de generación, sin estar obligado a simplificar en exceso el problema por limitaciones en el tamaño. Además, la utilización de programación lineal permite incluir explícitamente la **incertidumbre** en la representación del mercado eléctrico de generación, utilizando para ello un árbol de escenarios. Por último, al igual que en los estudios tradicionales, la **información dual** que proporciona la programación lineal aporta un valor añadido, cuyo significado será también analizado.

## Análisis de planificación y operación

El análisis de la operación de los mercados de generación que se llevará a cabo en la tesis se enfoca con un doble objetivo. En primer lugar, la **planificación** de la generación, que supone disponer de unas previsiones fiables del comportamiento del mercado; en segundo lugar, la **operación** de la generación, que se corresponde con la toma de decisiones por parte de las empresas

participantes. Aunque planificación y operación están, de hecho, interrelacionadas, se ha considerado conveniente separarlas por claridad en la exposición.

El enfoque y el método de resolución que se van a proponer en esta tesis permiten realizar una planificación correcta, ya que proporcionan previsiones con suficiente nivel de detalle. Adicionalmente, estas previsiones se pueden utilizar directamente para tomar algunas de las decisiones de operación, tal como el abastecimiento de combustibles a las centrales térmicas.

Existe otro tipo de decisiones que requieren de un análisis adicional de los resultados proporcionados por el modelo propuesto. Para ello, en la tesis se analizará el significado que tienen las variables duales obtenidas y se mostrará cómo este significado resulta de alguna manera una ampliación del que se obtenía en el caso tradicional de minimización de costes. En concreto, se extenderá el concepto tradicional de **valor del agua** al entorno de mercados en competencia. Se realizarán dos definiciones distintas de valor del agua y se mostrará cómo una de ellas resulta de gran utilidad para la gestión hidráulica óptima de una empresa de generación.

Generalizando el problema de la gestión hidráulica, se analizará la **localización de recursos** de medio plazo. Dentro de los recursos se distinguirán dos tipos: recursos limitados en energía (como, por ejemplo, el producible hidráulico o la producción de un grupo con límites de emisiones o de suministro de combustibles), y recursos de utilización obligada (como, por ejemplo, la producción de un grupo con un contrato en firme de compra de combustible). Las decisiones de localización de recursos se abordarán a través de una correcta coordinación entre la planificación de medio plazo y la operación de corto plazo, la cual se realiza a través de señales técnicas y/o económicas. Se analizarán las posibles estrategias para realizar esta coordinación, y se mostrará cómo el método de resolución propuesto en esta tesis permite obtener las señales necesarias para la aplicación de las diferentes estrategias propuestas.

Conforme va aumentando la madurez de los mercados de generación, se están desarrollando los derivados financieros, que van cobrando una importancia creciente. De este modo, los mecanismos para **establecer posiciones financieras** a medio plazo resultan un aspecto importante que tienen que abordar las empresas de generación. Se mostrará cómo los conceptos de **coste marginal** y de **ingreso marginal** resultan de gran ayuda en la toma de estas decisiones, y cómo ambos pueden obtenerse como un resultado del método de resolución propuesto.

La explotación de los sistemas de generación de energía eléctrica en el medio plazo está sujeta a importantes fuentes de **incertidumbre**, de entre las que se pueden destacar las condiciones hidráulicas, la evolución de la demanda y los

precios de los combustibles. Una empresa de generación se ve obligada a considerar esta incertidumbre de alguna manera en su operación. En la tesis se formulará un problema estocástico de equilibrio de mercado, cuyas principales aportaciones son permitir la toma robusta de decisiones en el corto plazo, así como añadir una gran riqueza a las previsiones de medio plazo.

La tesis finaliza con la aplicación de la investigación realizada al análisis de varios casos de estudio, que ponen de manifiesto la validez y eficacia del método de resolución propuesto a la hora de afrontar problemas de tamaño real con un modelado en detalle tanto de las características técnicas como del horizonte temporal.

### **Bibliografía general de referencia**

La lectura de la tesis se puede realizar sin necesidad de disponer de unos conocimientos extensos de las tres disciplinas que abarca. Dentro de la ingeniería eléctrica, es recomendable un conocimiento básico de las características técnicas de los sistemas de generación, para lo que se puede consultar [Wood, 1984].

Igualmente, son necesarios conocimientos básicos de programación matemática para comprender los desarrollos realizados. Con este objeto, se recomienda consultar [Bazaraa, 1981] y [Nocedal, 1999]. La técnica de descomposición aplicada en el modelo estocástico se describe en [Benders, 1962].

Los conceptos de análisis microeconómico necesarios para seguir el desarrollo están incluidos dentro de la tesis, aunque se pueden ampliar en [Segura, 1986], [Tirole, 1990] y [Varian, 1992]. En lo que respecta a la teoría de juegos, los conceptos utilizados se enuncian en [Nash, 1950], y se pueden ampliar en [Scott, 1995].

- |                 |  |
|-----------------|--|
| [Bazaraa, 1981] | M. S. Bazaraa y J. J. Jarvis, "Programación Lineal y Flujo en Redes", México: Editorial Limusa, 1981.  |
| [Benders, 1962] | J. F. Benders, "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", <i>Numerische Mathematik</i> , vol. 4, pp. 238-252, 1962. |
| [Nash, 1950]    | J. F. Nash, "Equilibrium Points in N-Person Games", <i>Proceedings of the National Academy of Sciences</i> , vol. 36, pp. 48-49, 1950.               |
| [Nocedal, 1999] | J. Nocedal y S. J. Wright, "Numerical Optimization", New York: Springer-Verlag, 1999.  |

- [Scott, 1995] H. Scott y F. Fernández, "Game Theory with Economic Applications", Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [Segura, 1986] J. Segura, "Análisis Microeconómico", Madrid: Alianza Editorial, 1986.
- [Tirole, 1990] J. Tirole, "La Teoría de la Organización Industrial", Barcelona: Editorial Ariel S.A., 1990.
- [Varian, 1992] H. R. Varian, "Análisis Microeconómico", Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- [Wood, 1984] A. J. Wood y B. F. Wollenberg, "Power Generation, Operation and Control", New York: John Wiley and Sons, 1984.

# **Capítulo 2**

**Operación de los mercados de generación  
de energía eléctrica**





## Índice del Capítulo

<b>2.1.    Ámbito de la tesis</b>	<b>13</b>
2.1.1.    Características de los diferentes mercados de generación	13
2.1.1.1.    Descripción de los mercados de generación que se van a analizar	14
2.1.2.    Planificación y operación de la generación	15
2.1.3.    Operación de la generación en los distintos horizontes temporales	16
2.1.3.1.    Definición de horizontes temporales	16
2.1.3.2.    Organización jerárquica de la operación	16
<b>2.2.    Modelos de equilibrio en mercados de generación</b>	<b>18</b>
2.2.1.    Utilización de modelos de equilibrio para analizar la operación de la generación a medio plazo	19
2.2.2.    Modelos de equilibrio de Cournot	22
2.2.3.    Modelos basados en variaciones conjeturales	23
2.2.4.    Consideración de incertidumbre en los modelos de medio plazo	25
2.2.5.    Enfoque propuesto en esta tesis	26
<b>2.3.    Conclusiones</b>	<b>26</b>
<b>2.4.    Bibliografía</b>	<b>27</b>

La liberalización del negocio de generación de energía eléctrica se viene produciendo paulatinamente a escala mundial desde principios de la década de los ochenta. Los mercados que se han ido implantando tienen reglas que pueden llegar a diferir significativamente en diferentes países y regiones. En este contexto, el objetivo de este capítulo es doble: definir el ámbito de aplicación de la tesis y relacionar el método utilizado para abordar el problema con los trabajos publicados hasta la fecha. Siguiendo este doble objetivo, el capítulo está dividido en dos apartados principales.

En el apartado 2.1 se encuadra el problema abordado en la tesis. Para ello, se realiza una breve revisión de las características de los mercados de generación existentes y se formulan las hipótesis realizadas en el planteamiento de la tesis. Tal y como se verá, a pesar de que se plantean varias hipótesis sobre los mercados de generación que se desean estudiar, sólo existe una que es realmente restrictiva. Se trata de la consideración de mercados con casación a nudo único, es decir, de mercados en los que existe un único precio para todos los generadores del sistema, independientemente de su localización física.

Una vez que se han definido las características de los mercados de generación que se pretenden analizar, se pasa a definir el horizonte temporal de interés. Para ello, se definen tres horizontes: largo, medio y corto plazo, así como las decisiones más importantes que se toman en cada uno y las relaciones jerárquicas que se establecen entre ellos. La tesis se circunscribe al horizonte de medio plazo, en el que la empresa debe realizar su planificación y tomar decisiones de operación.

Tradicionalmente, el funcionamiento y la operación de los sistemas de generación de energía eléctrica se han planteado como un problema en el que un regulador centralizado intenta minimizar el coste de suministro satisfaciendo una demanda determinada. La aparición de competencia ha hecho que, en buena parte de los casos, este enfoque no resulte adecuado para el análisis de los mercados de generación. En el apartado 2.2 se justifica la utilización de un modelo de equilibrio de mercado como herramienta de análisis de la operación a medio plazo. Por otro lado, en este apartado se realiza una breve descripción de los modelos de mercados de generación relacionados directamente con el enfoque propuesto en esta tesis, dividiéndolos en tres categorías: modelos basados en el equilibrio de Cournot; modelos basados en variaciones conjeturales; y modelos que consideran la incertidumbre al analizar la generación a medio plazo. Finalmente, se enmarca el enfoque propuesto en esta tesis dentro de estos trabajos.

## 2.1. **Ámbito de la tesis**

Desde principios de la década de los ochenta, se ha venido produciendo en todo el mundo un proceso de liberalización de los sistemas de energía eléctrica. Este proceso ha dado lugar, entre otras cosas, a la aparición de mercados de generación de energía eléctrica, cuyo análisis a medio plazo constituye el objetivo fundamental de esta tesis. No obstante, estos mercados se han implantado en sistemas muy dispares, por lo que las reglas impuestas difieren significativamente de unos a otros. La tesis se centra en determinados tipos de mercados, que deben cumplir algunas condiciones que se presentan en este apartado.

El apartado se ha dividido en tres epígrafes. En el primero de ellos se analizan las principales características que pueden tener los mercados de generación (haciendo hincapié en las que resultan de importancia al analizar la operación a medio plazo) y las hipótesis realizadas sobre ellos en el desarrollo de la tesis. En el segundo se recogen dos conceptos que se utilizarán frecuentemente a lo largo de la tesis: planificación y operación de la generación. Finalmente, el tercer epígrafe presenta la problemática de la generación de energía eléctrica en distintos horizontes temporales, limitando el ámbito de la tesis al análisis a medio plazo.

### 2.1.1. **Características de los diferentes mercados de generación**

En este epígrafe se exponen brevemente las principales características que tienen los mercados de generación, definiendo las propiedades de los que se quieren analizar. Un estudio completo de los sistemas de generación y los métodos de subasta y casación se puede encontrar en [Vázquez, 2003]. En dicho trabajo se propone clasificar los mercados de generación según el grado de complejidad de la casación que se realiza.

Los mercados que utilizan **casación compleja** son los que, tanto en la oferta como en la casación que se realiza, incorporan todas las restricciones del sistema. El caso más extremo en la experiencia internacional es el PJM (que abarca una amplia región del noreste de los Estados Unidos, originalmente centrada en Pennsylvania, New Jersey y Maryland). En este caso, existe una subasta diaria que incluye todas las restricciones de operación de los equipos generadores, las restricciones de la red de transporte y los requisitos de reserva

del sistema<sup>1</sup>, así como transacciones bilaterales. De este modo, se realiza toda la casación en una única subasta en la que se negocia toda la energía.

El extremo opuesto son los mercados que utilizan la **casación simple**. En este caso, y dado que las restricciones técnicas y los requisitos de reserva no se incorporan en las subastas, la casación se organiza mediante mercados sucesivos en el tiempo. El caso más representativo internacionalmente es el *Nordpool* (Escandinavia), ya que se trata de un mercado con gran liquidez en el que se realizan casaciones con horizontes que van desde varios años hasta pocos minutos.

Entre estos dos extremos existen numerosos mercados con características intermedias (casación semicompleja), como es el caso del mercado español. En él, se convoca un mercado diario (con ofertas para las 24 horas del día siguiente), seguido de una serie de mercados intradiarios en los que se actualizan las previsiones de demanda y se corrigen los desequilibrios que existan. Adicionalmente, se convocan mercados de reserva. El mercado diario supone una gran parte de todo el volumen económico que se negocia en los mercados de generación.

#### **2.1.1.1. Descripción de los mercados de generación que se van a analizar**

Las hipótesis básicas que se suponen en los mercados de generación que se van a analizar son las siguientes:

- Se consideran mercados en los que se remunera según el **precio marginal** [Schweppe, 1988]. Es decir, se remunera a toda la generación al precio de la última oferta aceptada en la casación. Esta hipótesis no resulta restrictiva, ya que la gran mayoría de los mercados utilizan este tipo de remuneración<sup>2</sup>.
- Se trata de mercados con casación a **nudo único**, en los que existe un único precio para todos los generadores del sistema. Este tipo de mercados es común en sistemas en los que no existen restricciones importantes de la red de transporte. Así pues, se realiza una casación única, independiente de la localización física de los generadores. Una vez que se tiene la casación, el operador del sistema debe comprobar si el programa es factible y, en caso contrario, realizar los ajustes necesarios (que pueden hacerse mediante un mercado de desvíos). Esta hipótesis resulta la más restrictiva en el

---

<sup>1</sup> En un sistema eléctrico es necesario disponer tanto de una potencia adicional que esté disponible, como de potencia que se pueda reducir. Estas potencias se denominan reserva a subir y reserva a bajar, respectivamente.

<sup>2</sup> En Inglaterra y Gales, se utiliza un sistema basado mayoritariamente en la firma de contratos, y la parte que se oferta al mercado (que únicamente es para realizar ajustes con grupos marginales) se remunera al precio de oferta (*pay-as-bid*).

planteamiento de la tesis, ya que existen sistemas en los que, debido a la configuración de la red, se ha optado por la utilización de precios nodales o por área<sup>3</sup>. El enfoque propuesto en esta tesis no considera la existencia de precios nodales, pero permite extensiones en este sentido.

- Son mercados que permiten un modelado conjunto de los mecanismos que utilizan. Esto engloba a los mercados que utilizan **casación** compleja, o bien que utilizan otro tipo de casación (simple o semicompleja), en los que se supone la existencia de arbitraje entre mercados sucesivos. Esta suposición garantiza que, en ausencia de riesgo, los precios en los diferentes mercados sucesivos son equivalentes. Bajo esta hipótesis, el conjunto de los mercados sucesivos es equivalente a uno de casación compleja. Esta hipótesis parece razonable en todos los sistemas que utilizan mercados sucesivos, ya que, en caso contrario, el funcionamiento no sería adecuado.

### 2.1.2. Planificación y operación de la generación

A lo largo de la tesis, se analizará el comportamiento de los mercados de generación de energía eléctrica. En este contexto, se hablará de planificación de la generación, y de operación de la generación. A continuación se detalla la diferencia conceptual que se quiere resaltar al utilizar uno u otro término.

- Cuando se habla de **planificación** de la generación, se está haciendo referencia a la realización de previsiones sobre el funcionamiento del mercado. Disponer de previsiones de precios de mercado, cuotas por empresa, o producciones de los grupos, resulta fundamental para una empresa de generación. De este modo, dispondrá de datos para la toma de ciertas decisiones, tales como la compra de combustibles o la planificación financiera (previsiones de ingresos, costes, deuda, etc.).
- En cambio, al hablar de **operación** de la generación se hace referencia a la localización temporal de recursos que se gestionan en el medio plazo (como por ejemplo la gestión hidráulica, o la producción de grupos que utilizan combustibles con límites máximo o mínimo de utilización) y al establecimiento de posiciones a medio y largo plazo (firma de contratos). La operación de la generación se estudia en detalle a lo largo del Capítulo 4.

A pesar de que ambos conceptos están de hecho interrelacionados (por ejemplo, la toma de ciertas decisiones requiere tener previsiones sobre el funcionamiento

---

<sup>3</sup> En general, los mercados de generación que se han desarrollado en Europa son a nudo único, como es el caso de Inglaterra y Galés, Holanda, Francia, Alemania y España. En sistemas más extensos geográficamente resulta más habitual utilizar precios nodales o zonales, como en el caso del PJM, Argentina o Chile.

del mercado), se ha considerado conveniente separarlos, por claridad en la exposición.

### 2.1.3. Operación de la generación en los distintos horizontes temporales

#### 2.1.3.1. *Definición de horizontes temporales*

La explotación de los sistemas de generación de energía eléctrica es muy compleja, y entraña la toma de decisiones en horizontes de aplicación muy dispares. Así pues, la planificación de la operación se ha organizado tradicionalmente siguiendo una estructura jerárquica. La división en diferentes horizontes temporales depende del autor y, a menudo, del horizonte que se pretende analizar. En esta tesis se consideran tres horizontes temporales principales, aunque alguno de ellos pudiera ser, a su vez, dividido.

En primer lugar está el horizonte de **largo plazo**, que se considerará de más de tres años. En este horizonte las decisiones de operación son, fundamentalmente, la instalación de nueva capacidad y la investigación en nuevas tecnologías. La gestión de ciertos recursos (como pueden ser las cuencas hidráulicas o los combustibles) puede tener carácter plurianual, aunque se supone que no de tan largo alcance como para pertenecer a este horizonte.

El horizonte de **medio plazo**, que es el de interés en esta tesis, va desde unos pocos meses hasta los tres años. En este horizonte, las decisiones tradicionales de operación tienen que ver con la explotación óptima de los recursos disponibles (por ejemplo, gestión de los combustibles de las centrales térmicas y gestión hidráulica). En un entorno liberalizado, estas decisiones corresponden a las empresas de generación, y la aparición de un mercado de generación hace que surjan nuevas decisiones en el horizonte de medio plazo, como son la valoración y firma de contratos, o bien la planificación financiera. Por otro lado, en este horizonte cobra gran importancia la planificación de la generación, ya que la empresa necesita disponer de previsiones fiables para la toma de decisiones técnicas y económicas.

Por último, el horizonte de **corto plazo** hace referencia al problema semanal o de menor duración. A menudo, se distingue entre corto plazo propiamente dicho (una semana), muy corto plazo (un día) y tiempo real (una hora o menos). En este horizonte se toman decisiones relacionadas con los acoplamientos, arranques y paradas de los grupos térmicos, así como la producción y bombeo de los grupos hidráulicos.

#### 2.1.3.2. *Organización jerárquica de la operación*

A pesar de que la operación se analiza separadamente en los distintos horizontes temporales, estos análisis no pueden realizarse de una manera

independiente. Es necesario que exista algún tipo de “comunicación” de modo que, al analizar la operación en un horizonte, se incluyan consignas del resto de los horizontes.

Por ejemplo, si se está analizando la gestión hidráulica en el problema semanal y no se incluye ninguna consigna en la operación, se intentará utilizar tantos recursos hidráulicos como resulte posible. Así pues, es necesario que la operación de medio plazo proporcione algún tipo de señal sobre la cantidad de producción hidráulica disponible o sobre su valoración.

La Figura 2.1 refleja la relación entre el análisis en los tres horizontes temporales propuestos en esta tesis.

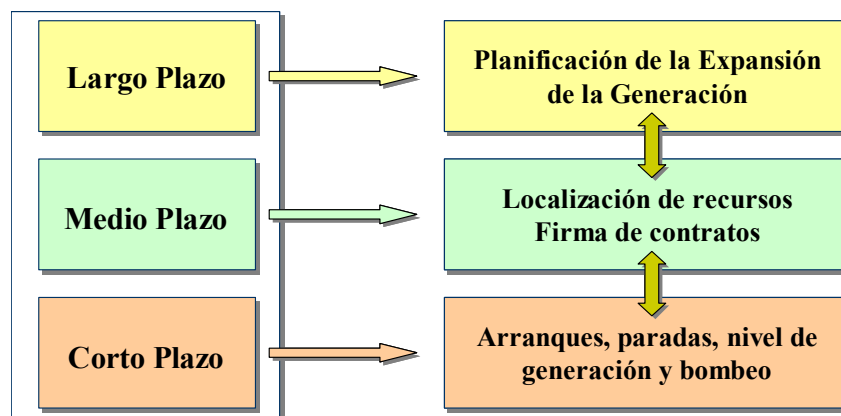


Figura 2.1 Relación entre los distintos horizontes temporales

La coordinación entre medio y corto plazo se desarrolla en detalle en el Capítulo 4. La planificación de medio plazo debe proporcionar señales técnicas y/o económicas a la operación de corto plazo, de modo que se optimice la localización de los recursos disponibles por parte de la empresa.

Respecto a la comunicación largo-medio plazo, la operación a medio plazo utilizará como datos de entrada los planes de expansión de la capacidad decididos en el horizonte de largo plazo. Por otro lado, estas decisiones de expansión se tendrán que tomar utilizando datos proporcionados por el análisis de medio plazo.

En definitiva, en esta tesis se pretende analizar, en un horizonte de medio plazo, la planificación y la operación de los mercados de generación que utilizan precio marginal, pueden ser representados mediante una casación a nudo único, y disponen de unos mecanismos de mercado que pueden ser modelados de manera conjunta, como si se tratase de una casación compleja.

## 2.2. Modelos de equilibrio en mercados de generación

En los sistemas eléctricos tradicionales, la explotación se realiza centralizadamente, con el objeto de maximizar el bienestar social, minimizando los costes totales del sistema y cubriendo la demanda con un nivel de fiabilidad satisfactorio. Desde que la tecnología de la computación lo ha permitido, los planificadores han recurrido a modelos de optimización y simulación que les ayuden en su toma de decisiones y en la realización de previsiones. Esto se debe a que los costes asociados a la explotación son muy elevados, y a la complejidad de las limitaciones técnicas en la operación de la generación. Tradicionalmente, los modelos desarrollados se han basado en problemas de minimización de costes que se resuelven utilizando las potentes herramientas informáticas existentes.

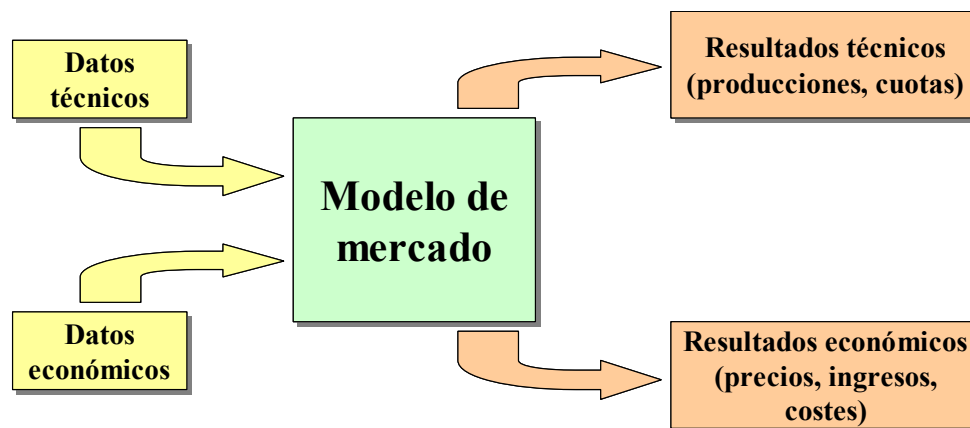


Figura 2.2 Utilización de un modelo para la explotación

La aparición de los mercados de generación hace que las empresas de generación deban asumir nuevas funciones y responsabilidades [Ventosa, 2002], que hacen que la explotación del sistema sea significativamente diferente de la realizada por un planificador centralizado. Esto se debe a que, frecuentemente, en las estructuras de mercado resultantes los agentes pueden alterar la casación del mercado para aumentar sus beneficios. Así pues, un modelo de minimización de costes dista, a menudo, de proporcionar soluciones fiables, por lo que resulta necesario adecuar la manera de abordar el problema.

El objetivo de un modelo de mercado a medio plazo no es representar en detalle las reglas del mercado y el proceso de decisión, sino proporcionar unos resultados fiables para la operación<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Los modelos de mercado a corto plazo sí deben de considerar en detalle todas las reglas del mercado y todo el proceso de decisión, ya que su objetivo es ayudar en la construcción de las curvas de ofertas que presentará la empresa en los diferentes mercados [García, 2001], [Baíllo, 2002].



En este apartado se justifica la utilización de un modelo de equilibrio de mercado para analizar la operación a medio plazo. Seguidamente se resumen los trabajos existentes en la literatura que se han considerado relevantes en el desarrollo de la tesis. En concreto, se incluyen los modelos que utilizan el equilibrio de Cournot, los modelos basados en variaciones conjeturales, y los modelos que consideran algún tipo de incertidumbre. Por último, se enmarca dentro de ellos la investigación realizada en esta tesis.

En la literatura, se han realizado numerosos intentos de analizar la operación de la generación en entornos competitivos. No se ha considerado un objetivo de este documento recoger de manera exhaustiva la bibliografía existente sobre el análisis de los mercados de generación de electricidad. Tres exhaustivos y actualizados trabajos que recogen las aportaciones más importantes son [Baíllo, 2002], [Day, 2002] y [Ventosa, 2004].

### **2.2.1. Utilización de modelos de equilibrio para analizar la operación de la generación a medio plazo**

Existen diferentes alternativas metodológicas para enfrentarse al modelado de un mercado eléctrico de generación. El principal aspecto que influye en la decisión adoptada es la estructura del mercado que se esté considerando.

De este modo, si se trata de un mercado que se puede considerar de competencia perfecta<sup>5</sup>, el enfoque habitual es la minimización de costes, tal y como se hace en el caso en que exista un operador centralizado. No obstante, esta manera de abordar el problema no resulta adecuada en buena parte de los mercados que han surgido en diferentes lugares del mundo tras las liberalizaciones llevadas a cabo, especialmente en lo que se refiere a la consideración de empresas tomadoras de precio. Así pues, el enfoque utilizado tiene que incorporar de alguna manera este hecho.

El siguiente aspecto de relevancia es el horizonte temporal que se pretende abarcar. Así, cuando se analiza un horizonte de corto plazo, una empresa de generación necesita representar muy detalladamente las características de sus grupos térmicos e hidráulicos. Este nivel de detalle hace que resulte inviable el planteamiento conjunto de los problemas de todas las empresas<sup>6</sup>. De este modo,

---

<sup>5</sup> En general, la definición de un mercado de competencia perfecta utiliza cuatro postulados: que se trate con un bien homogéneo (el producto que proporciona cada empresa es sustitutivo del que proporciona el resto); que exista libertad para entrar y salir del mercado; que exista información perfecta para todas las empresas participantes; y que las empresas participantes sean tomadoras de precio (no tengan capacidad para afectar al precio del mercado variando su producción).

<sup>6</sup> Por otro lado, es bastante probable que la empresa disponga de datos fiables y en detalle de sus propios sistemas, pero no de los de la competencia.

lo habitual es considerar el problema de cada empresa por separado, problema en el que se plantea su maximización de beneficios ante su demanda residual<sup>7</sup> [García, 2001], [Baíllo, 2002].

En cambio, cuando se analiza un horizonte de medio o largo plazo, lo más frecuente es considerar el problema conjunto de todas las empresas, puesto que no resulta necesario un elevado nivel de detalle en las características técnicas de los grupos. En concreto, en los análisis de medio plazo, el enfoque más extendido es plantear el problema como un juego, y calcular su punto de equilibrio. Cuando se utiliza un modelo de equilibrio de mercado, la simplificación consiste en tomar como variable de decisión para cada empresa la potencia que va a producir, en lugar de su decisión real, que serían las curvas de oferta que tiene que enviar a los diferentes mercado.

Imaginemos el juego correspondiente a la casación realizada en una hora determinada. Cada empresa ( $e=1,\dots,E$ ) presentará una curva de oferta, y seguidamente se realizará la casación mediante la intersección de la curva de oferta agregada<sup>8</sup> y la curva de demanda. El **punto de equilibrio** del juego, según lo definió John F. Nash [Nash, 1950], corresponde con una serie de potencias  $P_1^*,\dots,P_E^*$  (que darán lugar a un determinado precio de mercado), que cumplan, para cada empresa:

$$B_e(P_1^*,\dots,P_e^*,\dots,P_E^*) \geq B_e(P_1^*,\dots,P_e,\dots,P_E^*) \quad \forall P_e \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Donde  $B_e$  es el beneficio de la empresa  $e$  en función de las producciones de todas las empresas. Es decir, cada empresa no puede aumentar su beneficio si modifica unilateralmente su producción. Aunque en realidad el juego que se plantea no es el de cada hora por separado, sino que se suele realizar una oferta conjunta para todas las horas del día siguiente, conceptualmente no cambia nada.

La pregunta que surge, obviamente, es: ¿por qué aceptar que lo que suceda en el mercado se va a parecer a la solución del juego?. Es decir, ¿por qué aceptar como previsión del comportamiento del mercado el punto de equilibrio?.

La utilización de modelos que calculan el punto de equilibrio de mercado es una práctica habitual al realizar estudios del comportamiento de agentes en un mercado. En el caso del mercado de generación, una razón de peso es la repetición en el tiempo del juego, con pequeñas variaciones. Por ejemplo, supongamos que un agente presenta su oferta para un día de una semana, y al

---

<sup>7</sup> La demanda residual de una empresa resulta de sustraer a la demanda del sistema la suma de las curvas de oferta de todas las empresas excepto la suya.

<sup>8</sup> La oferta agregada de varios agentes se obtiene sumando sus respectivas curvas de oferta.

analizar los resultados de la casación observa que podría haber obtenido un beneficio mayor si hubiese ofertado de otra manera. Entonces, al presentar la oferta para el día siguiente, la situación de mercado (curva de demanda y ofertas de sus competidores) a la que se va a enfrentar será similar, con lo que podrá corregir sus errores.

Según los participantes en el mercado vayan aprehendiendo su comportamiento, más fielmente podrán prever cuál será la situación de mercado a la que se van a enfrentar, y más próxima resultará la solución al punto de equilibrio del juego. Por supuesto, seguirá existiendo una volatilidad de corto plazo en los resultados, pero los análisis de medio plazo intentan conseguir resultados agregados (por ejemplo, precios de punta o producciones mensuales) en los que esta volatilidad disminuirá de manera importante. Una forma de evaluar esa volatilidad de medio plazo es la representación explícita de la incertidumbre en el modelo de equilibrio de mercado.

El planteamiento y la resolución del problema de equilibrio necesitan de ciertas hipótesis sobre el funcionamiento del mercado. En concreto, en el planteamiento propuesto se han realizado tres hipótesis principales:

- Existencia de información perfecta entre los agentes: cada participante en el mercado tiene acceso a toda la información relevante para su toma de decisiones.
- No se permite la entrada de nuevos agentes al mercado. Esta suposición es adecuada en un horizonte de medio plazo, por las características especiales de la generación eléctrica (el tiempo de instalación de centrales es de varios años). En cambio, en un análisis de largo plazo sí se tendría que considerar, y es posible que este hecho condicione el comportamiento estratégico de las empresas en la operación de medio plazo (control de precios para mantener su posición en el mercado).
- No existe colusión<sup>9</sup> entre los diferentes agentes para modificar el comportamiento del mercado en su propio beneficio. En la mayoría de los mercados, existe una autoridad regulatoria que vigila el comportamiento de los participantes y la posible colusión entre ellos.

En cambio, no se realiza ninguna hipótesis respecto a la estructura del mercado, permitiendo representar situaciones que van desde la competencia perfecta hasta el monopolio.

Finalmente, el cálculo del punto de equilibrio necesita utilizar algún tipo de conjetura respecto al comportamiento de los agentes que compiten en él. A continuación se recogen los modelos basados en dos hipótesis de

---

<sup>9</sup> Se define como colusión la realización de pactos ilícitos en contra de un tercero.

comportamiento de los agentes: el equilibrio de Cournot (2.2.2), y las variaciones conjeturales (2.2.3). En este capítulo únicamente se describen los desarrollos realizados, mientras que en el Capítulo 3 se desarrollan matemáticamente los trabajos más directamente relacionados con la tesis. En el epígrafe 2.2.4 se describen algunos trabajos que han considerado algún tipo de incertidumbre en el análisis de la generación eléctrica. Finalmente, en el epígrafe 2.2.5 se encuadra el enfoque propuesto en esta tesis dentro de los trabajos existentes en la literatura.

## 2.2.2. Modelos de equilibrio de Cournot

El enfoque más extendido para analizar el funcionamiento de los mercados de generación a medio plazo es el modelo de **equilibrio de Cournot**. Este modelo fue propuesto por Antoine Augustin Cournot en 1838 [Cournot, 1838], [Daughety, 1988] para representar un mercado oligopolista. La hipótesis básica del modelo es que cada empresa participa en el mercado eligiendo libremente la cantidad que desea producir (por lo que se denomina equilibrio en cantidades). Esta representación se adapta relativamente bien a las características de los mercados eléctricos de generación, lo que unido a su sencilla formulación, ha hecho que sea extensamente utilizada y adaptada para el modelado de los mercados de generación de energía eléctrica.

En [Hashimoto, 1985] se presenta un modelo para calcular un equilibrio espacial de Cournot utilizando un problema cuadrático equivalente. A pesar de que en dicho trabajo no se realiza un análisis detallado del método y que no se particulariza para sistemas de generación eléctrica, se puede considerar un precursor del método de resolución propuesto en esta tesis.

Uno de los primeros trabajos que utilizan el equilibrio de Cournot para representar los sistemas eléctricos es [Borenstein, 1995]. En él se analiza el poder de mercado existente en el sistema californiano aplicando el equilibrio de Cournot, en lugar de los clásicos índices de concentración<sup>10</sup>. Más tarde, en [Borenstein, 1999] se amplía este enfoque para calcular el equilibrio de Cournot mediante un procedimiento iterativo, sin incluir restricciones que acoplen los diferentes bloques de carga<sup>11</sup>, para lo que se despacha la producción hidráulica como en una minimización de costes.

---

<sup>10</sup> Por ejemplo, el índice HHI (Hirschman-Herfindahl Index) se calcula sumando el cuadrado de las cuotas de mercado de los agentes participantes. El índice de Lerner mide la diferencia relativa entre el precio y el coste marginal de las empresas.

<sup>11</sup> Un bloque de carga es un conjunto de horas que se analizan conjuntamente, es decir, durante dichas horas se supone idénticas condiciones en el mercado (demanda, nivel de generación de los grupos, etc.).

En [Scott, 1996] se considera la hipótesis de Cournot para el comportamiento de los agentes y se realiza la gestión hidráulica teniendo en cuenta la existencia de máximos y mínimos técnicos en los grupos, así como de contratos firmados por las empresas. Para la resolución se utiliza programación dual dinámica.

En [Ventosa, 2000] se utiliza un modelado detallado de las características del parque térmico e hidráulico de generación, y se plantea un método de cálculo del equilibrio de Cournot mediante el problema complementario. Por último, en [Hobbs, 2001] se utiliza un enfoque similar para el análisis de mercados de generación basados en contratos bilaterales que consideran red de transporte. Se supone que los agentes se comportan según el modelo de Cournot y la resolución se lleva a cabo planteando un problema complementario lineal.

### 2.2.3. Modelos basados en variaciones conjeturales

El análisis de los mercados de generación de energía eléctrica mediante modelos que utilizan el equilibrio de Cournot tiene serias limitaciones. Por un lado, no permiten representar adecuadamente el comportamiento estratégico de los agentes al interactuar en el mercado. Por otro, los resultados que se obtienen resultan muy influidos por la elasticidad de la demanda utilizada. En general, podría decirse que resulta adecuado para representar situaciones de oligopolio extremo.

Para obtener una representación más adecuada del mercado es necesario un modelo que considere la interdependencia estratégica de las diferentes empresas. Es decir, un modelo que considere la respuesta de cada agente ante las decisiones adoptadas por el resto de agentes.

El enfoque de **variaciones conjeturales** de la teoría microeconómica clásica [Segura, 1986], [Varian, 1992], [Vives, 1999] adopta el planteamiento descrito, justificando un intento de introducir dinámica en un modelo estático. Así pues, para cada empresa se considera la variación de la producción del resto de empresas frente a variaciones de su producción.

Una de las críticas que se realizan a los modelos de variaciones conjeturales es que introducen, de algún modo, una pseudodinámica<sup>12</sup> en un juego que es inherentemente estático. Es decir, introduce la consideración de que existe una respuesta de los agentes a las decisiones adoptadas por cada uno de ellos. No obstante, las características especiales de los mercados de generación, hacen adecuada la consideración de respuesta de los agentes, debido a dos causas fundamentales. En primer lugar, en el juego “real” las variables de decisión no

---

<sup>12</sup> Se entiende por juego dinámico aquel que se realiza en varios pasos, en los que cada jugador aumenta la información de la que dispone. En cambio, en un juego estático, todas las decisiones se toman de una vez, con la misma información.

son las potencias producidas, sino las curvas de oferta que se presentan en los diferentes mercados. Esto hace que sí exista una reacción del mercado a la variación de la potencia producida por cada agente. En segundo lugar, al tratarse de un juego repetido en el tiempo, parece adecuado considerar el aprendizaje de los agentes como parte de la respuesta a las decisiones de cada uno de ellos.

Dentro de la literatura, se han localizado tres trabajos que, basados en variaciones conjeturales, modelan un mercado de generación de energía eléctrica.

En [Day, 2002] se propone un modelo que utiliza como conjetura la variación de la producción de los competidores respecto al precio de mercado. Esto es, cada empresa trata de predecir la curva de oferta agregada de su competencia, por lo que el enfoque se denomina como conjeturas en funciones de oferta (*conjectured supply function*). Este enfoque se utiliza para calcular el punto de equilibrio en un mercado de generación, incluyendo el cálculo del flujo de cargas en corriente continua. Para ello, se utilizan cuatro conjuntos de ecuaciones: a) las condiciones para la maximización de beneficios de las empresas de generación; b) las condiciones para la maximización de la eficiencia en el uso de la red, que incluyen el flujo de cargas; c) las condiciones para la maximización de beneficios de los arbitrajistas que compran energía en un nodo y lo venden en otro; y d) la relación entre precio y demanda en cada nodo de la red.

El modelo se resuelve utilizando curvas de oferta agregada de la competencia que son lineales respecto al precio, y haciendo dos consideraciones alternativas:

- Suponiendo conocidas las pendientes de las funciones lineales, y dejando ajustarse las ordenadas en el origen. Con esta suposición, se garantiza la existencia y unicidad de la solución, y el problema propuesto tiene estructura de problema complementario mixto (MCP, por sus siglas en inglés) [Cottle, 1992], que además es lineal.
- Suponiendo conocidas las ordenadas en el origen de las funciones lineales, y dejando ajustarse las pendientes. En este caso, la estructura se corresponde con un problema complementario mixto no lineal, en el que no se puede garantizar ni la existencia ni unicidad de la solución.

La metodología se aplica al mercado de Inglaterra y Galés, utilizando una red simplificada y un único bloque de carga.

En [García-Alcalde, 2002] se propone como conjetura la elasticidad de la curva de demanda residual para cada agente. A partir de estas elasticidades se plantean las condiciones de optimalidad para las empresas de generación. Estas condiciones, junto a la ecuación que liga el precio y la demanda, dan lugar a una estructura de problema complementario mixto. De este modo, el punto de

equilibrio de mercado se puede obtener mediante la resolución de dicho problema complementario.

Para la estimación de las conjeturas, se propone una metodología basada en el cálculo de sus valores implícitos. Para ello, se utilizan datos del pasado, suponiendo que las decisiones que realizaron los agentes fueron óptimas. La metodología se aplica al mercado de España, utilizando 12 periodos, cada uno de ellos divididos en 5 bloques de carga.

Estos dos trabajos basados en variaciones conjeturales se desarrollan y formulan matemáticamente en el Capítulo 3.

En [Song, 2003] se plantea el problema de cómo un agente puede realizar de forma óptima su oferta en un mercado de generación. Para ello, utiliza como conjetura la variación de la producción total de sus competidores respecto de su producción. Así pues, cada agente modela el comportamiento de su competencia agregándola en un único agente, lo que tiene la ventaja de que no necesita conocer sus funciones de coste. El modelo se resuelve analíticamente para un único bloque de carga, utilizando funciones de coste cuadráticas.

#### **2.2.4. Consideración de incertidumbre en los modelos de medio plazo**

Existen diversas fuentes de incertidumbre en el análisis a medio plazo de los sistemas de generación de energía eléctrica, como son las condiciones hidráulicas, la evolución de la demanda, los precios de los combustibles, el comportamiento de las empresas competidoras, y la indisponibilidad fortuita de grupos térmicos. Resulta de gran importancia la consideración de esta incertidumbre cuando se realiza un modelo de medio plazo.

En entornos tradicionales, existen diferentes trabajos que tienen en cuenta la incertidumbre al proponer un modelo de medio plazo, la gran mayoría a través de un árbol de escenarios. A menudo, se utilizan técnicas de descomposición para abordar la resolución de los modelos resultantes<sup>13</sup>.

En [Pereira, 1991] y [Gorenstin, 1992] se aplica la técnica de descomposición estocástica anidada de Benders ([Dantzig, 1963]) al problema de coordinación hidrotérmica. En [Nowak, 1999] se utiliza relajación lagrangiana [Geoffrion, 1974] para resolver el problema de coordinación hidrotérmica semanal con incertidumbre en la demanda eléctrica.

En cambio, cuando se analiza la existencia de un mercado de generación que, por algún motivo, no se pueda considerar como de competencia perfecta, no se

---

<sup>13</sup> Este hecho no es debido tanto a la complejidad de los modelos, sino a que fueron planteados hace bastantes años, con una capacidad computacional muy reducida.

ha localizado ningún trabajo que analice la operación a medio plazo teniendo en cuenta la existencia de incertidumbre. El único trabajo encontrado que combina el equilibrio de mercado con la presencia de incertidumbre es [Murto, 2003]. En él, se analiza el problema de largo plazo de la expansión de la generación. Para ello, se utiliza un modelo de oligopolio dinámico, en el que se considera estocasticidad en la demanda. Las decisiones de las empresas se determinan mediante el cálculo del equilibrio de Cournot. Se proponen dos técnicas de resolución: como un problema complementario no lineal, o bien como un problema de cálculo variacional [Harker, 1990].

### 2.2.5. Enfoque propuesto en esta tesis

La presente tesis plantea el cálculo del equilibrio de mercado utilizando un enfoque basado en **variaciones conjeturales**. Esta alternativa resulta más completa que el equilibrio de Cournot, y engloba a dicho equilibrio como un caso particular. La conjetura que se va a utilizar es la variación del precio respecto a la producción de cada agente, es decir, la pendiente de la curva de demanda residual de cada empresa. El enfoque propuesto en esta tesis es conceptualmente equivalente a los tres trabajos descritos que están basados en variaciones conjeturales (este hecho se mostrará en el Capítulo 3).

El avance principal en la formulación propuesta en la tesis es la **consideración de la incertidumbre** en el problema de equilibrio de mercado, que se plantea bajo el criterio de maximización del beneficio esperado. La estocasticidad en los parámetros de entrada no ha sido abordada en otros trabajos debido, fundamentalmente, a las limitaciones computacionales de los métodos de resolución propuestos.

El **método de resolución** que se propone en la tesis permite utilizar técnicas de programación lineal para calcular el punto de equilibrio, lo que da la posibilidad de resolver problemas de gran tamaño e introducir estocasticidad en los parámetros en los que se considere necesario. Una ventaja adicional de este método es la obtención de **información dual**, que, tal y como se verá en el Capítulo 4, resulta de gran importancia en la operación a medio plazo. Por último, la utilización de programación lineal permite plantear extensiones del método propuesto a la utilización de variables enteras.

## 2.3. Conclusiones

En este capítulo se ha enfocado el problema que se va a abordar en el desarrollo de la tesis. Para ello, en primer lugar, se ha definido su ámbito de aplicación. En concreto, se pretende analizar, en un horizonte de medio plazo, la planificación y la operación de los mercados de generación que utilizan precio marginal,



pueden ser representados a nudo único, y disponen de unos mecanismos de mercado que permiten ser modelados de manera conjunta, como si se tratase de una casación compleja. De todas estas características de mercado, la realmente restrictiva es la consideración de un mercado con casación a nudo único, que limita la aplicación a sistemas que, o bien son en efecto a nudo único, o se pueden representar como tal (por no ser de gran importancia las restricciones impuestas por la red de transporte).

La introducción de competencia en la actividad de generación ha hecho que, en buena parte de los sistemas, el enfoque tradicional de minimización de costes no resulte adecuado para el análisis de los mercados de generación. Por este motivo, se ha justificado la utilización de un modelo de equilibrio de mercado como herramienta de análisis de la operación a medio plazo. Seguidamente, se ha realizado una breve descripción de los modelos de mercados de generación que tienen más relación con el enfoque propuesto en esta tesis, dividiéndolos en tres categorías: modelos basados en el equilibrio de Cournot; modelos basados en variaciones conjeturales; y modelos que consideran la incertidumbre al analizar la generación a medio plazo. Finalmente, se ha enmarcado la investigación realizada en esta tesis dentro de los modelos anteriores.

## 2.4. Bibliografía

- [Baíllo, 2002]           Á. Baíllo, "Optimización de la Explotación y de la Preparación de Ofertas de una Empresa de Generación de Energía Eléctrica para Mercados de Corto Plazo". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2002.
- [Borenstein, 1995]       S. Borenstein, J. Bushnell, E. Kahn, y S. Stoft, "Market Power in California Electricity Markets", *Utilities Policy*, vol. 5, pp. 219-236, 1995.
- [Borenstein, 1999]       S. Borenstein y J. Bushnell, "An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry", *Journal of Industrial Economics*, vol. 47, 1999.
- [Cottle, 1992]           R. Cottle, J. S. Pang, y R. E. Stone, "The Linear Complementarity Problem", Boston: Academic Press, 1992.
- [Cournot, 1838]         A. A. Cournot, "Researches into Mathematical Principles of the Theory of Wealth", New York: Kelley, 1838.
- [Dantzig, 1963]         G. B. Dantzig, "Linear Programming and Extensions", Princeton: Princeton University Press, 1963.

- [Daughety, 1988] A. F. Daughety, "Cournot Oligopoly. Characterization and Applications", Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- [Day, 2002] C. J. Day, B. F. Hobbs, y J. S. Pang, "Oligopolistic Competition in Power Networks: a Conjectured Supply Function Approach", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, pp. 597-607, 2002.
- [García, 2001] J. García, "Optimización de la Explotación en el Corto Plazo y Elaboración de Ofertas en un Sistema Eléctrico Liberalizado. Naturaleza del Problema y Métodos de Solución". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2001.
- [García-Alcalde, 2002] A. García-Alcalde, M. Ventosa, M. Rivier, A. Ramos, y G. Relañó, "Fitting Electricity Market Models. A Conjectural Variations Approach," presentado en 14th PSCC, Sevilla, 2002.
- [Geoffrion, 1974] A. M. Geoffrion, "Lagrangian Relaxation for Integer Programming", Mathematical Programming Study, vol. 2, pp. 237-260, 1974.
- [Gorenstin, 1992] B. G. Gorenstin, N. M. Campodonico, J. P. Costa, y M. V. F. Pereira, "Stochastic Optimization of a Hydro-thermal System including Network Constraints", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, 1992.
- [Harker, 1990] P. T. Harker y J. S. Pang, "Finite-dimensional Variational Inequality and Nonlinear Complementarity Problems: a Survey of Theory, Algorithms and Applications", Mathematical Programming, vol. 48, pp. 161-220, 1990.
- [Hashimoto, 1985] H. Hashimoto, "A Spatial Nash Equilibrium Model," presentado en 31st American Regional Science Association Meeting, Denver, Colorado, EEUU, 1985.
- [Hobbs, 2001] B. F. Hobbs, "Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 16, pp. 194-202, 2001.
- [Murto, 2003] P. Murto, "On Investment, Uncertainty, and Strategic Interaction with Applications in Energy Markets". Tesis Doctoral, Helsinki: Helsinki University of Technology, 2003.

- [Nash, 1950] J. F. Nash, "Equilibrium Points in N-Person Games", Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 36, pp. 48-49, 1950.
- [Nowak, 1999] M. P. Nowak, "Stochastic Lagrangian Relaxation in Power Scheduling of a Hydro-Thermal System under Uncertainty". Tesis Doctoral, Berlín: Universidad Humboldt de Berlín, 1999.
- [Pereira, 1991] M. V. F. Pereira y L. M. V. G. Pinto, "Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning", Mathematical Programming, vol. 52, pp. 359-375, 1991.
- [Schweppe, 1988] F. C. Schweppe, M. C. Caramanis, R. D. Tabors, y R. E. Bohn, "Spot Pricing of Electricity", Boston: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [Scott, 1996] T. J. Scott y E. G. Read, "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market", International Transactions in Operational Research, vol. 3, pp. 243-253, 1996.
- [Segura, 1986] J. Segura, "Análisis Microeconómico", Madrid: Alianza Editorial, 1986.
- [Song, 2003] Y. Song, Y. Ni, F. Wen, Z. Hou, y F. F. Wu, "Conjectural Variation Based Bidding Strategy in Spot Markets: Fundamentals and Comparison with Classical Game Theoretical Bidding Strategies", Electric Power Systems Research, vol. 67, pp. 45-51, 2003.
- [Varian, 1992] H. R. Varian, "Análisis Microeconómico", Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- [Vázquez, 2003] C. Vázquez, "Modelos de Casación de Ofertas en Mercados Eléctricos". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2003.
- [Ventosa, 2000] M. Ventosa, "Modelado de la Explotación de la Generación en Mercados Eléctricos Liberalizados mediante el Problema Complementario". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2000.
- [Ventosa, 2002] M. Ventosa y G. Relano, "La Empresa de Generación ante los Mercados Eléctricos", Anales de Mecánica y Electricidad, vol. 2, pp. 20-30, 2002.
- [Ventosa, 2004] M. Ventosa, Á. Baíllo, M. Rivier, y A. Ramos, "Electricity Market Modeling Trends", Energy Policy, 2004.

[Vives, 1999]

X. Vives, "Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools",  
Massachusetts: The MIT Press, 1999.

# **Capítulo 3**

**Formulación y método de cálculo del  
equilibrio de mercado**



## Índice del Capítulo

<b>3.1. Equilibrio de mercado</b>	<b>35</b>
3.1.1. Formulación del problema de equilibrio	35
3.1.2. Soluciones al problema de equilibrio	37
3.1.2.1. Equilibrio de Cournot	37
3.1.2.2. Modelos basados en variaciones conjeturales	39
<b>3.2. Formulación de un problema de optimización equivalente</b>	<b>41</b>
3.2.1. Formulación en un caso básico	42
3.2.1.1. Minimización de costes	42
3.2.1.2. Mercados de competencia imperfecta	44
3.2.1.3. Equivalencia del problema de optimización con el equilibrio de mercado	46
3.2.2. Una variación conjetural alternativa	48
3.2.3. Consideración de demanda elástica	49
3.2.4. Limitación en la producción de las empresas	51
3.2.5. Consideración de contratos firmados por las empresas	53
3.2.6. Agentes tomadores de precio	55
3.2.7. Consideración de grupos en las empresas	56
3.2.7.1. Consideración de costes de arranque, parada y vacío	59
3.2.8. Consideración de diferentes niveles de carga sin restricciones que los acoplen	60
3.2.9. Gestión hidráulica a lo largo del horizonte temporal	62
3.2.9.1. Representación de la producción hidráulica	63
3.2.9.2. Cálculo del equilibrio con gestión hidráulica	64
3.2.10. Relación de restricciones consideradas en el modelo	66
3.2.10.1. Restricciones que afectan a un único bloque de carga	67
3.2.10.2. Restricciones que acoplan a los niveles de carga de un periodo	67
3.2.10.3. Restricciones que acoplan diferentes periodos	67
3.2.10.4. Otras consideraciones del modelo	69
<b>3.3. Equivalencia con otros enfoques</b>	<b>71</b>
<b>3.4. Implantación del modelo</b>	<b>73</b>
3.4.1. Optimización cuadrática y optimización lineal	73
3.4.2. Estimación de las conjeturas	75
3.4.2.1. Corrección de las conjeturas debido a la saturación	76
3.4.3. Ventajas ofrecidas por la optimización respecto a otros métodos de resolución	77
3.4.4. Aparición de múltiples óptimos	77
<b>3.5. Conclusiones</b>	<b>78</b>
<b>3.6. Bibliografía</b>	<b>79</b>

Cuando una empresa de generación se enfrenta a la planificación y la operación a medio plazo, necesita una herramienta capaz de proporcionarle resultados fiables para realizar sus previsiones y para tomar sus decisiones. En este capítulo se presenta el modelo de mercado utilizado en el desarrollo de la tesis.

En el capítulo anterior ya se ha indicado que el enfoque propuesto como modelo de medio plazo es el cálculo del punto de equilibrio de mercado. Al intentar resolver las ecuaciones resultantes de formular el equilibrio de mercado surgen dos dificultades principales.

Por un lado, hay que realizar ciertas suposiciones sobre el comportamiento de los agentes y del mercado. El enfoque propuesto en esta tesis se encuadra dentro de los modelos basados en variaciones conjeturales, en los que se realizan conjeturas acerca del comportamiento de los agentes, y son ellas las que se utilizan para calcular el equilibrio de mercado.

Una vez que se han realizado las conjeturas, se obtiene un sistema de ecuaciones en las que aparece la derivada de la función de coste de cada empresa. Por este motivo, en general no se puede resolver mediante técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, y resulta necesario idear algún método *ad hoc*. En esta tesis se demuestra que el problema de cálculo del equilibrio de mercado es equivalente a un problema de optimización con función objetivo cuadrática y restricciones lineales.

El capítulo está dividido en cuatro apartados principales. En el apartado 3.1 se formula el problema de equilibrio en un mercado de generación eléctrica y se desarrollan los distintos modos de abordar su solución que se han planteado. El apartado 3.2 presenta el modelo considerado en la tesis. Para ello, se describe la metodología de cálculo en un caso básico, para seguidamente ir considerando diversos elementos que son necesarios para abordar el problema de manera realista, pero que adicionalmente complican la resolución. En el apartado 3.3 se analiza la equivalencia del modelo propuesto con otros enfoques utilizados para solucionar el problema de equilibrio, y se muestra cómo el enfoque de esta tesis se puede particularizar para representar fácilmente diferentes suposiciones de mercado. Por último, en el apartado 3.4 se profundiza en la implantación práctica del modelo propuesto. En concreto, se describe detalladamente cómo se puede linealizar la función objetivo de manera que sea posible utilizar programación lineal para su resolución, se profundiza en la realización de la conjetura que requiere el modelo, y se analizan sus ventajas respecto a otros métodos de resolución.



### 3.1. Equilibrio de mercado

En el Capítulo 2 se ha justificado que el enfoque natural para enfrentarse a la representación de un mercado eléctrico competitivo en el medio plazo es mediante su consideración como un juego no cooperativo. La solución de este juego se encuentra en su punto de equilibrio. Tal y como lo definió John F. Nash [Nash, 1950], un conjunto de decisiones constituye un punto de equilibrio si, fijadas las decisiones del resto de competidores, ninguna de las empresas puede aumentar su beneficio escogiendo una acción distinta a su decisión de equilibrio.

En este apartado se formula el problema de equilibrio de mercado y se resumen los enfoques clásicos que se han planteado en su aplicación a los mercados de generación de electricidad.

#### 3.1.1. Formulación del problema de equilibrio

Para calcular el punto de equilibrio hay que resolver simultáneamente los problemas de **maximización de beneficios** de todas las empresas generadoras presentes en el mercado cuando cada una de ellas supone fijas las decisiones de sus competidores. Tal y como se ha desarrollado en el Capítulo 2, las decisiones que se van a considerar para formular el equilibrio de mercado son las potencias producidas por cada empresa.

Supongamos un caso básico en el que cada empresa  $e = 1...E$ , únicamente tiene que considerar los ingresos provenientes de sus ventas al mercado y los costes de producción. Entonces, la función de beneficio  $B_e$  es<sup>1</sup>:

$$B_e = \lambda \cdot P_e - C_e(P_e) \quad \text{Ecuación 3.1}$$

Donde  $\lambda$  representa el precio marginal del sistema,  $P_e$  es la potencia producida por la empresa considerada y  $C_e(P_e)$  su función de coste (que se supone conocida para todas las empresas) para los distintos niveles de producción.

De este modo, el problema completo consistirá en la maximización de esta función de cada empresa tomando como variables sus producciones, cumpliendo las restricciones técnicas correspondientes y el balance entre la

---

<sup>1</sup> A lo largo de la tesis se utilizará como función de beneficio la diferencia entre los ingresos conseguidos por la empresa menos sus costes de operación. Realmente, esta función es el margen de explotación, ya que el beneficio tiene en cuenta otros conceptos, tales como los costes fijos (por ejemplo, mantenimiento o gestión), o la amortización de las inversiones. No obstante, la maximización del margen de explotación es equivalente a la maximización del beneficio, motivo por el cual no se volverá a realizar la distinción.

generación y la demanda  $D$ . En esta primera formulación del problema de equilibrio, no se considerarán restricciones técnicas, para facilitar la comprensión de los resultados. En el apartado 3.2, una vez introducido el modelo de mercado propuesto, ya se tendrán en cuenta todas las características propias de los sistemas de energía eléctrica.

El máximo de la función de beneficio de una empresa se alcanzará en el punto en el que su derivada respecto de la producción sea cero. Las condiciones de segundo orden se tratarán cuando se presente el método de resolución propuesto en la tesis, en el apartado 3.2.

$$\lambda + \frac{\partial \lambda}{\partial P_e} \cdot P_e - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} = 0 \quad \forall e$$

Ecuación 3.2

$$\sum_{e=1}^E P_e = D$$

Esta formulación, que es la que se utilizará en el desarrollo de esta tesis (y la que se utiliza en gran parte de los modelos de equilibrio de mercado), está basada en la hipótesis de que las funciones de coste de los agentes son independientes. Es decir:

$$\frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_i} = 0 \quad \forall i \neq e$$

Ecuación 3.3

Esta hipótesis no resulta muy restrictiva y se considera adecuada en la mayor parte de los casos, aunque puede entrar en conflicto con tres situaciones posibles en sistemas de energía eléctrica:

- La existencia de centrales de propiedad compartida entre varias empresas.
- La existencia de una topología hidráulica en la que las decisiones de una empresa modifican las posibilidades de elección de otras. Por ejemplo, el caso en el que una empresa dispone de una central hidráulica aguas arriba de otra central propiedad de otra empresa.
- La existencia de propiedades cruzadas de acciones entre las empresas participantes en el mercado [Bunn, 2003].

En todo caso, la influencia de estas situaciones (si es que se dan) se supondrá despreciable, ya que no se consideran determinantes en el funcionamiento del mercado. Además, su inclusión complicaría de manera importante el cálculo del equilibrio de mercado.

El problema propuesto consta de  $E+2$  variables (las producciones de cada empresa, la demanda y el precio) con  $E+1$  ecuaciones, por lo que para su resolución es necesario una ecuación adicional. Se trata de la relación existente

entre el precio y la demanda (o bien la producción total). Esta relación (que no es más que asumir la existencia de **elasticidad en la demanda**) se supone exógena al mercado y, por lo tanto, es necesario conocerla para el cálculo del punto de equilibrio.

$$\sum_{e=1}^E P_e = D = f(\lambda) \quad \text{Ecuación 3.4}$$

Se pueden dar tres casos dependiendo de las características del mercado considerado, es decir, de la relación demanda-precio y de las funciones de coste de las empresas. El primero de ellos es que no exista solución, en cuyo caso no existe un punto de equilibrio de mercado. El segundo es que existan múltiples soluciones, con lo que existirían múltiples equilibrios de mercado. El tercero es que exista una única solución y, por lo tanto, un único punto de equilibrio.

Lógicamente, esta tercera solución es la más deseable, por lo que una buena parte de los enfoques utilizados para resolver el problema están basados en hipótesis que garantizan la existencia y unicidad de la solución del sistema de ecuaciones.

El siguiente epígrafe detalla los dos enfoques que se han considerado de mayor interés para el desarrollo de esta tesis: el equilibrio de Cournot (sin duda, el enfoque más extendido), y los modelos de variaciones conjeturales. Ambos enfoques ya se han mencionado en el Capítulo 2, por lo que en este capítulo se presta atención a su formulación matemática, y no a las aplicaciones que de ellos se han hecho.

Una vez descritos en detalle estos modelos de equilibrio, en el apartado 3.2 se propone una nueva perspectiva que abarca los anteriores y que es el que se ha utilizado en el desarrollo de la tesis.

### 3.1.2. Soluciones al problema de equilibrio

En este epígrafe se desarrollan los dos enfoques de mayor interés para el cálculo de soluciones al problema de equilibrio de mercado. En primer lugar, se trata el modelo de equilibrio de Cournot; en segundo, los modelos basados en variaciones conjeturales.

#### 3.1.2.1. *Equilibrio de Cournot*

El modelo de equilibrio en condiciones de competencia propuesto por Antoine Augustin Cournot en 1838 [Cournot, 1838], [Daughety, 1988] ha sido extensamente utilizado y adaptado para la representación de los mercados de generación de energía eléctrica, tal y como se ha comentado en el Capítulo 2.

La hipótesis básica del modelo es que cada empresa participa en el mercado eligiendo libremente la cantidad que desea producir. Por este motivo, se suele decir que se trata de un equilibrio en cantidades.

Esta hipótesis (denominada en ocasiones conjetura de Cournot) implica que la variación del precio respecto de la producción de las empresas es igual a la pendiente de la curva de demanda y, por tanto, un valor constante para todas las empresas. Esto quiere decir que, ante variaciones en la producción de cualquier empresa, sólo reacciona la demanda, y no el resto de empresas. Dado que, por lógica, esta pendiente será negativa (a mayor precio menor producción, y viceversa), se denominará  $\alpha_0$  a su valor absoluto, con lo que:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_e} = \frac{\partial \lambda}{\partial D} = -\frac{1}{\alpha_0} \quad \text{Ecuación 3.5}$$

En consecuencia, las ecuaciones que definen el **equilibrio de Cournot** son:

$$\lambda - \frac{P_e}{\alpha_0} - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e$$

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad \text{Ecuación 3.6}$$

$$D = f(\lambda)$$

Donde se ha denominado  $CM_e(P_e)$  al coste marginal de cada empresa, es decir, a la derivada de su función de coste  $C_e(P_e)$  respecto a su producción.

Los resultados que se han considerado relevantes para esta tesis<sup>2</sup> en cuanto a la existencia y unicidad del equilibrio de Cournot, se pueden exponer de manera simplificada en dos postulados.

---

<sup>2</sup> En la tesis, se considera que no existen decisiones binarias (o enteras) tales como acoplamientos, arranques y paradas, que se modelan como variables continuas en el intervalo  $[0,1]$ . La consideración de decisiones binarias puede conducir a la no existencia de un punto de equilibrio, o bien a la existencia de múltiples equilibrios. Por otro lado, la diferencia entre la función de coste real y la que resulta de relajar las variables enteras (por ejemplo, dejando que una central se acople en parte) no es muy grande. Dado que resulta más sencillo resolver el problema con variables relajadas, ésta es una aproximación que se encuentra a menudo en la práctica. En cualquier caso, se puede demostrar [Bertsekas, 1982] que la diferencia relativa al considerar variables enteras o continuas disminuye conforme aumenta el número de variables enteras. Por tanto, la diferencia relativa entre las dos soluciones disminuye con el tamaño del sistema, siendo bastante pequeña en sistemas grandes. En las líneas de continuación de la tesis (Capítulo 7), se analiza en más detalle este problema.

- El equilibrio de Cournot existe si la función  $f(\lambda)$  que relaciona la demanda y el precio es monótona decreciente, y los costes marginales  $CM_e(P_e)$  de las empresas son monótonos crecientes.
- El equilibrio de Cournot existe y es único si, además, la función  $f(\lambda)$  es lineal.

Las condiciones para la existencia del equilibrio son perfectamente adecuadas cuando se analiza un sistema de generación de energía eléctrica, por lo que son aceptadas por la mayoría los trabajos que utilizan el equilibrio de Cournot para modelar mercados de generación. Por otro lado, la mayor parte de los trabajos de investigación que intentan calcular el equilibrio de Cournot en mercados de generación, consideran una función de demanda lineal. Esta aproximación, además de ser correcta para la mayor parte de los sistemas, asegura la unicidad de la solución, y facilita mucho los cálculos que hay que realizar.

### 3.1.2.2. Modelos basados en variaciones conjeturales

Los modelos que utilizan el equilibrio de Cournot pueden constituir una buena aproximación al equilibrio de mercado en la generación de energía eléctrica. No obstante, no aportan la suficiente flexibilidad para representar el comportamiento estratégico de los agentes al interactuar en el mercado, y los resultados están muy influidos por la curva de elasticidad de la demanda utilizada.

Para salvar esta limitación, recientemente se han realizado algunos trabajos de investigación basados en las **variaciones conjeturales** de la teoría microeconómica [Segura, 1986], [Varian, 1992], [Vives, 1999]. En esencia, los trabajos de variaciones conjeturales están basados en que cada empresa, al tomar sus decisiones, tiene en cuenta la reacción de sus competidoras. Esta reacción se modela, para una empresa  $e$ , mediante la variación de la producción del resto de empresas  $P_{-e}$  frente a variaciones de su propia producción. Es decir, mediante los parámetros  $\chi_e$ :

$$\chi_e = \frac{\partial P_{-e}}{\partial P_e} \tag{Ecuación 3.7}$$

Dado que la suma de  $P_e$  y  $P_{-e}$  coincide con la demanda total del sistema, se puede escribir la variación del precio respecto a la producción de cada empresa, utilizando el valor absoluto de la pendiente de la demanda  $\alpha_0$ :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_e} = \frac{\partial \lambda}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial P_e} = \frac{\partial \lambda}{\partial D} \cdot \frac{\partial (P_e + P_{-e})}{\partial P_e} = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot \left(1 + \frac{\partial P_{-e}}{\partial P_e}\right) = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot (1 + \chi_e) \tag{Ecuación 3.8}$$

Con lo que las condiciones de equilibrio de mercado resultan:

$$\lambda - \frac{(1 + \chi_e)}{\alpha_0} \cdot P_e - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e$$

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad \text{Ecuación 3.9}$$

$$D = f(\lambda)$$

Seguidamente se describen dos trabajos que, basados en variaciones conjeturales, modelan un mercado de generación de energía eléctrica.

En [Day, 2002] se utiliza un enfoque basado en variaciones conjeturales para calcular el equilibrio de mercado en un mercado de generación considerando un flujo de cargas en corriente continua. En este caso, la conjetura que se realiza es la variación  $\rho_e$  de la producción de los competidores respecto al precio.

$$\rho_e = \frac{\partial P_{-e}}{\partial \lambda} \quad \text{Ecuación 3.10}$$

Dicho de otro modo, cada empresa predice la curva de oferta agregada de su competencia. Se puede obtener su relación con las conjeturas  $\chi_e$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_e} &= \frac{\partial \lambda}{\partial P_{-e}} = \frac{\partial \lambda}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial P_{-e}} = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot \left(1 + \frac{\partial P_e}{\partial P_{-e}}\right) = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot \left(1 + \frac{1}{\chi_e}\right) \\ \Rightarrow \rho_e &= -\frac{\alpha_0}{1 + \frac{1}{\chi_e}} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3.11}$$

En [García-Alcalde, 2002] se propone un modelo en el que el parámetro sobre el que se realiza la conjetura es la elasticidad de la curva de demanda residual para cada agente. La demanda residual de una empresa  $e$  resulta de sustraer a la demanda del sistema la suma de las curvas de oferta de todas las empresas excepto la considerada [García, 2001], [Baíllo, 2002], [Centeno, 2003]. La elasticidad  $\varepsilon_e$  de la demanda residual se define para cada empresa como:

$$\varepsilon_e = \frac{\frac{\partial P_e}{P_e}}{\frac{\partial \lambda}{\lambda}} \quad \text{Ecuación 3.12}$$

Se puede calcular la relación entre esta elasticidad y las conjeturas  $\chi_e$ :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_e} = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot (1 + \chi_e) \Rightarrow \varepsilon_e = -\frac{\lambda}{P_e} \cdot \frac{\alpha_0}{1 + \chi_e} \quad \text{Ecuación 3.13}$$

Seguidamente, se pasa a describir el método de resolución propuesto en la tesis, que se encuadra dentro de los modelos basados en variaciones conjeturales.

## **3.2. Formulación de un problema de optimización equivalente**

En este apartado se describe la idea básica a partir de la cual se ha desarrollado el método de cálculo del equilibrio de mercado propuesto en esta tesis. Se trata de un modelo basado en variaciones conjeturales, con un planteamiento novedoso que permite su resolución mediante un problema equivalente de optimización cuadrática (aunque, como se verá en el apartado 3.4.1, se puede utilizar programación lineal). Esto permite aprovechar los potentes programas comerciales existentes y la bien asentada teoría de optimización.

En primer lugar, se aplica la metodología a un caso básico en el que no se considera ningún tipo de restricción y en el que las funciones de coste tienen derivada continua y creciente. Seguidamente, se describe un enfoque equivalente alternativo, en el que se cambia la variación conjetural por otra que puede resultar de mayor utilidad en algunas ocasiones. A continuación, se van introduciendo elementos para adaptar este caso básico a las situaciones reales, aunque en cada apartado sólo se considera la modificación correspondiente, es decir, el desarrollo no es acumulativo para no dificultar la lectura.

Las modificaciones al caso básico que se introducen son las siguientes (el orden seguido se ha considerado el más adecuado para facilitar la comprensión):

- Utilización de demanda elástica, lo cual es de gran importancia en algunos mercados.
- Limitación en la producción de las empresas, puesto que en el caso básico se considera que las empresas pueden generar la cantidad que deseen.
- Consideración de contratos financieros y físicos firmados por las empresas presentes en el mercado, lo que modifica las condiciones de optimalidad y, con ello, el equilibrio de mercado.
- Introducción en el modelo de agentes tomadores de precio (que no intentan modificar el funcionamiento del mercado), presentes en una buena parte de los mercados de generación.
- Consideración de que las empresas están formadas por grupos representados de forma individual, lo que hace que la derivada de las funciones de coste deje de ser continua.
- Utilización de más de un nivel de carga, aunque sin restricciones que los acoplen entre sí.

- Gestión hidráulica a lo largo del horizonte temporal, que es un aspecto fundamental en gran parte de los sistemas de generación de energía eléctrica.
- Incorporación del resto de restricciones consideradas, ya sean técnicas o por comportamientos estratégicos.

### 3.2.1. Formulación en un caso básico

La herramienta propuesta en el desarrollo de esta tesis permite calcular el equilibrio de mercado en sistemas muy complejos realizando simplificaciones realistas. Para facilitar el desarrollo, en este epígrafe se describe el procedimiento utilizado en un **caso básico**. Las suposiciones que se realizan son las siguientes:

- Se analiza un único nivel de carga de duración unitaria.
- No existen restricciones técnicas, ni límites en la producción de las empresas.
- La demanda es inelástica.
- Las funciones de coste de cada empresa tienen derivada continua y creciente.

La formulación del equilibrio de mercado se puede obtener como una extensión del problema clásico de minimización de costes, motivo por el que en primer lugar se formula este caso. En un entorno tradicional existe un operador centralizado cuyo objetivo es minimizar el coste de explotación del sistema.

#### 3.2.1.1. Minimización de costes

Si  $e = 1, \dots, E$  son las empresas que toman parte en el mercado, el comportamiento del sistema se puede modelar a través del siguiente **problema de minimización** ([Wood, 1984], [Gómez, 2002]):

$$\min_{P_e} \sum_{e=1}^E C_e(P_e)$$

Sujeto a:

Ecuación 3.14

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \beta$$

La notación utilizada es la ya introducida:  $P_e$  es la producción total de la empresa  $e$  (tanto en potencia como en energía, ya que se ha supuesto duración unitaria),  $C_e$  es su función de coste para un nivel de producción,  $D$  es la



demanda inelástica del sistema, y  $\beta$  es la variable dual<sup>3</sup> de la restricción de balance de potencia. Esta variable dual es, por definición, la variación de la función objetivo (coste total del sistema) al modificar el término independiente de la restricción (la demanda). Esto es, coincide con la definición de coste marginal de generación del sistema, de uso frecuente en los sistemas de energía eléctrica [Pérez-Arriaga, 1994].

La teoría marginalista demuestra ([Segura, 1986], [Tirole, 1990], [Varian, 1992]) que, en **mercados de competencia perfecta** (en los que ninguna empresa es capaz de modificar el funcionamiento del mercado en su propio beneficio), el comportamiento del mercado se puede representar mediante un problema de minimización de costes como el que se ha presentado. Las ofertas que presentan las empresas coinciden con su función de coste marginal, por lo que un grupo produce si, y sólo si, su coste marginal es menor o igual al precio marginal del sistema (que corresponde a la variable dual de la restricción de balance de potencia).

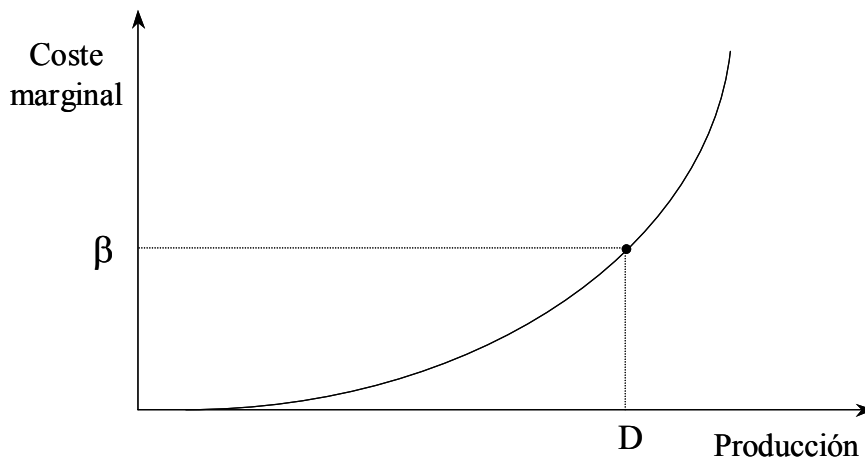


Figura 3.1 Función de coste marginal del sistema

En el óptimo, se cumple:

$$\beta = \frac{\partial \sum_{e=1}^E C_e}{\partial \sum_{e=1}^E P_e} = \frac{\partial C_e}{\partial P_e} = CM_e(P_e) \quad \forall e \tag{Ecuación 3.15}$$

---

<sup>3</sup> Cada una de las restricciones consideradas en un problema de optimización tienen asociadas unas cantidades llamadas por los matemáticos *variables duales* o *multiplicadores de Lagrange*, o simplemente *multiplicadores*. Los economistas suelen referirse a estas mismas cantidades como *precios sombra*. El significado matemático es el incremento en la función objetivo cuando la restricción se perturba o incrementa en una unidad, es decir, la derivada (siempre que exista) de la función objetivo respecto del término independiente, [Nocedal, 1999]. A lo largo de la tesis, las variables duales de interés se escribirán a la derecha de la ecuación a la que correspondan.

Es decir, el coste (o precio) marginal del sistema coincide con el coste marginal  $CM_e$  de cada una de las empresas.

### 3.2.1.2. Mercados de competencia imperfecta

En un mercado imperfecto, los participantes tienen la capacidad de alterar el funcionamiento del mercado, tanto para aumentar sus beneficios como para conseguir sus objetivos de medio o largo plazo. El enfoque propuesto en esta tesis supone que los agentes tratarán de **maximizar sus beneficios**, mientras que el resto de objetivos que persigan se introducirán mediante restricciones adicionales. En primer lugar se presenta el enfoque de un modo intuitivo análogamente al caso de minimización de costes para, después, demostrar la equivalencia formal con el caso de equilibrio de mercado.

De este modo, aparecen las ecuaciones de equilibrio de mercado descritas en el apartado 3.1. En ellas, el ingreso marginal  $IM_e$  se iguala al coste marginal para cada empresa<sup>4</sup>:

$$IM_e(P_e) = \lambda - \left| \frac{\partial \lambda}{\partial P_e} \right| \cdot P_e = \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} = CM_e(P_e) \quad \forall e \quad \text{Ecuación 3.16}$$

En la Ecuación 3.16 se ha utilizado el valor absoluto de la variación del precio respecto a la producción de cada agente. Este término será negativo, puesto que cuanto mayor es la producción en el sistema, menor es el precio.

Comparando estas ecuaciones con las obtenidas en el caso de competencia perfecta, se observa que existe un término que diferencia el precio del coste marginal de cada empresa. Este término es debido al poder de mercado de las empresas y, como se ve, es creciente con su nivel de producción. Este resultado es lógico ya que, cuanto más producción tenga una empresa, menos interesada estará en introducir más producción, ya que esto hará disminuir el precio que recibe por el total de su generación.

La **conjetura** utilizada en la formulación propuesta en esta tesis es la variación del precio de mercado respecto de la producción de cada empresa. Es decir, se trata de suponer conocidas las pendientes de la demanda residual de cada una de las empresas.

En el epígrafe 3.4.2 se profundiza sobre el cálculo práctico de la variación conjetural, necesaria para determinar el punto de equilibrio. En cualquier caso, suponiendo un comportamiento estable del mercado, se puede considerar que estas pendientes son conocidas, o bien se pueden calcular mediante sus valores implícitos a partir de los resultados del mercado.

---

<sup>4</sup> En el Capítulo 4 se profundiza en el significado e importancia del ingreso y el coste marginal.

Llamando  $\theta_e$  al valor absoluto de la derivada del precio respecto a la producción de la empresa  $e$ , podemos reescribir la anterior ecuación como:

$$\lambda = CM_e(P_e) + \theta_e(P_1, P_2, \dots, P_E) \cdot P_e \quad \forall e \quad \text{Ecuación 3.17}$$

Aunque, de hecho, la variación conjetural  $\theta_e$  es una función de la producción de todas las empresas, el cálculo del punto de equilibrio únicamente precisa conocer sus valores en torno al punto de casación. Así pues, de ahora en adelante, se supondrá que  $\theta_e$  es una constante conocida (en el apartado 3.4.2 se profundiza sobre su estimación).

Se define ahora el *coste marginal ampliado*  $\overline{CM}_e(P_e)$  para cada empresa, como:

$$\overline{CM}_e(P_e) = CM_e(P_e) + \theta_e \cdot P_e \quad \text{Ecuación 3.18}$$

En este caso, la ecuación de equilibrio indica que el nivel de producción de cada una de las empresas es tal que su coste marginal ampliado se iguala al precio de mercado, tal y como se ve en la Figura 3.2.

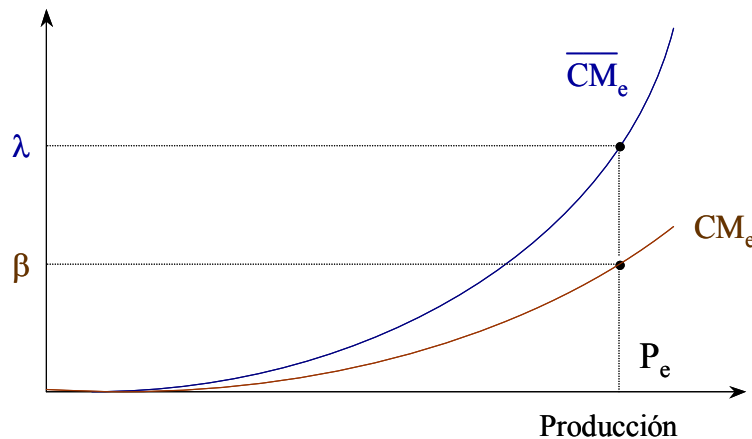


Figura 3.2 Comparación de minimización de costes y mercado imperfecto

Se puede observar cómo, para que una empresa llegue al mismo nivel de producción, es necesario un precio más alto en el equilibrio de mercado ( $\lambda$ ) que al considerar minimización de costes ( $\beta$ ). O visto de otro modo, para un mismo nivel de precio (o coste marginal), la empresa tiene una producción mayor al considerar minimización de costes que al considerar el equilibrio de mercado.

Así pues, el cálculo del equilibrio de mercado se reduce a calcular unas producciones  $P_e$  que satisfagan dos condiciones: 1) los costes marginales ampliados de todas las empresas sean iguales; y 2) la suma de las producciones sea igual a la demanda.

Se define una función  $\overline{C}_e(P_e)$ , denominada *coste ampliado* como:

$$\bar{C}_e(P_e) = C_e(P_e) + \frac{\theta_e \cdot P_e^2}{2} \quad \text{Ecuación 3.19}$$

Obsérvese que la derivada de la función de coste ampliado respecto a la producción de la empresa coincide con la función de coste marginal ampliado anteriormente definida.

$$\frac{\partial \bar{C}_e(P_e)}{\partial P_e} = \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} + \theta_e \cdot P_e = \overline{CM}_e(P_e) \quad \text{Ecuación 3.20}$$

Así pues, el cálculo del equilibrio de mercado se puede realizar de manera análoga a lo que se hace en el caso de minimización de costes. En este último caso, se minimiza la suma de las funciones de coste, de modo que los costes marginales de todas las empresas son iguales, y coinciden con la variable dual de la restricción de balance de potencia (que es el precio marginal del sistema).

El cálculo del equilibrio se puede realizar minimizando la suma de las funciones de coste ampliado, de modo que los costes marginales ampliados de todas las empresas se igualen, y a su vez coincidan con la variable dual de la misma restricción. El problema de minimización equivalente resulta:

$$\min_{P_e} \sum_{e=1}^E \bar{C}_e(P_e) \quad \text{Sujeto a:} \quad \text{Ecuación 3.21}$$

$$D = \sum_{e=1}^E P_e \quad : \quad \lambda$$

Este método de resolución tiene la importante propiedad de que el precio marginal continúa siendo la variable dual de la restricción de balance generación-demanda, tal y como se demuestra a continuación.

### 3.2.1.3. *Equivalencia del problema de optimización con el equilibrio de mercado*

La exposición anterior se ha realizado desde un punto de vista intuitivo. Seguidamente se va a demostrar la equivalencia del problema de optimización descrito en la Ecuación 3.21 con el problema del cálculo de equilibrio de mercado de la Ecuación 3.16.

La solución del problema de minimización de la suma de las funciones de coste ampliado se puede calcular introduciendo la restricción de balance en la función objetivo utilizando la función lagrangiano  $\mathcal{L}(P_e, \lambda)$  [Bertsekas, 1982], [Nocedal, 1999].

En este caso, se trata de buscar un punto de silla<sup>5</sup> en esta función, de manera que se minimicen las variables primales y se maximicen las variables duales:

$$\min_{P_e} \max_{\lambda} \mathcal{L}(P_e, \lambda)$$

$$\mathcal{L}(P_e, \lambda) = \sum_{e=1}^E \bar{C}_e(P_e) - \lambda \cdot \left( \sum_{e=1}^E P_e - D \right)$$

Ecuación 3.22

El óptimo se alcanzará cuando la derivada de esta nueva función objetivo respecto a las variables de decisión sea nula:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 = \sum_{e=1}^E P_e - D$$

Ecuación 3.23

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, \lambda)}{\partial P_e} = 0 = \frac{\partial \bar{C}_e(P_e)}{\partial P_e} - \lambda = \overline{CM}_e(P_e) - \lambda$$

Y estas ecuaciones son exactamente las del problema de equilibrio de mercado que se desea resolver.

### Condiciones de optimalidad de segundo orden

En el cálculo del equilibrio de mercado que se ha desarrollado, únicamente se han utilizado las condiciones de optimalidad de primer orden. Sin embargo, es necesario asegurar que se cumplen también las condiciones de segundo orden.

Cuando una empresa está maximizando su beneficio, la condición de optimalidad de primer orden (utilizando la conjetura propuesta) es:

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e} = \lambda + \theta_e \cdot P_e - CM_e(P_e) = 0$$

Ecuación 3.24

La condición de segundo orden para garantizar que se trata de un máximo es:

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial P_e^2} = -\theta_e + \theta_e - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} = -\frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} < 0$$

Ecuación 3.25

---

<sup>5</sup> Dada una función real de  $n$  variables  $f(x_1, \dots, x_n): A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , se denomina *punto estacionario* o *punto crítico* a todo aquel  $(y_1, \dots, y_n)$  en el que se anulan las derivadas primeras respecto de todas las variables, es decir,  $\nabla f(y_1, \dots, y_n) = 0$ . Un *punto de silla* es un punto estacionario que es máximo respecto de algunas variables (por ejemplo,  $x_1, \dots, x_k$ ), y mínimo respecto del resto ( $x_{k+1}, \dots, x_n$ ). Esto es,  $f(x_1, \dots, x_k, y_{k+1}, \dots, y_n) \leq f(y_1, \dots, y_n)$ ;  $\forall (x_1, \dots, x_k, y_{k+1}, \dots, y_n) \in A$  y  $f(y_1, \dots, y_n) \leq f(y_1, \dots, y_k, x_{k+1}, \dots, x_n)$ ;  $\forall (y_1, \dots, y_k, x_{k+1}, \dots, x_n) \in A$ . Es decir, en todo entorno de un punto de silla hay puntos, tanto que toman un valor mayor, como que toman un valor menor.

Dado que se ha considerado que la función de coste marginal de cada agente es creciente, está garantizado que las condiciones representadas en la Ecuación 3.24 aseguran el cálculo de un máximo en el beneficio de las empresas.

El siguiente paso debe de ser mostrar cómo, en el problema de optimización equivalente (Ecuación 3.21), las condiciones de segundo orden aseguran que el punto que se está obteniendo es un mínimo de la función objetivo. Las condiciones de segundo orden para un problema de minimización con restricciones se analizan en [Nocedal, 1999]. Concretando en el modelo propuesto, en [Barquín, 2004] se encuentra la demostración de que las condiciones de segundo orden del problema completo corresponden a las de un mínimo. Esta demostración es válida para la formulación general del modelo que se plantea a lo largo de este capítulo y el Capítulo 5, por lo que, en adelante, no se volverá a hacer mención de ellas.

En conclusión, en este epígrafe se ha descrito un método de resolución que permite calcular el punto de equilibrio de mercado mediante la resolución de un problema de optimización equivalente. Esta solución se podría calcular mediante la resolución de un sistema de ecuaciones si se conociera analíticamente la función de coste marginal de cada empresa. Con el enfoque propuesto se puede calcular el punto de equilibrio considerando cualquier función de coste que cumpla unas características determinadas. Asimismo, permite complicar considerablemente el problema para poder modelar adecuadamente la operación real del mercado, de manera que se sigue resolviendo mediante un problema de optimización equivalente.

En los siguientes epígrafes se van introduciendo restricciones y características concretas de los mercados de generación de energía eléctrica, para llegar a la formulación general, que se detalla matemáticamente en el Anexo A.

### 3.2.2. Una variación conjetural alternativa

Como se ha indicado, el modelo propuesto considera conocida la variación conjetural del precio respecto de la producción de cada una de las empresas en torno al punto de casación. En este epígrafe se presenta una **conjetura alternativa** que es equivalente a la del caso anterior y además puede resultar más útil en algunas ocasiones.

En buena parte de los mercados eléctricos que llevan un cierto tiempo en funcionamiento, se puede disponer de datos históricos del comportamiento de los agentes participantes<sup>6</sup>. Estos datos históricos permiten calcular las

---

<sup>6</sup> A pesar de que la transparencia es un principio básico en cualquier mercado competitivo, no existe uniformidad de criterio sobre la conveniencia de publicar las ofertas presentadas en los mercados eléctricos [Centeno, 2003]. Esta controversia ha originado que existan diferentes

variaciones conjeturales  $\theta_e$  del precio respecto de la producción de los agentes. No obstante, puede ser más fácil y más intuitivo utilizar como parámetros del modelo las pendientes de oferta de las empresas. Si se dispone de las curvas de oferta históricas, se pueden linealizar a tramos [García, 2001] y calcular su pendiente  $\alpha_e(P_e)$ . La equivalencia con la variación conjetural utilizada es inmediata, pues:

$$\theta_e = \frac{1}{\sum_{i \neq e} \alpha_i} \tag{Ecuación 3.26}$$

Donde se ha denominado  $\alpha_e$  a la pendiente de la oferta en torno al punto de casación. También se pueden despejar las pendientes de oferta de las ecuaciones anteriores y expresarlas en función de la variación conjetural utilizada en la formulación. Siendo  $E$  el número de empresas existentes, se tiene:

$$\alpha_e = \frac{1}{E-1} \cdot \left( \sum_{i \neq e} \frac{1}{\theta_i} - \frac{E-2}{\theta_e} \right) \tag{Ecuación 3.27}$$

### 3.2.3. Consideración de demanda elástica

El cálculo del equilibrio de mercado se puede ampliar para el caso en que se considere una función de **demanda lineal con el precio**. Siendo  $\alpha_0$  la pendiente de la demanda y  $D^0$  la demanda para precio nulo, se supondrá:

$$D = D^0 - \lambda \cdot \alpha_0 \tag{Ecuación 3.28}$$

En este caso, el equilibrio de mercado se puede calcular añadiendo un término de disutilidad de la demanda  $-U(D)$  a las funciones de coste ampliado:

$$\min_{P_e, D} \sum_{e=1}^E \bar{C}_e(P_e) - U(D)$$

Sujeto a: Ecuación 3.29

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \lambda$$

niveles de disponibilidad de información: publicación de todas las ofertas (explicitando el ofertante o de manera anónima), de las curvas de oferta y demanda agregadas, o incluso no proporcionar ninguna información.

Siendo

$$U(D) = \int_0^D \lambda(D) \cdot dD = \frac{1}{\alpha_0} \cdot \left( D \cdot D^0 - \frac{D^2}{2} \right) \quad \text{Ecuación 3.30}$$

Veamos que, en efecto, la formulación de la Ecuación 3.29 es equivalente al problema de equilibrio de mercado con demanda elástica, mediante la función lagrangiano. Introduciendo la ecuación de balance de potencia en la función objetivo, resulta:

$$\min_{P_e, D} \max_{\lambda} \mathcal{L}(P_e, D, \lambda) \quad \text{Ecuación 3.31}$$

$$\mathcal{L}(P_e, D, \lambda) = \sum_{e=1}^E \bar{C}_e(P_e) - \frac{1}{\alpha_0} \cdot \left( D \cdot D^0 - \frac{D^2}{2} \right) - \lambda \cdot \left( \sum_{e=1}^E P_e - D \right)$$

Derivando respecto a las variables de decisión e igualando a cero, se obtiene:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, D, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 = \sum_{e=1}^E P_e - D$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, D, \lambda)}{\partial D} = 0 = -\frac{D^0 - D}{\alpha_0} + \lambda \Rightarrow D = D^0 - \lambda \cdot \alpha_0 \quad \text{Ecuación 3.32}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, D, \lambda)}{\partial P_e} = 0 = \frac{\partial \bar{C}_e(P_e)}{\partial P_e} - \lambda = \overline{CM}_e(P_e) - \lambda$$

Éstas son exactamente las ecuaciones de equilibrio de mercado con demanda elástica modelada mediante una función lineal decreciente con el precio.

La consideración de demanda elástica también modifica la relación entre la variación conjetural y las pendientes de las curvas de oferta. Ahora se tiene:

$$\theta_e = \frac{1}{\alpha_0 + \sum_{i \neq e} \alpha_i} \quad \text{Ecuación 3.33}$$

Recíprocamente, se pueden expresar las pendientes de las curvas de oferta en función de la variación conjetural utilizada en la formulación:

$$\alpha_e = \frac{1}{E-1} \cdot \left( \sum_{i \neq e} \frac{1}{\theta_i} - \frac{E-2}{\theta_e} - \alpha_0 \right) \quad \text{Ecuación 3.34}$$



### 3.2.4. Limitación en la producción de las empresas

En la práctica, los niveles de producción de una empresa no pueden ser tan elevados como se desee, sino que están limitados. Seguidamente, se considerará el cálculo del equilibrio de mercado si, al caso básico, se le añaden unos límites  $\bar{P}_e$  a la producción de las empresas participantes. Se va a mostrar que este cálculo se puede realizar mediante la formulación del caso básico (Ecuación 3.21), incluyendo la restricción que limita la producción de cada empresa.

En este caso, el punto de equilibrio que se busca será el que hace que se maximice el beneficio de cada una de las empresas, teniendo en cuenta las restricciones sobre la producción. Es decir, para cada empresa:

$$\max_{P_e} B_e = \lambda \cdot P_e - C_e(P_e)$$

Sujeto a: Ecuación 3.35

$$P_e \leq \bar{P}_e \quad : \quad \pi_e^P$$

Para cualquier empresa, esta formulación puede dar lugar a dos posibles soluciones. La **primera solución** se da en el caso de que el máximo de la función de beneficio se encuentre para una producción  $P_e$  menor a su producción máxima. En este caso, la restricción de producción máxima no está activa, por lo que el máximo se encuentra en un punto en el que el ingreso marginal y el coste marginal se igualan, como se ha detallado en el caso básico.

$$\lambda - \theta_e \cdot P_e = CM_e(P_e) \quad \text{Ecuación 3.36}$$

En cuanto a la **segunda solución**, se obtiene si el máximo de la función de beneficio resulta para el nivel máximo de producción. En este caso, se puede hallar una ecuación similar a la anterior, pero utilizando de nuevo el lagrangiano de la función de beneficio. Para ello, se introduce la restricción activa (la producción de la empresa coincide con la producción máxima) multiplicada por su variable dual  $\pi_e^P$ , y se buscan los puntos de silla de la función lagrangiano.

$$\max_{P_e} \min_{\pi_e^P} \mathcal{L}_e(P_e, \pi_e^P) = \lambda \cdot P_e - C_e(P_e) - \pi_e^P \cdot (P_e - \bar{P}_e) \quad \text{Ecuación 3.37}$$

Derivando e igualando a cero:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_e, \pi_e^P)}{\partial P_e} = 0 \Rightarrow \lambda - \theta_e \cdot P_e = CM_e(P_e) + \pi_e^P \quad \text{Ecuación 3.38}$$

Conviene hacer alguna aclaración respecto a la Ecuación 3.38. En primer lugar, es una ecuación que se cumple para todas las empresas, ya que, para aquellas que no han llegado a su producción máxima, la variable dual de la restricción será nula. Por otro lado, hay que indicar que la variable dual señalada es positiva (o nula), ya que se trata de la variación que se produce en la función objetivo (beneficio), al variar la producción máxima de la empresa. Así, si la producción máxima aumenta, la función objetivo aumenta (o se mantiene), y si la producción máxima disminuye, también lo hará el beneficio.

El término que está a la izquierda en la ecuación anterior, es el *ingreso marginal* de la empresa, ya que es el ingreso adicional que obtendría por producir una energía adicional. En cambio, el término de la derecha no tiene un significado tan claro. En esta tesis se ha tomado el criterio de que la derivada de la función de coste respecto a la producción es el *coste marginal* de la empresa. En el caso de que la empresa esté a su nivel máximo de producción, la única variación que puede realizar es disminuir su producción, por lo que se utiliza la derivada por la izquierda, tal y como se muestra en la Figura 3.3. En el Capítulo 4 se profundiza en el concepto y significado del ingreso y el coste marginal.

Por tanto, la variable dual de la restricción de producción máxima es la diferencia entre el ingreso marginal y el coste marginal de la empresa. Si la empresa no está saturada (en su límite de producción), la diferencia es nula, pero si lo está la variable dual será positiva. El significado e importancia de esta variable dual y otras similares se discute igualmente en el Capítulo 4.

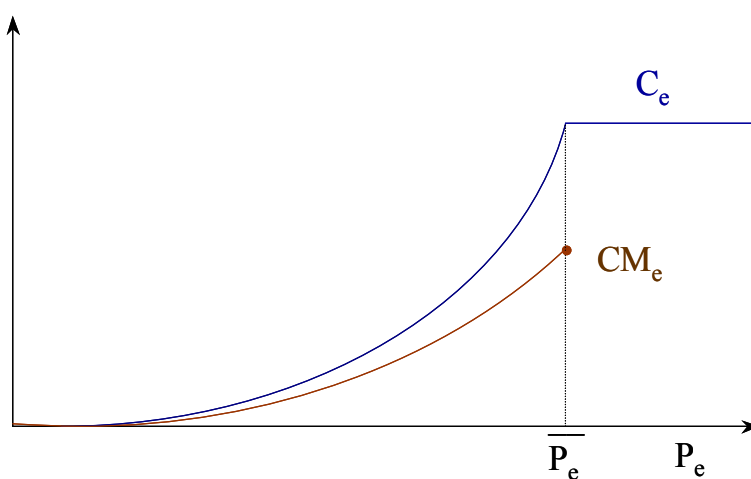


Figura 3.3 Funciones de coste y coste marginal con producción máxima

En definitiva, al introducir un límite de producción para las empresas, las ecuaciones de equilibrio de mercado se modifican según la Ecuación 3.38. El cálculo de este punto de equilibrio se puede realizar simplemente añadiendo las

restricciones de producción máxima al problema de optimización del caso básico.

$$\min_{P_e} \sum_{e=1}^E \bar{C}_e(P_e)$$

Sujeto a:

Ecuación 3.39

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \lambda$$

$$P_e \leq \bar{P}_e \quad : \quad \pi_e^P$$

### 3.2.5. Consideración de contratos firmados por las empresas

La consideración de contratos firmados por las empresas modifica el equilibrio de mercado, ya que se modifica su función de beneficio. En esta tesis se han considerado dos tipos de contratos: **contratos físicos bilaterales**, que tienen que ser proporcionados físicamente por la empresa, y **contratos financieros por diferencias**.

Los físicos bilaterales son contratos en firme, por los que una empresa se compromete a suministrar una cantidad de energía a un precio determinado. Esta energía no se vende a través del mercado, por lo que debe ser considerada como una demanda aparte.

Por otro lado, en un contrato por diferencias, una empresa de generación que vende al mercado, y un consumidor que compra del mercado, acuerdan un precio seguro para una cierta cantidad de energía contratada. De este modo, si el precio de mercado es inferior al del contrato, el consumidor pagará la diferencia al generador. En cambio, si el precio de mercado es superior al del contrato, será la empresa generadora la que pagará la diferencia al consumidor.

A partir de lo anterior, si la empresa  $e$  tiene una cantidad  $P_{c_e}$  contratada por diferencias a un precio  $\lambda_{c_e}$ , y una cantidad  $P_{b_e}$  por contratos físicos bilaterales a un precio  $\lambda_{b_e}$ , su función de beneficio resulta:

$$B_e = \lambda \cdot P_e - C_e(P_e) + (\lambda_{c_e} - \lambda) \cdot P_{c_e} + (\lambda_{b_e} - \lambda) \cdot P_{b_e} \quad \text{Ecuación 3.40}$$

Habiéndose considerado que la potencia  $P_e$  generada por la empresa es la suma de la potencia que va al mercado ( $P_e - P_{b_e}$ ) más la potencia comprometida en contratos físicos bilaterales. Con esta función de beneficio, las condiciones de maximización de beneficio resultan:

$$\lambda - \theta_e \cdot (P_e - P_{c_e} - P_{b_e}) = CM_e(P_e) \quad \forall e$$

Ecuación 3.41

$$\sum_{e=1}^E P_e = D + \sum_{e=1}^E P_{b_e}$$

Como se puede observar, el término que diferencia el precio marginal del coste marginal se reduce al introducir contratos, del mismo modo que reduce la producción que la empresa tiene expuesta al precio de mercado. Esto confirma la idea intuitiva de que la firma de contratos mitiga el poder de mercado de los agentes participantes.

En la ecuación de balance de potencia,  $D$  es la demanda de mercado, por lo que hay que sumarle la potencia de los contratos físicos de todas las empresas.

El cálculo de este nuevo equilibrio de mercado se puede hacer exactamente igual que en el caso sin contratos, realizando únicamente una modificación a las funciones de coste ampliado:

$$\bar{C}_e(P_e) = C_e(P_e) + \frac{\theta_e \cdot (P_e - P_{c_e} - P_{b_e})^2}{2} \quad \text{Ecuación 3.42}$$

La comprobación de la equivalencia de ambos enfoques se realiza exactamente igual que se ha hecho en el caso básico.

Un comentario interesante se puede realizar en referencia al significado del signo de  $(P_e - P_{c_e} - P_{b_e})$ . Cuando este término es positivo, significa que la empresa sigue teniendo parte de su producción expuesta al precio de mercado y, en consecuencia, está interesada en un precio tan elevado como sea posible. En esta situación, se dice que la empresa está *larga*, ya que dispone de más producción de la que tiene comprometida.

En cambio, si el término es negativo, la empresa tiene más generación comprometida que su propia producción. En este caso, la empresa tendrá que adquirir su "déficit" de producción en el mercado, si se trata de contratos físicos, o bien abonar la diferencia entre el precio de mercado y el precio del contrato, si se trata de contratos financieros por diferencias. En ambos casos, estará interesada en un precio lo menor posible. En esta situación, se dice que la empresa está *corta*.

Para finalizar, es necesario detallar las hipótesis asumidas para que el desarrollo realizado sea correcto. En primer lugar, se ha supuesto la ausencia de posibilidades de arbitraje, así como la existencia de liquidez en el mercado de contratos financieros. Por otro lado, el desarrollo anterior se ha realizado con un enfoque un tanto miope. Esto es así debido a que se ha supuesto, implícitamente, que el precio de los contratos que firman las empresas es una variable independiente del mercado. En un análisis de largo plazo, es claro que

el precio de los contratos (al menos de alguno de ellos) en un año determinado está fuertemente relacionado con el precio del mercado en los años anteriores. Este hecho se puede modelar en la operación de medio plazo disminuyendo la potencia contratada, ya que la correlación del precio de los contratos futuros con el precio de mercado disminuye la cobertura de riesgo de la empresa.

### 3.2.6. Agentes tomadores de precio

Se dice que un agente participante en un mercado es un **tomador de precio** cuando su objetivo no es modificar el precio del mercado de cara a aumentar sus beneficios o conseguir sus objetivos. De este modo, un agente tomador de precio se comportará como si participase en un mercado de competencia perfecta, produciendo mientras su coste marginal esté por debajo del precio de mercado (dicho de otra forma, ofertando a sus costes marginales). En esta tesis se han considerado dos maneras de representar los agentes tomadores de precio.

Por un lado, a las empresas que, por algún motivo, se comportan como tales. Por ejemplo, en un sistema semiliberalizado, con empresas públicas y privadas, es de esperar que las empresas públicas se comporten como tomadoras de precio, ofertando sus grupos a su coste marginal. La forma en la que se representan estas empresas en el modelo propuesto en esta tesis es considerando en la función objetivo únicamente sus costes, en lugar de los costes ampliados. Dicho de otro modo, tomando  $\theta = 0$ .

Por otro lado, también se ha considerado la existencia de otros agentes, que se han denominado *agentes marginalistas* y que son agentes tomadores de precio para los que no se detallan los grupos y costes de producción. Los agentes marginalistas representan situaciones como pueden ser:

1. Ofertas de venta (importaciones) de otros países o áreas, que no intentan modificar el precio de mercado en beneficio propio. De dichas importaciones únicamente es preciso conocer la cantidad y el precio que se oferta en el mercado. Cada una de las ofertas será aceptada en el mercado si su precio es menor que el precio resultante de la casación.
2. Ofertas de compra (exportaciones) de otros países o áreas. De igual modo a las anteriores, se caracterizan por una cantidad y un precio de oferta. En este caso, las ofertas serán aceptadas si su precio es superior al resultante en la casación del mercado.
3. Otras ofertas de compra o de venta de agentes que no intentan modificar el comportamiento del mercado.

La representación de los agentes marginalistas se realiza según se detalla a continuación. Cualquier agente marginalista  $m = 1 \dots M$  se considera que puede

realizar tanto ofertas de venta (una generación de potencia  $\overline{pm}_m$  a un precio  $\lambda p_m$ ) como de compra (una demanda de potencia  $\overline{dm}_m$  a un precio  $\lambda d_m$ ). Para representar esta situación, en la función objetivo se introducen dos términos adicionales. Por un lado, el coste de la generación de los agentes marginalistas que ha sido aceptada en el mercado (que se representa con la variable de decisión  $pm_m$ ). Por otro, la utilidad de la demanda de los agentes marginalistas que ha sido aceptada (representada por la variable  $dm_m$ ). Esta utilidad no es más que la potencia aceptada multiplicada por el precio de compra. De este modo, el problema equivalente es:

$$\min_{P_e, pm_m, dm_m} \sum_{e=1}^E \overline{C}_e(P_e) + \sum_{m=1}^M [pm_m \cdot \lambda p_m - dm_m \cdot \lambda d_m]$$

Sujeto a:

Ecuación 3.43

$$\sum_{e=1}^E P_e + \sum_{m=1}^M pm_m - \sum_{m=1}^M dm_m = D \quad : \quad \lambda$$

$$0 \leq pm_m \leq \overline{pm}_m \quad 0 \leq dm_m \leq \overline{dm}_m$$

Para un agente marginalista de venta, se pueden dar tres posibles situaciones:

1. Que la potencia aceptada en el mercado sea nula, si su precio de oferta es mayor que el precio resultante en el mercado. En este caso, está activa la restricción de que la potencia aceptada ha de ser no negativa.
2. Que la potencia aceptada en el mercado sea igual a su oferta, si su precio de oferta es menor que el precio de mercado, estando activa la restricción de potencia máxima.
3. Que su potencia ofertada tome un valor intermedio, lo cual sólo se puede dar si el precio de mercado es igual a su precio de oferta. Este último caso se da si no hay ninguna restricción activa sobre la potencia aceptada, ya que es el agente marginalista el que está "marcando" el precio de mercado.

Para un agente marginalista de compra existen tres situaciones análogas, aunque simétricas respecto a la relación entre el precio de mercado y el precio de oferta.

### 3.2.7. Consideración de grupos en las empresas

Hasta el momento se ha considerado que las funciones de coste de las empresas son funciones con derivada continua y creciente. Esta situación podría corresponder a empresas que únicamente disponen de un grupo de generación (representado, por ejemplo, con función de coste cuadrática [Wood, 1984]). Sin

embargo, la situación habitual es la de empresas que disponen de un conjunto de grupos de generación, cada uno de los cuales pueden tener unas características técnicas y económicas diferentes.

Esta consideración modifica el caso de equilibrio básico que se ha descrito, puesto que se modifican las funciones de coste marginal de las empresas. En general, al considerar que una empresa posee una serie de grupos de generación, tanto su **función de coste** como de coste marginal son funciones **a tramos**, pudiendo llegar a adoptar formas y expresiones sumamente complicadas. En los estudios de corto plazo [García, 2001], [Baíllo, 2002], se analizan en detalle estas estructuras de coste, puesto que resultan de gran importancia para la operación semanal o diaria. En cambio, al realizar análisis de medio y largo plazo se han de realizar ciertas simplificaciones que faciliten el tratamiento de las funciones de coste.

En primer lugar, supongamos que cada grupo de generación tiene un único coste variable, que es el coste por unidad de energía. Así pues, cada uno de los tramos de la función de coste marginal de una empresa se corresponderá con cada uno de los grupos de dicha empresa, siendo el coste marginal de la empresa en dicho tramo igual al coste variable del grupo correspondiente. La función de coste marginal y la de coste marginal ampliado tendrán un aspecto como el que se muestra en la Figura 3.4.

A una empresa le interesará producir mientras su ingreso marginal supere a su coste marginal. O, dicho de otro modo, mientras el precio de mercado sea superior a su coste marginal ampliado. De este modo, se pueden producir dos situaciones, que se han reflejado en la Figura 3.4.

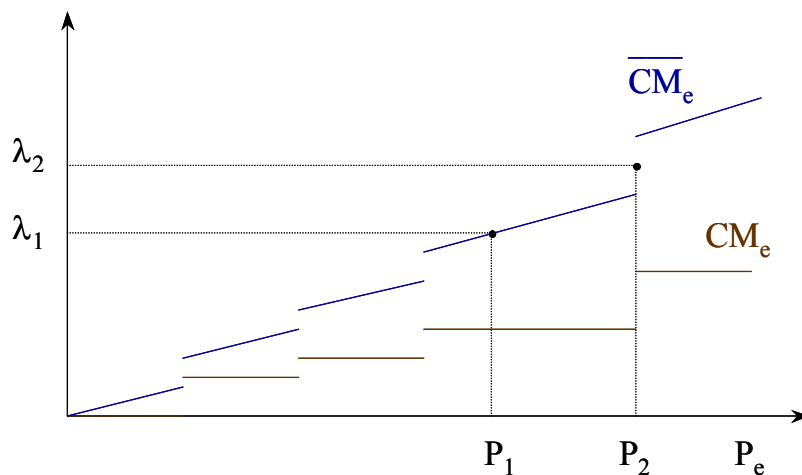


Figura 3.4 Funciones de coste al considerar grupos

En la primera situación el precio ( $\lambda_1$ ) se corresponde con el coste marginal ampliado para un nivel de producción ( $P_1$ ) en el que un grupo está a media carga. Así pues, el coste marginal y el ingreso marginal coinciden.

Análogamente al contexto de minimización de costes, al grupo que está a media carga se le denomina *grupo marginal* de la empresa. Es importante hacer notar que cada empresa tendrá su propio grupo marginal, y los costes de estos grupos pueden diferir significativamente dependiendo de su función de coste marginal ampliado.

En cambio, en la segunda situación, el precio ( $\lambda_2$ ) se corresponde con un nivel de producción ( $P_2$ ) en el que hay algunos grupos produciendo a plena carga, mientras que el resto están sin producir. Como se puede observar, en este caso el ingreso marginal y el coste marginal no coinciden, sino que existe una diferencia entre ellos, de forma similar a la que se ha visto en el caso en el que se impone una producción máxima a la empresa (3.2.4). En este caso no se puede decir que exista ningún grupo marginal para la empresa considerada, aunque se podría definir un grupo marginal para subir producción, y otro para bajarla producción.

El punto de equilibrio se puede calcular incluyendo como nuevas variables de decisión las producciones de los grupos, en lugar de las producciones de las empresas (que se calculan a partir de aquéllas). También es necesario añadir las restricciones de potencia máxima de cada uno de los grupos presentes. Es decir, si  $P_g$  es la potencia generada por el grupo  $g$  ( $g = 1..G$ ), que tiene una potencia máxima  $\overline{P}_g$ , y un coste variable  $\delta_g$ , será:

$$\min_{P_g} \sum_{e=1}^E \overline{C}_e(P_e)$$

Sujeto a:

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \lambda \quad \text{Ecuación 3.44}$$

$$P_e = \sum_{g \in e} P_g$$

$$P_g \leq \overline{P}_g$$

La función de coste ampliado se puede desarrollar a partir de las producciones de los grupos y de la empresa:

$$\overline{C}_e(P_e) = C_e(P_e) + \frac{\theta_e \cdot P_e^2}{2} = \sum_{g \in e} [P_g \cdot \delta_g] + \frac{\theta_e \cdot P_e^2}{2} \quad \text{Ecuación 3.45}$$



3.2.7.1. *Consideración de costes de arranque, parada y vacío*

La curva típica de consumo de combustible para una central térmica es convexa y suave (Figura 3.5)

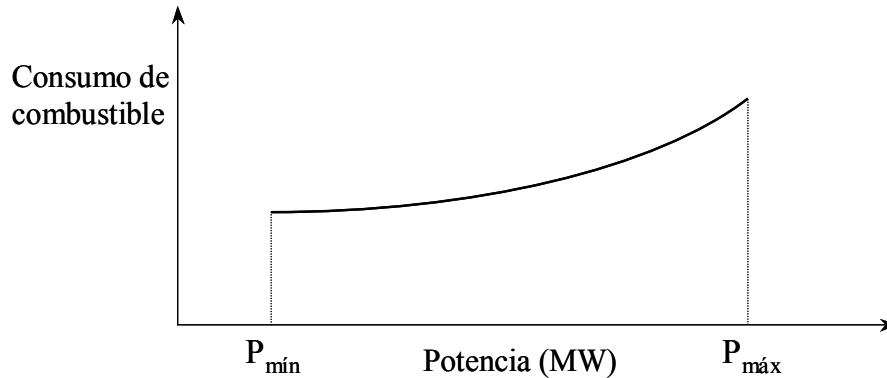


Figura 3.5 Curva típica de consumo de combustible

La limitación de carga mínima está producida por la estabilidad de la combustión, así como por restricciones inherentes al generador. Existen diferentes opciones para modelar esta curva [Wood, 1984]. Una de ellas es considerarla mediante una función cuadrática. En esta tesis se ha optado por aproximarla mediante una función lineal, lo cual es habitual en estudios de medio y largo plazo. Para ello, se suele utilizar un punto habitual de funcionamiento de la central. Es decir, si se trata de una central de base (con coste muy bajo, por lo que prácticamente siempre está a plena carga), se utilizaría la potencia máxima. Supongamos que se decide que se quiere linealizar para una carga  $P_{lin}$ , tal y como se muestra en la Figura 3.6.

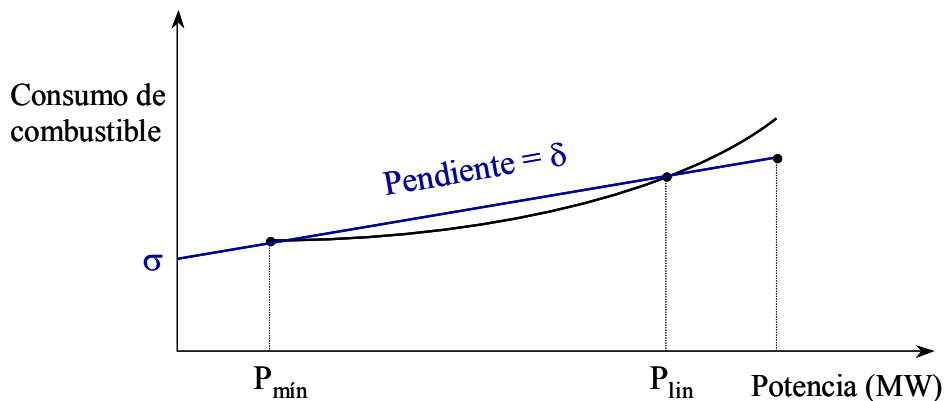


Figura 3.6 Linealización de la curva de consumo

El otro punto que se utiliza en la linealización es el mínimo técnico, ya que lo habitual es que un grupo (si no es de base), pase bastantes horas en su mínimo técnico. Esta linealización conduce a dos parámetros para el funcionamiento del grupo:

- **Coste variable**  $\delta$ , que es el coste por unidad de energía, es decir, el coste marginal del grupo.
- **Coste de vacío**  $\sigma$ , que supone un coste por hora de acoplamiento del grupo.

Además de estos dos costes, en la tesis se han considerado los **costes de arranque y parada**<sup>7</sup> para cada grupo. Todos ellos se han incluido como términos de la función de coste en la formulación completa del modelo (Anexo A).

### 3.2.8. Consideración de diferentes niveles de carga sin restricciones que los acoplen

En el caso básico se ha considerado el cálculo del equilibrio en un único nivel de carga de duración unitaria. En este epígrafe se va a extender dicho cálculo al caso multiperiodo, en el que se consideran **distintos niveles de carga** a lo largo de un cierto horizonte temporal. Ésta es una práctica habitual en los modelos de medio y largo plazo: agrupar las horas de características similares en diferentes niveles de carga, ya que considerar cada hora por separado no resulta práctico (debido a que se convierte en un problema computacionalmente inabordable y que no son necesarios resultados con tanto nivel de detalle).

El horizonte de estudio se ha dividido en **periodos, subperiodos y bloques**. Los periodos se corresponden con semanas, grupos de semanas, meses, o grupos de meses, según sea el detalle con el que se desea analizar el sistema y el alcance temporal que se quiere estudiar. Los subperiodos son días o grupos de días. Por último, los bloques de carga se corresponden con horas o conjuntos de horas<sup>8</sup>. En un periodo y subperiodo dados, las horas que están en un mismo bloque de carga se consideran iguales. Es decir, durante un bloque de carga, las condiciones técnicas y económicas (demandas, producciones, funciones de coste, etc.) que existen en el mercado y el sistema son constantes.

Ampliamos ahora el equilibrio del caso básico con la consideración de  $p = 1 \dots P$  periodos,  $s = 1 \dots S$  subperiodos y  $b = 1 \dots B$  bloques de carga. Este epígrafe aborda un primer paso, en el que se va a considerar que no existen restricciones que acoplen a los distintos niveles de carga, de modo que cada uno de ellos es independiente del resto. Así pues, en cada nivel de carga, el equilibrio de mercado corresponderá con unas producciones  $P_{epsb}$  de modo que, para cada

---

<sup>7</sup> La utilización de estos dos costes, así como del coste de vacío de los grupos, hace que la función de coste no resulta convexa si se utilizan variables enteras.

<sup>8</sup> La elección del número y distribución de los bloques de carga es un tema delicado. En concreto, si se escoge un bloque de punta (el que corresponde a la demanda mayor) o de valle (demanda más pequeña) con muchas horas, se pueden desvirtuar los resultados. En cambio, para los estudios de medio plazo es habitual que los bloques de llano (demanda intermedia) sean sensiblemente más largos que los de punta o valle.

empresa, su ingreso marginal se iguale con su coste marginal. Es decir, si  $\lambda_{psb}$  es el precio marginal y  $\theta_{epsb}$  son las variaciones conjeturales del precio con respecto a las producciones de las empresas en cada bloque de carga, las ecuaciones de equilibrio para el caso multiperiodo se formulan como:

$$\lambda_{psb} = CM_{epsb}(P_{epsb}) + \theta_{epsb} \cdot P_{epsb} \quad \forall e$$

Ecuación 3.46

$$\sum_{e=1}^E P_{epsb} = D_{psb}$$

Las funciones de coste  $C_{epsb}(P_{epsb})$ , así como las de coste marginal  $CM_{epsb}(P_{epsb})$ , se suponen distintas para cada nivel de carga, ya que de este modo se pueden representar diferentes situaciones del parque generador de una empresa, como pueden ser las indisponibilidades programadas (mantenimientos), o bien las variaciones en el precio de los combustibles.

El equilibrio de este problema multiperiodo se puede calcular de una manera análoga a la del caso básico, mediante la minimización de unas funciones de coste ampliado totales  $\bar{C}_{epsb}(P_{epsb})$  a lo largo de todo el horizonte temporal:

$$\min_{P_{epsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \bar{C}_{epsb}(P_{epsb})$$

Sujeto a:

Ecuación 3.47

$$\sum_{e=1}^E P_{epsb} = D_{psb}$$

$$: \quad \eta_{psb}$$

Las duraciones de los diferentes niveles de carga se representan por  $l_{psb}$ , mientras que  $\eta_{psb}$  es la variable dual de la restricción de balance de potencia en cada bloque. Por otro lado, la función de coste ampliado se define para el caso multiperiodo análogamente a como se hizo en el caso con un nivel de carga, aunque teniendo en cuenta la duración de los bloques.

$$\bar{C}_{epsb}(P_{epsb}) = C_{epsb}(P_{epsb}) + \frac{\theta_{epsb} \cdot P_{epsb}^2 \cdot l_{psb}}{2}$$

Ecuación 3.48

Como se observa en la Ecuación 3.48, la duración se ha tenido en cuenta implícitamente en las funciones de coste  $C_{epsb}(P_{epsb})$ . Además, al haber considerado que los niveles de carga no son de duración unitaria, la variable dual de la restricción de balance de potencia no coincide con el precio marginal, sino con su producto por la duración del bloque.

$$\lambda_{psb} = \frac{\eta_{psb}}{l_{psb}} \quad \text{Ecuación 3.49}$$

Veamos, a partir de la función lagrangiano, que las condiciones de optimalidad del problema son iguales a las ecuaciones de equilibrio de mercado.

$$\min_{P_{epsb}} \max_{\eta_{psb}} \mathcal{L}(P_{epsb}, \eta_{psb}) = \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \sum_{e=1}^E [\bar{C}_{epsb}(P_{epsb})] + \eta_{psb} \cdot \left( D_{psb} - \sum_{e=1}^E P_{epsb} \right) \right] \quad \text{Ecuación 3.50}$$

Derivando e igualando a cero:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_{epsb}, \eta_{psb})}{\partial \eta_{psb}} = 0 = D_{psb} - \sum_{e=1}^E P_{epsb}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_{epsb}, \eta_{psb})}{\partial P_{epsb}} = 0 = \frac{\partial C_{epsb}(P_{epsb})}{\partial P_{epsb}} + \theta_{epsb} \cdot P_{epsb} \cdot l_{psb} - \eta_{psb} \quad \text{Ecuación 3.51}$$

$$\Rightarrow \lambda_{psb} - \theta_{epsb} \cdot P_{epsb} = CM_{epsb}(P_{epsb})$$

Para el último paso se utiliza que la derivada de la función de coste en un bloque coincide con el producto del coste marginal por la duración del bloque. De este modo, se ha llegado a las mismas ecuaciones que se definieron para el equilibrio de mercado (Ecuación 3.46).

### 3.2.9. Gestión hidráulica a lo largo del horizonte temporal

En este epígrafe se va a incluir la gestión hidráulica en el cálculo del equilibrio de mercado. La **gestión hidráulica** es un aspecto fundamental en la operación de una gran parte de los sistemas de generación de energía eléctrica. Por este motivo, debe ser tomada en cuenta en cualquier modelo que pretenda ser realista y operativo. La consideración de la gestión hidráulica hace necesario que el modelo de equilibrio que se propone sea capaz de tratar con restricciones que acoplen los distintos niveles de carga.

Para simplificar la exposición, no consideraremos en este apartado la existencia de subperiodos o de bloques de carga, aunque la extensión de los resultados que se obtendrán es inmediata. Por lo tanto, se tratará con un horizonte temporal de  $p = 1 \dots P$  periodos. Además, se considerará que los periodos son de duración unitaria:  $l_p = 1$ .

### 3.2.9.1. Representación de la producción hidráulica

Los sistemas hidráulicos son sumamente complejos, dando lugar problemas de gran tamaño, no lineales, no convexos y cuya representación requiere la utilización de variables discretas [Shawwash, 2000], [Chang, 2001], [García, 2003]. De este modo, su inclusión en un modelo de planificación a medio plazo debe ser simplificada. Dentro de los métodos desarrollados para obtener estas representaciones simplificadas, destaca el método de agregación de cuencas hidráulicas para la obtención de **equivalentes energéticos**, desarrollado por primera vez en [Arvanitidis, 1970], y ampliado en [Turgeon, 1998] y [Cruz, 1999].

Seguidamente, se expone el equivalente energético que se ha considerado en esta tesis para los subsistemas hidráulicos. Cuando se habla de subsistema hidráulico se refiere a una serie de embalses y turbinas que se tratan simultáneamente con un modelado agregado.

- Cada subsistema hidráulico consta de una turbina de generación, de un embalse equivalente y de un sistema de bombeo.

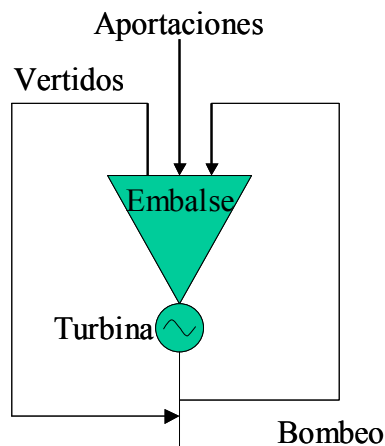


Figura 3.7 Representación de los subsistemas hidráulicos

- El modelado realizado de la producción hidráulica es en unidades de energía. Es decir, no se trata con volúmenes embalsados, sino que todas las aportaciones y las reservas se consideran como un potencial de producción de energía.
- La turbina se modela por medio de su potencia máxima, para lo que se supone una relación lineal con el volumen embalsado.
- Las aportaciones de energía se consideran divididas en dos tipos: una energía fluyente que no puede ser almacenada, y una energía modulable que puede ser almacenada en el embalse hasta el momento en el que se decida producir.

- El embalse equivalente se define por medio de las reservas máximas y mínimas, que pueden variar a lo largo del horizonte temporal.
- El sistema de bombeo se representa mediante la potencia máxima de bombeo y el rendimiento completo del ciclo de bombeo-turbinación.
- Se considera la existencia de vertidos, para los casos en los que no se pueda generar o almacenar toda la energía que se recibe.
- Se supone que el coste de explotación de los subsistemas hidráulicos es nulo, ya que son de un orden de magnitud mucho menor que los de los grupos térmicos.
- Existe la posibilidad de considerar una topología hidráulica, según la cual unos subsistemas hidráulicos pueden estar conectados con otros.

### 3.2.9.2. Cálculo del equilibrio con gestión hidráulica

El modelo completo del Anexo A incluye todas las características que se han indicado para los subsistemas hidráulicos. En cualquier caso, para facilitar el desarrollo, seguidamente se va a describir el método de cálculo del equilibrio de mercado con gestión hidráulica en un caso simplificado. Se supondrá que cada empresa dispone de un grupo hidráulico con un embalse lo suficientemente grande como para que no se limite el traspaso de agua entre periodos. Sea  $rh_{ep}$  el nivel de las reservas del embalse de la empresa  $e$  al final del periodo  $p$ ,  $rh_{e0}$  y  $rf_e$  el nivel de reservas existentes al inicio y al final del horizonte de estudio, y  $A_{ep}$  las aportaciones modulables que recibe el grupo en el periodo  $p$  (es decir, la energía producible).

Las ecuaciones de balance hidráulico representan la variación del nivel de reservas del embalse en un periodo, en función de la energía que se recibe y la energía que se produce. Por otro lado, la producción total de la empresa será la suma de su producción térmica  $T_{ep}$  y la hidráulica  $H_{ep}$ . Es decir, en cada periodo:

$$P_{ep} = T_{ep} + H_{ep} \quad \text{Ecuación 3.52}$$

El problema de maximización de beneficios al que se enfrenta cada empresa es:

$$\max_{T_{ep}, H_{ep}, rh_p} B_e = \sum_{p=1}^P [\lambda_p \cdot (T_{ep} + H_{ep}) - C_{ep}(T_{ep})]$$

Sujeto a:

Ecuación 3.53

$$rh_{ep} - rh_{e,p-1} = A_{ep} - H_{ep} \quad p = 1 \dots P-1 \quad : \quad \mu_{ep}$$

$$rf_e - rh_{e,p-1} = A_{eP} - H_{eP} \quad : \quad \mu_{eP}$$

Donde se ha denotado por  $\mu_{ep}$  a los multiplicadores de las restricciones de balance hidráulico. Es conveniente hacer notar que hay que considerar como variables de decisión a las reservas al final de cada periodo, excepto el último. Es decir,  $rh_{ep}$  para  $p = 1 \dots P-1$ .

Si introducimos las restricciones en la función objetivo mediante la función lagrangiano y derivamos respecto las variables de decisión para calcular los puntos de silla, obtendremos:

$$\begin{aligned} \min_{T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}} \max_{\mu_{ep}} \mathcal{L}(T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}, \mu_{ep}) = & \sum_{p=1}^P [\lambda_p \cdot (T_{ep} + H_{ep}) - C_{ep}(T_{ep})] - \\ & - \sum_{p=1}^{P-1} [\mu_{ep} \cdot (rh_{ep} - rh_{e,p-1} - A_{ep} + H_{ep})] - \\ & - \mu_{eP} \cdot (rf_e - rh_{e,P-1} - A_{eP} + H_{eP}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}, \mu_{ep})}{\partial T_{ep}} = 0 = \lambda_p - \theta_{ep} \cdot P_{ep} - CM_{ep}(T_{ep}) \quad \text{Ecuación 3.54}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}, \mu_{ep})}{\partial H_{ep}} = 0 = \lambda_p - \theta_{ep} \cdot P_{ep} - \mu_{ep}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}, \mu_{ep})}{\partial rh_{ep}} = 0 = \mu_{ep} - \mu_{e,p-1}$$

La primera de las ecuaciones es la misma que la que se obtiene en el caso básico, teniendo en cuenta que el coste de la empresa únicamente depende de la producción térmica, mientras que la producción total debe considerar la parte hidráulica. La segunda ecuación indica que el punto de maximización de beneficios se alcanza para un valor de los multiplicadores del balance hidráulico iguales a los costes marginales de la empresa. En el Capítulo 4 se profundizará en el significado e importancia de este resultado, ya que, como se verá, estas variables duales se pueden utilizar como valoraciones económicas de la producción hidráulica.

Por último, el tercer grupo de ecuaciones indica que los multiplicadores del balance hidráulico son iguales para todos los periodos, lo que se debe a que no existen restricciones asociadas a las variables de reserva y, por lo tanto, al traspaso de energía hidráulica de unos periodos a otros.

Estas condiciones de optimalidad que hay que considerar para cada empresa coinciden con las del siguiente problema equivalente:

$$\min_{T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \bar{C}_{ep}(T_{ep}, H_{ep})$$

Sujeto a:

$$D_p = \sum_{e=1}^E P_{ep} \quad : \quad \lambda_p \quad \text{Ecuación 3.55}$$

$$rh_{ep} - rh_{e,p-1} = A_{ep} - H_{ep} \quad p = 1 \dots P-1 \quad : \quad \mu_{ep}$$

$$rf_e - rh_{e,p-1} = A_{eP} - H_{eP} \quad : \quad \mu_{eP}$$

Como se puede observar, se añaden las restricciones de balance hidráulico y se definen los términos de coste ampliado en función de las producciones térmicas e hidráulicas:

$$\bar{C}_{ep}(T_{ep}, H_{ep}) = C_{ep}(T_{ep}) + \frac{\theta_{ep} \cdot (T_{ep} + H_{ep})^2}{2} \quad \text{Ecuación 3.56}$$

### 3.2.10. Relación de restricciones consideradas en el modelo

A lo largo de los desarrollos teóricos realizados se ha mostrado cómo, con la metodología propuesta, se pueden incluir en el modelado distintas restricciones<sup>9</sup>, tanto que afecten a un único bloque de carga, como que acoplen a diferentes bloques. En este epígrafe se detallan (y se justifican, en los casos en los que se ha considerado necesario) **todas las restricciones** que se han considerado en el modelo completo (cuya formulación matemática está en el Anexo A).

Las restricciones se han clasificado en tres categorías, según afecten a un único bloque de carga, a diferentes bloques de carga de un periodo, o a diferentes periodos (llegando incluso al horizonte temporal completo). Además, en cada una de las categorías, se pueden diferenciar dos tipos de restricciones: las que obedecen a características técnicas del sistema y las que obedecen a posibles comportamientos estratégicos de los agentes participantes. Las restricciones, ya sean técnicas o estratégicas, pueden tener origen interno (la propia empresa) o

---

<sup>9</sup> Por el momento, no se ha impuesto ninguna condición sobre las restricciones que se pueden utilizar. No obstante, y dado que en la tesis se propone linealizar la función objetivo cuadrática (apartado 3.4.1) para utilizar técnicas de programación lineal, todas las restricciones que se introducen son lineales. También se podrían utilizar restricciones convexas, de modo que pudieran ser linealizadas.



externo (impuestas por el regulador). El epígrafe termina con una serie de consideraciones adicionales al modelo.

### **3.2.10.1. Restricciones que afectan a un único bloque de carga**

Estas restricciones se implantan en el modelo de manera análoga a la limitación de producción de las empresas (epígrafe 3.2.4) o de los grupos (epígrafe 3.2.7).

#### **Restricciones técnicas**

- Balance de potencia entre generación y demanda del sistema en cada nivel de carga, ligando las producciones de los distintos agentes.
- Potencia máxima y mínimo técnico de cada uno de los grupos térmicos.
- Potencia máxima de los grupos hidráulicos. Esta potencia máxima, como es sabido, depende del nivel de reservas del embalse correspondiente. El modelo propuesto considera lineal esta relación, lo cual puede resultar una buena aproximación en los rangos normales de operación de los sistemas hidráulicos.
- Potencia máxima de bombeo de los grupos hidráulicos.
- Potencia máxima generada por los agentes marginalistas de venta, que es igual a la oferta que han presentado.
- Demanda máxima suministrada a los agentes marginalistas de compra, que es igual a la oferta que han presentado.

### **3.2.10.2. Restricciones que acoplan a los niveles de carga de un periodo**

Estas restricciones se implantan en el modelo de manera análoga a la descrita para introducir la gestión hidráulica (epígrafe 3.2.9).

#### **Restricciones técnicas**

- Consideración de una producción mínima de un grupo térmico a lo largo de un periodo. Esta restricción se considera debida a motivos técnicos, como problemas de estabilidad en la red de transporte.
- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre subperiodos pertenecientes al mismo periodo.

### **3.2.10.3. Restricciones que acoplan diferentes periodos**

Estas restricciones se implantan en el modelo igual que las que acoplan los diferentes bloques de carga de un periodo.

#### **Restricciones técnicas**

- Gestión hidráulica a lo largo del horizonte de ejecución. Como ya se ha descrito en el epígrafe 3.2.9, la gestión hidráulica consta de una serie de restricciones que aseguran que, en cada periodo de tiempo, la variación del

nivel de los embalses está relacionada con los entrantes en un sistema hidráulico (aportaciones, bombeo propio, y producciones y vertidos de sistemas superiores), y los salientes (producciones y vertidos). También se deben incluir los niveles mínimos y máximos de reservas de los embalses, así como el nivel final de reservas exigido al concluir el horizonte de estudio. Por último, se ha incluido una restricción de producción mínima por periodo y grupo hidráulico para reflejar que, en ocasiones, una parte de la energía modulable no puede ser movida entre periodos (por ejemplo, debido a caudales mínimos ecológicos o por riego).

- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre periodos consecutivos.
- Consideración de unos cupos de combustibles incentivados. Esto supone que, mientras la producción con centrales que tienen ciertos combustibles no supere un límite, toda su producción está incentivada. Si la producción supera dicho límite, sólo se incentiva la parte correspondiente.

### Restricciones estratégicas

- Consideración de una producción mínima de un grupo o central durante todo el horizonte temporal. Estas restricciones pueden deberse a motivos regulatorios (como incentivos a la producción con energías renovables, o a la utilización de combustibles autóctonos), o a motivos estratégico-económicos de una empresa presente en el mercado (por ejemplo, la asociación del pago por garantía de potencia a largo plazo con el funcionamiento mínimo durante ciertas horas al año).
- Producción máxima de un grupo o central durante todo el horizonte temporal. Estas restricciones se pueden deber, por ejemplo, a una limitación en la disponibilidad de combustible o a un límite de emisiones.
- Obligación de una cuota (o producción) mínima para algunas de las empresas participantes en el mercado. A menudo, en sistemas liberalizados, las empresas existentes intentan mantener una posición de mercado, para evitar la entrada de nuevos agentes y su consiguiente pérdida de posición. Con el modelo que se ha propuesto es posible formular este tipo de restricciones (lo cual constituye un gran avance respecto a los modelos que representan una sola empresa), aunque hay que tener en cuenta ciertas consideraciones. La formulación intuitiva de la restricción para una empresa  $e$  que desea una cuota mínima  $K_e$  sería la que aparece en la Ecuación 3.57.

$$\sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{epsb} \cdot I_{psb}] \geq K_e \cdot \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{epsb} \cdot I_{psb}] \quad \text{Ecuación 3.57}$$

No obstante, esta restricción no se puede formular como tal, ya que utiliza las producciones de todas las empresas y no refleja el comportamiento real del sistema. Cuando una empresa intenta conseguir una cuota de mercado, debe adecuar su oferta para conseguirla. Tal y como se verá en el Capítulo 4, tiene que operar sus grupos como si su coste fuese menor que el que tienen realmente. El resto de las empresas no debe modificar su comportamiento por el hecho de que otra empresa intente aumentar su producción. Sin embargo, si se utiliza la Ecuación 3.57, se está formulando que la empresa puede conseguir la cuota si sube su producción, o si el resto de empresas la baja, lo cual no es correcto.

Ante este hecho, existen dos alternativas para incluir estas restricciones en el modelo:

1. Si se está utilizando una demanda inelástica, se puede formular la restricción respecto de la demanda total:

$$\sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{psb} \cdot I_{psb}] \geq K_e \cdot \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [D_{psb} \cdot I_{psb}] \quad \text{Ecuación 3.58}$$

2. Si se utiliza una demanda elástica, se puede introducir la restricción por medio de una producción mínima  $O_e$  para la empresa en cuestión.

$$\sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{psb} \cdot I_{psb}] \geq O_e \quad \text{Ecuación 3.59}$$

Para ello, se utiliza el proceso iterativo que realiza el modelo (ver apartado 3.4.1), de modo que en cada iteración se actualiza el valor de  $O_e$ , hasta llegar a la convergencia.

#### 3.2.10.4. Otras consideraciones del modelo

En este epígrafe se introducen otras consideraciones que se han hecho al desarrollar el modelo y que no se han incluido en ninguno de los apartados anteriores:

- El modelo considera un calendario de mantenimientos que debe ser cumplido por los grupos térmicos.
- El modelo considera la posibilidad de que se produzca energía no suministrada en el sistema, que puede ser debida a motivos técnicos (falta de capacidad disponible), o a motivos estratégicos (utilización del poder de mercado). La energía no suministrada tiene un determinado coste, y debe

ser introducida tanto en la ecuación de balance de potencia, como en la función objetivo como un coste adicional<sup>10</sup>.

- En la formulación completa del modelo se ha utilizado una tasa de descuento al tomar en consideración los diferentes términos de la función objetivo. Aunque la utilización de una tasa de descuento pueda no ser de mucha importancia para el análisis de la operación cuando el horizonte temporal es de unos pocos meses, sí puede resultar necesaria para un horizonte de varios años en sistemas sujetos a elevados tipos de interés.
- Existen mercados de generación de electricidad en los que la autoridad reguladora impone un precio máximo de mercado. El modelo propuesto en esta tesis no permite, en todos los casos, considerar este tipo de restricción. Seguidamente se describen algunas posibilidades que se pueden utilizar para modelar esta restricción:
  1. Si se realiza un estudio con una demanda elástica, se puede incluir la limitación de precio como una limitación de demanda, mediante su relación lineal (Ecuación 3.28). En [Ventosa, 2000] se discute la inclusión de una restricción de este tipo en un modelo de equilibrio de Cournot.
  2. En caso de utilizar una demanda inelástica, el modelado no permite introducir la restricción, aunque se puede aplicar esta restricción sobre los precios proporcionados por el modelo, y recalculer los resultados con dichos precios. Aunque se trate de una aproximación, puede resultar suficiente en mercados en los que existan pocos precios anormalmente elevados respecto de la media.
  3. Existen un tipo de opciones, denominadas opciones sobre *spread*, que se aplican sobre la diferencia entre el precio de mercado y el coste marginal de cada empresa. Estas opciones pueden ser introducidas en el modelo propuesto modificando la función objetivo [Barquín, 2004], por lo que podría resultar una alternativa interesante para explorar en mercados en los que los precios de equilibrio de mercado sobrepasen frecuentemente el precio máximo.

---

<sup>10</sup> Se puede justificar esta afirmación teniendo en cuenta que la energía no suministrada se puede modelar como un agente marginalista de venta que oferta al coste considerado. De este modo, su introducción en el modelado se realiza de manera análoga a la descrita en el apartado 3.2.6.

### 3.3. Equivalencia con otros enfoques

En el apartado anterior se ha mostrado cómo calcular (mediante un problema de optimización equivalente), el equilibrio de mercado tomando dos suposiciones principales:

- La demanda es una función lineal conocida y decreciente con el precio.
- Se conocen las variaciones del precio respecto a la producción de las empresas en torno al punto de casación; es decir, las pendientes de la curva de demanda residual a las que se enfrenta cada empresa, o alternativamente (apartado 3.2.2), las pendientes de las curvas de oferta de todas las empresas en torno al punto de casación.

La primera suposición es común a prácticamente todas las investigaciones que tratan con sistemas de gran tamaño, mientras que la segunda resulta menos habitual. La conjetura utilizada en el planteamiento de la tesis es:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_e} = \theta_e = \frac{1}{\alpha_0 + \sum_{i \neq e} \alpha_i} \quad \text{Ecuación 3.60}$$

En este apartado se desarrolla la equivalencia de este enfoque con algunos de los presentados anteriormente, mediante la variación de los parámetros  $\theta_e$  (o bien  $\alpha_e$ ).

- **Mercados de competencia perfecta.** Simplemente, basta con considerar que la conjetura  $\theta_e$  es cero para todas las empresas.

$$\text{Competencia perfecta} \Rightarrow \theta_e = 0 \quad \forall e \quad \text{Ecuación 3.61}$$

- **Equilibrio de Cournot.** En este caso, hay que hacer que la conjetura  $\theta_e$  sea igual al inverso de la pendiente  $\alpha_0$  de la curva de demanda para todas las empresas. Así, se puede observar que el equilibrio propuesto es un caso intermedio entre la competencia perfecta y el equilibrio de Cournot. Dado que una de las críticas que se suelen hacer al modelo de Cournot es que proporciona precios de equilibrio demasiado elevados, el modelo propuesto en esta tesis proporciona resultados más próximos a los valores reales.

$$\text{Cournot} \Rightarrow \theta_e = \frac{1}{\alpha_0} \quad \forall e \quad \text{Ecuación 3.62}$$

- **Variaciones conjeturales.** Se puede calcular la relación existente entre las conjeturas  $\theta_e$  y las variaciones conjeturales  $\chi_e$  definidas en la Ecuación 3.7:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_e} = \frac{\partial \lambda}{\partial D} \cdot \frac{\partial D}{\partial P_e} = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot \left(1 + \frac{\partial P_{-e}}{\partial P_e}\right) = -\frac{1}{\alpha_0} \cdot (1 + \chi_e)$$

Ecuación 3.63

$$\text{Variaciones conjeturales} \Rightarrow \theta_e = -\frac{1 + \chi_e}{\alpha_0}$$

- Modelo de **conjeturas de** [Day, 2002]. En este caso, la relación entre las conjeturas  $\theta_e$  y las  $\rho_e$  (Ecuación 3.10) se puede deducir a partir de su expresión en función de las variaciones conjeturales:

$$\theta_e = -\frac{1 + \chi_e}{\alpha_0} \quad ; \quad \rho_e = -\frac{\alpha_0}{1 + \frac{1}{\chi_e}}$$

Ecuación 3.64

$$\text{Conjeturas Day} \Rightarrow \theta_e = -\frac{1}{\alpha_0 + \rho_e}$$

- Modelo de **conjeturas de** [García-Alcalde, 2002]. Igualmente, se deduce la relación entre las conjeturas  $\theta_e$  y las  $\varepsilon_e$  (Ecuación 3.12) a partir de su expresión en función de las variaciones conjeturales:

$$\varepsilon_e = \frac{\partial P_e}{\partial \lambda} \cdot \frac{\lambda}{P_e} = \frac{1}{\theta_e} \cdot \frac{\lambda}{P_e}$$

Ecuación 3.65

$$\text{Conjeturas G.-Alcalde} \Rightarrow \theta_e = \frac{\lambda}{\varepsilon_e \cdot P_e}$$

Al contrario que en los casos anteriores, estas conjeturas resultan en un valor de  $\theta_e$  que no es constante con la potencia producida por la empresa. Además, en la expresión resultante también aparece el precio marginal. Así pues, no puede ser introducida directamente en la formulación propuesta en esta tesis. Como alternativas, se podría realizar un proceso iterativo en el que se fuese actualizando el valor de  $\theta_e$ , o bien utilizar un valor estimado del precio y de la potencia producida.

- **Equilibrio de Stackelberg.** Llegados a este punto, se va a introducir un tipo de equilibrio del que no se ha hablado anteriormente, por no ser de uso habitual en modelos de equilibrio a medio plazo. Sin embargo, se incluye en este apartado por resultar inmediato su cálculo con el modelo propuesto. El equilibrio de Stackelberg, también llamado de “líder en cantidad”, se realiza en dos etapas. En la primera, las empresas líderes toman la decisión de la cantidad que van a producir. En la segunda, el resto de empresas (denominadas seguidoras), conocida la cantidad decidida por los líderes, deciden las suyas. En cada etapa se resuelve un equilibrio de Cournot.

Suponiendo que existen  $s$  empresas seguidoras, tal como se muestra en [Centeno, 2004], el valor de las conjeturas que hay que utilizar para representar el equilibrio de Stackelberg es:

$$\text{Stackelberg} \Rightarrow \theta_e = \frac{1}{(s+1) \cdot \alpha_0} \quad \forall e \text{ lider}$$

Ecuación 3.66

$$\text{Stackelberg} \Rightarrow \theta_{e'} = \frac{1}{\alpha_0} \quad \forall e' \text{ seguidora}$$

En definitiva, la conjetura realizada es equivalente a las empleadas en los modelos basados en variaciones conjeturales. La utilización de la pendiente de la curva de demanda residual permite, como se ha visto, representar muy fácilmente las hipótesis de mercado de competencia perfecta y mercado de Cournot, así como cualquiera de las situaciones intermedias, lo que facilita los estudios y comparaciones.

### 3.4. Implantación del modelo

Este apartado está dedicado a diversos aspectos de la implantación del modelo. En primer lugar, se analiza cómo se puede resolver el modelo propuesto utilizando optimización lineal en lugar de optimización cuadrática. Seguidamente, se profundiza en la estimación de las conjeturas utilizadas en el modelo y se detallan las ventajas principales que tiene el modelo propuesto en la tesis frente a otros modelos existentes, especialmente debido a la utilización de programación lineal. Para finalizar el apartado, se realiza un breve apunte sobre la aparición de múltiples óptimos.

#### 3.4.1. Optimización cuadrática y optimización lineal

Como se ha detallado a lo largo del capítulo, el desarrollo de esta tesis plantea un modelo de cálculo del equilibrio de mercado que se reduce a un problema de optimización con **función objetivo cuadrática y restricciones lineales**. A pesar de que existen lenguajes comerciales de programación y solucionadores capaces de resolver este tipo de problemas, también es cierto que se trata de programas con limitaciones importantes en lo que se refiere al tamaño de los problemas que pueden manejar y al tiempo de resolución.

En cambio, el estado de las herramientas comerciales de programación lineal es mucho más avanzado, permitiendo la resolución de grandes problemas en tiempos razonables (en el Capítulo 6 se muestran casos de estudio). Por este motivo, la herramienta utilizada en el desarrollo de esta tesis ha sido programada como un modelo de programación lineal. Para ello, y dado que

sólo existen términos no lineales (cuadráticos) en la función objetivo, se ha optado por **linealizar** mediante la adición iterativa de tramos tangentes a las **funciones cuadráticas**.

De este modo, para linealizar el término de la producción de cada empresa al cuadrado,  $P_e^2$ , se introduce una nueva variable  $pe2_e$ , como se indica en la Figura 3.8.

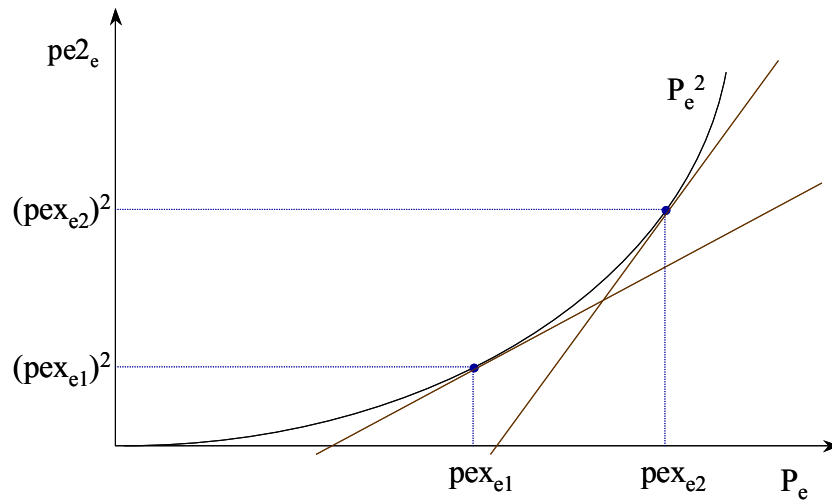


Figura 3.8 Linealización de las funciones cuadráticas

Los valores de  $pex_{et}$  son en los que se colocan los tramos de linealización. En principio se añaden una serie de tramos en el lugar en el que se estima que va a situarse el valor de  $P_e$ . Una vez resuelto el problema, se añade un nuevo tramo  $t$  en el valor que ha tomado la producción de cada empresa. Así, se introducen unas nuevas restricciones en el modelo para linealizar cada término cuadrático. En la función objetivo, se utilizan las variables  $pe2_e$  en lugar de las producciones al cuadrado. Dado que las producciones al cuadrado están penalizadas en la función objetivo, el valor de  $pe2_e$  siempre va a estar en una de las rectas tangentes utilizadas y, si se añaden suficientes tramos de linealización, muy próxima al cuadrado de  $P_e$ .

$$pe2_e \geq -pex_{et}^2 + 2 \cdot pex_{et} \cdot P_e \quad \text{Ecuación 3.67}$$

La linealización del término al cuadrado de la demanda se realiza de modo análogo al descrito. De este modo, se realiza un proceso iterativo que finaliza cuando la precisión alcanzada en las aproximaciones se considera adecuada. En la práctica se ha observado, con la utilización de 3 tramos iniciales y la realización de entre 10 y 15 iteraciones se consigue un error despreciable (del orden de  $10^{-2}$  € en la función objetivo), incluso en casos de gran tamaño.

El modelo se ha programado en el lenguaje de optimización GAMS 21.0 [Brooke, 1998], y para su resolución se ha utilizado el solucionador CPLEX 8.1.



### 3.4.2. Estimación de las conjeturas

Como ya se ha indicado, un elemento importante en el modelo propuesto es la **estimación de la variación conjetural** del precio respecto de las producciones de los agentes (o alternativamente, de las pendientes de oferta de las empresas) en torno al punto de casación<sup>11</sup>. Esta estimación se puede realizar a partir de los datos históricos de las ofertas presentadas por las empresas generadoras [Cabral, 1995], [García, 2001]. Los sistemas de energía eléctrica tienen una marcada componente estacional, por lo que la estimación de los parámetros debe realizarse con un horizonte, al menos, anual. En [Centeno, 2003] se presentan tres métodos de estimación de curvas de demanda residual: mediante análisis de conglomerados (*clusters*), análisis de series temporales con modelos ARIMA, o mediante procesos de Markov.

En un mercado en el que se puede disponer de las ofertas históricas de todos los agentes (como el caso del español, aunque con cierto tiempo de retraso), puede resultar más fácil estimar las pendientes de oferta en torno al punto de casación, en lugar de las pendientes de las curvas de demanda residual. No obstante, si existen empresas de tamaño reducido, la estimación de las pendientes de oferta puede ser difícil, o imprecisa, debido a la escasez de tramos en las curvas de oferta. En cambio, si se agrupan las ofertas para calcular la demanda residual de cada empresa, la estimación de su pendiente  $\theta$  para cada agente puede resultar más precisa.

La estimación de la variación conjetural mediante **datos históricos** presupone un comportamiento en el futuro similar al que se ha registrado en el pasado. En mercados con varios años de funcionamiento, este supuesto puede ser normalmente aceptado, a no ser que se prevean cambios regulatorios o tecnológicos importantes. En todo caso, es necesario que el horizonte de estudio sea adecuado a la estimación que se realiza de las conjeturas.

Para analizar **mercados de nueva aparición**, o mercados que disponen de pocos datos históricos, se pueden utilizar datos de empresas similares compitiendo en otros mercados, o bien utilizar las pendientes correspondientes a las curvas de coste marginal. Con el tiempo, según vayan existiendo datos del mercado, se deberán ir actualizando las conjeturas utilizadas.

Otro método de estimar las conjeturas utilizadas en el modelo es mediante sus **valores implícitos**. Es decir, se trata de evaluar el modelo de variaciones conjeturales con datos del pasado para, de este modo, calcular las pendientes

---

<sup>11</sup> En el apartado 3.2.1.2 se ha establecido que las conjeturas se suponen constantes. En realidad, el cálculo del punto de equilibrio se puede realizar utilizando únicamente el valor de las pendientes (de la demanda residual o de las ofertas) en torno al punto de casación.

con las que se obtienen los resultados que, de hecho, se dieron en el mercado. Los valores que se obtienen mediante este método se denominan pendientes implícitas. En [García-Alcalde, 2002] se utiliza este método para calcular las elasticidades de las curvas de demanda residual, que es la conjetura que se utiliza en el modelo.

También se puede estimar el valor de las conjeturas utilizando su correlación con **variables explicativas** [Mateo, 2003]. Esto es, se puede prever cuál será el comportamiento de un agente en función del valor de una serie de variables conocidas, como pueden ser la demanda, la disponibilidad de las diferentes tecnologías, o la hidraulicidad.

Un problema que puede aparecer al realizar la estimación de las conjeturas es la agrupación de horas en niveles de carga. Generalmente, la agrupación de horas para conformar los bloques de carga se suele realizar atendiendo a la demanda del sistema. El problema que puede surgir es que existan horas que, aún teniendo una demanda muy similar, presenten un comportamiento diferente de los agentes y, con ello, unos valores distintos de las conjeturas. Este efecto debe de ser controlado, y se puede solucionar mediante la adición de un mayor número de bloques de carga (que incluirían bloques con similar demanda, pero diferente valor de las conjeturas).

#### **3.4.2.1. Corrección de las conjeturas debido a la saturación**

Un último aspecto que hay que tener en cuenta en la utilización de las conjeturas se refiere a la **saturación de la capacidad de generación** de las empresas. Es decir, en el momento en el que una empresa tiene todo su parque de generación a plena carga no se puede considerar que influya en el comportamiento del mercado. Este hecho debe de ser tenido en cuenta de manera separada, ya que el comportamiento pasado no es capaz de reproducir exactamente los momentos en los cuales puede suceder.

La corrección de las conjeturas se realiza más fácilmente utilizando las pendientes de las curvas de oferta de cada una de las empresas. Supongamos que se dispone de una estimación de estas pendientes para el horizonte temporal. Si al ejecutar el modelo resulta que una empresa esta produciendo al cien por cien de su capacidad disponible, resulta incorrecto considerar que su pendiente de oferta afecta a las pendientes de la demanda residual del resto de los agentes, de acuerdo a la Ecuación 3.33.

Para corregir este problema, se ha utilizado el proceso iterativo de linealización descrito en el apartado 3.4.1. En cada iteración, se comprueba la situación de cada empresa en cada nivel de carga y se corrigen las pendientes de oferta de acuerdo a su estado. Es decir, si una empresa está saturada, se hace que su pendiente sea igual a cero.

### 3.4.3. Ventajas ofrecidas por la optimización respecto a otros métodos de resolución

La utilización de un problema equivalente de optimización presenta importantes ventajas frente a otros métodos de resolución propuestos en la literatura.

Se ha visto que el problema equivalente es un problema de optimización con función objetivo cuadrática. No obstante, la herramienta desarrollada ha sido programada como un problema de programación lineal. Para ello, por un lado se ha linealizado la función objetivo cuadrática, según se explica en el epígrafe 3.4.1. Por otro, todas las restricciones que se han añadido son lineales, lo cual no supone una limitación importante en un modelo de medio plazo.

El paso a optimización lineal es de gran importancia, ya que existen en el mercado numerosas herramientas comerciales especialmente desarrolladas para este tipo de problemas. Esto permite resolver **problemas de gran tamaño** en tiempos muy razonables. Esta es una de las principales ventajas del planteamiento utilizado en esta tesis respecto de otros métodos de cálculo de equilibrio de mercado.

Por otro lado, la utilización de programación lineal permite la obtención de las **variables duales** de todas las variables y restricciones del problema (en algunos tipos de optimización no lineal también se pueden obtener). Según se verá en el Capítulo 4, la interpretación de estas variables tiene un sentido técnico o económico de vital importancia en la operación de la generación a medio plazo. Sin ir más lejos, el precio marginal del sistema es la variable dual de la restricción de balance de potencia.

Por último, la utilización de programación lineal permite plantear extensiones del método de resolución propuesto a la utilización de variables enteras, tal y como se planteará en las líneas de continuación de la tesis.

### 3.4.4. Aparición de múltiples óptimos

Al formularse el equilibrio de mercado como un problema de programación lineal, pueden aparecer **múltiples óptimos**. Es decir, pueden existir situaciones en las que el valor de la función objetivo en el óptimo se puede obtener con diferentes valores de las variables. En este caso, la solución proporcionada por el programa de optimización será cualquiera de las que hacen llegar a dicha función objetivo. Se han localizado dos situaciones típicas de los sistemas de energía eléctrica que pueden hacer que aparezcan múltiples óptimos, así como sus consecuencias:

- Existencia de grupos térmicos del mismo coste pertenecientes a la misma empresa. En este caso, la solución obtenida puede ser cualquiera, pues a la

empresa, para operar sus grupos, le es económicamente indiferente utilizar cualquiera de los grupos. Sin embargo, en la práctica, es posible que la empresa prefiera que todos sus grupos con idéntico coste realicen una producción, cuando menos, similar. Este hecho se puede solucionar mediante un post-proceso de los resultados obtenidos para la empresa, o bien se podría incluir una restricción que obligue a que dichas producciones sean similares (o iguales).

- Existencia de varios grupos hidráulicos pertenecientes a la misma empresa. En este caso, la empresa realiza una operación conjunta de todos sus grupos, resultándole indiferente producir con un grupo u otro. Esto puede llevar a resultados en los que un grupo hidráulico tiene una producción mayor en horas con menor demanda. Esta situación no suele ser realista en la operación real y se puede corregir de las dos maneras que se han indicado en el caso anterior: mediante el post-proceso de los resultados, o mediante la inclusión de una restricción.

### 3.5. Conclusiones

La utilización de un modelo de mercado es fundamental en la planificación y operación de la generación eléctrica a medio plazo. A lo largo de este capítulo se ha presentado el modelo propuesto en la tesis, que realiza el cálculo del punto de equilibrio de mercado.

El modelo propuesto puede ser utilizado tanto para prever el comportamiento del mercado de generación, como para que una empresa realice la operación a medio plazo, tal y como se verá en el capítulo siguiente.

En primer lugar se ha formulado el problema de equilibrio de mercado en sistemas de generación de energía eléctrica, y se han detallado los dos enfoques de mayor interés para su resolución: el equilibrio de Cournot y los modelos basados en variaciones conjeturales.

A continuación, se ha desarrollado la formulación del modelo propuesto en la tesis, que utiliza un problema de optimización equivalente para calcular el equilibrio de mercado. Este problema equivalente se ha introducido en un caso básico al que, seguidamente, se le han ido añadiendo complicaciones para que refleje adecuadamente el comportamiento real del mercado de generación.

Por último, se ha desarrollado la equivalencia del modelo propuesto con algunos de los enfoques más utilizados, y se ha profundizado en aspectos de la implantación práctica del modelo.

### 3.6. Bibliografía

- [Arvanitidis, 1970] N. V. Arvanitidis y J. Rosing, "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 89, pp. 319-325, 1970.
- [Baíllo, 2002] Á. Baíllo, "Optimización de la Explotación y de la Preparación de Ofertas de una Empresa de Generación de Energía Eléctrica para Mercados de Corto Plazo". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2002.
- [Barquín, 2004] J. Barquín, E. Centeno, y J. Reneses, "Medium-Term Generation Programming in Competitive Environments: a New Optimisation Approach for Market Equilibrium Computing", IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, vol. 151, pp. 119-126, 2004.
- [Barquín, 2004] J. Barquín, "Modelado del Comportamiento Limitador de Precios: Opciones sobre "Spreads"", Instituto de Investigación Tecnológica, Madrid, IIT-04-005A, 2004.
- [Bertsekas, 1982] D. P. Bertsekas, "Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods", Londres: Academic Press, 1982.
- [Brooke, 1998] A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus, y R. Raman, "GAMS. A User's Guide", Washington: GAMS Development Corporation, 1998.
- [Bunn, 2003] D. W. Bunn y A. Rupérez, "Crossholdings, Information and Prices in a Bertrand-Edgeworth Double Auction", London Business School, Londres, 2003.
- [Cabral, 1995] L. M. B. Cabral, "Conjectural Variations as a Reduced Form", Economics Letters, vol. 49, pp. 397-402, 1995.
- [Centeno, 2003] E. Centeno, J. Barquín, J. I. de la Fuente, A. Muñoz, M. Ventosa, J. García, A. Mateo, y A. Martín, "Competitors' Response Representation for Market Simulation in the Spanish Daily Market", en Modelling Prices in Competitive Electricity Markets, D. W. Bunn, Chichester: John Wiley & Sons, 2003.

- [Centeno, 2004] E. Centeno, "Cálculo del Equilibrio de Stackelberg mediante Optimización", Instituto de Investigación Tecnológica, Madrid, IIT-04-002I, 2004.
- [Chang, 2001] G. W. Chang, J. G. Waight, J. Medina, M. Aganagic, S. Reeves, T. Burton, y M. Christoforidis, "Experiences with Mixed Integer Programming based Approaches on Short-Term Hydro Scheduling", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 16, pp. 743-749, 2001.
- [Cournot, 1838] A. A. Cournot, "Researches into Mathematical Principles of the Theory of Wealth", New York: Kelley, 1838.
- [Cruz, 1999] G. d. Cruz y S. Soares, "General Composite Representation of Hydroelectric Systems," presentado en IEEE Power Industry Computer Applications, Santa Clara, CA, USA, 1999.
- [Daughety, 1988] A. F. Daughety, "Cournot Oligopoly. Characterization and Applications", Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- [Day, 2002] C. J. Day, B. F. Hobbs, y J. S. Pang, "Oligopolistic Competition in Power Networks: a Conjectured Supply Function Approach", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, pp. 597-607, 2002.
- [García, 2001] J. García, "Optimización de la Explotación en el Corto Plazo y Elaboración de Ofertas en un Sistema Eléctrico Liberalizado. Naturaleza del Problema y Métodos de Solución". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2001.
- [García, 2003] J. García, E. Parrilla, J. Barquín, A. Sáiz-Chicharro, y J. Alonso, "Under-relaxed Iterative Procedure for Feasible Short-Term Scheduling of a Hydro Chain," presentado en IEEE PowerTech, Bologna, 2003.
- [García-Alcalde, 2002] A. García-Alcalde, M. Ventosa, M. Rivier, A. Ramos, y G. Relañó, "Fitting Electricity Market Models. A Conjectural Variations Approach," presentado en 14th PSCC, Sevilla, 2002.
- [Gómez, 2002] A. Gómez, "Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica", Madrid: Mc Graw Hill, 2002.

- [Mateo, 2003] A. Mateo y A. Muñoz, "Modeling and Forecasting Electricity Prices with Input/Output Hidden Markov Models", Instituto de Investigación Tecnológica, Madrid, IIT-03-082A, 2003.
- [Nash, 1950] J. F. Nash, "Equilibrium Points in N-Person Games", Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 36, pp. 48-49, 1950.
- [Nocedal, 1999] J. Nocedal y S. J. Wright, "Numerical Optimization", New York: Springer-Verlag, 1999.
- [Pérez-Arriaga, 1994] J. I. Pérez-Arriaga, "Principios Económicos Marginalistas en los Sistemas de Energía Eléctrica", Instituto de Investigación Tecnológica, Madrid, IIT-93-044, 1994.
- [Segura, 1986] J. Segura, "Análisis Microeconómico", Madrid: Alianza Editorial, 1986.
- [Shawwash, 2000] Z. K. Shawwash, T. K. Siu, y O. D. Russell, "The B. C. Hydro Short Term Hydro Scheduling Optimization Model", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, pp. 1125-1131, 2000.
- [Tirole, 1990] J. Tirole, "La Teoría de la Organización Industrial", Barcelona: Editorial Ariel S.A., 1990.
- [Turgeon, 1998] A. Turgeon y R. Charbonneau, "An Aggregation-Disaggregation Approach to Long-term Reservoir Management", Water Resources Research, vol. 34, pp. 3585-3594, 1998.
- [Varian, 1992] H. R. Varian, "Análisis Microeconómico", Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- [Ventosa, 2000] M. Ventosa, "Modelado de la Explotación de la Generación en Mercados Eléctricos Liberalizados mediante el Problema Complementario". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2000.
- [Vives, 1999] X. Vives, "Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools", Massachusetts: The MIT Press, 1999.
- [Wood, 1984] A. J. Wood y B. F. Wollenberg, "Power Generation, Operation and Control", New York: John Wiley and Sons, 1984.





# Capítulo 4

**Operación de la generación a medio plazo.  
Propiedades del modelo propuesto**



## Índice del Capítulo

<b>4.1.</b>	<b>Significado de las variables duales que proporciona el modelo</b>	<b>87</b>
4.1.1.	Minimización de costes	87
4.1.2.	Modelo de equilibrio de mercado	89
4.1.3.	Interpretación de las conclusiones obtenidas	91
4.1.3.1.	Significado del valor técnico	93
4.1.3.2.	Valor empresa de un recurso	94
<b>4.2.</b>	<b>El valor del agua en entornos competitivos</b>	<b>95</b>
4.2.1.	La importancia del valor del agua	95
4.2.2.	Los distintos valores del agua en entornos competitivos	97
4.2.3.	Cálculo del valor técnico del agua	98
<b>4.3.</b>	<b>Los ingresos y costes marginales de medio plazo para una empresa de generación</b>	<b>99</b>
4.3.1.	Justificación	99
4.3.2.	Ingresos y costes marginales en mercados competitivos	100
4.3.2.1.	Minimización de costes	100
4.3.2.2.	Definición de ingreso y coste marginal	100
4.3.2.3.	Mercados competitivos	101
4.3.2.4.	Importancia del ingreso marginal	102
4.3.3.	Descomposición de los ingresos marginales	103
4.3.3.1.	Análisis con restricciones técnicas	103
4.3.3.2.	Análisis con restricciones de producción mínima	106
4.3.3.3.	Análisis con restricciones de producción máxima	108
4.3.3.4.	Análisis de grupos con incentivos a la producción	109
4.3.3.5.	Expresión general	109
4.3.4.	Caso ejemplo	110
<b>4.4.</b>	<b>Señales técnicas y económicas proporcionadas por la planificación a medio plazo para la operación a corto plazo</b>	<b>112</b>
4.4.1.	Justificación	112
4.4.2.	Operación a corto plazo en mercados competitivos	113
4.4.3.	Señales proporcionadas por la planificación a medio plazo	115
4.4.3.1.	Recursos fijos: consignas primales	115
4.4.3.2.	Valoración puntual de los recursos: consignas duales	117
4.4.3.3.	Curvas de valoración marginal de los recursos	119
4.4.4.	Adecuación del modelo propuesto a la coordinación entre medio y corto plazo	125
4.4.5.	Caso ejemplo	126
<b>4.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>131</b>
<b>4.6.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>131</b>

Este capítulo recoge uno de los aspectos fundamentales que aborda la tesis: el estudio de la operación de la generación a medio plazo. El capítulo anterior ha presentado un modelo de equilibrio de mercado, adecuado para realizar previsiones de medio plazo en mercados de generación de electricidad. Este capítulo hace uso del modelo propuesto para, utilizando sus resultados, estudiar qué tipo de señales son adecuadas para mejorar la operación de medio y corto plazo de las empresas, lo que aumentará la eficiencia del mercado.

Dentro de las decisiones existentes en la operación a medio plazo se distinguen tres tipos. En primer lugar, existen una serie de decisiones que se pueden tomar utilizando las previsiones que proporciona la planificación a medio plazo, por lo que no se profundiza en ellas dentro de este capítulo. Dentro de éstas se incluyen la compra de combustibles (mediante la previsión de las producciones de los grupos), o las referentes a la planificación financiera (mediante las previsiones de ingresos y costes).

En segundo lugar, las empresas deben tomar decisiones respecto a la localización de sus recursos de medio plazo. Dentro de estos recursos, se distinguen dos tipos: recursos limitados en energía (como, por ejemplo, el producible hidráulico o la producción de un grupo con restricciones de combustible o de emisiones), o bien recursos de utilización obligada (como, por ejemplo, un objetivo de cuota de una empresa o la producción de un grupo que tiene firmado un contrato en firme de compra de combustible).

Por último, en la operación de una empresa ocupan un lugar fundamental los mecanismos para establecer posiciones a medio y largo plazo, es decir, para la firma de contratos de suministro o de contratos financieros.

El objetivo de este capítulo es proporcionar las claves para que una empresa de generación pueda abordar correctamente la localización de recursos y la firma de contratos, utilizando los resultados obtenidos a partir del modelo propuesto. Con este propósito, se introducen los conceptos y metodologías necesarios para la mejora de la operación de la empresa en ambos aspectos.

El capítulo está dividido en cuatro apartados principales. En primer lugar, el apartado 4.1 analiza el significado de las variables duales que resultan del modelo propuesto en el Capítulo 3. Dado que la gestión hidráulica resulta algo básico en buena parte de los sistemas de energía eléctrica, se introduce el apartado 4.2, que se centra en la adecuación del concepto de valor de agua para mercados en competencia y su influencia en la operación de medio plazo. El apartado 4.3 trata con los conceptos de ingreso marginal y coste marginal, necesarios para la firma de contratos a medio plazo. Por último, en el apartado 4.4 se aborda el problema de la relación entre la planificación de medio plazo y la operación de corto plazo, aspecto fundamental para realizar una correcta localización de recursos.

## 4.1. Significado de las variables duales que proporciona el modelo

En este apartado se presenta un resultado que será de gran utilidad en el desarrollo del objetivo fundamental de la tesis: el análisis de la operación de los mercados de generación. Se trata del **significado** que tienen las **variables duales** que resultan de la resolución del modelo propuesto en el capítulo anterior. A lo largo de este capítulo se hará uso de este resultado para analizar diversos aspectos de la operación de los mercados de generación a medio plazo.

Al igual que al presentar el modelo de equilibrio de mercado, se comienza la exposición desarrollando el caso tradicional de minimización de costes, que es equivalente al de mercados de competencia perfecta. Seguidamente, se llega a conclusiones similares para mercados que no pueden ser considerados de competencia perfecta, utilizando el modelo presentado en el capítulo anterior.

### 4.1.1. Minimización de costes

Cuando se plantea un problema de minimización de costes, la inclusión de restricciones hace que se obtengan una serie de variables duales cuya interpretación es inmediata y de gran interés. Supongamos que deseamos realizar la minimización de costes de un sistema, teniendo como restricciones las ecuaciones de balance generación-demanda y de balance hidráulico en una versión simplificada (para un único grupo hidráulico, sin considerar vertidos, y con cotas a las reservas del embalse). Considerando  $e = 1 \dots E$  empresas y  $p = 1 \dots P$  periodos de duración  $l_p$ , el problema de minimización será:

$$\min_{T_{ep}, H_{ep}, rh_p} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P C_{ep}(T_{ep})$$

Sujeto a:

$$\sum_{e=1}^E P_{ep} = D_p \quad : \quad \eta_p \quad \text{Ecuación 4.1}$$

$$rh_p - rh_{p-1} = A_p - H_{ep} \cdot l_p \quad : \quad \mu_p$$

$$rh_p = rf$$

$$\underline{R}_p \leq rh_p \leq \bar{R}_p$$

La notación utilizada es la misma que la introducida en el capítulo anterior.  $P_{ep}$ ,  $T_{ep}$  y  $H_{ep}$  son las potencias total, térmica e hidráulica producidas por empresa y periodo.  $C_{ep}(T_{ep})$  es la función de coste para un nivel de producción térmica,  $D_p$  es la demanda por periodo. El nivel de las reservas del embalse al final del periodo  $p$  es  $rh_p$ , el nivel de reservas existentes en el inicio y el final del horizonte de estudio  $rho$  y  $rf$ , las aportaciones que recibe el grupo en el periodo  $p$  (es decir, la energía producible)  $A_p$ , y los límites inferior y superior de las reservas al final del periodo  $p$  son  $\underline{R}_p$  y  $\bar{R}_p$ .

Las variables duales que se han considerado relevantes aparecen indicadas al lado derecho de las restricciones a las que corresponden.

La variable dual  $\eta_p$  de la ecuación de balance de potencia es, por definición, la variación del coste del sistema al variar unitariamente la demanda en el periodo  $p$ . Es decir, la variación marginal del coste del sistema respecto a la demanda. Esta definición coincide con el producto del coste marginal del sistema por la duración del periodo. Así pues, el coste marginal  $\beta_p$  se puede obtener directamente como un resultado de la minimización de costes.

$$\beta_p = \frac{\eta_p}{l_p} \quad \text{Ecuación 4.2}$$

En sistemas que utilicen remuneración marginalista, el precio del sistema<sup>1</sup> coincide con este coste marginal, por lo que se puede obtener utilizando la ecuación anterior.

Por otro lado, la variable dual  $\mu_p$  de la ecuación de balance hidráulico representa, también por definición, la variación del coste del sistema al modificar unitariamente las aportaciones en el periodo considerado. Por lo tanto, la variable dual será negativa y su valor absoluto representa lo que disminuiría el coste total si se aumentase en una unidad la cantidad de energía hidráulica disponible. O bien, lo que aumentaría el coste si disminuyese el agua disponible; por este motivo, al valor absoluto de esta variable dual se le ha denominado tradicionalmente *valor del agua*.

Disponer del valor del agua resulta de gran utilidad en la operación a medio y corto plazo de los sistemas de generación de electricidad, ya que, tal y como se desarrollará en este mismo capítulo, se trata de una señal económica adecuada para la explotación a corto plazo del parque generador.

Si se introdujesen otras restricciones en el problema de minimización, el significado de sus respectivas variables duales sería análogo al del caso

---

<sup>1</sup> Aunque en los sistemas que utiliza regulación tradicional no es frecuente utilizar el término *precio*, se puede considerar como tal a la remuneración que recibe la generación.

anterior. Supongamos, por ejemplo, que se introduce una restricción a la producción total de un grupo, debido a una limitación en su disponibilidad de combustible.

$$\sum_{p=1}^P [P_{gp} \cdot l_p] \leq S_g \quad : \quad \pi_g \quad \text{Ecuación 4.3}$$

Siendo, en este caso,  $P_{gp}$  la potencia producida por el grupo  $g$  en el periodo  $p$ , y  $S_g$  la energía total que dicho grupo puede producir en el horizonte considerado.

El valor absoluto de la variable dual  $\pi_g$  se puede interpretar como el ahorro en el coste que se obtendría si se pudiese disponer de una unidad adicional de energía producida por el grupo  $g$ . De nuevo, se trata de un valor interesante pues realiza una valoración de lo que se podría estar dispuesto a pagar para aumentar la producción del grupo. Por ejemplo, este resultado podría resultar adecuado para valorar contratos de compra de combustible.

#### 4.1.2. Modelo de equilibrio de mercado

El objetivo es, ahora, llegar a conclusiones similares en el caso de que se considere un mercado de generación en competencia imperfecta. El análisis realizado en el caso de una minimización de costes ha mostrado cómo las variables duales pueden proporcionar información importante en la operación a medio plazo de los sistemas de energía eléctrica.

Las conclusiones a las que se lleguen en el caso de un mercado genérico serán, igualmente, de gran importancia para la operación a medio plazo. No obstante, algunos matices las diferencian de las del caso de minimización de costes. En primer lugar, cada empresa tendrá que obtener sus propias conclusiones, ya que no se puede hablar de una operación única a medio plazo, sino que se trata de algo que cada empresa realiza por separado. Un segundo matiz interesante que no aparece en el caso de minimización de costes es la diferenciación entre costes por empresa y beneficios obtenidos. En esta distinción se profundizará más adelante.

Consideremos, entonces, un mercado genérico, para lo que utilizaremos el modelo de equilibrio presentado en esta tesis. El objetivo es interpretar el significado de las variables duales que proporciona el modelo que se ha propuesto, para lo que comenzaremos con la versión más simple de equilibrio (un único periodo de duración unitaria, con  $E$  empresas que tienen que suministrar una demanda inelástica).

$$\min_{P_e} \sum_{e=1}^E \left[ C_e(P_e) + \frac{\theta_e \cdot P_e^2}{2} \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.4

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \lambda$$

Consideremos ahora que el coste de una empresa (por ejemplo, la empresa  $e = 1$ ), depende, además de su nivel de generación, de una variable  $m$ . Esta variable puede ser, por ejemplo, su producción hidráulica o el nivel de reservas de un embalse. Si la variable  $m$  no está sujeta a ninguna restricción, no cambia nada respecto a la situación anterior. Supongamos, entonces, que está sujeta a una restricción de desigualdad, con lo que pueden darse dos situaciones. Si la restricción no está activa en el óptimo (es decir, en el equilibrio de mercado), seguimos en una situación equivalente a la del caso básico, con lo que el caso no tiene mayor interés. En cambio, si la restricción está activa, es equivalente a plantearla como una restricción de igualdad. Es decir:

$$\min_{P_e, m} C_1(P_1, m) + \frac{\theta_1 \cdot P_1^2}{2} + \sum_{e=2}^E \left[ C_e(P_e) + \frac{\theta_e \cdot P_e^2}{2} \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.5

$$\sum_{e=1}^E P_e = D \quad : \quad \lambda$$

$$m = M \quad : \quad \pi$$

A continuación, supondremos una variación infinitesimal del término independiente  $M$ , y veremos su influencia en la función objetivo  $FO$ . Si este parámetro pasa a valer  $M + \Delta M$ , se llegará a un nuevo punto de equilibrio en el que la producción de cada empresa será  $P_e + \Delta P_e$ , y la función objetivo pasará a valer  $FO + \Delta FO$ . Esta variación de la función objetivo se puede poner en función de las variaciones de las variables de decisión:

$$\Delta FO = \frac{\partial FO}{\partial m} \cdot \Delta m + \sum_{i=1}^E \frac{\partial FO}{\partial P_e} \cdot \Delta P_e$$

$$\Delta FO = \frac{\partial C_1}{\partial m} \cdot \Delta m + \sum_{i=1}^E \left[ \left( \frac{\partial C_e}{\partial P_e} + \theta_e \cdot P_e \right) \cdot \Delta P_e \right]$$

Ecuación 4.6

En la función objetivo, el único término que depende de la variable  $m$  es el coste de la empresa 1, por lo que su variación respecto de  $m$  es la variación del coste



de dicha empresa. Además, y según las ecuaciones del equilibrio de mercado, el término que está entre paréntesis es idéntico para todas las empresas y coincide con el precio marginal  $\lambda$ , con lo que:

$$\Delta FO = \frac{\partial C_l}{\partial m} \cdot \Delta m + \lambda \cdot \sum_{i=1}^E \Delta P_e \quad \text{Ecuación 4.7}$$

Pero el segundo sumando desaparece, ya que la suma de la variación de la producción de las empresas debe ser nula, pues la demanda es inelástica. Por último, sabemos que la variación en la variable  $m$  es la misma que en el parámetro  $M$ , puesto que, para variaciones infinitesimales, la restricción seguirá activa aunque esté formulada como una desigualdad. Entonces:

$$\frac{\Delta FO}{\Delta M} = \frac{\partial C_l}{\partial M} \quad \text{Ecuación 4.8}$$

Por último, la variación de la función objetivo respecto del parámetro  $M$  es, por definición, la variable dual  $\pi$  de la restricción que fija la variable  $m$ .

Por lo tanto:

$$\pi = \frac{\partial C_l}{\partial M} \quad \text{Ecuación 4.9}$$

Con lo que finalmente hemos llegado al resultado que buscábamos. Es decir, la variable dual de cualquier restricción que influye en las variables de decisión de un agente es la **variación del coste** de dicho agente **respecto al término independiente** de dicha restricción. A este valor le llamaremos el *valor técnico* del recurso al que se refiere la restricción. Si se trata del balance hidráulico, será el valor técnico del agua, mientras que si se trata de una restricción de cuota mínima, será el valor técnico de la cuota exigida.

Es interesante hacer notar que el resultado obtenido es similar al de caso de minimización de costes. Este hecho no es obvio, y constituye una de las características más interesantes del modelo propuesto, según se mostrará a lo largo de este capítulo.

### 4.1.3. Interpretación de las conclusiones obtenidas

En este epígrafe se va a profundizar en la interpretación de las conclusiones alcanzadas en el epígrafe anterior. Para ello, se va a considerar un horizonte temporal con  $p = 1..P$  periodos de tiempo, y un recurso limitado del que se dispone de una cantidad  $M$ . Este recurso limitado puede ser la producción hidráulica total o la producción térmica máxima de un grupo.

Para desarrollar este epígrafe, se utilizará la producción hidráulica total de una empresa ( $e = 1$ ) como recurso limitado, considerando que el resto de empresas no disponen de producción hidráulica. El cálculo del equilibrio de mercado resultará entonces del problema de minimización:

$$\min_{T_{ep}, H_{ep}} \sum_{p=1}^P \left[ C_{1p}(T_{1p}) + \frac{\theta_{1p} \cdot (T_{1p} + H_{1p})^2 \cdot l_p}{2} \right] + \sum_{e=2}^E \left[ C_{ep}(T_{ep}) + \frac{\theta_{ep} \cdot T_{ep}^2 \cdot l_p}{2} \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.10

$$\sum_{e=1}^E [T_{ep}] + H_{1p} = D_p \quad : \quad \lambda_p$$

$$\sum_{p=1}^P H_{1p} = M \quad : \quad \mu$$

La solución de un problema de optimización no cambia si se sustituyen algunas de las variables por su valor en el punto óptimo<sup>2</sup>. Si denotamos como  $T_{ep}^*$  y  $H_{ep}^*$  el valor de las producciones térmicas e hidráulicas en dicho punto y sustituimos las de todas las empresas excepto la primera. En este caso, el problema de equilibrio de mercado se puede reescribir (eliminando los términos constantes de la función objetivo) como:

$$\min_{T_{1p}, H_{1p}} \sum_{p=1}^P \left[ C_{1p}(T_{1p}) + \frac{\theta_{1p} \cdot (T_{1p} + H_{1p})^2 \cdot l_p}{2} \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.11

$$T_{1p} + H_{1p} = D_p - \sum_{e=2}^E T_{ep}^* \quad : \quad \lambda_p$$

$$\sum_{p=1}^P H_{1p} = M \quad : \quad \mu$$

Denotemos ahora por  $D_p^*$  a la demanda residual de la primera empresa, es decir, a la demanda del sistema menos la producción del resto de agentes. Entonces, podemos plantear un problema equivalente de minimización de

---

<sup>2</sup> En realidad, lo que se puede garantizar es que, al fijar algunas de las variables a su valor en el punto óptimo, la solución primal coincide, aunque no así la solución dual. No obstante, en este caso también se conservan los valores duales, ya que las variables que se fijan no son las que "reaccionan" a la hora de calcular las variables duales de interés.

costes para la primera empresa. El término cuadrático se puede eliminar al estar la demanda residual fijada y, por lo tanto, ser constante la suma de la producción térmica e hidráulica.

$$\min_{T_{1p}, H_{1p}} \sum_{p=1}^P C_{1p}(T_{1p})$$

Sujeto a:

$$T_{1p} + H_{1p} = D_p^* \quad : \quad \lambda_p$$

$$\sum_{p=1}^P H_{1p} = M \quad : \quad \mu$$

Ecuación 4.12

Este problema equivalente muestra cómo **cada empresa realiza una minimización de costes** que le permita llegar a la producción que necesita para alcanzar el equilibrio de mercado (es decir, su demanda residual). Intuitivamente, se puede considerar que las empresas deciden su operación en dos pasos. En el primero, interactúan todas las empresas para maximizar su beneficio, de modo que se llega al punto de equilibrio. En el segundo, una vez que cada empresa conoce su producción óptima en cada momento, realiza una minimización de costes para suministrarla.

#### 4.1.3.1. Significado del valor técnico

La valoración de recursos es un aspecto de interés dentro de la operación de la generación a medio plazo. Hay que diferenciar entre el coste de un recurso y su valor para una empresa en un momento dado. Por ejemplo, el coste de los recursos hidráulicos es prácticamente nulo, mientras que su valor debe calcularse considerando que evitan la utilización de generación más cara.

Para interpretar el significado que tiene el **valor técnico de un recurso** (en el caso que estamos desarrollando, el agua), reduzcamos el problema al primer periodo, fijando el resto de variables a su valor en el óptimo y eliminando los términos constantes de la función objetivo.

$$\min_{T_{11}, H_{11}} C_{11}(T_{11})$$

Sujeto a:

$$T_{11} + H_{11} = D_1^* \quad : \quad \lambda_1$$

$$H_{11} = M - \sum_{p=2}^P H_{1p}^* = H_{11}^* \quad : \quad \mu$$

Ecuación 4.13

E introduciendo la última restricción en la función objetivo utilizando su multiplicador, este problema resulta equivalente a:

$$\min_{T_{11}, H_{11}} C_{11}(T_{11}) - \mu \cdot H_{11}$$

Sujeto a:

Ecuación 4.14

$$T_{11} + H_{11} = D_1^* \quad : \quad \lambda_1$$

Estos dos problemas equivalentes nos muestran que, al considerar un problema de corto plazo, el valor técnico del recurso es el valor que hay que utilizar en la función objetivo de corto plazo para obtener la producción que ha resultado en la planificación de medio plazo (siempre que las condiciones de ambos problemas sean idénticas). Por este motivo, estos valores técnicos constituyen señales económicas importantes en la operación de una empresa de generación de energía eléctrica. A lo largo de este capítulo se insistirá en la importancia de los valores técnicos como señal económica para la operación de corto plazo.

Otra interpretación que se puede obtener de la última formulación es que el valor técnico del agua es el coste (ya que la variable dual es negativa) que se considera asociado a la generación hidráulica para coordinarla con la generación térmica. Es decir, el coste a partir del cual los grupos térmicos son sustituidos por generación hidráulica. Por este motivo, también se le suele llamar *valor de sustitución*.

Es importante hacer notar que el resultado obtenido se conserva aún cuando se considere demanda elástica, así como con el resto de las modificaciones al caso básico desarrolladas en el capítulo anterior (siempre considerando independencia en las funciones de coste de las empresas). Por otro lado, el recurso que se está valorando puede estar definido a partir de una serie de variables, tal como puede ser la suma de las producciones de un grupo térmico a lo largo de todo el horizonte temporal.

#### 4.1.3.2. Valor empresa de un recurso

Para finalizar este apartado, se va a introducir el concepto de *valor empresa*. Así como el valor técnico se ha definido como la variación del coste de un agente al variar un parámetro, el **valor empresa** se define como la variación del beneficio del agente al variar ese mismo parámetro. Siguiendo con el ejemplo utilizado, y denominando  $B_1$  al beneficio obtenido por la empresa  $e=1$  y  $\nu$  al valor empresa del recurso, se tiene:

$$\frac{\Delta FO}{\Delta M} = \frac{\partial C_1}{\partial M} = \pi \neq \frac{\partial B_1}{\partial M} = \nu$$

Ecuación 4.15

El valor empresa no se puede obtener directamente como un multiplicador al calcular el equilibrio de mercado, a no ser que se realicen suposiciones adicionales. El modo de calcularlo sería volver a obtener el equilibrio de mercado variando infinitesimalmente el parámetro y calcular la variación del beneficio.

En cualquier caso, y tal como se ha demostrado anteriormente, el valor técnico de un recurso es la señal económica adecuada para utilizar análogamente a como se utiliza el valor del recurso en un entorno tradicional. Por lo tanto, en el desarrollo de esta tesis no se ha considerado necesario profundizar en el cálculo del valor empresa de los recursos.

## 4.2. El valor del agua en entornos competitivos

### 4.2.1. La importancia del valor del agua

Una de las características distintivas de los sistemas de generación de energía eléctrica es la existencia de subsistemas hidráulicos. En la mayor parte de los sistemas, la coordinación hidrotérmica es la dificultad más importante con la que se enfrenta la operación de la generación a medio plazo.

La gestión hidráulica se realiza con un horizonte de decisión de medio plazo (en muchos sistemas, con horizontes de un año, aunque existen sistemas hidráulicos multianuales). En cambio, la programación de los grupos se realiza en un horizonte de corto plazo (típicamente semanal). De este modo, es necesario que la planificación de medio plazo envíe señales adecuadas a la operación de corto plazo, con el objetivo de realizar correctamente la gestión hidráulica.

Tradicionalmente, en un entorno centralizado en el que un operador único trata de minimizar el coste total del sistema, se han utilizado dos señales distintas proporcionadas por la planificación de medio plazo para la operación de corto plazo:

- La **cantidad total de energía hidráulica** que se puede consumir durante la semana (o el horizonte de corto plazo que corresponda).
- El **valor del agua**, tal y como se ha definido en el apartado 4.1.1: el coste de sustitución del agua (cuánto se modifica el coste si se varían los recursos hidráulicos disponibles). De nuevo hay que insistir en la diferencia entre coste, que en el caso del agua es prácticamente nulo, y valor. Además, hay que indicar que a lo largo de esta tesis, cuando se hable de valor del agua (o valor de algún recurso), se está haciendo referencia al valor marginal.

Consideremos un problema de optimización en el que se minimizan los costes de un sistema teniendo en cuenta la gestión hidráulica (para facilitar la exposición, se considera un único subsistema hidráulico por empresa). Es decir:

$$\min_{T_{ep}, H_{ep}, rh_{ep}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P C_{ep}(T_{ep})$$

Sujeto a:

$$\sum_{e=1}^E P_{ep} = D_p \quad : \quad \eta_p \quad \text{Ecuación 4.16}$$

$$rh_{ep} - rh_{e,p-1} = A_{ep} - H_{ep} \cdot l_p \quad : \quad \mu_{ep}$$

$$rh_{ep} = rf_e$$

$$\underline{R}_{ep} \leq rh_{ep} \leq \bar{R}_{ep}$$

Tal y como se ha visto en el apartado 4.1 y por su propia definición, el valor del agua se puede obtener como el valor absoluto de la variable dual  $\mu_{ep}$  de la restricción de balance hidráulico en cada periodo. El valor del agua se puede interpretar como el coste marginal de generación a partir del cual se comenzará a introducir producción hidráulica. Es decir, sólo se utilizarán recursos hidráulicos en los momentos en los que no existan grupos térmicos disponibles con un coste menor que el valor absoluto de  $\mu_{ep}$ .

Supongamos que se ha realizado una planificación de medio plazo y se quiere pasar una señal adecuada para la explotación de corto plazo. Sea  $EH$  la cantidad de energía hidráulica proporcionada por la planificación de medio plazo para una empresa determinada, y  $\mu$  el valor del agua, ambos correspondientes al horizonte de corto plazo considerado. En el caso de que las condiciones previstas al realizar la planificación de medio plazo coincidan con las que, en efecto, se dan en la operación de corto plazo, ambas señales son equivalentes, como se ha demostrado en el apartado anterior. Es decir, si se realiza la operación de corto plazo considerando que la energía total que producirá la empresa es  $EH$ , el resultado será el mismo que si se supone que la energía hidráulica tiene un coste  $\mu$ . Sin embargo, este caso no es el que se da en la práctica, debido fundamentalmente a dos consideraciones.

Por un lado, el modelo utilizado en el medio plazo es una simplificación de la realidad. Por ejemplo, a lo largo de una semana los días se agrupan entre ellos para formar subperiodos, y las horas forman parte de una serie de bloques de carga. Así, se eliminan detalles que en la operación de corto plazo son muy importantes (rampas de los grupos térmicos, topología detallada y tiempos de

paso de los subsistemas hidráulicos, etc.), pero que en el horizonte de medio plazo permiten realizar una planificación adecuada.

Por otro lado, las previsiones efectuadas para calcular la previsión de corto plazo no coincidirán exactamente con la realidad a la que se enfrenta la programación semanal. Típicamente, existirán desviaciones en la demanda, en las condiciones hidráulicas, en los costes previstos de los combustibles, o bien pueden existir indisponibilidades fortuitas de los grupos de generación.

Estos dos aspectos hacen que la programación semanal tenga que realizarse en condiciones que no sean las que se utilizaron en la planificación de medio plazo. Si esta desviación es pequeña, los resultados que se obtengan al imponer las producciones totales de los grupos hidráulicos pueden resultar aceptables. En cualquier caso, la programación de corto plazo se realizará de modo más correcto utilizando una valoración explícita de los recursos hidráulicos. Esta valoración la proporciona el valor del agua, que internaliza tanto la gestión hidráulica a lo largo del horizonte anual o multianual, como la representación (aunque simplificada) de las características de los subsistemas hidráulicos.

No obstante, hay que indicar que el valor del agua es una señal adecuada siempre y cuando la programación semanal no se desvíe demasiado de la previsión realizada por el medio plazo. Esto se debe a que se trata de la derivada de una función de coste, con lo que su aplicación será adecuada en un entorno del punto en el que se ha calculado.

La solución óptima del problema de conexión entre el medio y el corto plazo se realiza mediante el cálculo de las curvas de valor del agua. Este aspecto será tratado con mayor detalle en apartado 4.4.

#### **4.2.2. Los distintos valores del agua en entornos competitivos**

Como ya se ha indicado, en un entorno tradicional centralizado en el que el objetivo es la minimización del coste total de generación, el valor del agua se define como el coste de sustitución: el del grupo al que sustituye la generación hidráulica.

En cambio, al considerar un mercado competitivo, esta definición de valor del agua pierde su sentido, puesto que ya no es un operador centralizado el que está planificando la explotación del sistema. Cada empresa opera sus recursos hidráulicos intentando maximizar su propio beneficio, por lo que el valor del agua debe definirse teniendo en cuenta esta nueva situación.

En esta tesis, se consideran dos definiciones de valor del agua, que se corresponden con lo expuesto en el apartado anterior.

Como *valor empresa del agua* se define la variación del beneficio de una empresa respecto a la cantidad de energía hidráulica disponible. Es decir, cuánto varía el beneficio de la empresa si se varía unitariamente la disponibilidad de agua.

Por otro lado, el *valor técnico del agua* se define como su valor de sustitución para la empresa que dispone del recurso hidráulico. Es decir, el coste que se evita la empresa al disponer de una unidad adicional de energía hidráulica. Análogamente a las consideraciones realizadas en un entorno centralizado, el valor del agua se corresponde con el coste marginal a partir del cual una empresa comenzará a utilizar generación hidráulica. Como ya se ha visto, en el corto plazo la empresa se enfrenta a una minimización de costes frente a una demanda residual, por lo que la situación se puede considerar equivalente a la que se presenta en un entorno centralizado. Así, el valor técnico del agua es la señal económica adecuada para realizar la comunicación entre la planificación a medio plazo y la operación a corto plazo.

Existen pocos trabajos que estudien la coordinación hidrotérmica en mercados eléctricos y en los que se haga referencia al valor del agua.

El primer trabajo que incluye el valor del agua en entornos competitivos fue [Scott, 1996]. En él, se plantea un problema de maximización de beneficios para cada empresa considerando la coordinación hidrotérmica. Su resolución se realiza mediante Programación Dual Dinámica (DDP), para lo que utiliza el valor del agua. En este trabajo no se da especial importancia al valor del agua, sino que se utiliza como una herramienta para calcular el equilibrio de mercado. Más adelante, en [Bushnell, 1998] se define explícitamente el valor del agua, aunque las aplicaciones de su metodología a casos reales son bastante limitadas, ya que no permite considerar sistemas de tamaño real. No obstante, se trata del primer trabajo en el que se define claramente el significado y la importancia del valor del agua en entornos competitivos. En [Ventosa, 2000], se establece un método de cálculo de equilibrio de mercado con el que se pueden abordar problemas de tamaño real, permitiendo calcular el valor del agua.

En estos tres trabajos el valor del agua se define como la variación del beneficio respecto de la disponibilidad de recursos hidráulicos. No obstante, implícitamente se está realizando la hipótesis de que la producción de las empresas se mantiene constante, por lo que el valor del agua que se calcula coincide con el que se ha denominado valor técnico.

Por otro lado, en [Barquín, 2000] se aborda el cálculo del equilibrio de mercado como un problema de programación dinámica, donde la derivada de la curva de coste futuro resulta ser el valor empresa del agua.



### 4.2.3. Cálculo del valor técnico del agua

Tal y como se ha indicado, el **valor técnico del agua** es el que se ha considerado de interés en la presente tesis para optimizar la operación de una empresa de generación. Por lo tanto, resulta necesario disponer de un procedimiento adecuado de cálculo que permita su utilización para la programación de corto plazo.

Como se ha visto en el apartado 4.1, el modelo propuesto en esta tesis tiene interesantes propiedades respecto al significado de las variables duales que se obtienen. En concreto, el valor técnico del agua se puede calcular para cada subsistema hidráulico y cada periodo, directamente como el valor absoluto de la variable dual de la restricción de balance hidráulico. Se trata de un resultado de gran interés, ya que al realizar la planificación de medio plazo con el modelo propuesto, se obtienen directamente los valores del agua para todos los periodos y los grupos de estudio. Además, este método de obtención del valor del agua es análogo al caso de minimización de costes, si bien su significado es diferente para la operación de la empresa propietaria del subsistema hidráulico.

## 4.3. Los ingresos y costes marginales de medio plazo para una empresa de generación

### 4.3.1. Justificación

En un entorno competitivo, los ingresos y costes marginales de una empresa de generación son señales importantes para su operación. En concreto, el conocimiento de los ingresos y costes marginales resulta fundamental para **establecer posiciones a medio y largo plazo**. Además, resulta útil conocer las distintas situaciones que pueden modificarlos, para su aplicación a la firma de contratos a medio y largo plazo. Por ejemplo, cuando una empresa de generación tiene que valorar un contrato (o debe hacer una oferta a un cliente), no puede considerar siempre un mismo ingreso o coste marginal. Dependerá si se trata de un compromiso de corto o largo plazo, si es en horas de punta o en horas de valle, si es por una gran cantidad o por una pequeña, etc.

El objetivo de este apartado es doble. Por un lado, se trata de caracterizar el problema de los ingresos y costes marginales de una empresa en un entorno competitivo y su influencia en la operación a medio plazo. Por otro, proponer una metodología de cálculo y descomposición de los ingresos marginales, de modo que se consiga aislar los diferentes aspectos que les están afectando, interpretando en cada caso los resultados obtenidos.

Para ello, se utilizará el método de resolución y los resultados descritos en el Capítulo 3, así como el resultado fundamental obtenido en el apartado 4.1 de este capítulo.

### 4.3.2. Ingresos y costes marginales en mercados competitivos

En este epígrafe se realiza la descripción del problema de los ingresos y los costes marginales en la operación a medio plazo de un mercado competitivo. En primer lugar se establece el problema en un contexto de minimización de costes. A continuación se dan las definiciones de ingreso y coste marginal, que se utilizarán para después abordar el caso general de mercados en competencia.

#### 4.3.2.1. Minimización de costes

El concepto de coste marginal es de uso muy frecuente en los estudios económicos [Varian, 1992] y, en concreto, en los estudios tradicionales de sistemas de energía eléctrica [Pérez-Arriaga, 1994]. Al hablar de coste marginal de generación en un sistema con operación centralizada, se hace referencia a la derivada de la función de coste en el punto de operación (ver Capítulo 3). Es decir, el coste de generar una unidad extra de energía (o bien el coste de la unidad de energía más cara generada).

Como ya se ha indicado en repetidas ocasiones, en un entorno centralizado la operación del sistema se realiza a través de una minimización del coste total. En este apartado, y para facilitar el desarrollo, la demanda se considera inelástica.

$$\min_{T_{ep}, P_{ep}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P C_{ep}(T_{ep})$$

Sujeto a:

Ecuación 4.17

$$\sum_{e=1}^E P_{ep} = D_p \quad : \quad \eta_p$$

Restricciones técnicas

En este caso existe un único coste marginal para el sistema, que es el aumento en el coste al generar energía adicional (o bien el ahorro de coste al generar menos energía). Además, y por definición, este coste marginal coincide con el cociente entre la variable dual de la restricción de balance de potencia y la duración del periodo (Ecuación 4.2).

#### 4.3.2.2. Definición de ingreso y coste marginal

Cuando se considera un mercado de generación de electricidad, el anterior concepto de coste marginal pierde su sentido y es necesario plantear una nueva

definición que se adapte a las necesidades de la operación óptima de la generación. En [Gómez, 2002] se define como coste marginal del sistema respecto a la demanda, a lo que en esta tesis se ha denominado precio marginal, es decir, el precio al que es remunerada la generación y cobrado el consumo. No obstante, el precio marginal no es una señal adecuada para la operación de la generación de una empresa, debido a que no sólo está relacionado con la propia empresa, sino también con el comportamiento de sus competidoras.

En esta tesis, se ha decidido considerar una definición de coste marginal en competencia que es continuista respecto a la del enfoque de minimización de costes. Se define como *coste marginal* para una empresa en un periodo de tiempo al **incremento de coste asociado a un incremento en su generación** (o bien al decremento de coste al reducir su generación). Esta definición se corresponde con la derivada de la función de coste para su nivel de producción. Esto quiere decir que, para cada empresa, el coste marginal vendrá dado por el estado de su parque térmico, sin tener en cuenta otros aspectos.

No obstante, y como se verá más adelante, este coste marginal no agrupa toda la información necesaria para una operación óptima de la generación. Por este motivo, se define como *ingreso marginal* para una empresa en un periodo de tiempo, al **incremento de sus ingresos asociado a un incremento unitario en su generación** (o bien al decremento de sus ingresos al reducir su generación). Este ingreso marginal depende de muchos más factores que el coste marginal, como se irá mostrando en este apartado.

#### 4.3.2.3. Mercados competitivos

La consideración de un mercado de generación en competencia hace cambiar la situación respecto a la minimización de costes. Tal y como se ha desarrollado en el Capítulo 3, al considerar un caso básico, el equilibrio de mercado lleva a la siguiente ecuación para cada empresa:

$$\frac{\partial C_{ep}}{\partial P_{ep}} = \lambda_p - \left| \frac{\partial \lambda_p}{\partial P_{ep}} \right| \cdot P_{ep} \quad \forall e, p \quad \text{Ecuación 4.18}$$

De acuerdo a las definiciones realizadas, el término de la izquierda corresponde al coste marginal  $CM_{ep}$ , y el término de la derecha al ingreso marginal  $IM_{ep}$ . En este caso básico, el ingreso marginal consta de dos sumandos con una interpretación intuitiva. Por un lado, al incrementar (o decrementar) su producción, la empresa percibirá (o dejará de percibir) el precio de mercado por dicha producción. Por otro lado, este incremento (o decremento) provocará un decremento (o incremento) en el precio de mercado que afectará a toda su producción.

Se observa que, en este caso básico, el equilibrio de mercado se alcanza en el punto en el que el **ingreso marginal** de cada empresa es **igual** a su **coste marginal**. Existen dos diferencias fundamentales respecto al caso de un entorno centralizado. Por un lado, el coste marginal no coincide con la variable dual de la ecuación de demanda. Por otro, existe un coste marginal distinto para cada empresa.

El modelo propuesto en esta tesis permite calcular el ingreso marginal de una empresa, mediante la ecuación:

$$IM_{ep} = \lambda_p - \theta_{ep} \cdot P_{ep} \quad \forall e, p \quad \text{Ecuación 4.19}$$

Tal y como se ha desarrollado en el Capítulo 3, la consideración de contratos firmados por una empresa modifica esta expresión. Si la empresa tiene una cantidad  $P_{cep}$  contratada por diferencias y una cantidad  $P_{bep}$  por contratos bilaterales, es inmediato comprobar que el ingreso marginal se calcula según la expresión:

$$IM_{ep} = \lambda_p - \theta_{ep} \cdot (P_{ep} - P_{cep} - P_{bep}) \quad \forall e, p \quad \text{Ecuación 4.20}$$

Ésta es la expresión general del ingreso marginal aunque, en este apartado, y por simplificar el desarrollo, no se considerará la existencia de contratos (su consideración no modifica los resultados obtenidos). De este modo, el cálculo del ingreso marginal se realizará mediante la Ecuación 4.19.

#### 4.3.2.4. *Importancia del ingreso marginal*

Como ya se ha comentado en la introducción de este apartado, el ingreso marginal constituye una señal económica importante para las empresas de generación. Desde el punto de vista intuitivo, el ingreso marginal indica el nivel de coste marginal hasta el que pueden producir los grupos de una empresa. Es decir, para maximizar el beneficio, en cada periodo sólo producirán los grupos térmicos con un coste marginal menor que el ingreso marginal en el punto de equilibrio.

Por otro lado, al analizar la operación de la empresa en el medio plazo, el ingreso marginal es una herramienta muy útil. Por ejemplo, si se quiere valorar la firma de un contrato, el ingreso marginal es la señal adecuada. No obstante, al considerar mayor complejidad en el mercado, son necesarios ciertos matices y consideraciones en la operación a medio plazo, tal y como se desarrolla en el siguiente epígrafe.

### 4.3.3. Descomposición de los ingresos marginales

La consideración de mayor complejidad en el mercado de generación hace que se modifique la ecuación que representa el equilibrio de mercado para un caso básico (Ecuación 4.18), por lo que también se modifica la relación entre el ingreso y el coste marginal. El objetivo de este epígrafe es estudiar cómo diferentes situaciones modifican dicha relación, e interpretar estas modificaciones para su aplicación a la operación de la generación a medio plazo.

#### 4.3.3.1. Análisis con restricciones técnicas

En primer lugar, se realizará el análisis teniendo en cuenta únicamente restricciones técnicas, además del balance de potencia entre generación y demanda. Es decir, para los grupos térmicos  $g = 1 \dots G$ , se considera la restricción de potencia máxima. Para los subsistemas hidráulicos  $h = 1 \dots H$ , las restricciones de potencia máxima, balance hidráulico y cotas de los embalses. Otra consideración que se realizará a lo largo de todo este epígrafe es considerar como unitaria la duración de todos los periodos ( $l_p = 1$ ). De este modo, todas las variables duales tendrán interpretación inmediata sin tener que dividir las por la duración, lo que facilitará el desarrollo. Entonces, el equilibrio de mercado se resolverá mediante el siguiente problema de optimización:

$$\min_{P_{gp}, P_{hp}, rh_{hp}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \bar{C}_{ep}(T_{ep}, H_{ep})$$

Sujeto a:

$$T_{ep} = \sum_{g \in e} P_{gp} \quad H_{ep} = \sum_{h \in e} P_{hp}$$

$$P_{gp} \leq \bar{P}_g \quad : \quad \pi_{gp}^P$$

$$P_{hp} \leq \bar{P}_{hp} \quad : \quad \mu_{hp} \quad \text{Ecuación 4.21}$$

$$rh_{hp} - rh_{h,p-1} = A_{hp} - H_{hp} \quad : \quad \mu_{hp}$$

$$rh_{hp} = rf_h$$

$$\underline{R}_{hp} \leq rh_{hp} \leq \bar{R}_{hp}$$

$$\sum_{e=1}^E [T_{ep} + H_{ep}] = D_p \quad : \quad \lambda_p$$

En primer lugar, se va a analizar la situación que resulta cuando se consideran funciones de coste continuas y crecientes con derivada continua y creciente, como en la Figura 4.1.

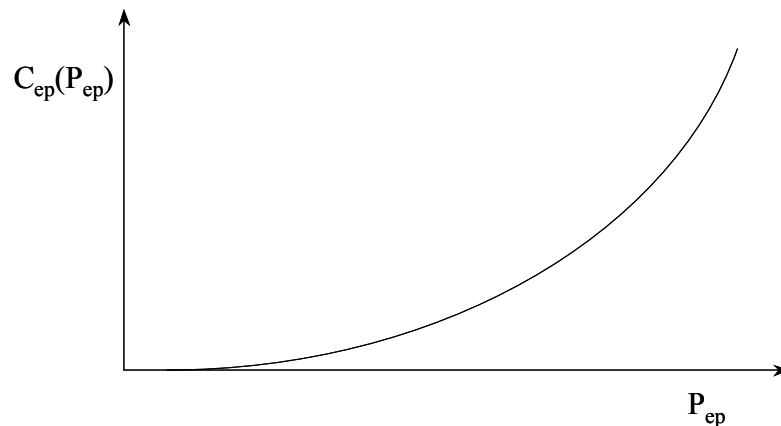


Figura 4.1 Función de coste continua y creciente con derivada continua y creciente

Aunque esta situación no se corresponde con el problema definido en la Ecuación 4.21, resulta interesante para comenzar el análisis, y podría representar el caso de una empresa con un grupo que tiene una función de coste cuadrática.

En este caso, el ingreso marginal y el coste marginal son iguales para cada empresa y cada periodo, y coinciden con la derivada de la curva de coste en el punto  $P_{ep}$ .

No obstante, la función de coste de una empresa a menudo se aproxima por una **función lineal continua a tramos**, con derivada no continua, como se muestra en la Figura 4.2.

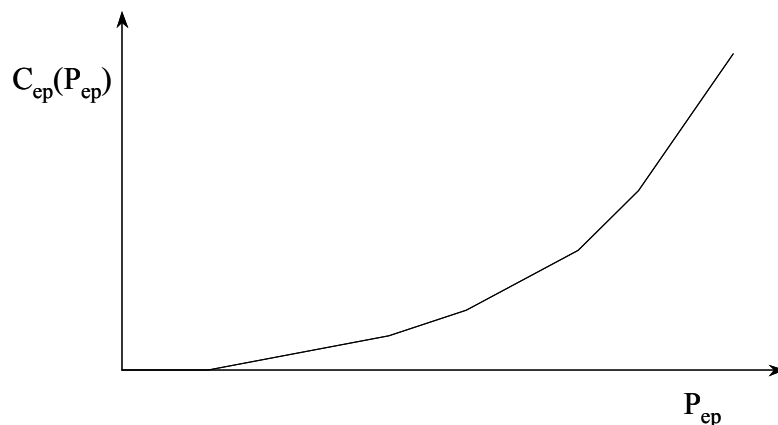


Figura 4.2 Función de coste continua a tramos

En particular, esta representación se utiliza frecuentemente en estudios de medio y largo plazo de sistemas de gran tamaño, y es la que se ha utilizado en el modelo propuesto en esta tesis. Cada tramo se corresponde con un grupo térmico, y la pendiente del tramo es el coste variable del grupo. Esta

representación hace que el coste marginal de una empresa sea una función discontinua, como se muestra en la Figura 4.3.

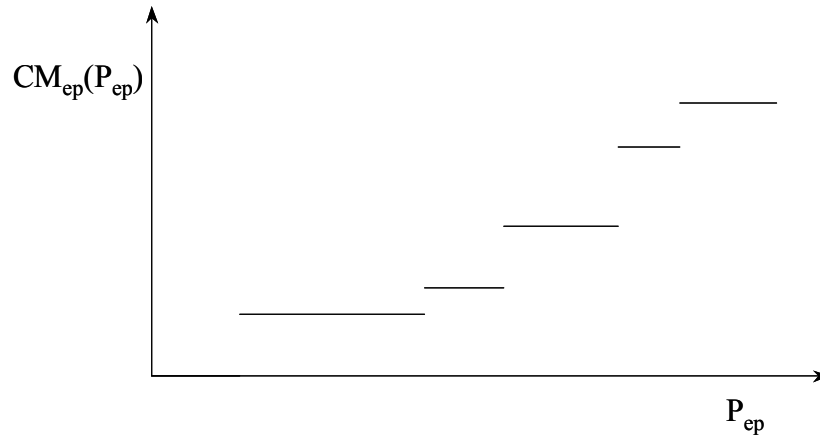


Figura 4.3 Función de coste marginal discontinua

En general, este coste marginal no coincide con el ingreso marginal, cuyo cálculo según la Ecuación 4.19 sigue siendo válido. Se pueden dar tres situaciones distintas, que se representan en la Figura 4.4:

1. Existe un grupo térmico que está produciendo a un nivel inferior a su potencia máxima. En este caso, el coste marginal  $CM_1$  sí coincide con el ingreso marginal  $IM_1$ , y es el coste variable del grupo en cuestión.

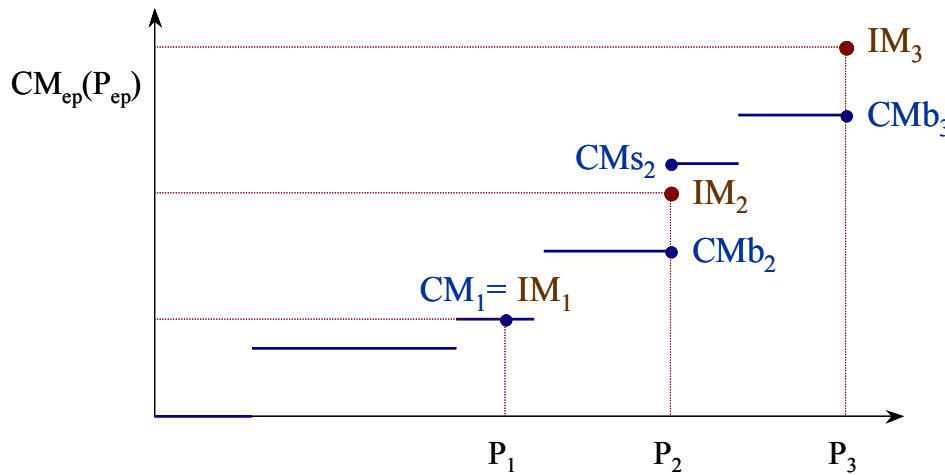


Figura 4.4 Diferentes situaciones para el ingreso y el coste marginal

2. Algunos de los grupos térmicos de la empresa están produciendo a su potencia máxima, mientras que el resto no están acoplados. La situación en este caso es que el ingreso marginal  $IM_2$  de la empresa está entre el coste variable del grupo más caro que genera, y el coste variable del grupo más barato que no genera. En cambio, el coste marginal se encuentra en un punto de discontinuidad, por lo que no se puede definir unívocamente, sino un coste marginal  $CMs_2$  para subir la producción (mayor o igual que el ingreso marginal), y otro  $CMb_2$  para bajarla (menor o igual que el ingreso marginal).

3. Si todos los grupos térmicos de la empresa están generando a potencia máxima, el ingreso marginal  $IM_3$  será mayor o igual que el coste variable del grupo más caro. En cambio, el coste marginal  $CMB_3$  únicamente se puede definir para bajar la producción (derivada por la izquierda), y será igual a dicho coste variable.

En cualquiera de las tres situaciones anteriores, se puede descomponer el ingreso marginal de una empresa en dos factores. Si  $c_{g^*}$  es el coste variable de cualquier grupo  $g^*$  que esta generando en el periodo  $p$ , el ingreso marginal para la empresa propietaria del grupo verifica que:

$$IM_{ep} = c_{g^*} - \pi_{g^*p}^p \quad \forall e, p \quad \text{Ecuación 4.22}$$

La variable dual en este caso es negativa o nula, por lo que el ingreso marginal es la suma del coste variable de cualquier grupo (que produzca), más el valor absoluto de la variable dual de la restricción de potencia máxima. Esta ecuación tiene una interpretación totalmente intuitiva, ya que la variable dual es, según lo visto en el apartado 4.1, el coste que se ahorraría (o que estaría dispuesto a pagar) la empresa por disponer de una potencia extra en dicho grupo. Este valor ha de ser, exactamente, la diferencia entre el ingreso marginal y el coste del grupo.

#### 4.3.3.2. *Análisis con restricciones de producción mínima*

En los mercados de generación, hay diferentes razones por las que una empresa puede tener otros objetivos que no han sido incluidos en el caso anterior (en el que el único objetivo era la maximización de beneficios teniendo en cuenta las restricciones técnicas). En este epígrafe se analizan dos situaciones en las que se impone una **restricción de producción mínima**.

Por un lado, se analiza una producción mínima en un determinado grupo a lo largo de todo el horizonte temporal. Este nivel mínimo puede deberse a razones técnicas, económicas o estratégicas. Por otro lado, se ha considerado una cuota o producción mínima para el conjunto de la empresa. Esta situación normalmente responde a una política de largo plazo de la empresa para mantener su posición en el mercado, incluso si este comportamiento le lleva a un conseguir un menor beneficio a corto o medio plazo.

Para simplificar el análisis, se supondrá que estamos en la primera situación de las tres descritas anteriormente, es decir, que existe un grupo de la empresa a media carga. Posteriormente, toda la metodología será recogida en una expresión general que engloba todas las posibles situaciones.

Para desarrollar el resto del apartado, se introduce la siguiente notación. El grupo más caro de la empresa  $e$  que está generando a media carga en el periodo  $p$  se denota  $\tilde{g}_{ep}$  y su coste variable  $\tilde{c}_{ep}$ .



### Producción mínima obligada en un grupo

Cuando un grupo tiene la obligación de producir una determinada cantidad de energía a lo largo del horizonte de estudio, pueden existir momentos en los que esté produciendo incluso si existen grupos más baratos que no lo están haciendo. Sea  $S_g$  la producción mínima obligada para un grupo  $g$ . Las restricciones que hay que incluir en el problema de minimización son:

$$\sum_{p=1}^P P_{gp} \geq S_g \quad : \quad \pi_g^m \quad \text{Ecuación 4.23}$$

Las variables duales de estas restricciones serán positivas o nulas. La situación que se da en este caso es que, cuando un grupo con este tipo de restricción no está generando, o lo hace a potencia máxima, no hay ningún efecto en la relación entre ingreso y coste marginal. En cambio, en los periodos en los que el grupo  $g$  está generando a un nivel inferior a su máximo, el ingreso marginal de la empresa propietaria verifica:

$$IM_{ep} = \tilde{c}_{ep} - \pi_g^m \quad \text{Ecuación 4.24}$$

Es decir, a lo largo de todo el horizonte temporal, el grupo se comporta como si tuviese un coste variable real decrementado en la variable dual de su restricción de producción mínima. De este modo, el grupo debe ser operado como tuviese un “incentivo interno” a la producción. Este “incentivo” tiene que ser considerado en la operación a corto plazo, ya que de este modo se podrá conseguir el objetivo incorporado en la planificación de medio plazo. Esto significa que la operación debe realizarse teniendo en cuenta el orden de mérito de los grupos (ordenación de los grupos de menor a mayor coste variable) modificado por estos “incentivos internos”. Así, un grupo con una restricción de producción mínima puede estar en dicho orden de mérito antes que un grupo que tenga un coste variable menor.

### Cuota mínima para una empresa

Cuando una empresa trata de asegurar una cuota de mercado mínima (o, alternativamente, una producción mínima), puede darse el caso de que se vea obligada a producir con grupos con los que, de otro modo, no produciría. Sea  $Q_e$  la cuota mínima buscada por la empresa  $e$ . Entonces, la restricción que hay que incluir para considerar esta situación es:

$$\sum_{p=1}^P P_{ep} \geq Q_e \cdot \sum_{p=1}^P D_p \quad : \quad \pi_e^Q \quad \text{Ecuación 4.25}$$

Las variables duales de estas restricciones serán, como en el caso anterior, positivas o nulas. El ingreso marginal que percibe la empresa será:

$$IM_{ep} = \tilde{c}_{ep} - \pi_e^O \quad \text{Ecuación 4.26}$$

Es decir, la obligación de conseguir una cuota mínima tiene el efecto de que todos los grupos pertenecientes a la empresa se comportan como si tuviesen un **coste variable real decrementado** en la variable dual de esta restricción. Este comportamiento se produce durante todo el horizonte de ejecución, y debe ser tomado en cuenta en la operación a corto plazo de la empresa de generación, ya que, en caso contrario, no conseguirá el objetivo de cuota que se ha propuesto.

#### 4.3.3.3. *Análisis con restricciones de producción máxima*

Los casos en los que se consideran **restricciones de producción máxima** (ya sea para un grupo o para una empresa), tienen unos efectos simétricos a los de producción mínima.

Así, en el caso de un grupo sujeto a una producción máxima  $T_g$  en el horizonte de estudio, su comportamiento es el mismo que el que tendría un grupo con un coste variable incrementado en el valor absoluto de la variable dual de la restricción (que, en este caso, será negativa o nula).

$$\sum_{p=1}^P P_{gp} \leq T_g \quad : \quad \pi_g^M \quad \text{Ecuación 4.27}$$

De este modo, el grupo debe ser operado como tuviese una “penalización interna” a la producción. La consideración de esta penalización en la operación de corto plazo permitirá a la empresa conseguir el objetivo incorporado en la planificación de medio plazo. Un ejemplo de este tipo de restricción es un grupo con una producción máxima debido a un límite de emisiones (este tipo de medidas se suelen tomar, bien para limitar los niveles de contaminación en zonas urbanas, bien para limitar las emisiones de gases de efecto invernadero [U.E., 2003]). En este caso, la variable dual se puede utilizar como valoración para la compra de un permiso adicional de emisiones para el grupo en consideración.

El caso de un objetivo de cuota (o de producción) máxima  $W_e$  para una empresa no es una situación habitual en la práctica. De cualquier modo, se incluye su estudio para completar el análisis:

$$\sum_{p=1}^P P_{ep} \leq W_e \cdot \sum_{p=1}^P D_p \quad : \quad \pi_e^W \quad \text{Ecuación 4.28}$$

De forma simétrica al caso de cuota mínima, la restricción de cuota máxima hace que todos los grupos pertenecientes a la empresa se comporten como si tuviesen un **coste variable real incrementado** por el valor absoluto de la variable dual de la restricción (que, de nuevo, será negativa o nula).

#### 4.3.3.4. *Análisis de grupos con incentivos a la producción*

Las situaciones en las que un grupo o un conjunto de ellos reciben un incentivo a la producción, provienen fundamentalmente de aspectos regulatorios (como protección a las energías renovables o a los combustibles autóctonos).

Sea  $\gamma_g$  el incentivo que recibe el grupo  $g$ . Al igual que en el caso de la producción mínima, cuando el grupo está generando a plena carga o no está generando, el ingreso marginal de la empresa no sufre variación. En cambio, cuando el grupo está generando a media carga, el ingreso marginal de la empresa es:

$$IM_{ep} = \tilde{c}_{ep} - \gamma_g \quad \text{Ecuación 4.29}$$

Como era de esperar, el grupo se comporta como si su coste variable real fuese su coste variable menos el incentivo que recibe.

En la formulación matemática completa del modelo (Anexo A), los incentivos se suponen limitados hasta cierta producción total del grupo. No obstante, en este desarrollo no se ha considerado de interés realizar dicha suposición.

#### 4.3.3.5. *Expresión general*

A partir de los resultados obtenidos a lo largo de este apartado, se puede obtener una expresión general para identificar los diferentes términos en los que se puede descomponer el ingreso marginal de una empresa en cada periodo. Para ello, se considerará que el ingreso marginal en un periodo dado está compuesto por dos términos: por un lado, un término que recoge todos los efectos que afectan al grupo más caro que está generando en dicho momento; y por otro, un término que recoge los efectos sobre el conjunto de la empresa en el periodo considerado. De este modo, el ingreso marginal puede expresarse como sigue:

$$IM_{ep} = \tilde{A}_{ep} - Z_{ep} \quad \text{Ecuación 4.30}$$

El término  $Z_{ep}$  incluye la información dual que afecta al ingreso marginal, y tiene que ser aplicada a todos los grupos de la empresa  $e$  en el periodo  $p$ . Por otro lado,  $\tilde{A}_{ep}$  representa el *coste variable aparente* del grupo  $\tilde{g}_{ep}$ .

Si un grupo  $g$  tiene un **coste variable aparente**  $A_g$  en un periodo, significa que su comportamiento en dicho periodo es el mismo que el comportamiento que tendría un grupo que tuviese  $A_g$  como coste variable. Hay que hacer la aclaración de que, en el caso general,  $\tilde{g}_{ep}$  no se define como el grupo que genera a media carga, puesto que podría no haber ninguno. Así, se define como el grupo de la empresa que tiene el coste aparente más caro en el periodo considerado.

Siguiendo el desarrollo realizado, se pueden dar cuatro situaciones, según el grupo  $\tilde{g}_{ep}$  esté sujeto a alguna de las situaciones que se han descrito:

- Si se trata de un grupo con una restricción de producción mínima:  
 $\tilde{A}_{ep} = \tilde{c}_{ep} - \pi_{\tilde{g}}^m$
- Si se trata de un grupo con una restricción de producción máxima:  
 $\tilde{A}_{ep} = \tilde{c}_{ep} + |\pi_{\tilde{g}}^M|$ .
- Si se trata de un grupo con un incentivo  $\gamma_g$  a la producción:  $\tilde{A}_{ep} = \tilde{c}_{ep} - \gamma_g$ .
- Si se trata de un grupo que no tiene ni restricciones ni incentivos:  $\tilde{A}_{ep} = \tilde{c}_{ep}$

Por último, la expresión completa que recoge la **información dual** es:

$$Z_{ep} = \pi_e^O - |\pi_e^W| - |\pi_{pg}^P| \quad \text{Ecuación 4.31}$$

#### 4.3.4. Caso ejemplo

Para finalizar este apartado, se incluye un caso ejemplo de pequeño tamaño que se utilizará para comprobar el funcionamiento de la metodología propuesta. El caso representa un sistema con dos empresas de generación. La empresa  $x$  es propietaria de tres grupos:  $g1$ ,  $g2$ , y  $g3$ , mientras que la empresa  $y$  posee los grupos  $g4$  y  $g5$ . Se han considerado dos niveles de carga:  $p$  y  $v$ .

La Tabla 4.1 muestra la capacidad instalada y el coste variables para los grupos de generación, la Tabla 4.2 los parámetros que definen la demanda elástica en ambos niveles de carga, y la Tabla 4.3 recoge la variación conjetural del precio respecto de la producción de ambas empresas.

	g1	g2	g3	g4	g5
<b>Potencia instalada (MW)</b>	1000	500	300	800	400
<b>Coste variable (€/MWh)</b>	10	20	30	15	25

Tabla 4.1 Datos de los grupos térmicos

	p	v
<b>Duración (h)</b>	1	1
<b>Pendiente <math>\alpha_0</math> (GW/(€/MWh))</b>	10	15
<b>Demanda para precio 0 (MW)</b>	5000	4000

Tabla 4.2 Datos de duración y demanda

Se han analizado cuatro situaciones. La primera (caso  $a$ ) se corresponde con el equilibrio de mercado únicamente con restricciones técnicas. La segunda (caso  $b$ ), se ha impuesto una cuota mínima del 70% para la empresa  $x$ . La tercera (caso  $c$ ) incluye una restricción de producción mínima de 50 MWh para el grupo  $g3$  de

la empresa  $x$ . Por último, el caso  $d$  incluye ambas restricciones: la cuota mínima y la producción mínima.

	<b>p</b>	<b>v</b>
<b>Empresa x</b>	5	4
<b>Empresa y</b>	3.33	4

Tabla 4.3 Variaciones conjeturales ((€/MWh)/GW)

La Tabla 4.4 muestra las producciones  $P$  de cada grupo, la demanda  $D$ , y el precio marginal  $\lambda$  obtenidos en los cuatro casos para ambos niveles de carga ( $p$  y  $v$ ).

		<b>caso a</b>		<b>caso b</b>		<b>caso c</b>		<b>caso d</b>	
		<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>
<b>x</b>	<b>P<sub>g1</sub> (MW)</b>	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
	<b>P<sub>g2</sub> (MW)</b>	468	0	500	187	418	0	500	167
	<b>P<sub>g3</sub> (MW)</b>	0	0	0	0	50	0	50	0
<b>y</b>	<b>P<sub>g4</sub> (MW)</b>	800	468	800	352	800	468	800	364
	<b>P<sub>g5</sub> (MW)</b>	0	0	0	0	0	0	0	0
	<b><math>\lambda</math> (€/MWh)</b>	27.3	16.9	27.0	16.4	27.3	16.9	26.5	16.5
	<b>D (MW)</b>	2268	1468	2300	1539	2268	1468	2350	1531

Tabla 4.4 Producciones, precios y demanda

La Tabla 4.5 recoge el ingreso marginal  $IM$ , calculado según la Ecuación 4.19, para ambas empresas y ambos niveles de carga en cada uno de los casos.

		<b>caso a</b>		<b>caso b</b>		<b>caso c</b>		<b>caso d</b>	
		<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>	<b>p</b>	<b>v</b>
<b>IM<sub>x</sub></b>		20.0	12.9	19.5	11.7	20.0	12.9	18.8	11.8
<b>IM<sub>y</sub></b>		24.7	15.0	24.3	15.0	24.7	15.0	23.8	15.0

Tabla 4.5 Ingresos marginales (€/MWh)

Por último, en la Tabla 4.6 se muestran las variables duales de la restricción de potencia máxima  $\pi^p$ , de la restricción de producción mínima  $\pi^m$ , y de la restricción de cuota mínima  $\pi^Q$ .

Se puede comprobar cómo, en todos los casos, la expresión general (Ecuación 4.30) se cumple para ambas empresas y ambos niveles de carga.

La consideración de una cuota mínima para la empresa  $x$  hace que produzca con grupos que, de otro modo, no producirían. De este modo, disminuye su ingreso marginal y, por lo tanto, el precio del sistema. Por el contrario, la demanda aumenta.

	caso a		caso b		caso c		caso d	
	p	v	p	v	p	v	p	v
$\pi_{g1}^P$	-10.0	-2.9	-17.8	-10.0	-10.0	-2.9	-17.0	-10.0
$\pi_{g2}^P$	0.0	0.0	-7.8	0.0	0.0	0.0	-7.0	0.0
$\pi_{g3}^P$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\pi_{g4}^P$	-9.7	0.0	-9.3	0.0	-9.7	0.0	-8.8	0.0
$\pi_{g5}^P$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\pi_{g3}^m$	0.0		0.0		10.0		3.0	
$\pi_x^Q$	0.0		8.3		0.0		8.2	

Tabla 4.6 Variables duales (€/MWh)

La producción mínima para el grupo  $g3$  le obliga a generar, incluso cuando el grupo  $g2$  no está a plena carga. La interpretación de la variable dual ( $10 \text{ €/MWh}$ ) es que el coste variable aparente de este grupo es  $20-10 = 10 \text{ €/MWh}$ . Se trata del mismo coste variable que tiene el grupo  $g2$ , y esto se debe a que producen a media carga al mismo tiempo. El grupo  $g5$ , con un coste variable menor que el grupo  $g3$ , no cambia su producción, ya que pertenece a la empresa  $y$ .

La consideración de la producción mínima para un grupo no modifica ni los precios ni la demanda. Esto se debe a que el grupo  $g3$  aumenta su producción en la misma medida en que el grupo  $g2$  la disminuye. Así, la empresa  $x$  tiene la misma producción total, y el punto de equilibrio no cambia, únicamente lo hace el reparto que hace la empresa  $x$  de su producción total.

## 4.4. Señales técnicas y económicas proporcionadas por la planificación a medio plazo para la operación a corto plazo

### 4.4.1. Justificación

Tradicionalmente, la operación de los sistemas de generación de energía eléctrica ha sido organizada con una estructura jerárquica. En el ámbito de estudio de esta tesis, el horizonte temporal se ha dividido en tres niveles: largo, medio y corto plazo, tal y como se ha comentado anteriormente.

El nivel de **largo plazo** analiza fundamentalmente las decisiones de instalación de nueva capacidad de generación. En esta tesis, dicho nivel se refiere a un alcance temporal de más de tres años.

El nivel de **medio plazo** es el alcance de interés en esta tesis y abarca el análisis de la operación desde algunos meses hasta tres años. Este horizonte temporal utiliza las decisiones de instalación del largo plazo como datos de entrada para planificar la operación del sistema.

Por último, el nivel de **corto plazo** planifica la operación de la generación con un alcance temporal menor o igual a una semana. Ocasionalmente, se ha denominado como corto plazo el problema semanal, y como muy corto plazo el problema diario. La operación de corto plazo se realiza con un gran detalle, tanto en la división temporal (típicamente, en horas), como en la representación de los sistemas térmicos e hidráulicos. Para los sistemas cuya casación utiliza precios nodales o por área, los análisis de corto plazo también deben considerar de algún modo la red de transporte.

El problema de la conexión entre la planificación a medio plazo y la operación a corto plazo ya ha sido introducido a lo largo de este capítulo. La operación de corto plazo necesita señales proporcionadas por el medio plazo para llevar a cabo una adecuada localización de recursos. Por ejemplo, si el medio plazo planifica la gestión hidráulica a lo largo de su horizonte de estudio, la operación de corto plazo necesita señales para poder gestionar los recursos hidráulicos correctamente.

Este problema ha sido tratado en un contexto centralizado por diferentes autores ([Renaud, 1993], [Handke, 1994], [Gardner, 1995], [Centeno, 1998]), pero no se han encontrado referencias en la literatura que profundicen en su completa adecuación a los mercados en competencia. Es decir, aplicaciones prácticas de cómo proporcionar las señales de medio plazo para poder utilizarlas en el corto.

Este apartado analiza la coordinación entre los horizontes temporales de medio y corto plazo, y cómo el método de resolución propuesto en la tesis es capaz de proporcionar señales técnicas y/o económicas adecuadas para optimizar la operación de la generación en el corto plazo.

#### **4.4.2. Operación a corto plazo en mercados competitivos**

Ya se ha indicado a lo largo de la tesis que el enfoque utilizado habitualmente para analizar la operación a medio plazo de los mercados de generación es el equilibrio de mercado. En cambio, cuando se realiza la planificación a corto plazo, el enfoque preferido habitualmente es otro.

En estos casos, se suele considerar el problema de cada empresa por separado. Cada una trata de maximizar sus beneficios en la operación a corto plazo enfrentándose a una demanda residual ([García, 2001], [Baíllo, 2002]). Se trata, pues, de un problema de optimización en el que la función objetivo es el beneficio de la empresa, es decir, sus ingresos menos sus costes.

En esta planificación es lógico utilizar un modelo con gran nivel de detalle, tanto temporal como en la representación de los sistemas térmicos e hidráulicos. Por este motivo, intentar representar el comportamiento de todas

las empresas se convierte en un problema irresoluble en la práctica. Además, el modelado de los subsistemas térmicos e hidráulicos haría que apareciesen restricciones no lineales, lo que complicaría aún más la resolución del problema. Por último, una empresa de generación dispone de datos detallados de sus propios subsistemas, pero puede serle complicado estimar los de sus competidoras.

En definitiva, el problema de maximización de beneficios al que se enfrenta cada empresa es de la forma:

$$\max_{P_{gb}, P_{hb}} \sum_{b=1}^B B_{eb}(T_{eb}, H_{eb}) = \sum_{b=1}^B [I_{eb}(T_{eb}, H_{eb}) - C_{eb}(T_{eb})]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.32

$$T_{eb} = \sum_{g \in e} P_{gb} \quad H_{eb} = \sum_{h \in e} P_{hb}$$

Restricciones técnicas

Donde se ha considerado un horizonte de  $b = 1..B$  niveles de carga (normalmente horas),  $B_{eb}$  es el beneficio de la empresa  $e$  en el nivel  $b$ ,  $I_{eb}$  son los ingresos y  $C_{eb}$  los costes.

En cualquier caso, la operación de corto plazo sería “miope” si no incorporase consignas proporcionadas por la planificación de medio plazo para realizar una correcta localización de recursos. Estas consignas obedecen fundamentalmente a dos causas, correspondientes a los dos tipos de recursos que se han definido:

- Gestión de **recursos limitados en energía**, como es el caso de los recursos hidráulicos, de combustibles de suministro limitado, o de producciones máximas debidas a límites de emisiones. En este caso, la operación de corto plazo tendería a utilizar al máximo estos recursos si no se incorporan consignas provenientes del medio plazo.
- Estrategias de medio plazo de la empresa de generación que pueden inducir a la utilización de un recurso que, de otro modo, no se utilizaría. Ejemplos de estos **recursos de utilización obligada** son la producción mínima de una central debido a un contrato en firme de combustible, o un objetivo de cuota de una empresa para mantener su posición a largo plazo. En este caso, la consideración de la operación de corto plazo sin tener en cuenta consignas de medio plazo no sería suficiente para conseguir los objetivos propuestos.

De este modo, la operación a corto plazo debe incorporar algún tipo de consignas para que la maximización de beneficios a corto plazo no resulte contraproducente para los objetivos de medio y largo plazo. En adelante, se



utilizará la denominación de recurso para referirse a las dos situaciones descritas con anterioridad, tanto los recursos limitados, como los recursos de utilización obligada.

### 4.4.3. Señales proporcionadas por la planificación a medio plazo

En este epígrafe se desarrollan los distintos tipos de consignas o señales que puede proporcionar la planificación a medio plazo para optimizar la operación a corto plazo. Se consideran tres tipos de consignas, que se reflejan en tres formas diferentes de realizar la operación de corto plazo:

1. Recursos fijos (consignas primales).
2. Valoración puntual de los recursos (consignas duales).
3. Curvas de valoración marginal de los recursos.

Seguidamente se desarrollan extensamente estas tres estrategias de coordinación.

#### 4.4.3.1. Recursos fijos: consignas primales

La utilización de **consignas primales** constituye el enfoque más extendido para la conexión entre el medio y el corto plazo. Consiste en fijar la utilización de los recursos en la operación de corto plazo, conforme a los resultados obtenidos en la planificación de medio plazo. Esto es, la planificación a medio plazo decide cuánta energía hidráulica hay que producir a lo largo de la semana siguiente, o cuánto combustible se puede utilizar, o bien la producción total de la empresa para lograr su cuota objetivo, o la producción de un grupo con un contrato en firme de combustible.

Como ya se ha dicho, este es el enfoque más extendido, debido fundamentalmente a dos razones: la fácil obtención de estas consignas en la planificación de medio plazo (son directamente los resultados de las previsiones), y la fácil implantación en la operación a corto plazo (mediante la incorporación de restricciones en el problema de optimización).

Sin embargo, este enfoque puede llevar a la empresa de generación a perder buenas oportunidades de negocio en algunas ocasiones. La operación en tiempo real puede darse en condiciones sensiblemente diferentes de las que se utilizan para realizar la planificación a medio plazo. Esto se debe principalmente a dos fuentes de error:

- La planificación a medio plazo, por motivos prácticos, se realiza con un alcance temporal dividido en niveles de carga (en esta tesis, periodos, subperiodos y bloques), no resultando práctico considerar cada hora por separado. Para realizar una buena coordinación entre el medio y el corto

plazo, los periodos deben corresponder con el horizonte temporal de corto plazo, que típicamente será una semana. Los subperiodos son los días de la semana, o grupos de días (laborable y festivo es una división típica), y los bloques de carga son conjuntos de horas en los que se supone un comportamiento idéntico del sistema en su conjunto. En cambio, cuando se planifica la operación a corto plazo, generalmente se considera una división temporal horaria. Esta diferencia en las agrupaciones temporales hace que la planificación a medio plazo no sea tan detallada como la operación de corto plazo y, aunque los resultados obtenidos puedan resultar adecuados para las previsiones y la toma de decisiones en el medio plazo, en cambio no sean exactos para la operación de corto. Por otro lado, el detalle con el que se modelan los subsistemas térmicos e hidráulicos es menor en el medio plazo que en el corto. Por ejemplo, las rampas de subida y bajada<sup>3</sup> son restricciones importantes en la operación semanal, mientras que no se suelen detallar en el análisis de medio plazo. Lo mismo sucede con la topología detallada de los subsistemas hidráulicos, incluyendo los tiempos de paso entre embalses. De este modo, la planificación de medio plazo puede dar lugar a situaciones infactibles para la operación a corto plazo.

- La planificación de medio plazo se realiza con una previsión de las condiciones del mercado que pueden ser distintas a las que realmente tienen lugar. Así, la operación a corto plazo puede encontrarse con situaciones distintas a las consideradas en el medio plazo. Por ejemplo, puede darse una variación importante de la demanda, la indisponibilidad fortuita de algún grupo térmico, o una avalancha de lluvia.

Estos dos motivos hacen que, en ocasiones, no resulte adecuado (y a veces puede resultar incluso infactible), fijar la cantidad de recursos que debe utilizar la operación en el corto plazo. Por este motivo, cuando se realiza la operación con recursos fijos, es habitual permitir cierta flexibilidad, introduciendo holgura en las consignas utilizadas.

Por otro lado, la principal ventaja de la utilización de consignas primales, además de su fácil implantación, es que se trata de señales físicas claras e intuitivas. Esto hace que se trate de un método robusto, pues pequeños cambios en las condiciones de mercado llevan a su vez a pequeños cambios en la operación de la empresa.

---

<sup>3</sup> La rampa de subida (respectivamente, de bajada) de un grupo térmico mide la velocidad a la que el grupo puede aumentar (respectivamente, disminuir) la potencia que produce.

**4.4.3.2. Valoración puntual de los recursos: consignas duales**

El enfoque con **consignas duales** está basado en realizar una valoración explícita de los diferentes recursos de la empresa en la planificación a medio plazo. De este modo, la empresa puede introducir dicha valoración en su operación a corto plazo, no siendo necesario fijar o limitar los recursos disponibles. Es importante indicar que se trata de una valoración marginal de los recursos, es decir, igual a la variación del coste al variar la disponibilidad del recurso.

Una vez que se obtienen las valoraciones de los diversos recursos en la planificación de medio plazo, es necesario incluirlas en la operación de corto plazo. Para ello, en la maximización del beneficio que se realiza hay que incorporar un nuevo término, tal y como se describe a continuación:

- En el caso de un recurso limitado en energía, habrá que bonificar la no utilización de dicho recurso (o bien penalizar su utilización). Por ejemplo, en el caso de la gestión hidráulica, se puede incluir un término que: a) valore el nivel de reservas al final del horizonte de corto plazo en cada subsistema hidráulico (nivel de reservas multiplicado por el valor técnico del agua en dicho subsistema para la semana de estudio); o b) penalice la producción hidráulica con un coste igual al valor técnico del agua.
- En el caso de un recurso de utilización obligada, habrá que incluir una bonificación a su uso. Por ejemplo, si una central tiene que conseguir una producción mínima a lo largo del horizonte de medio plazo, en el corto plazo se incluye un término que bonifica su producción, utilizando la valoración puntual que proporciona la planificación de medio plazo.

Veamos cómo quedaría el problema de optimización considerando la gestión hidráulica (mediante el valor técnico del agua  $\mu_h$  y las reservas al final del horizonte de corto plazo  $rf_h$ ), y un objetivo de producción mínima de algunos grupos térmicos (mediante su valoración puntual  $\pi_g$ ).

$$\max_{P_{gb}, P_{hb}, rf_h} \sum_{b=1}^B [I_{eb}(T_{eb}, H_{eb}) - C_{eb}(T_{eb})] + \sum_{h \in e} [\mu_h \cdot rf_h] + \sum_{g \in e} \left[ \pi_g \cdot \sum_{b=1}^B P_{gb} \cdot l_b \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 4.33

$$T_{eb} = \sum_{g \in e} P_{gb} \quad H_{eb} = \sum_{h \in e} P_{hb}$$

Es importante hacer notar que, en el caso de que las previsiones utilizadas en la planificación a medio plazo se cumpliesen exactamente en el corto plazo, los enfoques primales y duales llevan a la misma solución, tal y como se ha desarrollado en el epígrafe 4.1.3. Es decir, la valoración de los recursos que

deben proporcionar las consignas duales son tales que, en las condiciones previstas en la planificación de medio plazo, se corresponden con una solución de corto plazo idéntica a la proporcionada por el medio plazo. En definitiva, hay que utilizar el valor técnico del recurso como valoración marginal puntual.

Otro aspecto en el que es conveniente profundizar es en la interpretación de la valoración marginal de los recursos cuando se planifica la generación en el corto plazo. Al bonificar o penalizar la utilización de un recurso en la operación semanal, no hay que interpretar que la valoración que se utiliza es lo que "cuesta" el recurso en esa semana. Es más adecuado pensar que se trata de lo que "cuesta" dicho recurso en el resto del horizonte de estudio.

Por ejemplo, supongamos que una empresa  $e$  persigue un objetivo de cuota en un año y realiza su valoración  $\pi_e^Q$  en la planificación de dicho año. El significado de esta valoración es que, a lo largo de todo el año, tiene que operar sus grupos térmicos como si su coste variable fuese decrementado en dicha variable dual. Así, cuando la empresa planifica la operación de corto plazo,  $\pi_e^Q$  no es lo que le cuesta conseguir el objetivo fijado, ya que las condiciones del mercado pueden ser diferentes de las previstas, y de este modo resultar más "fácil", o más "difícil" obtener la cuota propuesta. La valoración  $\pi_e^Q$  se interpreta como lo que le costaría alterar su producción en el resto del año para compensar lo que produzca de más o de menos en la semana de estudio respecto a lo previsto.

La ventaja de la valoración de recursos es que, si la operación de corto plazo se ve alejada de la previsión utilizada por el medio plazo, las consignas duales permiten a la empresa "reaccionar" a dichos cambios flexibilizando su posición. Esto permite mejorar su operación respecto a la utilización de consignas primales.

El principal problema de la valoración puntual de los recursos es su falta de robustez y estabilidad en los resultados de la operación de corto plazo. Es decir, un pequeño cambio en la valoración que proporciona el medio plazo puede hacer que un grupo pase de no producir nada a producir a su potencia máxima. También hay que tener en cuenta que la valoración que se realiza en el medio plazo es, en realidad, una sensibilidad alrededor del punto previsto de operación. Por lo tanto, será adecuada en tanto en cuanto la operación real de corto plazo no se aleje demasiado de la prevista.

Estos dos efectos se pueden corregir combinando las consignas primales y duales en la operación de corto plazo. Para ello, se valoran los recursos mediante las consignas duales, pero limitando la operación real, para que no se aleje en demasía de la previsión de medio plazo. Esta limitación se realiza utilizando las consignas primales, a las que se añade una cierta holgura, con lo que se permite a la operación de corto plazo reaccionar a los cambios en la

situación del mercado, pero sin alejarse en exceso de la previsión de medio plazo.

Para terminar con la valoración puntual de los recursos, es necesario hacer un comentario respecto al menor detalle que tienen los modelos de medio que los de corto plazo y su influencia en la valoración de recursos. Esta diferencia de modelado puede llevar a que, sistemáticamente, la operación a corto plazo utilice más o menos recursos de los que debería. Este hecho debe ser tenido en cuenta y, si es necesario, corregido mediante la experiencia.

#### 4.4.3.3. *Curvas de valoración marginal de los recursos*

Tal y como se ha expuesto anteriormente, a pesar de que el enfoque con consignas duales puede mejorar la explotación de corto plazo respecto del de consignas primales, aún tiene algunos inconvenientes. Seguidamente se va a describir el enfoque más adecuado desde el punto de vista teórico para resolver la coordinación entre el medio y el corto plazo: las **curvas de valoración marginal de los recursos**.

##### **Definición de las curvas de valoración marginal**

Se trata simplemente de ampliar la valoración puntual de los recursos para conseguir funciones de valoración marginal de los mismos en función de su utilización en la operación de corto plazo. Si se dispone de dichas curvas, se salvan las limitaciones de la valoración puntual, pues las propias curvas indican cómo cambia la valoración al modificar la utilización del recurso. Además, también se elimina la falta de estabilidad del método, ya que la valoración por curvas hace que la operación a corto plazo no sea tan sensible a cambios en la planificación de medio plazo.

La operación de corto plazo debe incorporar el valor total del recurso, que se calcula mediante la integral de la curva de valoración marginal hasta el punto de operación. En la Figura 4.5 se muestra un ejemplo de curva de valoración marginal de un recurso de utilización obligada, así como el área que representa la valoración total. No se han incorporado límites inferiores o superiores a la utilización del recurso.

Se trata de una función decreciente, puesto que el recurso tendrá un valor menor en el medio plazo, cuanto mayor sea su utilización en el corto plazo. Por ejemplo, si una empresa está obligada a producir con un grupo una energía mínima anual, cuanto más produzca la primera semana, menos tendrá que producir el resto del año y, por lo tanto, menor será su valoración.

La utilización del recurso se denota como  $u$  y la función de valoración marginal como  $v(u)$ . La utilización prevista del recurso en la planificación de medio plazo es  $u^*$  y la valoración marginal puntual es  $\pi$ , con lo que el punto  $(u^*, \pi)$  tiene que pertenecer a la función de valoración marginal.

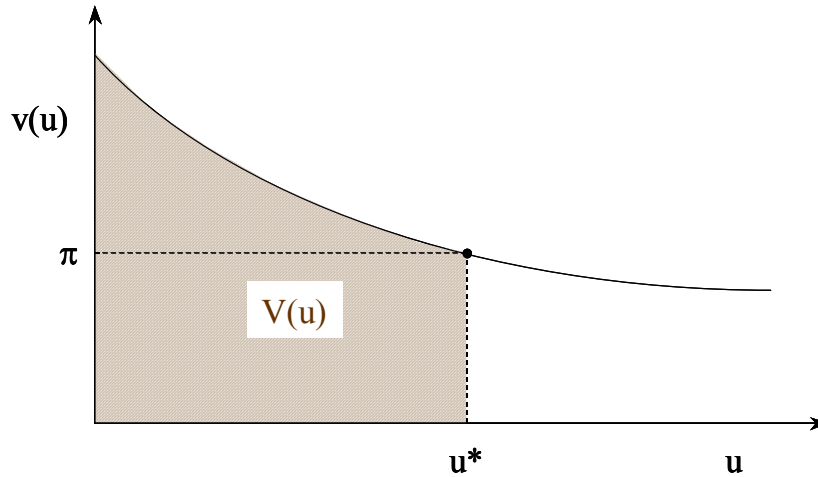


Figura 4.5 Curva de valoración marginal de un recurso de utilización obligada

Por otro lado, la Figura 4.6 representa la curva de valoración de un recurso limitado.

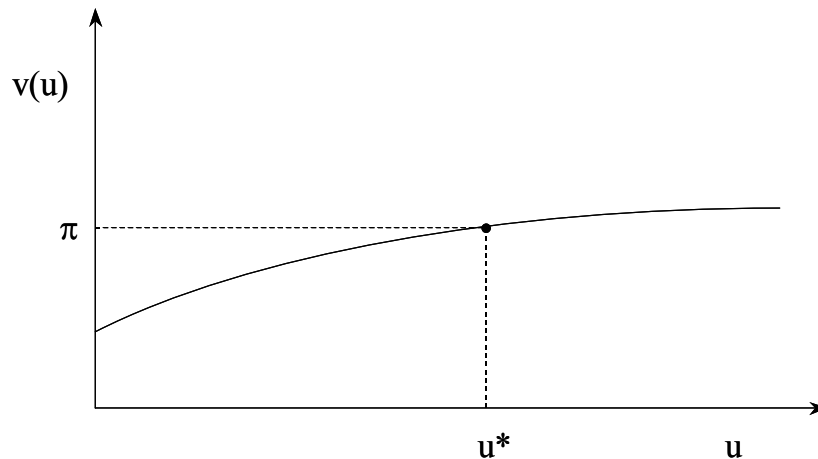


Figura 4.6 Curva de valoración marginal de un recurso limitado

En este caso, la función resulta creciente, pues el recurso será de mayor valor en el resto del horizonte de medio plazo, cuanto mayor sea su uso en el corto plazo. Por ejemplo, si se limita la producción de un grupo a lo largo de un año, cuanto más se utilice la primera semana, más valor tendrá en el resto del año, ya que quedará menos producción disponible.

La planificación de la generación en el corto plazo debe incluir un término con el **valor total del recurso**  $V(u)$  en el punto de operación, es decir:

$$V(u) = \int_0^u v(r) \cdot dr \quad \text{Ecuación 4.34}$$

Esta integral se calcula desde el origen al no haber incorporado un límite inferior en la utilización del recurso. En la Figura 4.7 se muestra una

comparación entre la utilización de curvas de valoración marginal y la valoración marginal puntual.

Este último caso es equivalente a considerar una función de valoración marginal constante, con lo que la valoración total del recurso resulta:

$$V(u) = \pi \cdot u \tag{Ecuación 4.35}$$

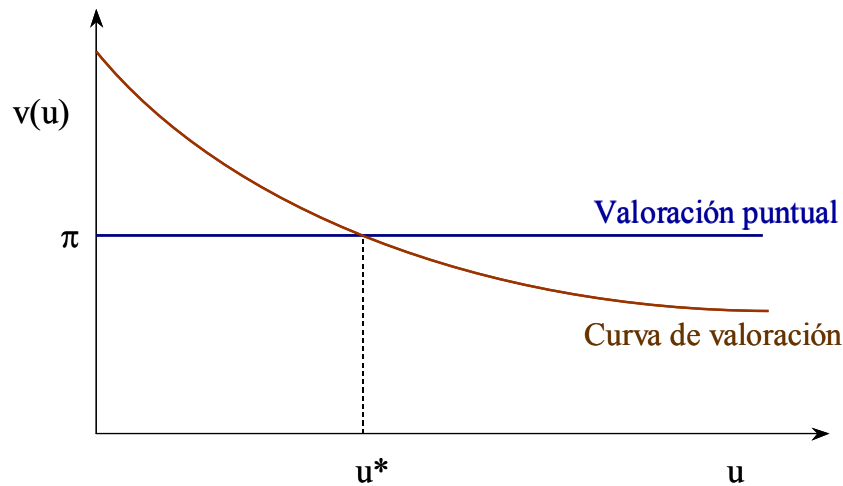


Figura 4.7 Comparación de la curva de valoración marginal con la valoración puntual

### Curvas de valoración multidimensionales

En este punto hay que indicar que, realmente, las curvas de valoración son **multidimensionales**, con tantas dimensiones como recursos (limitados o de utilización obligada) existan. La valoración de un recurso no depende únicamente del uso real que se le dé a él, sino que también depende del uso que se dé al resto de los recursos. De este modo, existirán tantas curvas multidimensionales como recursos se tengan que valorar. La planificación de corto plazo debería valorar todos los recursos teniendo en cuenta dichas curvas, integrando las curvas de valoración marginal en todas sus variables. Si denotamos por  $W_j$  al valor total del recurso y por  $w_j$  a la valoración marginal del recurso  $u_j$ , tendremos (sin considerar límites inferiores en la utilización de los recursos), para  $j = 1, \dots, n$ :

$$W_j(u_1, u_2, \dots, u_n) = \int_0^{u_1} \int_0^{u_2} \dots \int_0^{u_n} w_j(r_1, r_2, \dots, r_n) \cdot dr_1 \cdot dr_2 \cdot \dots \cdot dr_n \tag{Ecuación 4.36}$$

Supongamos que, por ejemplo, una empresa con un único grupo térmico y otro hidráulico, se enfrenta a una planificación anual en la que tiene que realizar la gestión hidráulica y asegurar una producción térmica mínima. Entonces, las curvas de valoración de los dos recursos serán bidimensionales, puesto que la variación en el coste de la empresa al variar la utilización de uno de los recursos dependerá de la utilización real de ambos recursos.

Así, el valor del agua para una producción térmica muy baja en la primera semana será menor que si esta producción es muy alta. Esto se debe a que, si la producción térmica de la primera semana es muy baja, en el resto del año tendrá que ser mayor, con lo que no será tan valioso tener recursos hidráulicos disponibles. De este modo, la operación de corto plazo debe incluir dos integrales dobles para considerar ambos recursos.

Cuando se está tratando con una empresa que tiene numerosos grupos con recursos limitados o de utilización obligada, resulta obvio que el enfoque multidimensional es excesivamente complicado para poder implantarlo en la operación real de una empresa, por lo que es conveniente realizar algún tipo de simplificación. Resulta razonable realizar la consideración de que cada curva de valoración es unidimensional. De este modo, se está haciendo la hipótesis de que el nivel de utilización de un recurso sólo influye en su propia valoración, y no en el resto. Es decir, si  $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$  es la utilización de recursos prevista por la planificación de medio plazo, las curvas de valoración de un recurso  $u_j$  se calculan fijando el resto de los recursos en los valores previstos:

$$v_j(u_j) = w_j(u_1^*, u_2^*, \dots, u_{j-1}^*, u_j, u_{j+1}^*, \dots, u_n^*) \quad \forall j = 1 \dots n \quad \text{Ecuación 4.37}$$

Por lo tanto, esta suposición será tanto más adecuada cuanto más cerca esté la operación de corto plazo de la planificación de medio plazo.

En cualquier caso, la utilización de curvas unidimensionales de valoración de recursos será más adecuada que la valoración puntual, ya que ésta únicamente toma el valor correspondiente al punto previsto por el medio plazo. Es decir,

$$v_j(u_j) = w_j(u_1^*, u_2^*, \dots, u_j^*, \dots, u_n^*) \quad \forall j = 1 \dots n \quad \text{Ecuación 4.38}$$

### Curvas de valor del agua

Hay que hacer una salvedad al realizar la consideración de curvas de valoración unidimensionales, y se trata de las **curvas de valoración marginal del agua**. En este caso la hipótesis es, claramente, bastante difícil de aceptar, ya que la operación real de un sistema hidráulico puede estar muy ligada a la de otros que estén próximos en el espacio. Es decir, supongamos que en la planificación de la operación a medio plazo se prevén unas condiciones hidráulicas en los diferentes sistemas. Si en la operación en tiempo real las condiciones son muy distintas (por ejemplo, aumentan fuertemente las precipitaciones y, por tanto, las aportaciones), la hipótesis de curvas unidimensionales conllevaría que las aportaciones en un sistema son independientes de las de los demás, lo cual, probablemente, será falso. Además, usualmente, la operación real de los subsistemas hidráulicos que pertenecen a una empresa se realiza de manera conjunta, lo cual hace que tampoco se pueda aceptar la hipótesis de independencia entre ellos.



Por último, en el caso de la gestión hidráulica se une otro aspecto: la correlación temporal entre la situación a corto plazo y a medio plazo. Si la operación real en el corto plazo se encuentra con un aumento importante en las aportaciones respecto de la previsión, la situación a medio plazo que se puede esperar será más húmeda de la prevista inicialmente. Así como con otros recursos se puede aceptar sin mucho problema la hipótesis de independencia temporal (la situación que va a existir en el mercado es independiente de la que exista esta semana), en el caso de la valoración del agua también es una hipótesis problemática. Para solucionarlo habría que introducir la correlación temporal en el cálculo de la curva unidimensional de valor del agua, lo que complicaría este cálculo hasta el punto de no resultar práctico.

Por las dos razones anteriores, la utilización de curvas unidimensionales de valor del agua probablemente no mejoren demasiado la operación respecto a la valoración puntual. Así, es posible que no se justifique el esfuerzo de calcular e incorporar las curvas de valor del agua, y sea suficiente con la aproximación de la valoración puntual. En este caso, y como ya se ha comentado, es conveniente utilizar la combinación de consignas primales y duales, puesto que la explotación hidráulica de corto plazo es especialmente inestable ante variaciones del valor técnico del agua calculado en la planificación de medio plazo.

### **Cálculo de las curvas de valoración de recursos**

A continuación se va a profundizar en el significado y la metodología que se debe emplear para calcular las curvas de valoración marginal de recursos. Como ya se ha indicado, la planificación a medio plazo proporciona un punto de las curvas de valoración, correspondiente a la valoración que se realiza del recurso con la operación prevista. En definitiva, el valor que se obtiene es la variación de coste que se tendría en el corto plazo al variar de forma unitaria la utilización del recurso. Pero, tal como se ha comentado anteriormente, también es la variación de coste que se tendría en el resto del horizonte temporal de medio plazo al variar de forma unitaria la utilización del recurso en la operación de corto plazo.

Por lo tanto, el camino lógico para conseguir más puntos de la curva es valorar el recurso durante el resto del horizonte de medio plazo (sin considerar el horizonte de corto plazo bajo estudio), bajo distintas hipótesis de operación de corto plazo. Veamos un ejemplo considerando un recurso limitado: un grupo sujeto a una producción máxima anual  $M$ .

Supongamos que, al realizar la planificación de medio plazo, se ha previsto una producción  $X$  en la primera semana y se ha valorado el recurso en  $\pi$ . Con esta información ya se tendría un punto de la curva:  $(X, \pi)$ . Si se quiere conseguir el punto correspondiente a una producción en la primera semana de  $X-\Delta$ , habría

que realizar la planificación desde la segunda semana hasta el final del horizonte de medio plazo, limitando al grupo a una producción máxima de valor  $M-(X-\Delta)$ . De este modo, se conseguirá la valoración del recurso que correspondería a dicha situación. Lógicamente, esta valoración  $\pi-\varepsilon$  será menor a la anterior, ya que se ha dado más libertad para utilizar el recurso. Si calculásemos el punto correspondiente a  $X+\Delta$  ocurriría lo contrario. De este modo se pueden calcular tantos puntos de la curva como se considere necesario.

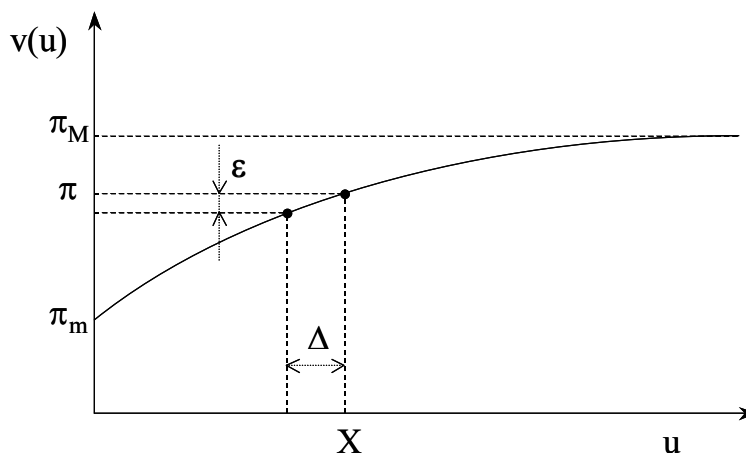


Figura 4.8 Cálculo de la curva de valoración

El proceso de cálculo sería idéntico para un recurso de utilización obligatoria, con la diferencia de que la curva en este caso es decreciente según aumenta la utilización del recurso.

De nuevo, las curvas de valor técnico del agua resultan un caso particular. Para un subsistema hidráulico, la planificación de medio plazo proporciona un valor técnico del agua para cada periodo de estudio, debido a que existen restricciones a la utilización del recurso, como son los niveles de reservas mínimas y máximas. Entonces, para calcular las curvas de valor técnico del agua es necesaria la ejecución de todo el horizonte temporal (incluyendo la primera semana) repetidamente, obligando a distintas utilidades del recurso durante la primera semana (lo que se puede hacer fijando los niveles de reservas iniciales y finales de la primera semana).

### Curvas de valoración de recursos e ingreso marginal

Para finalizar con las curvas de valoración marginal, se va a desarrollar la relación entre la utilización de los recursos y los ingresos marginales de una empresa, en línea con lo expuesto en el apartado 4.3.

Supongamos que una empresa realiza la valoración de un recurso limitado obteniendo una función como la de la Figura 4.6. En este caso, existen tres posibilidades de relación entre la utilización del recurso y el ingreso marginal en un nivel de carga:

- Si el ingreso marginal es menor que la valoración mínima del recurso ( $\pi_m$  en la Figura 4.8), no se utilizará el recurso en el correspondiente nivel de carga.
- Si el ingreso marginal es mayor que la valoración máxima del recurso ( $\pi_M$  en la Figura 4.8), se utilizará todo el recurso disponible en el nivel de carga.
- Si el ingreso marginal está entre la valoración mínima y la máxima, se utilizará el recurso hasta el nivel que corresponda con una valoración igual a dicho ingreso marginal.

En el caso de un recurso de utilización obligatoria, la valoración del recurso indica el “incentivo” por su utilización. Por ejemplo, si se trata de la producción mínima de un grupo, el grupo producirá hasta el nivel en el que su coste variable, disminuido por el incentivo, coincida con el ingreso marginal de la empresa. Por supuesto, las tres situaciones anteriores son posibles.

#### **4.4.4. Adecuación del modelo propuesto a la coordinación entre medio y corto plazo**

Una vez que se han desarrollado los tres tipos de coordinación posibles entre la planificación a medio plazo y la operación a corto plazo, se va a estudiar la adecuación del modelo propuesto en esta tesis para su implantación. Para ello, analizaremos los tres enfoques propuestos.

- Recursos fijos. El modelo que se ha propuesto calcula el equilibrio de mercado, proporcionando todos los resultados de explotación. Por lo tanto, es perfectamente adecuado para utilizar el enfoque basado en las consignas primales.
- Valoración puntual de recursos. Tal y como se ha desarrollado en los anteriores apartados del presente capítulo, la valoración puntual de los recursos de la empresa se puede realizar directamente con el modelo propuesto en esta tesis. Para ello, basta utilizar las variables duales de las restricciones que correspondan, ya que éstas coinciden con el valor técnico del recurso, que es la valoración marginal que hay que utilizar. Si se trata de un recurso limitado en energía, como puede ser el balance hidráulico, o una restricción de producción máxima por limitaciones de combustible, habrá que utilizar la restricción que lo limita en el horizonte de medio plazo. Si se trata de un objetivo de medio o largo plazo de la empresa, como una cuota mínima para la empresa, o una producción mínima para un grupo o central, se utilizará la variable dual de la restricción que imponga dicho objetivo. Esta característica del modelo propuesto es de gran importancia (y una de sus mayores ventajas respecto a otros enfoques propuestos) ya que, además de calcular el equilibrio de mercado, proporciona sensibilidades de la solución.

- Curvas de valoración de recursos. Como se ha indicado, cuando se realiza la planificación a medio plazo se obtiene un punto en cada curva de valoración de los recursos. Además, siguiendo la metodología que se ha descrito en el epígrafe anterior, se pueden conseguir más puntos de la curva ejecutando el modelo para el horizonte temporal sin incluir la semana de estudio en el corto plazo. De este modo, se consiguen las curvas unidimensionales de valoración de recursos con tanto detalle como se quiera incorporar en el modelo de corto plazo. Teóricamente, la ejecución repetida del modelo permitiría conseguir las curvas de valoración multidimensionales. No obstante, el esfuerzo computacional sería muy importante<sup>4</sup> y, además, la incorporación de estas curvas a un modelo de corto plazo puede ser muy difícil. La obtención de un número reducido de puntos de la curva y su incorporación mediante una función lineal a tramos es conceptualmente equivalente a la descomposición del recurso en recursos menores, cada uno de ellos con una valoración puntual distinta.

En conclusión, se puede afirmar que el modelo propuesto en esta tesis resulta **adecuado para la coordinación** entre la planificación a medio plazo y la operación a corto plazo. Las señales, tanto técnicas como económicas, que proporciona resultan de un detalle suficiente para optimizar la operación a corto plazo de una empresa de generación y se adecuan de forma natural a cualquier método de coordinación de los utilizados habitualmente.

#### 4.4.5. Caso ejemplo

Seguidamente se incluye un caso ejemplo de pequeño tamaño para mostrar la aplicación de las distintas estrategias propuestas. El caso ejemplo considera utiliza una producción mínima de una empresa debido a un objetivo estratégico de largo plazo (recurso de utilización obligada). Sólo se han considerado las estrategias con consignas duales y primales, puesto que la utilización de las curvas de valoración marginal en un caso de pequeño tamaño no lleva a un resultado muy distinto del de la valoración puntual.

El desarrollo del caso ejemplo se efectúa en tres pasos. En primer lugar, se realizará la planificación de la operación a medio plazo, incluyendo la restricción de producción mínima. De este proceso se obtendrán los resultados necesarios para realizar la conexión con el corto plazo, tal y como se ha descrito a lo largo de este apartado.

El segundo paso será simular la operación a corto plazo de una empresa bajo dos condiciones de mercado diferentes. Por un lado, se analizará la operación

---

<sup>4</sup> Los requerimientos computacionales se podrían reducir utilizando algoritmos que permiten utilizar la solución obtenida al resolver un problema como solución inicial para resolver otro.

cuando la empresa se enfrenta a una situación similar a la que había previsto al realizar la planificación de medio plazo. Por otro, se analizará la operación cuando la situación real es significativamente distinta de la prevista. Para ambas condiciones de mercado, se utilizarán las dos estrategias de conexión.

El tercer paso será actualizar la planificación de medio plazo con las condiciones de mercado reales de corto plazo. Este paso es necesario para poder comparar los resultados obtenidos con las estrategias propuestas. De este modo, se utilizará como variable comparadora el beneficio obtenido por la empresa a lo largo del horizonte de medio plazo. La comparación no se puede realizar únicamente con los resultados de corto plazo, puesto que el enfoque de consignas duales permite a la empresa no cumplir con la producción prevista en la primera semana, y compensarlo en el resto del horizonte de medio plazo.

### Planificación de medio plazo

El caso de estudio representa un sistema con dos empresas de generación. La empresa  $x$  es propietaria de 10 grupos:  $g1-g10$ , mientras que la empresa  $y$  posee 8 grupos:  $g11-g18$ . En la Tabla 4.7 se detalla la capacidad instalada y el coste variable de cada uno de los grupos de generación.

Empresa x	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10
Potencia instalada (MW)	1000	1000	300	300	200	800	800	500	500	600
Coste variable (€/MWh)	5	7	12	15	18	22	25	41	46	48

Empresa y	g11	g12	g13	g14	g15	g16	g17	g18
Potencia instalada (MW)	900	1000	300	300	800	600	600	600
Coste variable (€/MWh)	4	6	16	18	22	38	41	43

Tabla 4.7 Características de los grupos térmicos

El horizonte de estudio para la planificación de medio plazo es de 10 semanas, que se corresponden con los periodos  $p = p1, \dots, p10$ . Cada periodo se supone dividido en 5 niveles de carga ( $b = b1, \dots, b5$ ), cuyas duraciones se presentan en la Tabla 4.8.

	b1	b2	b3	b4	b5
Duración (horas)	14	28	56	42	28

Tabla 4.8 Duración de los bloques de carga

Por último, la variación conjetural del precio respecto a la producción de cada agente, así como la demanda (considerada inelástica) para cada periodo y nivel de carga se muestran en la Tabla 4.9 y Tabla 4.10, respectivamente.

	<b>b1</b>	<b>b2</b>	<b>b3</b>	<b>b4</b>	<b>b5</b>
<b>Empresa x</b>	5	5	6	8	10
<b>Empresa y</b>	6	4	8	6	6

Tabla 4.9 Variaciones conjeturales ((€/MWh)/GW)

	<b>b1</b>	<b>b2</b>	<b>b3</b>	<b>b4</b>	<b>b5</b>
<b>p1</b>	8900	8200	7500	6500	5800
<b>p2</b>	9300	8400	7700	6800	6000
<b>p3</b>	9600	8700	8100	7000	6200
<b>p4</b>	10100	9000	8400	7200	6400
<b>p5</b>	9500	8700	8000	6900	6200
<b>p6</b>	9200	8400	7800	6700	6100
<b>p7</b>	8600	7800	7200	6200	5600
<b>p8</b>	8200	7500	6900	6000	5300
<b>p9</b>	8100	7300	6900	5900	5100
<b>p10</b>	8500	7800	7300	6200	5400

Tabla 4.10 Demanda en la planificación de medio plazo (MW)

El punto de equilibrio de mercado se corresponde con una producción de 6647 GWh para la empresa  $x$  en el horizonte de medio plazo. No obstante, se ha supuesto que la empresa  $x$  quiere asegurar su posición en el mercado, y no está dispuesta a aceptar una producción inferior a 7300 GWh.

Esta restricción ha sido incluida en el cálculo del equilibrio de mercado mediante el modelo de optimización, obteniendo, consecuentemente, otra solución al equilibrio de mercado en el que la empresa  $x$  consigue, exactamente, su objetivo de producción. En la tabla siguiente se muestran las producciones de todos los grupos de la empresa  $x$  durante la primera semana ( $p = 1$ ).

<b>g1</b>	<b>g2</b>	<b>g3</b>	<b>g4</b>	<b>g5</b>	<b>g6</b>	<b>g7</b>	<b>g8</b>	<b>g9</b>	<b>g10</b>
168.0	168.0	50.4	50.4	33.6	134.4	105.0	21.0	1.4	0.0

Tabla 4.11 Producciones del primer periodo (GWh)

De cara a conseguir el objetivo de producción mínima en el medio plazo, es necesario utilizar alguna de las estrategias propuestas de coordinación con la operación de corto plazo. En este ejemplo se van a comparar los resultados obtenidos con dos tipos de señales: consignas primales y consignas duales.

La consigna primal es la producción objetivo para la primera semana que, en el caso ejemplo es de 732.2 GWh. Por otro lado, la consigna dual es la valoración puntual del recurso de utilización obligada, que se corresponde con la variable dual de la restricción impuesta en la planificación de medio plazo. En el caso ejemplo, esta valoración es de 15.48 €/MWh, que es muy significativa frente a

los costes variables de los grupos de la empresa (varían desde 5 hasta 48 €/MWh).

Una vez que se dispone de estos resultados, el paso siguiente es analizar la operación de corto plazo en diferentes situaciones.

### Operación de corto plazo

La operación de corto plazo se realiza mediante la maximización del beneficio durante las 168 horas de la primera semana, en cada una de las cuales la empresa  $x$  se enfrenta a una curva de demanda residual.

Se han considerado dos casos de estudio. El primero (caso  $a$ ), se corresponde con una situación de mercado similar a la prevista en la planificación de medio plazo, mientras que el segundo (caso  $b$ ), representa una situación significativamente diferente a dicha previsión.

En el caso  $a$ , la única desviación que se ha considerado respecto a la previsión de medio plazo es la forma de la curva de demanda horaria. Se ha utilizado una desviación máxima horaria del 5% respecto a la previsión, suponiendo además una energía total demandada durante la semana igual a la prevista.

La Tabla 4.12 muestra cómo la utilización de consignas primales y duales llevan a resultados muy parecidos para la operación semanal de los grupos.

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10
<b>Primal</b>	168.0	168.0	50.4	50.4	33.6	134.4	106.3	18.9	2.2	0.0
<b>Dual</b>	168.0	168.0	50.4	50.4	33.6	134.4	104.0	18.4	2.0	0.0
<b>Diferencia</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.3	-0.4	-0.2	0.0
<b>Diferencia (%)</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.2	-2.3	-9.9	0.0

Tabla 4.12 Producciones de corto plazo en el caso  $a$  (GWh)

En el caso  $b$ , la situación es considerablemente distinta a la previsión. Por un lado, se ha utilizado una demanda horaria un 5% superior a la del caso  $a$ . Por otro, se ha considerado que el grupo  $g7$  sufre una indisponibilidad fortuita, con lo que no está disponible. La Tabla 4.13 muestra que, en este caso, los resultados obtenidos con ambos enfoques son significativamente diferentes para los grupos  $g7$ ,  $g9$  y  $g10$ .

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10
<b>Primal</b>	168.0	168.0	50.4	50.4	33.6	134.4	133.4	0.0	20.6	10.0
<b>Dual</b>	168.0	168.0	50.4	50.4	33.6	134.4	124.3	0.0	14.5	4.3
<b>Diferencia</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-9.1	0.0	-6.1	-5.7
<b>Diferencia (%)</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-6.9	0.0	-29.4	-57.1

Tabla 4.13 Producciones de corto plazo en el caso  $b$  (GWh)

### Actualización de la planificación a medio plazo, comparación de resultados

La comparación de resultados no se puede realizar únicamente con los resultados de corto plazo, puesto que el enfoque de consignas duales proporciona a la empresa flexibilidad para no cumplir con la producción prevista en la primera semana, y compensarlo en el resto del horizonte de medio plazo. De este modo, una vez que se ha realizado la operación de corto plazo en las dos situaciones, es necesario actualizar la planificación a medio plazo, comenzando por la segunda semana ( $p = 2$ ). En estas nuevas ejecuciones, los resultados que se han obtenido en el corto plazo son tenidos en cuenta para conseguir el objetivo de producción de medio plazo. Debido a lo similares que son los resultados obtenidos en el caso *a* con las dos estrategias, este paso sólo se realiza para el caso *b*.

En la Tabla 4.14 se muestra una tabla con la producción total de cada uno de los grupos de la empresa *x* en el horizonte de medio plazo, es decir, considerando la operación de corto plazo y la actualización de la planificación de medio plazo.

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10
<b>Primal</b>	1680.0	1680.0	504.0	504.0	336.0	1324.4	1050.2	142.3	98.9	17.8
<b>Dual</b>	1680.0	1680.0	504.0	504.0	336.0	1324.4	1055.5	144.2	95.3	14.2
<b>Diferencia</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.3	1.9	-3.6	-3.6
<b>Diferencia (%)</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	1.4	-3.7	-20.3

Tabla 4.14 Producciones en el horizonte de medio plazo (GWh)

Por último, la Tabla 4.15 recoge los beneficios obtenidos por la empresa *x* en el horizonte de medio plazo al utilizar los distintos enfoques.

<b>Primal</b>	227.85
<b>Dual</b>	229.03

Tabla 4.15 Beneficio en el horizonte de medio plazo (M€)

Se puede observar cómo, con el enfoque de consignas primales, la generación total de los grupos *g9* y *g10* es más elevada, mientras que la de los grupos *g7* y *g8* disminuye. Así, el coste de explotación para la empresa *x* aumenta, ya que la generación total es la misma en ambos casos, pero los grupos *g9* y *g10* son sus grupos más caros.

Esta reducción de costes, unida a un incremento en los ingresos obtenidos, produce un beneficio mayor para la empresa con la utilización de consignas duales. Hay que tener en cuenta que, aunque el incremento obtenido en el beneficio no sea muy llamativo, esta situación se repite semana tras semana, cada vez que la empresa se enfrenta a su operación de corto plazo.



## 4.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una de las aportaciones más importantes de esta tesis: el estudio de la operación de la generación a medio plazo. Se ha utilizado el modelo propuesto en el Capítulo 3 para analizar el comportamiento de una empresa de generación en su operación de medio plazo. Esta operación tiene tres objetivos fundamentales desde el punto de vista de la empresa: las decisiones que se pueden tomar utilizando las previsiones que proporciona la planificación a medio plazo, la localización de sus recursos de medio plazo y los mecanismos para establecer posiciones a medio y largo plazo.

La aportación realizada en este capítulo es doble. Por un lado, se ha definido el problema de la operación a medio plazo para una empresa de generación. Esta definición conlleva la adecuación de diversos conceptos que se han utilizado en entornos tradicionales, a los mercados en competencia. Por otro, se ha propuesto una metodología que permite abordar los nuevos problemas de una forma adecuada, gracias a las propiedades del modelo propuesto en la tesis. Estos dos aspectos se han abordado para analizar tres aspectos de la operación de medio plazo.

El primer problema planteado ha sido el del valor del agua. Se define un valor del agua que en esta tesis se ha denominado *valor empresa*, y que no reúne las propiedades adecuadas para su utilización como señal económica en la operación de corto plazo. Adicionalmente, se introduce el concepto de *valor técnico* del agua, y se muestra que tiene las propiedades necesarias para su utilización en la operación de medio y corto plazo.

Seguidamente, se ha abordado la definición y utilización del *ingreso marginal* y del *coste marginal*. Se ha adaptado a mercados en competencia la definición de coste marginal, y se ha introducido la de ingreso marginal, fundamental para las decisiones relacionadas con la firma de contratos de medio plazo.

Finalmente, se ha analizado el problema existente para una empresa cuando intenta coordinar su planificación de medio plazo con su operación de corto plazo. Un enfoque correcto de este problema permite realizar una correcta localización de recursos, así como conseguir objetivos estratégicos a medio y largo plazo. Se han presentado y desarrollado tres estrategias de coordinación, con sus respectivas ventajas e inconvenientes, y se ha detallado cómo utilizar el modelo propuesto para implantarlas.

## 4.6. Bibliografía

[Baíllo, 2002]

Á. Baíllo, "Optimización de la Explotación y de la Preparación de Ofertas de una Empresa de Generación

- de Energía Eléctrica para Mercados de Corto Plazo". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2002.
- [Barquín, 2000] J. Barquín, J. García, y J. Román, "Water Value in Competitive Markets: Dynamic Programming and Game Theory," presentado en 6th PMAPS, Madeira, 2000.
- [Bushnell, 1998] J. Bushnell, "Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US," presentado en Power Conference on Electricity Restructuring, University of California, Energy Institute, 1998.
- [Centeno, 1998] E. Centeno, "Modelo de Simulación de la Explotación Óptima Anual de un Sistema Eléctrico". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 1998.
- [García, 2001] J. García, "Optimización de la Explotación en el Corto Plazo y Elaboración de Ofertas en un Sistema Eléctrico Liberalizado. Naturaleza del Problema y Métodos de Solución". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2001.
- [Gardner, 1995] J. Gardner, W. Hobbs, F. N. Lee, D. Leslie, D. Streiffert, y D. Todd, "Summary of the Pannel Session "Coordination between Short-term Operation Scheduling and Annual Resource Allocations"", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, pp. 1879-1889, 1995.
- [Gómez, 2002] A. Gómez, "Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica", Madrid: Mc Graw Hill, 2002.
- [Handke, 1994] J. Handke, E. Handschin, K. Linke, y H.-H. Sanders, "Coordination of Long- and Short-term Generation Planning in Thermal Power Systems", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, pp. 803-809, 1994.
- [Pérez-Arriaga, 1994] J. I. Pérez-Arriaga, "Principios Económicos Marginalistas en los Sistemas de Energía Eléctrica", Instituto de Investigación Tecnológica, Madrid, IIT-93-044, 1994.
- [Renaud, 1993] A. Renaud, "Daily Generation Management at Electricité de France: from Planning towards Real

- Time", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 38, pp. 1080-1093, 1993.
- [Scott, 1996] T. J. Scott y E. G. Read, "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market", International Transactions in Operational Research, vol. 3, pp. 243-253, 1996.
- [U.E., 2003] "Directiva 2003/87/CE del Parlamento Europeo y del Consejo por la que se establece un régimen para el comercio de derechos de emisión de gases de efecto invernadero en la Comunidad y por la que se modifica la Directiva 96/61/CE del Consejo". Diario Oficial de la Unión Europea L275/32, 25/10/2003.
- [Varian, 1992] H. R. Varian, "Análisis Microeconómico", Barcelona: Antoni Bosch, 1992.
- [Ventosa, 2000] M. Ventosa, M. Rivier, A. Ramos, y A. García-Alcalde, "An MCP Approach for Hydrothermal Coordination in Deregulated Power Markets," presentado en IEEE PES Summer Meeting, 2000.



# Capítulo 5

**Incertidumbre en la operación  
a medio plazo**



## Índice del Capítulo

<b>5.1.</b>	<b>Consideración de la incertidumbre</b>	<b>139</b>
5.1.1.	Incertidumbre en la operación de medio plazo	139
5.1.2.	Gestión de riesgos y asignación de probabilidades	141
5.1.3.	Valor añadido de la formulación estocástica	142
<b>5.2.</b>	<b>Formulación y resolución del problema estocástico</b>	<b>143</b>
5.2.1.	Formulación del problema	143
5.2.2.	Método de resolución estocástico	144
5.2.3.	Variables duales en la formulación estocástica	146
<b>5.3.</b>	<b>Descomposición del problema</b>	<b>146</b>
5.3.1.	Descomposición bietapa	148
5.3.1.1.	Problema maestro	151
5.3.1.2.	Subproblemas	152
5.3.1.3.	Cortes de optimalidad	153
5.3.1.4.	Algoritmo iterativo y criterio de convergencia	153
5.3.2.	Descomposición anidada	154
5.3.2.1.	Primera etapa	157
5.3.2.2.	Etapas intermedias	157
5.3.2.3.	Etapas finales	158
5.3.2.4.	Algoritmo iterativo y criterio de convergencia	158
5.3.3.	Interpretación de la descomposición del problema de equilibrio	159
5.3.3.1.	Interpretación en el caso de un recurso	159
5.3.3.2.	Interpretación en el caso de numerosos recursos	162
<b>5.4.</b>	<b>Ejemplos de árboles utilizables</b>	<b>163</b>
5.4.1.	Árbol para considerar incertidumbre en la hidraulicidad con una sola ramificación	164
5.4.2.	Árbol para considerar incertidumbre en hidraulicidad y demanda	164
5.4.3.	Árbol para considerar incertidumbre estacional en la hidraulicidad	165
5.4.4.	Árbol para considerar incertidumbre en los precios de combustible	166
<b>5.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>167</b>
<b>5.6.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>167</b>

En los Capítulos 3 y 4 de la tesis se ha presentado el modelo de cálculo del equilibrio de mercado, y se han analizado las características de la operación a medio plazo en un mercado de generación. No obstante, ambos capítulos han considerado un contexto determinista en el que, tanto la planificación como la operación se realizan bajo la hipótesis del conocimiento de las condiciones a las que se va a enfrentar la empresa de generación. En la práctica, existen importantes fuentes de incertidumbre en el análisis a medio plazo de los mercados de generación. De entre todas ellas destacan las condiciones hidráulicas, la evolución de la demanda, los precios de los combustibles, la disponibilidad de los grupos térmicos y el comportamiento de las empresas competidoras.

En este capítulo se justifica la necesidad de considerar la incertidumbre en la operación de los mercados de generación de energía eléctrica a medio plazo. El método propuesto para hacerlo es la consideración de un árbol de escenarios, que presenta, entre otras, la ventaja de no considerar decisiones anticipativas. Además, se muestra cómo se puede extender el método de resolución propuesto en el Capítulo 3 para considerar este árbol de escenarios, de modo que es posible calcular el punto de equilibrio mediante un problema de optimización equivalente.

El capítulo está dividido en cuatro apartados principales. En el apartado 5.1 se justifica la consideración de la incertidumbre en la operación a medio plazo y se propone su implantación a través de un árbol de escenarios. El apartado 5.2 formula el modelo estocástico de equilibrio de mercado en presencia de un árbol de escenarios. Se muestra cómo el modelo estocástico puede ser resuelto mediante un problema de optimización equivalente, como una extensión del modelo determinista. Seguidamente, en el apartado 5.3 se plantea la descomposición del problema equivalente, que puede ser necesaria en el tratamiento de árboles de gran tamaño o con muchas ramificaciones. La técnica propuesta es la descomposición estocástica anidada de Benders, que permite realizar una interpretación de los resultados intermedios del proceso iterativo que conecta muy estrechamente con algunos aspectos desarrollados en el Capítulo 4. Finalmente, en el apartado 5.4, y a modo de ejemplo, se presentan algunas estructuras de posibles árboles para el análisis de la planificación y operación a medio plazo.



## 5.1. Consideración de la incertidumbre

En este apartado se justifica la necesidad de incorporar la incertidumbre en el análisis de la operación a medio plazo de los mercados de generación de energía eléctrica. Además, se presenta un método para su consideración y se detallan las ventajas que tiene la utilización de una formulación estocástica frente a una determinista.

### 5.1.1. Incertidumbre en la operación de medio plazo

Hasta aquí, la operación y planificación de la generación a medio plazo se han descrito como problemas deterministas. Sin embargo, según se extiende el horizonte de tiempo que se estudia, crece la incertidumbre asociada. Por este motivo, un análisis adecuado de la operación de medio plazo debe realizarse teniendo en cuenta esta incertidumbre.

El planteamiento desarrollado en esta tesis está enfocado a la consideración de **incertidumbre en el medio plazo**, pero en cambio no en el corto plazo. El motivo de esta decisión radica en el hecho de que a la empresa generadora le interesa disponer de unas decisiones únicas para su operación en el corto plazo, y que estas decisiones sean robustas ante la incertidumbre de medio y largo plazo.

Resultaría un error utilizar un modelo de medio plazo para proporcionar previsiones de corto plazo, ya que la representación del sistema que se realiza mediante estos modelos no resulta suficientemente detallada para el corto plazo. Por otro lado, existe una volatilidad en los resultados de corto plazo que no puede ser prevista con un modelo de medio plazo. De este modo, las previsiones de precios de mercado a corto plazo se realizan habitualmente con modelos de gestión de riesgos basados en técnicas de series temporales.

La mayor parte de los datos descritos en el desarrollo de esta tesis se pueden considerar sujetos a incertidumbre, aunque de algunos de ellos se puede suponer que existen previsiones suficientemente fiables. Las fuentes de incertidumbre más importantes son cinco:

- La **hidraulicidad del sistema**, de gran importancia en sistemas con un alto componente hidráulico. Se trata de la fuente de incertidumbre más importante en una buena parte de los sistemas eléctricos. Cobra especial importancia en los estudios de medio plazo. Por un lado, en los estudios de corto plazo se pueden prever las condiciones hidráulicas con relativa precisión. Por otro, en los estudios de largo plazo es más razonable suponer condiciones hidráulicas medias, ya que en el horizonte de estudio existirán tanto años con mejores condiciones hidráulicas, como peores.

- El **precio de los combustibles**, que influye directamente en los costes de los grupos térmicos y, por lo tanto, también en el punto de equilibrio que se alcanza.
- La **demanda del sistema**. A pesar de que la incertidumbre en la demanda adquiere mayor importancia en los estudios de corto y de largo plazo, también debe ser considerada como una fuente de aleatoriedad en el análisis de la operación a medio plazo.
- La **disponibilidad de los grupos térmicos**, que influye de manera muy importante en las tecnologías de generación que se tienen que utilizar para suministrar la demanda.
- El **comportamiento de los agentes** en sus estrategias de oferta en el medio plazo. Este comportamiento se ve reflejado, en el modelo descrito en esta tesis, por medio de las pendientes de las curvas de demanda residual.

El *análisis multiescenario* es un modo clásico de considerar la incertidumbre. Para ello, se definen una serie de escenarios que se resuelven de manera independiente, analizando posteriormente los resultados de manera conjunta. El principal problema de este enfoque es la falta de robustez, ya que en cada escenario se toman decisiones distintas, que podrían no ser robustas frente a posibles situaciones futuras.

Esta falta de robustez del método de análisis multiescenario queda eliminada con la utilización de un **árbol de escenarios**, que es el enfoque que se ha preferido en el desarrollo de la tesis y que cumple el importante principio de no anticipatividad<sup>1</sup>. De este modo, la utilización de un árbol de escenarios consigue un doble objetivo: a) realizar una toma de decisiones robusta en el corto plazo, b) hacerlo considerando toda la incertidumbre que se desee en el medio plazo.

Existen diversos criterios para la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre [French, 1986], que se clasifican dentro de dos categorías:

1. Los criterios que utilizan una distribución de probabilidad de los escenarios posibles. Dentro de éstos se encuentran la maximización del valor esperado, la minimización de la varianza con media acotada, la maximización de la media con varianza acotada o el criterio de la probabilidad máxima.
2. Los criterios que conocen los escenarios posibles, pero no sus probabilidades asociadas. Dentro de éstos están el criterio de Wald o maximin, el criterio optimista o maximax, el criterio de Hurwicz (que pondera los dos

---

<sup>1</sup> El principio de no anticipatividad establece que, si dos escenarios diferentes son iguales hasta determinado instante de tiempo, las variables de decisión que resulten para estos escenarios hasta dicho instante de tiempo deben de ser iguales. Así pues, el enfoque de árbol de escenarios cumple el principio de no anticipatividad, mientras que el análisis multiescenario no lo hace.

anteriores), el criterio de Savage (o mínimo arrepentimiento), o el criterio de Laplace (suponer todos los casos equiprobables).

En este capítulo, el criterio considerado en la toma de decisiones a corto plazo es la **maximización de la esperanza del beneficio** de cada empresa. Este criterio es de uso común en estudios bajo incertidumbre, tanto por su buena adaptación a la realidad, como por sus buenas propiedades matemáticas. La utilización de este criterio hace necesaria la asignación de una probabilidad a cada una de las ramas que surgen en las ramificaciones del árbol.

Un ejemplo de árbol de escenarios se puede ver en la Figura 5.1:

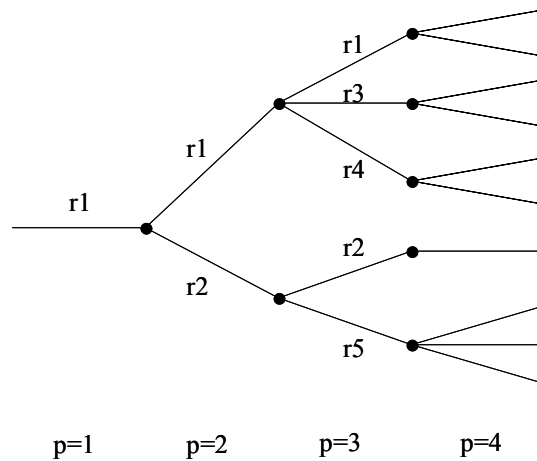


Figura 5.1 Ejemplo de árbol de escenarios con cuatro periodos

### 5.1.2. Gestión de riesgos y asignación de probabilidades

Como se ha comentado, el criterio planteado para la operación y planificación a medio plazo es la maximización de la esperanza del beneficio utilizando unas probabilidades asociadas a cada rama del árbol.

Este modo de analizar la operación supone que las empresas de generación son neutras al riesgo<sup>2</sup>, lo cual no tiene por qué ser cierto. En general, la mayor parte de las empresas incorporan en su gestión algún grado de aversión al riesgo, que debe ser incluido al analizar la operación de medio plazo. El planteamiento general sería la consideración de funciones de utilidad para las empresas, y la

---

<sup>2</sup> La neutralidad al riesgo conlleva que la empresa valora de igual modo un incremento de beneficios (o disminución de pérdidas) sea cuál sea su beneficio. Este hecho no suele reflejar la realidad, dado que, por ejemplo, una empresa suele estar mucho más interesada en eliminar su riesgo de pérdidas que en aumentar su posibilidad de beneficios. Por este motivo, se utilizan las funciones de utilidad, que reflejan, para cada beneficio, la utilidad que le asigna la empresa. La neutralidad al riesgo es equivalente a una función de utilidad lineal, mientras que la aversión al riesgo se modela con funciones de utilidad cóncavas (se valoran más los incrementos de beneficio cuanto menor sea el beneficio obtenido).

maximización de la utilidad esperada [Raiffa, 1968]. No obstante, este planteamiento excede los objetivos de esta tesis.

La alternativa propuesta en esta tesis para incorporar la no-neutralidad al riesgo de las empresas es la **asignación de probabilidades** a los escenarios del árbol: aumentar la probabilidad utilizada en los escenarios más desfavorables (con menores beneficios), y disminuirla en los más favorables. Por ejemplo, si un agente quiere realizar su planificación a medio plazo considerando una serie de hidraulicidades, no utilizará las probabilidades históricas de los escenarios considerados, sino que las modificará aumentando los casos más desfavorables (que, en general, serán los más secos si la empresa dispone de parque hidráulico) y disminuyendo los más favorables.

Se trata de un procedimiento análogo a la utilización de probabilidades neutras al riesgo en la valoración de opciones [Luenberger, 1998]. La existencia y el cálculo de estas probabilidades tampoco se ha considerado dentro de los objetivos de la tesis, aunque sí se utilizará esta metodología en uno de los casos de estudio recogidos en el Capítulo 6.

### 5.1.3. Valor añadido de la formulación estocástica

La consideración de la incertidumbre al analizar la operación a medio plazo en los mercados de generación enriquece de manera importante los resultados obtenidos.

Por un lado, se realiza una operación que permite tomar **decisiones robustas** en el corto plazo. Estas decisiones no están basadas en una previsión única de las condiciones del mercado, como es el caso de un análisis determinista. Tampoco se trata de un análisis multiescenario en el que, para cada escenario, se decide una operación a corto plazo y en el que, para elegir la mejor opción para el corto plazo se deben tener en cuenta las decisiones de todos los escenarios. Se trata, en cambio, de una decisión única tomada para el corto plazo y que toma en consideración toda la incertidumbre prevista para el medio plazo.

Por otro lado, permite obtener **resultados realistas de medio plazo** para cada rama del árbol. Esto permite la obtención de distribuciones de probabilidad asociadas a dichos resultados, lo cual puede ser de gran importancia para la operación (firma de contratos, compras de combustible, programación de mantenimientos, etc.). Al utilizar un análisis multiescenario, también se obtienen resultados para cada escenario, pero estos resultados no son muy realistas, ya que se han obtenido considerando anticipatividad en la operación. Es decir, si se está considerando un caso con una hidraulicidad muy elevada, la operación se realizará con una explotación a corto plazo en la que se consuman muchos recursos hidráulicos. Sin embargo, ésta no va a ser la operación real a

corto plazo, por lo que los resultados no son realistas. Por este motivo, el análisis multiescenario tiende a subestimar los costes reales de explotación.

## 5.2. Formulación y resolución del problema estocástico

En este apartado se desarrolla el planteamiento teórico que se ha llevado a cabo para considerar la estocasticidad en el método de resolución propuesto. El supuesto en el que está basado es, como en el caso determinista, el cálculo del equilibrio de mercado.

### 5.2.1. Formulación del problema

El equilibrio de mercado buscado tendrá que alcanzarse para cada uno de los niveles de carga y cada una de las ramas del árbol. Además, las restricciones que ligan los distintos periodos de estudio deberán estar planteadas para cada uno de los caminos que existan en el árbol. Por ejemplo, en el árbol de la Figura 5.1 habría que plantear 10 veces cada restricción que afectase a todo el horizonte temporal, comenzando en la rama común y terminando en cada una de las 10 ramas del cuarto periodo.

La estructura del árbol queda formalizada mediante dos definiciones. Se denota por  $a(p,r)$  a la rama antecesora de la rama  $r$  en el periodo  $p$ , y por  $R(p)$  al conjunto de ramas definidas para el periodo  $p$ .

En el árbol de la Figura 5.1 se cumple, por ejemplo,  $R(p_3) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$  y también  $a(p_3, r_5) = r_2$ .

Cada rama tiene asociada una probabilidad, que se denota por  $w_{pr}$ . Las probabilidades utilizadas son absolutas, no condicionadas, por lo que la suma de las probabilidades de las ramas que parten de la misma debe ser la probabilidad de la rama antecesora:

$$\sum_{r^*/a(p,r^*)=r} w_{pr^*} = w_{p-1,r} \quad \forall p > 1 \quad \forall r \in R(p) \quad \text{Ecuación 5.1}$$

Por lo tanto, la suma de probabilidades de las ramas de cada periodo debe ser 1:

$$\sum_{r \in R(p)} w_{pr} = 1 \quad \forall p \quad \text{Ecuación 5.2}$$

Una vez que se tiene definida la estructura del árbol de escenarios, se va a pasar a formular el **problema estocástico de equilibrio de mercado**. Para ello, se utilizará un caso básico, como el descrito en el epígrafe 3.2.8 del Capítulo 3. Así, se considera que las funciones de coste de las empresas tienen derivada continua y creciente, y que no existen restricciones adicionales. El horizonte

temporal está dividido en periodos (cada uno de los cuales tiene un conjunto de ramas  $R(p)$ ), subperiodos y bloques, con una duración  $l_{psb}$ .

El problema al que se enfrenta cada empresa es, como se ha dicho, maximizar el beneficio esperado  $\mathcal{B}_e$  que obtendrá.

$$\max_{P_{eprsb}} \mathcal{B}_e = \sum_{p=1}^P \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \left( \lambda_{prsb} \cdot P_{eprsb} \cdot l_{psb} - C_{eprsb}(P_{eprsb}) \right) \right] \quad \text{Ecuación 5.3}$$

La notación utilizada es análoga a la introducida en los capítulos anteriores, con la salvedad de que las producciones por empresa  $P_{eprsb}$ , las funciones de coste  $C_{eprsb}(P_{eprsb})$ , la demanda  $D_{prsb}$  y el precio marginal  $\lambda_{prsb}$  dependen del índice rama, además de periodo, subperiodo y bloque. Así pues, si se denota  $\theta_{eprsb}$  a las variaciones conjeturales del precio con respecto a las producciones de las empresas en cada bloque de carga, las ecuaciones de equilibrio para el caso multiperiodo estocástico se formulan como:

$$\lambda_{prsb} = CM_{eprsb}(P_{eprsb}) + \theta_{eprsb} \cdot P_{eprsb} \quad \forall e$$

Ecuación 5.4

$$\sum_{e=1}^E P_{eprsb} = D_{prsb}$$

### 5.2.2. Método de resolución estocástico

El cálculo del punto de equilibrio de este problema estocástico se puede realizar de una manera análoga al del caso determinista, mediante la minimización de unas funciones de coste ampliado  $\bar{C}_{eprsb}(P_{eprsb})$  a lo largo de todo el horizonte temporal y de las distintas ramas del árbol

$$\min_{P_{eprsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb}(P_{eprsb}) \right]$$

Sujeto a:

Ecuación 5.5

$$\sum_{e=1}^E P_{eprsb} = D_{prsb} \quad : \quad \eta_{prsb}$$

$\eta_{prsb}$  es la variable dual de la restricción de balance de potencia en cada nivel de carga, verificándose:

$$\lambda_{prsb} = \frac{\eta_{prsb}}{l_{psb} \cdot w_{pr}} \quad \text{Ecuación 5.6}$$

Por otro lado, las funciones de coste ampliado se definen para este caso según la siguiente expresión general:

$$\bar{C}_{eprsb}(P_{eprsb}) = C_{eprsb}(P_{eprsb}) + \frac{\theta_{eprsb} \cdot P_{eprsb}^2 \cdot l_{psb}}{2} \quad \text{Ecuación 5.7}$$

Como se puede observar, se trata del caso más general posible, ya que se ha supuesto que las funciones de coste dependen del periodo, rama, subperiodo y bloque. En dichas funciones se internaliza la estocasticidad en los parámetros que influyen en la explotación de la empresa, como pueden ser la hidraulicidad, los precios de los combustibles o la disponibilidad de los grupos térmicos. Por otro lado, la estocasticidad de la demanda se tiene en cuenta al definir las ecuaciones de balance generación-demanda por rama, y la estocasticidad en el comportamiento de los agentes se ha considerado al hacer que  $\theta_{eprsb}$  también dependa de la rama del árbol.

Veamos a continuación que las condiciones de optimalidad del problema de minimización de la Ecuación 5.5 coinciden con las ecuaciones de equilibrio de mercado (Ecuación 5.4). Para ello, se utiliza la función lagrangiano, calculando sus puntos de silla:

$$\min_{P_{eprsb}} \max_{\eta_{prsb}} \mathcal{L}(P_{eprsb}, \eta_{prsb}) = \sum_{p=1}^P \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \sum_{e=1}^E \left[ \bar{C}_{eprsb}(P_{eprsb}) \right] + \eta_{prsb} \cdot \left( D_{prsb} - \sum_{e=1}^E P_{eprsb} \right) \right] \quad \text{Ecuación 5.8}$$

Derivando e igualando a cero:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_{eprsb}, \eta_{prsb})}{\partial \eta_{prsb}} = 0 = D_{prsb} - \sum_{e=1}^E P_{eprsb}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(P_{eprsb}, \eta_{prsb})}{\partial P_{eprsb}} = 0 = w_{pr} \cdot \left( \frac{\partial C_{eprsb}(P_{eprsb})}{\partial P_{eprsb}} + \theta_{eprsb} \cdot P_{eprsb} \cdot l_{psb} \right) - \eta_{prsb} \quad \text{Ecuación 5.9}$$

$$\Rightarrow \lambda_{prsb} - \theta_{eprsb} \cdot P_{eprsb} = CM_{eprsb}(P_{eprsb})$$

Con lo que ambas formulaciones son equivalentes.

Una vez que se ha definido este problema estocástico mediante el árbol de escenarios, la introducción de otros elementos (como restricciones o consideración de grupos en las empresas) es análoga a la del caso determinista. De este modo, se puede llegar a una formulación general que permite calcular el equilibrio de mercado considerando un árbol de escenarios y un conjunto de restricciones técnicas y estratégicas. El modelo determinista resulta un caso particular del estocástico en el que  $R(p) = r1$  para todos los periodos de estudio.

### 5.2.3. Variables duales en la formulación estocástica

En el Capítulo 4 se ha profundizado en el significado de las variables duales que proporciona el modelo determinista. Los resultados allí obtenidos son extrapolables a la formulación estocástica, teniendo en cuenta que hay que dividir las variables duales que se obtienen por la probabilidad de la rama en la que se esté, tal y como se ha hecho con el precio marginal en la Ecuación 5.6.

Por otro lado, en dicho capítulo se ha profundizado en la interpretación que se puede dar a las variables duales: valor del agua, ingresos marginales, señales para el corto plazo. Cuando se utiliza un modelo estocástico, la información que proporciona la planificación de medio plazo es una serie de variables duales con sus probabilidades asociadas. De este modo, las conclusiones y reflexiones que se realizaban para el caso determinista se pueden extender al caso estocástico de diferentes maneras, dependiendo del uso que se las quiera dar.

Así pues, se puede utilizar un único valor, ya sea ponderando los valores obtenidos en cada rama, utilizando el más probable o el más desfavorable. También se puede utilizar la función de probabilidad para las variables duales, lo que da más riqueza, aunque también mayor complejidad, al análisis.

Respecto a la coordinación con la operación de corto plazo, la consideración de incertidumbre hace que se proporcionen unas consignas robustas frente a los escenarios posibles. Estas consignas son únicas, puesto que en el corto plazo sólo existe una rama común.

## 5.3. Descomposición del problema

El planteamiento de árboles de escenarios para considerar la incertidumbre puede conducir a problemas de un tamaño excesivamente grande como para poder ser resueltos. En la práctica, esto se puede deber fundamentalmente a dos razones: a) la necesidad de considerar un gran número de ramas para tener en cuenta la estocasticidad en diferentes parámetros; y b) el análisis de horizontes temporales con mucho nivel de detalle, mediante un árbol de escenarios con un elevado número de ramificaciones. En la Figura 5.2 se muestra un ejemplo de cada una de las dos situaciones descritas.

Cuando el problema no puede ser abordado para su resolución de forma directa debido a su gran tamaño, resulta natural aplicar **técnicas de descomposición** para posibilitar su tratamiento. Por este motivo, se ha considerado interesante realizar una primera aproximación al problema de la descomposición formulando el método que, debido a las características del problema, más parece ajustarse a su resolución. No obstante, no ha sido un objetivo principal de esta tesis profundizar en las técnicas de descomposición



aplicables, así como tampoco en sus ventajas, inconvenientes y métodos de implantación.

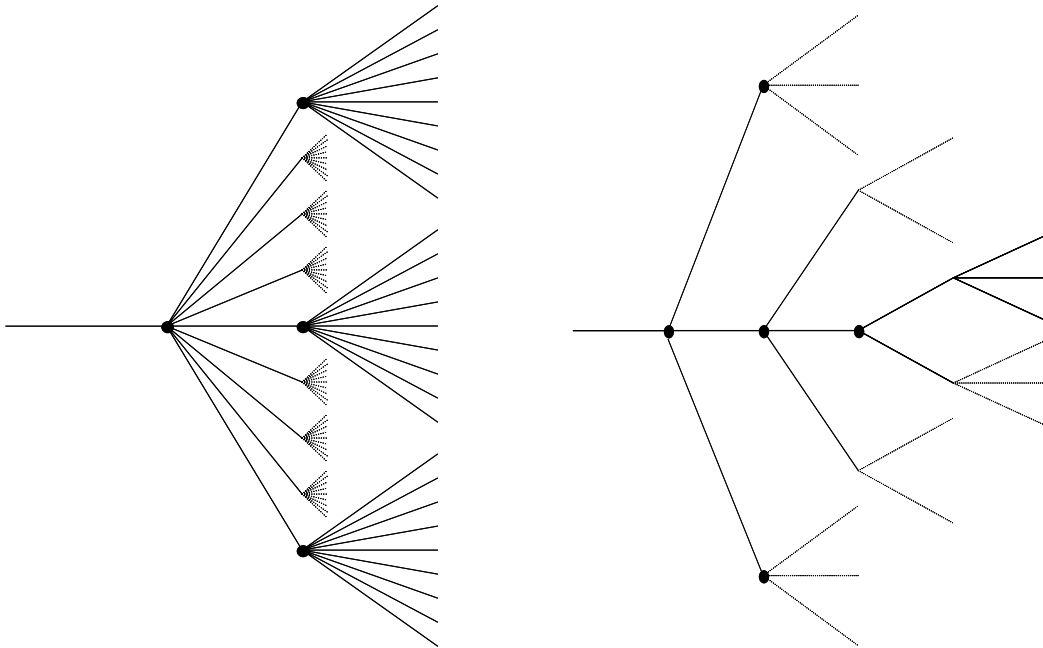


Figura 5.2 Ejemplo de árboles en los que puede resultar necesaria la descomposición

La estructura simplificada del problema que se intenta resolver se muestra en la Figura 5.3.

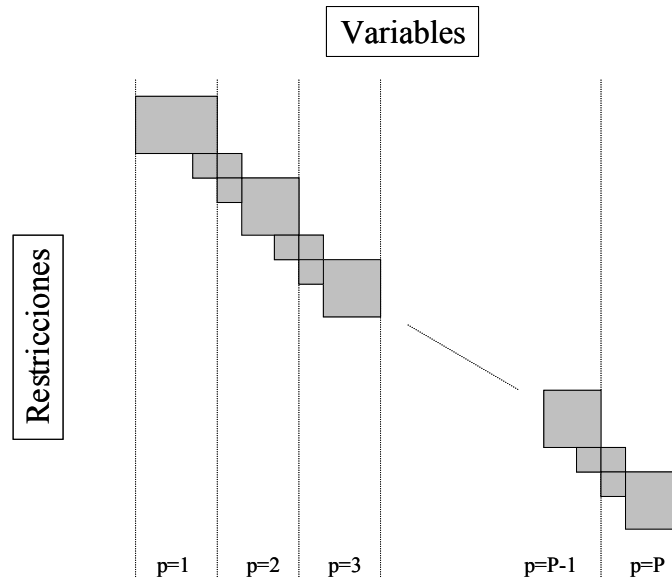


Figura 5.3 Estructura del problema completo

Se trata de un problema con una estructura un tanto peculiar, ya que se puede considerar tanto que existen variables que complican la resolución del problema, como que son ciertas restricciones las que lo complican. Es decir, si se fija el valor de ciertas variables de un periodo  $p+1$ , se puede resolver el problema del periodo  $p$  sin que existan variables de otros periodos.

Alternativamente, si se relajan ciertas restricciones que ligan variables de ambos periodos, se puede resolver cada periodo por separado.

Existen diferentes técnicas de descomposición según sean las variables o las restricciones las que complican la solución del problema. Por un lado, la descomposición de Benders [Benders, 1962] es un procedimiento que se centra en la existencia de variables que complican la solución. Para ello, se separa el problema en dos partes: en la primera se encuentran las variables que complican la resolución, mientras que en la segunda estas variables se suponen fijadas. Se demuestra que el primer problema, incorporando cierta información procedente de la segunda parte en forma de restricciones lineales, es equivalente a la resolución del problema completo. En [Baíllo, 2002] se encuentra una excelente descripción del método de descomposición de Benders, así como su aplicación a la explotación semanal estocástica de una empresa de generación.

Por otro lado, la descomposición de Dantzig-Wolfe [Dantzig, 1960] y la relajación lagrangiana [Geoffrion, 1974] se utilizan en casos en los que existen restricciones que complican la resolución del problema.

Se va a abordar una técnica de descomposición en una de sus versiones: el algoritmo de **descomposición estocástica anidada de Benders** con método monocorte, ya que la aplicación de esta técnica permite ahondar en el significado de las variables duales y la valoración de recursos, como se verá en el epígrafe 5.3.3.

Para facilitar la lectura de este apartado, en primer lugar se formulará la descomposición para un caso bietapa, de modo que quede clara la metodología utilizada. Seguidamente, se formulará el caso general de la descomposición anidada, como una generalización del caso anterior. Finalmente se realizará una interpretación de la descomposición realizada.

### 5.3.1. Descomposición bietapa

Un gran número de trabajos han utilizado y modificado la técnica propuesta por Benders para afrontar problemas muy diversos. En [Van Slyke, 1969] se adaptó el algoritmo de Benders para trabajar en programas lineales con estructura en forma de  $L$ . Esta estructura es la que aparece al trabajar con problemas de programación estocástica, como el que se aborda en este capítulo. Se trata de resolver un problema en el que existe un árbol de escenarios con una rama común (de  $p_1$  periodos) y  $R$  escenarios para los periodos  $p_1+1, \dots, P$ , según se muestra en la Figura 5.4.

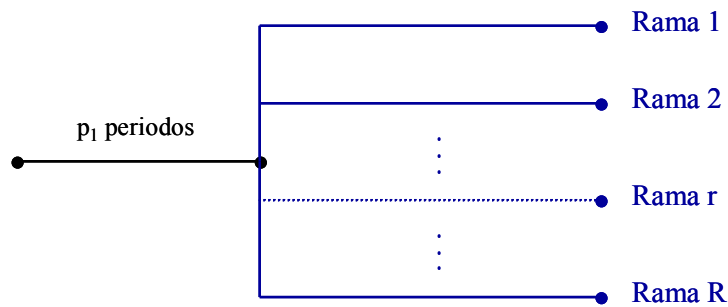


Figura 5.4 Árbol de escenarios utilizado para la descomposición bietapa

Como se ha comentado anteriormente, la complicación en la resolución del problema proviene de restricciones que utilizan variables pertenecientes a diferentes periodos. Dentro del desarrollo de esta tesis, se han planteado las siguientes restricciones de este tipo:

- Balance hidráulico, que relaciona la diferencia del nivel de reservas entre dos periodos con la energía entrante en un subsistema hidráulico (aportaciones, bombeo propio, y producciones y vertidos de sistemas superiores) y la saliente (producciones y vertidos).
- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre periodos consecutivos.
- Consideración de cupos de combustibles incentivados. Mientras la producción con centrales que utilizan ciertos combustibles no supere un límite, toda su producción está incentivada. Si la producción supera dicho límite, sólo se incentiva la parte correspondiente.
- Consideración de una producción mínima de un grupo o de una central durante todo el horizonte temporal.
- Producción máxima de un grupo o de una central durante todo el horizonte temporal.
- Obligación de una cuota (o producción) mínima para algunas de las empresas participantes en el mercado.

Según el algoritmo de descomposición de Benders, cada una de las variables que complica la resolución tiene que ser fijada en los subproblemas utilizando los valores obtenidos en el problema maestro. Asimismo, las variables duales de estas restricciones del subproblema deben ser enviadas al problema maestro para realizar los cortes de optimalidad<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> En la descomposición propuesta no se han utilizado cortes de factibilidad ya que, debido a la naturaleza del problema, ésta se puede garantizar incluyendo ciertos límites en los valores que fija el problema maestro.

La restricción de balance hidráulico obliga a que el problema maestro fije las variables de reserva al final de la rama común. Es decir, los valores de  $rh_{hp}$  para  $p = p_1$  y todos los subsistemas hidráulicos  $h$ . Respecto a las restricciones que ligan el valor de los acoplamientos en periodos consecutivos, no van a ser tenidas en cuenta en el desarrollo de la descomposición. El motivo es que se complicaría de manera importante la formulación, y no se trata de una restricción de gran importancia cuando se realizan estudios de medio plazo.

Por otro lado, y según se puede consultar en la formulación detallada del modelo (Anexo A), la definición de las variables de producción térmica acumulada  $pta_{tpr}$  por grupo térmico  $t$ , periodo  $p$  y rama  $r$ , así como de la producción hidráulica acumulada  $pha_{hpr}$  por grupo hidráulico  $h$ , hacen que las últimas cuatro restricciones no se planteen acoplando diferentes periodos. Es decir, estas restricciones se plantean utilizando las producciones acumuladas al final del horizonte de estudio. De este modo, las restricciones que sí acoplan diferentes periodos son las definiciones de producciones térmicas e hidráulicas acumuladas (pues la producción acumulada en cada periodo depende de la acumulada en el anterior). Por lo tanto, el problema maestro tiene que fijar, para cada grupo térmico e hidráulico, el valor de su producción acumulada en  $p = p_1$ .

A continuación se presenta el problema que se quiere descomponer, detallando únicamente las restricciones que complican la descomposición del problema. Igualmente, no se detallan todas las variables de decisión, sino únicamente las producciones de cada empresa.

$$\min_{P_{eprsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb} (P_{eprsb}) \right]$$

Sujeto a:

$$rh_{hpr} - rh_{h,p-1,r} = A_{hpr} - \sum_{sb} \left[ l_{psb} \cdot (ph_{hprsb} - \rho_h \cdot be_{hprsb}) \right] - ve_{hpr} \quad \text{Ecuación 5.10}$$

$$pta_{tpr} = pta_{t,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ pt_{tprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

$$pha_{hpr} = pha_{h,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ ph_{hprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

Resto de restricciones intraperiodo

Para facilitar el desarrollo, en el balance hidráulico no se ha incluido la energía entrante proveniente de grupos hidráulicos situados aguas arriba de cada subsistema. Para cada subsistema hidráulico,  $ph$  representa la potencia hidráulica por subsistema,  $be$  la potencia demandada de bombeo,  $ve$  los

vertidos,  $\rho$  el rendimiento del ciclo turbinación-bombeo y  $A$  las aportaciones hidráulicas. La potencia producida por los grupos térmicos se representa por  $pt$ .

Seguidamente se formula la descomposición en un problema maestro, que representará al tronco común del árbol, y los subproblemas, que serán cada una de las ramificaciones posteriores. Estos problemas se resuelven iterativamente hasta que se alcanza la convergencia.

### 5.3.1.1. Problema maestro

El **problema maestro** engloba  $p_1$  periodos, es decir, los que componen la rama común del árbol de escenarios. Dado que se trata de una sola rama, en la formulación se elimina el índice  $r$  correspondiente:

$$\min_{P_{epsb}, \Theta} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^{p_1} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \bar{C}_{epsb} (P_{epsb}) \right] + \Theta$$

Sujeto, para  $p = 1, \dots, p_1$ , a:

$$rh_{hp} - rh_{h,p-1} = A_{hp} - \sum_{sb} \left[ l_{psb} \cdot (ph_{hpsb} - \rho_h \cdot be_{hpsb}) \right] - ve_{hp}$$

$$pta_{tp} = pta_{t,p-1} + \sum_{sb} \left[ pt_{tpsb} \cdot l_{psb} \right]$$

$$pha_{hp} = pha_{h,p-1} + \sum_{sb} \left[ ph_{hpsb} \cdot l_{psb} \right]$$

Ecuación 5.11

Resto de restricciones intraperiodo

Cortes de optimalidad

Se trata de un problema independiente, puesto que únicamente se utilizan las restricciones que ligan periodos considerados en el problema maestro. El valor de la variable  $\Theta$  (que se denomina comúnmente función de recursos) viene limitado por los cortes de optimalidad, que se formulan utilizando las variables duales de las restricciones que proporcionan los subproblemas, por lo que se detallan más adelante. Hay que hacer notar que desaparece el término de probabilidad por rama, pues en la rama común,  $w_{pr} = 1$ .

De cada resolución del problema maestro se obtendrán unos valores de las variables que se deben pasar a los subproblemas: las reservas por grupo hidráulico, y las producciones térmicas e hidráulicas acumuladas por grupo, todas ellas al final de la rama común (para  $p = p_1$ ). Estas variables se denotan por  $RH_h$ ,  $PTA_h$  y  $PHA_h$  y se fijarán para la resolución de los subproblemas. Por último, el valor de la función objetivo en el óptimo se denota  $FO_1$ .

### 5.3.1.2. Subproblemas

Los subproblemas se corresponden con cada una de las ramas que se tienen para  $p = p_1+1, \dots, P$ . Dado que utilizan las variables fijadas por el maestro, se trata de problemas independientes que pueden ser resueltos por separado. No obstante, y para simplificar la formulación, se plantea un único problema de optimización que contiene a todos los **subproblemas**.

$$\min_{P_{eprsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=p_1+1}^P \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb}(P_{eprsb})]$$

Sujeto, para  $p = p_1+1, \dots, P$ , a:

$$\begin{aligned} rh_{hpr} - rh_{h,p-1,r} &= A_{hpr} - \sum_{sb} [l_{psb} \cdot (ph_{hprsb} - \rho_h \cdot be_{hprsb})] - ve_{hpr} \\ pta_{tpr} &= pta_{t,p-1,r} + \sum_{sb} [pt_{tprsb} \cdot l_{psb}] \\ pha_{hpr} &= pha_{h,p-1,r} + \sum_{sb} [ph_{hprsb} \cdot l_{psb}] \end{aligned}$$

Ecuación 5.12

siendo, para  $p = p_1$ :

$$rh_{h,p_1,r} = RH_h \quad pta_{t,p_1,r} = PTA_t \quad pha_{h,p_1,r} = PHA_h$$

Resto de restricciones intraperiodo

Un subproblema concreto se obtiene fijando el subíndice  $r$  en la anterior formulación.

Se puede observar que, aunque cada subproblema es independiente del resto, se han incluido las probabilidades en la función objetivo. De este modo, las variables duales que se obtengan se podrán utilizar directamente para los cortes de optimalidad. Las variables duales que se utilizan son las que corresponden a las restricciones para  $p = p_1+1$ . En el caso del balance hidráulico se denota  $\varphi_{nr}$ , y las definiciones de producciones térmicas e hidráulicas acumuladas  $\xi_{tr}$  y  $\psi_{nr}$ , respectivamente.

Por otro lado, al valor que alcanza la función objetivo en el mínimo se denotará como  $FO_2$ . La utilización de este valor facilitará la formulación de los cortes de optimalidad, como se verá a continuación.

Por último, la iteración que se está realizando se representa mediante un paréntesis y el número de la iteración como subíndice. Por ejemplo, para la iteración  $i$ ,  $(PTA_t)_i$ ,  $(\psi_{nr})_i$ , o  $(FO_2)_i$ .

### 5.3.1.3. Cortes de optimalidad

Como se ha comentado anteriormente, los **cortes de optimalidad** se formulan según el **método monocorte**, es decir, utilizando un único corte por cada iteración realizada. También se podría utilizar un método multicorte [Birge, 1988] que introduce una restricción por cada subproblema resuelto y que, dependiendo de la estructura del problema, puede proporcionar mejores resultados de convergencia. La formulación que resulta para los cortes es:

$$\Theta \geq (FO_2)_i + \sum_{hr} [(\varphi_{hr})_i \cdot (rh_{hp_i} - (RH_h)_i)] - \sum_{tr} [(\xi_{tr})_i \cdot (PTA_t)_i] - \sum_{hr} [(\psi_{hr})_i \cdot (PHA_h)_i]$$

Ecuación 5.13

### 5.3.1.4. Algoritmo iterativo y criterio de convergencia

Las técnicas de descomposición utilizan algoritmos iterativos para resolver el problema completo, por lo que es necesario definir dicho algoritmo y su criterio de convergencia.

En cada iteración  $i$  se puede obtener una cota superior  $F$  y una inferior  $f$  del valor mínimo de la función objetivo del problema completo:

$$F_i = (FO_1)_i - \Theta + (FO_2)_i$$

$$f_i = (FO_1)_i$$

Ecuación 5.14

La cota inferior es no decreciente (al irse añadiendo nuevos cortes), mientras que la cota superior no es necesariamente monótona. Por este motivo, se utiliza como cota superior para evaluar la convergencia, el mínimo de todas las cotas superiores obtenidas.

El **algoritmo iterativo** para resolver el problema bietapa mediante descomposición es el que sigue:

1. Inicialización de las variables de la primera etapa. Para ello, se puede resolver el problema maestro sin cortes de optimalidad. Inicializar la iteración a  $i = 0$ .
2. Actualizar la iteración a  $i = i+1$ . Solucionar subproblemas, obteniendo el valor de la función objetivo y de las variables duales.
3. Solucionar el problema maestro con los cortes de optimalidad obtenidos hasta la iteración actual.
4. Actualizar la cota inferior  $f$  y superior  $F$ :

$$F = \min_{j \leq i} F_j$$

Ecuación 5.15

$$f = f_i$$

5. Si el error relativo es menor que una tolerancia  $\delta$ , se ha alcanzado la convergencia. En caso contrario, volver al paso 2.

$$\text{Convergencia si: } \frac{|F - f|}{|F|} \leq \delta$$

Ecuación 5.16

### 5.3.2. Descomposición anidada

Una vez que se ha desarrollado el problema bietapa, en este epígrafe se trata el problema general multietapa. La descomposición anidada consiste en aplicar recursivamente el principio de descomposición [Dantzig, 1963]. La descomposición estocástica anidada de Benders fue aplicada en [Pereira, 1991] y [Gorenstin, 1992] al problema de coordinación hidrotérmica, bajo el nombre de *programación dinámica dual estocástica (SDDP, por sus siglas en inglés)*.

Se trata ahora de resolver el problema representado por un árbol de escenarios como, por ejemplo, el de la Figura 5.5:

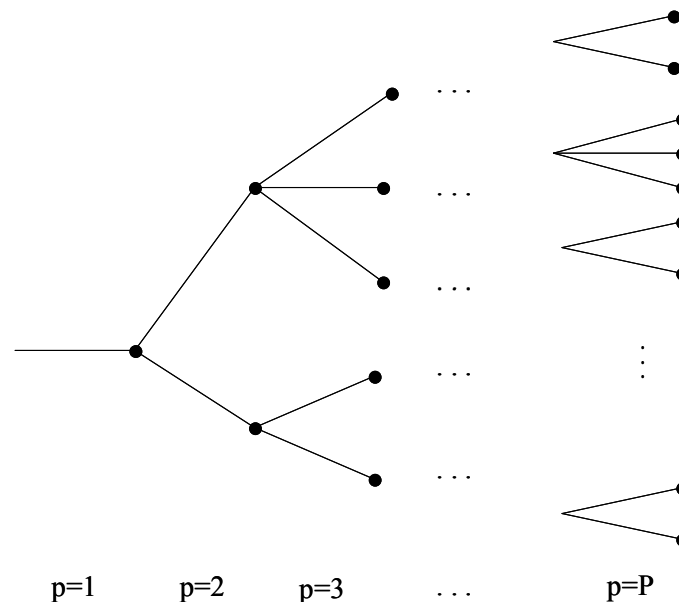


Figura 5.5 Árbol de escenarios utilizado para la descomposición anidada

Supondremos que se quiere dividir la resolución del problema en  $n = 1 \dots N$  etapas. Cada una de estas etapas no tiene por qué corresponder con un grupo de subproblemas deterministas independientes, sino que, en general, se puede



tratar de otros problemas estocásticos<sup>4</sup>. En la Figura 5.6 se representa un ejemplo de etapa, con sus problemas maestros correspondientes y sus subproblemas.

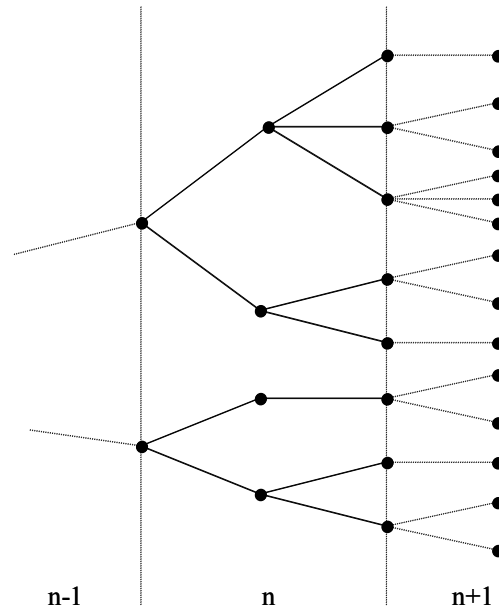


Figura 5.6 Ejemplo de una etapa

Este ejemplo tiene dos problemas maestros en la etapa  $n-1$ , por lo que la etapa  $n$  consta de dos subproblemas independientes (ambos estocásticos). Por otro lado, la etapa  $n$  tiene 8 problemas maestros para los subproblemas de la etapa  $n+1$ .

De cara a no complicar en exceso la formulación del problema, en primer lugar se detalla la correspondiente a la primera etapa, que será el problema maestro de los subproblemas de la segunda etapa. Seguidamente, se formula la de cada una de las etapas intermedias (que son maestros y subproblemas a un mismo tiempo) y, después, la de las últimas etapas (que son sólo subproblemas). Para finalizar la descomposición anidada se detalla el proceso iterativo para la resolución y los criterios de convergencia.

Se denominará  $p_n$  al número de periodos que han transcurrido hasta que termina la etapa  $n$  y que, en general, estarán formados por diferentes ramas. Para una etapa  $n$  se tendrán tantos conjuntos de subproblemas como problemas maestros existan para  $n-1$ , es decir,  $R(p_{n-1})$ : el número de ramas que existen en el periodo  $p_{n-1}$ . Para estos subproblemas se utilizará el índice  $v = 1, \dots, R(p_{n-1})$ . Además, esta etapa contendrá tantos problemas maestros para la etapa  $n+1$  como ramas existan en el periodo  $p_n$ , es decir,  $R(p_n)$ . Para estos problemas se

---

<sup>4</sup> No hay que olvidar que la principal utilidad de las técnicas de descomposición es que permiten abordar la resolución de problemas que no se pueden resolver debido a su gran tamaño. Así pues, el tamaño de los subproblemas y el número de etapas vendrá determinado por el tamaño máximo del problema que se pueda resolver.

utilizará el índice  $u = 1, \dots, R(p_n)$ . Seguidamente se describen las variables y parámetros que se utilizan en la resolución de una etapa  $n$  en la iteración  $i$ .

- Existirán  $u = 1, \dots, R(p_n)$  funciones de recursos  $\Theta_u^n$ , que se corresponderán con los subproblemas de la etapa  $n+1$ .
- Igualmente, para formular los cortes de optimalidad de dichas funciones de recursos, se utilizará el valor de la función objetivo  $(FO_{n+1})_i^u$  y las variables duales  $(\varphi_{hu}^{n+1})_i$ ,  $(\xi_{hu}^{n+1})_i$ ,  $(\psi_{hu}^{n+1})_i$  que se obtienen en los  $u = 1, \dots, R(p_n)$  subproblemas de la etapa  $n+1$ .
- Los cortes de optimalidad también requieren la utilización de las variables  $(RH_{hu}^n)_i$ ,  $(PTA_{tu}^n)_i$ ,  $(PHA_{hu}^n)_i$  que se obtienen en las  $u = 1, \dots, R(p_n)$  ramas del último periodo de la etapa  $n$  y que posteriormente se pasan a los subproblemas de la etapa  $n+1$ .
- La resolución de los subproblemas que existan en la etapa  $n$  se realizará utilizando las variables  $(RH_{hv}^{n-1})_i$ ,  $(PTA_{tv}^{n-1})_i$ ,  $(PHA_{hv}^{n-1})_i$  que se hayan fijado en los  $v = 1, \dots, R(p_{n-1})$  problemas maestros de la etapa  $n-1$ .

En la Figura 5.7 se muestra un ejemplo de las variables y parámetros involucrados en la resolución de una etapa utilizando únicamente las variables y variables duales de la restricción de balance hidráulico.

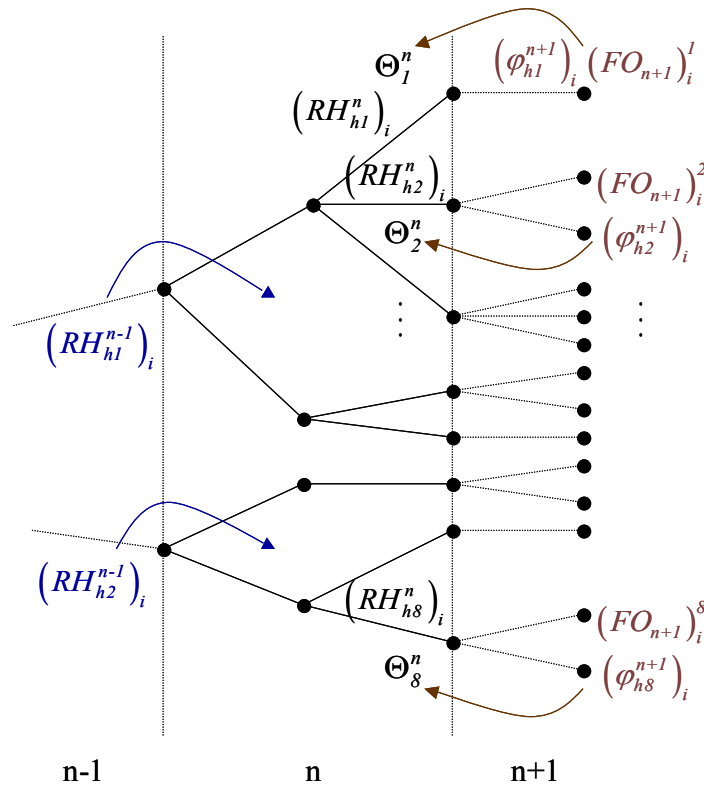


Figura 5.7 Variables y parámetros para la resolución de una etapa

### 5.3.2.1. Primera etapa

El problema maestro de la **primera etapa** ( $n = 1$ ) es el siguiente:

$$\min_{P_{eprsb}, \Theta_u^1} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^{p_1} \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb} (P_{eprsb}) \right] + \sum_{u \in R(p_1)} \Theta_u^1$$

Sujeto, para  $p = 1, \dots, p_1$ , a:

$$rh_{hp} - rh_{h,p-1} = A_{hp} - \sum_{sb} \left[ l_{psb} \cdot (ph_{hpsb} - \rho_h \cdot be_{hpsb}) \right] - ve_{hp}$$

$$pta_{tp} = pta_{t,p-1} + \sum_{sb} \left[ pt_{tps} \cdot l_{psb} \right]$$

$$pha_{hp} = pha_{h,p-1} + \sum_{sb} \left[ ph_{hpsb} \cdot l_{psb} \right]$$

Ecuación 5.17

Resto de restricciones intraperiodo

$$\Theta_u^1 \geq (FO_2)_i^u + \sum_h \left[ (\varphi_{hu}^2)_i \cdot (rh_{hp_1u} - (RH_{hu}^1)_i) \right] - \sum_t \left[ (\xi_{tu}^2)_i \cdot (PTA_{tu}^1)_i \right] - \sum_h \left[ (\psi_{hu}^2)_i \cdot (PHA_{hu}^1)_i \right]$$

### 5.3.2.2. Etapas intermedias

Para compactar la formulación, se plantean simultáneamente todos los conjuntos de **subproblemas** para una etapa  $n = 2 \dots N-1$ , aunque la resolución pueda hacerse independientemente.

$$\min_{P_{eprsb}, \Theta_u^n} \sum_{e=1}^E \sum_{p=p_{n-1}+1}^{p_n} \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb} (P_{eprsb}) \right] + \sum_{u \in R(p_n)} \Theta_u^n$$

Sujeto, para  $p = p_{n-1}+1, \dots, p_n$ , a:

$$rh_{hpr} - rh_{h,p-1,r} = A_{hpr} - \sum_{sb} \left[ l_{psb} \cdot (ph_{hprsb} - \rho_h \cdot be_{hprsb}) \right] - ve_{hpr}$$

$$pta_{tpr} = pta_{t,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ pt_{tprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

$$pha_{hpr} = pha_{h,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ ph_{hprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

Ecuación 5.18

siendo, para  $p = p_{n-1}$ :

$$\begin{aligned} rh_{h,p_{n-1},r} &= RH_{hr}^{n-1} & pta_{t,p_{n-1},r} &= PTA_{tr}^{n-1} \\ pha_{h,p_{n-1},r} &= PHA_{hr}^{n-1} \end{aligned}$$

Resto de restricciones intraperiodo

$$\begin{aligned} \Theta_u^n &\geq (FO_{n+1})_i^u + \sum_h \left[ (\varphi_{hu}^{n+1})_i \cdot (rh_{hp_2u} - (RH_{hu}^n)_i) \right] - \\ &\quad - \sum_t \left[ (\xi_{tu}^{n+1})_i \cdot (PTA_{tu}^n)_i \right] - \sum_h \left[ (\psi_{hu}^{n+1})_i \cdot (PHA_{hu}^n)_i \right] \end{aligned}$$

### 5.3.2.3. Etapas finales

Para  $n = N$ , se tienen únicamente **subproblemas** que utilizan las variables fijadas en la etapa  $N-1$ .

$$\min_{P_{eprsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=p_{N-1}+1}^P \sum_{r \in R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb} (P_{eprsb}) \right]$$

Sujeto, para  $p = p_{N-1}+1, \dots, P$ , a:

$$rh_{hpr} - rh_{h,p-1,r} = A_{hpr} - \sum_{sb} \left[ l_{psb} \cdot (ph_{hprsb} - \rho_h \cdot be_{hprsb}) \right] - ve_{hpr}$$

$$pta_{tpr} = pta_{t,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ pt_{tprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

$$pha_{hpr} = pha_{h,p-1,r} + \sum_{sb} \left[ ph_{hprsb} \cdot l_{psb} \right]$$

Ecuación 5.19

siendo, para  $p = p_{N-1}$ :

$$\begin{aligned} rh_{h,p_{N-1},r} &= RH_{hr}^{N-1} & pta_{t,p_{N-1},r} &= PTA_{tr}^{N-1} \\ pha_{h,p_{N-1},r} &= PHA_{hr}^{N-1} \end{aligned}$$

Resto de restricciones intraperiodo

### 5.3.2.4. Algoritmo iterativo y criterio de convergencia

En la literatura se han desarrollado diversas estrategias para realizar el barrido del árbol y establecer la comunicación entre problemas maestros y subproblemas [Morton, 1993]. No ha sido un objetivo de esta tesis profundizar en cuál de ellos se adapta mejor a la resolución de este problema, por lo que el

algoritmo que se propone es el que resulta como una extensión natural del caso bietapa:

1. Inicialización de las variables de la primera etapa. Para ello, se puede resolver el problema maestro sin cortes de optimalidad. Inicializar la iteración a  $i = 0$ .
2. Actualizar la iteración a  $i = i+1$ . Solucionar consecutivamente los subproblemas de las etapas  $n = 2, 3, \dots, N$ .
3. Solucionar consecutivamente los problemas maestros correspondientes a las etapas  $n = N-1, N-2, \dots, 1$ , utilizando los cortes de optimalidad obtenidos hasta la iteración actual.
4. Actualizar la cota inferior  $f$  y superior  $F$  de la primera etapa, calculadas según la Ecuación 5.14:

$$F = \min_{j \leq i} F_j$$

$$f = f_i$$

Ecuación 5.20

5. Si el error relativo es menor que una tolerancia  $\delta$ , se ha alcanzado la convergencia. En caso contrario, volver al paso 2.

$$\text{Convergencia si: } \frac{|F - f|}{|F|} \leq \delta$$

Ecuación 5.21

### 5.3.3. Interpretación de la descomposición del problema de equilibrio

En este epígrafe se va a interpretar algunos aspectos de la descomposición del problema de equilibrio de mercado. Para ello, en primer lugar se va a utilizar un caso con un único recurso que complica la solución del problema, para seguidamente extender la interpretación al caso de varios recursos.

#### 5.3.3.1. Interpretación en el caso de un recurso

Para aumentar la claridad en la interpretación, se va a utilizar un caso sencillo de descomposición bietapa (Figura 5.4) en la que sólo existe una restricción que contiene variables de varios periodos: la ecuación de balance hidráulico de un único grupo hidráulico. Eliminando el subíndice  $h$  de grupo hidráulico de la notación introducida en el epígrafe 5.3.1, el problema maestro que se tiene en este caso es:

$$\min_{P_{epsb}, \Theta} \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^{p_1} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [\bar{C}_{epsb} (P_{epsb})] + \Theta$$

Sujeto, para  $p = 1, \dots, p_1$ , a:

$$rh_p - rh_{p-1} = A_p - \sum_{sb} [l_{psb} \cdot (ph_{psb} - \rho \cdot be_{psb})] - ve_p \quad \text{Ecuación 5.22}$$

Resto de restricciones intraperiodo

$$\Theta \geq (FO_2)_i + \sum_r [(\varphi_r)_i] \cdot (rh_{p_1} - (RH)_i)$$

Los subproblemas son:

$$\min_{P_{eprsb}} \sum_{e=1}^E \sum_{p=p_i+1}^P \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [w_{pr} \cdot \bar{C}_{eprsb} (P_{eprsb})]$$

Sujeto, para  $p = p_i+1, \dots, P$ , a:

$$rh_{pr} - rh_{p-1,r} = A_{pr} - \sum_{sb} [l_{psb} \cdot (ph_{prsb} - \rho \cdot be_{prsb})] - ve_{pr} \quad \text{Ecuación 5.23}$$

$$\text{siendo, para } p = p_i: \quad rh_{p_1,r} = RH$$

Resto de restricciones intraperiodo

El primer paso que se tiene que dar para la resolución es la inicialización de las variables de los subproblemas. Esta inicialización se puede realizar resolviendo el problema maestro pero, en definitiva, se trata de proporcionar a los subproblemas un nivel inicial de reservas de los subsistemas hidráulicos (un buen punto inicial puede ser el nivel inicial de reservas del problema completo).

Dadas estas reservas iniciales, la resolución de cada uno de los  $R$  subproblemas supone el cálculo del equilibrio de mercado para las  $R$  ramas existentes. De este modo, las variables duales de la ecuación de balance hidráulico coinciden con el valor técnico del agua, según se ha definido en el Capítulo 4. Así pues, las **variables duales**  $\varphi_r$  con las que se formulan los **cortes de optimalidad** se corresponden con el **valor técnico del agua** para  $p = p_i+1$ . Estas variables duales se introducen en los cortes de optimalidad mediante su valor ponderado por la probabilidad de la rama que les corresponda, es decir, se utiliza un valor técnico del agua promedio, que se denomina  $\varphi$ .

Las resoluciones sucesivas de los subproblemas con diferentes reservas iniciales proporcionan distintos valores técnicos del agua correspondientes a las diferentes disponibilidades de recursos hidráulicos. Todos estos valores se utilizan para aproximar la función de recursos mediante rectas tangentes. En la Figura 5.8 se muestra la función de recursos aproximada por los cortes de optimalidad. El valor de la reserva al final del problema maestro  $rh_{pi}$  varía desde la reserva mínima hasta la reserva máxima al final del problema maestro.

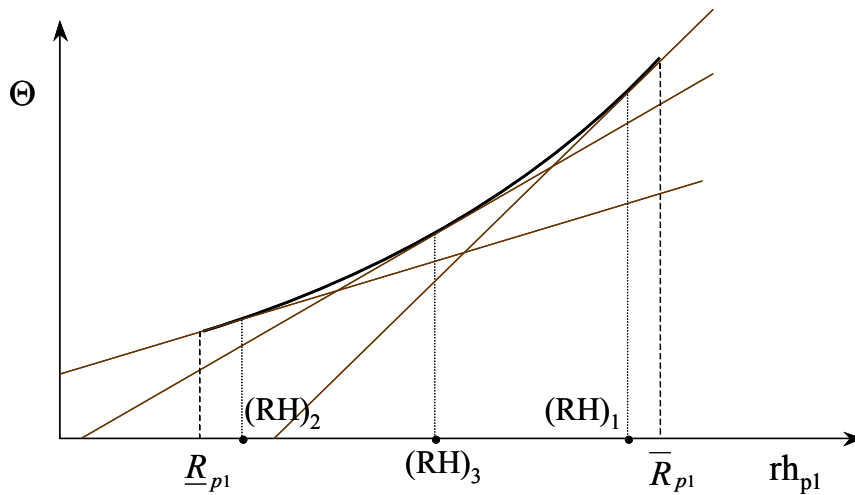


Figura 5.8 Cortes de optimalidad de la función de recursos

Este modo de interpretar la descomposición conduce a una situación totalmente análoga a las funciones de valoración de recursos introducidas en el apartado 4.4 del capítulo anterior, en el que se trataba la coordinación entre la planificación de medio plazo y la operación de corto plazo. Es decir, la derivada de la función de recursos  $\Theta$  coincide con el valor marginal del recurso, es decir, la función  $v(RH)$  que se definió en dicho capítulo. En otras palabras, los valores técnicos del agua obtenidos para distintas situaciones de reservas iniciales son puntos de la **función de valoración marginal** del recurso.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial rh_{pi}} = \varphi = v(rh_{pi}) = \frac{\partial V}{\partial rh_{pi}} \tag{Ecuación 5.24}$$

Por lo tanto, la función de valor del recurso  $V(RH)$  que se definió en el Capítulo 4 coincide, salvo una constante, con la función de recursos  $\Theta$ .

$$\Theta(rh_{pi}) \approx V(rh_{pi}) + K \tag{Ecuación 5.25}$$

Dado que la función de recursos se aproxima iterativamente, formalmente no se puede escribir un signo de igualdad.

Este resultado es conocido al aplicar la técnica de descomposición al problema de minimización de costes, pues en dicho caso la función de recursos es el coste futuro del sistema, es decir, el coste esperado de explotación en los

subproblemas a partir de unas reservas iniciales proporcionadas por el problema maestro [Pereira, 1991].

No obstante, no es un resultado en absoluto obvio al considerar como función objetivo las funciones de coste ampliado. En este sentido, se trata de una conclusión similar a la obtenida en el apartado 4.1 del capítulo anterior, respecto al significado de las variables duales que proporciona el modelo propuesto.

En el Capítulo 4, la función de valor de un recurso se definía como la integral de la función de valoración marginal. En el caso que estamos tratando, esta integral se realizará desde el límite inferior de la disponibilidad del recurso:

$$V(rh_{pl}) = \int_{R_{pl}}^{rh_{pl}} v(r) \cdot dr \quad \text{Ecuación 5.26}$$

Es interesante hacer notar que, al realizar el proceso iterativo de la descomposición, se está definiendo esta función a partir de rectas tangentes en los puntos sobre los que se itera, que son los que están próximos a la solución del problema de equilibrio.

Para finalizar la interpretación de esta descomposición, supongamos el caso de un problema de gran tamaño cuya resolución requiere de mucho tiempo, pero se desea obtener algún resultado con mayor rapidez. En ese caso, existe la posibilidad de realizar algunas iteraciones de la descomposición, según el algoritmo descrito en el subapartado 5.3.1.4, y utilizar la solución obtenida. En dicha solución, el valor del recurso estará subestimado, ya que las rectas tangentes (cortes) siempre están por debajo de la curva. Así pues, el problema maestro habrá subestimado el valor del agua, con lo que se habrá realizado un mayor uso de los recursos hidráulicos en dicha etapa. Esta situación llevará a precios menores de los de equilibrio en el problema maestro (por el mayor uso de recursos hidráulicos), y mayores en los subproblemas.

### 5.3.3.2. Interpretación en el caso de numerosos recursos

Las conclusiones obtenidas anteriormente se extienden fácilmente al caso de numerosos recursos, es decir, de numerosas variables que complican la resolución del problema.

Supongamos primero que se tiene el mismo problema, pero con el balance hidráulico de varios subsistemas. En este caso, las variables duales que proporcionan los subproblemas también coinciden con los valores técnicos del agua para unas determinadas reservas iniciales. Así pues, cada resolución de los subproblemas proporciona un punto de las funciones de valoración marginal de los recursos, siendo estas curvas multidimensionales, tal y como se definieron en el apartado 4.4 del capítulo anterior. Por otro lado, los cortes de



optimalidad se corresponden con hiperplanos tangentes a la función multidimensional del valor total de los recursos, que se aproxima iterativamente por medio de estos hiperplanos.

Si se introducen otro tipo de restricciones que complican la resolución, las conclusiones se extienden de manera inmediata. Las soluciones de los subproblemas proporcionan un punto de las funciones multidimensionales de valoración marginal de los recursos, ya sean éstos limitados en energía, o de utilización obligada. Los cortes de optimalidad son hiperplanos tangentes a la función multidimensional del valor total de los recursos (la suma de todos los que existan para todas las empresas), que se aproxima iterativamente por medio de estos hiperplanos.

Por último, veamos la interpretación de las soluciones obtenidas sin finalizar el algoritmo iterativo. En el caso de los recursos limitados en energía, su valoración estará subestimada, ya que los hiperplanos tangentes (cortes) siempre están por debajo de la función de valoración. Así pues, el problema maestro habrá subestimado su valoración, con lo que se habrá realizado un mayor uso de estos recursos. Los recursos de utilización obligada también serán subestimados en los subproblemas, pero el efecto en el problema maestro será al contrario: se utilizarán menos que en el punto de equilibrio. La combinación de ambos factores afectará a los precios que se obtengan, pero no se puede saber a priori si éstos serán menores o mayores que los de equilibrio, porque el efecto de los recursos limitados hará que bajen en el maestro y suban en los subproblemas, y el de los recursos de utilización obligada hará lo contrario.

## 5.4. Ejemplos de árboles utilizables

Este apartado recoge, a modo de ejemplo, algunos árboles que se pueden utilizar al analizar la operación a medio plazo. Aunque la formulación presentada es general y permite la utilización de cualquier estructura de árbol de escenarios, se ha considerado de interés la presentación de algunos ejemplos que ayuden a entender la **práctica de la formulación estocástica**.

Se presentan cuatro tipos de árboles. El primero de ellos (epígrafe 5.4.1) es el caso más sencillo y se presenta para el análisis de la incertidumbre en la hidraulicidad, con una sola ramificación. El segundo (epígrafe 5.4.2) analiza incertidumbre tanto en hidraulicidad como en demanda, con una sola ramificación. El tercer caso (epígrafe 5.4.3) realiza un análisis más detallado de la incertidumbre en la hidraulicidad, considerando una ramificación para cada estación. Por último, en el epígrafe 5.4.4 se presenta un árbol en el que se analiza la incertidumbre en una variable como los precios de combustible: con

volatilidad importante, y que se pueda representar mediante ramificaciones con dos posibilidades (en el caso de los combustibles, subida y bajada del precio).

#### 5.4.1. Árbol para considerar incertidumbre en la hidraulicidad con una sola ramificación

Una de las situaciones más analizadas en sistemas de energía eléctrica es la consideración de diversos **escenarios de hidraulicidad** a lo largo de todo el horizonte temporal. La utilización de árboles de escenarios permite realizar la toma de decisiones a corto plazo de una forma robusta frente a la incertidumbre futura, así como mejorar la planificación de medio plazo.

Para ello, se considera un árbol con una rama común, que puede ser de entre 4 y 8 semanas de duración. Pasadas estas semanas, se ramifica el árbol en los escenarios de hidraulicidad que se quiera considerar, con la duración que se desee (si no existen subsistemas hidráulicos hiperanuales, lo habitual es un horizonte temporal de un año). Una elección habitual es tomar 3 escenarios hidráulicos (seco, medio y húmedo), pero en el ejemplo propuesto en la Figura 5.9 se han considerado 5 escenarios para tener presentes dos escenarios extremos en la toma de decisiones.

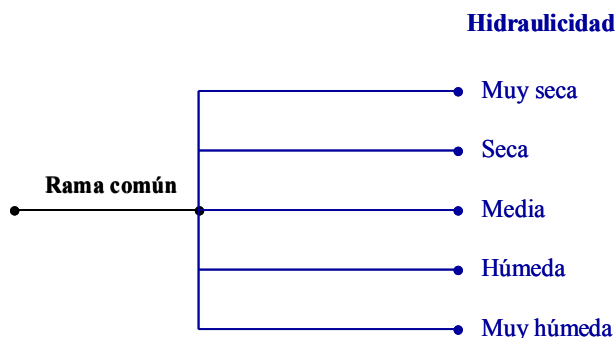


Figura 5.9 Árbol de incertidumbre en hidraulicidad con una ramificación

La resolución de este árbol de escenarios permite tomar una decisión robusta de la gestión hidráulica que se va a realizar en las primeras semanas del horizonte. Una posibilidad de uso es resolver un árbol periódicamente (cada cierto número de semanas o una vez al mes), y de este modo ir realizando una gestión hidráulica robusta frente a la incertidumbre en la hidraulicidad.

#### 5.4.2. Árbol para considerar incertidumbre en hidraulicidad y demanda

Otra situación habitual es añadir el análisis de la incertidumbre en la evolución de la demanda. El árbol que se propone en la Figura 5.10 emplea una rama común y una única ramificación, como en el caso anterior, pero considerando incertidumbre tanto en hidraulicidad como en demanda. En esta ocasión se han

tenido en cuenta 3 **escenarios de hidraulicidad y 3 de demanda**. No se utilizan más escenarios debido a que la combinación de ambos haría que apareciesen escenarios muy desfavorables (por ejemplo, hidraulicidad muy seca con demanda muy alta) con una probabilidad muy pequeña, y que condicionarían de manera importante las decisiones de corto plazo.

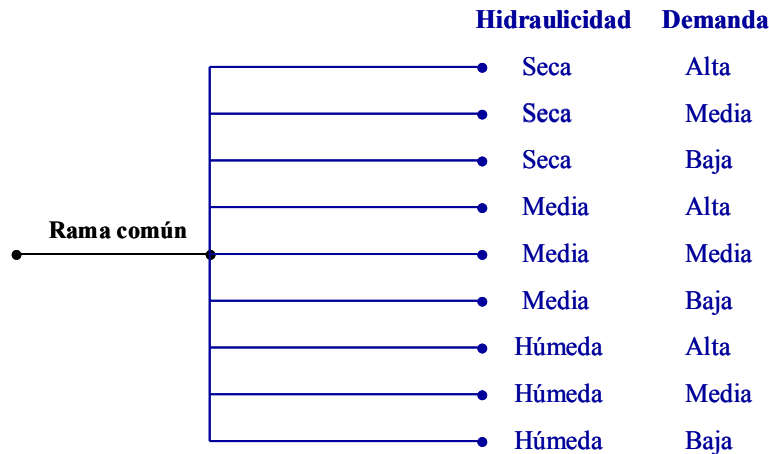


Figura 5.10 Árbol de incertidumbre en hidraulicidad y demanda con una ramificación

Este árbol, al igual que el anterior, se puede resolver periódicamente para realizar una toma de decisiones robusta en el medio plazo.

### 5.4.3. Árbol para considerar incertidumbre estacional en la hidraulicidad

En los sistemas en los que la mayor fuente de incertidumbre se encuentra en las condiciones hidráulicas puede resultar interesante realizar un **análisis estocástico más detallado de la hidraulicidad**.

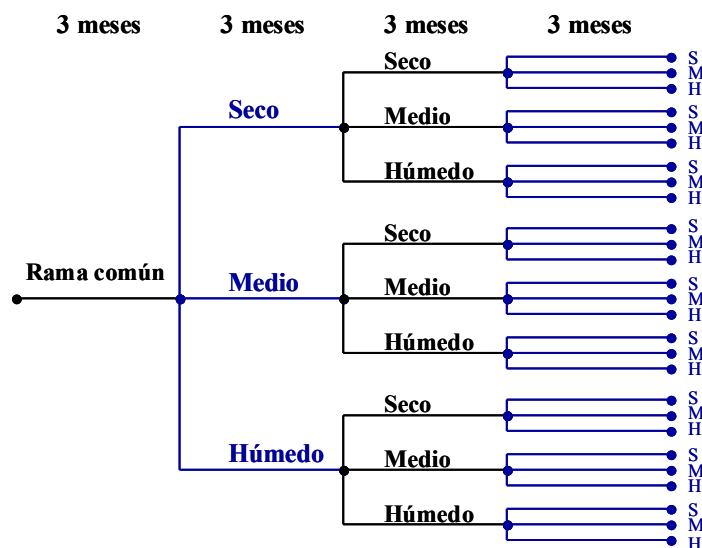


Figura 5.11 Árbol de incertidumbre estacional en hidraulicidad

El árbol propuesto en la Figura 5.11 abarca el horizonte temporal de un año y considera que, cada 3 meses, todas las ramas se dividen en tres posibles escenarios hidráulicos: seco, medio y húmedo. De este modo, al finalizar el horizonte temporal se tiene un total de 27 ramas.

Este árbol se puede utilizar para realizar una planificación de medio plazo más completa, obteniendo, incluso, distribuciones de probabilidad de las previsiones realizadas.

### 5.4.4. Árbol para considerar incertidumbre en los precios de combustible

Los **precios de combustible** se analizan habitualmente con árboles en los que, en cada ramificación, existen dos posibilidades: subida y bajada de precio. En la Figura 5.12 se muestra un árbol que analiza un horizonte de medio año en el que, en cada mes, existe la posibilidad que el precio del combustible suba o baje. Así, al final del horizonte temporal, resultan 32 ramas.

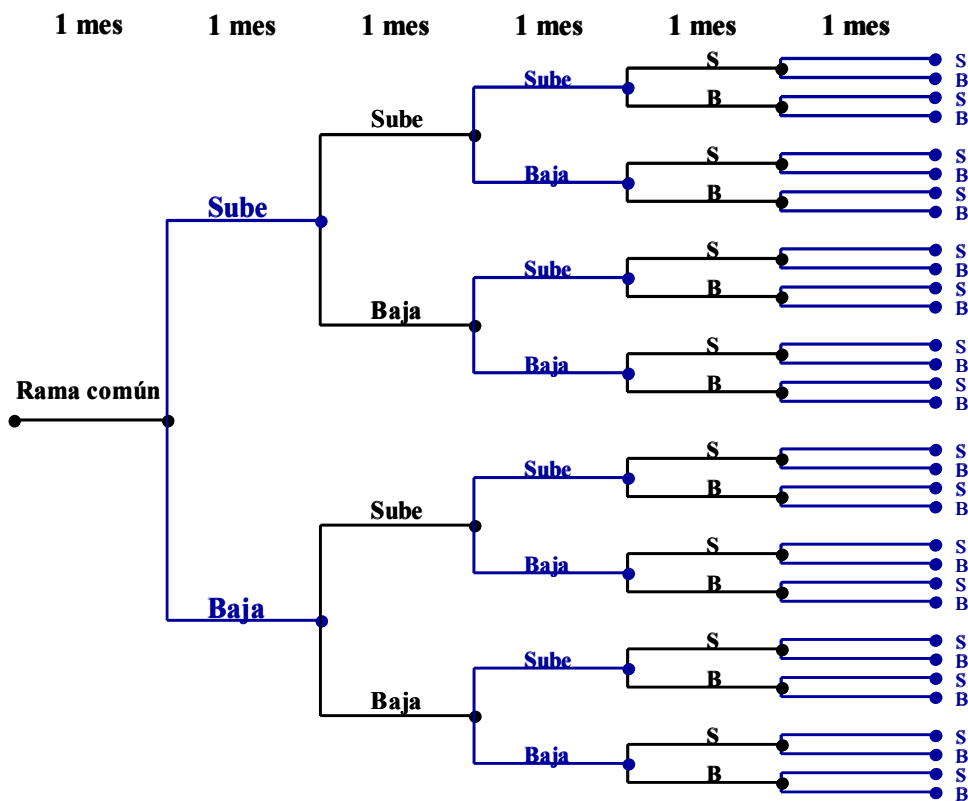


Figura 5.12 Árbol de incertidumbre los precios de combustible

Este árbol se puede utilizar como un árbol de decisión, de modo que la empresa toma las decisiones que correspondan dependiendo de la rama del árbol en la que se encuentre (es decir, dependiendo de la trayectoria seguida por los precios de combustible). Por otro lado, este esquema es común en los estudios de valoración de derivados financieros.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la consideración de la incertidumbre en la operación de los mercados de generación de energía eléctrica a medio plazo. Esta consideración resulta de gran importancia en el análisis de los sistemas de energía, ya que existen numerosas fuentes de incertidumbre que condicionan de manera importante el funcionamiento del mercado de generación. La incertidumbre se ha introducido en el método de resolución mediante la consideración de un árbol de escenarios, que presenta la gran ventaja de utilizar decisiones no anticipativas.

En este capítulo se ha formulado el cálculo del equilibrio de mercado en presencia de árboles de escenarios, extendiendo el método de resolución propuesto en el Capítulo 3. Se muestra cómo el modelo estocástico puede ser resuelto mediante un problema de optimización equivalente, de manera análoga a lo que ha hecho en el caso determinista.

Seguidamente, se ha formulado una técnica de descomposición (estocástica anidada de Benders), que permite abordar problemas de gran tamaño que, de otro modo, serían computacionalmente irresolubles. Además, se ha realizado una interpretación de esta técnica que tiene una gran relación con aspectos de la operación de medio plazo, desarrollados en el Capítulo 4.

Por último, se han presentado una serie de árboles de escenarios, como ejemplos concretos de la utilización del procedimiento descrito para el análisis de la operación a medio plazo.

## 5.6. Bibliografía

- [Baíllo, 2002]            Á. Baíllo, "Optimización de la Explotación y de la Preparación de Ofertas de una Empresa de Generación de Energía Eléctrica para Mercados de Corto Plazo". Tesis Doctoral, Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2002.
- [Benders, 1962]         J. F. Benders, "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", *Numerische Mathematik*, vol. 4, pp. 238-252, 1962.
- [Birge, 1988]            J. R. Birge y F. V. Louveaux, "A Multicut Algorithm for Two-Stage Stochastic Linear Programs", *European Journal of Operational Research*, vol. 34, pp. 384-392, 1988.

- [Dantzig, 1960] G. B. Dantzig y P. Wolfe, "Decomposition Principle for Linear Programs", *Operations Research*, vol. 8, pp. 101-111, 1960.
- [Dantzig, 1963] G. B. Dantzig, "Linear Programming and Extensions", Princeton: Princeton University Press, 1963.
- [French, 1986] S. French, "Decision Theory: an Introduction to the Mathematics of Rationality", Chichester: Ellis Horwood, 1986.
- [Geoffrion, 1974] A. M. Geoffrion, "Lagrangian Relaxation for Integer Programming", *Mathematical Programming Study*, vol. 2, pp. 237-260, 1974.
- [Gorenstin, 1992] B. G. Gorenstin, N. M. Campodonico, J. P. Costa, y M. V. F. Pereira, "Stochastic Optimization of a Hydrothermal System including Network Constraints", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, 1992.
- [Luenberger, 1998] D. G. Luenberger, "Investment Science", New York: Oxford University Press, 1998.
- [Morton, 1993] D. P. Morton, "Algorithmic Advances in Multi-stage Stochastic Programming". Tesis Doctoral, Stanford: Stanford University, 1993.
- [Pereira, 1991] M. V. F. Pereira y L. M. V. G. Pinto, "Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning", *Mathematical Programming*, vol. 52, pp. 359-375, 1991.
- [Raiffa, 1968] H. Raiffa, "Decision Analysis. Introductory Lectures on Choices under Uncertainty", Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1968.
- [Van Slyke, 1969] R. M. Van Slyke y R. Wets, "L-Shaped Linear Programs with Applications to Optimal Control and Stochastic Programming", *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 17, pp. 638-663, 1969.

# Capítulo 6

**Casos de estudio**





## Índice del Capítulo

<b>6.1.</b>	<b>Descripción de los datos utilizados</b>	<b>173</b>
6.1.1.	Estructura temporal utilizada	173
6.1.2.	Demanda por nivel de carga	173
6.1.3.	Empresas participantes en el mercado	175
6.1.4.	Datos de los grupos térmicos	176
6.1.4.1.	Cupos de combustibles incentivados	177
6.1.5.	Datos de los grupos hidráulicos	178
6.1.5.1.	Datos para los casos estocásticos	179
6.1.6.	Agentes marginalistas considerados	180
<b>6.2.</b>	<b>Casos deterministas</b>	<b>181</b>
6.2.1.	Resolución de los problemas	181
6.2.2.	Precios marginales	182
6.2.3.	Producciones por empresa y por tecnología	185
6.2.4.	Balance energético del sistema	186
6.2.5.	Gestión hidráulica	187
6.2.6.	Acoplamiento de los grupos térmicos	187
<b>6.3.</b>	<b>Utilización de un árbol estocástico básico</b>	<b>188</b>
6.3.1.	Gestión hidráulica de la empresa E2	190
6.3.2.	Precios marginales	192
6.3.3.	Otros análisis realizados	193
6.3.4.	Valor añadido de la formulación estocástica	195
<b>6.4.</b>	<b>Caso estocástico de gran tamaño</b>	<b>196</b>
<b>6.5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>198</b>

A lo largo de los Capítulos 3, 4 y 5 se han presentado las principales aportaciones de la tesis. En primer lugar, se ha propuesto un método de cálculo del equilibrio de mercado; seguidamente, se han analizado las características de la operación a medio plazo; y por último, se ha introducido la estocasticidad en el modelo propuesto.

El objetivo de este capítulo es mostrar la aplicación de los desarrollos propuestos al análisis de casos de tamaño real. En el Capítulo 4 se han desarrollado dos casos de estudio de tamaño pequeño para mostrar la aplicación de las técnicas propuestas para la operación de medio plazo. Este capítulo, por su parte se enfoca a aspectos de la planificación a medio plazo.

El capítulo está dividido en cuatro apartados. En el apartado 6.1 se realiza la descripción de los datos utilizados en los distintos casos de estudio. El apartado 6.2 muestra la aplicación de la metodología en casos deterministas, analizando con detalle algunos de los resultados que proporciona su resolución. A continuación, en el apartado 6.3 se analiza un caso estocástico de tamaño mediano, en el que se profundiza en las ventajas de la formulación estocástica respecto a la determinista. Por último, en el apartado 6.4 se presenta la resolución de un árbol estocástico de gran tamaño, con el objetivo de mostrar la capacidad de la metodología propuesta para resolver problemas de gran tamaño, que pueden proporcionar resultados estadísticos de interés.

## 6.1. Descripción de los datos utilizados

En este apartado se describen los datos que se han utilizado en los casos de estudio analizados. Estos datos están inspirados en la situación del **sistema español** durante el **año 2003**. No obstante, el objetivo de estos casos es académico y no se ha pretendido replicar el comportamiento real del mercado durante el periodo de estudio.

Debido a la confidencialidad de algunos de los datos necesarios (como pueden ser los costes de los grupos térmicos o las características de los subsistemas hidráulicos), para algunos de ellos se han utilizado datos estimados, razonables para el objetivo perseguido. Por otro lado, tampoco se ha introducido ninguna restricción técnica o estratégica a los grupos o las empresas, debido a que su efecto se ha estudiado con detalle en el Capítulo 4.

Dada la cantidad de datos que se manejan en el modelo, se han seleccionado y/o agrupado los más significativos para presentarlos y facilitar al lector la comprensión de los casos de estudio.

### 6.1.1. Estructura temporal utilizada

Se ha dividido el horizonte de estudio en **53 periodos**, correspondientes a las semanas (o fracción de semanas, en el caso de la primera y la última) existentes en el año 2003.

En cada uno de estos periodos se han considerado **3 subperiodos**, uno para los días laborables, otro para los sábados no festivos, y otro para los festivos. Esta decisión viene motivada porque la curva de demanda horaria no presenta una diferencia significativa entre los distintos días laborables.

Por último, en cada uno de los subperiodos se han utilizado **4 bloques** de carga. Las 2 horas de mayor demanda a lo largo del día se han agrupado en un bloque denominado *superpunta*, y las 4 horas siguientes en un bloque de *punta*. Por otro lado, las 6 horas de menor demanda constituyen el bloque de *valle* y las 12 horas restantes el bloque de *llano*.

### 6.1.2. Demanda por nivel de carga

En los casos de estudio analizados se ha considerado que la demanda es inelástica. La demanda total anual es de **223290 GWh**, de los cuales **163600** corresponden a los días laborables, **29609** a los sábados no festivos, y **30081** a los días festivos. La Tabla 6.1 detalla la demanda por nivel de carga y la Figura 6.1 la evolución de la potencia media demandada a lo largo del año. Se observa que se corresponde a un perfil típico del sistema español, en el que se pueden

localizar dos picos de demanda: en invierno (interrumpido durante los días de Navidad), y en verano. Los periodos de menor demanda corresponden a la primavera y el otoño.

	lab				sbd				fst			
	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll
p1	30332	28840	26158	19961	26457	25388	20900	17266	27960	26891	22652	18063
p2	32434	31267	28874	23135	28198	27037	22819	19161	29045	27892	25076	20727
p3	34297	32961	30307	23598	29105	27802	23635	19639	30303	29155	26423	22199
p4	33957	32489	29838	23314	29167	27844	23510	19642	30403	29074	26515	22414
p5	34380	32930	30335	23769	29596	28174	23677	20019	30896	29589	26874	22930
p6	34127	32792	30341	24052	28936	27527	23053	20061	30115	28948	26085	22558
p7	33548	32265	29773	23784	28988	27493	22998	19917	30103	28714	25977	22463
p8	33045	31869	29309	23622	28524	26881	22288	19452	29348	27949	25452	22140
p9	32720	31548	29054	23504	26628	25210	21274	18612	27948	26634	24317	21152
p10	30585	29577	27307	21985	26066	24592	20841	18240	27632	26163	23865	20828
p11	30194	29391	27103	21863	25902	24247	20712	18400	27367	25917	23796	20697
p12	28730	27701	25311	20684	25284	23113	19857	17603	26507	24645	22434	19433
p13	29866	28978	26777	21511	25617	22964	20343	18400	27163	25865	23535	20599
p14	28314	27511	25790	21055	23154	20807	18619	16662	24601	23099	21111	18865
p15	27361	26562	24884	20226	23948	21262	19241	17095	24950	23576	21386	18754
p16	27620	26417	24762	20157	24281	21784	19638	17458	25587	24715	22385	20031
p17	26846	25895	24210	20118	22857	20476	18282	16454	24053	22969	20887	18502
p18	27242	26627	24786	19801	24008	21606	19253	16965	24609	23529	21517	18747
p19	28924	28164	25890	20144	23682	21405	19063	16446	25325	24942	22623	19520
p20	28884	28086	26196	20074	23340	20976	18777	16471	24714	24103	21476	18700
p21	28570	27791	25720	19773	23234	21252	18913	16459	25260	24532	22177	18797
p22	29199	28376	26143	19961	25076	22789	20835	18183	25396	24828	22063	19035
p23	31710	30817	28378	21977	25476	23188	21280	18406	27540	26796	24530	21328
p24	32040	31138	28571	22251	25241	22962	21147	18424	27385	26590	24311	21197
p25	32392	31594	28929	22496	26226	23863	22130	19244	28643	27795	25618	21917
p26	32770	32125	29376	22912	26370	23897	22087	19198	28410	27611	25467	21853
p27	32509	31829	29021	22459	25636	23414	21666	18636	27980	27213	25181	21584
p28	32294	31484	28759	22242	26109	23465	21735	18829	27919	27148	25136	21600
p29	32364	31673	28881	22364	25962	23494	21774	18900	28232	27487	25436	21862
p30	33054	32356	29402	22611	26025	23623	21874	19049	27955	27130	25249	21504
p31	32797	32035	29192	22435	25960	23759	21833	18961	27637	26971	25167	21623
p32	31024	30047	27700	21552	25055	22912	20905	18416	26874	26023	24182	20648
p33	29612	28790	26702	20892	26125	24122	22208	19160	26681	25176	23487	19739
p34	29847	29080	26950	21221	26099	23706	21791	18876	27613	26169	24517	20505
p35	31083	30252	27937	21909	26417	23680	21592	18766	27616	26304	24504	21037
p36	30866	30080	27653	21266	25302	22744	20811	18240	27069	26149	24155	20895
p37	30318	29598	27380	21243	25050	22457	20359	17840	26735	25690	23589	20382
p38	30268	29613	27319	20936	24240	22028	19954	17715	26482	25637	23456	20425
p39	29335	28658	26420	20523	24122	21710	19400	17069	25686	24743	22401	19932
p40	29739	28942	26589	20359	23971	21805	19430	17196	25754	24679	22364	19705
p41	29460	28148	26113	20183	23938	21652	19429	17171	26046	24659	22338	19449
p42	29333	27909	25938	20201	24369	22131	19783	17404	25965	24649	22432	19055
p43	30102	28700	26508	20519	24580	22777	20425	17954	26136	25078	22653	19813
p44	30250	28775	26345	20443	25632	24530	20555	17557	25754	25114	22012	19044
p45	32170	30776	28127	21553	25964	24778	21005	17669	26680	25858	23846	20394
p46	32269	30653	28057	21396	25662	24825	21249	17856	26652	26370	24387	20515
p47	32278	30781	28099	21450	26324	25130	21384	17750	27158	25915	23787	20055
p48	32331	30789	28148	21456	26324	25130	21384	17750	27158	25915	23787	20055
p49	33581	32054	29576	22530	27832	26852	22621	18371	28797	27759	24314	20190
p50	33528	32049	29570	22457	27832	26852	22621	18371	28727	27990	25384	21006
p51	34903	33323	30732	23336	29053	28030	23614	19177	29988	29218	26498	21927
p52	30486	29301	26281	20099	26472	25338	21060	16813	28209	27433	24229	19492
p53	30095	28936	26301	20296								

Tabla 6.1 Demanda por nivel de carga

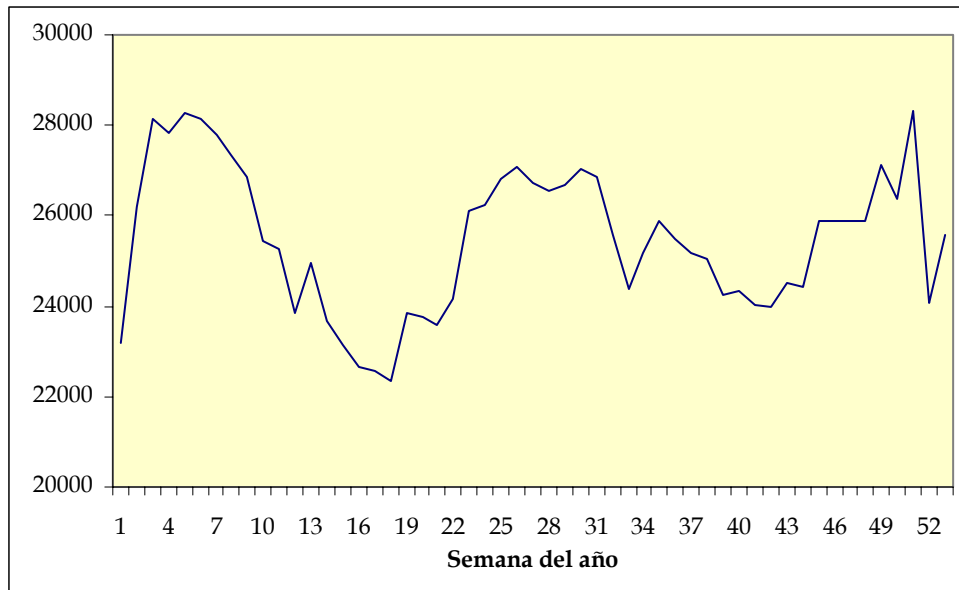


Figura 6.1 Evolución de la potencia media demanda a lo largo del año (MW)

### 6.1.3. Empresas participantes en el mercado

Se han utilizado 7 **empresas** de generación participantes en el mercado:  $E1, \dots, E7$ . Dichas empresas son propietarias de los grupos térmicos e hidráulicos utilizados, tal y como se detalla más adelante.

Para representar el comportamiento de cada empresa se han utilizado dos datos: la conjetura realizada sobre el valor de la pendiente de la demanda residual (necesaria para calcular el equilibrio de mercado), y una potencia contratada por diferencias. Ambos datos están agregados por periodo, subperiodo y bloque.

En la Tabla 6.2 se indica, para cada empresa, el rango de variación de la conjetura que se ha utilizado. Se puede observar que, cuanto menor es la empresa, menor es el valor de la conjetura (es decir, menor es su capacidad de modificar el precio de mercado al variar su producción).

	Mínimo valor de la conjetura	Máximo valor de la conjetura
<b>E1</b>	2.5	5.0
<b>E2</b>	2.5	5.0
<b>E3</b>	2.0	3.0
<b>E4</b>	1.0	2.0
<b>E5</b>	1.0	2.0
<b>E6</b>	1.0	2.0
<b>E7</b>	0.5	0.5

Tabla 6.2 Valor mínimo y máximo de la pendiente de la demanda residual ((€/MWh)/GW)

En alguno de los casos de estudio se desea analizar el efecto que los contratos tienen en el funcionamiento del mercado. Para este fin, se ha utilizado un perfil

heterogéneo de contratación. Esto es, un perfil que hace que existan bloques de carga en los que las empresas están muy *largas* (tienen muy poca potencia contratada), otros en los que están menos largas (tienen contratada menos potencia que su producción), y otros en los que están *cortas* (tienen contratada más potencia que su producción). En la Figura 6.2 se muestra la evolución semanal de la energía contratada por las tres primeras empresas (al resto de empresas no se les ha supuesto contratos, ya que su tamaño es considerablemente menor, al igual que su influencia en el funcionamiento del mercado). Se puede observar cómo se ha supuesto un mayor nivel de contratación desde la semana 8 hasta la semana 23, especialmente entre la semana 14 y la semana 18.

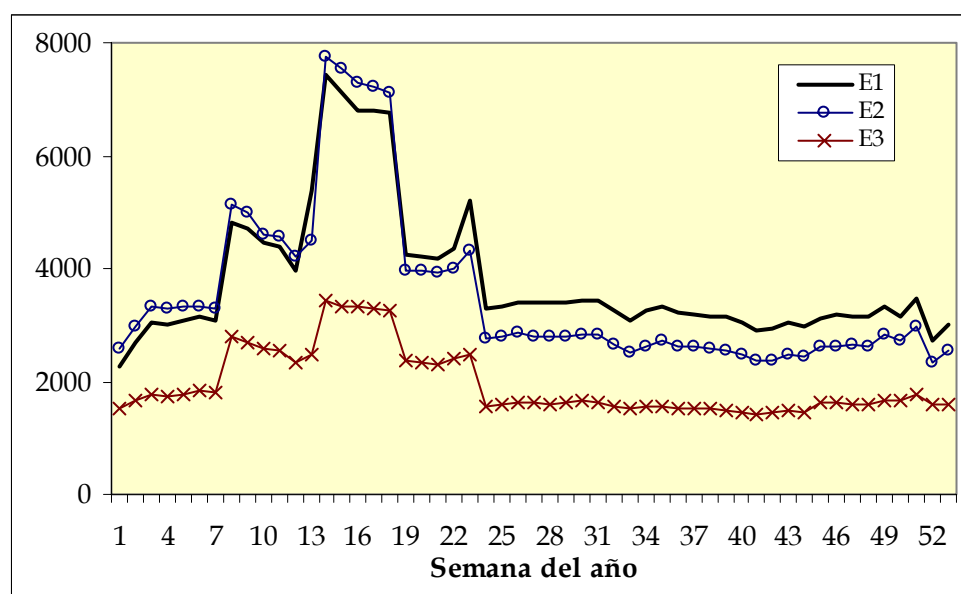


Figura 6.2 Evolución de la potencia media contratada (MW)

#### 6.1.4. Datos de los grupos térmicos

En los casos de estudio se han utilizado un total de **80 grupos térmicos**. Para cada uno de dichos grupos se han utilizado los siguientes datos:

- Empresa propietaria.
- Potencia máxima y mínimo técnico.
- Coste variable, de arranque y de parada.

En la Tabla 6.3 se resumen estos datos para cada empresa: el número de grupos nucleares que posee, la potencia instalada y el mínimo técnico del total de estos grupos, y el rango de sus costes variables. La Tabla 6.4 recoge los mismos datos para los grupos de carbón y la Tabla 6.5 para los de gas y fuel.

	Número de grupos	Potencia instalada (MW)	Suma de mínimos técnicos (MW)	Mínimo coste variable (€/MWh)	Máximo coste variable (€/MWh)
E1	3	3459	2451	3.8	4.0
E2	5	3169	2441	0.6	4.8
E3	1	705	604	6.4	6.4
E4	0	-	-	-	-
E5	0	-	-	-	-
E6	0	-	-	-	-
E7	0	-	-	-	-

Tabla 6.3 Datos de los grupos nucleares

	Número de grupos	Potencia instalada (MW)	Suma de mínimos técnicos (MW)	Mínimo coste variable (€/MWh)	Máximo coste variable (€/MWh)
E1	15	5517	2607	12.4	24.3
E2	5	1167	562	12.4	24.3
E3	7	1888	1025	15.8	29.6
E4	5	1488	817	12.4	26.3
E5	5	859	398	12.4	23.1
E6	0	-	-	-	-
E7	1	117	75	12.4	12.4

Tabla 6.4 Datos de los grupos de carbón

	Número de grupos	Potencia instalada (MW)	Suma de mínimos técnicos (MW)	Mínimo coste variable (€/MWh)	Máximo coste variable (€/MWh)
E1	10	3259	1079	22.0	44.8
E2	11	4879	1560	22.0	41.8
E3	3	1130	303	22.9	44.8
E4	1	381	140	22.9	22.9
E5	2	731	211	38.5	41.7
E6	3	1518	555	22.9	23.0
E7	3	1142	351	22.0	22.9

Tabla 6.5 Datos de los grupos de gas y fuel

A modo de ejemplo, en la Figura 6.3 se muestra la función de coste variable de la empresa E3, en función de la potencia acumulada producida (teniendo en cuenta únicamente sus grupos térmicos).

#### 6.1.4.1. Cupos de combustibles incentivados

En el sistema eléctrico español existen unas subvenciones a la utilización de algunos combustibles (carbones de origen nacional). Estas subvenciones se han introducido en el modelado conforme se ha desarrollado en el Anexo A. Los casos de estudio utilizan unos cupos incentivados totales de 40700 GWh, con unos incentivos que van desde 1.6 €/MWh hasta 10.3 €/MWh.

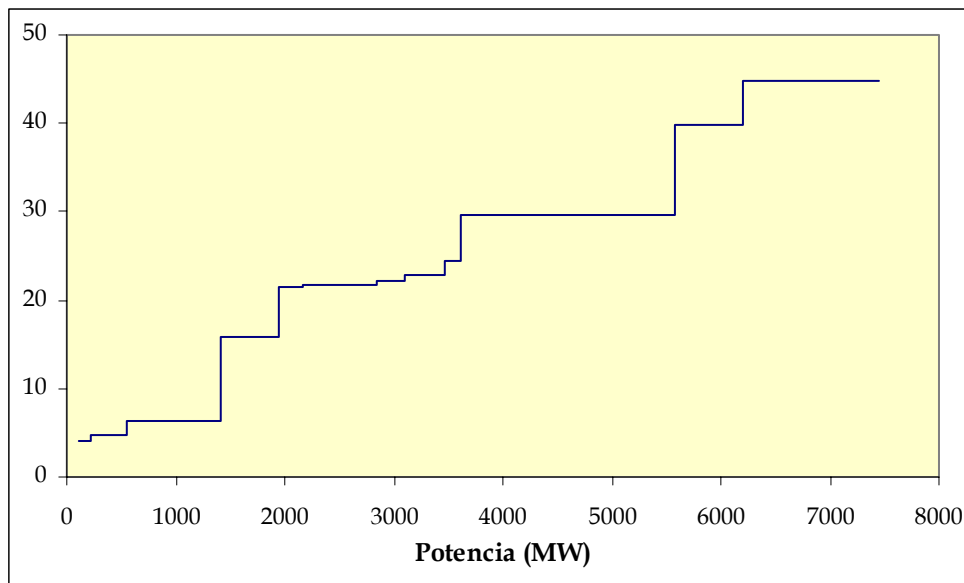


Figura 6.3 Función de coste variable de la empresa E3 (€/MWh)

### 6.1.5. Datos de los grupos hidráulicos

Se han utilizado un total de **25 grupos hidráulicos** en los casos de estudio. Para cada uno de estos grupos, se han utilizado los siguientes datos:

- Empresa propietaria.
- Aportaciones de energía modulable y de energía fluyente en cada semana de estudio.
- Nivel de reservas mínimas y máximas de su equivalente energético (descrito en el Capítulo 3).
- Nivel inicial y final de reservas para el horizonte de estudio, que se han supuesto iguales.
- Potencia máxima de turbinación.
- Potencia máxima de bombeo (si es que el grupo tiene esa capacidad), y rendimiento del ciclo completo bombeo-turbinación.

En la Tabla 6.6 se resumen estos datos para cada empresa: el número de grupos hidráulicos que posee, la potencia de turbinación instalada, la energía modulable y fluyente, las reservas mínimas, máximas e iniciales, y la potencia de bombeo instalada. Los datos utilizados se corresponden aproximadamente con un año hidrológico medio, en el que la producción hidráulica total del sistema español ronda los 28000 GWh.



	Número de grupos	Potencia máxima de turbinación (MW)	Energía modulable total (GWh)	Energía fluyente total (GWh)	Reservas mínimas totales (GWh)	Reservas máximas totales (GWh)	Reservas iniciales totales (GWh)	Potencia máxima de bombeo (MW)
<b>E1</b>	12	4043	3898	4389	3550	3972	3737	1431
<b>E2</b>	6	5421	4732	9725	14470	15159	14770	2282
<b>E3</b>	4	1518	1212	2239	3440	3605	3500	216
<b>E4</b>	1	314	343	274	855	910	900	115
<b>E5</b>	2	651	159	584	40	67	55	360
<b>E6</b>	0	-	-	-	-	-	-	-
<b>E7</b>	0	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 6.6 Datos de los grupos hidráulicos

A modo de ejemplo, en la Figura 6.4 se muestra la energía modulable de la empresa E2 a lo largo del horizonte de estudio.

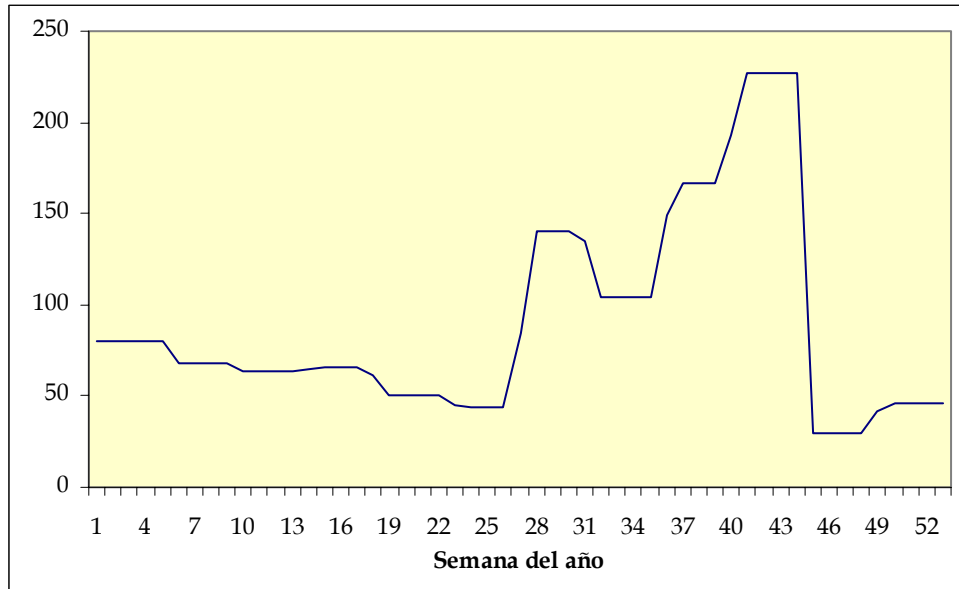


Figura 6.4 Energía modulable de la empresa E2 (GWh)

**6.1.5.1. Datos para los casos estocásticos**

Seguidamente se describen los datos utilizados en los casos estocásticos. Se han definido tres escenarios posibles: año **húmedo**, año **medio** y año **seco**. Cada uno de ellos viene definido por tres conjuntos de datos: la energía hidráulica modulable, la energía fluyente y la potencia máxima de cada grupo.

	Escenario Húmedo	Escenario Medio	Escenario Seco
<b>Potencia máxima total (MW)</b>	14533	11948	7967
<b>Energía modulable anual (GWh)</b>	16138	10345	7329
<b>Energía fluyente anual (GWh)</b>	21443	17211	12446
<b>Energía hidráulica anual (GWh)</b>	37581	27556	19775

Tabla 6.7 Datos de los escenarios hidráulicos

En la Tabla 6.7 se recoge la potencia máxima total y la energía anual (modulable y fluyente) disponible en dichos escenarios.

### 6.1.6. Agentes marginalistas considerados

En los casos analizados se han utilizado **3 agentes marginalistas**: dos de venta y uno de compra:

- Un agente marginalista de venta para representar la producción de *Régimen Especial*. Se ha supuesto que esta producción debe ser siempre aceptada, por lo que se ha introducido un precio de venta nulo. De este modo, siempre que el precio sea mayor que cero, la producción de este agente será aceptada. La Figura 6.5 muestra la evolución de la energía de Régimen Especial a lo largo del año.

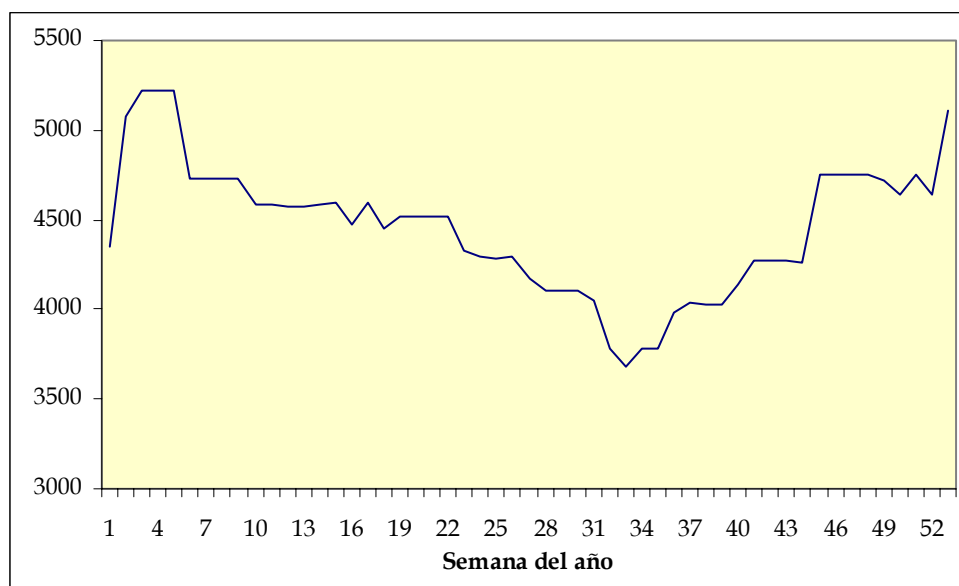


Figura 6.5 Evolución de la potencia media de Régimen Especial a lo largo del año (MW)

- Un agente marginalista de venta para representar importaciones de energía provenientes de otros países. Esta importación supone un valor de potencia de entre 655 y 1600 MW, y el precio de venta es de 20 €/MWh para el subperiodo laborable, 18 €/MWh para el subperiodo de sábados no festivos y 17 €/MWh para el subperiodo de festivos.
- Un agente marginalista de compra para representar exportaciones de energía hacia otros países. Esta importación tiene un valor de potencia constante de 800 MW, y el precio de compra es de 50 €/MWh para el subperiodo laborable, 45 €/MWh para el subperiodo de sábados no festivos y 40 €/MWh para el subperiodo festivo.

## 6.2. Casos deterministas

En este apartado se analizan las ejecuciones de casos deterministas a partir de los datos descritos en el apartado anterior. Estas ejecuciones proporcionan extensos y numerosos resultados de salida, por lo que se realizará un resumen y la agrupación de los más interesantes.

Se han ejecutado tres casos distintos. En uno de ellos (caso 1) se realiza una **minimización de costes** en el sistema. En el siguiente (caso 2) se calcula el **equilibrio de mercado** sin utilizar ningún tipo de contratos por parte de los agentes. Por último (caso 3), se calcula el equilibrio de mercado utilizando los **contratos** que se han descrito en el apartado 6.1.3. De este modo, se podrá comprobar cuál es la consecuencia del poder de mercado de los agentes y cómo la presencia de contratos ayuda a mitigar (y en algunos casos a eliminar) dicho poder de mercado.

En primer lugar se describen las características de los problemas resueltos (tamaño y tiempo de resolución); seguidamente, se presentan y analizan los resultados obtenidos: precios marginales, producciones por empresa, balance energético total, gestión hidráulica y acoplamiento de los grupos térmicos.

### 6.2.1. Resolución de los problemas

Cada uno de los casos planteados utiliza un total de 628 niveles de carga (ver Tabla 6.1). Esto supone un total de 628 variables para cada una de las producciones y demandas de las distintas unidades: producciones de los grupos térmicos e hidráulicos, producciones de los agentes marginalistas de venta, demanda de bombeo de los grupos hidráulicos, demanda de los agentes marginalistas de compra, y energía no suministrada. En total, 84152 variables.

Adicionalmente, existen un total de 157 subperiodos en el problema, con lo que se están utilizando 37680 variables para las decisiones que se toman en cada subperiodo: arranque, acoplamiento y parada de los grupos térmicos.

Finalmente, se utilizan 53 periodos en el árbol, lo que hace que se utilicen 11130 variables para las decisiones que se toman en cada periodo: arranque y parada de los grupos térmicos al principio de un periodo, así como vertidos y reservas de los grupos hidráulicos.

Esto supone un total de **132962 variables** de decisión que deben ser consideradas en la resolución del problema de equilibrio de mercado.

Este es el número de variables que deben ser tomadas en cuenta para comparar con otros enfoques de resolución. No se ha encontrado ningún trabajo en la literatura que sea capaz de solucionar un problema de este tamaño, debido a que ninguno de ellas utiliza un enfoque basado en programación lineal. El

enfoque propuesto en esta tesis permite incluso resolver problemas de un tamaño muy superior, tal y como se verá en el apartado 6.4.

	Número	Variables en cada uno	Variables totales
<b>Niveles de carga</b>	628	134	84152
<b>Subperiodos</b>	157	240	37680
<b>Periodos</b>	53	210	11130
<b>NÚMERO TOTAL DE VARIABLES</b>			<b>132962</b>

Tabla 6.8 Variables utilizadas en los casos deterministas

La formulación planteada en la tesis incorpora algunas variables adicionales para facilitar la resolución, así como para permitir la utilización de programación lineal. Esto hace que el número de variables que proporciona el solucionador al resolver el problema sea sensiblemente mayor, principalmente debido a la utilización de una variable de potencia por encima del mínimo técnico<sup>1</sup> para cada grupo térmico, periodo, subperiodo y bloque (lo que supone un total de 50240 variables).

Por otro lado, la linealización a tramos de la función objetivo cuadrática hace que en cada iteración aumente el número de restricciones utilizadas, ya que se van añadiendo tramos, tal y como se describió en el Capítulo 3.

El modelo ha sido programado en el lenguaje de optimización GAMS 21.0, y para su resolución se ha utilizado el solucionador CPLEX 8.1. El ordenador utilizado ha sido un Pentium 4 a 1.7 GHz y con 512 MB de memoria RAM.

La Tabla 6.9 resume los principales indicadores de la resolución del caso de equilibrio de mercado: número de variables (reales y modeladas), número de restricciones (en la primera y en la última iteración), elementos no nulos de la matriz (en la última iteración) y tiempo de resolución.

Variables reales	Variables modeladas	Restricciones en la primera iteración	Restricciones en la última iteración	Elementos no nulos de la matriz	Tiempo de resolución
132962	185946	130946	141023	1131145	15'30"

Tabla 6.9 Parámetros de resolución del caso determinista de equilibrio de mercado

## 6.2.2. Precios marginales

La Tabla 6.10 muestra los precios obtenidos en el caso 2 (equilibrio de mercado sin contratos).

---

<sup>1</sup> Aunque la resolución del problema se podría plantear sin utilizar estas variables, se ha comprobado en la práctica que su utilización hace disminuir de manera importante el tiempo de resolución empleado.

	lab				sbd				fst			
	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll
p1	48.7	36.5	32.6	22.5	37.6	35.8	33.2	24.9	35.0	33.1	28.0	23.5
p2	50.0	38.3	36.0	24.3	37.8	35.9	35.8	27.9	37.0	35.2	31.0	24.9
p3	53.6	40.2	37.9	25.4	39.1	37.3	37.6	30.2	37.8	36.0	32.9	24.7
p4	53.3	39.7	37.3	24.5	39.3	37.1	37.8	30.9	37.9	36.2	32.4	24.7
p5	53.9	40.5	38.0	25.6	39.9	37.9	38.6	31.8	38.3	36.5	33.0	25.6
p6	54.3	41.1	38.5	26.9	39.5	37.7	37.7	32.1	38.2	36.4	32.8	26.9
p7	53.5	40.4	38.0	26.8	39.5	37.3	37.3	31.8	38.3	36.4	32.5	26.8
p8	52.6	39.9	37.5	26.7	38.6	36.5	36.5	31.2	37.7	35.4	31.0	25.8
p9	52.1	39.5	37.2	26.6	37.3	35.4	35.5	28.5	35.4	32.4	28.4	25.3
p10	48.8	37.1	34.7	24.6	36.5	34.3	34.8	28.4	34.7	32.7	28.0	24.8
p11	47.4	36.9	34.4	24.5	36.3	33.9	34.5	28.1	35.1	32.1	27.9	25.0
p12	44.8	35.3	31.7	23.8	35.4	32.5	32.0	27.0	33.9	29.7	27.3	24.2
p13	47.2	36.3	34.1	24.2	35.8	33.7	34.2	28.1	34.3	28.6	27.8	24.9
p14	43.8	35.1	32.8	23.9	32.8	29.2	29.2	26.2	30.7	25.4	25.5	23.9
p15	41.4	33.8	31.4	23.7	33.4	31.1	30.1	26.1	31.6	25.7	26.2	24.2
p16	42.2	33.6	31.2	23.7	34.5	33.1	33.4	27.9	32.1	26.2	27.1	24.4
p17	40.7	32.9	30.5	23.7	31.7	29.4	29.0	25.6	29.3	24.6	25.4	23.9
p18	41.3	33.9	31.3	23.7	32.7	31.2	30.6	26.0	31.9	26.2	26.8	24.2
p19	45.6	36.2	33.8	24.1	34.4	33.7	33.6	27.4	32.3	26.2	27.0	24.1
p20	45.4	36.1	34.1	24.0	33.9	32.9	31.0	26.9	31.8	25.9	26.4	24.2
p21	45.0	35.9	33.6	23.8	34.4	33.4	32.4	26.8	31.7	26.1	26.8	24.2
p22	46.5	36.8	34.5	24.0	35.1	34.1	32.5	27.2	34.6	29.6	29.6	25.6
p23	52.5	42.7	40.4	26.2	40.8	39.8	40.6	32.4	37.5	30.3	32.4	26.8
p24	53.8	43.3	41.1	26.4	41.0	39.7	40.8	32.5	36.8	29.9	32.0	26.9
p25	53.8	43.6	41.1	26.4	42.2	40.7	41.6	33.7	39.1	32.0	34.3	28.8
p26	54.3	44.0	41.8	27.4	41.8	40.6	41.7	33.6	39.3	32.0	34.2	28.9
p27	54.0	44.0	41.8	27.9	41.6	40.2	41.9	33.7	38.6	32.6	33.8	29.0
p28	53.7	43.8	41.7	29.1	41.9	40.6	42.1	34.4	39.8	34.5	34.2	29.2
p29	53.9	44.0	41.8	29.1	42.3	40.8	42.3	35.6	39.5	34.5	34.2	29.2
p30	55.7	44.3	42.0	29.3	41.9	40.4	42.2	34.0	39.6	34.8	35.0	29.3
p31	55.4	44.2	41.9	29.2	41.7	40.3	42.1	34.5	39.4	35.1	34.7	29.2
p32	51.4	43.0	40.8	27.9	41.1	39.8	41.5	32.7	38.2	34.0	32.7	28.7
p33	50.0	42.3	40.2	27.3	41.0	38.8	41.1	30.7	40.0	36.8	39.2	29.9
p34	50.0	42.4	40.1	27.4	42.1	40.2	41.7	32.7	40.0	36.1	37.1	29.4
p35	51.5	43.0	41.2	28.7	42.0	40.1	41.7	33.9	40.0	36.1	35.7	29.5
p36	50.6	42.8	40.4	27.0	41.2	39.8	41.5	33.0	38.5	33.6	32.6	28.5
p37	50.0	42.5	40.2	27.2	40.6	39.1	41.1	32.0	37.8	31.9	31.4	27.6
p38	50.2	42.5	40.3	26.8	40.5	39.1	41.1	32.1	36.6	30.5	30.7	27.5
p39	50.0	42.3	40.0	27.4	39.5	37.9	40.6	31.4	36.5	30.4	29.8	26.5
p40	50.0	41.7	39.0	25.9	39.9	38.0	40.6	31.4	36.2	30.5	29.9	26.5
p41	49.4	40.6	37.8	25.7	39.4	37.0	38.3	29.5	35.5	29.5	28.8	26.3
p42	50.0	40.7	38.1	25.9	39.2	36.7	38.5	28.8	36.3	30.1	29.5	26.4
p43	50.1	41.3	39.1	26.4	39.4	37.5	39.3	30.1	36.6	32.4	30.7	27.2
p44	50.0	41.2	38.1	26.1	38.6	37.6	37.3	28.8	38.4	36.6	31.1	26.4
p45	52.8	42.4	39.8	25.6	39.2	37.7	40.0	30.0	38.0	35.5	30.7	25.6
p46	53.3	42.3	39.6	25.4	39.2	38.6	40.5	30.2	37.5	35.6	31.4	26.0
p47	53.3	42.4	39.7	25.5	39.9	38.0	39.7	29.5	38.4	36.7	31.8	25.6
p48	53.2	42.5	39.8	25.5	39.9	38.0	39.7	29.5	38.4	36.7	31.6	25.6
p49	55.3	43.5	41.3	26.2	41.9	40.5	39.8	29.5	40.0	39.4	34.3	26.5
p50	55.2	43.5	41.3	26.3	41.6	40.3	40.8	30.7	40.0	39.1	34.1	26.6
p51	58.3	44.4	42.0	27.2	42.7	41.6	42.1	32.5	41.3	40.0	36.7	27.9
p52	50.0	40.2	35.7	24.2	40.5	39.2	38.3	27.6	38.1	35.8	30.7	23.9
p53	49.7	39.5	35.7	24.2								
<b>MEDIA</b>	<b>50.8</b>	<b>40.6</b>	<b>38.1</b>	<b>26.0</b>	<b>39.0</b>	<b>37.3</b>	<b>38.0</b>	<b>30.3</b>	<b>36.8</b>	<b>33.1</b>	<b>31.2</b>	<b>26.3</b>

Tabla 6.10 Precio por nivel de carga para equilibrio de mercado sin contratos (€/MWh)

En la Figura 6.6 se presenta la evolución semanal de los precios a lo largo del año en los tres casos estudiados; la Tabla 6.11 muestra el precio medio que se obtiene en cada nivel de carga a lo largo del año, y la Tabla 6.12 el precio medio en cada subperiodo, y el precio medio total en los tres casos.

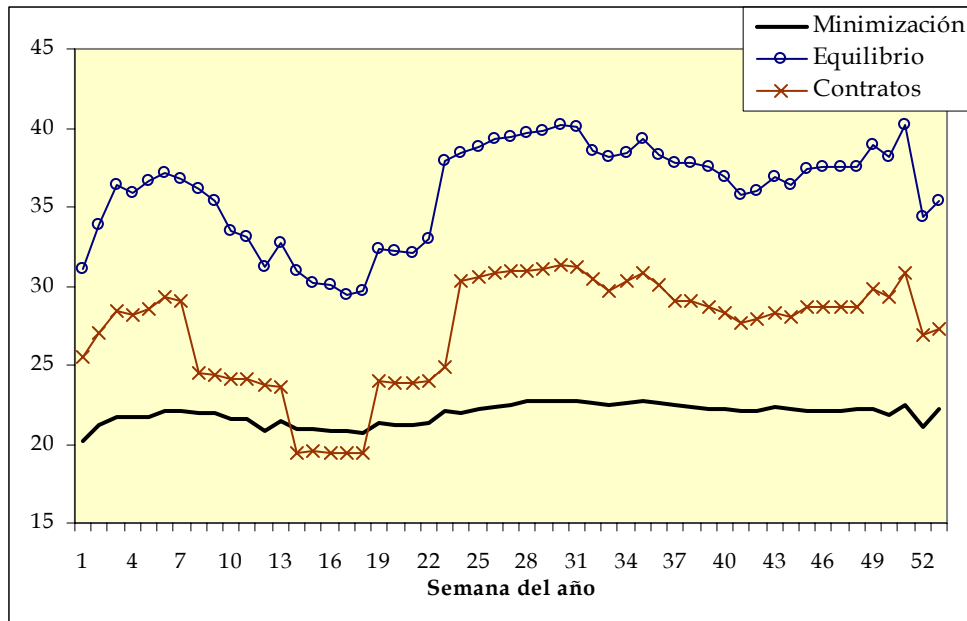


Figura 6.6 Evolución del precio medio semanal en los tres casos a lo largo del año (€/MWh)

	lab				sbd				fst			
	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll	spp	pnt	lln	vll
<b>Caso 1</b>	23.3	23.3	23.2	19.6	23.3	23.3	21.8	18.3	23.3	22.3	18.4	16.5
<b>Caso 2</b>	50.8	40.6	38.1	26.0	39.0	37.3	38.0	30.3	36.8	33.1	31.2	26.3
<b>Caso 3</b>	35.3	29.8	28.1	22.8	28.5	27.8	28.2	24.0	27.3	25.5	24.3	22.5

Tabla 6.11 Precio medio por nivel de carga en los tres casos (€/MWh)

	lab	sbd	fst	TOTAL
<b>Caso 1</b>	22.5	21.5	19.2	21.9
<b>Caso 2</b>	37.3	36.2	30.9	36.2
<b>Caso 3</b>	28.0	27.2	24.4	27.4

Tabla 6.12 Precio medio por nivel de carga en los tres casos (€/MWh)

Se puede observar que el precio en el caso de equilibrio sin contratos es considerablemente más elevado respecto al de minimización de costes. La gestión hidráulica realizada al minimizar los costes del sistema permite que los precios sean muy similares a lo largo del año. En cambio, al calcular el equilibrio de mercado, las empresas especulan con su producción hidráulica en los periodos de mayor demanda, de modo que los precios obtenidos tienen una forma similar a la energía demanda (Figura 6.1).

Además, es interesante hacer notar que, mientras que en el caso de minimización de costes no existe prácticamente diferencia de precios entre los bloques de superpunta respecto de los de punta, al calcular el equilibrio de mercado sí la hay (especialmente en el subperiodo laborable). Esto se debe a que en el bloque de superpunta la producción de las empresas es mayor que en

el de punta, por lo que el término que diferencia su coste marginal del precio (producto de la conjetura por la potencia producida), también es mayor.

Este efecto también influye en la diferencia de precios entre los distintos subperiodos, mucho más acentuada en el caso del equilibrio de mercado. Esta diferencia también se debe a que las empresas, para maximizar su beneficio, especulan con su producción hidráulica y con sus grupos de bombeo.

Por otro lado, se observa cómo la consideración de contratos firmados por las empresas hace que **disminuya su poder de mercado**, llevando a precios de mercado menores que en el caso de equilibrio sin contratos. Se aprecia, incluso, cómo el precio de mercado es menor durante algunas semanas (desde la 14 hasta la 18) en las que se ha utilizado una potencia contratada mayor que la producida (las empresas están cortas). En estas semanas, las empresas están dispuestas a producir incluso por debajo de su coste marginal.

### 6.2.3. Producciones por empresa y por tecnología

La Tabla 6.13 muestra la producción por empresa y por tecnología en el caso de minimización de costes, mientras que la Tabla 6.14 y la Tabla 6.15 corresponden a los casos con equilibrio de mercado (sin y con contratos, respectivamente).

Llama la atención la diferencia en las producciones totales por empresa al comparar los casos de minimización de costes y de equilibrio sin contratos. Las dos empresas más grandes (*E1* y *E2*) disminuyen significativamente su producción con las tecnologías más caras (la producción hidráulica y la nuclear no sufren variaciones).

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	TOTAL
<b>Nuclear</b>	30303	27761	6178	1358	0	0	0	<b>65599</b>
<b>Carbón</b>	43685	6181	11024	11115	5361	0	1024	<b>78390</b>
<b>Gas y Fuel</b>	2051	2563	579	83	0	1148	2535	<b>8960</b>
<b>Hidráulica modulable</b>	3898	4732	1212	344	159	0	0	<b>10345</b>
<b>Hidráulica fluyente</b>	4389	9725	2239	274	584	0	0	<b>17211</b>
<b>Hidráulica de bombeo</b>	83	180	16	2	30	0	0	<b>311</b>
<b>TOTAL</b>	<b>84409</b>	<b>51142</b>	<b>21248</b>	<b>13175</b>	<b>6135</b>	<b>1148</b>	<b>3559</b>	<b>180816</b>

Tabla 6.13 Producción por empresa y tecnología en el caso 1 (GWh)

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	TOTAL
<b>Nuclear</b>	30303	27761	6178	1358	0	0	0	<b>65599</b>
<b>Carbón</b>	14226	3222	14836	12998	7518	0	1024	<b>53824</b>
<b>Gas y Fuel</b>	0	2771	3135	3194	1036	13051	8911	<b>32099</b>
<b>Hidráulica modulable</b>	3898	4732	1212	344	159	0	0	<b>10345</b>
<b>Hidráulica fluyente</b>	4389	9725	2239	274	584	0	0	<b>17211</b>
<b>Hidráulica de bombeo</b>	966	1383	226	131	418	0	0	<b>3125</b>
<b>TOTAL</b>	<b>53782</b>	<b>49594</b>	<b>27826</b>	<b>18299</b>	<b>9716</b>	<b>13051</b>	<b>9935</b>	<b>182202</b>

Tabla 6.14 Producción por empresa y tecnología en el caso 2 (GWh)

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	TOTAL
<b>Nuclear</b>	30303	27761	6178	1358	0	0	0	<b>65599</b>
<b>Carbón</b>	23799	5067	13889	12020	6550	0	1024	<b>62349</b>
<b>Gas y Fuel</b>	0	2022	2585	1956	0	10328	6730	<b>23621</b>
<b>Hidráulica modulable</b>	3898	4732	1212	344	159	0	0	<b>10345</b>
<b>Hidráulica fluyente</b>	4389	9725	2239	274	584	0	0	<b>17211</b>
<b>Hidráulica de bombeo</b>	434	678	56	4	105	0	0	<b>1278</b>
<b>TOTAL</b>	<b>62823</b>	<b>49984</b>	<b>26160</b>	<b>15955</b>	<b>7398</b>	<b>10328</b>	<b>7754</b>	<b>180403</b>

Tabla 6.15 Producción por empresa y tecnología en el caso 3 (GWh)

Este comportamiento hace que se modifique de manera muy importante la producción total con las diferentes tecnologías, disminuyendo la producción de carbón y aumentando la de gas y fuel, que es más cara.

También se puede observar un aumento significativo en el bombeo, debido a la existencia de un perfil más pronunciado en los costes marginales de las empresas para el caso de equilibrio de mercado (Tabla 6.11). Este aumento del bombeo también hace que aumente la demanda y, por lo tanto, la producción total en el sistema. Esta producción total no es la que se muestra en estas tablas, ya que no se ha incluido la influencia de los agentes marginalistas (ver el siguiente epígrafe).

La firma de contratos por parte de las empresas lleva a una situación intermedia entre los casos 1 y 2.

#### 6.2.4. Balance energético del sistema

La Tabla 6.16 muestra el balance energético total del sistema, en el que tiene gran importancia el comportamiento de los **agentes marginalistas** utilizados.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
<b>Producción total de las empresas</b>	180816	182202	180403
<b>Producción de Régimen Especial</b>	38980	38980	38980
<b>Importaciones</b>	10943	13300	12736
<b>ENERGÍA TOTAL PRODUCIDA</b>	<b>230739</b>	<b>234482</b>	<b>232119</b>
<b>Demanda interna</b>	223290	223290	223290
<b>Demanda de bombeo</b>	443	4462	1823
<b>Exportaciones</b>	7006	6730	7006
<b>ENERGÍA TOTAL DEMANDADA</b>	<b>230739</b>	<b>234482</b>	<b>232119</b>

Tabla 6.16 Balance energético del sistema en los tres casos (GWh)

En estos balances se puede observar la influencia que tienen los agentes marginalistas y el bombeo en cada uno de los casos. En el caso 1 (minimización de costes), el precio es considerablemente menor y con un perfil entre bloques muy poco acentuado. Esto hace, por un lado, que se realice muy poco bombeo y, por otro, que exista menos energía importada que en el resto de los casos, y más energía exportada que en el caso 2 (equilibrio sin contratos). El caso 2 es el



que tiene precios más altos, con un perfil muy acentuado entre bloques. Por lo tanto, es en el que más bombeo se realiza, el que más importaciones recibe y el que menos exportaciones realiza. Por último, el caso 3 (equilibrio con contratos) resulta intermedio entre los dos anteriores.

### 6.2.5. Gestión hidráulica

La gestión hidráulica constituye un resultado fundamental de un modelo de explotación de la generación a medio plazo. La Figura 6.7 muestra la evolución del nivel de reservas total del sistema a lo largo del año. Se puede observar cómo cada uno de los casos es significativamente diferente del resto en la gestión hidráulica que se lleva a cabo.

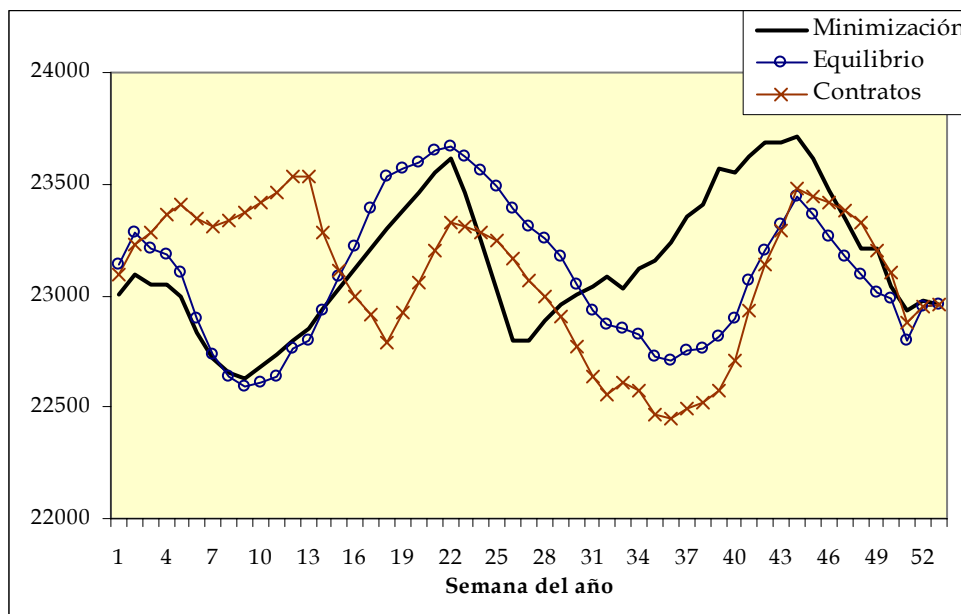


Figura 6.7 Evolución del nivel de reservas total en los tres casos a lo largo del año (GWh)

En concreto, es interesante analizar la gestión realizada en el caso de equilibrio con contratos. Dado que las empresas tienen mucho mayor nivel de contratación entre las semanas 14 a 18, la gestión se realiza de modo que, al comenzar la semana 14, los embalses están lo más llenos posible, y al finalizar la semana 18, lo más vacíos posible.

### 6.2.6. Acoplamiento de los grupos térmicos

Otro de los resultados importantes en el modelo es el nivel de producción de los grupos térmicos a lo largo del horizonte de estudio. A modo de ejemplo, la Figura 6.8 muestra el estado de los acoplamientos de los grupos térmicos desde la semana 21 hasta la semana 24 en el caso de equilibrio de mercado sin contratos. Dentro de cada subperiodo, el orden de los bloques es de mayor a

menor demanda: superpunta, punta, llano y valle. Sólo se muestran los grupos que están acoplados en algún momento durante esas semanas.

En la figura, si un grupo está a plena carga, se indica con un cuadrado relleno; si está acoplado a media carga, con un cuadrado con un punto en su interior; y si está acoplado a mínimo técnico, mediante un cuadrado vacío. Si el grupo no está acoplado, la casilla correspondiente se deja en blanco. Los grupos se han clasificado por empresa, y se indica la tecnología del grupo con una letra: *N* para los grupos nucleares, *C* para los grupos de carbón, y *G* para los grupos de fuel y gas.

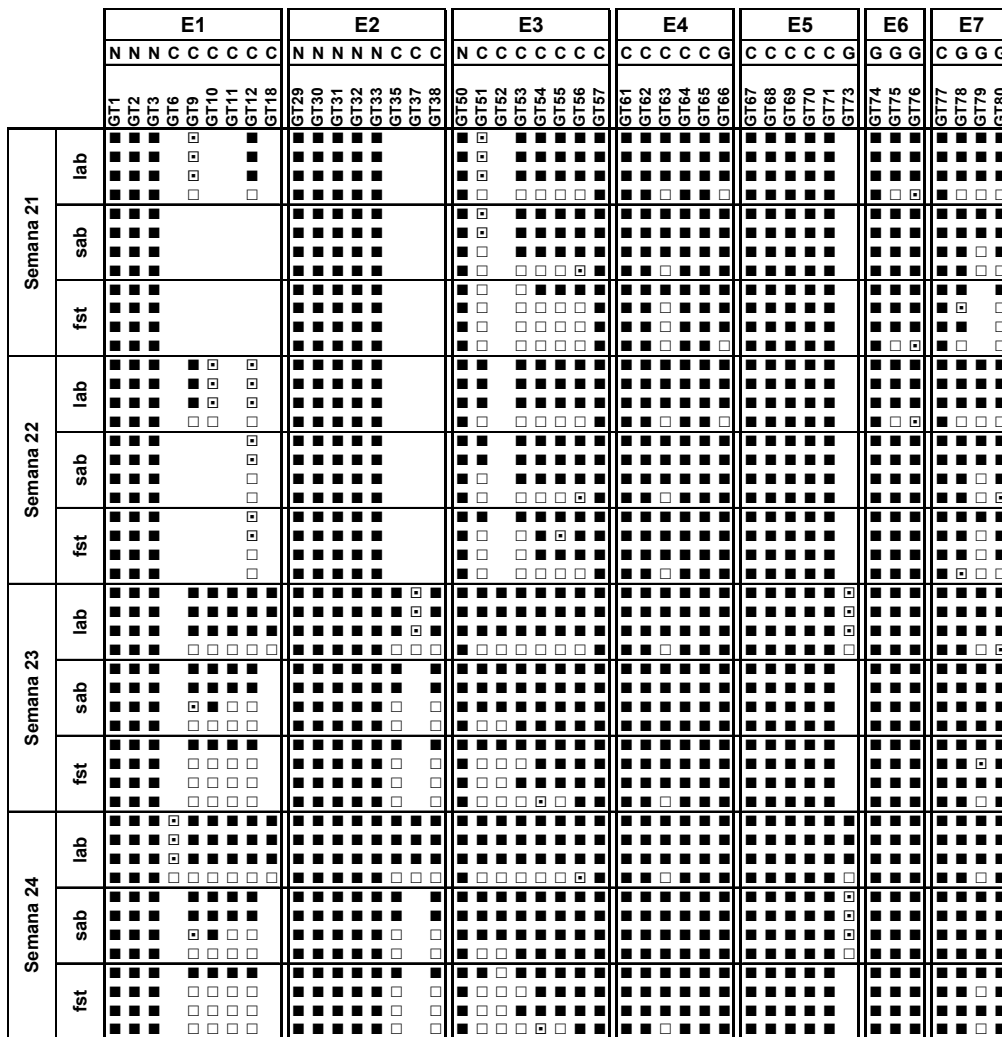


Figura 6.8 Perfil de acoplamiento de los grupos térmicos desde la semana 20 hasta la 24

### 6.3. Utilización de un árbol estocástico básico

En este apartado se describen los resultados obtenidos en un caso estocástico que utiliza un **árbol de escenarios** básico. El objetivo del apartado es hacer hincapié en el valor añadido que proporciona la utilización de un modelo

estocástico respecto al análisis multiescenario (ejecución repetida de escenarios deterministas), y no tanto describir en detalle todas las salidas obtenidas.

El árbol utilizado se muestra en la Figura 6.9. Consta de una rama común de 13 periodos, que se corresponden con 13 semanas. A partir de ese momento, el árbol se divide en 3 ramas (correspondientes a los 3 escenarios hidráulicos descritos en la sección 6.1.5.1), cada una de las cuales tiene 9 periodos, que se corresponden con meses. La estructura del árbol es adecuada para su utilización práctica, ya que tres meses (13 semanas) es un plazo de tiempo razonable para disponer de previsiones fiables de hidraulicidad.

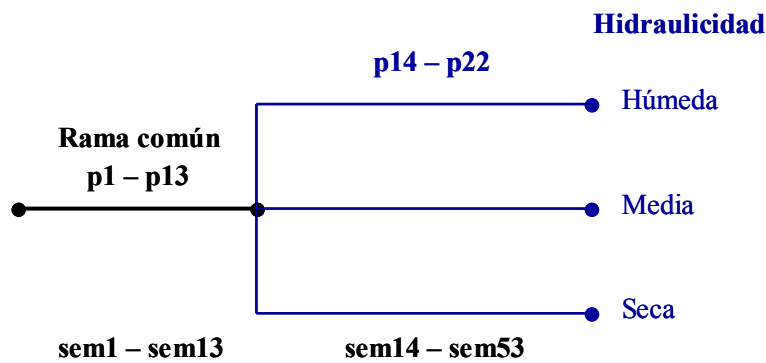


Figura 6.9 Árbol estocástico utilizado

Este árbol se ha resuelto utilizando los datos descritos en el apartado 6.1, calculando el equilibrio de mercado sin considerar la existencia de contratos firmados por las empresas. Sin embargo, se han realizado dos cambios en los datos respecto de los casos del apartado anterior. En primer lugar, se han ampliado los límites de reservas mínimas y máximas para permitir completamente la gestión hidráulica, de modo que se remarquen las ventajas de la formulación estocástica en la gestión hidráulica. En segundo lugar, se ha incluido una restricción en las reservas al final del mes de septiembre, de modo que en todos los escenarios estas reservas tienen que estar en un nivel fijo. El motivo de imponer esta restricción es que, en el sistema español, la hidraulicidad tiene un ciclo anual (denominado año hidráulico) que comienza en octubre. La correlación entre un año hidráulico y el siguiente, si es que existe, es muy baja. Por este motivo parece razonable pensar que las empresas, hayan tenido las condiciones hidrológicas que hayan tenido, van a afrontar el siguiente año hidráulico en condiciones similares.

Las probabilidades asignadas son de 0.4 para el escenario medio, 0.5 para el escenario seco y 0.1 para el escenario húmedo. Esta asignación de probabilidades responde a una operación no neutral al riesgo (ver Capítulo 5) en la que la empresa asigna una probabilidad mayor de la real al escenario que le resulta más desfavorable (la hidraulicidad seca). Para poder comparar, se han ejecutado también los tres casos deterministas correspondientes a los tres

escenarios hidráulicos. Estos tres casos deterministas tienen hidraulicidades idénticas durante las 13 primeras semanas, correspondientes a la rama común.

La Tabla 6.17 resume los principales indicadores de la resolución del caso de equilibrio de mercado, tal y como se han descrito en el epígrafe 6.2.1: número de variables (reales y modeladas), número de restricciones (en la primera y en la última iteración), elementos no nulos de la matriz (en la última iteración) y tiempo de resolución.

VARIABLES REALES	VARIABLES MODELADAS	RESTRICCIONES EN LA PRIMERA ITERACIÓN	RESTRICCIONES EN LA ÚLTIMA ITERACIÓN	ELEMENTOS NO NULOS DE LA MATRIZ	TIEMPO DE RESOLUCIÓN
101520	150584	106699	114380	908466	14'40"

Tabla 6.17 Parámetros de resolución del caso estocástico

De cara a analizar la aportación que realiza la utilización de un modelo estocástico respecto a la ejecución repetida de un modelo determinista, se van a analizar dos de los resultados obtenidos en las resoluciones del modelo: la gestión hidráulica de una de las empresas y los precios marginales. Para finalizar, se incluirán brevemente otros análisis realizados.

### 6.3.1. Gestión hidráulica de la empresa E2

La Figura 6.10 muestra la evolución de las reservas totales de la empresa E2 a lo largo de los nueve primeros meses del año (que son los de interés), tanto utilizando el árbol estocástico, como utilizando los escenarios deterministas.

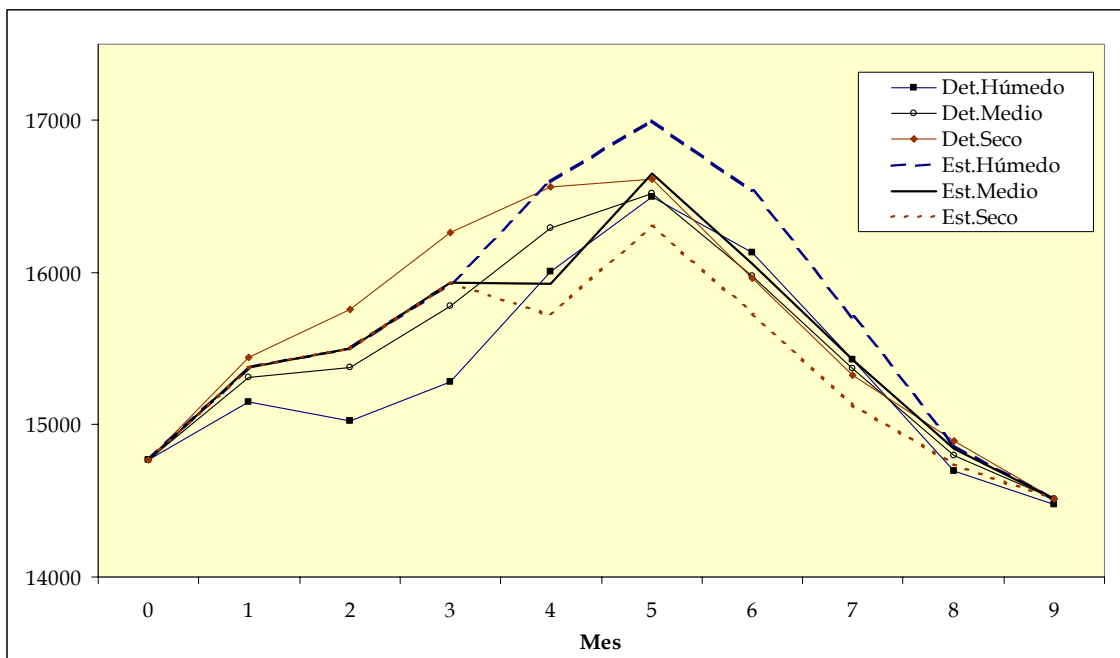


Figura 6.10 Evolución de las reservas de la empresa E2 en todos los casos (GWh)

Para facilitar la visualización, en la Figura 6.11 se muestran por separado los resultados de las ejecuciones deterministas, y en la Figura 6.12 los del caso estocástico con sus tres ramas.

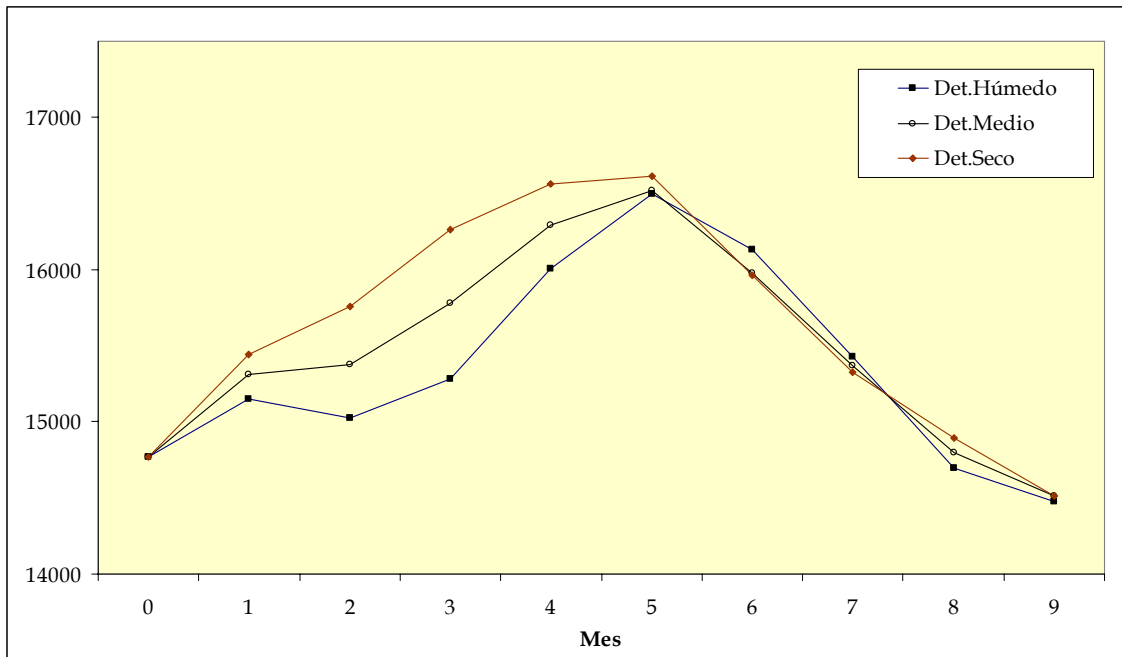


Figura 6.11 Evolución de las reservas de la empresa E2 en las ejecuciones deterministas (GWh)

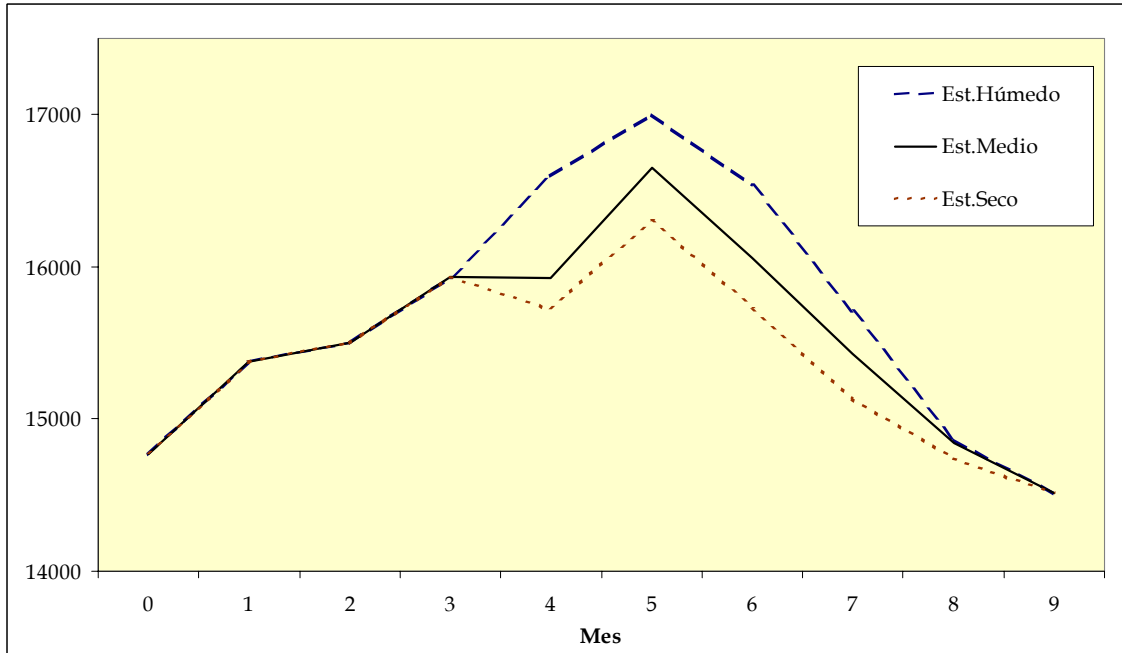


Figura 6.12 Evolución de las reservas de la empresa E2 en el caso estocástico (GWh)

Se observa que, al analizar los tres escenarios de manera determinista, la gestión hidráulica muestra un comportamiento dividido en dos intervalos. Durante los cinco primeros meses, el nivel de reservas en el escenario húmedo está por debajo del nivel en el escenario medio, y éste por debajo del nivel en el

escenario seco. Este comportamiento no parece muy realista, ya que, cuanto más húmedo es el año, menor nivel de reservas tienen los embalses. El resto de los meses, los tres escenarios tienen un nivel de reservas muy similar.

Al analizar los resultados de la ejecución estocástica, hay que distinguir dos partes. En el tronco común del árbol (los tres primeros meses), las reservas se encuentran localizadas entre el caso determinista seco y el medio. Parece razonable que el modelo estocástico proporcione este comportamiento en el que, en la rama común, se lleva a cabo una gestión hidráulica conservadora ante la posibilidad de un escenario seco.

Por otro lado, a partir de que se ramifican los escenarios, el comportamiento es contrario al caso determinista, ya que el caso húmedo es el que mayor nivel de reservas tiene, y el caso seco el que menor. Este comportamiento parece más razonable que se dé en la práctica.

### 6.3.2. Precios marginales

La Figura 6.13 muestra la evolución del precio marginal del sistema a lo largo del horizonte de estudio, tanto para el árbol estocástico, como para las ejecuciones deterministas.

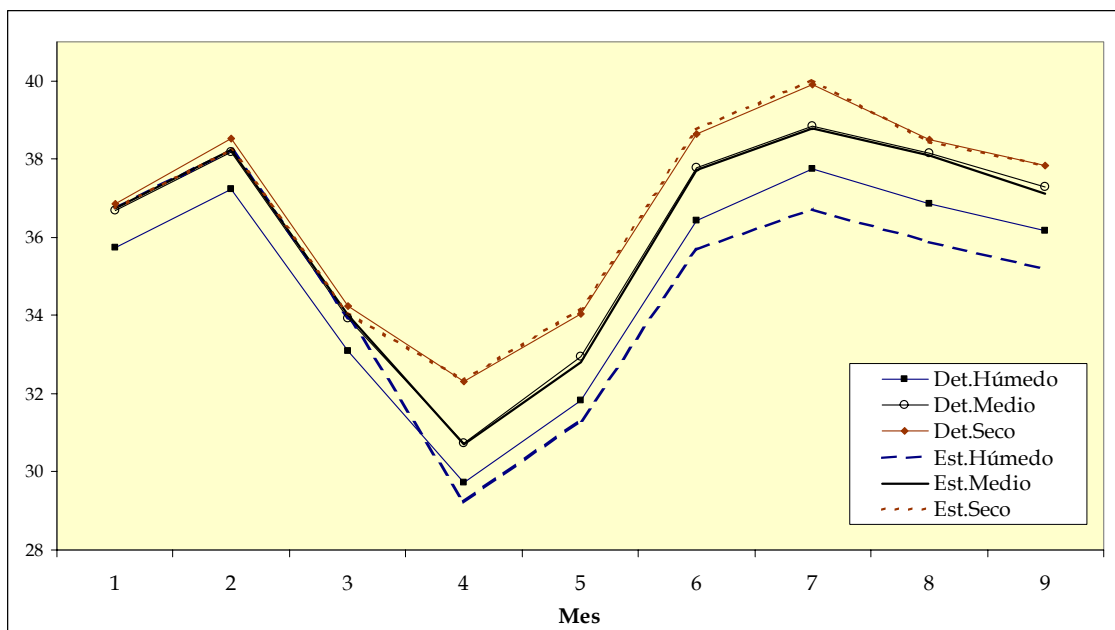


Figura 6.13 Evolución de los precios marginales a lo largo del año (€/MWh)

El comportamiento en las tres ejecuciones deterministas es completamente previsible, puesto que durante todo el año se obtiene un precio más alto en el escenario seco, seguido del medio, y el más bajo corresponde al escenario húmedo.

Los resultados de la ejecución estocástica también muestran esta tendencia en las ramificaciones, mientras que en el tronco común los precios obtenidos son casi idénticos al escenario determinista medio.

Los precios en los escenarios seco y medio son muy similares utilizando la formulación determinista y la estocástica, a pesar de que la gestión hidráulica es diferente durante todo el horizonte temporal. En cambio, en el escenario húmedo se aprecia que la ejecución estocástica proporciona precios más altos en los tres primeros meses y más bajos los seis siguientes. En este caso sí influye la gestión hidráulica realizada, más conservadora en los tres primeros meses al resolver el árbol estocástico. Estos resultados responden a una particularidad de las estructuras de coste de generación y de los datos hidráulicos utilizados.

### 6.3.3. Otros análisis realizados

En este epígrafe se recogen otros análisis realizados al modificar algunas de las condiciones respecto al caso anterior. Los resultados de gestión hidráulica obtenidos anteriormente son los que, intuitivamente, cabría esperar del modelo estocástico. No obstante, este modelado puede recoger situaciones que no sean tan intuitivas y que lleven a resultados menos esperados.

La Figura 6.14 muestra la evolución de las reservas totales del sistema en una ejecución en la que se han modificado dos aspectos: se han asignado unas probabilidades de 0.4 (medio), 0.4 (seco) y 0.2 (húmedo); y se ha permitido una total libertad a la gestión de reservas, sin incluir la restricción de final de septiembre.

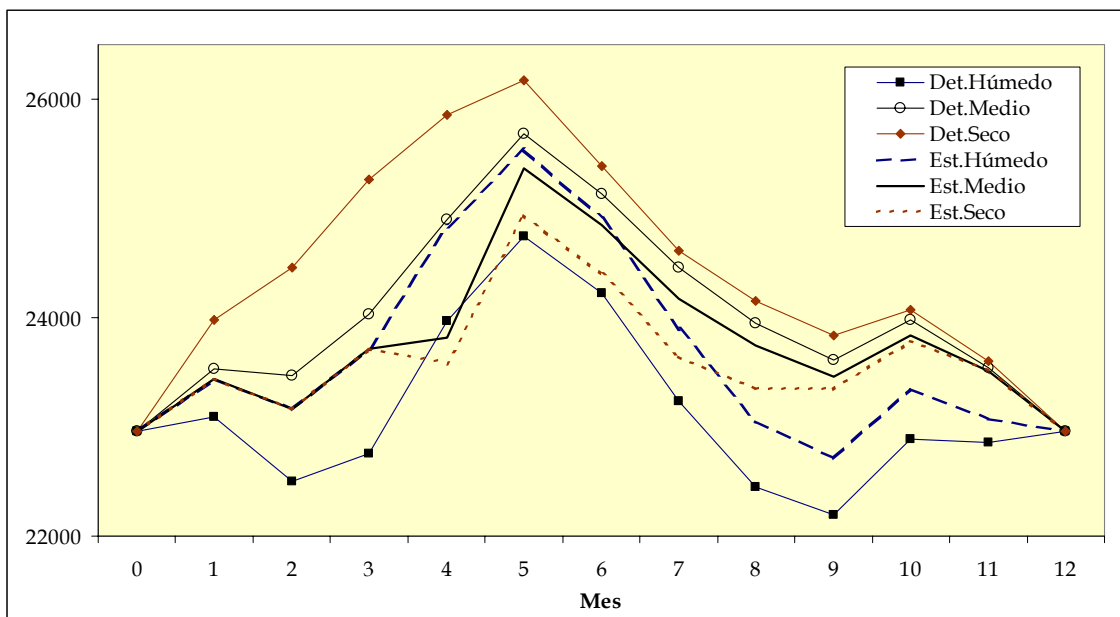


Figura 6.14 Evolución de las reservas totales del sistema a lo largo del año (GWh)

Se observa que los resultados de la ejecución estocástica tienen dos partes claramente diferenciadas. En el tronco común del árbol (los tres primeros meses), las reservas se encuentran localizadas entre el caso determinista húmedo y el medio. Se puede observar que se trata de un comportamiento marcadamente diferenciado del análisis anterior que podría resultar sorprendente, ya que el caso estocástico realiza una gestión hidráulica menos conservadora de lo que podría parecer intuitivamente. La explicación a este hecho radica en que, en los tres primeros meses las empresas están en una zona de explotación que tiene unos costes marginales con variaciones más acusadas que en el resto del año. Es decir, si la empresa decidiera reservar más producción hidráulica, le supondría un aumento de coste esperado mayor que el que le supone hacer frente a la incertidumbre con un menor nivel de reservas.

A partir de las ramificaciones del árbol, no existe un comportamiento definido en las tres ramificaciones del árbol, cuyas reservas totales se cruzan varias veces a lo largo de los nueve últimos meses del año.

La Figura 6.15 corresponde a un caso análogo al anterior, en el que se ha reducido la rama común a 9 semanas, mientras que la Figura 6.16 recoge el mismo análisis para una rama común de 5 semanas.

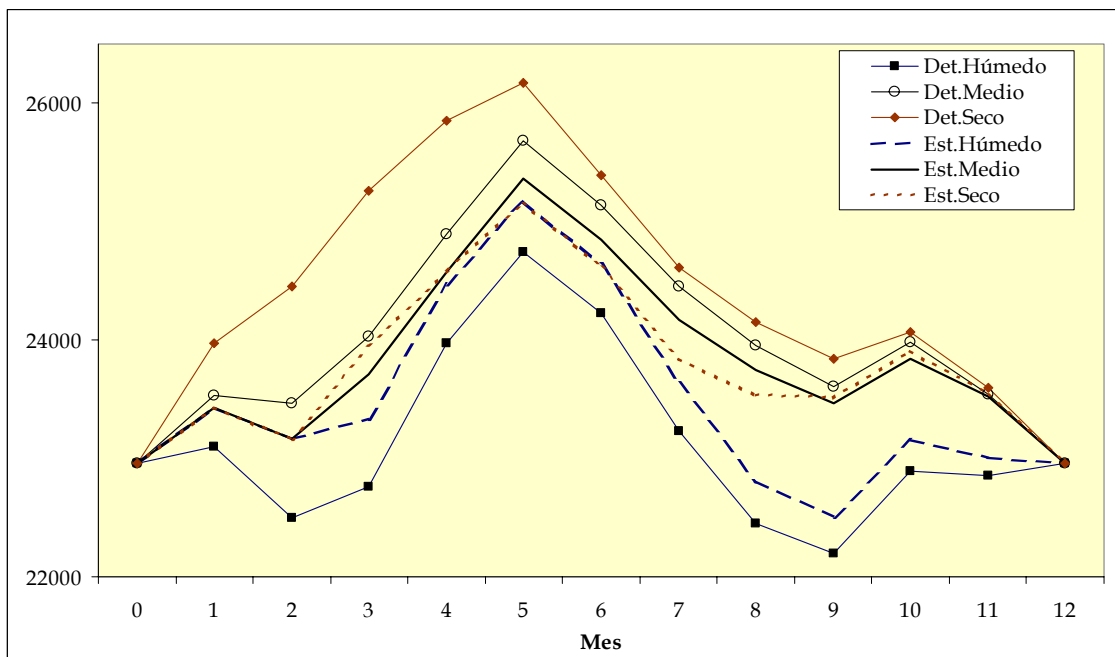


Figura 6.15 Evolución de las reservas totales del sistema para rama común de 9 semanas (GWh)

En estas dos figuras se puede observar cómo, a medida que disminuye la duración del tronco común, disminuyen las diferencias con respecto a los casos deterministas y, por lo tanto, la aportación realizada por el modelo estocástico. Es necesario, por tanto, llegar a un compromiso en la duración de la parte común del árbol, ya que cuanto mayor es más riqueza proporciona la



formulación estocástica, pero más dificultad existe en realizar previsiones correctas. En este sentido, la utilización del árbol que se presenta en el apartado 6.4 resulta una propuesta coherente para el análisis de sistemas cuya incertidumbre más significativa se encuentre en la hidráulicidad.

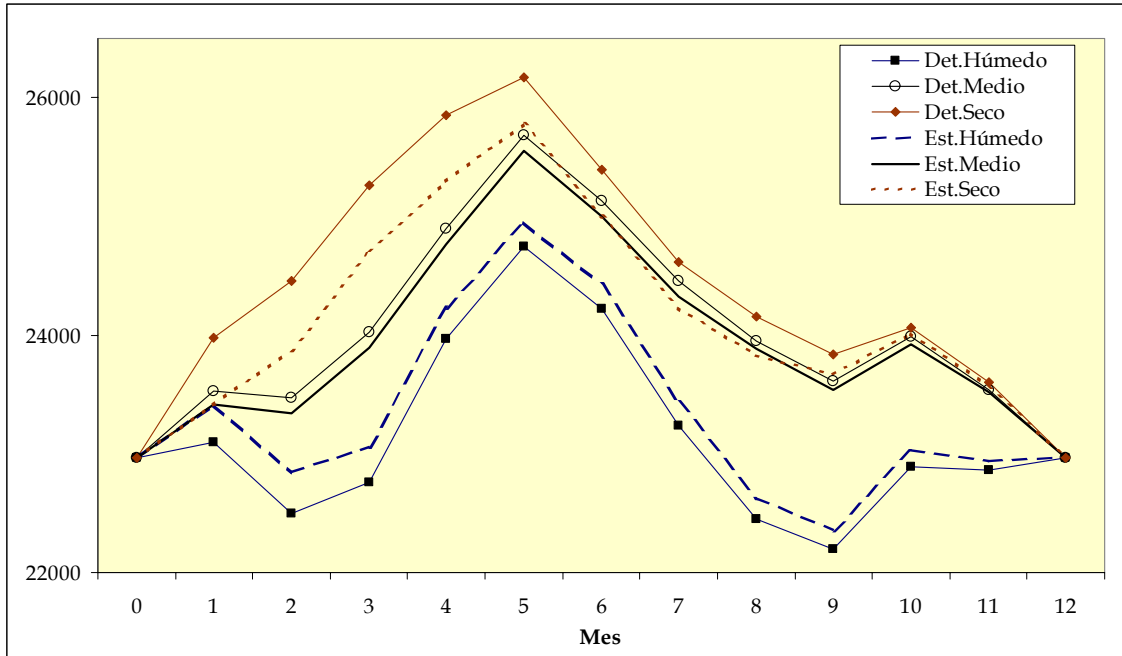


Figura 6.16 Evolución de las reservas totales del sistema para rama común de 5 semanas (GWh)

### 6.3.4. Valor añadido de la formulación estocástica

Al considerar la presencia de incertidumbre, es habitual que surja la duda entre utilizar un modelo estocástico o realizar un análisis de numerosos escenarios deterministas. Los resultados obtenidos en este ejemplo remarcan que la formulación estocástica tiene un importante valor añadido respecto al análisis multiescenario.

Si una empresa tuviese que tomar una decisión sobre la gestión de sus recursos hidráulicos en los primeros meses utilizando las tres previsiones deterministas, tendría que ponderar los resultados de los tres casos con unas probabilidades que incluyesen su aversión al riesgo. Según se ha podido ver, en el caso analizado de la empresa E2 (Figura 6.10), su decisión estaría cerca (aunque no sería igual) de la proporcionada por el caso estocástico.

No obstante, también se ha comprobado que en otros casos esto no será así. En concreto, la gestión hidráulica mostrada en la Figura 6.14 está más cerca del caso determinista húmedo que del caso seco, lo cual no es intuitivo y se debe a la estructura de las funciones de coste de las empresas. También se puede observar que las previsiones del precio de mercado de la Figura 6.13 proporcionan más información que la que se puede extraer de los tres casos deterministas. Así, se ha visto cómo la gestión hidráulica que se realiza en el

tronco común influye más en los precios del escenario húmedo que en los de los escenarios medio y seco, en los que las diferencias son muy reducidas.

#### 6.4. Caso estocástico de gran tamaño

En este apartado se describe brevemente la ejecución de un **caso estocástico de gran tamaño**. El objetivo principal es mostrar la capacidad del método de resolución propuesto para resolver problemas de gran tamaño, que pueden proporcionar resultados estadísticos de mucho interés. No se pretende realizar un análisis pormenorizado de los resultados obtenidos, ya que éste sería muy extenso y requeriría la utilización de herramientas estadísticas.

El caso escogido se corresponde con el árbol de escenarios de la Figura 6.17.

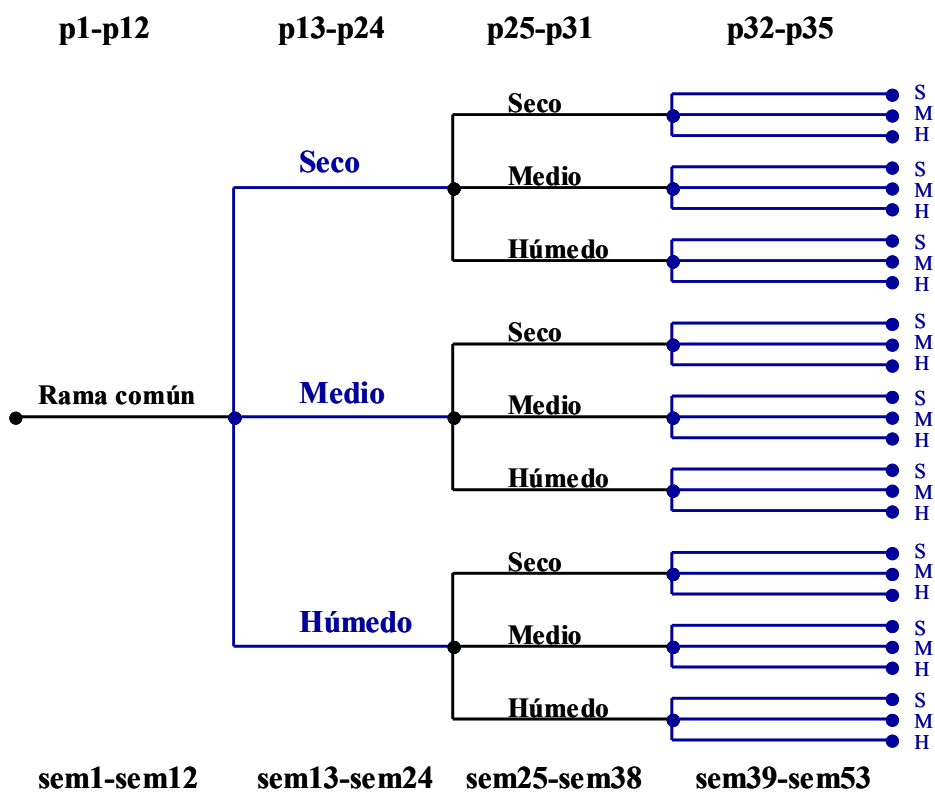


Figura 6.17 Árbol estocástico de gran tamaño

Como se puede observar, se trata de un árbol con una rama común de 12 periodos, que se corresponden con 12 semanas. A partir de ese momento, el árbol se divide en 3 ramas (correspondientes, al igual que en el apartado anterior, a 3 escenarios hidráulicos), cada una de las cuales comienza con otros 12 periodos, que también se corresponden con 12 semanas. Al finalizar la semana 24, cada una de las 3 ramas se subdivide en otras 3 (de nuevo correspondientes a 3 escenarios hidráulicos), cada una de las cuales tiene 7 periodos, cada uno de los cuales se corresponde con 2 semanas. Por último, al

finalizar la semana 31, cada una de las 9 ramas se subdivide en otras 3 (correspondientes a las 3 hidraulicidades descritas), que constan de 4 periodos, cada uno de los cuales agrupa 4 semanas (excepto el último, que contiene a las semanas 51, 52 y 53).

En cada ramificación, la probabilidad asignada a cada rama es la misma. Así pues, el árbol consta de 27 sendas posibles, todas ellas equiprobables.

Este árbol utiliza un total de 2628 niveles de carga: 144 en los periodos de la rama común, 432 en los periodos de la primera ramificación, 756 en los periodos de la segunda ramificación, y 1296 en los correspondientes a la última. Es decir, se están utilizando un total de 2628 variables para cada una de las producciones y demandas de unidades, lo que supone un total de 352152 variables.

Por otro lado, existen un total de 657 subperiodos en el problema, con lo que se están utilizando 157680 variables para las decisiones que se toman en cada subperiodo. Por último, se utilizan 219 periodos en el árbol, lo que hace que se utilicen 45990 variables para las decisiones que se toman en cada periodo.

	Número	Variables en cada uno	Variables totales
<b>Niveles de carga</b>	2628	134	352152
<b>Subperiodos</b>	657	240	157680
<b>Periodos</b>	219	210	45990
<b>NÚMERO TOTAL DE VARIABLES</b>			<b>555822</b>

Tabla 6.18 Variables utilizadas en el caso estocástico de gran tamaño

Con todo ello, tenemos un total de 555822 **variables** efectivas, que es un número muy superior a lo que pueden tratar el resto de enfoques descritos en la literatura para calcular el equilibrio de mercado.

La Tabla 6.19 resume los principales indicadores de la resolución del caso de equilibrio de mercado, tal y como se han descrito en el epígrafe 6.2.1: número de variables (reales y modeladas), número de restricciones (en la primera y en la última iteración), elementos no nulos de la matriz (en la última iteración) y tiempo de resolución.

Variables reales	Variables modeladas	Restricciones en la primera iteración	Restricciones en la última iteración	Elementos no nulos de la matriz	Tiempo de resolución
555822	828724	586864	630424	5055017	4h21'

Tabla 6.19 Parámetros de resolución del caso estocástico de gran tamaño

La Figura 6.18 recoge la evolución de las reservas totales del sistema a lo largo del horizonte de estudio en cada una de las 27 sendas del árbol a lo largo del horizonte de estudio. Se puede observar cómo en este caso estocástico se siguen

obteniendo resultados realistas respecto del nivel de reservas de los embalses, siendo mayor este nivel cuanto más húmedo resulta el escenario.

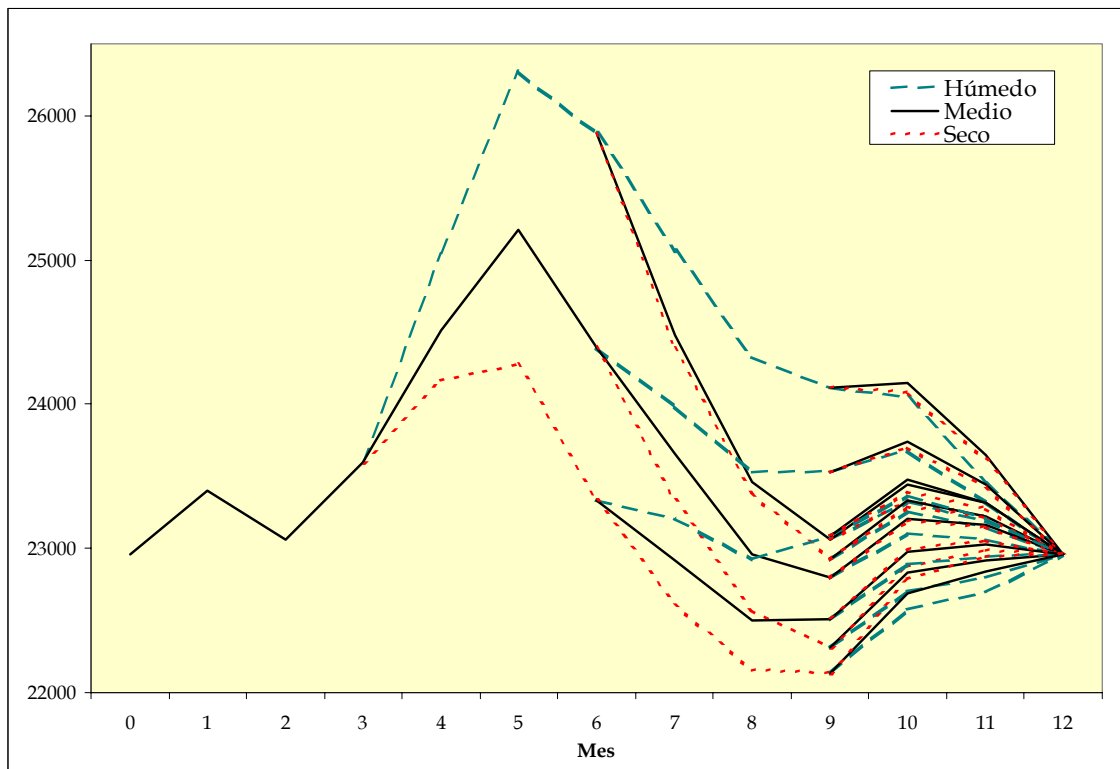


Figura 6.18 Evolución de las reservas totales del sistema en las 27 ramas (GWh)

La resolución de este árbol permitiría a una empresa de generación tomar una decisión completamente robusta en su gestión hidráulica de corto plazo, frente a los numerosos escenarios hidráulicos a los que se puede enfrentar. En todo caso, la interpretación de los resultados en un caso de este tamaño resulta de gran complejidad, y hace necesaria la utilización de herramientas estadísticas que permiten la obtención de medidas estadísticas para los resultados, así como el cálculo de las posibles correlaciones entre variables de entrada y/o salida.

## 6.5. Conclusiones

En este capítulo se ha mostrado la aplicación de los desarrollos realizados en la tesis a casos de tamaño real. En primer lugar, se han resuelto tres casos deterministas: una minimización de costes, un equilibrio de mercado y el mismo equilibrio en presencia de contratos. Estos casos han permitido mostrar la variación en el comportamiento de las empresas de generación y las importantes diferencias en los resultados obtenidos.

Seguidamente, se ha resuelto un caso estocástico de tamaño mediano, en el que se ha profundizado en las ventajas que proporciona la utilización de la formulación estocástica. Se ha mostrado cómo esta formulación supone un

valor añadido que no puede ser suplido por la realización de un análisis multiescenario.

Finalmente, se ha mostrado la resolución de un caso estocástico de gran tamaño, para resaltar la ventaja del método de resolución propuesto en esta tesis respecto de otros enfoques existentes en la literatura. La utilización de programación lineal permite resolver casos que no se pueden abordar con otro tipo de técnicas.



# Capítulo 7

**Conclusiones, aportaciones originales y  
líneas de continuación**





## Índice del Capítulo

<b>7.1.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>205</b>
<b>7.2.</b>	<b>Aportaciones originales</b>	<b>207</b>
<b>7.3.</b>	<b>Líneas de continuación</b>	<b>208</b>
7.3.1.	Equilibrio de mercado con red	209
7.3.2.	Utilización de variables binarias en el cálculo del equilibrio de mercado	209
7.3.3.	Desagregación de la producción hidráulica a medio plazo	211
7.3.4.	Utilización de técnicas de teoría de la posibilidad para el modelado de la incertidumbre	212
7.3.5.	Representación de funciones de utilidad mediante la asignación de probabilidades al árbol de escenarios	212
7.3.6.	Valoración de derivados financieros	213
7.3.7.	Aplicación del equilibrio de mercado a la expansión de la capacidad de generación	213
7.3.8.	Otras líneas de continuación	214
<b>7.4.</b>	<b>Referencias</b>	<b>214</b>

En este capítulo se resumen los resultados obtenidos a partir del trabajo de investigación desarrollado en esta tesis doctoral.

En primer lugar, el apartado 7.1 resume las conclusiones más importantes del trabajo realizado. El apartado 7.2 destaca brevemente las aportaciones originales más relevantes. Finalmente, en el apartado 7.3 se sugieren algunas líneas de continuación al trabajo desarrollado en esta tesis, siguiendo en la línea del análisis de la operación de los mercados de generación de energía eléctrica.

## 7.1. Conclusiones

La liberalización del negocio de generación de energía eléctrica se viene produciendo paulatinamente a escala mundial desde principios de la década de los ochenta, dando lugar, entre otras cosas, a la aparición de mercados de generación de electricidad.

Esta tesis doctoral se ha enfocado hacia el análisis del funcionamiento de los **mercados de generación de energía eléctrica en el horizonte de medio plazo**, es decir, en un periodo de tiempo que abarca desde unos pocos meses hasta tres años. En los sistemas eléctricos tradicionales la explotación se realiza centralizadamente, minimizando los costes totales del sistema a la vez que se satisface la demanda con un nivel de fiabilidad satisfactorio. La aparición de los mercados de generación hace que las empresas de generación deban asumir nuevas funciones y responsabilidades, que hacen que la explotación del sistema sea significativamente diferente de la desarrollada por un planificador centralizado.

Cuando una empresa de generación afronta un análisis de medio plazo, necesita plantear dos cuestiones: disponer de unas previsiones fiables del comportamiento del mercado, y realizar una correcta toma de decisiones. En esta tesis, el primer problema se ha denominado **planificación** de la generación, y el segundo **operación** de la generación. Aunque se trate de conceptos que en la práctica puedan entremezclarse, se ha considerado interesante separarlos.

Los mercados de generación de energía eléctrica son ciertamente complejos, lo que convierte en indispensable la utilización de **modelos matemáticos** y herramientas de simulación para su análisis.

Al realizar estudios del comportamiento de agentes en un mercado es práctica habitual la utilización de modelos que calculan el **punto de equilibrio** de dicho mercado. El cálculo del punto de equilibrio necesita la realización de algún tipo de conjetura respecto al comportamiento de los agentes participantes. El enfoque propuesto en esta tesis está enmarcado dentro de los modelos basados en **variaciones conjeturales**.

Se ha presentado un método de resolución que calcula el equilibrio de mercado resolviendo un problema de optimización con una función objetivo cuadrática sujeta a restricciones lineales. Además, se ha propuesto un método para linealizar iterativamente la función objetivo y calcular el equilibrio de mercado mediante técnicas de **programación lineal**, que son las más avanzadas dentro de la programación matemática. La utilización de estas técnicas permite abordar problemas de tamaño real con un nivel de detalle que, de otro modo,

no sería posible, lo que constituye la ventaja fundamental (aunque no la única) del método de resolución propuesto.

En la tesis, las decisiones que una empresa de generación debe tomar en su operación de medio plazo se han clasificado en tres categorías: decisiones tomadas a partir de las previsiones de medio plazo; localización de recursos; y firma de contratos a medio y largo plazo.

Una parte de las **decisiones** se pueden tomar **utilizando las previsiones** que proporciona la planificación a medio plazo. Dentro de éstas se incluyen la compra de combustibles (que se realiza a partir de la previsión de las producciones de los grupos), o las referentes a la planificación financiera de la empresa (mediante las previsiones de ingresos y costes).

Otro tipo de decisiones tienen que ver con la **localización de sus recursos** de medio plazo. Dentro de estos recursos se han distinguido dos tipos: recursos limitados en energía (como, por ejemplo, el producible hidráulico o la producción de un grupo con restricciones de combustible o de emisiones), y recursos de utilización obligada (como, por ejemplo, la producción de un grupo con un contrato en firme de compra de combustible o un objetivo de cuota de una empresa). Las decisiones de localización de recursos se han abordado a través de una correcta explotación a corto plazo. Por este motivo se ha estudiado la coordinación entre la planificación de medio plazo y la operación a corto plazo, y se han analizado las posibles estrategias para realizar esta coordinación: la planificación a medio plazo debe proporcionar señales técnicas y/o económicas que serán utilizadas para la operación de corto plazo. Finalmente, se ha mostrado cómo el método de resolución propuesto en esta tesis permite obtener las señales necesarias para la aplicación de las diferentes estrategias propuestas.

Dentro de la localización de recursos y las señales necesarias, cobra especial importancia el **valor del agua**. En la tesis se ha extendido el concepto de valor del agua a los entornos en competencia, diferenciando entre valor técnico y valor empresa.

La última categoría de decisiones corresponde a las que se refieren a los mecanismos para establecer posiciones a medio y largo plazo, es decir, la **firma de contratos** de suministro o de contratos financieros. Se trata de decisiones fundamentales que van cobrando mayor importancia conforme aumenta la madurez de los mercados de generación y se desarrollan los derivados financieros. En la tesis se ha mostrado cómo estas decisiones se pueden tomar utilizando convenientemente el **coste marginal** y el **ingreso marginal**. Se han adecuado ambos conceptos para entornos en competencia, y se ha mostrado cómo pueden obtenerse como un resultado del método de resolución propuesto. Además, se ha realizado un estudio de cómo afectan a los ingresos

marginales de una empresa situaciones que se producen habitualmente en los mercados de generación, y cómo hay que tener en cuenta estas situaciones a la hora de firmar contratos a medio y largo plazo.

La explotación de los sistemas de generación de energía eléctrica a medio plazo está sujeta a importantes fuentes de **incertidumbre**. De entre todas ellas destacan las condiciones hidráulicas (la más importante en buena parte de los sistemas), la evolución de la demanda, los precios de los combustibles, la disponibilidad de los grupos térmicos y el comportamiento de las empresas competidoras.

Así pues, una empresa de generación tiene que tener en cuenta esta incertidumbre de alguna manera en su operación a medio plazo. En la tesis se ha propuesto incluirla a través de la consideración de un **árbol de escenarios** con probabilidades asociadas a cada uno de los posibles escenarios. De esta manera, se ha formulado el problema estocástico de equilibrio de mercado y se ha mostrado cómo también se puede resolver mediante un problema de optimización equivalente.

La resolución y el análisis de los **casos de estudio** han resultado de interés en dos aspectos. En primer lugar, se ha puesto de manifiesto la validez y eficacia del método de resolución propuesto a la hora de afrontar problemas de tamaño real con un modelado en detalle de las características técnicas y del horizonte temporal.

Por otro lado, se ha subrayado el valor añadido de la resolución de un modelo estocástico frente a la resolución repetida de un modelo determinista. Un modelo estocástico permite tomar decisiones a corto plazo que sean robustas frente a posibles escenarios futuros. En cambio, la utilización de un modelo determinista proporciona tantas decisiones a corto plazo como escenarios se consideren, lo cual complica la selección de un criterio adecuado en la toma de decisiones.

## 7.2. Aportaciones originales

En este apartado se resumen las principales aportaciones que se han realizado en la tesis.

Esta tesis doctoral ha profundizado en el problema del análisis de la operación de la generación eléctrica a medio plazo en un entorno competitivo. Se han aportado nuevas ideas, y se han establecido conceptos y métodos que suponen un importante avance en su ámbito.

Las principales aportaciones originales de esta tesis se pueden agrupar en cinco:

- Se ha presentado un **método para resolver el equilibrio de mercado** en mercados de generación de energía eléctrica que permite utilizar técnicas de programación lineal. Este hecho hace posible afrontar la resolución de problemas que, de otra manera, resultarían irresolubles en la práctica. Se ha trabajado en interpretar intuitivamente el método de resolución.
- Se ha actualizado el concepto de **valor del agua** a los entornos en competencia, diferenciando entre valor técnico y valor empresa. Se ha analizado el significado e importancia de este concepto y se ha mostrado cómo obtenerlo a partir del método de resolución propuesto.
- Se han adecuado los conceptos de **ingreso y coste marginal** a mercados en competencia. Se ha mostrado cómo el método de resolución propuesto permite obtener ambos valores. Finalmente, se ha realizado un estudio de cómo afectan a los ingresos marginales de una empresa situaciones que se producen habitualmente en los mercados de generación, y cómo hay que tener en cuenta estas situaciones a la hora de firmar contratos a medio y largo plazo.
- Se ha profundizado en la **coordinación** entre la **planificación a medio plazo** y la **operación de corto plazo** en mercados en competencia. Se han analizado los distintos tipos de estrategias para realizar esta coordinación, y se ha demostrado la validez del modelo de equilibrio a medio plazo propuesto en la tesis para proporcionar las señales necesarias a un modelo de corto plazo.
- Se ha subrayado la importancia de considerar la **incertidumbre** en el análisis de la operación de la generación a medio plazo. Se ha formulado un equilibrio de mercado estocástico a partir de la utilización de árboles de escenarios. Se ha demostrado cómo la resolución de este equilibrio se puede seguir realizando mediante programación lineal. Se ha formulado una descomposición del problema, que se ha interpretado relacionando los resultados intermedios con conceptos utilizados en la coordinación entre el medio y corto plazo.

### 7.3. Líneas de continuación

En este apartado se sugieren algunas líneas de continuación que surgen a partir del trabajo de investigación realizado en esta tesis doctoral, en el campo del análisis de la generación eléctrica en condiciones de competencia.

### 7.3.1. Equilibrio de mercado con red

En el Capítulo 2 se han descrito las características de los mercados de generación que se han analizado en la tesis. La hipótesis más restrictiva es la consideración de mercados con casación a nudo único, en los que existe un único precio para todos los generadores del sistema. Este tipo de mercado es común en sistemas en los que no existen restricciones importantes de la red de transporte, y resulta adecuado en sistemas que no son de gran tamaño o disponen de redes suficientemente malladas, como suele ser el caso de los sistemas europeos.

En cambio, existen sistemas que, ya sea debido a su gran extensión geográfica, o a la existencia de una red poco mallada, han optado por la utilización de un mercado con precios nodales o zonales. En España y Portugal se va a implantar en un futuro cercano un mercado conjunto de electricidad, que probablemente utilizará dos zonas de precio. Incluso en la Unión Europea, la implantación futura de un mercado de electricidad conjunto para todos los países puede desembocar en un mecanismo de casación que incorpore, de manera simplificada, las principales restricciones de la red de transporte.

Así pues, una línea de continuación muy importante es adaptar el método de resolución propuesto en esta tesis para mercados que, o bien incorporan la red de transporte en el sistema de casación, o bien funcionan conjuntamente en sistemas interconectados. En esta línea ya se han publicado algunos trabajos: en [Barquín, 2003a] se extiende el método de resolución a la consideración de un sistema en dos áreas que funciona mediante separación de mercados (*market splitting*); en [Barquín, 2003b] se realiza una primera extensión para calcular el equilibrio de Cournot en redes.

### 7.3.2. Utilización de variables binarias en el cálculo del equilibrio de mercado

A lo largo de los desarrollos realizados en la tesis, se ha supuesto que no existen decisiones binarias (o enteras) tales como acoplamientos, arranques y paradas, sino que éstas se modelan como variables continuas en el intervalo  $[0,1]$ . A pesar de que la diferencia entre la función de coste real y la que resulta de relajar las variables enteras (por ejemplo, dejando que una central se acople en parte) no es muy grande (ver Figura 7.1), existen importantes diferencias conceptuales y prácticas entre la utilización de variables binarias o de variables relajadas.

La consideración de decisiones binarias puede conducir a la no existencia de un punto de equilibrio, o bien a la existencia de múltiples equilibrios. Además, aún cuando se consiguiese demostrar la existencia de un punto de equilibrio,

también habría que demostrar que dicho punto de equilibrio se puede calcular mediante el problema de optimización equivalente utilizado con variables relajadas, ya que las funciones de coste dejarían de ser convexas.

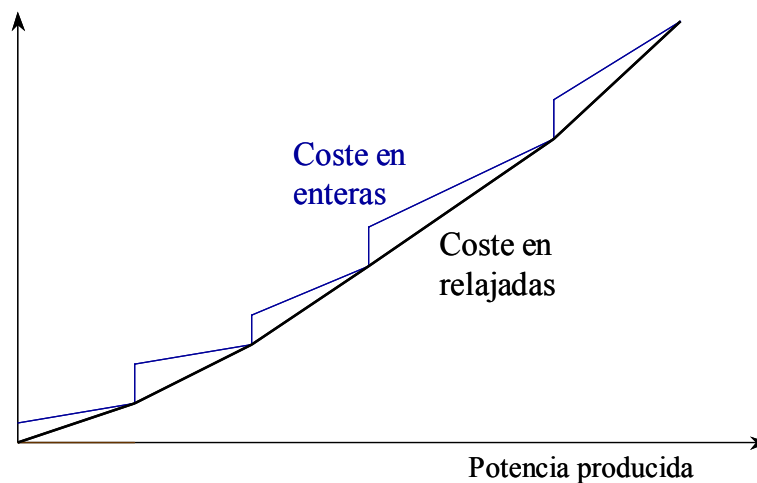


Figura 7.1 Función de coste marginal del sistema

Se puede demostrar [Bertsekas, 1982] que la diferencia relativa al considerar variables enteras o continuas disminuye conforme aumenta el número de variables enteras. Por tanto, la diferencia relativa entre las dos soluciones disminuye con el tamaño del sistema, siendo bastante pequeña en sistemas grandes. No obstante, esta diferencia se refiere a las variables “primales” de la solución, y no a los resultados que se obtienen como variables duales, tal y como se desarrolla a continuación.

La formulación del problema con variables binarias o relajadas conduce a soluciones conceptualmente distintas en lo que se refiere a los resultados que se obtienen como variables duales del problema de optimización (por ejemplo, los precios o el valor técnico del agua). Esta diferencia tiene que ver con la estructura del problema, y se da tanto para la minimización de costes como para el equilibrio de mercado. Un ejemplo aclarará este punto. Supongamos un bloque de carga en el que existe un grupo que está a media carga. En este caso, el coste marginal del sistema (si se trata de una minimización de costes) o de la empresa propietaria (si es un equilibrio de mercado) es distinto si se utilizan variables binarias o relajadas. En el primer caso, el grupo está totalmente acoplado (su variable de acoplamiento vale 1), por lo que el coste marginal coincidirá con el coste variable. En el segundo caso, el grupo puede estar parcialmente acoplado (si sólo necesita proporcionar el 50% de su potencia máxima, la variable de acoplamiento valdrá 0.5), por lo que el coste marginal valdrá el coste variable más la parte correspondiente del coste de acoplamiento. Es decir, para aumentar la potencia que proporciona, tiene un coste adicional de acoplamiento, además del coste variable. Claro está que la formulación con variables binarias responde más a la realidad física del problema, pero también



es cierto que si las empresas no internalizan sus costes de vacío, arranque y parada en sus ofertas, pueden obtener pérdidas con algunos grupos. Así pues, la mayor adecuación de uno u otro enfoque a la realidad dependerá del comportamiento de las empresas presentes en el mercado y, en la práctica, ambos pueden resultar de utilidad.

A menudo, a una empresa le interesa realizar estudios de sensibilidad de sus decisiones o previsiones respecto de algunos de los datos de entrada. La utilización de variables relajadas permite que estos estudios se realicen correctamente, de manera que pequeñas variaciones en los datos de entrada conduzcan a pequeñas variaciones en los resultados obtenidos. En cambio, la utilización de variables enteras no parece adecuada en este sentido, ya que una variación pequeña en cualquier dato de entrada puede conducir a soluciones significativamente diferentes.

En algunos sistemas, las empresas de generación tienen que tomar decisiones respecto a la fecha de mantenimiento de sus grupos térmicos. En estos casos, la utilización de variables binarias permitiría modelar estas decisiones e incorporarlas al problema de equilibrio de mercado.

Una línea de investigación interesante sería el estudio de si habría que utilizar distintos valores de las conjeturas según se utilizasen variables enteras o relajadas.

### **7.3.3. Desagregación de la producción hidráulica a medio plazo**

Tal y como se ha justificado en el Capítulo 3, la representación de los sistemas hidráulicos en los estudios de medio plazo se realiza de manera simplificada. En concreto, en la tesis se ha propuesto la agregación de cuencas hidráulicas para la obtención de equivalentes energéticos [Arvanitidis, 1970]. En cualquier caso, los sistemas hidráulicos son sumamente complejos, incluyendo problemas de gran tamaño, no lineales, no convexos y cuya representación requiere la utilización de variables discretas [Chang, 2001].

Así pues, el análisis de la operación de medio plazo que se ha llevado a cabo en esta tesis no resulta suficiente para realizar una explotación óptima en detalle de los subsistemas hidráulicos por parte de las empresas propietarias. Con este objetivo, sería de interés plantear una metodología que permita, a partir de los resultados proporcionados por el modelo de equilibrio de mercado, alcanzar una programación hidráulica factible y segura. Es decir, una explotación que respete todas las características técnicas de los embalses, de las centrales, las curvas de garantía y las servidumbres de caudal, evitando la posibilidad de vertidos y de carestía de agua ante diversas situaciones.

#### **7.3.4. Utilización de técnicas de teoría de la posibilidad para el modelado de la incertidumbre**

En ocasiones, pueden existir inconvenientes que no hagan apropiada una representación probabilista de la incertidumbre en los mercados de generación de electricidad. Por un lado, una colección suficiente de datos históricos para el modelado probabilista del comportamiento futuro de determinados parámetros puede ser costosa y difícil de garantizar. Además, su relevancia y validez pueden ser, en ocasiones, ciertamente cuestionables. Esto sucede, por ejemplo, cuando se producen cambios regulatorios que restan validez a los datos históricos.

Por otro lado, los parámetros de entrada de un modelo de mercado son a veces ajustados mediante información lingüística subjetiva proporcionada por los propios expertos que utilizan los modelos. Este hecho implica la necesidad de utilizar una técnica de representación de la información que permita modelar, no solamente la imprecisión, sino también la vaguedad ligada al lenguaje y, por supuesto, la incertidumbre.

La utilización de los conjuntos borrosos y de la teoría de la posibilidad [Zadeh, 1978] facilita la combinación de vaguedad, imprecisión e incertidumbre bajo un mismo marco teórico, dando lugar a un esquema de representación de conocimiento más flexible, aunque menos informativo, que el proporcionado por la teoría de la probabilidad.

Así pues, una línea de continuación importante es poner de manifiesto la viabilidad de aplicar la teoría de la posibilidad para el modelado de la información imperfecta en los mercados de generación de electricidad. En [Campos, 2004] se aplican estas técnicas en un equilibrio de Cournot cuando la incertidumbre en la demanda eléctrica se supone modelada mediante distribuciones de posibilidad.

#### **7.3.5. Representación de funciones de utilidad mediante la asignación de probabilidades al árbol de escenarios**

El criterio de decisión bajo incertidumbre que se ha propuesto en el Capítulo 5 es la maximización del beneficio esperado, mediante la utilización de unas probabilidades asignadas a las distintas ramificaciones del árbol de escenarios. La utilización de este criterio supone que las empresas de generación son neutras al riesgo, lo cual, a menudo, no es cierto.

El planteamiento general consistiría en la consideración de funciones de utilidad para las empresas, y la maximización de la utilidad esperada del beneficio [Raiffa, 1968]. Sin embargo, este planteamiento no permitiría la utilización del método de resolución propuesto en esta tesis.

Una línea de continuación interesante para incorporar la no-neutralidad al riesgo de las empresas es la asignación de unas probabilidades retocadas a las ramas del árbol, de manera que la solución que se obtuviese en el tronco común del árbol fuese la misma que al maximizar la utilidad del beneficio. Así pues, es necesario estudiar bajo qué hipótesis existen estas probabilidades, y definir un método de cálculo.

### **7.3.6. Valoración de derivados financieros**

Los mercados de generación de electricidad son relativamente recientes. Esto hace que, salvo algunas excepciones, se trate de mercados con poca liquidez y en los que está poco extendido el uso de los derivados financieros, tales como las opciones de compra y venta, o los contratos de futuro.

En cualquier caso, según los mercados de generación van aumentando su madurez, el uso de este tipo de productos va extendiéndose entre los distintos participantes. Por este motivo, otra línea de continuación interesante es incluir la valoración de estos derivados dentro del modelo propuesto en esta tesis. La valoración de opciones requeriría una atención especial ya que, por sus características, introduciría no-convexidades en el problema, lo cual dificultaría la utilización de programación lineal.

La utilización de árboles de escenarios sería de gran interés en la valoración de derivados.

### **7.3.7. Aplicación del equilibrio de mercado a la expansión de la capacidad de generación**

En el Capítulo 2 se han definido tres horizontes temporales para el análisis de los sistemas de generación de energía eléctrica. En esta tesis se ha profundizado en el análisis de la operación a medio plazo, así como en la coordinación entre la planificación de medio plazo y la operación de corto plazo.

En el horizonte de largo plazo (a partir de tres años) las decisiones de operación son, fundamentalmente, la instalación de nueva capacidad y la investigación en nuevas tecnologías. El problema de expansión de la generación ha sido extensamente estudiado en entornos centralizados, en los que un operador minimiza el coste total (de instalación y de operación), sujeto a ciertos criterios de fiabilidad en el suministro y de impacto medioambiental [Millán, 1998], [E.I.A., 2002].

En cambio, la expansión de la capacidad de generación en un contexto de competencia es un área de trabajo en la que no se han registrado muchas publicaciones. En estos sistemas, los modelos de minimización de costes han

seguido utilizándose como referencia para valorar la expansión de la capacidad bajo la hipótesis de competencia perfecta.

Existe, por lo tanto, un vacío en este aspecto al que puede ayudar la adecuación de los modelos de equilibrio de mercado. En [Murto, 2003] se utiliza un modelo de oligopolio dinámico, en el que se considera estocasticidad en la demanda y las decisiones de las empresas se determinan mediante el cálculo del equilibrio de Cournot. Se proponen dos técnicas de resolución: como un problema complementario no lineal, o bien como un problema de cálculo variacional. En [Centeno, 2003] se muestra un primer intento de adaptación del método de resolución propuesto en esta tesis, del que se puede extraer la conclusión de que es necesario utilizar la teoría de juegos dinámicos en el análisis de la expansión de generación en mercados en competencia.

### 7.3.8. Otras líneas de continuación

Seguidamente, se enumeran otras líneas de continuación que se han identificado:

- Búsqueda de alternativas para incluir la dependencia de las funciones de coste de las empresas, debida, por ejemplo, a la existencia de centrales compartidas o de centrales hidráulicas en la misma cuenca.
- Mejora en las técnicas de estimación y actualización de las conjeturas utilizadas en el método propuesto.
- Análisis detallado de las técnicas de descomposición que se pueden aplicar a la resolución del problema estocástico.

## 7.4. Referencias

- [Arvanitidis, 1970] N. V. Arvanitidis y J. Rosing, "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 89, pp. 319-325, 1970.
- [Barquín, 2003a] J. Barquín y M. Vázquez, "Cournot Equilibrium Computation on Electricity Networks," presentado en 2nd International Conference on Liberalization and Modernization of Power Systems: Congestion Managements Problems, Irkustsk, Rusia, 2003.
- [Barquín, 2003b] J. Barquín, B. Vitoriano, F. J. Santos, F. Fernández, J. González, J. M. Vicente, y M. Urios, "Electricity Competition and Market Splitting: a Real-Size Two Countries Case," presentado en 2nd International

- Conference on Liberalization and Modernization of Power Systems: Congestion Managements Problems, Irkustsk, Rusia, 2003.
- [Bertsekas, 1982] D. P. Bertsekas, "Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods", Londres: Academic Press, 1982.
- [Campos, 2004] F. A. Campos, J. Villar, y J. Barquín, "Application of Possibility Theory to Robust Cournot Equilibriums in Electricity Market," aceptado en 8th PMAAPS, Iowa, 2004.
- [Centeno, 2003] E. Centeno, J. Reneses, R. García, y J. J. Sánchez, "Long-Term Market Equilibrium Modeling for Generation Expansion Planning," presentado en IEEE PowerTech, Bologna, 2003.
- [Chang, 2001] G. W. Chang, J. G. Waight, J. Medina, M. Aganagic, S. Reeves, T. Burton, y M. Christoforidis, "Experiences with Mixed Integer Programming based Approaches on Short-Term Hydro Scheduling", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 16, pp. 743-749, 2001.
- [E.I.A., 2002] "Electricity Market Module: Electricity Capacity Planning Submodule". Energy Information Administration, Washington, E.E.U.U.
- [Millán, 1998] J. Millán, R. A. Campo, y G. Sánchez-Sierra, "A Modular System for Decision-Making Support in Generation Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, pp. 466-471, 1998.
- [Murto, 2003] P. Murto, "On Investment, Uncertainty, and Strategic Interaction with Applications in Energy Markets". Tesis Doctoral, Helsinki: Helsinki University of Technology, 2003.
- [Raiffa, 1968] H. Raiffa, "Decision Analysis. Introductory Lectures on Choices under Uncertainty", Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1968.
- [Zadeh, 1978] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, vol. 1, pp. 3-28, 1978.



# **Anexo A**

**Formulación matemática completa del modelo  
estocástico de equilibrio de mercado**





## Índice del Anexo

<b>A.1. Representación del sistema</b>	<b>221</b>
A.1.1. Índices utilizados	221
A.1.2. Definición del árbol de escenarios	221
A.1.3. Modelado de los grupos y centrales térmicas	222
A.1.4. Modelado de los grupos hidráulicos	223
A.1.5. Modelado de la demanda	225
A.1.6. Modelado de las empresas	225
A.1.7. Modelado de los agentes marginalistas	226
<b>A.2. Variables de decisión</b>	<b>226</b>
<b>A.3. Restricciones consideradas en el modelo</b>	<b>228</b>
A.3.1. Restricciones que afectan a un único bloque de carga	228
A.3.2. Restricciones que acoplan a los niveles de carga de un periodo	229
A.3.3. Restricciones que acoplan diferentes periodos	229
<b>A.4. Función objetivo</b>	<b>231</b>
A.4.1. Términos de la función objetivo	231
A.4.2. Función objetivo lineal	233
<b>A.5. Conclusiones</b>	<b>235</b>

Este Anexo presenta la formulación matemática completa del modelo de equilibrio de mercado propuesto en la tesis. Esta formulación se realiza de una manera general, de modo que se formula el modelo estocástico para un árbol genérico de escenarios, teniendo en cuenta que el modelo determinista es un caso particular del anterior.

La formulación se realiza siguiendo el esquema habitual de los problemas de optimización. En primer lugar (apartado A.1) se describe la representación del sistema, es decir, todos los parámetros que son necesarios para la resolución del modelo. Seguidamente, el apartado A.2 recoge las variables de decisión que el problema de optimización se encargará de fijar para minimizar el valor de la función objetivo. El apartado A.3 presenta la formulación de todas las restricciones consideradas en el modelo. Finalmente, el apartado A.4 formula la función objetivo que se utiliza en el problema de minimización.

## A.1. Representación del sistema

En este primer apartado se detalla la **representación del sistema** utilizada. Para ello, en primer lugar, se definen los índices que se van a utilizar y los parámetros que caracterizan el árbol de escenarios. Seguidamente, se detalla el modelado realizado de los grupos y centrales térmicas, de los subsistemas hidráulicos, de la demanda, de las empresas participantes y de los agentes marginalistas.

En lo que sigue, y para facilitar la lectura, se indicarán las unidades de medida que se han utilizado para cada uno de los parámetros y de las variables.

### A.1.1. Índices utilizados

Los índices que se utilizan en la formulación del problema son los siguientes:

$p$	Periodo ( $p = 1 \dots P$ )
$s$	Subperiodo ( $s = 1 \dots S$ )
$b$	Bloque o nivel de carga ( $b = 1 \dots B$ )
$r$	Rama del árbol de escenarios (los valores que toma este índice dependen del periodo considerado)
$t$	Grupo térmico ( $t = 1 \dots T$ )
$c$	Central (conjunto de grupos térmicos) ( $c = 1 \dots C$ )
$h$	Grupo o subsistema hidráulico ( $h = 1 \dots H$ )
$e$	Empresa ( $e = 1 \dots E$ )
$m$	Agente marginalista ( $m = 1 \dots M$ )
$j$	Tramo de la representación de una función cuadrática ( $j = 1 \dots J$ )

### A.1.2. Definición del árbol de escenarios

En este epígrafe se caracteriza al árbol de escenarios utilizado en la formulación.

Cualquier árbol está definido por los siguientes parámetros.

$l_{psb}$	Duración del periodo $p$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [h]
$A$	Duración del ciclo de explotación [h]
$R(p)$	Conjunto de ramas definidas para un periodo $p$
$a(p,r)$	Rama antecesora de la rama $r$ en el periodo $p$
$w_{pr}$	Probabilidad de la rama $r$ en el periodo $p$

En la tesis se ha utilizado como ciclo de explotación una semana, de modo que  $\Lambda = 168$ .

$n_p$  Número de semanas del periodo  $p$

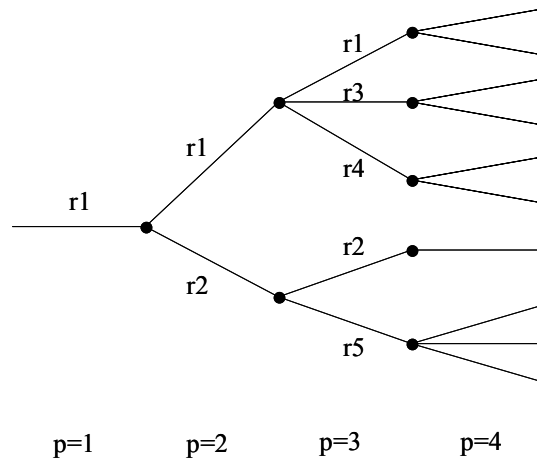


Figura A.1 Ejemplo de árbol de escenarios con cuatro periodos

En el árbol de la Figura A.1 se cumple, por ejemplo,  $R(p_3)=\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$  y  $a(p_3, r_5)=r_2$ .

El número de semanas de un periodo  $p$  se puede calcular como el cociente entre la duración del periodo y  $\Lambda$ .

$$n_p = \frac{\sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B l_{psb}}{\Lambda} \quad \text{Ecuación A.1}$$

Adicionalmente, en la formulación del modelo se ha utilizado una tasa de descuento al tomar en consideración los diferentes términos de la función objetivo. Esta tasa será de poca importancia para el análisis de la operación en sistemas con tipos de interés moderados cuando el horizonte temporal sea reducido.

$D_p$  Tasa de descuento acumulada en el periodo  $p$  [p.u.]

### A.1.3. Modelado de los grupos y centrales térmicas

Un grupo térmico  $t$  está modelado mediante los siguientes parámetros técnicos y económicos:

$\bar{P}_t$  Potencia máxima [MW]

$\underline{P}_t$  Potencia de mínimo técnico [MW]

$\sigma_t$  Coste de vacío [k€/h]

$\delta_{tp}$  Coste variable en el periodo  $p$  [k€/MWh]

$U_t$	Coste de arranque [k€]
$\kappa_t$	Coste de parada [k€]
$q_{tpr}$	Coefficiente de disponibilidad en el periodo $p$ y rama $r$ [p.u.]

Este último coeficiente se considera de manera global, teniendo en cuenta tanto indisponibilidades programadas (mantenimientos de los grupos), como indisponibilidades fortuitas<sup>1</sup>.

Además de los anteriores, son necesarios los siguientes parámetros para la representación de las restricciones a las que pueden estar sometidos los grupos o las centrales térmicas.

$Z_{tp}$	Energía mínima que debe producir el grupo $t$ en el periodo $p$ [MWh]
$\underline{H}_t$	Producción mínima del grupo $t$ a lo largo de todo el horizonte temporal [MWh]
$\overline{H}_t$	Producción máxima del grupo $t$ a lo largo de todo el horizonte temporal [MWh]
$\underline{N}_c$	Producción mínima de la central $c$ a lo largo de todo el horizonte temporal [MWh]
$\overline{N}_c$	Producción máxima de la central $c$ a lo largo de todo el horizonte temporal [MWh]

Por último, se ha considerado que las centrales pueden tener incentivada la utilización de su combustible hasta cierto cupo de producción. Esto supone que, mientras la producción de la central no supere el cupo, toda su producción está incentivada. Si la producción supera el cupo, sólo se incentiva el cupo correspondiente. Para una central  $c$ , los cupos incentivados se representan mediante dos parámetros:

$Q_c$	Cupo de producción incentivada [MWh]
$\gamma_c$	Incentivo asignado hasta dicho cupo [k€/MWh]

#### A.1.4. Modelado de los grupos hidráulicos

Tal y como se ha desarrollado en el Capítulo 3, los subsistemas hidráulicos se representan mediante un equivalente energético como el que se representa en la Figura A.2.

---

<sup>1</sup> En los trabajos de medio y largo plazo es muy común representar las indisponibilidades fortuitas como un coeficiente que afecta a todo el horizonte temporal. Es decir, si históricamente un grupo tiene una indisponibilidad por fallo del 8%, a dicho grupo se le supone un coeficiente de disponibilidad del 92% a lo largo de todo el horizonte temporal.

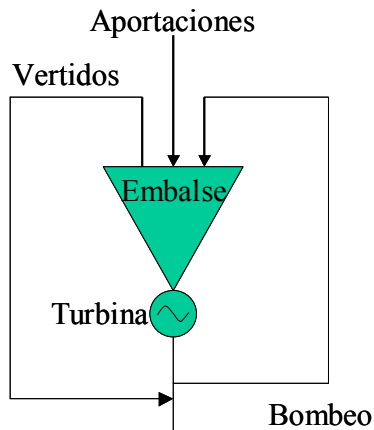


Figura A.2 Representación de los subsistemas hidráulicos

Los parámetros técnicos que caracterizan a un grupo hidráulico  $h$  son:

$U_h$	Término constante de la relación potencia máxima-reserva [MW]
$V_h$	Término lineal de la relación potencia máxima-reserva [MW/MWh]
$\bar{R}_{hpr}$	Reserva máxima en el periodo $p$ y rama $r$ [MWh]
$\underline{R}_{hpr}$	Reserva mínima en el periodo $p$ y rama $r$ [MWh]
$\bar{B}_{hpr}$	Potencia máxima de bombeo en el periodo $p$ y rama $r$ [MW]
$\rho_h$	Rendimiento completo del ciclo turbinación-bombeo [p.u.]

Por otro lado, los parámetros que definen el equivalente energético del grupo  $h$  son:

$r_{h0r}$	Reservas al inicio del primer periodo [MWh]
$r_{fir}$	Reservas finales en la rama $r$ [MWh]
$f_{hprsb}$	Potencia fluyente en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$A_{hpr}$	Aportaciones modulables recibidas en el periodo $p$ y rama $r$ [MWh]
$G_{hpr}$	Producción mínima obligada en el periodo $p$ y rama $r$ [MWh]
$EV_h$	Conjunto de subsistemas que se encuentra inmediatamente por encima del grupo
$\mathcal{E}_h$	Rendimiento de aportaciones al subsistema inferior [p.u.]

Un subsistema puede tener varios subsistemas inmediatamente por encima de él. Por ejemplo, en la Figura A.3,  $EV_{h3}=\{h1,h2\}$ . En cambio, se ha considerado que un subsistema sólo puede tener a otro inmediatamente aguas abajo. Es decir, un

subsistema no puede ceder agua a varios subsistemas aguas abajo, únicamente a uno. Además, no se permiten trasvases entre diferentes subsistemas.

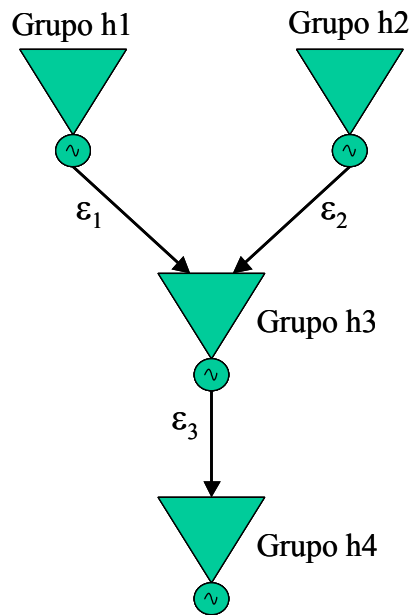


Figura A.3 Ejemplo de topología hidráulica

### A.1.5. Modelado de la demanda

La demanda se considera, en un caso general, como una función lineal del precio, por lo que queda determinada por su ordenada en el origen y su pendiente:

$D_{prsb}^0$  Ordenada en el origen de la potencia demandada en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$  [MW]

$\alpha_{prsb}$  Pendiente de la potencia demandada en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$  [MW<sup>2</sup>/k€]

Por otro lado, el modelado propuesto permite la existencia de energía no suministrada, a la que hay que valorar con un coste:

CX Coste de la energía no suministrada [k€/MWh]

### A.1.6. Modelado de las empresas

Tal y como se ha desarrollado a lo largo de la tesis, para una empresa  $e$  se supone conocida la variación que experimenta el precio al variar su producción:

$\theta_{eprsb}$  Variación conjetural del precio del sistema respecto a la producción de la empresa en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$  [MW<sup>2</sup>/k€]

Por otro lado, cada empresa puede firmar dos tipos de contratos: físicos bilaterales, que tienen que ser proporcionados físicamente por la empresa, y financieros por diferencias.

$\lambda b_{eprsb}$	Precio de los contratos bilaterales firmados por la empresa en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [k€/MWh]
$Pb_{eprsb}$	Potencia bilateral contratada por la empresa en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$\lambda c_{eprsb}$	Precio de los contratos por diferencias firmados por la empresa en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [k€/MWh]
$Pc_{eprsb}$	Potencia contratada por diferencias por la empresa en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]

Finalmente, las empresas están sujetas a restricciones de cuota mínima, que se formulan mediante una producción mínima, tal y como se verá en el apartado A.3.3.

$K_e$	Cuota mínima de la empresa a lo largo del horizonte temporal [p.u.]
$O_e$	Producción mínima de la empresa a lo largo del horizonte temporal para cumplir la restricción de cuota [MWh]

### A.1.7. Modelado de los agentes marginalistas

Los agentes marginalistas son tomadores de precio para los que no se detallan los grupos y costes de producción. Un agente marginalista  $m$  viene representado por los siguientes parámetros:

$\overline{pm}_{mprsb}$	Generación ofertada en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$\lambda m_{mprsb}$	Precio de generación ofertado en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [k€/MWh]
$\overline{dm}_{mprsb}$	Demanda ofertada en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$\lambda d_{mprsb}$	Precio de demanda ofertado en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [k€/MWh]

## A.2. Variables de decisión

En este apartado se recogen las **variables de decisión** que son fijadas por el problema de optimización.



$p_{tprsb}$	Potencia térmica producida por el grupo $t$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$p_{tprsb}$	Potencia acoplada por encima del mínimo técnico para el grupo $t$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$y_{tprs}$	Decisión de arranque del grupo $t$ en el periodo $p$ , rama $r$ al principio del subperiodo $s$ [0,1]
$z_{tprs}$	Decisión de parada del grupo $t$ en el periodo $p$ , rama $r$ al principio del subperiodo $s$ [0,1]
$y_{ptpr}$	Decisión de arranque del grupo $t$ al principio del periodo $p$ en la rama $r$ [0,1]
$z_{ptpr}$	Decisión de parada del grupo $t$ al principio del periodo $p$ en la rama $r$ [0,1]
$u_{tprs}$	Estado arrancado o parado del grupo $t$ durante el periodo $p$ , rama $r$ y subperiodo $s$ [0,1]
$ph_{hprsb}$	Potencia hidráulica turbinada por el subsistema $h$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$be_{hprsb}$	Potencia bombeada por un subsistema $h$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$ve_{hpr}$	Energía vertida por el subsistema $h$ en el periodo $p$ y rama $r$ [MWh]
$rh_{hpr}$	Reservas del subsistema $h$ al final del periodo $p$ en la rama $r$ [MWh]
$d_{prsb}$	Potencia demandada por el mercado en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ . No incluye los contratos bilaterales [MW]
$x_{prsb}$	Potencia no suministrada en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$pm_{mprsb}$	Potencia de generación aceptada a un agente marginalista $m$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$dm_{mprsb}$	Demanda aceptada a un agente marginalista $m$ en el periodo $p$ , rama $r$ , subperiodo $s$ y bloque $b$ [MW]
$ecr$	Energía total producida por la central $c$ por debajo del cupo en la rama $r$ [MWh]

Para facilitar la formulación, se han introducido una serie de variables que representan las producciones acumuladas de los grupos térmicos y de los subsistemas hidráulicos. Para un periodo y rama dados, se trata de la energía

que se produce en dicho periodo y rama, sumada a la producida en todas sus antecesoras.

$pta_{tpr}$  Producción térmica acumulada producida por el grupo  $t$  hasta el periodo  $p$  y rama  $r$  [MWh]

$pha_{hpr}$  Producción hidráulica acumulada turbinada por el grupo  $h$  hasta el periodo  $p$  y rama  $r$  [MWh]

### A.3. Restricciones consideradas en el modelo

En este apartado se formulan todas las **restricciones** utilizadas en el problema de optimización. Las restricciones se han dividido según el horizonte temporal que abarcan: restricciones que afectan por separado a cada bloque de carga, restricciones que afectan por separado a cada periodo, y restricciones que acoplan variables de decisión de distintos periodos.

#### A.3.1. Restricciones que afectan a un único bloque de carga

- Balance de potencia entre generación y demanda del sistema en cada nivel de carga:

$$\sum_{t=1}^T pt_{tprsb} + \sum_{h=1}^H ph_{hprsb} + \sum_{m=1}^M pm_{mprsb} = D_{prsb} + \sum_{e=1}^E Pb_{eprsb} + \sum_{h=1}^H be_{hprsb} + \sum_{m=1}^M dm_{mprsb} + x_{prsb}$$

Ecuación A.2

- Definición de potencia de cada grupo en función del mínimo técnico y de la potencia acoplada por encima del mínimo técnico:

$$pt_{tprsb} = \underline{P}_t \cdot u_{tprs} \cdot q_{tpr} + p_{tprsb}$$

Ecuación A.3

- Límite superior de la potencia acoplada por encima del mínimo técnico:

$$p_{tprsb} \leq (\bar{P}_t - \underline{P}_t) \cdot u_{tprs} \cdot q_{tpr}$$

Ecuación A.4

- Potencia máxima de turbinación de los grupos hidráulicos. Esta potencia máxima se considera una función lineal del nivel de reservas (expresado en unidades de energía):

$$ph_{hprsb} \leq U_h + V_h \cdot rh_{hpr}$$

Ecuación A.5

- Potencia máxima de bombeo de los grupos hidráulicos:

$$be_{hprsb} \leq \bar{B}_{hpr}$$

Ecuación A.6

- Potencia máxima generada por los agentes marginalistas de venta, que coincide con la oferta que han presentado:

$$pm_{mprsb} \leq \overline{pm}_{mprsb} \quad \text{Ecuación A.7}$$

- Demanda máxima suministrada a los agentes marginalistas de compra, que coincide con la oferta que han presentado:

$$dm_{mprsb} \leq \overline{dm}_{mprsb} \quad \text{Ecuación A.8}$$

### A.3.2. Restricciones que acoplan a los niveles de carga de un periodo

- Consideración de niveles mínimos de producción de los grupos térmicos a lo largo de cada periodo:

$$\sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [pt_{iprsb} \cdot l_{psb}] \geq Z_{ip} \quad \text{Ecuación A.9}$$

- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre subperiodos pertenecientes al mismo periodo:

$$y_{iprs} - z_{iprs} = u_{iprs} - u_{ipr,s-1} \quad \text{para } s > 1 \quad \text{Ecuación A.10}$$

- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre el último subperiodo de un periodo y el primero del mismo periodo. Esta restricción se plantea, únicamente, si el número de semanas de un periodo es mayor que 1:

$$y_{iprs} - z_{iprs} = u_{iprs} - u_{iprS} \quad \text{para } s=1, \text{ si } n_p > 1 \quad \text{Ecuación A.11}$$

### A.3.3. Restricciones que acoplan diferentes periodos

- Gestión hidráulica a lo largo del horizonte de ejecución. En primer lugar se plantea la restricción que asegura que, en cada periodo de tiempo, la variación del nivel de los embalses está relacionada con los entrantes en un sistema hidráulico (aportaciones, bombeo propio, y producciones y vertidos de sistemas superiores), y los salientes (producciones y vertidos). También se han incluido los niveles mínimos y máximos de reservas de los embalses, así como el nivel final de reservas exigido al concluir el horizonte de estudio. Por último, se ha incluido una restricción de producción mínima por periodo y grupo hidráulico para reflejar que, en ocasiones, una parte de la

energía modulable no puede ser gestionada entre periodos (por ejemplo, debido a caudales mínimos ecológicos o por riesgo):

$$\begin{aligned}
rh_{hpr} - rh_{h,p-l,a(p,r)} &= A_{hpr} + \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [be_{hprsb} \cdot \rho_h \cdot l_{psb}] + \\
&+ \sum_{h' \in EV_h} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [\varepsilon_{h'} \cdot ((ph_{h'prsb} - \rho_{h'} \cdot be_{h'prsb}) \cdot l_{psb} + ve_{h'pr})] \\
&- \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [ph_{hprsb} \cdot l_{psb}] - ve_{hpr}
\end{aligned} \tag{Ecuación A.12}$$

$$\underline{R}_{hpr} \leq rh_{hpr} \leq \bar{R}_{hpr} \tag{Ecuación A.13}$$

$$rh_{hpr} = rf_{hr} \tag{Ecuación A.14}$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [ph_{hprsb} \cdot l_{psb}] \geq G_{hpr} \tag{Ecuación A.15}$$

- Relación entre arranques, acoplamientos y paradas de grupos térmicos entre periodos consecutivos:

$$yp_{tpr} - zp_{tpr} = u_{tprs} - u_{t,a(p,r),rS} \quad \text{para } s=1 \tag{Ecuación A.16}$$

- Definición de producción acumulada de los grupos térmicos e hidráulicos:

$$pta_{tpr} = pta_{t,p-l,a(p,r)} + \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [pt_{tprsb} \cdot l_{psb}] \tag{Ecuación A.17}$$

$$pha_{hpr} = pha_{h,p-l,a(p,r)} + \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [ph_{hprsb} \cdot l_{psb}] \tag{Ecuación A.18}$$

- Límite superior de la producción incentivada de las centrales debido a bonificaciones por la utilización de su combustible. Esta producción está limitada, por un lado, por el cupo incentivado de combustible y, por otro, por la producción total de la central:

$$ec_{cr} \leq Q_c \tag{Ecuación A.19}$$

$$ec_{cr} \leq \sum_{t \in C} pta_{tpr} \tag{Ecuación A.20}$$

- Consideración de niveles mínimos y máximos de producción de los grupos térmicos a lo largo de todo el horizonte temporal:

$$\underline{H}_t \leq pta_{tPr} \leq \overline{H}_t \quad \text{Ecuación A.21}$$

- Consideración de niveles mínimos y máximos de producción de las centrales térmicas a lo largo de todo el horizonte temporal:

$$\underline{N}_c \leq \sum_{t \in c} pta_{tPr} \leq \overline{N}_c \quad \text{Ecuación A.22}$$

- Obligación de una cuota (o producción) mínima para algunas de las empresas participantes en el mercado. Tal y como se ha desarrollado en el Capítulo 3, estas restricciones se incorporan en el modelo de manera general mediante una producción mínima por empresa que se va actualizando en cada iteración.

$$\sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{psb} \cdot I_{psb}] \geq O_e \quad \text{Ecuación A.23}$$

La producción mínima por empresa se actualiza en cada iteración a partir de las producciones  $P_{psb}^*$  obtenidas en la anterior iteración, según la ecuación:

$$O_e = K_e \cdot \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B [P_{psb}^* \cdot I_{psb}] \quad \text{Ecuación A.24}$$

## A.4. Función objetivo

En este apartado se incluye la **función objetivo** utilizada en el modelo de optimización. Esta función objetivo representa, tal y como se ha justificado en el Capítulo 3 y el Capítulo 5, la esperanza matemática de una serie de términos. Dos de dichos términos contienen variables al cuadrado, por lo que en el apartado también se incluyen las restricciones que se utilizan para convertir la función objetivo para su utilización en un problema de optimización lineal.

### A.4.1. Términos de la función objetivo

Seguidamente, se detalla la formulación de los ocho términos utilizados, todos ellos expresados en k€.

- Coste esperado de arranques y paradas. Este término incluye los costes de arranques y paradas realizados de un periodo a otro, y de los realizados entre subperiodos de un mismo periodo (en este caso, teniendo en cuenta el número de semanas de cada periodo):

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot (u_t \cdot y_{tpr} + \kappa_t \cdot z_{tpr}) \right] + \\
& + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=2}^S \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot n_p \cdot (u_t \cdot y_{tprs} + \kappa_t \cdot z_{tprs}) \right] + \\
& + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot \max\{n_p - 1, 0\} \cdot (u_t \cdot y_{tpr1} + \kappa_t \cdot z_{tpr1}) \right]
\end{aligned} \tag{Ecuación A.25}$$

- Costes de vacío esperados:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot \sigma_t \cdot u_{tprs} \cdot \sum_{b=1}^B l_{psb} \right] \tag{Ecuación A.26}$$

- Costes variables esperados:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot \delta_{tp} \cdot \sum_{b=1}^B [p_{tprs} \cdot l_{psb}] \right] \tag{Ecuación A.27}$$

- Bonificación esperada por cupos de combustibles incentivados:

$$\sum_{c=1}^C \sum_{r=1}^{R(p)} \left[ \frac{w_{pr}}{1+D_p} \cdot \gamma_c \cdot ec_{cr} \right] \tag{Ecuación A.28}$$

- Ingresos y costes esperados debidos a los agentes marginalistas de venta y de compra:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1+D_p} \cdot (pm_{mprsb} \cdot \lambda m_{mpsb} - dm_{mprsb} \cdot \lambda d_{mpsb}) \right] \tag{Ecuación A.29}$$

- Término cuadrático del coste ampliado esperado:

$$\sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1+D_p} \cdot \theta_{eprsb} \cdot \frac{(pe_{eprsb} - Pc_{eprsb})^2}{2} \right] \tag{Ecuación A.30}$$

En esta expresión,  $pe_{eprsb}$  es la potencia de la empresa  $e$  que está sujeta a precio de mercado en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$ . Es decir, toda su producción excepto la que tiene comprometida en contratos físicos bilaterales:

$$pe_{eprsb} = \sum_{t \in e} pt_{tprsb} + \sum_{h \in e} [ph_{hprsb} - be_{hprsb}] - Pb_{eprsb} \quad \text{Ecuación A.31}$$

El término cuadrático del coste ampliado también se puede escribir desarrollando el término al cuadrado y eliminando la parte correspondiente a la potencia de los contratos financieros al cuadrado (dado que este término es constante, se puede eliminar del problema de minimización):

$$\sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1 + D_p} \cdot \theta_{eprsb} \cdot \left( \frac{pe_{eprsb}^2}{2} - pe_{eprsb} \cdot Pc_{epsb} \right) \right] \quad \text{Ecuación A.32}$$

- Valor esperado de la disutilidad de la demanda:

$$- \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1 + D_p} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{0prsb}} \cdot \left( d_{prsb} \cdot D_{prsb}^0 - \frac{d_{prsb}^2}{2} \right) \right) \right] \quad \text{Ecuación A.33}$$

- Coste esperado de la energía no suministrada:

$$\sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1 + D_p} \cdot CX \cdot x_{prsb} \right] \quad \text{Ecuación A.34}$$

#### A.4.2. Función objetivo lineal

Dos de los términos anteriormente desarrollados contienen variables al cuadrado. Para utilizar las potentes técnicas y herramientas comerciales de programación lineal, se introducen dos nuevas variables que sustituyen a los valores al cuadrado, de modo que se van aproximando de manera iterativa las variables al cuadrado hasta que se obtiene la solución del problema cuadrático.

Se consigue añadiendo nuevas variables de decisión que se igualan al cuadrado de las variables que aparecen en la función objetivo y sustituyéndolas por estas.

$pe2_{eprsb}$       Cuadrado de la potencia sujeta a precio de mercado de la empresa  $e$  en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$  [MW<sup>2</sup>]

$d2_{prsb}$       Cuadrado de la demanda en el periodo  $p$ , rama  $r$ , subperiodo  $s$  y bloque  $b$  [MW<sup>2</sup>]

De este modo, los nuevos términos de la función objetivo resultan:

$$\sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1 + D_p} \cdot \theta_{eprsb} \cdot \left( \frac{pe2_{eprsb}}{2} - pe_{eprsb} \cdot Pc_{epsb} \right) \right] \quad \text{Ecuación A.35}$$

$$-\sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{R(p)} \sum_{s=1}^S \sum_{b=1}^B \left[ \frac{w_{pr} \cdot l_{psb}}{1+D_p} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{0prsb}} \cdot \left( d_{prsb} \cdot D_{prsb}^0 - \frac{d_{prsb}^2}{2} \right) \right) \right] \quad \text{Ecuación A.36}$$

Para que estas nuevas variables  $pe_2$  y  $d_2$  representen realmente el cuadrado de las correspondientes  $pe$  y  $d$ , es necesario añadir una serie de restricciones que introducen tramos lineales tangentes a dichos cuadrados, como se muestra en la Figura A.4.

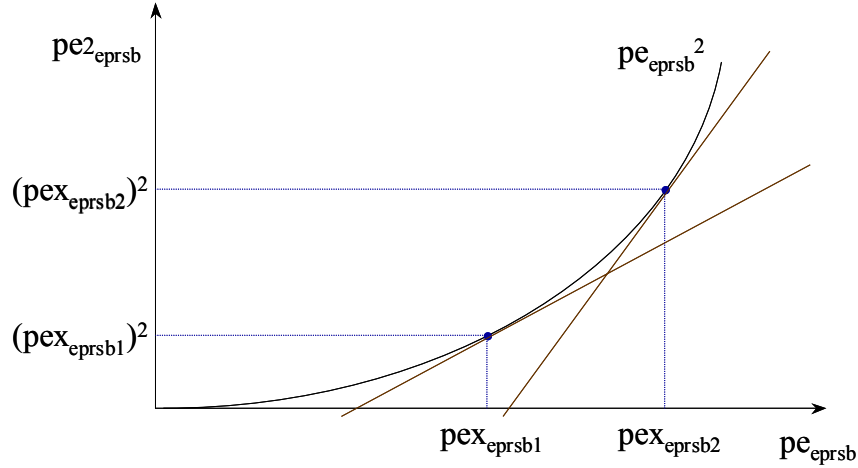


Figura A.4 Linealización de las funciones cuadráticas

Los valores de  $pex_{eprsbj}$  son aquéllos en los que se colocan los tramos de linealización (indicados por el subíndice  $j$ ). En principio, se añaden una serie de tramos en el lugar en el que se estima que va a situarse el valor de  $pe_{eprsb}$ . Una vez resuelto el problema, se añade un nuevo tramo en el valor real que ha tomado la producción de cada empresa. Así, se introducen nuevas restricciones en el modelo para linealizar cada término cuadrático. Dado que las producciones al cuadrado están penalizadas en la función objetivo, el valor de  $pe_{eprsb}$  siempre va a estar en una de las rectas utilizadas y, si se añaden suficientes tramos de linealización, tan próxima como se desee al cuadrado de  $pe_{eprsb}$ .

La linealización del término al cuadrado de la demanda se realiza de modo análogo al descrito, por lo que las restricciones que hay que añadir son:

$$pe_{eprsb}^2 \geq -pex_{eprsbj}^2 + 2 \cdot pex_{eprsbj} \cdot pe_{eprsb} \quad \text{Ecuación A.37}$$

$$d_{prsb}^2 \geq -dx_{prsbj}^2 + 2 \cdot dx_{prsbj} \cdot d_{prsb} \quad \text{Ecuación A.38}$$

Siendo  $dx_{prsbj}$  los valores de demanda en los que se colocan los tramos de linealización.



De este modo, se realiza un proceso iterativo que finaliza cuando el error cometido en las aproximaciones sea despreciable. En cada bloque de carga se ha definido un error relativo  $\varepsilon_{eprsb}^P$  en la potencia generada por empresa, y un error relativo  $\varepsilon_{prsb}^D$  en la demanda:

$$\varepsilon_{eprsb}^P = \frac{\sqrt{pe_{eprsb}^2 - pe_{eprsb}}}{pe_{eprsb}} \quad \text{Ecuación A.39}$$

$$\varepsilon_{prsb}^D = \frac{\sqrt{d_{prsb}^2 - d_{prsb}}}{d_{prsb}} \quad \text{Ecuación A.40}$$

Estos dos errores permiten controlar la convergencia, de modo que se van añadiendo tramos de linealización en aquellos bloques de carga en los que el error relativo supere una cierta tolerancia (por ejemplo,  $0.01\%$ ). La práctica indica que, con la utilización de 3 tramos iniciales y la realización de entre 10 y 15 iteraciones se consigue un error despreciable (del orden de  $10^{-2}$  € en la función objetivo) en casos de gran tamaño.

## A.5. Conclusiones

En este anexo se ha realizado la formulación matemática general del modelo de equilibrio de mercado propuesto en la tesis. En primer lugar, se han descrito en detalle los parámetros que caracterizan al sistema, así como las variables de decisión utilizadas. Seguidamente, se han formulado todas las restricciones utilizadas y, por último, los diferentes términos de los que consta la función objetivo.