



FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Cálculo
Código	DMA-GITT-102
Título	Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación por la Universidad Pontificia Comillas [GITT 25]
Impartido en	Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación [Primer Curso] Grado en Ing. en Tecnologías de Telecom. y Grado en Análisis de Negocios/Bachelor in Busi. Analytics [Primer Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Anual
Créditos	12,0 ECTS
Carácter	Básico
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Javier Rodrigo Hitos

Datos del profesorado	
Profesor	
Nombre	Iván Jiménez Sánchez
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Correo electrónico	ijimenez@icai.comillas.edu
Profesores de laboratorio	
Profesor	
Nombre	Alfonso Andrés Lafuente
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] 2377
Correo electrónico	aandres@icai.comillas.edu
Profesor	
Nombre	Alicia Castellano García
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] 2377
Correo electrónico	acastellano@icai.comillas.edu



DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura

Aportación al perfil profesional de la titulación

El principal objetivo de esta asignatura es aportar al perfil profesional del graduado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y del graduado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y Análisis de Negocios/Business Analytics los siguientes conocimientos, destrezas, habilidades y capacidades:

1. Adquirir habilidad y soltura en el manejo de las herramientas básicas del cálculo diferencial e integral de una variable.
2. Tener la capacidad de modelar y resolver en términos del cálculo diferencial e integral de una variable, fenómenos de la ciencia y situaciones de la vida real.
3. Conocer y saber aplicar con suficiente fluidez, las principales técnicas de resolución aproximada de ecuaciones no lineales.
4. Manejar con habilidad y soltura las nuevas tecnologías en el cálculo diferencial e integral de una variable para resolver problemas adaptados a la vida real.
5. Conocer los principales resultados teórico-prácticos del cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables, así como sus aplicaciones en la ciencia y en la ingeniería.
6. Realizar con habilidad y soltura las diferentes operaciones propias del cálculo diferencial e integral de varias variables.
7. Tener la capacidad de modelar y resolver problemas reales utilizando herramientas del cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables.
8. Manejar con habilidad y soltura las nuevas tecnologías en el cálculo diferencial e integral de varias variables para resolver problemas adaptados a la vida real.

Prerrequisitos

Se presuponen conocimientos matemáticos de los estudios de Bachillerato, en particular:

1. Cálculo de dominios de funciones.
2. Resolución de ecuaciones e inecuaciones.
3. Manejo de las funciones elementales y sus propiedades.
4. Números complejos.
5. Cálculo de derivadas.
6. Cálculo de primitivas.
7. Geometría analítica del plano y del espacio.

Resultados del proceso de formación y aprendizaje

Conocimientos o contenidos

CON01	Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y tecnologías, así como que dote de gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
--------------	---

Competencias

CPT03	Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas, comprendiendo la responsabilidad ética y profesional de la actividad del ingeniero técnico de telecomunicación.
--------------	--



CPT09	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.
--------------	---

BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos
CÁLCULO EN UNA VARIABLE
Tema 1: LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES DE VARIABLE REAL
Límite de una función en un punto. Límites infinitos. Asíntotas de una función. Límites laterales. Propiedades de los límites. Infinitésimos. Infinitos. Continuidad de una función en un punto. Continuidad de una función en un conjunto. Teoremas de Bolzano, Darboux y Weierstrass. Cálculo aproximado de raíces: método de la bisección.
Tema 2: CÁLCULO DIFERENCIAL DE UNA VARIABLE
Derivada de una función en un punto. Recta tangente y normal a la gráfica de una función. Derivadas laterales. Función derivada. Derivadas sucesivas. Diferencial de una función en un punto. Función derivable en un conjunto. Teoremas de Rolle, Lagrange y Cauchy. Regla de L'Hopital. Polinomios de Taylor. Fórmula de Taylor y aplicaciones. Crecimiento y decrecimiento de una función. Extremos relativos y absolutos de una función. Caracterización de los extremos relativos de una función. Cálculo de extremos en intervalos cerrados. Problemas de optimización. Concavidad y convexidad de una función. Puntos de inflexión. Cálculo aproximado de raíces: métodos de Newton y del punto fijo.
Tema 3: CÁLCULO INTEGRAL DE UNA VARIABLE
Definición y propiedades de la integral definida. Teorema del valor medio. Promedio integral. Teorema fundamental del Cálculo. Regla de Barrow. Funciones definidas mediante integrales. Cambio de variable en la integral definida. Integrales impropias de primera, segunda y tercera especie. Funciones Γ y B de Euler. Aplicaciones de la integral: cálculo de áreas, longitudes y volúmenes.
Tema 4: SUCESIONES DE NÚMEROS REALES
Definición de sucesión. Término general de una sucesión. Límite de una sucesión. Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes. Subsucesiones. Sucesiones monótonas y acotadas. Propiedades de los límites de sucesiones. Regla del Sandwich. Sucesiones equivalentes. Infinitos. Criterio de Stolz.
Tema 5: SERIES DE NÚMEROS REALES
Definición y carácter de una serie. Series geométricas y armónicas. Series de términos positivos. Criterios de convergencia. Series alternadas. Series de términos arbitrarios. Suma de series: series geométricas, telescópicas y aritmético-geométricas. Suma aproximada de series.
Tema 6: INTERPOLACIÓN
Polinomio interpolador de Lagrange. Fórmula de las diferencias divididas de Newton. Interpolación lineal a trozos. Interpolación de Hermite. Interpolación con Splines.
CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES
Tema 7: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. LÍMITES Y CONTINUIDAD



Primeras nociones sobre funciones de varias variables. Representaciones gráficas. Curvas y superficies de nivel. Límites de funciones escalares: Definiciones y propiedades. Límites de funciones vectoriales. Infinitésimos. Continuidad de funciones de varias variables.

Tema 8: DERIVADAS PARCIALES Y DIRECCIONALES. FUNCIONES DIFERENCIABLES

Derivadas parciales y direccionales de funciones escalares. Función derivada parcial. Derivadas parciales sucesivas. Diferenciabilidad de funciones escalares. Plano tangente. Vector gradiente y propiedades. Diferenciabilidad de funciones vectoriales. Matriz jacobiana.

Tema 9: FUNCIONES COMPUESTAS, IMPLÍCITAS E INVERSAS

Funciones compuestas. Diferenciación y matriz jacobiana de la función compuesta. Árboles de dependencia. Existencia y diferenciabilidad de funciones implícitas. Derivadas parciales de funciones definidas de forma implícita. Existencia y diferenciabilidad de funciones inversas. Matriz jacobiana de la función inversa.

Tema 10: EXTREMOS DE UNA FUNCIÓN ESCALAR

Extremos relativos y absolutos de una función escalar. Condiciones necesarias y suficientes de extremo relativo. Matriz hessiana. Extremos condicionados. Método de los multiplicadores de Lagrange. Extremos absolutos de una función escalar en un conjunto compacto.

Tema 11: INTEGRALES DOBLES Y TRIPLES

Integral doble: definición y propiedades. Integrales iteradas. Teorema de Fubini. Área de una región plana. Promedio integral. Simetrías en la integral doble. Cambios de variable en integrales dobles. Integral triple: definición y propiedades. Integrales iteradas. Teorema de Fubini. Volumen de un cuerpo sólido. Promedio integral. Simetrías en la integral triple. Cambios de variable en integrales triples.

Tema 12: INTEGRAL DE LÍNEA

Integral de trayectoria. Definición y propiedades de la integral de línea. Circulación de un campo vectorial. Función potencial de un campo vectorial. Campos conservativos. Teorema de Green.

Tema 13: INTEGRAL DE SUPERFICIE

Integral de superficie: Definición y propiedades. Área de una superficie. Flujo de un campo vectorial a través de una superficie. Teorema de Stokes. Teorema de la divergencia de Gauss-Ostrogradski.

Tema 14: APLICACIONES DE LA INTEGRAL

Cálculo de centros de masa. Cálculo de momentos de inercia.

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura

Con el fin de conseguir el desarrollo de competencias propuesto, la materia se desarrollará teniendo en cuenta la actividad del alumno como factor prioritario. Ello implicará que tanto las sesiones presenciales como las no presenciales promoverán la implicación activa de los alumnos en las actividades de aprendizaje.



Metodología Presencial: Actividades

- 1. Clase magistral y presentaciones generales** (52 horas; 100% presencial): El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema.
- 2. Resolución en clase de problemas propuestos** (60 horas; 100% presencial, incluidas las horas dedicadas a pruebas cortas de evaluación continua y exámenes intercuatrimestrales). En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno.
- 3. Prácticas con ordenador** (8 horas; 100% presencial, incluidas las horas dedicadas a los controles de prácticas). Se realizarán en grupos reducidos. En ellas los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos con ayuda del software MATLAB.

Metodología No presencial: Actividades

El objetivo principal del trabajo no presencial es que el alumno comprenda los conceptos teóricos y domine la aplicación de procedimientos, rutinas y metodologías de los diferentes temas de la asignatura, llegando a ser capaz, por sí solo, de poner en práctica estos conocimientos, destrezas y habilidades en la resolución de los diferentes problemas planteados. Las principales actividades no presenciales a realizar serán:

- 1. Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos por parte del alumno** (92 horas; 0% presencial, incluidas horas de tutoría y las necesarias para la realización de la actividad *Quiz, desafío Cálculo*): El alumno debe realizar un trabajo personal posterior a las clases teóricas para comprender e interiorizar los conocimientos aportados en la materia.
- 2. Resolución de problemas prácticos** (140 horas; 0% presencial, incluyendo horas de preparación de exámenes y pruebas cortas de seguimiento y horas de tutoría): El alumno, una vez estudiados los conceptos teóricos, debe ponerlos en práctica para resolver los problemas que se le plantean. Se aconseja la resolución de los problemas propuestos en grupos, para conseguir un mayor aporte de ideas y potenciar la capacidad de trabajo en equipo. Pasado un cierto tiempo desde su planteamiento, los alumnos dispondrán de la solución de dichos problemas, pudiendo pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) para aclaración de dudas.
- 3. Resolución de problemas con ordenador** (8 horas; 0% presencial, incluyendo las horas de preparación de los controles de prácticas). El alumno, una vez realizada cada práctica con ordenador, en clase y guiada por el profesor, deberá poner en práctica los conocimientos adquiridos para resolver con ordenador otros problemas similares a los ya desarrollados. Al igual que en el apartado anterior, se aconseja la realización por grupos de las prácticas con ordenador propuestas.

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES
AF01. Clase magistral y presentaciones generales
52.00
HORAS NO PRESENCIALES
CRÉDITOS ECTS: 12,0 (52,00 horas)



EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
Exámenes de carácter teórico-práctico: - Exámenes Intercuatrimestrales (25%) - Exámenes Parciales y/o Final (60%) Nota: Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4 puntos en el examen parcial/final de la asignatura y haber superado los test sobre conceptos básicos incluidos en la actividad <i>Quiz, desafío Cálculo</i>.	- Comprensión de conceptos. - Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. - Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas. - Presentación y comunicación escrita.	85
Evaluación continua del rendimiento: Pruebas cortas de evaluación continua	- Comprensión de conceptos. - Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. - Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas. - Presentación y comunicación escrita.	10



Evaluación del trabajo experimental: • Pruebas de evaluación del trabajo experimental (controles de prácticas con MATLAB) Notas: • Se realizará un control de prácticas por cuatrimestre. • El control de prácticas de cada cuatrimestre será considerado una prueba corta más de evaluación continua. Por ello, en cada cuatrimestre, el peso conjunto en el sistema de evaluación de la asignatura de las pruebas cortas de evaluación continua y de la prueba de evaluación del trabajo experimental será de un 15%.	• Comprensión de conceptos. • Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. • Dominio en la resolución de problemas con ayuda del ordenador y software específico. • Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en los problemas resueltos con ordenador.	5
---	---	---

Calificaciones

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno a lo largo de cada cuatrimestre, se realizarán **pruebas cortas de seguimiento** (pruebas cortas de evaluación continua y prueba de evaluación del trabajo experimental), en horario de clase, que abarcarán el temario especificado por el profesor de la asignatura. La última prueba corta de seguimiento de cada cuatrimestre consistirá en una prueba práctica con ordenador (**control de prácticas**), cuyo objetivo será evaluar la comprensión del trabajo experimental desarrollado en las sesiones prácticas con ordenador realizadas a lo largo del cuatrimestre. Con estas pruebas cortas de seguimiento el alumno obtendrá a lo largo del cuatrimestre una nota **PC**. Además de las pruebas cortas de seguimiento, en cada cuatrimestre se realizarán una **prueba intercuatrimestral**, a mitad del cuatrimestre, con la que se obtendrá una nota **I**, y un **examen al final del cuatrimestre**, con el que se obtendrá una nota **E**. Además, con el objetivo de afianzar los conceptos básicos de la asignatura, los alumnos realizarán la actividad **Quiz, desafío Cálculo**. Esta actividad consiste en la realización de una serie de cuestionarios de Moodle, sobre conceptos fundamentales necesarios para una buena comprensión de la materia. Para superar cada test los alumnos tendrán que obtener un número determinado de respuestas correctas, que se especificará en el momento en el que vayan a realizar dicho test, y dispondrán de 10 intentos. Se considerará la actividad realizada con éxito cuando se hayan superado todos los test del cuatrimestre. Dado que estos test se centran en el aprendizaje y no en la evaluación de los alumnos, la actividad se presentará como un juego que no tendrá peso en la nota final, pero sí será necesario superarla para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación.

1.- Evaluación del primer cuatrimestre:

La evaluación del primer cuatrimestre se compondrá de tres notas como se indicó anteriormente: **PC1, I1 y E1**.

- **Nota PC1 (sobre 10 puntos):** nota media obtenida por el alumno en todas las pruebas cortas de seguimiento realizadas durante el cuatrimestre (incluido el control de prácticas).
- **Nota I1 (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del primer cuatrimestre.
- **Nota E1 (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen parcial del primer cuatrimestre.



Si la nota **E1** es mayor o igual que **4**, la calificación **S1** del alumno en el primer cuatrimestre será la nota máxima entre

$$C1=Q1*[(0.15*PC1)+(0.25*I1)+(0.60*E1)] \text{ y } F1=0.90*E1$$

siendo **Q1=1**, si se ha superado la actividad *Quiz, desafío Cálculo* y **Q1=0**, si no se ha superado. Si **E1 es menor que 4**, entonces **S1=E1**.

2.- Evaluación en la convocatoria ordinaria:

I) Si la nota **S1** ≥ 4 , el alumno puede optar entre:

a) Obtener en el segundo cuatrimestre una nota **S2**, por un procedimiento análogo a la evaluación del primer cuatrimestre, que será por tanto el máximo entre

$$C2=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*E2)] \text{ y } F2=0.90*E2$$

siendo **Q2** la nota de la actividad *Quiz, desafío Cálculo* del segundo cuatrimestre (**Q2=1** si se ha superado la actividad o **Q2=0** en caso contrario), **PC2** la nota media de las pruebas cortas de seguimiento del segundo cuatrimestre (incluido el control de prácticas con ordenador); **I2** la nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del segundo cuatrimestre y **E2** la nota obtenida en el examen parcial del segundo cuatrimestre, (**S2=E2** si **E2** es menor que **4**). En este caso el examen abarcará únicamente la materia impartida en el segundo cuatrimestre. La asignatura se aprueba si la media aritmética **NS=0.5*(S1+S2)** es mayor o igual que **5** y **S2** ≥ 4 , siendo **NS** la calificación del alumno en la asignatura. En caso contrario, si **NS** < 5 o **S2** < 4 , se suspende la asignatura en la convocatoria ordinaria con calificación **NS** si **NS** < 4 , o **4** si **NS** ≥ 4 .

b) Hacer un examen final que abarcará toda la materia de la asignatura. En este caso la nota final **NF** del alumno en la convocatoria ordinaria será el máximo entre

$$C3=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*EF)] \text{ y } F3=0.90*EF$$

siendo **EF** la nota obtenida en el examen final de la asignatura, siempre que **EF** ≥ 4 . Si **EF** < 4 entonces **NF=EF**.

La asignatura se aprueba si **NF** ≥ 5 , suspendiendo la asignatura en caso contrario.

II) Si la nota **S1** < 4 , el alumno estará obligado a realizar un examen final de la asignatura y la evaluación será análoga a la del punto I) apartado b).

3.- Evaluación en la convocatoria extraordinaria:

Si la nota **EJ** en el examen de dicha convocatoria (que abarcará toda la materia desarrollada en el curso) es menor que **4**, la calificación del alumno será **EJ**. En caso contrario, la calificación del alumno en la convocatoria extraordinaria, será la puntuación máxima entre **EJ** y la nota obtenida al considerar el 40% de la mejor evaluación continua y el 60% de **EJ**, es decir, la mejor de las siguientes notas:

$$J1=Q1*[(0.15*PC1)+(0.25*I1)+(0.60*EJ)]$$

$$J2=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*EJ)]$$

EJ

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si dicha calificación es mayor o igual que **5**.

Normas de la asignatura:

- Los exámenes intercuatrimestrales de la asignatura no liberarán materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (18 faltas de asistencia),



podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).

- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase.

Normas de uso de la IA

- No se permitirá ningún asistente que use algún tipo de Inteligencia Artificial en ninguna prueba evaluable de la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

- García, A., García, F., López, A., Rodríguez, G., Villa, A. de la. Cálculo I: Teoría y problemas de análisis matemático en una variable (3ª edición). CLAG, 2007.
- García, A., López, A., Romero, S., Rodríguez, G., Villa, A. de la. Cálculo II: Teoría y problemas de funciones de varias variables (2ª edición). CLAG, 2006.

Bibliografía Complementaria

- Salas, S., Hille, E., Etgen, G. Calculus, Volumen 1 (4ª edición). Reverté, 2002.
- Larson, R. Cálculo I (9ª edición). McGraw Hill, 2010.
- Burgos, J. Cálculo infinitesimal de una variable (2ª edición). McGraw Hill, 2007.
- Soler Dorda, M. Cálculo I. Síntesis, 2014.
- Marsden, J., Tromba, A. Cálculo vectorial (5ª edición). Addison Wesley, 2004.
- Larson, R., Edwards, B. Cálculo II (9ª edición). McGraw Hill, 2010.
- Burgos, J. Cálculo infinitesimal de varias variables (2ª edición). McGraw Hill, 2008.
- Soler Dorda, M. Cálculo II. Síntesis, 2015.

En cumplimiento de la normativa vigente en materia de **protección de datos de carácter personal**, le informamos y recordamos que puede consultar los aspectos relativos a privacidad y protección de datos [que ha aceptado en su matrícula](#) entrando en esta web y pulsando "descargar"

<https://servicios.upcomillas.es/sedeelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792>