



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

DESARROLLO DE HERRAMIENTAS CUANTITATIVAS DE SOPORTE A LA GESTIÓN DEL ALMACENAMIENTO SUBTERRÁNEO DE GAS NATURAL EN EL MERCADO IBÉRICO

Autor: Paula Pons Forteza

Director: Miguel Adroher Biosca

Madrid

Julio de 2026

Copyright © 2026 Paula Pons Forteza

Esta memoria se ha redactado en $\text{\LaTeX}$ y compilado en la plataforma Overleaf[®] empleando una plantilla proporcionada por Jaime Boal Martín-Larrauri.

Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las figuras han sido elaboradas por el autor usando las herramientas Matlab[®], Inkscape[®], KLatexFormula[®], Microsoft Excel[®] y/o combinación de las mismas. No se ha empleado ninguna herramienta de Inteligencia Artificial Generativa (IAG) en la elaboración de las figuras.

La lista de referencias se ha elaborado mediante la herramienta JabRef[®].

Declaración de originalidad

Declaro bajo mi responsabilidad que el Proyecto presentado con el título **Desarrollo de herramientas cuantitativas de soporte a la gestión del almacenamiento subterráneo de gas natural en el mercado ibérico** en la ETS de Ingeniería – ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el curso académico **2025-2026** es de mi autoría y no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada de otros documentos está debidamente referenciada.

Uso de Inteligencia Artificial¹

Declaro bajo mi responsabilidad que (indicar la opción correcta):

- ☐ No he utilizado Inteligencia Artificial en la elaboración del presente documento.
- ☒ He utilizado Inteligencia Artificial en la elaboración del presente documento y/o del Anexo B siempre en las condiciones permitidas por la Universidad Pontificia Comillas, es decir, aplicando el Nivel 2 de la [Escala de Evaluación de Perkins et al. \(2024\)](#): *“La IA puede utilizarse para actividades previas a la tarea, como la lluvia de ideas, la descripción y la investigación inicial. Este nivel se centra en el uso de la IA para la planificación, las síntesis y la generación de ideas, pero las evaluaciones deben hacer hincapié en la capacidad de desarrollar y refinar estas ideas de forma independiente”*. En concreto, las Inteligencia Artificial ha sido empleada para:

1. Investigación previa: Para descubrir métodos aplicables a problemas específicos de investigación.
2. Constructor de plantillas: Para diseñar formatos específicos para secciones del trabajo.
3. Sintetizador y divulgador de libros complicados: Para resumir y comprender literatura compleja.
4. Traductor: Para traducir textos de un lenguaje a otro.
5. Creación de esquemas visuales que ayuden al entendimiento de la metodología seguida

X

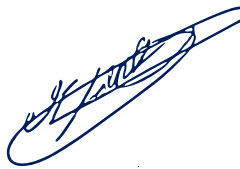
PAULA PONS FORTEZA

Firmado (alumno): Paula Pons Forteza

Fecha: 03/07/2026

¹ Esta declaración se refiere al uso de la Inteligencia Artificial generativa para realizar los documentos del Proyecto (Anexo B y Memoria). No aplica a Proyectos donde, por su naturaleza, deban emplear inteligencia artificial como parte de los mismos (aplicación de técnicas de aprendizaje automático, redes neuronales, análisis de datos...)

Autorización para la entrega del Proyecto

El Director del Proyecto	El co-Director del Proyecto (si aplica)
	
Fdo: Miguel Adroher Biosca	Fdo:
Fecha: 06/07/2026	Fecha:



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

DESARROLLO DE HERRAMIENTAS CUANTITATIVAS DE SOPORTE A LA GESTIÓN DEL ALMACENAMIENTO SUBTERRÁNEO DE GAS NATURAL EN EL MERCADO IBÉRICO

Autor: Paula Pons Forteza

Director: Miguel Adroher Biosca

Madrid

Julio de 2026

Copyright © 2026 Paula Pons Forteza

Esta memoria se ha redactado en $\text{\LaTeX}$ y compilado en la plataforma Overleaf[®] empleando una plantilla proporcionada por Jaime Boal Martín-Larrauri.

Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las figuras han sido elaboradas por el autor usando las herramientas Matlab[®], Inkscape[®], KLatexFormula[®], Microsoft Excel[®] y/o combinación de las mismas. No se ha empleado ninguna herramienta de Inteligencia Artificial Generativa (IAG) en la elaboración de las figuras.

La lista de referencias se ha elaborado mediante la herramienta JabRef[®].

*Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el
bello y maravilloso mundo del saber*
Albert Einstein

Agradecimientos

A mi familia, gracias por acompañarme, animarme y empujarme siempre a seguir estudiando y creciendo. Gracias por confiar en mí incluso en los momentos en los que yo misma dudaba, por recordarme mi potencial y por haberme dado siempre la seguridad necesaria para afrontar nuevos retos.

A mi director, Miguel Adroher, gracias por tu paciencia, tu capacidad de escucha y tu atención durante todo el desarrollo de este trabajo. Gracias por abrirme la puerta a una pequeña parte de tu incalculable conocimiento, por adentrarme en un mundo que para mí era desconocido y por brindarme la oportunidad de colaborar en un proyecto tan enriquecedor. Tu guía ha sido fundamental para poder avanzar, entender y disfrutar este proceso.

A Arturo, gracias por permitirme continuar un trabajo que iniciaste con tanto cariño y al que dedicaste una parte tan importante de tu tiempo. Gracias por explicarme cada detalle, por compartir conmigo las conclusiones a las que llegaste y por dejarme construir sobre una base que refleja esfuerzo, rigor e ilusión.

A la Universidad, gracias por haber facilitado mi formación y por haber hecho posible que en este camino me cruzara con personas tan brillantes y extraordinarias como Teresa, Juan, Pablo, Manolo, Alejandro, Julen y Javi. Estoy segura de que, sin ellos, este recorrido habría sido mucho más duro. Gracias por haber formado parte de esta etapa y por haberla hecho más llevadera, más rica y mucho más especial.

A mis amigas, compañeras de piso y casi hermanas, gracias por escucharme, sostenerme y abrirme los ojos en aquellos días en los que parecía que faltaban las fuerzas. Gracias por estar cerca en lo cotidiano, por relativizar los problemas cuando hacía falta y por recordarme que ningún camino se recorre del todo sola.

A todos los que, de una forma u otra, habéis formado parte de esta etapa, gracias. Este trabajo no solo recoge meses de estudio, análisis y esfuerzo, sino también el apoyo de muchas personas que me han acompañado hasta aquí.

Índice general

Resumen	XVII
Abstract	XIX
1. Introducción	1
1.1. Motivación del trabajo	1
1.2. Planteamiento del problema	3
1.3. Estructura del trabajo	4
2. El mercado del gas natural	7
2.1. Introducción	7
2.2. Cadena de valor del gas natural	8
2.2.1. Extracción	9
2.2.2. Tratamiento y procesamiento	9
2.2.3. Ruta por gasoducto	9
2.2.4. Ruta del GNL: licuefacción, transporte marítimo y regasificación	10
2.2.5. Distribución y consumo final	10
2.2.6. Almacenamiento subterráneo	11
2.3. Panorama internacional del gas natural	11
2.4. Formación de precios y mercados de referencia	12
2.5. El mercado ibérico del gas natural	14
2.5.1. Almacenamientos subterráneos de gas natural en España	15
2.5.1.1. Función estratégica y estructura del sistema español	15
2.5.1.2. Dinámica operativa y restricciones	17
2.5.1.3. Relación con el mercado y valoración	19
3. Estado del arte	21
3.1. Valoración económica del almacenamiento como activo flexible	21
3.2. Modelización del precio del gas y de la curva forward	22
3.3. Métodos de resolución del problema de decisión	23
3.4. Derivados energéticos y opcionalidad del almacenamiento	24
3.4.1. Precio spot, curva forward y valor temporal del gas	25
3.4.2. Futuros y forwards: fijar hoy un precio futuro	26
3.4.3. Opciones call y put: el derecho a decidir	26
3.4.4. Swaps: transformar un precio variable en un precio fijo	27
3.4.5. Swaptions y flexibilidad sobre estrategias de cobertura	28
3.4.6. Relación con el modelo desarrollado	28
4. Antecedentes	29
4.1. Conceptos básicos: curva forward y dinámica de precios	29
4.2. Trabajo previo: modelización estocástica de la curva forward	30
4.3. Continuidad con el presente trabajo	32

5.	Metodología	35
5.1.	Estructura metodológica del trabajo	35
5.2.	Calibración a volatilidades de mercado	37
5.2.1.	Factor de escala de la volatilidad	37
5.2.2.	Varianza integrada del modelo	38
5.2.3.	Calibración por bootstrapping	38
5.2.4.	Vencimiento efectivo de los contratos mensuales	40
5.2.5.	Resultado de la calibración	41
5.3.	Resolución del modelo de valoración	42
5.3.1.	Formulación del problema de almacenamiento	42
5.3.2.	Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman	43
5.3.3.	Separación entre control y difusión	45
5.3.4.	Discretización del problema	45
5.3.4.1.	Malla temporal	46
5.3.4.2.	Malla de volumen	46
5.3.4.3.	Malla de precio y variable de estado normalizada	47
5.3.5.	Resolución numérica	49
5.3.5.1.	Operador de difusión	50
5.3.5.2.	Paso de control	50
5.3.5.3.	Algoritmo backward global	51
5.3.6.	Resultados intermedios y validaciones del solver	52
6.	Casos de estudio y escenarios de validación	55
6.1.	Escenario 1: almacenamiento inicialmente lleno y extracción diaria	55
6.2.	Escenario 2: extracción limitada a dos meses	57
6.3.	Escenario 3: inyección y extracción con costes operativos	59
6.4.	Escenario 4: escalado de capacidad y capacidades operativas	61
6.5.	Escenario 5: reducción de costes operativos	63
6.6.	Resumen de resultados	65
7.	Herramienta de valoración	69
7.1.	Objetivo y enfoque de la herramienta	69
7.2.	Flujo de funcionamiento	70
7.2.1.	Preparación de inputs y datos de mercado	70
7.2.2.	Calibración del modelo de precios	71
7.2.3.	Ejecución del modelo de valoración en Python	72
7.2.4.	Volcado y análisis de resultados	73
7.3.	Estructura final de la herramienta	74
8.	Conclusiones y trabajo futuro	75
8.1.	Conclusiones	75
8.2.	Trabajo futuro	78
8.3.	Consideraciones finales	82
9.	Impacto y alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible	83
9.1.	Contribución general del trabajo	83
9.2.	ODS 7: Energía asequible y no contaminante	84
9.3.	ODS 9: Industria, innovación e infraestructura	85
9.4.	ODS 13: Acción por el clima	86

A. Código de resolución del modelo	89
Bibliografía	125

Índice de figuras

Figura 1.1. Producción y Consumo de Gas Natural por región 2025	2
Figura 2.1. Cadena de valor del gas natural y del gas natural licuado. Fuente: elaboración propia.	9
Figura 2.2. Actividades de Enagás en la cadena de valor del gas natural. Fuente: Enagás.	11
Figura 2.3. Principales flujos de gas natural por gasoducto 2024. Fuente: Energy Outlook 2025.	12
Figura 2.4. Comparación de precios entre mercados de referencia. Fuente: S&P, ICE, CME.	13
Figura 2.5. Localización de los principales almacenamientos subterráneos de gas natural en Europa y situación de los almacenamientos españoles.	16
Figura 2.6. Esquema ilustrativo de un almacenamiento subterráneo <i>onshore</i> : caso de Yela.	17
Figura 2.7. Esquema ilustrativo de un almacenamiento subterráneo <i>offshore</i> : caso de Gaviota.	17
Figura 2.8. Evolución diaria de los flujos de inyección y extracción en los almacenamientos subterráneos en España durante 2025, comparados con 2024.	18
Figura 3.1. Alternativas posibles para valorar opciones financieras	24
Figura 4.1. Representación ilustrativa de la curva forward	30
Figura 4.2. Esquema del proceso de reducción por componentes principales de la curva forward	31
Figura 5.1. Esquema de las fases principales del desarrollo del Modelo de Valoración	36
Figura 5.2. Factores de escala λ calibrados por tramos mediante bootstrapping	39
Figura 5.3. Análisis de covarianzas para la aproximación del vencimiento efectivo mensual	41
Figura 5.4. Discretización del problema en las tres dimensiones V , t y F	46
Figura 5.5. Evolución de la dispersión de precios en torno a la curva forward	48
Figura 5.6. Comparación de las mallas probabilísticas de precio para distintos contratos mensuales	49
Figura 5.7. Secuencia de resolución global por backwardation	52
Figura 6.1. Resultados comparativos del Escenario 1	56
Figura 6.2. Evolución del inventario en el Escenario 1	57
Figura 6.3. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 1	57
Figura 6.4. Resultados comparativos del Escenario 2	58
Figura 6.5. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 2	58
Figura 6.6. Evolución del inventario en el Escenario 2	59
Figura 6.7. Resultados comparativos del Escenario 3	60
Figura 6.8. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 3	60
Figura 6.9. Evolución del inventario en el Escenario 3	61

Figura 6.10. Resultados comparativos del Escenario 4	62
Figura 6.11. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 4	62
Figura 6.12. Evolución del inventario en el Escenario 4	63
Figura 6.13. Resultados comparativos del Escenario 5	64
Figura 6.14. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 5	64
Figura 6.15. Evolución del inventario en el Escenario 5	65
Figura 7.1. Vista general de la herramienta de valoración desarrollada en Excel	69
Figura 7.2. Pestaña de inputs de la herramienta para los parámetros estructurales	71
Figura 7.3. Fragmento ilustrativo de código de resolución en Jupyter Notebook	73
Figura 7.4. Estructura de la herramienta de valoración desarrollada en dos entornos	74
Figura 8.1. Conclusiones clave del trabajo realizado	78
Figura 8.2. Principales líneas de trabajo futuro	81
Figura 9.1. Objetivo de Desarrollo Sostenible 7. Fuente: Naciones Unidas	84
Figura 9.2. Objetivo de Desarrollo Sostenible 9. Fuente: Naciones Unidas	85
Figura 9.3. Objetivo de Desarrollo Sostenible 13. Fuente: Naciones Unidas	86

Resumen

El gas natural continúa desempeñando un papel relevante dentro del sistema energético español y europeo, tanto por su peso en el consumo industrial y térmico como por su función de respaldo en sistemas eléctricos con elevada penetración renovable. Su marcada estacionalidad, la volatilidad de los precios y la necesidad de garantizar la seguridad de suministro hacen que el almacenamiento subterráneo adquiera una importancia estratégica. Estas infraestructuras permiten desplazar gas en el tiempo, inyectándolo en periodos de menor demanda o precios reducidos y extrayéndolo cuando las condiciones del sistema o del mercado lo hacen necesario.

Más allá de su función física, el almacenamiento subterráneo de gas natural posee un valor económico asociado a su flexibilidad operativa. El titular de la capacidad no se limita a mantener un volumen de gas almacenado, sino que dispone de la posibilidad de decidir cuándo inyectar, extraer o esperar. Esta opcionalidad convierte al almacenamiento en un activo flexible cuyo valor depende de la evolución futura de los precios, de la volatilidad del mercado, de los costes de operación y de las restricciones técnicas del activo.

En este trabajo se desarrolla una metodología cuantitativa para valorar el almacenamiento subterráneo de gas natural en el mercado ibérico. El modelo parte de la curva forward como referencia de precios, incorpora una dinámica estocástica calibrada a volatilidades implícitas de mercado y formula la operación del almacenamiento como un problema de control óptimo bajo incertidumbre.

La resolución se realiza mediante programación dinámica hacia atrás, separando la evolución incierta del precio y la decisión operativa sobre el inventario. Para ello, se discretizan las variables de tiempo, volumen y precio, y se determina en cada estado la decisión óptima de inyectar, extraer o esperar.

El modelo se valida mediante distintos escenarios de estudio, desde casos simplificados hasta configuraciones con costes, restricciones operativas y volatilidad. Los resultados muestran que el modelo reproduce comportamientos económicos coherentes y que la volatilidad solo aporta valor cuando existe flexibilidad efectiva para adaptar la operación. Como resultado final, se desarrolla una herramienta Excel-Python que permite calibrar el modelo, ejecutar escenarios de valoración y analizar los resultados de forma estructurada.

Palabras clave: Finanzas Cuantitativas · Almacenamiento Subterráneo de Gas Natural · Curva Forward · Volatilidad Implícita · Programación Dinámica

Abstract

Natural gas continues to play a relevant role in the Spanish and European energy system, both because of its importance in industrial and thermal consumption and because of its function as a backup technology in power systems with a high penetration of renewable generation. Its marked seasonality, price volatility and the need to ensure security of supply make underground storage a strategic infrastructure. These facilities allow gas to be shifted over time, by injecting it during periods of lower demand or lower prices and withdrawing it when system or market conditions require it.

Beyond its physical function, underground natural gas storage has an economic value associated with its operational flexibility. The holder of storage capacity does not merely maintain a volume of gas in inventory, but has the ability to decide when to inject, withdraw or wait. This optionality turns storage into a flexible asset whose value depends on the future evolution of prices, market volatility, operating costs and the technical constraints of the asset.

This thesis develops a quantitative methodology to value underground natural gas storage in the Iberian market. The model uses the forward curve as the price reference, incorporates a stochastic dynamics calibrated to market implied volatilities, and formulates storage operation as an optimal control problem under uncertainty.

The model is solved through backward dynamic programming, separating the uncertain evolution of prices from the operational decision on inventory. To this end, the time, volume and price variables are discretised, and the optimal decision to inject, withdraw or wait is determined at each state.

The model is validated through several case studies, ranging from simplified cases to configurations including costs, operational constraints and volatility. The results show that the model reproduces economically consistent behaviours and that volatility only adds value when there is effective flexibility to adapt the operation. As a final outcome, an Excel-Python tool is developed to calibrate the model, run valuation scenarios and analyse the results in a structured way.

Keywords: Quantitative Finance · Underground Natural Gas Storage · Forward Curve · Implied Volatility · Dynamic Programming

1

Introducción

Este capítulo presenta la motivación del trabajo, destacando la relevancia del almacenamiento subterráneo de gas natural como infraestructura estratégica y como activo económico flexible. Asimismo, plantea el problema de valoración que se aborda y resume la estructura seguida en el trabajo.

1.1. Motivación del trabajo

El gas natural continúa siendo uno de los pilares del sistema energético global[MITE24].. Según la Agencia Internacional de la Energía (IEA), representa aproximadamente el 28 % del consumo energético mundial [IEA25a], manteniéndose como una fuente clave para la generación eléctrica, la industria y el suministro térmico. En el contexto europeo, y particularmente en la Península Ibérica, el gas natural desempeña además un papel fundamental como tecnología de respaldo del sistema eléctrico, permitiendo compensar la variabilidad inherente a las energías renovables y garantizando la seguridad de suministro durante el proceso de transición energética.

En 2025, el consumo mundial de gas natural se mantiene en niveles históricamente elevados, aunque con un ritmo de crecimiento más moderado que en el ejercicio anterior. Tras el fuerte repunte de 2024, cuando la demanda global aumentó en torno a un 2,7–2,8 % y alcanzó un nuevo máximo histórico, la Agencia Internacional de la Energía estima que en 2025 el crecimiento se ralentizó hasta aproximadamente un 1 %, equivalente a unos 40 bcm adicionales. Tomando como referencia el consumo global de 2020, situado en torno a 3.885 bcm tras la caída provocada por la pandemia, la demanda mundial de gas natural en 2025 se situaría aproximadamente en el entorno de 4.160 bcm. Esto supone un incremento acumulado cercano al 7 % respecto a 2020. Esta evolución refleja que, pese a la volatilidad de precios y a las tensiones geopolíticas de los últimos años, el gas natural continúa desempeñando un papel relevante en el mix energético global.

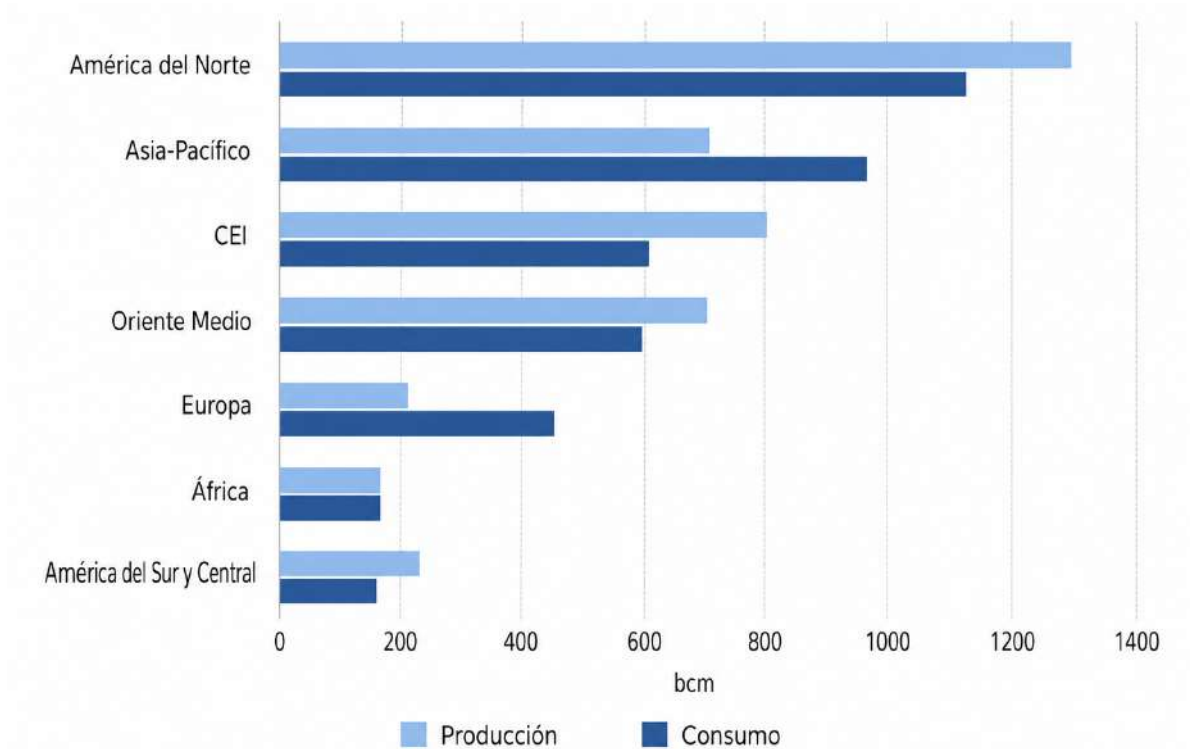


Figura 1.1. Producción y Consumo de Gas Natural por región 2025

En España, la demanda de gas natural alcanzó 372 TWh en 2025, un 7,4% más que en 2024, [ENAG24], impulsada principalmente por el consumo industrial y por el uso de ciclos combinados en periodos de baja producción renovable. Este volumen de consumo pone de manifiesto su relevancia dentro del sistema energético nacional y la necesidad de contar con infraestructuras que permitan gestionar de forma eficiente su suministro y disponibilidad.

Dentro del Sistema, el almacenamiento subterráneo de gas natural juega un papel clave en la gestión del sistema gasista. La normativa vigente establece obligaciones de almacenamiento mínimo para las comercializadoras con el objetivo de garantizar la seguridad de suministro ante posibles perturbaciones del mercado o interrupciones en el aprovisionamiento. Estas infraestructuras permiten además gestionar la marcada estacionalidad del consumo de gas, equilibrando los periodos de menor demanda (meses de verano) con aquellos en los que el consumo se incrementa de forma significativa.

Más allá de su función estratégica, el almacenamiento subterráneo posee también un valor económico derivado de su flexibilidad operativa. La posibilidad de decidir cuándo inyectar, mantener o extraer gas en función de las condiciones del mercado otorga a estas instalaciones una opcionalidad económica comparable a la de determinados instrumentos financieros. En particular, la volatilidad de los precios del gas y la estructura temporal de las curvas de precios generan oportunidades de arbitraje entre distintos periodos del mercado.

En este contexto, el almacenamiento puede interpretarse como un activo cuyo valor depende de la evolución futura de los precios y de la estrategia óptima de operación. La estimación rigurosa de dicho valor requiere el uso de herramientas cuantitativas capaces de modelizar la dinámica de precios del gas natural e integrar las restricciones técnicas y regulatorias del sistema. Esta necesidad constituye la principal motivación de este trabajo, orientado al desarrollo de un

modelo de valoración y optimización del almacenamiento subterráneo de gas natural en el mercado ibérico.

1.2. Planteamiento del problema

Las decisiones secuenciales en el tiempo, condicionadas por restricciones físicas de operación y por la incertidumbre del mercado, convierten la valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural en un problema especialmente complejo. A diferencia de otros activos energéticos cuyo valor puede aproximarse a partir de flujos relativamente predecibles, el valor de un almacenamiento depende de la capacidad del agente para adaptar su operación a la evolución futura de los precios. En cada instante, el titular de la capacidad debe decidir si resulta óptimo inyectar gas, extraerlo o mantener constante el volumen almacenado, teniendo en cuenta no solo el beneficio inmediato de dicha decisión, sino también su impacto sobre las oportunidades futuras.

Desde un punto de vista económico, el almacenamiento permite desplazar gas entre distintos momentos del tiempo. De forma intuitiva, el operador tratará de inyectar gas cuando los precios sean suficientemente bajos y extraerlo cuando los precios sean suficientemente altos. Sin embargo, esta regla sencilla no es suficiente para valorar correctamente el activo. En primer lugar, porque los precios futuros son inciertos y evolucionan de forma estocástica. En segundo lugar, porque la decisión tomada en un día modifica el nivel de inventario disponible para los días posteriores. Y, en tercer lugar, porque la operación está limitada por restricciones técnicas, como la capacidad máxima y mínima del almacenamiento, las tasas máximas de inyección y extracción, los costes variables de operación y las condiciones finales exigidas al inventario.

Por tanto, el problema no consiste únicamente en identificar diferenciales positivos entre precios de compra y venta, sino en determinar una política óptima de operación a lo largo de todo el horizonte temporal considerado. Esta política debe indicar, para cada fecha y para cada estado posible del sistema, qué decisión maximiza el valor esperado del almacenamiento. El estado del sistema queda descrito principalmente por dos variables: el precio de mercado del gas natural y el volumen de gas almacenado. La interacción entre ambas variables es esencial, ya que un mismo precio puede conducir a decisiones distintas dependiendo del nivel de llenado del almacenamiento.

Esta idea puede representarse mediante una función de valor $S(t, F, V)$, donde t denota el instante temporal, F representa el precio o la variable de mercado relevante, y V es el volumen de gas almacenado. La función de valor recoge el máximo beneficio esperado que puede obtenerse desde el instante (t) hasta el final del periodo de valoración, partiendo de un determinado precio y un determinado nivel de inventario.

De forma simplificada, el problema de optimización puede expresarse como:

$$S = \max_u E \left(\int u \cdot F dt \right) \quad (1.1)$$

En la ecuación 1.1, u representa la decisión operativa adoptada en el instante t , que puede corresponder a inyectar, extraer o no operar y F el precio del mismo.

Esta formulación resume la principal dificultad del problema: la decisión óptima no es necesariamente aquella que maximiza el beneficio inmediato, sino aquella que maximiza el

valor total del almacenamiento, incluyendo tanto el resultado presente como las oportunidades futuras. Así, puede ser óptimo no extraer gas en un día con precios altos si se espera que el valor de disponer de inventario en fechas posteriores sea superior. Del mismo modo, puede ser conveniente inyectar gas aun incurriendo en un coste inmediato si dicha decisión incrementa la capacidad de capturar valor en escenarios futuros de precios más elevados.

Hallar la decisión de operación óptima que permita maximizar estos flujos de caja constituye una parte esencial del problema. Para ello, el modelo parte de la evolución esperada del precio del gas natural, representada mediante la curva *forward* de mercado, e incorpora la volatilidad como elemento necesario para reflejar la incertidumbre y el valor de adaptar las decisiones de inyección y extracción a lo largo del tiempo. El problema de valoración del almacenamiento subterráneo puede interpretarse, por tanto, como un problema de control óptimo bajo incertidumbre. El operador controla la variable de inventario mediante sus decisiones de inyección y extracción, mientras que el precio evoluciona de forma incierta según una dinámica de mercado. La combinación de ambas dimensiones genera un problema numérico que debe resolverse de forma recursiva, evaluando en cada punto del espacio de estados qué acción proporciona el mayor valor esperado.

1.3. Estructura del trabajo

El presente Trabajo Fin de Máster se estructura siguiendo una secuencia lógica que permite abordar de forma progresiva el problema de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural. El objetivo es partir del contexto real del mercado, introducir posteriormente el modelo matemático de precios, calibrarlo con información observable y, finalmente, resolver el problema de optimización asociado al almacenamiento.

De forma esquemática, el trabajo se organiza en las siguientes etapas:

- **Contexto del mercado del gas natural:** En primer lugar, se realiza un análisis del funcionamiento del mercado del gas natural, con especial atención al contexto ibérico y al papel del almacenamiento subterráneo. Esta parte permite comprender los elementos fundamentales que condicionan la valoración del almacenamiento: la estructura general del mercado, el papel de los distintos agentes, los mecanismos de negociación, la relevancia de la curva *forward* y la función que desempeñan los almacenamientos subterráneos dentro del sistema gasista.
- **Introducción del modelo funcional estocástico de precios:** A continuación, se introduce el modelo funcional estocástico utilizado para describir la evolución del precio del gas natural. El punto de partida de esta parte del trabajo es el modelo desarrollado por Arturo Martín Colino en su Trabajo Fin de Grado, en el que se plantea una dinámica estocástica de la curva de precios *forward* del gas natural.
- **Calibración del modelo a la volatilidad de mercado:** Una vez definida la dinámica de precios, se procede a calibrar el modelo a partir de las volatilidades observadas en el mercado. Esta etapa permite ajustar los parámetros que determinan la incertidumbre asociada a cada vencimiento de la curva *forward*, de forma que la evolución estocástica de los precios sea coherente con la información implícita en las cotizaciones disponibles. En particular, la calibración se utiliza para construir la varianza acumulada correspondiente a cada día de suministro, combinando la volatilidad del contrato de referencia con la contribución incremental del modelo entre vencimientos. Esta varianza es la que

posteriormente determina la apertura de la malla diaria de precios empleada en la valoración.

- **Formulación del problema de valoración del almacenamiento:** Tras obtener una función capaz de modelar la evolución del precio del gas natural, se formula el problema de valoración del almacenamiento. En esta fase se combinan la dinámica de precios y las restricciones físicas del activo. El problema se plantea como una decisión dinámica en la que, para cada instante temporal y cada estado del sistema, el operador debe escoger entre inyectar gas, extraerlo o mantenerlo almacenado.
- **Resolución numérica de la ecuación en derivadas parciales:** Posteriormente, se aborda la resolución numérica del problema. La formulación matemática conduce a una ecuación en derivadas parciales asociada al valor del almacenamiento. Dado que, en general, esta ecuación no admite una solución analítica cerrada, se desarrolla un esquema numérico basado en diferencias finitas y programación dinámica hacia atrás.
- **Validación del modelo mediante casos de estudio:** Finalmente, el modelo desarrollado se valida mediante distintos casos de estudio. Esta validación permite comprobar que la herramienta reproduce comportamientos económicamente coherentes y físicamente interpretables. Para ello, se analizan tanto escenarios simplificados, en los que la solución esperada puede razonarse de forma intuitiva, como escenarios más realistas, en los que se incorporan curvas de precios, volatilidades y restricciones operativas representativas del mercado.

De este modo, la estructura del trabajo refleja el recorrido completo desde la comprensión del problema real hasta su resolución cuantitativa. La secuencia planteada permite construir una metodología coherente, trazable y aplicable a la valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural, combinando el análisis del mercado, la modelización matemática, la calibración a datos reales, la resolución numérica y la validación práctica de los resultados.

2

El mercado del gas natural

El presente capítulo proporciona el marco de referencia necesario para comprender el funcionamiento del mercado del gas natural y los factores físicos, logísticos y comerciales que condicionan la formación de precios. Este análisis permite contextualizar, en capítulos posteriores, el problema de valoración del almacenamiento subterráneo como activo de flexibilidad dentro del sistema gasista.

2.1. Introducción

El gas natural constituye una de las principales fuentes de energía del sistema energético mundial debido a su elevada eficiencia térmica, su versatilidad de uso y su capacidad de integración en sistemas eléctricos con alta penetración renovable. Se trata de una mezcla de hidrocarburos gaseosos compuesta mayoritariamente por metano, utilizada principalmente en generación eléctrica, procesos industriales, consumo residencial y aplicaciones térmicas. Aunque sigue siendo un combustible fósil, presenta menores emisiones específicas de dióxido de carbono y partículas contaminantes que otros combustibles térmicos convencionales, como el carbón o los derivados pesados del petróleo.

En el contexto europeo, el gas natural ha adquirido una función relevante como tecnología de respaldo del sistema eléctrico. La generación renovable no gestionable, especialmente eólica y solar fotovoltaica, depende de condiciones meteorológicas variables, por lo que requiere tecnologías capaces de aportar potencia firme y modular la producción en horizontes cortos de tiempo. [EUCO25] Los ciclos combinados de gas natural cumplen esta función al ofrecer menores tiempos de arranque, mayor flexibilidad operativa y menores emisiones relativas que otras tecnologías fósiles. En el caso español, el cero eléctrico registrado el 28 de abril de 2025 puso de manifiesto la importancia de contar con recursos firmes y flexibles capaces de contribuir a la estabilidad y reposición del sistema eléctrico. Este episodio evidenció que, en sistemas con elevada penetración renovable, la seguridad de suministro no depende únicamente de la capacidad instalada, sino también de la disponibilidad de tecnologías gestionables que puedan responder ante desequilibrios súbitos entre generación y demanda. [JEFA25].

Paralelamente, el sistema gasista se encuentra inmerso en un proceso de transformación vinculado a la integración de gases renovables y bajos en carbono, como el biometano o el hidrógeno renovable. La posibilidad de aprovechar parte de las infraestructuras existentes de transporte, regasificación y almacenamiento sitúa a la red gasista en una posición relevante dentro de la transición energética. En este contexto, la operación eficiente de las infraestructuras gasistas adquiere una importancia creciente, especialmente en un entorno caracterizado por la volatilidad de precios, la interdependencia entre mercados europeos y el refuerzo de las exigencias regulatorias en materia de seguridad de suministro.

Antes de desarrollar el modelo estocástico de precios y la herramienta de valoración objeto de este trabajo, resulta necesario comprender cómo se organiza el mercado del gas natural. Para ello, este capítulo analiza la cadena de valor del gas, las principales infraestructuras que permiten su transporte y comercialización, la evolución hacia mercados más líquidos y globalizados, y los mecanismos de formación de precios en los principales hubs internacionales y en el mercado ibérico.

El gas natural presenta una doble naturaleza. Por un lado, es un producto físico sujeto a restricciones de extracción, transporte, licuefacción, regasificación y distribución. Por otro lado, es una commodity negociada en mercados mayoristas, cuyo precio incorpora expectativas de oferta y demanda, costes logísticos, estacionalidad, riesgo geopolítico y señales financieras. Esta doble dimensión resulta esencial para el presente trabajo, ya que el valor del almacenamiento subterráneo depende precisamente de la interacción entre restricciones físicas y señales económicas de mercado.

2.2. Cadena de valor del gas natural

La cadena de valor del gas natural comprende el conjunto de actividades necesarias para llevar el gas desde los puntos de producción hasta los consumidores finales. Esta cadena no responde a una única configuración, sino que puede adoptar distintas rutas en función de la localización de los yacimientos, la distancia a los centros de consumo, la existencia de infraestructuras de transporte, la disponibilidad de plantas de gas natural licuado (GNL) y las condiciones comerciales de cada mercado. De forma general, pueden distinguirse dos grandes vías de suministro: la ruta convencional por gasoducto y la ruta basada en GNL.

La Figura 2.1 resume ambas alternativas. En la parte superior se representa la cadena del gas natural transportado por gasoducto, en la que el gas fluye físicamente desde las zonas productoras hasta las redes de transporte y distribución. En la parte inferior se muestra la cadena del GNL, que introduce etapas adicionales de licuefacción, transporte marítimo y regasificación. Ambas rutas pueden coexistir dentro de un mismo sistema gasista y, de hecho, su combinación resulta especialmente relevante en países importadores como España, donde la diversificación de fuentes y rutas de aprovisionamiento constituye un elemento esencial para la seguridad de suministro.



Figura 2.1. Cadena de valor del gas natural y del gas natural licuado. Fuente: elaboración propia.

2.2.1. Extracción

La primera fase de la cadena corresponde a la extracción del gas natural. En esta etapa se identifican y explotan yacimientos terrestres o marinos, que pueden ser convencionales o no convencionales. El gas extraído en boca de pozo no suele cumplir directamente las especificaciones necesarias para su transporte y consumo, ya que puede contener agua, dióxido de carbono, compuestos de azufre, hidrocarburos líquidos u otras impurezas. Por ello, tras la extracción se requiere una etapa de acondicionamiento previo.

Desde el punto de vista económico, esta fase determina una parte relevante del coste inicial del suministro. Sin embargo, para un país importador como España, el interés principal no se centra tanto en la producción doméstica como en la forma en que el gas accede al sistema nacional: mediante conexiones internacionales por gasoducto o mediante cargamentos de GNL recibidos en plantas de regasificación.

2.2.2. Tratamiento y procesamiento

Una vez extraído, el gas se somete a procesos de tratamiento para adecuar su composición a los requisitos técnicos de transporte y consumo. Esta fase puede incluir la separación de líquidos, la eliminación de impurezas, la deshidratación y el ajuste del poder calorífico. El objetivo es garantizar que el gas cumpla las especificaciones exigidas por las infraestructuras de transporte y por los operadores del sistema.

El procesamiento es una etapa común tanto en la ruta por gasoducto como en la ruta de GNL. En ambos casos, el gas debe alcanzar una calidad compatible con las redes y con los usos finales. La diferencia aparece en la fase posterior: si existe una conexión física viable entre el productor y el consumidor, el gas puede transportarse por gasoducto; si el suministro debe realizarse a larga distancia o entre regiones no conectadas, puede transformarse en GNL.

2.2.3. Ruta por gasoducto

La ruta por gasoducto consiste en transportar el gas en estado gaseoso a través de una red de tuberías de alta presión. Esta vía ha sido históricamente una de las formas principales de comercio internacional de gas natural, especialmente entre regiones geográficamente próximas o conectadas por infraestructuras estables. Su principal ventaja es que permite un flujo continuo y relativamente predecible entre los puntos de entrada y salida del sistema.

No obstante, el transporte por gasoducto requiere inversiones iniciales elevadas y presenta una menor flexibilidad geográfica que el GNL. Una vez construida la infraestructura, el suministro queda condicionado por la existencia de una conexión física entre productores, países de tránsito y consumidores. Por ello, los gasoductos generan relaciones estructurales de largo plazo entre los agentes conectados y pueden verse afectados por restricciones técnicas, contractuales o geopolíticas.

En términos operativos, el transporte exige mantener el gas a presión suficiente para garantizar el flujo a lo largo de la red. Para ello se emplean estaciones de compresión, sistemas de medición, válvulas de control y mecanismos de supervisión que permiten gestionar caudales, presiones y balances del sistema. En el caso español, esta red se complementa con conexiones internacionales, plantas de regasificación y almacenamientos subterráneos, lo que aporta una mayor capacidad de adaptación ante cambios en la demanda o en las condiciones de suministro.

2.2.4. Ruta del GNL: licuefacción, transporte marítimo y regasificación

La segunda gran ruta de la cadena de valor es la del gas natural licuado. En este caso, el gas tratado se enfría hasta temperaturas criogénicas, cercanas a los -162°C , para transformarlo en estado líquido. Esta conversión reduce de forma muy significativa su volumen, lo que permite transportarlo en buques metaneros a largas distancias y conectar mercados que no disponen de una unión física por gasoducto.

La licuefacción permite transformar un recurso regional en una mercancía comercializable a escala global. Gracias al GNL, los países importadores pueden acceder a una cartera más amplia de proveedores y reducir su dependencia de una única ruta de suministro. Además, los cargamentos pueden redirigirse hacia mercados con mayor necesidad o mejores señales de precio, lo que introduce una mayor flexibilidad comercial en comparación con el transporte canalizado.

Tras el transporte marítimo, el GNL llega a las plantas de regasificación, donde se devuelve a estado gaseoso mediante aporte controlado de calor. Una vez regasificado, el gas puede inyectarse en la red de transporte, enviarse a distribución, utilizarse para consumo industrial o eléctrico, o almacenarse en función de las necesidades del sistema. Esta fase es especialmente relevante en el mercado ibérico, dado el peso de las infraestructuras de regasificación dentro del aprovisionamiento español.

2.2.5. Distribución y consumo final

Una vez incorporado a la red, el gas se transporta hasta los puntos de consumo mediante infraestructuras de transporte y distribución. La red de transporte opera a presiones elevadas y conecta grandes puntos de entrada, plantas de regasificación, almacenamientos, interconexiones internacionales y grandes consumidores. La red de distribución, por su parte, reduce la presión y acerca el gas a consumidores domésticos, comerciales e industriales.

El consumo final del gas natural se concentra principalmente en usos industriales, generación eléctrica, consumo residencial y servicios. En el sistema eléctrico, los ciclos combinados de gas natural desempeñan además una función de respaldo, al poder ajustar su producción con mayor flexibilidad que otras tecnologías térmicas convencionales. Esta característica es especialmente

relevante en sistemas con elevada penetración renovable, donde la producción eólica y solar puede variar de forma significativa en función de las condiciones meteorológicas.

2.2.6. Almacenamiento subterráneo

El almacenamiento subterráneo ocupa una posición singular dentro de la cadena de valor, ya que no constituye únicamente una etapa logística, sino un mecanismo de flexibilidad del sistema. A diferencia de otras infraestructuras, el almacenamiento permite desacoplar temporalmente el momento de entrada del gas en el sistema y el momento de consumo. Esto resulta esencial para gestionar diferencias estacionales entre oferta y demanda, cubrir puntas de consumo, responder ante interrupciones de suministro y optimizar la operación comercial.

En términos físicos, el almacenamiento permite inyectar gas en periodos de menor demanda o precios relativamente bajos, y extraerlo cuando la demanda aumenta o las condiciones de mercado lo hacen conveniente. Precisamente, esta opcionalidad es el elemento central del modelo desarrollado en este trabajo, donde el almacenamiento se analiza como un activo flexible cuyo valor depende tanto de las restricciones técnicas como de la evolución esperada y la volatilidad de los precios del gas.

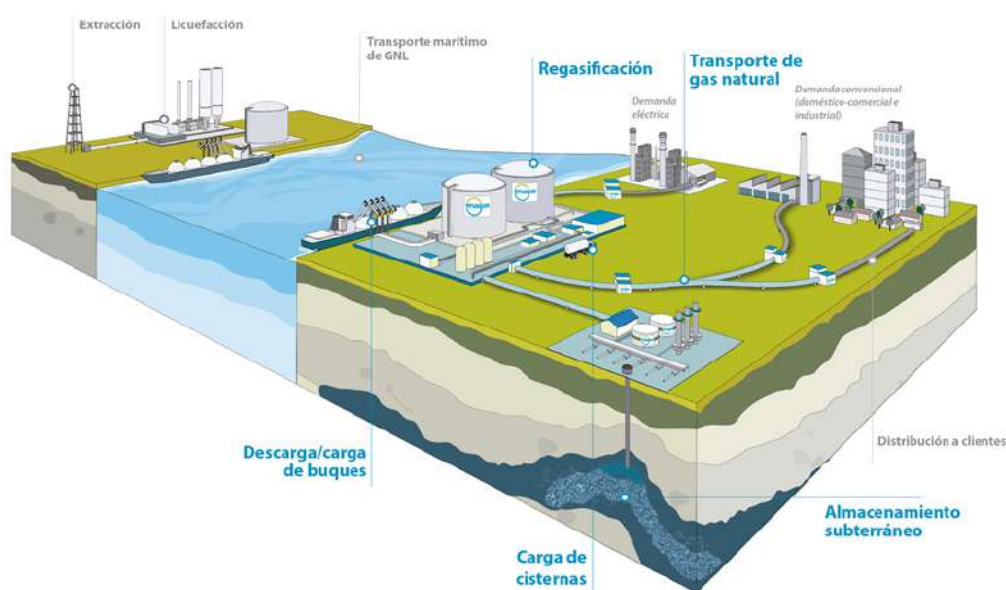


Figura 2.2. Actividades de Enagás en la cadena de valor del gas natural. Fuente: Enagás.

2.3. Panorama internacional del gas natural

El mercado del gas natural ha evolucionado desde una estructura predominantemente regional hacia un mercado progresivamente más globalizado. Tradicionalmente, el comercio estaba condicionado por gasoductos y contratos bilaterales de largo plazo, lo que generaba mercados segmentados y precios regionales poco conectados. Sin embargo, el crecimiento del GNL, la liberalización de los mercados y el desarrollo de hubs de negociación han favorecido una mayor interdependencia entre regiones.

La demanda global de gas natural está impulsada por factores industriales, residenciales, eléctricos y climáticos. En primer lugar, el crecimiento económico incrementa el consumo en sectores intensivos en energía, como petroquímica, siderurgia, fertilizantes, cerámica, vidrio y

cemento [IEA25b]. En segundo lugar, la demanda residencial y comercial presenta una marcada estacionalidad, asociada principalmente a las necesidades de calefacción. En tercer lugar, el gas natural mantiene un papel relevante en generación eléctrica, especialmente como respaldo de sistemas con alta penetración renovable.

Por el lado de la oferta, el mercado está condicionado por la localización de reservas, la capacidad de producción, la tecnología de extracción y la infraestructura disponible para transportar o exportar el gas. Países como Estados Unidos, Rusia, Qatar, Australia, Noruega o Argelia desempeñan un papel destacado como productores y exportadores. En cuanto a la importación, China y Japón lideran en términos de GNL mientras que México, China y Europa lo hacen por gasoducto.

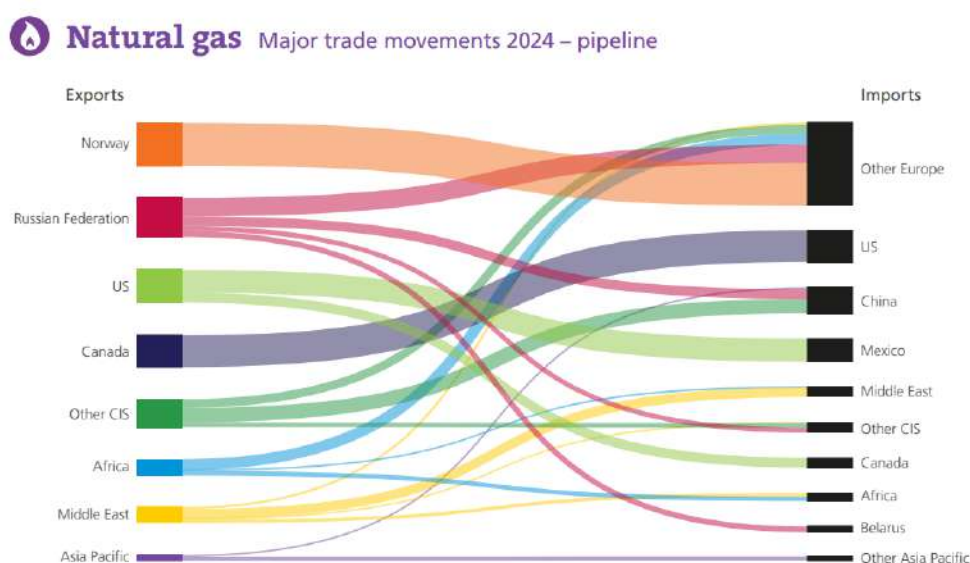


Figura 2.3. Principales flujos de gas natural por gasoducto 2024. Fuente: Energy Outlook 2025.

Pese a la mayor globalización del mercado, los precios del gas natural siguen presentando diferencias regionales significativas. Estas diferencias responden a costes de transporte, restricciones de infraestructura, disponibilidad de GNL, capacidad de regasificación, regulación local y condiciones contractuales. Esta segmentación parcial es relevante para la valoración de activos flexibles, ya que genera diferenciales temporales y geográficos que pueden ser aprovechados mediante estrategias de compra, venta, cobertura o almacenamiento.

2.4. Formación de precios y mercados de referencia

La formación de precios del gas natural ha experimentado una transformación sustancial. Históricamente, gran parte del comercio internacional se articulaba mediante contratos bilaterales de largo plazo, frecuentemente indexados al petróleo o a derivados como el fuelóleo. Esta estructura respondía a la necesidad de financiar infraestructuras de gran escala, garantizando ingresos estables a productores y seguridad de suministro a compradores [BCG13].

La liberalización de los mercados, el desarrollo del GNL y la aparición de hubs gasistas han favorecido una transición hacia mecanismos de formación de precios más vinculados a la oferta y demanda específica del gas. En estos mercados se negocian productos spot, forwards, futuros

y otros derivados, permitiendo una mayor transparencia, liquidez y capacidad de cobertura. Como contrapartida, la exposición a condiciones de mercado de corto plazo ha hecho más visible la volatilidad del gas natural.

Los contratos de largo plazo siguen siendo relevantes en proyectos intensivos en inversión, al reducir el riesgo de recuperación del capital. Sin embargo, las transacciones spot y los productos negociados en hubs permiten ajustar posiciones con mayor flexibilidad. Entre ambos modelos han surgido contratos híbridos, que combinan referencias de mercado con componentes de estabilidad contractual.

Los hubs gasistas son puntos físicos o virtuales de intercambio donde se negocian productos estandarizados de gas natural. Su desarrollo ha permitido que el gas disponga de referencias propias, independientes de la indexación a otros combustibles. Los principales mercados de gas en los que se negocian los precios son:

- **Henry Hub:** Localizado en Estados Unidos, se usa como referencia para el mercado de gas norteamericano.
- **TTF (Title Transfer Facility):** Localizado físicamente en los Países Bajos, es el mercado más líquido de Europa debido al puerto de Róterdam. Se usa como referencia para el mercado de gas europeo.
- **JKM (Japan - Korea Market):** Refleja los precios de los cargamentos enviados a Japón y Corea del Sur y se toma como referencia para Asia.

Henry Hub es la referencia principal del mercado norteamericano. Su importancia se explica por la elevada producción doméstica de Estados Unidos, el desarrollo del shale gas¹ y la existencia de una infraestructura gasista amplia y líquida.[ACER26]

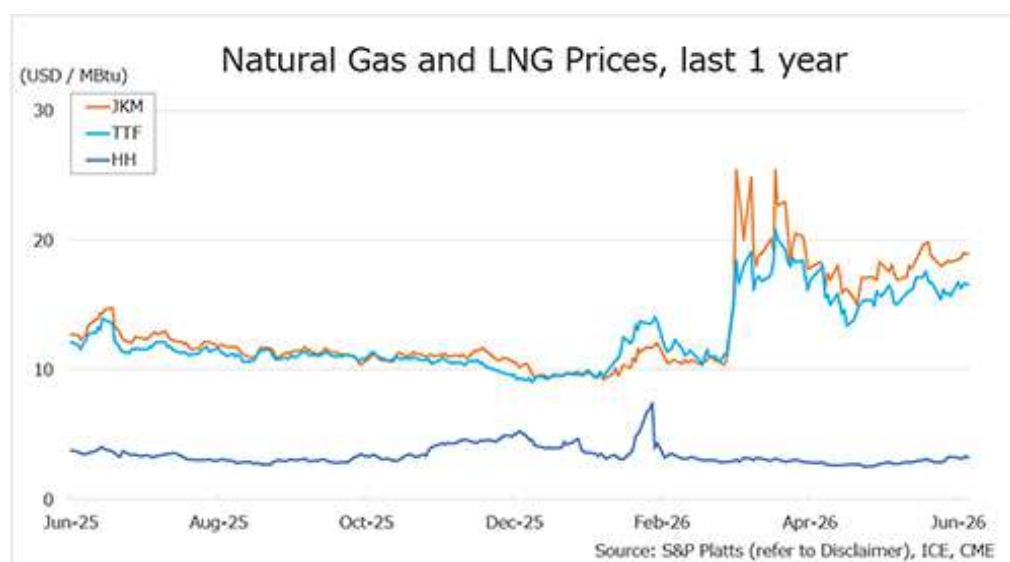


Figura 2.4. Comparación de precios entre mercados de referencia. Fuente: S&P, ICE, CME.

La comparación entre Henry Hub, TTF y JKM muestra que el gas natural no constituye todavía un mercado plenamente integrado. El crecimiento del GNL favorece cierta convergencia

¹El *shale gas*, o gas de esquisto, es gas natural no convencional atrapado en rocas de baja permeabilidad, cuya extracción requiere perforación horizontal y fracturación hidráulica.

entre regiones, pero esta sigue limitada por costes logísticos, congestiones de infraestructura, disponibilidad de buques, restricciones contractuales y diferencias regulatorias. En este contexto, el precio Henry Hub se mantiene estructuralmente por debajo de las referencias europea y asiática porque el gas natural estadounidense no puede trasladarse plenamente al mercado internacional: aunque Estados Unidos cuenta con una elevada producción doméstica y abundantes recursos no convencionales, la capacidad de licuefacción y exportación de GNL actúa como una restricción relevante. Esto hace que una parte significativa del gas producido permanezca condicionada por el equilibrio interno de oferta y demanda, manteniendo al mercado estadounidense relativamente aislado o “landlocked” frente a los precios internacionales.

2.5. El mercado ibérico del gas natural

El mercado ibérico del gas natural se integra en el sistema gasista europeo, pero presenta características propias derivadas de su localización geográfica, su infraestructura de GNL y su grado de diversificación de suministros. España dispone de una red gasista desarrollada que incluye plantas de regasificación, gasoductos de transporte, conexiones internacionales, almacenamientos subterráneos y un mercado organizado de gas.

En 2024, el sistema gasista español recibió aprovisionamientos de gas natural por un total de 340.470 GWh, de los cuales aproximadamente el 60 % correspondió a GNL procedente de 14 orígenes distintos. Las importaciones por gasoducto representaron cerca del 40 % restante, lo que evidencia que, aunque el GNL tiene un peso dominante, la red de gasoductos continúa siendo un elemento esencial para el equilibrio del sistema y la seguridad de suministro [ENAG24].

La operación técnica del sistema corresponde a Enagás GTS, responsable de garantizar la continuidad, seguridad y eficiencia del suministro. Esta función incluye la coordinación de entradas y salidas, la supervisión de infraestructuras, la gestión de balances y la publicación de información operativa relevante para los agentes. Desde el punto de vista del mercado, esta información resulta esencial para la toma de decisiones de aprovisionamiento, contratación de capacidad y gestión de posiciones.

La negociación de gas natural se articula a través de MIBGAS, el mercado organizado ibérico del gas. En él se negocian productos con distintos horizontes temporales, desde operaciones intradiarias y diarias hasta productos de mayor plazo. Esta estructura proporciona referencias transparentes de precio y facilita la liquidez del mercado. Para la valoración del almacenamiento, estas señales son especialmente relevantes, ya que permiten comparar el valor del gas en distintos momentos del tiempo y evaluar estrategias de inyección y extracción.

El acceso a las infraestructuras gasistas, la asignación de capacidad y la operación de determinados servicios se encuentran sujetos a regulación específica [CNMC24]. En particular, la Circular 2/2025 de la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia actualiza la metodología de acceso y asignación de capacidad en el sistema de gas natural español, incorporando criterios adaptados a la evolución del mercado y a la integración progresiva de gases renovables y bajos en carbono [CNMC25].

En resumen, el mercado ibérico combina una elevada diversificación de aprovisionamientos, una infraestructura de GNL relevante, un gestor técnico centralizado y un mercado organizado con señales de precio observables. Estas características lo convierten en un entorno adecuado para analizar el valor de la flexibilidad gasista y, en particular, para desarrollar una herramienta cuantitativa de valoración del almacenamiento subterráneo.

2.5.1. Almacenamientos subterráneos de gas natural en España

El almacenamiento subterráneo de gas natural constituye una infraestructura consolidada en el sistema energético internacional. El primer almacenamiento subterráneo se desarrolló en 1915 en Canadá, lo que indica más de un siglo de experiencia operativa en este tipo de soluciones. En la actualidad, existen más de 600 instalaciones históricas y en torno a 700 operativas a nivel mundial, lo que refleja su amplia adopción global.

Desde el punto de vista técnico, el gas se almacena habitualmente a profundidades superiores a 1.000 metros, en formaciones geológicas tales como yacimientos agotados, acuíferos profundos o cavernas salinas. Estas condiciones permiten garantizar la integridad del almacenamiento y mantener presiones adecuadas para su posterior extracción.

Este desarrollo global evidencia que el almacenamiento subterráneo es una tecnología madura cuya función principal consiste en gestionar la estacionalidad de la demanda y aportar seguridad energética.

2.5.1.1. Función estratégica y estructura del sistema español

En el sistema gasista español, los almacenamientos subterráneos desempeñan un papel estratégico como infraestructuras de flexibilidad. Su función principal consiste en desplazar gas en el tiempo: inyectarlo en periodos de menor demanda o menor tensión de precios y extraerlo en momentos de mayor consumo o necesidad del sistema. De este modo, actúan como un mecanismo de ajuste entre la oferta y la demanda, aportando capacidad de respuesta ante variaciones estacionales, incidencias operativas o situaciones de tensión en el suministro.

Desde el punto de vista funcional, estos activos cumplen tres cometidos principales: (i) reforzar la seguridad de suministro, al disponer de reservas accesibles en momentos de necesidad; (ii) contribuir al equilibrio y a la operación del sistema gasista, aportando flexibilidad física; y (iii) generar valor económico mediante arbitraje temporal, aprovechando diferenciales de precio entre periodos de inyección y extracción.

En la actualidad, España cuenta con cuatro almacenamientos subterráneos operativos: Gaviota, Serrablo, Yela y Marismas. Para el periodo 2026–2027, la capacidad total disponible asciende a 35.926 GWh, con una distribución aproximada concentrada en Gaviota (51 %), Serrablo (27 %), Yela (20 %) y Marismas (2 %). Esta distribución refleja una estructura relativamente concentrada, en la que Gaviota representa el principal activo del sistema en términos de capacidad.

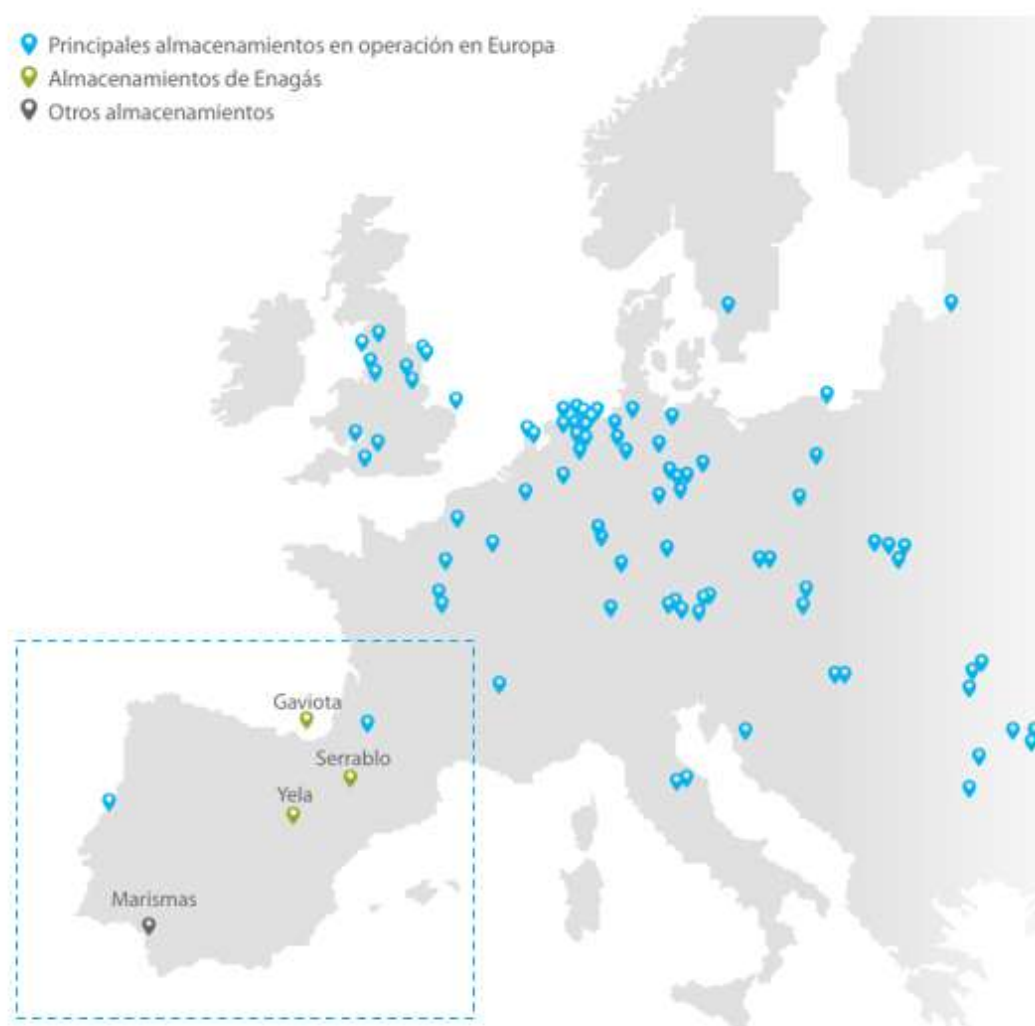


Figura 2.5. Localización de los principales almacenamientos subterráneos de gas natural en Europa y situación de los almacenamientos españoles.

Como se observa en la Figura 2.5, la red española combina almacenamientos repartidos entre el norte, el centro y el sur peninsular. Esta distribución territorial contribuye a mejorar la resiliencia del sistema, reducir potenciales restricciones de transporte y facilitar una operación más equilibrada de la red gasista. No obstante, el valor económico y operativo de estos activos no depende únicamente de su localización, sino también de sus características físicas, de las condiciones regulatorias y de la estructura de precios del mercado.

En particular, la operación de un almacenamiento subterráneo está condicionada por tres grupos de factores. En primer lugar, las restricciones físicas, entre las que destacan la capacidad útil, el gas colchón y los caudales máximos de inyección y extracción. En segundo lugar, las restricciones regulatorias, como las obligaciones de existencias mínimas o los niveles mínimos de llenado exigidos en determinadas fechas. En tercer lugar, las condiciones de mercado, especialmente la curva forward del gas, la volatilidad y los spreads entre periodos, que son los elementos que determinan la rentabilidad potencial de las decisiones de inyección y extracción.

Desde un punto de vista técnico, los almacenamientos subterráneos pueden clasificarse de forma general en *onshore* y *offshore*. Los almacenamientos *onshore* se localizan en tierra firme y suelen apoyarse en antiguas estructuras geológicas continentales, mientras que los *offshore*

se sitúan mar adentro y requieren infraestructuras de acceso y operación más complejas. Esta diferencia no es únicamente geográfica, sino también operativa, ya que condiciona el diseño de la instalación, los costes de explotación y determinados aspectos logísticos y de mantenimiento.

En el caso español, Yela constituye un ejemplo representativo de almacenamiento *onshore*, mientras que Gaviota es el principal ejemplo de almacenamiento *offshore*. Las Figuras 2.6 y 2.7 ilustran de forma esquemática ambas tipologías.

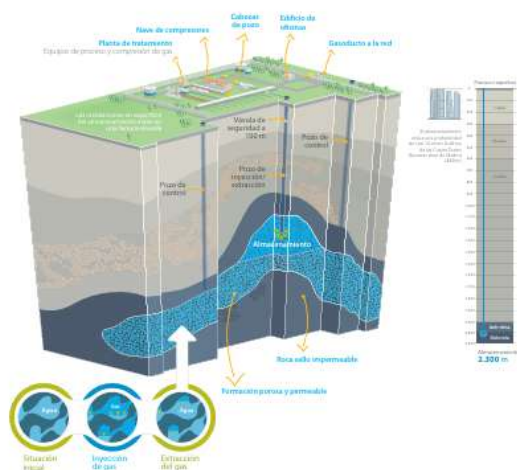


Figura 2.6. Esquema ilustrativo de un almacenamiento subterráneo *onshore*: caso de Yela.

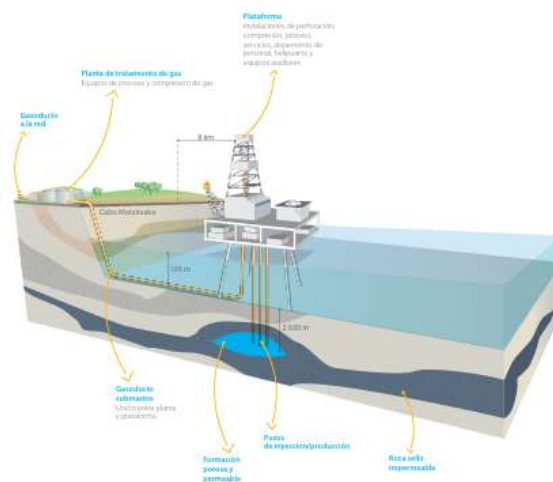


Figura 2.7. Esquema ilustrativo de un almacenamiento subterráneo *offshore*: caso de Gaviota.

2.5.1.2. Dinámica operativa y restricciones

El funcionamiento de los almacenamientos subterráneos responde a una lógica marcadamente estacional. Durante los meses de menor demanda, habitualmente entre primavera y comienzos de otoño, el sistema aprovecha para inyectar gas y reconstituir inventarios. Por el contrario, en los meses de invierno, cuando aumenta el consumo y se intensifican las necesidades del sistema, el gas almacenado se extrae para complementar el suministro y aportar flexibilidad operativa.



Figura 2.8. Evolución diaria de los flujos de inyección y extracción en los almacenamientos subterráneos en España durante 2025, comparados con 2024.

La Figura 2.8 refleja con claridad este patrón de funcionamiento. Durante los primeros meses del año predominan las extracciones, coherentes con el vaciado estacional del almacenamiento tras el invierno. A partir de marzo-abril se observa un cambio de régimen y pasan a dominar las inyecciones, que se mantienen, con distinta intensidad, durante buena parte de la primavera y el verano. Finalmente, a partir de noviembre vuelven a registrarse extracciones netas, en línea con el inicio del nuevo ciclo invernal. También se aprecian periodos intermedios con flujos cercanos a cero, asociados a transiciones operativas entre ambos regímenes.

El propio gráfico permite además contextualizar el comportamiento agregado del sistema en 2025. Según los datos mostrados, el gas inyectado durante el año ascendió a 9.360 GWh, mientras que el gas extraído alcanzó 14.464 GWh. Esta diferencia pone de manifiesto que, en términos netos, el sistema realizó un uso intensivo del gas previamente almacenado, reforzando su papel como instrumento de flexibilidad y apoyo a la operación del sistema gasista.

Desde el punto de vista técnico, el almacenamiento puede describirse mediante un balance de inventario: el nivel de gas almacenado aumenta con las inyecciones y disminuye con las extracciones. Este balance está sujeto a varias restricciones fundamentales, entre las que destacan la capacidad máxima de almacenamiento, la necesidad de mantener un volumen mínimo de gas colchón para conservar la presión operativa y los límites de caudal de inyección y extracción. Como consecuencia, la capacidad total del almacenamiento no coincide con la capacidad económicamente utilizable, siendo únicamente el gas útil el que puede destinarse a la operación comercial.

A estas limitaciones físicas se suman las restricciones regulatorias. En el caso español y europeo, la operación de los almacenamientos está condicionada por objetivos mínimos de llenado orientados a reforzar la seguridad de suministro. En particular, la figura indica que el objetivo del 90 % de llenado fijado por el Reglamento (UE) 2022/1032 para el 1 de noviembre de 2025 se consideró cumplido por España. El nivel de almacenamiento subterráneo se situó en

el 86 %, si bien fue posible computar existencias adicionales en plantas de GNL a efectos del cumplimiento del objetivo.

En consecuencia, la flexibilidad económica disponible para arbitraje no depende únicamente de los precios de mercado, sino también de la interacción entre restricciones físicas, objetivos regulatorios y necesidades operativas del sistema. Este aspecto resulta especialmente relevante para la valoración del almacenamiento, ya que parte del volumen gestionado puede quedar condicionado por obligaciones de seguridad de suministro y no estar plenamente disponible para una optimización puramente comercial.

2.5.1.3. Relación con el mercado y valoración

El gas almacenado se negocia a través del Almacenamiento Virtual de Balance (AVB) y su valor depende fundamentalmente de diferenciales de precios temporales y geográficos, especialmente entre el mercado ibérico (MIBGAS) y el mercado europeo de referencia (TTF).

El crecimiento reciente del volumen negociado en MIBGAS refleja una mayor relevancia del mercado ibérico, reforzando el papel del almacenamiento como activo económico.

En conjunto, los almacenamientos subterráneos pueden interpretarse como activos de flexibilidad sujetos a restricciones geológicas, técnicas, regulatorias y de mercado. En consecuencia, su valoración debe abordarse como un problema de optimización dinámica bajo restricciones, en el que las decisiones dependen del estado del sistema y de la evolución esperada de los precios.

3

Estado del arte

En este capítulo se realiza un repaso de la teoría básica de derivados financieros y se presenta el trabajo previo en la literatura sobre el problema a resolver.

La valoración del almacenamiento de gas natural ha sido ampliamente estudiada en la literatura financiera y energética debido a la combinación de incertidumbre de mercado, restricciones físicas de operación y decisiones secuenciales en el tiempo. A diferencia de otros activos energéticos, un almacenamiento no genera valor únicamente por su existencia como infraestructura, sino por la posibilidad de decidir cuándo inyectar, extraer o mantener gas almacenado en función de la evolución de los precios y de las condiciones operativas del activo.

Desde un punto de vista conceptual, el problema puede formularse como la maximización del valor esperado de los flujos de caja derivados de la operación del almacenamiento. La decisión óptima no se toma de forma aislada en cada instante, sino que depende del impacto que tiene sobre las decisiones futuras. Esta dependencia intertemporal explica que la literatura haya abordado el problema desde distintas perspectivas: la interpretación económica del almacenamiento como activo flexible, la modelización estocástica de los precios del gas y el desarrollo de métodos numéricos capaces de resolver el problema de decisión asociado.

3.1. Valoración económica del almacenamiento como activo flexible

Una primera línea de trabajo se centra en la interpretación económica del almacenamiento de gas natural. Bajo este enfoque, el almacenamiento se entiende como un activo flexible que permite desplazar gas en el tiempo y adaptar la estrategia de operación a la evolución del mercado. Su valor no procede únicamente del diferencial de precios observable entre dos fechas, sino de la capacidad de decidir de forma dinámica cuándo comprar, almacenar, vender o esperar.

Uno de los trabajos de referencia en esta línea es el de **Thompson, Davison y Rasmussen** [THOM09], que aborda la valoración y optimización del almacenamiento de gas natural desde

la perspectiva de las opciones reales. Los autores plantean el almacenamiento como un activo cuyo valor depende de una política óptima de operación, trasladando la lógica de las opciones financieras al contexto físico del gas natural. Para ello, incorporan restricciones de capacidad, límites de inyección y extracción, y costes operativos.

En este planteamiento, el operador debe decidir en cada instante entre inyectar, extraer o no actuar. La función valor recoge el beneficio máximo esperado desde cada estado del sistema, definido principalmente por el tiempo, el precio del gas y el nivel de inventario. Esta formulación resulta especialmente relevante porque muestra que el almacenamiento no puede valorarse mediante un análisis estático de márgenes, sino que requiere resolver una estrategia óptima bajo incertidumbre.

La principal aportación de este enfoque es que permite interpretar el almacenamiento como una opción real. Al igual que una opción financiera otorga el derecho, pero no la obligación, de realizar una operación en determinadas condiciones, la capacidad de almacenamiento otorga al operador la posibilidad de actuar solo cuando las condiciones de mercado lo justifican. No obstante, a diferencia de una opción financiera estándar, el almacenamiento incorpora restricciones físicas y decisiones interdependientes: extraer gas hoy reduce el inventario disponible mañana, mientras que inyectar gas hoy limita la capacidad restante para futuras inyecciones.

Esta visión resulta fundamental para el presente trabajo, ya que sitúa el valor del almacenamiento en la flexibilidad operativa. El activo no se valora únicamente por el gas almacenado, sino por la capacidad de tomar decisiones sucesivas bajo incertidumbre y restricciones físicas.

3.2. Modelización del precio del gas y de la curva forward

Una segunda línea de la literatura se centra en la modelización del precio del gas natural. Este aspecto es esencial porque el valor del almacenamiento depende directamente de la evolución futura de los precios y de la forma en que se represente la incertidumbre del mercado. Una valoración puramente determinista permite capturar el valor asociado a la curva forward inicial, pero no recoge el valor extrínseco derivado de la volatilidad y de la posibilidad de adaptar la estrategia a nuevos escenarios.

En este ámbito destaca el trabajo de **Boogert y De Jong** [BOOG11], que desarrolla un modelo de valoración basado en simulación Monte Carlo y en una dinámica multifactorial de precios. Los autores parten de la idea de que el precio del gas natural presenta características que no pueden capturarse adecuadamente mediante modelos demasiado simples, como una única dinámica lognormal. En particular, los precios energéticos pueden mostrar reversión a la media, estacionalidad, elevada volatilidad y movimientos bruscos asociados a shocks de oferta o demanda.

Su metodología se apoya en la simulación de múltiples trayectorias futuras de precios y en la determinación de una política de operación aproximada. Este enfoque permite justificar la necesidad de complementar la curva forward inicial con una dinámica estocástica, de forma que la valoración incorpore no solo las oportunidades visibles en el momento inicial, sino también las oportunidades que pueden aparecer como consecuencia de la evolución futura del mercado.

En una línea próxima, **Hénaff, Laachir y Russo** [HENA18] analizan la valoración y cobertura de instalaciones de almacenamiento combinando una dinámica de spot con estrategias de cobertura mediante futuros. Su trabajo destaca la importancia del riesgo de modelo, ya que distintas especificaciones de la dinámica de precios pueden producir valoraciones diferentes. Además, proponen una modelización que unifica la dinámica del spot y de la curva de futuros, incorporando hechos estilizados del mercado de gas como la estacionalidad y la presencia de *spikes*.

Por su parte, **Bäuerle y Riess** [BAUE14] plantean la valoración del almacenamiento como un problema de decisión de Markov e incorporan modelos de cambio de régimen. Este tipo de modelos permite representar situaciones en las que el mercado alterna entre distintos estados, por ejemplo, periodos normales y periodos de tensión o precios elevados. La principal aportación de este enfoque es reconocer que la dinámica del gas puede no ser homogénea en el tiempo y que la política óptima de inyección y extracción puede depender del régimen de mercado.

En conjunto, estos trabajos muestran que la modelización del precio es una parte central del problema de valoración. La curva forward proporciona la referencia inicial de precios, pero la dinámica estocástica determina cómo se generan los posibles escenarios futuros. Por ello, distintas hipótesis sobre volatilidad, estacionalidad, reversión a la media o cambios de régimen pueden afectar de forma significativa al valor estimado del almacenamiento.

3.3. Métodos de resolución del problema de decisión

Una vez interpretado el almacenamiento como un activo flexible y definida una dinámica para los precios, es necesario resolver el problema de decisión asociado a su operación. En cada instante, y para cada estado del sistema, el operador debe comparar el valor de las alternativas disponibles: inyectar, extraer o mantener el gas almacenado. Esta decisión no depende únicamente del precio observado en ese momento, sino también del nivel de inventario y del valor esperado de conservar flexibilidad para fechas posteriores.

Desde una perspectiva matemática, **Chen y Forsyth** [CHEN07] desarrollan un esquema numérico para problemas de control impulsivo aplicado a la valoración de *swing options*. Aunque las *swing options* no son exactamente equivalentes a un almacenamiento físico, comparten una estructura similar: el titular dispone de flexibilidad para decidir cuándo ejercer determinados derechos, pero dicha flexibilidad está limitada por restricciones acumuladas o físicas. En el caso del almacenamiento, estas restricciones aparecen en forma de capacidad máxima y mínima, límites de inyección y extracción, y costes asociados a cada operación.

El interés de este trabajo reside en la formulación del problema como un problema de control impulsivo. Desde el punto de vista numérico, esto conduce a ecuaciones cuasi-variacionales relacionadas con la teoría de Hamilton-Jacobi-Bellman. La función valor debe comparar, en cada estado, el valor de continuar sin actuar con el valor de intervenir. Este planteamiento resulta especialmente útil cuando las decisiones de operación modifican el estado físico del sistema, como ocurre con el nivel de inventario en un almacenamiento de gas.

De forma general, dentro de las finanzas cuantitativas pueden distinguirse tres grandes familias de métodos para valorar opciones y activos con opcionalidad:

- **Árboles binomiales y trinomiales:** generan una estructura discreta de posibles evoluciones del precio del subyacente. Son métodos intuitivos y relativamente sencillos de implementar, pero pueden resultar limitados cuando la dinámica del precio es compleja o

cuando existen varias variables de estado, como ocurre en el caso del almacenamiento. [COXR79]

- **Simulación Monte Carlo:** permite generar múltiples trayectorias futuras de precios y estimar el valor esperado del activo a partir de los resultados simulados. Su principal ventaja es la flexibilidad para incorporar dinámicas estocásticas más ricas. Sin embargo, puede presentar dificultades cuando el problema requiere determinar una política óptima de decisión en múltiples fechas, especialmente si las decisiones dependen del inventario acumulado. [BOYL97]
- **Métodos numéricos para ecuaciones en derivadas parciales:** resuelven de forma aproximada la ecuación de valoración asociada al problema. Dentro de esta familia se incluyen métodos como diferencias finitas, elementos finitos u otros esquemas numéricos. Su principal interés es que permiten tratar explícitamente la estructura dinámica del problema y comparar, en cada estado, el valor de las distintas acciones posibles. [CHEN07; BREN78]

De acuerdo con la literatura revisada, los métodos basados en árboles pueden estar limitados por el tipo de proceso estocástico que son capaces de manejar. Por su parte, los métodos de simulación pueden presentar problemas de precisión o un elevado coste computacional cuando la política de control es compleja [BOOG08; CHEN07]. Por este motivo, los métodos numéricos basados en programación dinámica y ecuaciones en derivadas parciales constituyen una alternativa adecuada para valorar activos energéticos flexibles sujetos a restricciones físicas.

Esta línea de trabajo es especialmente relevante para el presente proyecto, ya que la valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural exige resolver una secuencia de decisiones interdependientes. La acción óptima en cada fecha no puede determinarse de forma aislada, porque inyectar o extraer gas modifica el volumen disponible para los días siguientes. Por tanto, el problema requiere una metodología capaz de combinar la evolución estocástica del precio con las restricciones operativas del almacenamiento y con el valor futuro de la flexibilidad.

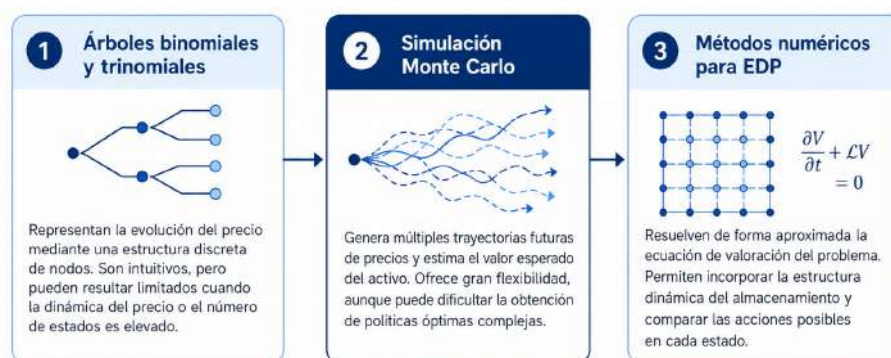


Figura 3.1. Alternativas posibles para valorar opciones financieras

3.4. Derivados energéticos y opcionalidad del almacenamiento

El almacenamiento subterráneo de gas natural no es únicamente una infraestructura física destinada a desplazar gas en el tiempo. Desde el punto de vista económico, puede interpretarse

como un activo flexible que permite tomar decisiones sucesivas de compra, venta o espera en función de la evolución de los precios del mercado. Esta flexibilidad es precisamente la que hace que su valoración no pueda reducirse a una comparación estática entre precios de verano e invierno, sino que requiera incorporar conceptos propios de los mercados de derivados: curva forward, volatilidad, opciones, swaps y valor temporal de la flexibilidad.

En los mercados energéticos, los productos derivados permiten transferir, cubrir o valorar riesgos asociados a la evolución futura de los precios. Su valor depende de un activo subyacente, que en este caso puede ser el precio del gas natural en un mercado de referencia. A diferencia de otros activos financieros, las materias primas energéticas presentan características particulares: pueden requerir entrega física, están sujetas a restricciones de transporte y almacenamiento, muestran patrones estacionales y pueden experimentar episodios de elevada volatilidad. Por ello, la aplicación de instrumentos derivados al gas natural resulta especialmente relevante para comercializadoras, traders y operadores de infraestructuras [AFI26; BOOG11].

En el contexto de este trabajo, los derivados financieros no se introducen como un fin en sí mismo, sino como el lenguaje natural para entender el valor económico de la capacidad de almacenamiento. Un agente que dispone de capacidad de almacenamiento puede comprar gas, inyectarlo, mantenerlo almacenado y venderlo posteriormente. Sin embargo, no está obligado a seguir una estrategia fija desde el inicio: puede adaptar sus decisiones a la información disponible en cada momento. Esta posibilidad de decidir dinámicamente es lo que se denomina *opcionalidad operativa*. El modelo desarrollado en este proyecto busca cuantificar precisamente ese valor.

3.4.1. Precio spot, curva forward y valor temporal del gas

El punto de partida para valorar cualquier decisión de almacenamiento es distinguir entre el precio *spot* y los precios *forward*. El precio *spot* representa el precio de compra o venta inmediata del gas. En cambio, un precio *forward* refleja el precio pactado hoy para entregar o liquidar gas en una fecha futura. La colección de precios forward para distintos vencimientos forma la denominada curva forward [AFI26].

La curva forward resume la visión actual del mercado sobre el valor del gas en distintos momentos del tiempo. En un mercado como el gas natural, esta curva suele contener una fuerte componente estacional: los precios asociados a los meses de invierno tienden a reflejar una mayor presión de demanda, mientras que los meses de menor consumo pueden presentar precios más reducidos. Esta estructura temporal es fundamental para el almacenamiento, ya que la estrategia intuitiva consiste en inyectar gas cuando su valor relativo es bajo y extraerlo cuando su valor relativo es alto.

No obstante, la curva forward no debe interpretarse únicamente como una previsión puntual del futuro. Es una fotografía de mercado en una fecha concreta. Al día siguiente, la curva puede desplazarse, cambiar de pendiente o modificar la relación entre vencimientos cercanos y lejanos. Por tanto, el almacenamiento no se valora solo a partir de la curva forward inicial, sino también a partir de la incertidumbre sobre cómo puede evolucionar dicha curva durante el horizonte de operación.

Esta idea es especialmente importante en el modelo de este trabajo. La curva forward inicial proporciona la estructura determinista de precios de partida, mientras que la volatilidad implícita observada en el mercado permite introducir incertidumbre sobre los precios futuros. De esta forma, el modelo no se limita a valorar el diferencial visible entre meses, sino que

incorpora el valor de poder reaccionar ante escenarios de precios que todavía no se han materializado.

3.4.2. Futuros y forwards: fijar hoy un precio futuro

Los contratos *forward* y los contratos de futuros son acuerdos mediante los cuales dos partes pactan hoy la compraventa futura de un activo a un precio determinado.[FEDC13] En el caso del gas natural, el subyacente es una cantidad de energía, habitualmente expresada en MWh, que puede liquidarse mediante entrega física o mediante liquidación financiera por diferencias [AFI26].

La diferencia principal entre ambos instrumentos reside en su forma de negociación. Los futuros se negocian en mercados organizados, con contratos estandarizados y mecanismos de garantías. Los forwards, por el contrario, suelen negociarse de forma bilateral, lo que permite adaptar mejor el contrato a las necesidades de las partes, aunque introduce mayor dependencia de la contraparte.

Para un agente expuesto al precio del gas, estos instrumentos permiten reducir incertidumbre. Por ejemplo, una comercializadora que espera necesitar gas en invierno puede comprar un contrato forward para fijar hoy el precio de aprovisionamiento futuro. De forma simétrica, un productor o un agente con gas disponible puede vender forward para asegurar un precio de venta. En ambos casos, el derivado transforma un precio incierto en un precio conocido.

Sin embargo, el almacenamiento introduce una diferencia relevante frente a una posición forward simple. Contratar un forward obliga a comprar o vender en una fecha futura bajo unas condiciones pactadas. Disponer de almacenamiento, en cambio, permite decidir si conviene inyectar, extraer o esperar. Por tanto, mientras que un forward elimina incertidumbre fijando un precio, el almacenamiento conserva flexibilidad para explotar cambios favorables en la curva de precios.

Esta distinción es esencial para entender el valor del almacenamiento. Si el operador estuviera obligado desde el inicio a comprar gas en verano y venderlo en invierno, el valor dependería principalmente del diferencial forward entre ambos periodos, descontando costes de inyección, extracción y almacenamiento. Este valor se conoce habitualmente como *valor intrínseco*. No obstante, al poder revisar las decisiones a lo largo del tiempo, el almacenamiento puede generar un valor adicional: el *valor extrínseco* o valor de la flexibilidad.

3.4.3. Opciones call y put: el derecho a decidir

Una opción es un contrato que otorga a su comprador el derecho, pero no la obligación, de realizar una operación futura bajo unas condiciones prefijadas. Esta asimetría es la clave del producto: el comprador puede ejercer la opción si le resulta favorable y dejarla vencer si no le interesa. A cambio de esa flexibilidad, paga una prima [AFI26].

Las dos opciones básicas son la *call* y la *put*. Una opción *call* da derecho a comprar el subyacente a un precio de ejercicio K . Su payoff en vencimiento puede expresarse como:

$$C_T = \max(S_T - K, 0) \quad (3.1)$$

donde S_T es el precio del subyacente en el momento de vencimiento. Si el precio de mercado está por encima del precio de ejercicio, la opción se ejerce; si está por debajo, no se ejerce. Por

el contrario, una opción *put* da derecho a vender el subyacente a un precio de ejercicio K , y su payoff viene dado por:

$$P_T = \max(K - S_T, 0) \quad (3.2)$$

En este caso, la opción tiene valor cuando el precio de mercado cae por debajo del precio de ejercicio.

Aunque estas expresiones son sencillas, contienen la intuición central de la valoración del almacenamiento. Inyectar gas puede interpretarse como adquirir la posibilidad de venderlo más adelante si los precios suben. Extraer gas, por su parte, equivale a transformar el gas almacenado en caja cuando el precio de mercado justifica hacerlo. La decisión de no operar también tiene valor, porque evita realizar una acción desfavorable y conserva capacidad para momentos posteriores.

El almacenamiento no es exactamente una opción *call* ni una opción *put* estándar. No existe un único vencimiento, ni un único precio de ejercicio, ni una única decisión de ejercicio. En realidad, se parece más a una sucesión de opciones reales interdependientes. Cada día, el operador compara el valor inmediato de inyectar o extraer con el valor de esperar. Además, la decisión tomada hoy modifica el volumen disponible mañana, por lo que las decisiones están acopladas entre sí.

Por este motivo, la valoración del almacenamiento se formula habitualmente como un problema de optimización dinámica. El estado del sistema viene determinado por el tiempo, el precio del gas y el volumen almacenado. Las variables de decisión son las acciones de inyección, extracción o mantenimiento. El objetivo es maximizar el valor esperado de los flujos de caja generados por el activo, teniendo en cuenta las restricciones técnicas y económicas.

3.4.4. Swaps: transformar un precio variable en un precio fijo

Un *swap* es un acuerdo mediante el cual dos partes intercambian flujos de caja durante un periodo determinado. En los mercados de materias primas, un *commodity swap* suele utilizarse para intercambiar un precio variable de mercado por un precio fijo pactado. Una parte paga el precio fijo y recibe el precio variable; la otra recibe el precio fijo y paga el precio variable [AFI26].

En el caso del gas natural, un swap puede permitir a una comercializadora estabilizar su coste de aprovisionamiento o a un productor asegurar un ingreso fijo. Si el precio de mercado supera el precio fijo pactado, una de las partes compensa a la otra; si el precio de mercado queda por debajo, el flujo de compensación se invierte. De esta forma, el swap no implica necesariamente entrega física de gas, sino una liquidación financiera por diferencias.

La conexión con el almacenamiento aparece al analizar cómo se puede cubrir o monetizar parte de su valor. Una estrategia basada en almacenamiento físico genera flujos de caja variables: se paga al inyectar gas y se ingresa al extraerlo. Algunos de esos flujos pueden cubrirse mediante forwards, futuros o swaps, reduciendo la exposición al precio. Sin embargo, la cobertura financiera no elimina todo el problema, porque el valor más característico del almacenamiento procede precisamente de la flexibilidad para modificar la estrategia según evolucione el mercado.

Por tanto, los swaps son útiles para entender la diferencia entre cobertura y flexibilidad. Un swap reduce la incertidumbre al fijar económicamente un precio. El almacenamiento, en cambio, permite gestionar la incertidumbre de forma activa: no solo cubre riesgo, sino que permite capturar oportunidades asociadas a cambios en los diferenciales temporales de precio.

3.4.5. Swaptions y flexibilidad sobre estrategias de cobertura

Una *swaption* es una opción sobre un swap. Es decir, otorga a su comprador el derecho, pero no la obligación, de entrar en un contrato swap en una fecha futura bajo unas condiciones previamente acordadas. De forma simplificada, combina dos ideas: la estructura de intercambio de flujos de un swap y la opcionalidad propia de una opción [AFI26].

Aunque las swaptions se asocian con frecuencia a los mercados de tipos de interés, el concepto resulta útil para este trabajo porque muestra cómo la opcionalidad puede aplicarse no solo a comprar o vender un activo físico, sino también a decidir si se entra o no en una estrategia financiera de cobertura. En mercados energéticos, un agente puede querer conservar durante un tiempo la posibilidad de fijar un precio futuro, pero sin comprometerse desde el inicio. Esa posibilidad tiene valor, especialmente cuando la volatilidad es elevada.

La analogía con el almacenamiento es directa: el operador de un almacenamiento tampoco queda completamente comprometido con una estrategia fija desde el primer día. Puede esperar, observar la evolución de la curva forward y decidir posteriormente si le conviene monetizar un diferencial, cubrir una posición o conservar gas para un escenario más favorable. En este sentido, el almacenamiento puede entenderse como un activo que incorpora opcionalidad física y opcionalidad financiera.

3.4.6. Relación con el modelo desarrollado

Los conceptos anteriores permiten interpretar la formulación matemática del modelo. La curva forward proporciona la referencia inicial de precios. Las volatilidades implícitas permiten calibrar la incertidumbre esperada por el mercado. Las opciones explican el valor de la flexibilidad. Los futuros, forwards y swaps muestran cómo los agentes pueden fijar o cubrir precios futuros. Finalmente, la comparación entre opciones europeas, americanas y bermudas ayuda a entender por qué el almacenamiento requiere una resolución dinámica y no una fórmula cerrada sencilla.

En el modelo implementado, el valor del almacenamiento se obtiene resolviendo hacia atrás el problema de decisión. En cada fecha se calcula el valor asociado a las alternativas disponibles: inyectar, extraer o mantener el gas almacenado. La decisión óptima no depende únicamente del precio actual, sino también del volumen almacenado y del valor esperado de conservar flexibilidad para fechas posteriores. Por ello, el almacenamiento se valora como un activo real con opcionalidad múltiple, sujeto a restricciones físicas y económicas.

Desde esta perspectiva, el proyecto conecta los mercados financieros y la operación energética. La herramienta desarrollada no pretende especular sobre el precio del gas, sino proporcionar una valoración coherente de una infraestructura flexible en un mercado incierto. La pregunta central no es únicamente cuánto vale el gas almacenado, sino cuánto vale poder decidir cuándo almacenarlo, cuándo extraerlo y cuándo esperar.

4

Antecedentes

Esta sección presenta el trabajo previo que sirve como punto de partida metodológico para el presente proyecto. Para ello, se introduce primero el concepto de curva forward y, posteriormente, se analiza la modelización estocástica desarrollada por Arturo Martín Colino como base para la valoración operativa del almacenamiento subterráneo de gas natural.

4.1. Conceptos básicos: curva forward y dinámica de precios

La curva forward representa el conjunto de precios futuros de un activo para distintos vencimientos T , observados en un instante temporal t . En el caso del gas natural, esta curva recoge el precio al que se negocia hoy el suministro de gas en fechas futuras, por lo que constituye una referencia directa de las expectativas agregadas del mercado.

Estos precios proceden de contratos de tipo futuros o forwards, mediante los cuales se fija en el presente el precio de compraventa de un activo que será liquidado en una fecha posterior. Dicha liquidación puede realizarse mediante entrega física del gas o mediante liquidación financiera por diferencias. Por tanto, la curva forward no representa un único precio, sino una estructura temporal completa de precios para distintos horizontes de entrega.

Desde el punto de vista matemático, la curva forward puede interpretarse como una función bidimensional $F(t, T)$, donde t representa el instante de observación de la curva y T el vencimiento del contrato. Esta doble dependencia temporal resulta fundamental para su análisis: por un lado, permite observar en una fecha concreta el precio de mercado para distintos vencimientos; por otro, permite estudiar cómo evoluciona esa curva a medida que avanza el tiempo.

- t : instante de observación de la curva forward.
- T : vencimiento o fecha de entrega asociada al contrato.

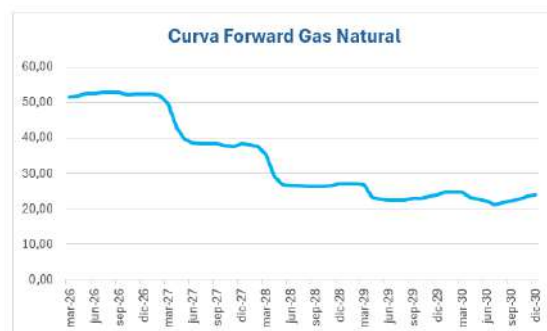


Figura 4.1. Representación ilustrativa de la curva forward

En el caso del gas natural, la curva forward se obtiene a partir de los precios observados en mercados organizados, donde se negocian contratos con distintos vencimientos. Cada punto de la curva corresponde al precio de un contrato específico y, en conjunto, la curva refleja la valoración actual del mercado sobre el gas para diferentes periodos futuros.

Esta curva constituye la base empírica sobre la que se construye el modelo de precios. Sin embargo, para valorar un activo flexible como el almacenamiento no basta con observar la curva en un instante inicial. El valor del almacenamiento depende también de cómo pueda evolucionar dicha curva en el futuro, ya que el operador tiene la posibilidad de adaptar sus decisiones de inyección, extracción o espera a medida que cambian las condiciones de mercado. Por ello, resulta necesario modelizar no solo el nivel inicial de precios, sino también la dinámica estocástica de la curva forward.

4.2. Trabajo previo: modelización estocástica de la curva forward

El presente trabajo toma como antecedente directo el estudio realizado por Arturo Martín Colino, titulado *Valoración de opciones de almacenamiento de Gas Natural Licuado mediante modelos estocásticos* [MART24]. Dicho trabajo constituye una base especialmente relevante, ya que aborda una fase previa y necesaria para la valoración de activos de almacenamiento: la construcción de una dinámica estocástica para la curva forward del gas natural.

Aunque el trabajo previo se centra en opciones de almacenamiento de Gas Natural Licuado, su planteamiento conceptual resulta trasladable al almacenamiento subterráneo. En ambos casos, el valor económico surge de la posibilidad de desplazar gas en el tiempo y adaptar las decisiones a la evolución de los precios. Por ello, su metodología proporciona un punto de partida adecuado para este proyecto, que continúa el análisis incorporando la dimensión operativa del almacenamiento: restricciones de inventario, límites de inyección y extracción, costes asociados y una estrategia óptima de decisión.

La metodología desarrollada por Arturo se articula en varias fases. En primer lugar, parte de datos de mercado de precios forward $F(t, T)$ y construye retornos diarios a partir de los precios observados. Estos retornos permiten analizar los movimientos relativos de la curva forward y trabajar con series comparables entre distintos vencimientos. De forma general, pueden expresarse como:

$$\text{Retorno}(t_i, T_j) = \frac{F(t_i, T_j) - F(t_{i-1}, T_j)}{F(t_{i-1}, T_j)} \cdot \sqrt{t_i - t_{i-1}} \quad (4.1)$$

Una vez calculados los retornos, estos se organizan atendiendo a dos criterios principales: el tiempo restante hasta vencimiento y el mes de vencimiento. Esta organización permite analizar tanto los movimientos de la curva en función de su madurez como los patrones asociados a la estacionalidad del mercado gasista.

Dado que la curva forward contiene un elevado número de vencimientos, el trabajo aplica Análisis de Componentes Principales, o PCA, para reducir la dimensionalidad del problema. El objetivo de esta técnica es identificar un número reducido de factores capaces de explicar la mayor parte de la variabilidad observada en los movimientos de la curva. De este modo, en lugar de modelizar de forma independiente cada vencimiento, la dinámica de la curva se aproxima mediante factores comunes con interpretación económica.

El análisis permite identificar dos componentes principales:

- **Primer factor, de carácter estructural:** recoge movimientos globales de la curva forward y afecta de forma amplia a los distintos vencimientos. Puede interpretarse como un desplazamiento general del nivel de precios del gas, asociado a variaciones en la oferta, la demanda o las condiciones generales del mercado.
- **Segundo factor, de carácter estacional:** recoge variaciones diferenciales entre vencimientos, especialmente entre periodos de invierno y verano. Este factor introduce curvatura en la estructura temporal de precios y permite capturar el diferencial estacional característico del mercado del gas natural.

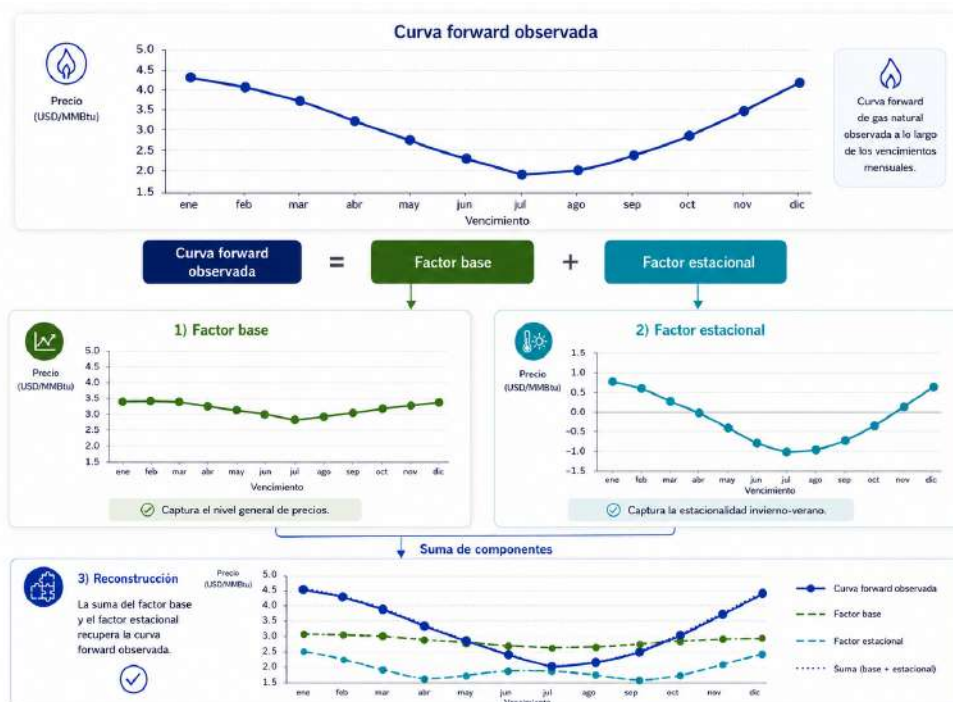


Figura 4.2. Esquema del proceso de reducción por componentes principales de la curva forward

A partir de estos factores, el trabajo propone una dinámica estocástica para la evolución de los precios forward. La formulación se basa en una ecuación diferencial estocástica en la que los

movimientos relativos de $F(t, T)$ se descomponen en una componente estructural, asociada a efectos de corto y largo plazo, y una componente estacional. De forma simplificada, el modelo puede expresarse como:

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \left[\sigma_{cp}(t)e^{-\beta_{cp}(T-t)} + \sigma_{lp}(t)e^{-\beta_{lp}(T-t)} \right] dW_1(t) + \sigma_{est}(t) \cos(\Psi(T)) dW_2(t) \quad (4.2)$$

La primera parte de la expresión recoge los movimientos de corto y largo plazo de la curva forward. Los parámetros σ_{cp} y σ_{lp} representan las volatilidades asociadas a dichos movimientos, mientras que β_{cp} y β_{lp} determinan cómo se atenúa la influencia de cada componente en función del tiempo a vencimiento. Esta estructura permite representar que determinados shocks de mercado tienen un mayor impacto sobre los vencimientos cercanos, mientras que los vencimientos más lejanos suelen reaccionar de forma más suavizada.

La segunda parte de la ecuación incorpora una componente estacional mediante una función trigonométrica. Esta componente busca capturar el patrón periódico del mercado de gas natural, en el que los precios pueden diferir de forma sistemática entre los meses de mayor demanda, especialmente invierno, y los meses de menor consumo. Los términos $dW_1(t)$ y $dW_2(t)$ representan las fuentes de incertidumbre del modelo.

De este modo, el trabajo previo consigue transformar una curva forward de alta dimensionalidad en una representación más manejable, basada en un número reducido de factores con significado económico. Esta modelización permite describir tanto la forma inicial de la curva como sus posibles movimientos futuros, combinando la información histórica contenida en los retornos con una estructura funcional coherente con el comportamiento observado del mercado.

4.3. Continuidad con el presente trabajo

El presente trabajo continúa a partir de la base metodológica desarrollada por Arturo. En concreto, toma como punto de partida la idea de representar la curva forward mediante factores estocásticos asociados a movimientos estructurales y estacionales. Esta dinámica de precios constituye el input necesario para avanzar hacia la valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural.

La diferencia principal se encuentra en el alcance del problema abordado. Mientras que el trabajo previo se centra en la modelización de la curva forward y en la construcción de una dinámica estocástica de precios, el presente proyecto incorpora la dimensión operativa del almacenamiento. Para ello, se consideran restricciones físicas de inventario, límites de inyección y extracción, costes operativos y una estrategia óptima de decisión a lo largo del horizonte de valoración.

Así, la pregunta deja de ser únicamente cómo puede evolucionar la curva forward del gas natural y pasa a ser qué valor tiene disponer de capacidad de almacenamiento cuando el operador puede decidir, en cada momento, si inyectar, extraer o esperar. Esta transición permite conectar la modelización estocástica de mercado con la valoración económica de un activo físico flexible.

En consecuencia, el trabajo de Arturo constituye el punto de partida sobre el que se construye este proyecto. Su metodología proporciona una forma coherente de representar la incertidumbre

de precios, mientras que el presente trabajo utiliza dicha representación para resolver el problema de valoración de la flexibilidad operativa del almacenamiento subterráneo de gas natural.

5

Metodología

Este capítulo presenta la metodología seguida para valorar el almacenamiento subterráneo de gas natural. El enfoque combina la calibración de la incertidumbre de mercado, la resolución numérica del problema de operación óptima y el desarrollo de una herramienta práctica en Excel conectada con código Python.

5.1. Estructura metodológica del trabajo

El objetivo de este capítulo es presentar la metodología desarrollada para valorar económicamente la flexibilidad asociada al almacenamiento subterráneo de gas natural. A diferencia de una valoración puramente estática, basada únicamente en comparar precios de compra y venta en distintos momentos del tiempo, el enfoque propuesto incorpora la incertidumbre futura de los precios, las restricciones físicas del almacenamiento y la posibilidad de adaptar las decisiones de operación a medida que evoluciona el mercado.

La metodología parte de la curva *forward* del gas natural como referencia inicial de precios y de las **volatilidades implícitas observadas en el mercado como medida de la incertidumbre esperada**. Sobre esta base, se calibra un modelo capaz de representar la variabilidad futura de los precios y se utiliza dicha dinámica como *input* para resolver el problema de valoración del almacenamiento. El valor del activo se obtiene, por tanto, como resultado de una estrategia óptima de operación, en la que el agente puede decidir en cada fecha si inyectar, extraer o mantener el volumen almacenado.

El desarrollo metodológico se estructura en tres grandes bloques. El primero corresponde a la **calibración del modelo de precios a la volatilidad implícita de mercado**. Esta fase permite ajustar la intensidad de la incertidumbre del modelo para que sea coherente con la información observable en los mercados. En particular, se calibra el factor de escala de la volatilidad, de forma que la varianza acumulada hasta cada vencimiento replique las volatilidades implícitas disponibles.

El segundo bloque corresponde a la **resolución del modelo de valoración**. Esta parte constituye el núcleo cuantitativo del trabajo y combina dos dimensiones diferenciadas. Por un lado, se

encuentra la parte de **control**, asociada a la decisión operativa sobre el almacenamiento: inyectar, extraer o no actuar. Por otro lado, se encuentra la parte de **difusión**, asociada a la evolución estocástica del precio del gas. La interacción entre ambas dimensiones permite capturar tanto el valor operativo inmediato de cada decisión como el valor futuro de conservar flexibilidad.

Desde el punto de vista numérico, el problema se resuelve hacia atrás en el tiempo. Para cada fecha, nivel de inventario y escenario de precio, se compara el valor asociado a las distintas acciones posibles, teniendo en cuenta las restricciones físicas del almacenamiento y los costes de operación. De este modo, la metodología permite obtener no solo un valor económico agregado del almacenamiento, sino también una política óptima de operación a lo largo del horizonte de análisis.

El tercer bloque consiste en el **desarrollo de una herramienta práctica** que permita utilizar el modelo de forma estructurada. Para ello, se plantea una herramienta en Excel que actúa como interfaz de entrada y salida del modelo. En ella se recogen los principales parámetros de mercado y de operación, como la curva forward, las volatilidades implícitas, la capacidad del almacenamiento, el nivel inicial, las capacidades de inyección y extracción y los costes asociados.

La ejecución del modelo se realiza mediante código Python, que permite implementar de forma eficiente la calibración, la discretización del dominio, la resolución numérica y el tratamiento de los resultados. La herramienta se diseña con la posibilidad de conectar el archivo Excel con el código Python, de forma que los inputs puedan ser leídos automáticamente y los resultados puedan volcarse de nuevo en el libro de trabajo. Esta estructura facilita el uso práctico del modelo y permite analizar distintos escenarios de forma ordenada.

En consecuencia, el capítulo se organiza de la siguiente forma. En primer lugar, se presenta la calibración del modelo de precios a la volatilidad implícita de mercado. En segundo lugar, se desarrolla la formulación del problema de valoración y su resolución numérica, distinguiendo entre la parte de control y la parte de difusión. Finalmente, se describe la herramienta implementada, explicando la función de Excel como interfaz del modelo y el papel de Python como motor de cálculo.

Esta estructura permite conectar los tres niveles del trabajo: el nivel de mercado, representado por la curva forward y las volatilidades implícitas; el nivel matemático, representado por el modelo estocástico y la resolución dinámica del problema; y el nivel aplicado, representado por la herramienta desarrollada para ejecutar el modelo y analizar los resultados.



Figura 5.1. Esquema de las fases principales del desarrollo del Modelo de Valoración

5.2. Calibración a volatilidades de mercado

Una vez definida la estructura funcional del modelo estocástico de la curva forward, resulta necesario ajustar su intensidad de volatilidad a la información observable en mercado. El objetivo de esta fase no es modificar la forma de los factores obtenidos a partir del análisis histórico de la curva, sino adaptar la magnitud de la incertidumbre generada por el modelo a las volatilidades implícitas negociadas para distintos vencimientos.

Las volatilidades implícitas de mercado recogen la incertidumbre esperada por los agentes y se obtienen a partir de los precios de instrumentos derivados sobre gas natural. En la práctica, estas volatilidades suelen ser facilitadas por intermediarios de mercado o *brokers*, y representan el nivel de volatilidad que, introducido en un modelo de valoración, permite reproducir el precio observado de una opción. Por ello, constituyen una fuente de información relevante para calibrar la dinámica estocástica de precios.

En el contexto de este trabajo, la calibración permite que la evolución simulada o discretizada de la curva forward sea coherente con las condiciones actuales del mercado. Sin este ajuste, el modelo podría reproducir adecuadamente la forma histórica de los movimientos de la curva, pero no necesariamente la intensidad de volatilidad que el mercado está incorporando en los precios de los derivados en la fecha de valoración.

5.2.1. Factor de escala de la volatilidad

La metodología utilizada parte de la estructura multifactorial definida en los antecedentes, en la que la dinámica relativa de los precios forward se descompone en una componente estructural, asociada a movimientos de corto y largo plazo, y una componente estacional. Los parámetros que determinan la forma de estos factores se mantienen fijos tras su estimación inicial, preservando así la interpretación económica obtenida mediante el análisis de componentes principales.

La calibración se realiza introduciendo un factor de escala temporal $\lambda(t)$, que ajusta la intensidad de la volatilidad del modelo sin alterar su estructura. De este modo, la dinámica de los precios forward puede expresarse como:

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \lambda(t) \left[\left(\sigma_{cp} e^{-\beta_{cp}(T-t)} + \sigma_{lp} e^{-\beta_{lp}(T-t)} \right) dW_1(t) + \sigma_{est} \cos(\Psi(T)) dW_2(t) \right] \quad (5.1)$$

El término $\lambda(t)$ actúa como un multiplicador de la volatilidad instantánea del modelo. Si $\lambda(t) > 1$, la volatilidad generada por el modelo base se incrementa para ajustarse a la volatilidad implícita observada; si $\lambda(t) < 1$, se reduce. De esta forma, el modelo conserva la estructura de factores previamente estimada, pero adapta su escala a la información de mercado disponible en la fecha de valoración.

Esta elección resulta especialmente útil porque separa dos dimensiones del problema. Por un lado, la forma funcional de los factores describe cómo afectan los movimientos de mercado a los distintos vencimientos de la curva forward. Por otro lado, el factor $\lambda(t)$ ajusta la intensidad temporal de dichos movimientos para que la varianza total acumulada hasta cada vencimiento sea consistente con las volatilidades implícitas observadas.

5.2.2. Varianza integrada del modelo

La calibración se basa en igualar la varianza teórica generada por el modelo con la varianza implícita observada en mercado. Para cada contrato con vencimiento efectivo t_i y volatilidad implícita $\sigma_{imp,i}$, la varianza total de mercado se calcula como:

$$Var_{mercado}(t_i) = \sigma_{imp,i}^2 t_i \quad (5.2)$$

Por su parte, la varianza generada por el modelo depende de la contribución acumulada de los factores de volatilidad a lo largo del tiempo. Para un vencimiento T , la contribución base del modelo entre dos instantes t_{ini} y t_{fin} puede expresarse como:

$$I(t_{ini}, t_{fin}, T) = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} F_1(s, T)^2, ds + \frac{1}{\mu} \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} F_2(s, T)^2, ds \quad (5.3)$$

En esta expresión, F_1 representa la componente estructural de corto y largo plazo, mientras que F_2 recoge la componente estacional. La constante μ pondera la importancia relativa de la segunda componente dentro de la varianza total del modelo. En la implementación desarrollada, la integral asociada a F_1 se calcula mediante una expresión cerrada, mientras que la parte estacional se aproxima evaluando el nivel de F_2 para el vencimiento correspondiente y multiplicando por la longitud del intervalo temporal.

La formulación anterior permite construir una tabla de integrales por tramos temporales. Cada elemento de dicha tabla mide la contribución de un intervalo de calibración a la varianza total de cada contrato observado. Esta tabla constituye la base del procedimiento de *bootstrapping* utilizado para obtener los valores de λ .

5.2.3. Calibración por bootstrapping

El procedimiento de calibración se lleva a cabo mediante *bootstrapping*. Este método consiste en construir la función $\lambda(t)$ de forma secuencial, empezando por los vencimientos más cortos y avanzando progresivamente hacia los más largos. Para ello, se asume que $\lambda(t)$ es constante dentro de cada intervalo temporal $[t_{i-1}, t_i]$, de modo que la función resultante queda definida a trozos.

Para cada contrato i , con vencimiento efectivo t_i , vencimiento del subyacente T_i y volatilidad implícita de mercado $\sigma_{imp,i}$, se impone la siguiente condición:

$$\sigma_{imp,i}^2 t_i = \sum_{k=1}^i \lambda_k^2 A_{k,i} \quad (5.4)$$

donde λ_k representa el factor de escala correspondiente al intervalo $[t_{k-1}, t_k]$ y $A_{k,i}$ recoge la contribución de varianza del modelo base en dicho intervalo para el contrato i :

$$A_{k,i} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(F_1(s, T_i)^2 + \frac{1}{\mu} F_2(s, T_i)^2 \right) ds \quad (5.5)$$

El carácter triangular del problema permite resolverlo de forma recursiva. En el primer vencimiento, únicamente interviene el primer tramo de λ . En el segundo vencimiento, la

contribución del primer tramo ya está fijada y se calibra el segundo. Este proceso se repite hasta cubrir todos los vencimientos disponibles en la estructura de volatilidades de mercado.

La expresión recursiva utilizada para obtener cada nuevo valor de λ_i es:

$$\lambda_i^2 = \frac{\sigma_{imp,i}^2 t_i - \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_k^2 A_{k,i}}{A_{i,i}} \quad (5.6)$$

El numerador representa la parte de varianza de mercado que todavía no ha sido explicada por los tramos anteriores. El denominador mide la contribución del nuevo tramo de calibración a la varianza del contrato considerado. De esta forma, cada valor de λ_i se obtiene como el ajuste necesario para que la varianza acumulada del modelo coincida con la varianza implícita del mercado.

La principal ventaja de este enfoque es que permite ajustar de forma ordenada toda la estructura temporal de volatilidades. Los tramos ya calibrados no se modifican al incorporar nuevos vencimientos, lo que proporciona una construcción progresiva y coherente de la función $\lambda(t)$.

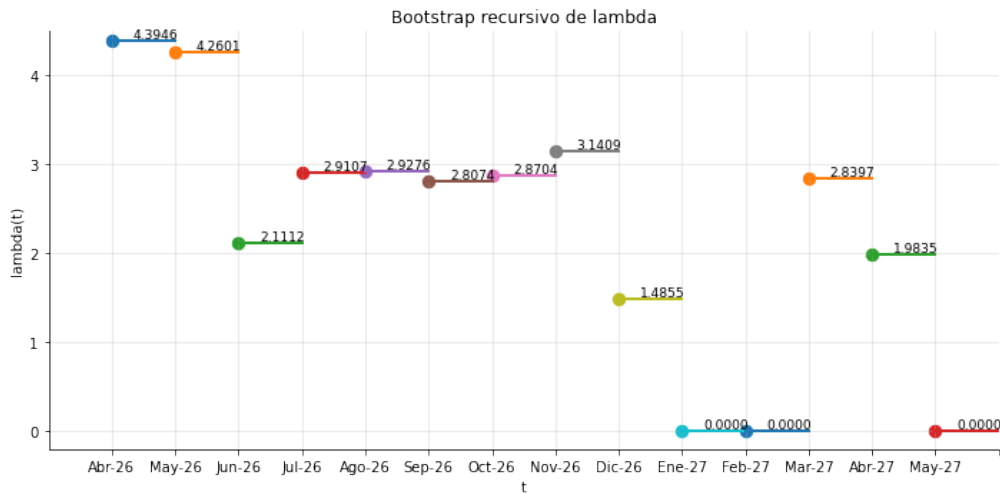


Figura 5.2. Factores de escala λ calibrados por tramos mediante bootstrapping

La Figura 5.2 muestra un ejemplo del resultado del procedimiento de calibración. Los valores de λ no tienen por qué presentar una evolución monótona, ya que la volatilidad del gas natural puede variar de forma significativa entre vencimientos. En particular, los meses de invierno o los periodos de mayor tensión esperada pueden requerir factores de escala superiores para reproducir la incertidumbre implícita observada en mercado.

La expresión recursiva utilizada para obtener cada nuevo valor de λ_i es:

$$\lambda_i^2 = \frac{\sigma_{imp,i}^2 t_i - \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_k^2 A_{k,i}}{A_{i,i}} \quad (5.7)$$

El numerador representa la parte de varianza de mercado que todavía no ha sido explicada por los tramos anteriores. El denominador mide la contribución del nuevo tramo de calibración a la varianza del contrato considerado. De esta forma, cada valor de λ_i se obtiene como el ajuste

necesario para que la varianza acumulada del modelo coincida con la varianza implícita del mercado.

Nota técnica sobre inconsistencias en el bootstrapping

En la implementación práctica del *bootstrapping* puede aparecer una limitación relevante. Si las volatilidades facilitadas por el mercado presentan saltos bruscos o no son completamente consistentes entre vencimientos, puede ocurrir que la varianza acumulada explicada por los tramos previamente calibrados supere la varianza total de mercado correspondiente al nuevo vencimiento. En ese caso, el numerador de la ecuación recursiva se vuelve negativo y el valor de λ_i dejaría de ser calculable en términos reales.

Para evitar valores no reales o numéricamente inestables, en el presente trabajo se adopta un criterio conservador: cuando el residual de varianza es negativo, se fija el valor de λ_i igual a cero. Matemáticamente, este criterio puede expresarse como:

$$\lambda_i^2 = \frac{\max\left(\sigma_{imp,i}^2 t_i - \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_k^2 A_{k,i}, 0\right)}{A_{i,i}} \quad (5.8)$$

Este tratamiento permite mantener la continuidad del procedimiento de calibración sin introducir correcciones artificiales sobre los vencimientos anteriores. No obstante, cuando se activa esta condición, la volatilidad reconstruida por el modelo puede no coincidir exactamente con la volatilidad implícita del vencimiento correspondiente. Por ello, en la implementación se calcula una columna de comprobación, o *check*, que permite comparar la volatilidad de mercado con la volatilidad finalmente reproducida por el modelo.

Desde el punto de vista económico, la aparición de un tramo con $\lambda_i = 0$ no debe interpretarse como ausencia real de incertidumbre, sino como una consecuencia del ajuste secuencial ante una estructura de volatilidades que no es perfectamente compatible con la forma funcional del modelo base. En estos casos, el modelo ya ha acumulado suficiente varianza en los tramos anteriores para superar la varianza total observada en el nuevo vencimiento.

5.2.4. Vencimiento efectivo de los contratos mensuales

Un aspecto metodológico adicional consiste en determinar qué instante debe utilizarse como referencia temporal efectiva para cada contrato mensual. Aunque una aproximación simple consistiría en tomar la fecha final del periodo de entrega, esta elección no resulta necesariamente adecuada cuando el contrato refleja la entrega o liquidación de gas a lo largo de todo un mes y no en una única fecha puntual.

En este tipo de productos, la exposición económica se encuentra más próxima a un promedio de precios durante el periodo de entrega que a una observación aislada al final del mes. Por ello, la volatilidad efectiva del contrato no coincide necesariamente con la volatilidad asociada al último día del periodo. Esta característica aproxima el comportamiento del producto al de una opción de tipo asiático, cuyo valor depende del precio medio del subyacente durante un intervalo de observación.

Para justificar esta aproximación, se realizó un análisis específico de la estructura de covarianzas de los retornos de la curva forward. El objetivo era identificar qué punto del mes ofrecía una representación más coherente del comportamiento agregado del contrato mensual. Al comparar la dependencia temporal de los retornos a lo largo del periodo de entrega, se observó que el

punto central del mes proporcionaba una aproximación adecuada a la exposición media del contrato.

En consecuencia, en el presente trabajo se adopta como referencia el día central del mes de vencimiento, aproximando el vencimiento efectivo del contrato mensual por $T/2$. Esta decisión no se introduce únicamente como una simplificación operativa, sino como una aproximación respaldada por el análisis empírico de covarianzas realizado sobre los datos de la curva forward.

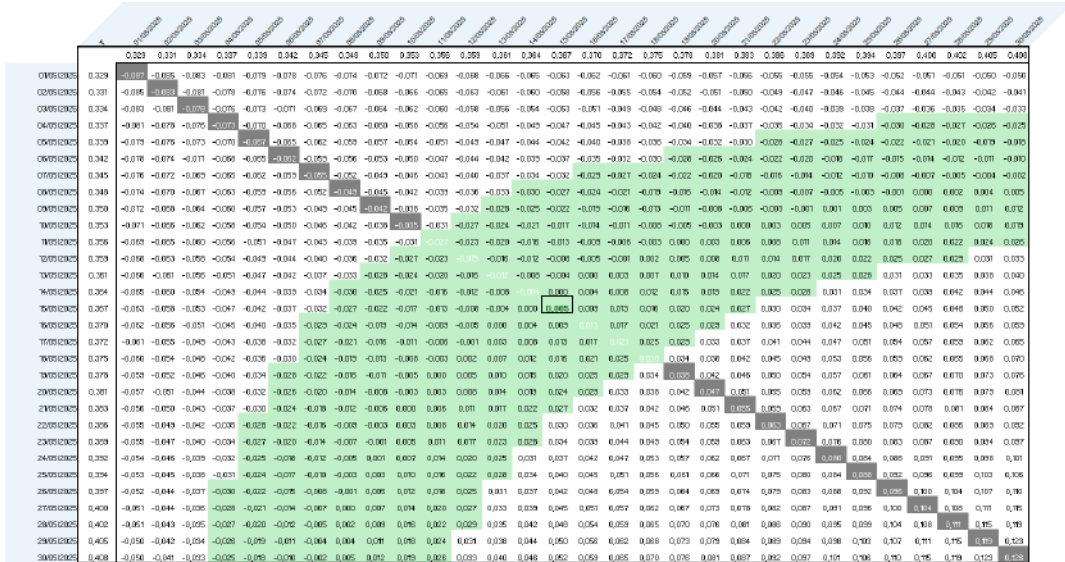


Figura 5.3. Análisis de covarianzas para la aproximación del vencimiento efectivo mensual

La Figura 5.3 muestra el análisis de covarianzas realizado sobre los retornos de la curva forward para distintos días del mes de entrega. El objetivo de esta comprobación es identificar qué punto temporal representa de forma más adecuada la exposición agregada de un contrato mensual, cuyo comportamiento no depende de una única fecha puntual, sino del conjunto del periodo de entrega. La estructura observada en la matriz indica que el punto central del mes proporciona una aproximación razonable al comportamiento medio del contrato, por lo que se adopta el día central, o $T/2$, como vencimiento efectivo en el proceso de calibración.

Esta elección permite que la calibración de volatilidades sea más consistente con la forma en que se negocian y liquidan los contratos mensuales de gas natural. Al utilizar un vencimiento efectivo intermedio, el modelo evita asignar toda la incertidumbre del contrato al final del mes y representa de forma más realista la exposición promedio del producto durante su periodo de entrega.

5.2.5. Resultado de la calibración

El resultado final de esta fase es una función $\lambda(t)$ definida a trozos, calibrada a partir de las volatilidades implícitas de mercado disponibles en la fecha de valoración. Esta función permite transformar el modelo base de la curva forward en una dinámica ajustada a mercado, manteniendo la estructura de factores estimada previamente y adaptando únicamente la intensidad de la volatilidad.

5.3. Resolución del modelo de valoración

Una vez calibrada la dinámica estocástica de la curva *forward* a las volatilidades implícitas de mercado, el siguiente paso consiste en resolver el problema de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural. Esta fase constituye el núcleo cuantitativo del trabajo, ya que permite transformar la información de mercado y las características técnicas del almacenamiento en un valor económico del activo.

El almacenamiento se valora como un activo físico flexible. En cada fecha del horizonte de análisis, el operador puede decidir entre tres tipos de acciones: inyectar gas, extraer gas o no actuar. La decisión óptima depende del precio del gas en ese momento, del nivel de inventario disponible, de las restricciones físicas de inyección y extracción, de los costes operativos y del valor esperado de conservar flexibilidad para fechas posteriores.

Por tanto, el problema no puede resolverse mediante una comparación aislada de precios entre dos fechas. La decisión tomada en un día modifica el estado del almacenamiento en los días siguientes. Por ejemplo, extraer gas hoy puede generar un ingreso inmediato si el precio es elevado, pero reduce el volumen disponible para beneficiarse de posibles precios altos en el futuro. Del mismo modo, inyectar gas hoy supone un coste inmediato, pero permite disponer de inventario para futuras extracciones. Esta interdependencia temporal justifica la formulación del problema mediante programación dinámica.

La resolución se estructura en tres niveles. En primer lugar, se formula el problema económico de almacenamiento y se presenta la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman que lo representa. En segundo lugar, se describe la discretización utilizada para aproximar el problema en tiempo, volumen y precio. Finalmente, se detalla la resolución numérica, separando el operador de difusión, asociado a la evolución estocástica del precio, y el paso de control, asociado a la decisión óptima de inyección, extracción o espera.

5.3.1. Formulación del problema de almacenamiento

El estado del sistema queda definido por tres variables principales: el tiempo, el nivel de inventario y el precio del gas. Sea t el instante temporal, V_t el volumen almacenado y F_t el precio del gas asociado al contrato *forward* correspondiente. El operador elige en cada fecha una acción u_t , donde se adopta la siguiente convención:

$$u_t > 0 \Rightarrow \text{inyección}, \quad u_t < 0 \Rightarrow \text{extracción}, \quad u_t = 0 \Rightarrow \text{espera} \quad (5.9)$$

La evolución del volumen almacenado viene dada por:

$$V_{t+\Delta t} = V_t + u_t \quad (5.10)$$

Las acciones admisibles están limitadas por la capacidad física del almacenamiento y por las capacidades máximas de inyección y extracción. Si $V_{\min}$ y $V_{\max}$ representan, respectivamente, el volumen mínimo y máximo del almacenamiento, el conjunto de controles admisibles en cada fecha puede expresarse como:

$$\mathcal{U}(t, V_t) = \{u_t \in [-E_t, I_t] : V_{\min} \leq V_t + u_t \leq V_{\max}\} \quad (5.11)$$

donde I_t representa la capacidad máxima diaria de inyección y E_t la capacidad máxima diaria de extracción. Estas capacidades pueden depender del mes o de las condiciones operativas definidas para cada periodo.

El flujo de caja inmediato asociado a una decisión u_t depende del precio del gas y de los costes de operación:

$$C(F_t, u_t) = -u_t \cdot F_t - c_{inj} \max(u_t, 0) - c_{ext} \max(-u_t, 0) \quad (5.12)$$

Esta expresión recoge de forma compacta los tres casos posibles. Si $u_t > 0$, el operador inyecta gas, por lo que compra gas al precio de mercado y paga el coste de inyección. Si $u_t < 0$, el operador extrae gas, por lo que vende gas al precio de mercado y paga el coste de extracción. Si $u_t = 0$, no se genera flujo inmediato ni coste operativo.

El objetivo del modelo es maximizar el valor esperado de los flujos de caja generados por el almacenamiento a lo largo del horizonte de valoración. La función valor puede definirse como:

$$S_i(V_i, F_i) = \max_{\text{estrategia futura}} \mathbb{E}_i [\text{flujos de caja futuros del almacenamiento}] \quad (5.13)$$

donde $S_i(V_i, F_i)$ representa el valor máximo esperado del almacenamiento en el instante t_i , dado un volumen almacenado V_i y un precio del gas F_i . En el caso base considerado, se adopta una condición terminal nula:

$$S(T, V, F) = 0 \quad (5.14)$$

Esta condición implica que, al final del horizonte de valoración, no se asigna un valor residual al gas que permanezca almacenado. También podrían considerarse otras condiciones terminales, como una liquidación del inventario final, pero en el desarrollo principal se utiliza la condición terminal igual a cero para aislar el valor de la operación óptima dentro del periodo analizado.

Por tanto, la valoración requiere resolver un problema dinámico en el que interactúan tres elementos: la evolución incierta del precio del gas, las restricciones físicas del almacenamiento y la política óptima de operación. Esta estructura conduce de forma natural a la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, que se presenta en la siguiente subsección.

5.3.2. Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman

La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman es la herramienta matemática que permite representar problemas de decisión dinámica bajo incertidumbre. En el contexto del almacenamiento de gas natural, expresa que el valor del activo en cada estado debe ser igual al máximo valor que puede obtenerse eligiendo la mejor acción operativa disponible.

El principio fundamental que sostiene esta formulación es el principio de optimalidad de Bellman. Según este principio, una estrategia óptima tiene la propiedad de que, cualquiera que sea el estado alcanzado tras la primera decisión, las decisiones restantes deben constituir también una estrategia óptima desde ese nuevo estado. Aplicado al almacenamiento, esto significa que la decisión óptima de hoy debe tener en cuenta no solo el flujo de caja inmediato,

sino también el valor óptimo del almacenamiento a partir del volumen y del precio resultantes en el día siguiente.

En tiempo discreto, que es la formulación utilizada en la implementación del modelo, la ecuación de Bellman puede escribirse como:

$$S_i(V_i, F_i) = \max_{u_i \in \mathcal{U}_i(V_i)} (G(F_i, u_i) + \mathbb{E}_i [S_{i+1}(V_i + u_i, F_{i+1})]) \quad (5.15)$$

El primer término dentro del máximo, $G(F_i, u_i)$, representa el flujo de caja inmediato generado por la decisión u_i . El segundo término representa el valor esperado de continuación, es decir, el valor del almacenamiento en la fecha siguiente una vez actualizado el volumen y teniendo en cuenta la evolución incierta del precio. La maximización recoge que, entre todas las acciones admisibles, el operador escogerá aquella que proporcione el mayor valor total.

Esta ecuación permite entender por qué el almacenamiento tiene valor de flexibilidad. Si el operador decide extraer gas, obtiene un ingreso inmediato, pero reduce el volumen disponible para el futuro. Si decide inyectar gas, incurre en un coste inmediato, pero aumenta el inventario y conserva la posibilidad de extraer en fechas posteriores. Si decide esperar, no genera flujo inmediato, pero mantiene sin cambios la capacidad de actuación futura. La ecuación de Bellman compara estas alternativas en cada estado del sistema.

La misma idea puede expresarse en tiempo continuo mediante una ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman. Para ello, se considera que el precio del gas sigue una dinámica estocástica y que el volumen almacenado evoluciona en función de la decisión de control. De forma general, si el precio se modeliza mediante una difusión lognormal, la ecuación puede escribirse como:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2} \nu^2(t, T) F^2 \frac{\partial^2 S}{\partial F^2} + \max_{u \in \mathcal{U}(t, V)} \left(G(F, u) + u \frac{\partial S}{\partial V} \right) = 0 \quad (5.16)$$

En esta expresión, $S(t, V, F)$ representa la función valor en tiempo continuo, $\nu(t, T)$ es la volatilidad instantánea del precio del gas y $\mathcal{U}(t, V)$ es el conjunto de controles admisibles dado el volumen almacenado. El término con la segunda derivada respecto al precio representa el efecto de la incertidumbre del mercado sobre el valor del almacenamiento, mientras que el término de maximización representa la decisión operativa sobre el inventario.

La ecuación anterior pone de manifiesto las dos dimensiones esenciales del problema. Por un lado, existe una **componente de difusión** asociada a la evolución estocástica del precio del gas. Esta componente determina cómo cambia el valor del almacenamiento ante posibles movimientos futuros del precio. Por otro lado, existe una **componente de control** asociada a la decisión de inyectar, extraer o esperar. Esta componente determina cómo se modifica el inventario y qué flujo de caja inmediato se genera en cada fecha. La resolución numérica implementada reproduce esta lógica: primero se calcula el efecto de la incertidumbre de precios sobre el valor de continuación y, posteriormente, se optimiza la decisión operativa en cada estado.

Por tanto, la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman actúa como puente entre la formulación económica del almacenamiento y el algoritmo numérico de resolución. La función valor se obtiene resolviendo el problema hacia atrás en el tiempo, partiendo de una condición terminal y

retrocediendo hasta la fecha inicial. En cada paso temporal, el modelo actualiza el valor esperado de continuación y selecciona la acción que maximiza el valor total del almacenamiento.

5.3.3. Separación entre control y difusión

Para implementar numéricamente la ecuación de Bellman, el problema se separa en dos pasos: un paso de difusión y un paso de control. Esta separación permite tratar de forma diferenciada la incertidumbre del precio y la decisión operativa sobre el inventario.

El paso de difusión calcula el valor esperado de continuación asociado a la evolución estocástica del precio entre dos fechas consecutivas. En este paso el volumen almacenado no se modifica, por lo que el operador únicamente actualiza el valor futuro esperado para cada nivel de inventario:

$$\tilde{S}_i(V_j, F_k) = \mathbb{E}_i [S_{i+1}(V_j, F_{i+1}) \mid F_i = F_k] \quad (5.17)$$

La superficie intermedia $\tilde{S}_i(V_j, F_k)$ representa, por tanto, el valor de continuación antes de tomar la decisión operativa del día i .

El paso de control se aplica a continuación. Para cada estado (V_j, F_k) , se evalúan las acciones admisibles $u \in \mathcal{U}_i(V_j)$ y se selecciona aquella que maximiza la suma del flujo de caja inmediato y el valor de continuación asociado al nuevo nivel de inventario:

$$S_i(V_j, F_k) = \max_{u \in \mathcal{U}_i(V_j)} \left\{ G(F_k, u) + \tilde{S}_i(V_j + u, F_k) \right\} \quad (5.18)$$

De este modo, la difusión actualiza el valor asociado a la incertidumbre del precio, mientras que el control incorpora la flexibilidad operativa del almacenamiento. En la implementación, ambos pasos se aplican de forma recursiva hacia atrás en el tiempo, partiendo de la condición terminal $S_N(V, F) = 0$ hasta obtener la superficie de valor inicial $S_0(V, F)$.

Esta descomposición resulta especialmente conveniente desde el punto de vista computacional: la difusión se trata mediante un operador numérico sobre la dimensión de precio, mientras que el control se resuelve mediante una maximización discreta sobre las acciones posibles de inyección, extracción o espera. La siguiente subsección presenta la discretización utilizada en tiempo, volumen y precio para aplicar este procedimiento.

5.3.4. Discretización del problema

Para resolver numéricamente el problema de valoración es necesario discretizar las variables de estado. En la formulación teórica, el valor del almacenamiento depende del tiempo, del volumen almacenado y del precio del gas. En la implementación, estas variables se sustituyen por mallas discretas sobre las que se calcula la función valor. De este modo, el problema continuo se aproxima mediante un conjunto finito de estados.

La discretización empleada se construye en tres dimensiones: tiempo, volumen y precio. La malla temporal define las fechas en las que el operador puede tomar decisiones. La malla de volumen representa los posibles niveles de inventario del almacenamiento. Finalmente, la malla de precio recoge los posibles escenarios de precio alrededor de la curva forward. Sobre esta

estructura se evalúa la función valor $S_i(V_j, F_k)$ y se aplica el algoritmo de resolución hacia atrás.

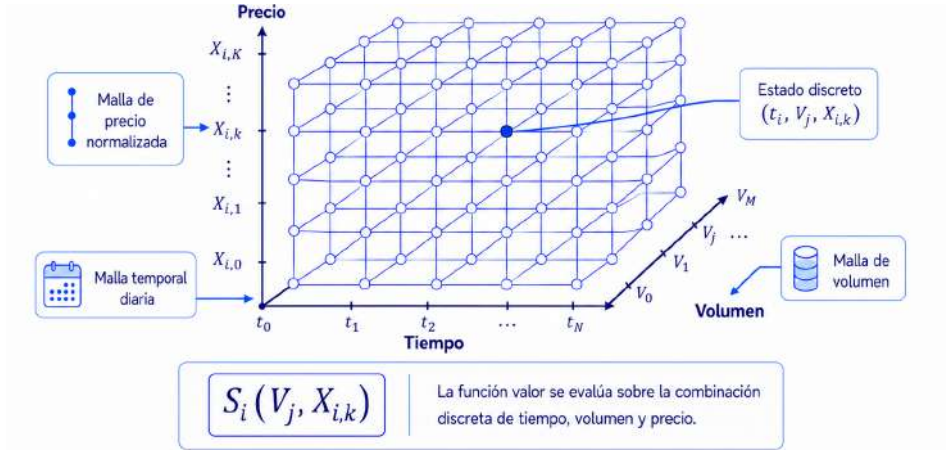


Figura 5.4. Discretización del problema en las tres dimensiones V, t y F

5.3.4.1. Malla temporal

La malla temporal se define con frecuencia diaria, de forma coherente con la operación del almacenamiento. Sea $t_0, t_1, \dots, t_N$ el conjunto de fechas del horizonte de valoración, donde t_0 representa la fecha inicial y t_N la fecha final. Cada paso temporal corresponde a un día de operación, por lo que la resolución permite tomar una decisión diaria de inyección, extracción o espera.

En esta discretización, el índice temporal i sustituye al tiempo continuo t . Por tanto, la función valor continua $S(t, V, F)$ se aproxima mediante $S_i(V_j, F_k)$, que representa el valor del almacenamiento en el día i , para un nivel de inventario V_j y un nodo de precio F_k .

El algoritmo se resuelve hacia atrás en esta malla temporal. Se parte de la condición terminal en t_N y se retrocede día a día hasta t_0 . En cada fecha t_i , el modelo calcula el valor de continuación asociado a la evolución del precio y, posteriormente, determina la acción óptima para cada combinación de volumen y precio.

5.3.4.2. Malla de volumen

La malla de volumen representa los posibles niveles de inventario del almacenamiento. Se define un intervalo entre el volumen mínimo permitido $V_{\min}$ y el volumen máximo $V_{\max}$, que se discretiza en un número finito de nodos. Si se emplean N_V nodos de volumen, la malla puede expresarse como:

$$V_j = V_{\min} + j\Delta V, \quad j = 0, \dots, N_V - 1 \quad (5.19)$$

donde ΔV representa el tamaño del paso en volumen:

$$\Delta V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{N_V - 1} \quad (5.20)$$

Cada nodo V_j representa un posible nivel de inventario. La elección del tamaño de la malla supone un compromiso entre precisión y coste computacional. Una malla más fina permite

representar con mayor detalle las decisiones de operación, pero incrementa el número de estados que debe evaluar el algoritmo. Una malla más gruesa reduce el tiempo de cálculo, aunque puede aproximar peor las restricciones y los cambios de inventario.

Las acciones de control se definen de forma compatible con esta malla. En cada fecha t_i y para cada volumen V_j , el conjunto de acciones admisibles debe cumplir simultáneamente las restricciones de capacidad total y los límites diarios de inyección y extracción. Por tanto, una acción u solo es admisible si el nuevo volumen $V_j + u$ pertenece a la malla y permanece dentro del intervalo $[V_{\min}, V_{\max}]$.

5.3.4.3. Malla de precio y variable de estado normalizada

La discretización del precio requiere un tratamiento específico, ya que la curva forward cambia a lo largo del horizonte de valoración y los contratos de entrega considerados pueden tener distintos niveles de precio. Para evitar que la malla dependa únicamente de precios absolutos, se introduce una variable de estado normalizada:

$$X_i = \frac{F_i}{F_i^{fwd}} \quad (5.21)$$

donde F_i representa el precio del gas en el día i y F_i^{fwd} es el precio forward correspondiente a ese día o periodo de entrega. De este modo, X_i mide la desviación relativa del precio respecto a la curva forward. El nodo central $X_i = 1$ representa el escenario en el que el precio coincide con el forward, mientras que valores superiores o inferiores representan escenarios por encima o por debajo de la referencia de mercado.

Esta normalización resulta especialmente útil porque permite trabajar con una variable de precio comparable entre fechas. Un mismo precio absoluto puede tener significados distintos si el forward de referencia cambia. En cambio, la variable X_i permite interpretar cada nodo como una desviación porcentual respecto al nivel forward vigente.

En el caso determinista, la malla de precio se reduce al nodo central $X_i = 1$. Esto equivale a asumir que el precio sigue exactamente la curva forward inicial y que no existe difusión estocástica. En este caso, el valor del almacenamiento procede únicamente de la optimización sobre la estructura temporal conocida de precios.

En el caso estocástico, se construye una malla de precios alrededor de $X_i = 1$. Esta malla se define a partir de la distribución lognormal inducida por la volatilidad acumulada del modelo. Para cada fecha t_i , se calcula una varianza acumulada representativa, denotada por Q_i , y se generan nodos de precio mediante cuantiles de una variable normal estándar. De forma general, los nodos normalizados pueden expresarse como:

$$X_{i,k} = \exp\left(-\frac{1}{2}Q_i + \sqrt{Q_i}z_k\right), \quad k = 0, \dots, N_X - 1 \quad (5.22)$$

donde z_k representa el cuantil normal asociado al nodo k y N_X es el número de nodos de precio. El término $-\frac{1}{2}Q_i$ permite centrar la distribución lognormal de forma que el valor esperado de X_i sea igual a uno. Así, la malla se construye alrededor del precio forward y mantiene la coherencia con la dinámica lognormal del modelo.

Los precios absolutos utilizados en los flujos de caja se obtienen posteriormente multiplicando la variable normalizada por el forward correspondiente:

$$F_{i,k} = F_i^{fwd} X_{i,k} \quad (5.23)$$

De este modo, la malla de precio combina dos elementos: la curva forward, que fija el nivel central de precios en cada fecha, y la volatilidad calibrada, que determina la amplitud de los escenarios alrededor de dicho nivel. Cuando la varianza acumulada es reducida, los nodos se concentran cerca de $X_i = 1$. Cuando la incertidumbre aumenta, la malla se ensancha y permite representar escenarios más alejados del forward.

Una particularidad importante de la implementación es que la malla de precio se construye de forma diaria. Es decir, no se utiliza una única malla global fija para todo el horizonte, sino una malla específica para cada fecha t_i . Esta decisión permite adaptar el rango de precios a la incertidumbre relevante en cada día y evita que la discretización sea excesivamente amplia en fechas con baja varianza o insuficiente en fechas con mayor incertidumbre.

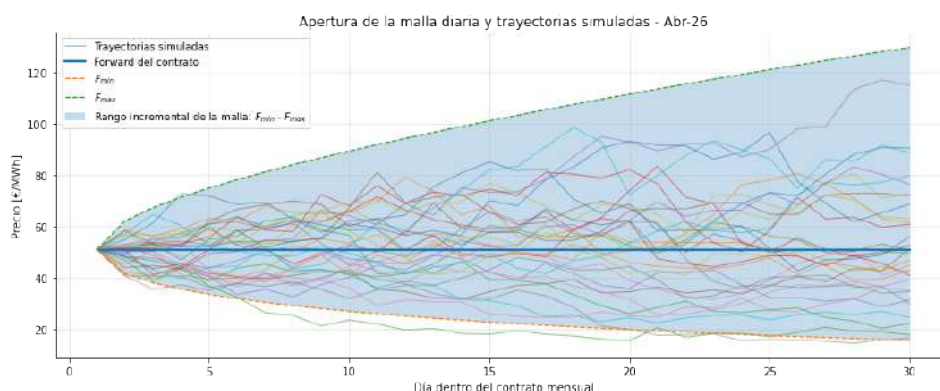


Figura 5.5. Evolución de la dispersión de precios en torno a la curva forward

La Figura 5.5 ilustra cómo la dispersión de la malla de precios aumenta a medida que crece el horizonte temporal. En los primeros días, los nodos se concentran en torno al precio *forward*, reflejando una incertidumbre reducida. Conforme aumenta la varianza acumulada, la distribución se ensancha y la malla incorpora escenarios de precio progresivamente más alejados del valor central.

Por tanto, en cada fecha el estado del precio queda representado por una malla normalizada $X_{i,0}, X_{i,1}, \dots, X_{i,N_X-1}$ y por su correspondiente malla de precios absolutos $F_{i,0}, F_{i,1}, \dots, F_{i,N_X-1}$.

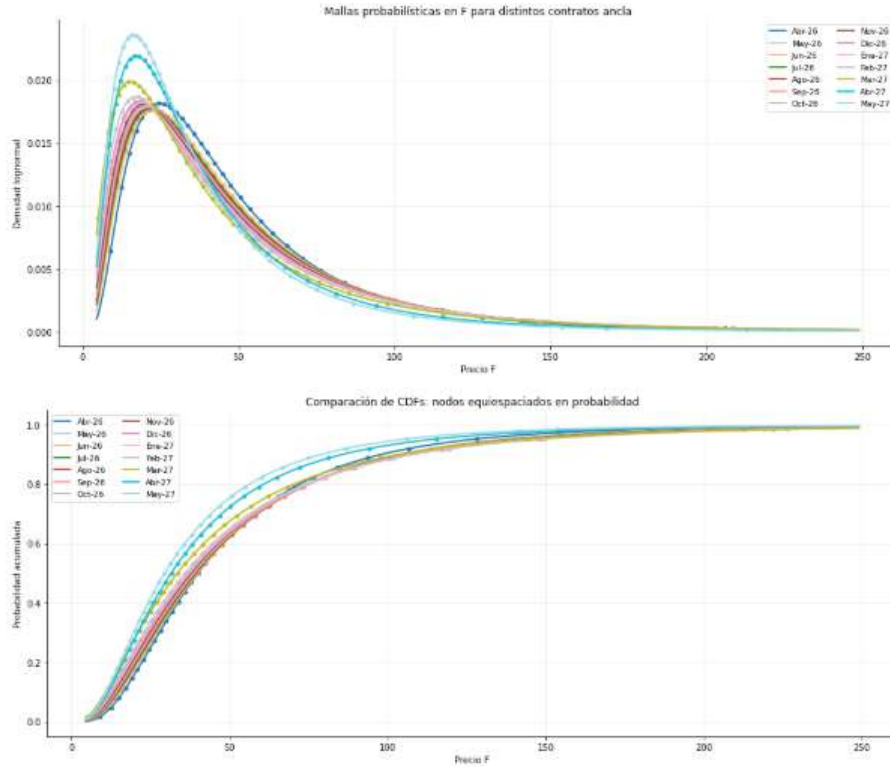


Figura 5.6. Comparación de las mallas probabilísticas de precio para distintos contratos mensuales

La Figura 5.6 compara las mallas probabilísticas de precio construidas para distintos contratos mensuales del horizonte de valoración. En la parte superior se muestra la densidad lognormal asociada a cada contrato, mientras que en la parte inferior se representa la función de distribución acumulada correspondiente. Las diferencias entre curvas reflejan que cada vencimiento presenta un nivel forward y una volatilidad acumulada específicos, lo que modifica tanto la posición central de la distribución como la amplitud de los escenarios de precio considerados.

Esta representación permite comprobar que la discretización del precio no se construye de forma uniforme para todo el horizonte, sino que se adapta a las características de cada contrato mensual. Así, los nodos de la malla quedan espaciados de acuerdo con la probabilidad acumulada, concentrándose en las zonas de mayor densidad y extendiéndose hacia escenarios de precio menos probables pero relevantes para capturar el efecto de la volatilidad.

5.3.5. Resolución numérica

Una vez definidas las mallas de tiempo, volumen y precio, el problema de valoración puede resolverse numéricamente mediante un algoritmo backward. La idea central consiste en partir de la condición terminal y retroceder día a día hasta la fecha inicial. En cada fecha se aplica primero el operador de difusión, que incorpora la incertidumbre del precio, y posteriormente el paso de control, que determina la acción óptima de inyección, extracción o espera.

La función valor se almacena como una superficie definida sobre los nodos de volumen y precio de cada fecha. Para un día i , esta superficie puede representarse como $S_i(V_j, X_{i,k})$, donde V_j es un nodo de la malla de volumen y $X_{i,k}$ es un nodo de la malla normalizada de precio correspondiente a la fecha t_i .

5.3.5.1. Operador de difusión

El operador de difusión representa la evolución estocástica del precio entre dos fechas consecutivas. En la formulación continua, esta parte del problema está asociada al término de segunda derivada de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman:

$$\mathcal{L}_i S = \frac{1}{2} \nu_i^2 X^2 \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} \quad (5.24)$$

donde ν_i representa la volatilidad instantánea aplicable en el paso temporal considerado y X es la variable de precio normalizada. Este operador mide cómo cambia el valor del almacenamiento por efecto de la incertidumbre del precio, manteniendo constante el volumen almacenado.

En tiempo discreto, el paso de difusión calcula el valor esperado de continuación a partir de la superficie de valor del día siguiente. Para cada volumen V_j y cada nodo de precio $X_{i,k}$, se obtiene:

$$\tilde{S}_i(V_j, X_{i,k}) = \mathbb{E}_i [S_{i+1}(V_j, X_{i+1}) \mid X_i = X_{i,k}] \quad (5.25)$$

El volumen no cambia durante este paso. La difusión actúa únicamente sobre la dimensión de precio, por lo que el procedimiento se aplica de forma independiente para cada nodo de volumen. En términos computacionales, esto equivale a tomar cada fila de la superficie de valor correspondiente a un volumen fijo y aplicar sobre ella el operador que aproxima la evolución de X entre t_i y t_{i+1} .

De forma compacta, si D_i representa el operador numérico de difusión entre t_i y t_{i+1} , el valor de continuación puede escribirse como:

$$\tilde{S}_i(V_j, \cdot) = D_i S_{i+1}(V_j, \cdot) \quad (5.26)$$

La matriz u operador D_i incorpora la varianza correspondiente al paso temporal considerado. Cuando la volatilidad es nula, el operador de difusión se reduce al caso determinista. Cuando la volatilidad es positiva, el operador incorpora la posibilidad de movimientos al alza y a la baja del precio, generando el valor extrínseco asociado a la incertidumbre.

5.3.5.2. Paso de control

Una vez obtenido el valor de continuación mediante el operador de difusión, se aplica el paso de control. Esta etapa representa la decisión operativa diaria del almacenamiento y consiste en comparar, para cada combinación de volumen y precio, las acciones que físicamente pueden realizarse: inyectar, extraer o esperar.

El criterio de decisión incorpora dos componentes económicas. La primera es el flujo asociado a la compraventa de gas. Si se inyecta, el operador compra gas al precio de mercado, por lo que se produce una salida de caja. Si se extrae, el operador vende gas al precio de mercado, generando una entrada de caja. La segunda componente corresponde a los costes operativos de la acción realizada: coste de inyección cuando aumenta el volumen almacenado y coste de extracción cuando se reduce.

De este modo, para cada acción admisible se calcula un flujo de caja inmediato que combina el efecto del precio del gas y los costes de operación. Si $u > 0$, el almacenamiento inyecta gas y el flujo inmediato recoge tanto el coste de adquirir ese gas como el coste técnico de inyectarlo. Si $u < 0$, el almacenamiento extrae gas y el flujo inmediato recoge el ingreso por venderlo en mercado, descontando el coste técnico de extracción. Si $u = 0$, no hay compraventa de gas ni costes operativos asociados.

La acción óptima no se determina únicamente por este flujo inmediato. También debe considerarse el valor de continuación asociado al nuevo nivel de inventario resultante. Por ejemplo, una extracción puede ser atractiva si el precio actual es elevado, pero puede dejar al almacenamiento con menos volumen disponible para capturar oportunidades futuras. De forma análoga, una inyección puede generar un coste en el momento actual, pero aumentar el valor futuro si permite disponer de gas para periodos de precios más altos.

En la implementación, el conjunto de acciones admisibles se construye respetando las restricciones físicas del almacenamiento. La decisión debe mantener el volumen dentro de los límites $V_{\min}$ y $V_{\max}$ y, además, respetar las capacidades máximas diarias de inyección y extracción. Las acciones se discretizan de forma compatible con la malla de volumen, de modo que el inventario resultante coincida con uno de los nodos disponibles.

Para cada estado evaluado, el algoritmo calcula el valor total asociado a cada acción admisible, sumando el flujo de caja inmediato y el valor de continuación correspondiente al volumen resultante. La acción seleccionada es aquella que proporciona el mayor valor. Además de actualizar la superficie de valor, el modelo almacena la decisión óptima en cada estado, lo que permite reconstruir posteriormente la política de operación del almacenamiento.

Este paso es el que incorpora explícitamente la opcionalidad operativa del activo. La difusión permite valorar la incertidumbre del precio, pero el control determina cómo se aprovecha esa incertidumbre mediante decisiones físicas de operación.

5.3.5.3. Algoritmo backward global

La resolución global combina de forma recursiva el operador de difusión y el paso de control. El algoritmo comienza en la fecha final t_N , donde se impone la condición terminal:

$$S_N(V_j, X_{N,k}) = 0 \quad \forall j, k \quad (5.27)$$

A partir de esta condición, se retrocede en el tiempo para $i = N - 1, \dots, 0$. En cada fecha, el procedimiento sigue la misma secuencia: primero se adapta la superficie de valor del día siguiente a la malla de precio del día actual, después se aplica la difusión para obtener el valor de continuación y, finalmente, se resuelve el control para obtener la nueva superficie de valor.

De forma esquemática, el bucle backward puede resumirse como:

$$S_{i+1} \xrightarrow{\text{difusión}} \tilde{S}_i \xrightarrow{\text{control}} S_i \quad (5.28)$$

Este procedimiento se repite hasta alcanzar la fecha inicial. El valor del almacenamiento se obtiene evaluando la superficie inicial en el volumen inicial V_0 :

$$Valor_0 = S_0(V_0, F) \quad (5.29)$$

El resultado del algoritmo no es únicamente un valor económico agregado. Al almacenar también la acción óptima en cada estado, el modelo genera una política de operación completa. Esta política permite analizar cuándo el almacenamiento tiende a inyectar, extraer o esperar en función del precio, del inventario disponible y de la fecha del horizonte de valoración.

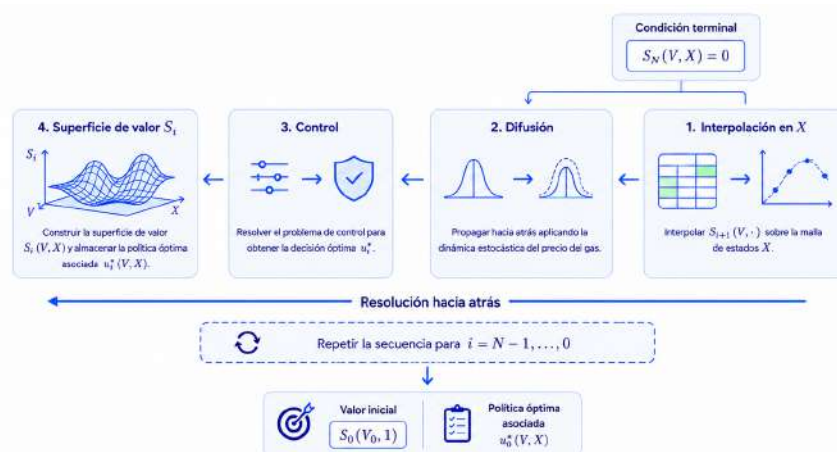


Figura 5.7. Secuencia de resolución global por backwardation

5.3.6. Resultados intermedios y validaciones del solver

Antes de aplicar el modelo a los escenarios de valoración, se realizan una serie de comprobaciones intermedias para verificar que la implementación numérica reproduce comportamientos coherentes. Estas validaciones permiten revisar, a nivel teórico y operativo, que las principales piezas del solver funcionan correctamente antes de analizar casos más complejos.

- **Comprobación del mallado de precios:** se verifica que la malla diaria se construye correctamente alrededor del nodo central $X = 1$, correspondiente al precio forward. Además, se comprueba que la amplitud de la malla aumenta cuando crece la varianza acumulada, de forma que los escenarios de precio se abren progresivamente conforme aumenta la incertidumbre.
- **Comprobación del modelo determinista:** se analiza el caso en el que la volatilidad se fija igual a cero. En este escenario, desaparece la difusión y el precio sigue únicamente la curva forward inicial. Esta prueba permite aislar la parte de control y comprobar que el modelo toma decisiones económicamente coherentes, inyectando en periodos de precios bajos y extrayendo en periodos de precios altos cuando las restricciones lo permiten.
- **Comprobación de la condición terminal:** se revisa que la condición final $S_N(V, F) = 0$ se aplica correctamente para todos los niveles de inventario y precio. Esta validación asegura que el modelo no introduce valor residual al final del horizonte y que todo el valor calculado procede exclusivamente de las decisiones óptimas tomadas durante el periodo analizado.
- **Comprobación de la política óptima:** se analiza la acción recomendada por el solver en distintos estados de volumen y precio. Esta revisión permite comprobar que las

restricciones físicas se respetan y que la política resultante tiene sentido económico: extracción en escenarios de precios elevados, inyección en escenarios de precios reducidos y espera cuando el valor de conservar flexibilidad supera al beneficio inmediato de operar.

Estas comprobaciones no sustituyen al análisis de escenarios, pero permiten asegurar que el modelo se comporta de forma consistente antes de aplicarlo a casos prácticos. Una vez verificado el funcionamiento del mallado, del caso determinista, de la condición terminal y de la política óptima, el siguiente paso consiste en ejecutar distintos escenarios de valoración para estudiar cómo cambian el valor del almacenamiento y la estrategia operativa bajo diferentes hipótesis.

6

Casos de estudio y escenarios de validación

Esta sección presenta los principales escenarios utilizados para validar el modelo de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural. Los casos se plantean de forma incremental, comenzando por configuraciones simples y avanzando hacia escenarios con decisiones de inyección y extracción, costes operativos, escalado de capacidad y volatilidad de mercado.

Una vez implementado el modelo de valoración, se han definido distintos escenarios de análisis con el objetivo de comprobar progresivamente el comportamiento del solver. La finalidad de estos casos no es únicamente obtener un valor económico del almacenamiento, sino verificar que la herramienta reproduce resultados coherentes bajo configuraciones sencillas y que responde adecuadamente al introducir restricciones operativas, costes y volatilidad.

Los escenarios se han planteado de forma incremental. En primer lugar, se consideran casos en los que el almacenamiento únicamente puede extraer gas, de modo que el resultado puede contrastarse directamente con el valor medio de la curva forward durante el periodo de operación. Posteriormente, se introducen decisiones de inyección y extracción, costes operativos y cambios en la escala de capacidad. Finalmente, se analiza el efecto de reducir los costes de operación y de incorporar volatilidad al modelo.

En todos los escenarios se comparan tres configuraciones de resolución: un caso determinista sin volatilidad, un caso ejecutado con el motor estocástico pero con volatilidad nula, y un caso estocástico con volatilidad. Esta comparación permite distinguir entre el efecto de la lógica de resolución numérica y el efecto económico asociado a la incertidumbre de precios.

6.1. Escenario 1: almacenamiento inicialmente lleno y extracción diaria

El primer escenario constituye una prueba básica de validación del modelo. Se considera un almacenamiento con capacidad de 365 GWh y nivel inicial igualmente igual a 365 GWh. La

restricción operativa permite extraer una unidad diaria durante el horizonte de valoración, mientras que los costes de inyección y extracción se fijan iguales a cero.

La interpretación económica de este caso es directa. Al estar el almacenamiento inicialmente lleno y permitirse únicamente la extracción, el modelo no tiene una verdadera decisión de arbitraje entre comprar y vender gas en distintos momentos. La operación consiste en vender progresivamente el gas almacenado a lo largo del periodo permitido. Por tanto, el valor inicial del almacenamiento debe coincidir con la suma de los precios forward correspondientes a los días en los que se realiza la extracción.

El valor inicial obtenido es el mismo en las tres configuraciones analizadas:

$$Valor_0 = 18,941,330 \text{ €} \quad (6.1)$$

El almacenamiento finaliza con un nivel de inventario de 2 GWh, por lo que se extraen 363 GWh durante el horizonte de 363 días, es decir, se extrae el máximo posible para dejar el almacén al menor nivel y obtener el mayor beneficio. La comprobación económica se obtiene dividiendo el valor inicial entre el volumen extraído:

$$\frac{18,941,330}{363} = 52,17 \text{ €/MWh} \quad (6.2)$$

Este resultado coincide con el valor medio de la curva forward durante el periodo considerado, aproximadamente igual a 52,165 €/MWh. La coincidencia entre el caso determinista, el motor estocástico con volatilidad nula y el caso con volatilidad confirma que, en ausencia de opcionalidad operativa adicional, la incertidumbre no genera valor extra. El almacenamiento se limita a liquidar el volumen disponible siguiendo una trayectoria prácticamente determinada.

	scenari	initial_value	benchmark_sum_forward
0	A_determinista_sin_volatilidad	18,941,330.000000	18,941,330.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	18,941,330.000000	18,941,330.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	18,941,330.000000	18,941,330.000000

Figura 6.1. Resultados comparativos del Escenario 1

La Figura 6.1 recoge el valor inicial obtenido bajo las tres configuraciones del modelo. La igualdad de los resultados confirma que, en este caso, la volatilidad no altera el valor del almacenamiento.

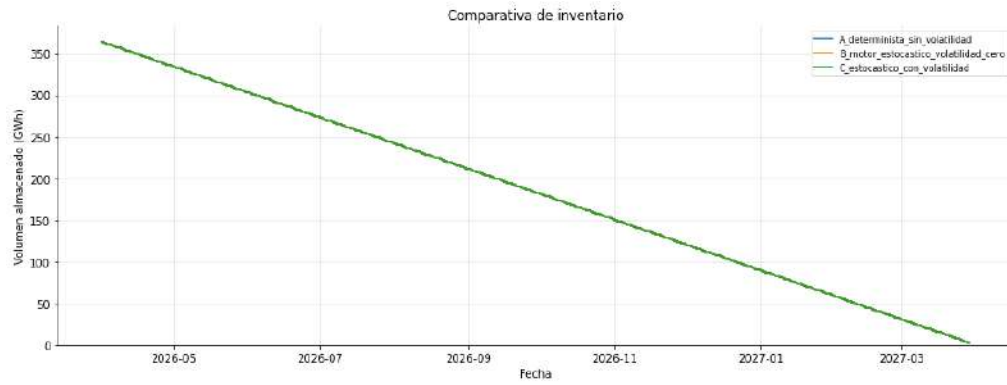


Figura 6.2. Evolución del inventario en el Escenario 1

La Figura 6.2 muestra la reducción progresiva del inventario a lo largo del horizonte. La trayectoria decreciente refleja la extracción diaria de una unidad y permite comprobar visualmente que el almacenamiento se vacía de forma prácticamente lineal.

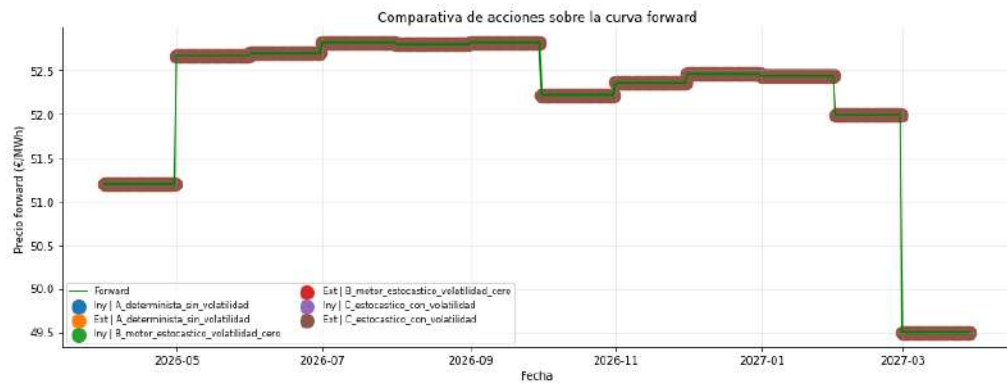


Figura 6.3. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 1

La Figura 6.3 muestra que las acciones óptimas se concentran en la extracción del volumen inicialmente disponible. Dado que no existen costes ni posibilidad de inyección relevante, la política óptima consiste en liquidar el inventario durante el periodo permitido.

6.2. Escenario 2: extracción limitada a dos meses

El segundo escenario reduce el tamaño del almacenamiento y acota el periodo de extracción. Se considera una capacidad de 60 GWh, un nivel inicial de 60 GWh y costes de operación nulos. A diferencia del escenario anterior, la extracción solo está permitida durante dos meses concretos del horizonte de valoración.

Este caso permite validar que el modelo no valora el inventario frente a la media de todo el horizonte, sino únicamente frente al periodo en el que la extracción es físicamente admisible. Dado que el almacenamiento parte lleno y no existen costes, el valor debe coincidir con el volumen extraído multiplicado por el precio medio forward de los meses en los que se permite vender el gas.

El valor inicial obtenido vuelve a coincidir en las tres configuraciones:

$$Valor_0 = 3,144,700 \text{ €} \quad (6.3)$$

En este caso, el almacenamiento se vacía completamente, por lo que se extraen las 60 GWh disponibles. La comprobación unitaria es:

$$\frac{3,144,700}{60} = 52,40 \text{ €/MWh} \quad (6.4)$$

Este valor coincide con la media de los precios forward de los dos meses relevantes:

$$\frac{52,36 + 52,46}{2} = 52,40 \text{ €/MWh} \quad (6.5)$$

El resultado confirma que el solver respeta correctamente las restricciones temporales de operación. Además, al igual que en el escenario anterior, la volatilidad no modifica el valor porque no existe una decisión adicional capaz de explotar escenarios futuros alternativos: el inventario inicial se extrae durante el periodo permitido.

	scenario	initial_value
0	A_determinista_sin_volatilidad	3,144,700.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	3,144,700.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	3,144,700.000000

Figura 6.4. Resultados comparativos del Escenario 2

La Figura 6.4 muestra que el valor obtenido coincide en las tres configuraciones de resolución, lo que confirma que el motor estocástico reproduce correctamente el caso determinista cuando no existe volatilidad efectiva o cuando la opcionalidad no aporta valor adicional.

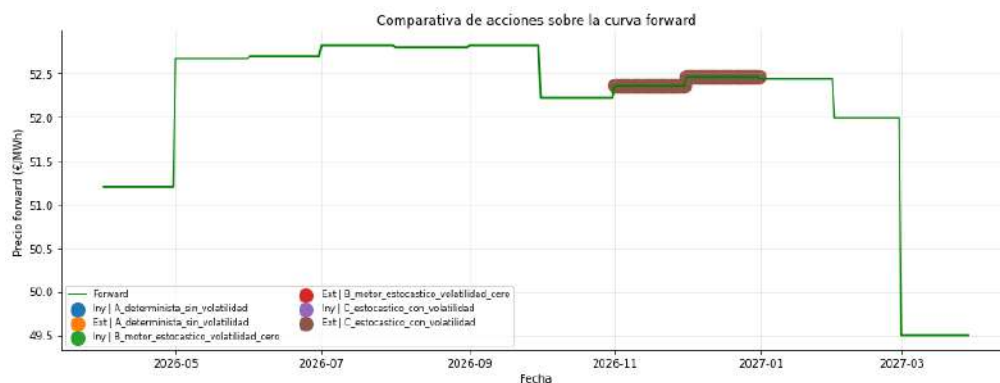


Figura 6.5. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 2

La Figura 6.5 permite visualizar cómo las extracciones se concentran exclusivamente en los meses habilitados para la operación. Esta representación facilita la comprobación de que la política óptima se ajusta a las restricciones definidas para el escenario.



Figura 6.6. Evolución del inventario en el Escenario 2

La Figura 6.6 muestra el vaciado completo del almacenamiento durante el periodo de extracción permitido. El inventario final nulo confirma que el modelo utiliza todo el volumen disponible cuando el coste de extracción es cero y la venta está acotada a los meses definidos.

6.3. Escenario 3: inyección y extracción con costes operativos

El tercer escenario introduce una estructura operativa más completa. Se considera una capacidad de 60 GWh y un nivel inicial nulo. El almacenamiento puede inyectar hasta octubre incluido y extraer desde noviembre hasta marzo. A diferencia de los escenarios anteriores, se incorporan costes de inyección y extracción distintos de cero.

Este caso permite analizar la lógica de arbitraje temporal del almacenamiento. El modelo solo debe inyectar si el diferencial esperado entre el precio futuro de extracción y el precio actual de inyección compensa los costes operativos asociados. Por tanto, no basta con que el precio futuro sea superior al precio actual: el spread debe ser suficiente para cubrir tanto el coste de entrada como el coste de salida del gas.

El resultado muestra que, tanto en el caso determinista como en el caso estocástico, el almacenamiento alcanza un nivel máximo de llenado de 30 GWh. Esto indica que el modelo identifica una oportunidad rentable de inyección y extracción, pero no utiliza toda la capacidad disponible, ya que las oportunidades adicionales no compensan los costes de operación.

En el caso sin volatilidad, el valor obtenido es:

$$Valor_0 = 17,880 \text{ €} \quad (6.6)$$

Dado que el almacenamiento se llena hasta 30 GWh, el valor unitario neto capturado es:

$$\frac{17,880}{30} = 0,596 \text{ €/MWh} \quad (6.7)$$

Al sumar los costes de operación considerados, el resultado unitario asciende aproximadamente a:

$$0,596 + 0,66 = 1,256 \text{ €/MWh} \quad (6.8)$$

Este valor es coherente con el spread de precios capturado entre el periodo de inyección y el periodo de extracción:

$$52,46 - 51,20 = 1,26 \text{ €/MWh} \quad (6.9)$$

En el caso con volatilidad, el valor aumenta ligeramente hasta:

$$Valor_0 = 18,195 \text{ €} \quad (6.10)$$

El valor unitario neto pasa a ser:

$$\frac{18,195}{30} = 0,606 \text{ €/MWh} \quad (6.11)$$

La diferencia entre ambos resultados refleja el valor extrínseco asociado a la incertidumbre de precios. No obstante, el incremento es moderado, ya que la capacidad y las ventanas de operación limitan la posibilidad de aprovechar escenarios futuros favorables.

	scenario	initial_value
0	A_determinista_sin_volatilidad	17,880.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	17,880.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	18,195.145471

Figura 6.7. Resultados comparativos del Escenario 3

La Figura 6.7 recoge el incremento de valor al introducir volatilidad. El caso con volatilidad presenta un valor ligeramente superior al determinista, lo que refleja la opcionalidad adicional asociada a la incertidumbre de precios.

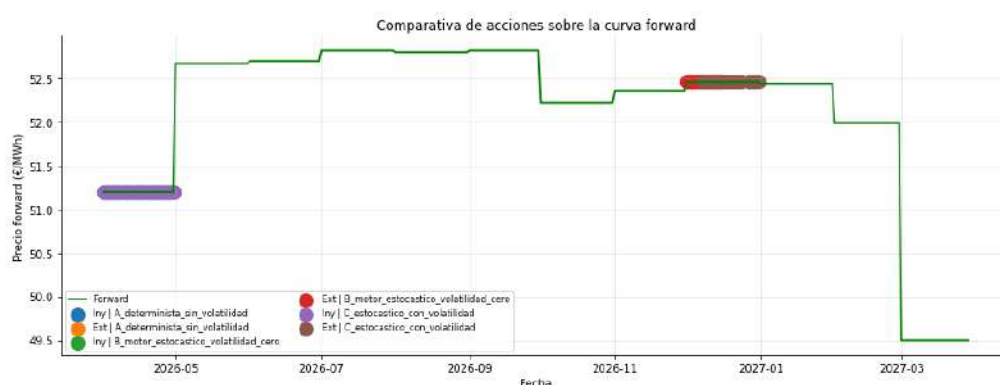


Figura 6.8. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 3

La Figura 6.8 muestra que las inyecciones se realizan en los periodos de menor precio relativo y las extracciones en los periodos de mayor precio, siempre condicionadas por los costes y las restricciones temporales de operación.



Figura 6.9. Evolución del inventario en el Escenario 3

La Figura 6.9 muestra que el almacenamiento no alcanza su capacidad máxima, sino que se estabiliza en torno a 30 GWh antes de iniciar la fase de extracción. Este comportamiento confirma que el modelo no fuerza el llenado del almacenamiento, sino que opera únicamente cuando el spread neto resulta rentable.

6.4. Escenario 4: escalado de capacidad y capacidades operativas

El cuarto escenario mantiene la lógica operativa del escenario anterior, pero escala el tamaño del almacenamiento. Se considera una capacidad total de 420 GWh, nivel inicial nulo y capacidades de inyección y extracción escaladas. En particular, se utilizan capacidades operativas de inyección y extracción diaria de 7, 14 y 21 GWh/día, manteniendo los costes de operación del escenario anterior.

El objetivo de este caso es comprobar que la solución escala correctamente cuando se aumenta el tamaño del problema. Al conservar la misma estructura económica, el resultado unitario debería ser equivalente al obtenido en el escenario 3, aunque el valor total aumente proporcionalmente al mayor volumen operado.

En el caso sin volatilidad, el valor del almacenamiento es:

$$Valor_0 = 125,160 \text{ €} \quad (6.12)$$

Como el almacenamiento alcanza un nivel de llenado de 210 GWh, el valor unitario neto es:

$$\frac{125,160}{210} = 0,596 \text{ €/MWh} \quad (6.13)$$

Este resultado coincide con el valor unitario obtenido en el escenario 3. Al añadir los costes de operación, se obtiene de nuevo un spread bruto aproximado de:

$$0,596 + 0,66 = 1,256 \text{ €/MWh} \quad (6.14)$$

En el caso con volatilidad, el valor asciende a:

$$Valor_0 = 127,366 \text{ €} \quad (6.15)$$

El valor unitario neto correspondiente es:

$$\frac{127,366}{210} = 0,606 \text{ €/MWh} \quad (6.16)$$

De nuevo, el resultado unitario coincide prácticamente con el del escenario anterior. Esta comprobación permite validar que el modelo escala de forma consistente al aumentar la capacidad y las restricciones operativas. La principal diferencia aparece en el coste computacional, ya que un mayor número de posibles acciones incrementa el tiempo necesario para resolver el paso de control.

	scenario	initial_value
0	A_determinista_sin_volatilidad	125,160.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	125,160.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	127,366.018296

Figura 6.10. Resultados comparativos del Escenario 4

La Figura 6.10 muestra que el valor total aumenta al escalar la capacidad, pero el valor unitario permanece alineado con el obtenido en el escenario anterior.



Figura 6.11. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 4

La Figura 6.11 permite comprobar que la política de inyección y extracción mantiene la misma lógica económica del escenario 3, pero aplicada a una escala operativa superior.

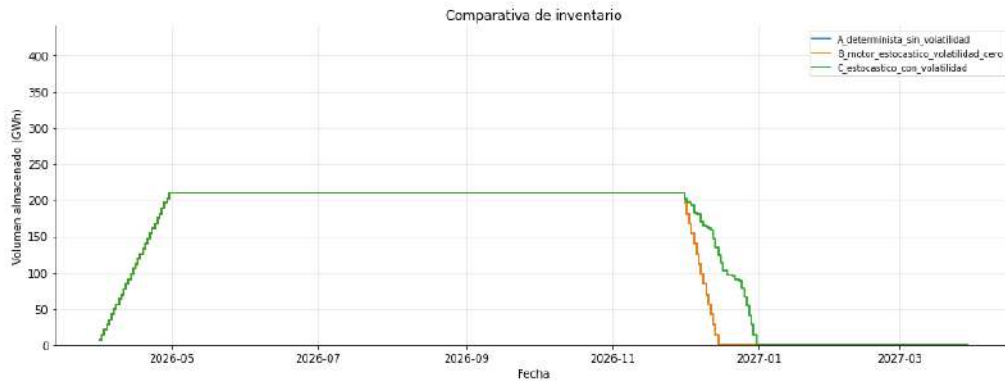


Figura 6.12. Evolución del inventario en el Escenario 4

La Figura 6.12 muestra que el almacenamiento alcanza un nivel máximo de 210 GWh, equivalente a la mitad de la capacidad total. Este resultado reproduce el patrón unitario del escenario 3 y valida el escalado del modelo.

6.5. Escenario 5: reducción de costes operativos

El quinto escenario vuelve a la capacidad de 60 GWh y nivel inicial nulo, manteniendo la estructura operativa del escenario 3. La diferencia principal es la reducción de los costes de inyección y extracción al 30 % del valor anterior. El coste operativo total considerado pasa a ser:

$$0,66 \times 0,3 = 0,198 \text{ €/MWh} \quad (6.17)$$

Este caso permite analizar la sensibilidad del valor del almacenamiento a los costes de operación. Al reducirse los costes, se amplía el conjunto de oportunidades rentables, ya que *spreads* más reducidos pasan a ser suficientes para justificar una operación de inyección y extracción.

El resultado muestra que, con costes reducidos, el almacenamiento alcanza el llenado completo de 60 GWh. En el caso sin volatilidad, el valor obtenido es:

$$Valor_0 = 33,048 \text{ €} \quad (6.18)$$

El valor unitario neto es:

$$\frac{33,048}{60} = 0,5508 \text{ €/MWh} \quad (6.19)$$

Al sumar el coste operativo reducido, el spread bruto capturado se aproxima a:

$$0,5508 + 0,198 = 0,7488 \text{ €/MWh} \quad (6.20)$$

Este resultado es coherente con el spread medio de las operaciones capturadas:

$$\frac{52,46 + 52,46 - 51,20 - 52,22}{2} = 0,75 \text{ €/MWh} \quad (6.21)$$

En el caso con volatilidad, el valor aumenta hasta:

$$Valor_0 = 34,419 \text{ €} \quad (6.22)$$

El valor unitario neto correspondiente es:

$$\frac{34,419}{60} = 0,574 \text{ €/MWh} \quad (6.23)$$

Este escenario confirma que los costes de operación tienen un impacto directo sobre la política óptima. Al reducirse los costes, el modelo utiliza una mayor parte de la capacidad disponible y aparecen nuevas operaciones rentables. Además, la incorporación de volatilidad genera un incremento de valor superior al observado en escenarios con menor flexibilidad efectiva.

	scenario	initial_value
0	A_determinista_sin_volatilidad	33,048.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	33,048.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	34,419.003291

Figura 6.13. Resultados comparativos del Escenario 5

La Figura 6.13 muestra el aumento de valor derivado de la reducción de costes y el incremento adicional asociado a la volatilidad.

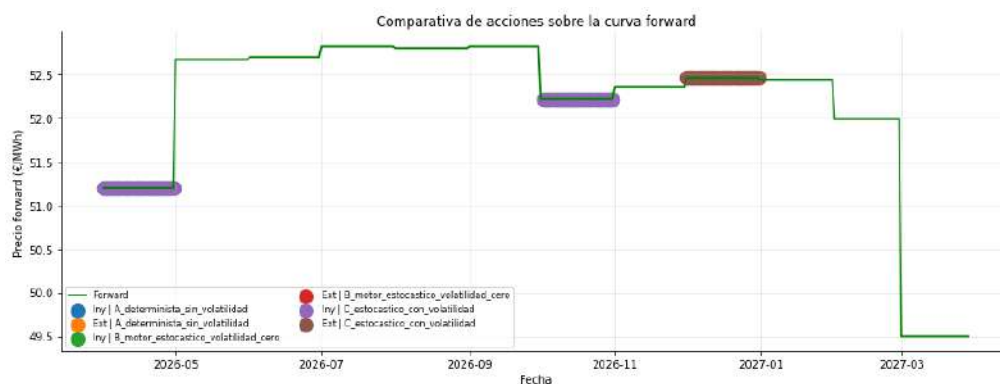


Figura 6.14. Acciones óptimas sobre la curva forward en el Escenario 5

La Figura 6.14 permite observar que la reducción de costes habilita operaciones adicionales que no eran rentables en el escenario 3. En particular, aparecen inyecciones y extracciones en periodos con spreads más reducidos.



Figura 6.15. Evolución del inventario en el Escenario 5

La Figura 6.15 muestra cómo la reducción de costes permite alcanzar el llenado completo del almacenamiento. La comparación con el escenario 3 pone de manifiesto que la rentabilidad de operaciones adicionales depende de que el spread esperado supere los costes asociados a inyectar y extraer gas.

6.6. Resumen de resultados

La Tabla 6.1 resume los principales resultados obtenidos en los cinco escenarios analizados. Para mejorar la lectura, se separan las hipótesis principales de cada caso, los resultados de valoración y la comprobación económica utilizada para validar el comportamiento del modelo.

Esc.	Volumen inicial GWh	Capacidad máxima GWh	Capacidad de inyección / extracción GWh/día	Costes de inyección / extracción	Valoración máxima €	Comentario
1	365	365	Inyección no considerada; extracción de 1 GWh/día	0 / 0	18.941.330	Escenario de validación básico. El almacenamiento parte lleno y se va extrayendo el gas progresivamente. El valor coincide con el forward medio del periodo, por lo que la volatilidad no aporta valor adicional.
2	60	60	Inyección no considerada; extracción limitada a dos meses	0 / 0	3.144.700	Permite comprobar que el modelo valora únicamente el periodo en el que la extracción es admisible. El valor unitario coincide con la media forward de los dos meses de extracción.
3	0	60	Inyección hasta octubre; extracción de noviembre a marzo	0,277 / 0,387	18.195	El modelo solo llena hasta 30 GWh, ya que las operaciones adicionales no compensan los costes. La volatilidad incrementa ligeramente el valor frente al caso determinista.
4	0	420	Capacidades escaladas: 7 / 14 / 21 GWh/día	0,277 / 0,387 €/MWh	127.366	Replica la lógica del escenario 3 a mayor escala. El resultado unitario se mantiene prácticamente constante, validando que el modelo escala correctamente.
5	0	60	Misma estructura operativa que el Escenario 3	0,083 / 0,116 €/MWh	34.419	La reducción de costes al 30 % permite alcanzar el llenado completo. El modelo identifica nuevas operaciones rentables y la volatilidad genera un mayor incremento de valor.

Tabla 6.1. Resumen de hipótesis y resultados principales de los escenarios de validación

Los dos primeros escenarios validan que, cuando no existe opcionalidad operativa adicional, el valor del almacenamiento coincide con el forward medio correspondiente al periodo de extracción. Los escenarios 3 y 4 comprueban que el modelo captura correctamente el spread neto entre periodos de inyección y extracción, y que la solución escala de forma consistente al aumentar la capacidad. Finalmente, el escenario 5 muestra la sensibilidad del valor a los costes operativos: al reducirse los costes, aumenta el volumen óptimo almacenado y se incrementa el valor del activo.

La comparación entre los casos sin volatilidad y con volatilidad muestra que la incertidumbre de precios genera valor adicional únicamente cuando existe flexibilidad efectiva para reaccionar ante distintos escenarios futuros. En los casos de extracción predeterminada, la volatilidad no

altera el resultado. En cambio, cuando el operador puede decidir cuándo inyectar y extraer, la volatilidad introduce un valor extrínseco positivo, aunque condicionado por las restricciones físicas y los costes de operación.

Herramienta de valoración

Este capítulo presenta la herramienta desarrollada para aplicar de forma operativa el modelo de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural. La herramienta combina un entorno Excel para la introducción de datos, calibración y visualización de resultados, con código Python para la resolución numérica del modelo y el volcado automático de la información obtenida.

7.1. Objetivo y enfoque de la herramienta

Con el objetivo de trasladar el modelo teórico desarrollado a un entorno operativo, se ha diseñado una herramienta de valoración en Microsoft Excel conectada con código Python. La finalidad de esta herramienta es permitir la ejecución recurrente del proceso completo de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural, desde la introducción de datos de mercado hasta la obtención del valor del activo y de la política óptima de operación.



Figura 7.1. Vista general de la herramienta de valoración desarrollada en Excel

La herramienta se concibe como una interfaz práctica para el usuario. Excel actúa como entorno de entrada, trazabilidad y visualización, mientras que Python funciona como motor de cálculo

para las fases que requieren mayor capacidad computacional, especialmente la resolución numérica del problema de almacenamiento. Esta separación permite combinar la facilidad de uso y revisión de Excel con la flexibilidad y eficiencia de Python.

El desarrollo de la herramienta responde a tres objetivos principales.

- Sistematizar el proceso de calibración del modelo a partir de volatilidades implícitas de mercado.
- Facilitar la ejecución de distintos escenarios de valoración mediante la modificación ordenada de parámetros técnicos y económicos.
- Permitir que los resultados obtenidos por el solver se vuelquen de nuevo en Excel, de forma que puedan ser analizados, comparados y representados gráficamente.

Desde un punto de vista operativo, la herramienta se ha estructurado de forma modular. Cada bloque cumple una función concreta dentro del proceso: introducción de parámetros estructurales, carga de datos de mercado, selección de instrumentos, calibración de volatilidades, definición de inputs del almacenamiento, ejecución del modelo en Python y análisis de resultados. Esta estructura permite mantener la trazabilidad de los datos utilizados y facilita la revisión de cada fase del cálculo.

7.2. Flujo de funcionamiento

El funcionamiento de la herramienta sigue un flujo secuencial. Cada etapa utiliza información generada en las fases anteriores, por lo que resulta importante mantener un orden de ejecución coherente. De forma general, el proceso puede dividirse en cuatro bloques: preparación de inputs, calibración del modelo de precios, resolución del modelo de almacenamiento y volcado de resultados.

7.2.1. Preparación de inputs y datos de mercado

La primera fase consiste en la introducción y organización de los datos necesarios para la valoración. La herramienta incorpora pestañas específicas para recoger los parámetros estructurales del modelo de curva forward, los datos de volatilidad de mercado y los parámetros físicos y económicos del almacenamiento.

Los parámetros estructurales del modelo de precios incluyen las volatilidades de corto y largo plazo, σ_{cp} y σ_{lp} , los coeficientes de decaimiento temporal, β_{cp} y β_{lp} , y los parámetros asociados a la componente estacional. Estos parámetros proceden del proceso previo de modelización de la curva forward mediante PCA y, en el uso habitual de la herramienta, se consideran fijos. Su actualización solo sería necesaria si se repitiese el ejercicio completo de calibración estructural de la curva.

Coeficientes ajustados del modelo teórico	
Factores exponenciales (corto y largo plazo)	
Sigma Corto plazo	0,3131
Beta Corto Plazo	0,1920
Sigma Largo Plazo	0,0776
Beta Largo Plazo	18,4900
Factores estacionales	
Sigma_est_1	-0,1036
Phi_1	-4,6120
Omega_1	12,5664
Sigma_est_2	0,3788
Phi_2	-0,5040
Omega_2	6,2832
Factor de escala	5,1522

$$F_1 = \sigma_{cp} \cdot e^{-\beta_{cp} \cdot (T-t)} + \sigma_{lp} \cdot e^{-\beta_{lp} \cdot (T-t)}$$

$$\int F_1^2 dt = \frac{\sigma_{cp}^2 \cdot e^{-(2 \cdot \beta_{cp} \cdot X)}}{2 \cdot \beta_{cp}} + \frac{\sigma_{lp}^2 \cdot e^{-(2 \cdot \beta_{lp} \cdot X)}}{2 \cdot \beta_{lp}} + \frac{2 \cdot \sigma_{cp} \cdot \sigma_{lp} \cdot e^{-X \cdot (\beta_{cp} + \beta_{lp})}}{\beta_{cp} + \beta_{lp}}$$

$$F_2 = \sigma_{est,1} \cdot \cos(\phi_1 + \omega_1 \cdot T) + \sigma_{est,2} \cdot \cos(\phi_2 + \omega_2 \cdot T)$$

$$\int F_2^2 dt = (\cos(\varphi_1 + T \cdot \omega_1) \cdot \sigma_{est,1} + \cos(\varphi_2 + T \cdot \omega_2) \cdot \sigma_{est,2})^2 \cdot t$$

$$\sigma_{imp,i}^2 \cdot (t_i - t_0) = \lambda(t)^2 \cdot \left(\int_{t=t_0}^{t=t_i} F_1^2 + \mu \cdot \int_{t=t_0}^{t=t_i} F_2^2 \right)$$

Figura 7.2. Pestaña de inputs de la herramienta para los parámetros estructurales

La herramienta también incorpora una pestaña destinada a las volatilidades implícitas de mercado. En ella se almacenan los datos proporcionados por brokers para distintas fechas de valoración, mercados de referencia e instrumentos disponibles. Esta estructura permite conservar la trazabilidad de los inputs utilizados y facilita la comparación entre calibraciones realizadas en diferentes fechas de mercado.

Dado que las volatilidades implícitas pueden estar disponibles con distinta granularidad, la herramienta incorpora un procedimiento de selección de instrumentos. Se priorizan los productos mensuales siempre que estén disponibles, por ser los de mayor detalle temporal. En ausencia de cobertura mensual completa, se recurre a productos trimestrales y, si es necesario, a instrumentos estacionales. De este modo, se construye una estructura temporal de volatilidades continua y sin solapamientos.

Además de los inputs de mercado, el usuario debe introducir los parámetros asociados al almacenamiento: capacidad máxima, nivel inicial, capacidades de inyección y extracción, costes operativos, horizonte de valoración y definición del escenario de análisis. Estos parámetros determinan las restricciones físicas y económicas que posteriormente utilizará el modelo de resolución.

7.2.2. Calibración del modelo de precios

Una vez cargados los datos de mercado, la herramienta ejecuta la calibración del modelo de precios. El objetivo de esta fase es obtener una función $\lambda(t)$ que ajuste la intensidad de volatilidad del modelo a las volatilidades implícitas observadas en el mercado, manteniendo fija la estructura de factores definida previamente.

Para ello, la herramienta calcula en primer lugar las integrales temporales asociadas a las componentes del modelo estocástico. Estas integrales cuantifican la contribución acumulada de los factores de corto plazo, largo plazo y componente estacional a la varianza teórica del modelo. En la implementación desarrollada, estos cálculos se automatizan mediante funciones programadas en Visual Basic for Applications, lo que permite trasladar las expresiones analíticas del modelo directamente al entorno Excel.

A partir de estas integrales, se calcula el parámetro $\lambda(t)$ mediante un procedimiento de bootstrapping temporal. El proceso comienza por los vencimientos más cortos y avanza progresivamente hacia vencimientos más largos, teniendo en cuenta la varianza ya explicada por los tramos calibrados previamente. De este modo, se obtiene una función $\lambda(t)$ definida a trozos y consistente con la estructura temporal de volatilidades de mercado.

En el caso de los contratos mensuales, la herramienta utiliza como vencimiento efectivo el día central del mes. Esta aproximación procede del análisis de covarianzas realizado sobre los retornos de la curva forward, que mostró que el punto medio del periodo de entrega representa de forma adecuada la exposición promedio del contrato.

La herramienta incluye controles de validación que permiten comprobar la coherencia de la calibración. En particular, se compara la volatilidad implícita de mercado con la volatilidad reconstruida por el modelo una vez aplicado el factor $\lambda(t)$. Esta comprobación permite identificar posibles inconsistencias en los datos de entrada o en la estructura temporal de instrumentos seleccionados.

El resultado de esta fase es un conjunto de parámetros calibrados que se utilizarán como input en la resolución del modelo de almacenamiento. La calibración actúa, por tanto, como el enlace entre la información observable en el mercado y la dinámica estocástica utilizada en la valoración.

7.2.3. Ejecución del modelo de valoración en Python

La resolución del modelo de almacenamiento se ejecuta mediante código Python. Esta decisión responde a la necesidad de tratar un problema numérico de mayor dimensión, en el que la función valor se calcula sobre una malla de tiempo, volumen y precio. La implementación en Python permite construir las mallas, aplicar el operador de difusión, resolver el paso de control y ejecutar el algoritmo backward de forma eficiente.

El flujo de ejecución parte de los inputs definidos en Excel. El código Python lee la curva forward, la función $\lambda(t)$ calibrada, las volatilidades del modelo y los parámetros del almacenamiento. Con esta información, construye la malla temporal diaria, la malla de volumen y la malla de precio normalizada. A continuación, resuelve el problema hacia atrás en el tiempo, partiendo de la condición terminal y retrocediendo hasta la fecha inicial de valoración.

En cada fecha del horizonte, el solver aplica primero la parte de difusión, asociada a la evolución estocástica del precio, y después la parte de control, asociada a la decisión óptima de inyectar, extraer o esperar. Como resultado, se obtiene una superficie de valor para cada fecha y una política óptima de operación definida para cada combinación de volumen y precio.

7. Solver unificado backward

Este solver es común a los tres escenarios. La diferencia entre ellos se controla con `ScenarioConfig`:

- determinista: `use_price_mesh=False`, `use_diffusion=False`, `n_price_nodes=1`;
- estocástico apagado: `use_price_mesh=False`, `use_diffusion=True`, `force_zero_vol=True`, `n_price_nodes=1`;
- estocástico completo: `use_price_mesh=True`, `use_diffusion=True`, `force_zero_vol=False`, `n_price_nodes=31`.

Internamente, incluso el determinista se representa como una matriz (volumen, precio) con un único nodo de precio. Esto nos permite reutilizar el mismo código y comparar escenarios sin cambiar la estructura.

```
In [ ]: M def build_volume_grid(V_min: float, V_max: float, dv: float = 1.0) -> np.ndarray:
    """
    Construye una malla de volumen con paso fijo.

    Esto evita el problema del notebook anterior, donde np.linspace(0, 62, 61)
    generaba nodos separados por 1.0333 mientras los controles eran de 1 unidad/día.
    """
    if dv <= 0:
        raise ValueError("dv debe ser positivo.")

    n_steps = int(round((V_max - V_min) / dv))
    V_grid = V_min + dv * np.arange(n_steps + 1)

    if not np.isclose(V_grid[-1], V_max):
        raise ValueError("V_max - V_min debe ser múltiplo exacto de dv.")

    return V_grid.astype(float)

def interp_state(values_by_state: np.ndarray, state_nodes: np.ndarray, x_target: float) -> float:
    return float(interp_1d_with_linear_extrapolation(np.array([x_target]), state_nodes, values_by_state)[0])

def interp_1d_with_linear_extrapolation(x_new: np.ndarray, x_old: np.ndarray, y_old: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    Interpolación lineal en la variable de estado X = F / F_forward,
    con extrapolación lineal en extremos.

    La malla de precios F se construye con build_price_mesh_for_day, pero para
    pasar de un contrato/fecha al siguiente la interpolación debe hacerse en X,
    no en F absoluto. Si se interpolase en F absoluto, el modelo no respetaría la
    estructura forward: al pasar de Nov-26 a Dic-26 trataría el mismo precio F
    como mismo estado, en lugar de tratar como mismo estado la misma desviación
    relativa respecto al forward.
    """
    x_new = np.asarray(x_new, dtype=float)
    x_old = np.asarray(x_old, dtype=float)
    y_old = np.asarray(y_old, dtype=float)

    if len(x_old) != len(y_old):
        raise ValueError("x_old e y_old deben tener la misma longitud.")
    if len(x_old) == 1:
        return np.full_like(x_new, float(y_old[0]), dtype=float)
    if np.any(np.diff(x_old) <= 0):
        raise ValueError("x_old debe ser estrictamente creciente.")

    y_new = np.interp(x_new, x_old, y_old)

    left_mask = x_new < x_old[0]
```

Figura 7.3. Fragmento ilustrativo de código de resolución en Jupyter Notebook

Esta arquitectura permite ejecutar distintos escenarios de valoración modificando únicamente los parámetros de entrada en Excel. Por ejemplo, el usuario puede analizar cambios en la capacidad del almacenamiento, el nivel inicial, los costes de operación, las capacidades máximas de inyección y extracción o la hipótesis de volatilidad. El código Python 7.3 actúa como motor de cálculo común para todos los escenarios, garantizando que la metodología de resolución sea consistente.

7.2.4. Volcado y análisis de resultados

Una vez finalizada la ejecución del modelo, los resultados se vuelcan de nuevo en Excel para facilitar su análisis. Este volcado permite que el usuario no tenga que interpretar directamente las estructuras internas generadas por Python, sino que pueda revisar los outputs en un entorno familiar y ordenado.

Entre los resultados principales se incluye el valor inicial del almacenamiento, obtenido evaluando la función valor en el volumen inicial y en el nodo central de precio. Además, se recogen las trayectorias de inventario asociadas a la política óptima y las acciones diarias recomendadas.

El volcado de resultados también permite generar representaciones gráficas dentro del propio Excel. Entre ellas se incluyen la evolución del inventario o las acciones óptimas sobre la curva

forward. Estas visualizaciones son especialmente útiles para interpretar económicamente la solución obtenida y comprobar que la política óptima es coherente con los precios, los costes y las restricciones del almacenamiento.

La conexión entre Python y Excel permite cerrar el ciclo completo de la herramienta. Excel se utiliza para definir el escenario y revisar los resultados, mientras que Python ejecuta el cálculo numérico. Una vez finalizada la resolución, los outputs se trasladan de nuevo al libro de trabajo, manteniendo la trazabilidad entre inputs, ejecución y resultados finales.

7.3. Estructura final de la herramienta

Desde el punto de vista del usuario, el uso de la herramienta se concentra en la selección de la fecha de valoración, la revisión de los datos de mercado, la definición del escenario de almacenamiento y la ejecución del cálculo. El resto del proceso queda automatizado, reduciendo la intervención manual y minimizando el riesgo de errores en fórmulas, rangos auxiliares o cálculos intermedios.

Esta estructura convierte la herramienta en un soporte práctico para el análisis de la flexibilidad del almacenamiento. Su diseño modular permite actualizar datos de mercado, ejecutar nuevos escenarios y comparar resultados de forma recurrente. Además, al separar claramente los inputs, el motor de cálculo y los outputs, la herramienta facilita la trazabilidad del proceso y la interpretación económica de los resultados.



Figura 7.4. Estructura de la herramienta de valoración desarrollada en dos entornos

La Figura 7.4 muestra una vista general de la herramienta desarrollada. El libro de Excel actúa como interfaz principal para el usuario, permitiendo introducir datos, seleccionar escenarios, revisar la calibración y analizar los resultados obtenidos tras la ejecución del modelo.

En definitiva, la herramienta constituye la aplicación práctica del modelo desarrollado en el trabajo. Permite pasar de una formulación matemática y numérica a un entorno operativo en el que el usuario puede valorar escenarios, analizar políticas óptimas y evaluar la sensibilidad del almacenamiento ante distintas hipótesis de mercado y operación.

Conclusiones y trabajo futuro

Este capítulo presenta las principales conclusiones del trabajo y plantea posibles líneas de desarrollo futuro para ampliar y mejorar el modelo y la herramienta desarrollada. Con ello, se busca cerrar el análisis realizado y señalar posibles avances que permitan reforzar su utilidad práctica.

8.1. Conclusiones

El presente trabajo ha tenido como objetivo desarrollar una metodología cuantitativa para valorar la flexibilidad asociada al almacenamiento subterráneo de gas natural. Para ello, se ha partido del análisis del mercado gasista y de la curva forward como referencia de precios, se ha calibrado una dinámica estocástica a volatilidades implícitas de mercado y se ha implementado un modelo de valoración capaz de resolver la estrategia óptima de operación bajo restricciones físicas. El resultado final es una herramienta que permite conectar datos de mercado, calibración, resolución numérica y análisis de resultados dentro de un flujo de trabajo estructurado.

A partir del trabajo realizado, pueden extraerse las siguientes conclusiones principales:

- **El almacenamiento de gas natural debe entenderse como un activo flexible y no como una infraestructura puramente estática.**

Una de las ideas centrales del trabajo es que el valor económico del almacenamiento no procede únicamente del gas almacenado en un momento determinado, sino de la capacidad de decidir cuándo inyectar, extraer o esperar. Esta flexibilidad permite desplazar gas en el tiempo y adaptar la operación a la evolución del mercado. Por ello, una valoración basada únicamente en márgenes estáticos entre precios de compra y venta resulta insuficiente para capturar el valor real del activo.

El almacenamiento se comporta de forma similar a un conjunto de opciones operativas encadenadas. En cada fecha, el operador dispone del derecho, pero no de la obligación, de modificar el inventario. Esta opcionalidad es especialmente relevante en un mercado como el gas natural, caracterizado por estacionalidad, volatilidad, shocks de oferta y demanda, restricciones logísticas y dependencia de la estructura temporal de precios.

En consecuencia, la valoración del almacenamiento requiere metodologías capaces de representar decisiones secuenciales y restricciones físicas.

- **La curva forward constituye el punto de partida natural para valorar el almacenamiento, pero no es suficiente por sí sola.**

La curva forward proporciona la referencia inicial de precios del mercado para distintos vencimientos. En un enfoque determinista, esta curva permite identificar oportunidades visibles de arbitraje temporal: inyectar en periodos de menor precio y extraer en periodos de mayor precio, siempre que el diferencial compense los costes de operación. Sin embargo, la curva forward observada en la fecha de valoración solo recoge una fotografía inicial del mercado.

El valor del almacenamiento depende también de cómo puedan evolucionar los precios en el futuro. Si el operador puede revisar sus decisiones a medida que cambian las condiciones de mercado, entonces la volatilidad introduce valor adicional. Este valor no aparece en una valoración puramente determinista, porque en ella el futuro queda fijado desde el inicio. Por tanto, la curva forward es necesaria para fijar el nivel inicial de precios, pero debe complementarse con una dinámica estocástica que represente la incertidumbre futura.

- **La calibración a volatilidades implícitas permite incorporar información prospectiva de mercado.**

El uso de volatilidades implícitas permite que el modelo no dependa exclusivamente de patrones históricos de comportamiento de la curva forward. Las volatilidades observadas en mercado incorporan la incertidumbre esperada por los agentes y, por tanto, representan una fuente de información relevante para valorar activos flexibles. En este trabajo, la calibración se ha realizado mediante un factor de escala temporal $\lambda(t)$, que ajusta la intensidad de volatilidad del modelo sin modificar la estructura de factores previamente definida.

Esta aproximación presenta una ventaja importante: separa la forma funcional de la dinámica de precios de su intensidad de mercado. La estructura del modelo mantiene la interpretación económica de los factores asociados a movimientos estructurales y estacionales de la curva, mientras que $\lambda(t)$ adapta la magnitud de la incertidumbre a las condiciones observadas en la fecha de valoración. De este modo, el modelo conserva coherencia económica y, al mismo tiempo, se ajusta a la información disponible en el mercado.

- **La resolución del problema exige combinar la difusión del precio con el control operativo del inventario.**

La formulación del problema mediante programación dinámica permite representar adecuadamente la naturaleza secuencial de la operación del almacenamiento. La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman expresa que el valor del activo en cada estado depende de dos dimensiones: la evolución incierta del precio y la decisión óptima de operación. Estas dos dimensiones se corresponden, respectivamente, con la parte de difusión y la parte de control del modelo.

La difusión captura el efecto de la incertidumbre del precio sobre el valor de continuación. El control, por su parte, compara las acciones físicamente admisibles de inyección,

extracción y espera, teniendo en cuenta tanto el flujo de caja inmediato como el valor futuro del inventario resultante. La separación entre ambas partes facilita la implementación numérica y permite interpretar de forma clara el origen del valor: una parte procede de la variabilidad futura de precios y otra de la capacidad de actuar sobre el inventario.

- **La discretización en tiempo, volumen y precio permite adaptar el modelo a la operación real del almacenamiento.**

El modelo se ha implementado sobre una malla discreta de tiempo, volumen y precio. La dimensión temporal se ha definido con frecuencia diaria, en línea con la lógica operativa del almacenamiento y con las restricciones diarias de inyección y extracción. La dimensión de volumen permite representar los posibles niveles de inventario y controlar que las decisiones respeten los límites físicos del activo. La dimensión de precio, por su parte, permite aproximar los posibles escenarios futuros alrededor de la curva forward.

- **Los escenarios de validación muestran que el modelo reproduce correctamente comportamientos económicos esperados.**

Los escenarios analizados han permitido validar progresivamente el funcionamiento del solver. En los casos en los que el almacenamiento parte lleno y solo se permite extraer, el valor obtenido coincide con el forward medio del periodo de extracción. Esta comprobación confirma que, cuando no existe opcionalidad adicional, la volatilidad no introduce valor extra y el modelo converge al resultado económico esperado.

En los escenarios con decisión de inyección y extracción, el modelo identifica operaciones rentables únicamente cuando el spread entre precios de inyección y extracción compensa los costes operativos. Este comportamiento es especialmente relevante porque demuestra que el solver no fuerza el llenado del almacenamiento, sino que opera de forma selectiva en función de la rentabilidad neta. Además, al reducir los costes de operación, el modelo aumenta el volumen óptimo almacenado, lo que confirma la sensibilidad del valor a los costes de inyección y extracción.

- **La volatilidad aporta valor solo cuando existe flexibilidad efectiva para reaccionar ante escenarios futuros.**

Una conclusión importante del análisis de escenarios es que la volatilidad no siempre incrementa el valor del almacenamiento. En los casos donde la operación está prácticamente predeterminada, como la extracción de un volumen inicial durante un periodo definido, la incertidumbre futura de precios no genera valor adicional. El activo se comporta entonces como una liquidación programada del inventario y el resultado coincide con la media forward correspondiente.

En cambio, cuando el operador dispone de capacidad para decidir cuándo inyectar y extraer, la volatilidad introduce valor extrínseco. Este valor procede de la posibilidad de adaptar la estrategia a futuros movimientos de precios. No obstante, el incremento observado depende de la amplitud de la flexibilidad operativa: si la capacidad, las ventanas de operación o los costes limitan las decisiones disponibles, el valor adicional de la volatilidad será moderado. Por tanto, la volatilidad solo se convierte en valor económico cuando existe capacidad real de actuación.

- La herramienta desarrollada permite convertir el modelo teórico en un flujo operativo aplicable.

El desarrollo de una herramienta en Excel conectada con Python ha permitido trasladar la metodología a un entorno práctico. Excel actúa como interfaz de usuario, permitiendo introducir datos de mercado, definir escenarios, revisar inputs y analizar resultados. Python, por su parte, funciona como motor de cálculo, ejecutando la calibración, la construcción de mallas, la difusión, el control y el algoritmo backward.

Esta arquitectura resulta adecuada porque combina facilidad de uso y capacidad computacional. El usuario puede trabajar en un entorno familiar como Excel, mientras que las tareas numéricamente más exigentes se resuelven en Python. Además, el volcado de resultados de nuevo al Excel permite cerrar el flujo de trabajo y facilita la comparación entre escenarios, la generación de gráficos y la interpretación económica de las políticas óptimas.



Figura 8.1. Conclusiones clave del trabajo realizado

La Figura 8.1 muestra de forma resumida e ilustrativa, cuáles son las principales conclusiones expuestas en esta sección.

En conjunto, el trabajo desarrollado permite concluir que la valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural requiere una aproximación dinámica y flexible. La interacción entre precios forward, volatilidad, costes y restricciones físicas determina la política óptima de operación y, en consecuencia, el valor económico del activo. El modelo implementado reproduce esta lógica y ofrece una herramienta útil para analizar escenarios, validar estrategias y estudiar la sensibilidad del almacenamiento ante distintas condiciones de mercado.

8.2. Trabajo futuro

El desarrollo realizado abre distintas líneas de mejora y ampliación. Algunas de ellas están orientadas a reforzar la robustez del modelo de precios, otras a mejorar la resolución numérica, y otras a convertir la herramienta en una solución más completa y cercana a un uso profesional

recurrente. A continuación, se presentan las principales líneas de trabajo futuro, indicando en cada caso su potencial y el impacto esperado sobre la calidad de la valoración.

- **Incorporar una condición terminal más realista para el inventario final.**

En la formulación principal del trabajo se ha utilizado una condición terminal nula, $S_N(V, F) = 0$. Esta hipótesis permite aislar el valor generado por las decisiones de operación durante el horizonte analizado, pero no asigna valor al gas que permanezca almacenado al final del periodo. En una aplicación real, el inventario final puede tener un valor económico relevante, ya sea porque puede venderse, utilizarse en periodos posteriores o estar sujeto a obligaciones contractuales o regulatorias.

Una línea futura consistiría en introducir una condición terminal dependiente del volumen final, por ejemplo valorando el inventario residual a un precio forward de referencia o penalizando desviaciones respecto a un nivel objetivo. El potencial de esta mejora es elevado, ya que permitiría representar estrategias de operación más realistas. Su impacto sería especialmente importante en horizontes de valoración donde el almacenamiento no se vacía completamente o donde existen obligaciones de mantener un nivel mínimo de inventario.

- **Incorporar umbrales mínimos de almacenamiento exigidos por regulación.**

En la implementación desarrollada, las restricciones del problema se han centrado principalmente en la capacidad máxima del almacenamiento, el nivel inicial, las capacidades de inyección y extracción y los costes operativos. Sin embargo, en un contexto real, la operación del almacenamiento también puede estar condicionada por obligaciones regulatorias asociadas a la seguridad de suministro. En particular, la normativa puede exigir alcanzar determinados niveles mínimos de llenado en fechas concretas del año, con el objetivo de garantizar disponibilidad suficiente de gas ante periodos de mayor demanda o posibles tensiones de suministro.

Una línea futura de desarrollo consistiría en incorporar estos umbrales mínimos como nuevas restricciones dentro del problema de optimización. Matemáticamente, podrían introducirse como ligaduras adicionales sobre el volumen almacenado en determinadas fechas, de forma que el modelo no solo maximice el valor económico esperado, sino que también respete los niveles mínimos exigidos regulatoriamente.

- **Mejorar la calibración de la volatilidad y el tratamiento de inconsistencias de mercado.**

El procedimiento de bootstrapping utilizado permite construir una función $\lambda(t)$ ajustada a las volatilidades implícitas disponibles. Sin embargo, cuando la estructura de volatilidades presenta saltos bruscos o inconsistencias entre vencimientos, pueden aparecer tramos donde el residual de varianza es negativo y se fija $\lambda_i = 0$. Aunque este tratamiento es conservador y evita problemas numéricos, puede generar diferencias entre la volatilidad observada y la reproducida por el modelo.

Una línea futura consistiría en desarrollar métodos de regularización o suavizado de la curva de volatilidad implícita antes del bootstrapping. También podrían explorarse técnicas de calibración global que ajusten todos los tramos simultáneamente, minimizando el error frente a mercado bajo restricciones de positividad y suavidad. El impacto de esta

mejora sería una calibración más estable, especialmente en fechas de mercado con datos incompletos o ruidosos.

- **Incorporar modelos de precio más complejos que consigan reproducir el forward con mayor grado de exactitud.**

El modelo actual se basa en una dinámica lognormal calibrada a volatilidad implícita. Esta aproximación es útil y manejable desde el punto de vista numérico, pero puede no capturar completamente algunos hechos estilizados del mercado del gas natural, como reversión a la media, cambios de régimen, shocks bruscos, correlación entre vencimientos o diferencias entre periodos de tensión y periodos normales.

Como trabajo futuro, podrían incorporarse modelos multifactoriales más completos, modelos con reversión a la media o modelos de cambio de régimen. El potencial de esta línea es elevado porque permitiría representar mejor la dinámica real del mercado. Su impacto se reflejaría en una valoración más sensible a escenarios extremos, especialmente relevante para activos flexibles que obtienen parte de su valor de la capacidad de reaccionar ante movimientos abruptos de precios.

- **Realizar un análisis sistemático de sensibilidades.**

Los escenarios desarrollados permiten validar el modelo y analizar algunas hipótesis concretas, pero no constituyen todavía un análisis exhaustivo de sensibilidades. Una línea futura consistiría en estudiar de forma sistemática cómo cambia el valor del almacenamiento ante variaciones en la volatilidad, los costes, la capacidad, el nivel inicial, las restricciones de inyección y extracción o la condición terminal.

El potencial de esta línea es alto porque permitiría identificar qué variables tienen mayor impacto sobre el valor del almacenamiento. Su impacto práctico sería facilitar la toma de decisiones, ya que el usuario podría distinguir entre parámetros críticos y parámetros secundarios. Además, permitiría construir mapas de sensibilidad o escenarios de estrés útiles para la gestión del activo.

- **Optimizar el rendimiento computacional del solver.**

La resolución numérica del problema puede volverse costosa cuando aumenta el número de nodos de volumen, precio o tiempo. En particular, el paso de control puede requerir evaluar un número elevado de acciones admisibles para cada estado. En los escenarios escalados se observa que el tiempo de ejecución aumenta de forma significativa al crecer la capacidad y el número de alternativas operativas.

Como trabajo futuro, podrían implementarse mejoras de eficiencia computacional, como vectorización adicional, paralelización, reducción adaptativa del conjunto de acciones o almacenamiento optimizado de superficies de valor. El impacto de esta línea sería permitir ejecutar escenarios más grandes, con mallas más finas y mayor precisión, manteniendo tiempos de cálculo razonables.

- **Ampliar la herramienta Excel-Python hacia una interfaz más automatizada y trazable.**

La herramienta desarrollada ya permite conectar Excel con Python y volcar los resultados de nuevo al libro de trabajo. No obstante, una línea futura consistiría en automatizar aún más el flujo de ejecución, incorporando botones de lanzamiento, validaciones automáticas de inputs, mensajes de error, logs de ejecución y actualización automática de gráficos. Esta

mejora permitiría que el usuario pudiera ejecutar valoraciones de forma más sencilla y segura, reduciendo la intervención manual y minimizando el riesgo de errores operativos.

El potencial de esta mejora se encuentra principalmente en la usabilidad y en la posibilidad de utilizar la herramienta de forma recurrente en un entorno profesional. Una interfaz más robusta facilitaría la comparación de escenarios, la generación de informes y el análisis de resultados por usuarios no necesariamente expertos en programación. Adicionalmente, podría incorporarse un registro histórico de ejecuciones, almacenando la fecha de valoración, los inputs utilizados, los parámetros calibrados, los escenarios ejecutados, el valor obtenido y la política óptima resultante. Esta trazabilidad permitiría auditar resultados, reproducir valoraciones pasadas y analizar cómo evoluciona el valor del almacenamiento ante nuevas condiciones de mercado.

■ **Extender la metodología a otros activos energéticos flexibles.**

Aunque el trabajo se ha centrado en almacenamiento subterráneo de gas natural, la metodología desarrollada puede adaptarse a otros activos energéticos con opcionalidad operativa. Entre ellos podrían considerarse almacenamiento de GNL, baterías eléctricas, contratos flexibles de suministro, capacidad de regasificación o activos con decisiones de consumo y producción modulables.

Esta línea tiene un potencial amplio porque permitiría reutilizar la estructura metodológica desarrollada en otros contextos. El impacto sería convertir el modelo en una base general para valorar flexibilidad energética, un concepto cada vez más relevante en sistemas con mayor penetración renovable, mayor volatilidad y necesidad creciente de recursos gestionables.

Trabajo futuro

Principales líneas de mejora y ampliación del trabajo realizado



Figura 8.2. Principales líneas de trabajo futuro

En conjunto, las líneas de trabajo futuro 8.2 muestran que el modelo desarrollado puede evolucionar en varias direcciones complementarias. Algunas mejoras permitirían representar

con mayor precisión la operación física del almacenamiento; otras reforzarían la modelización de precios y la calibración de volatilidad; otras ampliarían la herramienta hacia una solución más automatizada, trazable y orientada a la toma de decisiones. Todas ellas comparten un mismo objetivo: avanzar desde una herramienta de valoración funcional hacia una plataforma más robusta para analizar el valor económico de la flexibilidad en mercados energéticos.

8.3. Consideraciones finales

Una de las principales ideas que se desprende del trabajo es que la valoración del almacenamiento no puede separarse de la forma en que el activo se opera. El valor obtenido por el modelo no responde únicamente a una curva de precios o a un nivel de volatilidad, sino a la interacción entre las señales de mercado, las restricciones físicas y las decisiones disponibles en cada momento. Esta visión permite pasar de una interpretación estática del almacenamiento, centrada en diferenciales de precio entre periodos, a una interpretación dinámica basada en la flexibilidad operativa.

El desarrollo realizado también pone de manifiesto la importancia de validar progresivamente los modelos cuantitativos antes de aplicarlos a escenarios más complejos. Los casos de estudio han permitido comprobar que el solver reproduce resultados esperados en situaciones controladas y que el valor adicional de la volatilidad aparece únicamente cuando existe capacidad real de decisión. Esta conclusión es relevante porque evita interpretar la volatilidad como una fuente automática de valor y obliga a analizar siempre si las restricciones del activo permiten capturar dicha opcionalidad.

Finalmente, el trabajo deja abierta una vía clara de evolución: transformar una herramienta de valoración en una herramienta de apoyo a la decisión. Para ello, no basta con calcular un valor inicial del almacenamiento; resulta necesario entender la política óptima que lo justifica, comparar escenarios, incorporar restricciones regulatorias y mejorar la trazabilidad de los resultados. Bajo esta perspectiva, la aportación del trabajo no se limita al resultado numérico obtenido, sino que reside en haber construido una base metodológica sobre la que seguir desarrollando herramientas más completas para la gestión de activos flexibles en mercados energéticos.

Impacto y alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

Este capítulo analiza el impacto del trabajo desarrollado desde la perspectiva de los Objetivos de Desarrollo Sostenible. En particular, se identifican tres ODS especialmente relacionados con el proyecto por su conexión con la seguridad y flexibilidad del suministro energético; la gestión de infraestructuras energéticas; y por la contribución indirecta a una operación más eficiente del sistema energético

9.1. Contribución general del trabajo

El presente trabajo se enmarca en el análisis y valoración de la flexibilidad asociada al almacenamiento subterráneo de gas natural. Aunque el gas natural es un combustible fósil y, por tanto, no puede considerarse una fuente energética libre de emisiones, continúa desempeñando un papel relevante dentro del sistema energético como fuente de respaldo, flexibilidad y seguridad de suministro. En este contexto, disponer de herramientas que permitan valorar y gestionar de forma más eficiente este tipo de infraestructuras resulta especialmente relevante.

La contribución del proyecto no se centra en promover un mayor consumo de gas natural, sino en mejorar la comprensión económica y operativa de un activo existente dentro del sistema gasista. El almacenamiento permite desplazar gas en el tiempo, responder a situaciones de tensión en el mercado, reforzar la seguridad de suministro y facilitar la adaptación de la operación a la evolución de los precios. Por ello, la valoración de su flexibilidad puede ayudar a tomar decisiones más informadas sobre su uso, su gestión y su papel dentro del sistema energético.

Desde esta perspectiva, el impacto del trabajo debe entenderse en tres niveles. En primer lugar, un impacto energético, vinculado a la mejora de la seguridad y eficiencia del suministro.

En segundo lugar, un impacto tecnológico y metodológico, asociado al desarrollo de una herramienta cuantitativa que combina datos de mercado, calibración de volatilidades y optimización dinámica. En tercer lugar, un impacto climático indirecto, relacionado con la necesidad de operar las infraestructuras energéticas de forma más eficiente en un sistema progresivamente más renovable y sujeto a mayor incertidumbre.

A continuación, se presentan los tres Objetivos de Desarrollo Sostenible más directamente relacionados con el trabajo: el ODS 7, Energía asequible y no contaminante; el ODS 9, Industria, innovación e infraestructura; y el ODS 13, Acción por el clima.

9.2. ODS 7: Energía asequible y no contaminante

El ODS 7 busca garantizar el acceso a una energía asequible, segura, sostenible y moderna. Aunque el gas natural no es una fuente renovable, el almacenamiento subterráneo cumple una función relevante dentro de la seguridad y flexibilidad del sistema energético. Su capacidad para almacenar gas en determinados momentos y extraerlo posteriormente permite reducir tensiones de suministro, cubrir variaciones estacionales de demanda y reforzar la estabilidad del sistema ante episodios de volatilidad o incertidumbre.



Figura 9.1. Objetivo de Desarrollo Sostenible 7. Fuente: Naciones Unidas

La relación con el ODS 7 se observa especialmente en la dimensión de seguridad de suministro. El almacenamiento puede actuar como colchón ante situaciones de escasez, interrupciones de suministro, picos de demanda o desajustes entre oferta y consumo. En este sentido, una valoración adecuada del almacenamiento ayuda a entender mejor el valor económico de mantener capacidad disponible y de operar el activo de forma coherente con las necesidades del sistema.

Además, en un contexto de transición energética, la flexibilidad adquiere una importancia creciente. La generación renovable no gestionable, como la eólica y la solar fotovoltaica, depende de condiciones meteorológicas variables, lo que exige tecnologías e infraestructuras capaces de aportar respaldo cuando la producción renovable disminuye o la demanda aumenta. El almacenamiento de gas, junto con otras soluciones de flexibilidad, puede contribuir a sostener la seguridad energética durante el proceso de transformación del sistema.

Por tanto, el impacto del trabajo sobre el ODS 7 no debe interpretarse como una defensa del gas natural frente a las energías renovables, sino como una contribución a la gestión eficiente de una infraestructura que todavía cumple una función relevante en la garantía de suministro. La herramienta desarrollada permite valorar esta función de forma cuantitativa y proporciona una base para analizar decisiones operativas con mayor rigor.

9.3. ODS 9: Industria, innovación e infraestructura

El ODS 9 está orientado a construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización sostenible y fomentar la innovación. Este objetivo se relaciona de forma directa con el trabajo, ya que el proyecto desarrolla una herramienta cuantitativa aplicada a una infraestructura energética real: el almacenamiento subterráneo de gas natural.



Figura 9.2. Objetivo de Desarrollo Sostenible 9. Fuente: Naciones Unidas

La principal contribución al ODS 9 se encuentra en la integración de metodología financiera, modelización estocástica, calibración a datos de mercado y optimización numérica dentro de una herramienta operativa. El trabajo no se limita a una revisión teórica del almacenamiento, sino que propone un marco práctico para valorar su flexibilidad y analizar escenarios de operación. Esta aproximación convierte el modelo en un instrumento útil para apoyar la toma de decisiones en un entorno energético complejo.

Desde el punto de vista de innovación, el proyecto combina varias capas técnicas. En primer lugar, utiliza la curva forward como referencia de mercado. En segundo lugar, incorpora volatilidades implícitas para calibrar la incertidumbre esperada. En tercer lugar, resuelve el problema de operación mediante programación dinámica, separando la difusión del precio y el control sobre el inventario. Finalmente, traslada el modelo a una herramienta Excel-Python, en la que Excel actúa como interfaz de usuario y Python como motor de cálculo.

Esta estructura aporta valor porque reduce la distancia entre el modelo matemático y su aplicación práctica. En muchos casos, las metodologías cuantitativas complejas quedan alejadas del usuario final si no se integran en herramientas comprensibles, trazables y reutilizables. En este trabajo, la conexión entre Excel y Python permite que el usuario pueda introducir datos, definir escenarios, ejecutar el modelo y revisar resultados en un entorno familiar, manteniendo al mismo tiempo la capacidad de cálculo necesaria para resolver el problema.

La contribución al ODS 9 también se refleja en la mejora de la resiliencia de infraestructuras. Una infraestructura energética no es resiliente únicamente por su existencia física, sino también por la capacidad de gestionarla de forma eficiente bajo incertidumbre. El modelo desarrollado permite analizar el valor del almacenamiento ante diferentes hipótesis de precios, costes, volatilidad y restricciones operativas. Esta capacidad de análisis puede ayudar a comprender mejor el papel económico de la infraestructura y a diseñar estrategias de operación más robustas.

En consecuencia, el trabajo contribuye al ODS 9 al desarrollar una solución aplicada que combina innovación metodológica y utilidad operativa. La herramienta propuesta puede servir

como base para futuros desarrollos más completos, orientados a la gestión profesional de activos energéticos flexibles y a la mejora de la toma de decisiones en infraestructuras críticas.

9.4. ODS 13: Acción por el clima

El ODS 13 se centra en adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos. La relación entre este trabajo y el ODS 13 debe plantearse con cautela, ya que el gas natural es una fuente fósil y su combustión genera emisiones. Sin embargo, el proyecto puede vincularse a este objetivo desde una perspectiva de transición energética, eficiencia operativa y apoyo a la integración de energías renovables.



Figura 9.3. Objetivo de Desarrollo Sostenible 13. Fuente: Naciones Unidas

En sistemas eléctricos con una penetración creciente de generación renovable variable, la flexibilidad se convierte en un elemento fundamental. La producción eólica y solar puede presentar fluctuaciones significativas en horizontes cortos de tiempo, lo que obliga al sistema a disponer de recursos capaces de equilibrar oferta y demanda. En este contexto, el gas natural y sus infraestructuras asociadas pueden desempeñar una función de respaldo durante el proceso de transición, especialmente mientras no exista suficiente capacidad de almacenamiento eléctrico, gestión de demanda u otras tecnologías flexibles bajas en carbono.

El impacto del trabajo sobre el ODS 13 no procede de la eliminación directa de emisiones, sino de la posibilidad de optimizar el uso de infraestructuras existentes. Una gestión más eficiente del almacenamiento puede contribuir a reducir decisiones operativas ineficientes, evitar movimientos innecesarios y mejorar la planificación del uso del gas dentro del sistema. En términos generales, una operación más racional de los activos energéticos puede ayudar a minimizar costes, reducir ineficiencias y facilitar una transición más ordenada.

Además, el modelo permite valorar la flexibilidad bajo distintos escenarios de mercado. Esta capacidad es relevante en un entorno en el que la transición energética puede aumentar la volatilidad de precios y modificar los patrones tradicionales de demanda. Herramientas como la desarrollada en este trabajo permiten analizar cómo cambia el valor del almacenamiento ante distintas hipótesis de volatilidad, restricciones y costes, aportando información útil para la gestión de activos en un sistema energético en transformación.

No obstante, es importante señalar que la alineación con el ODS 13 es indirecta y condicionada. El almacenamiento de gas natural no sustituye a las políticas de descarbonización ni a la inversión en tecnologías renovables, almacenamiento eléctrico, eficiencia energética o electrificación. Su papel debe entenderse como parte de una fase de transición en la que la flexibilidad y la seguridad de suministro siguen siendo necesarias. Bajo esta visión, el trabajo

contribuye al ODS 13 al mejorar la capacidad de análisis sobre cómo operar una infraestructura existente de forma más eficiente y coherente con un sistema energético progresivamente más descarbonizado.



Código de resolución del modelo

Este anexo recoge el código utilizado para la calibración del modelo de precios, la construcción de las mallas de precio y volumen, y la resolución numérica del problema de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural.

Valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural

Notebook de resolución: datos de mercado, calibración de lambdas, mallas de precio y volumen, y resolución hacia atrás del problema de valoración del almacenamiento subterráneo de gas natural.

La idea central es valorar el almacenamiento como un problema de control óptimo. En cada estado del sistema se decide si conviene inyectar, extraer o no hacer nada. La función valor se denota como:

$$S(t, V, F)$$

donde t es el tiempo, V es el volumen almacenado y F es la curva forward del precio.

La ecuación que se resuelve es:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\max_u \left\{ u \left(\frac{\partial S}{\partial V} - F \right) \right\} - \frac{1}{2} F^2 (\alpha^2(t, T) + \eta^2(t, T)) \frac{\partial^2 S}{\partial F^2}$$

La resolución se hace hacia atrás, partiendo de una condición terminal y aplicando en cada paso:

1. La decisión óptima de operación mediante el máximo sobre los controles admisibles;
2. El efecto de la incertidumbre del precio mediante el término difusivo.

Índice

1. [Planteamiento del problema](#)
2. [Imports y configuración](#)
3. [Datos reales de mercado](#)
4. [Modelo de precio y calibración de lambdas](#)
5. [Mallado de precios](#)
6. [Mallado de volumen y controles](#)
7. [Funciones y operadores para la resolución](#)
8. [Resolución hacia atrás](#)
9. [Resultados principales](#)
10. [Test de Consistencia](#)
11. [Visualización de resultados](#)

1. Planteamiento del problema

El almacenamiento se interpreta como una opción real. Su valor procede de la posibilidad de comprar gas cuando el precio es relativamente bajo, almacenarlo, y venderlo cuando el precio es relativamente alto.

La variable de control es:

$$u \in \{-u_{ext}, 0, u_{inj}\}$$

En este notebook se usa la notación u en el código:

- $u > 0$: inyección;
- $u = 0$: espera;
- $u < 0$: extracción.

La ecuación de valoración puede leerse como la suma de dos mecanismos:

cambio del valor = efecto de la decisión operativa + efecto de la incertidumbre del precio

El término de control es:

$$\max_u \{u (S_V - F)\}$$

donde S_V es el valor marginal de una unidad adicional de gas dentro del almacenamiento. Si $S_V > F$, el gas vale más dentro que fuera y tenderá a convenir inyectar. Si $S_V < F$, el gas vale más vendido en mercado y tenderá a convenir extraer.

El término difusivo es:

$$\frac{1}{2} F^2 (\alpha^2(t, T) + \eta^2(t, T)) S_{FF}$$

y recoge la incertidumbre del forward. La magnitud:

$$\nu^2(t, T) = \alpha^2(t, T) + \eta^2(t, T)$$

es la varianza instantánea que se obtiene del modelo calibrado.

2. Imports y configuración

En esta sección se cargan las librerías y se fijan opciones globales. El notebook está pensado para seguir creciendo por bloques, por lo que las funciones definidas aquí se reutilizan en las secciones posteriores.

```
In [25]: import time
import math
from dataclasses import dataclass
from typing import Dict, Optional, Tuple
from scipy.stats import norm, lognorm

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

from scipy.stats import norm
from scipy.linalg import solve_banded

pd.set_option("display.float_format", lambda x: f"{x:,.6f}")
plt.rcParams["figure.figsize"] = (11, 5)
plt.rcParams["axes.grid"] = True
plt.rcParams["axes.spines.top"] = False
plt.rcParams["axes.spines.right"] = False
```

```
In [2]: @dataclass
class ModelParams:
    sigma_cp: float
    beta_cp: float
    sigma_lp: float
    beta_lp: float
    sigma_est_1: float
    phi_1: float
    omega_1: float
    sigma_est_2: float
    phi_2: float
    omega_2: float
    escala: float
```

```

@dataclass
class ValuationInputs:
    valuation_date: pd.Timestamp
    storage_init: pd.Timestamp
    storage_end: pd.Timestamp
    storage_level: float
    storage_capacity: float
    forward_curve: pd.DataFrame
    market_vols: pd.DataFrame
    model_params: ModelParams
    inj_cost: float      # €/GWh
    ext_cost: float      # €/GWh

@dataclass
class ScenarioConfig:
    name: str
    use_price_mesh: bool
    use_diffusion: bool
    force_zero_vol: bool
    n_price_nodes: int
    theta: float = 0.55

```

3. Inputs

Datos reales de mercado

Se introducen los datos de Marzo de 2026. Para cada contrato se dispone de:

- precio forward observado $F(0, T)$;
- volatilidad implícita de mercado $\sigma_{imp}(T)$;
- fechas de inicio y fin de la valoración del almacenamiento;
- nivel inicial y capacidad del almacenamiento.

Estos datos tienen dos usos diferentes:

1. el forward y la volatilidad implícita se usan para construir la malla marginal de precios;
2. la volatilidad implícita se usa para calibrar las lambdas del modelo dinámico, que después alimentan el término difusivo de la EDP.

```

In [3]: params = ModelParams(
    sigma_cp=0.3131,
    beta_cp=0.192,
    sigma_lp=0.07758,
    beta_lp=18.49,
    sigma_est_1=-0.1036,
    phi_1=-4.6120,
    omega_1=12.5664,
    sigma_est_2=0.3788,
    phi_2=-0.5040,
    omega_2=6.2832,
    escala=5.1522,
)

valuation_date = pd.Timestamp("2026-03-27")

forward_curve = pd.DataFrame({
    "contract": [
        "Abr-26", "May-26", "Jun-26", "Jul-26", "Ago-26", "Sep-26", "Oct-26",
        "Nov-26", "Dic-26", "Ene-27", "Feb-27", "Mar-27", "Abr-27", "May-27"
    ],

```

```

"delivery_start": pd.to_datetime([
    "2026-04-01", "2026-05-01", "2026-06-01", "2026-07-01", "2026-08-01",
    "2026-09-01", "2026-10-01", "2026-11-01", "2026-12-01",
    "2027-01-01", "2027-02-01", "2027-03-01", "2027-04-01", "2027-05-01"
]),
"delivery_end": pd.to_datetime([
    "2026-04-30", "2026-05-31", "2026-06-30", "2026-07-31", "2026-08-31",
    "2026-09-30", "2026-10-31", "2026-11-30", "2026-12-31",
    "2027-01-31", "2027-02-28", "2027-03-31", "2027-04-30", "2027-05-31"
]),
"t_fecha": pd.to_datetime([
    "2026-03-31", "2026-04-30", "2026-05-29", "2026-06-30", "2026-07-31",
    "2026-08-31", "2026-09-30", "2026-10-30", "2026-11-30",
    "2026-12-31", "2027-01-29", "2027-02-26", "2027-03-31", "2027-04-30"
]),
"T_fecha": pd.to_datetime([
    "2026-04-15", "2026-05-15", "2026-06-15", "2026-07-15", "2026-08-15",
    "2026-09-15", "2026-10-15", "2026-11-15", "2026-12-15",
    "2027-01-15", "2027-02-14", "2027-03-15", "2027-04-15", "2027-05-15"
]),
"t": [
    0.011, 0.0931, 0.1725, 0.2601, 0.3450, 0.4298, 0.5120,
    0.5941, 0.6790, 0.7639, 0.8433, 0.9199, 1.0103, 1.0924
],
"T": [
    0.285, 0.367, 0.452, 0.534, 0.619, 0.704, 0.786,
    0.871, 0.953, 1.038, 1.120, 1.199, 1.284, 1.366
],
"forward_price": [
    51.20, 52.67, 52.70, 52.82, 52.80, 52.82, 52.22,
    52.36, 52.46, 52.44, 51.99, 49.50, 42.84, 39.70
],
})

market_vols = pd.DataFrame({
    "Contract": [
        "Abr-26", "May-26", "Jun-26", "Jul-26", "Ago-26", "Sep-26", "Oct-26",
        "Nov-26", "Dic-26", "Ene-27", "Feb-27", "Mar-27", "Abr-27", "May-27"
    ],
    "Volatilidad": [
        1.31, 1.31, 1.11, 1.047, 0.987, 0.937, 0.894,
        0.864, 0.857, 0.812, 0.812, 0.8060, 0.689, 0.659
    ]
})

monthly_capacity = {
    1: {"inj": 0, "ext": 2}, # Enero
    2: {"inj": 0, "ext": 2}, # Febrero
    3: {"inj": 0, "ext": 1}, # Marzo
    4: {"inj": 1, "ext": 0}, # Abril
    5: {"inj": 1, "ext": 0}, # Mayo
    6: {"inj": 1, "ext": 0}, # Junio
    7: {"inj": 1, "ext": 0}, # Julio
    8: {"inj": 1, "ext": 0}, # Agosto
    9: {"inj": 1, "ext": 0}, # Septiembre
    10: {"inj": 1, "ext": 0}, # Octubre
    11: {"inj": 0, "ext": 3}, # Noviembre
    12: {"inj": 0, "ext": 2}, # Diciembre
}

# monthly_capacity = {
#     1: {"inj": 1, "ext": 1},
#     2: {"inj": 1, "ext": 1},
#     3: {"inj": 1, "ext": 1},
#     4: {"inj": 1, "ext": 1},
#     5: {"inj": 1, "ext": 1},
#     6: {"inj": 1, "ext": 1},
#     7: {"inj": 1, "ext": 1},
#     8: {"inj": 1, "ext": 1},

```

```

#      9: {"inj": 1, "ext": 1},
#     10: {"inj": 1, "ext": 1},
#     11: {"inj": 1, "ext": 1},
#     12: {"inj": 1, "ext": 1},
# }

# monthly_capacity = {
#      1: {"inj": 0, "ext": 14}, # Enero
#      2: {"inj": 0, "ext": 14}, # Febrero
#      3: {"inj": 0, "ext": 7}, # Marzo
#      4: {"inj": 7, "ext": 0}, # Abril
#      5: {"inj": 7, "ext": 0}, # Mayo
#      6: {"inj": 7, "ext": 0}, # Junio
#      7: {"inj": 7, "ext": 0}, # Julio
#      8: {"inj": 7, "ext": 0}, # Agosto
#      9: {"inj": 7, "ext": 0}, # Septiembre
#     10: {"inj": 7, "ext": 0}, # Octubre
#     11: {"inj": 0, "ext": 21}, # Noviembre
#     12: {"inj": 0, "ext": 14}, # Diciembre
# }

inputs_base = ValuationInputs(
    valuation_date=valuation_date,
    storage_init=pd.Timestamp('2026-04-01'),
    storage_end=pd.Timestamp('2027-03-30'),
    storage_level=60.0,
    storage_capacity=60.0,
    forward_curve=forward_curve,
    market_vols=market_vols,
    model_params=params,
    inj_cost=387.0,
    ext_cost=277.0,
)

forward_curve

```

Out[3]:

	contract	delivery_start	delivery_end	t_fecha	T_fecha	t	T	forward_price
0	Abr-26	2026-04-01	2026-04-30	2026-03-31	2026-04-15	0.011000	0.285000	51.200000
1	May-26	2026-05-01	2026-05-31	2026-04-30	2026-05-15	0.093100	0.367000	52.670000
2	Jun-26	2026-06-01	2026-06-30	2026-05-29	2026-06-15	0.172500	0.452000	52.700000
3	Jul-26	2026-07-01	2026-07-31	2026-06-30	2026-07-15	0.260100	0.534000	52.820000
4	Ago-26	2026-08-01	2026-08-31	2026-07-31	2026-08-15	0.345000	0.619000	52.800000
5	Sep-26	2026-09-01	2026-09-30	2026-08-31	2026-09-15	0.429800	0.704000	52.820000
6	Oct-26	2026-10-01	2026-10-31	2026-09-30	2026-10-15	0.512000	0.786000	52.220000
7	Nov-26	2026-11-01	2026-11-30	2026-10-30	2026-11-15	0.594100	0.871000	52.360000
8	Dic-26	2026-12-01	2026-12-31	2026-11-30	2026-12-15	0.679000	0.953000	52.460000
9	Ene-27	2027-01-01	2027-01-31	2026-12-31	2027-01-15	0.763900	1.038000	52.440000
10	Feb-27	2027-02-01	2027-02-28	2027-01-29	2027-02-14	0.843300	1.120000	51.990000
11	Mar-27	2027-03-01	2027-03-31	2027-02-26	2027-03-15	0.919900	1.199000	49.500000
12	Abr-27	2027-04-01	2027-04-30	2027-03-31	2027-04-15	1.010300	1.284000	42.840000
13	May-27	2027-05-01	2027-05-31	2027-04-30	2027-05-15	1.092400	1.366000	39.700000

4. Calibración de lambdas

El modelo dinámico del forward se escribe como:

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \alpha(t, T) dW_1(t) + \eta(t, T) dW_2(t)$$

Las cargas factoriales son:

$$\alpha(t, T) = \lambda(t) \left(\sigma_{cp} e^{-\beta_{cp}(T-t)} + \sigma_{lp} e^{-\beta_{lp}(T-t)} \right)$$

$$\eta(t, T) = \lambda(t) \mu \left(\sigma_{est,1} \cos(\varphi_1 + T\omega_1) - \sigma_{est,2} \cos(\varphi_2 + T\omega_2) \right)$$

El signo de α o η no es directamente una volatilidad negativa: son sensibilidades frente a factores de riesgo.

La EDP usa la varianza instantánea total:

$$\nu^2(t, T) = \alpha^2(t, T) + \eta^2(t, T)$$

La calibración de λ se hace imponiendo que la varianza acumulada del modelo coincida con la varianza implícita de mercado:

$$\sigma_{imp}^2(T_i) t_i = \lambda_i^2 \int_0^{t_i} (A^2(s, T_i) + B^2(T_i)) ds$$

con:

$$A(s, T) = \sigma_{cp} e^{-\beta_{cp}(T-s)} + \sigma_{lp} e^{-\beta_{lp}(T-s)}$$

$$B(T) = \mu \left(\sigma_{est,1} \cos(\varphi_1 + T\omega_1) + \sigma_{est,2} \cos(\varphi_2 + T\omega_2) \right)$$

De esta forma:

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{\sigma_{imp}^2(T_i) t_i}{\int_0^{t_i} (A^2(s, T_i) + B^2(T_i)) ds}}$$

La malla de precios puede construirse directamente con la volatilidad implícita observada, pero la EDP necesita $\nu^2(t, T)$, y por eso se calibra λ .

En los escenarios sin volatilidad, esta calibración puede seguir calculándose, pero se fuerza $\nu^2 = 0$ en la resolución.

```
In [4]: def A_base(t: np.ndarray, T: float, p: ModelParams) -> np.ndarray:
    tau = np.maximum(T - t, 0.0)
    return p.sigma_cp * np.exp(-p.beta_cp * tau) + p.sigma_lp * np.exp(-p.beta_lp * tau)

def B_base(T: float, p: ModelParams) -> float:
    return (1/p.escala) * (
        p.sigma_est_1 * np.cos(p.phi_1 + T * p.omega_1)
        + p.sigma_est_2 * np.cos(p.phi_2 + T * p.omega_2)
    )

def alpha(t: float, T: float, lam: float, p: ModelParams) -> float:
    return lam * float(A_base(np.array([t]), T, p)[0])

def eta(t: float, T: float, lam: float, p: ModelParams) -> float:
    return lam * B_base(T, p)

def inst_variance(t: float, T: float, lam: float, p: ModelParams) -> float:
    a = alpha(t, T, lam, p)
    e = eta(t, T, lam, p)
```

```

        return a * a + e * e

def primitive_f1_sq(X: float, p: ModelParams) -> float:
    if X < -1e-12:
        raise ValueError(f"X debe ser >= 0. Recibido: {X}")
    X = max(X, 0.0)
    term_1 = (p.sigma_cp ** 2) * math.exp(-2.0 * p.beta_cp * X) / (2.0 * p.beta_cp)
    term_2 = (p.sigma_lp ** 2) * math.exp(-2.0 * p.beta_lp * X) / (2.0 * p.beta_lp)
    term_3 = (
        2.0 * p.sigma_cp * p.sigma_lp
        * math.exp(-(p.beta_cp + p.beta_lp) * X)
        / (p.beta_cp + p.beta_lp)
    )
    return term_1 + term_2 + term_3

def integral_f1_intervalo(t_ini: float, t_fin: float, T: float, p: ModelParams) -> float:
    if t_fin < t_ini - 1e-12:
        raise ValueError(f"t_fin debe ser >= t_ini. Recibido: {t_ini}, {t_fin}")
    if t_fin > T + 1e-12:
        # Por seguridad, capamos en T. En la construcción diaria usamos T=t_day, por lo que no
        t_fin = T
    t_ini = max(t_ini, 0.0)
    t_fin = max(t_fin, t_ini)
    return primitive_f1_sq(T - t_fin, p) - primitive_f1_sq(T - t_ini, p)

def f2_level(T: float, p: ModelParams) -> float:
    return math.cos(p.phi_1 + T * p.omega_1) * p.sigma_est_1 + math.cos(p.phi_2 + T * p.omega_2)

def integral_f2_intervalo(t_ini: float, t_fin: float, T: float, p: ModelParams) -> float:
    if t_fin < t_ini - 1e-12:
        raise ValueError(f"t_fin debe ser >= t_ini. Recibido: {t_ini}, {t_fin}")
    return (f2_level(T, p) ** 2) * (t_fin - t_ini)

def integrated_variance(t_ini: float, t_fin: float, T: float, p: ModelParams) -> float:
    return integral_f1_intervalo(t_ini, t_fin, T, p) + 1/p.escala*integral_f2_intervalo(t_ini,

def construir_tabla_integrales(df: pd.DataFrame, p: ModelParams) -> pd.DataFrame:
    out = df.copy().reset_index(drop=True)
    t_vals = out["t"].to_numpy(dtype=float)
    T_vals = out["T"].to_numpy(dtype=float)
    n = len(out)
    t_ini = np.r_[0.0, t_vals[:-1]]

    for k in range(n):
        col_values = []
        for i in range(n):
            if i < k:
                col_values.append(np.nan)
            else:
                col_values.append(integrated_variance(t_ini[k], t_vals[k], T_vals[i], p))
        out[f"Integral P{k+1}"] = col_values

    return out

def bootstrap(df: pd.DataFrame, p: ModelParams) -> tuple[pd.DataFrame, pd.DataFrame]:
    out = df.copy().reset_index(drop=True)
    integrales = construir_tabla_integrales(out[["contract", "t", "T"]], p)
    n = len(out)

    out["Vol^2-tiempo"] = (out["Volatilidad"].astype(float) ** 2) * out["t"].astype(float)
    out["Aux"] = np.nan
    out["Lambda"] = np.nan

```

```

out["Check"] = np.nan
out["nu2_t"] = np.nan
out["nu_t"] = np.nan

lambda_sq = np.zeros(n)

for i in range(n):
    target = float(out.loc[i, "Vol^2-tiempo"])
    aux = 0.0
    for k in range(i):
        aux += lambda_sq[k] * float(integrales.loc[i, f"Integral P{k+1}"])

    denom = float(integrales.loc[i, f"Integral P{i+1}"])
    if denom <= 0:
        raise ValueError(f"Denominador no positivo en fila {i}: {denom}")

    residual = target - aux
    lambda_sq[i] = max(residual, 0.0) / denom
    lam_i = math.sqrt(lambda_sq[i])

    fitted_total_var = aux + lambda_sq[i] * denom
    t_i = float(out.loc[i, "t"])
    T_i = float(out.loc[i, "T"])
    nu2_i = inst_variance(t=t_i, T=T_i, lam=lam_i, p=p)

    out.loc[i, "Aux"] = aux
    out.loc[i, "Lambda"] = lam_i
    out.loc[i, "Check"] = math.sqrt(fitted_total_var / t_i)
    out.loc[i, "nu2_t"] = nu2_i
    out.loc[i, "nu_t"] = math.sqrt(nu2_i)

return out, integrales

```

5. Preparación diaria: contratos, precios y malla diaria de estado ($X=F/F_{\text{forward}}$)

```

In [5]: def filtrar_forward_curve_storage(
        forward_curve: pd.DataFrame,
        storage_init: pd.Timestamp,
        storage_end: pd.Timestamp,
    ) -> pd.DataFrame:
    storage_init = pd.Timestamp(storage_init)
    storage_end = pd.Timestamp(storage_end)

    mask = (
        (forward_curve["delivery_end"] >= storage_init)
        & (forward_curve["delivery_start"] <= storage_end)
    )
    fc = forward_curve.loc[mask].copy().sort_values("delivery_start").reset_index(drop=True)
    if fc.empty:
        raise ValueError("No hay contratos forward que cubran el periodo de almacenamiento.")
    return fc

def get_contract_for_date(date: pd.Timestamp, market_table: pd.DataFrame) -> pd.Series:
    date = pd.Timestamp(date)
    mask = (market_table["delivery_start"] <= date) & (market_table["delivery_end"] >= date)
    matches = market_table.loc[mask]
    if matches.empty:
        raise ValueError(f"No se ha encontrado contrato para la fecha {date.date()}.")
    if len(matches) > 1:
        raise ValueError(f"La fecha {date.date()} cae en más de un contrato.")
    return matches.iloc[0]

```

```

def construir_daily_steps(
    market_table: pd.DataFrame,
    valuation_date: pd.Timestamp,
    storage_init: pd.Timestamp,
    storage_end: pd.Timestamp,
    day_count: float = 365.0,
) -> pd.DataFrame:
    valuation_date = pd.Timestamp(valuation_date)
    storage_init = pd.Timestamp(storage_init)
    storage_end = pd.Timestamp(storage_end)
    dates = pd.date_range(start=storage_init, end=storage_end, freq="D")

    rows = []
    for step_id in range(len(dates) - 1):
        date_start = dates[step_id]
        date_end = dates[step_id + 1]
        contract_row = get_contract_for_date(date_start, market_table)
        rows.append({
            "step": step_id,
            "interval_id": int(contract_row.name),
            "contract": contract_row["contract"],
            "date_start": date_start,
            "date_end": date_end,
            "t_start": (date_start - valuation_date).days / day_count,
            "t_end": (date_end - valuation_date).days / day_count,
            "dt": 1.0 / day_count,
            "F_forward": float(contract_row["forward_price"]),
        })
    return pd.DataFrame(rows)

def construir_market_table(forward_curve: pd.DataFrame, market_vols: pd.DataFrame) -> pd.DataFrame:
    market_table = forward_curve.merge(
        market_vols[["contract", "Volatilidad"]],
        on="contract",
        how="left",
    )
    if market_table["Volatilidad"].isna().any():
        missing = market_table.loc[market_table["Volatilidad"].isna(), "contract"].tolist()
        raise ValueError(f"Hay contratos sin volatilidad: {missing}")
    return market_table

```

In [6]:

```

def build_price_mesh_for_day(
    market_table: pd.DataFrame,
    current_date,
    valuation_date,
    lambdas_df: pd.DataFrame,
    params: ModelParams,
    n_points: int = 31,
    use_price_mesh: bool = True,
    force_zero_vol: bool = False,
) -> tuple[np.ndarray, pd.Series, float, float]:
    """
    Devuelve la malla de precios de un día y algunos diagnósticos.

    Si use_price_mesh=False o n_points=1, devuelve un único nodo: el forward puntual.
    Si use_price_mesh=True, usa cuantiles lognormales con varianza diaria acumulada.

    Devuelve:
    - F_nodes: array de precios
    - contract_row: fila del contrato activo
    - var_total: varianza acumulada usada para abrir la malla
    - std_total: desviación típica sqrt(var_total)
    """
    current_date = pd.Timestamp(current_date)
    valuation_date = pd.Timestamp(valuation_date)
    row = get_contract_for_date(current_date, market_table)

```

```

F0 = float(row["forward_price"])
if (not use_price_mesh) or n_points == 1 or force_zero_vol:
    return np.array([F0], dtype=float), row, 0.0, 0.0

i = int(row.name)
sigma_imp = float(row["Volatilidad"])
t_expiry = float(row["t"])
t_day = (current_date - valuation_date).days / 365.0
T_for_daily_mesh = max(t_day, t_expiry)

# Varianza hasta expiry del contrato actual.
var_until_expiry = sigma_imp ** 2 * max(t_expiry, 0.0)

# Varianza incremental desde expiry hasta el día de suministro.
if t_day > t_expiry:
    idx_lambda = min(i + 1, len(lambdas_df) - 1)
    lambda_next = float(lambdas_df.iloc[idx_lambda]["Lambda"])
    var_incremental = (lambda_next ** 2) * integrated_variance(
        t_ini=t_expiry,
        t_fin=t_day,
        T=T_for_daily_mesh,
        p=params,
    )
else:
    var_incremental = 0.0

var_total = max(float(var_until_expiry + var_incremental), 0.0)
std_total = math.sqrt(var_total)

p_grid = (np.arange(1, n_points + 1) - 0.5) / n_points
z_grid = norm.ppf(p_grid)

F_nodes = F0 * np.exp(-0.5 * var_total + std_total * z_grid)
F_nodes = np.asarray(F_nodes, dtype=float)
F_nodes.sort()

return F_nodes, row, var_total, std_total

def build_daily_price_meshes(
    market_table: pd.DataFrame,
    valuation_date: pd.Timestamp,
    storage_init: pd.Timestamp,
    storage_end: pd.Timestamp,
    lambdas_df: pd.DataFrame,
    params: ModelParams,
    n_points: int,
    use_price_mesh: bool,
    force_zero_vol: bool,
) -> tuple[dict, pd.DataFrame]:
    dates = pd.date_range(start=storage_init, end=storage_end, freq="D")
    meshes = {}
    rows = []

    for date in dates:
        F_nodes, row, var_total, std_total = build_price_mesh_for_day(
            market_table=market_table,
            current_date=date,
            valuation_date=valuation_date,
            lambdas_df=lambdas_df,
            params=params,
            n_points=n_points,
            use_price_mesh=use_price_mesh,
            force_zero_vol=force_zero_vol,
        )
        F_forward = float(row["forward_price"])
        X_nodes = F_nodes / F_forward

```

```

meshes[pd.Timestamp(date)] = F_nodes
rows.append({
    "date": pd.Timestamp(date),
    "contract": row["contract"],
    "F_forward": F_forward,
    "n_price_nodes": len(F_nodes),
    "F_min": float(np.min(F_nodes)),
    "F_mid": float(F_nodes[len(F_nodes)//2]),
    "F_max": float(np.max(F_nodes)),
    "X_min": float(np.min(X_nodes)),
    "X_mid": float(X_nodes[len(X_nodes)//2]),
    "X_max": float(np.max(X_nodes)),
    "var_total_mesh": var_total,
    "std_total_mesh": std_total,
    "mesh_type": "daily_F_from_build_price_mesh_for_day__state_X",
})

return meshes, pd.DataFrame(rows)

```

In [7]:

```

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from scipy.stats import norm

# -----
# 1. Construimos directamente market_table, Lambdas y mesh_info
# -----

fc_plot = filtrar_forward_curve_storage(
    forward_curve=forward_curve,
    storage_init=inputs_base.storage_init,
    storage_end=inputs_base.storage_end,
)

market_vols_plot = market_vols[
    market_vols["contract"].isin(fc_plot["contract"])
].copy()

market_table_plot = construir_market_table(
    forward_curve=fc_plot,
    market_vols=market_vols_plot,
)

lambdas_plot, tabla_integrales_plot = bootstrap(
    market_table_plot[["contract", "t", "T", "Volatilidad"]],
    inputs_base.model_params,
)

meshes_plot, mesh_info_plot = build_daily_price_meshes(
    market_table=market_table_plot,
    valuation_date=inputs_base.valuation_date,
    storage_init=inputs_base.storage_init,
    storage_end=inputs_base.storage_end,
    lambdas_df=lambdas_plot,
    params=inputs_base.model_params,
    n_points=31,
    use_price_mesh=True,
    force_zero_vol=False,
)

display(mesh_info_plot.head())
print("Contratos disponibles:", mesh_info_plot["contract"].unique())

```

	date	contract	F_forward	n_price_nodes	F_min	F_mid	F_max	X_min	X_mid	X_max	var_
0	2026-04-01	Abr-26	51.200000	31	35.380790	50.498118	72.074705	0.691031	0.986291	1.407709	
1	2026-04-02	Abr-26	51.200000	31	33.414132	50.276399	75.648122	0.652620	0.981961	1.477502	
2	2026-04-03	Abr-26	51.200000	31	31.758957	50.057034	78.897636	0.620292	0.977676	1.540969	
3	2026-04-04	Abr-26	51.200000	31	30.323928	49.839836	81.915813	0.592264	0.973434	1.599918	
4	2026-04-05	Abr-26	51.200000	31	29.054431	49.624643	84.758336	0.567469	0.969231	1.655436	

Contratos disponibles: ['Abr-26' 'May-26' 'Jun-26' 'Jul-26' 'Ago-26' 'Sep-26' 'Oct-26' 'Nov-26' 'Dic-26' 'Ene-27' 'Feb-27' 'Mar-27']

In [8]:

```
# =====
# GRÁFICOS DE COMPROBACIÓN DEL MALLADO
# =====

def plot_apertura_malla_mes(mesh_info, contract="Abr-26"):
    """
    Gráfico 1:
    Para un mes concreto, muestra cómo aumenta el rango de precios
    y la varianza utilizada en el mallado diario.
    """

    df = mesh_info.copy()
    df["date"] = pd.to_datetime(df["date"])

    df_m = df[df["contract"] == contract].copy()
    if df_m.empty:
        raise ValueError(
            f"No hay datos para {contract}. Contratos disponibles: {df['contract'].unique()}"
        )

    df_m = df_m.sort_values("date").reset_index(drop=True)
    df_m["dia_mes"] = np.arange(1, len(df_m) + 1)
    df_m["rango_precio"] = df_m["F_max"] - df_m["F_min"]

    fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(12, 5))

    ax1.fill_between(
        df_m["dia_mes"],
        df_m["F_min"],
        df_m["F_max"],
        alpha=0.25,
        label="Rango de la malla: F_min - F_max"
    )

    ax1.plot(
        df_m["dia_mes"],
        df_m["F_forward"],
        linewidth=2,
        label="Forward"
    )

    ax1.plot(
        df_m["dia_mes"],
        df_m["F_min"],
        linestyle="--",
        linewidth=1.3,
        label="F_min"
    )
```

```

ax1.plot(
    df_m["dia_mes"],
    df_m["F_max"],
    linestyle="--",
    linewidth=1.3,
    label="F_max"
)

ax1.set_xlabel("Día dentro del contrato mensual")
ax1.set_ylabel("Precio [€/MWh]")
ax1.grid(alpha=0.3)

ax2 = ax1.twinx()
ax2.plot(
    df_m["dia_mes"],
    df_m["var_total_mesh"],
    linestyle=":",
    linewidth=2,
    label="Varianza total"
)
ax2.set_ylabel("Varianza total usada en la malla")

lines_1, labels_1 = ax1.get_legend_handles_labels()
lines_2, labels_2 = ax2.get_legend_handles_labels()
ax1.legend(lines_1 + lines_2, labels_1 + labels_2, fontsize=9, loc="upper left")

plt.title(f"Apertura diaria de la malla de precios - {contract}")
plt.tight_layout()
plt.show()

print("Comprobación rápida:")
print(f"Rango inicial: {df_m['rango_precio'].iloc[0]:.4f}")
print(f"Rango final: {df_m['rango_precio'].iloc[-1]:.4f}")
print(f"Var inicial: {df_m['var_total_mesh'].iloc[0]:.6f}")
print(f"Var final: {df_m['var_total_mesh'].iloc[-1]:.6f}")

def plot_campanas_mismo_mes(meshes, mesh_info, contract="Abr-26", selected_days=None):
    """
    Gráfico 2:
    Compara las campanas lognormales de varios días del mismo mes.
    También pinta los nodos discretos utilizados en cada malla.
    """

    df = mesh_info.copy()
    df["date"] = pd.to_datetime(df["date"])

    df_m = df[df["contract"] == contract].copy()
    if df_m.empty:
        raise ValueError(
            f"No hay datos para {contract}. Contratos disponibles: {df['contract'].unique()}"
        )

    df_m = df_m.sort_values("date").reset_index(drop=True)
    df_m["dia_mes"] = np.arange(1, len(df_m) + 1)

    if selected_days is None:
        selected_days = [1, 5, 10, 15, 20, len(df_m)]

    selected_days = [d for d in selected_days if d <= len(df_m)]
    df_sel = df_m[df_m["dia_mes"].isin(selected_days)].copy()

    all_nodes = []
    for date in df_sel["date"]:
        all_nodes.extend(meshes[pd.Timestamp(date)])

    x_min = min(all_nodes) * 0.95
    x_max = max(all_nodes) * 1.05

```

```

x_grid = np.linspace(x_min, x_max, 800)

plt.figure(figsize=(12, 5))

for _, r in df_sel.iterrows():
    date = pd.Timestamp(r["date"])
    F0 = float(r["F_forward"])
    var = float(r["var_total_mesh"])
    std = math.sqrt(var)

    label = f"Día {int(r['dia_mes'])} ({date.strftime('%d/%m')})"

    if var <= 1e-14:
        plt.axvline(F0, linewidth=2, label=label)
        continue

    # Lognormal centrada en el forward:
    #  $F = F_0 * \exp(-0.5 * \text{var} + \text{sqrt}(\text{var}) * Z)$ 
    mu_log = math.log(F0) - 0.5 * var

    pdf = (
        1.0 / (x_grid * std * math.sqrt(2 * math.pi))
        * np.exp(-((np.log(x_grid) - mu_log) ** 2) / (2 * var))
    )

    plt.plot(x_grid, pdf, linewidth=2, label=label)

    F_nodes = meshes[date]
    y_nodes = np.interp(F_nodes, x_grid, pdf)
    plt.scatter(F_nodes, y_nodes, s=16)

plt.axvline(
    df_m["F_forward"].iloc[0],
    linestyle=":",
    linewidth=1.5,
    label="Forward del contrato"
)

plt.title(f"Campanas de precio para distintos días del contrato {contract}")
plt.xlabel("Precio [€/MWh]")
plt.ylabel("Densidad aproximada")
plt.grid(alpha=0.3)
plt.legend(fontsize=9)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

```

In [26]: market_table = forward_curve.merge(
    market_vols[["contract", "Volatilidad"]],
    on="contract",
    how="left"
)

# Comparación de mallas probabilísticas en T para varios vencimientos
def build_fixed_probability_F_grid_from_row(row, nF=31):
    """
    Construye una malla en F equiespaciada en probabilidad
    bajo una lognormal parametrizada por:
        F0 = forward_price
        T = vencimiento
        sigma = Volatilidad
    """
    F0 = float(row["forward_price"])
    T = float(row["T"])
    sigma = float(row["Volatilidad"])

    p = (np.arange(1, nF + 1) - 0.5) / nF
    z = norm.ppf(p)

```

```

s = sigma * np.sqrt(T)
m = np.log(F0) - 0.5 * s**2

F_grid = np.exp(m + s * z)
return F_grid, p, F0, sigma, T, s, m

# --- parámetros ---
nF = 31
contracts = market_table["contract"].tolist()

# guardamos resultados
grids_dict = {}
stats_rows = []

for _, row in market_table.iterrows():
    contract = row["contract"]
    F_grid, p, F0, sigma, T, s, m = build_fixed_probability_F_grid_from_row(row, nF=nF)

    grids_dict[contract] = {
        "F_grid": F_grid,
        "p": p,
        "F0": F0,
        "sigma": sigma,
        "T": T,
        "s": s,
        "m": m
    }

    stats_rows.append({
        "contract": contract,
        "F0": F0,
        "sigma": sigma,
        "T": T,
        "F_min": F_grid.min(),
        "F_max": F_grid.max(),
        "span": F_grid.max() - F_grid.min(),
        "node_1": F_grid[0],
        "node_mid": F_grid[len(F_grid)//2],
        "node_last": F_grid[-1]
    })

stats_df = pd.DataFrame(stats_rows).sort_values("T").reset_index(drop=True)
display(stats_df)

# rango común para comparar densidades
global_min = min(v["F_grid"].min() for v in grids_dict.values())
global_max = max(v["F_grid"].max() for v in grids_dict.values())
x = np.linspace(global_min * 0.9, global_max * 1.1, 1200)

# colores
cmap = plt.cm.get_cmap("tab20", len(contracts))
colors = {c: cmap(i) for i, c in enumerate(contracts)}

# =====
# Figura 1: densidades + nodos de malla
# =====
fig, ax = plt.subplots(figsize=(14, 6))

for contract in contracts:
    data = grids_dict[contract]
    F_grid = data["F_grid"]
    s = data["s"]
    m = data["m"]
    color = colors[contract]

    pdf_vals = lognorm.pdf(x, s=s, scale=np.exp(m))
    ax.plot(x, pdf_vals, lw=2, color=color, label=contract)

```

```

    ax.scatter(
        F_grid,
        lognorm.pdf(F_grid, s=s, scale=np.exp(m)),
        s=18,
        color=color,
        alpha=0.9
    )

ax.set_title("Mallas probabilísticas en F para distintos contratos ancla")
ax.set_xlabel("Precio F")
ax.set_ylabel("Densidad lognormal")
ax.grid(True, alpha=0.25)
ax.legend(ncol=2, fontsize=9)
plt.tight_layout()
plt.show()

# =====
# Figura 2: CDFs + nodos sobre la acumulada
# =====
fig, ax = plt.subplots(figsize=(14, 6))

for contract in contracts:
    data = grids_dict[contract]
    F_grid = data["F_grid"]
    s = data["s"]
    m = data["m"]
    color = colors[contract]

    cdf_vals = lognorm.cdf(x, s=s, scale=np.exp(m))
    ax.plot(x, cdf_vals, lw=2, color=color, label=contract)
    ax.scatter(
        F_grid,
        lognorm.cdf(F_grid, s=s, scale=np.exp(m)),
        s=18,
        color=color,
        alpha=0.9
    )

ax.set_title("Comparación de CDFs: nodos equiespaciados en probabilidad")
ax.set_xlabel("Precio F")
ax.set_ylabel("Probabilidad acumulada")
ax.grid(True, alpha=0.25)
ax.legend(ncol=2, fontsize=9)
plt.tight_layout()
plt.show()

# =====
# Figura 3: solo nodos en el eje horizontal, para ver diferencias limpias
# =====
fig, ax = plt.subplots(figsize=(14, 6))

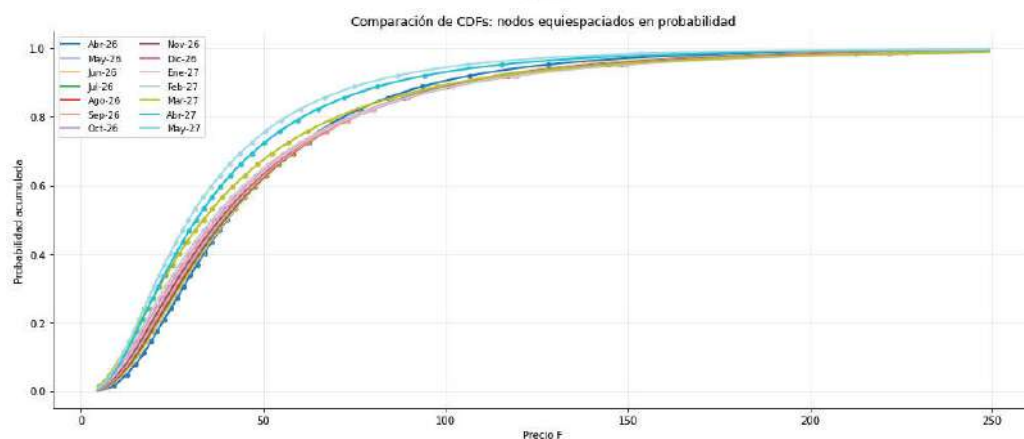
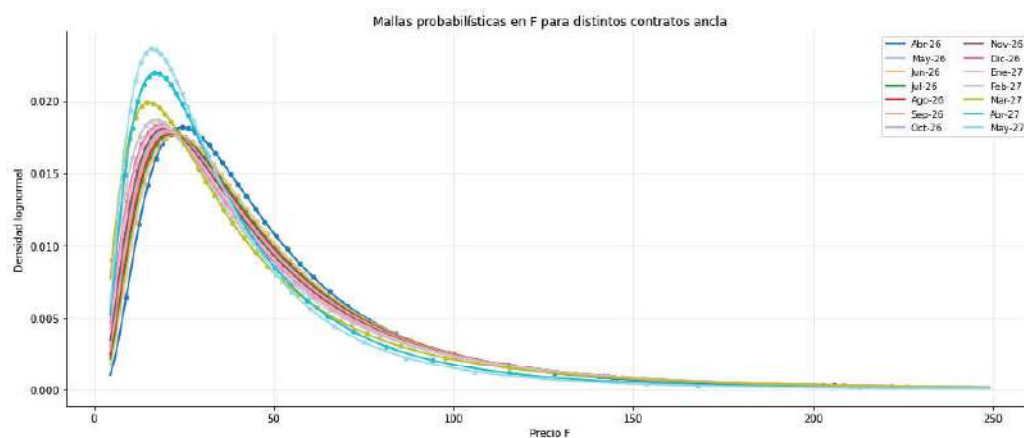
for i, contract in enumerate(contracts):
    F_grid = grids_dict[contract]["F_grid"]
    y = np.full_like(F_grid, fill_value=i, dtype=float)
    ax.scatter(F_grid, y, s=22, color=colors[contract], label=contract)

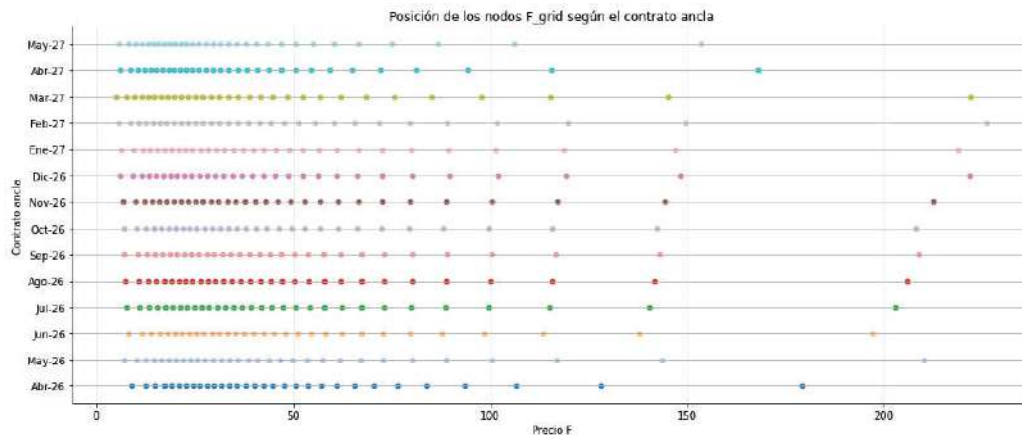
ax.set_yticks(range(len(contracts)))
ax.set_yticklabels(contracts)
ax.set_title("Posición de los nodos F_grid según el contrato ancla")
ax.set_xlabel("Precio F")
ax.set_ylabel("Contrato ancla")
ax.grid(True, axis="x", alpha=0.25)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

	contract	F0	sigma	T	F_min	F_max	span	node_1	node_mid	node_last
0	Abr-26	51.200000	1.310000	0.285000	8.968795	179.224506	170.255711	8.968795	40.092740	179.224506

	contract	F0	sigma	T	F_min	F_max	span	node_1	node_mid	node_last
1	May-26	52.670000	1.310000	0.367000	7.027819	210.273056	203.245237	7.027819	38.441657	210.273056
2	Jun-26	52.700000	1.110000	0.452000	8.070883	197.168530	189.097647	8.070883	39.891404	197.168530
3	Jul-26	52.820000	1.047000	0.534000	7.659715	202.842420	195.182705	7.659715	39.417193	202.842420
4	Ago-26	52.800000	0.987000	0.619000	7.405960	205.969210	198.563250	7.405960	39.056366	205.969210
5	Sep-26	52.820000	0.937000	0.704000	7.202747	208.768751	201.566005	7.202747	38.777680	208.768751
6	Oct-26	52.220000	0.894000	0.786000	6.988548	208.191604	201.203056	6.988548	38.143899	208.191604
7	Nov-26	52.360000	0.864000	0.871000	6.729440	212.639018	205.909578	6.729440	37.827787	212.639018
8	Dic-26	52.460000	0.857000	0.953000	6.163969	221.727954	215.563985	6.163969	36.969233	221.727954
9	Ene-27	52.440000	0.812000	1.038000	6.335007	218.951315	212.616309	6.335007	37.243228	218.951315
10	Feb-27	51.990000	0.812000	1.120000	5.707616	226.294218	220.586601	5.707616	35.938845	226.294218
11	Mar-27	49.500000	0.806000	1.199000	5.067149	221.905899	216.838750	5.067149	33.532526	221.905899
12	Abr-27	42.840000	0.689000	1.284000	5.935792	168.073655	162.137863	5.935792	31.585601	168.073655
13	May-27	39.700000	0.659000	1.366000	5.672097	153.533009	147.860912	5.672097	29.510238	153.533009





```
In [10]: def plot_apertura_intrames_con_trayectorias(
    mesh_info,
    contract="Abr-26",
    n_points=31,
    n_paths=12,
    seed=123,
):
    """
    Gráfico explicativo del mallado diario dentro de un contrato mensual.

    Muestra:
    - Forward del contrato.
    - Rango incremental de la malla diaria.
    - F_min y F_max.
    - Trayectorias simuladas de precio consistentes con la varianza incremental intrames.

    En este gráfico el día 1 se toma como referencia, por lo que:
        F_min = F_forward = F_max
    y la malla se abre progresivamente dentro del mes.
    """

    import numpy as np
    import pandas as pd
    import matplotlib.pyplot as plt
    import math
    from scipy.stats import norm

    rng = np.random.default_rng(seed)

    df = mesh_info.copy()
    df["date"] = pd.to_datetime(df["date"])

    df_m = df[df["contract"] == contract].copy()
    if df_m.empty:
        raise ValueError(
            f"No hay datos para {contract}. Contratos disponibles: {df['contract'].unique()}"
        )

    df_m = df_m.sort_values("date").reset_index(drop=True)
    df_m["dia_mes"] = np.arange(1, len(df_m) + 1)

    # Varianza incremental dentro del mes:
    # se resta la varianza del primer día del contrato.
    var0 = float(df_m["var_total_mesh"].iloc[0])
    df_m["var_intrames"] = (df_m["var_total_mesh"] - var0).clip(lower=0.0)
    df_m["std_intrames"] = np.sqrt(df_m["var_intrames"])

    # Cuantiles extremos equivalentes a la malla discreta
    p_min = (1 - 0.5) / n_points
```

```

p_max = (n_points - 0.5) / n_points

z_min = norm.ppf(p_min)
z_max = norm.ppf(p_max)

df_m["F_min_intrames"] = df_m["F_forward"] * np.exp(
    -0.5 * df_m["var_intrames"] + df_m["std_intrames"] * z_min
)

df_m["F_max_intrames"] = df_m["F_forward"] * np.exp(
    -0.5 * df_m["var_intrames"] + df_m["std_intrames"] * z_max
)

# -----
# Simulación de trayectorias coherentes con la varianza
# incremental intrames
# -----

q = df_m["var_intrames"].to_numpy()
F_forward = df_m["F_forward"].to_numpy()

# Incrementos de varianza entre días
dq = np.diff(q, prepend=0.0)
dq = np.maximum(dq, 0.0)

paths = []

for _ in range(n_paths):
    # Browniano en tiempo de varianza q
    dW = np.sqrt(dq) * rng.standard_normal(len(q))
    W = np.cumsum(dW)

    # Lognormal centrada en el forward
    F_path = F_forward * np.exp(-0.5 * q + W)

    # Forzamos el primer día exactamente al forward para que visualmente
    # arranque desde la referencia del contrato
    F_path[0] = F_forward[0]

    paths.append(F_path)

# -----
# Gráfico
# -----

plt.figure(figsize=(12, 5))

# Banda de la malla
plt.fill_between(
    df_m["dia_mes"],
    df_m["F_min_intrames"],
    df_m["F_max_intrames"],
    alpha=0.25,
    label="Rango incremental de la malla: $F_{\min}$ - $F_{\max}$"
)

# Trayectorias simuladas
for k, path in enumerate(paths):
    plt.plot(
        df_m["dia_mes"],
        path,
        linewidth=1.0,
        alpha=0.55,
        label="Trayectorias simuladas" if k == 0 else None
    )

# Forward y límites
plt.plot(
    df_m["dia_mes"],

```

```

df_m["F_forward"],
linewidth=2.2,
label="Forward del contrato"
)

plt.plot(
df_m["dia_mes"],
df_m["F_min_intrames"],
linestyle="--",
linewidth=1.2,
label="$F_{min}$"
)

plt.plot(
df_m["dia_mes"],
df_m["F_max_intrames"],
linestyle="--",
linewidth=1.2,
label="$F_{max}$"
)

plt.title(f"Apertura de la malla diaria y trayectorias simuladas - {contract}")
plt.xlabel("Día dentro del contrato mensual")
plt.ylabel("Precio [€/MWh]")
plt.grid(alpha=0.3)
plt.legend(fontsize=9, loc="upper left")
plt.tight_layout()
plt.show()

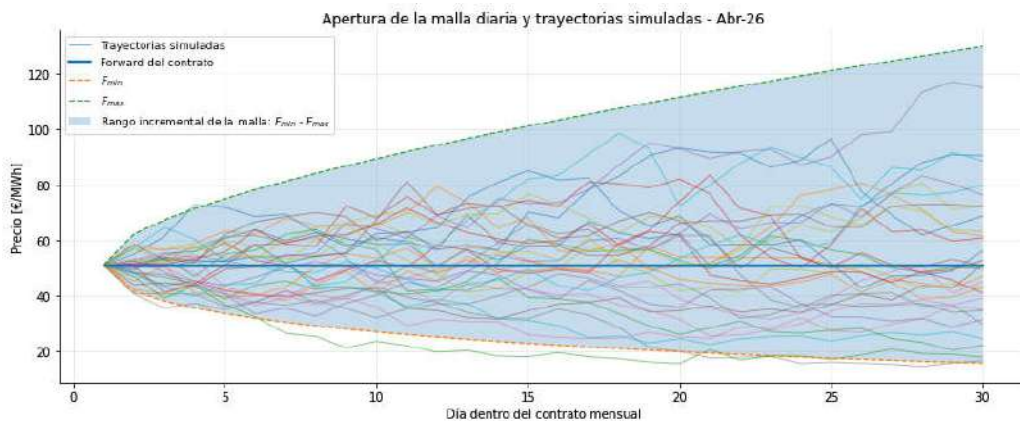
print("Comprobación:")
print(f"Día 1: F_min = {df_m['F_min_intrames'].iloc[0]:.4f}, "
      f"Forward = {df_m['F_forward'].iloc[0]:.4f}, "
      f"F_max = {df_m['F_max_intrames'].iloc[0]:.4f}")
print(f"Último día: F_min = {df_m['F_min_intrames'].iloc[-1]:.4f}, "
      f"Forward = {df_m['F_forward'].iloc[-1]:.4f}, "
      f"F_max = {df_m['F_max_intrames'].iloc[-1]:.4f}")

```

```

In [11]: plot_apertura_intrames_con_trayectorias(
mesh_info=mesh_info_plot,
contract="Abr-26",
n_points=31,
n_paths=30,
seed=123,
)

```



Comprobación:
Día 1: $F_{min} = 51.2000$, Forward = 51.2000, $F_{max} = 51.2000$
Último día: $F_{min} = 15.8777$, Forward = 51.2000, $F_{max} = 129.7840$

6. Malla de volumen, controles y cashflow

Esta parte es exactamente la misma lógica que en el caso determinista validado:

- el volumen se discretiza en `V_grid` ;
- los controles admisibles dependen del mes;
- $u > 0$ significa inyectar;
- $u < 0$ significa extraer;
- el flujo inmediato se calcula con el precio del nodo actual.

```
In [12]: def controls_from_monthly_capacity(date, monthly_capacity: dict) -> np.ndarray:
    month = pd.Timestamp(date).month
    inj_max_daily = int(monthly_capacity[month]["inj"])
    ext_max_daily = int(monthly_capacity[month]["ext"])
    return np.array(list(range(-ext_max_daily, 0)) + [0] + list(range(1, inj_max_daily + 1)), dtype=float)

def admissible_controls(V: float, controls_daily: np.ndarray, V_min: float, V_max: float) -> np.ndarray:
    allowed = []
    for u in controls_daily:
        V_next = V + u
        if V_next >= V_min - 1e-12 and V_next <= V_max + 1e-12:
            allowed.append(u)
    return np.array(allowed, dtype=float)

def interp_in_volume(values_by_volume: np.ndarray, V_grid: np.ndarray, V_target: float) -> float:
    return float(np.interp(V_target, V_grid, values_by_volume))

def immediate_cashflow(u_daily: float, F: float, inj_cost: float, ext_cost: float) -> float:
    """
    F está en €/MWh y u_daily en GWh/día.
    Convertimos F a €/GWh multiplicando por 1000.
    """
    F_GWh = F * 1000.0
    gas_cashflow = -u_daily * F_GWh

    if u_daily > 0:
        operation_cost = inj_cost * abs(u_daily)
    elif u_daily < 0:
        operation_cost = ext_cost * abs(u_daily)
    else:
        operation_cost = 0.0

    return gas_cashflow - operation_cost
```

7. Funciones y operadores

```
In [13]: def build_diffusion_operator_nonuniform(state_nodes: np.ndarray, nu2: float):
    """
    Operador de difusión no uniforme para la variable de estado.

    En el caso estocástico corregido, la variable de estado es  $X = F / F_{\text{forward}}$ ,
    no el precio absoluto F. La EDP sigue teniendo la misma forma lognormal:

    
$$dX = \nu * X * dW$$

    
$$L V = 0.5 * \nu^2 * X^2 * V_{XX}$$


    Por eso el operador es formalmente igual, pero se aplica sobre state_nodes = X_nodes.
    """
    state_nodes = np.asarray(state_nodes, dtype=float)
```

```

n = len(state_nodes)
lower = np.zeros(n)
diag = np.zeros(n)
upper = np.zeros(n)

if n <= 1 or nu2 == 0.0:
    return lower, diag, upper

D = 0.5 * (state_nodes ** 2) * nu2

for k in range(1, n - 1):
    h_minus = state_nodes[k] - state_nodes[k - 1]
    h_plus = state_nodes[k + 1] - state_nodes[k]
    if h_minus <= 0 or h_plus <= 0:
        raise ValueError("La malla de estado debe ser estrictamente creciente.")

    factor = 2.0 / (h_minus + h_plus)
    coeff_left = factor / h_minus
    coeff_mid = -factor * (1.0 / h_minus + 1.0 / h_plus)
    coeff_right = factor / h_plus

    lower[k] = D[k] * coeff_left
    diag[k] = D[k] * coeff_mid
    upper[k] = D[k] * coeff_right

return lower, diag, upper

def diffuse_price_curve_theta(
    y: np.ndarray,
    state_nodes: np.ndarray,
    dt: float,
    nu2: float,
    theta: float = 0.55,
) -> np.ndarray:
    y = np.asarray(y, dtype=float)
    state_nodes = np.asarray(state_nodes, dtype=float)

    if len(y) != len(state_nodes):
        raise ValueError("y y state_nodes deben tener la misma longitud.")

    if len(state_nodes) <= 1 or nu2 == 0.0 or dt == 0.0:
        return y.copy()

    lower, diag, upper = build_diffusion_operator_nonuniform(state_nodes, nu2)
    n = len(y)

    rhs = y.copy()
    for k in range(n):
        rhs[k] += (1.0 - theta) * dt * diag[k] * y[k]
        if k > 0:
            rhs[k] += (1.0 - theta) * dt * lower[k] * y[k - 1]
        if k < n - 1:
            rhs[k] += (1.0 - theta) * dt * upper[k] * y[k + 1]

    ab = np.zeros((3, n))
    ab[1, :] = 1.0 - theta * dt * diag
    ab[0, 1:] = -theta * dt * upper[:-1]
    ab[2, :-1] = -theta * dt * lower[1:]

    return solve_banded((1, 1), ab, rhs)

def diffuse_value_surface(S_next: np.ndarray, state_nodes: np.ndarray, dt: float, nu2: float, t
    S_diffused = np.empty_like(S_next, dtype=float)
    for j in range(S_next.shape[0]):
        S_diffused[j, :] = diffuse_price_curve_theta(S_next[j, :], state_nodes, dt, nu2, theta)
    return S_diffused

```

8. Resolución hacia atrás

Este solver es común a los tres escenarios. La diferencia entre ellos se controla con `ScenarioConfig` :

- determinista: `use_price_mesh=False` , `use_diffusion=False` , `n_price_nodes=1` ;
- estocástico apagado: `use_price_mesh=False` , `use_diffusion=True` , `force_zero_vol=True` , `n_price_nodes=1` ;
- estocástico completo: `use_price_mesh=True` , `use_diffusion=True` , `force_zero_vol=False` , `n_price_nodes=31` .

Internamente, incluso el determinista se representa como una matriz (volumen, precio) con un único nodo de precio. Esto nos permite reutilizar el mismo código y comparar escenarios sin cambiar la estructura.

```
In [14]: def build_volume_grid(V_min: float, V_max: float, dV: float = 1.0) -> np.ndarray:
        """
        Construye una malla de volumen con paso fijo.

        Esto evita el problema del notebook anterior, donde np.linspace(0, 62, 61)
        generaba nodos separados por 1.0333 mientras los controles eran de 1 unidad/día.
        """
        if dV <= 0:
            raise ValueError("dV debe ser positivo.")

        n_steps = int(round((V_max - V_min) / dV))
        V_grid = V_min + dV * np.arange(n_steps + 1)

        if not np.isclose(V_grid[-1], V_max):
            raise ValueError("V_max - V_min debe ser múltiplo exacto de dV.")

        return V_grid.astype(float)

def interp_state(values_by_state: np.ndarray, state_nodes: np.ndarray, x_target: float) -> float:
    return float(interp_1d_with_linear_extrapolation(np.array([x_target]), state_nodes, values_

def interp_1d_with_linear_extrapolation(x_new: np.ndarray, x_old: np.ndarray, y_old: np.ndarray)
    """
    Interpolación lineal en la variable de estado X = F / F_forward,
    con extrapolación lineal en extremos.

    La malla de precios F se construye con build_price_mesh_for_day, pero para
    pasar de un contrato/fecha al siguiente la interpolación debe hacerse en X,
    no en F absoluto. Si se interpolase en F absoluto, el modelo no respetaría la
    estructura forward: al pasar de Nov-26 a Dic-26 trataría el mismo precio F
    como mismo estado, en lugar de tratar como mismo estado la misma desviación
    relativa respecto al forward.
    """
    x_new = np.asarray(x_new, dtype=float)
    x_old = np.asarray(x_old, dtype=float)
    y_old = np.asarray(y_old, dtype=float)

    if len(x_old) != len(y_old):
        raise ValueError("x_old e y_old deben tener la misma longitud.")
    if len(x_old) == 1:
        return np.full_like(x_new, float(y_old[0]), dtype=float)
    if np.any(np.diff(x_old) <= 0):
        raise ValueError("x_old debe ser estrictamente creciente.")

    y_new = np.interp(x_new, x_old, y_old)

    left_mask = x_new < x_old[0]
```

```

if np.any(left_mask):
    slope_left = (y_old[1] - y_old[0]) / (x_old[1] - x_old[0])
    y_new[left_mask] = y_old[0] + slope_left * (x_new[left_mask] - x_old[0])

right_mask = x_new > x_old[-1]
if np.any(right_mask):
    slope_right = (y_old[-1] - y_old[-2]) / (x_old[-1] - x_old[-2])
    y_new[right_mask] = y_old[-1] + slope_right * (x_new[right_mask] - x_old[-1])

return y_new

def interpolate_surface_state_mesh(
    S_surface: np.ndarray,
    X_from: np.ndarray,
    X_to: np.ndarray,
) -> np.ndarray:
    """
    Interpola una superficie S(V, X) desde una malla X_from a otra X_to.

    Se interpola fila a fila en volumen. La malla de volumen no cambia.
    """
    S_surface = np.asarray(S_surface, dtype=float)
    X_from = np.asarray(X_from, dtype=float)
    X_to = np.asarray(X_to, dtype=float)

    if S_surface.shape[1] != len(X_from):
        raise ValueError(
            f"S_surface tiene {S_surface.shape[1]} nodos de estado, "
            f"pero X_from tiene {len(X_from)}."
        )

    if len(X_from) == len(X_to) and np.allclose(X_from, X_to, rtol=0.0, atol=1e-14):
        return S_surface.copy()

    out = np.empty((S_surface.shape[0], len(X_to)), dtype=float)
    for j in range(S_surface.shape[0]):
        out[j, :] = interp_1d_with_linear_extrapolation(X_to, X_from, S_surface[j, :])
    return out

def prepare_common_inputs(
    inputs: ValuationInputs,
    config: ScenarioConfig,
    V_min: float,
    V_max: float,
    n_volume_nodes: int,
):
    fc_storage = filtrar_forward_curve_storage(inputs.forward_curve, inputs.storage_init, input
    market_vols_storage = inputs.market_vols[inputs.market_vols["contract"].isin(fc_storage["cc
    market_table = construir_market_table(fc_storage, market_vols_storage)

    lambdas_df, tabla_integrales = bootstrap(
        market_table[["contract", "t", "T", "Volatilidad"]],
        inputs.model_params,
    )

    daily_steps = construir_daily_steps(
        market_table=market_table,
        valuation_date=inputs.valuation_date,
        storage_init=inputs.storage_init,
        storage_end=inputs.storage_end,
    )

    price_meshes, mesh_info = build_daily_price_meshes(
        market_table=market_table,
        valuation_date=inputs.valuation_date,
        storage_init=inputs.storage_init,
        storage_end=inputs.storage_end,

```

```

        lambdas_df=lambdas_df,
        params=inputs.model_params,
        n_points=config.n_price_nodes,
        use_price_mesh=config.use_price_mesh,
        force_zero_vol=config.force_zero_vol,
    )

    # Estado normalizado derivado de la malla de precios :
    #  $X_{nodes}(t) = F_{nodes}(t) / F_{forward}(t)$ 
    state_meshes = {}
    for date, F_nodes in price_meshes.items():
        row = get_contract_for_date(date, market_table)
        F_forward = float(row["forward_price"])
        state_meshes[date] = np.asarray(F_nodes, dtype=float) / F_forward

    # Usamos una malla de volumen de paso 1 unidad/día, coherente con los controles.
    V_grid = build_volume_grid(V_min, V_max, dV=1.0)

    return {
        "forward_curve_storage": fc_storage,
        "market_table": market_table,
        "lambdas_df": lambdas_df,
        "tabla_integrales": tabla_integrales,
        "daily_steps": daily_steps,
        "price_meshes": price_meshes, # Mallas diarias de F construidas con build_price_mesh_f
        "state_meshes": state_meshes, # Mallas diarias normalizadas  $X = F/F_{forward}$  usadas en
        "mesh_info": mesh_info,
        "V_grid": V_grid,
    }

def control_step_after_diffusion(
    S_diffused: np.ndarray,
    V_grid: np.ndarray,
    state_nodes: np.ndarray,
    price_nodes: np.ndarray,
    controls_daily: np.ndarray,
    V_min: float,
    V_max: float,
    inj_cost: float,
    ext_cost: float,
) -> tuple[np.ndarray, np.ndarray]:
    n_V = len(V_grid)
    n_X = len(state_nodes)
    S_now = np.full((n_V, n_X), -np.inf, dtype=float)
    policy_now = np.full((n_V, n_X), np.nan, dtype=float)

    for j, V in enumerate(V_grid):
        allowed = admissible_controls(V, controls_daily, V_min, V_max)

        for k, _ in enumerate(state_nodes):
            F = float(price_nodes[k])
            best_value = -np.inf
            best_u = np.nan

            for u in allowed:
                V_target = V + u
                continuation_value = interp_in_volume(S_diffused[:, k], V_grid, V_target)
                value = immediate_cashflow(u, F, inj_cost, ext_cost) + continuation_value

                if value > best_value:
                    best_value = value
                    best_u = u

            S_now[j, k] = best_value
            policy_now[j, k] = best_u

    return S_now, policy_now

```

```

def solve_storage_backward_unified(
    inputs: ValuationInputs,
    monthly_capacity: dict,
    config: ScenarioConfig,
    n_volume_nodes: int = 61,
    V_min: float = 0.0,
    V_max: Optional[float] = None,
    terminal_condition: str = "zero",
):
    t0 = time.time()
    if V_max is None:
        V_max = inputs.storage_capacity

    prepared = prepare_common_inputs(inputs, config, V_min, V_max, n_volume_nodes)
    V_grid = prepared["V_grid"]
    daily_steps = prepared["daily_steps"]
    price_mesheres = prepared["price_mesheres"]
    state_mesheres = prepared["state_mesheres"]
    lambdas_df = prepared["lambdas_df"]
    market_table = prepared["market_table"]

    n_steps = len(daily_steps)
    n_V = len(V_grid)

    # Malla terminal: malla diaria de la fecha final.
    terminal_date = pd.Timestamp(daily_steps.iloc[-1]["date_end"])
    X_terminal = state_mesheres[terminal_date]
    F_terminal = price_mesheres[terminal_date]
    n_X_terminal = len(X_terminal)

    if terminal_condition == "zero":
        S_next = np.zeros((n_V, n_X_terminal), dtype=float)
    elif terminal_condition == "liquidation":
        S_next = np.zeros((n_V, n_X_terminal), dtype=float)
        for j, V in enumerate(V_grid):
            S_next[j, :] = V * F_terminal * 1000.0
    else:
        raise ValueError("terminal_condition debe ser 'zero' o 'liquidation'.")

    S = {n_steps: S_next.copy()}
    policy = {n_steps: np.full_like(S_next, np.nan)}
    F_grids = {n_steps: F_terminal.copy()}
    X_grids = {n_steps: X_terminal.copy()}
    step_info = []

    for _, step in daily_steps.iloc[:-1].iterrows():
        i = int(step["step"])
        date_start = pd.Timestamp(step["date_start"])
        date_end = pd.Timestamp(step["date_end"])
        contract = step["contract"]
        dt = float(step["dt"])
        t_i = float(step["t_start"])
        interval_id = int(step["interval_id"])
        F_forward_i = float(step["F_forward"])

        X_nodes = state_mesheres[date_start]
        X_next_nodes = state_mesheres[date_end]
        F_nodes = price_mesheres[date_start]
        F_grids[i] = F_nodes.copy()
        X_grids[i] = X_nodes.copy()

        # Con malla diaria, S_next vive en X_{i+1}; antes de difundir hay que llevarla a X_i.
        # Esta interpolación debe hacerse en X y no en F absoluto para respetar la curva forward
        S_next_on_current_mesh = interpolate_surface_state_mesh(
            S_surface=S_next,
            X_from=X_next_nodes,
            X_to=X_nodes,
        )

```

```

contract_row = market_table.iloc[interval_id]
T = float(contract_row["T"])
lam_i = float(lambdas_df.loc[lambdas_df["contract"] == contract, "Lambda"].iloc[0])

if config.force_zero_vol or not config.use_diffusion:
    nu2_i = 0.0
else:
    nu2_i = inst_variance(t=t_i, T=T, lam=lam_i, p=inputs.model_params)

if config.use_diffusion:
    # Difusión en la variable de estado X = F/F_forward.
    S_diffused = diffuse_value_surface(S_next_on_current_mesh, X_nodes, dt, nu2_i, conf
else:
    S_diffused = S_next_on_current_mesh.copy()

controls_daily = controls_from_monthly_capacity(date_start, monthly_capacity)

S_now, policy_now = control_step_after_diffusion(
    S_diffused=S_diffused,
    V_grid=V_grid,
    state_nodes=X_nodes,
    price_nodes=F_nodes,
    controls_daily=controls_daily,
    V_min=V_min,
    V_max=V_max,
    inj_cost=inputs.inj_cost,
    ext_cost=inputs.ext_cost,
)

S[i] = S_now.copy()
policy[i] = policy_now.copy()

step_info.append({
    "step": i,
    "date_start": date_start,
    "date_end": date_end,
    "contract": contract,
    "month": date_start.month,
    "F_forward": F_forward_i,
    "X_min": float(np.min(X_nodes)),
    "X_mid": float(X_nodes[len(X_nodes)//2]),
    "X_max": float(np.max(X_nodes)),
    "F_min": float(np.min(F_nodes)),
    "F_max": float(np.max(F_nodes)),
    "F_mid": float(F_nodes[len(F_nodes)//2]),
    "n_price_nodes": len(X_nodes),
    "t_i": t_i,
    "dt": dt,
    "lambda": lam_i,
    "nu2": nu2_i,
    "nu": math.sqrt(nu2_i),
    "controls_daily": controls_daily.tolist(),
    "S_min": float(np.min(S_now)),
    "S_max": float(np.max(S_now)),
    "S_mean": float(np.mean(S_now)),
    "pct_inject": float(np.mean(policy_now > 0)),
    "pct_wait": float(np.mean(policy_now == 0)),
    "pct_extract": float(np.mean(policy_now < 0)),
    "X_next_min": float(np.min(X_next_nodes)),
    "X_next_max": float(np.max(X_next_nodes)),
    "interpolated_from_next_mesh": bool(
        not (len(X_nodes) == len(X_next_nodes) and np.allclose(X_nodes, X_next_nodes, r
    ),
})

S_next = S_now.copy()

step_info = pd.DataFrame(step_info).sort_values("step").reset_index(drop=True)

```

```

# Valor inicial en el volumen inicial y en el estado forward X=1.
j0 = int(np.argmin(np.abs(V_grid - inputs.storage_level)))
if not np.isclose(V_grid[j0], inputs.storage_level):
    raise ValueError("El volumen inicial no cae exactamente en la malla de volumen.")

X0_grid = X_grids[0]
S0_by_X = S[0][j0, :]
initial_value = interp_state(S0_by_X, X0_grid, 1.0)

k0 = int(np.argmin(np.abs(X0_grid - 1.0)))
initial_policy = float(policy[0][j0, k0])

return {
    "config": config,
    "inputs": inputs,
    "prepared": prepared,
    "S": S,
    "policy": policy,
    "F_grids": F_grids,
    "X_grids": X_grids,
    "V_grid": V_grid,
    "daily_steps": daily_steps,
    "step_info": step_info,
    "initial_value": float(initial_value),
    "initial_policy": initial_policy,
    "elapsed_seconds": time.time() - t0,
}

```

Simulación forward de una política

Para poder comparar escenarios, se simula la política óptima desde el volumen inicial. En el caso estocástico, como no estamos simulando una trayectoria aleatoria de precios, tomamos en cada día el nodo de precio más cercano al forward del contrato activo. Esto sirve para comparar la política “central” del caso estocástico con la trayectoria determinista.

```

In [15]: def simulate_policy_on_forward_node(results: dict, V0: Optional[float] = None) -> pd.DataFrame:
    V_grid = results["V_grid"]
    daily_steps = results["daily_steps"]
    inputs = results["inputs"]

    if V0 is None:
        V = float(inputs.storage_level)
    else:
        V = float(V0)

    rows = []

    for _, row in daily_steps.iterrows():
        i = int(row["step"])
        X_nodes = results["X_grids"][i]
        F_nodes = results["F_grids"][i]
        F_forward = float(row["F_forward"])

        # Simulamos la política sobre el estado forward, X=1.
        k = int(np.argmin(np.abs(X_nodes - 1.0)))
        X_used = float(X_nodes[k])
        F_used = float(F_nodes[k])

        j = int(np.argmin(np.abs(V_grid - V)))
        V_node = float(V_grid[j])
        u = float(results["policy"][i][j, k])
        V_after = V_node + u

        cf = immediate_cashflow(u, F_used, inputs.inj_cost, inputs.ext_cost)

```

```

continuation_value = interp_in_volume(results["S"][i + 1][:, k], V_grid, V_after)
value_before = float(results["S"][i][j, k])

if u > 0:
    action = "Inyectar"
elif u < 0:
    action = "Extraer"
else:
    action = "Esperar"

rows.append({
    "date": pd.Timestamp(row["date_start"]),
    "contract": row["contract"],
    "X_used": X_used,
    "F_forward": F_forward,
    "F_used": F_used,
    "price_node": k,
    "V_before": V_node,
    "u": u,
    "action": action,
    "V_after": V_after,
    "cashflow": cf,
    "continuation_value_no_diff": continuation_value,
    "value_before": value_before,
})

V = V_after

return pd.DataFrame(rows)

def monthly_summary(sim_df: pd.DataFrame) -> pd.DataFrame:
    return (
        sim_df.assign(month=sim_df["date"].dt.to_period("M"))
        .groupby("month")
        .agg(
            n_days=("date", "count"),
            F_mean=("F_used", "mean"),
            injected_GWh=("u", lambda x: x[x > 0].sum()),
            extracted_GWh=("u", lambda x: -x[x < 0].sum()),
            net_GWh=("u", "sum"),
            cashflow=("cashflow", "sum"),
            V_end=("V_after", "last"),
        )
        .reset_index()
    )

```

9. Resultados principales

Se mantienen los mismos inputs y solo se cambia la configuración del escenario.

```

In [16]:
scenario_A_det = ScenarioConfig(
    name="A_determinista_sin_volatilidad",
    use_price_mesh=False,
    use_diffusion=False,
    force_zero_vol=True,
    n_price_nodes=1,
)

scenario_B_engine_zero = ScenarioConfig(
    name="B_motor_estocastico_volatilidad_cero",
    use_price_mesh=False,
    use_diffusion=True,
    force_zero_vol=True,
    n_price_nodes=1,
)

```

```

)

scenario_C_stoch = ScenarioConfig(
    name="C_estocastico_con_volatilidad",
    use_price_mesh=True,
    use_diffusion=True,
    force_zero_vol=False,
    n_price_nodes=31,
    theta=0.55,
)

scenarios = [scenario_A_det, scenario_B_engine_zero, scenario_C_stoch]

results_by_scenario = {}
sims_by_scenario = {}

for cfg in scenarios:
    print(f"Resolviendo {cfg.name}...")
    res = solve_storage_backward_unified(
        inputs=inputs_base,
        monthly_capacity=monthly_capacity,
        config=cfg,
        n_volume_nodes=61, # se mantiene por compatibilidad; internamente se usa dV=1.
        V_min=0.0,
        V_max=inputs_base.storage_capacity,
        terminal_condition="zero",
    )
    sim = simulate_policy_on_forward_node(res)
    results_by_scenario[cfg.name] = res
    sims_by_scenario[cfg.name] = sim
    print(
        f" Valor inicial: {res['initial_value']:.2f} € | "
        f"política inicial: {res['initial_policy']} | "
        f"n_steps: {len(res['daily_steps'])} | "
        f"tiempo: {res['elapsed_seconds']:.2f}s"
    )

```

```

Resolviendo A_determinista_sin_volatilidad...
Valor inicial: 3,130,980.00 € | política inicial: 0.0 | n_steps: 363 | tiempo: 2.47s
Resolviendo B_motor_estocastico_volatilidad_cero...
Valor inicial: 3,130,980.00 € | política inicial: 0.0 | n_steps: 363 | tiempo: 2.78s
Resolviendo C_estocastico_con_volatilidad...
Valor inicial: 3,130,980.00 € | política inicial: 0.0 | n_steps: 363 | tiempo: 22.56s

```

```

In [17]: benchmark = float((results_by_scenario["A_determinista_sin_volatilidad"]
summary_scenarios = pd.DataFrame([
    {
        "scenario": name,
        "initial_value": res["initial_value"],
        "benchmark_sum_forward": benchmark,
        "diff_vs_benchmark": res["initial_value"] - benchmark,
        "initial_policy": res["initial_policy"],
        "n_steps": len(res["daily_steps"]),
        "n_volume_nodes": len(res["V_grid"]),
        "n_state_nodes_initial": len(res["X_grids"][0]),
        "nu_mean": res["step_info"]["nu"].mean(),
        "X_min_initial": res["step_info"].loc[0, "X_min"],
        "X_max_initial": res["step_info"].loc[0, "X_max"],
        "X_min_last": res["step_info"].iloc[-1, "X_min"],
        "X_max_last": res["step_info"].iloc[-1, "X_max"],
        "F_min_initial": res["step_info"].loc[0, "F_min"],
        "F_max_initial": res["step_info"].loc[0, "F_max"],
        "F_min_last": res["step_info"].iloc[-1, "F_min"],
        "F_max_last": res["step_info"].iloc[-1, "F_max"],
        "elapsed_seconds": res["elapsed_seconds"],
    }
    for name, res in results_by_scenario.items()

```

```
])

summary_scenarios
```

Out[17]:

	scenario	initial_value	benchmark_sum_forward	diff_vs_benchmark	initial_policy
0	A_determinista_sin_volatilidad	3,130,980.000000	18,941,330.000000	-15,810,350.000000	0.000000
1	B_motor_estocastico_volatilidad_cero	3,130,980.000000	18,941,330.000000	-15,810,350.000000	0.000000
2	C_estocastico_con_volatilidad	3,130,980.000000	18,941,330.000000	-15,810,350.000000	0.000000

10. Test de consistencia

El caso A y el caso B deberían coincidir, porque ambos usan un único precio forward por día y $\text{nu2} = 0$. Si no coinciden, hay un error en el motor estocástico.

```
In [18]: res_A = results_by_scenario["A_determinista_sin_volatilidad"]
res_B = results_by_scenario["B_motor_estocastico_volatilidad_cero"]
res_C = results_by_scenario["C_estocastico_con_volatilidad"]

max_diff_S0_AB = float(np.max(np.abs(res_A["S"][0] - res_B["S"][0])))
max_diff_policy0_AB = float(np.max(np.abs(res_A["policy"][0] - res_B["policy"][0])))

print("Diferencia máxima en S[0] entre A y B:", max_diff_S0_AB)
print("Diferencia máxima en policy[0] entre A y B:", max_diff_policy0_AB)

assert max_diff_S0_AB < 1e-9
assert max_diff_policy0_AB < 1e-9

print("OK: el motor estocástico apagado reproduce el determinista.")

# En este caso de validación, C también debe coincidir con el benchmark porque no hay opcionalidad
# Con malla diaria variable se introduce interpolación entre  $X_{i+1}$  y  $X_i$ ; por eso la tolerancia
# se deja a nivel de céntimos/euros, no a precisión máquina.
values = summary_scenarios.set_index("scenario")["initial_value"]
print("\nValores iniciales:")
print(values)

print("\nOK: A, B y C coinciden con el benchmark del caso sin opcionalidad dentro de tolerancia numérica.")
```

Diferencia máxima en S[0] entre A y B: 0.0
Diferencia máxima en policy[0] entre A y B: 0.0
OK: el motor estocástico apagado reproduce el determinista.

Valores iniciales:

scenario	
A_determinista_sin_volatilidad	3,130,980.000000
B_motor_estocastico_volatilidad_cero	3,130,980.000000
C_estocastico_con_volatilidad	3,130,980.000000

Name: initial_value, dtype: float64

OK: A, B y C coinciden con el benchmark del caso sin opcionalidad dentro de tolerancia numérica.

11. Visualizaciones comparativas

Primero comparamos la política simulada sobre el nodo central/forward de cada escenario. Después miramos el inventario.

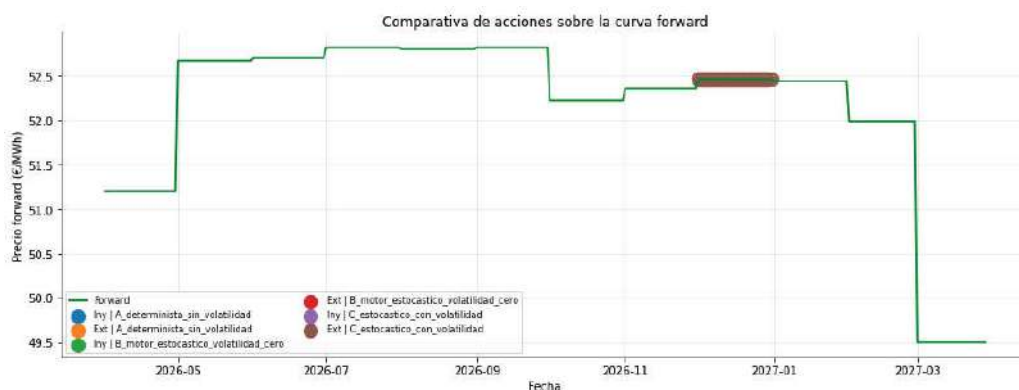
```
In [19]: def plot_forward_actions_comparison(sims_by_scenario: dict):
plt.figure(figsize=(13, 5))
base = next(iter(sims_by_scenario.values()))
plt.plot(base["date"], base["F_forward"], linewidth=1.8, color= "g", label="Forward")

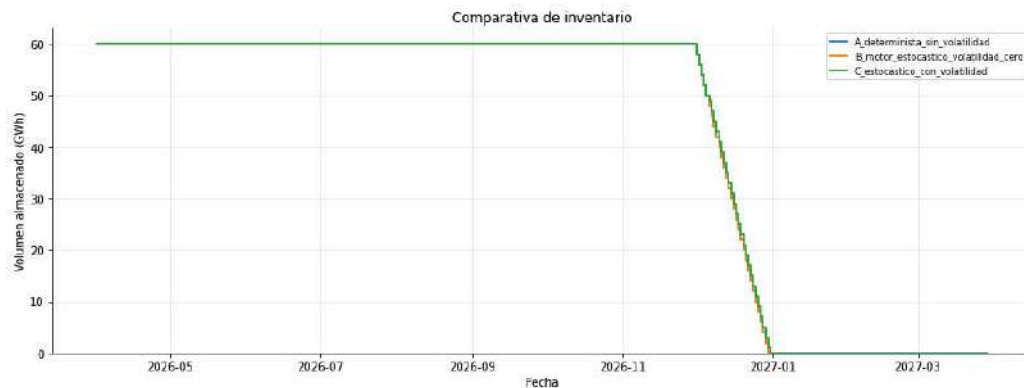
for name, sim in sims_by_scenario.items():
    inj = sim[sim["u"] > 0]
    ext = sim[sim["u"] < 0]
    plt.scatter(inj["date"], inj["F_forward"], marker="o", s=150, label=f"Iny | {name}")
    plt.scatter(ext["date"], ext["F_forward"], marker="o", s=150, label=f"Ext | {name}")

plt.title("Comparativa de acciones sobre la curva forward")
plt.xlabel("Fecha")
plt.ylabel("Precio forward (€/MWh)")
plt.legend(fontsize=8, ncol=2)
plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

def plot_inventory_comparison(sims_by_scenario: dict):
plt.figure(figsize=(13, 5))
for name, sim in sims_by_scenario.items():
    plt.step(sim["date"], sim["V_after"], where="post", linewidth=1.8, label=name)
plt.title("Comparativa de inventario")
plt.xlabel("Fecha")
plt.ylabel("Volumen almacenado (GWh)")
plt.ylim(0, inputs_base.storage_capacity * 1.05)
plt.legend(fontsize=8)
plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

plot_forward_actions_comparison(sims_by_scenario)
plot_inventory_comparison(sims_by_scenario)
```





In [20]:

```
def plot_price_mesh_diagnostics(results: dict, n_campanas: int = 7):
    import numpy as np
    import pandas as pd
    import matplotlib.pyplot as plt

    info = results["step_info"].copy()
    info["date_start"] = pd.to_datetime(info["date_start"])
    info = info.sort_values("date_start").reset_index(drop=True)

    mesh_info = results["prepared"]["mesh_info"].copy()
    mesh_info["date"] = pd.to_datetime(mesh_info["date"])
    mesh_info = mesh_info.sort_values("date").reset_index(drop=True)

    info = info.merge(
        mesh_info[["date", "var_total_mesh", "std_total_mesh"]],
        left_on="date_start",
        right_on="date",
        how="left",
    )

    print("Diagnóstico del mallado diario")
    print("-" * 70)
    print(f"Escenario: {results['config'].name}")
    print(f"Nº días: {len(info)}")
    print(f"Nodos iniciales: {len(results['X_grids'][0])}")
    print(f"Nodos finales: {len(results['X_grids'][len(results['daily_steps'])])}")
    print()
    print(f"Varianza inicio: {info['var_total_mesh'].iloc[0]:.8f}")
    print(f"Varianza final : {info['var_total_mesh'].iloc[-1]:.8f}")
    print(f"Std inicio: {info['std_total_mesh'].iloc[0]:.6f}")
    print(f"Std final : {info['std_total_mesh'].iloc[-1]:.6f}")
    print()
    print(f"X_min inicio: {info['X_min'].iloc[0]:.6f}")
    print(f"X_min final : {info['X_min'].iloc[-1]:.6f}")
    print(f"X_max inicio: {info['X_max'].iloc[0]:.6f}")
    print(f"X_max final : {info['X_max'].iloc[-1]:.6f}")

    if info["X_max"].iloc[-1] <= info["X_max"].iloc[0] * 1.01:
        print("\nAVISO: la malla apenas se abre dentro del periodo. Esto viene de la varianza c")
    else:
        print("\nOK: la malla se abre de forma visible desde el inicio al final del periodo.")

    # 1. Rango diario de precios absolutos
    plt.figure(figsize=(13, 5))
    plt.plot(info["date_start"], info["F_forward"], linewidth=1.8, label="Forward")
    plt.plot(info["date_start"], info["F_min"], linestyle="--", label="F min malla diaria")
    plt.plot(info["date_start"], info["F_max"], linestyle="--", label="F max malla diaria")
    plt.title(f"Rango diario de precios implícitos - {results['config'].name}")
    plt.xlabel("Fecha")
    plt.ylabel("Precio F")
    plt.legend()
```

```

plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

# 2. Abanico completo de nodos X
plt.figure(figsize=(13, 6))
for i, row in info.iterrows():
    step = int(row["step"])
    X_nodes = np.asarray(results["X_grids"][step], dtype=float)
    plt.scatter([row["date_start"]] * len(X_nodes), X_nodes, s=9, alpha=0.25)

plt.axhline(1.0, linestyle=":", label="X = 1")
plt.yscale("log")
plt.title(f"Abanico completo de nodos diarios X - {results['config'].name}")
plt.xlabel("Fecha")
plt.ylabel("Factor X, escala logarítmica")
plt.legend()
plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

# 3. Varianza diaria usada para abrir la malla
plt.figure(figsize=(13, 4))
plt.plot(info["date_start"], info["var_total_mesh"], label="Varianza total diaria")
plt.title("Varianza total diaria usada para abrir la malla")
plt.xlabel("Fecha")
plt.ylabel("Varianza")
plt.legend()
plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

# 4. Campanas Lognormales de X para varios días
def lognormal_pdf_x(x, var):
    std = np.sqrt(var)
    if std <= 1e-14:
        out = np.zeros_like(x)
        out[np.argmax(np.abs(x - 1.0))] = 1.0
        return out
    mu = -0.5 * var
    return (
        1.0 / (x * std * np.sqrt(2.0 * np.pi))
        * np.exp(-0.5 * ((np.log(x) - mu) / std) ** 2)
    )

selected_idx = np.linspace(0, len(info) - 1, min(n_campanas, len(info))).round().astype(int)
selected_idx = np.unique(selected_idx)

x_min_global = max(info["X_min"].min() * 0.90, 1e-6)
x_max_global = info["X_max"].max() * 1.05
x_eval = np.linspace(x_min_global, x_max_global, 1200)

plt.figure(figsize=(13, 6))
for idx in selected_idx:
    row = info.iloc[idx]
    var = float(row["var_total_mesh"])
    date_label = row["date_start"].strftime("%Y-%m-%d")
    pdf = lognormal_pdf_x(x_eval, var)
    plt.plot(x_eval, pdf, label=f"{date_label} | var={var:.4f}")

plt.axvline(1.0, linestyle=":", label="X = 1")
plt.title(f"Campanas lognormales de X en días seleccionados - {results['config'].name}")
plt.xlabel("X = F/F_forward")
plt.ylabel("Densidad")
plt.legend()
plt.grid(alpha=0.3)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

```
plot_price_mesh_diagnostics(results_by_scenario["C_estocastico_con_volatilidad"])
```

Diagnóstico del mallado diario

Escenario: C_estocastico_con_volatilidad

Nº días: 363

Nodos iniciales: 31

Nodos finales: 31

Varianza inicio: 0.02760691

Varianza final : 0.69904242

Std inicio: 0.166153

Std final : 0.836088

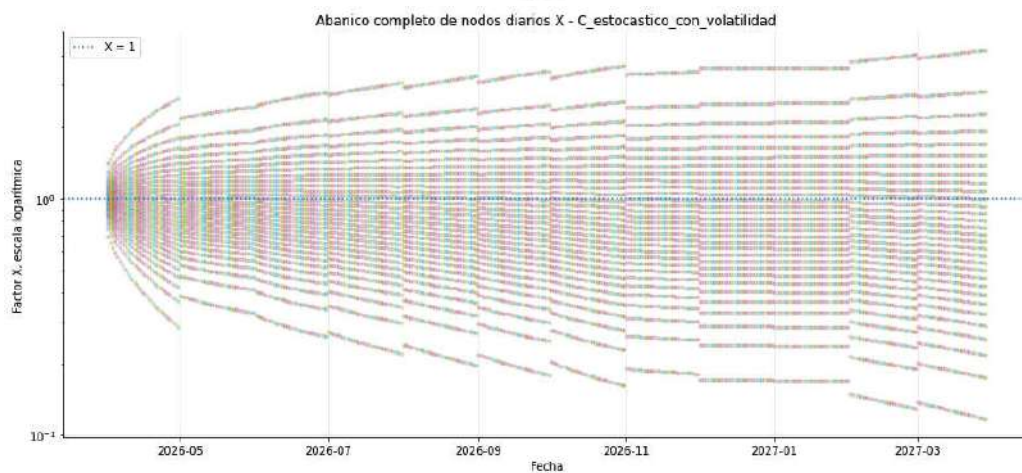
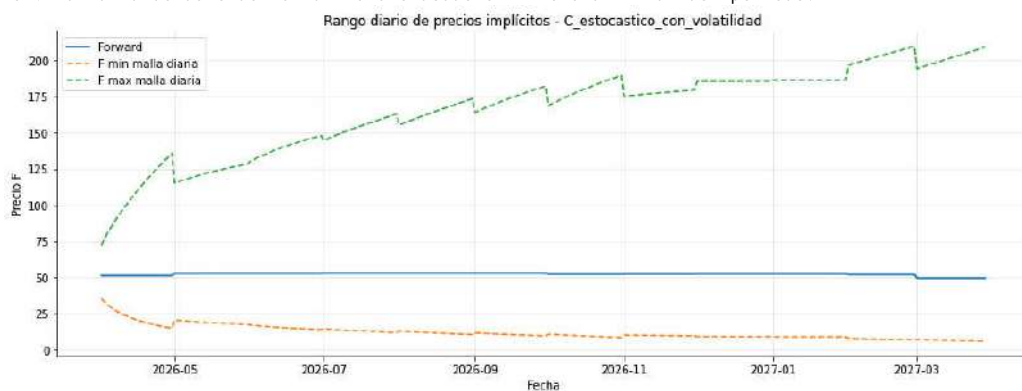
X_min inicio: 0.691031

X_min final : 0.117684

X_max inicio: 1.407709

X_max final : 4.223685

OK: la malla se abre de forma visible desde el inicio al final del periodo.



Bibliografía

- [AFI26] Afi Escuela de Finanzas, *Commodities y mercados de materias primas*, Material formativo.
- [BAUE14] N. Bäuerle y V. Riess, «Gas Storage Valuation with Regime Switching», *arXiv*, 2014. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://arxiv.org>.
- [BOOG08] A. Boogert y C. de Jong, «Gas Storage Valuation Using a Monte Carlo Method», *The Journal of Derivatives*, vol. 15, n.º 3, págs. 81-98, 2008.
- [BOOG11] A. Boogert y C. de Jong, «Gas Storage Valuation Using a Multi-Factor Price Process», *The Journal of Energy Markets*, vol. 4, n.º 4, págs. 1-24, 2011.
- [BCG13] Boston Consulting Group, «El desarrollo de los hubs gasistas europeos», Boston Consulting Group, 2013.
- [BOYL97] P. Boyle, M. Broadie y P. Glasserman, «Monte Carlo Methods for Security Pricing», *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 21, n.º 8–9, págs. 1267-1321, 1997.
- [BREN78] M. J. Brennan y E. S. Schwartz, «Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 13, n.º 3, págs. 461-474, 1978.
- [CHEN07] Z. Chen y P. A. Forsyth, «A Semi-Lagrangian Approach for Natural Gas Storage Valuation and Optimal Operation», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 30, n.º 1, págs. 339-368, 2007.
- [CNMC24] Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia, «Informe de supervisión de la gestión técnica del sistema gasista. Año 2024», Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia, 2024. visitado 5 de jul. de 2026. dirección: <https://www.cnmc.es/ambitos-de-actuacion/energia/gas-natural>.
- [CNMC25] Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia, *Circular 2/2025, de 9 de abril, por la que se establece la metodología y condiciones de acceso y asignación de capacidad en el sistema de gas natural*, Boletín Oficial del Estado, 2025. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=B0E-A-2025-7661>.
- [COXR79] J. C. Cox, S. A. Ross y M. Rubinstein, «Option Pricing: A Simplified Approach», *Journal of Financial Economics*, vol. 7, n.º 3, págs. 229-263, 1979.
- [ENAG24] Enagás, «Informe Anual 2024», Enagás, 2024. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://www.enagas.es/es/sala-comunicacion/publicaciones/informe-anual/>.
- [EUCO25] European Commission, «Quarterly Report on European Gas Markets: Second Quarter of 2025», Directorate-General for Energy, Market Observatory for Energy, 2, 2025. visitado 5 de jul. de 2026. dirección: https://energy.ec.europa.eu/document/download/d80fd3b6-6f3d-48b0-bd6e-db2f21dcd796_en?filename=New+Quarterly+Report+on+European+Gas+Markets+Q2+2025.pdf.
- [ACER26] European Union Agency for the Cooperation of Energy Regulators, «Key developments in European gas wholesale markets (winter) – 2026 Monitoring Report», European Union Agency for the Cooperation of Energy Regulators, 2026. visitado 5 de jul. de 2026. dirección: <https://www.acer.europa.eu/documents/publications>.

- [FEDC13] Federal Reserve Bank of Chicago. «Understanding Derivatives: Markets and Infrastructure». Reference book about derivatives published by the Financial Markets Group, visitado 5 de jul. de 2026. dirección: <https://www.chicagofed.org/publications/understanding-derivatives/index>.
- [HENA18] P. Hénaff, I. Laachir y F. Russo, «Gas Storage Valuation and Hedging: A Quantification of the Model Risk», *International Journal of Financial Studies*, vol. 6, n.º 1, pág. 27, 2018.
- [IEA25a] International Energy Agency, «Gas 2025: Analysis and Forecast to 2030», International Energy Agency, 2025. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://www.iea.org/reports/gas-2025>.
- [IEA25b] International Energy Agency, «Gas Market Report, Q1-2025», International Energy Agency, 2025. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://www.iea.org/reports/gas-market-report-q1-2025>.
- [JEFA25] Jefatura del Estado, *Real Decreto-ley 7/2025, de 24 de junio, por el que se aprueban medidas urgentes para el refuerzo del sistema eléctrico*, Boletín Oficial del Estado, núm. 152, de 25 de junio de 2025, 2025. visitado 3 de jul. de 2026. dirección: <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2025-12857>.
- [MART24] A. Martín Colino, «Valoración de opciones de almacenamiento de gas natural licuado mediante modelos estocásticos», Trabajo previo utilizado como referencia metodológica., Trabajo Fin de Grado, Universidad Pontificia Comillas, 2024.
- [MITE24] Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico, «Balance Energético de España 2024», Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico, 2024. visitado 5 de jul. de 2026. dirección: <https://www.miteco.gob.es/es/energia/energia-en-espana/balances-energeticos.html>.
- [THOM09] M. Thompson, M. Davison y H. Rasmussen, «Natural Gas Storage Valuation and Optimization: A Real Options Application», *Naval Research Logistics*, vol. 56, n.º 3, págs. 226-238, 2009.

