

ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE LA TIPOLOGÍA OCTAGONAL DE VIVIENDA DE BIOCONSTRUCCIÓN



IIT-03-054I
Xavier García Casals
15 Septiembre 2003

INDICE

1.Introducción y cometarios de la versión actual del proyecto	2
2.Análisis estructural	5
2.1. Muro exterior de carga	5
2.2. Muro interior de carga	5
2.3. Pilares que soportan parte del forjado de techo y altillo en PA	6
2.4. Cimentaciones	8
2.5. Forjados PA y altillo	9
2.5.1. Configuración propuesta en el proyecto	9
2.5.2. Viga central del octágono interior	12
2.5.3. Actuaciones del forjado propuesto redimensionado	13
2.5.3.1. Forjado húmedo PA con tabiquería cerámica	13
2.5.3.2. Forjado húmedo PA con tabiquería cartón-yeso ..	14
2.5.3.3. Forjado seco PA	14
2.5.3.4. Forjado altillo	15
2.5.4. Nueva configuración de forjado PA y altillo	15
2.5.4.1. Forjado 7 vigas /vertiente y espaciado actual	16
2.5.4.2. Forjado 8 vigas /vertiente y espaciado uniforme ..	19
2.5.4.3. Forjado 9 vigas /vertiente y espaciado uniforme ..	22
2.6. Forjado de cubierta	26
2.6.1. Forjado original (8 exterior/8interior)	26
2.6.2. Forjado 16 vigas exterior y 8 interior	28
2.6.3. Forjado 24 vigas exterior y 8 interior	29
3. Tablero de forjado	31
3.1. Forjado húmedo planta alta con tabiquería cerámica	33
3.2. Forjado húmedo planta alta con tabiquería cartón-yeso	35
3.3. Forjado seco planta alta	37
3.4. Forjado altillo	39
4. Dintel apoyo forjados en planta alta	41
5. Conclusiones	42
6. Referencias	46

1. Introducción y cometarios de la versión actual del proyecto

EL objeto de este trabajo es realizar un análisis y optimización de la estructura de una vivienda bioconstruida con tipología octagonal, con vistas a minimizar la energía contenida en los materiales empleados para su construcción (embodied energy) cumpliendo las restricciones de esfuerzos y deformaciones de trabajo de los materiales empleados.

La tipología octagonal, gracias a su bajo factor de forma ($f \approx 0,67 \text{ m}^{-1}$ para una vivienda de unos 275 m^2 útiles) proporciona grandes ventajas energéticas en un clima como el de la Comunidad de Madrid cerca de la Sierra de Guadarrama (coeficiente $K_G < 0,70 \text{ W/m}^2\text{-K}$ considerablemente inferior al $K_{G,\text{max}} = 0,95 \text{ W/m}^2\text{-K}$ permitido por la normativa actual) (Ref. [2]).

Sin embargo, la gran compacidad de la vivienda junto a la naturaleza de los materiales de bioconstrucción que se emplearán en su ejecución (madera, tierra, piedra caliza de la zona, mortero de cal), introducen el requerimiento de realizar una evaluación estructural suficientemente detallada. En efecto, la gran compacidad de la vivienda puede conducir a solicitaciones más elevadas sobre los elementos estructurales verticales (muros de carga), pues por un lado la longitud de muros de carga exterior e interior por unidad de área útil de la vivienda es menor que en otra tipología de vivienda. Por otro lado, los materiales estructurales de bioconstrucción considerados (madera y bloque de tierra estabilizado - BTC) presentan una resistencia muy inferior a los materiales convencionales actualmente empleados en la construcción de viviendas.

Por otro lado, la tipología octagonal conduce a configuraciones geométricas de forjados distintas a las soluciones habitualmente empleadas. Esto por un lado conduce a solicitaciones distintas sobre las diversas vigas que constituyen el forjado, y por otro lado genera situaciones problemáticas sobre los tableros de madera que apoyando sobre las vigas confieren la resistencia estructural al forjado (espaciado divergente entre vigas de apoyo).

Dentro de la filosofía de reducir el impacto ambiental de la vivienda en la que se enmarca el proyecto (Ref [1], [2], y [3]), además de considerar el consumo energético de la vivienda durante su vida útil, también se debe tener en cuenta la energía almacenada en la vivienda durante su construcción (embodied energy). Para reducir esta energía almacenada en la vivienda, por un lado se recurre a materiales de bioconstrucción de reducido contenido energético, y por otro lado se debe optimizar el uso estructural que se hace de estos materiales.

El objetivo final de la optimización del diseño estructural en el marco de la conservación de los recursos naturales consiste buscar la solución estructural que cumpla los criterios exigidos de tensiones y deformaciones con el mínimo uso de materia prima. En el caso en que nos encontramos con varios forjados que satisfacen las condiciones de deformación y tensión nos decantaremos por el que implica un menor volumen de madera basado en sus dimensiones

nominales. Sin embargo, sería preciso comprobar cual de ellas requiere una menor cantidad de madera bruta para formar la viga en cuestión, lo cual esté probablemente ligado al coste lineal de la viga.

Los criterios que vamos a considerar para la optimización estructural de la vivienda serán los siguientes:

1. Esfuerzo máximo de trabajo:

- Madera: $\sigma_{\max} \approx 80 \text{ kg/cm}^2$
- Muro / pilar de BTC: $\sigma_{\max} \approx 6 \text{ kg/cm}^2$ (pendiente de ensayo)
- Muro / pilar ladrillo cocido: $\sigma_{\max} \approx 10 - 12 \text{ kg/cm}^2$

2. Flecha máxima en vigas de madera: $v_{\max} / L \in (1/300, 1/500)$

- Forjado planta alta: $v_{\max} / L \in (1/400, 1/500)$
- Forjado altillo: $v_{\max} / L \in (1/300, 1/400)$
- Forjado cubierta: $v_{\max} / L \in (1/400, 1/500)$
- Además, en tablero de madera sobre las vigas exigiremos $v_{\max} \leq 1,5$ mm para no notar la sensación de deformación al pisar.

3. Usar el mínimo volumen de madera compatible con los requerimientos estructurales.

4. Facilidad de construcción (mínimo número de vigas en los forjados)

5. Suficiente apoyo en vigas para los tableros de madera que constituyen el forjado.

6. En el caso de los muros de carga, también se buscaría usar el mínimo volumen de material. Sin embargo, estos muros tienen requerimientos energéticos (proporcionar inercia térmica) que conducen a un volumen mínimo de material que puede estar por encima del requerimiento mínimo estructural.

Es conveniente realizar algunas consideraciones sobre el valor máximo de la tensión de trabajo admisible en la madera que hemos considerado. Dada la resistencia característica a flexión de la que se parte en el proyecto para la madera (224 kg/cm^2), según el Eurocódigo 5, con un $K_{\text{mod}} = 0,60$ y un $\gamma_M = 1,3$, las resistencias de diseño deberían ser del orden de 100 kg/cm^2 , inferiores a los $f_{m,d}$ de 152 kg/cm^2 y 135 kg/cm^2 que aparecen en la pg.3 del anexo estructural del proyecto, y muy inferiores a los valores de $f_{m,d}$ que aparecen en la pg.4 de dicho documento (275 kg/cm^2). De hecho, los 100 kg/cm^2 ya parecen excesivos como esfuerzo de trabajo para la madera de pino, para la que antes se empleaban valores de 60 kg/cm^2 . Esfuerzos de trabajo por encima de 80 kg/cm^2 para la madera de pino parecen excesivos para los coeficientes de seguridad frente al esfuerzo de fluencia habitualmente empleados con la madera.

Consideraciones sobre los casos de carga considerados:

- Respecto a la sobrecarga por tabiques, el valor de 100 kg/m^2 que recomienda la norma es para nuestro caso apropiado si se emplean tabiques de ladrillo cerámico de doble hueco (en concreto tenemos $97,8 \text{ kg/m}^2$), pero es excesivo si se emplean tabiques de cartón yeso, en cuyo caso tenemos con nuestra distribución de tabiques $23,3 \text{ kg/m}^2$.
- En el caso del altillo, y del forjado PA en caso de hacerse seco, el peso propio del forjado es muy inferior a los 180 kg/m^2 considerados en el proyecto.
- En el caso del altillo, puesto que no es practicable y prácticamente no tendrá tabiques, el caso de carga de diseño debería ser el peso propio (70 kg/m^2) y una sobrecarga de uso de unos 100 kg/m^2 . Para ser conservativos, entre algún tabique y una sobrecarga de uso mayor, se puede llegar a los 200 kg/m^2 de sobrecarga total.
- Por tanto, los casos de carga que consideraremos en este informe serán:
 - o Cubierta: $120 + 220 = 340 \text{ kg/m}^2$
 - o Altillo: $70 + 200 = 270 \text{ kg/m}^2$ (si bien se presentarán valores para el límite inferior de 170 kg/m^2)
 - o Forjado PA húmedo con tabiques cerámicos: $325 + 200 = 525 \text{ kg/m}^2$
 - o Forjado PA húmedo con tabiques cartón-yeso: $250 + 200 = 450 \text{ kg/m}^2$
 - o Forjado PA seco con tabiques cartón-yeso: $95 + 200 = 295 \text{ kg/m}^2$

Pasamos a continuación a desarrollar el análisis estructural de los distintos elementos de la vivienda. En cada uno de los puntos se presentan las conclusiones relevantes, así como recomendaciones sobre las soluciones consideradas más adecuadas.

Al final del documento se resumen las principales conclusiones y recomendaciones sobre el dimensionado apropiado de los distintos elementos estructurales de la vivienda.

2. Análisis estructural

2.1. Muro exterior de carga.

Considerado de 24 cm de espesor de BTC (1800 kg/m³) y con los 50 cm de arranque de mampostería caliza (36 cm).

- Esfuerzo de trabajo promedio en sección crítica: 2,8 kg/cm²

A pesar de la incógnita asociada al esfuerzo de trabajo asumible en el BTC el bajo esfuerzo obtenido deja margen suficiente.

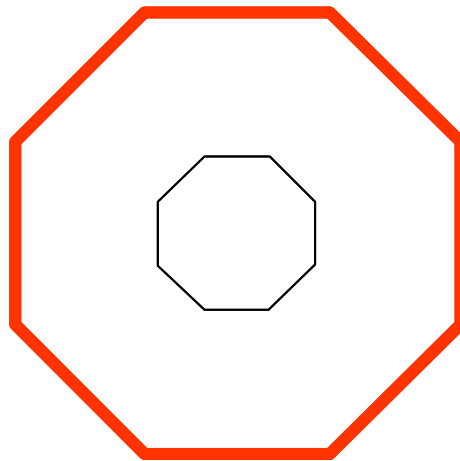


Figura-1: Emplazamiento del muro de carga exterior.

2.2. Muro interior de carga.

En el proyecto este muro está asumido como de termoarcilla de 19 cm. En principio, si no hubiera ninguna razón que recomendara lo contrario, preferiríamos emplear para este muro el BTC al igual que en el exterior. Esto permitiría simplificar la ejecución, al emplear un único tipo de ladrillo para todos los muros de carga. Por otro lado, en el interior el BTC estará más protegido que en el exterior al no estar en contacto con la intemperie.

- Planta baja:
 - o Esfuerzo de trabajo promedio en sección crítica considerando termoarcilla de 19 cm: 4,8 kg/cm²
 - o Esfuerzo de trabajo promedio en sección crítica considerando BTC de 24 cm: 4,4 kg/cm²
- Planta alta:
 - o Esfuerzo de trabajo promedio en sección crítica considerando termoarcilla de 19 cm: 3,3 kg/cm²

- o Esfuerzo de trabajo promedio en sección crítica considerando BTC de 24 cm: $3,2 \text{ kg/cm}^2$

Como puede verse, en este muro es más crítica la PB que la PA, y a su vez, los esfuerzos son superiores a los que encontramos en el muro exterior. En el caso de la termoarcilla los esfuerzos obtenidos con el bloque 19 cm no son problemáticos. En el caso del BTC de 24 cm los esfuerzos obtenidos parecen admisibles, pero están más cerca de lo que será el límite recomendado de esfuerzo de trabajo con este tipo de bloque y mortero, que probablemente ande entorno a los $6 - 7 \text{ kg/cm}^2$ (debe tenerse en cuenta que habrá regiones de concentración de esfuerzos con un esfuerzo superior al promedio).

Nota: El reparto de los pesos de forjado sobre muro interior / exterior se ha realizado mediante las reacciones obtenidas del análisis isoestático del forjado (no es simétrico).

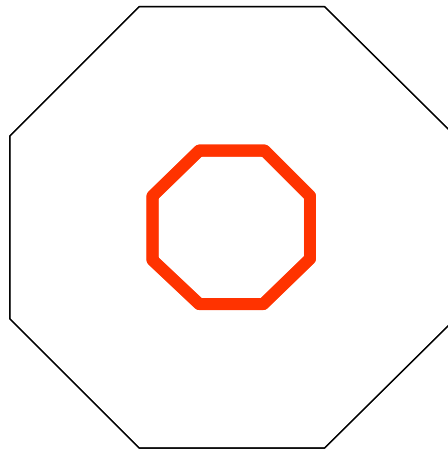


Figura-2: Emplazamiento del muro de carga interior.

2.3. Pilares que soportan parte del forjado de techo y altillo en la PA.

- Esfuerzo de trabajo con ladrillo macizo y sección 19x19 (como en proyecto):
 $14,6 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo de trabajo con pilar de madera de sección 19x19:
 $14,2 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo de trabajo con ladrillo macizo de 24x24:
 $9,3 \text{ kg/cm}^2$
- Carga crítica de pandeo con pilar de madera 19x19:
 113 kg/cm^2

Como puede verse, los esfuerzos en el caso de considerar un pilar de obra (ladrillo macizo) de 19x19 son excesivos. En el caso de emplear un pilar de obra (ladrillo macizo) de 24x24 los esfuerzos de trabajo son admisibles. En el

caso de la madera los esfuerzos están muy por debajo del límite admisible. En el proyecto no se especifica la constitución de este pilar. Sería conveniente especificarlo de madera, así como la forma de fijación del mismo al forjado y al dintel superior (tampoco claramente especificado en proyecto). Por otro lado, creo que es más adecuado realizar estos pilares con sección circular que con sección cuadrada por estética y comodidad de uso (menor esfuerzo asociado al impacto de chichón). Si el sobrecoste del pilar circular es excesivo se optaría por un pilar cuadrado con esquinas redondeadas.

En la siguiente tabla resumimos los esfuerzos de trabajo y esfuerzos críticos de pandeo de distintos pilares de madera. Consideramos las dimensiones reales igual a las nominales.

Sección Nominal	$\sigma_{\text{compresión}}$ (kg/cm ²)	$\sigma_{\text{crítico}}$ (kg/cm ²)
Cuadrada 20x20	12,8	124,0
Cuadrada 15x15	22,7	69,8
Cuadrada 10x10	51,0	31,0
Circular Ø 20	16,3	93,0
Circular Ø 15	28,9	52,3
Circular Ø 10	64,8	23,3

Por tanto, vemos como para el pilar cuadrado basta con la sección 15x15, y si es circular con la Ø15. En ambos casos puede ser recomendable subir de 15 cm a 20 cm si ello mejora la integración con el muro de carga interior y con el dintel del forjado.

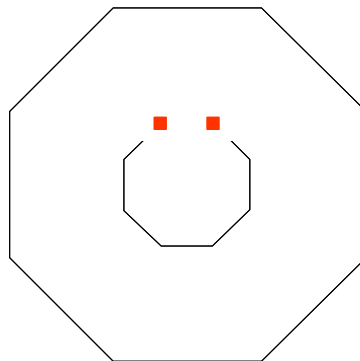


Figura-3: Emplazamiento de los pilares considerados en este punto.

2.4. Cimentaciones.

- Esfuerzo de trabajo sobre terreno en cimentación interior: $1,5 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo de trabajo sobre terreno en cimentación interior: $1,2 \text{ kg/cm}^2$

Estos esfuerzos son considerablemente inferiores a los $2,5 \text{ kg/cm}^2$ que soporta el terreno a 1,6 m de profundidad, y del orden de los $1,2 \text{ kg/cm}^2$ que soporta el terreno entre 1,20 y 1,40 m de profundidad según el estudio geotécnico (si bien es preciso mencionar que en las otras muestras tomadas a escasa distancia de esta la resistencia del terreno era incluso mayor). Esto abre la posibilidad de reducir las zapatas a un menor perímetro, limitándolas a regiones entorno a los vértices del octágono conectadas entre sí mediante arcos de vértice a vértice para transmitir las cargas y que podrían estar hechos de hormigón vertido desde el nivel del suelo o de mampostería caliza. Esto, además de reducir el material necesario podría simplificar considerablemente el procedimiento constructivo (especialmente en el caso de emplear hormigón para los arcos), pues como ya hemos comentado antes, parece problemático levantar un muro de mampostería desde 1,6 m bajo el nivel del suelo (el albañil tiene que trabajar allí abajo, por lo que la zanja debe ser mucho más ancha y recubrirse posteriormente de nuevo). Sin embargo, el contenido energético del hormigón (embodied energy) es considerablemente superior al del muro de mampostería caliza, por lo que sería adecuado comparar los costes completos de ambas opciones así como la calidad estructural de la cimentación conseguida con ellas para decidir la opción más adecuada.

Por otro lado, en el caso de emplear la zapata de mampostería podría ser conveniente disponer en la base de la misma un par de hiladas de ladrillo macizo para mejorar la distribución de esfuerzos sobre el terreno. Así mismo, para la coronación del muro de arranque de mampostería también suele ser adecuado disponer un par de hiladas de ladrillo, que en este caso podrían disponerse de ladrillo 'Canabrick' para romper el puente térmico vertical de los muros (la conductividad del bloque de canabick de $0,19 \text{ W/m-K}$ es considerablemente inferior a la de la piedra caliza $1,4 - 2,3 \text{ W/m-K}$)

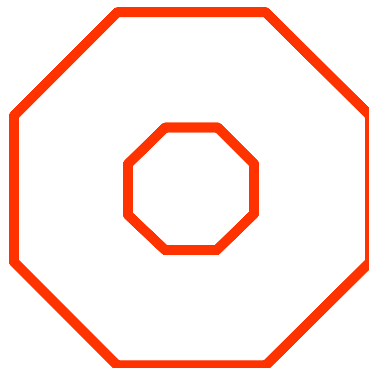


Figura-4: Emplazamiento de las cimentaciones.

2.5. Forjado PA y altillo

Para los cálculos de las vigas, hemos considerado en las mismas la reducción de sección de trabajo respecto a la nominal asociada al proceso de cepillado / acabado que recomienda Timoshenko. A modo de ejemplo en la siguiente tabla mostramos las secciones eficaces de distintas secciones nominales involucradas:

Sección Nominal	Sección Neta
10x20	8,89x19,05
15x20	13,97x19,05
20x25	19,05x24,13
20x30	19,05x29,21

2.5.1. Configuración propuesta en el proyecto

Presentamos en primer lugar los resultados del análisis de la estructura de forjado propuesta en el proyecto.

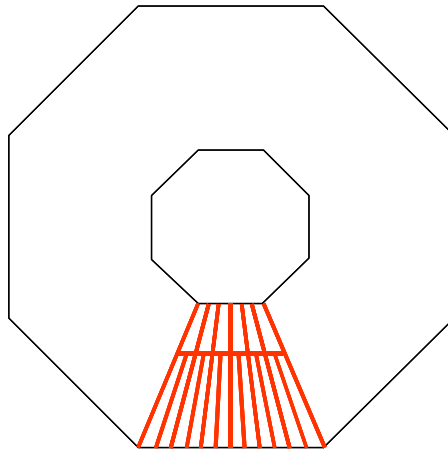


Figura-5: Configuración forjado PA y altillo propuesta en proyecto. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante.

En los resultados presentados diferenciamos los distintos tipos de viga:

- Viga larga: Asociada al anillo de mayor radio
- Viga corta: Asociada al anillo de menor radio

Así mismo en el anillo de mayor radio diferenciamos entre la viga del vértice del octágono (la más larga) y la del medio del octante (la más corta).

La nomenclatura principal que manejamos es:

$\sigma_{\max}$: esfuerzo máximo de trabajo en la viga.

$x_{1\max} / L$: Posición de la sección en la que se encuentra la sección de máximo esfuerzo referida a la luz de la viga (contada desde el muro de carga exterior).

$v_{\max}$: Flecha máxima en la viga.

$x_{2\max} / L$: Posición de la sección en la que se encuentra la sección de máxima flecha referida a la luz de la viga (contada desde el muro de carga exterior).

Es de resaltar que la carga considerada sobre las vigas no es uniforme, sino la derivada del caso de carga adoptado por unidad de superficie de forjado, que conduce a una dependencia lineal de la carga por unidad de longitud en las vigas radiales.

En la siguiente tabla mostramos los resultados de esfuerzos y flechas máximas para los distintos casos de carga considerados. En cada celda el primer valor corresponde a la viga corta y el segundo a la viga larga, ambas de la esquina del octágono.

Vigas 15x20: Volumen madera = 11,208 m³

Viga corta esquina | Viga larga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$x_{1\max} / L$ (%)		$v_{\max}$ (cm)		$L / v_{\max}$		$x_{2\max} / L$ (%)	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	33	70	47,1	52,8	0,40	1,68	836	279	49,3	50,6
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	29	60	47,1	52,8	0,34	1,44	976	326	49,3	50,6
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	19	39	47,1	52,8	0,23	0,95	1488	497	49,3	50,6
Altillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	17	36	47,1	52,8	0,21	0,86	1626	543	49,3	50,6
Altillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	11	23	47,1	52,8	0,13	0,54	2583	863	49,3	50,6

Respecto a los esfuerzos, en estos resultados se observa cómo incluso para $p = 525 \text{ kg/m}^2$ las vigas cortas por un lado están trabajando de forma muy sobredimensionada (uso poco eficiente del material), y por otro lado alivian poco las condiciones de trabajo de la viga larga. Para el caso $p = 525 \text{ kg/m}^2$ el forjado propuesto cumpliría con el límite de esfuerzos de trabajo admisibles para la viga larga ($\sigma_{\max} < 80 \text{ kg/cm}^2$), pero tendría deformaciones superiores a lo admisible ($L/v_{\max} < 300$).

Para $p = 450 \text{ kg/cm}^2$ el forjado quedaría sobredimensionado para las vigas cortas y estaría en el límite de las deformacionesd admisibles con las vigas largas.

Para los casos de $p < 450 \text{ kg/m}^2$, el forjado propuesto está muy sobredimensionado en cuanto a esfuerzos y deformaciones, tanto en las vigas largas como en las cortas.

Respecto a las deformaciones, el Eurocódigo-5 recomienda valores de $L/v_{\max} \in (300, 500)$. Por tanto, vemos cómo la viga corta está muy sobredimensionada para todos los casos de carga, mientras que la viga larga quedaría infradimensionada para $p > 450 \text{ kg/m}^2$ y sobredimensionada para los casos de carga con $p < 450 \text{ kg/m}^2$. En concreto, para los casos de forjado seco en PA y

del altillo, el forjado propuesto está muy sobredimensionado en cuanto a actuaciones.

A la luz de estos resultados llegamos a las siguientes conclusiones:

- La estructura de forjado propuesta parece poco eficiente en el uso del material en las vigas cortas.
- El forjado propuesto está muy sobredimensionado para el altillo.

Por tanto proponemos:

- Eliminar el anillo de vigas cortas en el forjado y constituirlo sólo mediante una única rueda de vigas largas.
- Emplear un forjado para el altillo distinto al de la PA por sus menores exigencias estructurales.
- En el caso de querer finalmente mantener la configuración actual del forjado con dos anillos de vigas:
 - o Para el caso del forjado PA húmedo se debe reducir la sección de las vigas cortas y aumentar la de las vigas largas.
 - o Para el forjado PA seco se puede mantener la sección de vigas largas o reducirlas un poco, y se debe reducir la sección de las vigas cortas.
 - o Para el forjado del altillo se deben reducir las secciones tanto de vigas largas como cortas.

Pasamos a continuación a analizar las actuaciones de este forjado redimensionado y de los nuevos forjados propuestos. El mejor forjado será aquel que cumpla los requerimientos de tensión ($\sigma_{\max} < 80 \text{ kg/cm}^2$) y deformación ($L/v_{\max} > 300$) con un coste mínimo, y por lo general este será el forjado que haga un uso más eficiente del material resistente.

Sin embargo, antes de ello analizamos la viga más larga del octágono interior en el forjado de PA. Esta viga sí está sometida a una carga uniforme, y será común a todos los forjados (el actual y los nuevos propuestos).

2.5.2. Viga central del octágono interior del forjado PA

En las tablas siguientes mostramos los resultados de esfuerzos y deformaciones de esta viga sometida a las cargas de los distintos forjados de PA y con distintas secciones de viga. En este caso, tanto el esfuerzo máximo como la máxima flecha se encuentran en el centro de la viga.

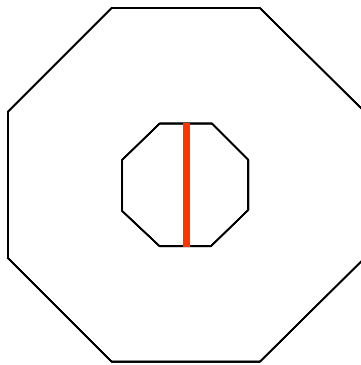


Figura-6: Emplazamiento de la viga considerada en este apartado.

Viga 15x20

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	L / $v_{\max}$
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	86	2,03	231
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	74	1,74	270
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	48	1,14	411

Viga 15x25

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	L / $v_{\max}$
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	53	1,00	470
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	46	0,86	548
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	30	0,56	836

Por tanto podemos concluir que con la sección actual de 15x20 esta viga no es apropiada para el forjado húmedo (independientemente del tipo de tabiquería), y sólo sería válida para el forjado seco en PA. Por tanto, esta viga debe ser de sección 15x25.

2.5.3. Actuaciones del forjado propuesto redimensionado.

Pasamos a continuación a analizar las actuaciones del forjado con la configuración propuesta pero redimensionando las vigas para que trabajen de forma más adecuada.

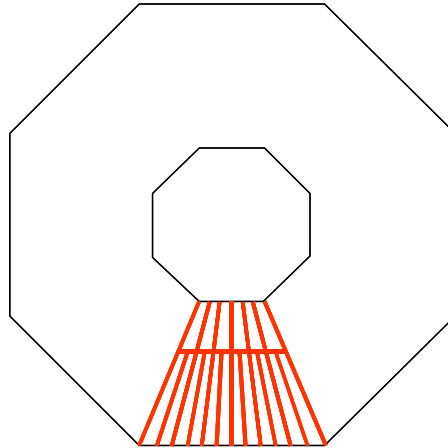


Figura-7: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas de un octante.

2.5.3.1. Forjado húmedo de PA con tabiquería cerámica

En este caso debemos aumentar la sección de las vigas largas y reducir la de las cortas. Los emplazamientos de las secciones de máxima tensión y deformación son los mismos que en el forjado original.

Viga corta esquina | Viga larga esquina

Sección		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
15x20	15x20	33	70	0,40	1,68	836	279
15x15	15x25	62	43	1,02	0.83	330	568
10x15	20x20	98	51	1,60	1,23	210	381

Como podemos observar en la tabla anterior, esta configuración de forjado dificulta realizar un buen aprovechamiento de los materiales resistentes con las secciones de viga normalizadas. En efecto:

- Con las dimensiones originales (largas y cortas 15x20) las vigas cortas están muy sobredimensionadas y las largas ligeramente infradimensionadas.
- Al reducir la sección de vigas cortas a 15x15 estas pasan a trabajar cumpliendo los criterios de tensión y deformación pero están muy cerca del límite de deformaciones.
- Al aumentar la sección de vigas largas a 15x25 (como la necesaria en la viga larga del octágono interior), pasan a estar ligeramente sobredimensionadas.

- Las vigas largas de 20x20 están menos sobredimensionadas en cuanto a esfuerzos y defromaciones, pero usan más material que las de 15x25.

Por tanto, de mantener esta configuración en el forjado deberían implementarse vigas cortas de 15x15 y vigas largas de 15x25. Esta solución supone un ahorro del 9,0 % en volumen de madera de vigas respecto al forjado actualmente propuesto en proyecto.

2.5.3.2. Forjado húmedo de PA con tabiquería cartón-yeso

En este caso, las vigas largas cumplen criterios de tensión y deformación, pero están justo en el límite admisible de deformaciones. En cuanto a las vigas cortas están considerablemente sobredimensionadas.

Viga corta esquina | Viga larga esquina

Sección		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
15x20	15x20	29	60	0,34	1,44	976	326
15x15	20x20	53	44	0,87	1,06	385	445
10x15	15x25	84	37	1,37	0,71	245	663

El dimensionado apropiado de las vigas cortas es 15x15. Al emplear vigas largas de 15x20 se obtiene un ahorro en volumen de madera de vigas del 21,8 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto. Sin embargo, las deformaciones de estas vigas son ligeramente superiores al criterio adoptado. AL implementar vigas largas de 20x20 o 15x25 ya se consigue satisfacer el criterio de deformaciones admisibles, y por involucrar la sección 15x25 un menor consumo de madera, es la elegida. Por tanto, vemos como el dimensionado apropiado de este forjado es con vigas cortas de 15x15 y vigas largas de 15x25, que supone un ahorro en volumen de madera de vigas de un 9,0 %.

2.5.3.3. Forjado seco de PA

A continuación presentamos los resultados para este forjado, que en la configuración original resulta estar muy sobredimensionado en cuanto a las vigas cortas.

Viga corta esquina | Viga larga esquina

Sección		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
15x20	15x20	19	39	0,23	0,95	1488	497
15x15	15x15	35	73	0,57	2,40	587	196
10x15	10x20	55	61	0,90	1,49	374	316

Por tanto, el dimensionado apropiado de este forjado es con vigas cortas de 15x15 y vigas largas de 15x20, que supone un ahorro en consumo de madera de vigas del 10,3 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto.

2.5.3.4. Forjado altillo

En este caso, tanto vigas cortas como largas están sobredimensionadas. Presentamos los resultados para $p = 270 \text{ kg/m}^2$.

Viga corta esquina | Viga larga esquina

Sección		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
15x20	15x20	17	36	0,21	0,86	1626	543
15x15	15x15	32	66	0,52	2,19	641	214
10x15	10x20	50	56	0,82	1,36	408	346

Por tanto, el dimensionado apropiado de este forjado es con vigas cortas de 10x15 y vigas largas de 10x20, que supone un ahorro en consumo de madera de vigas del 40,2 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto..

Por tanto, redimensionado el forjado de la configuración propuesta para PA y altillo, y tomado como referencia los forjados actualmente propuestos en el proyecto (volumen total de madera en vigas de 24,066 m³), al considerar un forjado de PA húmedo con tabiquería cerámica obtenemos una ahorro total (PA + altillo) de madera en vigas del 23,5 %.

Sin embargo, la configuración propuesta parece muy complicada de implementar, y merece la pena explorar las posibilidades de forjados de implementación más sencilla y con potencial para un menor consumo de madera.

2.5.4. Nuevas configuraciones de forjado PA y altillo.

A continuación presentamos resultados de los forjados propuestos.

Los nuevos forjados propuestos están formados por vigas radiales biapoyadas en los dos muros de carga, y se obtienen de los propuestos en el proyecto eliminando las vigas cortas y en caso de ser necesario modificando el número de vigas largas y/o su espaciado respecto a la propuesta actual del proyecto.

Pasamos a analizar los resultados de las nuevas configuraciones de forjado para la PA y el altillo.

2.5.4.1. Forjado con 7 vigas por vertiente con el espaciado actual.

Empezamos por analizar un el comportamiento del forjado obtenido al eliminar las vigas cortas de la propuesta actual. En este caso quedan 7 vigas por vertiente de tejado (48 vigas en total) que en la propuesta actual no están equiespaciadas, sino más juntas en el centro de la arista del octágono y más espaciadas cerca del vértice. Es de resaltar que esta no es la configuración más apropiadas, pues las vigas cercanas al vértice, además de una mayor luz, deben aguantar más carga. El espaciamiento óptimo de las vigas sería uno para el cual la distancia entre vigas se va reduciendo desde el centro de la arista hacia la esquina del octágono de tal forma que todas las vigas trabajen con el mismo esfuerzo máximo o flecha (según criterio de diseño adoptado). Con las vigas equiespaciadas este forjado daría una separación entre ejes de vigas de 95 cm en el muro de carga exterior y de 33 cm en el muro de carga interior.

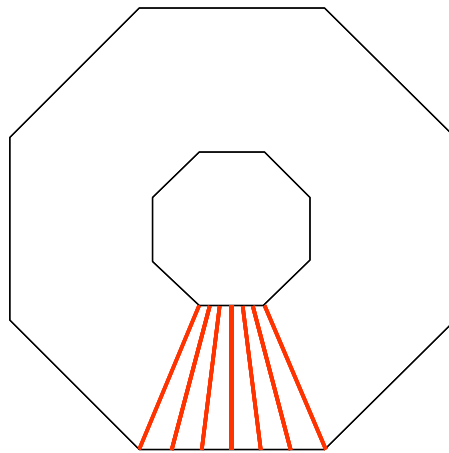


Figura-8: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante.

En las siguientes tablas mostramos los resultados de esfuerzos y deformaciones máximas en la viga central y la de la esquina para las secciones nominales de viga de 15x20 , 15x25 , y 20x25.

Como podemos observar, el criterio de deformaciones ($L/v_{\max} \geq 300$) es más exigente que el criterio de esfuerzos ($\sigma_{\max} \leq 80 \text{ kg/cm}^2$) en todos los casos.

Las secciones en las que se presentan el máximo esfuerzo y la máxima flecha son independientes de la carga aplicada y de la viga empleada. Dichas secciones son las siguientes:

- Sección de máximo esfuerzo:
 - o Viga central: $x_{1\max} / L = 46,9 \%$
 - o Viga esquina: $x_{1\max} / L = 45,5 \%$

- Sección de máxima flecha:
 - o Viga central: $x_{2\max} / L = 49,3 \%$
 - o Viga esquina: $x_{2\max} / L = 48,9 \%$

Viga 15x20: Volumen madera = $6,60 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	97	108	2,00	2,54	220	185
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	83	92	1,71	2,17	257	216
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	54	61	1,12	1,43	392	330
Alttillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	50	55	1,03	1,30	428	360
Alttillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	31	35	0,65	0,82	680	572

Viga 15x25: Volumen madera = $8,25 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	60	67	0,98	1,25	447	377
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	52	58	0,84	1,07	522	439
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	34	38	0,55	0,70	796	670
Alttillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	31	35	0,51	0,64	870	732
Alttillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	19	22	0,32	0,40	1381	1163

Viga 20x25: Volumen madera = $11,00 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	44	49	0,72	0,92	610	513
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	38	42	0,62	0,78	712	599
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	25	28	0,41	0,51	1085	914
Alttillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	23	25	0,37	0,47	1186	998
Alttillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	14	16	0,23	0,30	1884	1586

Como puede observarse en estos resultados, la viga de la esquina está algo más solicitada que la viga central. Aumentando la distancia entre las vigas centrales y reduciendo la distancia entre las vigas cercanas a la esquina se puede conseguir que todas las vigas trabajen en los mismos rangos de tensión y deformación.

Con las vigas de 15x20 vemos cómo esta configuración de forjado es insuficiente para la PA con forjado húmedo. Sin embargo, para la planta alta con forjado seco (al límite de deformaciones) y para el altillo con $p = 270 \text{ kg/m}^2$ esta configuración de forjado con vigas de 15x20 ya es apropiada (aunque podría optimizarse el espaciado). Para el altillo con $p = 170 \text{ kg/m}^2$ este forjado con vigas de 15x20 queda sobredimensionado, pudiéndose reducir la sección de las vigas empleadas. Los $6,6 \text{ m}^3$ de volumen en vigas de este forjado significan un ahorro respecto a la configuración actual del proyecto del 41,1 %.

Para aumentar la rigidez y reducir esfuerzos en el caso de forjado PA húmedo hay dos posibilidades, una es aumentar el número de vigas y la otra aumentar su sección. En este apartado hemos explorado las posibilidades de aumentar la sección.

Para las vigas de 15x25 esta configuración de forjado ya es apropiada para el forjado húmedo (con tabiques cerámicos o de cartón-yeso), si bien conviene optimizar espaciados para uniformizar las solicitaciones sobre las vigas. Recordemos que la viga central del octágono interior también exigía esta sección de viga. Por tanto, una solución apropiada para todo el forjado de PA húmedo consiste en emplear el mismo número de vigas largas que en el forjado propuesto para el anillo perimetral (48 vigas), pero aumentando su sección a 15x25, y completar el forjado empleando vigas de esta misma sección para el octágono interior. Los $8,25 \text{ m}^3$ del anillo octagonal de este forjado suponen un ahorro respecto a la solución actualmente propuesta en el proyecto del 35,8 %. En este forjado se debe optimizar la separación entre vigas (mayor en el centro y menor cerca de las esquinas) para uniformizar las deformaciones y tensiones experimentadas por las distintas vigas. Este forjado emplea una cantidad de madera considerablemente inferior al actualmente propuesto en el proyecto, y en él todas las vigas trabajan con solicitaciones parecidas (uso eficiente del material resistente). La única limitación que puede surgir es la debida al excesivo espaciado entre las vigas en su apoyo sobre el muro exterior (95 cm si se colocan equiespaciadas) desde el punto de vista del tablero de madera. En el caso de que este problema sea crítico se pueden añadir más vigas largas reduciendo la sección de las mismas y manteniendo un uso de madera inferior al del forjado actualmente propuesto.

Con las vigas de 15x25, el forjado resulta ya sobredimensionado para PA con forjado seco y para el altillo.

Con las vigas de 20x25 el forjado resulta sobredimensionado para PA y para altillo, por lo que por razones estructurales no hace falta recurrir a esta sección de viga.

Por tanto, el ahorro total de esta configuración de forjado en vigas de madera para altillo y PA respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto es del 38,3 %.

2.5.4.2. Forjado con 8 vigas por vertiente con espaciado uniforme.

Exploramos en esta apartado las posibilidades de un forjado en el que se añada una viga más en cada vertiente del tejado, por lo que consta de un total de 56 vigas en el anillo octagonal entre muros de carga. El añadir vigas adicionales, es por un lado una solución alternativa a aumentar la sección de la viga, y por otro lado puede resultar conveniente por las exigencias de rigidez del tablero de madera que apoya encima de las vigas del forjado.

En este caso, empleamos un espaciado uniforme entre las vigas en su apoyo en el muro de carga exterior (81 cm) y en el muro de carga interior (29 cm). No hemos buscado el espaciado óptimo por limitar el proceso de optimización a la configuración final elegida.

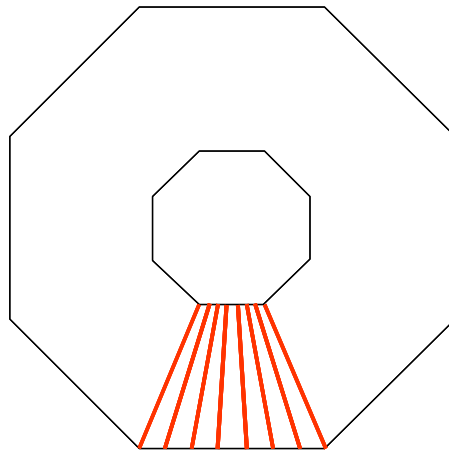


Figura-9: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante.

Las secciones en las que se presentan el máximo esfuerzo y la máxima flecha son independientes de la carga aplicada y de la viga empleada. Dichas secciones son las siguientes:

- Sección de máximo esfuerzo:
 - o Viga central: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
- Sección de máxima flecha:
 - o Viga central: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$

Viga 10x20: Volumen madera = 5,152 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	131	138	2,70	3,25	163	145
PA: p = 450 kg/m ²	112	118	2,31	2,78	190	169
PA: p = 295 kg/m ²	73	77	1,52	1,83	290	257
Alttillo: p = 270 kg/m ²	67	71	1,39	1,67	317	281
Alttillo: p = 170 kg/m ²	42	45	0,87	1,05	503	447

Viga 15x15: Volumen madera = 5,796 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	155	163	4,36	5,24	101	90
PA: p = 450 kg/m ²	133	140	3,73	4,49	118	105
PA: p = 295 kg/m ²	87	92	2,45	2,95	180	160
Alttillo: p = 270 kg/m ²	80	84	2,24	2,70	196	174
Alttillo: p = 170 kg/m ²	50	53	1,41	1,70	312	277

Viga 15x20: Volumen madera = 7,728 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	83	88	1,72	2,07	256	227
PA: p = 450 kg/m ²	71	75	1,47	1,77	299	265
PA: p = 295 kg/m ²	47	49	0,97	1,16	456	405
Alttillo: p = 270 kg/m ²	43	45	0,88	1,06	498	442
Alttillo: p = 170 kg/m ²	27	28	0,56	0,67	791	702

Viga 20x20: Volumen madera = $10,304 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	61	64	1,26	1,52	349	310
PA: p = 450 kg/m ²	52	55	1,08	1,30	407	362
PA: p = 295 kg/m ²	34	36	0,71	0,85	621	552
Alttillo: p = 270 kg/m ²	31	33	0,65	0,78	679	603
Alttillo: p = 170 kg/m ²	20	21	0,41	0,49	1078	957

Viga 15x25: Volumen madera = $9,660 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	52	55	0,85	1,02	520	462
PA: p = 450 kg/m ²	44	47	0,72	0,87	607	539
PA: p = 295 kg/m ²	29	31	0,48	0,57	926	822
Alttillo: p = 270 kg/m ²	27	28	0,43	0,52	1012	898
Alttillo: p = 170 kg/m ²	17	18	0,27	0,33	1607	1427

Ahora se han equiespaciado las vigas (en propuesta original están más cercanas en el centro), con lo que las cargas y deformaciones se uniformizan más. Sin embargo, la viga de los vértices del octágono sigue siendo más crítica, indicando que el espaciado óptimo desde el punto de vista del forjado todavía requiere mayor separación entre las vigas del centro y menor en las vigas cerca de esquinas.

Para el forjado del alttillo, basta en este caso con emplear vigas de 10x20, que con su volumen de madera en vigas de $5,152 \text{ m}^3$ suponen un ahorro del 54,0 % respecto a la solución actualmente propuesta.

El forjado seco de PA está justo fuera del límite de deformaciones al emplear vigas 10x20 y correctamente dimensionado al emplear vigas de 15x20. Por tanto, en esta configuración de forjado se deberían emplear para la PA con forjado seco las vigas 15x20, que con su volumen de madera en vigas de $7,728 \text{ m}^3$ suponen un ahorro del 39,9 % respecto a la solución actualmente propuesta.

El forjado de PA húmedo, queda correctamente dimensionado (si bien en el límite admisible para tabiquería cerámica) con vigas de 20x20 y ligeramente sobredimensionado con vigas 15x25. La solución con vigas 20x20 requiere más masa de madera, y por tanto es menos eficiente desde el punto de vista del uso del material, por lo que elegiríamos la sección 15x25, que con su volumen de madera en vigas de 9,66 m³ suponen un ahorro del 24,9 % respecto a la solución actualmente propuesta.

Por tanto, considerando tanto el forjado de PA como el del altillo, las soluciones recomendadas con forjado de 8 vigas por vertiente suponen un ahorro de volumen de madera de vigas del 46,5 % al emplear un forjado seco en PA y del 38,5 % al emplear un forjado húmedo en PA.

2.5.4.3. Forjado con 9 vigas por vertiente con espaciado uniforme.

Exploramos en esta apartado las posibilidades de un forjado en el que se añada una viga más en cada vertiente del tejado, por lo que consta de un total de 64 vigas en el anillo octagonal entre muros de carga. El añadir vigas adicionales, es por un lado una solución alternativa a aumentar la sección de la viga, y por otro lado puede resultar conveniente por las exigencias de rigidez del tablero de madera que apoya encima de las vigas del forjado.

En este caso seguimos presentando resultados para un espaciado uniforme de las vigas en el muro de carga exterior (71 cm) e interior (25 cm). Tal y como hemos visto antes, el forjado se podría optimizar reduciendo el espaciado cerca de las esquinas y aumentándolo en el centro.

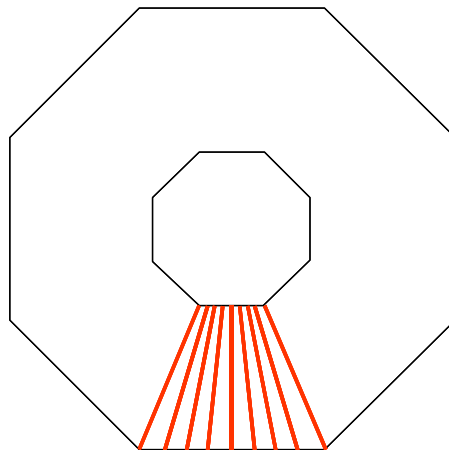


Figura-10: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante.

Las secciones en las que se presentan el máximo esfuerzo y la máxima flecha son independientes de la carga aplicada y de la viga empleada. Dichas secciones son las siguientes:

- Sección de máximo esfuerzo:
 - o Viga central: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
- Sección de máxima flecha:
 - o Viga central: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$

Viga 10x20: Volumen de madera = $5,856 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	114	121	2,36	2,84	186	165
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	98	103	2,03	2,44	217	193
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	64	68	1,33	1,60	331	294
Alttillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	59	62	1,22	1,46	362	322
Alttillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	37	39	0,77	0,92	575	511

Viga 15x15: Volumen de madera = $6,588 \text{ m}^3$

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: $p = 525 \text{ kg/m}^2$	135	143	3,81	4,59	115	102
PA: $p = 450 \text{ kg/m}^2$	116	122	3,27	3,93	135	120
PA: $p = 295 \text{ kg/m}^2$	76	80	2,14	2,58	205	182
Alttillo: $p = 270 \text{ kg/m}^2$	70	73	1,96	2,36	224	199
Alttillo: $p = 170 \text{ kg/m}^2$	44	46	1,23	1,48	356	317

Viga 15x20: Volumen de madera = 8,784 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	73	77	1,50	1,81	293	260
PA: p = 450 kg/m ²	62	66	1,29	1,55	341	303
PA: p = 295 kg/m ²	41	43	0,84	1,02	521	462
Altillio: p = 270 kg/m ²	37	39	0,77	0,93	569	505
Altillio: p = 170 kg/m ²	24	25	0,49	0,59	904	803

Viga 20x20: Volumen de madera = 11,712 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	53	56	1,10	1,33	399	354
PA: p = 450 kg/m ²	46	48	0,95	1,14	466	413
PA: p = 295 kg/m ²	30	32	0,62	0,75	710	631
Altillio: p = 270 kg/m ²	27	29	0,57	0,68	776	689
Altillio: p = 170 kg/m ²	17	18	0,36	0,43	1232	1094

Viga 15x25: Volumen de madera = 10,980 m³

Viga central | Viga esquina

Caso carga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		L / $v_{\max}$	
PA: p = 525 kg/m ²	45	48	0,74	0,89	595	528
PA: p = 450 kg/m ²	39	41	0,63	0,76	694	616
PA: p = 295 kg/m ²	26	27	0,42	0,50	1058	940
Altillio: p = 270 kg/m ²	23	25	0,38	0,46	1156	1027
Altillio: p = 170 kg/m ²	15	15	0,24	0,29	1837	1631

Para el forjado del altillo basta con vigas 10x20 como en el caso anterior, que con su volumen de madera en vigas de $5,856 \text{ m}^3$ supone un ahorro del 47,8 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto. Pero esta solución con 9 vigas es más apropiada si se prevé acercarse a los 270 kg/m^2 .

Para el forjado de PA seco la solución con vigas 10x20 está ahora en el límite de lo admisible, pero parece más adecuado emplear la solución con vigas 15x20, que con su volumen de madera en vigas de $8,784 \text{ m}^3$ supone un ahorro del 31,7 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto.

Para el forjado de PA húmedo con tabiquería de cartón-yeso, la solución con vigas 15x20 entra, aunque apuradilla, dentro de los límites de deformación admisibles, mientras que la solución con vigas 15x25 está bastante sobredimensionada. La solución con vigas 20x20 es es apropiada en cuanto a esfuerzos y deformaciones, pero usa más cantidad de madera que la solución 15x25. Por tanto, en este caso nos quedaríamos con la solución a base de vigas 15x25.

Para el forjado de PA húmedo con tabiquería cerámica, la solución con vigas 15x20 se queda (por poco) fuera de los márgenes de deformaciones admisibles. Las soluciones con vigas 20x20 y 15x25 cumplen ambas. Como la solución con vigas 15x25 emplea menos madera y proporciona una rigidez superior sería la elegida en este caso, que con su volumen de madera en vigas de $10,980 \text{ m}^3$ supone un ahorro del 14,6 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto.

Por tanto, considerando tanto el forjado de PA como el del altillo, las soluciones recomendadas con forjado de 9 vigas por vertiente suponen un ahorro de volumen de madera de vigas del 39,2 % al emplear un forjado seco en PA y del 30,0 % al emplear un forjado húmedo en PA.

Como hemos visto, para optimizar el aprovechamiento estructural de los materiales, el forjado óptimo sería aquel en que todas las vigas trabajan con tensiones y deformaciones parecidas. En la tipología octagonal, las vigas cercanas a los vértices del octágono soportan una mayor carga que las vigas centrales de cada vertiente por su mayor longitud, por lo que en principio el forjado óptimo tiene un espaciado entre vigas que decrece desde el centro de cada fachada hacia los vértices. Sin embargo, dado que la viga de la esquina presenta una menor carga por unidad de longitud (debido a su inclinación), hemos visto cómo con los forjados que emplean vigas con espaciamiento uniforme, los esfuerzos de trabajo de todas las vigas son bastante parecidos, y las deformaciones no son tan cercanas, pero caen dentro de los mismos ordenes de magnitud. Esto, junto a la simplicidad constructiva y a los requerimientos del tablero que se coloca encima de las vigas hace recomendar un espaciado uniforme entre las vigas del forjado.

2.6. Forjado de cubierta

2.6.1. Forjado de cubierta original (8 vigas exteriores y 8 vigas interiores)

En la primera propuesta este forjado estaba apoyado sobre 8 vigas de 20x25, y en la propuesta actual sobre 8 vigas de 25x25 (que reducen su sección sobre el octágono interior a 15x20)

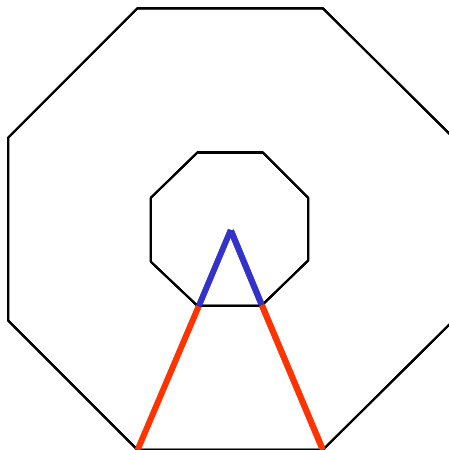


Figura-11: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante. Las vigas exteriores se muestran en rojo y las interiores en azul.

Los esfuerzos de compresión sobre la base de cada una de las vigas gruesas es de $\sigma_{\text{compr}} = 5,8 \text{ kg/cm}^2$ para la sección 20x25 y de $\sigma_{\text{compr}} = 4,6 \text{ kg/cm}^2$ para la sección 25x25, mientras que el esfuerzo de compresión sobre la viga 15x20 es de $\sigma_{\text{compr}} = 1,2 \text{ kg/cm}^2$. Ninguno de estos esfuerzos resulta crítico, siendo la flexión la acción dominante sobre las vigas de la cubierta.

En la siguiente tabla mostramos los resultados del cálculo a flexión sobre las vigas exteriores del forjado de cubierta para las dos secciones propuestas. El máximo esfuerzo se localiza a un 46,1 % de la luz y la máxima flecha en un 49,1 % de la luz.

Sección viga	σ_{max} (kg/cm2)	v_{max} (cm)	L / v_{max}
20x25	207	4,81	109
25x25	164	3,80	138
20x30	141	2,71	194
25x30	112	2,14	245
25x35	81	1,33	394
25x40	62	0,88	593

Por otro lado, los resultados del cálculo a flexión de las vigas interiores son los siguientes ($x_{1\max} / L = 42,3 \%$; $x_{2\max} / L = 48,1 \%$):

Sección viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	$L / v_{\max}$
15x20	34	0,28	1010
15x15	63	0,70	398
10x15	99	1,10	253
10x20	53	0,43	643

Por tanto, como podemos ver, las vigas exteriores están muy infradimensionadas, no cumpliendo criterios de tensión ni de deformación. Sería necesario aumentar su sección a 25x35 para que pudieran trabajar en esta configuración, y es probable que esta sección no esté normalizada.

Por otro lado, las vigas interiores están sobredimensionadas bastando con una sección de 10 x20 para aguantar la solicitación impuesta.

Finalmente comprobamos las viguetas que descansan sobre las vigas radiales. La más larga de estas viguetas en esta configuración de forjado tiene una luz de 5,2 . A continuación mostramos los esfuerzos y deformaciones de esta viga en función de su sección nominal:

Sección viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	$L / v_{\max}$
10x20	98	2,84	183
15x20	62	1,81	288
10x25	61	1,40	372
15x25	39	0,89	585

Como puede observarse, la sección 10x20 propuesta en proyecto es insuficiente, siendo necesario pasar a la sección 10x25.

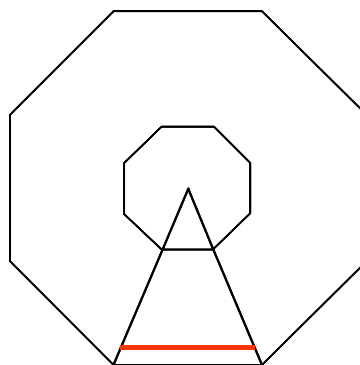


Figura-12: Emplazamiento de la vigueta considerada.

En cuanto a volúmenes de madera, la solución originalmente propuesta en proyecto (25x25 / 15x20 / 10x20) supone un volumen de 9,657 m³. Pero esta solución no cumple las restricciones de tensión y deformación. Si la redimensionamos (25x35 / 10x20 / 10x25) el volumen requerido es de 12,075 m³.

2.6.2. Forjado de cubierta con 16 vigas exteriores y 8 vigas interiores

Para las vigas exteriores, dado las elevadas secciones ya implicadas pasamos a analizar el forjado resultante al añadir una viga exterior más en el centro de cada cara del octágono, entre las paredes de carga interior y exterior, con lo que el forjado quedaría constituido por 16 vigas exteriores y 8 vigas interiores.

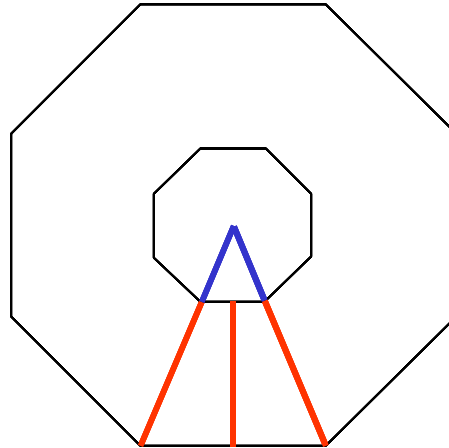


Figura-13: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante. Las vigas exteriores se muestran en rojo y las interiores en azul.

A continuación mostramos los resultados del cálculo a flexión sobre las vigas exteriores del nuevo forjado propuesto.

Las secciones en las que se presentan el máximo esfuerzo y la máxima flecha son independientes de la carga aplicada y de la viga empleada. Dichas secciones son las siguientes:

- Sección de máximo esfuerzo:
 - o Viga central: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
- Sección de máxima flecha:
 - o Viga central: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$

Viga central | Viga esquina

Secciones		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		$L / v_{\max}$	
25x25	25x25	72	82	1,37	1,90	346	276
20x25	25x25	92	82	1.74	1,90	273	276
20x25	20x25	92	104	1.74	2,40	273	218
20x30	20x30	63	71	0,98	1,36	484	387

A raíz de los resultados presentados en la tabla anterior se concluye que el dimensionado adecuado con esta configuración incorpora vigas de 20x30 en todas las vigas, con un volumen total de madera en las vigas del forjado de $4,797 \text{ m}^3$. La viga de sección 25x25 ya cumple los criterios de deformación y tensión en la viga central pero presenta un mayor volumen de madera que la de 20x30.

Pasamos por último a comprobar la vigueta de mayor longitud, que en este caso es de $5,2/2 = 2,6 \text{ m}$.

Sección viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	$L / v_{\max}$
10x10	112	1,75	149
10x15	45	0,45	578
10x20	24	0,18	1465

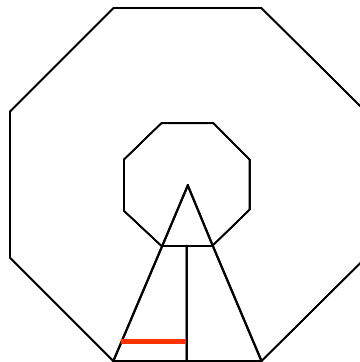


Figura-14: Emplazamiento de la vigueta considerada

Por tanto, en este caso bastaría con la sección 10x15, y el volumen total de madera (vigas + viguetas) de esta solución (20x30 / 10x20 / 10x15) es de $10,016 \text{ m}^3$.

2.6.3. Forjado de cubierta con 24 vigas exteriores y 8 vigas interiores

A continuación mostramos los resultados del cálculo a flexión sobre las vigas exteriores del nuevo forjado propuesto, en el cual las vigas están equiespaciadas tanto en la pared de carga exterior como en la interior.

Las secciones en las que se presentan el máximo esfuerzo y la máxima flecha son independientes de la carga aplicada y de la viga empleada. Dichas secciones son las siguientes:

- Sección de máximo esfuerzo:
 - o Viga central: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{1\max} / L = 46,1 \%$

- Sección de máxima flecha:
 - o Viga central: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$
 - o Viga esquina: $x_{2\max} / L = 49,1 \%$

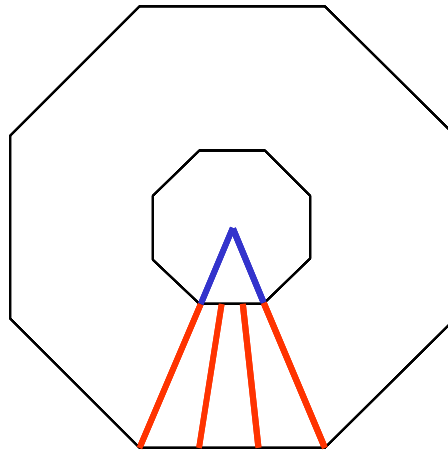


Figura-15: Configuración de forjado considerada en este apartado. Sólo se representan las vigas correspondientes a un octante. Las vigas exteriores se muestran en rojo y las interiores en azul.

Vigas centrales | Viga esquina

Secciones		$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (cm)		$L / v_{\max}$	
25x25	25x25	51	55	1,04	1,27	473	415
20x25	25x25	65	55	1,32	1,27	373	415
20x25	20x25	65	69	1,32	1,60	373	327
20x30	20x30	44	47	0,74	0,90	662	581

Como podemos ver en la tabla anterior, este forjado de cubierta con vigas de 20x25 ya satisface las condiciones de tensiones y deformaciones, si bien las vigas de las esquinas están cercanas al límite admisible de deformaciones, por lo que podría ser recomendable implementar las vigas de 20x30 en las esquinas (por tener menor volumen que las 25x25). Al emplear vigas cortas de 20x25 y largas de 20x30 el volumen de madera asociado a las vigas de este forjado sería de 6,447 m³, mientras que al usar en todas las vigas la sección de 20x30 tendríamos un volumen de 7,233 m³. Puesto que estos volúmenes de madera son superiores a los de la configuración anterior, a priori parece que es una solución menos apropiada, pero dada la importante contribución porcentual de las viguetas al volumen total se hace necesario evaluarlo para decidir la configuración más favorable.

Pasamos por tanto a comprobar la vigueta de mayor longitud, que en este caso será de $5,2/3 = 1,73$ m

Sección viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	$L/v_{\max}$
10x10	50	0,34	506
10x15	20	0,09	1962

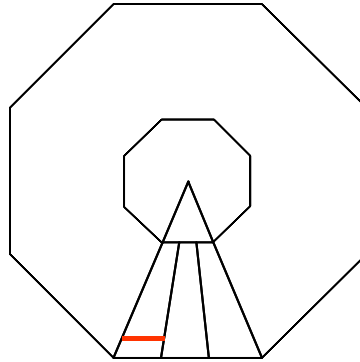


Figura-16: Emplazamiento de la vigueta considerada

Por tanto, vemos cómo en este caso bastaría con las vigas de 10x10 e incluso se podría aumentar la distancia del entrevigado más allá de los 50 cm. El consumo total de madera (vigas + viguetas) de la solución con esta configuración y dimensiones (20x30 / 10x20 / 10x10) es de 10,861 m³, que sigue siendo superior al volumen de la configuración anterior a pesar del ahorro en volumen de viguetas. Esta solución proporciona algo más de rigidez en las vigas largas, pero la del apartado anterior ya parece ser suficiente para el tejado.

Como conclusión, el forjado de cubierta propuesto queda constituido por 16 vigas exteriores (anillo octagonal entre muro de carga exterior e interior) de 20x30 y 8 vigas interiores (octágono interior) de 15x15.

3. Tablero de forjado

Hasta ahora hemos visto distintas soluciones posibles para los forjados de la vivienda que cumplen con las condiciones de tensión y deformación. Además conocemos el volumen de madera y número de vigas que implica su implementación.

Sin embargo, queda otro elemento que puede ser crítico para determinar la configuración de forjado a elegir, que son los requerimientos estructurales sobre el tablero de madera que apoya sobre las vigas y constituye la base del suelo del forjado.

En la solución constructiva considerada, sobre las vigas del forjado se deposita el tablero resistente, y sobre él un aislamiento acústico y tarima de madera en el caso de un forjado seco o bien una capa de hormigón aligerado y baldosas de barro en el caso del forjado húmedo. También es posible una solución seca

en la que encima del aislante acústico se colocan las baldosas de barro con un mortero especial.

Los tableros de madera empleados constan de placas de madera de 250 cm de longitud, 62 cm de ancho y distintos espesores (18 – 22 – 25 – 32 mm), machihembrados para configurar una placa plana que abarca todo el forjado. En caso de ser posible también se pueden colocar dos tableros para conseguir un mayor espesor.

Habitualmente, para la implementación de forjados secos se emplean tableros de 18 o 22 mm de espesor con distancias de entrevigado uniformes de unos 50 cm. Como límite de aplicación habitual, con el tablero de 32 mm se llega a distancias de entrevigado del orden de 65 cm.

Sin embargo, en la tipología octagonal, tal y como hemos visto los forjados presentan en su interior una distancia de entrevigado del orden de 30 cm o inferior, mientras que en su apoyo en el muro de carga exterior se encuentran distancias de entrevigado que en algunos casos llegan a 95 cm. Esta configuración divergente del entrevigado requiere un análisis estructural del tablero para determinar la viabilidad de las distintas soluciones propuestas.

Estructuralmente, el conjunto de tableros que configuran el forjado se comportan como una placa apoyada en su contorno y con múltiples apoyos interiores. El análisis estructural puede simplificarse de forma conservativa considerando la porción de placa plana situado entre dos vigas y los muros de carga como una placa plana apoyada en su contorno y sometida a una carga uniforme por unidad de superficie (este elemento tiene menor rigidez que el tablero del forjado completo por haber eliminado los apoyos interiores).

En una primera aproximación unidimensional puede realizarse un análisis estructural simplificado considerando un único tablero del piso del forjado como una viga, apoyada en sus extremos y con del orden de 3 o 4 apoyos intermedios. Un análisis conservativo de esta configuración (menor rigidez) se obtiene al considerar la porción del tablero simplemente apoyado entre dos vigas consecutivas. En este documento adoptaremos esta última aproximación que es la que proporciona la cota superior de las flechas alcanzadas, analizando dos casos de carga: Uniformemente distribuida y concentrada en el punto medio. Para la carga uniformemente distribuida emplearemos el peso por unidad de superficie de todo el forjado (si bien ahora el peso de las vigas ya no lo debe aguantar el tablero), y para la carga puntual en el centro tomaremos 120 kg.

Completaremos esta visión unidimensional (mínima rigidez), con los resultados de un análisis de placa plana biapoyada sobre dos vigas consecutivas y extendiéndose desde el muro de carga exterior al interior, con lo cual obtenemos una cota inferior de las flechas experimentadas por el tablero. Para ello, además del módulo de Young que venimos empleando ($E = 10 \text{ GPa}$), será necesario introducir el coeficiente de Poisson de la madera (ν). Una revisión bibliográfica muestra que este coeficiente muestra una variación considerable en la madera, siendo $\nu \in (0,3 - 0,5)$. Cuanto más elevado sea el coeficiente de Poisson, menor será la flecha bidimensional (placa plana) respecto a la unidimensional (viga). Nosotros adoptaremos un valor intermedio de $\nu = 0,4$. La máxima tensión en la placa es la misma que obtenemos con el cálculo unidimensional en la viga, modificándose sólo la deformación por la aparición

de momento flector en el otro eje. El valor de la flecha máxima en la placa lo denominaremos como $w_{\max}$.

El tablero que comprobaremos será siempre el más crítico, que es el más cercano al muro de carga exterior (mayor luz entre apoyos). Dada la configuración radial de las vigas del forjado cabría pensar en ir reduciendo el espesor del tablero de madera a medida que se evoluciona desde el muro de carga exterior hacia el interior, pero esta opción crearía complicaciones constructivas o discontinuidades no deseadas en el nivel del piso, por lo que no la vamos a considerar.

En el forjado de cubierta no hay problema con dicho tablero por estar colocadas las viguetas sobre las que descansa a la distancia convencional (50 cm).

3.1. Forjado húmedo planta alta con tabiquería cerámica

Forjado original equiespaciado (Espaciado = 47,5 cm)

carga uniforme					carga puntual					
Espesor Tablero (cm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm2)		$v_{\max}$ (mm)		L / $v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	28	43	0,72	0,87	664	545	0,60	0,73	790	648
2,2	19	28	0,39	0,48	1212	994	0,33	0,40	1442	1184
2,5	14	22	0,27	0,33	1778	1459	0,22	0,27	2116	1737
3.2	9	13	0.13	0.16	3728	3060	0.11	0.13	4439	3642

Forjado de 7 vigas (Espaciado = 95 cm)

carga uniforme carga puntual										
Espesor Tablero (cm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (mm)		L / $v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	112	85	11,45	6,98	83	136	9,62	5,86	99	162
2,2	75	57	6,27	3,82	151	249	5,27	3,21	180	296
2,5	58	44	4,27	2,60	222	365	3,59	2,19	265	434
3,2	35	27	2,04	1,24	466	765	1,71	1,04	555	911

Forjado de 8 vigas (Espaciado = 81 cm)

carga uniforme					carga puntual					
Espesor Tablero (cm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (mm)		L / $v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	81	73	6,05	4,33	134	187	5,08	3,63	159	223
2,2	54	49	3,32	2,37	244	342	2,78	1,99	291	407
2,5	42	38	2,26	1,61	359	502	1,90	1,36	427	597
3,2	26	23	1,08	0,77	752	1052	0,90	0,65	895	1253

Forjado de 9 vigas (Espaciado = 71 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		L / $V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	62	64	3,57	2,91	199	244	3,00	2,45	237	290
2,2	42	43	1,96	1,60	363	445	1,64	1,34	432	530
2,5	32	33	1,33	1,09	532	653	1,12	0,91	634	777
3,2	20	20	0,64	0,52	1116	1369	0,53	0,44	1329	1630

A raíz de estos resultados concluimos que incluso en el forjado húmedo de planta alta con tabiquería cerámica (máxima carga) es factible implementar cualquiera de los forjados con un único tablero. Sin embargo, en el caso de emplear el forjado de 7 vigas, las flechas máximas experimentadas por el tablero están en el límite superior de lo admisible. También podemos observar cómo para la configuración de forjado original el tablero de 3 cm especificado en proyecto está muy sobredimensionado incluso para este forjado (máxima carga).

Para entrevigados largos (95 cm , 81 cm y 71 cm) el caso de carga crítico es el de la carga uniforme, mientras que para el entrevigado corto (47,5 cm) el caso de carga crítica es la carga puntual. Para el entrevigado de 71 cm

Los espesores de tablero recomendados desde el punto de vista de deformaciones y tensiones para cada uno de los forjados propuestos son los siguientes:

- Forjado original equiespaciado: $e = 1,8$ cm
- Forjado de 9 vigas: $e = 2,5$ cm
- Forjado de 8 vigas: $e = 3,2$ cm
- Forjado de 7 vigas: $e = 3,2$ cm

El objetivo final es minimizar el volumen de madera consumido para conseguir las prestaciones deseadas. Anteriormente hemos indicado el volumen de madera necesario para las vigas de cada solución de forjado, pero realmente el objetivo es minimizar el volumen de madera total (vigas + tablero).

Los volúmenes de madera de tablero asociados a cada uno de los espesores de tablero considerados son los siguientes:

$e = 1,8$ cm:	$V = 2,669$ m ³
$e = 2,2$ cm:	$V = 3,263$ m ³
$e = 2,5$ cm:	$V = 3,708$ m ³
$e = 3,2$ cm:	$V = 4,746$ m ³

Por tanto, el volumen de madera total (viga+tablero) asociado a la solución propuesta para cada tipo de forjado es de:

- Forjado original (15x20 / 15x25 ; $e = 1,8$ cm): $V = 15,527$ m³
- Forjado de 9 vigas (15x25 ; $e = 2,5$ cm): $V = 14,688$ m³

- Forjado de 8 vigas (15x25 ; e = 3,2 cm): $V = 14,406 \text{ m}^3$
- Forjado de 7 vigas (15x25 ; e = 3,2 cm): $V = 12,996 \text{ m}^3$

Como podemos ver, dado el carácter discreto de los espesores de tablero disponibles, el volumen de madera asociado al tablero diluye considerablemente las ventajas asociadas a la reducción de volumen de madera en las vigas al reducir el número de vigas del forjado. Estos volúmenes de madera deben compararse con los de la solución actualmente presentada en el proyecto (corrigiendo la deficiencia estructural de las vigas largas) formado por vigas 15x20 / 15x25 y tablero 3,2 cm ($V = 17,604 \text{ m}^3$).

A la vista de lo anterior parece que la solución óptima desde el punto de vista del consumo de madera y facilidad de construcción es la del forjado de 7 vigas 15x25 con espesor de tablero de 3,2 cm. Sin embargo, este forjado está en el límite de deformaciones admisibles para el forjado de PA ($L/v_{\max} = 377$ para la viga de la esquina del octágono), y al aumentar la sección de las vigas a 20x25 el volumen de madera en vigas sube por encima de la solución de forjado de 8 vigas. Por tanto, para la planta alta con forjado húmedo y tabiquería cerámica recomendamos el forjado de 8 vigas 15x25 con tablero de e = 3,2 cm, que supone un ahorro del 18,2 % de madera respecto a la solución actual en proyecto.

3.2. Forjado húmedo planta alta con tabiquería cartón-yeso

Forjado original equiespaciado (Espaciado = 47,5 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (mm)		$L/v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	24	43	0,60	0,87	789	545	0,51	0,73	939	648
2,2	16	28	0,33	0,48	1440	994	0,28	0,40	1715	1184
2,5	12	22	0,22	0,33	2114	1459	0,19	0,27	2516	1737
3,2	7	13	0,11	0,16	4433	3060	0,09	0,13	5277	3642

Forjado de 7 vigas (Espaciado = 95 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (mm)		$L/v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	94	85	9,63	6,98	99	136	8,09	5,86	117	162
2,2	63	57	5,28	3,82	180	249	4,43	3,21	214	296
2,5	49	44	3,60	2,60	264	365	3,02	2,19	315	434
3,2	30	27	1,71	1,24	554	765	1,44	1,04	660	911

Forjado de 8 vigas (Espaciado = 81 cm)

carga uniforme					carga puntual					
Espesor Tablero (cm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		L / $v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	68	73	5,09	4,33	159	187	4,28	3,63	189	223
2,2	46	49	2,79	2,37	290	342	2,34	1,99	346	407
2,5	35	38	1,90	1,61	426	502	1,60	1,36	507	597
3,2	22	23	0,91	0,77	894	1052	0,76	0,65	1064	1253

Forjado de 9 vigas (Espaciado = 71 cm)

carga uniforme					carga puntual					
Espesor Tablero (cm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$v_{\max}$ (mm)		L / $v_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		L / $w_{\max}$	
1,8	53	64	3,01	2,91	236	244	2,52	2,45	281	290
2,2	35	43	1,65	1,60	431	445	1,38	1,34	513	530
2,5	27	33	1,12	1,09	633	653	0,94	0,91	753	777
3.2	17	20	0.53	0.52	1327	1369	0.45	0.44	1580	1630

A raíz de estos resultados concluimos que es factible implementar cualquiera de los forjados con un único tablero. Sin embargo, en el caso de emplear el forjado de 7 vigas, las flechas máximas experimentadas por el tablero están en el límite superior de lo admisible. También podemos observar cómo para la configuración de forjado original el tablero de 3 cm especificado en proyecto está muy sobredimensionado.

Los espesores de tablero recomendados desde el punto de vista de deformaciones y tensiones para cada uno de los forjados propuestos son los siguientes:

- Forjado original equiespaciado: e = 1,8 cm
- Forjado de 9 vigas: e = 2,5 cm
- Forjado de 8 vigas: e = 3,2 cm
- Forjado de 7 vigas: e = 3,2 cm

El volumen de madera total (viga+tablero) asociado a la solución propuesta para cada tipo de forjado es de:

- Forjado original (15x15 / 15x25 ; e = 1,8 cm): V = 14,375 m³
- Forjado de 9 vigas (15x25 ; e = 2,5 cm): V = 14,688 m³
- Forjado de 8 vigas (15x25 ; e = 3,2 cm): V = 14,406 m³
- Forjado de 7 vigas (15x25 ; e = 3,2 cm): V = 12,996 m³

Como podemos ver, dado el carácter discreto de los espesores de tablero disponibles, el volumen de madera asociado al tablero diluye considerablemente las ventajas asociadas a la reducción de volumen de madera en las vigas al reducir el número de vigas del forjado. Estos volúmenes de madera deben compararse con los de la solución actualmente presentada

en el proyecto (corrigiendo la deficiencia estructural de las vigas largas) formado por vigas 15x20 / 15x25 y tablero 3,2 cm ($V = 17,604 \text{ m}^3$).

A la vista de lo anterior la solución óptima desde el punto de vista del consumo de madera y facilidad de construcción para el forjado húmedo con tabiquería cartón-yeso es la del forjado de 7 vigas 15x25 con espesor de tablero de 3,2 cm, sin embargo la diferencia de consumo de madera con el forjado de 8 vigas (11 %) es suficientemente baja como para que resulte recomendable la implementación del forjado de 8 vigas 15x25 con tablero de 3,2 cm de espesor para no estar tan al límite de las deformaciones admisibles en el tablero de madera. Esta solución todavía supone un ahorro del 18,2 % respecto al forjado actualmente propuesto en proyecto.

3.3. Forjado seco planta alta

Forjado original equiespaciado (Espaciado = 47,5 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme		carga puntual							
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L / V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L / w_{\max}$	
1,8	15	43	0,39	0,87	1203	545	0,33	0,73	1433	648
2,2	10	28	0,22	0,48	2197	994	0,18	0,40	2616	1184
2,5	8	22	0,15	0,33	3224	1459	0,12	0,27	3838	1737
3,2	5	13	0,07	0,16	6762	3060	0,06	0,13	8050	3642

Forjado de 7 vigas (Espaciado = 95 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme		carga puntual							
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L / V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L / w_{\max}$	
1,8	62	85	6,32	6,98	150	136	5,30	5,86	179	162
2,2	41	57	3,46	3,82	275	249	2,91	3,21	327	296
2,5	32	44	2,36	2,60	403	365	1,98	2,19	480	434
3,2	19	27	1,12	1,24	845	765	0,94	1,04	1006	911

Forjado de 8 vigas (Espaciado = 81 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme		carga puntual							
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L / V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L / w_{\max}$	
1,8	45	73	3,34	4,33	243	187	2,80	3,63	289	223
2,2	30	49	1,83	2,37	443	342	1,54	1,99	528	407
2,5	23	38	1,25	1,61	650	502	1,05	1,36	774	597
3,2	14	23	0,59	0,77	1364	1052	0,50	0,65	1623	1253

Forjado de 9 vigas (Espaciado = 71 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme		carga puntual		L /v _{max}		w _{max} (mm)		L /w _{max}	
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (mm)	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (mm)						
1,8	34	64	1,97	2,91	360	244	1,66	2,45	429	290
2,2	23	43	1,08	1,60	658	445	0,91	1,34	783	530
2,5	18	33	0,74	1,09	965	653	0,62	0,91	1149	777
3,2	11	20	0,35	0,52	2025	1369	0,29	0,44	2410	1630

A raíz de estos resultados concluimos que es factible implementar cualquiera de los forjados con un único tablero. Sin embargo, en el caso de emplear el forjado de 7 vigas, las flechas máximas experimentadas por el tablero para el caso de carga puntual están en el límite de lo admisible. También podemos observar cómo para la configuración de forjado original el tablero de 3 cm especificado en proyecto está muy sobredimensionado.

Los espesores de tablero recomendados desde el punto de vista de deformaciones y tensiones para cada uno de los forjados propuestos son los siguientes (es de notar cómo para los forjados secos, el caso de carga crítico para el tablero pasa a ser el de carga puntual y por tanto no se modifican los espesores de tablero respecto a los forjados húmedos) :

- Forjado original equiespaciado: $e = 1,8$ cm
- Forjado de 9 vigas: $e = 2,5$ cm
- Forjado de 8 vigas: $e = 3,2$ cm
- Forjado de 7 vigas: $e = 3,2$ cm

El volumen de madera total (viga+tablero) asociado a la solución propuesta para cada tipo de forjado es de:

- Forjado original (15x15 / 15x20 ; $e = 1,8$ cm): $V = 12,725$ m³
- Forjado de 9 vigas (15x20 ; $e = 2,5$ cm): $V = 12,492$ m³
- Forjado de 8 vigas (15x20 ; $e = 3,2$ cm): $V = 12,474$ m³
- Forjado de 7 vigas (15x25 ; $e = 3,2$ cm): $V = 12,996$ m³

Como podemos ver, dado el carácter discreto de los espesores de tablero disponibles, el volumen de madera asociado al tablero prácticamente anula las ventajas asociadas a la reducción de volumen de madera en las vigas al reducir el número de vigas del forjado. Estos volúmenes de madera deben compararse con los de la solución actualmente presentada en el proyecto formado por vigas 15x20 y tablero 3,2 cm ($V = 15,954$ m³).

A la vista de lo anterior la solución óptima desde el punto de vista del consumo de madera y facilidad de construcción para el forjado seco es la del forjado de 8 vigas 15x20 con espesor de tablero de 3,2 cm, que supone un ahorro del 21,8 % respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto.

3.5. Forjado altillo

Presentamos los resultados correspondientes a 270 kg/m².

Forjado original equiespaciado (Espaciado = 47,5 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L/V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	14	43	0,36	0,87	1315	545	0,30	0,73	1565	648
2,2	9	28	0,20	0,48	2401	994	0,17	0,40	2858	1184
2,5	7	22	0,13	0,33	3523	1459	0,11	0,27	4194	1737
3,2	4	13	0,06	0,16	7388	3060	0,05	0,13	8795	3642

Forjado de 7 vigas (Espaciado = 95 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L/V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	56	85	5,78	6,98	164	136	4,86	5,86	196	162
2,2	38	57	3,17	3,82	300	249	2,66	3,21	357	296
2,5	29	44	2,16	2,60	440	365	1,81	2,19	524	434
3,2	18	27	1,03	1,24	923	765	0,86	1,04	1099	911

Forjado de 8 vigas (Espaciado = 81 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L/V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	41	73	3,05	4,33	265	187	2,57	3,63	316	223
2,2	27	49	1,67	2,37	484	342	1,41	1,99	576	407
2,5	21	38	1,14	1,61	710	502	0,96	1,36	846	597
3,2	13	23	0,54	0,77	1490	1052	0,46	0,65	1774	1253

Forjado de 9 vigas (Espaciado = 71 cm)

Espesor Tablero (cm)	carga uniforme				carga puntual					
	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)		$V_{\max}$ (mm)		$L/V_{\max}$		$w_{\max}$ (mm)		$L/w_{\max}$	
1,8	32	64	1,80	2,91	394	244	1,51	2,45	469	290
2,2	21	43	0,99	1,60	719	445	0,83	1,34	856	530
2,5	16	33	0,67	1,09	1055	653	0,57	0,91	1256	777
3,2	10	20	0,32	0,52	2212	1369	0,27	0,44	2634	1630

A raíz de estos resultados concluimos que es factible implementar cualquiera de los forjados con un único tablero. Sin embargo, en el caso de emplear el forjado de 7 vigas, las flechas máximas experimentadas por el tablero para el caso de carga puntual están en el límite de lo admisible. También podemos

observar cómo para la configuración de forjado original el tablero de 3 cm especificado en proyecto está muy sobredimensionado.

Los espesores de tablero recomendados desde el punto de vista de deformaciones y tensiones para cada uno de los forjados propuestos son los siguientes (es de notar cómo para los forjados secos, el caso de carga crítico para el tablero pasa a ser el de carga puntual y por tanto no se modifican los espesores de tablero respecto a los forjados húmedos) :

- Forjado original equiespaciado: $e = 1,8 \text{ cm}$
- Forjado de 9 vigas: $e = 2,5 \text{ cm}$
- Forjado de 8 vigas: $e = 3,2 \text{ cm}$
- Forjado de 7 vigas: $e = 3,2 \text{ cm}$

El volumen de madera total (viga+tablero) asociado a la solución propuesta para cada tipo de forjado es de:

- Forjado original (10x15 / 10x20 ; $e = 1,8 \text{ cm}$): $V = 9,136 \text{ m}^3$
- Forjado de 9 vigas (10x20 ; $e = 2,5 \text{ cm}$): $V = 9,234 \text{ m}^3$
- Forjado de 8 vigas (10x20 ; $e = 3,2 \text{ cm}$): $V = 9,476 \text{ m}^3$
- Forjado de 7 vigas (15x20 ; $e = 3,2 \text{ cm}$): $V = 10,924 \text{ m}^3$

Como podemos ver, dado el carácter discreto de los espesores de tablero disponibles, el volumen de madera asociado al tablero invierte las ventajas asociadas a la reducción de volumen de madera en las vigas al reducir el número de vigas del forjado. Estos volúmenes de madera deben compararse con los de la solución actualmente presentada en el proyecto formado por vigas 15x20 y tablero 3,2 cm ($V = 15,532 \text{ m}^3$).

A la vista de lo anterior la solución óptima desde el punto de vista del consumo de madera y facilidad de construcción para el forjado seco del altillo es la del forjado de 9 vigas 10x20 con espesor de tablero de 2,5 cm (incluso podría reducirse el espesor de tablero a 2,2 cm admitiendo mayor deformación en este forjado poco transitado). La solución propuesta con tablero de 2,5 cm supone un ahorro respecto a la propuesta en el proyecto del 40,6 %.

4. Dintel apoyo forjados en planta alta

El dintel de apoyo de los forjados de altillo y cubierta (así como el muro de carga interior desde altillo a tejado) entre los pilares de interrupción del muro de carga interior no está definido en el proyecto.

Asumiremos que los pilares están colocados en los vértices del octágono interior a lo largo del cual discurre el muro de carga interior.

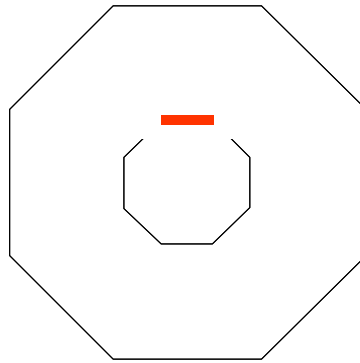


Figura-17: Emplazamiento del dintel considerado

En las siguientes tablas mostramos las tensiones y deformaciones resultantes al emplear distintas vigas de madera para los casos de muro de carga interior de termoarcilla (19 cm) y muro de carga interior de BTC (24 cm).

Como podemos ver, en este caso son las tensiones de trabajo y no las deformaciones las que determinan el dimensionado de la viga de madera adecuado. Tanto para la termoarcilla como para el BTC, el dintel apropiado desde un punto de vista de esfuerzos y deformaciones es el de sección de 20x30 cm. Teniendo en cuenta las condiciones de apoyo del dintel y el acabado del muro, así como el escaso volumen de madera asociado a este elemento estructural, en el caso de emplear BTC (24 cm) para el muro de carga sería recomendable implementar el dintel con sección 25x30.

Muro de carga interior de termoarcilla (19 cm)

Viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	L / $v_{\max}$
15x20	223	0,96	209
15x25	139	0,47	425
20x25	102	0,35	579
15x30	95	0,27	753
20x30	70	0,19	1027
25x30	55	0,15	1301
30x30	45	0,13	1575

Muro de carga interior de BTC (24 cm)

Viga	$\sigma_{\max}$ (kg/cm ²)	$v_{\max}$ (cm)	L / $v_{\max}$
15x20	249	1,07	187
15x25	155	0,53	381
20x25	114	0,39	519
15x30	106	0,30	675
20x30	78	0,22	921
25x30	61	0,17	1166
30x30	51	0,14	1411

5. Conclusiones

1. En este informe se ha procedido a optimizar el volumen de madera de los forjados de la tipología octagonal de vivienda atendiendo a las restricciones de tensión y deformación así como a las características normalizadas de los elementos estructurales disponibles. En el caso de los forjados de planta alta y altillo existe un gran ahorro potencial de madera respecto a las soluciones propuestas en el proyecto (superior al 50 % en algunos casos). En el caso de la cubierta es necesario emplear más volumen de madera que el considerado en el proyecto para satisfacer las consideraciones estructurales.
2. Los forjados de PA originalmente propuestos en proyecto están infradimensionados en las vigas largas y sobredimensionados en las cortas. El forjado de altillo propuesto en proyecto está sobredimensionado en vigas largas y cortas. En todos los casos, el tablero sobre forjado con la configuración propuesta está sobredimensionado.
3. En la siguiente tabla resumimos las soluciones de forjado recomendadas para PA y altillo con la configuración inicialmente propuesta, así como el volumen de madera asociado a las vigas y el ahorro respecto al dimensionado propuesto en el proyecto (corregido para satisfacer requerimientos estructurales). Así mismo se incluye la deformación máxima como referencia.

Forjado	Vigas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / $v_{\max}$
PA húmedo tabique cerámico	15x15 / 15x25	11,706	9,0	330 - 568
PA húmedo tabique cartón-yeso	15x15 / 15x25	11,706	9,0	385 - 663
PA seco	15x15 / 15x20	10,056	10,3	587 - 497
Altillo	10x15 / 10x20	6,704	40,2	408 - 346

4. En la siguiente tabla resumimos las soluciones de forjado recomendadas para PA y altillo con la configuración de 7 vigas por vertiente, así como el volumen de madera asociado a las vigas y el ahorro respecto al dimensionado propuesto en el proyecto (corregido para satisfacer requerimientos estructurales). Así mismo se incluye la deformación

máxima como referencia. Ver esquemas en texto para visualizar configuración forjados.

Forjado	Vigas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / v _{max}
PA húmedo tabique cerámico	15x25	8,25	35,8	447 - 377
PA húmedo tabique cartón-yeso	15x25	8,25	35,8	522 - 439
PA seco	15x25	8,25	26,4	796 - 670
Altílo	15x20	6,60	41,1	428 - 360

5. En la siguiente tabla resumimos las soluciones de forjado recomendadas para PA y altílo con la configuración de 8 vigas por vertiente, así como el volumen de madera asociado a las vigas y el ahorro respecto al dimensionado propuesto en el proyecto (corregido para satisfacer requerimientos estructurales). Así mismo se incluye la deformación máxima como referencia. Ver esquemas en texto para visualizar configuración forjados.

Forjado	Vigas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / v _{max}
PA húmedo tabique cerámico	15x25	9,660	24,9	520 - 462
PA húmedo tabique cartón-yeso	15x25	9,660	24,9	607 - 539
PA seco	15x20	7,728	31,1	456 - 405
Altílo	10x20	5,152	54,0	317 - 281

6. En la siguiente tabla resumimos las soluciones de forjado recomendadas para PA y altílo con la configuración de 9 vigas por vertiente, así como el volumen de madera asociado a las vigas y el ahorro respecto al dimensionado propuesto en el proyecto (corregido para satisfacer requerimientos estructurales). Así mismo se incluye la deformación máxima como referencia. Ver esquemas en texto para visualizar configuración forjados.

Forjado	Vigas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / v _{max}
PA húmedo tabique cerámico	15x25	10,980	14,6	595 - 528
PA húmedo tabique cartón-yeso	15x25	10,980	14,6	694 - 616
PA seco	15x20	8,784	21,6	521 - 462
Altílo	10x20	5,856	47,8	362 - 322

7. En el caso de implementar en todos casos el tablero de madera de mayor espesor (y asumiendo suficiente rigidez del mismo), las soluciones recomendadas de forjado de PA y altílo son las siguientes. Mostramos también el ahorro de madera respecto a la solución actualmente propuesta en proyecto y las deformaciones máximas de las

vigas. El volumen de madera indicado es el asociado a las vigas del forjado. Ver esquemas en texto para visualizar configuración forjados.

Forjado	Tipo forjado	Vigas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / v _{max}
PA húmedo tabique cerámico	8 vigas/vertiente	15x25	9,660	24,9	520 - 462
PA húmedo tabique cartón-yeso	7 vigas/vertiente	15x25	8,250	35,8	522 - 439
PA seco	8 vigas/vertiente	15x20	7,728	31,1	456 - 405
Altílo	9 vigas/vertiente	10x20	5,856	47,8	362 - 322

8. Al incorporar las restricciones de tensión y deformación del tablero de madera, y permitir modificar el espesor del mismo entre los valores disponibles comercialmente, las recomendaciones sobre configuración de forjado, tipo de vigas, espesor de tablero, volumen total de madera (vigas + tablero) y ahorro de las soluciones presentadas respecto a la solución actualmente propuesta en el proyecto, son las presentadas en la siguiente tabla. Por tanto estas constituyen las recomendaciones finales sobre configuración de los distintos forjados de planta alta y altílo (ver esquemas en texto para visualizar configuración forjados).

Forjado	Tipo forjado	Vigas	Espesor tablero (cm)	Volumen total (m ³)	Ahorro (%)
PA húmedo tabique cerámico	8 vigas/vertiente	15x25	3,2	14,406	18,2
PA húmedo tabique cartón-yeso	8 vigas/vertiente	15x25	3,2	14,406	18,2
PA seco	8 vigas/vertiente	15x20	3,2	12,474	21,8
Altílo	9 vigas/vertiente	10x20	2,5	9,234	40,6

9. La configuración de forjado de cubierta propuesta en proyecto está infradimensionada en vigas largas y viguetas y sobredimensionada en vigas cortas.
10. En la siguiente tabla mostramos los volúmenes de madera asociados a las soluciones de forjado propuestas, así como el ahorro de madera respecto a la solución con la configuración propuesta en proyecto pero redimensionada para suplir sus carencias, y las deformaciones de vigas exteriores (la máxima) / vigas interiores / viguetas. A la vista de estos resultados, recomendamos el forjado con 16 vigas exteriores de 20x30, 8 vigas interiores de 10x20 y 104 viguetas (las propuestas en proyecto) de 10x15.

Configuración	Tamaño vigas y viguetas	Volumen (m ³)	Ahorro (%)	L / v _{max} =
16 exteriores 8 interiores 104 viguetas	20x30/ 10x20 / 10x15	10,016	17,1	387 - 643 - 578
24 exteriores 8 interiores 104 viguetas	20x30 / 10x20 / 10x10	10,861	10,1	581 - 643 - 506

11. Respecto a los pilares que soportan parte del forjado de altillo y cubierta en la planta alta, en caso de implementarse con ladrillo macizo sería necesario aumentar su sección a 24x24 desde los 19x19 propuestos en proyecto. Sin embargo se recomienda implementar estos pilares en madera, preferiblemente de sección circular si ello no encarece excesivamente. En caso de no poder emplear sección circular se recurriría a una sección cuadrada con las esquinas redondeadas. Respecto a las dimensiones necesarias en el pilar de madera, en el caso de sección cuadrada basta con la sección 15x15, y si es circular con la Ø15. En ambos casos puede ser recomendable subir de 15 cm a 20 cm si ello mejora la integración con el muro de carga interior y con el dintel del forjado.

12. Respecto al dintel que apoya en los pilares del punto anterior, Tanto para la termoarcilla como para el BTC, el dintel apropiado desde un punto de vista de esfuerzos y deformaciones es el de sección de 20x30 cm. Teniendo en cuenta las condiciones de apoyo del dintel y el acabado del muro, así como el escaso volumen de madera asociado a este elemento estructural, en el caso de emplear BTC (24 cm) para el muro de carga sería recomendable implementar el dintel con sección 25x30.

13. Respecto a los muros de carga, el muro exterior, con 24 cm de espesor de BTC, tiene un esfuerzo de trabajo promedio en la sección crítica de 2,8 kg/cm². El muro de carga interior tiene un esfuerzo de trabajo promedio en la sección crítica de 4,8 kg/cm² si se implementa de termoarcilla (19 cm espesor) y de 4,4 kg/cm² si se implementa de BTC (24 cm espesor). En el caso del BTC de 24 cm los esfuerzos obtenidos son admisibles en el muro de carga exterior, y parecen admisibles en el interior, pero están más cerca de lo que será el límite recomendado de esfuerzo de trabajo con este tipo de bloque y mortero, que probablemente ande entorno a los 6 – 7 kg/cm² (debe tenerse en cuenta que habrá regiones de concentración de esfuerzos con un esfuerzo superior al promedio).

14. Respecto a las cimentaciones, el esfuerzo de trabajo sobre terreno en la cimentación del muro interior es de 1,5 kg/cm², mientras en la del muro exterior es de 1,2 kg/cm². Estos esfuerzos son considerablemente inferiores a los 2,5 kg/cm² que parece soporta el terreno a 1,6 m de

profundidad (según estudio geotécnico). Este hecho, junto a la dificultad de ejecución del muro de mampostería a esa profundidad hacen recomendable reconsiderar las opciones de cimentación para buscar la configuración óptima entre los criterios bioconstructivo, facilidad de ejecución, y energía almacenada en el material.

6. Referencias

1. García-Casals X., 'El Clima en Torremocha de Jarama: Recopilación de Datos Climáticos para los Análisis Energéticos y de Confort en Tres Viviendas Bioclimáticas de Torremocha de Jarama (Madrid)', Noviembre 2002
2. García-Casals X., 'Consideraciones Energéticas y Bioclimáticas sobre las Viviendas Sostenibles de Torremocha', Informe interno del IIT (IIT-03-003I), Febrero 2003
3. García-Casals X., Análisis y Optimización Energética de los Voladizos y Porches de una Vivienda Bioclimática, Informe interno del IIT (IIT-03-015I), Abril 2003

