



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

GUÍA DOCENTE

2026 - 2027

FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura

Nombre completo	Geometría de la Información
Código	DMA-MIA-514
Título	Máster Universitario en Inteligencia Artificial por la Universidad Pontificia Comillas [MUIA 25]
Impartido en	Máster Universitario en Inteligencia Artificial [Primer Curso]
Nivel	Posgrado Oficial Master
Cuatrimestre	Semestral
Créditos	4,5 ECTS
Carácter	Obligatoria
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	David Alfaya Sánchez

Datos del profesorado

Profesor

Nombre	David Alfaya Sánchez
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 D-203
Correo electrónico	dalfaya@icai.comillas.edu

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura

Aportación al perfil profesional de la titulación

La asignatura de Geometría de la Información explora los elementos básicos de la geometría diferencial y Riemanniana necesarios para trabajar con datos que, de forma natural, tengan una geometría distinta de la euclídea, así como para comprender desde una perspectiva geométrica los procesos que suceden durante el análisis de datos o el aprendizaje automático y las maneras de explotar este conocimiento para diseñar mejores algoritmos de Inteligencia Artificial.

Al final del curso, el alumno:

- Estará familiarizado con el concepto de variedad diferencial y con la identificación de estructuras diferenciales en datos y procesos de aprendizaje automático.
- Manejará con soltura el cálculo diferencial en variedades.
- Conocerá los fundamentos de la Geometría Riemanniana y de la Geometría de la Información, y sus aplicaciones al desarrollo y mejora de sistemas de Inteligencia Artificial.

Prerrequisitos

Se presuponen conocimientos matemáticos correspondientes a asignaturas de nivel de grado de:



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

GUÍA DOCENTE

2026 - 2027

- Álgebra Lineal: Matrices, determinantes, espacios vectoriales y aplicaciones lineales, espacio dual.
- Álgebra Multilineal y Tensorial: Aplicaciones multilineales, espacio euclídeo, fundamentos de álgebra tensorial.
- Cálculo vectorial: Cálculo diferencial de funciones escalares y vectoriales de una y varias variables, cálculo integral.
- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- Probabilidad: Fundamentos de probabilidad, Teorema de Bayes, distribuciones paramétricas, ajuste paramétrico.

Competencias - Objetivos

Competencias

Conocimientos o contenidos

CO01	Comprender de forma profunda los conceptos matemáticos avanzados que subyacen a la inteligencia artificial avanzada (generativa, probabilística, geométrica y por refuerzo profundo).
-------------	---

Competencias

CP01	Capacidad para definir e implementar modelos y algoritmos de inteligencia artificial, así como para interpretar y evaluar modelos propuestos en la frontera del conocimiento gracias al fundamento matemático adquirido.
-------------	--

Habilidades o destrezas

HAB01	Definir modelos matemáticos de algoritmos de inteligencia artificial avanzada y tener las bases para entender los propuestos por otros autores.
HAB07	Realizar revisiones bibliográficas a partir de fuentes documentales para el desarrollo de trabajos de investigación

BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos

Geometría de la Información

Tema 1: Topología de la información

1. Espacios topológicos. Subespacios de espacios métricos. Funciones continuas.
2. Espacio cociente. Aplicaciones al diseño de sistemas inteligentes.
3. Análisis Topológico de Datos. Aplicaciones.

Tema 2: Variedades diferenciables

1. Definición de variedad diferenciable. Entornos coordinados y atlas.
2. Aplicaciones diferenciables. Rango. Inmersiones y submersiones.
3. Aplicaciones de la teoría de variedades en Inteligencia Artificial. Variedades de datos, estados y procesos. Hipótesis de variedad de datos. Reducción geométrica de dimensionalidad. Introducción a UMAP. Intuición geométrica del Grokking en Aprendizaje Profundo.

Tema 3: Cálculo diferencial en variedades

1. Vectores tangentes a una variedad. Plano tangente. Fibrado tangente.
2. Aplicación diferencial. Subvariedades regulares.



3. Campos vectoriales. Curvas integrales y flujos. Corchete de Lie.
4. Aplicaciones. Campos y flujos en Aprendizaje Automático. Transferencia de información geométrica en Aprendizaje Automático.
5. Formas diferenciales. Fibrado cotangente.

Tema 4: Geometría Riemanniana

1. Variedades Riemannianas. Métricas. Longitud de una curva. Pullback de una métrica. Isometrías.
2. Aprendizaje métrico. Profundización en UMAP.
3. Gradiente natural. Optimización en variedades. Descenso gradiente natural y aplicaciones.
4. Conexiones. Conexión de Levi-Civita. Transporte paralelo. Curvatura.
5. Curvas geodésicas. Distancias. Aplicación exponencial.
6. Redes Neuronales no euclídeas.

Tema 5: Geometría de la Información

1. Variedades de Información.
2. Divergencias entre distribuciones.
3. Métrica de información de Fischer.
4. Aplicaciones.

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura

Metodología Presencial: Actividades

AF1. Clase magistral expositiva y participativa (23 horas)

El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema mediante una exposición dialogada en la que, apoyándose en un buen material, presentará de forma clara y organizada los contenidos, a la vez que estimulará la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Se fomentará el diálogo a través de la formulación de preguntas diversas, dirigidas a la comprensión de la información, así como preguntas retadoras, orientadas a identificar los conocimientos previos de los estudiantes. También se utilizará la presentación de ejemplos prácticos, problemas tipo y situaciones cercanas que despierten la motivación de los estudiantes en torno al tema; como por ejemplo noticias de actualidad.

CO01, CP01, HAB01

AF3. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (19 horas)

En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema, análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. En estas clases se favorecerá la participación del alumno y la interacción alumno profesor y alumno-alumno como vía para fomentar el aprendizaje colaborativo y la capacidad de autoaprendizaje. Además, siguiendo la metodología de clase invertida, se propondrá el aprendizaje de ciertos contenidos de la asignatura fuera del aula, liberando tiempo para facilitar la participación de los estudiantes en el aprendizaje activo a través de preguntas.

CO01, CP01, HAB01



AF4. Actividades de evaluación continua del rendimiento (2 horas)

Con el fin de evaluar el rendimiento del alumno en la materia y proporcionar retroalimentación sobre la progresión del estudiante en el aprendizaje de la misma, se realizarán exámenes escritos sobre su contenido.

CO01, CP01, HAB01

AF7. Presentaciones orales (1 hora)

A lo largo del cuatrimestre, los alumnos trabajarán en grupos para la realización de un proyecto centrado en la aplicación de los contenidos teóricos del curso en diversas aplicaciones en el ámbito de la inteligencia artificial (ver detalles en la sección de metodología no presencial). Cada grupo centrará su proyecto en una aplicación diferente y, al finalizar el proyecto, expondrán a sus compañeros los resultados de su trabajo durante una sesión de exposiciones orales. Esto, además de complementar el proceso de evaluación del trabajo en grupo, permite a todos los estudiantes conocer un amplio espectro de aplicaciones prácticas de la materia, ya que, además de la aplicación desarrollada por su grupo, pueden ver un resumen de las aplicaciones exploradas por el resto de compañeros.

CO01, CP01, HAB01,
HAB07

Metodología No presencial: Actividades

AF3. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (57 horas)

Es de vital importancia para la formación integral del alumnado que los estudiantes sean capaces de aplicar los conocimientos asimilados para resolver diferentes tipos de problemas. Para lograr este objetivo se aconseja la resolución de las hojas de problemas propuestas, pues ayudarán a la asimilación, la reflexión y la interiorización del conocimiento adquirido. Además, con la realización de estas hojas se trata de promover una cultura de trabajo colaborativo, ya que para conseguir un mayor aporte de ideas se sugiere la realización de éstas en grupo. Pasado un cierto tiempo desde su planteamiento, los alumnos dispondrán de la solución de dichos problemas, pudiendo pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) para aclaración de dudas.

CO01, CP01, HAB01,
HAB07

AF6. Trabajos o Proyectos (8 horas)

Los estudiantes realizarán en grupo un proyecto integrador de conocimiento de la asignatura que se enfocará en el uso de diferentes partes de la teoría de la Geometría de la Información en aplicaciones concretas en el ámbito de la Inteligencia Artificial. El proyecto se realizará en grupos a lo largo de la segunda mitad del cuatrimestre. Cada grupo escogerá e investigará una aplicación concreta diferente. Con el fin de facilitar la elección de temas de interés, el profesor proporcionará una lista preliminar de posibles temáticas de estudio. Los grupos podrán escoger un tema de la lista proporcionada o bien proponer un tema nuevo elegido por el grupo. En este último caso, los alumnos deberán proponer primero el tema al profesor y obtener su aprobación antes de iniciar el trabajo. Al final del curso los alumnos entregarán un informe con los resultados del proyecto desarrollado y realizarán una presentación oral exponiendo los resultados del mismo a sus compañeros (ver sección de metodología presencial para más detalles).

CO01, CP01, HAB01,
HAB07

AF10. Estudio personal (25 horas)

El alumno debe realizar un trabajo autónomo para comprender e interiorizar los fundamentos teóricos de la asignatura. Este trabajo de asimilación se realizará después de las clases magistrales y previamente a las sesiones donde se utilice el modelo de Clase Invertida.

CO01, CP01, HAB01,
HAB07



RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES			
AF01. Clases magistrales expositivas y participativas: exposición de contenidos fundamentales por parte del profesor impulsando la reflexión y participación del estudiante.	AF03. Ejercicios prácticos y resolución de problemas: se llevarán a cabo ejercicios prácticos y problemas que se resolverán en el aula para una mejor comprensión de los conceptos teóricos	AF04. Actividades de evaluación continua del rendimiento: desarrollo de pruebas o exámenes programados para evaluar el grado de cumplimiento de los resultados de aprendizaje	AF07. Presentaciones orales: los estudiantes llevan a cabo una exposición en el aula al resto de los estudiantes y profesores sobre algún trabajo, tema o práctica de la asignatura
23.00	19.00	2.00	1.00
HORAS NO PRESENCIALES			
AF03. Ejercicios prácticos y resolución de problemas: se llevarán a cabo ejercicios prácticos y problemas que se resolverán en el aula para una mejor comprensión de los conceptos teóricos	AF06. Trabajos o Proyectos: desarrollo de una solución enmarcada en la asignatura en el que el estudiante de una forma autónoma plasma la consecución de los resultados de aprendizaje mediante la metodología de aprender haciendo	AF10. Estudio personal: reflexión y análisis individual de los contenidos teóricos y prácticos de las asignaturas.	
57.00	8.00	25.00	
CRÉDITOS ECTS: 4,5 (135,00 horas)			

EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
Pruebas de teoría y problemas - Prueba Intercuatrimstral (I) (30% de nota final) - Examen final (E) (50% de nota final)	Prueba Intercuatrimstral (I): A mitad del cuatrimestre se realizará una prueba intercuatrimestral, que abarcará todo el temario del cuatrimestre impartido hasta el momento. En lo sucesivo denotaremos por I por la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicha prueba. Examen final (E): Al final del cuatrimestre se realizará un examen final, que abarcará toda la materia de teoría y problemas del curso, con el que el alumno obtendrá una nota E (sobre 10 puntos).	80



Entrega de memoria de proyecto (MP)	Al final del cuatrimestre cada grupo de prácticas entregará una memoria con los resultados del proyecto, que será evaluada por el profesor sobre 10 puntos. Denotaremos por MP la nota de la Memoria del Proyecto. Además de evaluar los ficheros entregados, el profesor de la asignatura podrá realizar preguntas sobre su contenido a los integrantes de un grupo de prácticas durante la presentación oral si considera que es necesario para la correcta evaluación del trabajo entregado, especialmente si existiera sospecha de que en su realización se haya hecho un uso indebido de sistemas de Inteligencia Artificial Generativa.	10
Presentación oral del proyecto (PP)	Además de la memoria escrita, cada grupo realizará una presentación oral de su proyecto, que será evaluada por el profesor con una nota de Presentación del Proyecto, que denotaremos en adelante como PP, sobre 10 puntos.	10

Calificaciones

El uso de herramientas de inteligencia artificial generativa está **terminantemente prohibido** durante la realización de **exámenes o pruebas de evaluación**. El alumno que utilice dichas herramientas será calificado con un Suspenso (0) en dicha prueba y se iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168 (Infracciones y sanciones del alumnado) del Reglamento General de la Universidad.

En la realización del **proyecto**, se admite el uso de la IA generativa para:

- Búsqueda de información.
- Exploración de los problemas, realización de tormentas de ideas u otras formas de síntesis de ideas para la resolución de los problemas.
- Refinamiento de redacción o revisión de materiales desarrollados por el estudiante.
- Asistente para la elaboración de código.

Sin embargo, **el uso de IA generativa para crear trabajos completos o una parte significativa de los mismos será considerado plagio** y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad. En cualquier caso, todo contenido generado por IA deberá ser adecuadamente revisado y sometido a juicio crítico por parte del estudiante, quien se considerará en todo caso el responsable último de los materiales entregados. El resultado final debe ser siempre producto del propio estudiante.

El profesor de la asignatura se reserva el derecho de realizar un examen oral adicional sobre cualquiera de las prácticas y proyectos entregados a los integrantes de un grupo de prácticas si consideran que es necesario para la correcta evaluación de los mismos, especialmente si existiera sospecha de que en su realización se haya realizado un uso indebido de sistemas de Inteligencia Artificial Generativa más allá de lo permitido. De identificarse dicho uso inapropiado, esto podrá afectar a la evaluación global de los trabajos entregados.



Calificación del Proyecto (P)

Cada grupo de prácticas recibirá una **calificación global de su proyecto (P)**, obtenida como media de la evaluación de la **memoria del proyecto (MP)** y la **presentación oral** del mismo (**PP**):

$$P=0.5\times MP+0.5\times PP$$

Adicionalmente, durante la presentación oral del proyecto el profesor podrá realizar preguntas a los estudiantes respecto a su contenido cuya respuesta podrá afectar a la valoración global del mismo, especialmente si pudiera existir la sospecha de un uso indebido de herramientas de inteligencia artificial generativa en su realización.

I. Evaluación en la convocatoria ordinaria

Al final del cuatrimestre, el alumno obtendrá una nota final **NF** que será:

- Si $E < 4.5$, entonces $NF = E$
- Si $E \geq 4.5$ entonces $NF = 0.5 \times E + 0.3 \times I + 0.2 \times P$

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si $NF \geq 5$.

II. Evaluación en la convocatoria extraordinaria

El alumno realizará un examen final extraordinario, cuya nota (sobre 10 puntos) denotaremos por **EJ**, que abarcará toda la materia desarrollada en el curso. La nota final del alumno en esta convocatoria será **NE**, obtenida de la siguiente forma

- Si $EJ < 4.5$, entonces $NE = EJ$
- Si $EJ \geq 4.5$ entonces $NE = \max(0.5 \times EJ + 0.3 \times I + 0.2 \times P, 0.8 \times EJ + 0.2 \times P)$

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si $NE \geq 5$.

Normas de la asignatura

- En el examen intercuatrimestral de la asignatura no se liberará materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un 15% de las horas lectivas de la asignatura (7 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. Artículo 93º. Escolaridad, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable (incluidas las entregas de trabajos prácticos y proyectos) será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase.

Normas de uso de la IA

El uso de herramientas de inteligencia artificial generativa está **terminantemente prohibido** durante la realización de **exámenes o pruebas de evaluación**. El alumno que utilice dichas herramientas será calificado con un Suspenso (0) en dicha prueba y se iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168 (Infracciones y sanciones del alumnado) del Reglamento General de la Universidad.

En la realización del **proyecto**, se admite el uso de la IA generativa para:

- Búsqueda de información.
- Exploración de los problemas, realización de tormentas de ideas u otras formas de síntesis de ideas para la resolución de los



COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

GUÍA DOCENTE

2026 - 2027

problemas.

- Refinamiento de redacción o revisión de materiales desarrollados por el estudiante.
- Asistencia en la elaboración de código.

Sin embargo, **el uso de IA generativa para crear trabajos completos o una parte significativa de los mismos será considerado plagio** y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad. En cualquier caso, todo contenido generado por IA deberá ser adecuadamente revisado y sometido a juicio crítico por parte del estudiante, quien se considerará en todo caso el responsable último de los materiales entregados. El resultado final debe ser siempre producto del propio estudiante.

El profesor de la asignatura se reserva el derecho de realizar un examen oral adicional sobre el proyecto entregado a los integrantes de un grupo si considera que es necesario para la correcta evaluación del mismo, especialmente si existiera sospecha de que en su realización se haya hecho un uso indebido de sistemas de Inteligencia Artificial Generativa más allá de lo permitido. De identificarse dicho uso inapropiado, esto podrá afectar a la evaluación global del trabajo entregado y provocar el inicio de un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168 (Infracciones y sanciones del alumnado) del Reglamento General de la Universidad.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

- do Carmo, Manfredo Perdigao, *Riemannian geometry*. Mathematics: Theory & Applications. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1992.
- Amari, Shun-ich, *Information Geometry and Its Applications*. 1st ed. 2016. Tokyo, Springer Japan Imprint Springer, 2016.

Bibliografía Complementaria

Profundización en topología:

- Munkres, J. R., y Ferrández, A. *Topología* (2a ed.). Prentice Hall, 2007.

Profundización en aspectos teóricos de la geometría diferencial y Riemanniana:

- Boothby, William M., *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*. Academic Press, 2003.
- Spivak, M., *A comprehensive introduction to differential geometry vol.1*, Publish or Perish, Inc., 1979.

Planificación Geometría de la Información MUIA

45,0

23

19

3

	Total	Horas	Teoría	Problemas	Evaluación
Tema 0 Introducción.	0,5		0,5	0	
Introducción		0,5	0,5		
Tema 1 Topología de la información	6,5		3,5	3	
1.1 Topología	1,5				
Espacio topológico		1	0,5	0,5	
Subespacios de espacios métricos		0,25	0,25		
Funciones continuas		0,25	0,25		
1.2 Relaciones de equivalencia y espacio cociente	1				
Definición. Aplicaciones al diseño de sistemas inteligentes.		1	0,5	0,5	
1.3 Análisis Topológico de Datos	4				
Complejos simpliciales		0,5	0,5		
Homología		1,5	0,5	1	
Homología persistente		1	0,5	0,5	
Análisis Topológico de Datos y aplicaciones		1	0,5	0,5	
Tema 2 Variedades diferenciables	6,5		3,5	3	
2.1 Definición	2				
Entornos coordenados y atlas		0,5	0,5		
Definición de variedad diferenciable		0,75	0,25	0,5	
Variedades de datos, estados y procesos en IA		0,75	0,25	0,5	
2.2 Aplicaciones diferenciables	2,5				
Definición		1,5	0,5	1	
Rango. Inmersión y submersión.		1	0,5	0,5	
2.3 Aplicaciones de la teoría de variedades en Inteligencia Artificial	2				
Hipótesis de variedad de datos		0,5	0,5		
Reducción geométrica de dimensionalidad. Introducción a UMAP.		1	0,5	0,5	
Intuición geométrica del Grokking en aprendizaje profundo		0,5	0,5		
Tema 3 Cálculo diferencial en variedades.	8		4	4	
3.1 El espacio tangente	2				
Vectores tangentes a una variedad		1	0,5	0,5	
Espacio tangente y fibrado tangente		1	0,5	0,5	
3.2 La aplicación diferencial	2				
Definición y propiedades		1	0,5	0,5	
Subvariedades regulares		1	0,5	0,5	
3.3 Campos vectoriales	2,75				
Fibrado tangente. Definición de campo vectorial.		1	0,5	0,5	
Curva integral y flujo		1	0,5	0,5	
Corchete de Lie		0,75	0,25	0,5	
3.4 Aplicaciones a la Inteligencia Artificial	0,75				
Campos y flujos en aprendizaje automático		0,25	0,25		
Transferencia de información geométrica en aprendizaje automático		0,5		0,5	
3.5 Formas diferenciales	0,5				
Formas diferenciales y fibrado cotangente.		0,5	0,5		

Planificación Geometría de la Información MUIA

45,0

23

19

3

	Total	Horas	Teoría	Problemas	Evaluación
Tema 4 Geometría Riemanniana	15		8	7	
4.1 Variedades Riemannianas	5,5				
Métricas		1	0,5	0,5	
Definición de variedad riemanniana		1	0,5	0,5	
Longitud de una curva		1	0,5	0,5	
Pullback de una métrica. Isometrías.		1	0,5	0,5	
Aprendizaje métrico. Profundización en UMAP		1,5	1	0,5	
4.2 Gradiente natural y optimización en variedades	2				
Gradiente natural		1	0,5	0,5	
Optimización en variedades. Descenso gradiente natural. Aplicaciones.		1	0,5	0,5	
4.3 Conexiones	4,25				
Conexión afín		1,5	1	0,5	
La conexión de Levi-Civita		1	0,5	0,5	
Transporte paralelo		1	0,5	0,5	
Curvatura		0,75	0,25	0,5	
4.4 Curvas geodésicas	1,25				
Curvas geodésicas. Distancias.		1	0,5	0,5	
Aplicación exponencial		0,25	0,25		
4.4 Redes Neuronales no euclídeas	2				
Ejemplos y aplicaciones		2	1	1	
Tema 5 Geometría de la información	5,5		3,5	2	
5.1 Variedades de información	1,5				
Variedades de distribuciones		0,5	0,5		
Familias exponenciales		1	0,5	0,5	
5.2 Divergencias entre distribuciones	0,5				
Divergencias de Bregman		0,25	0,25		
Divergencia de Kullback-Leibler		0,25	0,25		
5.3 Métrica de información de Fisher	1,5				
Definición		0,25	0,25		
Teorema de Chentsov		0,25	0,25		
Distancia de Fisher-Rao		1	0,5	0,5	
5.4 Aplicaciones	2				
Algoritmo EM		1	0,5	0,5	
Aplicaciones a sistemas de recomendación y recuperación de información		1	0,5	0,5	
P Proyecto final	1	1			1
Final Examen final diciembre.	2	2			2