



FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Álgebra y Geometría
Código	DMA-GITT-101
Título	Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación por la Universidad Pontificia Comillas [GITT 25]
Impartido en	Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación [Primer Curso] Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación [Primer Curso] Grado en Ing. en Tecnologías de Telecom. y Grado en Análisis de Negocios/Bachelor in Busi. Analytics [Primer Curso] Grado en Ing. en Tecnologías de Telecom. y Grado en Análisis de Negocios/Bachelor in Busi. Analytics [Primer Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Anual
Créditos	9,0 ECTS
Carácter	Básico
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Estrella Alonso Pérez

Datos del profesorado	
Profesor	
Nombre	Santiago Canales Cano
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-208] 2450
Correo electrónico	scanales@icai.comillas.edu
Profesor	
Nombre	Elena María Martín Muñoz
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Correo electrónico	emmmunoz@comillas.edu
Profesor	
Nombre	Román Ahumada Gialanella
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] Ext: 2377
Correo electrónico	rahumada@icai.comillas.edu
Profesores de laboratorio	
Profesor	



Nombre	Dahyana Eugenia Farias Uncovich
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] Ext: 2377
Correo electrónico	defarias@comillas.edu

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura

Aportación al perfil profesional de la titulación

En el perfil profesional del graduado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación e Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y Análisis de Negocios/Business Analytics, esta asignatura pretende desarrollar la capacidad de abstracción basada en el aprendizaje de los conceptos, técnicas y procedimientos propios del álgebra lineal y la geometría diferencial, permitiendo así resolver una gran variedad de problemas en el ámbito de la ingeniería.

Al finalizar el curso, los alumnos conocerán las herramientas básicas del álgebra lineal, como el análisis matricial y las técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, comprenderán los conceptos de espacio vectorial y aplicación lineal, utilizando con soltura dichos conceptos en situaciones prácticas, y conocerán los fundamentos de la teoría espectral y su aplicación en el modelado de problemas de la vida real. Asimismo, los alumnos manejarán los conceptos y resultados teórico-prácticos de los espacios euclídeos y afines, trabajando con las transformaciones asociadas a éstos. Finalmente conocerán los principales conceptos sobre curvas, sabiendo calcular sus elementos característicos (curvatura, torsión, triedro de Frenet, etc.), los conceptos básicos de superficies y las superficies más características.

Además, los conocimientos y destrezas aquí adquiridos sentarán las bases para el aprendizaje de asignaturas que estudiarán en cursos posteriores, como por ejemplo Ecuaciones Diferenciales.

Prerrequisitos

Se presuponen conocimientos matemáticos de los estudios de Bachillerato, en particular: análisis matricial, determinantes, resolución de sistemas de ecuaciones y geometría analítica en el plano y el espacio.

Resultados del proceso de formación y aprendizaje

Conocimientos o contenidos

CON01	Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y tecnologías, así como que dote de gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
--------------	---

Competencias

CPT03	Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas, comprendiendo la responsabilidad ética y profesional de la actividad del ingeniero técnico de telecomunicación.
CPT09	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.



BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos
Álgebra Lineal Y Geometría Afín
PREVIO: ANÁLISIS MATRICIAL, DETERMINANTES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
1. Operaciones con matrices. 2. Trasposición de matrices. 3. Algunos tipos de matrices cuadradas. 4. Definición de determinante. 5. Propiedades de los determinantes. 6. Cálculo práctico de determinantes. 7. Definición de sistema de ecuaciones lineales. 8. Resolución de sistemas. 9. Sistemas homogéneos. 10. Métodos numéricos para la resolución de sistemas lineales: métodos de Jacobi, de Gauss-Seidel y de relajación.
ESPACIOS VECTORIALES
1. Definiciones y propiedades. 2. Sistema de vectores. Combinación lineal. 3. Dependencia e independencia lineal. 4. Propiedades de los sistemas libres y ligados. 5. Sistemas equivalentes. 6. Subespacios vectoriales: Operaciones con subespacios, sistema generador, base de un espacio vectorial, dimensión de un espacio vectorial, coordenadas de un vector en una base. 7. Ecuaciones de cambio de base.
APLICACIONES LINEALES
1. Definiciones y propiedades. 2. Núcleo e imagen de una aplicación lineal u homomorfismo. 3. Matriz asociada a una aplicación lineal. 4. Operaciones con homomorfismos y matrices relacionadas con ellos.
AUTOVALORES Y AUTOVECTORES. FORMA CANÓNICA DE JORDAN
1. Matrices semejantes. Propiedades de las matrices semejantes. 2. Definiciones de autovalores y autovectores 3. Polinomio característico y espectro de una matriz. 4. Subespacio invariante asociado a un autovalor. 5. Propiedades de autovalores y autovectores. 6. Forma canónica de Jordan. 7. Potencia y exponencial de una matriz cuadrada. 8. Métodos numéricos para el cálculo de autovalores y autovectores: métodos de la Potencia y de la Potencia Inversa.
ESPACIO VECTORIAL EUCLÍDEO.
1. Definición de producto escalar. Propiedades.



2. Espacio vectorial euclídeo. Ortogonalidad.
3. Longitud de un vector. Ángulo que forman dos vectores.
4. Proyecciones en espacios vectoriales euclídeos.
5. Método de los mínimos cuadrados. Ajuste de datos.
6. Diagonalización ortogonal

ESPACIO AFÍN. TRANSFORMACIONES ORTOGONALES Y AFINES.

1. Definición y propiedades.
2. Referencia afín. Coordenadas de un punto en una referencia. Ecuaciones de cambio de sistema de referencia afín.
3. Dependencia e independencia afín.
4. Subespacios afines. Definiciones de recta, plano e hiperplano. Geometría analítica en los espacios afines A2 y A3.
5. Definición y propiedades de las transformaciones ortogonales.
6. Transformaciones ortogonales en un espacio vectorial euclídeo de dimensión 1, 2 y 3.
7. Definición y propiedades de las transformaciones afines.
8. Movimientos en un espacio afín de dimensión 2 y 3.

ÁLGEBRA DE BOOLE

1. Lógica de proposiciones: operaciones con proposiciones.
2. Tablas de verdad. Tautologías y absurdos.
3. Álgebra de Boole: función booleana y diagramas de Karnaugh

Geometría Diferencial

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA DIFERENCIAL: CURVAS Y SUPERFICIES

1. Conceptos de curva y superficie. Expresiones analíticas de curvas y superficies.
2. Puntos regulares y singulares de una curva.
3. Cambio de parámetro. Parámetro arco.
4. Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Ecuaciones intrínsecas.
5. Cálculo de las ecuaciones paramétricas de una curva plana a partir de su curvatura
6. Estudio de las superficies más características.

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura

Metodología Presencial: Actividades

- 1. Clase magistral y presentaciones generales** (34 horas; 100% presencial): El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema.
- 2. Resolución en clase de problemas propuestos** (48 horas; 100% presencial, incluidas las horas dedicadas a pruebas cortas de evaluación continua y exámenes intercuatrimestrales). En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno.



3. Prácticas con ordenador (8 horas; 100% presencial, incluida la hora dedicada al control de prácticas). Se realizarán en grupos reducidos. En ellas los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos con ayuda del software MATLAB.

Metodología No presencial: Actividades

El objetivo principal del trabajo no presencial es llegar a entender y comprender los conceptos teóricos, técnicas y procedimientos de la asignatura, así como ser capaz de poner en práctica estos conocimientos para resolver los diferentes tipos de problemas

1. Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos por parte del alumno (60 horas; 0% presencial, incluidas horas de tutoría y las necesarias para la realización de la actividad *Quiz, desafío Álgebra y Geometría*): El alumno debe realizar un trabajo personal posterior a las clases teóricas para comprender e interiorizar los conocimientos aportados en la materia.

2. Resolución de problemas prácticos (112 horas; 0% presencial, incluyendo horas de preparación de exámenes y pruebas cortas de seguimiento y horas de tutoría): El alumno, una vez estudiados los conceptos teóricos, debe ponerlos en práctica para resolver los problemas que se le plantean. Se aconseja la resolución de los problemas propuestos en grupos, para conseguir un mayor aporte de ideas y potenciar la capacidad de trabajo en equipo. Pasado un cierto tiempo desde su planteamiento, los alumnos dispondrán de la solución de dichos problemas, pudiendo pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) para aclaración de dudas.

3. Resolución de problemas con ordenador (8 horas; 0% presencial, incluyendo las horas de preparación de la prueba de evaluación del trabajo experimental-control de prácticas). El alumno, una vez realizada cada práctica con ordenador, en clase, guiada por el profesor, deberá poner en práctica los conocimientos adquiridos para resolver con ordenador otros problemas similares a los ya desarrollados. Al igual que en el apartado anterior, se aconseja la realización por grupos de las prácticas con ordenador propuestas.

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES		
AF01. Clase magistral y presentaciones generales	AF02. Resolución de problemas de carácter práctico o aplicado	AF04. Prácticas guiadas de laboratorio
34.00	48.00	8.00
HORAS NO PRESENCIALES		
AF06. Estudio de conceptos teóricos fuera del horario de clase por parte del alumno	AF02. Resolución de problemas de carácter práctico o aplicado	AF04. Prácticas guiadas de laboratorio
60.00	112.00	8.00
CRÉDITOS ECTS: 9,0 (270,00 horas)		

EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
---------------------------	-------------------------	------



Exámenes de carácter teórico-práctico: • Exámenes Intercuatrimestrales (25%) • Exámenes Parciales y/o Final (60%) Nota: Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4 puntos en el examen parcial/final de la asignatura y haber superado los test sobre conceptos básicos incluidos en la actividad <i>Quiz, desafío Álgebra y Geometría</i>.	• Comprensión de conceptos. • Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. • Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas. • Presentación y comunicación escrita.	85
Evaluación continua del rendimiento: • Pruebas cortas de evaluación continua (15% primer cuatrimestre, 5% segundo cuatrimestre) Nota: Como consecuencia de la asimetría en ambos cuatrimestres en el número de pruebas cortas de evaluación continua y prueba de evaluación del trabajo experimental, el peso de éstas en el sistema de evaluación de la asignatura es diferente por cuatrimestre. En media a lo largo de todo el curso estas pruebas tendrán un peso del 10%.	• Comprensión de conceptos. • Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. • Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas. • Presentación y comunicación escrita.	10



Evaluación del trabajo experimental: • Prueba de evaluación del trabajo experimental (control de prácticas con MATLAB) Notas: • Se realizará al final del segundo cuatrimestre. Dicha prueba consistirá en una prueba práctica con ordenador, cuyo objetivo será evaluar la comprensión de las prácticas con ordenador realizadas a lo largo de todo el curso. Tendrá un peso del 10% en la nota del segundo cuatrimestre (o del 5% en media en la nota global del curso). • El control de prácticas será considerado una prueba corta más de evaluación continua. Por ello, en cada cuatrimestre, el peso conjunto en el sistema de evaluación de la asignatura de las pruebas cortas de evaluación continua y de la prueba de evaluación del trabajo experimental será de un 15%.	• Comprensión de conceptos. • Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos. • Dominio en la resolución de problemas con ayuda del ordenador y software específico. • Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en los problemas resueltos con ordenador.	5
---	---	---

Calificaciones

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno a lo largo de cada cuatrimestre, se realizarán **pruebas cortas de seguimiento** (pruebas cortas de evaluación continua y/o de evaluación del trabajo experimental), en horario de clase, que abarcarán el temario especificado por el profesor de la asignatura. La última prueba corta de seguimiento del curso consistirá en una prueba práctica con ordenador (**control de prácticas**), cuyo objetivo será evaluar la comprensión del trabajo experimental desarrollado en las sesiones prácticas con ordenador realizadas a lo largo de todo el curso. Con estas pruebas cortas de seguimiento el alumno obtendrá a lo largo del cuatrimestre una nota **PC**. Además de las pruebas cortas de seguimiento, en cada cuatrimestre se realizarán una **prueba intercuatrimestral**, a mitad del cuatrimestre, con la que se obtendrá una nota **I**, y un **examen al final del cuatrimestre**, con el que se obtendrá una nota **E**. Además, con el objetivo de afianzar los conceptos básicos de la asignatura, los alumnos realizarán la actividad **Quiz, desafío Álgebra y Geometría**. Esta actividad consiste en la realización de un cuestionario de Moodle, al final de cada tema, o parte de éste, sobre conceptos fundamentales necesarios para una buena comprensión de la materia. Para superar cada test los alumnos tendrán que alcanzar o superar el número mínimo de respuestas correctas establecido en dicho test, pero dispondrán de todos los intentos necesarios. Se considerará la actividad realizada con éxito cuando se hayan superado todos los test del cuatrimestre. Dado que estos test se centran en el aprendizaje y no en la evaluación de los alumnos, la actividad se presentará como un juego que no tendrá peso en la nota final, pero sí será necesario superarla para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación.

1.- Evaluación del primer cuatrimestre:

La evaluación del primer cuatrimestre se compondrá de tres notas como se indicó anteriormente: **PC1**, **I1** y **E1**.

- **Nota PC1 (sobre 10 puntos):** nota media obtenida por el alumno en todas las pruebas cortas de seguimiento realizadas durante el cuatrimestre.
- **Nota I1 (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del primer cuatrimestre.



- **Nota E1 (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen parcial del primer cuatrimestre.

Si la nota **E1** es mayor o igual que **4**, la calificación **S1** del primer cuatrimestre será la nota máxima entre

$$C1=Q1*[(0.15*PC1)+(0.25*I1)+(0.60*E1)] \text{ y } F1=0.90*E1$$

siendo **Q1=1**, si se ha superado la actividad *Quiz, desafío Álgebra y Geometría*, o **Q1=0**, en caso contrario. Si **E1 es menor que 4**, entonces **S1=E1**.

2.- Evaluación en la convocatoria ordinaria:

I) Si la nota **S1** ≥ 4 , el alumno puede optar entre:

a) Obtener en el segundo cuatrimestre una nota **S2**, por un procedimiento análogo a la evaluación del primer cuatrimestre, que será por tanto el máximo entre

$$C2=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*E2)] \text{ y } F2=0.90*E2$$

siendo **Q2** la nota en el segundo cuatrimestre de la actividad *Quiz, desafío Álgebra y Geometría* (**Q2=1** si se ha superado la actividad o **Q2=0** en caso contrario), **PC2** la nota media de las pruebas cortas de seguimiento del segundo cuatrimestre (incluida la prueba práctica con ordenador); **I2** la nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del segundo cuatrimestre y **E2** la nota obtenida en el examen parcial del segundo cuatrimestre, (**S2=E2** si **E2** es menor que **4**). En este caso el examen abarcará únicamente la materia impartida en el segundo cuatrimestre. La asignatura se aprueba si la media aritmética **NS=0.5*(S1+S2)** es mayor o igual que **5** y **S2 $\geq$ 4**, siendo **NS** la calificación del alumno en la asignatura. En caso contrario, si **NS<5** ó **S2<4** se suspende la asignatura en la convocatoria ordinaria con calificación **NS** si **NS<4**, ó **4** si **NS $\geq$ 4**.

b) Hacer un examen final que abarcará toda la materia de la asignatura. En este caso la nota final de la asignatura **NF** en la convocatoria ordinaria será el máximo entre

$$C3=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*EF)] \text{ y } F3=0.90*EF$$

siendo **EF** la nota obtenida en el examen final de la asignatura, siempre que **EF $\geq$ 4**. Si **EF<4** entonces **NF=EF**.

La asignatura se aprueba si **NF $\geq$ 5**, suspendiendo la asignatura en caso contrario.

II) Si la nota **S1<4**, el alumno estará obligado a realizar un examen final de la asignatura y la evaluación será análoga a la del punto **I)** apartado **b)**.

3.- Evaluación en la convocatoria extraordinaria:

Si la nota **EJ** en el examen de dicha convocatoria (que abarcará toda la materia desarrollada en el curso) es menor que **4**, la calificación del alumno en la asignatura será **EJ**. En caso contrario, la calificación del alumno en la convocatoria extraordinaria, será la puntuación máxima entre **EJ** y la nota obtenida al considerar el 40% de la mejor evaluación continua y el 60% de **EJ**, es decir, la mejor de las siguientes notas:

$$J1=Q1*[(0.15*PC1)+(0.25*I1)+(0.60*EJ)]$$

$$J2=Q2*[(0.15*PC2)+(0.25*I2)+(0.60*EJ)]$$

EJ

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si dicha calificación es mayor o igual que **5**.



Normas de la asignatura:

- Los exámenes intercuatrimestrales de la asignatura no liberarán materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (14 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. En los exámenes intercuatrimestrales, parciales y final el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color no blanco, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá contener problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

Normas de la asignatura

- En los exámenes intercuatrimestrales de la asignatura no se liberará materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un 15% de las horas lectivas de la asignatura (18 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. Artículo 93º. Escolaridad, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase.
- Se permite el uso de herramientas de inteligencia artificial (IA) generativa como apoyo al aprendizaje fuera del aula y en actividades no evaluables, siempre que se utilicen de manera crítica, reflexiva y con criterio académico. Se anima al estudiante a plantear problemas a la IA, contrastar explicaciones teóricas y servirse de ella como herramienta de consulta, especialmente durante el estudio autónomo. Sin embargo, el uso de la IA no exime de comprender ni dominar los contenidos, y debe complementarse con el análisis personal y la validación de la información obtenida. Está terminantemente prohibido el uso de IA en actividades evaluables, pruebas, ejercicios de clase así como en cualquier otro contexto en el que se valore el desempeño individual. El objetivo es que el uso de estas herramientas acelere y profundice el aprendizaje, no que lo sustituya.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

- De la Villa, A. Problemas de Álgebra con esquemas teóricos. Ed. CLAGSA Madrid 2010.
- López de la Rica, A. y De la Villa, A. Geometría Diferencial. Ed. GLAGSA, Madrid 1997.

Bibliografía Complementaria

- Burgos, J. Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana, Ed. Mc Graw Hill, 2006.
- Merino, L. y Santos, E. Álgebra Lineal con Métodos Elementales, Ed. Thomson, 2006.
- Burgos, J. Álgebra Lineal. Definiciones, teoremas y resultados. Ed. García-Maroto, 2007.



- Do Carmo. Geometría Diferencial de curvas y superficies. Ed. Alianza, 1994.

En cumplimiento de la normativa vigente en materia de **protección de datos de carácter personal**, le informamos y recordamos que puede consultar los aspectos relativos a privacidad y protección de datos que ha aceptado en su matrícula entrando en esta web y pulsando "descargar"

<https://servicios.upcomillas.es/sedeelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792>