



MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

ANÁLISIS ELECTROMECÁNICO DE UNA BOBINA SUPERCONDUCTORA DE ALTA
TEMPERATURA PARA ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA (SMES)

Autor: Nicolás Ballarín Ruiz

Director: Carlos Hernando López de Toledo

Co-Director: Carlos Gil-Boronat

Madrid

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título:

Análisis Electromecánico de una bobina superconductora de alta temperatura para almacenamiento de energía (SMES)

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el curso académico 2023/2024 es de mi autoría, original e inédito y no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Nicolás Ballarín Ruiz

Fecha: 28/08/2024

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO

Fdo.: Carlos Hernando López de Toledo

Fecha: 28/08/2024





MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

ANÁLISIS ELECTROMECÁNICO DE UNA BOBINA SUPERCONDUCTORA DE ALTA
TEMPERATURA PARA ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA (SMES)

Autor: Nicolás Ballarín Ruiz

Director: Carlos Hernando López de Toledo

Co-Director: Carlos Gil-Boronat

Madrid

Agradecimientos

Quería empezar esta sección agradeciendo en primer lugar a mis directores Carlos Hernando y Carlos Gil-Boronat por su increíble apoyo durante el desarrollo de este trabajo. Por su simpatía y profesionalidad y porque siempre han estado para apoyarme cuando lo he necesitado.

En segundo lugar, agradecer a Cyclomed la oportunidad de desarrollar un trabajo como este, descubriendo el interesantísimo mundo de los superconductores. A su director Luis García-Tabarés por su simpatía las veces que he coincidido con él en el laboratorio.

La entrega de este trabajo supone el fin de mi etapa estudiantil. No puedo sino acordarme de todas las experiencias por las que he pasado durante estos años y de todas las personas que me han acompañado por el camino. Amigos, familia y profesores. Especialmente, agradecerle a mis padres y a mis abuelos por haberme apoyado siempre a lo largo de mis estudios y siempre haber confiado en mí.

ANÁLISIS ELECTROMECÁNICO DE UNA BOBINA SUPERCONDUCTORA DE ALTA TEMPERATURA PARA ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA (SMES)

Autor: Nicolás Ballarín Ruiz

Directores: Carlos Hernando López de Toledo, Carlos Gil-Boronat

Entidades colaboradoras: ICAI – Universidad Pontificia Comillas y Cyclomed Technologies

RESUMEN DEL PROYECTO

El objetivo del proyecto es la determinación del estado tensional de una bobina superconductora de un sistema SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage). La primera parte del trabajo se centró en la realización de un modelo homogéneo de la cinta superconductora HTS. Posteriormente, el modelo se validó con resultados experimentales y fuentes bibliográficas. Como segunda parte, se propusieron un modelo analítico y otro computacional para el cálculo del estado tensional en la bobina. Cálculos realizados utilizando el modelo homogeneizado. En paralelo se realizaron varios experimentos con el objetivo de aportar datos para contrastar los cálculos. Los cálculos de tensiones y deformaciones fueron entonces comparados entre distintos métodos y con los resultados experimentales. El trabajo ofreció satisfactoriamente estrategias para el cálculo de un modelo homogeneizado para una cinta HTS además de para el cálculo de tensiones. Los resultados experimentales mostraron cierta divergencia con los cálculos. La razón de dicha diferencia entre cálculos y mediciones podrían estar relacionadas con el desconocimiento de las propiedades exactas de los materiales o con la falta de precisión en la medición.

Palabras clave: SMES, superconductores, cinta HTS, análisis de tensiones, experimentos LN₂, experimentos LHe, ANSYS, Maxwell.

1. Introducción

Como alternativa de almacenamiento de energía han surgido los sistemas SMES. Tecnología basada en aprovechar las propiedades de la superconducción para almacenar energía. Los sistemas SMES están formados por una serie de bobinas fabricadas de cableado superconductor. Estas bobinas se encuentran sometidas a cargas extremas como consecuencia de las exigentes condiciones de operación. Operan a temperaturas criogénicas y en presencia de intensos campos electromagnéticos. La compleja naturaleza de sus cargas, así como las peculiares propiedades de las cintas HTS hacen de interés el estudio de las tensiones dentro de la bobina del SMES.

2. Estado de la técnica

Se entiende como superconductividad a la ausencia de resistencia eléctrica que presenta un material al ser enfriado por debajo de una temperatura denominada crítica [1]. Además de la temperatura crítica existe un campo magnético límite y una densidad de corriente límite que delimitan el estado de superconducción. En función de su temperatura de operación se pueden clasificar además en superconductores de baja (LTS) o alta temperatura (HTS). Los superconductores de baja temperatura muestran temperaturas críticas en el rango de 0 a 10 K mientras que los de alta temperatura en el rango de 20-80 K.

El principio de funcionamiento de los sistemas SMES se basa en aprovechar la resistencia nula que ofrecen los superconductores para almacenar energía. Si se establece una corriente en un superconductor, esta permanecerá un tiempo indefinido circulando. Un sistema SMES está formado por un conjunto de bobinas superconductoras encargadas de almacenar corriente continua que se conecta a la red eléctrica a través de un PCS (Power Conditioning System) [2], [3]. En función de la tecnología de PCS el sistema SMES podrá proporcionar control de potencia activa, reactiva o ambas para los sistemas más avanzados. La potencia nominal de los sistemas SMES comerciales se encuentra entre los 100 kW y los 100 MW mientras que su capacidad de almacenamiento se encuentra en el rango de 1 - 30 kWh. Por tanto, los sistemas SMES actuales son empleados como una fuente de alta potencia en pequeños intervalos de tiempo. Actualmente existen sistemas SMES instalados junto a subestaciones e industrias que requieren un control de la potencia de alta calidad.

3. Metodología

Para el homogeneizado de la cinta HTS se creó un modelo utilizando cálculos analíticos y otro usando el módulo *Design Modeler* de ANSYS. Previamente fue necesario definir la geometría y los materiales de las capas que conforman la cinta. Para todos los materiales se realizó una búsqueda bibliográfica con el objetivo de determinar sus propiedades elásticas y coeficiente de expansión térmico desde temperatura criogénica a ambiente.

Posteriormente el trabajo se centró en el cálculo de la distribución de tensiones y deformaciones en la bobina HTS. Se propuso un primer modelo analítico programado en MATLAB. Este modelo posibilitaba el cálculo de tensiones en las distintas fases de la vida y operación de la bobina. El programa desarrollado calculaba las tensiones debidas al pretensado durante el bobinado, la contracción térmica y las cargas electromagnéticas [4]. El desarrollo de este programa está basado en las expresiones de un estudio analítico previo sobre tensiones analíticas en bobinas superconductoras [5] con la adición de desarrollos propios. El programa permite el cálculo analítico de tensiones y deformaciones para una bobina de material ortotrópico, a la temperatura y corriente especificada. Resuelve también el caso de retirada del mandrino, quedando la bobina con contracción libre. Por otro lado, se desarrolló el cálculo de tensiones con la utilización de ANSYS Mechanical para la aplicación de cargas y ANSYS Maxwell para el cálculo de las cargas electromagnéticas. Adicionalmente, en paralelo a este trabajo se realizó un trabajo que obtuvo una expresión del campo creado por la bobina HTS más precisa. Se utilizó dicha expresión para la determinación de las tensiones magnéticas. Para ello se desarrolló un programa de elementos finitos que modelaba la bobina con elementos finitos unidimensionales.

En paralelo, se analizaron los resultados de varios experimentos criogénicos que contaban con el prototipo de estudio. Se realizó un primer ensayo de contracción en LN2 para determinar la contracción térmica de la cinta HTS. Más adelante, se realizó un ensayo con LHe que permitió estudiar las deformaciones térmicas y electromagnéticas a una temperatura de 20 K. Finalmente, se llevó a cabo un último ensayo con LN2. Esta vez, el ensayo tenía el objetivo de analizar deformaciones en la bobina a una temperatura de 77 K. Los resultados experimentales se emplearon para validar las propiedades homogeneizadas obtenidas y contrastar los cálculos de deformaciones desarrollados.

4. Resultados

La comparativa de las propiedades obtenidas por cálculo analítico y computacional fue excelente. Los resultados de ambas vías concluyeron en propiedades homogeneizadas casi idénticas. Las propiedades elásticas estuvieron en línea con las determinadas en estudios bibliográficos. Sin embargo, la contracción proporcionada por el modelo en comparación con el ensayo de contracción presentó un 30% de divergencia.

Para el caso de los cálculos de tensiones, los resultados fueron similares. Entre el modelo analítico y computacional se dieron resultados muy similares. La correlación fue excelente para las tensiones térmicas, pero el ajuste fue menor para las magnéticas. Las mediciones de los ensayos mostraron deformaciones alejadas de los cálculos de deformaciones. Los ensayos aportaron deformaciones del doble de magnitud que las estimadas.

5. Conclusiones

El objetivo de este estudio era la determinación del estado tensional de la bobina HTS de un SMES. Se desarrollaron satisfactoriamente herramientas para el cálculo de propiedades homogeneizadas y para el cálculo de tensiones. La correlación entre los resultados analíticos y computacionales fue excepcional tanto para el homogeneizado como para el cálculo de tensiones. Sin embargo, no sucedió lo mismo cuando se compararon con las mediciones experimentales.

Las posibles causas de la diferencia entre resultados y mediciones no están claras. Posibles causas pudieron ser errores en el procedimiento de medición o el desconocimiento de las propiedades y proporciones reales de los materiales. Cómo futuros pasos sería ideal intentar ajustar mejor el modelo material. Se deberían realizar más ensayos con el objetivo de medir las propiedades exactas de la bobina y así ajustar sus propiedades.

6. Referencias

- [1] Y. Iwasa, «SUPERCONDUCTING MAGNET TECHNOLOGY», en *Case Studies in Superconducting Magnets: Design and Operational Issues*, Boston, MA: Springer US, 2009, pp. 1-24. doi: 10.1007/b112047_1.
- [2] P. Breeze, «Chapter 5 - Superconducting Magnetic Energy Storage», en *Power System Energy Storage Technologies*, P. Breeze, Ed., Academic Press, 2018, pp. 47-52. doi: 10.1016/B978-0-12-812902-9.00005-5.
- [3] M. H. Ali, B. Wu, y R. Dougal, «An Overview of SMES Applications in Power and Energy Systems», *Sustain. Energy IEEE Trans. On*, vol. 1, pp. 38-47, may 2010, doi: 10.1109/TSTE.2010.2044901.
- [4] M. N. Wilson y M. N. Wilson, *Superconducting Magnets*. en Monographs on Cryogenics. Oxford, New York: Oxford University Press, 1987.
- [5] V. Arp, «Stresses in superconducting solenoids», *J. Appl. Phys.*, vol. 48, n.º 5, pp. 2026-2036, may 1977, doi: 10.1063/1.323913.

ELECTROMECHANICAL ANALYSIS OF A HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTING COIL FOR ENERGY STORAGE (SMES)

Author: Nicolás Ballarín Ruiz

Supervisors: Carlos Hernando López de Toledo, Carlos Gil-Boronat

Colaborating entities: ICAI – Universidad Pontificia Comillas and Cyclomed Technologies

ABSTRACT

The objective of the project was the determination of the stress distribution of a superconducting HTS coil part of a SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage) system. The first part of the work focused on the development of a homogeneous model of the HTS tape. Subsequently, the model was validated with experimental results and bibliography. As a second part, an analytical and a computational model for the calculation of the stress state in the coil were proposed. Calculations performed using the homogenized model. In parallel, several experiments were carried out with the aim of providing data to contrast the calculation results. The stress and strain calculations were then compared between different methods and with the experimental results. The work successfully provided strategies for the calculation of a homogenized model for an HTS tape as well as for the calculation of stresses. The experimental results showed some divergence with the calculations. The reason for such difference could be related to the lack of knowledge of the exact material properties or to the lack of reliability in the measurement procedure.

Keywords: SMES, Superconductors, HTS tape, stress analysis, LN2 experiments, LHe experiments, ANSYS, Maxwell.

1. Introduction

SMES systems have emerged as an energy storage alternative. This technology is based on taking advantage of the properties of superconduction to store energy. SMES systems consist of a stack of coils made of superconducting wiring. These coils experience extreme loads as a result of demanding operating conditions. They operate at cryogenic temperatures and in the presence of strong electromagnetic fields. The complex nature of their loads, as well as the peculiarities of HTS tapes properties makes the study the stresses inside the SMES coil of great interest.

2. State of art

Superconductivity is understood as the absence of electrical resistance of a material when cooled below a critical temperature [1]. In addition to the critical temperature, there is a critical magnetic field and a critical current density that define the superconducting state range. Depending on their operating temperature superconductors can be further classified into low temperature superconductors (LTS) and high temperature superconductors (HTS). Low temperature superconductors exhibit critical temperatures in the range 0 to 10 K while high temperature superconductors in the range 20-80 K.

The principle of operation of SMES systems is based on taking advantage of the zero-resistance offered by superconductors to store energy. If a current is established in a superconductor, it will remain for an indefinite amount of time. An SMES system consists

of an array of superconducting coils in charge of storing direct current. The SMES coils are connected to the electrical grid through a PCS (Power Conditioning System) [2], [3]. Depending on the PCS technology, the SMES system may provide active power control, reactive power control or both in the case of the most advanced systems. The nominal power rating of commercial SMES systems ranges between 100 kW and 100 MW while their storage capacity lays between 1 - 30 kWh. Therefore, current SMES systems are used as a high-power source in small time intervals. Currently, SMES systems are usually found installed next to substations and industries that require high quality power control.

3. Methodology

For the homogenization of the HTS tape, a first model was created using analytical calculations and a second one using the ANSYS Design Modeler module. Previously it was necessary to define the geometry and the materials of the layers that make up the belt. For all the materials, a literature search was carried out to determine their elastic properties and coefficient of thermal expansion from cryogenic to room temperature.

Subsequently, the work focused on the calculation of the stress and strain distribution in the HTS coil. A first analytical model programmed in MATLAB was proposed. This model allowed the calculation of stresses in the different phases of the life and operation of the coil. The developed program was able to calculate the stress distributions due to prestress during winding, thermal shrinkage and electromagnetic loads [4]. The development of this program is based on the expressions of a previous analytical study on analytical stresses in superconducting coils [5] with own developed additional features. The program allows the analytical calculation of stresses and strains for a coil of orthotropic material, at the specified temperature and current. It also solves the case of mandrel removal, leaving the coil unconstrained. On the other hand, the calculation of stresses was developed with the use of ANSYS Mechanical and ANSYS Maxwell for the calculation of electromagnetic loads. In addition, parallel to this work, a more accurate expression of the field created by the HTS coil was obtained. This expression was used for the determination of the magnetic stress distributions. For this purpose, a finite element program was developed that modeled the coil with one-dimensional finite elements.

In parallel, the results of several cryogenic experiments involving the study prototype were analyzed. A first shrinkage test was performed in LN2 to determine the thermal shrinkage of the HTS tape. Later, a test with LHe was carried out to study the thermal and electromagnetic deformations at a temperature of 20 K. Finally, a test with LN2 was carried out to measure deformations in the coil at a temperature of 77 K. The experimental results were used to validate the homogenized properties obtained and to contrast the deformation calculations developed.

4. Results

The comparison of the properties obtained by analytical and computational calculation was excellent. The results of both ways concluded in almost identical homogenized properties. The elastic properties were in line with those determined in literature studies. However, the shrinkage provided by the model compared to the experimental shrinkage presented a 30% divergence.

In the case of stress calculations, similar results were obtained. The analytical and computational model concluded in very similar stress distributions. The correlation was excellent for thermal stresses. However, results were less fitted for magnetic stresses. The

experimental measurements showed deformations far from the deformation calculations. The tests yielded deformations twice the magnitude of those estimated.

5. Conclusions

The objective of this study was the analysis of the stress state of the coil of a SMES. Tools were successfully developed for the calculation of homogenized properties for the HTS tape and for the calculation of stresses. The correlation between analytical and computational results was outstanding for both homogenized and stress calculations. However, the same was not true when compared to experimental measurements.

The possible causes of the difference between results and measurements are not clear. Possible causes could be lack of stability in the measurement procedure or lack of knowledge of the actual material properties and proportions. As future steps the material model should be better adjusted. Further tests should be performed to measure the exact properties of the coil and thus adjust the material properties.

7. References

- [1] Y. Iwasa, «SUPERCONDUCTING MAGNET TECHNOLOGY», en *Case Studies in Superconducting Magnets: Design and Operational Issues*, Boston, MA: Springer US, 2009, pp. 1-24. doi: 10.1007/b112047_1.
- [2] P. Breeze, «Chapter 5 - Superconducting Magnetic Energy Storage», en *Power System Energy Storage Technologies*, P. Breeze, Ed., Academic Press, 2018, pp. 47-52. doi: 10.1016/B978-0-12-812902-9.00005-5.
- [3] M. H. Ali, B. Wu, y R. Dougal, «An Overview of SMES Applications in Power and Energy Systems», *Sustain. Energy IEEE Trans. On*, vol. 1, pp. 38-47, may 2010, doi: 10.1109/TSTE.2010.2044901.
- [4] M. N. Wilson y M. N. Wilson, *Superconducting Magnets*. en Monographs on Cryogenics. Oxford, New York: Oxford University Press, 1987.
- [5] V. Arp, «Stresses in superconducting solenoids», *J. Appl. Phys.*, vol. 48, n.º 5, pp. 2026-2036, may 1977, doi: 10.1063/1.323913.

ÍNDICE DE LA MEMORIA

1	INTRODUCCIÓN	6
2	ESTADO DEL ARTE	8
2.1	Superconductividad	9
2.2	Descripción y aplicación de un sistema SMES	10
2.3	Proyecto Poseidon	12
2.4	Presentación de la bobina CAS	13
2.4.1	Elementos de la bobina	13
2.4.2	Fabricación de la bobina	14
2.4.3	Criostato	15
3	METODOLOGÍA	17
3.1	Modelo del elemento superconductor	18
3.1.1	Cinta superconductora	18
3.1.2	Obtención de las propiedades de los materiales	22
3.1.3	Presentación de las propiedades de los materiales	26
3.2	Modelo analítico de la cinta	29
3.3	Modelo computacional de la cinta	33
3.4	Cálculo analítico de tensiones	40
3.4.1	Ecuaciones del elemento cilíndrico	40
3.4.2	Distribución de tensiones por bobinado a tensión conocida	42
3.4.3	Distribución de tensiones por retirada del mandrino	43
3.4.4	Distribución de tensiones por contracción térmica	44
3.4.5	Distribución de tensiones por presión magnética	46
3.4.6	Deformaciones en la bobina	48
3.4.7	Deformaciones en función del tiempo	49
3.4.8	Cálculo analítico empleando una distribución de campo realista	49
3.5	Estado límite estructural	51
3.6	Simulación termo-estructural	52
3.6.1	Consideraciones generales a todos los casos	53
3.6.2	Contracción libre de la bobina	55
3.6.3	Contracción con anillo de G-10	58
3.6.4	Cargas térmicas	59
3.6.5	Cargas magnéticas	60
4	RESULTADOS	62
4.1	Resultados experimentales	63
4.1.1	Primer ensayo: Ensayo de contracción simple con LN2	63
4.1.2	Segundo ensayo: Ensayo criogénico con LHe	64
4.1.3	Tercer ensayo: Ensayo criogénico con LN2	68
4.2	Resultados modelo analítico de la cinta HTS	74
4.2.1	Comparativa de las propiedades elásticas	74
4.2.2	Comparativa de los coeficientes de expansión	74
4.3	Resultados del estudio de tensiones analíticas	76
4.4	Resultados Análisis con Maxwell	80

4.5	Resultados Análisis Estructural	83
4.6	Comparativa de los resultados de tensiones	87
4.6.1	Comparativa de tensiones analíticas con computacionales	87
4.6.2	Comparativa de tensiones magnéticas con modelo de campo simple y complejo	88
4.7	Comparativa de los ensayos con los modelos	91
4.7.1	Comparativa de deformaciones electromagnéticas	91
4.7.2	Comparativa de deformaciones térmicas	93
5	CONCLUSIONES	96
6	BIBLIOGRAFÍA	98
7	ANEXOS	101
7.1	ALINEACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE	102
7.2	Código Análisis Analítico	103
7.3	Código elementos finitos con campo complejo	114

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Límites del comportamiento superconductores. Fuente: <i>Hundred years of Superconducting Materials</i> . Rafael Navarro.	9
Figura 2. Esquemas funcionamiento sistema SMES. (a) Mecánico (b) Eléctrico. Fuentes: (a) <i>Comparativa Review of Energy Storage Systems, Their Roles and Impacts on Future Power Systems</i> . Furquan Nadeem et al. (b) http://www.sc.ehu.es/sbweb/energias-renovables/temas/almacenamiento_1/almacenamiento_1.html	10
Figura 3. Empresas proyecto Poseidon.	12
Figura 4. Bobina prototipo CAS. Fuente: Cyclomed.	13
Figura 5. Explosionado de los componentes del CAS. Fuente: Cyclomed.	13
Figura 6. Proceso de bobinado.	14
Figura 7. Esquema bobinado doble pancake.	14
Figura 8. Detalle resultado final fabricación bobina del CAS.	14
Figura 9. Bobina del CAS.	15
Figura 10. Criostato empleado en los experimentos.	15
Figura 11. Esquema conexión eléctrico criostato-bobina. Fuente: elaboración propia.	16
Figura 12. Imagen de la cinta superconductora.	18
Figura 13. Propiedades cinta según fabricante Shanghai Superconductor.	19
Figura 14. Validación del fabricante.	19
Figura 15. Especificaciones de la cinta del comercializador.	20
Figura 16. Capas cinta superconductora según fabricante.	20
Figura 17. Esquema capas de la cinta superconductora.	22
Figura 18. Comparativa coeficientes expansión cobre.	23
Figura 19. CET de los componentes de la cinta.	27
Figura 20. Visualización de la contracción de un laminado.	31
Figura 21. Workbench del modelado de la cinta.	33
Figura 22. Material designer.	34
Figura 23. CET secante para los tres modelos	36
Figura 24. Comparación CET instantáneos del modelo M3 y los materiales del mandrino.	36
Figura 25. Comparación CET instantáneos materiales con CET del modelo M1.	37
Figura 26. Comparación módulos de Young de los materiales con los modelos.	38
Figura 27. Balance elemento cilíndrico.	41
Figura 28. Estados límite cinta.	51
Figura 29. Estructura Workbench de simulación.	53
Figura 30. Tipos de elementos finitos. Fuente: <i>Evaluating the effects of tunnel construction on buildings</i> . Twana Kamal.	54
Figura 31. Modelo bobina primera configuración.	55
Figura 32. Malla y definición de la primera simulación.	55
Figura 33. Calidad del mallado de la primera configuración.	56
Figura 34. Análisis de convergencia de la malla para la primera configuración.	56
Figura 35. Modelo segunda configuración.	56
Figura 36. Malla y definición de la segunda simulación.	57
Figura 37. Calidad del mallado de la segunda configuración.	58
Figura 38. Análisis de convergencia de la malla para la segunda configuración.	58
Figura 39. Modelo de la tercera configuración.	58
Figura 40. Malla y definición de la tercera simulación.	59
Figura 41. Calidad del mallado de la tercera configuración.	59
Figura 42.. Análisis de convergencia de la malla para la tercera configuración.	59
Figura 43. Definición de la variación de temperatura.	60
Figura 44. Interfaz ANSYS Maxwell.	61
Figura 45. Módulo campo magnético en la sección.	61
Figura 46. Modos de medición del equipo de galgas.	64
Figura 47. Posiciones de las galgas extensiométricas sobre el plato.	65
Figura 48. Fotografías del segundo ensayo. (a) Montaje principal (b) Detalle criostato (c) Criostato en operación.	66

Figura 49. Resultados experimento LHe1	67
Figura 50. Enfriamiento ensayo LHe.	68
Figura 51. Fase de cargas en el ensayo LHe.	68
Figura 52. Disposición galgas ensayo LN2.	69
Figura 53. Resultados experimento del primer día.	70
Figura 54. Resultados experimento del segundo día.	71
Figura 55. Escaleras de intensidad ensayo LN2 día 1.	72
Figura 56. Escaleras de intensidad ensayo LN2 día 2.	72
Figura 57. Deformaciones en función de la temperatura galgas 2 y 3 (día 1).	73
Figura 58. Deformaciones en función de la temperatura enfriamiento galgas 2 y 3 (día 2).	73
Figura 59. Deformaciones en función de la temperatura calentamiento galgas 3 y 4 (día 2).	73
Figura 60. Comparativa resultados CTE axial.	75
Figura 61. Comparativa resultados CTE normal.	75
Figura 62. Solución de tensiones analíticas sin mandrino.	77
Figura 63. Solución deformaciones analíticas sin mandrino.	78
Figura 64. Solución de tensiones analíticas con mandrino.	78
Figura 65. Solución deformaciones analíticas con mandrino.	79
Figura 66. Campo frente radio e intensidad 1.	80
Figura 67. Campo frente al radio e intensidad 2.	81
Figura 68. Variación del campo en los extremos del eje medio.	81
Figura 69. Carga importada de Maxwell.	82
Figura 70. Tensiones acimutales primera configuración.	83
Figura 71. Tensiones radiales primera configuración.	83
Figura 72. Resultados en el plano medio de la primera configuración.	84
Figura 73. Tensiones radiales de la segunda configuración.	84
Figura 74. Tensiones acimutales de la segunda configuración.	85
Figura 75. Resultados en el plano medio de la segunda configuración.	85
Figura 76. Tensiones radiales de la tercera configuración.	86
Figura 77. Tensiones acimutales de la tercera configuración.	86
Figura 78. Resultados en el plano medio de la tercera configuración.	86
Figura 79. Comparativa de las tensiones térmicas sin mandrino.	87
Figura 80. Comparativa de las tensiones magnéticas sin mandrino.	87
Figura 81. Comparativa de las tensiones térmicas con mandrino.	88
Figura 82. Comparativa de las tensiones magnéticas con mandrino.	88
Figura 83. Resultados campo complejo. (a) Campo Bz. (b) Densidad de corriente. (c) Fuerza volumétrica.	89
Figura 84. Comparativo cálculo analítico con campo complejo y resultados de ANSYS.	90
Figura 85. Comparativa de las deformaciones debidas a la corriente para la galga 1-4.	92
Figura 86. Comparativa contracción por enfriamiento ensayo y analítica día 1.	94
Figura 87. Comparativa contracción por enfriamiento ensayo y analítica día 2.	94
Figura 88. Comparativa contracción por calentamiento ensayo y analítica día 2.	95

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dimensiones de las capas de la cinta HTS.	21
Tabla 2. Módulos de Young de los componentes de la cinta.	26
Tabla 3. Propiedades elásticas materiales estructurales.	27
Tabla 4. CET instantáneo de los materiales de la cinta. $\alpha [def / K - 1]$.	28
Tabla 5. Propiedades elásticas de los modelos.	35
Tabla 6. CET secante resultado de la simulación.	39
Tabla 7. Resultados primer experimento.	63
Tabla 8. Contracción a 77K.	64
Tabla 9. Expresión de la medición galgas en el ensayo LHE.	65
Tabla 10. Posición galgas experimento LN2.	69
Tabla 11. Conexiones experimento LN2 día 1.	69
Tabla 12. Conexiones experimento LN2 día 2.	69
Tabla 13. Comparativas propiedades elásticas.	74
Tabla 14. Dimensiones geométricas análisis analítico.	76
Tabla 15. Propiedades elásticas análisis analítico.	76
Tabla 16. Cargas del análisis analítico.	76
Tabla 17. Deformaciones medidas debidas a la intensidad.	91
Tabla 18. Deformaciones estimadas analíticamente debidas a la intensidad.	92
Tabla 19. Deformaciones estimadas con ANSYS debidas a la intensidad.	92

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años el sector energético está viviendo una revolución sin precedentes. Las tecnologías tradicionales de generación de energía eléctrica se reemplazan por energías renovables. Las tecnologías de generación renovable son fuente de electricidad libre de emisiones, pero con un gran inconveniente: No es posible controlar la oferta de los recursos de proveniencia natural. Si se quiere que exista una mayor penetración de renovables es vital encontrar la manera de gestionar el desfase entre oferta y demanda. La solución a dicho problema es el almacenamiento de energía a gran escala. Si existiera una tecnología que permitiera de forma económica almacenar la producción renovable y distribuirla en función de la demanda se resolvería uno de los mayores problemas técnicos de la transición energética.

Existen multitud de tecnologías que se proponen como candidatas para solucionar el problema del almacenamiento de energía. Ejemplos de las tecnologías más avanzadas a tal efecto son la hidráulica de bombeo, las baterías de litio y las baterías de Carnot entre otros. La hidráulica de bombeo presenta una gran capacidad de almacenamiento, alto rendimiento operativo y un impacto medioambiental local. Sin embargo, presenta limitaciones geográficas. Las baterías de litio pese a sus buenas especificaciones de potencia presentan un alto coste económico además de presentar un proceso de fabricación muy contaminante. Por otro lado, las baterías de Carnot presentan un almacenamiento basado en elevar la temperatura de una sustancia en un momento de baja demanda y utilizar el calor en una etapa de alta demanda. Por tanto, Su operación requiere de un ciclo de carga y otro de descarga que permita elevar la temperatura de la sustancia almacén y reducirla posteriormente volviendo a generar electricidad.

Como otra alternativa de almacenamiento surgen los sistemas SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage). Tecnología basada en aprovechar las propiedades de la superconducción para almacenar energía. Los sistemas SMES están formados por una serie de bobinas fabricadas de cableado superconductor. Estas bobinas se encuentran sometidas a cargas extremas como consecuencia de las exigentes condiciones de operación. Operan a temperaturas criogénicas y en presencia de intensos campos electromagnéticos.

El objetivo de este proyecto es realizar un análisis electromecánico de las estructuras que componen un sistema de almacenamiento de energía SMES. De forma más específica se presentan los siguientes objetivos:

1. Modelado del material superconductor del SMES. Obtención de las propiedades homogeneizadas de una cinta superconductora HTS de segunda generación.
2. Validación del modelo material. Comparativa de modelos homogeneizados analíticos y de simulación con resultados experimentales y bibliografía.
3. Cálculo de tensiones analítico y por simulación. Definición de los casos de carga y las modalidades de montaje.
4. Validación de los cálculos con resultados experimentales. Procesado de resultados experimentales y comparativa de contracciones térmicas y deformaciones electromagnéticas.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Superconductividad

Se entiende como superconductividad a la ausencia de resistencia eléctrica que presenta un material al ser enfriado por debajo de una temperatura denominada crítica [1]. Además de la temperatura crítica existe un campo magnético límite y una densidad de corriente límite que delimitan el estado de superconducción. Una de las más notables características que presentan los materiales superconductores es la aparición del efecto Meissner. El efecto Meissner consiste en la desaparición de la inducción magnética en el interior del superconductor. Es decir, los materiales superconductores presentan un diamagnetismo perfecto. La desaparición de la inducción magnética es consecuencia de la aparición de super-corrientes en la piel del superconductor. Los superconductores se dividen en Tipo I y Tipo II. Los superconductores Tipo I se caracterizan por no presentar pérdidas ni con corriente continua ni alterna. Su principal inconveniente es el reducido campo magnético crítico que presentan lo que los hace inviables para la fabricación imanes. Por el contrario, los Tipo II presentan un campo crítico más elevado lo que los hace adecuados para la fabricación de imanes. Sin embargo, estos sí que presentan pérdidas frente a la corriente alterna. Por lo cual, se suelen emplear principalmente con corriente DC. En función de su temperatura de operación se pueden clasificar además en superconductores de baja (LTS) o alta temperatura (HTS). Los de baja temperatura muestran temperaturas críticas en el rango de 0 a 10 K mientras que los de alta temperatura en el rango de 20-80 K. En la práctica se emplean sistemas criogénicos que mantienen una temperatura de 4.2 K empleando helio para los de baja temperatura y de 77 K empleando nitrógeno líquido para los de alta. A pesar de haber sido descubiertos más de 10.000 materiales que presentan propiedades superconductoras, de ellos menos de diez se consideran que presentan las propiedades idóneas para ser usados en la fabricación de imanes.

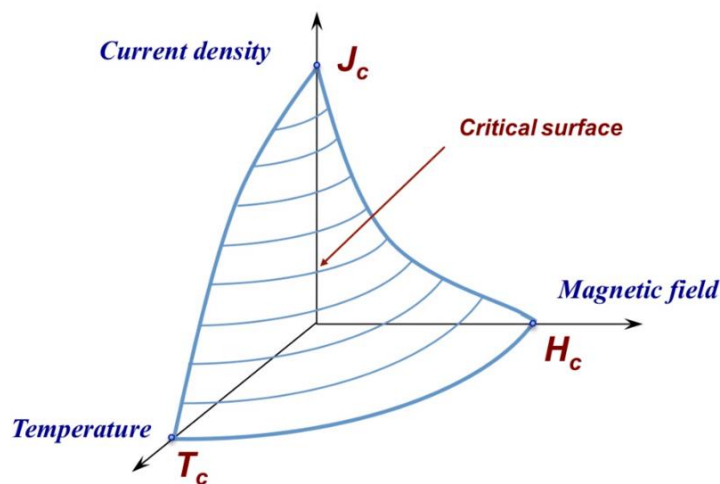


Figura 1. Límites del comportamiento superconductores. Fuente: *Hundred years of Superconducting Materials*. Rafael Navarro.

2.2 Descripción y aplicación de un sistema SMES

El principio de funcionamiento de los sistemas SMES se basa en aprovechar la resistencia nula que ofrecen los superconductores para almacenar energía. Si se establece una corriente en un superconductor, esta permanecerá un tiempo indefinido circulando. Un sistema SMES está formado por un conjunto de bobinas superconductoras encargadas de almacenar corriente continua que se conecta a la red eléctrica a través de un PCS (Power Conditioning System)[2], [3]. El PCS se puede definir como todo el conjunto de equipos que gestionan la transmisión de energía entre bobina y red. Esta transmisión debe transformar la potencia de continua a alterna y se puede dar en sentido carga y descarga. En función de la tecnología de PCS el sistema SMES podrá proporcionar control de potencia activa, reactiva o ambas para los sistemas más avanzados.

Además, en paralelo se implementa un sistema criogénico capaz de suministrar potencia frigorífica. El sistema criogénico regula la temperatura de la cámara en la cual se encuentran los arrollamientos superconductores manteniéndolos a la temperatura de operación deseada. Normalmente estos sistemas emplean como fluido refrigerante helio para los superconductores de baja temperatura y nitrógeno líquido para los de alta temperatura.

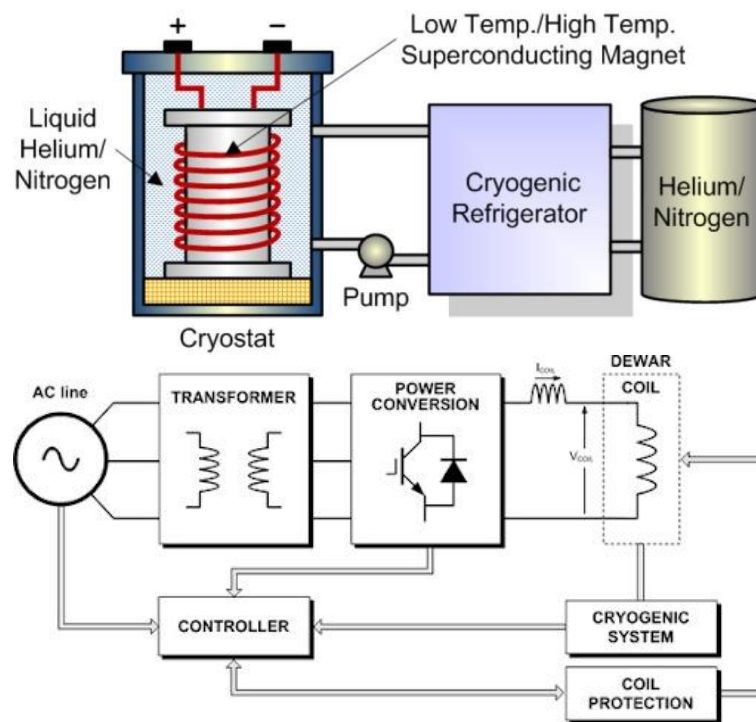


Figura 2. Esquemas funcionamiento sistema SMES. (a) Mecánico (b) Eléctrico. Fuentes: (a) Comparativa Review of Energy Storage Systems, Their Roles and Impacts on Future Power Systems. Furquan Nadeem et al. (b) http://www.sc.ehu.es/sbweb/energias-renovables/temas/almacenamiento_1/almacenamiento_1.html

La energía almacenada por el SMES se puede calcular según la expresión de la energía magnética en una inductancia, ecuación (1)[3]. La respuesta del sistema es extremadamente rápida al funcionar con intensidad y es capaz de suministrar gran cantidad de potencia en breves intervalos de tiempo. La potencia que entrega el SMES depende de la intensidad que presente (I_{sm}) y la tensión en sus bornas (V_{sm}), ya que trabaja en continua, ec (2). Por tanto, la potencia máxima que podrá suministrar o cargar dependerá de la intensidad y tensión máxima soportadas. La intensidad máxima está

limitada por la respuesta estructural de la cinta frente a las tensiones magnéticas inducidas. Deformaciones excesivas en la cinta pueden provocar fallos irreversibles que supongan la degradación de la capacidad del sistema. Por tanto, el análisis mecánico es de extrema importancia para la determinación de la potencia máxima almacenada en un sistema SMES. Los sistemas SMES destacan por sus altas eficiencias carga-descarga (*Round trip efficiency*) del orden del 95% [3].

$$E = \frac{1}{2} L I_{sm}^2 \quad (1)$$

$$P = V_{sm} I_{sm} \quad (2)$$

En los orígenes de la tecnología se propusieron sistemas SMES de enormes dimensiones que serían capaces de proporcionar potencias del orden de 1000 MW [2]. Se plantearon proyectos que suponían la construcción de anillos subterráneos superconductores de decenas de kilómetros de diámetro. Sin embargo, actualmente los costes del cable superconductor son demasiado elevados como para permitir la construcción de proyectos de tan enormes dimensiones. La capacidad de potencia de los sistemas SMES comerciales se encuentra entre los 100 kW y los 100 MW. Presentan altas potencias nominales ya que como se ha visto son capaces de suministrar cantidades de potencia notable a la red. Sin embargo, la capacidad de almacenamiento de potencia es reducida. La capacidad se encuentra en el rango de los 10 y 30 kWh. Por tanto, los sistemas SMES actuales son empleados como una fuente de alta potencia en pequeños intervalos de tiempo. Actualmente existen sistemas SMES instalados junto a subestaciones e industrias que requieren un control de la potencia de alta calidad.

2.3 Proyecto Poseidón

El proyecto POSEIDON (POWer StoragE In D OceaN) es un proyecto financiado por la unión europea que busca demostrar la aplicabilidad de 3 innovadoras tecnologías de almacenamiento de energía de respuesta rápida para su aplicación en el transporte acuático [4]. Las tres ESS (*Energy Storage System*) en cuestión son los volantes de inercia, los supercondensadores y los SMES. Más específicamente presenta los siguientes objetivos:

1. Construir y marinizar 3 ESS innovadoras (SMES, supercondensadores y volantes de inercia).
2. Demostrar el funcionamiento de las tecnologías en un entorno marítimo. Realizando ensayos de cada ESS en un contenedor a bordo de un navío de la empresa Balearia.
3. Establecer una herramienta de métricas refinadas de Coste Nivelado de Almacenamiento (Levelized Cost of Storage, LCOS) para la evaluación de costes y la comparación de los ESS para diferentes segmentos marítimos.

El proyecto está conformado por un conjunto de entidades colaboradores (Figura 3) que incluyen al entre otros al Ciemat y Cyclomed Technologies, entidades que han colaborado con el desarrollo de este proyecto.



Figura 3. Empresas proyecto Poseidón.

2.4 Presentación de la bobina CAS

2.4.1 Elementos de la bobina

Este trabajo se enfocará en el estudio de tensiones y deformaciones de un prototipo específico de bobina superconductora. El prototipo recibe el nombre de bobina CAS. Durante el desarrollo del trabajo se realizarían ensayos con dicho modelo que servirían para validar los modelos. Los componentes principales del CAS se pueden dividir en: el mandrino de hierro, la bobina y las tapas que cubren la bobina. Las características de la bobina empleada en el prototipo CAS son las siguientes:

- Diámetro interior: 172 mm.
- Diámetro exterior: 226 mm.
- Número de vueltas: 82.
- Inductancia: 9 mH.
- Intensidad crítica (77 K): 69 A.

Dichas dimensiones se utilizarán en todos los modelos posteriores. En la Figura 4 se puede apreciar un modelado del prototipo CAS, no se muestra la tapa superior para posibilitar mostrar los elementos internos. En la Figura 5 se presenta un explosionado que facilita distinguir los componentes. Los discos verdes se corresponden con los platos, el disco grisáceo con el mandrino y la bobina presenta un color cobrizo.

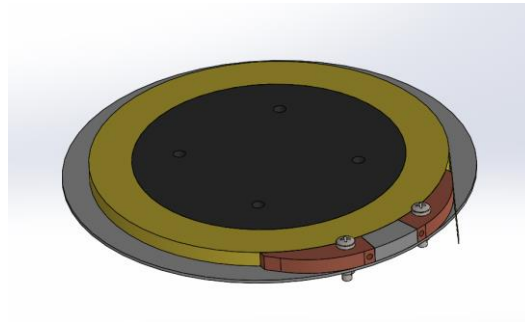


Figura 4. Bobina prototipo CAS. Fuente: Cyclomed.

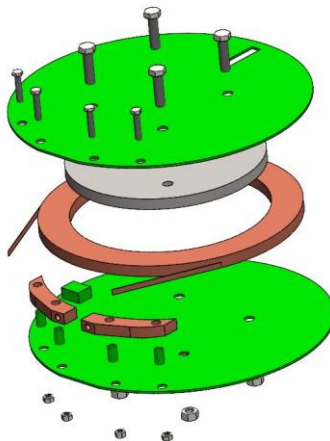


Figura 5. Explosionado de los componentes del CAS. Fuente: Cyclomed.

2.4.2 Fabricación de la bobina

En la Figura 6 se puede apreciar dos fotografías del proceso de bobinado del CAS. En las imágenes se puede distinguir la cinta de color dorado, la tapa inferior de G-10 de color verdoso y el elemento central que se corresponde con el mandrino de hierro. Nótese que el bobinado se realiza empleando una técnica que consiste en bobinar a dos alturas con la misma cinta. De esta manera se consigue que ambos extremos del cable queden en el diámetro exterior y se facilite su conexión con el resto de los elementos. Dicho bobinado resulta en lo que se conoce como *doble pancake*, i.e., cada bobina está compuesta por dos arrollamientos que se denominan *pancake* debido a su forma de tortita. La Figura 7 muestra en detalle cómo se dispone la primera pasada de cinta para después permitir el arrollamiento a dos alturas.

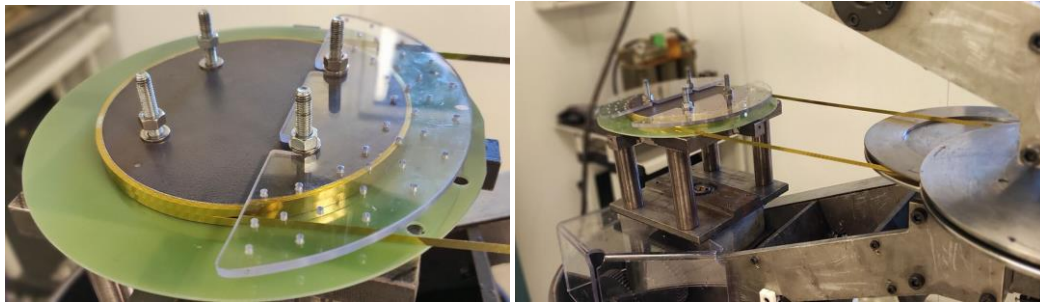


Figura 6. Proceso de bobinado.

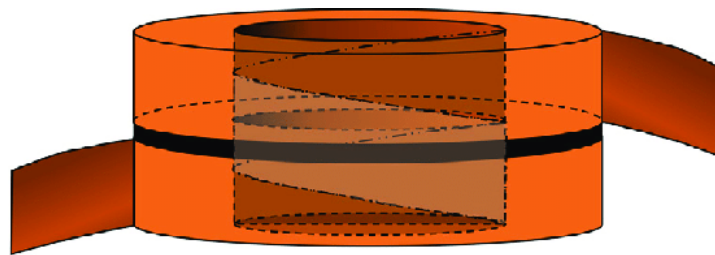


Figura 7. Esquema bobinado doble pancake.

Durante el bobinado se aplica resina Epoxy para cohesionar todas las capas. En la Figura 8 se puede observar el brillo del epoxy tras haber sido aplicado a la última vuelta. La Figura 9 muestra la bobina CAS tras su fabricación.

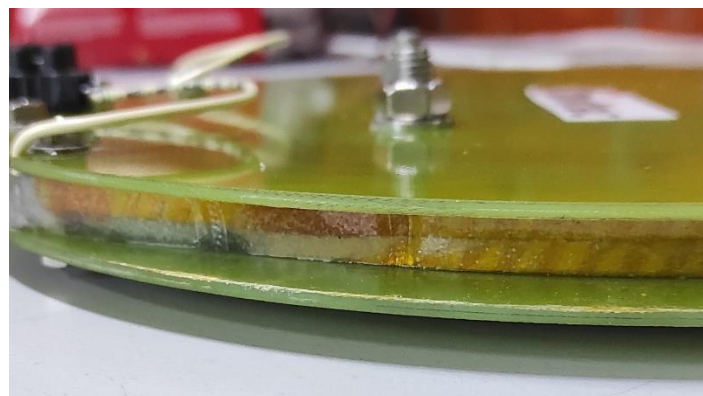


Figura 8. Detalle resultado final fabricación bobina del CAS.



Figura 9. Bobina del CAS.

2.4.3 Criostato

Para realizar los ensayos en la bobina CAS esta deberá disponerse dentro del criostato. El criostato es un dispositivo que permite controlar experimentos con un fluido en estado de criogenia. El criostato se podría describir de manera simplificada como un contenedor diseñado para tener las mínimas pérdidas térmicas posibles. Para presentar las menores pérdidas térmicas posibles se encuentra aislado por una doble pared con interfase de vacío. Además, el criostato se encuentra en su mayoría por debajo del suelo para así mejorar todavía más su aislamiento térmico. Sin embargo, presenta pérdidas sobre todo por las conexiones eléctricas que tiene en la parte superior. En la Figura 10 se muestra la estructura que se introduce en el criostato. En la imagen se pueden apreciar los platos y las barras de cobre además del prototipo CAS instalado en el plato inferior.



Figura 10. Criostato empleado en los experimentos.

Desde la tapa superior del criostato hasta donde se encuentra el electroimán bajan dos barras de cobre. Estas barras por un lado permiten colgar una serie de platos donde se

pueden apoyar distintos elementos, en este caso la bobina. En segundo lugar, realizan la función elemento conductor de la corriente hasta la bobina. Por tanto, el doble pancake se encuentra apoyado sobre los platos que a su vez cuelgan de la parte superior del criostato. En la Figura 11 se aporta un esquema que muestra las bornas de las barras de cobre (1 y 8) y las de la bobina (4 y 5). Este esquema presenta todas las bornas en las que existe medición de tensión durante los experimentos. Nótese que entre las barras de cobre y las bornas de la bobina existe una conexión unos cableada. Estos cables son los denominados *current-leads*. Suelen ser cables superconductores para disminuir las pérdidas una vez quedan sumergidos por el fluido criogénico. Además, el criostato también incorpora una caña para la carga de criogénico. Esta caña conecta el exterior con la parte más baja del criostato. El líquido criogénico que se encuentra inicialmente almacenado en un dewar se conecta a esta caña para iniciar la carga de criogénico.

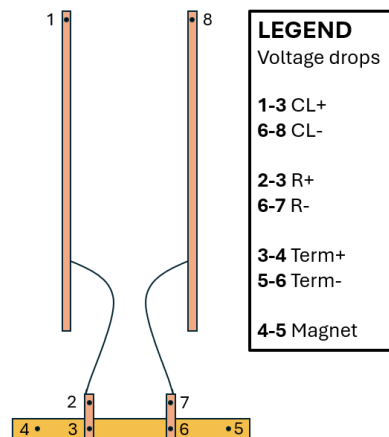


Figura 11. Esquema conexionado eléctrico criostato-bobina. Fuente: elaboración propia.

3 METODOLOGÍA

3.1 Modelo del elemento superconductor

3.1.1 Cinta superconductora

El componente nuclear del sistema de almacenamiento SMES es la cinta superconductora. La cinta superconductora está compuesta de capas de distintos materiales. Materiales de entre los cuales se encuentra el material superconductor. El resto de las capas cumplen distintas funciones como puede ser posibilitar la deposición del elemento superconductor o mejorar las propiedades globales de la cinta. La modelización tiene el objetivo de crear un material equivalente homogéneo de la cinta. En este apartado se discutirán los distintos acercamientos a tal efecto.

Para poder realizar el estudio electromecánico del sistema se deberá realizar un modelo de la cinta. Como se ha mencionado la cinta presenta propiedades complejas al tratarse de un laminado. Cada una de las capas es de un material que presenta un módulo de Young y coeficiente de expansión distinto. Este hecho dificulta su tratamiento en programas de elementos finitos. La cinta de estudio es la *2G-HTS Tape. Electrical. S+. Copper lamination* del fabricante Shanghai Superconductors (Figura 12). Se eligió dicho modelo de cinta ya que era la escogida para su implementación en el prototipo actual de SMES. A lo largo del año se realizaron distintos experimentos del prototipo que permitirían validar experimentalmente los modelos.



Figura 12. Imagen de la cinta superconductora.

Para proceder al modelado de la cinta es necesario definir en primer lugar los materiales de los que se componen las capas de la cinta. En segundo lugar, el orden en el que se encuentran. Como último paso se definirá la geometría de las capas, los espesores y anchos de cada capa. En la Figura 13 se presentan las especificaciones de los distintos modelos del fabricante. En la Figura 14 se muestra la validación de las propiedades de la cinta aportadas por el fabricante y en la Figura 15 se muestran las especificaciones aportadas por el distribuidor.

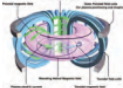
APPLICATIONS	Electrical 	Width	Grades	Ic(77K,s.f.)		
			3.3mm	S	93–130 A	
				S+	130–155 A	
		3.3mm	SUP	155–170 A		
			4mm	S	114–160 A	
		S+		160–190 A		
		SUP		190–210 A		
		10mm	S	300–420 A		
			S+	420–500 A		
	SUP		500–550 A			
	Electromagnetic 	Width	Grades	Ic(4.2K,10T)		
			3.3mm	S	217–260 A	
				S+	260–303 A	
		3.3mm	SUP	303–347 A		
			4mm	S	266–320 A	
		S+		320–372 A		
SUP		372–425 A				
10mm		S	700–840 A			
		S+	840–980 A			
	SUP	980–1120 A				
CUSTOMIZABLE SPECIFICATIONS	Substrate	30µm Hasterlloy™				
		50µm Hasterlloy™				
	single piece length	Any length below 1000m				
	Post-processing		Thickness options	Total thickness	Total width	
			5µm*2	65µm±10%	3.3mm, 4mm, 10mm	
			10µm*2	75µm±10%		
		20µm*2	95µm±10%			
			Thickness options	Total thickness	Total width	
			75µm*2	205µm±10%	4.8mm, 6mm, 12mm	
			100µm*2	255µm±10%		
		Thickness options	Total thickness	Total width		
	80µm*2	215µm±10%	4.8mm, 6mm, 12mm			
COMMON PROPERTIES	Joint resistance		30nΩ·cm ²			
	Tensile strain		0.40%			
	Tensile strength (77 K/Mpa)		>100Mpa	>400Mpa		
	Min. bending diameter (mm)		11–15	15–20		

Figura 13. Propiedades cinta según fabricante Shanghai Superconductor.



上海超导™

SHANGHAI SUPERCONDUCTOR

Inspected by

Reviewed by

宋亚涛

夏慧敏

Product Type	ST-4.9-L
Product S/N	ST2308-221
Wire Width	4.9mm
Wire Length	128m
Inspection Date	2023-8-29



Inspection Report

Basic Properties	Spec	Data		Result		
		Average	Tolerance			
Width ⁽¹⁾ (mm)	4.9	4.82	±0.1	Qualified		
Total Thickness ⁽²⁾ (μm)	240	236	±15	Qualified		
Thickness of Silver Coating per side (μm)	1.5	1.5	±0.5	Qualified		
Thickness of Copper Stabiliser per side (μm)	5	5	±2	Qualified		
Substrate Thickness (μm)	45	45	±1	Qualified		
Substrate Property	Hastelloy™	Non-magnetic		Qualified		
Electrical Properties	Spec	Data			Result	
		Average	S.D. (%)	Max		Min
I _c ⁽³⁾ (A)		173	2	181	157	Qualified

- * The HTS side of the wire is ALWAYS facing outwards of the spool
1. Sampling inspection with digital Vernier caliper
 2. Sampling inspection with digital micrometre screw gauge along centre of wire
 3. Full I_c scan along wire length at 77K s.f. with McCorder™ calibrated by 4-point transport measurement at 1µV/cm (current source: Agilent 6680A; nanovoltmeter: Keithley 2182A)

Tel/Fax: +86 (21) 50817399 E-mail: sales@shstec.com Address: Bldg 25, 1388 Zhangdong Rd, Pudong, Shanghai, P.R.China

Figura 14. Validación del fabricante.

Product	Specification	Quantity
2G-HTS Tape	Substrate: 50 μ m Hastelloy™ (C-276, non-magnetic)	210.00 m
	Width: 4.9 $\pm$ 0.1 mm	
	Post-Processing:	
	Cu Stabilizer (10 μ m surround)	
	PbSn Solder (10 μ m surround)	
	Cu Lamination (75 μ m per side) Insulation: 25 μ m	
	Kapton™ tape with overlapping	
	Total thickness:	
	340 $\pm$ 5 μ m	
	Minimum Ic (77K, s.f.):	
Grand Total (CIP Spain)	140 A	
	Single piece length: 210 m	
	Minimum bending diameter:	
	40mm (HTS facing inward)	

Figura 15. Especificaciones de la cinta del comercializador.

La Figura 16 presenta las distintas capas del núcleo de la cinta. Es decir, las capas base de las cuales se componen las cintas del fabricante, sin contar el refuerzo de cobre y capas externas. Dentro del núcleo se encuentra el material superconductor, superconductor de tipo REBCO (Rare Earth Berilium Copper Oxide). Para permitir la deposición de la capa REBCO se debe primero partir de una capa base o sustrato. Para el sustrato se utiliza una tira de Hastelloy de 50 micras de espesor. Sobre el sustrato se añaden una serie de capas que se conocen como Buffer. Las capas que componen el Buffer presentan un espesor de 0.2 μ m, muy pequeño frente al Hastelloy y se estudiará si será necesaria añadir dichos materiales para el modelado de la cinta. El Buffer está formado por 5 capas de óxidos: Al_2O_3 , Y_2O_3 , MgO , $LaMnO_3$ y por último CeO_3 . La incorporación de estos óxidos es necesaria para el proceso de deposición del REBCO. Por último, se añaden dos capas de plata y cobre por ambos lados de 2 μ m y 10 μ m respectivamente. Estas capas tienen el objetivo de proporcionar un conductor alternativo para la corriente en ausencia de superconductividad, mejorar la conductividad térmica y también añadir rigidez a la cinta.

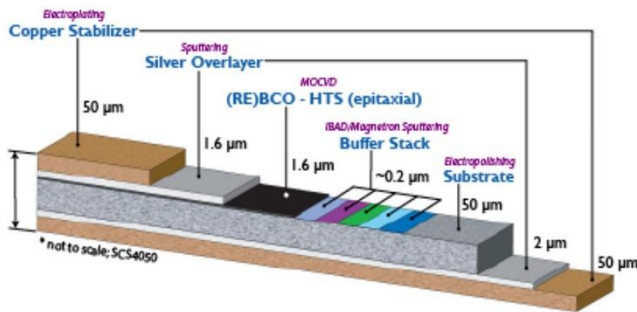


Figura 16. Capas cinta superconductora según fabricante.

El modelo comercial de la cinta empleado presenta además un laminado de cobre adicional de 75 μ m para aportar mayor resistencia al cable. Por motivos de fabricación el

laminado se une al núcleo de la cinta mediante soldadura blanda con plomo-estaño (Pb-Sn). Por tanto, en el modelo se deberá añadir una capa intermedia de Pb-Sn (10 μm según el distribuidor) entre las dos capas de cobre. La cinta se encuentra recubierta de un polímero llamado kapton que envuelve las distintas capas. Según los datos aportados por el distribuidor la capa supondría un espesor adicional de 50 μm (Al ser 25 μm con doble vuelta). Por último, de forma práctica durante el bobinado del “doble-pancake” en cada vuelta se añade manualmente un recubrimiento de Epoxy. Añadir Epoxy tiene el objetivo de adherir las distintas vueltas de la bobina, convirtiéndola en un bloque sólido y mejorando su estabilidad estructural. Por ello se añade al modelo una capa de epoxy a ambos lados. Para estimar el espesor de la capa de epoxy se comparó el diámetro final de la bobina con el espesor teórico. La diferencia resultó en un espesor de epoxy de aproximadamente 5 μm por vuelta, es decir, 2.5 μm a cada lado. En la Tabla 1 se presenta todas las capas de las que se compone la cinta incluyendo sus dimensiones. Esta tabla será de vital importancia para la determinación de las propiedades equivalentes de la cinta. Adicionalmente, se incluye la Figura 17 de cara a ilustrar la distribución de los materiales en la sección de la cinta.

Tabla 1. Dimensiones de las capas de la cinta HTS.

	Capas	Espesor (μm)	Ancho (mm)	Area ($\mu\text{m mm}$)
Capas adicionales superiores	Epoxy	2.5	4.8	24
	Kapton	50	4.8	240
	Cobre Laminación	75	4.8	360
	Pb-Sn (Soldadura)	10	4.8	48
Cuerpo de la cinta	Cobre	10	4.8	48
	Plata	1.6	4.8	7.68
	REBCO	1.6	4.8	7.68
	Buffer	0.2	4.8	0.96
	Hastelloy	50	4.8	240
	Plata	2	4.8	9.6
	Cobre	10	4.8	48
Capas adicionales inferiores	Pb-Sn (Soldadura)	10	4.8	48
	Cobre Laminación	75	4.8	360
	Kapton	50	4.8	240
	Epoxy	2.5	4.8	24

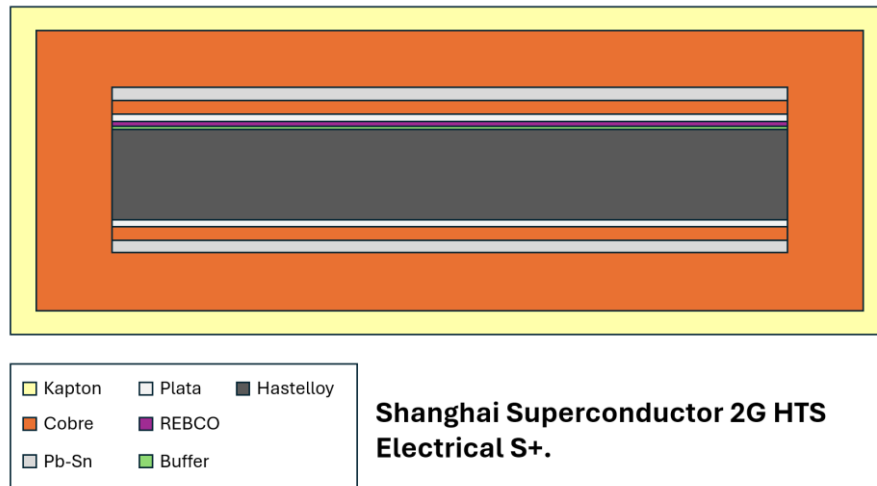


Figura 17. Esquema capas de la cinta superconductora.

3.1.2 Obtención de las propiedades de los materiales

Una vez definida la geometría de las capas se realizó una búsqueda bibliográfica de las propiedades de los materiales. Las propiedades necesarias para el análisis electromecánico son el módulo de Young y Poisson y el coeficiente de expansión térmico. Debido a las acusadas variaciones de temperatura respecto al ambiente se deberán encontrar dichas propiedades a las temperaturas criogénicas. Para modelar correctamente la contracción térmica será imprescindible contar con la expresión del coeficiente de expansión térmica en función de la temperatura. Preferiblemente se buscará la expresión de dicho coeficiente desde la temperatura ambiente, que se definirá como 293 K, hasta temperaturas criogénicas de 4.2 K. Es necesaria encontrar la expresión en función de la temperatura ya que la contracción térmica se define como la integral del coeficiente de expansión térmico instantáneo (3). Nótese el empleo del adjetivo instantáneo ya que existe otra expresión del CET denominada secante cuya definición se presenta en (4). Al contrario, las propiedades elásticas no requieren de su expresión en función de la temperatura ya que únicamente se analizará el estado tensional a las temperaturas de operación.

$$\varepsilon_T = \int_{T_0}^T \alpha_i(T) dT \quad (3)$$

$$\varepsilon_T = \alpha_s(T)(T - T_{ref}) \quad (4)$$

Para encontrar las propiedades previamente mencionadas se recurrirá principalmente a las propiedades proporcionadas por el NIST (National Institute of Standards and Technology) [5]. En caso de que el NIST no disponga de propiedades en los rangos indicados de algún material se procedió a buscar fuentes fiables alternativas. Además de los materiales de la cinta se buscarán también las propiedades del hierro y el G-10. Estos materiales se usarán en componentes de sujeción de la estructura. En los apartados siguientes se presentarán las fuentes de las cuales se han obtenido las propiedades de los distintos materiales y de qué manera estaban presentadas.

3.1.2.1 Cobre

El cobre es el material que presenta mayor fracción volumétrica y por tanto sección en la cinta. Por tanto, sus propiedades serán las más influyentes en el cálculo de las propiedades equivalentes de la cinta. En el caso del cobre se consultaron distintas fuentes para fijar sus propiedades. Para el coeficiente de expansión se utilizó la expresión que se puede encontrar en la base de datos del NIST de propiedades criogénicas [6]. Además, se buscaron fuentes alternativas para estudiar si varias fuentes exponían resultados similares. Otros valores del coeficiente de expansión se encontraron en la Copper Development Association [7]. Dicho coeficiente se presentaba en la forma de gráfico en función de la temperatura. Para obtener los valores con precisión se recurrió al uso de una herramienta de Matlab conocida como Grabit [8].

La herramienta Grabit se emplea para obtener los puntos de una gráfica a partir de una imagen. Para ello en primer lugar se debe calibrar y más tarde seleccionar los puntos. Al estar la gráfica en base logarítmica fue necesario un posterior tratamiento de los valores con MatLab para obtener la expresión en base decimal. La comparativa de ambas fuentes se presenta en la Figura 18.

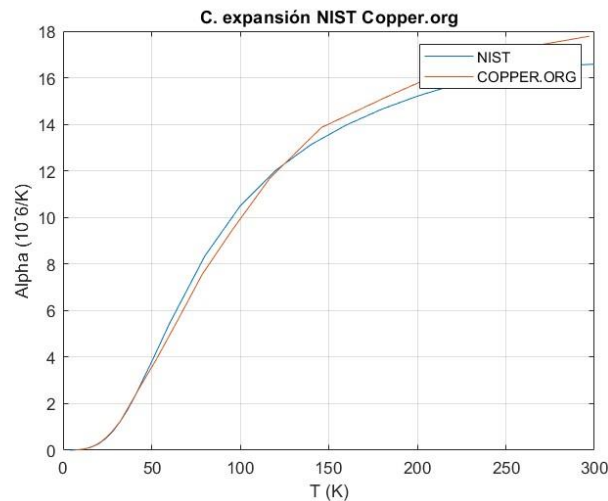


Figura 18. Comparativa coeficientes expansión cobre.

El módulo de Young y de Poisson se obtuvieron a partir de las gráficas proporcionadas por la Copper Development Association [7]. Se obtuvieron a partir del módulo de Young y de cizalladura hasta temperaturas criogénicas. Para el cálculo del módulo de Poisson a partir de los mismos se empleó la definición del módulo de cizalladura (5).

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5)$$

3.1.2.2 Plata

En el caso de la plata tanto el coeficiente térmico de expansión como las propiedades elásticas se encontraron en una entrega del NIST específico sobre las propiedades de la plata a bajas temperaturas [9]. El coeficiente de expansión aparecía directamente en forma de gráfica y el módulo de Young y cizalladura tabulados por lo que hubo que recurrir otra vez a su definición (5) para obtener el módulo de Poisson.

3.1.2.3 Hastelloy

El Hastelloy es después del cobre el material con más presencia en la estructura de la cinta superconductora. El NIST no cuenta con propiedades del Hastelloy así que como fuente se empleó un estudio sobre el comportamiento de su coeficiente de expansión térmica desde el ambiente hasta los 100K [10]. Dicho estudio presentaba los coeficientes de una expresión polinómica que se ajustaban en dicho rango a sus resultados experimentales. Dado que no fue posible encontrar más información acerca del comportamiento por debajo de dicha temperatura la solución fue extender dicha expresión hasta los 50K y posteriormente proponer un desarrollo lineal hasta los 0K. Dicho ajuste se basó en el desarrollo de las expresiones del coeficiente de expansión en otros materiales. Como se puede apreciar en las gráficas del cobre y la plata (Figura 18) el coeficiente mantiene la tendencia hasta los 50K y a partir de dicha temperatura se dan cambios de concavidad en la expresión hasta acercarse a valor nulo. Para mayor justificación de la expresión propuesta se calculó la contracción térmica y se comparó con otra aportada por una fuente distinta [11]. El cálculo de contracción hasta 10K utilizando la expresión propuesta resultó en una contracción de 0.298% frente a los 0.29% presentados en dicho estudio por lo que se pudo constatar que la estrategia empleada fue acertada.

En cuanto a las propiedades mecánicas, se recogieron de un estudio que estudiaba las propiedades mecánicas de substratos típicos empleados en la fabricación de superconductores [12]. El estudio recogía el módulo de Young medido en tres muestras distintas a distintas temperaturas. Por desgracia, el estudio no incluía propiedades elásticas adicionales que permitieran el cálculo de los coeficientes de Poisson. Además, no se encontró ninguna fuente que proporcionara dicho coeficiente en temperaturas bajas o criogénicas. Por tanto, se obtuvo un valor de este a temperatura ambiente, 0.31, proporcionado por una comercializadora [13]. Para los valores a menor temperatura se usará un valor ligeramente inferior, 0.3, siguiendo la tendencia del coeficiente en otros metales (reducción cercana al 3% en el cobre).

3.1.2.4 Kapton

En el caso del Kapton tampoco aparecía la expresión de su CET en el NIST. Sin embargo, en el libro *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements* [14] se encontró una gráfica de la contracción térmica experimental hasta los 0 K. Al ser una gráfica de contracción fue preciso manipular la gráfica para obtener la expresión del CET. Se recurrió al Grabit y posteriormente se realizó una interpolación polinómica para poder después derivar dicho polinomio y obtener la expresión del CET (6).

$$\alpha = \frac{d\varepsilon}{dT} \quad (6)$$

Para las propiedades elásticas se encontró un estudio que buscaba medir la variación térmica del módulo de Young del Kapton en el dirección normal a la película [15]. Los valores del módulo de Young se acercan notablemente a los presentados por otro estudio sobre las propiedades mecánicas del kapton cuando es fabricado mediante deposición en vapor [16].

Pese a que el kapton pueda presentar anisotropía debido a la disposición de las cadenas poliméricas se considerará isotrópico por simplificación. Esta simplificación queda respaldada por un estudio realizado para comprobar la anisotropía del kapton [17]. En dicho estudio se observa como para distintas direcciones de aplicación de fuerza la gráfica tensión deformación presenta la misma pendiente para deformaciones bajas y solo es a partir de cierta deformación que divergen presentando un comportamiento anisotrópico.

Para el coeficiente de Poisson sucede lo mismo que para el Hastelloy, no hay bibliografía con mediciones para baja temperatura. Por ello se utilizará el dato proporcionado por el fabricante DuPont del kapton HN [18], que es de uso general. Para el resto de las temperaturas se realiza la misma aproximación que se aplicó en el caso del Hastelloy.

3.1.2.5 Epoxy

El CET se obtuvo de un estudio sobre las propiedades térmicas del epoxy [19]. La gráfica escogida fue la de epoxy sin plastificante. La gráfica presentaba una contracción total a 0 K del orden del 1.1% del mismo modo que la proporcionada en *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements* [14]. Al ser una gráfica de expansión térmica se llevó a cabo el procedimiento ya antes descrito para obtener la expresión del CET.

En el libro *Advances in Cryogenic Engineering* [20] se presenta un estudio sobre la variación del módulo de Young con la temperatura además de valores de coeficientes de Poisson a baja temperatura. Ya que había varios tipos de resinas los valores del módulo de Young se definieron tomando una media de estos. El coeficiente de Poisson se fijó según las recomendaciones en el libro.

3.1.2.6 Soldadura blanda Pb-Sn

A partir de una gráfica de contracción térmica de soldaduras blandas empleadas en superconducción [21] se pudo obtener el coeficiente de expansión térmica. Al no contar con la composición exacta de la soldadura de la cinta se trazó la media entre las tres soldaduras que presentan plomo y estaño.

Las propiedades elásticas se obtuvieron de distintas fuentes. El módulo de Young se encontró expresado en forma de la temperatura [22] y el módulo de Poisson a temperatura ambiente [23]. Para obtener el módulo de Poisson a bajas temperaturas se empleó de nuevo la regla del 3%.

3.1.2.7 Buffer (MgO)

La cinta presenta varias capas de espesor casi despreciable que componen el Buffer. Dichas capas están compuestas de óxidos metálicos necesarios para la fabricación de la cinta. Para modelar estas capas se supondrán todas compuestas de un único óxido por simplificación. Dado que existen varias referencias sobre el comportamiento en condiciones criogénicas del óxido de magnesio, se aplicarán sus propiedades a todo el espesor del buffer en el modelo. Tanto el CET como los módulos elásticos se recopilaron de *Cryogenic Properties of Inorganic Insulation Materials for ITER Magnets: A Review* [24].

3.1.2.8 REBCO

El acrónimo REBCO hace referencia a Rare Earth Beryllium Copper Oxide. Familia que engloba distintos materiales superconductores de alta temperatura. Dado que el material empleado en la cinta es desconocido se buscará en la literatura que propiedades mecánicas se le han atribuido en estudios sobre el modelado de cintas 2G HTS [25], [26]. En dichos estudios se modelaba con propiedades mecánicas constantes con la temperatura, módulo de Young 157 GPa, Poisson de valor 0.3 y con un CET constante de 11 $\mu\text{def/K}$. Para definir sus propiedades se propondrá en primer lugar mantener las propiedades elásticas en todo el rango de temperatura y en segundo lugar usar una gráfica de CET de otro material como función de forma unitaria y escalarla al CET conocido a temperatura ambiente. Para ello, se usó la gráfica del CET del cobre y se aplicó la expresión (7). En la expresión $\alpha_{REBCO}(T = T_o)$ se refiere al CET del REBCO a temperatura constante y $\alpha_{Cu}(T)$ al valor del CET del cobre a la temperatura T .

$$\alpha_{REBCO}(T) = \frac{\alpha_{REBCO}(T = T_o)}{\alpha_{Cu}(T = T_o)} \alpha_{Cu}(T) \quad (7)$$

3.1.2.9 Fibra de vidrio G-10

La fibra de vidrio G-10 se caracteriza por presentar anisotropía al ser un material compuesto. Se fabrica bañando unas telas de fibra de vidrio en epoxy seguido de un proceso de curación [27]. Su naturaleza, por tanto, resulta en propiedades distintas en las direcciones del plano de las telas frente a la dirección perpendicular a las mismas. En un estudio realizado sobre sus propiedades mecánicas en temperaturas criogénicas [27] se expone la contracción térmica hasta los 4 K desde temperatura ambiente además del módulo de Young y coeficientes de Poisson en las direcciones del plano y normal.

3.1.2.10 Hierro

Para el hierro se empleará su gráfica sobre contracción térmica y módulo de Young a temperaturas criogénicas además del valor recomendado de módulo de Poisson (0.282) que aparece en *Materials in cryogenics* [14]. Se siguió el procedimiento para obtener el CET a partir de la contracción térmica. Para el módulo de Young se utilizó el mismo valor para 4.2 K y 77 K y se incrementó un 3% para temperatura ambiente.

3.1.3 Presentación de las propiedades de los materiales

En el siguiente apartado se muestran las propiedades obtenidas de los materiales de la cinta. En la Tabla 2 se presentan las propiedades elásticas y en la Figura 19 se muestran todos los CET instantáneos de los materiales de la cinta. Para el G-10 y el hierro se presentará en apartados posteriores una gráfica comparativa entre sus CET y los obtenidos para la cinta. Por último, en la Tabla 4 se muestran los valores del CET obtenidos y que han sido usados para la elaboración de la Figura 19.

Tabla 2. Módulos de Young de los componentes de la cinta.

	Copper	Silver	Hastelloy	Pb-Sn	Buffer	Kapton	REBCO	Epoxy
E (Gpa) (273K)	129.5	82.372	195	31	250	2.966	157	4.000
E (Gpa) (77K)	137.5	89.82	212	50	250	3.517	157	7.500
E (Gpa) (4K)	138.5	91.2	210	53	260	5.517	157	8.000
v (273K)	0.33	0.360	0.3	0.34	0.225	0.3298	0.300	0.36
v (77K)	0.33	0.362	0.3	0.34	0.225	0.3298	0.300	0.36
v (4K)	0.34	0.373	0.31	0.37	0.230	0.34	0.300	0.37

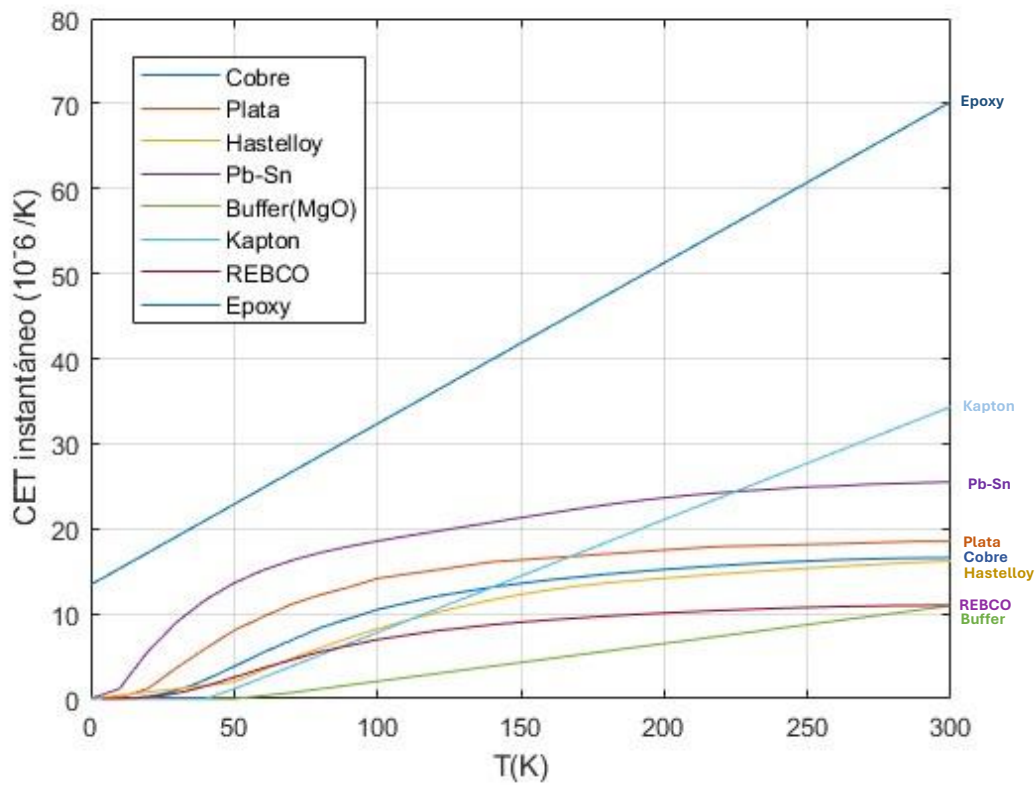


Figura 19. CET de los componentes de la cinta.

Tabla 3. Propiedades elásticas materiales estructurales.

	G10		Hierro
	normal	plano	
E (GPa) (273K)	22.4	28	53
E (GPa) (77K)	27	33.7	50
E (GPa) (4K)	29.1	35.9	31
v (273K)	0.21	0.15	0.282
v (77K)	0.183	0.19	0.282
v (4K)	0.144	0.211	0.282

Tabla 4. CET instantáneo de los materiales de la cinta. α [def/K^{-1}].

T (K)	Cobre	Plata	Hastelloy	Pb-Sn	Buffer	Kapton	REBCO	Epoxy	Hierro	G-10 (Normal)	G-10 (Plano)
0.15	0	1.36E-07	5.86E-09	1.73E-08	0	0	0	1.34E-05	0	3.27E-06	1.07E-06
12.48	6.45E-08	4.00E-07	4.88E-07	2.26E-06	0	0	4.27925E-08	1.58E-05	1.00E-07	5.40E-06	2.09E-06
24.81	5.54E-07	2.38E-06	9.70E-07	7.24E-06	0	0	3.6755E-07	1.81E-05	1.96E-07	7.51E-06	3.03E-06
37.15	1.84E-06	5.25E-06	1.45E-06	1.09E-05	0	0	1.2192E-06	2.04E-05	5.86E-07	9.60E-06	3.88E-06
49.48	3.71E-06	7.94E-06	1.93E-06	1.35E-05	0	1.10E-06	2.46057E-06	2.28E-05	1.27E-06	1.16E-05	4.68E-06
61.81	5.69E-06	9.88E-06	3.63E-06	1.53E-05	4.21E-07	2.73E-06	3.77463E-06	2.51E-05	2.15E-06	1.36E-05	5.39E-06
74.15	7.48E-06	1.16E-05	5.24E-06	1.66E-05	8.97E-07	4.37E-06	4.96433E-06	2.74E-05	3.09E-06	1.56E-05	6.06E-06
86.48	9.03E-06	1.28E-05	6.73E-06	1.77E-05	1.45E-06	6.00E-06	5.99262E-06	2.98E-05	3.95E-06	1.74E-05	6.66E-06
98.81	1.04E-05	1.40E-05	8.08E-06	1.85E-05	1.99E-06	7.64E-06	6.87527E-06	3.21E-05	4.82E-06	1.92E-05	7.20E-06
111.15	1.13E-05	1.47E-05	9.30E-06	1.92E-05	2.54E-06	9.28E-06	7.52506E-06	3.44E-05	5.68E-06	2.10E-05	7.70E-06
123.48	1.22E-05	1.53E-05	1.04E-05	1.99E-05	3.09E-06	1.09E-05	8.10161E-06	3.68E-05	6.53E-06	2.26E-05	8.17E-06
135.81	1.29E-05	1.59E-05	1.13E-05	2.05E-05	3.64E-06	1.25E-05	8.55486E-06	3.91E-05	7.33E-06	2.42E-05	8.59E-06
148.15	1.35E-05	1.63E-05	1.21E-05	2.12E-05	4.19E-06	1.42E-05	8.93697E-06	4.15E-05	8.01E-06	2.58E-05	8.97E-06
160.48	1.40E-05	1.66E-05	1.28E-05	2.18E-05	4.74E-06	1.58E-05	9.27987E-06	4.38E-05	8.62E-06	2.72E-05	9.33E-06
172.81	1.44E-05	1.69E-05	1.34E-05	2.25E-05	5.29E-06	1.75E-05	9.55663E-06	4.61E-05	9.11E-06	2.86E-05	9.67E-06
185.15	1.48E-05	1.71E-05	1.38E-05	2.30E-05	5.83E-06	1.91E-05	9.81324E-06	4.85E-05	9.55E-06	2.99E-05	9.99E-06
197.48	1.51E-05	1.74E-05	1.41E-05	2.35E-05	6.38E-06	2.07E-05	1.00418E-05	5.08E-05	9.92E-06	3.12E-05	1.03E-05
209.81	1.54E-05	1.77E-05	1.44E-05	2.40E-05	6.93E-06	2.24E-05	1.02392E-05	5.31E-05	1.02E-05	3.25E-05	1.06E-05
222.15	1.57E-05	1.79E-05	1.47E-05	2.43E-05	7.48E-06	2.40E-05	1.04223E-05	5.55E-05	1.05E-05	3.37E-05	1.09E-05
234.48	1.59E-05	1.80E-05	1.50E-05	2.46E-05	8.03E-06	2.56E-05	1.05752E-05	5.78E-05	1.08E-05	3.48E-05	1.12E-05
246.81	1.61E-05	1.81E-05	1.53E-05	2.48E-05	8.58E-06	2.73E-05	1.07072E-05	6.01E-05	1.10E-05	3.59E-05	1.15E-05
259.15	1.63E-05	1.82E-05	1.55E-05	2.50E-05	9.12E-06	2.89E-05	1.08224E-05	6.25E-05	1.13E-05	3.71E-05	1.18E-05
271.48	1.64E-05	1.83E-05	1.58E-05	2.52E-05	9.67E-06	3.06E-05	1.08996E-05	6.48E-05	1.14E-05	3.82E-05	1.21E-05
283.81	1.65E-05	1.85E-05	1.60E-05	2.53E-05	1.02E-05	3.22E-05	1.09603E-05	6.71E-05	1.15E-05	3.93E-05	1.25E-05
296.15	1.66E-05	1.85E-05	1.62E-05	2.55E-05	1.08E-05	3.38E-05	1.09906E-05	6.95E-05	1.16E-05	4.05E-05	1.28E-05

3.2 Modelo analítico de la cinta

El objetivo de este apartado será presentar las expresiones que permiten el cálculo de las propiedades homogéneas de un material laminado. Por tanto, se mostrará como obtener a partir de un laminado de materiales de propiedades isotrópicas propiedades macroscópicas del conjunto.

3.2.1.1 Cálculo analítico del módulo de Young axial (E_A)

Para el módulo de Young se empleará la popular regla de las mezclas (8) [28]. Dicha regla establece que el módulo de Young equivalente (E_{eq}) de un material en cuya sección se dan N capas es la suma del producto del módulo de Young de la capa E_i por la fracción volumétrica de la capa V_i . Para el caso de laminados la fracción volumétrica se corresponderá también con la fracción del espesor de capa entre el espesor total. Este módulo de Young equivalente será el presente en la dirección axial de la cinta. Para la dirección normal se deberá emplear otra expresión.

$$E_A \approx \sum_{i=1}^{i=N} E_i V_i \quad (8)$$

3.2.1.2 Cálculo analítico del módulo de Young normal (E_N)

Para determinar la expresión que permita calcular el módulo de Young normal, se partirá de un cubo de laminado en el cual se está aplicando una tensión conocida (σ_o) en la dirección de las capas. Siguiendo la definición de módulo de Young, la relación entre dicha tensión y la deformación total en el cubo será el módulo de Young normal homogéneo. Para la resolución de este problema se parte de la base que la tensión será la misma en todas las capas, debido al equilibrio estático y en segundo lugar que la deformación total (ϵ) será la suma de las deformaciones en cada capa (Δh_i). Siguiendo la definición de la deformación (9) esta se puede expresar en función de la suma de las deformaciones de cada capa que dependerán del módulo de Young de cada capa y del grosor de esta (10). Utilizando entonces la definición del módulo de Young en la expresión resultante (11) se puede obtener finalmente la expresión del módulo de Young normal homogéneo (12).

$$\epsilon = \frac{\Delta h}{h_o} \quad (9)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta h}{h_o} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Delta h_i}{\sum_{i=1}^{i=N} h_i} \quad (10)$$

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{h_i}{E_i}}{\sum_{i=1}^{i=N} h_i} \sigma_o \quad (11)$$

$$E_N = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} h_i}{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{h_i}{E_i}} \quad (12)$$

3.2.1.3 Cálculo analítico del coeficiente de Poisson axial-normal (ν_{AN})

Para el coeficiente de Poisson en la dirección axial-normal, se realiza el siguiente procedimiento. Se supone aplicada una tensión en la dirección de las capas, esta tensión será la misma en la interfase de las capas. Debido a esta tensión, cada una de las capas sufrirá una deformación como consecuencia del efecto Poisson. Cada capa se deformará

proporcionalmente a su coeficiente de Poisson, sin embargo, por compatibilidad, las deformaciones deberán ser iguales. Por ello, deberán surgir tensiones en cada capa que unifiquen la deformación entre todas las capas. La deformación en cada capa seguirá la expresión (13). La ecuación (14) presenta la condición de compatibilidad de desplazamientos y la (15) el equilibrio de tensiones. Desarrollando las expresiones se obtiene la ecuación que permite el cálculo del coeficiente de Poisson homogéneo en la dirección axial normal (16).

$$\epsilon_i = \frac{-\nu}{E_i} \sigma_o + \frac{\sigma_i}{E_i} \quad (13)$$

$$\epsilon = \epsilon_i \quad \forall i \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{i=N} \sigma_i = 0 \quad (15)$$

$$\nu_{AN} = E_N \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \nu_i A_i}{\sum_{i=1}^{i=N} A_i E_i} \quad (16)$$

3.2.1.4 Cálculo analítico del coeficiente de Poisson normal-normal (ν_{NN})

El cálculo de la expresión del coeficiente de Poisson en la dirección del plano de las capas es más complejo ya que requiere trabajar con equilibrios en las direcciones “z” e “y”. Para calcularlo el procedimiento comienza de manera análoga al otro coeficiente calculado. Se deberá aplicar una tensión conocida en la dirección “y” (σ_o) y determinar la contracción resultante en la dirección “z” (ϵ_z) debida al efecto Poisson. En este caso, la tensión no será uniforme en las capas, sino que se redistribuye en función del módulo de Young en las mismas. Para ello será necesario plantear un equilibrio de tensiones en la dirección “y” (15) y “z” (16) y compatibilidad de desplazamientos (19). Desarrollando dichas ecuaciones y la expresión que permite relacionar las deformaciones y tensiones entre las dos direcciones (20) es posible obtener la ecuación que permite el cálculo del coeficiente de Poisson homogéneo en el plano de las capas (21).

$$\sum_{i=1}^{i=N} A_i \sigma_{iy} = A_T \sigma_o \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{i=N} A_i \sigma_{iz} = 0 \quad (18)$$

$$\epsilon_z = \epsilon_{iz}, \quad \epsilon_y = \epsilon_{iy}, \quad \forall i \quad (19)$$

$$\epsilon_{iz} = \frac{-\nu_i}{E_i} \sigma_{iy} + \frac{\sigma_{iz}}{E_i} \quad (20)$$

$$\nu_{NN} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \nu_i A_i E_i}{\sum_{i=1}^{i=N} A_i E_i} \quad (21)$$

3.2.1.5 Cálculo analítico del coeficiente de expansión axial. (α_A)

Durante la contracción de la cinta cada una de sus capas presenta un coeficiente de expansión distinto. Esto resulta en contracciones de distinta magnitud entre las capas. Dado que estas se encuentran unidas todas deberán contraerse la misma magnitud y, por

tanto, deberán aparecer tensiones que deformen las capas hasta que la contracción resultante de todas las capas sea la misma y por tanto el desplazamiento sea compatible. Utilizando este hecho es posible realizar un cálculo analítico simplificado del coeficiente de contracción de la cinta. En la Figura 20 se presenta el equilibrio de contracción para una laminación de tres materiales.

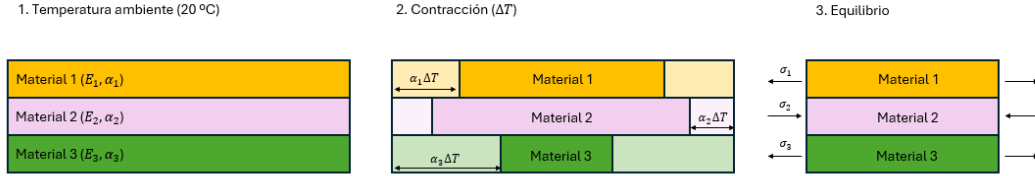


Figura 20. Visualización de la contracción de un laminado.

Se asumirá que cada cinta es representada por una barra unidimensional que únicamente se deforma y presenta tensión en la dirección axial. Por tanto, la contracción a una temperatura dada se puede expresar con la ecuación (22). La ecuación (23) presenta la ecuación de equilibrio tensional, el sumatorio de fuerzas en el conjunto de la sección de la cinta deberá ser nulo. Deberá ser nulo ya que el material macroscópico no presenta tensiones al contraerse libremente. La expresión (24) presenta la ecuación de compatibilidad de desplazamientos que se puede expresar en función de las deformaciones. Desarrollando las expresiones mencionadas es posible obtener la expresión de la tensión en cada capa (26) y la deformación resultante tras la contracción a una temperatura dada (25) expresadas en función de los coeficientes de expansión de todos los componentes de la cinta. Utilizando la definición del coeficiente de expansión es posible entonces encontrar la expresión del coeficiente de expansión homogéneo del material (27), nótese que esta es la expresión del coeficiente de expansión térmico instantáneo en la dirección axial de la cinta.

$$\epsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_i} + \alpha_i dT \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{i=N_{capas}} \sigma_i A_i = 0 \quad (23)$$

$$\epsilon_i = \epsilon_{i+1} = \dots = \epsilon_{N_{capas}} \quad (24)$$

$$\epsilon = \int_{T_0}^T \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i A_i E_i}{\sum_{i=1}^{i=N} A_i E_i} dT \quad (25)$$

$$\sigma_i = E_i (\epsilon - \int_{T_0}^T \alpha_i dT) \quad (26)$$

$$\alpha_A = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i A_i E_i}{\sum_{i=1}^{i=N} A_i E_i} \quad (27)$$

3.2.1.6 Cálculo analítico del coeficiente de expansión normal. (α_N)

Para obtener el coeficiente en la dirección normal de la cinta se deberá cambiar el planteamiento. Si ahora se mira a la dirección normal nótese que la deformación en dicha dirección no presenta impedimento al no ser restringida por el resto de las capas. La deformación total será la suma de la deformación térmica en cada capa.

$$\epsilon = \frac{\Delta h}{h_o} \quad (28)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta h}{h_o} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \Delta h_i}{\sum_{i=1}^{i=N} h_i} \quad (29)$$

$$\epsilon_i = \epsilon_{i+1} = \dots = \epsilon_{N_{capas}} \quad (30)$$

$$\Delta h_i = h_i \epsilon_i = h_i \int_{T_o}^T \alpha_i dT \quad (31)$$

$$\alpha_N = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i h_i}{\sum_{i=1}^{i=N} h_i} \quad (32)$$

3.3 Modelo computacional de la cinta

En este apartado se exponen los métodos empleados para crear el modelo del material homogéneo en ANSYS. Para modelar la cinta se empleará un módulo de ANSYS Workbench llamado *Material Modeler*. Dicho módulo tiene el objetivo de calcular un material con propiedades homogéneas a partir de la geometría y materiales de un material compuesto. Es decir, permite introducir la geometría de la cinta, las distintas capas, y los materiales que las componen. Después realiza un cálculo por elementos finitos de las propiedades homogéneas equivalentes. Debido a la geometría laminar de la cinta el material resultante es de naturaleza ortotrópica. En la Figura 21 se aprecia la estructura final del Workbench empleado para la determinación de las propiedades equivalentes de la cinta. Los elementos más importantes son los módulos del material designer, utilizados para obtener las propiedades homogéneas equivalentes dadas las geometrías creadas en los módulos de *SpaceClaim* y las propiedades de los materiales aportadas en el módulo *Engineering Data*. Se crearon tres módulos de Material Designer para realizar cálculos en tres definiciones de material. Cada módulo de geometría contiene un modelo geométrico distinto empleado en los análisis. Finalmente se añadieron unos módulos adicionales de análisis estructural para la verificación de los resultados. En dichos análisis se verificaban las contracciones de los materiales a los 77 K. Se verificaba la contracción tanto para un modelo equivalente de una probeta ensayada como para un modelo de bobina.

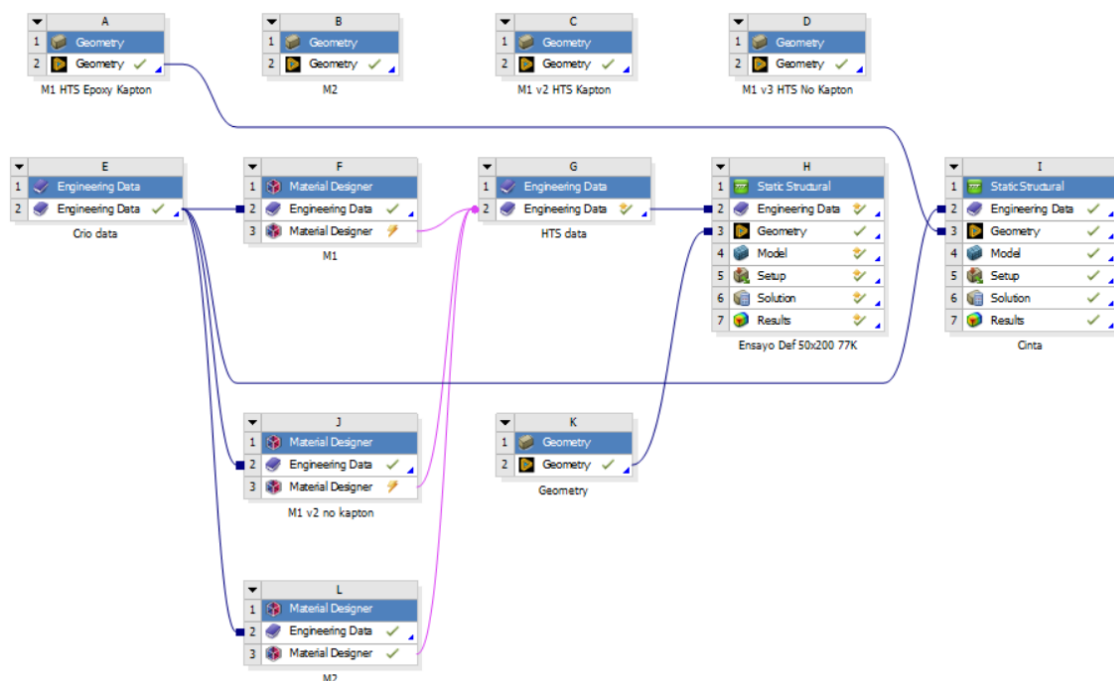


Figura 21. Workbench del modelado de la cinta.

Los pasos seguidos para configurar el cálculo se exponen a continuación:

1. Se modeló en *SpaceClaim* un bloque de base 300x300 μm y se añadieron los grosores de las distintas capas de la cinta previamente mostradas en la Tabla 1. Las capas se distribuyeron en la dirección del eje X ya que en *ANSYS Mechanical* los ejes de coordenadas cilíndricos tienen el eje X como el eje radial.

2. Una vez definido el modelo geométrico se importa al *Material Modeler*. Dentro del módulo se debe preparar el análisis para calcular las propiedades equivalentes. Se añaden las distintas fases del material que se corresponden con los distintos materiales de los que se compone. El siguiente paso será asignar a cada una de las distintas capas previamente modeladas su material. Esta asignación se hace siguiendo el orden de capas mostrado en la Tabla 1.
3. En cuanto al mallado a emplear durante el análisis se fijó un tamaño máximo de elemento en $60\ \mu\text{m}$ y se activaron las opciones de mallado de bloque y uso de mallado conformal. El mallado conformal asegura que los nodos coinciden en el contacto entre dos capas. De esta manera se obtiene un resultado más preciso.
4. En cuanto a las opciones del análisis se definió el tipo de anisotropía como ortotrópica ya que se esperaba que presentara propiedades distintas en el eje axial a la cinta frente a los dos restantes y por tanto no es isotrópico. Como opciones adicionales se activaron las opciones de uso de condiciones de contorno periódicas (condiciones de contorno simétricas en caras paralelas). Además, se definió una condición de contorno de simetría entre los ejes Y y Z. Es decir, las propiedades en los ejes Y y Z se esperan idénticas ya que los planos perpendiculares a los mismos presentan la misma distribución de material.
5. Por último, se pueden realizar análisis de material constante y variable. Para las peculiaridades de los estudios propuestos será necesaria la generación de un material variable, es decir, que dependa de la temperatura. Queda definir las temperaturas a las cuales se determinarán las propiedades. Para ello se define el intervalo y el número de puntos dentro del mismo. El intervalo propuesto fue desde temperatura ambiente hasta los cero kelvin. Y el número de puntos se estableció en 25.

En la Figura 22 se aprecia la interfaz del *Design Modeler* con el resultado de seguir los pasos anteriores. Nótese que la densidad de elementos es mayor en la parte central debido a que ahí se encuentran múltiples capas de pequeño espesor.

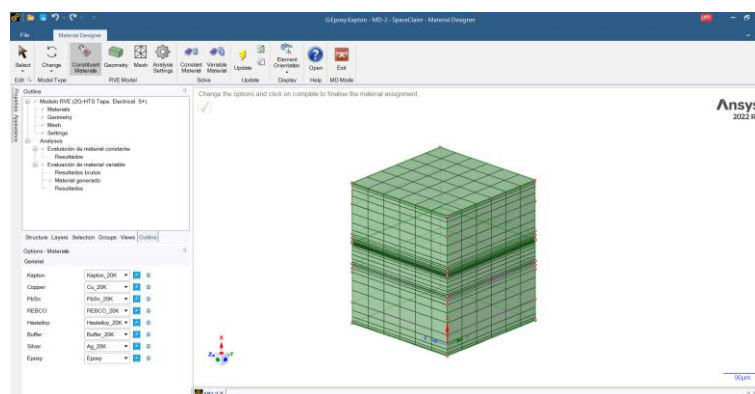


Figura 22. Material designer.

Se propusieron tres variantes del modelo cuyas peculiaridades se expondrán en los siguientes apartados. El objetivo de presentar varios modelos es comparar los resultados que se obtiene con cada uno y elegir aquel que posea mayor capacidad de predicción.

3.3.1.1 Modelo M1

El modelo M1 incorpora todas las capas de la cinta presentadas en la Tabla 1. Por tanto, es el modelo más completo y complejo. Se espera que la complejidad resulte en unos mejores resultados.

3.3.1.2 Modelo M2

El modelo M2 consiste en una simplificación del modelo M1. Dentro de las capas existen varias con un espesor muy reducido. Un estudio sobre la sensibilidad de las propiedades de una cinta 2G HTS [29] determinó que las propiedades de REBCO, plata y buffer tenían una influencia del orden del 1% . En el estudio se simuló un modelo en COMSOL de una cinta 2G HTS sin laminado adicional de cobre. Las propiedades mecánicas de los materiales que la componían se variaban un 10% y se simulaba una contracción térmica hasta 77K. Los materiales con mayor influencia fueron el hastelloy y cobre en línea con lo esperado, al presentar mayor fracción volumétrica. Por otro lado, el resto de los materiales presentaban una influencia drásticamente menor, menor del 1%. Por tanto, el modelo M2 se basará en solo considerar las capas de un espesor mayor o igual a 10 μm . Las capas de REBCO, buffer, plata y epoxy no se tendrán en cuenta. Quedando solo las de cobre, hastelloy, kapton y Pb-Sn. El objetivo de este modelo es eliminar aquellas capas que menos influyen en el material homogeneizado, pero si añaden complejidad el modelo.

3.3.1.3 Modelo M3

El modelo M3 no se obtiene de forma computacional sino usando resultados experimentales de un ensayo de contracción de la cinta. Las peculiaridades del ensayo se presentarán en un apartado posterior. La contracción medida se usa para obtener el coeficiente de expansión secante del material. Para obtener expresión de su CET en función de la temperatura se empleó como función de forma la expresión del CET secante del modelo M1. La función se multiplicó por un factor de tal forma que a 77K el valor del CET resulta en la contracción térmica medida en el ensayo. De esta manera se asegura que las deformaciones medidas en el ensayo se aplicarán durante posteriores análisis termo-estructurales. Adicionalmente incorporar la forma de la expresión del modelo M1 mejora la predicción a temperaturas inferiores a 77K. En cuanto a las propiedades elásticas se emplearon las del modelo M1.

3.3.1.4 Comparativas de los modelos

Tras ejecutar los análisis con ANSYS se obtienen las propiedades equivalentes de las tres variantes de modelos. En la Tabla 5 se pueden comparar las propiedades elásticas entre modelos y en la Figura 23 están representados sus CET. Adicionalmente en la Figura 25 se presenta el CET del modelo M1 en comparación con sus materiales constitutivos. En la Figura 26 se pueden comparar las propiedades elásticas entre materiales y modelos. Por último, la Tabla 6 recoge los puntos obtenidos.

Tabla 5. Propiedades elásticas de los modelos.

	M1	M2	M3
E radial (GPa)	16.24	16	16.24
E Acimutal (GPa)	102.78	95.88	102.78
v rad-aci	0.052	0.055	0.052
v z-aci	0.325	0.327	0.325

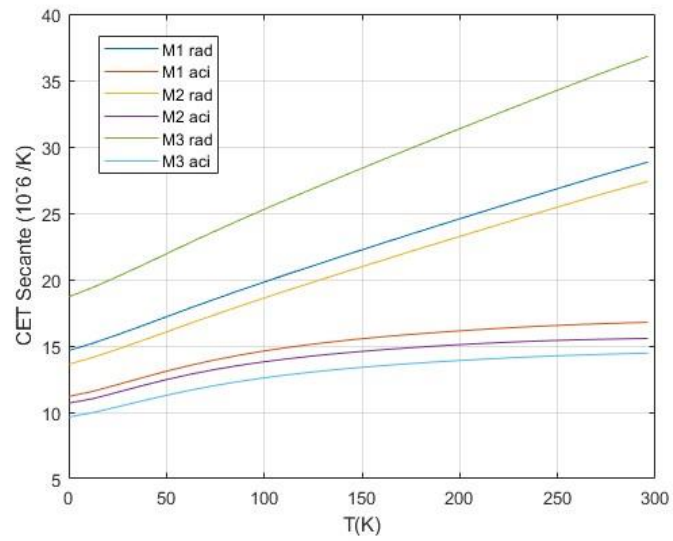


Figura 23. CET secante para los tres modelos

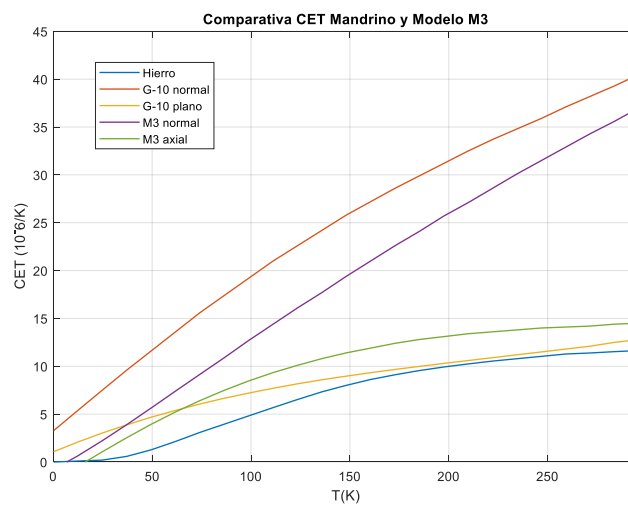


Figura 24. Comparación CET instantáneos del modelo M3 y los materiales del mandrino.

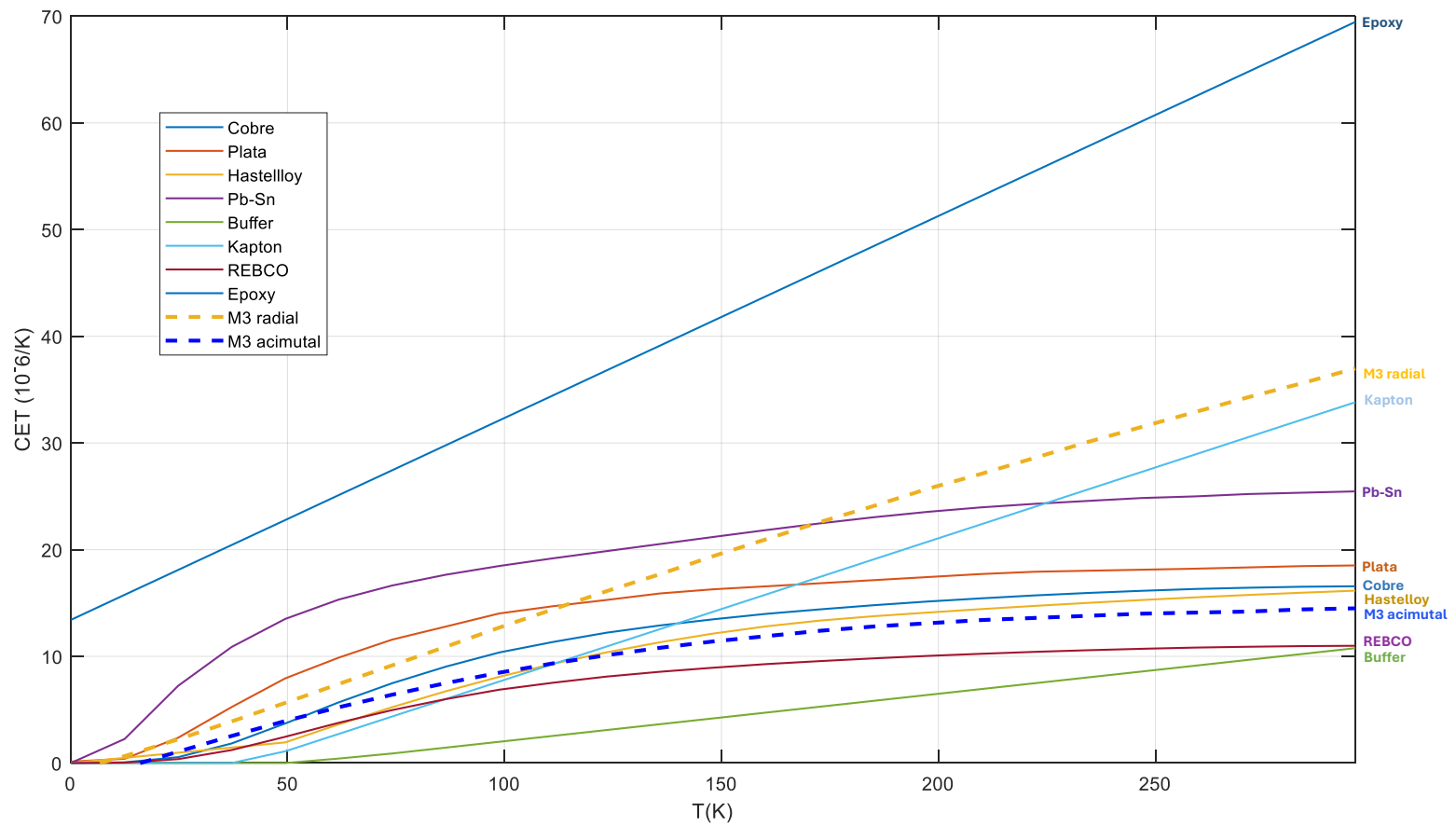


Figura 25. Comparación CET instantáneos materiales con CET del modelo M1.

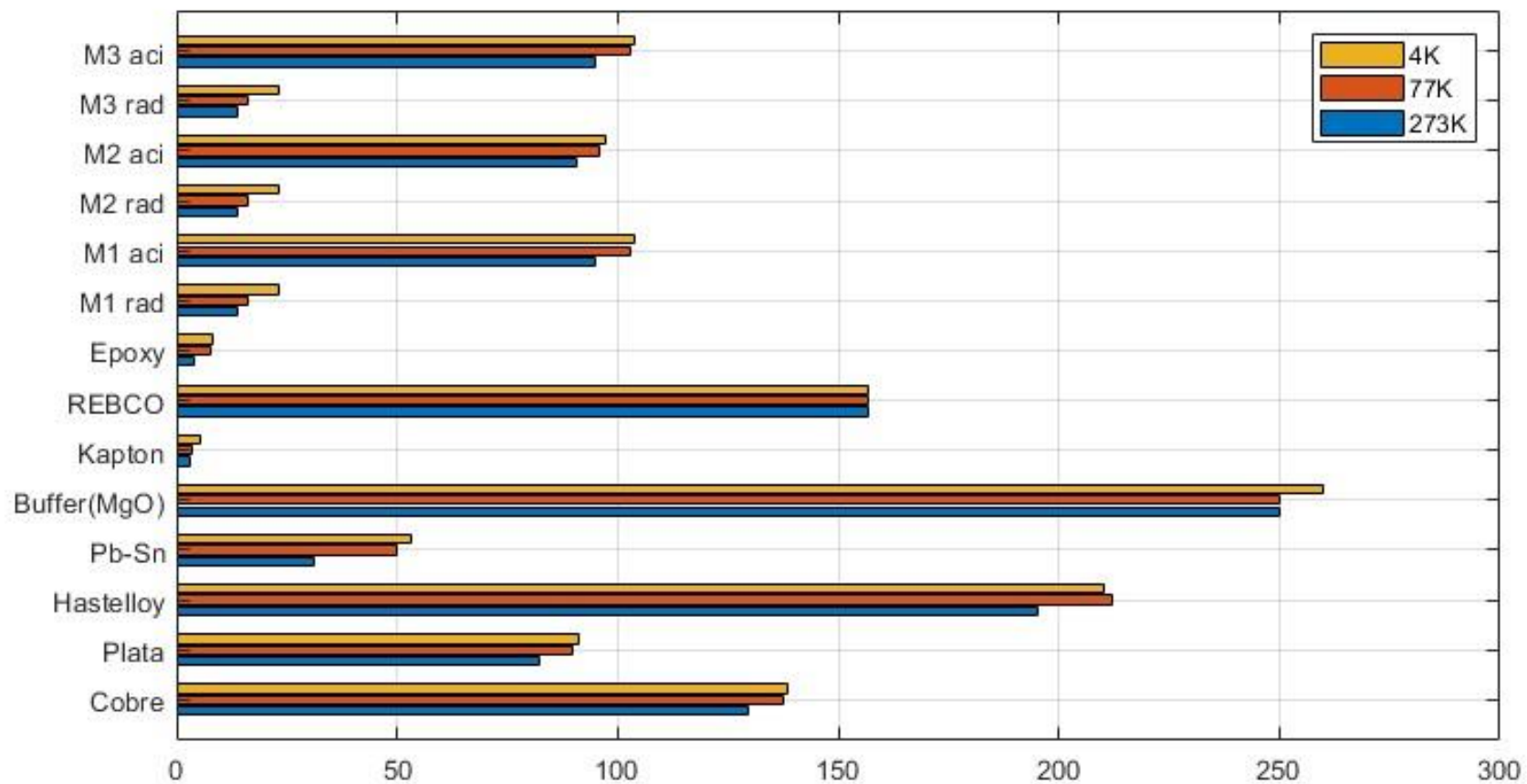


Figura 26. Comparación módulos de Young de los materiales con los modelos.

Tabla 6. CET secante resultado de la simulación.

M1			M2			M3		
T(K)	α rad (def/K)	α aci (def/K)	T(K)	α rad (def/K)	α aci (def/K)	T(K)	α rad (def/K)	α aci (def/K)
0.1	1.466E-05	1.120E-05	0.1	1.3622E-05	1.0697E-05	0.1	1.8707E-05	9.6505E-06
12.5	1.521E-05	1.158E-05	12.5	1.4142E-05	1.1025E-05	12.5	1.9405E-05	9.9770E-06
24.8	1.584E-05	1.208E-05	24.8	1.4746E-05	1.1506E-05	24.8	2.0209E-05	1.0407E-05
37.1	1.649E-05	1.259E-05	37.1	1.5376E-05	1.1989E-05	37.1	2.1044E-05	1.0843E-05
49.5	1.716E-05	1.308E-05	49.5	1.6029E-05	1.2444E-05	49.5	2.1904E-05	1.1265E-05
61.8	1.784E-05	1.353E-05	61.8	1.6685E-05	1.2852E-05	61.8	2.2767E-05	1.1654E-05
74.1	1.849E-05	1.393E-05	74.1	1.7319E-05	1.3210E-05	74.1	2.3600E-05	1.2000E-05
86.5	1.913E-05	1.428E-05	86.5	1.7941E-05	1.3517E-05	86.5	2.4414E-05	1.2304E-05
98.8	1.976E-05	1.459E-05	98.8	1.8550E-05	1.3784E-05	98.8	2.5211E-05	1.2572E-05
111.1	2.037E-05	1.487E-05	111.1	1.9147E-05	1.4016E-05	111.1	2.5992E-05	1.2808E-05
123.5	2.097E-05	1.511E-05	123.5	1.9734E-05	1.4220E-05	123.5	2.6760E-05	1.3017E-05
135.8	2.156E-05	1.532E-05	135.8	2.0314E-05	1.4402E-05	135.8	2.7519E-05	1.3203E-05
148.1	2.215E-05	1.552E-05	148.1	2.0888E-05	1.4564E-05	148.1	2.8271E-05	1.3367E-05
160.5	2.274E-05	1.569E-05	160.5	2.1456E-05	1.4712E-05	160.5	2.9016E-05	1.3516E-05
172.8	2.332E-05	1.584E-05	172.8	2.2020E-05	1.4845E-05	172.8	2.9755E-05	1.3649E-05
185.1	2.389E-05	1.598E-05	185.1	2.2579E-05	1.4966E-05	185.1	3.0487E-05	1.3770E-05
197.5	2.446E-05	1.611E-05	197.5	2.3134E-05	1.5075E-05	197.5	3.1215E-05	1.3881E-05
209.8	2.503E-05	1.623E-05	209.8	2.3685E-05	1.5174E-05	209.8	3.1937E-05	1.3983E-05
222.1	2.559E-05	1.634E-05	222.1	2.4233E-05	1.5260E-05	222.1	3.2654E-05	1.4076E-05
234.5	2.615E-05	1.644E-05	234.5	2.4777E-05	1.5337E-05	234.5	3.3368E-05	1.4162E-05
246.8	2.670E-05	1.652E-05	246.8	2.5317E-05	1.5401E-05	246.8	3.4077E-05	1.4237E-05
259.2	2.726E-05	1.660E-05	259.2	2.5855E-05	1.5454E-05	259.2	3.4782E-05	1.4303E-05
271.5	2.781E-05	1.667E-05	271.5	2.6390E-05	1.5495E-05	271.5	3.5484E-05	1.4360E-05
283.8	2.833E-05	1.673E-05	283.8	2.6890E-05	1.5531E-05	283.8	3.6151E-05	1.4411E-05
296.2	2.885E-05	1.678E-05	296.2	2.7384E-05	1.5561E-05	296.2	3.6812E-05	1.4454E-05

3.4 Cálculo analítico de tensiones

Durante la operación de la bobina aparecerán importantes tensiones que pondrán a prueba resistencia estructural del electroimán. Por ello, el objetivo de este capítulo será realizar un análisis analítico del estado estructural de la bobina del CAS. Se empleará bibliografía que ha estudiado casos similares en el pasado y se añadirán desarrollos propios que adapten los resultados bibliográficos a las peculiaridades de este trabajo. El estado tensional que presenta la bobina superconductora es complejo debido a que es consecuencia de distintas fuentes. Por ello, la estrategia de cálculo se basará en la aplicación del principio de superposición. Se distinguirán las distintas fuentes de tensiones en la estructura y posteriormente se sumarán para determinar el estado tensional global. Se pueden distinguir dos etapas claramente diferenciadas durante la vida de la bobina:

- La primera etapa englobaría las tensiones inducidas debido al proceso de fabricación. El bobinado se realiza aplicando cierta tensión al cable para lograr pretensión en la bobina. La pretensión es necesaria para garantizar que radialmente todas las capas se encuentran en compresión durante la operación del imán. Tensiones de tracción en la dirección de las capas, incluso de pequeña magnitud, pueden provocar la delaminación de la cinta.
- En segundo lugar, se agruparían las tensiones debidas a la operación. Tensiones de enfriamiento y magnéticas autoinducidas. Se distinguirán dos casos de interés: un primero en el cual una vez realizado el bobinado se remueve el mandrino y un segundo caso en el cual se mantiene. El hecho de mantener o no el mandrino tiene gran influencia en el estado tensional final en la bobina. El mandrino está fabricado comúnmente con materiales que presentan una contracción menor que la de la bobina. Este hecho es responsable de la creación de tensiones de gran magnitud debidas a la acusada diferencia de contracción con la bobina.

En este apartado se presentarán las ecuaciones analíticas que gobiernan el estado tensional de un elemento con simetría cilíndrica. La cinta presenta propiedades elásticas ortotrópicas debido a la distribución de las capas de la cinta. Por tanto, se deberá realizar un análisis estructural teniendo en cuenta la matriz elástica ortotrópica en las ecuaciones de comportamiento. Como base de este apartado se utilizarán resultados del artículo *Stresses in superconducting solenoids* [30]. Dicho artículo presenta los planteamientos y soluciones de distintos casos de este apartado. Dichas soluciones tuvieron que ser adaptadas para adecuarse con las peculiaridades del caso estudiado. Para la resolución de los casos analíticos se desarrolló un programa en MATLAB que se presenta en el Anexo 7.2.

3.4.1 Ecuaciones del elemento cilíndrico

A continuación, se procederá a realizar el balance de fuerzas en un elemento cilíndrico. Con el objetivo de resolver el problema se realizarán las siguientes simplificaciones: únicamente las tensiones normales en la dirección radial y acimutal no son despreciables (estado de tensiones plano) y debido a la simetría cilíndrica únicamente los desplazamientos acimutales deben ser nulos. Las expresiones (33) y (34) recogen el desarrollo del balance de fuerzas, Figura 27, que resultan en la obtención de la expresión (35) que se corresponde con la ecuación que gobierna la distribución de tensiones dentro del elemento.

$$\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r}\right)(r + dr)\partial\theta = \sigma_r r \partial\theta + \sigma_\theta dr \partial\theta \quad (33)$$

$$\sigma_r r \partial\theta + \sigma_r dr \partial\theta + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} r dr \partial\theta + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr dr \partial\theta = \sigma_r r \partial\theta + \sigma_\theta dr \partial\theta \quad (34)$$

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad (35)$$

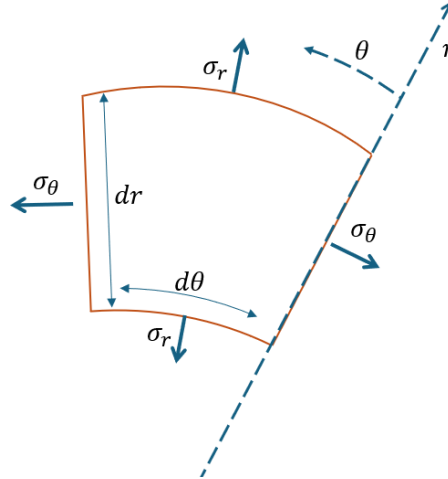


Figura 27. Balance elemento cilíndrico.

La simetría cilíndrica resulta en las siguientes ecuaciones de compatibilidad entre desplazamientos y deformaciones. Por simetría cilíndrica los desplazamientos en la dirección tangencial deben ser cero (36). La deformación radial se debe a la variación de los desplazamientos radiales, (37) y la deformación acimutal se puede expresar en función del desplazamiento radial (38).

$$u_\theta = 0 \quad (36)$$

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (37)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (38)$$

Combinando las expresiones anteriores se obtiene la ecuación diferencial que gobierna los desplazamientos en la bobina (39). La siguiente expresión es válida únicamente cuando se asume un estado de tensión plana, es decir, $\sigma_z = 0$. El parámetro k , (40), se puede entender como un valor que mide lo anisótropo que es el material. Si es isótropo tomará el valor unidad y cuanto más anisotropía presente más se alejará de la unidad. Las expresiones en (41) muestran la relación entre los parámetros elásticos utilizados por conveniencia en las fórmulas de este capítulo y las propiedades elásticas del material; módulos de Young y coeficientes de Poisson en las distintas direcciones.

$$r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} - k^2 \frac{u}{r} = 0 \quad (39)$$

$$k = \sqrt{\frac{R}{L}} \quad (40)$$

$$R = \frac{1 - \nu_{rz}^2}{E_r} \quad L = \frac{1 - \nu_{\theta z}^2}{E_\theta} \quad V = \frac{\nu_{\theta r}(1 + \nu_{\theta z})}{E_r} \quad (41)$$

La solución de la ecuación diferencial (39) se puede expresar en función de dos parámetros, c y d y tiene la forma (42). El valor de los parámetros c y d dependerá de las condiciones de contorno del problema. Por otro lado, las expresiones de las tensiones radiales y acimutales obtenidas a partir de (37), (38) y (42) se muestran en las ecuaciones (43) y (44) respectivamente.

$$u = cr^k + dr^{-k} \quad (42)$$

$$\sigma_r = \frac{c}{kL - V} r^{k-1} - \frac{d}{kL + V} r^{-k-1} \quad (43)$$

$$\sigma_\theta = \frac{kc}{kL - V} r^{k-1} + \frac{kd}{kL + V} r^{-k-1} \quad (44)$$

3.4.2 Distribución de tensiones por bobinado a tensión conocida

Para determinar la expresión de las tensiones de bobinado se deben tener en cuenta las siguientes características del proceso. La máquina bobinadora funciona con una célula de carga que permite desenrollar cinta únicamente cuando la fuerza es superior a un valor predefinido. Es decir, la tensión de bobinado se controla durante el proceso y puede variar o mantenerse constante durante el mismo.

Durante el bobinado de la bobina ensayada se usó una fuerza de pretensado de 5 kgf. Dividiendo dicho valor entre la sección de la bobina, 3.16 mm^2 , se obtiene una tensión de pretensado $\sigma_w = 15.5 \text{ MPa}$.

Adicionalmente es imprescindible poder cuantificar el efecto elástico del mandrino sobre la bobina. Para ello, se optó en [30] por emplear el concepto de módulo elástico B del mandrino. El módulo elástico se definió con la expresión (45). El módulo elástico se puede entender como la rigidez que presenta el mandrino al valor de radio a . Es de extrema utilidad para definir condiciones de contorno en las cuales la tensión aplicada a la bobina dependerá de la rigidez del mandrino.

$$B = \frac{a}{u_r(a)} \sigma_r(a) \quad (45)$$

Para calcular el valor de dicho módulo se resolvieron las tensiones radiales para un cilindro aplicada una tensión radial unitaria en su radio exterior (a), (46), a partir de (42) y (43). Como condición de contorno adicional se establece tensión cero en su radio interior (b) (47).

$$\sigma_r(a) = 1 \quad (46)$$

$$\sigma_r(b) = 0 \quad (47)$$

Una vez calculada la tensión de bobinado y el módulo elástico del mandrino se procede a exponer las expresiones que gobiernan el estado tensional de un cilindro bobinado a tensión conocida en cada vuelta.

Realizando el balance de fuerzas y suponiendo una tensión acimutal igual a la de bobinado y una tensión radial en la cara exterior nula se obtiene la siguiente relación entre la variación de tensión radial y la tensión de bobinado.

$$r \partial \sigma_r = -\sigma_w \partial r \quad (48)$$

La expresión (48) se puede entender de la siguiente manera: en un punto de la bobina por cada vuelta adicional de bobinado la tensión radial se reduce (comprime) una cierta cantidad adicional que depende de la tensión aplicada durante esa vuelta y el radio actual de bobinado. Cada vuelta de cable introduce una tensión acimutal que debe ser compensada por un diferencial de compresión radial. Por tanto, para determinar la tensión en un radio dado, se debe recoger la influencia de las capas bobinadas sobre el mismo. Es por ello por lo que los coeficientes c y d para el caso de bobinado no son constantes si no que varían con el radio. Dicha consideración combinada con las expresiones antes expuestas resulta en las expresiones de la tensión radial, acimutal y desplazamiento mostrados en las ecuaciones (42), (43) y (44) respectivamente. Las ecuaciones (52) y (53) recogen el valor de los coeficientes c y d obtenidos a partir del parámetro I que se obtiene con la ecuación (54). Para resolver la integral definida que permite el cálculo de I se empleó un método de integración numérico basado en elementos discretos.

$$\sigma_r = \frac{C - D}{r} \quad (49)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_w + \frac{k(C + D)}{r} \quad (50)$$

$$u = (kL - V)C + (kL + V)D \quad (51)$$

$$C = -[1 + B(kL - V)] \left(\frac{r}{a}\right)^k I \quad (52)$$

$$D = -[1 - B(kL - V)] \left(\frac{a}{r}\right)^k I \quad (53)$$

$$I = \int_{\frac{r}{a}}^{\frac{b}{a}} \frac{a \sigma_w dx}{(1 + B(kL + V))x^k - (1 - B(kL - V))x^{-k}} \quad (54)$$

Por tanto, las expresiones anteriores se pueden utilizar para calcular la distribución de tensiones, radial y acimutal para un elemento bobinado con una tensión $\sigma_w(r)$ en torno a un mandrino que presenta una elasticidad equivalente B .

3.4.3 Distribución de tensiones por retirada del mandrino

En [30] la bobina siempre mantiene el mandrino. Sin embargo, es de interés estudiar el impacto que tiene su retirada en la distribución de tensiones. Tras el bobinado el mandrino se encuentra comprimido ejerciendo una cierta tensión radial en la interfase con la bobina. Para retirar el mandrino se deberá ejercer cierta fuerza para liberarlo de la bobina. Para estimar la variación de tensiones se deberá entonces calcular la distribución de tensiones

que genera la presión que aplica el mandrino en la cara interna de la bobina y sustraerla. Una vez determinada se deberá sustraer de la distribución de tensiones de pretensado. Para ello, se resolverá el estado tensional para un elemento bobina dadas las condiciones de contorno (55) y (56) que vienen a indicar que en el radio interno de la bobina (a) se encuentra aplicada la tensión que ejerce el mandrino y en el radio exterior (b) la tensión radial tiene valor nulo. Con dichas expresiones se obtienen los coeficientes c y d , (57) y (58) y por tanto se obtiene la expresión de las tensiones radiales y acimutales que genera la tensión del mandrino.

$$\sigma_r(a) = \sigma_{r,man}(a) \quad (55)$$

$$\sigma_r(b) = 0 \quad (56)$$

$$d = \frac{\sigma_{r,man}(a)(kL + V)}{(a^{k-1}(b^{-2k} - a^{-2k}))} \quad (57)$$

$$c = \frac{(kL - V)}{(kL + V)} b^{-2k} d \quad (58)$$

3.4.4 Distribución de tensiones por contracción térmica

Una vez obtenido el estado de pretensión en la bobina se debe estudiar el efecto de la operación en su estado tensional. La operación de la bobina empieza con el enfriamiento criogénico.

En el caso de un cilindro de un material isotrópico, al enfriarse no presentará tensiones debido la contracción por enfriamiento. Esto se debe a que geométricamente todas las direcciones se contraen uniformemente y, por tanto, no aparecen gradientes de deformación. Sin embargo, en un material que presenta ortotropía cilíndrica esto no sucede. Al presentar contracciones de distinta magnitud en las direcciones radial y acimutal los radios y sus respectivas circunferencias no se deforman de forma compatible. Para que los desplazamientos sean compatibles el cilindro se debe deformar de manera elástica en las dos direcciones, introduciendo tensiones en la estructura.

En [30] se presentan las expresiones de las distribuciones de tensiones para contracciones térmicas en las cuales el cilindro se encuentra a temperatura uniforme, (63), (64) y (65). En las expresiones siguientes los términos l_r y l_θ se corresponden con las deformaciones que presenta el material ortotrópico en las direcciones radiales y acimutales a la temperatura a la que se desean calcular las tensiones. Para obtener las tensiones a una cierta temperatura se deberá por tanto aportar el valor de la deformación a esa temperatura.

Para la resolución del caso se emplean las condiciones de contorno (46) y (47) que se corresponden con contracción térmica libre de la bobina, sin considerar el mandrino. Empleando la expresión (64) y aplicando las condiciones de contorno (46) y (47) se obtienen las expresiones para los valores de c y d , (63) y (64).

$$\sigma_r(a) = 0 \quad (59)$$

$$\sigma_r(b) = 0 \quad (60)$$

$$c = \frac{(kL - V)(l_r - l_\theta)(b^{-k}a - ba^{-k})}{L(b^k a^{-k} - b^{-k} a^k)(1 - k^2)} \quad (61)$$

$$d = \frac{(kL + V)(l_r - l_\theta)(b^k a - ba^k)}{L(b^k a^{-k} - b^{-k} a^k)(1 - k^2)} \quad (62)$$

$$u = cr^k + dr^{-k} + \frac{\left(1 - \frac{V}{L}\right)l_r + \left(\frac{V}{L} - k^2\right)l_\theta}{1 - k^2} \quad (63)$$

$$\sigma_{r,orto}^T = \frac{c}{kL - V}r^{k-1} + \frac{d}{kL + V}r^{-k-1} + \frac{l_r - l_\theta}{L(1 - k^2)} \quad (64)$$

$$\sigma_{\theta,orto}^T = \frac{kc}{kL - V}r^{k-1} + \frac{kd}{kL + V}r^{-k-1} + \frac{l_r - l_\theta}{L(1 - k^2)} \quad (65)$$

Adicionalmente la existencia del mandrino tiene una gran influencia en el resultado tensional. Se deberá tener en cuenta la diferencia de contracción del mandrino con la bobina ya que introduce tensiones de gran magnitud en el sistema. En el caso de haber removido previamente el mandrino únicamente se deberán tener en cuenta las tensiones debidas a la ortotropía. Para el cálculo de las tensiones por la diferencia de contracción del mandrino se calcularán tanto el módulo elástico equivalente de la bobina como del mandrino para el valor de radio de contacto. Utilizando los módulos elásticos del mandrino y bobina se planteará un equilibrio de fuerzas para obtener el desplazamiento final. El problema se define en primer lugar estableciendo la compatibilidad de desplazamientos (66) y el necesario equilibrio de tensiones (67). La compatibilidad de desplazamientos se basa en definir que el desplazamiento inicial debido a la contracción térmica más el desplazamiento debido al equilibrio elástico debe ser el mismo en ambos cuerpos. Por otro lado, el equilibrio de tensiones es necesario para el equilibrio estático de ambos cuerpos.

$$u_{mo} + u_m = u_{bo} + u_b \quad (66)$$

$$\sigma_{r,man} = \sigma_{r,bob} \quad (67)$$

Aplicando la definición del módulo elástico equivalente (45) combinándolas con las expresiones (66) y (67) se obtiene en primer lugar la relación (68) y finalmente el desplazamiento de la bobina se puede obtener con la expresión (69). Una vez calculado el desplazamiento se puede obtener también el valor de tensión que se encuentra en la interfase mandrino-bobina con la expresión (70).

$$u_m = -\frac{B_{bob}}{B_{man}}u_b \quad (68)$$

$$u_b = \frac{a(\varepsilon_{r,m} - \varepsilon_{r,b})}{1 + \frac{B_{bob}}{B_{man}}} \quad (69)$$

$$\sigma_{r,bob} = \frac{B_{bob}(\varepsilon_{r,m} - \varepsilon_{r,b})}{1 + \frac{B_{bob}}{B_{man}}} \quad (70)$$

Para saber la distribución de tensiones dentro de la bobina debido a la presencia del mandrino se deberá entonces resolver el caso de bobina sometida a una presión radial en su radio interior. Nótese que este caso ya fue resuelto para estudiar el efecto de la retirada del mandrino en el apartado 3.4.3. Por tanto, se pueden usar las mismas ecuaciones para el cálculo de c y d , (57) y (58), empleando el valor calculado de $\sigma_{r,bob}$. Por tanto, el efecto

del mandrino en la contracción térmica se cuantifica con una expresión de tensión radial y acimutal en función del radio.

$$\sigma_{r,bob} = \frac{B_{bob} (\varepsilon_{r,m} - \varepsilon_{r,b})}{1 + \frac{B_{bob}}{B_{man}}} \quad (71)$$

En cuanto a las tensiones presentes estas serán, por tanto, la suma de las debidas en primera instancia a la contracción térmica ortotrópica y segundo lugar a las debidas a mantener el mandrino. Dicha suma se presenta en las ecuaciones (72) y (73).

$$\sigma_r^T = \sigma_{r,orto}^T + \sigma_{r,man}^T \quad (72)$$

$$\sigma_\theta^T = \sigma_{\theta,orto}^T + \sigma_{\theta,man}^T \quad (73)$$

3.4.5 Distribución de tensiones por presión magnética

Durante la operación del imán, se aplican importantes intensidades al elemento superconductor que resultan en intensos campos magnéticos. La interacción de la intensidad con los campos magnéticos que genera es responsable de lo que se conoce como presión magnética. Intuitivamente se puede visualizar que el campo magnético tiende a expandir, a hacer explotar el imán.

Para calcular las tensiones magnéticas se distinguirán los casos con y sin mandrino ya que cambian las condiciones de contorno del problema. Las expresiones han sido extraídas del libro *Superconducting Magnets, Wilson, Capítulo 4* [31]. Las expresiones están expresadas para el caso de una bobina de material isótropo. Por tanto, los resultados no se corresponderán con los esperados para la naturaleza ortotrópica de la bobina. Las tensiones resultantes presentarán mayor desviación que en apartados anteriores. Para la elección de las propiedades isotrópicas se empleará el módulo de Young en la dirección acimutal, $E = E_\theta = 102.7 \text{ GPa}$ y para el coeficiente de Poisson se utilizará el coeficiente de Poisson del plano $\nu = \nu_{rt} = 0.052$. Se decidió emplear dicho valor del módulo de Young ya que brindaba mayor similitud con los resultados de simulación. Mayor ajuste en las dos direcciones de tensión y deformaciones.

Según la teoría del electromagnetismo, la fuerza por unidad de volumen que experimenta un elemento diferencial conductor atravesado por una densidad de corriente J bañado por un campo magnético de intensidad B se puede expresar según la expresión (74). Suponiendo geometría cilíndrica y perpendicularidad entre el campo y la dirección de la corriente se puede determinar el valor de la tensión acimutal (75).

$$F = (B \times J) dV \rightarrow \sigma_\theta = B J r \quad (74)$$

$$\sigma_\theta = B_z J r \quad (75)$$

Las ecuaciones diferenciales que rigen el problema se presentan en las expresiones (76),(77) y (78). Para la obtención de las mismas se llevaron a cabo las mismas simplificaciones de tensión plana que en apartados anteriores, pero para el caso de material isótropico. Nótese que la expresión (78) es análoga a la expresión (39) pero añadiendo el término de la fuerza volumétrica magnética y material isótropo.

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right) \quad (76)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right) \quad (77)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) - \frac{u}{r^2} = - \frac{1 - \nu^2}{E} B J \quad (78)$$

Para obtener la solución de la ecuación diferencial de desplazamiento se deberán definir las condiciones de contorno del problema. Al ser de segundo orden se requerirán únicamente dos para delimitar la función solución. Las condiciones de contorno dependerán de la existencia o no de mandrino.

En aras de simplificar las expresiones solución el autor las expone en función del radio relativo ϵ que según la expresión (79) se puede entender como el radio relativo respecto al radio interno y el factor de forma α (80) que es un factor geométrico calculado como el cociente entre el radio externo entre el interno de la bobina. El factor α es recurrente cuando se trabajan con bobinas ya que aparece en múltiples ecuaciones características. Adicionalmente se definen los parámetros K (81) y M (82) y que también simplifican las expresiones solución.

$$\epsilon = \frac{r}{a} \quad (79)$$

$$\alpha = \frac{b}{a} \quad (80)$$

$$K = \frac{(\alpha B_a - B_b) J a}{\alpha - 1} \quad (81)$$

$$M = \frac{(\alpha B_a - B_b) J a}{\alpha - 1} \quad (82)$$

El campo magnético por simplificación se considerará lineal dentro del interior de la bobina. Por tanto, se puede expresar en función del campo en el radio interno B_a y en el externo B_b tal y como se muestra en la expresión (83).

$$B_z = \frac{(\alpha - \epsilon) B_a + (\epsilon - 1) B_b}{\alpha - 1} \quad (83)$$

3.4.5.1 Sin mandrino

Si previamente se ha retirado el mandrino, las condiciones de contorno se definen como la ausencia de tensión radial en el radio interno y externo. $\sigma_r(r = a) = 0$ y $\sigma_r(r = b) = 0$. Al no existir ningún elemento en contacto con la bobina la tensión normal en dichas superficies deberá ser obligatoriamente nula. En el libro de referencia [31] aparece resuelto dicho caso. Las soluciones se muestran en las ecuaciones (84) y (85).

$$\sigma_{\theta} = \frac{K(2+\nu)}{3(\alpha+1)} \left(\alpha^2 + \alpha + 1 + \frac{\alpha^2}{\epsilon^2} - \epsilon \frac{(1+2\nu)(\alpha+1)}{2+\nu} \right) - \frac{M(3+\nu)}{8} \left(\alpha^2 + 1 + \frac{\alpha^2}{\epsilon^2} - \frac{(1+3\nu)}{3+\nu} \epsilon^2 \right) \quad (84)$$

$$\sigma_r = \frac{K(2+\nu)}{3(\alpha+1)} \left(\alpha^2 + \alpha + 1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon^2} - (\alpha+1)\epsilon \right) - \frac{M(3+\nu)}{8} \left(\alpha^2 + 1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon^2} - \epsilon^2 \right) \quad (85)$$

3.4.5.2 Con mandrino

El caso con mandrino presenta mayor complejidad debido a la influencia de la elasticidad del mandrino en la determinación del estado tensional en la bobina. En la referencia no se da resuelto el caso con mandrino por lo que se procedió a determinar una solución teniendo en cuenta las siguientes condiciones de contorno: $\sigma_r(r=a) = \frac{B}{a}u(a)$ y $\sigma_r(r=b) = 0$. Nótese que estas condiciones de contorno han sido empleadas previamente para otros casos, sin embargo, al presentar la ecuación un término adicional de fuerza magnética se deberán determinar nuevas expresiones para los coeficientes c y d . Para su determinación se parte de la solución del desplazamiento en función de los parámetros de forma (86) y se aplican las condiciones de contorno mencionadas. Para aplicar las condiciones de contorno se emplea la definición de la tensión radial (87).

$$w = c\epsilon + \frac{d}{\epsilon} - \frac{K\epsilon^2}{3} + \frac{M\epsilon^3}{8} \quad (86)$$

$$\sigma_r = \frac{dw}{d\epsilon} + \nu \frac{w}{\epsilon} \quad (87)$$

Sustituyendo (86) en (87) y aplicando las condiciones de contorno es posible resolver el sistema de ecuaciones obteniendo el valor de c y d . Utilizando las ecuaciones (88) y (89) es posible determinar los coeficientes.

$$d = \frac{\frac{K}{3} \left(2 + \nu - m + \frac{(1+\nu-m)(-2-\nu)b}{(1+\nu)a} \right) + \frac{M}{8} \left(-3 - \nu + m + \frac{(1+\nu-m)(3+\nu)b^2}{(1+\nu)a^2} \right)}{\left(-1 + \nu - m - \frac{(1+\nu-m)(-1+\nu)a^2}{(1+\nu)b^2} \right)} \quad (88)$$

$$c = \frac{1}{1+\nu} \left(-D(-1+\nu) \left(\frac{a}{b} \right)^2 - K b \frac{-2-\nu}{3a} - \frac{M b^2(3+\nu)}{8a^2} \right) \quad (89)$$

3.4.6 Deformaciones en la bobina

Las deformaciones que presenten ambas estructuras se deberán en primer lugar a las deformaciones por temperatura y en segundo lugar a la existencia de tensiones. Por tanto, para obtener la deformación material en un punto respecto a sus dimensiones a temperatura ambiente se deberá sumar a la contracción térmica la componente de deformación en la dirección indicada. Las expresiones (90) y (91)

$$\epsilon_r = R \sigma_r - V \sigma_{\theta} + \int_{T_0}^T \alpha_r dT \quad (90)$$

$$\varepsilon_{\theta} = L \sigma_{\theta} - V \sigma_r + \int_{T_0}^T \alpha_{\theta} dT \quad (91)$$

3.4.7 Deformaciones en función del tiempo

Para posteriormente verificar los modelos frente a las mediciones de las galgas en los experimentos será de interés contar con una herramienta que permita calcular la deformación en un punto de la bobina en función de la temperatura. Para la definición del punto se empleará el radio de colocación de la galga. Para ello, se deberán combinar varios desarrollos anteriores.

Se partirá de los CET de la bobina y el mandrino. Se empleará la relación entre deformación y CET presentada en la ecuación (3) para calcular las deformaciones de bobina y mandrino a cada temperatura. Con ello, se pueden obtener las tensiones en dicho radio a cada temperatura usando las expresiones del apartado 3.4.4. Finalmente se pueden calcular las deformaciones para unas tensiones y contracciones térmicas dadas usando las ecuaciones (90) y (91). En conclusión, los pasos anteriores permiten conocer la variación de la deformación en la dirección radial y/o acimutal en un radio dado en función de la temperatura. Expresión que permitirá la comparación del modelo con las mediciones de las galgas en los experimentos que se presentarán más adelante.

3.4.8 Cálculo analítico empleando una distribución de campo realista

En el apartado de cálculo de las tensiones debidas al electromagnetismo se realizaron varias simplificaciones que se alejan notablemente de la realidad:

- Densidad de corriente constante: la densidad de corriente no es constante en la sección de la bobina. Existen regiones en las cuales se acumula la intensidad debido a la interacción con el campo. Además, cómo se verá existen regiones en las cuales la densidad de corriente discurre en sentido contrario a la intensidad de excitación de la bobina.
- Densidad de corriente por toda la sección: Cómo se ha visto únicamente una parte muy reducida de la sección se corresponde con la capa superconductora. Por ello, la intensidad se encuentra distribuida en distintas franjas y no de forma discreta por toda la sección.
- Material isótropo: Se ha mencionado varias veces que el modelo empleado en dicho apartado no contemplaba la posibilidad de usar un material ortotrópico y por ello se darán fuertes discrepancias entre el modelo analítico y la simulación.

De manera paralela a la elaboración de este trabajo, el compañero de ICAI Javier Orea realizaba un trabajo sobre la determinación de las pérdidas AC en sistemas SMES, también en colaboración con Cyclomed. Para su trabajo elaboró un código de MATLAB que permitía el cálculo de la distribución del campo magnético y la densidad de corriente para una bobina del SMES. Para dicho cálculo se obtenía una expresión de campo más realista al establecer entre otras cosas que el paso de la corriente sólo se daba por la sección superconductora de la cinta.

Sin embargo, el programa únicamente daba como resultado la distribución del campo y de la densidad de corriente por la sección. Para el cálculo de las tensiones fue necesario desarrollar un programa analítico en MATLAB. Este código se presenta en el Anexo 0. Este programa estaría basado en transformar los resultados del campo avanzado en fuerzas puntuales que junto a un cálculo basado en elementos finitos permitiría el cálculo de la distribución de tensiones internas.

La clave del programa estaba en considerar las fuerzas puntuales. Las fuerzas magnéticas, cómo se ha explicado anteriormente, son el resultado de la interacción entre la corriente y el campo. Por ello, con el nuevo modelo, esta interacción se da únicamente en la franja superconductora de espesor 1.6 μm frente al espesor total de 350 μm . Al ser en comparativa tan reducido el espesor superconductor se consideró que la totalidad de la fuerza ejercida en dicha franja se aplicaba puntualmente en el punto medio de cada vuelta de cinta. El resultado fue un vector fuerza de dimensión el número de vueltas de la bobina.

De forma más precisa, se calculó el vector fuerza empleando la expresión (92) en la que se puede observar cómo se calcula la fuerza aplicada en la vuelta i cómo el producto entre el volumen superconductor V_i^{sc} y la suma de las fuerzas volumétricas en la dirección z . El volumen superconductor se calcula con la expresión (93) donde e_{sc} se corresponde con el espesor de la capa superconductora de 1.6 μm .

$$F_i = V_i^{sc} \sum B_{ij}^z J_{ij} \quad (92)$$

$$V_i^{sc} = \pi h \left[\left(r_i + \frac{e_{sc}}{2} \right)^2 - \left(r_i - \frac{e_{sc}}{2} \right)^2 \right] \quad (93)$$

El siguiente paso fue la elaboración de un programa de elementos finitos en el que poder introducir el vector fuerza de la expresión (93) como entrada. Para ello se utilizaron las expresiones analíticas presentadas en el apartado 3.4.1. El objetivo fue traducir cada vuelta de cinta en un elemento finito anillo. Para determinar la matriz de rigidez local de cada anillo se requería de la expresión de las fuerzas aplicadas en cada cara del anillo en función de los desplazamientos radiales en las mismas. Para ello se sustituyeron en las expresiones los desplazamientos u_a y u_b además de las fuerzas F_a y F_b donde a hace referencia al radio interno de cada anillo y b al externo. Con ello, fue posible determinar la matriz local de cada anillo que posteriormente fueron ensambladas en la global. Una vez obtenida la matriz global se requirió sumar la aportación de rigidez del mandrino. Para ello se sumó al elemento K_{11} la rigidez radial del mandrino. Rigidez que fue calculada a partir del módulo de Young equivalente del mandrino (45). Una vez definida la matriz de rigidez y el vector de fuerzas esta se invirtió realizando el cálculo mostrado en (94). El resultado fueron los desplazamientos en los nodos.

$$f = K u \rightarrow u = K^{-1} f \quad (94)$$

Una vez determinados los desplazamientos nodales era necesario transformarlos en la distribución de tensiones dentro de cada vuelta de bobina. Para ello se calcularon los coeficientes c y d en función de los desplazamientos nodales. Ello permitió expresar las tensiones radiales y acimutales en función de los desplazamientos obtenidos.

3.5 Estado límite estructural

Uno de los principales objetivos del análisis estructural es determinar si los materiales se encuentran dentro de su rango de resistencia. Aunque comúnmente se emplean criterios como pueden ser el de Von Mises o Tresca en este caso no tienen aplicación sencilla. Esto se debe a que los resultados de tensión obtenidos son los que experimenta el material homogeneizado de la cinta. Una opción podría ser establecer una relación entre la tensión en el material homogeneizado y la tensión en las distintas capas de la cinta. En cambio, otra opción sería determinar las tensiones macroscópicas que suponen un fallo de la cinta. Un estudio llevado a cabo por Masada et al recopiló las tensiones últimas que habían presentado distintos bobinados superconductores [32]. Las tensiones admisibles de la cinta que se pueden ver en la Figura 28.

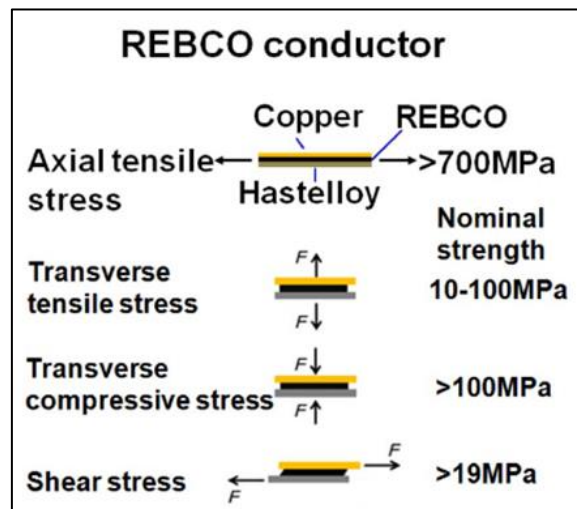


Figura 28. Estados límite cinta.

Como se puede apreciar, existen distintas modalidades de esfuerzos que resultan más dañinas para la integridad de la cinta que otras. Por un lado, la cinta presenta una alta resistencia a la tracción, 700 MPa, si se realiza en su dirección longitudinal. Por otro, la cinta presenta un límite de tracción en su dirección normal mucho más limitado, apenas 10 MPa en los casos más desfavorables. Por el contrario, en la dirección normal sí que posee mejor resistencia frente a compresión, 100 MPa. Además de tensiones normales se verificará que la tensión tangencial en la dirección indicada no supere los 19 MPa.

Dado que el estudio actual se centrará en el análisis de un prototipo de únicamente dos bobinas el estado tensional estará lejos de los límites presentados. Sin embargo, estos límites servirán como referencia de cara a cuantificar como de solicitada se encuentra la bobina en un cierto nivel de tensión.

3.6 Simulación termo-estructural

El objetivo de la simulación estructural es determinar el estado tensional en la bobina superconductora tras la contracción criogénica, empleando software de elementos finitos. El software escogido para realizar las simulaciones fue ANSYS, ya que era el software con el que trabajaba el equipo del SMES.

Se estudiarán distintas configuraciones de los elementos estructurales.

- La primera configuración se basa en plantear un caso de bobina libre dentro del criostato. Es decir, dentro del criostato la bobina se coloca sobre un plato y se deja libre su movimiento, no se encuentra conectada a ningún otro elemento mediante el uso de adhesivos o tornillos. Es interesante estudiar cómo se comporta la bobina cuando su deformación no está influenciada.
- El segundo caso se corresponde con el estudio de la contracción de la bobina junto con su mandrino. Es el caso más típico de configuración de la bobina. El mandrino limita la contracción de la bobina y genera compresión radial. La precompresión térmica antes de la corriente reduce el riesgo de delaminación.
- Adicionalmente se propuso el estudio de la incorporación de anillos de fibra de vidrio G-10 como mandrino. El mandrino de hierro limita enormemente la contracción de la bobina y por ello induce un estado de compresión que en ocasiones puede ser muy superior a lo necesario. Por ello, se planteará la posibilidad de optimizar el grosor del anillo para controlar la precompresión durante el enfriamiento. Adicionalmente el mandrino de hierro presenta ferromagnetismo. Cuando se carga la bobina pueden aparecer fuerzas de enorme magnitud entre mandrino y bobina que tienden a centrar el mandrino. Una vez centrado las fuerzas se compensan. Por tanto, para evitar este tipo de fuerzas peligrosas es preferible emplear un material que no sea ferromagnético.

En la Figura 29 se puede apreciar la configuración final de los módulos de ANSYS dentro del Workbench. Se pueden distinguir en la parte central los tres módulos de análisis estático que se corresponden con las tres configuraciones previamente mencionadas. El módulo de Engineering Data recoge todas las propiedades de los materiales y de la cinta que fueron discutidas en apartados anteriores. Por otro lado, en la parte superior se encuentra el módulo de *Maxwell* que será responsable de la obtención de las cargas magnéticas. Rodeando a los análisis se pueden apreciar módulos de *SpaceClaim* en los que se han modelado en 3D las estructuras a analizar. Por último, en la parte inferior se encuentra un cuadro con la designación *Parameter Set* que permite el manejo de estudios paramétricos que se discutirán más adelante. Nótese que los módulos se encuentran conectados entre sí, permitiendo el intercambio de ficheros y datos entre ellos. Todas las librerías de propiedades se encuentran conectadas, cada análisis se encuentra conectado con su módulo de SpaceClaim de donde obtiene los modelos y los resultados del análisis electromagnético se incluyen en las definiciones de las tres simulaciones estructurales.

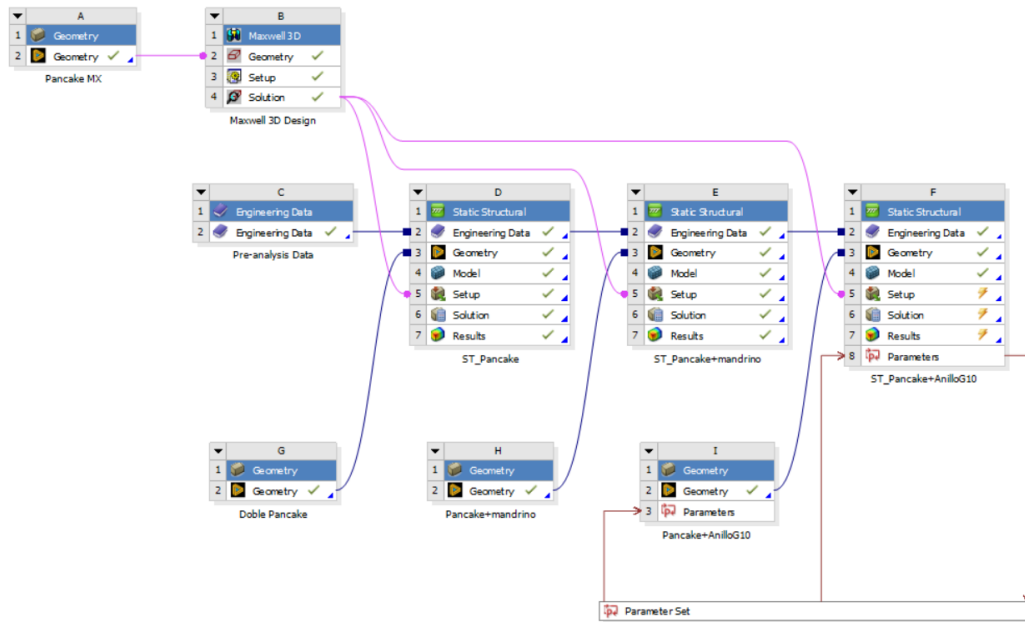


Figura 29. Estructura Workbench de simulación.

3.6.1 Consideraciones generales a todos los casos

En este apartado se presentan todas aquellas consideraciones que se aplican en los tres casos.

- En cuanto a los modelos todos son modelos de un cuarto. Se realizaron modelos de un cuarto para reducir el número de elementos totales ya que la bobina presenta simetría en sus cuatro cuadrantes. Posteriormente se deberá aplicar una condición de contorno de simetría en la forma de un *Cyclic Region*.
- Se desprecia la influencia de otros elementos estructurales colindantes. Para la segunda y tercera configuración, a la estructura se encontrarían unidos dos platos por arriba y por abajo. Estos platos están fabricados de G-10 y facilitan el proceso de fabricación al hacer de topes durante el arrollamiento de la cinta. Se encuentran unidos mediante resina epoxy a la bobina y mandrino y normalmente se dejan ya que no influyen negativamente en el desempeño de la estructura. Por otro lado, en las configuraciones más habituales el mandrino es atravesado por cuatro barras de acero inoxidable que fijan en su sitio la bobina. Los platos al presentar un grosor del orden de 2 mm y, por tanto, no tienen un efecto muy notable en las tensiones internas. Las barras se pueden simplificar considerándolas como una condición de contorno de desplazamiento nulo debido a su considerable rigidez.
- Para simular el descenso de temperatura desde el ambiente a la temperatura de ensayo se asignará un primer paso en la simulación en forma de condición de temperatura. Dicha condición de temperatura se asignará a todos los sólidos y consistirá en una rampa de temperatura. Dicha aproximación es válida ya que los efectos transitorios no se desean estudiar. Sólo interesa el estado de deformación que presenten los cuerpos a la temperatura de ensayo.
- Las uniones entre elementos se considerarán uniones rígidas. Durante el proceso de fabricación de la bobina se añade epoxy en la unión y por tanto es razonable

considerar desplazamiento relativo nulo en su interfase. Para mejorar la calidad de la malla, en *SpaceClaim* se define la interfase con topología compartida. Compartir la topología garantiza que los nodos de la malla se comparten en la interfase obteniéndose mejor precisión en el análisis.

- Se buscará el empleo de elementos *Hexa* en la malla. Las ventajas de los elementos *Hexa* frente a los *Tet* o *Wedge* (Figura 30) son: (1) Distribución más ordenada en la malla que se traduce en menor error numérico. (2) Ejecución más rápida debido al empleo de estructuras de datos más eficiente. (3) Elementos de mayor orden. Más grados de libertad implican funciones de forma que permiten converger con menos elementos. Los Hex20 son elementos cuadráticos, es decir, las funciones de forma de los desplazamientos son cuadráticas. Por lo tanto, las tensiones y deformaciones variarán de forma lineal dentro del elemento. El problema de los Hexa es que no siempre se pueden distribuir por la geometría si esta es compleja. Las simplificaciones del modelo resultan en geometrías cilíndricas que posibilitan utilizar este tipo de elemento. Para la creación de mallas formadas por este tipo de elemento se aplica en primer lugar un método *Multizone* en las partes. Adicionalmente se añade un *Body Sizing* que permite establecer un tamaño de elemento objetivo en el modelo. Para el análisis de la malla se realizará un análisis de convergencia y un análisis de calidad de la malla.

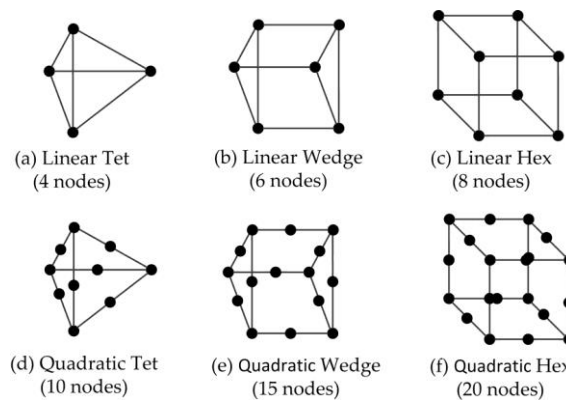


Figura 30. Tipos de elementos finitos. Fuente: *Evaluating the effects of tunnel construction on buildings*. Twana Kamal.

Un análisis de convergencia de la malla consiste en determinar si tamaño del mallado empleado es adecuado. La estrategia empleada para el análisis de convergencia fue parametrizar el tamaño de elemento objetivo definido en el mallado. Como variable de convergencia se decidió usar la energía elástica total del modelo. Se empleó la energía elástica total ya que es un valor escalar que se calcula con las tensiones totales en los componentes. La definición de la energía potencial elástica se define según la expresión (95) [33].

$$E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i,j=1}^6 \sigma_i \varepsilon_j \quad (95)$$

Para el análisis de la calidad de la malla se empleó la visualización del parámetro *Mesh Quality* que calcula ANSYS. El parámetro se puede entender como el cociente entre el volumen del elemento y la suma de las longitudes de los lados, i.e., los elementos que más se acerquen a un cubo perfecto resultan en un *Mesh Quality* más cercano a uno mientras que aquellos que presentan un lado notablemente mayor al resto se alejará de la unidad.

El análisis de calidad se incluye con el objetivo de proporcionar información cuantitativa acerca de la calidad del mallado. Sin embargo, no se empleará como principal herramienta para refinar la malla. La precisión del resultado dependerá más del tamaño de elemento que de su calidad.

3.6.2 Contracción libre de la bobina

En este apartado se discutirá la definición de la simulación de la primera configuración:

- **Modelo:** el modelo de contracción libre consiste en el estudio de únicamente la bobina. Por tanto, se realizó en *SpaceClaim* un modelo de un cuarto de bobina incluyendo las dimensiones geométricas del prototipo de la bobina del CAS, Figura 31.

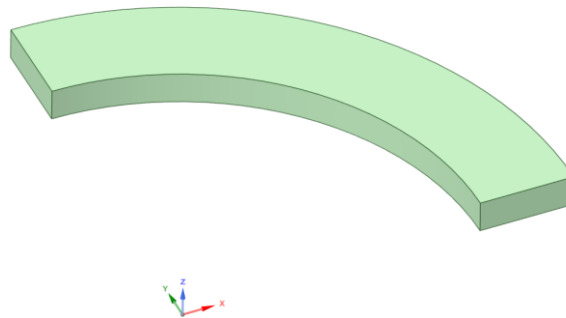


Figura 31. Modelo bobina primera configuración.

- **Condiciones de contorno:** en primera instancia se aplicó la simetría cilíndrica en las caras de corte en la bobina. La opción de ANSYS que permite tal efecto es crear una simetría *Cyclic Region* y seleccionar las caras de corte. Adicionalmente, se debían añadir restricciones de movimiento en el modelo. Sin embargo, dado que la contracción es libre, no existe ningún punto de la bobina que tenga desplazamiento nulo. Para representar el caso real en el cual se dispone la bobina apoyada, esta es capaz de contraerse libremente. Por tanto, de primeras las condiciones de contorno presentaron ciertas dificultades. La solución consistió en restringir el desplazamiento radialmente. Para ello se añadieron dos condiciones de contorno de desplazamiento que permitían únicamente el desplazamiento en la dirección del eje global alineada con su radio.

En la Figura 32 se puede observar la definición del caso de estudio y la malla generada.

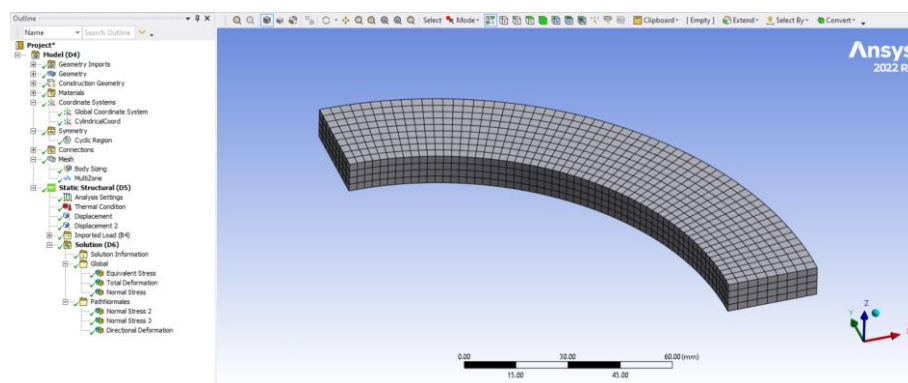


Figura 32. Malla y definición de la primera simulación.

- Malla: en cuanto al mallado se empleó el tamaño objetivo de 3 mm. Todos los elementos generados fueron Hex20 y se obtuvieron un total de 2124 elementos. La calidad de los elementos se puede apreciar en la Figura 33. En el análisis de calidad todos los elementos presentaron un parámetro de calidad por encima de 0.96 por lo que, para este caso, la calidad de la malla es excelente. Adicionalmente, en la Figura 34 se muestran los resultados de convergencia. Se puede apreciar como a partir de un tamaño de elemento de 4 mm la energía elástica varía menos de una milésima por lo cual para la malla de 3 mm la solución presentara una solución muy precisa.

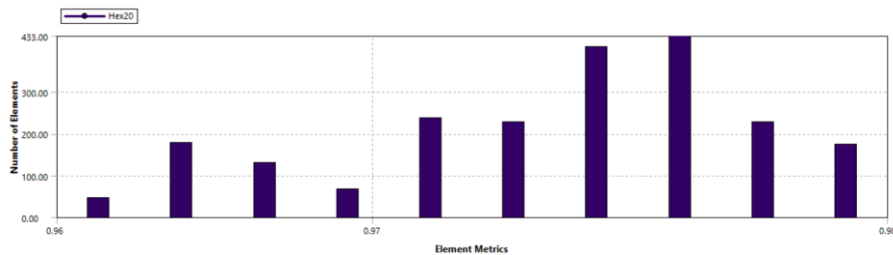


Figura 33. Calidad del mallado de la primera configuración.

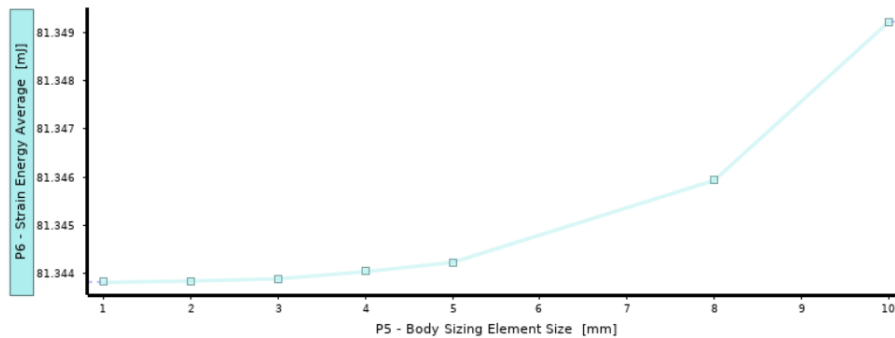


Figura 34. Análisis de convergencia de la malla para la primera configuración.

3.6.2.1 Contracción con mandrino de hierro

En este apartado se discutirá la definición de la simulación de la segunda configuración.

- Modelo: para el estudio de la interacción del mandrino junto con el resto de los elementos se incorporó en el hueco central un cilindro que se corresponderá con el mandrino de hierro.

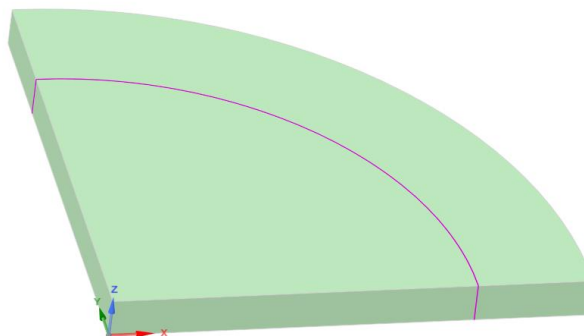


Figura 35. Modelo segunda configuración.

- Condiciones de contorno: las condiciones de contorno para el caso actual son más sencillas que para la contracción libre. Por un lado, se conservará la condición de simetría añadiendo las secciones del mandrino. Por otro lado, al presentar el mandrino los taladros por los cuales pasan las barras, es razonable suponer que presentaran un desplazamiento muy limitado y por simplificación nulo. Por ello, se impone en el vértice del mandrino una condición de contorno de soporte fijo.

En la Figura 43 se puede observar la definición del caso de estudio de la segunda configuración y la malla generada.

- Malla: en primer lugar, durante el modelado se estableció topología compartida en la superficie de contacto. En ambos cuerpos se estableció una malla con el método *Multizone* y un tamaño de elemento objetivo de 3 mm. La malla resultante fue una malla estructurada compuesta 12744 elementos Hex20. Nótese que adicionalmente se ha añadido en el mallado una región con inflación en el contacto con el mandrino. En la zona de contacto se generan grandes gradientes de tensión que para ser calculados con precisión requieren del refinado de la malla en la zona. Por ello la solución fue añadir una inflación de 10 capas en la interfase. Como comentario adicional cabe resaltar el efecto pico de la malla que se da en el vértice del mandrino. Esto resulta en una serie de elementos que dejan de ser Hex20 y son definidos como elementos Wed15, que tienen geometría de prisma triangular. En cuanto a la calidad de la malla mostrada en la Figura 37 se puede ver que en este caso la calidad es variada. Existe un notable número de elementos que presentan un parámetro de calidad bajo. Estos elementos se encuentran situados en la zona de inflación y en el vértice del mandrino. En estas zonas la relación de aspecto es alta resultando en peores calidades. Sin embargo, no se prevé que este hecho afecte negativamente al resultado. En cuanto a la convergencia, Figura 38, se aprecia un salto notable de la energía elástica al reducir el tamaño de los elementos. De tamaño 3 mm a 2 mm el salto de energía es de únicamente 1 mJ por lo que se puede considerar que la malla de 3 mm resultara en un análisis preciso. El programa no permitió el mallado de tamaño 1 mm ya que resultaba en elementos de tamaño muy reducido.

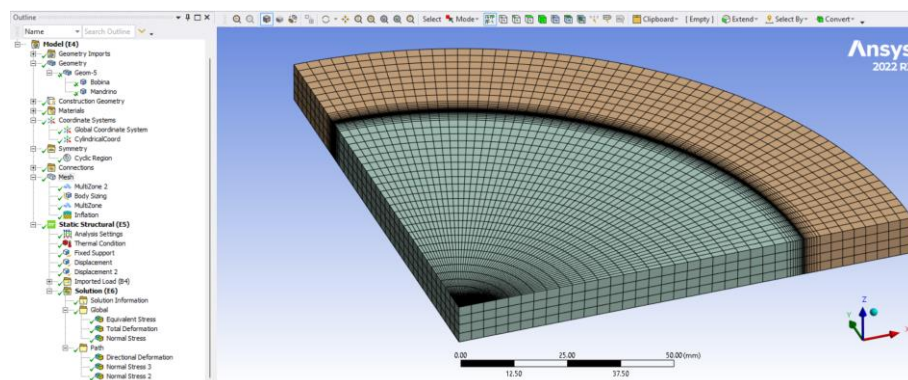


Figura 36. Malla y definición de la segunda simulación.

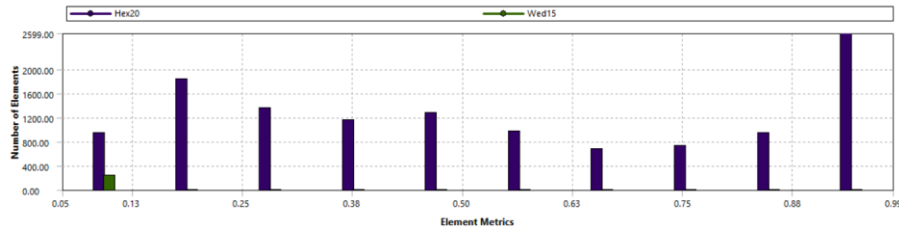


Figura 37. Calidad del mallado de la segunda configuración.

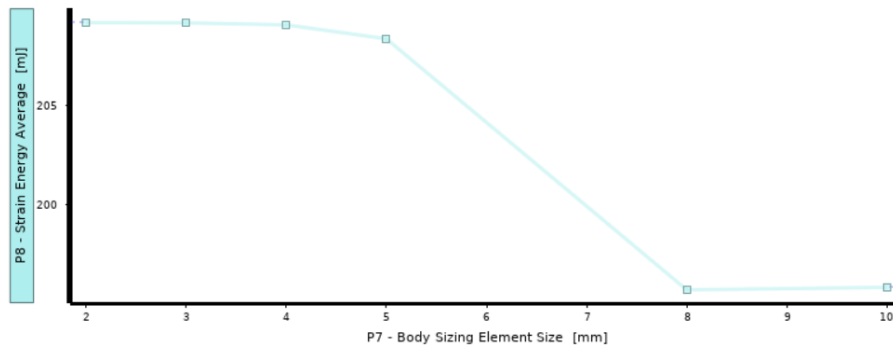


Figura 38. Análisis de convergencia de la malla para la segunda configuración.

3.6.3 Contracción con anillo de G-10

- Modelo: el anillo de G-10 se presenta como una alternativa al uso del mandrino convencional. La razón para usar un anillo se basa en que se puede diseñar su espesor para controlar las tensiones internas en la bobina. A mayor grosor el anillo presentará más rigidez y por tanto limitará más la contracción de la bobina. El modelo del anillo incorpora un radio interno parametrizado, parametrización visible en la Figura 39. De esta manera es posible ejecutar los análisis para radios internos distintos y *SpaceClaim* genera una nueva geometría con el radio predefinido. El modelo que se presenta tiene un radio interior de 70 mm.

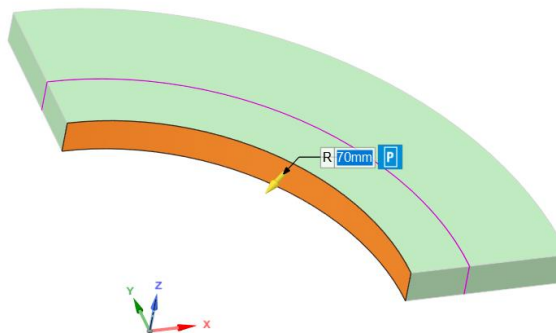


Figura 39. Modelo de la tercera configuración.

- Condiciones de contorno: en cuanto a las condiciones de contorno, son similares al caso de la contracción libre. El anillo no incorpora agujeros para el paso de las barras. Por tanto, se añaden también condiciones de contorno de limitar el desplazamiento a radial.

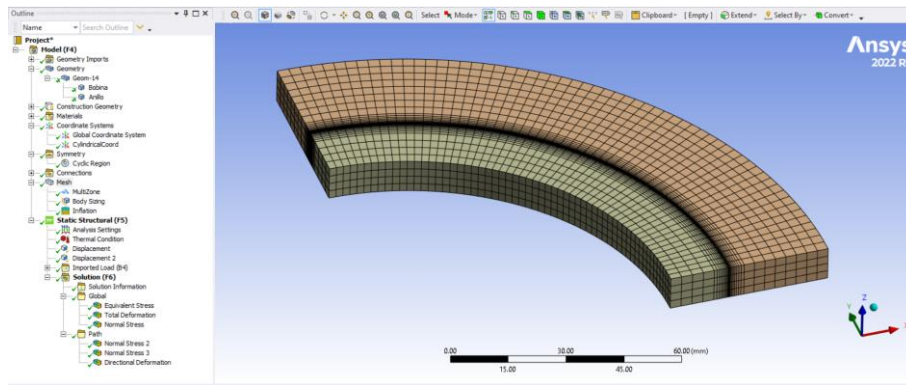


Figura 40. Malla y definición de la tercera simulación.

- Malla: en cuanto a la malla el procedimiento fue equivalente a la segunda configuración. También se incorporó una banda de inflación en el contacto añadiendo 10 capas para mayor precisión. A diferencia del caso anterior, al no haber punta en el mandrino no aparecen los elementos Wed15 y se obtuvieron 7552 elementos Hex20. En cuanto a la calidad visible en la Figura 41 se aprecia como la calidad está más polarizada que en la configuración anterior. La mayoría de los elementos tienen una calidad mayor que 0.9, sin embargo, la banda de inflación genera elementos con alta relación de aspecto que resulta en elementos categorizados de menor precisión.

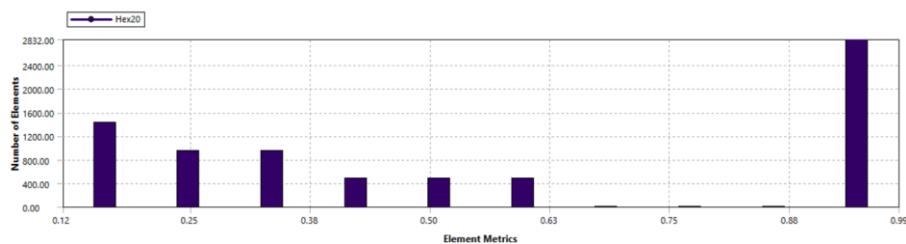


Figura 41. Calidad del mallado de la tercera configuración.

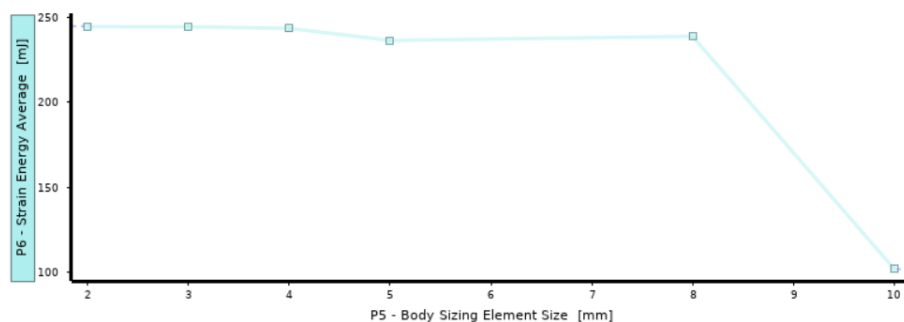


Figura 42.. Análisis de convergencia de la malla para la tercera configuración.

3.6.4 Cargas térmicas

Las cargas se podrían definir como todas aquellas interacciones que se dan en la estructura responsables de generar una variación en su estado tensional. En el problema de estudio cómo se ha visto existen dos principales; las cargas térmicas y las cargas magnéticas. La variación de temperaturas genera una serie de contracciones en los materiales que si son restringidas generan tensiones dentro del material. Estas tensiones tienen la función de posibilitar la compatibilidad de desplazamientos pese a contracciones distintas. En aras de simular una disminución de la temperatura hasta los 77 K se aplicó

una *Thermal Condition* en los elementos. Se definió de tal forma que la variación de temperatura seguiría una rampa de 20 °C a -196 °C (77 K). De esta manera, llegado el primer *Step* de simulación todos los nodos se encontrarán a una temperatura homogénea de 77 K y se habrán deformado acorde con su CET.



Figura 43. Definición de la variación de temperatura.

3.6.5 Cargas magnéticas

Como se ha mencionado con anterioridad una de las cargas más importantes que experimenta la bobina durante la operación se corresponde con la presión electromagnética. La distribución de corriente dentro de la bobina genera un campo magnético que empuja a la misma perpendicularmente siguiendo la ley de Lorentz. Una manera práctica de obtener la distribución de fuerzas que genera un problema electromagnético es recurrir a la simulación por elementos finitos. Para integrar el problema electromagnético junto con el caso termo-estructural se empleará el módulo de ANSYS Maxwell 3D. Maxwell 3D es un módulo diseñado expresamente para la resolución de problemas electromagnéticos en ANSYS.

Para la determinación de las cargas electromagnéticas se siguieron los siguientes pasos:

- Creación del modelo: se utilizó un modelo de un cuarto de bobina para la realización de las simulaciones. La ventaja de emplear el modelo de un cuarto es que presenta dos secciones por las que discurre corriente y se pueden asignar fácilmente como fuentes y sumideros de corriente.
- Montaje de la simulación: en todas las simulaciones electromagnéticas es necesario añadir un dominio en el cual se pretende obtener resultados de los campos. En las paredes externas del dominio el programa establece el potencial nulo. Por tanto, de cara a obtener soluciones con la mejor precisión posible es recomendable hacer dicha zona lo más amplia posible siempre a expensas de mayor tiempo de computación.
- Condiciones de contorno: cómo se ha mencionado anteriormente se añadirán en las secciones cortadas de la bobina condiciones de contorno de intensidad. Posteriormente el solucionador determinará la densidad de corriente óptima dentro del bobinado. Nótese que esta condición de contorno es una simplificación notable por varios motivos. En primer lugar, dentro de la cinta sólo discurrirá corriente por el material superconductor. Es decir, la distribución de corriente no es uniforme, sino que se daría en forma de franjas intermitentes de densidad de corriente. Además, ni siquiera dentro del material superconductor la densidad de corriente es constante. Esto se debe a que la interacción del campo magnético con la intensidad redistribuye la corriente por la sección superconductora. Otros efectos derivados de las leyes de la superconducción pueden causar alteraciones adicionales en la distribución.

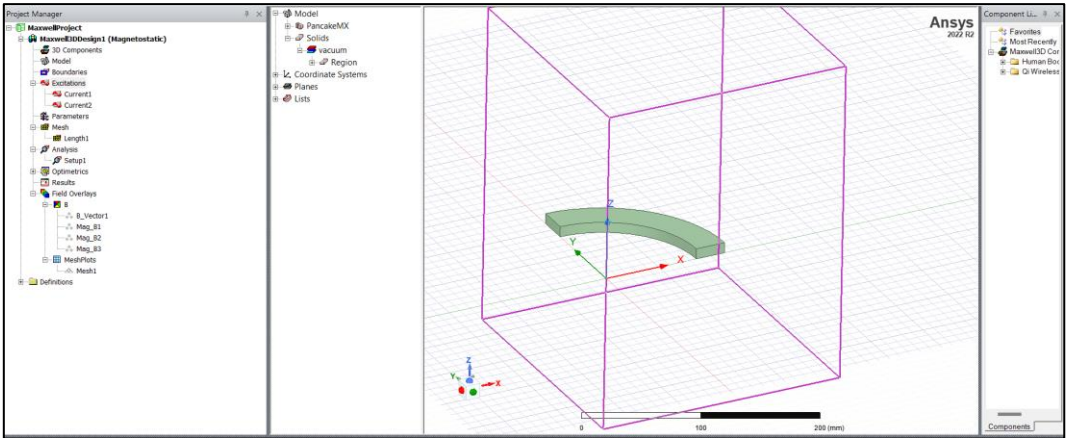


Figura 44. Interfaz ANSYS Maxwell.

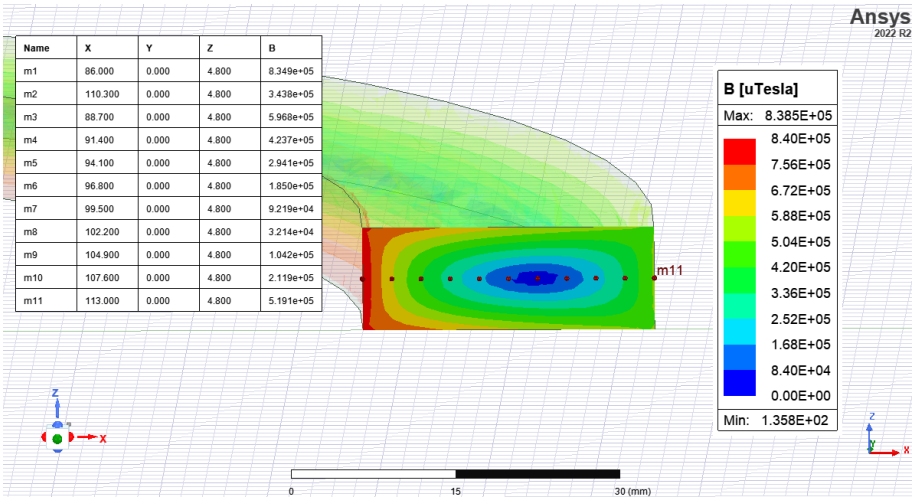


Figura 45. Módulo campo magnético en la sección.

4 RESULTADOS

4.1 Resultados experimentales

Con el objetivo de verificar los modelos realizados durante el proyecto, existió la posibilidad de realizar varios ensayos experimentales. Dichos experimentos se realizaron en las instalaciones del laboratorio de electromagnetismo aplicado del CIEMAT (Centro de investigaciones energéticas medioambientales y tecnológicas).

4.1.1 Primer ensayo: Ensayo de contracción simple con LN2.

El primer ensayo que se realizó se enfocó en la caracterización de las propiedades de la cinta superconductora. El objetivo era la medición de la contracción térmica hasta los 77K. Para ello se preparó una probeta realizando un apilado de cintas que fueron posteriormente adheridas entre sí utilizando resina epoxy. La razón de este apilado era crear un bloque de material más sólido sobre el que se pudieran realizar medidas con más precisión.

La planificación del experimento consistió en las siguientes partes:

- Colocación del instrumento de medición de deformaciones sobre la probeta a temperatura ambiente.
- Introducir la probeta junto con el instrumento en una “bañera” aislante de poliespán.
- Verter LN2 en el contenedor, creando una piscina de nitrógeno líquido que cubre completamente la probeta.
- Dejar enfriar y anotar la medición de deformación.

Para la validación del experimento se realizaron también mediciones sobre tres probetas metálicas de aluminio, cobre y hierro. En la Tabla 7 se muestran los resultados obtenidos en el experimento en la primera fila. Además, se incluye una segunda fila que incorpora la deformación esperada. La deformación esperada se calculó utilizando los coeficientes de expansión expuestos en las Tabla 3 y Tabla 4. Se puede apreciar como en el caso de las probetas, la contracción medida se acerca notablemente a la calculada, desviándose una decena de milideformación en el peor de los casos. Por tanto, el diseño experimental quedó validado. Para el cálculo de las deformaciones de la cinta se empleó el CET del modelo M1. Los resultados de la cinta muestran cómo según lo esperado la contracción en la dirección radial es superior a la medida en la dirección acimutal. En segundo lugar, se aprecia una clara desviación de las mediciones frente a las deformaciones esperadas según el modelo M1.

Tabla 7. Resultados primer experimento.

Material	Aluminio	Cobre	Hierro	Bobinado (Acimutal)	Bobinado (Radial)
Contracción medida (mdef)	4.1	3.1	2.0	2.6	5.1
Contracción calculada (mdef)	4.2	3.2	2.0	3.4	4.6

La Tabla 8 tiene el objetivo de proporcionar una comparativa entre los resultados del primer experimento y las deformaciones esperadas según los distintos modelos. Cada columna se corresponde con las deformaciones esperadas según el modelo. Para ofrecer una mayor idea de la adecuación del modelo, entre paréntesis se incluye al lado de cada valor la desviación porcentual respecto a la medición. El modelo M3 presenta desviación cero

ya que su CET fue definido con las deformaciones medidas en este ensayo. Si analizamos los modelos M1 y M2 obtenidos del Material Designer en ANSYS se aprecia que presentan errores similares. Los modelos M1 y M2 presentan errores similares en distintas direcciones. Por tanto, según estos resultados no se puede discernir con seguridad si el M1 o M2 representa mejor la contracción de la cinta.

Tabla 8. Contracción a 77K.

	Medida	M1	M2	M3
Radial	5.1	4.1 (20%)	3.9 (25%)	5.1 (0%)
Acimutal	2.6	3 (15%)	2.9 (11%)	2.6 (0%)

4.1.2 Segundo ensayo: Ensayo criogénico con LHe.

El segundo ensayo tenía como objetivo principal verificar el funcionamiento de la bobina con helio líquido, llegando a una temperatura de 4.2 K. Adicionalmente, como objetivos secundarios se propuso medir la intensidad crítica y deformaciones con el uso de galgas extensiométricas. Se añadieron galgas en distintas partes de la estructura. En la Figura 47 se presenta el esquema de colocación de las galgas en el segundo experimento. El anillo central se corresponde con el mandrino de hierro, el intermedio con el bobinado y el tercero con las tapas de G10.

En este experimento todas las galgas se conectaron en forma de puente completo, es decir, cuatro galgas por puente. El modo de medición del equipo se definió como el *FB 4 active* que se presenta en la Figura 46. La numeración de las galgas se compone en un código de dos números separados por un punto. El primero hace referencia al canal al que se encuentra conectada y el segundo se corresponde con la posición de dicha galga en el esquema del puente de galgas. Las galgas se conectaron para medir la diferencia entre deformación radial y acimutal.

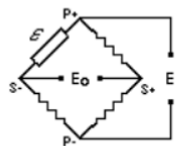
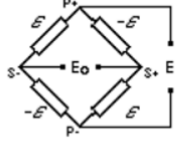
Selection	Bridge Diagram	Description
Quarter		Single active gage in uniaxial tension or compression.
FB 4 active		Four active gages with pairs subjected to equal and opposite strains (beam in bending).

Figura 46. Modos de medición del equipo de galgas.

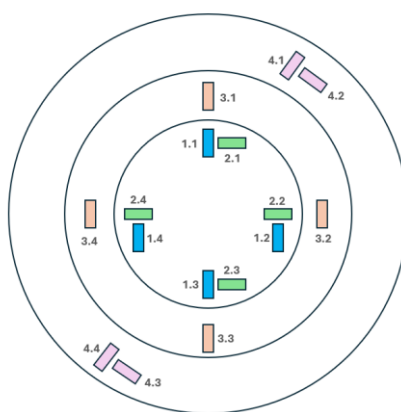


Figura 47. Posiciones de las galgas extensiométricas sobre el plato.

Teniendo en cuenta el conexionado de cada puente de galgas y el modo de medición se presentan las expresiones de los valores medidos en la Tabla 9. Nótese que teóricamente el canal 1 y 2 deberían medir el mismo valor de deformación, pero con sentido opuesto. Por tanto, el valor mostrado por la medición de la galga es el doble que la deformación real medida. Los valores de los radios como por ejemplo R_{man} hacen referencia al radio en este caso de las galgas de mandrino en el cual se han colocado esas galgas.

Tabla 9. Expresión de la medición galgas en el ensayo LHE.

	Expresión
Canal 1 (Ch1)	$Ch1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_r(R_{man}) - \varepsilon_\theta(R_{man}))$
Canal 2 (Ch2)	$Ch2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_\theta(R_{man}) - \varepsilon_r(R_{man}))$
Canal 3 (Ch3)	$Ch3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_r(R_{bob}) - \varepsilon_\theta(R_{bob}))$
Canal 4 (Ch4)	$Ch4 = \frac{1}{2}(\varepsilon_r(R_{tapa}) - \varepsilon_\theta(R_{tapa}))$

La Figura 48 incluye imágenes del montaje del experimento LHe. En la fotografía (a) se puede ver el dewar de helio. En (b) una fotografía de la tapa superior del criostato previa a la carga del helio y en (c) en operación. Nótese en (c) la aparición de hielo en los aislantes de los cables de carga como resultado de la congelación de la humedad del aire.

Los resultados del ensayo fueron procesados y se muestran en la Figura 49. Dicha figura se compone de una primera gráfica que muestra las mediciones de las galgas en función del tiempo, la segunda muestra la intensidad introducida en la bobina y la tensión medida en bornas y por último la tercera se corresponde con la medición de la temperatura en la zona de la bobina.

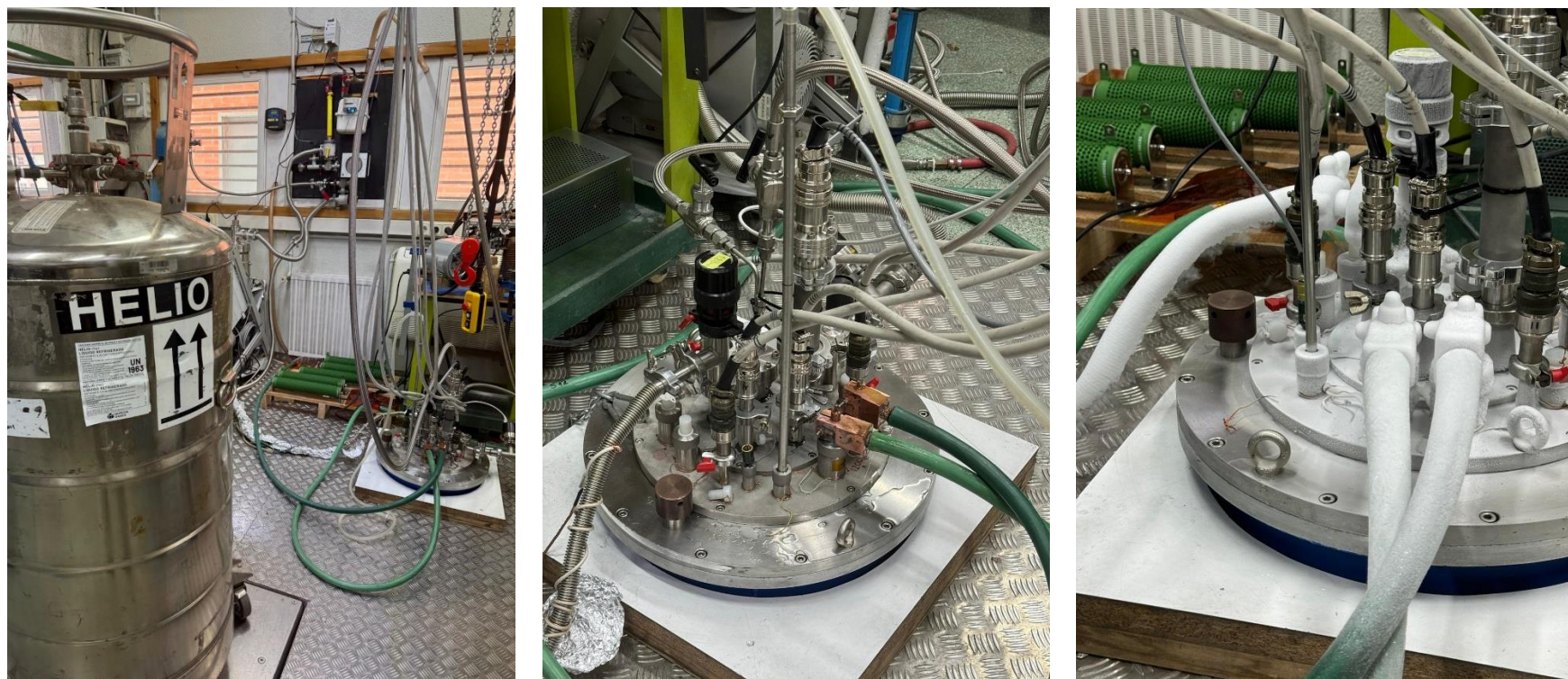


Figura 48. Fotografías del segundo ensayo. (a) Montaje principal (b) Detalle criostato (c) Criostato en operación.

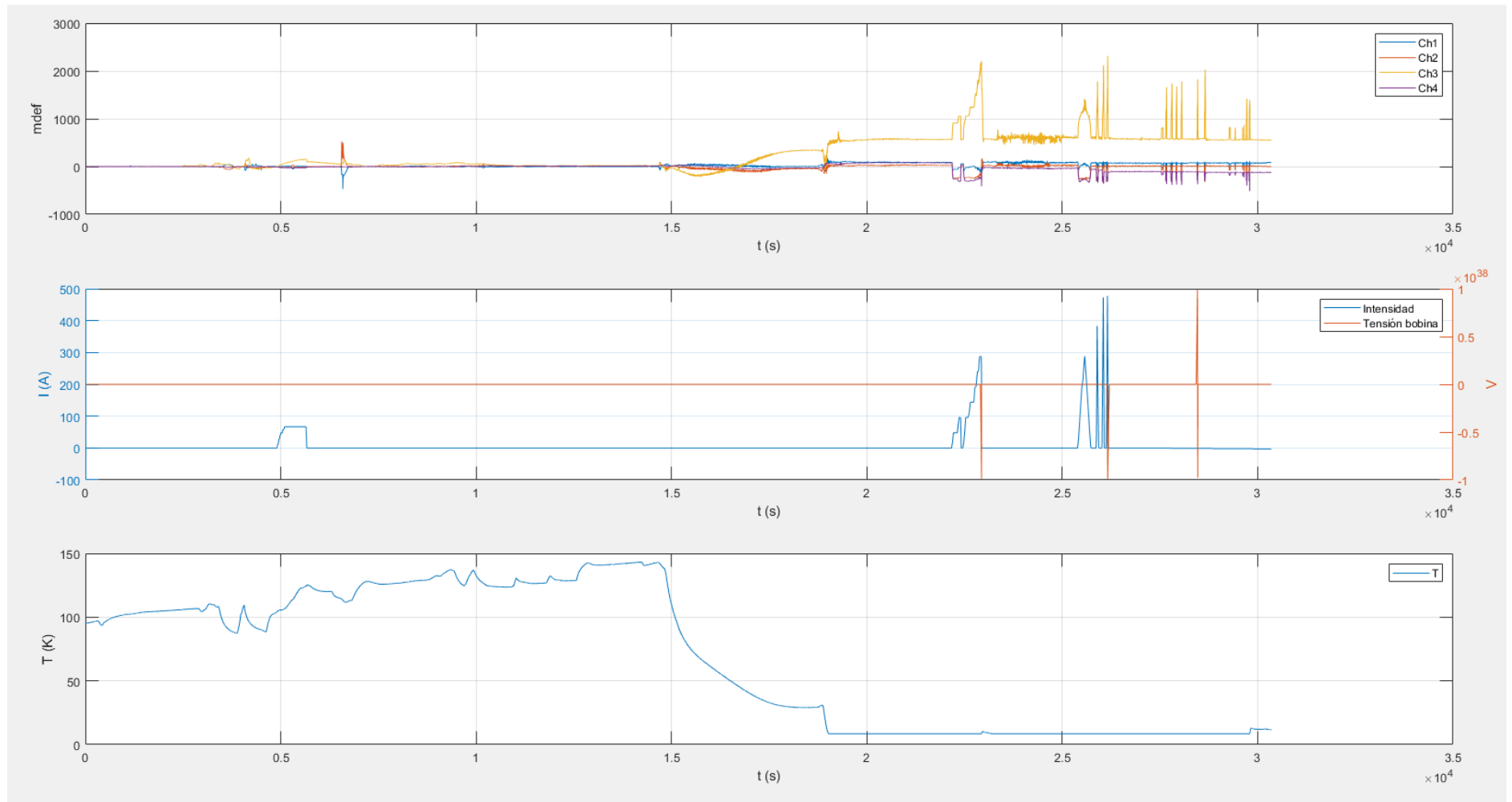


Figura 49. Resultados experimento LHe.

4.1.2.1 Análisis de los resultados del ensayo con LHe.

En la Figura 50 se presenta en detalle el enfriamiento con helio líquido. La temperatura parte cerca de los 140 K debido a que anteriormente se había pre-enfriado con nitrógeno (77K). Una vez que empieza la carga de LHe se aprecia cómo las galgas reaccionan ante el cambio de temperatura. Sin embargo, cómo se había mencionado anteriormente el Ch1 y Ch2 deberían mostrar valores opuestos y esto no sucede así. Nótese que previo al enfriamiento si se dan pequeñas perturbaciones de deformación que resultan en mediciones opuestas de los canales. Pero una vez desciende más de temperatura ya no proporcionan mediciones de signo opuesto. Tras haber dedicado notables esfuerzos en determinar una posible causa de este efecto no se llegó a ninguna conclusión. A temperaturas tan bajas se pueden generar efectos desconocidos en las propiedades del material de las galgas, en su resistividad o incluso en sus propiedades elásticas, resultando en mediciones inesperadas. Por desgracia, al no ser coherentes, se decidió no utilizar los resultados de este experimento.

En la Figura 51 se muestra el detalle de la fase de carga del experimento. Se pueden apreciar escaleras de intensidad que tienen como objetivo determinar la intensidad crítica de la bobina. Cuando se da un pico de tensión significa que la superconductividad ha cesado y la bobina vuelve a presentar resistencia.

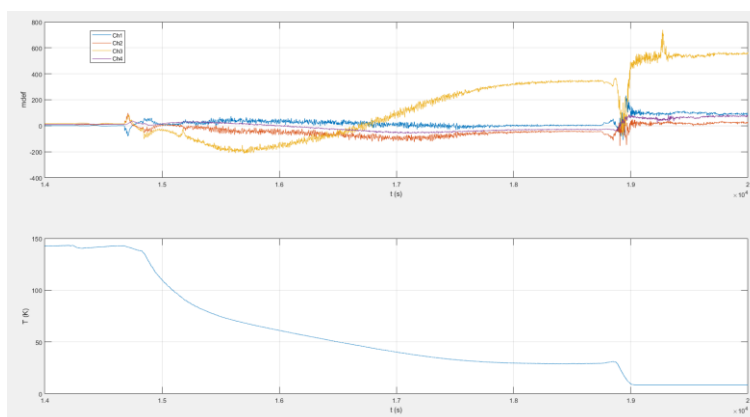


Figura 50. Enfriamiento ensayo LHe.

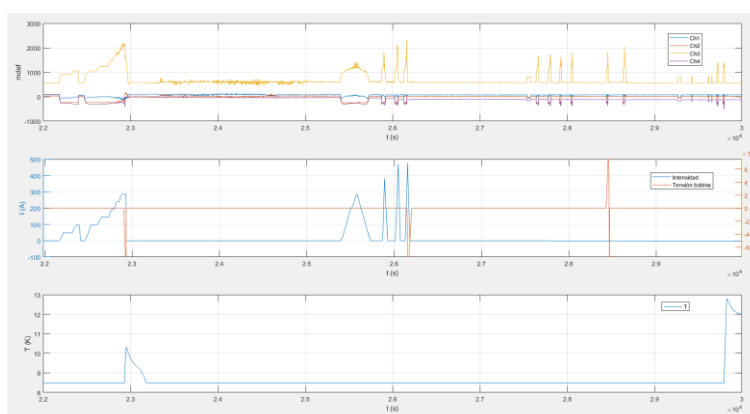


Figura 51. Fase de cargas en el ensayo LHe.

4.1.3 Tercer ensayo: Ensayo criogénico con LN2.

El tercer ensayo tuvo como objetivo la validación de los cálculos de tensiones realizados tanto con el acercamiento analítico como de simulación. Para ello, se decidió llevar a cabo un enfriamiento con nitrógeno líquido usando un baño de LN2. El montaje del experimento,

por tanto, presenta notables similitudes con el primer experimento de contracción. Sin embargo, esta vez se realizaría sobre la bobina permitiendo introducir corriente. El experimento se realizó durante dos días. El conexionado de las galgas para cada día se presenta en la Tabla 11 y Tabla 12. En la Figura 52 se muestran las posiciones de colocación de las galgas y las posiciones se muestran en la Tabla 10. El círculo interno se corresponde con el mandrino y el externo con la bobina. Las galgas 1-4 son simples y la 5 es doble, mide radial y acimutal. Adicionalmente se contaba con una galga de compensación. Dicha galga se colocó sobre la probeta usada en el experimento LN1. Por tanto, dicha galga mide la deformación del material en la dirección radial. Nótese que la galga 1 se encuentra adherida en el borde de la bobina y no sobre ella.

Tabla 10. Posición galgas experimento LN2.

Galga	Radio (mm)
1	113
2	99.5
3	99.5
4	99.5
5	66

Tabla 11. Conexiones experimento LN2 día 1.

Experimento día 1	
Canal 1 (Ch1)	Galga 1
Canal 2 (Ch2)	Galga 2
Canal 3 (Ch3)	Galga 3
Canal 4 (Ch4)	Galga 4 + compensación

Tabla 12. Conexiones experimento LN2 día 2.

Experimento día 2	
Canal 1 (Ch1)	Galga 5
Canal 2 (Ch2)	Galga 2
Canal 3 (Ch3)	Galga 3
Canal 4 (Ch4)	Galga de compensación

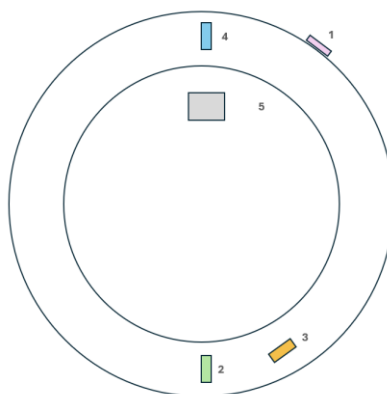


Figura 52. Disposición galgas ensayo LN2.

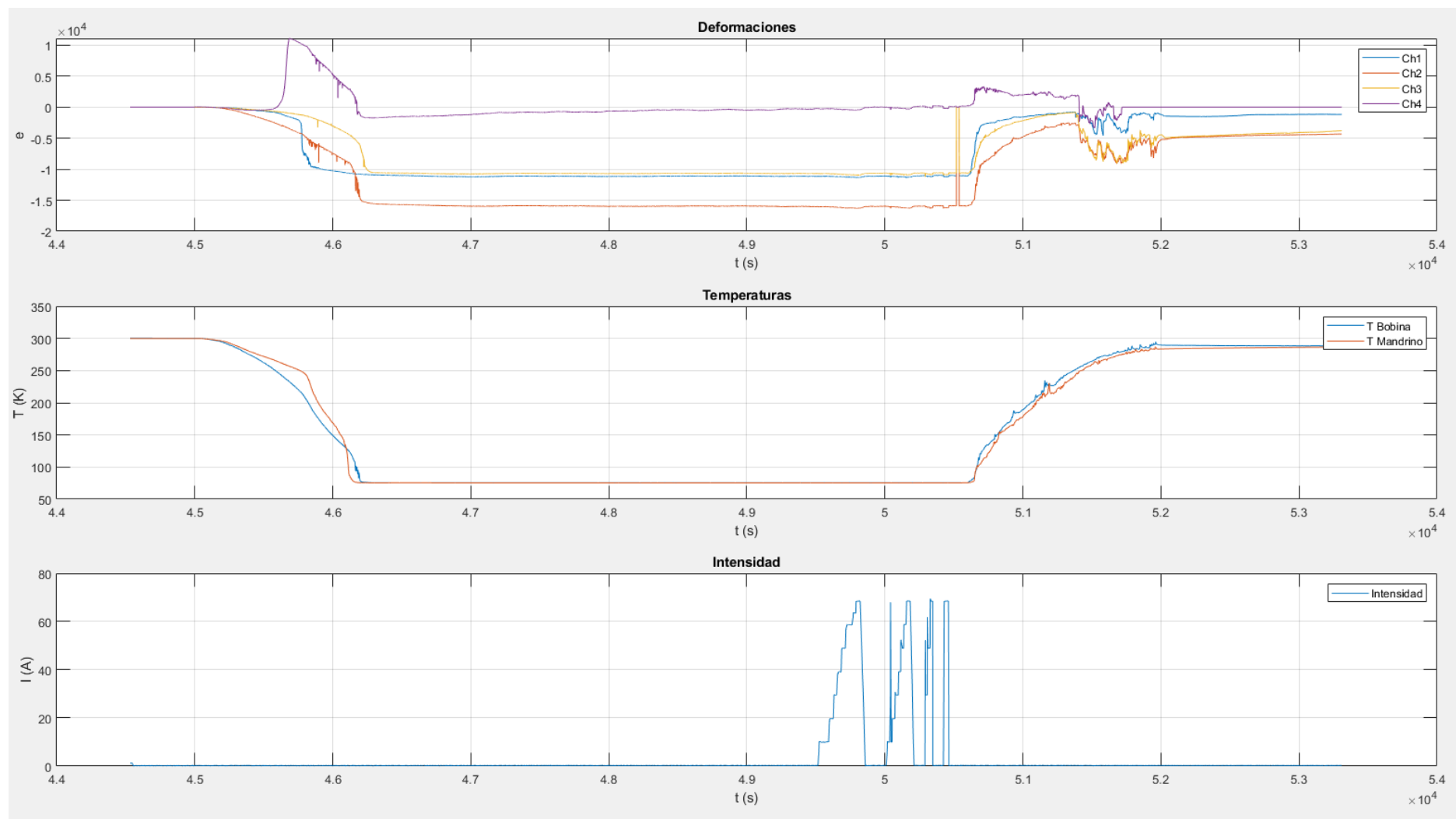


Figura 53. Resultados experimento del primer día.

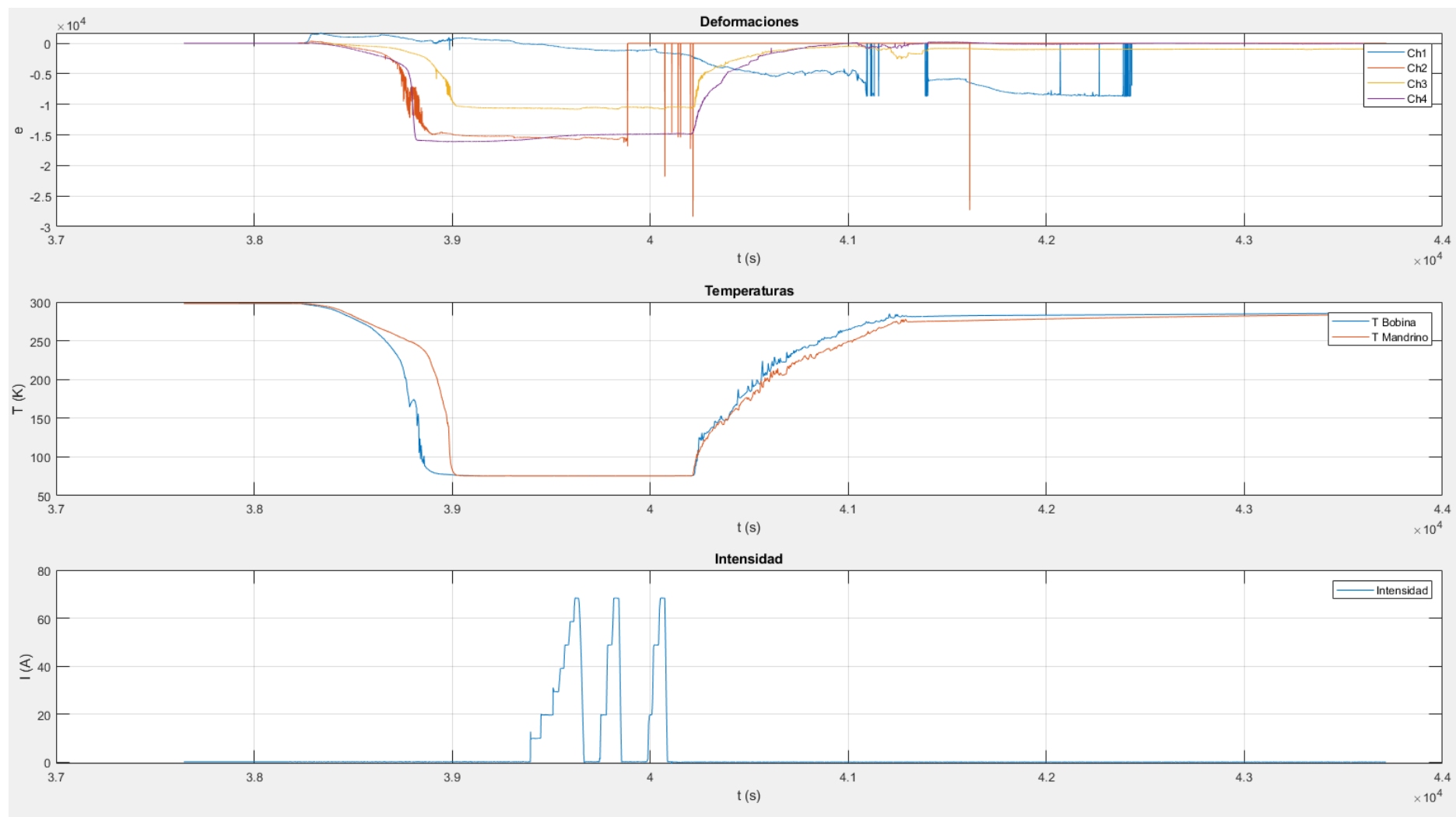


Figura 54. Resultados experimento del segundo día.

4.1.3.1 Análisis de los resultados del ensayo LN2.

En la Figura 55 y Figura 56 se puede apreciar la respuesta de las galgas frente a escaleras de intensidad en la bobina. La variación de la deformación es limitada debido a las bajas intensidades aplicadas. Las intensidades no pudieron ser más altas ya que la intensidad máxima que permitía aportar la fuente utilizada era de 70 A. Valor que dejaba margen con la corriente crítica que se situaba en torno a 85 A a los 77K del LN2. Nótese que durante el segundo día el canal 2 dejó de medir correctamente debido al despegue de la galga.

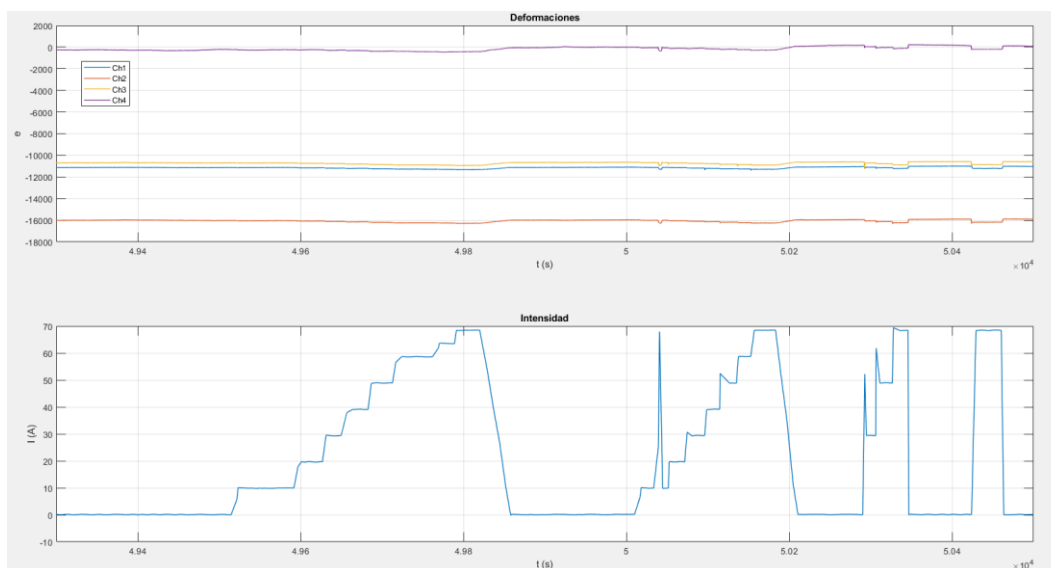


Figura 55. Escaleras de intensidad ensayo LN2 día 1.

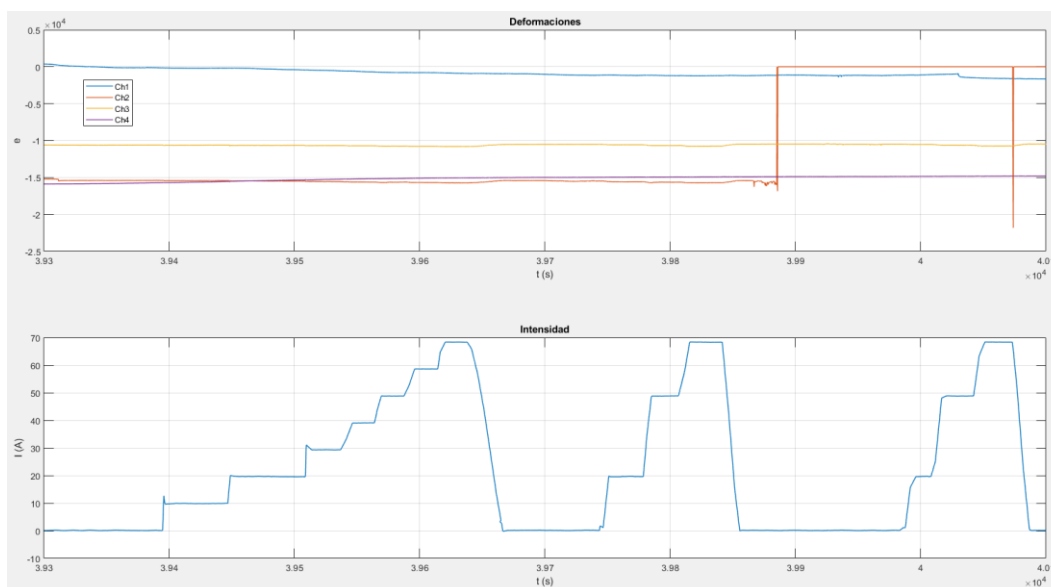


Figura 56. Escaleras de intensidad ensayo LN2 día 2.

Procesando los datos fue posible obtener las expresiones de la medición de las galgas en función de la temperatura para los enfriamientos y calentamientos de ambos días. Debido a desviaciones inexplicables en la medición sólo algunos casos fueron susceptibles para realizar su análisis. Dichos casos son el enfriamiento para la galga 2 y 3 en el primer día (Figura 57), el enfriamiento de las galgas 2 y 3 en el segundo día (Figura 58) y el calentamiento de las galgas 3 y 4 del segundo día (Figura 59).

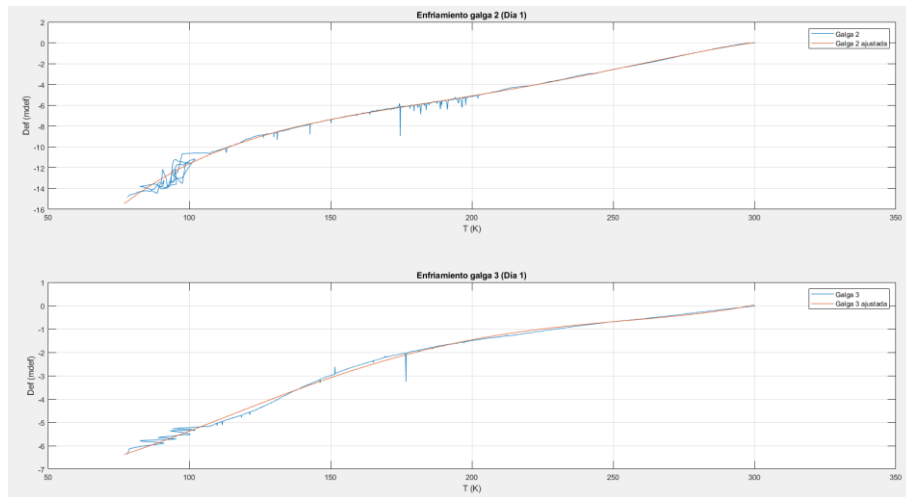


Figura 57. Deformaciones en función de la temperatura galgas 2 y 3 (día 1).

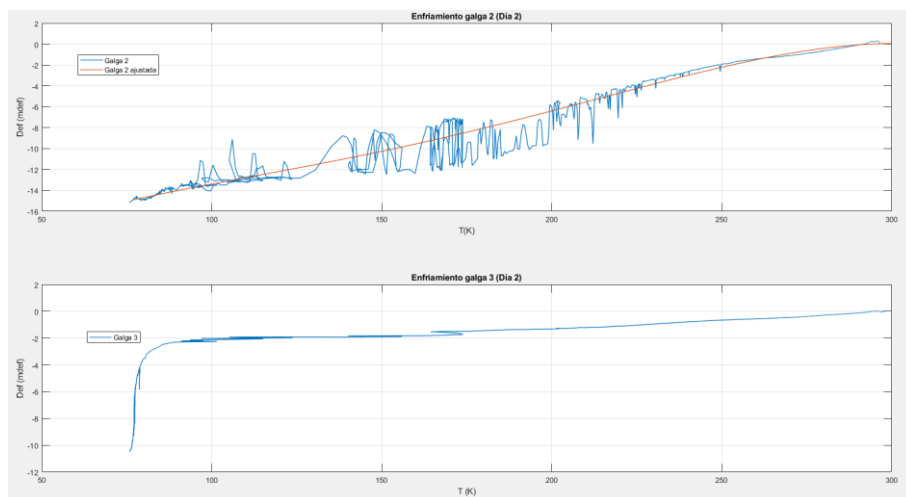


Figura 58. Deformaciones en función de la temperatura enfriamiento galgas 2 y 3 (día 2).

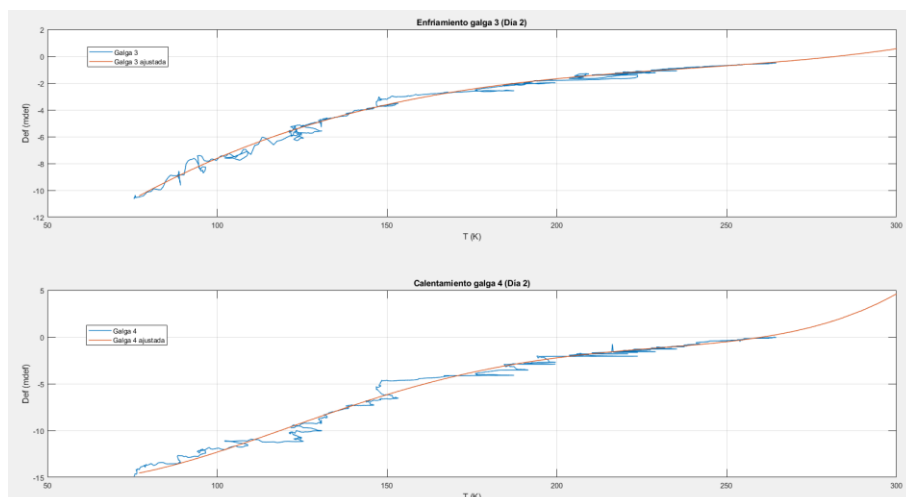


Figura 59. Deformaciones en función de la temperatura calentamiento galgas 3 y 4 (día 2).

4.2 Resultados modelo analítico de la cinta HTS

4.2.1 Comparativa de las propiedades elásticas

En la Tabla 13 se muestra las propiedades elásticas de la cinta HTS a 77 K obtenidas a partir de los modelos de simulación en ANSYS y las obtenidas mediante el cálculo analítico. Si se comparan las magnitudes de los resultados en primer lugar se puede concluir que los órdenes de magnitud son iguales para las cuatro propiedades. Las propiedades con mayor similitud son el módulo de Young axial y el Poisson yz. Por otro lado, el módulo de Young normal y el coeficiente de Poisson xy presentan unas diferencias del orden del 30% respecto al modelo de simulación. Dichas diferencias se pueden atribuir a las simplificaciones realizadas durante los cálculos analíticos.

Tabla 13. Comparativas propiedades elásticas.

	M1	M2	M3	Analítico
Módulo de Young normal (77K)	16.24	16	16.24	11.30
Módulo de Young axial (77K)	102.78	95.88	102.78	102.71
Poisson rad-aci (77K)	0.052	0.055	0.052	0.036
Poisson aci-z (77K)	0.325	0.327	0.325	0.32

Se encontró un estudio sobre la medición de las propiedades elásticas de cintas HTS de segunda generación [34]. En dicho estudio se presentaban los módulos de Young para distintos espesores de refuerzo de laminado de cobre. La cinta empleada en este trabajo presenta un laminado en ambas caras de 75 μm y un espesor de Hastelloy de 50 μm . En el estudio se obtuvieron unos valores de 103.7 y 110 GPa (77K) de módulo de Young axial para espesores de laminado de 50 μm y 100 μm respectivamente. Por tanto, para 75 μm el módulo de Young debería estar entre ambos valores. El módulo de Young obtenido de valor 102.7 GPa está muy próximo a los resultados bibliográficos y por tanto, se concluye que el modelo M1 es aceptable.

4.2.2 Comparativa de los coeficientes de expansión

En la Figura 60 y Figura 61 se presenta una comparativa entre el CET calculado de manera analítica y el que presentan los modelos. Se puede apreciar claramente como el cálculo analítico se ajusta notablemente bien al cálculo computacional. En el caso del CET axial la correlación es significativa variando ligeramente a temperaturas bajas. Al contrario, para el CET normal sucede lo contrario, a temperaturas altas diverge del computacional y posteriormente se ajusta mejor. Sin embargo, se puede apreciar como el modelo M3, creado a partir del ensayo de contracción, estima contracciones radiales de menor magnitud y mayores en la dirección acimutal.

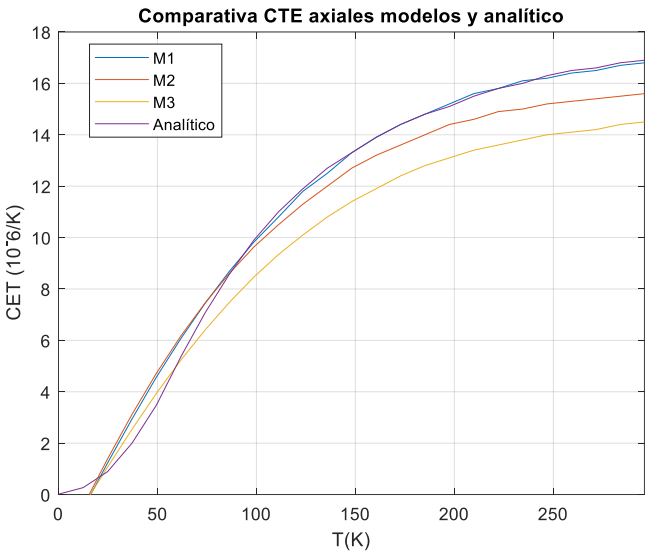


Figura 60. Comparativa resultados CTE axial.

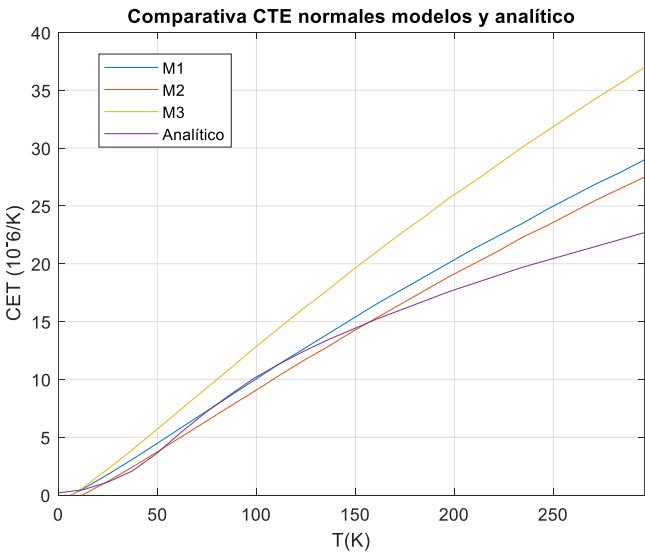


Figura 61. Comparativa resultados CTE normal.

4.3 Resultados del estudio de tensiones analíticas

En este apartado se presentarán los resultados del cálculo de tensiones analíticos. A continuación, se muestran los parámetros utilizados en los cálculos analíticos. En la Tabla 14 se presentan las dimensiones del bobinado definidas en los cálculos. Nótese que se corresponden con las dimensiones del prototipo del CAS. Se han utilizados las mismas dimensiones en el análisis computacional y analítico para permitir una posterior verificación de los cálculos. La Tabla 15 muestra las propiedades elásticas empleadas. Las propiedades de la bobina se corresponden con las propiedades determinadas en el cálculo de las propiedades homogéneas. Más específicamente se corresponden con las propiedades elásticas del modelo M3 a la temperatura de 77 K. Las propiedades del mandrino se corresponden con las propiedades determinadas del hierro también a la temperatura de 77K.

Tabla 14. Dimensiones geométricas análisis analítico.

Diámetro exterior (mm)	226
Diámetro interior (mm)	172
Grosor bobina (mm)	9.6

Tabla 15. Propiedades elásticas análisis analítico.

Bobina	
M. Young Radial (MPa)	16
M. Young Acimutal (MPa)	102.78
Poisson Rad-Acimutal	0.052
Poisson Rad-Z	0.325
Mandrino Hierro	
M. Young Mandrino	50
Poisson Mandrino	0.282

Las cargas se definieron según la Tabla 16. En cuanto al pretensado se estableció un valor de carga de pretensión de 5 Kgf. Se fijó dicho valor ya que fue el empleado durante la fabricación de la bobina del CAS. Para las cargas térmicas se propuso el estudio de la contracción a 77 K. Para ello, se proporcionaron las contracciones a dicha temperatura para todos los materiales. Para las cargas magnéticas se decidió realizar el cálculo para una posible intensidad de excitación de 400 A, que dadas las 82 vueltas de la bobina resulta en una intensidad total de 32,800 A.

Tabla 16. Cargas del análisis analítico.

Cargas pretensión	
Fuerza de pretensado	49 N (5 Kgf)
Cargas térmicas	
Temp. Enfriamiento (K)	77
Contracción bobina	0.00510
Contracción bobina	0.00260
Contracción mandrino	0.00206

Cargas Magnéticas	
Intensidad de excitación	400
Intensidad total (A)	32800
Campo radio interior (T)	0.6
Campo radio exterior (T)	-0.2

4.3.1.1 Tensiones y deformaciones sin mandrino

En la Figura 62 se muestran las soluciones analíticas para el caso sin mandrino. La primera fila se corresponde con las tensiones radiales y la segunda con las acimutales. La primera columna presenta la suma de todas las fuentes de tensión correspondiéndose con las tensiones totales en operación nominal. El resto de las columnas representan los casos específicos expuestos en la metodología. Como peculiaridad del caso sin mandrino, se puede apreciar una tercera columna que se corresponde con las tensiones del pretensado o *preload* una vez se retira el mandrino. Por tanto, las tensiones totales serían la suma de las columnas de la tercera a la quinta. Nótese que una vez retirado el mandrino las tensiones radiales en los radios internos y externos de la bobina son nulas, respetando las condiciones de contorno.

En la Figura 63 se muestran las deformaciones calculadas según las tensiones totales y la contracción térmica.

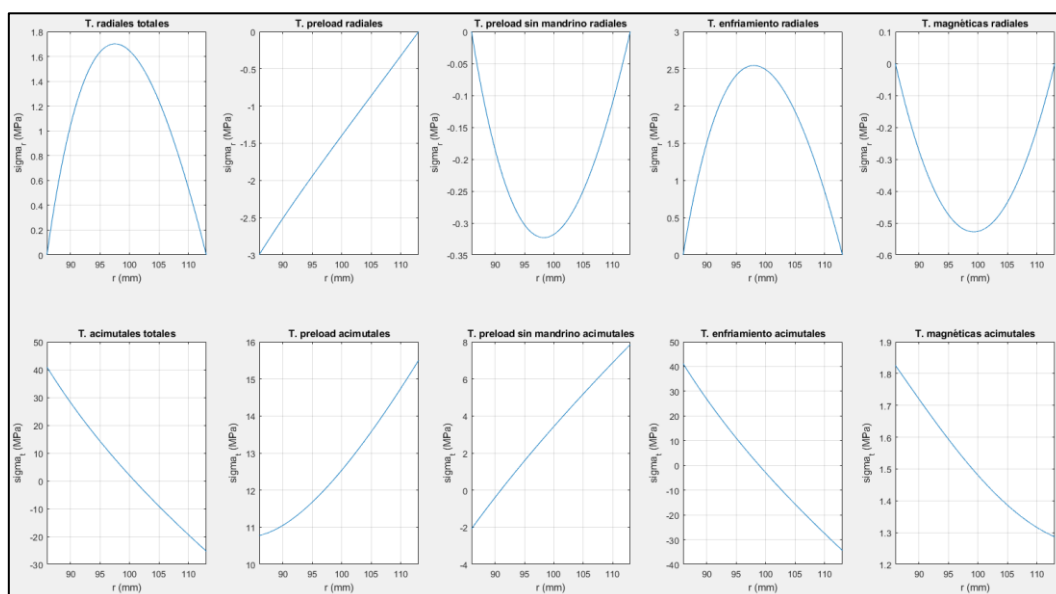


Figura 62. Solución de tensiones analíticas sin mandrino.

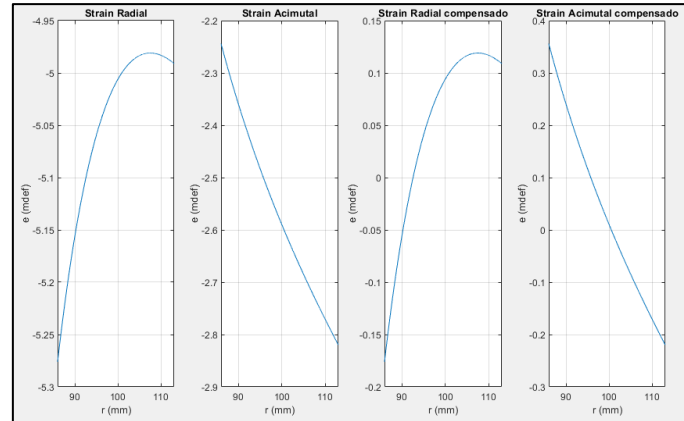


Figura 63. Solución deformaciones analíticas sin mandrino.

4.3.1.2 Tensiones y deformaciones con mandrino

En la Figura 64 se muestran las soluciones analíticas para el caso con mandrino. De la misma forma, la primera fila se corresponde con las tensiones radiales, la segunda con las acimutales y la primera columna presenta las tensiones totales. Nótese que como en este caso no se retira el mandrino, las tensiones radiales en el radio internos no son nulas. La tensión en el radio interno se debe a la presión que ejerce el mandrino sobre la bobina.

En la Figura 65 se muestran las deformaciones calculadas según las tensiones totales y la contracción térmica.

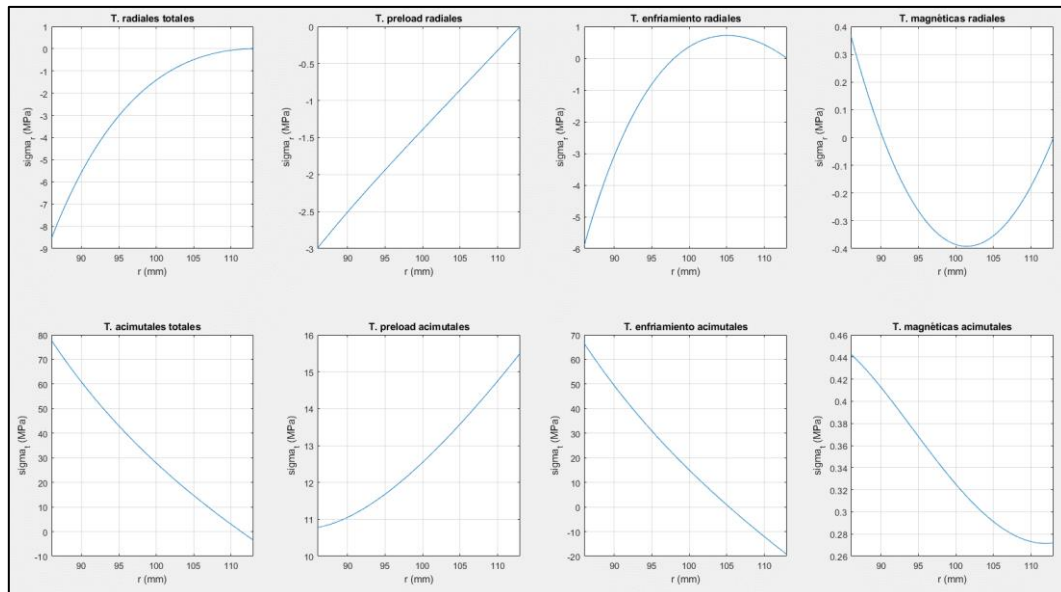


Figura 64. Solución de tensiones analíticas con mandrino.

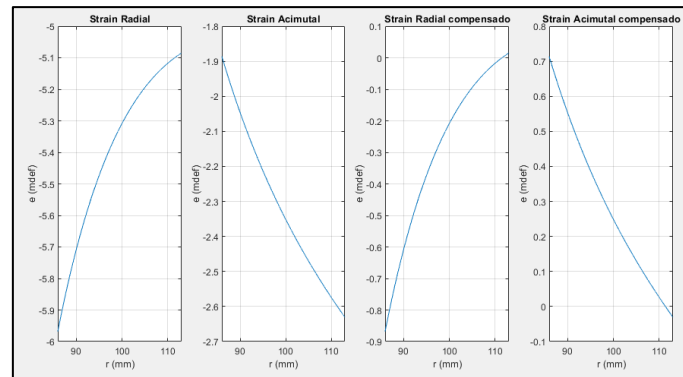


Figura 65. Solución deformaciones analíticas con mandrino.

4.3.1.3 Análisis de los resultados

Para verificar la precisión de los resultados posteriormente se cotejarán con los resultados de simulación y las mediciones de los ensayos. Como análisis cualitativo se puede apreciar como las tensiones más reducidas son las de naturaleza magnética. Resultado que era de esperar ya que sólo se está analizando un doble pancake y no un SMES entero que puede presentar unas 10 bobinas. Las tensiones más altas son consecuencia de la contracción térmica sobre todo en el caso con mandrino. Por último, se puede apreciar como el pretensado aporta tensiones de compresión en la dirección radial.

4.4 Resultados Análisis con Maxwell

Cómo se ha descrito anteriormente el módulo Maxwell se empleó para determinar las fuerzas magnéticas que experimenta la bobina. Para ello, se propuso el estudio de la variación del campo magnético en Z a lo largo del plano medio de la bobina. En este plano el campo magnético sólo presenta componente en el eje Z debido a las simetrías de plano medio. Por tanto, es responsable de la creación de tensiones en la dirección radial de acuerdo con la ley de Lorentz. A continuación, se muestran varias figuras creadas con el objetivo de ilustrar la variación de la componente B_z a lo largo del eje medio de la sección de la bobina. Para recoger la influencia de la intensidad introducida en la bobina se ha realizado el cálculo para valores de intensidad de 100, 200, 300 y 400 A.

En la Figura 66 se incluyen dos gráficas que permiten entender la variación del campo a lo largo del radio y en función de la intensidad. Las principales conclusiones que se pueden extraer son las siguientes:

- Tanto la variación del campo con la intensidad como con el radio presentan una acusada linealidad. De forma más precisa, se podría decir que la variación con la intensidad es claramente lineal y la variación con el radio se podría aproximar por una recta.
- Aumentar la intensidad resulta en máximos y mínimos más acusados. Aumentar la intensidad aumenta el gradiente de campo dentro de la sección.
- Existe un radio en el cual el campo es nulo independientemente de la intensidad. En el caso de la bobina de estudio este radio se encuentra a una distancia aproximada de 102 mm. Este radio no se corresponde con la mitad exacta de la sección sino unos milímetros más alejados.

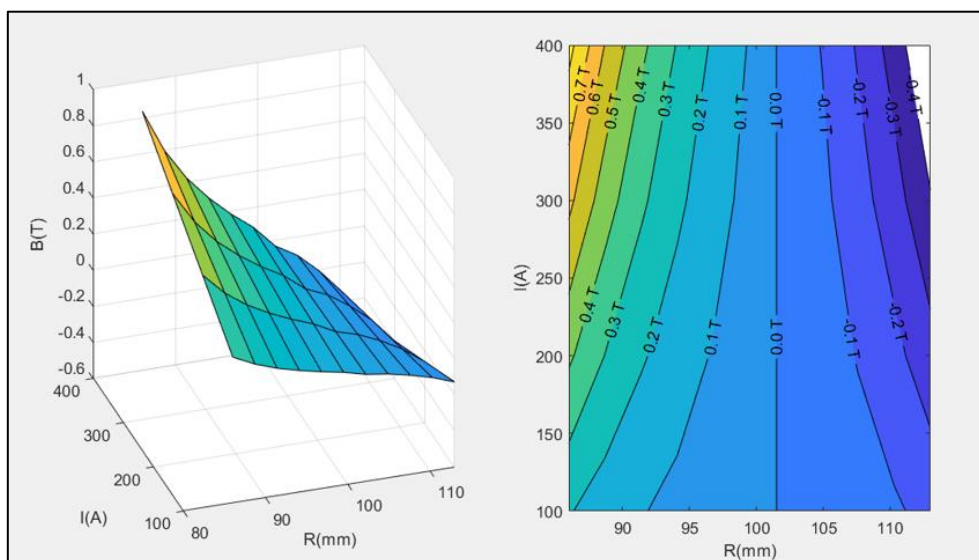


Figura 66. Campo frente radio e intensidad 1.

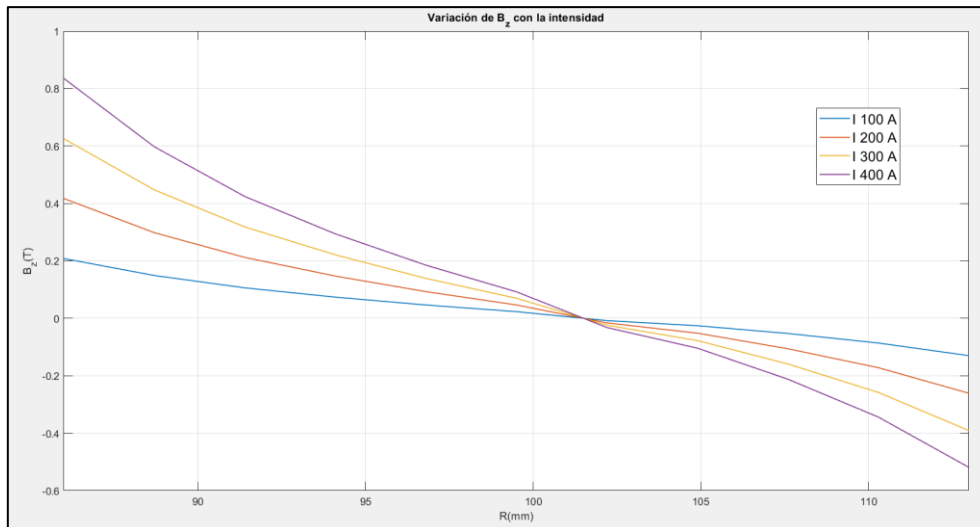


Figura 67. Campo frente al radio e intensidad 2.

La Figura 68 tiene el objetivo de mostrar exclusivamente la variación del campo magnético B_z en los extremos de la sección. Se aprecia claramente la naturaleza lineal de su variación. Este resultado será empleado en los cálculos analíticos de tensiones con MATLAB ya que requieren el conocimiento de dichos valores a la intensidad de cálculo.

Se determinaron las pendientes de ambas rectas de cara a facilitar los cálculos analíticos, $m_{max} = 0.0021 \text{ T/A}$ y $m_{min} = -0.0013 \text{ T/A}$.

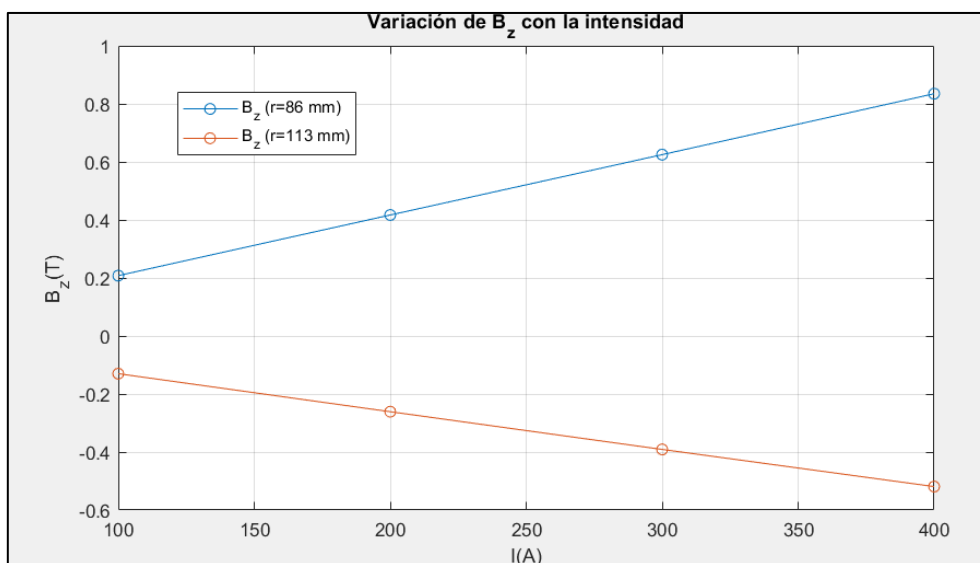


Figura 68. Variación del campo en los extremos del eje medio.

Para un determinado valor de intensidad Maxwell permite exportar la densidad de fuerza magnética resultante. Para tal efecto basta con conectar la sección de *Results* de Maxwell con la sección de *Setup* del análisis estático. Dentro del análisis estático aparecerá la opción de realizar un interpolado o *mapping* de la solución de la malla de Maxwell en la malla empleada en el caso estático. En la Figura 69 se puede apreciar la información proporcionada por ANSYS tras importar los resultados. En primer lugar, se aporta una visualización de la magnitud de la densidad de fuerza. En segundo lugar, se aportaba la información acerca de la calidad del interpolado de resultados. Se pueden observar las

resultantes totales antes y después del interpolado y la ratio entre ambas magnitudes. En el caso mostrado se aprecia como la diferencia de resultantes es mínima y se obtiene una ratio muy cercana a la unidad. Estos valores indican que los resultados interpolados son los esperados.

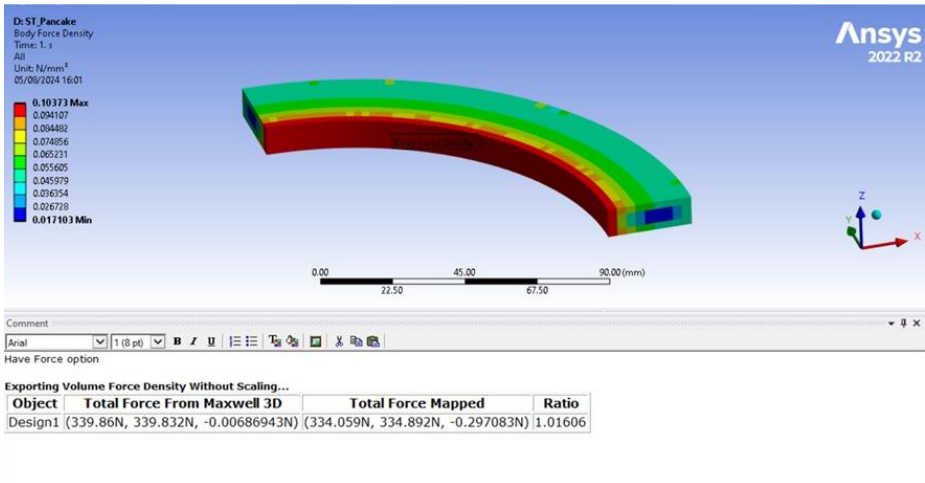


Figura 69. Carga importada de Maxwell.

4.5 Resultados Análisis Estructural

Dentro de los análisis estructurales estos se han realizado empleando el modelo M3, las cargas térmicas basadas en una contracción hasta los 77 K y cargas magnéticas para una intensidad de excitación de 400 A. Para la visualización de los resultados se incluirá una imagen de la distribución de tensiones normales radiales y otra de las acimutales. Por último, se creó una geometría de apoyo *path* que permite obtener los valores de las tensiones y desplazamientos en la longitud del radio medio de la bobina. Para cada caso se mostrará una imagen que incluya dichos valores. Este capítulo tiene como objetivo presentar los resultados, pero estos serán discutidos más en detalle en comparación con el resto de los resultados.

4.5.1.1 Primera configuración (Bobina)

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para la primera configuración, que estudiaba el comportamiento de la bobina con contracción libre frente a las cargas. En la Figura 70 y Figura 71 se muestra la distribución de las tensiones normales en las direcciones radiales y acimutales. En la Figura 72 la variación de las tensiones y los desplazamientos en el radio medio.

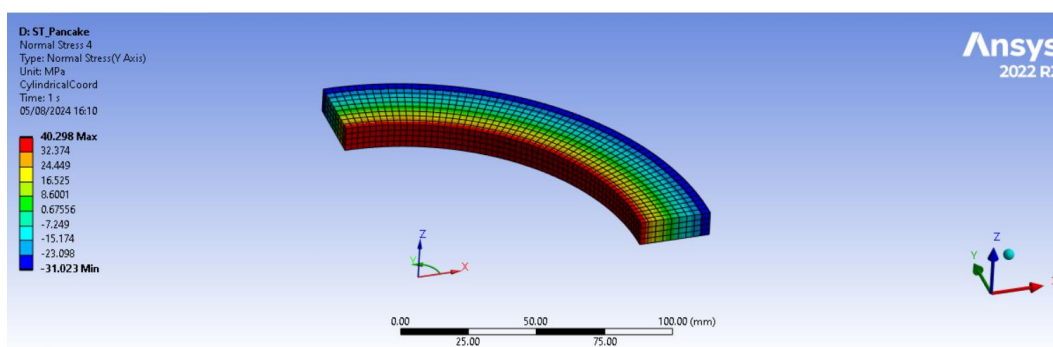


Figura 70. Tensiones acimutales primera configuración.

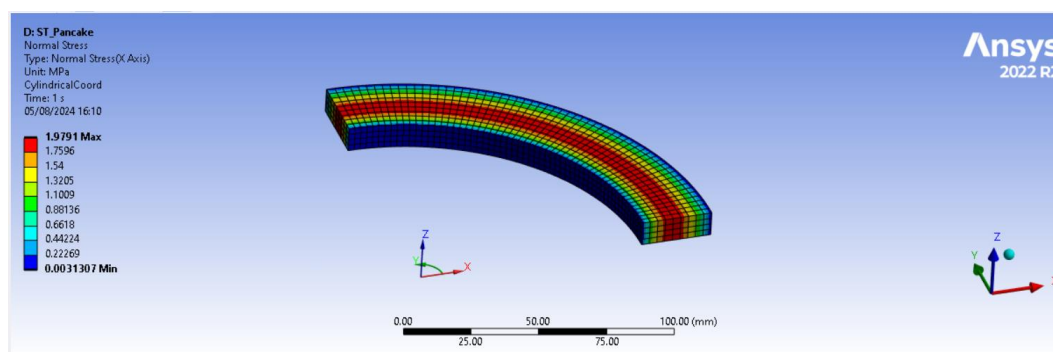


Figura 71. Tensiones radiales primera configuración.

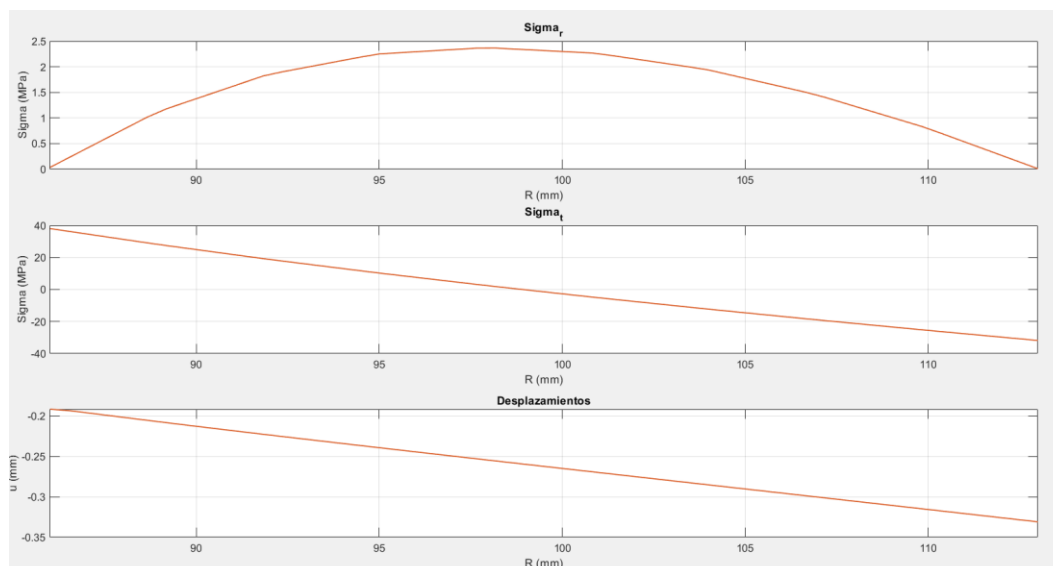


Figura 72. Resultados en el plano medio de la primera configuración.

4.5.1.2 Segunda configuración (Bobina y mandrino)

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para la segunda configuración, que estudiaba el comportamiento de la bobina junto a la acción del mandrino frente a las cargas. En la Figura 73 y Figura 74 se muestra la distribución de las tensiones normales en las direcciones radiales y acimutales y en la Figura 75 la variación de las tensiones y los desplazamientos en el radio medio. Se puede apreciar como en la zona del mandrino aparecen concentraciones de tensiones como resultado del contacto entre los dos cuerpos y seguramente debidas a la diferencia de coeficientes de Poisson.

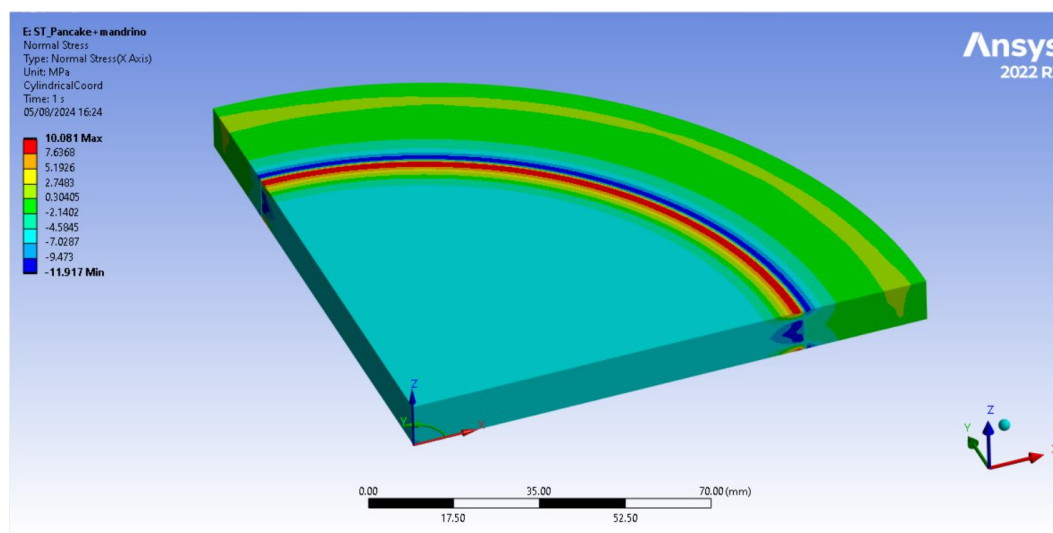


Figura 73. Tensiones radiales de la segunda configuración.

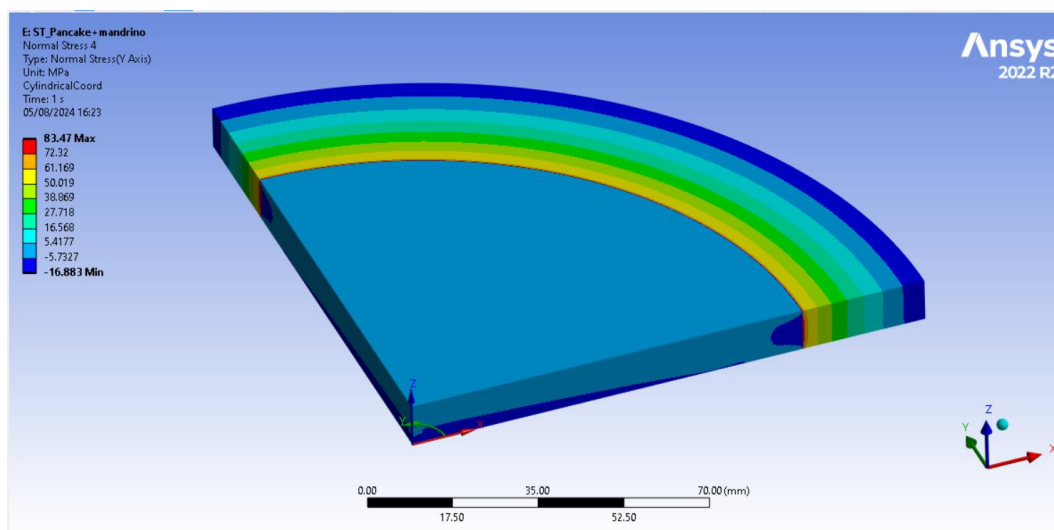


Figura 74. Tensiones acimutales de la segunda configuración.

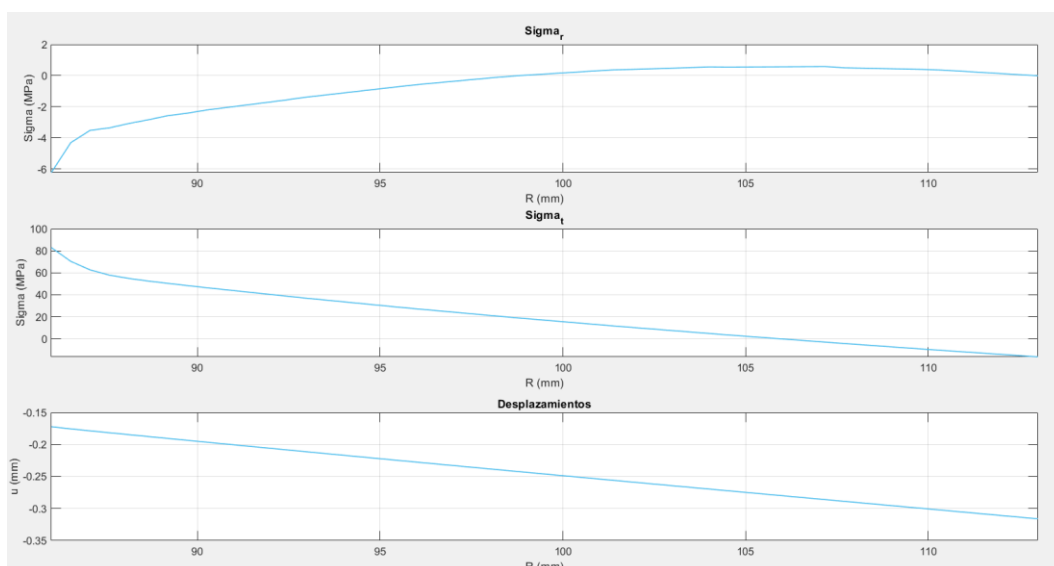


Figura 75. Resultados en el plano medio de la segunda configuración.

4.5.1.3 Tercera configuración (Bobina y anillo G-10)

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para la tercera configuración, que estudiaba el comportamiento de la bobina con el empleo de un anillo de G-10 como mandrino. En la Figura 76 y Figura 77 se muestra la distribución de las tensiones normales en las direcciones radiales y acimutales y en la Figura 78 la variación de las tensiones y los desplazamientos en el radio medio. Del mismo modo que en el caso anterior, el contacto entre el anillo y la bobina es fuente de concentraciones de tensiones.

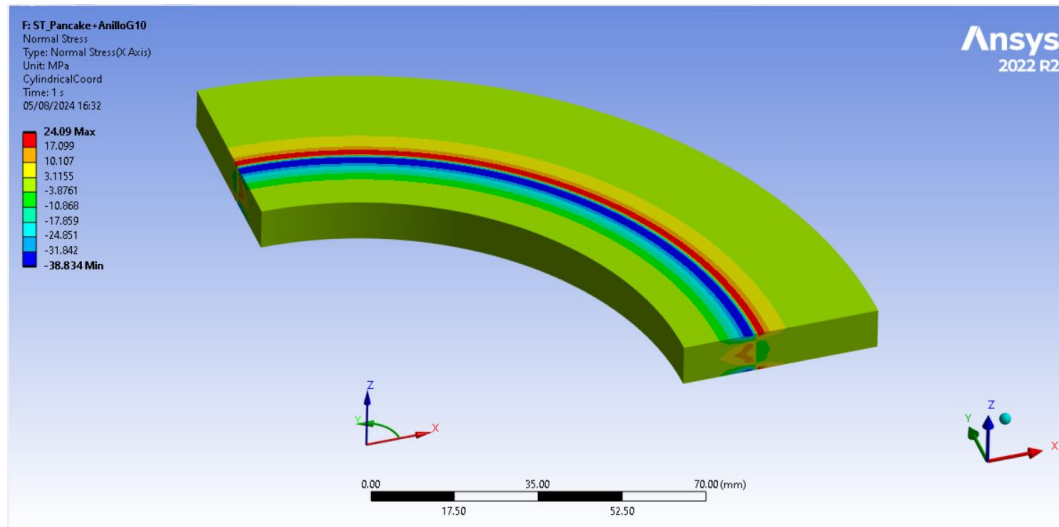


Figura 76. Tensiones radiales de la tercera configuración.

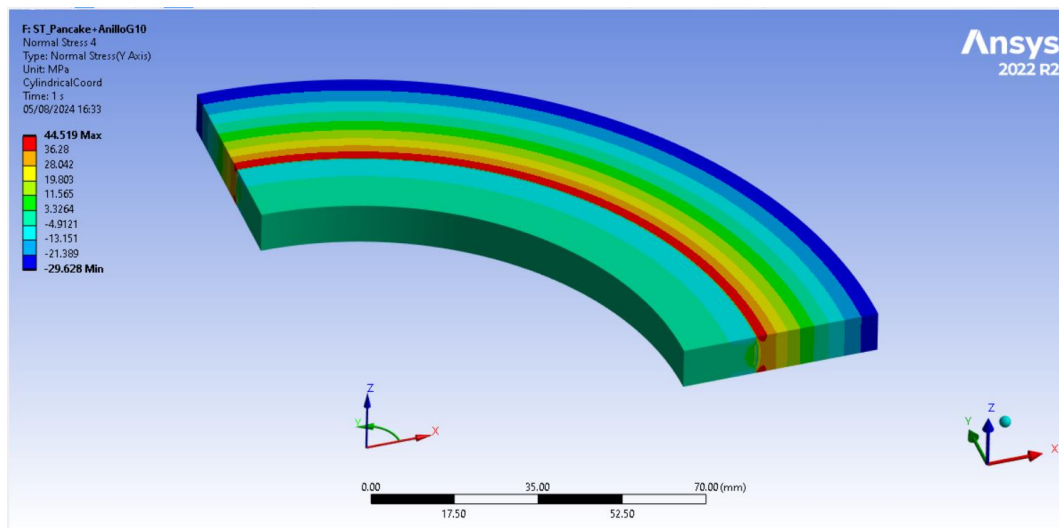


Figura 77. Tensiones acimutales de la tercera configuración.

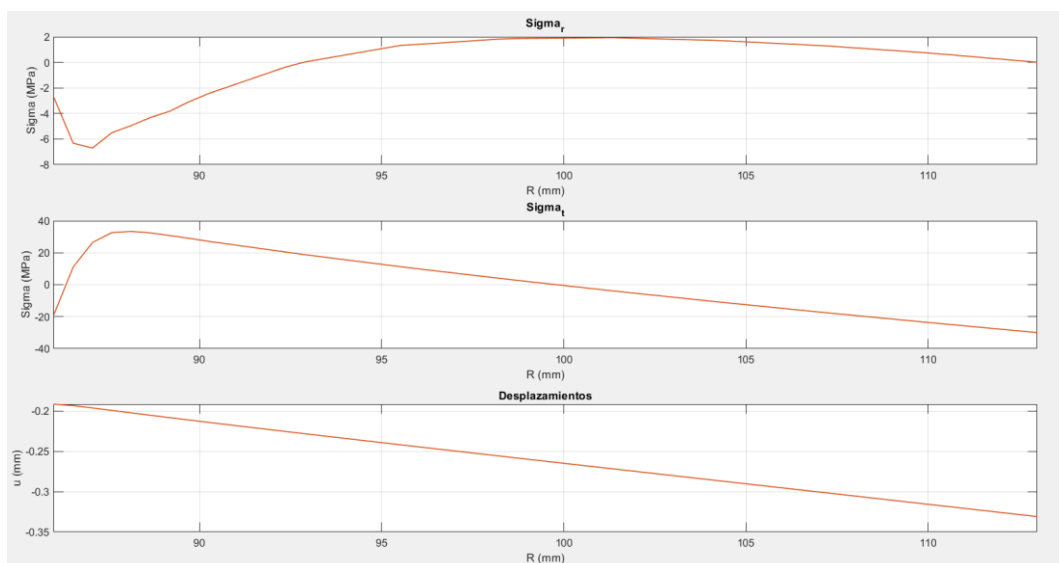


Figura 78. Resultados en el plano medio de la tercera configuración.

4.6 Comparativa de los resultados de tensiones

4.6.1 Comparativa de tensiones analíticas con computacionales

En el apartado actual se realizará una comparativa entre los resultados obtenidos por vía analítica y por simulación.

4.6.1.1 Caso sin mandrino

En las Figura 79 y Figura 80 se presenta la comparativa de las tensiones térmicas y magnéticas respectivamente para el caso sin mandrino. Se puede apreciar como presentan misma familia de funciones de forma. En el caso térmico, los resultados son casi idénticos presentando una variación muy limitada. En el caso magnético ambas soluciones se ajustan notablemente, aunque con una mayor desviación. Para el cálculo de las tensiones en ANSYS se emplearon las propiedades a temperatura ambiente para no introducir tensiones térmicas. En cambio, en el analítico las propiedades están a 77K. Parte de la disparidad es consecuencia de la diferencia de propiedades elásticas empleadas en cada caso.

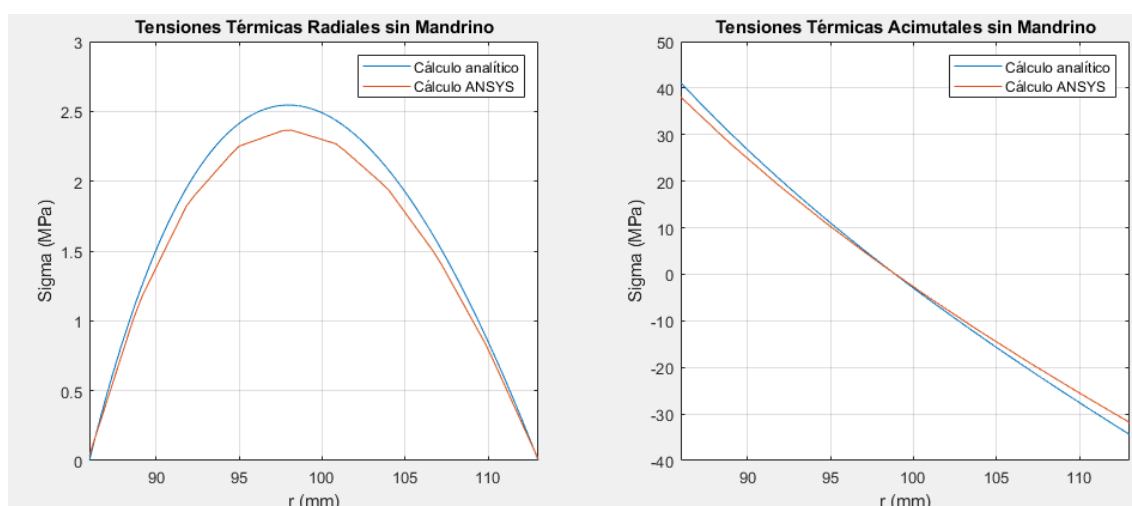


Figura 79. Comparativa de las tensiones térmicas sin mandrino.

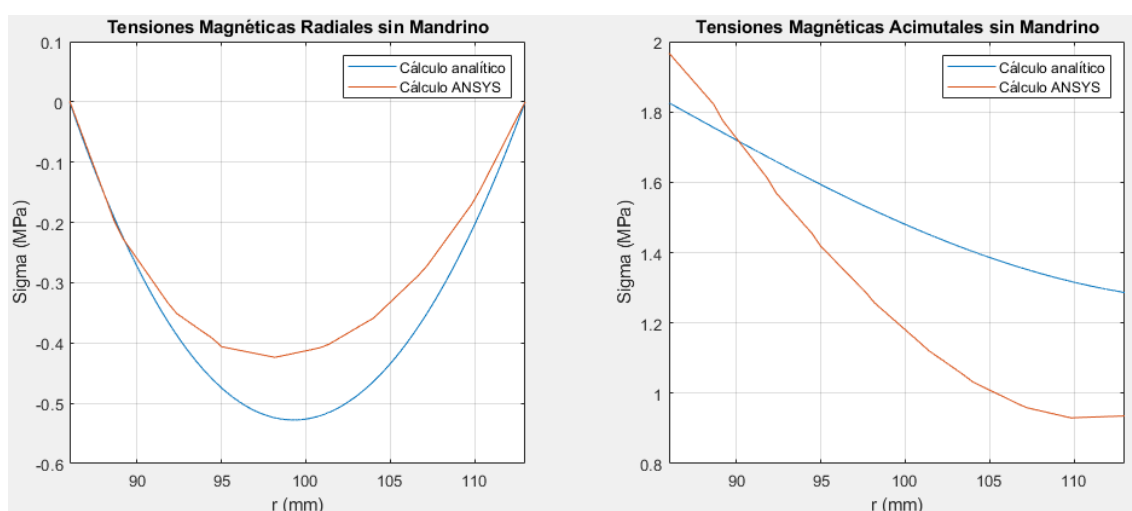


Figura 80. Comparativa de las tensiones magnéticas sin mandrino.

4.6.1.2 Caso con mandrino

En las Figura 81 y Figura 82 se presenta la comparativa de las tensiones térmicas y magnéticas respectivamente para el caso con mandrino. Al igual que para el caso sin mandrino, se puede apreciar como las tensiones también presentan formas análogas. En el caso térmico las tensiones presentan una gran similitud siendo los radios más cercanos al mandrino donde el error aumenta. Esto se puede deber a las concentraciones de tensiones debidas a la diferencia de coeficientes de *Poisson* ν_z . Dichas diferencias no se han tenido en cuenta en el caso analítico ya que se despreciaban las deformaciones en el eje z . En el caso magnético ambas soluciones son también altamente parejas, aunque presentando un menor ajuste en comparación con las térmicas. Este fenómeno también se puede explicar como consecuencia de la diferencia de propiedades elásticas empleadas.

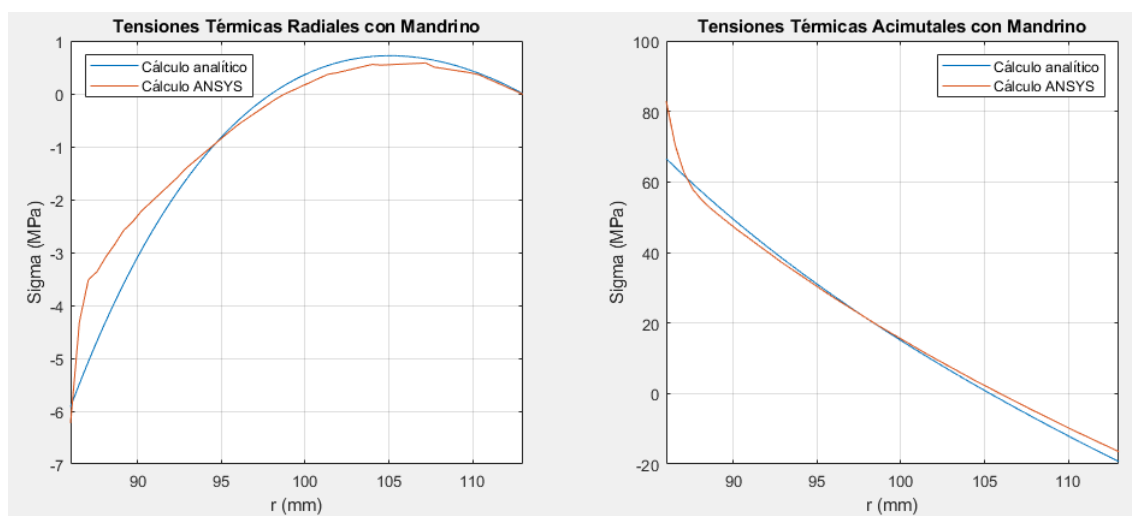


Figura 81. Comparativa de las tensiones térmicas con mandrino.

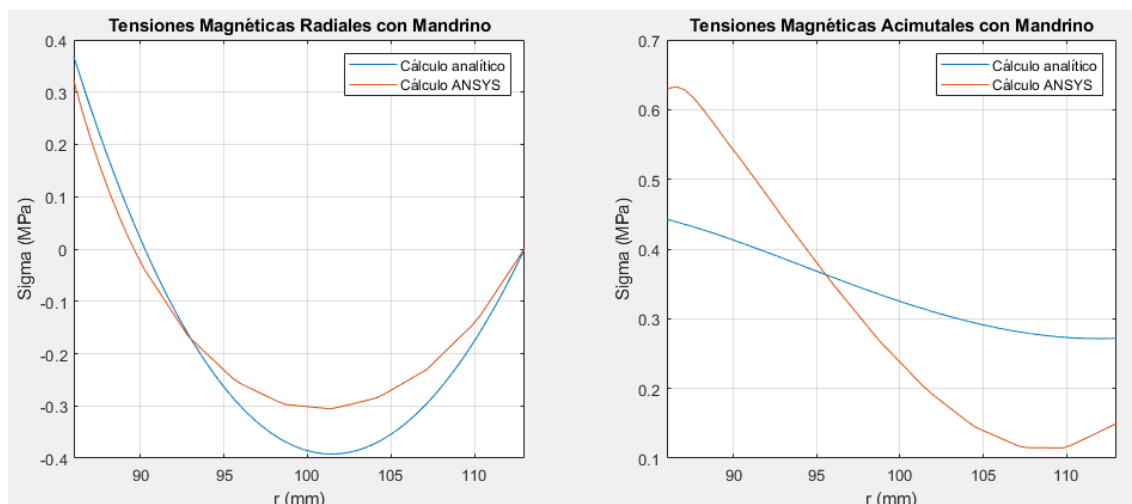


Figura 82. Comparativa de las tensiones magnéticas con mandrino.

4.6.2 Comparativa de tensiones magnéticas con modelo de campo simple y complejo

En el presente apartado se muestran los resultados del empleo del campo magnético complejo. Campo calculado considerando las bandas superconductoras de la cinta HTS en vez de asumiendo densidad de corriente constante. En la Figura 83 se presenta la

distribución del campo en la dirección axial, B_z , la distribución de la densidad de corriente y por último la distribución de las fuerzas volumétricas en la sección. Se puede apreciar como el campo se distribuye de una manera similar que para el caso de densidad de corriente constante. Sin embargo, la densidad de corriente presenta zonas en las que se dan concentraciones de corriente. Además, se pueden apreciar zonas de circulación a favor y en contra de la corriente de excitación de la bobina. Por tanto, la fuerza volumétrica resultante, el producto de las dos anteriores, presenta zonas en las que la carga inducida en la bobina es más intensa.

Para el entendimiento correcto de los gráficos es necesario recordar que, aunque se hayan mostrado de forma *continua*, en realidad los valores mostrados se dan de forma *discreta*. Cómo se ha mencionado previamente los resultados del programa se corresponden con los valores dentro de la capa superconductora de la cinta. Una capa, que supone el 0.5% del espesor total de la cinta. Por tanto, de forma realista los resultados deberían presentarse en forma de franjas en la dirección z y discretas en x .

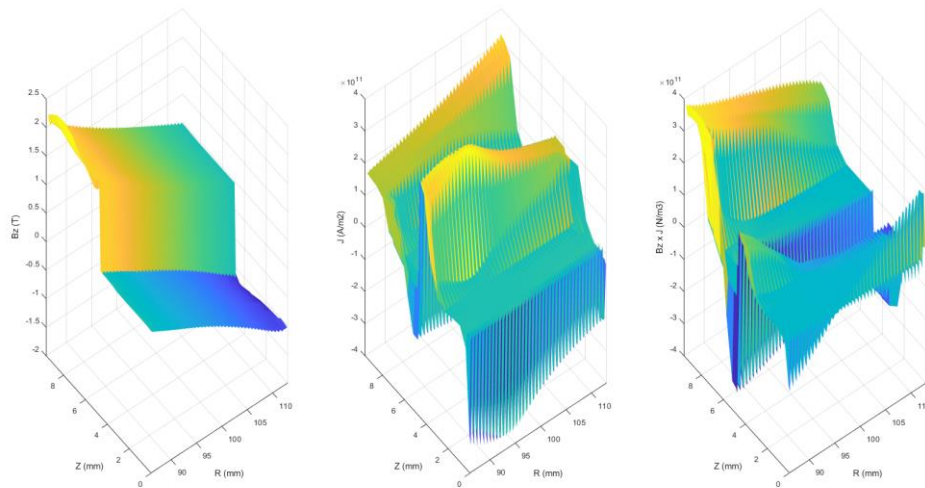


Figura 83. Resultados campo complejo. (a) Campo B_z . (b) Densidad de corriente. (c) Fuerza volumétrica.

Siguiendo el desarrollo expuesto en el apartado 3.4.8 se pudo obtener la expresión de las tensiones normales y acimutales para los nuevos valores de campo y densidad de corriente. Estos se comparan en la Figura 84 con los resultados obtenidos con ANSYS para el campo de densidad de corriente constante. Se pueden realizar las siguientes observaciones:

- A primera vista, es notable que ambos resultados presentan curvas solución de la misma familia de funciones.
- En cuanto a las magnitudes, las tensiones resultado del campo más preciso presentan una magnitud tres veces superior para las radiales y dos para las acimutales.
- Como comentario adicional, nótese la forma serrada de las curvas de campo preciso. Estos dientes serrados son consecuencia de considerar la aplicación de la fuerza de forma discreta en vez de como carga distribuida. Los saltos se corresponden a las discontinuidades que aparecen por la aplicación de las fuerzas en las capas superconductoras de la cinta.

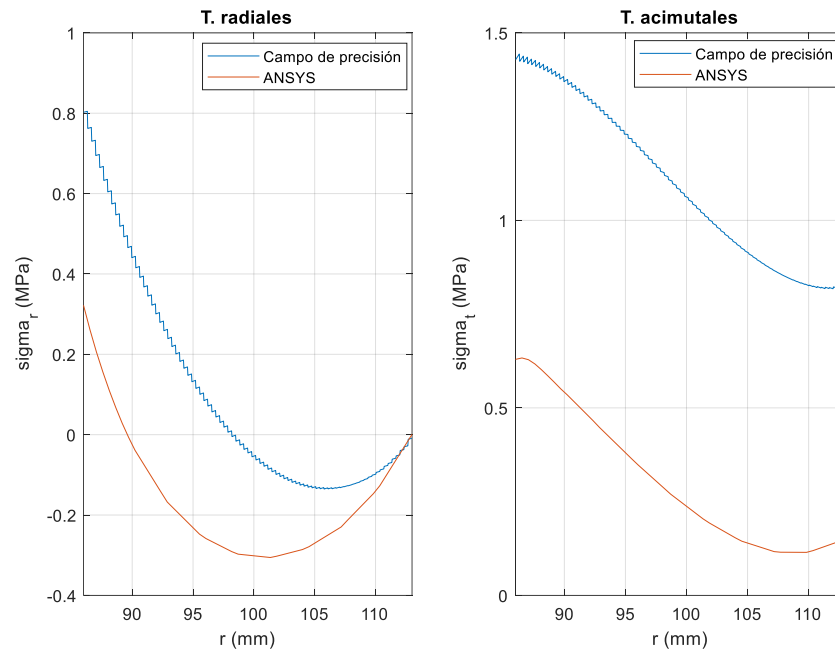


Figura 84. Comparativo cálculo analítico con campo complejo y resultados de ANSYS.

4.7 Comparativa de los ensayos con los modelos

En este apartado se presentarán una serie de tablas que permiten la comparación entre las deformaciones medidas (Tabla 17), las estimadas con el modelo analítico (Tabla 18) y las calculadas con el modelo computacional (

Tabla 19).

4.7.1 Comparativa de deformaciones electromagnéticas

Para tomar las medidas de deformación por intensidad en el ensayo se llevó a cabo el siguiente procedimiento:

- Medidas del ensayo: Se tomaron medidas de deformación para intensidades aplicadas de 30, 60 y 70 A. Se midió la deformación previa a la introducción de corriente, sin carga. Después, para los valores de intensidad anteriores se anotó la medición de deformación. Finalmente, para determinar la deformación debida a la intensidad se sustrajo la deformación sin carga.
- Estimaciones analíticas: Para el cálculo de la deformación analítica se consideró únicamente la carga electromagnética y se calculó la deformación debida a dichas tensiones.
- Estimaciones con ANSYS: Para el cálculo en ANSYS únicamente se aplicó la carga electromagnética para los valores de intensidad requeridos. Posteriormente se obtuvo el valor de deformación en dirección radial o acimutal para los radios indicados.

Cómo análisis inicial de los resultados se pueden hacer las siguientes observaciones:

- La galga 5 según ambos modelos debería medir cero para todos los valores de intensidad. Esto se debe a que mide la diferencia entre la deformación en direcciones radial y acimutal. Según los modelos ambas deformaciones son iguales independientemente de la intensidad aplicada. Posibles causas de la diferencia de resultados se pueden atribuir a:
 - Error de lectura de las galgas. La temperatura de operación de las galgas según el fabricante se debería situar entre los -75 y 175 °C. Por tanto, no están indicadas para su uso a temperaturas criogénicas.
 - Falta de isotropía en el hierro del mandrino. Si presentara propiedades elásticas distintas para distintas direcciones la galga 5 no mediría diferencia de deformación nula.
 - El mandrino experimenta una fuerza externa como consecuencia de la interacción de su ferromagnetismo y el campo creado por la bobina. Las tensiones internas crean deformaciones que dependen de la intensidad.
- El resto de las galgas presentan deformaciones de magnitud superior a las estimadas en todos los casos.

Tabla 17. Deformaciones medidas debidas a la intensidad.

LN2	Dirección	Radio	Def I = 30A (udef)	Def I = 60A (udef)	Def I = 70A (udef)
Galga 1	Ací	113	56	143	196
Galga 2	Radial	99.5	-131	-252	-305.5
Galga 3	Ací	99.5	127	174	217
Galga 4	Radial	99.5	-87	-209	-224
Galga 5	Ambas	66	372.3	658.3	769.3

Tabla 18. Deformaciones estimadas analíticamente debidas a la intensidad.

MATLAB	Dirección	Radio	Def I= 30A (udef)	Def I= 60A (udef)	Def I= 70A (udef)
Galga 1	Aci	113	14.5	58	78.8
Galga 2	Radial	99.5	-143	-573	-781
Galga 3	Aci	99.5	26.7	107	145
Galga 4	Radial	99.5	-143	-573	-781
Galga 5	Ambas	66	0	0	0

Tabla 19. Deformaciones estimadas con ANSYS debidas a la intensidad.

ANSYS	Dirección	Radio	Def I= 30A (udef)	Def I= 60A (udef)	Def I= 70A (udef)
Galga 1	Aci	113	11.02	43.7	59
Galga 2	Radial	99.5	-123.4	-493	-672
Galga 3	Aci	99.5	24.3	97	132
Galga 4	Radial	99.5	-123.4	-493	-672
Galga 5	Ambas	66	0	0	0

Para una mejor visualización de los resultados estos se presentan en la Figura 85. Comparativa de las deformaciones debidas a la corriente para la galga 1-4. Figura 85. Esta, se encuentra dividida en cuatro gráficos que hacen referencia a las galgas 1-4.

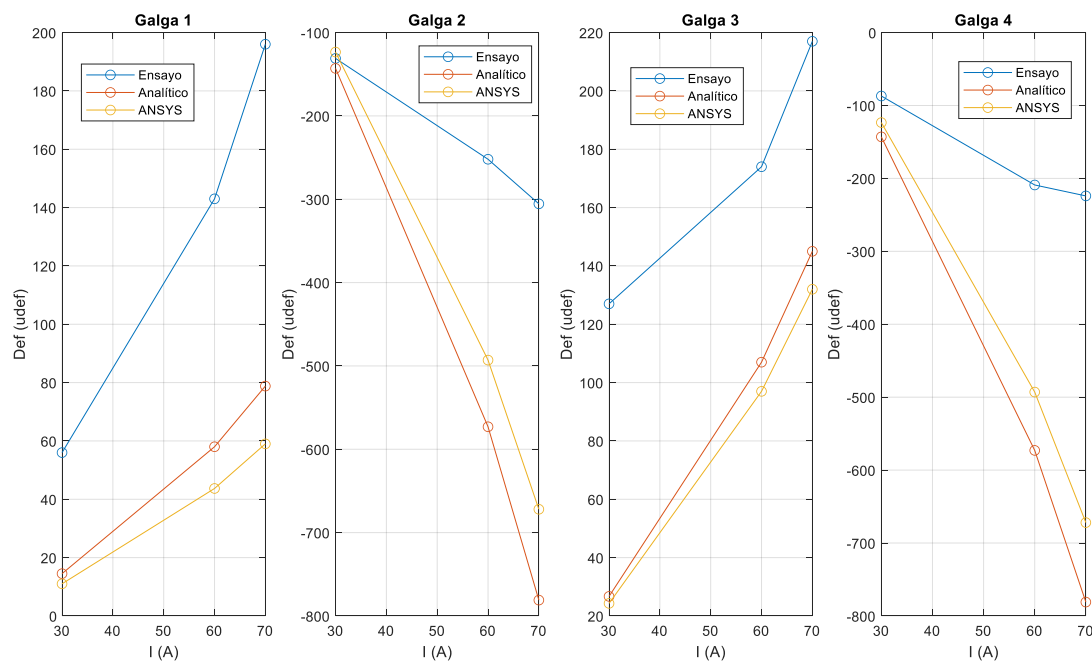


Figura 85. Comparativa de las deformaciones debidas a la corriente para la galga 1-4.

4.7.2 Comparativa de deformaciones térmicas

En este apartado se compararán las contracciones medidas en el ensayo LN2 con las esperadas según los resultados analíticos. Del primer día se incluye la gráfica de enfriamiento de las galgas 2 y 3 (Figura 86). Del segundo día se analizaron el enfriamiento de las galgas 2 y 3 (Figura 87) y el calentamiento tras el ensayo de la galga 3 y la galga de compensación (Figura 88).

Analizando las gráficas se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- Las gráficas mostradas en la Figura 86 y Figura 87 deberían ser idénticas al tratarse de las mismas galgas medidas en dos días distintos. En el caso de la galga 2 sí que existe notable similitud entre ambas contracciones. Sin embargo, para la galga 3 esto no sucede. El valor de contracción a 77 K para el primer día fue de aproximadamente 6 mdef y el segundo de 9 mdef. Además, el segundo día la contracción mayoritaria se realiza de forma brusca hacia los 90 K mientras que el primero fue más paulatina.
- Las deformaciones medidas son visiblemente mayores a las estimadas. Aproximadamente dos o tres veces mayores. Sin embargo, en la gráfica de enfriamiento de la galga 3 del día 2 sucede un efecto interesante. La contracción estimada sigue a la perfección la medida hasta los 90 K donde se separa drásticamente. Se podría tratar de un caso de despegue de la galga, pero no puede ser, ya que tras el calentamiento la galga vuelve a cero.

En general las deformaciones medidas fueron extraordinariamente elevadas. En el ensayo de contracción LN1, la cinta presentaba una deformación de 2.6 y de 5.4 mdef en las direcciones radial y normal respectivamente. Luego, las deformaciones medidas deberían encontrarse cerca de dichos valores. Es decir, más cercanas a las contracciones estimadas analíticamente. La razón de dicha desviación no pudo ser determinada con precisión. Se sospecha que está relacionada con la preparación experimental. Las medidas con galgas extensiométricas incluso en condiciones normales son muy sensibles a perturbaciones y en el proyecto de estudio presenta condiciones extremas. Las temperaturas extremas o los campos magnéticos intensos podrían ser responsables de perturbar en gran medida las mediciones de las galgas. Por tanto, en posteriores estudios se deberá hacer hincapié en refinar los procesos de medición con las galgas.

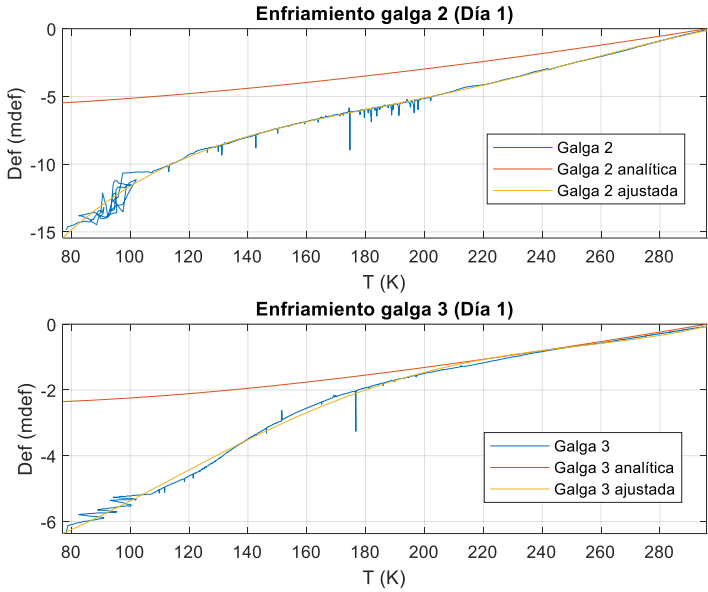


Figura 86. Comparativa contracción por enfriamiento ensayo y analítica día 1.

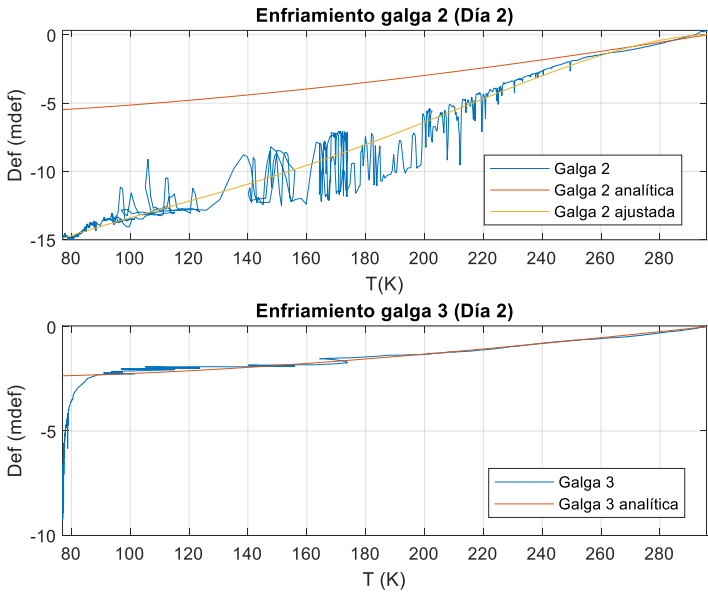


Figura 87. Comparativa contracción por enfriamiento ensayo y analítica día 2.

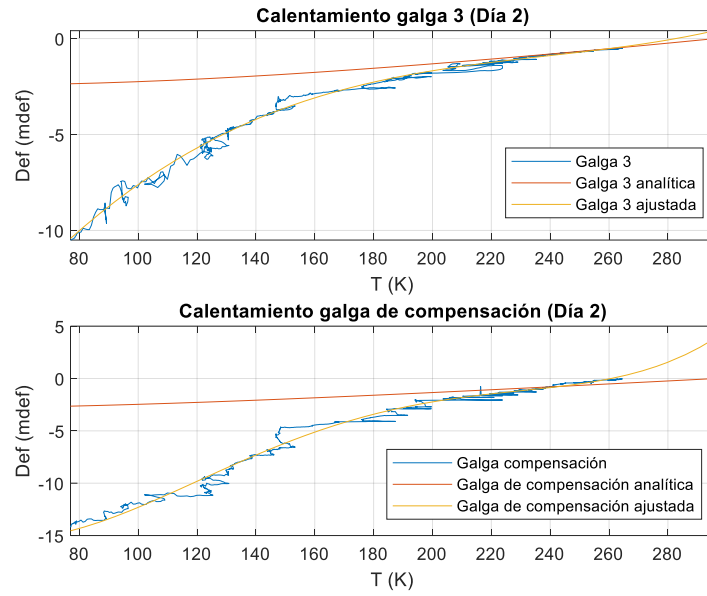


Figura 88. Comparativa contracción por calentamiento ensayo y analítica día 2.

5 CONCLUSIONES

El objetivo del trabajo era la determinación del estado tensional de la bobina HTS de un sistema de almacenamiento de energía SMES.

Para ello, en primera instancia se identificaron los componentes y las interacciones entre ellos. Posteriormente se analizó la estructura de la cinta superconductora. Se plantearon tres modelos para emplear en los cálculos y se realizó una investigación bibliográfica acerca de las propiedades criogénicas de los distintos materiales. Se obtuvieron satisfactoriamente las propiedades de los materiales de la cinta y del mandrino. Se calcularon las propiedades homogeneizadas de la cinta usando el módulo *Material Designer* de ANSYS. Se pudo validar el modelo del material usando referencias bibliográficas (sólo para el módulo de Young) y mediante el desarrollo de cálculos analíticos (Para las propiedades elásticas y CET).

Posteriormente, una sección del trabajo se centró en la determinación de las distribuciones de tensiones y deformaciones en la bobina. Se identificaron las principales fuentes de cargas en la bobina. Se creó un modelo analítico que ofrecía el cálculo de tensiones para distintas configuraciones, propiedades del material e intensidades. Adicionalmente se realizó un modelo computacional usando ANSYS para la resolución del problema estructural. Se combinaron los módulos de electromagnetismo *Maxwell* y ANSYS *Mechanical* para resolver el problema conjunto. Se validaron los cálculos analíticos con los resultados de ANSYS. El resultado de los cálculos analíticos fue excelente para las tensiones térmicas y satisfactorio para las tensiones magnéticas. El peor ajuste de las tensiones magnéticas fue atribuida a su desarrollo sin considerar la anisotropía de la cinta HTS.

Finalmente, durante el transcurso del trabajo se realizaron en el laboratorio varios ensayos experimentales cuyos resultados sirvieron para validar los cálculos. Se procesaron los resultados experimentales y se compararon con las estimaciones de los modelos. Las mediciones del experimento de contracción se usaron para crear un modelo de la cinta más preciso. Los resultados del ensayo LHE fueron descartados por presentar mediciones incoherentes. Los resultados del experimento LN2 fueron de gran utilidad ya que se emplearon para comparar las deformaciones térmicas y las deformaciones debidas a la intensidad en la bobina. Las mediciones presentaron cierta divergencia respecto de los cálculos.

En conclusión, este trabajo ha obtenido satisfactoriamente expresiones para el cálculo del estado tensional en una bobina superconductora de un sistema SMES. Sin embargo, los resultados experimentales sugieren que se deben realizar más esfuerzos para estimar el comportamiento de la bobina con mayor precisión. Como futuros pasos sería ideal intentar ajustar mejor el modelo material. Se deberían realizar más ensayos con el objetivo de medir las propiedades exactas de la bobina y así ajustar sus propiedades.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Y. Iwasa, «SUPERCONDUCTING MAGNET TECHNOLOGY», en *Case Studies in Superconducting Magnets: Design and Operational Issues*, Boston, MA: Springer US, 2009, pp. 1-24. doi: 10.1007/b112047_1.
- [2] P. Breeze, «Chapter 5 - Superconducting Magnetic Energy Storage», en *Power System Energy Storage Technologies*, P. Breeze, Ed., Academic Press, 2018, pp. 47-52. doi: 10.1016/B978-0-12-812902-9.00005-5.
- [3] M. H. Ali, B. Wu, y R. Dougal, «An Overview of SMES Applications in Power and Energy Systems», *Sustain. Energy IEEE Trans. On*, vol. 1, pp. 38-47, may 2010, doi: 10.1109/TSTE.2010.2044901.
- [4] «Noticias CIEMAT: El CIEMAT lidera POSEIDON, un proyecto que explora la utilización de almacenamiento de energía en transporte marítimo.» Accedido: 21 de agosto de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.ciemat.es/cargarAplicacionNoticias.do;jsessionid=E76007DCAA089E95BA2D598AF6610330?idArea=-1&identificador=2826>
- [5] «National Institute of Standards and Technology», NIST. Accedido: 14 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.nist.gov/>
- [6] «cryogenic material properties OFHC Copper». Accedido: 13 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: https://trc.nist.gov/cryogenics/materials/OFHC%20Copper/OFHC_Copper_rev1.htm
- [7] «Cryogenic Properties of Copper». Accedido: 13 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.copper.org/resources/properties/cryogenic/>
- [8] «GRABIT - File Exchange - MATLAB Central». Accedido: 13 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7173-grabit>
- [9] D. R. Smith y F. R. Fickett, «Low-Temperature Properties of Silver», *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, vol. 100, n.º 2, pp. 119-171, 1995, doi: 10.6028/jres.100.012.
- [10] Yu. M. Kozlovskii y S. V. Stankus, «Thermal expansion of Hastelloy C276 in low-temperature area», *Thermophys. Aeromechanics*, vol. 29, n.º 5, pp. 805-807, sep. 2022, doi: 10.1134/S08698643220500195.
- [11] J. Lu, E. S. Choi, y H. D. Zhou, «Physical properties of Hastelloy® C-276™ at cryogenic temperatures», *J. Appl. Phys.*, vol. 103, n.º 6, p. 064908, mar. 2008, doi: 10.1063/1.2899058.
- [12] C. C. Clickner et al., «Mechanical properties of pure Ni and Ni-alloy substrate materials for Y-Ba-Cu-O coated superconductors», *Cryogenics*, vol. 46, n.º 6, pp. 432-438, jun. 2006, doi: 10.1016/j.cryogenics.2006.01.014.
- [13] A. C. LIMITED, «Hastelloy Alloy C-276 (UNS N10276) -- Itroduction & Supplier / Manufacturer in China», aeether.com. Accedido: 14 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.aeether.com/AEETHER/grades/C-276.html>
- [14] J. Ekin, *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements: Cryostat Design, Material Properties and Superconductor Critical-Current Testing*. Oxford University Press, 2006. doi: 10.1093/acprof:oso/9780198570547.001.0001.
- [15] M. Davidson, S. Bastian, y F. Markley, «Measurement of the Elastic Modulus of Kapton Perpendicular to the Plane of the Film at Room and Cryogenic Temperatures», en *Supercollider 4*, J. Nonte, Ed., Boston, MA: Springer US, 1992, pp. 1039-1045. doi: 10.1007/978-1-4615-3454-9_128.
- [16] F. Tsai, T. Blanton, D. R. Harding, y S. Chen, «Temperature dependence of the properties of vapor-deposited polyimide», *J. Appl. Phys.*, vol. 93, pp. 3760-3764, abr. 2003, doi: 10.1063/1.1555838.

- [17]T. Kroupa, H. Zemčík, R. Zemčík, P. Kadlec, y J. Pihera, «MECHANICAL TESTING OF KAPTON FILMS».
- [18]«Kapton® Summary of Properties».
- [19]H. Nakane, S. Nishijima, H. Fujishiro, T. Yamaguchi, S. Yoshizawa, y S. Yamazaki, «Thermal properties of epoxy resins at cryogenic temperatures», vol. 614, pp. 211-220, may 2002, doi: 10.1063/1.1472545.
- [20]G. Hartwig, «Low-Temperature Properties of Epoxy Resins and Composites», en *Advances in Cryogenic Engineering*, K. D. Timmerhaus, R. P. Reed, y A. F. Clark, Eds., Boston, MA: Springer US, 1978, pp. 17-36. doi: 10.1007/978-1-4613-9853-0_2.
- [21]N. Bagrets, C. Barth, y K.-P. Weiss, «Low Temperature Thermal and Thermo-Mechanical Properties of Soft Solders for Superconducting Applications», *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, n.º 3, pp. 1-3, jun. 2014, doi: 10.1109/TASC.2013.2283869.
- [22]W. Kinzy Jones, Y. Liu, M. Shah, y R. Clarke, «Mechanical properties of Pb/Sn Pb/In and Sn-In solders», *Solder. Surf. Mt. Technol.*, vol. 10, n.º 1, pp. 37-41, abr. 1998, doi: 10.1108/09540919810203847.
- [23]H. Tanaka, L. F. Qun, O. Munekata, T. Taguchi, y T. Narita, «Elastic Properties of Sn-Based Pb-Free Solder Alloys Determined by Ultrasonic Pulse Echo Method», *Mater. Trans.*, vol. 46, n.º 6, pp. 1271-1273, 2005, doi: 10.2320/matertrans.46.1271.
- [24]N. J. Simon, «Cryogenic Properties of Inorganic Insulation Materials for ITER Magnets: A Review», National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO (US), NISTIR-5030, dic. 1994. doi: 10.2172/761710.
- [25]J. H. Cheon, P. S. Shankar, y J. P. Singh, «Influence of processing methods on residual stress evolution in coated conductors», *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 18, n.º 1, pp. 142-146, ene. 2005, doi: 10.1088/0953-2048/18/1/022.
- [26]K. Ilin *et al.*, «Experiments and FE modeling of stress-strain state in ReBCO tape under tensile, torsional and transverse load», *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 28, n.º 5, p. 055006, may 2015, doi: 10.1088/0953-2048/28/5/055006.
- [27]«G10CR-G11CR-Properties1.pdf». Accedido: 15 de mayo de 2024. [En línea]. Disponible en: https://ncsx.pppl.gov/NCSX_Engineering/CloseOut_Documentation/Brown/Jobs8203_1803/Design_Integration_Files/NCSX%20-%202008/Cryostat/G10CR-G11CR-Properties1.pdf
- [28]K. Osamura, M. Sugano, S. Machiya, H. Adachi, S. Ochiai, y M. Sato, «Internal residual strain and critical current maximum of a surrounded Cu stabilized YBCO coated conductor», *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 22, n.º 6, p. 065001, abr. 2009, doi: 10.1088/0953-2048/22/6/065001.
- [29]H. Milanchian, T. Salmi, A. Halbach, y R. Kouhia, «HTS Tape Mechanical Behavior Sensitivity on Material Properties and Thickness of Material Layers», *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 33, n.º 5, pp. 1-5, ago. 2023, doi: 10.1109/TASC.2023.3251293.
- [30]V. Arp, «Stresses in superconducting solenoids», *J. Appl. Phys.*, vol. 48, n.º 5, pp. 2026-2036, may 1977, doi: 10.1063/1.323913.
- [31]M. N. Wilson y M. N. Wilson, *Superconducting Magnets*. en Monographs on Cryogenics. Oxford, New York: Oxford University Press, 1987.
- [32]H. Maeda y Y. Yanagisawa, «Recent Developments in High-Temperature Superconducting Magnet Technology (Review)», *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, n.º 3, pp. 1-12, jun. 2014, doi: 10.1109/TASC.2013.2287707.
- [33]S. Timoshenko, *Theory of Elasticity*. 1951.
- [34]J. Zhu *et al.*, «Lamination process of second generation high temperature superconducting tape at Shanghai Superconductor Technology», *Mater. Today Commun.*, vol. 31, p. 103721, jun. 2022, doi: 10.1016/j.mtcomm.2022.103721.

- [35] M. J. Gamez, «Objetivos y metas de desarrollo sostenible», Desarrollo Sostenible. Accedido: 8 de diciembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/objetivos-de-desarrollo-sostenible/>

7 ANEXOS

7.1 ALINEACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE

Los objetivos de desarrollo sostenible son una guía para la industria hacia una correcta transición energética [35]. Marcan distintos objetivos que deberán cumplirse antes del 2030. El almacenamiento de energía de cualquier tipo se encuentra alineado con distintos objetivos de los ODS. Esto se debe principalmente a como se ha comentado con anterioridad a la necesidad del almacenamiento de energía en aras de una mayor integración de energía renovables.

- ODS 7: Energía Asequible y No Contaminante Exploración de cómo los sistemas SMES contribuyen a la estabilidad de la red eléctrica, permitiendo la integración de fuentes de energía renovable intermitentes y mejorando la confiabilidad del suministro energético.
- ODS 9: Industria, Innovación e Infraestructura Investigación sobre avances tecnológicos en el diseño y aplicación de sistemas SMES, promoviendo la innovación en el sector de almacenamiento de energía y su impacto en el desarrollo de infraestructuras sostenibles.
- ODS 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles Evaluación de cómo los sistemas SMES pueden contribuir a la estabilidad de la red eléctrica en áreas urbanas, mejorando la gestión de la demanda de energía y facilitando el desarrollo de comunidades sostenibles.
- ODS 13: Acción por el Clima Análisis del papel de los SMES en la mitigación de impactos climáticos al permitir una mayor penetración de fuentes de energía renovable y reducir las emisiones de gases de efecto invernadero.
- ODS 17: Alianzas para Lograr los Objetivos Exploración de posibles colaboraciones y alianzas entre sectores público y privado para la implementación efectiva de sistemas SMES a gran escala, impulsando la adopción global de tecnologías sostenibles.

7.2 Código Análisis Analítico

```

clc;
clear all;
close all;

%Se mantiene el mandrino tras el bobinado?
man_p = 0; % Poner valor 1 si se
            mantiene el mandrino, sino 0

%Definición propiedades bobina a 77K
coil.mat.Er=16*10^3; %Young radial (MPa)
coil.mat.Et=102.78*10^3; %Young theta (MPa)
coil.mat.vrt=0.052; %Poisson radial-theta
coil.mat.vtz=0.325; %Poisson theta-z

%Propiedades elásticas bobina
coil.mat.R=(1-coil.mat.vrt^2)/coil.mat.Er;
coil.mat.L=(1-coil.mat.vtz^2)/coil.mat.Et;
coil.mat.k=sqrt(coil.mat.R/coil.mat.L);
coil.mat.V=coil.mat.vrt*(1+coil.mat.vtz)/coil.mat.Er;

%Geometría bobina
coil.geometry.r_int=172/2; % internal radius (mm)
coil.geometry.r_ext=226/2; % external radius (mm)
coil.geometry.h=9.6; % Ancho doble pancake (mm)
coil.geometry.n_vueltas=82; %Número de vueltas

%Propiedades mandrino
man.mat.E=50*10^3; %M Young mandrino (MPa)
man.mat.v=0.282; %Poisson mandrino

%Propiedades elásticas mandrino
man.mat.R=(1-man.mat.v^2)/man.mat.E;
man.mat.L=(1-man.mat.v^2)/man.mat.E;
man.mat.k=sqrt(man.mat.R/man.mat.L);
man.mat.V=man.mat.v*(1+man.mat.v)/man.mat.E;

%Geometría del mandrino
man.geometry.r_int=0; % radio interior mandrino (mm)
man.geometry.r_ext=coil.geometry.r_int; % radio exterior mandrino (mm)

%Discretización de la bobina
dm=5; %ancho
elemento máximo de discretización en micras (um)
N=(round(coil.geometry.r_ext-coil.geometry.r_int)*1000/5); %numero de
elementos discretos
d=(coil.geometry.r_ext-coil.geometry.r_int)*1000/N; %ancho real
del elemento de discretización (um)

a = coil.geometry.r_int; % radio
interior (mm)
b = coil.geometry.r_ext; % radio
exterior (mm)
r=a:(b-a)/N:b; % vector de
radios discretos de la bobina (mm)
r_man=0:(b-a)/N:a; % vector de
radios discretos del mandrino (mm)

```

```

h=coil.geometry.h; %Alto de la
bobina
coil.geometry.A_cinta=((b-a)*h)/coil.geometry.n_vueltas; %Sección de
la cinta

%Preload en la bobina
F=5*9.8; %Fuerza de bobinado (N) (5kg)

PL=F/coil.geometry.A_cinta; %Tensión de bobinado (MPa)
preload = PL*ones([1,N+1]); %Vector tensión de bobinado en
función del radio (MPa)

%Contracción térmica
l_r = -0.00510; % Contracción térmica radial (RT-
>77 K) (tanto por uno)
l_theta = -0.0026; % Contracción térmica acimutal
(RT->77 K) (tanto por uno)
l_m = -0.0020614; % Contracción térmica radial del
mandrino (RT->77 K) (tanto por uno)

%Carga de los CET bobina y mandrino
alphaCoil=load("AlphaM3.mat").alphaCoil;
alphaMan=load("AlphaHierro.mat").AlphaHierro;

%Definición del problem electromagnético
coil.EM.In=400; %Corriente por la cinta
coil.EM.I_total=coil.geometry.n_vueltas*coil.EM.In; %Corriente total en la
bobina
coil.EM.J=coil.EM.In/coil.geometry.A_cinta; %Densidad de corriente
coil.EM.BZ=[0.0021*coil.EM.In -0.0013*coil.EM.In]; %Campo magnético en los
extremos, en r=a y r=b (T)

%Cálculo del módulo elástico equivalente del mandrino
B_man=calcB(man); %(MPa)

%Calcular distribución de tensiones
coil=calc_sigma_preload(coil,preload,B_man,r);
coil =solenoidStressCool(coil,r,l_r,l_theta,l_m,B_man,man_p);
coil=magneticStress(coil,r,B_man,man_p);

%Tensiones totales
coil.Mech.total.sigma_r=coil.Mech.PL.sigma_r+coil.Mech.Cool.sigma_r+coil.Mech
.EM.sigma_r;
coil.Mech.total.sigma_theta=coil.Mech.PL.sigma_theta+coil.Mech.Cool.sigma_the
ta+coil.Mech.EM.sigma_theta;

%Diferencias tener o no mandrino
if man_p==1
    %Calcular tensiones en el mandrino
    man=stressMan(coil,man,r_man);
else
    %Calcular tensiones por remover el mandrino
    coil =removeMan(coil,r);

coil.Mech.total.sigma_r=coil.Mech.total.sigma_r+coil.Mech.removeMan.sigma_r;

coil.Mech.total.sigma_theta=coil.Mech.total.sigma_theta+coil.Mech.removeMan.s
igma_theta;
end

```

```
%Calcular la deformación
coil=calcStrain(coil,l_r,l_theta);

%Contracción galga a radio 113
[eps_rT,eps_thetaT]=eps_T(coil,man,alphaCoil,alphaMan,113);

%Gráficas

plot_strain(r,coil);
plot_stress(r,r_man,coil,man,man_p);

function B =calcB(man)
%Se calcula el módulo elástico del mandrino utilizando su definición.
%Se calcula el desplazamiento en el radio exterior del mandrino conocida la
%tensión aplicada en dicha cara.

L=man.mat.L;
k=man.mat.k;
V=man.mat.V;

%Fórmula analítica de B
B=1/(k*L-V);

end

function B_bob =calcB_bob(coil)
%Se calcula el módulo elástico del mandrino utilizando su definición.
%Se calcula el desplazamiento en el radio exterior del mandrino conocida la
%tensión aplicada en dicha cara.

L=coil.mat.L;
k=coil.mat.k;
V=coil.mat.V;

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

d=-1*(k*L+V)/(a^(k-1)*(b^(-2*k))-a^(-2*k));
c=(k*L-V)/(k*L+V)*b^(-2*k)*d;

u=c*a^(k)+d*a^(-k);

B_bob=a/u;

end

function coil =removeMan(coil,r)
%Se calcula la distribución de tensiones que crea la tensión radial que
%aplica el mandrino en la bobina para poder restarla.

L=coil.mat.L;
k=coil.mat.k;
V=coil.mat.V;

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

P=coil.Mech.PL.sigma_r(1); %Get stress at mandrino
interface
```

```

d=-P*(k*L+V)/(a^(k-1)*(b^(-2*k)-a^(-2*k)));
c=(k*L-V)/(k*L+V)*b^(-2*k)*d;

coil.Mech.removeMan.sigma_r=c/(k*L-V)*r.^(k-1)-d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
coil.Mech.removeMan.sigma_theta=k*c/(k*L-V)*r.^(k-1)+k*d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
1);
coil.Mech.removeMan.u=c*r.^(k)+d*r.^(-k);

end

function coil = calc_sigma_preload(coil,preload,B_man,r)
% Formulas taken from ARP, V. Stresses in superconducting solenoids.
% Journal of Applied Physics, 1977, vol. 48, no 5, p. 2026-2036.

%Se calcula la distribución de tensiones que crea el bobinado dada una
%tensión de bobinada conocida. Se aplican las fórmulas en el trabajo
% mencionado.

L=coil.mat.L;
k=coil.mat.k;
V=coil.mat.V;

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

N=length(r)-1;
Integ=zeros(1,N);
I=zeros(1,N+1);
C=zeros(1,N+1);
D=zeros(1,N+1);

for i=1:N
    % Calculation of the integral I for each of the N points
    % The average value between 2 points is used for r and Prestress
    Integ(i) = (a*0.5*(preload(i)+preload(i+1))*((b/a-1)/N))/((1+B_man*(k*L+V))*(0.5*(r(i)+r(i+1))/a)^k-(1-B_man*(k*L-V))*(0.5*(r(i)+r(i+1))/a)^(-k)));
end

for i=N:-1:1
    I(i)=I(i+1)+Integ(i);
end

for i=1:N+1
    C(i)=-(1+B_man*(k*L-V))*((r(i)/a)^k)*I(i);
    D(i)=-(1-B_man*(k*L-V))*((a/r(i))^k)*I(i);

    % Radial Stress:
    coil.Mech.PL.sigma_r(i)=(C(i)-D(i))/r(i);
    coil.Mech.PL.sigma_theta(i)=preload(i)+(k*(C(i)+D(i))/r(i));
    coil.Mech.PL.u(i)=(k*L-V)*C(i)+(k*L+V)*D(i);
end

end

function coil = solenoidStressCool(coil,r,l_r,l_theta,l_m,B_man,man_p)

% Formulas taken from ARP, V. Stresses in superconducting solenoids.
% Journal of Applied Physics, 1977, vol. 48, no 5, p. 2026-2036.

```

%Se calculan las tensiones dada la contracción térmica a una cierta temperatura. En función de si se remueve el mandrino previo al enfriamiento se calculan los coeficientes usando condiciones de contorno distintas.

```

L=coil.mat.L;
k=coil.mat.k;
V=coil.mat.V;

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

N=length(r)-1;                                %Elementos discretos

% Initialize variables
coil.Mech.Cool.sigma_r = zeros(1,N + 1);
coil.Mech.Cool.sigma_theta = zeros(1,N + 1);

%Coeficientes de las tensiones por anisotropía
c = (k*L-V)/(L*(b^k*a^(-k)-a^k*b^(-k)))*(l_r-l_theta)*(a*b^(-k)-b*a^(-k))/(1-k^2);
d = (k*L+V)/(L*(b^k*a^(-k)-a^k*b^(-k)))*(l_r-l_theta)*(a*b^(k)-b*a^(k))/(1-k^2);

coil.Mech.Cool.sigma_r=c/(k*L-V)*r.^(k-1)-d/(k*L+V)*r.^(-k-1)+(l_r-l_theta)/(L*(1-k^2));
coil.Mech.Cool.sigma_theta=k*c/(k*L-V)*r.^(k-1)+k*d/(k*L+V)*r.^(-k-1)+(l_r-l_theta)/(L*(1-k^2));
coil.Mech.Cool.u=c*r.^(k)+d*r.^(-k)+((1-V/L)*l_r+(V/L-k^2)*l_theta)/(1-k^2)*r;

if man_p==1
% B_bob=22.51*10^3;
B_bob=calcB_bob(coil);
u_bob=(l_m*a-coil.Mech.Cool.u(1))/(1-B_bob/B_man);
sigma_man=u_bob/a*B_bob;

d=-sigma_man*(k*L+V)/(a^(k-1)*(b^(-2*k)-a^(-2*k)));
c=(k*L-V)/(k*L+V)*b^(-2*k)*d;

coil.Mech.Cool.sigma_r=coil.Mech.Cool.sigma_r+c/(k*L-V)*r.^(k-1)-d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
coil.Mech.Cool.sigma_theta=coil.Mech.Cool.sigma_theta+k*c/(k*L-V)*r.^(k-1)+k*d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
coil.Mech.Cool.u=coil.Mech.Cool.u+c*r.^(k)+d*r.^(-k);

end
end

function coil = magneticStress(coil,r,B_man,man_p)

%Expressions from Wilson. Page 43.

%Se calculan los perfiles de tensiones debidos a la presencia de campo magnético y una densidad de corriente constante.

% General properties
a = coil.geometry.r_int*10^-3;                                % Internal radius (m)

```

```

b = coil.geometry.r_ext*10^-3; % External radius (m)
r=r*10^-3; %m
v = coil.mat.vrt;
E=coil.mat.Et*10^6; %Pa
J=coil.EM.J*10^6; %A/m2
alpha = b/a;
B_man=B_man*10^6; % Poisson's ratio
Bmax = coil.EM.BZ(1); % Axial B field at inner turn
Bext = coil.EM.BZ(end); % Axial B field at outer turn

K = (alpha*Bmax-Bext)*J*a/(alpha-1);
M = (Bmax-Bext)*J*a/(alpha-1);
N = length(r)-1; % Number of discretization
elements

% Initialize var
epsilon = zeros(1,N+1);
B = zeros(1,N+1);
coil.Mech.EM.sigma_theta = zeros(1,N+1);
coil.Mech.EM.sigma_r = zeros(1,N+1);
coil.Mech.EM.JBR = zeros(1,N+1);

for i = 1:N+1

    e = r(i)/a;
    epsilon(i) = e;
    B(i) = Bmax-(Bmax-Bext)*(i-1)/N;

    % JBR formula
    coil.Mech.EM.JBR(i)=J*B(i)*r(i)*10^-6; %(MPa)

    if(man_p==0)
        % Circumferential stress:
        coil.Mech.EM.sigma_theta(i) =
        (K*(2+v)/(3*(alpha+1))*(alpha^2+alpha+1+(alpha^2)/(e^2)-
        e*(1+2*v)*(alpha+1)/(2+v)) - M*(3+v)/8*(alpha^2+1+(alpha^2)/(e^2)-
        (1+3*v)/(3+v)*e^2));
        % Radial stress:
        coil.Mech.EM.sigma_r(i) = (K*(2+v)/(3*(alpha+1))*(alpha^2+alpha+1-
        (alpha^2)/(e^2)-(alpha+1)*e) - M*(3+v)/8*(alpha^2+1-(alpha^2)/(e^2)-e^2));

    elseif(man_p==1)

        m=(1-v^2)*B_man/E;
        num=K/3*(2+v-m+(1+v-m)*(-2-v)*b/((1+v)*a))+M/8*(-3-v+m+(1+v-
        m)*(3+v)*b^2/((1+v)*a^2));
        den=(-1+v-m-(1+v-m)*(-1+v)*a^2/((1+v)*b^2));
        D=num/den;
        C=1/(1+v)*(-D*(a/b)^2*(-1+v)-K*b*(-2-v)/(3*a)-M*b^2*(3+v)/(8*a^2));

        coil.Mech.EM.sigma_r(i)=(1+v)*C+(v-1)*D/e^2-
        K*e/3*(2+v)+M*e^2/8*(3+v);
        coil.Mech.EM.sigma_theta(i)=(1+v)*C+(1-v)*D/e^2-
        K*e/3*(1+2*v)+M*e^2/8*(1+3*v);
    end
end

coil.Mech.EM.sigma_r=coil.Mech.EM.sigma_r*10^-6; %(MPa)

```

```
coil.Mech.EM.sigma_theta=coil.Mech.EM.sigma_theta*10^-6; %(MPa)
end

function man = stressMan(coil,man,r_man)

    Er = man.mat.E*10^3;           % radial Young modulus
    Et = man.mat.E*10^3;           % Circumferential Young modulus
    urt = man.mat.v;               % Poisson's ratio radial theta
    utz = man.mat.v;               % Poisson's ratio theta z
    a=man.geometry.r_int;
    b=man.geometry.r_ext;
    r=r_man;

    R=(1-urt^2)/Er;                 %Propiedades elásticas
    L=(1-utz^2)/Et;
    k=sqrt(R/L);
    V=urt*(1+utz)/Er;

    P=coil.Mech.total.sigma_r(1);
    c=P*(k*L-V)/(b^(k-1)*(1-(a/b)^(2*k)));
    d=(k*L+V)/(k*L-V)*a^(2*k)*c;

    man.sigma_r=c/(k*L-V)*r.^(k-1)-d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
    man.sigma_theta=k*c/(k*L-V)*r.^(k-1)+k*d/(k*L+V)*r.^(-k-1);
end

function coil = calcStrain(coil,l_r,l_theta)

%Propiedades materiales
L=coil.mat.L;
V=coil.mat.V;
R=coil.mat.R;

coil.Mech.strain_r=R*coil.Mech.total.sigma_r-
V*coil.Mech.total.sigma_theta+l_r*ones(size(coil.Mech.total.sigma_r));
coil.Mech.strain_theta=L*coil.Mech.total.sigma_theta-
V*coil.Mech.total.sigma_r+l_theta*ones(size(coil.Mech.total.sigma_theta));

coil.Mech.strain_r_comp=R*coil.Mech.total.sigma_r-
V*coil.Mech.total.sigma_theta;
coil.Mech.strain_theta_comp=L*coil.Mech.total.sigma_theta-
V*coil.Mech.total.sigma_r;
end

function plot_strain(r,coil)

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

figure();
subplot(1,4,1);
plot(r,coil.Mech.strain_r*10^6);
title('Strain Radial');
xlabel('r (mm)');
ylabel('e (mdef)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(1,4,2);
```

```
plot(r,coil.Mech.strain_theta*10^6);
title('Strain Acimutal');
xlabel('r (mm)');
ylabel('e (mdef)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(1,4,3);
plot(r,coil.Mech.strain_r_comp*10^6);
title('Strain Radial compensado');
xlabel('r (mm)');
ylabel('e (mdef)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(1,4,4);
plot(r,coil.Mech.strain_theta_comp*10^6);
title('Strain Acimutal compensado');
xlabel('r (mm)');
ylabel('e (mdef)');
grid on;
xlim([a b]);

end

function plot_stress(r,r_man,coil,man,man_p)

a=coil.geometry.r_int;
b=coil.geometry.r_ext;

figure();
subplot(2,5-man_p,1);
plot(r,coil.Mech.total.sigma_r);
title('T. radiales totales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(2,5-man_p,2);
plot(r,coil.Mech.PL.sigma_r);
title('T. preload radiales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

if man_p==0
subplot(2,5-man_p,3);
plot(r,coil.Mech.PL.sigma_r+coil.Mech.removeMan.sigma_r);
title('T. preload sin mandrino radiales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);
end

subplot(2,5-man_p,4-man_p);
plot(r,coil.Mech.Cool.sigma_r);
```

```
title('T. enfriamiento radiales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(2,5-man_p,5-man_p);
plot(r,coil.Mech.EM.sigma_r);
title('T. magnéticas radiales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(2,5-man_p,6-man_p);
plot(r,coil.Mech.total.sigma_theta);
title('T. acimutales totales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(2,5-man_p,7-man_p);
plot(r,coil.Mech.PL.sigma_theta);
title('T. preload acimutales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

if man_p==0
subplot(2,5-man_p,8);
plot(r,coil.Mech.PL.sigma_theta+coil.Mech.removeMan.sigma_theta);
title('T. preload sin mandrino acimutales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);
end

subplot(2,5-man_p,9-2*man_p);
plot(r,coil.Mech.Cool.sigma_theta);
title('T. enfriamiento acimutales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

subplot(2,5-man_p,10-2*man_p);
plot(r,coil.Mech.EM.sigma_theta);
title('T. magnéticas acimutales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([a b]);

if man_p==1
figure();
subplot(2,1,1);
```

```

plot(r,coil.Mech.total.sigma_r);
hold on;
plot(r_man,man.sigma_r );
hold off;
title('T. totales mandrino y bobina radiales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_r (MPa)');
grid on;
xlim([0 b]);

subplot(2,1,2);

plot(r,coil.Mech.total.sigma_theta);
hold on;
plot(r_man,man.sigma_theta );
hold off;

title('T. totales mandrino y bobina acimutales');
xlabel('r (mm)');
ylabel('sigma_t (MPa)');
grid on;
xlim([0 b]);

end
end

function [eps_rT,eps_thetaT] = eps_T(coil,man,alphaCoil,alphaMan,Ro)

    L=coil.mat.L;
    k=coil.mat.k;
    V=coil.mat.V;
    R=coil.mat.R;

    a=coil.geometry.r_int;
    b=coil.geometry.r_ext;
    B_bob=calcB_bob(coil);
    B_man=calcB(man);
    T=alphaCoil(:,1);
    alphaCoil_r=alphaCoil(:,2);
    alphaCoil_t=alphaCoil(:,3);
    alphaMan=alphaMan(:,2);

    eps_rT=zeros(1,length(T));
    eps_thetaT=zeros(1,length(T));

    for i=1:length(T)
        if i<length(T)
            l_r=-trapz(T(i:end),alphaCoil_r(i:end));
            l_theta=-trapz(T(i:end),alphaCoil_t(i:end));
            l_m=-trapz(T(i:end),alphaMan(i:end));
        else
            l_r=0;
            l_theta=0;
            l_m=0;
        end
        c = (k*L-V)/(L*(b^k*a^(-k)-a^k*b^(-k)))*(l_r-l_theta)*(a*b^(-k)-
b*a^(-k))/(1-k^2);
    end

```

```

        d = (k*L+V)/(L*(b^k*a^(-k)-a^k*b^(-k)))*(1_r-1_theta)*(a*b^k)-
        b*a^k)/(1-k^2);

        sigma_r=c/(k*L-V)*Ro^(k-1)-d/(k*L+V)*Ro^(-k-1)+(1_r-1_theta)/(L*(1-
        k^2));
        sigma_theta=k*c/(k*L-V)*Ro^(k-1)+k*d/(k*L+V)*Ro^(-k-1)+(1_r-
        1_theta)/(L*(1-k^2));
        u_a=c*a^k+d*a^(-k)+((1-V/L)*1_r+(V/L-k^2)*1_theta)/(1-k^2)*a;

        u_bob=(1_m*a-u_a)/(1-B_bob/B_man);
        sigma_man=u_bob/a*B_bob;

        d=-sigma_man*(k*L+V)/(a^(k-1)*(b^(-2*k)-a^(-2*k)));
        c=(k*L-V)/(k*L+V)*b^(-2*k)*d;

        sigma_r=sigma_r+c/(k*L-V)*Ro^(k-1)-d/(k*L+V)*Ro^(-k-1);
        sigma_theta=sigma_theta+k*c/(k*L-V)*Ro^(k-1)+k*d/(k*L+V)*Ro^(-k-1);

        eps_rT(i)=R*sigma_r-V*sigma_theta+1_r;
        eps_thetaT(i)=L*sigma_theta-V*sigma_r+1_theta;

    end

    figure();
    subplot(1,2,1);
    plot(T,eps_rT*10^6);
    xlim([0.15 296.15]);
    xlabel("T (K)");
    ylabel("Def");
    grid on;
    title("Deformación en la galga Radial");
    subplot(1,2,2);
    plot(T,eps_thetaT*10^6);
    xlim([0.15 296.15]);
    xlabel("T (K)");
    ylabel("Def");
    grid on;
    title("Deformación en la galga Acimutal");
end

```

7.3 Código elementos finitos con campo complejo

```

clc
clear all
close all

%Definición propiedades bobina a 77K
coil.mat.Er=16*10^9; %Young radial (Pa)
coil.mat.Et=102.78*10^9; %Young theta (Pa)
coil.mat.vrt=0.052; %Poisson radial-theta
coil.mat.vtz=0.325; %Poisson theta-z

%Propiedades elásticas
coil.mat.R=(1-coil.mat.vrt^2)/coil.mat.Er;
coil.mat.L=(1-coil.mat.vtz^2)/coil.mat.Et;
coil.mat.k=sqrt(coil.mat.R/coil.mat.L);
coil.mat.V=coil.mat.vrt*(1+coil.mat.vtz)/coil.mat.Er;

L_b=coil.mat.L;
k_b=coil.mat.k;
V_b=coil.mat.V;

%Geometría bobina
r_int=172/2*10^-3; % internal radius (m)
r_ext=226/2*10^-3; % external radius (m)
h_b=9.6*10^-3; % Ancho doble pancake (m)

%Rigidez del mandrino
k_man=89.45*2*pi*h_b*10^9; %Pa

syms a b c d k L V r ua ub hb Fa Fb h

%Primer solve
u=c*r^k+d*r^-k;
eqn1 = subs(u,r,a) == ua;
eqn2 = subs(u,r,b) == ub;
S1=solve([eqn1 eqn2],[c,d]);

c=S1.c;
d=S1.d;

%Segundo solve
sigma_r=c/(k*L-V)*r^(k-1)-d/(k*L+V)*r^(-k-1);
Aa=2*pi*a*h;
Ab=2*pi*b*h;
eqn3 = subs(sigma_r,r,a) == -Fa/Aa;
eqn4 = subs(sigma_r,r,b) == Fb/Ab;
S2=solve([eqn3 eqn4],[Fa,Fb]);

Fa=S2.Fa;
Fb=S2.Fb;

%Expresar las fuerzas en los nodos en función de los desplazamientos ua y ub
Fa=subs(Fa,[h k L V],[h_b k_b L_b V_b]);

```

```
Fb=subs(Fb,[h k L V],[h_b k_b L_b V_b]);

%Creación de la matriz de rigidez
N=82;%Numero de elementos finitos
K_tot=zeros(N+1,N+1);

delta_r=(r_ext-r_int)/N;
r_b=r_int:delta_r:r_ext;

for i=1:N

    %Geometría del elemento i
    a_s=r_b(i);
    b_s=r_b(i+1);
    %Matriz de rigidez local
    kaa=double(subs(Fa,[a b ua ub],[a_s b_s 1 0]));
    kab=double(subs(Fa,[a b ua ub],[a_s b_s 0 1]));
    kba=double(subs(Fb,[a b ua ub],[a_s b_s 1 0]));
    kbb=double(subs(Fb,[a b ua ub],[a_s b_s 0 1]));

    K_loc=[kaa kab;kba kbb];

    %Ensamblaje matriz local en global
    K_tot([i i+1],[i i+1])=K_tot([i i+1],[i i+1])+K_loc;

end

%Añadir rigidez del mandrino
K_tot(1,1)=K_tot(1,1)+k_man;

%Vector fuerzas
F=zeros(N+1,1);
F(2:end,1)=load("F_preicision.mat").F;

% F=zeros(N+1,1);
% F(end,1)=1*10^6*2*pi*9.6*10^-3*113*10^-3;

%Solución del problema de FEM
u_solve=K_tot^-1*F;

%Post-Procesado
ns=10; %Subdivisiones de cada elemento
r_solve=r_int+delta_r/ns/2:delta_r/ns:r_ext-delta_r/ns/2; %Vector de
radios solución
sigma_r_s=zeros(1,length(r_solve)); %Tensiones radiales solución
sigma_t_s=zeros(1,length(r_solve)); %Tensiones acimutales solución

%Post-Procesado en cada elemento
for i=1:N

    %Geometría del elemento
    a_s=r_b(i);
    b_s=r_b(i+1);
    r_s=a_s+(b_s-a_s)/ns/2:(b_s-a_s)/ns:b_s-(b_s-a_s)/ns/2;

    %Distribución de tensiones en cada elemento
    c_i=subs(c,[ua ub a b k],[u_solve(i),u_solve(i+1),a_s,b_s,k_b]);
    d_i=subs(d,[ua ub a b k],[u_solve(i),u_solve(i+1),a_s,b_s,k_b]);
```

```
sigma_r=c_i/(k_b*L_b-V_b)*r^(k_b-1)-d_i/(k_b*L_b+V_b)*r^(-k_b-1);  
sigma_t=k_b*c_i/(k_b*L_b-V_b)*r^(k_b-1)+k_b*d_i/(k_b*L_b+V_b)*r^(-k_b-1);  
  
sigma_r_s(ns*(i-1)+1:ns*i)=double(subs(sigma_r,r,r_s));  
sigma_t_s(ns*(i-1)+1:ns*i)=double(subs(sigma_t,r,r_s));  
  
end
```

%Representación

```
figure;  
subplot(1,3,1);  
plot(r_solve*10^3,u_solve*10^3);  
xlabel('r (mm)');  
ylabel('u (mm)');  
xlim([86 113]);  
  
subplot(1,3,2);  
plot(r_solve*10^3,sigma_r_s*10^-6);  
xlabel('r (mm)');  
ylabel('Sigma_r (MPa)');  
xlim([86 113]);  
  
subplot(1,3,3);  
plot(r_solve*10^3,sigma_t_s*10^-6);  
xlabel('r (mm)');  
ylabel('Sigma_t(MPa)');  
xlim([86 113]);
```