



FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Matemática Avanzada
Código	DMA-IMAT-415
Título	Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial [GiMAT 25]
Impartido en	Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial [Cuarto Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Semestral
Créditos	3,0 ECTS
Carácter	Obligatoria (Grado)
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Santiago Cano Casanova

Datos del profesorado	
Profesor	
Nombre	Santiago Cano Casanova
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25, Despacho 5ª planta, Dirección 2382
Correo electrónico	scano@icai.comillas.edu

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura
Aportación al perfil profesional de la titulación
La asignatura <i>Matemática Avanzada</i> persigue un doble objetivo. Por una parte, introducir al graduado de iMAT en la terminología, conceptos y resultados básicos del análisis funcional, dotándole de conocimientos, técnicas y destrezas de la matemática moderna, que constituyen los pilares de una gran variedad de resultados y algoritmos utilizados en inteligencia artificial. Por otra parte, ampliar cualitativamente la formación matemática del alumno y desarrollar sus capacidades de razonamiento abstracto, pensamiento lógico y análisis crítico. Al finalizar el curso el alumno: • Estará familiarizado con conceptos como espacio funcional, espacios métricos, normados, de Banach y de Hilbert, operador entre espacios funcionales, funcional, etc. • Conocerá los principales espacios funcionales y sus propiedades más destacables. • Será consciente de las principales similitudes y diferencias entre espacios de dimensión finita y de dimensión infinita. • Distinguirá los distintos tipos de convergencia en un espacio funcional y conocerá las relaciones entre ellas. • Comprenderá el concepto de dualidad de un espacio funcional y conocerá los principales resultados sobre dualidad. • Conocerá los principales resultados sobre espacios de Hilbert y manejará con habilidad y soltura las técnicas de aproximación en



estos espacios.

- Conocerá algunas de las muchas aplicaciones del análisis funcional, y en especial de los espacios de Hilbert, a la inteligencia artificial.

Prerrequisitos

Se presuponen los conocimientos adquiridos previamente en las asignaturas *Álgebra y Geometría y Análisis Matemático y Cálculo Vectorial* (de primer curso) y *Ecuaciones Diferenciales* (del primer cuatrimestre de segundo curso).

Resultados del proceso de formación y aprendizaje

Conocimientos o contenidos

CON05	Conocimiento de los fundamentos de la topología en espacios métricos y del análisis funcional, adquiriendo capacidad para operar y aproximar en espacios de dimensión infinita. Capacidad para trabajar en espacios de Hilbert y con operadores lineales entre dichos espacios.
--------------	---

Habilidades o destrezas

HAB01	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos generales que puedan plantearse en la ingeniería.
HAB02	Capacidad de razonamiento abstracto y sentido crítico, así como de cálculo, modelado, simulación, optimización y predicción, para dar respuesta a los problemas planteados por la ciencia, la tecnología y la sociedad en general.
HAB05	Capacidad para saber aplicar las técnicas matemáticas más adecuadas en la resolución de los diferentes problemas, técnicos y tecnológicos, planteados en el ámbito de la ingeniería y la inteligencia artificial. Aptitud para conocer el rango de aplicabilidad y limitaciones en la resolución de problemas de las diferentes herramientas matemáticas.

BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos

MATEMÁTICA AVANZADA

TEMA 1: DEFINICIONES Y RESULTADOS SIN LOS QUE NO SE PUEDE VIVIR

Supremo, ínfimo, límite superior e inferior de un conjunto. Algunos resultados sobre numerabilidad de conjuntos. Desigualdades de Young, Hölder, Cauchy-Schwarz, Minkowski y Jensen. Espacios de sucesiones l^p y espacios funcionales L^p . Otros espacios funcionales y de sucesiones.

TEMA 2: INTRODUCCIÓN A ESPACIOS MÉTRICOS, NORMADOS Y DE BANACH

Definición de espacio métrico. Ejemplos. Convergencia en espacios métricos. Espacios normados. Ejemplos. Convergencia en espacios normados. Conjuntos abiertos y cerrados. Continuidad de aplicaciones entre espacios normados. Sucesiones de Cauchy en espacios normados. Completitud en espacios normados. Espacios de Banach. Ejemplos y propiedades. El espacio $C[a,b]$ de las funciones continuas en el intervalo $[a,b]$. Convergencia puntual y uniforme en $[a,b]$. Espacios de sucesiones l^p y espacios funcionales L^p . Equivalencia de



normas. Espacios normados finito dimensionales. Aplicaciones de espacios normados a la inteligencia artificial.

TEMA 3: OPERADORES LINEALES Y ACOTADOS

Continuidad de aplicaciones entre espacios normados. Definición de Operador y de Funcional. Operadores lineales y acotados. Ejemplos. Norma de un operador. El espacio de operadores lineales y acotados entre espacios normados. Espacio dual. Aplicación traspuesta o adjunta. Convergencia débil. Aplicaciones de los operadores en inteligencia artificial.

TEMA 4: INTRODUCCIÓN A ESPACIOS DE HILBERT

Definición de espacio pre-Hilbert o espacio con producto interior. Ejemplos. Identidad de polarización. Relación entre espacios normados y espacios con producto interior. Teorema de Jordan-von Neumann. Ley del paralelogramo. Desigualdad de Schwarz. Ortogonalidad en espacios prehilbertianos. Teorema de Pitágoras. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt. Desigualdad de Bessel. Espacios de Hilbert. Ejemplos. Aproximación óptima en espacios prehilbertianos y espacios de Hilbert. Proyección sobre un convexo y cerrado. Teorema de la Proyección. Proyección y complemento ortogonal de un elemento sobre un subespacio. Aproximación óptima desde un subespacio cerrado. Aproximación óptima desde un subespacio de dimensión finita y desde un subespacio de codimensión finita. Aproximación por mínimos cuadrados. Bases en espacios de Hilbert. Desarrollo de Fourier en una base e identidad de Parseval. Caracterización de espacios de Hilbert. Espacio dual de un Hilbert. Teorema de representación de Riesz. Dual de l^2 y L^2 . Convergencia débil en un espacio de Hilbert. Operadores en espacios de Hilbert. Operadores acotados, adjuntos, normales, unitarios, autoadjuntos y compactos. Aplicaciones de los espacios de Hilbert en inteligencia artificial.

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura

Metodología Presencial: Actividades

Clases magistrales expositivas y participativas (14 horas), El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema.

CON05, HAB01, HAB02,
HAB05

Ejercicios prácticos, resolución de problemas y tutorías para la resolución de dudas (14+5 horas). En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. Aprovechando el estudio y trabajo realizado por el alumno, en estas sesiones también serán resueltas las diferentes dudas planteadas por los alumnos.

CON05, HAB01, HAB02,
HAB05

Actividades de evaluación continua del rendimiento (2 horas). A mitad de cuatrimestre se realizará una prueba intercuatrimestral que abarcará todo el temario visto hasta el momento. Dicha prueba servirá para retroalimentar al alumno sobre el nivel de comprensión de los contenidos desarrollados y sobre la consecución de los objetivos perseguidos.

CON05, HAB01, HAB02,
HAB05

Metodología No presencial: Actividades

El objetivo principal del trabajo no presencial es que el alumno comprenda los conceptos teóricos y domine la aplicación de procedimientos, rutinas y metodologías de los diferentes temas de la asignatura, llegando a ser capaz, por sí solo, de poner en práctica estos conocimientos, destrezas y habilidades en la resolución de los diferentes problemas planteados. Las principales actividades no presenciales a realizar serán:



Estudio personal (15 horas). El alumno debe realizar un trabajo personal posterior a las clases teóricas y de resolución de problemas, para comprender e interiorizar los conocimientos aportados en la materia.	CON05, HAB01, HAB02, HAB05
Ejercicios prácticos y resolución de problemas (28 horas, incluidas las horas dedicadas a la resolución de problemas en grupo para su entrega al profesor). El alumno, una vez estudiados los conceptos teóricos, debe ponerlos en práctica para resolver los problemas que se le plantean. Se aconseja la resolución de los problemas propuestos en grupos, para conseguir un mayor aporte de ideas y potenciar la capacidad de trabajo en equipo.	CON05, HAB01, HAB02, HAB05
Actividades de evaluación continua del rendimiento (4 horas). El alumno deberá realizar un trabajo de interiorización y comprensión de los contenidos teórico-prácticos desarrollados, para preparar el examen intercuatrimestral.	CON05, HAB01, HAB02, HAB05
Búsqueda y selección de materiales bibliográficos. Trabajos, proyectos y casos prácticos (3+5 horas). Con objeto de la resolución y entrega grupal de problemas a lo largo del cuatrimestre, en ciertas ocasiones los alumnos tendrán que buscar y seleccionar material bibliográfico que les ayude a la resolución de los problemas planteados (3 horas). De la misma forma, con objeto de la preparación de la sesión grupal de resolución de casos prácticos, entendida como un trabajo o proyecto en grupo, los alumnos tendrán que hacer un ejercicio de estudio y visión global de los contenidos desarrollados, así como de análisis de las estrategias a seguir en cuanto al reparto de contenidos y colaboración en dicha sesión grupal (5 horas).	CON05, HAB01, HAB02, HAB05

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES				
AF1. Clases magistrales expositivas y participativas	AF11. Ejercicios prácticos y resolución de problemas	AF5. Tutorías para resolución de dudas	AF12. Actividades de evaluación continua del rendimiento	
14.00	14.00	5.00	2.00	
HORAS NO PRESENCIALES				
AF10. Estudio personal	AF11. Ejercicios prácticos y resolución de problemas	AF12. Actividades de evaluación continua del rendimiento	AF6. Trabajos	AF14. Búsqueda y selección de materiales bibliográficos, datos o estadísticos
15.00	28.00	4.00	5.00	3.00
CRÉDITOS ECTS: 3,0 (90,00 horas)				

EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la



Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
Exámenes de carácter teórico-práctico: - Examen Intercuatrimestral (EI) (15%) - Examen Final (EF) (55%) Nota: Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4.5 puntos en el examen final de la asignatura.	Examen Intercuatrimestral (EI): A mitad de cuatrimestre se realizará un examen intercuatrimestral que abarcará todo el temario de la asignatura visto hasta ese momento. En lo sucesivo denotaremos por EI a la calificación (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen. El examen intercuatrimestral será liberatorio de materia para todos aquellos/as alumnos/as que obtengan una calificación mayor o igual a 6 puntos. Examen Final (EF): Al final del cuatrimestre se realizará un examen que abarcará toda la materia impartida. En lo sucesivo denotaremos por EF a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen. Para aquellos alumnos que hayan liberado materia en el examen intercuatrimestral, el examen final abarcará la materia desarrollada a partir del examen intercuatrimestral.	70 %



Actividades de evaluación grupales: • Resolución y entrega de problemas en grupo (EP) (15%) • Resolución de casos prácticos en grupo (CP) (15%)	• Resolución y entrega de problemas en grupo (EP): En cada tema de la asignatura habrá ciertos problemas que deberán ser resueltos y entregados por grupos. Cada grupo de trabajo se responsabilizará en cada tema de la resolución y entrega de uno de estos problemas. La entrega deberá hacerse por escrito o mediante la grabación de un vídeo donde los diferentes componentes del grupo intervendrán en la resolución del citado problema. Una vez corregida la entrega por el profesor y actualizada por el alumno, ésta será subida al Moodle de la asignatura para la consulta y estudio de los restantes compañeros. En lo sucesivo denotaremos por EP a la calificación (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en esta actividad a lo largo del cuatrimestre. • Resolución de casos prácticos en grupo (CP): Antes de finalizar el cuatrimestre se realizará una sesión de resolución grupal de casos prácticos. En dicha sesión cada grupo de trabajo tendrá que organizarse, colaborar e interactuar para resolver los casos prácticos planteados. En lo sucesivo denotaremos por CP a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por cada alumno en esta actividad grupal colaborativa.	30 %
---	---	-------------

Calificaciones

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno a lo largo del cuatrimestre, se realizarán las siguientes actividades de evaluación continua:

- **Examen Intercuatrimstral:** se realizará a mitad de cuatrimestre y abarcará todo el temario visto hasta el momento. En lo sucesivo denotaremos por **EI** a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen.
- **Resolución y entrega de problemas en grupo:** A lo largo del cuatrimestre los alumnos, organizados en grupos de trabajo, tendrán que entregar periódicamente la resolución de ciertos problemas y casos prácticos. En lo sucesivo denotaremos por **EP** la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en esta actividad grupal de evaluación.
- **Resolución de casos prácticos en grupo:** Al final del cuatrimestre se realizará una sesión de resolución grupal de casos prácticos. En dicha sesión los alumnos, organizados en grupos de trabajo, tendrán distribuirse el trabajo, colaborar e interactuar, para resolver los casos prácticos planteados. En lo sucesivo denotaremos por CP a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por cada alumno en esta actividad grupal colaborativa.

Además, al final del cuatrimestre se realizará un **examen final** de la asignatura, que abarcará toda la materia impartida, con la que el alumno obtendrá una nota (sobre 10 puntos) que en lo sucesivo denotaremos por **EF**.

1.- Evaluación en la convocatoria ordinaria:



La calificación **CO** del alumno en la convocatoria ordinaria será:

- Si la nota **EF** ≥ 4.5 , entonces **CO** será la nota máxima entre

$$C = (0.15 \cdot EI) + (0.15 \cdot CP) + (0.15 \cdot EP) + (0.55 \cdot EF) \text{ y } F = 0.9 \cdot EF$$

- Si **EF** < 4.5 , entonces **CO** = **EF**.

El alumno aprobará la asignatura en la convocatoria ordinaria si **CO** ≥ 5 , suspendiéndola en esta convocatoria en caso contrario.

2.- Evaluación en la convocatoria extraordinaria:

El alumno que se presente a esta convocatoria tendrá que realizar un examen final de la asignatura, que abarcará toda la materia impartida, con el que obtendrá una nota (sobre 10 puntos) que en lo sucesivo denotaremos por **EJ**. La calificación **CE** del alumno en la convocatoria extraordinaria será:

- Si la nota **EJ** ≥ 4.5 , entonces **CE** será la nota máxima entre

$$C = (0.15 \cdot EI) + (0.15 \cdot CP) + (0.15 \cdot EP) + (0.55 \cdot EJ) \text{ y } F = EJ$$

- Si **EJ** < 4.5 , entonces **CE** = **EJ**.

El alumno aprobará la asignatura en la convocatoria extraordinaria si **CE** ≥ 5 , suspendiendo la asignatura en caso contrario.

Normas de la asignatura:

- La falta de asistencia a lo largo del cuatrimestre a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (5 horas de clase), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.

Normas de uso de la IA:

- Se permite el uso de la IA para la búsqueda de información, planificación, síntesis, generación de ideas, estudio, redacción y presentación de los problemas y trabajos a entregar, evaluando y modificando críticamente cualquier contenido generado por ésta, demostrando así su comprensión. En todo caso, en cualquier tarea de entrega se permite el uso de la IA en la medida prevista en los niveles 2 y 3 de la guía <https://aiassessmentscale.com/>
- El uso de la IA tiene que estar citado en toda tarea de entrega, explicitando el uso que se ha hecho de ésta en cada una de las partes.
- No se permite el uso de la IA en ningún examen de la asignatura o prueba intermedia de evaluación del rendimiento.



BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

Apuntes del curso y diapositivas. S. Cano Casanova. 2026-27. (En Moodle de la asignatura).

Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos. 2ª edición. A. García García y Mª. José Muñoz Bouzo. Uned. Edit. Sanz y Torres. 2014.

Functional Analysis. Balmohan Vishnu Limaye, Indian Institute of Technology, Bombay. Wiley Eastern Limited, 1981.

Introduction to Functional Analysis. Bose, S.C. Macmillan Ltd, 1992.

Bibliografía Complementaria

Introduction to Hilbert Space. S.K. Berberian. AMS Chelsea. Providence, 1999.

Functional Analysis. G. Bachman and L. Narici. Dover. New York. 2000.

Introductory Functional Analysis with Applications. E. Kreyszig. John Wiley & Sons. Inc. New York, 1978.

**PLANIFICACIÓN
MATEMÁTICA AVANZADA
4º iMAT 2026-27**

PLANIFICACIÓN MATEMÁTICA AVANZADA iMAT 2026/27					
Nº semana	Activ. Presenciales	Horas	Activ. No Presenciales	Horas	Horas totales
1	Presentación de la asignatura. Inicio de Tema 1	2	Estudio.	1	3
2	Tema 1: Resultados sin los que no se puede vivir	2	Estudio.	2,5	4,5
3	Tema 1: Resultados sin los que no se puede vivir	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
4	Tema 2: Introducción a espacios métricos, normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
5	Tema 2: Introducción a espacios métricos, normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
6	Tema 2: Introducción a espacios métricos, normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
7	Tema 2: Introducción a espacios métricos, normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y revisión de problemas.	5	7
8	Examen intercuatrimestral	1,5	Preparación previa de examen	5	6,5
9	Tema 3: Operadores lineales y acotados	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto	5	7
10	Tema 3: Operadores lineales y acotados	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto.	5	7
11	Tema 4: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto	5	7
12	Tema 4: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto.	5	7
13	Tema 4: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	4	6
14	Tema 4: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y revisión de problemas.	5	7
	Examen Final	3	Preparación previa de examen	5	8
	Total horas:	30,5		59,5	90