



MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA MEDIANTE BOMBEO TÉRMICO DE CALOR INTEGRADO CON CENTROS DE DATOS

Autor: Arturo Martín Colino

Directores:

José Ignacio Linares Hurtado

Eva María Arenas Pinilla

Madrid

Junio 2026

Copyright © 2026 Arturo Martín Colino

Esta memoria se ha redactado en $\text{\LaTeX}$ y compilado en la plataforma Overleaf[®] empleando una plantilla proporcionada por Jaime Boal Martín-Larrauri.

Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las figuras han sido elaboradas por el autor usando las herramientas Matlab[®], Microsoft Visio[®], Microsoft Excel[®], Microsoft PowerPoint[®], Microsoft Excel[®], EES[®], Inkscape[®], KLatexFormula[®] y/o combinación de las mismas. No se ha empleado ninguna herramienta de Inteligencia Artificial Generativa (IAG) en la elaboración de las figuras.

En la elaboración de algunas tablas se ha empleado la herramienta Excel2 $\text{\LaTeX}$ [®].

La lista de referencias se ha elaborado mediante la herramienta JabRef[®].

Omnia in mensura, et numero, et pondere disposuisti
Libro de la Sabiduría 11:21

Declaración de originalidad

Declaro bajo mi responsabilidad que el Proyecto presentado con el título **Almacenamiento de energía mediante bombeo térmico de calor integrado con centros de datos** en la ETS de Ingeniería – ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el curso académico 2025-2026 es de mi autoría y no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada de otros documentos está debidamente referenciada.

Uso de Inteligencia Artificial¹

Declaro bajo mi responsabilidad que (indicar la opción correcta):

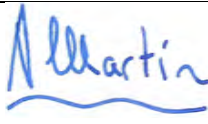
☐ No he utilizado Inteligencia Artificial en la elaboración del presente documento.

☒ He utilizado Inteligencia Artificial en la elaboración del presente documento y/o del Anexo B siempre en las condiciones permitidas por la Universidad Pontificia Comillas, es decir, aplicando el Nivel 2 de la [Escala de Evaluación de Perkins et al. \(2024\)](#): *“La IA puede utilizarse para actividades previas a la tarea, como la lluvia de ideas, la descripción y la investigación inicial. Este nivel se centra en el uso de la IA para la planificación, las síntesis y la generación de ideas, pero las evaluaciones deben hacer hincapié en la capacidad de desarrollar y refinar estas ideas de forma independiente”*. En concreto, la Inteligencia Artificial ha sido empleada para:

(indicar aquí el uso concreto que se ha hecho de la Inteligencia Artificial)

- Resolver algunos problemas encontrados al componer el documento en LaTeX
- Refinar la traducción del resumen al inglés

¹ Esta declaración se refiere al uso de la Inteligencia Artificial generativa para realizar los documentos del Proyecto (Anexo B y Memoria). No aplica a Proyectos donde, por su naturaleza, deban emplear inteligencia artificial como parte de los mismos (aplicación de técnicas de aprendizaje automático, redes neuronales, análisis de datos...)

Firmado (alumno): 
Fecha: 11/05/2026

Autorización para la entrega del Proyecto

El Director del Proyecto	El co-Director del Proyecto (si aplica)
Fdo:	Fdo:
Fecha:	Fecha:



MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA MEDIANTE BOMBEO TÉRMICO DE CALOR INTEGRADO CON CENTROS DE DATOS

Autor: Arturo Martín Colino

Directores:

José Ignacio Linares Hurtado

Eva María Arenas Pinilla

Madrid

Junio 2026

Almacenamiento de energía mediante bombeo térmico de calor integrado con centros de datos

Resumen

Los centros de datos son el soporte físico de gran parte de las tecnologías digitales basadas en la nube que forman parte del día a día de nuestra sociedad, y su desarrollo ha proliferado de forma masiva en los últimos años debido al *boom* de la Inteligencia Artificial Generativa. El gran consumo de energía eléctrica que presentan, unido a la necesidad de que este suministro sea ininterrumpido y seguro, han hecho que el desarrollo de la industria haya tenido lugar de la mano de la generación basada en gas. El proyecto presenta un diseño de sistema de conversión de potencia que permitiría satisfacer la demanda eléctrica de un centro de datos de forma segura y, a la vez, permitir la gestión de fuentes de energía renovable en momentos de menor demanda. Asimismo, se desarrollan sendas herramientas informáticas destinadas a optimizar el flujo de diseño de sistemas similares.

Palabras clave: Ingeniería Térmica · Centros de Datos · Ingeniería Energética · Eficiencia Energética · Computación Científica

Introducción

Durante los últimos años, las instalaciones conocidas como *data centers* o centros de datos han ganado notoriedad en la opinión pública debido al despliegue que se está produciendo de estas infraestructuras y del *boom* de la Inteligencia Artificial Generativa, que se ejecuta en este tipo de instalaciones. De acuerdo con [1], gran parte del crecimiento de los centros de datos en Estados Unidos se debe a las turbinas de gas, a tal punto de que algunos fabricantes lleguen a preocuparse de que si se trata de una burbuja estén sobreexpuestos a riesgo. La causa del empleo de esta tecnología radica principalmente en las ventajas de seguridad de suministro que presenta frente a tecnologías renovables tradicionales, así como el reducido coste del gas natural en Estados Unidos.

Uno de los motivos que ha hecho que los centros de datos estén en el foco de la opinión pública es su elevado consumo de energía, asociado muchas veces en la prensa popular a la Inteligencia Artificial [2, 3], aunque la fracción del total del consumo que esta supone resulta difícil de definir según la IEA [4]. Pese a estas críticas, su impacto económico es relevante en el

panorama español: de acuerdo con SpainDC, la asociación española de centros de datos, en 2022 constituyeron el 2,49 % del PIB nacional [5].

Definición del proyecto

Se propone como tema del proyecto el diseño y cálculo de un sistema novedoso de conversión de potencia y almacenamiento aplicado a un centro de datos basado en turbinas de gas que, manteniendo las ventajas de seguridad de suministro antes mencionadas, presente una alta eficiencia en la conversión de energía y permita mejorar la gestión de fuentes de energía renovable en la red eléctrica. Un croquis del problema a resolver se muestra en la Figura 1.

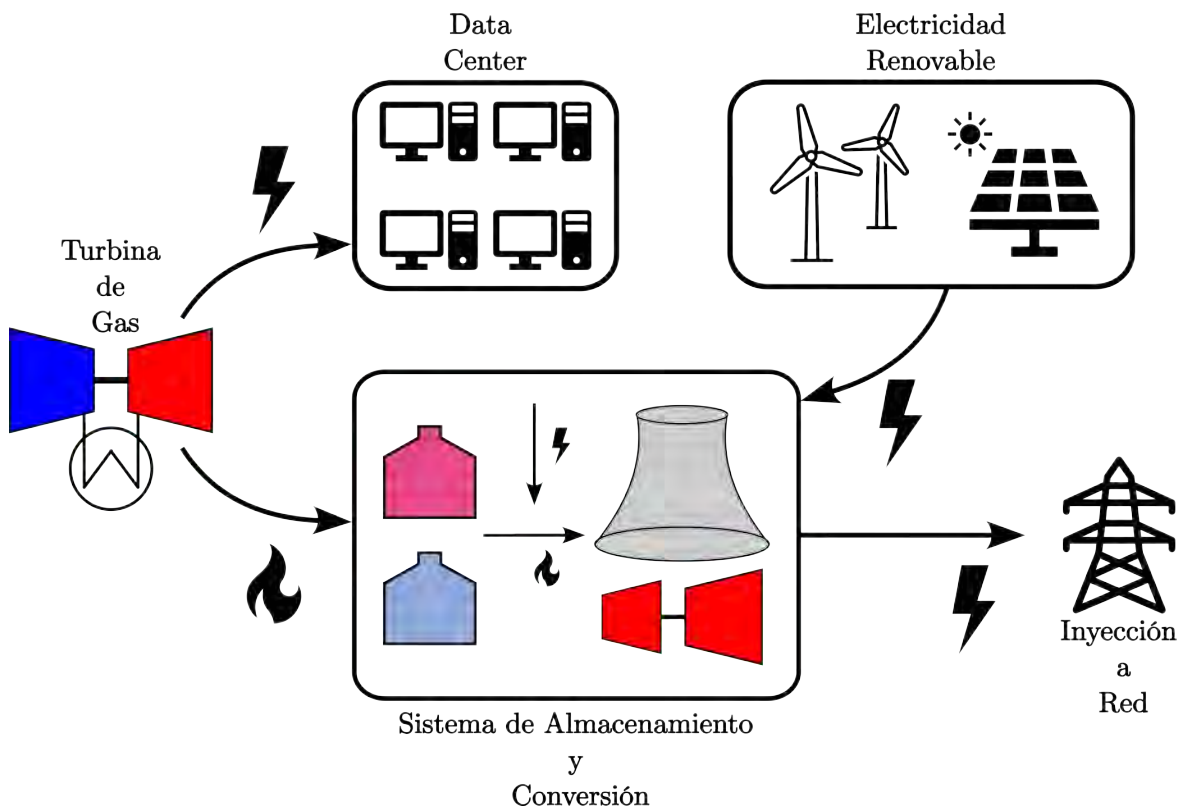


Figura 1. Croquis del problema a resolver

Con el fin de optimizar la metodología de diseño, se propone también como objetivo auxiliar del proyecto el desarrollo de sendos programas informáticos para automatizar el predimensionamiento de la turbomaquinaria y el cálculo de las tuberías. Estos programas se han preparado buscando que sean reutilizables y fácilmente adaptables a nuevos diseños diferentes al desarrollado en el proyecto.

Metodología

El desarrollo del proyecto comprende cinco áreas de trabajo claramente diferenciadas. La primera consiste en el diseño y modelado termodinámico del ciclo objeto del trabajo, partiendo de la cual siguen sendas fases dedicadas respectivamente al diseño de los intercambiadores de calor, prediseño de la turbomaquinaria y dimensionamiento de las tuberías. Una vez realizadas estas fases, se lleva a cabo un análisis económico para comprobar la viabilidad financiera del proyecto. Un resumen gráfico de las mismas se muestra en la Figura 2. El desarrollo de los

programas informáticos correspondientes al predimensionamiento de la turbomaquinaria y al cálculo de tuberías se lleva a cabo en las fases dedicadas a los respectivos equipos. Las

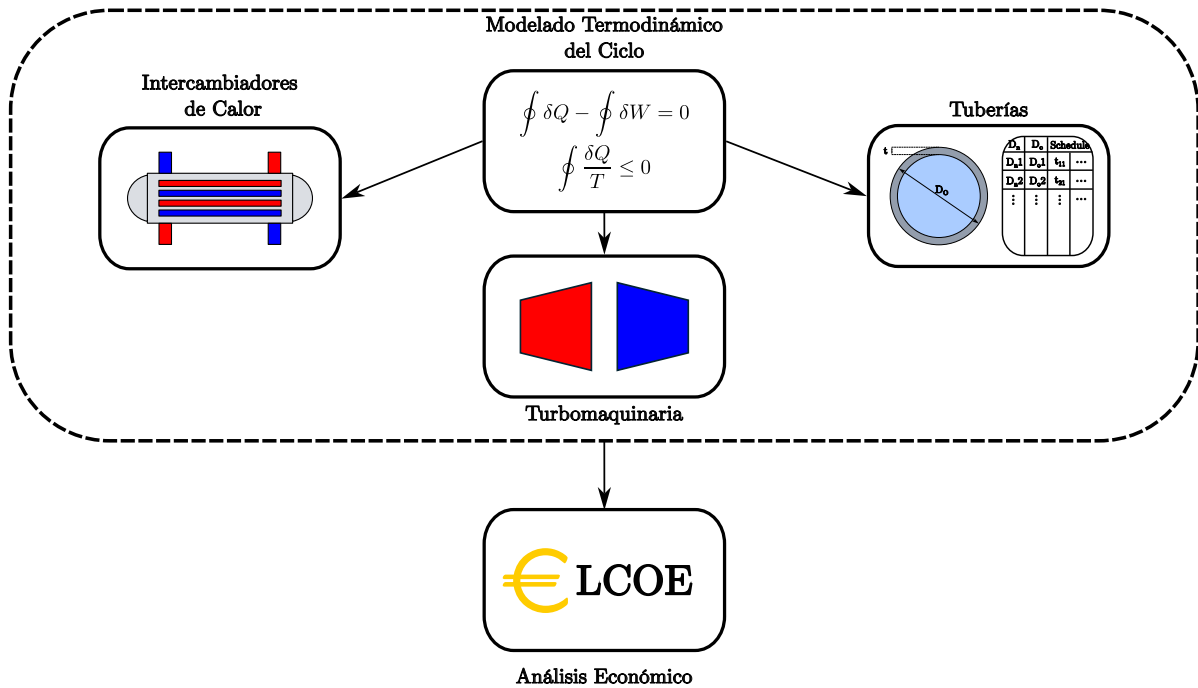


Figura 2. Esquema de trabajo seguido

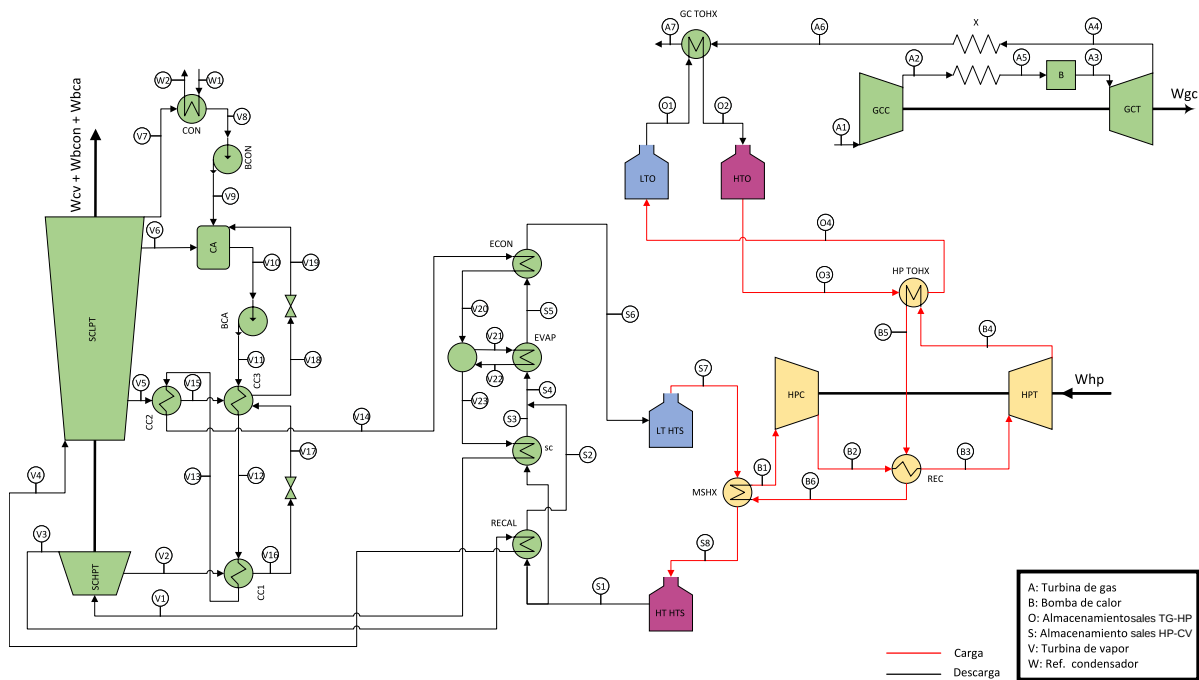
herramientas a emplear en el proyecto por parte de la Física son las que Bejan [6] denomina *Ciencias Térmicas*, a saber la Termodinámica y la Transmisión de Calor, a las que se ha añadido la Mecánica de Fluidos siguiendo a Moratilla [7].

Por otra parte, el desarrollo del trabajo se enmarca dentro de lo que se denomina *Ciencia computacional* en [8]: los problemas tratados han de resolverse con el apoyo de herramientas informáticas, bien sea empleando aproximaciones numéricas o simplemente aprovechando la potencia de cálculo de los ordenadores, debido a sus dimensiones y a la imposibilidad de llegar a un resultado optimizado de forma manual. En este sentido, se emplea profusamente el programa EES® [9] como herramienta principal de cálculo, además de para desarrollar el programa de predimensionamiento de turbomaquinaria, mientras que el programa Matlab® [10] se emplea como herramienta de cálculo auxiliar en algunas partes del trabajo y como herramienta principal con la que se construye el programa de cálculo de tuberías.

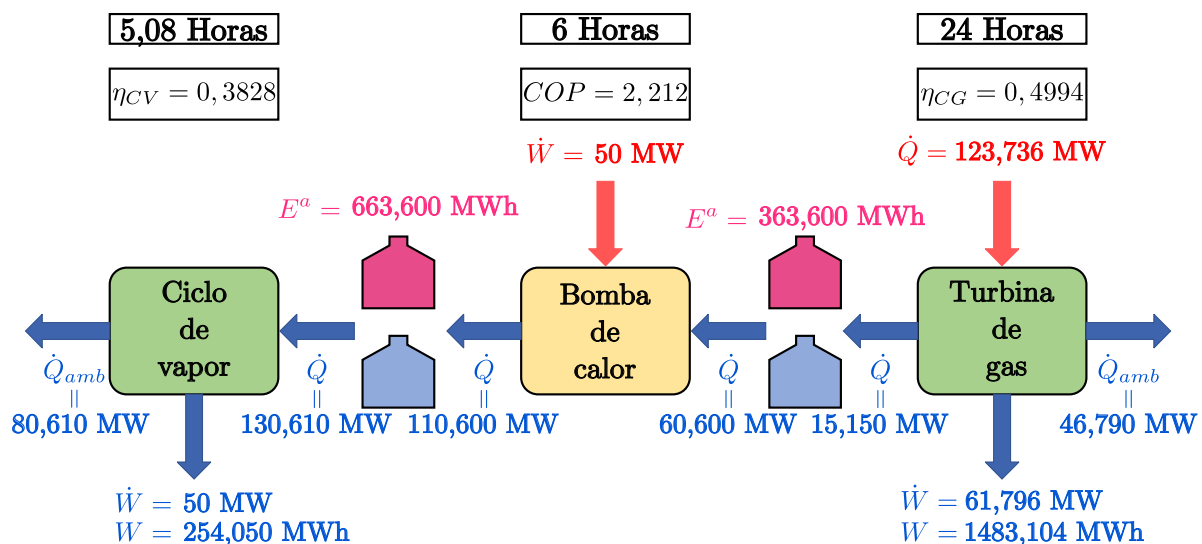
Resultados

El sistema de conversión diseñado en el proyecto se muestra en la Figura 3, en la que se pueden observar sus sistemas constituyentes:

- **Ciclo Brayton:** Se trata de un ciclo basado en una turbina de gas regenerativa (los gases de escape de la turbina precalientan la entrada a la cámara de combustión). Alimenta al centro de datos de forma continua.
- **Bomba de calor:** Se encarga de revalorizar la energía almacenada de los gases de escape de la turbina, permitiendo su aprovechamiento en un sistema de conversión de potencia (ciclo Rankine) situado aguas abajo.



- **Ciclo Rankine:** Se trata de un ciclo basado en turbinas de vapor que aprovecha la energía revalorizada por la bomba de calor para generar electricidad, que se entregará a la red o a otro consumo.
- **Sistemas de almacenamiento:** Localizados tanto en la interfaz del ciclo Brayton con la bomba de calor como en la interfaz de la bomba de calor con el ciclo Rankine, permiten almacenar respectivamente la energía de los gases de escape y la energía revalorizada por la bomba de calor. Se trata de sistemas de almacenamiento térmico basados en sales fundidas.



En la Figura 4 se muestra la configuración (horas que funciona cada ciclo y potencias de los mismos) y el balance de energías del sistema. El ciclo Brayton se ha dimensionado para funcionar de modo ininterrumpido aportando una potencia de 61,76 MW al centro de datos, la

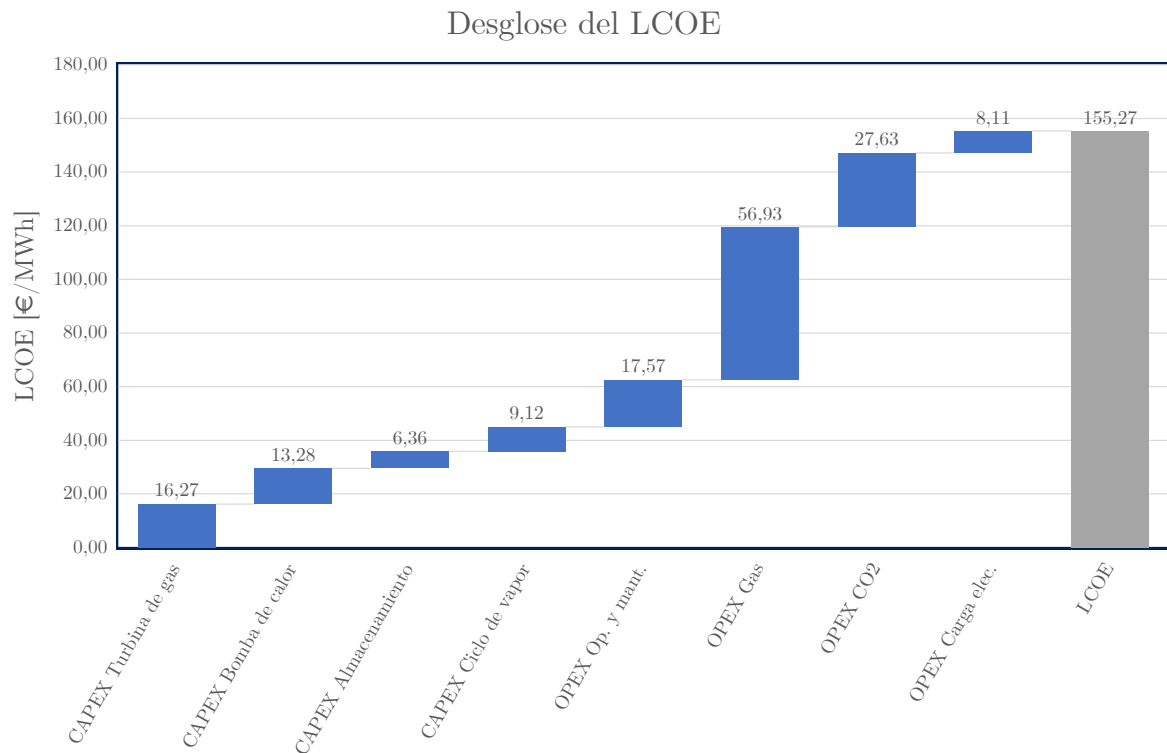


Figura 5. Desglose del LCOE en sus distintos componentes

bomba de calor se ha dimensionado para trabajar durante seis horas con un aporte de trabajo de 50 MW y el ciclo Rankine se ha dimensionado para una potencia nominal de 50 MW, lo que arroja un funcionamiento de 5,08 horas diarias.

El LCOE resultante del sistema es de 155,27 €/MWh, lo que resulta un coste alto habida cuenta de que existen sistemas de energía solar concentrada con capacidades de almacenamiento de 11 horas que alcanzan LCOEs de 143 €/MWh. Sin embargo, ha de tenerse en cuenta que el sistema diseñado permite garantizar seguridad de suministro a un centro de datos, almacenar y gestionar electricidad proveniente de fuentes renovables y descargarla de forma síncrona y con inercia rodante, por lo que aporta numerosos servicios adicionales al sistema eléctrico en su conjunto. En la Figura 5 se muestra el desglose del LCOE en sus distintos componentes.

Conclusiones

En este proyecto se ha llevado a cabo el diseño y análisis de un sistema de conversión de potencia destinado a satisfacer la demanda eléctrica de un centro de datos y a suministrar electricidad a la red. El sistema se ha dimensionado para suministrar de forma nominal una potencia de 61,796 MW al centro de datos durante las 24 horas del día, gestionando 300 MWh de energía generada mediante fuentes renovables y suministrando a la red una potencia de 50 MW durante 5,08 horas.

El LCOE de la energía generada por el sistema es de 155,27 €/MWh, superior al que obtienen otros sistemas de generación con almacenamiento, si bien el sistema proporciona de forma conjunta varios servicios adicionales a la mera inyección de electricidad en la red, como son el hacerlo mediante generación síncrona rodante y contribuir a la gestión de la generación renovable durante las horas de mayor demanda.

Adicionalmente, se han desarrollado sendos programas informáticos que facilitan el dimensionado de equipos que forman parte del sistema, como son la turbomaquinaria y las tuberías. Los resultados obtenidos mediante su uso han sido satisfactorios, tanto a nivel de la corrección de los mismos como de la reducción del tiempo empleado al dimensionamiento de los equipos.

Por tanto, el trabajo desarrollado en el proyecto ha contribuido tanto a evaluar sistemas de conversión de potencia novedosos que pretenden solucionar algunos de los retos que presenta el panorama energético actual como al desarrollo de herramientas especializadas para el diseño de estos sistemas. Fruto de este trabajo se ha presentado una ponencia en el congreso SolarPACES 2025, en colaboración con la UNED [11].

Bibliografía

- [1] Z. Skidmore, «Gas turbine manufacturers struggling to meet surging demand from data centers», *DatacenterDynamics*, 24 de mar. de 2025. dirección: <https://www.datacenterdynamics.com/en/news/gas-turbine-manufacturers-struggling-to-meet-surging-demand-from-data-centers-report/>.
- [2] M. S. Zavia, «Google ha revelado al fin cuánta electricidad y agua consume su IA. Las estimaciones no podían estar más erradas», *Xataka*, 21 de ago. de 2015. dirección: <https://www.xataka.com/energia/google-ha-revelado-al-fin-cuanta-electricidad-agua-consume-su-ia-estimaciones-no-podian-estar-erradas>.
- [3] A. Martín, «Esta es la energía y el agua que gastas cada vez que creas una imagen mediante IA», *Hipertextual*, 28 de mar. de 2025. dirección: <https://hipertextual.com/ciencia/consumo-imagenes-ia/>.
- [4] International Energy Agency, «Energy and AI», rep. de inv., jul. de 2025. dirección: <https://www.iea.org/reports/energy-and-ai>.
- [5] «SpainDC», dirección: <https://spaindc.com/>.
- [6] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, 4.^a ed. Wiley, 2016.
- [7] B. Y. Moratilla Soria, «De la Termodinámica a la Ingeniería Energética. Historia, metodología, recursos y tecnologías», en *Toma de posesión como Académica de Número*, 28 de oct. de 2015. dirección: https://www.rade.es/imageslib/ACADEMICOS/DISCURSOS/MORATILLA%20SORIA,%20Beatriz%20Yolanda_Discursoingreso.pdf.
- [8] T. Hey, S. Tansley, K. M. Tolle et al., *The fourth paradigm: data-intensive scientific discovery*. Microsoft research Redmond, WA, 2009, vol. 1. dirección: https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2009/10/Fourth_Paradigm.pdf.
- [9] F-Chart Software. «EES: Engineering Equation Solver». dirección: <https://fchartsoftware.com/ees/>.
- [10] MathWorks. «Matlab». dirección: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [11] A. Martín-Colino, J. I. Linares, E. Arenas, J. R. Pérez-Domínguez, M. J. Montes y A. Cantizano, «Smart energy management for data centers: leveraging CSP, gas turbines and Carnot batteries», en *31st SolarPACES Conference*, (Almería, Spain, 23-26 de sep. de 2025).

Pumped thermal energy storage integrated with data centers

Abstract

Data centers serve as the physical backbone for much of the cloud-based digital technology that is now an integral part of our daily lives, and their development has exploded in recent years due to the boom in Generative Artificial Intelligence. As a consequence of their high electricity consumption, together with the need for an uninterrupted and reliable power supply, the industry's development has gone hand in hand with gas-based power generation. The project presents a power conversion system design that would safely meet the electricity demand of a data centre while also enabling the management of renewable energy sources during periods of lower demand. Additionally, computer tools have been developed to optimize the design process for similar systems.

Keyword: Thermal Engineering · Data Centers · Energy Engineering · Energy Efficiency · Scientific Computing

Introduction

In recent years, facilities known as data centers have gained public attention due to the ongoing expansion of this infrastructure and the boom in Generative Artificial Intelligence, which runs on this type of facilities. According to [1], much of the growth of data centers in the United States is due to gas turbines, up to the point that some manufacturers are concerned that if this is a bubble, they are overexposed to risk. The reason for the use of this technology lies primarily in the security of supply advantages it offers over traditional renewable technologies, as well as the low cost of natural gas in the United States.

One of the reasons data centers have come under public scrutiny is their high energy consumption, often linked in the popular press to Artificial Intelligence [2, 3], although the share of total consumption that this represents is difficult to define according to the IEA [4]. Despite this criticism, their economic impact is significant in Spain: according to SpainDC, the Spanish data centre association, in 2022 they accounted for 2.49% of the national GDP [5].

Project definition

The proposed project topic is the design and calculation of an innovative power conversion and storage system for a gas turbine-based power plant aimed at powering a data centre that,

while maintaining the aforementioned advantages in terms of supply security, offers high energy conversion efficiency and enables improved management of renewable energy sources within the power grid. A sketch of the problem to be solved is shown in Figure 6.

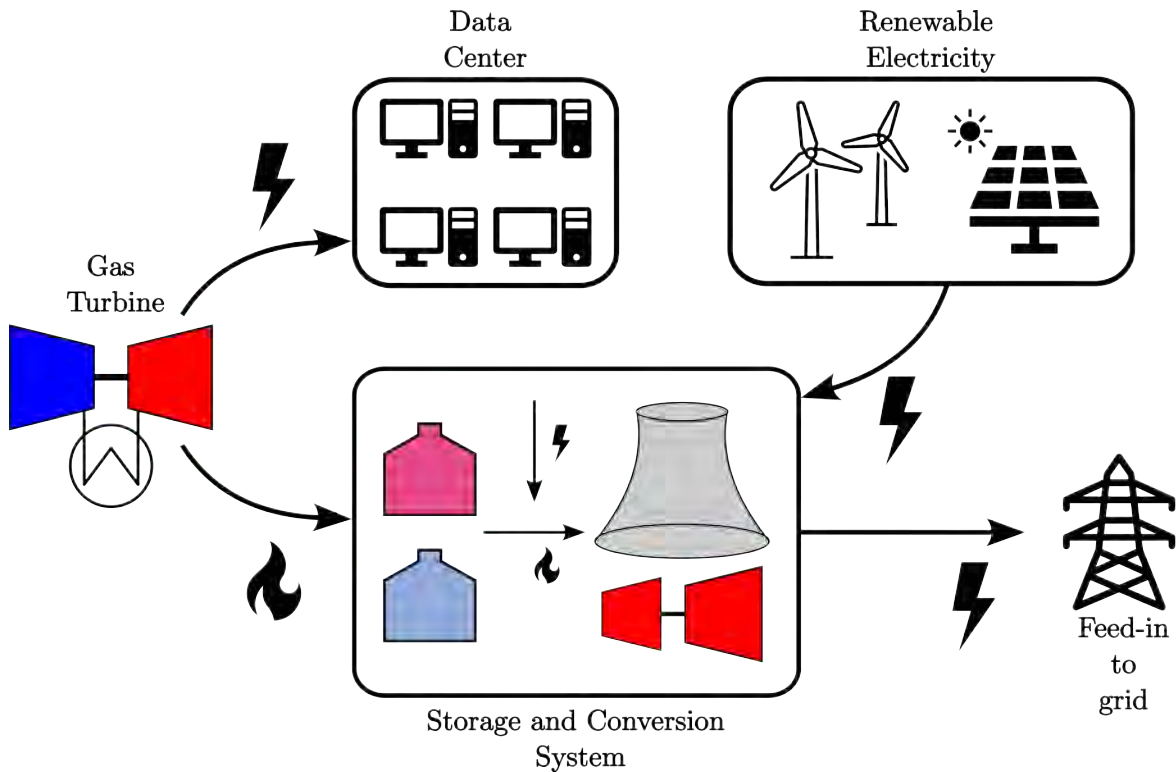


Figure 6. Sketch of the problem to be solved

In order to optimize the design methodology, the project also aims to develop two computer programs to automate the preliminary sizing of turbomachinery and the calculation of pipes. These programs have been designed to be reusable and easily adaptable to new designs different from the one developed in this project.

Methodology

The project comprises five clearly defined work areas. The first involves the design and thermodynamic modelling of the cycle under study, followed by phases dedicated respectively to the design of heat exchangers, the preliminary design of turbomachinery, and the sizing of pipes. Once these phases are completed, an economic analysis is conducted to verify the project's financial viability. A graphical summary of these phases is shown in Figure 7. The development of the software programs for the preliminary sizing of the turbomachinery and the pipes calculations is carried out during the phases dedicated to the respective equipment.

The physics tools to be used in the project are those that Bejan [6] refers to as *Thermal Sciences*, namely thermodynamics and heat transfer, to which Fluid Mechanics has been added, following Moratilla [7].

Furthermore, the development of this work falls within the scope of what is referred to as *Computational Science* in [8]: the problems addressed must be solved with the aid of

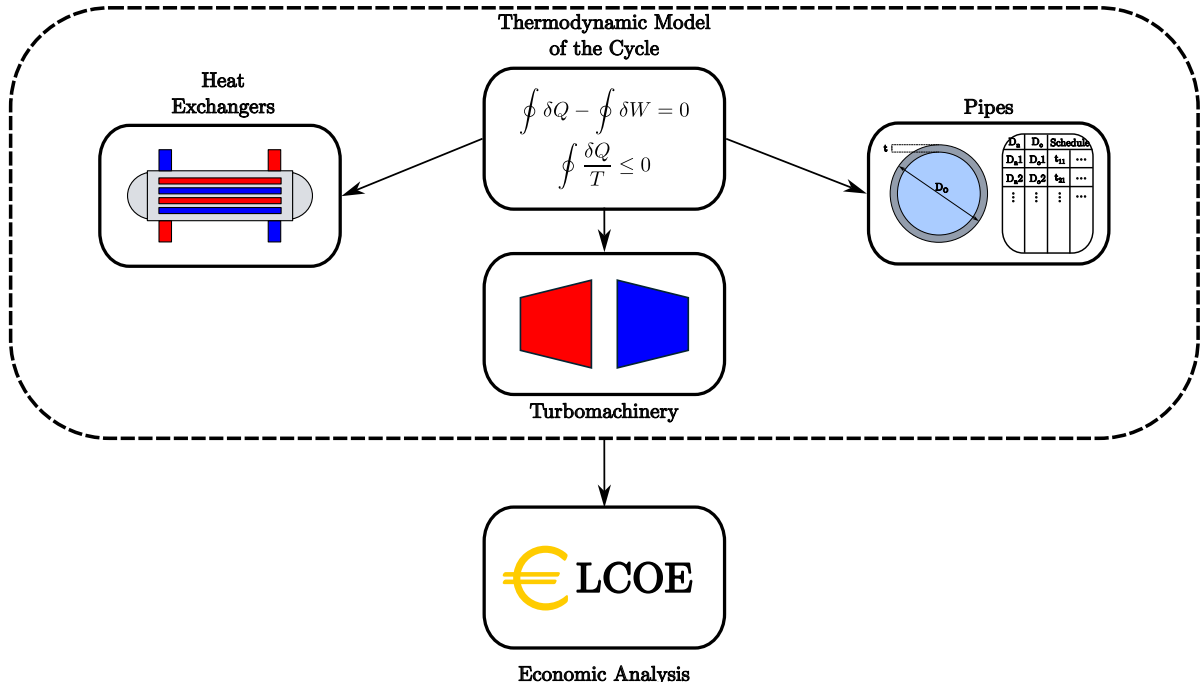


Figure 7. Project's workflow

computational tools, either by employing numerical approximations or simply by leveraging the computational power of computers, due to the scale of the problems and the impossibility of achieving an optimized result manually. In this regard, EES[®] [9] is used extensively as the primary computational tool, as well as for developing the turbomachinery pre-dimensioning program, while the Matlab[®] [10] program is used as an auxiliary computational tool in some parts of the work and as the primary tool for building the pipes calculation program.

Results

The conversion system designed in the project is shown in Figure 8, in which its constituent systems can be observed:

- **Brayton cycle:** This is a cycle based on a regenerative gas turbine (the turbine exhaust gases preheat the inlet to the combustion chamber). It supplies power to the data centre continuously.
- **Heat pump:** It is responsible for upgrading the energy stored from the turbine exhaust gases, allowing it to be utilised in a power conversion system (Rankine cycle) located downstream.
- **Rankine cycle:** This is a cycle based on steam turbines that utilises the energy upgraded by the heat pump to generate electricity, which will be delivered to the grid or to another load.
- **Storage systems:** Located both at the interface between the Brayton cycle and the heat pump and at the interface between the heat pump and the Rankine cycle, these allow for the storage of the exhaust gas energy and the upgraded energy from the heat pump, respectively. These are thermal energy storage systems based on molten salts.

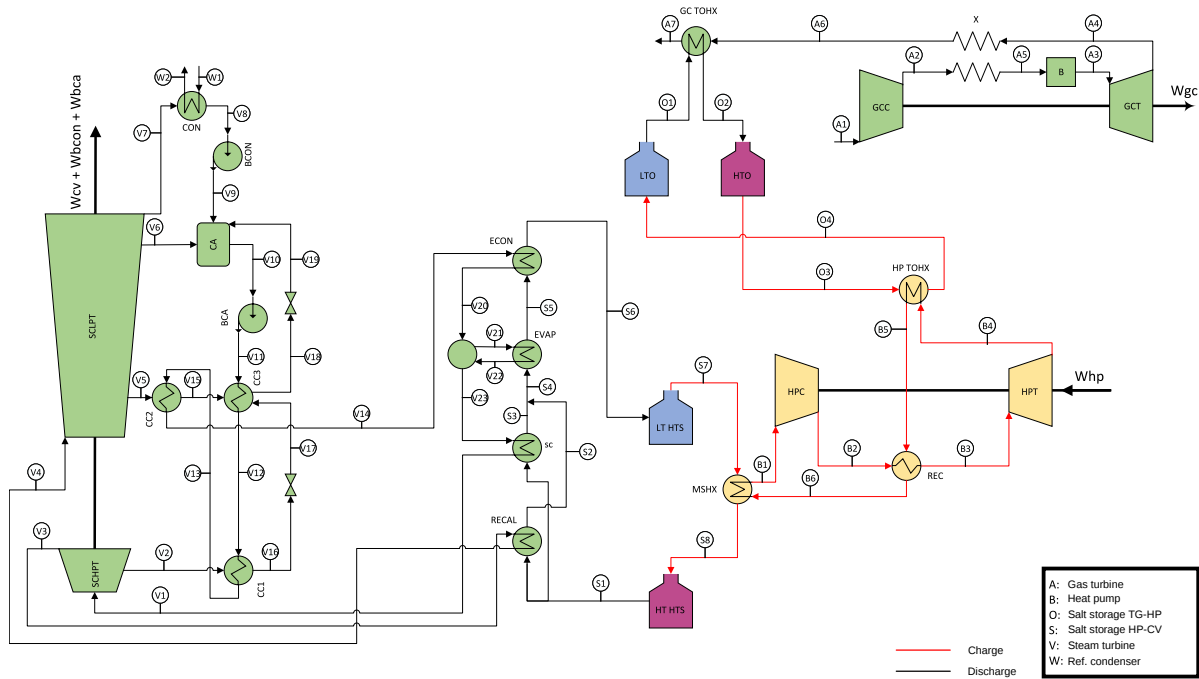


Figure 8. Layout of proposed cycle

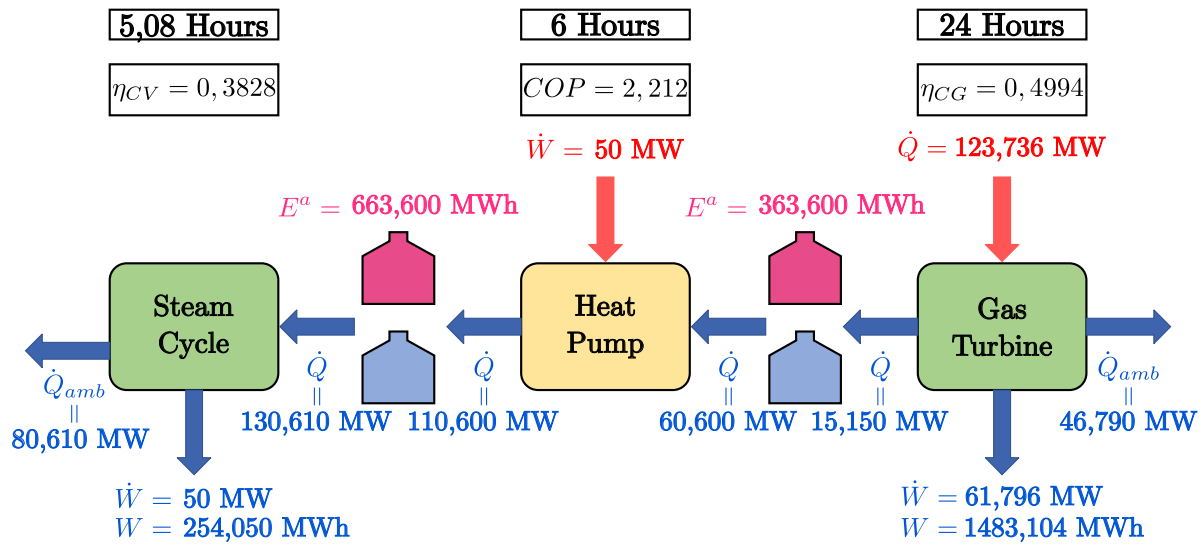


Figure 9. Global energy balance of the cycle

Figure 9 shows the configuration (operating hours and power ratings for each cycle) and the energy balance of the system. The Brayton cycle has been sized to operate uninterruptedly, providing a power output of 61,76 MW to the data centre; the heat pump has been sized to work for six hours with a work input of 50 MW, and the Rankine cycle has been sized for a nominal power of 50 MW, resulting in 5,08 hours of daily operation.

The resulting LCOE of the system is €155,27/MWh, which is a high cost considering that concentrated solar power systems with 11-hour storage capacities achieve LCOEs of €143/MWh. However, it must be taken into account that the designed system guarantees security of supply to a data centre, stores and manages electricity from renewable sources, and discharges it synchronously with rotating inertia, thereby providing numerous additional services to the

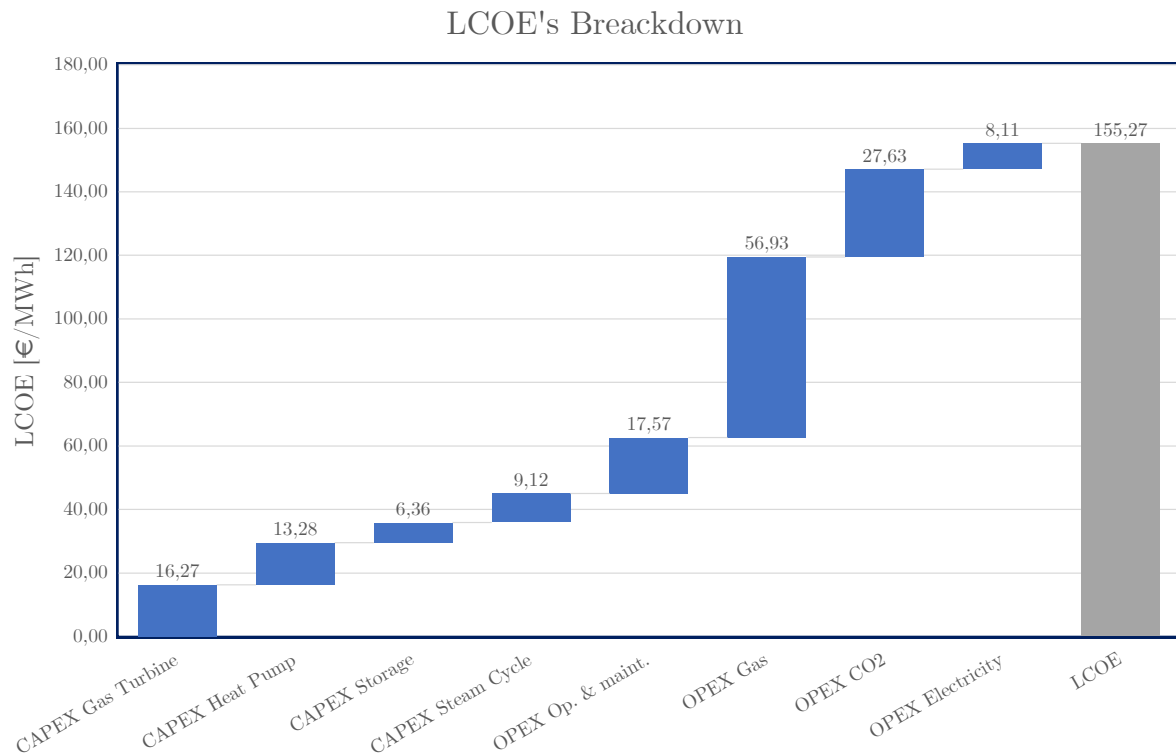


Figure 10. Breakdown of LOCE into its different components

electrical system as a whole. Figure 10 shows the breakdown of the LCOE into its various components.

Conclusions

This project involved the design and analysis of a power conversion system intended to meet the electricity demand of a data centre and supply electricity to the grid. The system has been sized to nominally supply 61,796 MW of power to the data centre 24 hours a day, managing 300 MWh of energy generated from renewable sources and supplying 50 MW of power to the grid for 5,08 hours.

The LCOE of the energy generated by the system is 155,27 €/MWh, higher than that achieved by other generation systems with storage, although the system collectively provides several additional services beyond simply feeding electricity into the grid, such as doing so via rolling synchronous generation and contributing to the management of renewable generation during peak demand hours.

Additionally, two computer programs have been developed to facilitate the sizing of equipment that forms part of the system, such as turbomachinery and pipes. The results obtained through their use have been satisfactory, both in terms of their accuracy and the reduction in the time required for equipment sizing.

Therefore, the work carried out in the project has contributed both to evaluating novel power conversion systems that aim to address some of the challenges posed by the current energy landscape and to the development of specialized tools for designing these systems. The results obtained have been presented at the SolarPACES 2025 conference, in a talk in collaboration with UNED [11].

Bibliography

- [1] Z. Skidmore, «Gas turbine manufacturers struggling to meet surging demand from data centers», *DatacenterDynamics*, Mar. 24, 2025. [Online]. Available: <https://www.datacenterdynamics.com/en/news/gas-turbine-manufacturers-struggling-to-meet-surging-demand-from-data-centers-report/>.
- [2] M. S. Zavia, «Google ha revelado al fin cuánta electricidad y agua consume su ia. las estimaciones no podían estar más erradas», *Xataka*, Aug. 21, 2015. [Online]. Available: <https://www.xataka.com/energia/google-ha-revelado-al-fin-cuanta-electricidad-agua-consume-su-ia-estimaciones-no-podian-estar-erradas>.
- [3] A. Martín, «Esta es la energía y el agua que gastas cada vez que creas una imagen mediante ia», *Hipertextual*, Mar. 28, 2025. [Online]. Available: <https://hipertextual.com/ciencia/consumo-imagenes-ia/>.
- [4] International Energy Agency, «Energy and ai», research rep., Jul. 2025. [Online]. Available: <https://www.iea.org/reports/energy-and-ai>.
- [5] «Spaindc». [Online]. Available: <https://spaindc.com/>.
- [6] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, 4th ed. Wiley, 2016.
- [7] B. Y. Moratilla Soria, «De la Termodinámica a la Ingeniería Energética. Historia, metodología, recursos y tecnologías», in *Toma de posesión como Académica de Número*, Oct. 28, 2015. [Online]. Available: https://www.rade.es/imageslib/ACADEMICOS/DISCURSOS/MORATILLA%20SORIA,%20Beatriz%20Yolanda_Discursoingreso.pdf.
- [8] T. Hey, S. Tansley, K. M. Tolle, et al., *The fourth paradigm: data-intensive scientific discovery*. Microsoft research Redmond, WA, 2009, vol. 1. [Online]. Available: https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2009/10/Fourth_Paradigm.pdf.
- [9] F-Chart Software. «Ees: Engineering equation solver». [Online]. Available: <https://fchartsoftware.com/ees/>.
- [10] MathWorks. «Matlab». [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [11] A. Martín-Colino, J. I. Linares, E. Arenas, J. R. Pérez-Domínguez, M. J. Montes, and A. Cantizano, «Smart energy management for data centers: Leveraging CSP, gas turbines and Carnot batteries», in *31st SolarPACES Conference*, (Almería, Spain, Sep. 23–26, 2025).

Agradecimientos

Si el TFG de Ingeniería Industrial supuso el ecuador de mi paso por la carrera, como indiqué en sus agradecimientos, este TFM supone el fin de mi etapa de estudiante. Por ello, quiero agradecer en primer lugar a mis padres, Arturo y María, por todos los esfuerzos y privaciones que han hecho para que pueda estudiar en ICAI, por intentar darnos siempre la mejor formación a mi hermano y a mí y por estar siempre ahí para lo que fuese. También a mi hermano por aguantarme y a mis abuelos por el tiempo robado en verano para redactar esta memoria y por cuidar siempre de nosotros.

A mis directores, José Ignacio Linares y Eva Arenas. José Ignacio, muchas gracias por todo el tiempo que me has dedicado y por responder mis dudas aun cuando no me dabas clase ni me dirigías el proyecto. La pequeña parcela de conocimiento sobre Energía que atesoro es gracias a ti, *si parva licet componere magnis*. Eva, gracias por confiar en mí y darme libertad con este proyecto, pese a que a ti te supusiese más trabajo y tuvieses que revisar código a horas intempestivas. Gracias de corazón.

Acabando mi etapa en la Escuela, por ahora, me gustaría también agradecer a aquellos profesores que sentaron un antes y un después: a Lucía Cerrada por recibarnos en primero de carrera y ayudarnos con el cambio de etapa, a Elena Giménez por sus clases de Cálculo en primero y por creer en mí, a Manu Villanueva por su confianza con la beca de Numérico y por sacar siempre un hueco para charlar un rato y para responder alguna duda, a Emanuel Mompó por tener siempre un momento para lo que haga falta, a Yolanda Moratilla por su confianza con la beca de Materias Primas Críticas, a Federico Ramírez por introducirme en el mundo de la Termodinámica (y del Cálculo Numérico), a Pablo del Saz por introducirme al mundo del Aprendizaje Estadístico y por responder siempre a mis dudas, a Luis Mochón por enseñarme a pensar “en palabras sencillas”, a Jaime Boal por las muchas horas respondiendo a las dudas más variadas y por prestarme la plantilla de este documento, a José Carlos Romero por darme nuevos puntos de vista y a Miguel Adroher por dirigirme el TFG de ADE y por su paciencia infinita.

A la profesora María José Montes, por prestarnos su ayuda y experiencia con los costes del ciclo Rankine.

Mi último agradecimiento, pero no el menos importante desde luego, a mis amigos por estar siempre ahí y por soportarme, tanto los de la carrera como los de siempre. En especial a Pablo, que sabe que mi único tema de conversación cuando sale la energía de por medio es la inercia.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación del trabajo	1
1.2. Descripción del problema a resolver	2
1.3. Desarrollo del trabajo realizado	3
2. Estado del arte	5
2.1. Sistema eléctrico	5
2.2. Centros de procesamiento de datos (<i>data centers</i>)	10
2.3. CO ₂ Supercrítico como fluido de trabajo	13
2.3.1. Fundamentos termodinámicos	13
2.3.2. Ciclos de potencia	14
2.3.3. Bombas de calor	18
2.3.4. Otros usos industriales del CO ₂ Supercrítico	19
2.4. Almacenamiento energético	19
2.4.1. Almacenamiento térmico	20
2.5. Trabajo previo sobre el problema a resolver	21
3. Metodología	23
3.1. Modelado del ciclo termodinámico	24
3.1.1. Ciclo Brayton	25
3.1.2. Lazo de sales TG-HP	26
3.1.3. Bomba de calor	27
3.1.4. Lazo de sales HP-CV	28
3.1.5. Ciclo Rankine	30
3.2. Diseño de los intercambiadores de calor	34
3.2.1. Método ΔT_{Lm}	35
3.2.2. Método $\epsilon - NUT$	37
3.2.3. Método de los subintercambiadores	38
3.3. Análisis de la turbomaquinaria	40
3.3.1. Algoritmo propuesto	43
3.3.1.1. Lectura e interpolación de los Diagramas de Balje	44
3.3.1.2. Predimensionamiento de máquinas individuales	47
3.3.1.3. Predimensionamiento con máquinas acopladas	53
3.4. Diseño de las tuberías	56
3.4.1. Programa diseñado	57
3.4.1.1. Programa Principal	58

3.4.1.2. Funciones Básicas	59
3.4.1.3. Funciones de lectura y Auxiliares	60
3.4.1.4. Funciones de Cálculo	61
3.5. Análisis económico	61
3.5.1. Coste Normalizado de Energía: LCOE	61
3.5.2. Modelos de coste	66
4. Resultados	71
4.1. Prestaciones y configuración del ciclo	71
4.1.1. Resultados globales	71
4.1.2. Ciclo Brayton	72
4.1.3. Bomba de calor	73
4.1.4. Ciclo Rankine	73
4.2. Intercambiadores de calor	74
4.3. Turbomaquinaria	78
4.4. Tuberías	85
4.5. Análisis económico	93
5. Conclusiones y trabajo futuro	95
5.1. Conclusiones	95
5.2. Trabajo futuro	96
5.2.1. Sistema de conversión	96
5.2.2. Algoritmo para prediseño de turbomaquinaria	96
5.2.3. Programa para dimensionamiento de tuberías	98
A. Propuesta de ampliación del algoritmo de Baljé	101
B. Propuesta de mejora del programa de predimensionamiento de turbomáquinas	105
C. Métodos de Optimización	109
C.1. Perspectiva histórica de los métodos de optimización	110
C.2. Método de las direcciones conjugadas	111
C.3. Método de la métrica variable	114
C.4. Método del Simplex de Nelder-Mead	115
C.5. Método DIRECT	121
C.6. Algoritmo Genético	127
C.6.1. Selección	129
C.6.2. Cruzamiento	130
C.6.3. Mutación	130
C.6.4. ¿Por qué escoger el Algoritmo Genético?	130
D. Alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)	133
Bibliografía	135

Índice de figuras

Figura	1. Croquis del problema a resolver	X
Figura	2. Esquema de trabajo seguido	XI
Figura	3. Ciclo propuesto	XII
Figura	4. Balance de energías global del ciclo	XII
Figura	5. Desglose del LCOE en sus distintos componentes	XIII
Figure	6. Sketch of the problem to be solved	XVI
Figure	7. Project's workflow	XVII
Figure	8. Layout of proposed cycle	XVIII
Figure	9. Global energy balance of the cycle	XVIII
Figure	10. Breakdown of LOCE into its different components	XIX
Figura	1.1. Croquis del problema a resolver	3
Figura	1.2. Desarrollo del trabajo realizado	4
Figura	2.1. Coste diario [M€] de los mecanismos de control en abril y mayo de 2025. Adaptada de [10]	7
Figura	2.2. Precio medio de la energía (mercado diario), coste del servicio de control de tensión y coste de los ciclos combinados durante abril y mayo de 2025 [€/MWh]. Adaptado de [10]	7
Figura	2.3. Trinomio energético	8
Figura	2.4. Evolución del consumo energético de los centros de datos por tipo de los mismos y desglose por equipos. Adaptado de [26]	11
Figura	2.5. Analogía que muestra la ventaja de contar con un PUE cercano a la unidad	13
Figura	2.6. Diagrama T - v del agua en el que se muestra el punto crítico [36]	14
Figura	2.7. Esquema del ciclo regenerativo y de re-compresión [3]	16
Figura	2.8. Comparativa del tamaño de las turbomáquinas para distintos ciclos. Adaptado de [39]	16
Figura	2.9. Variación de la densidad del CO ₂ en función de la temperatura para las presiones de 75 bar y 85 bar [37]	17
Figura	2.10. Croquis de un intercambiador PCHE. Dimensiones en [mm]	18
Figura	2.11. Renderizado de la bomba de calor S – CO ₂ desarrollada por EVERLLENCE. Adaptado de [52]	19
Figura	2.12. Ciclo de vida del carbono para un centro de datos. Adaptado de [25]	22
Figura	3.1. Esquema de trabajo seguido	23
Figura	3.2. Ciclo propuesto	25
Figura	3.3. Volúmenes de control a considerar en el método ΔT_{Lm}	36
Figura	3.4. Diagrama T-Q de un intercambiador arbitrario	37

Figura 3.5. Modelo de discretización en subintercambiadores	39
Figura 3.6. Hipótesis empleadas en los distintos métodos de resolución de intercambiadores de calor	39
Figura 3.7. Diagrama de Baljé para bombas [75]	42
Figura 3.8. Esquema de funcionamiento del algoritmo propuesto	45
Figura 3.9. Proceso de lectura e interpolación. La imagen muestra como ejemplo el diagrama de Baljé correspondiente a bombas	46
Figura 3.10. Fenómeno de Runge para la función $f(x) = \frac{1}{1+25 \cdot x^2}$ y 11 puntos de interpolación	47
Figura 3.11. Comparación de distintos métodos de ajuste de curvas para el rendimiento de las turbinas	47
Figura 3.12. Resultados obtenidos mediante interpolación de Hermite para turbinas, compresores y bombas	48
Figura 3.13. Relación del rendimiento con ω_s inferior y ω_s superior. El cuadro interior muestra que los valores de ω comprendidos entre ω_s inferior y ω_s superior obtienen mayores rendimientos que el de diseño	49
Figura 3.14. Obtención de la velocidad de rotación de diseño	50
Figura 3.15. Región del rendimiento correspondiente a máquinas radiales, mixtas y axiales	50
Figura 3.16. Algoritmo para máquinas radiales y axiales	51
Figura 3.17. Librerías desarrolladas para el predimensionamiento de máquinas individuales	52
Figura 3.18. Máquina de estados para dimensionamiento conjunto	53
Figura 3.19. Proceso de dimensionamiento conjunto	55
Figura 3.20. Librería desarrollada para el predimensionamiento de máquinas acopladas	55
Figura 3.21. Croquis de los parámetros relevantes del catálogo de ArcelorMittal de tuberías	56
Figura 3.22. Ejemplo de <i>inputs</i> y <i>outputs</i> en la hoja Excel®	57
Figura 3.23. Funciones desarrolladas para el dimensionamiento de las tuberías	58
Figura 3.24. Explicación del funcionamiento de f_Σ : Primero proyecta al futuro con una tasa de proyección un coste que se tiene en momento cero, descuenta cada coste proyectado con una tasa de retorno a momento cero y los suma	63
Figura 3.25. Explicación del funcionamiento de f_a : Encuentra un importe tal que pagar dicho importe anualmente durante la vida del proyecto es equivalente a pagar al final de la misma la inversión con los intereses	64
Figura 3.26. Ajuste empírico de la expresión de la inversión del ciclo de Brayton en función de la potencia	69
Figura 3.27. Ajuste empírico de la expresión del coste de operación y mantenimiento del ciclo de Brayton en función de la potencia	69
Figura 4.1. Balance de energías global del ciclo	72
Figura 4.2. Diagrama p - h del ciclo Brayton	73
Figura 4.3. Diagrama p - h de la bomba de calor	74
Figura 4.4. Diagrama T - s del ciclo Rankine	75
Figura 4.5. Diagrama TQ del intercambiador aire-sales	76
Figura 4.6. Diagrama TQ del intercambiador sales-CO ₂	76
Figura 4.8. Diagrama TQ del recuperador de la bomba de calor	77
Figura 4.7. Diagrama TQ del intercambiador CO ₂ -sales	77
Figura 4.9. Gráfico $\omega_s - z$ del compresor del ciclo Brayton	79

Figura 4.10. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina del ciclo Brayton	79
Figura 4.11. Gráfico $\omega_s - z$ del compresor de la bomba de calor	80
Figura 4.12. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de la bomba de calor	80
Figura 4.13. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de alta presión del ciclo Rankine	81
Figura 4.14. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de baja presión del ciclo Rankine	81
Figura 4.15. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del condensador	82
Figura 4.16. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del calentador abierto	82
Figura 4.17. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito frío de sales TG-HP al caliente . . .	83
Figura 4.18. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito caliente de sales TG-HP al frío . . .	83
Figura 4.19. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito frío de sales HP-CV al caliente . . .	84
Figura 4.20. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito caliente de sales HP-CV al frío . . .	84
Figura 4.21. Distribución de frecuencias de los resultados de número de tuberías	89
Figura 4.22. Distribución de frecuencias de los resultados de número de diámetro nominal	90
Figura 4.23. Distribución de frecuencias de los resultados de número de <i>schedule</i>	90
Figura 4.24. Comparativa entre el volumen de las tuberías calculado de forma estándar y optimizado. Se ha escogido el intervalo [20 % ÷ 80 %] de volúmenes	91
Figura 4.25. Tiempo de ejecución medio ± 1 desviación típica del programa en función del número de tuberías	92
Figura 4.26. Distribución de frecuencias de los resultados de número de tuberías obtenida mediante cálculo estándar	93
Figura 4.27. Desglose del LCOE [€/MWh] en sus distintos componentes	94
Figura 5.1. Evolución de los paradigmas de conocimiento científico	98
Figura A.1. Croquis de la propuesta de ampliación del algoritmo basada en la intersección de intervalos	102
Figura A.2. Esquema de las sucesivas intersecciones que calcula el algoritmo empleando Ramificación y Acotación	103
Figura A.3. Croquis del concepto de hipermatriz	104
Figura B.1. Arquitectura conceptual propuesta para la mejora del programa de predimensionamiento de turbomáquinas	107
Figura C.1. Etapas en las que puede dividirse la historia de la Optimización [109]	111
Figura C.2. Escenario en el que la optimización en sucesivas direcciones convergería lentamente al óptimo. Se muestran las isolíneas de una función y la trayectoria que sigue el algoritmo. Inspirada en [117].	112
Figura C.3. Esquema de dos iteraciones del Método de las aproximaciones cuadráticas. En este caso, la segunda iteración converge ya al óptimo	114
Figura C.4. N-símplex para distintas dimensiones	116
Figura C.5. Esquema de una reflexión	117
Figura C.6. Esquema de una expansión	117
Figura C.7. Contracción externa	118
Figura C.8. Contracción externa [128]	118
Figura C.9. Esquema de un encogimiento	119
Figura C.10. Diagrama de flujo del algoritmo de Nelder-Mead	120
Figura C.11. Sucesivas iteraciones del algoritmo Nelder - Mead para una función de 2 variables [101]	120

Figura C.12. Esquema de la reflexión para el 3 - símplex	121
Figura C.13. Subdivisión del espacio de búsqueda [101]	122
Figura C.14. Acotación de la función mediante la constante de Lipschitz	123
Figura C.15. Aproximación inferior de la función objetivo	124
Figura C.16. Acotación inferior de la función en el algoritmo DIRECT	125
Figura C.17. Intervalos susceptibles de ser óptimos	126
Figura C.18. Esquema simplificado del proceso de evolución simulado en los algoritmos genéticos, inspirado en [141]	128

Índice de tablas

Tabla 3.1. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Brayton	26
Tabla 3.2. Ecuaciones empleadas en el modelado del lazo de sales TG-HP	27
Tabla 3.3. Ecuaciones empleadas en el modelado de la bomba de calor	28
Tabla 3.4. Ecuaciones empleadas en el modelado del lazo de sales HP-CV	30
Tabla 3.5. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine	32
Tabla 3.6. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine	33
Tabla 3.7. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine	34
Tabla 3.8. Rango de velocidades específicas de alta eficiencia [75]	43
Tabla 3.9. Coste de los componentes del sistema de almacenamiento y exponente de extrapolación propuesto [95]	68
Tabla 4.1. Resultados del ciclo Brayon	72
Tabla 4.2. Resultados de la bomba de calor	73
Tabla 4.3. Resultados del ciclo Rankine	74
Tabla 4.4. Resultados de los intercambiadores del ciclo Brayton	74
Tabla 4.5. Resultados de los intercambiadores de la bomba de calor	75
Tabla 4.6. Resultados de la turbomaquinaria del ciclo Brayton	78
Tabla 4.7. Resultados de la turbomaquinaria del lazo de sales TG-HP	85
Tabla 4.8. Resultados de la turbomaquinaria de la bomba de calor	85
Tabla 4.9. Resultados de la turbomaquinaria del lazo de sales HP-CV	85
Tabla4.10.Resultados de la turbomaquinaria del ciclo Rankine	85
Tabla4.11.Resultados de las tuberías del ciclo Brayton	86
Tabla4.12.Resultados de las tuberías del lazo de sales TG-HP	86
Tabla4.13.Resultados de las tuberías de la bomba de calor	86
Tabla4.14.Resultados de las tuberías del lazo de sales HP-CV	87
Tabla4.15.Resultados de las tuberías del ciclo Rankine	88
Tabla4.16.Resultados de las tuberías de la refrigeración del condensador	89

1

Introducción

La Termodinámica es una materia curiosa. La primera vez que la estudias, no la entiendes en absoluto. La segunda vez que la repasas, crees que la entiendes, excepto en uno o dos puntos. La tercera vez que la repasas, sabes que no la entiendes, pero para entonces estás tan acostumbrado a ella, que ya no te molesta...
Arnold Sommerfeld (1868 - 1951)

En este capítulo se introducen los motivos que dan lugar a la realización de este proyecto y se plantea el problema que se pretende resolver junto con los objetivos asociados al mismo. Finalmente, se describen las distintas partes en las que se ha descompuesto el trabajo.

1.1. Motivación del trabajo

Durante los últimos años, las instalaciones conocidas como *data centers* o centros de datos han ganado notoriedad en la opinión pública debido al despliegue que se está produciendo de estas infraestructuras y del *boom* de la Inteligencia Artificial Generativa, que se ejecuta en este tipo de instalaciones.

De acuerdo con [1], gran parte del crecimiento de los centros de datos en Estados Unidos se debe a las turbinas de gas, a tal punto de que algunos fabricantes lleguen a preocuparse de que si se trata de una burbuja estén sobreexpuestos a riesgo. Sin ir más lejos y a modo de ejemplo, en agosto de 2025 la empresa Pacifico Energy anunció un proyecto en el que instalarían 5 GW de turbinas de gas de alta eficiencia junto a baterías [2] para proporcionar energía en modo isla¹ a un campus de centros de datos.

¹Se dice que una instalación funciona en modo isla cuando lo hace desconectada de la red eléctrica, con generación propia.

Pese a que el empleo de combustibles fósiles presente las garantías de seguridad de suministro y redundancia requeridas por los centros de datos, sus emisiones de gases de efecto invernadero entran en conflicto con las medidas de descarbonización requeridas para llevar a cabo la Transición Energética. Es necesario por tanto encontrar una solución que permita el correcto funcionamiento de los centros de datos a la vez que controla sus emisiones asociadas.

1.2. Descripción del problema a resolver

El problema que se ha planteado como objeto del proyecto consiste en el diseño y cálculo de un sistema de conversión de potencia que, partiendo de una turbina de gas dispuesta para alimentar un centro de datos, permita revalorizar la energía de los gases de escape de esa turbina para generar energía eléctrica, que posteriormente puede ser inyectada a la red o empleada para satisfacer otros consumos.

Las características básicas del sistema de conversión de potencia a diseñar son:

- Habida cuenta de que los centros de datos tienen una curva monótona de demanda eléctrica que se puede asumir constante², la turbina de gas funcionará de forma continua.
- Para aumentar la eficiencia de la turbina de gas, se elige una turbina del tipo regenerativo, es decir, en la que los gases de escape precalientan la corriente de aire que entra en la cámara de combustión. De este modo se logra una temperatura de salida de los gases mayor que en un ciclo combinado³ pero se consigue un aumento de rendimiento en la turbina de gas.
- Se incluye un sistema de almacenamiento térmico que permite descargar la energía almacenada proveniente de los gases de escape de la turbina cuando más necesaria sea en la red, lo que también contribuye a mejorar la viabilidad económica.
- Debido a que los gases de escape procedentes de una turbina regenerativa se encuentran a menor temperatura que los de una turbina de ciclo simple, es necesario aumentar su temperatura para que puedan emplearse posteriormente. Para ello se requiere un consumo de trabajo que se suple mediante electricidad renovable, ya sea mediante un instalación *ad hoc* para la planta o aprovechando las horas de vertidos renovables⁴. Esto presenta la ventaja de servir como herramienta de gestión de la electricidad renovable, al aportar un consumo artificial en los momentos en los que “sobra” generación y almacenar esa energía para su empleo en momentos en los que sea necesaria.
- Finalmente, se incluye un sistema que descarga la energía almacenada de forma térmica en forma de energía eléctrica, ya sea a la red o a otros consumos eléctricos que puedan existir.

El sistema propuesto no pretende por tanto ser una solución que capture o reduzca las emisiones asociadas a la turbina de gas, sino una solución de alta eficiencia que responda no solo a las

²La curva monótona de demanda se construye ordenando de forma decreciente la potencia demandada por una instalación en función de las horas de demanda [3]. Se puede hablar tanto de curva monótona de demanda eléctrica como de demanda térmica, en función de lo que se quiera estudiar. Una curva constante implica que todas las horas del año se consume la misma potencia.

³Esta temperatura se refiere a la temperatura de los gases a la salida del regenerador para el caso de turbina regenerativa y a la salida de la caldera de recuperación para el caso del ciclo combinado.

⁴Se entiende por vertido (*curtailment*) aquella situación en la que la potencia demandada es menor a la generada y hay instalaciones renovables que deben parar su producción. Suelen identificarse con horas de precio cero o cercano a cero, debido a que bajo el sistema marginalista de precios si la generación es mayor que la demanda el valor marginal de generar es nulo.

necesidades del centro de datos sino que también aporte flexibilidad a la red en su conjunto. En la Figura 1.1 se muestra un croquis del problema que se plantea resolver.

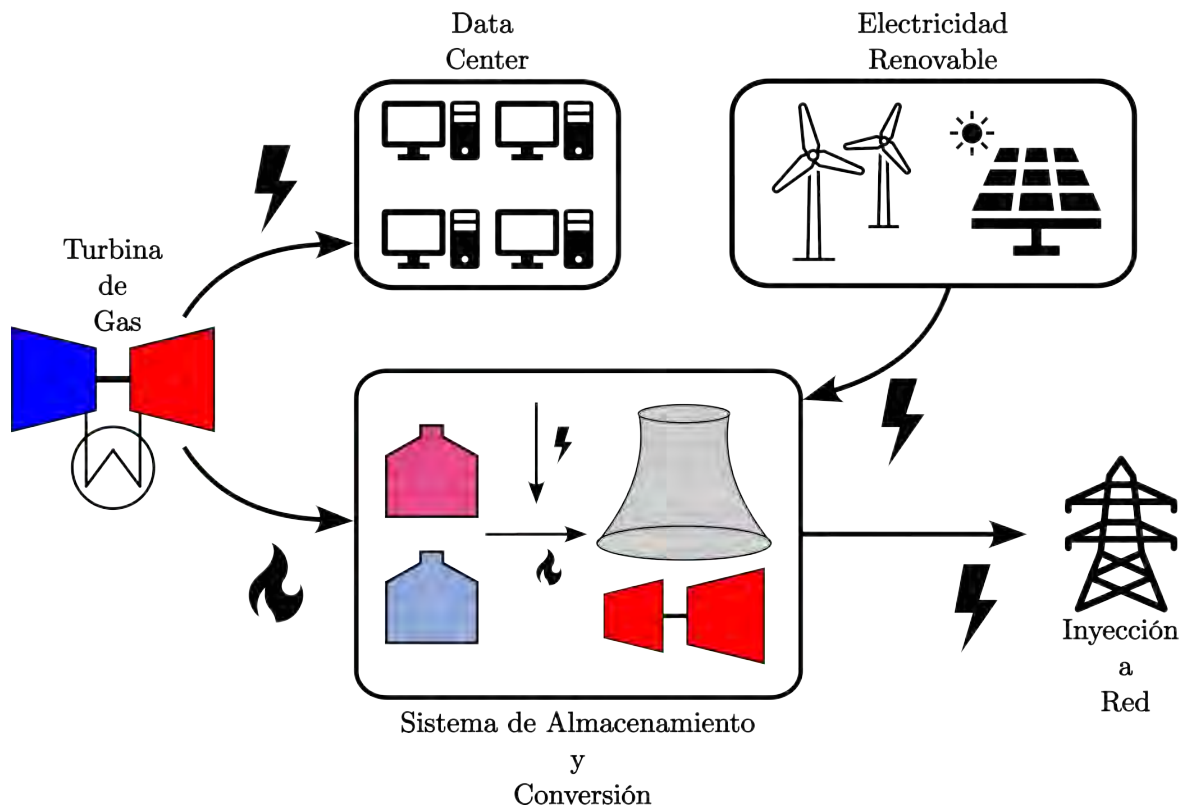


Figura 1.1. Croquis del problema a resolver

Además, buscando aportar valor al diseñador, se ha puesto el foco en solucionar algunos de los problemas habituales que encuentra este al acometer un trabajo similar al que se propone en el proyecto. En concreto, se ha trabajado para sistematizar los cálculos relacionados con el diseño de turbomáquinas y de tuberías, desarrollando sendos programas informáticos que automatizan significativamente el cálculo. El objetivo de estos programas no es sustituir al diseñador, algo que en opinión del autor es imposible, sino proporcionarle herramientas que le permitan dedicar más tiempo a la interpretación y análisis de los resultados y no tanto a cálculos repetitivos.

1.3. Desarrollo del trabajo realizado

La resolución del problema planteado como objeto del trabajo, el diseño y cálculo del sistema de conversión de potencia introducido en el Apartado 1.2 se ha concretado en varias partes descritas a continuación:

- **Ciclo termodinámico:** En esta parte se ha llevado a cabo el diseño, modelado y resolución del ciclo termodinámico en el que se basa el trabajo.
- **Intercambiadores de calor:** Se han dimensionado y se han usado los resultados obtenidos para ajustar ciertos parámetros del ciclo termodinámico (acercamientos).
- **Turbomaquinaria:** Se ha desarrollado un algoritmo, codificado en varias librerías, para sistematizar y automatizar el prediseño de la turbomaquinaria. Posteriormente, se ha empleado este algoritmo para predimensionar la turbomaquinaria.

- **Tuberías:** Se ha desarrollado un programa para el cálculo y dimensionamiento óptimo de las tuberías y se ha empleado para dimensionarlas.
- **Análisis económico:** Se han estimado los costes de los distintos equipos que conforman el ciclo y se ha calculado el LCOE del mismo.

Un resumen gráfico de las partes anteriormente explicadas, así como de las herramientas computacionales empleadas en cada una de ellas, se muestra en la Figura 1.2.

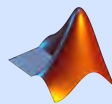
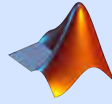
Parte del trabajo	Tareas realizadas	Herramientas empleadas
Ciclo Termodinámico	- Diseño del ciclo - Modelado - Resolución y selección de parámetros	
Intercambiadores de Calor	- Dimensionamiento y selección de acercamientos	
Turbomaquinaria	- Desarrollo de algoritmo para predimensionamiento - Codificación en librerías - Predimensionamiento	 
Tuberías	- Desarrollo de programa para dimensionamiento óptimo - Dimensionamiento	 
Análisis Económico	- Obtención de los costes para cada componente del ciclo - Cálculo y análisis del LCOE del sistema	

Figura 1.2. Desarrollo del trabajo realizado

2

Estado del arte

El futuro no es eléctrico sino ecléctico.

Peter K. Senecal (1972 -)

En este capítulo se describen conceptos básicos relacionados con el problema a resolver que ayudan a contextualizarlo en el panorama energético actual. Tras describir brevemente los sistemas de energía eléctrica y la situación actual de los centros de datos dentro de los mismos, se realiza un repaso de las aplicaciones del CO₂ Supercrítico a las máquinas térmicas y del almacenamiento térmico de energía, por ser estas tecnologías que se emplearán en el proyecto. Por último, se describen brevemente trabajos previos en la literatura relacionados con el problema a resolver. Se han añadido a las referencias de corte académico otras relacionadas con los desarrollos empresariales de las soluciones explicadas con el fin de dar una panorámica completa de las mismas.

2.1. Sistema eléctrico

Los sistemas eléctricos de potencia constituyen, junto con las redes de carreteras y el Internet, una de las obras de ingeniería más grandes y complejas creadas por la Humanidad. Son una particular conjunción de tecnología, economía y regulación que no puede comprenderse apelando únicamente a alguno de estos aspectos, sino que deben ser tenidos en cuenta en su conjunto [4].

El producto al que sirven de infraestructura, la electricidad, presenta características que lo diferencian completamente de otros productos [4]:

- Si en todos los bienes de consumo la oferta ha de igualar a la demanda, en la electricidad esto no es únicamente una restricción económica sino también técnica: la oferta (generación) debe igualar a la demanda (consumo) en tiempo real⁵. Esto hace que probablemente sean el mayor sistema en equilibrio dinámico construido por la Humanidad.

⁵Habitualmente se ha recurrido a la tradicional dificultad para almacenar energía para explicar esta restricción. Hoy en día existen soluciones de almacenamiento energético que pueden considerarse como si fuesen un consumo o una generación de energía, con lo que sigue siendo necesario igualar generación y demanda en tiempo real.

- A diferencia de otros bienes de consumo, el transporte de electricidad no obedece leyes económicas sino físicas, no pudiendo *a priori* controlar por dónde fluye la potencia⁶. En este sentido, son similares a redes de transporte de gas o, en general, de fluidos. Este efecto es especialmente relevante en los sistemas mallados.

Además, a las características anteriormente mencionadas hay que añadir el hecho de que la electricidad es un producto prácticamente insustituible para muchas aplicaciones, lo que repercute en que la elasticidad de su demanda sea muy reducida en el corto plazo (es decir, los hábitos de consumo de electricidad no son función de los precios) [4].

De acuerdo con [6], los sistemas eléctricos del futuro deben presentar 3 características:

- **Sostenibilidad medioambiental:** Conseguida por aquellas tecnologías que contribuyen a la descarbonización del sistema al no presentar emisiones de CO₂, ni de otros gases contaminantes como pueden ser los NO_x, el SO₂, etc. Suele estar asociada a sistemas renovables de conversión directa de energía (solar fotovoltaica) o sistemas hidráulicos (eólica o hidráulica de bombeo), si bien existen tecnologías térmicas neutras en emisiones como son la nuclear o la termosolar. También existen soluciones, como la biomasa, que consiguen emisiones negativas⁷ al provenir el CO₂ emitido de la atmósfera (y haberlo fijado la biomasa mediante fotosíntesis) y capturarse este posteriormente [3].
- **Sostenibilidad económica:** Conseguida por tecnologías eficientes en términos de costes. No solo es importante que las tecnologías sean eficientes por sí mismas sino que el consumidor perciba esta eficiencia: existen tecnologías como la solar fotovoltaica con un LCOE (ver Apartado 3.5) reducido pero cuya instalación supone costes adicionales para el sistema, como los debidos a ampliaciones de la red o a generación de respaldo que debe despacharse. Esta situación ha dado lugar a la definición de nuevas métricas de eficiencia económica que intentan tener en cuenta los costes tanto de la tecnología como de su papel en el sistema eléctrico en su conjunto, como pueden ser el VALCOE (*Value Adjusted LCOE*; LCOE Ajustado al Valor) de la IEA o el LCOE del sistema, que se define como $LCOE_{\text{Sistema}} = LCOE + \Delta \text{Costes sistema}$ [7].
- **Seguridad de suministro:** Conseguida cuando el sistema eléctrico es capaz de asegurar su suministro en cualquier momento y circunstancia. Si bien históricamente puede haber sido aquella a la que menos atención pusiese la opinión pública⁸, el *cero eléctrico* acontecido en el sistema peninsular español y que arrastró a Portugal y parte de Francia el día 28 de abril de 2025 [9] ha generado una ola de preocupación por esta cuestión, a tales niveles que el Gobierno de España ordenó a la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia aprobar un procedimiento operacional que llevaba discutiéndose durante años y cuya versión final llevaba meses en espera [10]. Además, Red Eléctrica efectuó un cambio radical en la política de mecanismos de control, tal y como se puede observar en la Figura 2.1, adaptada de [10] y que muestra el coste de los mecanismos de control de

⁶Los dispositivos conocidos como FACTS (acrónimo del inglés *Flexible Alternating Current Transmission Systems*; Sistemas de Transporte Flexible en Corriente Alterna) permiten controlar el flujo por medio del control de las tensiones nodales, las impedancias de las líneas y el ángulo de transporte. No obstante, presentan la desventaja de introducir armónicos en la red [5]. Suelen estar basados en electrónica de potencia pero los primeros dispositivos estaban compuestos por bobinas, transformadores, etc.

⁷Si bien es necesario tener también en cuenta las emisiones debidas a la recolección y transporte de la misma.

⁸En palabras de Batlle [8]: “[Nuestra sociedad] asume que mantener el sistema eléctrico en funcionamiento es una tarea trivial, libre de riesgo y mucho más barata que el precio que se paga”. Más adelante, concluye diciendo: “hasta ahora, la seguridad del sistema no ha sido un factor importante en los debates sobre planificación energética, centrados en la futura configuración del *mix* energético de España”.

tensión en abril y mayo de 2025 así como su reparto por tecnología. En la Figura 2.2 se muestra el coste en €/MWh del servicio de control de tensión durante abril y mayo de 2025, que puede explicarse debido al alto precio de los ciclos combinados.

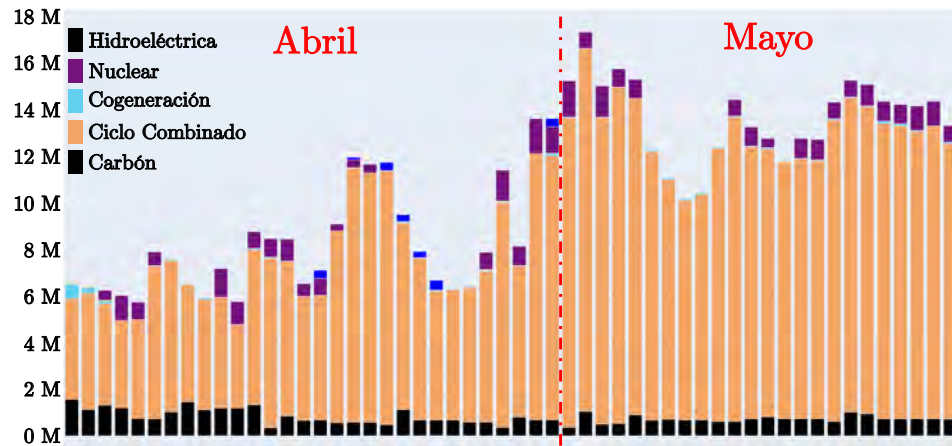


Figura 2.1. Coste diario [M€] de los mecanismos de control en abril y mayo de 2025. Adaptada de [10]

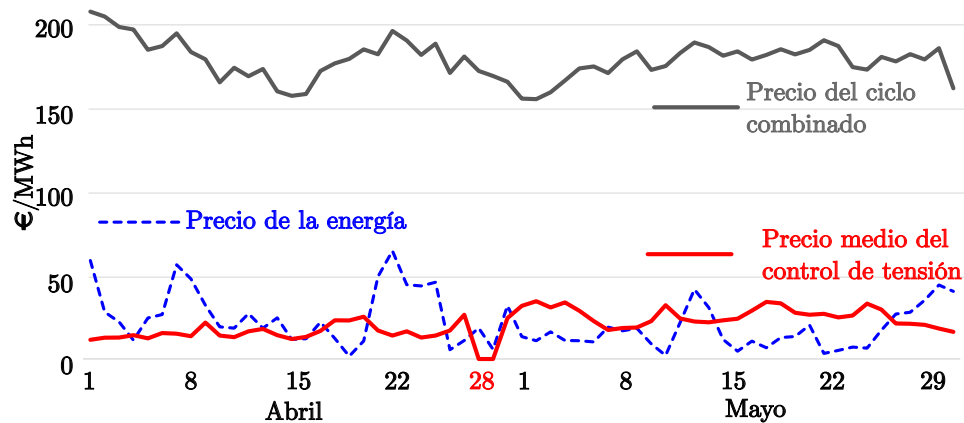


Figura 2.2. Precio medio de la energía (mercado diario), coste del servicio de control de tensión y coste de los ciclos combinados durante abril y mayo de 2025 [€/MWh]. Adaptado de [10]

Si bien es frecuente encontrar que a esta terna de características se las denomina *Trilema Energético* [11], algunas voces sostienen que la denominación correcta no es la de trilema, una situación en la que se deba elegir una característica sobre las demás, sino la de un *trinomio* o *triada* [3], pues estas características deben ir juntas y se deben encontrar sinergias entre ellas. Esta concepción, que es la que se seguirá durante el resto del documento, se representa gráficamente en la Figura 2.3.

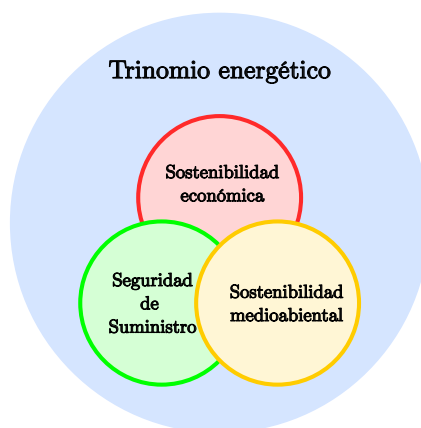


Figura 2.3. Trinomio energético

Para garantizar el correcto equilibrio entre la generación y la demanda de electricidad, es fundamental que los sistemas eléctricos sean flexibles. De acuerdo con [12], son cuatro las opciones para aportar flexibilidad al sistema eléctrico, entendida como la capacidad del sistema para modificar el perfil horario de la generación o el consumo:

- **Generación flexible:** Aquella capaz de modificar en un espacio de tiempo razonablemente corto su generación. Se trata principalmente de turbinas de gas o centrales hidroeléctricas. Existen alternativas basadas en combinación de energías renovables intermitentes con sistemas de almacenamiento de baterías.
- **Interconexión de redes:** La interconexión de sistemas eléctricos de diferentes regiones permite encontrar sinergias entre los distintos sistemas y las tecnologías de generación propias de cada uno.
- **Respuesta de la demanda:** Supone un cambio en el paradigma tradicional de los mercados eléctricos, pues esta alternativa no enfoca el problema tratando de adaptar la generación a la demanda sino buscando que sea la demanda la que determine los momentos propicios para consumir.
- **Almacenamiento energético:** Se trata de una solución en la que la flexibilidad se proporciona almacenando energía cuando esta no es necesaria y descargándola cuando sí lo es. Existe un abanico de tecnologías que pueden proporcionar este servicio, si bien cada una está pensada para funcionar en un horizonte temporal concreto⁹.

Si bien es cierto que la opinión pública considera a las energías renovables intermitentes (solar fotovoltaica y eólica) como las adalidades de la Transición Energética, la realidad es más compleja:

- No solo importan las emisiones asociadas a la fase de generación eléctrica, sino también las asociadas a la fabricación de los equipos, siendo necesario realizar un *análisis de ciclo de vida* para obtener una imagen fidedigna de cómo de contaminante es cada tecnología. Bajo este paradigma, ni las energías renovables ni la nuclear son tecnologías libres de

⁹Además de las características técnicas de cada solución, es habitual emplear el ratio de los costes específicos de potencia entre los costes específicos de energía de la solución de almacenamiento para estudiar si es más económico emplearla como almacenamiento de corta (< 4h) o larga (> 4h) duración[12].

emisiones, pues la minería de sus componentes y del combustible nuclear lleva aparejadas emisiones, siendo estas ligeramente menores en el caso de la tecnología nuclear [13], si bien es una cantidad difícil de calcular (establecer cuándo se deja de retroceder en la cadena de valor es arbitrario). Un análisis histórico de cómo ha evolucionado el fenómeno de los consumos asociados a la cadena de valor de las diferentes tecnologías que han surgido a lo largo de la historia puede encontrarse en [14].

- Pese a que el gas natural es un combustible más limpio que el carbón y se considera *de facto* la generación que servirá como respaldo de las renovables¹⁰, se estima que las reservas del primero durarán 60 años mientras que las del segundo se estiman en 200 años [3]. Por tanto, la eliminación absoluta de generación basada en carbón es una solución simplista, pues existen tecnologías de reducción y captura de emisiones que pueden conjugar la disponibilidad a largo plazo del recurso con emisiones moderadas.
- Además del impacto medioambiental de la extracción y fabricación de los componentes de las distintas tecnologías, hay que considerar también su localización y posibles problemas geopolíticos. En este sentido, la Unión Europea acuñó el concepto de Materia Prima Crítica para referirse a aquellas materias primas fundamentales para la economía cuyo suministro no está garantizado [16]. Muchas de estas materias son relevantes en la fabricación de sistemas de generación renovable, y su extracción y procesado se concentran en pocos países desalineados geopolíticamente con Occidente [17]. Asimismo, también hay que contemplar el escenario en el que estos materiales se vuelvan escasos debido al aumento de su demanda. En este sentido, investigadores como Antonio Valero han estudiado los posibles cuellos de botella en el desarrollo de tecnologías renovables [18], llegando a la conclusión de que para la tecnología solar fotovoltaica la demanda de materiales acumulada hasta 2050 puede superar las reservas disponibles.
- Las energías renovables asíncronas no aportan inercia¹¹ al sistema eléctrico, lo que dificulta su control. En [19] se realiza una amplia revisión de las consecuencias de la ausencia de inercia así como de sus posibles soluciones. Un punto interesante que se destaca es que la ausencia de generación síncrona inercial no solo complica el control del sistema sino también su propio modelado matemático, pues no está todavía claro qué nivel de detalle requieren los modelos de la electrónica de potencia a nivel sistema.

Es por los motivos anteriores por los que, en línea con la cita que encabeza este capítulo, se puede afirmar que no existe una panacea para llevar a buen término la Transición Energética: es la apuesta sin prejuicios por las distintas tecnologías y su combinación, lo que se denomina *neutralidad tecnológica*, lo que permitirá cumplir los objetivos fijados por la Transición Energética, convertir los retos en oportunidades [20] y conseguir que, efectivamente, se satisfagan de forma sinérgica los requisitos del Trinomio Energético.

¹⁰El PNIEC (acrónimo de Plan Nacional Integrado de Energía y Clima; es un documento no vinculante en el que el Gobierno de España indica su hoja de ruta en materia energética y climática) 2023-2030 prevé que la potencia instalada de ciclos combinados se mantenga constante en 2030, frente a una disminución de la potencia nuclear [15]. De las catorce tecnologías sobre las que se realizan proyecciones, el ciclo combinado es la única que se mantiene invariante desde 2019.

¹¹La inercia es la capacidad mecánica que posee de forma intrínseca la generación síncrona conectada directamente a red (sin mediar electrónica de potencia) para amortiguar oscilaciones de frecuencia ocasionadas por desequilibrios generación - demanda. Las energías renovables asíncronas pueden simular inercia (lo que se conoce como inercia sintética) mediante electrónica de potencia.

2.2. Centros de procesamiento de datos (*data centers*)

Durante los últimos años, las instalaciones conocidas como *data centers* o centros de datos han ganado relevancia en la opinión pública debido al despliegue que se está produciendo de estas infraestructuras y del *boom* de la Inteligencia Artificial Generativa, que se ejecuta en este tipo de instalaciones. En este apartado se presenta una panorámica de qué son los centros de datos y su impacto en los sistemas eléctricos de potencia.

Técnicamente, los centros de datos son instalaciones (ya sean habitaciones, edificios, etc.) en las que se ubican los equipos informáticos que permiten el desarrollo y funcionamiento de *software* y que también gestionan los datos asociados al mismo [21]. Según esta definición generalista de centro de datos, estos no son en absoluto nuevos: ya en 1939 pueden encontrarse ejemplos de los mismos, en este caso con las máquinas diseñadas por Alan Turing¹² para descifrar los mensajes cifrados alemanes [23]. Sin embargo, fue el surgimiento de la computación en la nube en década de los 2000 [21] lo que dio lugar a los primeros centros de datos masivos debido a la flexibilidad que estos nuevos servicios ofrecían a las compañías.

Los centros de datos permiten el funcionamiento de actividades que se han convertido en el día a día de la sociedad actual, desde los sistemas de mensajería instantánea hasta el teletrabajo, pasando por servicios lúdicos como puede ser el *streaming* [24]. Además, su impacto económico es relevante en el panorama español: de acuerdo con SpainDC, la asociación española de centros de datos, en 2022 constituyeron el 2,49 % del PIB nacional [24].

El consumo de energía de los centros de datos es un asunto que ha generado dudas respecto a la sostenibilidad del crecimiento de la industria [25]. En la Figura 2.4, adaptada de [26], se muestra la evolución del consumo energético de los centros de datos por tipo de los mismos y su desglose por equipos. Se puede observar simultáneamente a partir de aproximadamente 2017 un aumento tanto en los centros empresariales y de hiperescala como del consumo de electricidad de los servidores, que se deben a la proliferación de la computación en la nube, el uso masivo de servicios de *streaming* y redes sociales y la proliferación de servicios de Inteligencia Artificial. Sobre este último punto, pese a que en la prensa popular han proliferado noticias relativas al elevado consumo de energía de los centros de datos [27], [28], la IEA explica que no es sencillo cuantificar qué porcentaje del consumo total de un centro de datos se debe a la Inteligencia Artificial, pues no existe una base de datos clara y la definición de Inteligencia Artificial no está tampoco clara a la hora de definir qué consumos se le han de imputar.

¹²Alan Mathison Turing (1912 - 1954); matemático británico que ideó el concepto de *máquina de Turing*, dando comienzo a la Informática Teórica. También se le considera uno de los padres de la Inteligencia Artificial por su *test de Turing* [22].

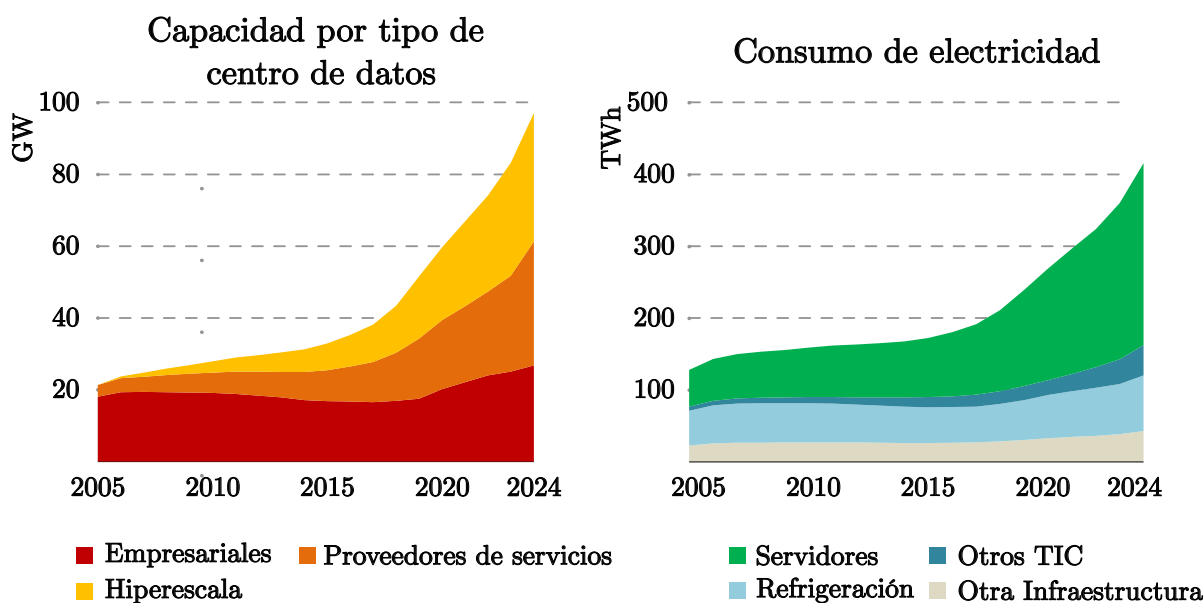


Figura 2.4. Evolución del consumo energético de los centros de datos por tipo de los mismos y desglose por equipos. Adaptado de [26]

Este crecimiento del número de centros de datos y consumo de los mismos ha llevado a que en Estados Unidos aumente el interés por la generación basada en gas, pues se trata de un combustible barato en este país [26]. Asimismo, también aumenta el interés en sistemas de generación novedosos o menos convencionales, como por ejemplo el empleo de sistemas CAES (acrónimo de *Compressed Air Energy Storage*; Almacenamiento Energético en Aire Comprimido. Son sistemas en los que se almacena gas comprimiéndolo y expandiéndolo posteriormente en una turbina para generar electricidad¹³) en el caso de Google [29] o de los SMR (acrónimo de *Small Modular Reactors*; Reactores Modulares Pequeños. Se trata de reactores nucleares de potencia reducida, de hasta 300 MW, que surgen como respuesta a la pérdida de *know - how* y de cadenas de suministro occidentales en el ámbito nuclear) en el caso de Amazon [30].

La forma habitual de contratar el suministro eléctrico para los operadores de centros de datos es a través de PPA (acrónimo de *Power Purchase Agreement*; Acuerdos de Compra de Potencia. Se trata de contratos a largo plazo en los que un comprador negocia con un productor la compra de energía a un precio dado o mediante otro mecanismo de liquidación [31]) financieros con instalaciones renovables, lo que hace que cumplan los objetivos medioambientales “de forma neta en el sistema”, pero no de forma física. Una alternativa son los PPA físicos, en los que existe una instalación renovable conectada físicamente al nudo de la red en el que se encuentra el centro de datos.

En [25] se identifica como posible opción para descarbonizar los centros de datos, entre otras, la instalación de fuentes de energía renovable en el propio campus del centro de datos. Sin embargo, para paliar los problemas de intermitencia de suministro y de factor de carga de las energías renovables intermitentes es necesario instalar baterías, siendo la opción más frecuente en la actualidad las baterías electroquímicas¹⁴. A pesar de esto, se identifican problemas asociados a esta solución como la gran cantidad de capacidad de almacenamiento requerida (lo

¹³Son sistemas de almacenamiento energético que permitirían, por ejemplo, integrar energías renovables intermitentes para alimentar a los centros de datos.

¹⁴[25] no menciona específicamente baterías electroquímicas, pero se sobreentiende al identificar que uno de los problemas de los sistemas de almacenamiento es el posible impacto medioambiental de los productos químicos que contienen.

que también conlleva un sobredimensionamiento del parque renovable) y la degradación de la batería debido al ciclado frecuente. Asimismo, [32] identifica el hecho de que los operadores de centros de datos son muy aversos al riesgo en cuanto a suplir su demanda mediante fuentes renovables por su intermitencia¹⁵.

Además, los centros de datos son instalaciones peculiares en cuanto al elevado nivel de seguridad de suministro que requieren, razón por la cual cuentan con sistemas de alimentación ininterrumpida (SAIs), grupos electrógenos de respaldo, etc. En este sentido, la generación tradicional térmica responde mejor a estas necesidades particulares, aunque presenta el problema de sus emisiones contaminantes. No obstante, como se ha visto anteriormente, esto no ha impedido que gran parte del crecimiento de esta industria en Estados Unidos se haya debido a la generación basada en gas.

Una medida de la eficiencia de los centros de datos es el PUE (acrónimo del inglés *Power Usage Effectiveness*; Efectividad del Uso de Potencia) [26], definido con arreglo a la Ecuación (2.1).

$$\text{PUE} = \frac{\text{Energía Total Consumida}}{\text{Energía Consumida TIC}} = \frac{\text{Energía Consumida TIC} + \text{Energía Cons. Ref. y Serv. Aux.}}{\text{Energía Consumida TIC}} \quad (2.1)$$

El PUE por tanto representa el ratio entre el consumo de energía total de la planta y el estrictamente necesario para las actividades informáticas¹⁶; cuanto más cercano a 1 sea, el cliente estará más cerca de pagar únicamente por lo que le reporta beneficio. Una posible analogía la constituyen aquellos alimentos con partes no comestibles comprados a granel, como puede ser el caso de una sandía: el cliente paga el peso total pero solo aprovecha la parte que no es corteza. Si existe la posibilidad de comprar al mismo precio por kg únicamente la parte comestible (así ocurre con la electricidad, que presenta el mismo coste independientemente del uso al que se destine y la limitación viene dada por los consumos auxiliares y de refrigeración), un comprador racional en el sentido económico (*homo economicus*) lo haría. Esta analogía se muestra de forma gráfica en la Figura 2.5. Es frecuente que las empresas de centros de datos compitan en base al PUE. A modo de ejemplo, el sitio *web* del centro de datos de Bilbao - Arasur, de la compañía Edged [34], comienza indicando únicamente dos datos: potencia (118 MW) y PUE (1,15 garantizado)¹⁷.

¹⁵Estos autores estudian los centros de datos que emplean el protocolo LEED v4.1 [33] para reportar su estatus de sostenibilidad.

¹⁶Una interpretación del PUE puede basarse en descomponer su expresión en: $\text{PUE} = 1 + (\text{PUE} - 1)$, representando el primer término la energía dedicada a los servidores y el segundo la energía dedicada a refrigeración y servicios auxiliares. Por ejemplo, en un centro de datos con $\text{PUE} = 1,3$ se dedican 0,3 MWh a refrigeración y consumo auxiliar por cada MWh dedicado a TIC.

¹⁷De acuerdo a la IEA [26], el PUE puede oscilar entre 2 para los centros de datos privados de pequeñas empresas a 1,15 para los centros de datos masivos de grandes empresas tecnológicas. Sin embargo, [32] indica que en los centros de datos de gran escala usar el PUE como medida de eficiencia energética puede ser engañoso, ya que comparativamente estos consumen mucho más en TIC.

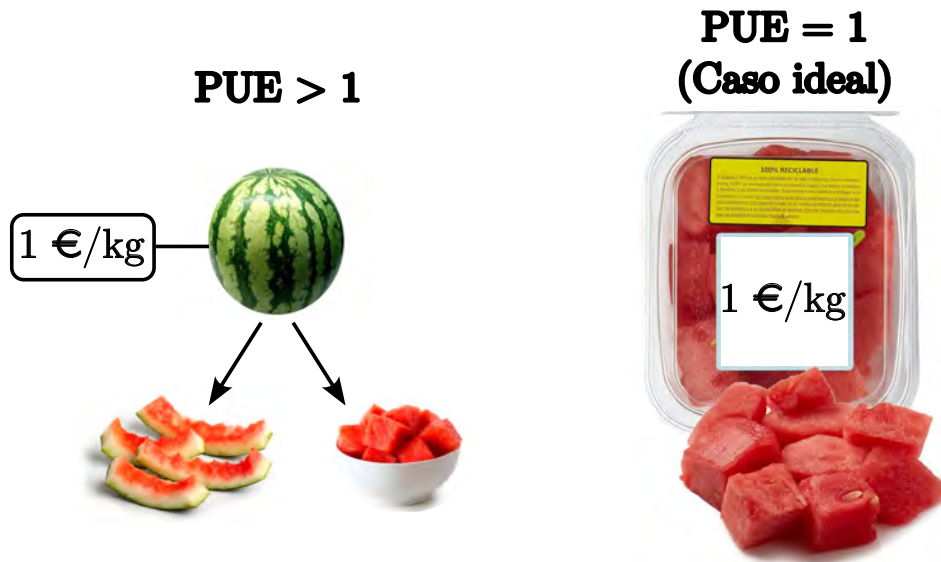


Figura 2.5. Analogía que muestra la ventaja de contar con un PUE cercano a la unidad

El PUE también se emplea para calcular métricas de neutralidad en carbono, como el CUE (acrónimo del inglés *Carbon Usage Effectiveness*; Efectividad del Uso de Carbono)[25], que se define con arreglo a la Ecuación (2.2), donde β es el factor de emisión de carbono [$\text{kgCO}_2\text{eq/kWh}$], que lleva cuenta de las emisiones de carbono asociadas al *mix* eléctrico. Es importante destacar que esta métrica solo tiene sentido cuando el centro de datos satisface la totalidad de su demanda a través de la red. Si no es el caso, hay que considerar cada fracción de la demanda satisfecha por separado. Como se indica en [25], el CUE está siendo desplazado por nuevas métricas que tienen en cuenta la generación propia asociada al centro de datos.

$$\text{CUE} = \beta \cdot \text{PUE} \quad (2.2)$$

2.3. CO₂ Supercrítico como fluido de trabajo

El CO₂ en estado supercrítico, a veces denotado S – CO₂, ha ganado relevancia desde los años 60 del siglo pasado como fluido de trabajo para ciclos termodinámicos, primero de forma teórica y posteriormente práctica. En este apartado se resumen los fundamentos teóricos y tecnológicos de estas aplicaciones. Además, existen aplicaciones del S – CO₂ más allá de los ciclos termodinámicos, que también se exponen en este apartado. De acuerdo con [35], el mercado mundial de CO₂ es de $15000 \div 30000$ millones de USD, siendo el del supercrítico del orden de 1000 millones, alrededor del 3 % del total.

2.3.1. Fundamentos termodinámicos

Con carácter general, se denominan fluidos supercríticos a aquellos fluidos cuya presión y temperatura se encuentran por encima de la presión y temperatura críticas, propias de cada sustancia. Si se supone una sustancia que experimenta un proceso cuasiestático (los estados intermedios se alejan infinitesimalmente del equilibrio) de adición de calor, tal y como se expone en [36], se denominan temperatura y presión crítica a las componentes del par (T_C, p_C) a partir del cual no se produce cambio de fase en la sustancia. Cuando una sustancia se encuentra a temperatura superior a la crítica se dice que se encuentra en estado gaseoso y, si la presión también es superior a la crítica, no pueden condensarse en un proceso isobárico (a

presión constante). Al par (T_C, p_C) se le denomina punto crítico. En la Figura 2.6 se muestra un diagrama T - v del agua, extraído de [36], en el que puede apreciarse el punto crítico.

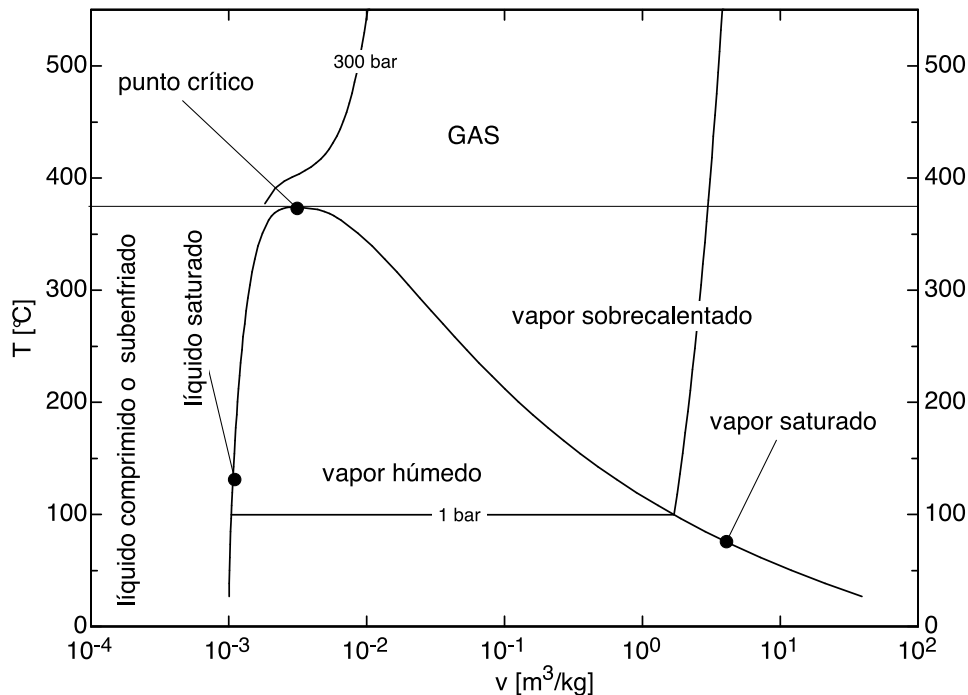


Figura 2.6. Diagrama T - v del agua en el que se muestra el punto crítico [36]

En el caso concreto del CO₂, su punto crítico es (30, 98 °C, 73, 77 bar) [37], que presenta la ventaja de poder alcanzarse a temperaturas cercanas a las del ambiente.

Cuando los fluidos se encuentran por encima pero cercanos a su punto crítico, se comportan como un “híbrido” entre líquido y gas en el sentido de que su densidad se asemeja a la de un líquido y su viscosidad a la de un gas, lo que resulta ventajoso para su empleo en ciclos de potencia destinados a aprovechar fuentes térmicas de temperatura media, como se detallará a continuación. Asimismo, cerca del punto crítico el calor específico¹⁸ de las sustancias aumenta considerablemente, lo que presenta ventajas de cara a su empleo como fluido calorportador. Sin embargo, en la cercanía del punto crítico tienen lugar variaciones abruptas de las propiedades termodinámicas que complican su empleo, como también se describe a continuación. Otra ventaja de trabajar en las cercanías del punto crítico es que toda adición de calor resulta en un aumento de temperatura (desaparece la temperatura de saturación), lo que aumenta la eficiencia de los intercambiadores de calor [38].

2.3.2. Ciclos de potencia

Una primera apreciación que debe hacerse respecto a los ciclos de potencia es que aquellos que operan en todos los puntos por encima del punto crítico son los que en puridad deben denominarse ciclos de potencia supercríticos [39], para distinguirlos de los ciclos Rankine¹⁹ transcríticos, que son aquellos que operan en condiciones supercríticas en la línea de alta presión. Los primeros desarrollos de ciclos S – CO₂ datan de los años 60 del siglo pasado, en

¹⁸El calor específico se define informalmente como la cantidad de energía que requiere un fluido para modificar su temperatura. Es función de la presión y de la temperatura.

¹⁹En honor a William John Macquorn Rankine (1820 - 1872); matemático y físico escocés que trabajó en Termodinámica y Mecánica de Fatiga [40]. Publicó el primer libro de texto de Termodinámica [36].

trabajos que ya reconocían algunas de las características de estos ciclos como lo son el reducido tamaño de la turbomaquinaria o su posible aplicación en sistemas nucleares. No obstante, el verdadero despegue del estudio de estos sistemas vino en los años 2000 con la publicación de la tesis de Vaclav Dostal [39], en la que estudia detalladamente estos ciclos para aplicaciones nucleares.

Los ciclos de potencia S – CO₂ son ciclos Brayton²⁰ cerrados. Los ciclos Brayton abiertos funcionan con aire que es aspirado a presión ambiente, por lo que es necesario incorporar un compresor que eleve la presión. Debido a que el aire es un fluido compresible, el trabajo consumido por el compresor representa una fracción considerable del producido por la turbina (al cociente de ambas cantidades se denomina relación de retroceso [36])²¹. Este hecho obliga a que, para obtener valores razonables de rendimiento, sea necesario emplear temperaturas de entrada en turbina elevadas (razón por la cual los ciclos Brayton abiertos emplean la combustión de un combustible, cuya temperatura de combustión adiabática²² puede rondar los 5000 °C en el caso de la combustión estequiométrica de metano con oxígeno²³). Esto limita las fuentes térmicas disponibles, imposibilitando el aprovechamiento de calores de mediana temperatura.

Las propiedades anteriormente descritas del CO₂ en estado supercrítico resuelven este problema, pues el hecho de que cerca del punto crítico su densidad sea semejante a la de un líquido conlleva una reducción de la relación de retroceso si el compresor trabaja cerca del punto crítico: el proceso se asemeja a bombear un líquido. Se trata en este caso de un ciclo Brayton cerrado, que no emplea una cámara de combustión sino un intercambiador de calor conectado a una fuente térmica, que en este caso puede ser de mediana temperatura como las que se alcanzan en centrales termosolares [42] y en centrales nucleares de IV generación, como ya se ha mencionado, o ciclos novedosos como el Allam²⁴ [43].

A nivel tecnológico, existen dos variantes extendidas de ciclos S – CO₂: el ciclo regenerativo y el ciclo de re-compresión, que surge como mejora del primero. En la Figura 2.7, extraída de [3], se muestran sendos esquemas de las configuraciones. Una explicación detallada del funcionamiento de ambas puede encontrarse en [3]. Puede observarse en ambos diseños la presencia de un elemento nuevo respecto a los ciclos Brayton abiertos simples, que es el *pre-cooler*. Como se trata de ciclos cerrados, la salida de la turbina no se libera al ambiente sino que se lleva al compresor, siendo necesario enfriar esa corriente, para lo que se emplea el *pre-cooler*. En ambos ciclos se incluye también un regenerador (dos en el ciclo de recompresión).

²⁰En honor a George Brayton (1830 - 1892); ingeniero mecánico americano que desarrolló las bases de las turbinas de gas [41].

²¹La compresión de un gas consume trabajo tanto para incrementar la presión como para reducir el volumen específico.

²²Se define la temperatura de combustión adiabática como aquella que alcanzarían los productos de la combustión en una reacción completa en una cámara de combustión adiabática [36]. Debido a sus hipótesis, sirve como cota superior de la temperatura que se alcanza en la combustión real.

²³En la práctica, los materiales de la turbina imponen un límite a la máxima temperatura de entrada, que puede situarse en el rango 1300°C ÷ 1500 °C. Es por ello que la combustión no se realiza en condiciones estequiométricas con oxígeno sino con exceso de aire, con relaciones aire/combustible del orden de 50. Esto también justifica que, habitualmente, los ciclos Brayton se modelen como si el fluido de trabajo fuese únicamente aire, sin tener en cuenta la adición de combustible en la cámara de combustión.

²⁴Este ciclo presenta la ventaja de que puede funcionar con combustibles sólidos o gaseosos e incorpora de forma intrínseca captura de carbono, lo que lo hace interesante pues combina las ventajas de la generación térmica tradicional con la neutralidad en carbono de tecnologías renovables.

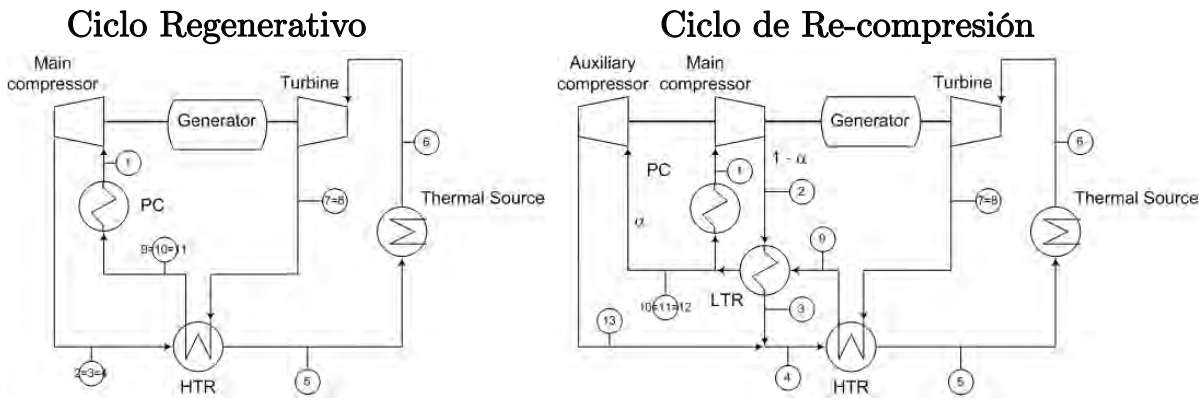


Figura 2.7. Esquema del ciclo regenerativo y de re-compresión [3]

Actualmente, existen ciclos S – CO₂ comerciales desarrollados por la empresa Echogen, que cuenta con más de dos décadas de trabajo con esta tecnología [44]. Además, el Laboratorio de Sandia en Estados Unidos cuenta con un prototipo de ciclo S – CO₂ que en agosto de 2022 [45] se conectó a la red eléctrica local durante cerca de una hora, lo que desde el laboratorio identifican como un hito importante pues es necesario obtener aprobación para poder hacerlo. Además, como requisitos para escalar la tecnología identifican turbomáquinas de mayor potencia, electrónica de potencia y cojinetes y rodamientos específicos para máquinas de S – CO₂.

La turbomaquinaria juega un papel relevante en estos ciclos, presentando tanto ventajas como inconvenientes. Por una parte, el hecho de que la densidad del fluido sea alta da lugar a máquinas de reducido tamaño, con la consiguiente reducción de costes. En la Figura 2.8, adaptada de [39], se muestra una comparativa del tamaño de las turbomáquinas para distintos ciclos. Además del tamaño físico, puede observarse una característica de la turbomaquinaria de S – CO₂ que es el reducido número de etapas que presenta habitualmente. Asimismo, es interesante reparar en la diferencia de relaciones de retroceso entre la turbina de S – CO₂ mostrada y la turbina de helio (otra alternativa para sistemas avanzados de conversión de potencia basados en ciclos Brayton cerrados), lo que se puede observar comparando la potencia mecánica del conjunto turbina - compresor con su potencia eléctrica.

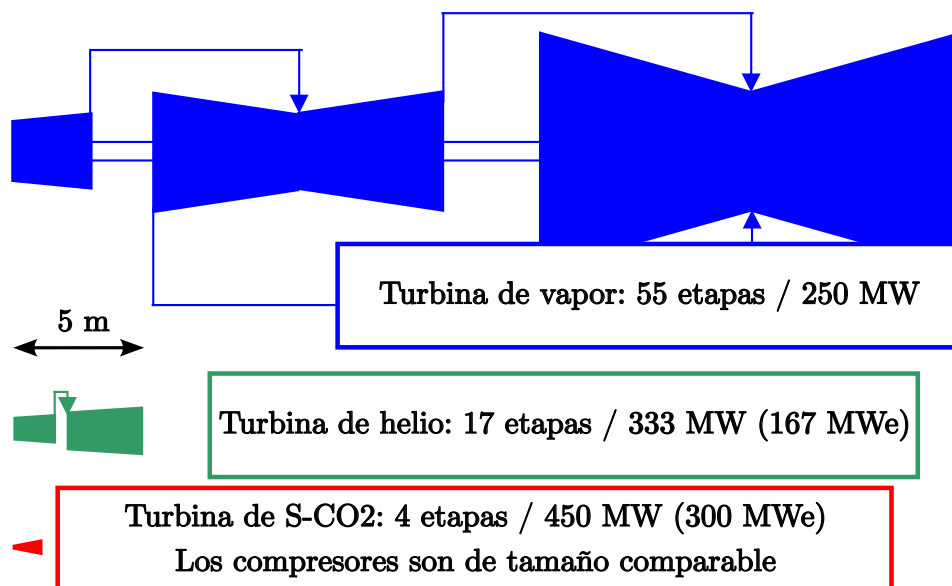


Figura 2.8. Comparativa del tamaño de las turbomáquinas para distintos ciclos. Adaptado de [39]

Este reducido tamaño también conlleva una baja inercia, lo que presenta las desventajas discutidas en el Apartado 2.1 pero a su vez una rápida respuesta dinámica. Una posible solución compromiso consistiría en la incorporación de un volante de inercia a la turbina, que puede acoplarse o desacoplarse en función de las necesidades. Asimismo, el reducido tamaño conlleva velocidades de rotación muy superiores a las de sincronismo, lo que obliga a usar reductoras o electrónica de potencia para igualar la frecuencia eléctrica a la frecuencia de sincronismo. La alta velocidad de rotación también puede presentar problemas de vibraciones en el eje.

Por lo que respecta a las variaciones bruscas de las propiedades a las que se aludía en el Apartado 2.3.1, en la Figura 2.9, extraída de [37], se muestra la variación de la densidad del CO₂ en función de la temperatura para las presiones de 75 bar y 85 bar. Se observa que para 75 bar en el intervalo $[\approx 30^\circ\text{C}, \approx 32^\circ\text{C}]$ tiene lugar una disminución drástica de la densidad, con una derivada que podría asimilarse infinita. Este hecho hace que las máquinas no puedan trabajar en la vecindad más inmediata del punto crítico debido a que esas variaciones abruptas de densidad podrían dañarlas, recurriéndose habitualmente a 85 bar como solución compromiso. Esta variación brusca de las propiedades no es exclusiva del CO₂ sino que también la presentan otros fluidos en estado supercrítico, como el agua [38], lo que obliga a dejar de considerar constantes algunas propiedades y emplear métodos numéricos cuando se trabaja con este tipo de fluidos.

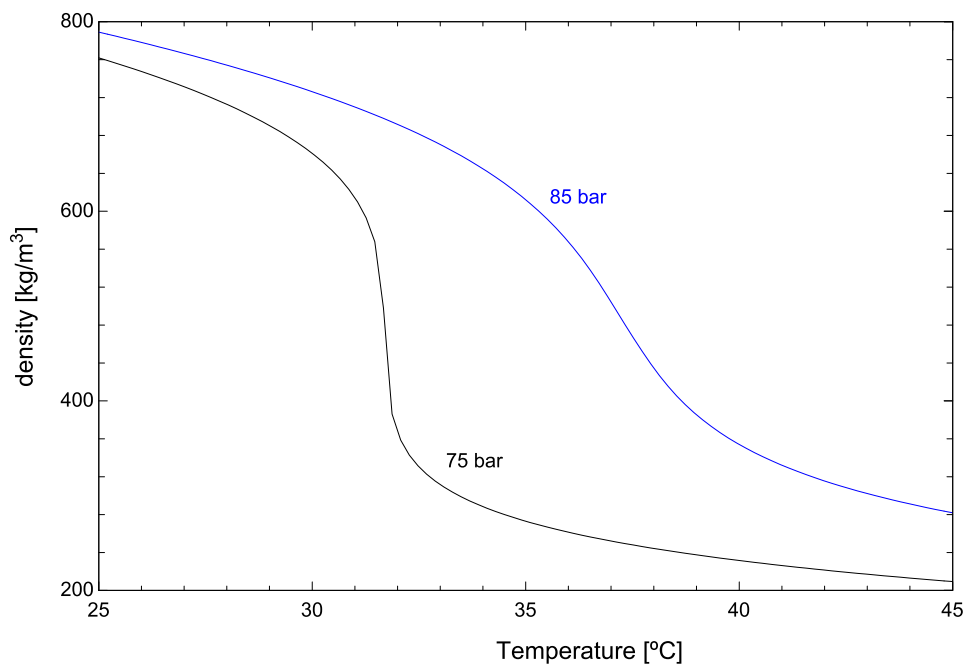


Figura 2.9. Variación de la densidad del CO₂ en función de la temperatura para las presiones de 75 bar y 85 bar [37]

Un elemento tecnológico relevante en los ciclos de potencia S – CO₂ son los intercambiadores de calor, que debido a las altas presiones de trabajo (un esquema habitual podría ser trabajar entre una línea de baja presión de 85 bar y otra de alta de $200 \div 300$ bar) no pueden ser del tipo carcasa y tubos sino que deben ser del tipo conocido como PCHE (acrónimo del inglés *Printed Circuit Heat Exchanger*; Intercambiador de Calor de Circuito Impreso), que permiten trabajar en un amplio rango de presiones y temperaturas [46]. El principal fabricante de estos intercambiadores es la empresa Parker bajo su marca Heatric [47]; debido a la experiencia acumulada en el estudio de los equipos de esta marca, los detalles concretos que se indiquen sobre los PCHE se referirán a los fabricados por Heatric. En la Figura 2.10 se muestra un croquis

de este tipo de intercambiadores, y se aprecia que están formados por capas de canales por las que circula de forma alterna el fluido caliente y el frío. Las dimensiones de los canales son orientativas, se han tomado de [48] y están expresadas en [mm].

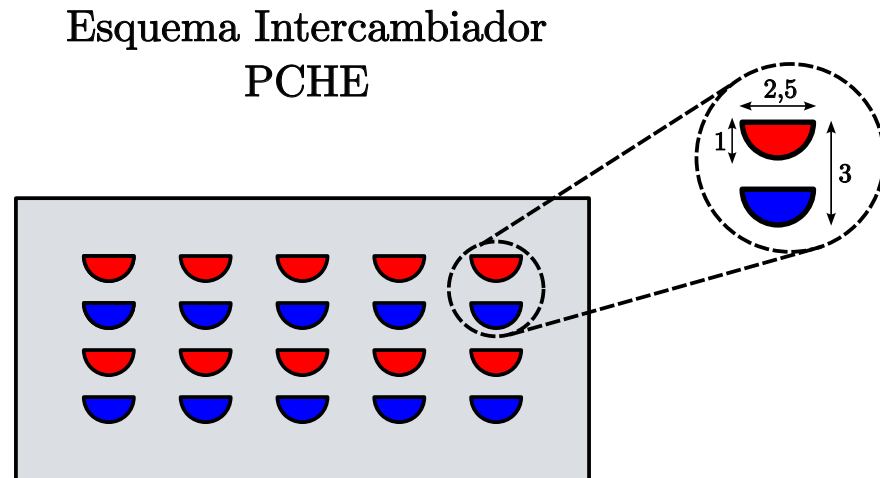


Figura 2.10. Croquis de un intercambiador PCHE. Dimensiones en [mm]

Heatric fabrica estos intercambiadores soldando por difusión placas metálicas en las que se mecanizan químicamente los canales por los que fluye el fluido [49], dando lugar a bloques que se apilan para formar el equipo. El proceso de fabricación limita el tamaño de los bloques, y el número de estos que se puedan apilar viene limitado por criterios de Resistencia de Materiales (si se apilan demasiados el conjunto puede flectar bajo el peso propio). Además, el hecho de que los canales tengan dimensiones del orden de mm hace que su uso sea limitado con determinados fluidos que pueden colmatarlos, como las sales fundidas, habituales en los sistemas de generación termosolar con almacenamiento térmico [50]. En [51] se propone una modificación del ciclo de re-compresión explicado anteriormente para poder emplearlo con sales fundidas, buscando su aplicación a centrales termosolares.

2.3.3. Bombas de calor

Otra aplicación del S – CO₂ en ciclos termodinámicos son las bombas de calor, equipos que funcionan de forma inversa a como lo hace un ciclo de potencia: en vez de recibir un aporte de calor para generar trabajo, se les aporta trabajo y se utiliza el calor disipado²⁵ [36]. Pueden encontrarse tanto en aplicaciones domésticas de climatización como en aplicaciones industriales, para revalorizar calores residuales²⁶. Si bien habitualmente esta revalorización se concibe dentro de un marco industrial, en el Apartado 2.5 se explicará su posible uso dentro de sistemas de conversión de potencia.

Existen en la actualidad soluciones de bomba de calor basadas en S – CO₂ como la desarrollada por EVERLLENCE (antigua MAN) [52] y basada en un ciclo transcrito. En la Figura 2.11 se muestra un renderizado de esta bomba de calor, adaptado de [52].

²⁵Si el objetivo no es utilizar el calor disipado sino simplemente retirarlo, se habla de ciclos de refrigeración.

²⁶Por revalorizar se entiende transformar una forma de energía en otra más apta para su uso. Considérese por ejemplo un lago a temperatura ambiente: la energía térmica almacenada es enorme pero su extracción es difícil debido a que está cerca del estado muerto. Una revalorización de ese lago consistiría en transferir energía a un menor volumen de un fluido calorportador de mayor temperatura.

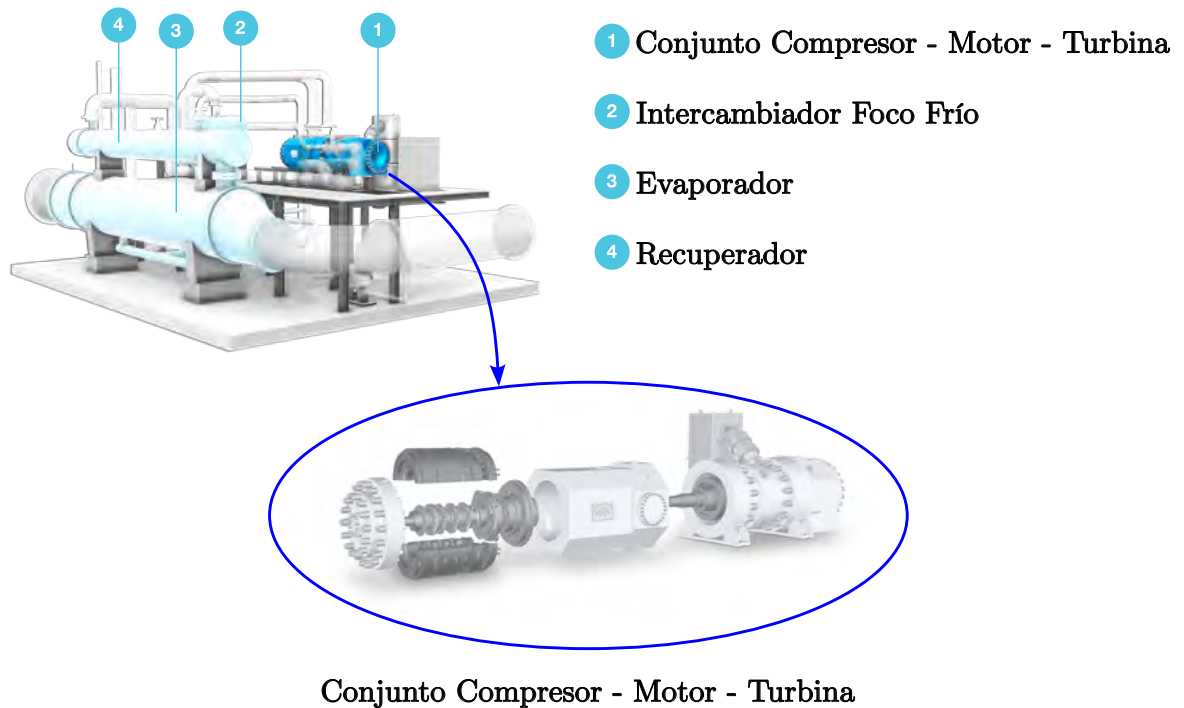


Figura 2.11. Renderizado de la bomba de calor S – CO₂ desarrollada por EVERLLENCE. Adaptado de [52]

2.3.4. Otros usos industriales del CO₂ Supercrítico

El principal uso del CO₂ ajeno a los ciclos termodinámicos es como disolvente, reemplazando los disolventes orgánicos tradicionales [35]. En este sentido, el CO₂ en estado supercrítico presenta las ventajas de ser barato, no tóxico, no inflamable y no existir legislación que restrinja su uso (al menos en Estados Unidos), lo que lo hace idóneo como remplazo de compuestos orgánicos volátiles en bienes de consumo, si bien todavía quedan algunos problemas pendientes en su uso [53].

2.4. Almacenamiento energético

En el contexto de la Transición Energética, los sistemas de almacenamiento emergen como una solución capaz de aportar flexibilidad a sistemas eléctricos caracterizados por la variabilidad de las energías renovables intermitentes y la inflexibilidad de ciertos sistemas de conversión, como son las centrales nucleares, así como una demanda cada vez mayor y predecible [12], tal y como se ha explicado en el Apartado 2.1. Sin embargo, dado que son sistemas que consumen, almacenan e inyectan energía son más complejos de analizar que otras tecnologías [12].

De acuerdo con [54], son cuatro las funciones que pueden satisfacer los sistemas de almacenamiento térmico:

- **Arbitraje:** Se define como el traspaso de energía de un periodo a otro. En este sentido, los sistemas de almacenamiento pueden almacenar la energía generada durante un momento del día y descargarla en otro, lo que permite integrar mejor las energías renovables (“amortiguar” su variabilidad) y también supone el principal mecanismo de ingresos de estos sistemas, si bien es necesario diversificar los mecanismos de ingresos para lograr una rentabilidad aceptable [55].

- **Servicios auxiliares:** Conjunto de servicios adicionales a la mera inyección de potencia en la red, como pueden ser el control de frecuencias, de tensión, etc.
- **Servicios a la infraestructura de transporte:** En este sentido, el almacenamiento puede evitar algunas inversiones en la red de transporte al suplir las funciones a las que estas inversiones estarían dedicadas y ayudar a descongestionar nudos de la red.
- **Servicios de gestión energética de particulares:** A nivel doméstico, permite integrar las energías renovables en los hogares.

2.4.1. Almacenamiento térmico

Dentro de los sistemas de almacenamiento energético, se pone el foco en los sistemas térmicos debido a que son estos los que se emplearán en el desarrollo del trabajo. En este sentido, no se hace tanto hincapié en su papel dentro del sistema eléctrico como en su descripción tecnológica.

Los sistemas de almacenamiento térmico se basan en calentar un material, ya sea de forma directa (con energía solar, calores residuales, flujos de refrigeración de centrales térmicas, etc.) o mediante electricidad²⁷, mantener ese material aislado para evitar pérdidas térmicas y, posteriormente, descargar ese calor para producir electricidad o para su empleo en otro proceso productivo [54]. El principal factor limitante en la eficiencia global del proceso es la conversión de calor en electricidad, debido a que intervienen máquinas térmicas y, por tanto, limitadas por el rendimiento de Carnot. Debido a sus características, su principal aplicación sería el almacenamiento de larga duración (más de cuatro horas), mientras que las baterías electroquímicas se conciben como una solución de almacenamiento de corta duración (menos de cuatro).

Todos los sistemas de almacenamiento térmico operan en dos fases: una fase de carga en la que se acumula energía térmica y otra de descarga en la que se entrega esta energía térmica [3], si bien el proceso concreto de acumulación y cesión de calor depende de la tecnología: existen acumuladores de agua estratificada, recolector de hielo, hielo encapsulado, etc. [56].

Como se ha indicado anteriormente, existen sistemas de conversión de potencia que incorporan almacenamiento térmico, como lo son algunas centrales termosolares. Sin embargo, los sistemas de almacenamiento térmico no son exclusivos de las plantas de potencia, pudiendo encontrarse también en instalaciones de climatización, microgeneración u otro tipo. Aportan la ventaja de permitir a la planta operar de forma constante independientemente de la hora del día o del perfil de la demanda, lo que redundaría en una reducción de OPEX [56]. Asimismo, como indica [54], el sector industrial presenta una demanda de calor de proceso que puede satisfacerse de un modo económico, si bien es cierto que los requisitos concretos dependen de cada industria.

Es preciso indicar que, pese a que a la hora de integrarlos dentro de un sistema mayor puedan modelarse como un foco térmico de capacidad finita, su modelado matemático para dimensionamiento y control de equipos es muy complejo pero necesario, pues por ejemplo los controles basados en temporizadores o reguladores de lazo cerrado a partir de medidas de temperatura son poco eficientes energéticamente [57]. De hecho, es frecuente que los fabricantes incluyan en sus catálogos simulaciones computacionales de los sistemas de almacenamiento [56]. A modo de ejemplo, en [58] se presenta el modelado de un sistema novedoso de almacenamiento térmico y su resolución computacional mediante Matlab®.

²⁷Los sistemas TI-PTES, que se describen a continuación, se cargan empleando una combinación de ambas.

Un sistema de almacenamiento térmico relevante es el conocido como PTES (acrónimo del inglés *Pumped Thermal Energy Storage*; Almacenamiento de Energía Térmica por Bombeo), que es un sistema consistente en una bomba de calor y un ciclo de potencia que operan entre dos almacenamientos térmicos, uno de baja temperatura y otro de alta [59]. Se trata del equivalente térmico del bombeo hidráulico, siendo complementario a este debido a que no tiene necesidades orográficas tan exigentes ni requiere disponibilidad de agua. Estos sistemas pertenecen tecnológicamente a lo que se ha denominado Baterías de Carnot²⁸. En caso de que el foco térmico caliente sea el ambiente su eficiencia *round - trip* (producto del COP de la bomba de calor por el rendimiento del ciclo de potencia; mide la eficiencia global del sistema de conversión. Se trata del ratio entre la energía descargada por el ciclo de potencia y la consumida por la bomba de calor) de Carnot es del 100 %. En caso de que el foco térmico no sea el ambiente sino una fuente mayor calidad, como pueden ser calores residuales u obtenidos mediante fuentes renovables [46] la eficiencia *round - trip* de Carnot es superior al 100 %²⁹, obteniendo lo que se conoce como TI-PTES (acrónimo del inglés *Thermally integrated PTES*; PTES Integrado Térmicamente). Existen actualmente desarrollos comerciales de esta tecnología: la empresa Malta Inc., participada por Bill Gates, está actualmente desarrollando una solución de este tipo en Puertollano [60]. La solución de Malta Inc. se basa en una bomba de calor accionada mediante energía renovable, existiendo la posibilidad de aprovechar calores residuales, un almacenamiento en sales fundidas y una descarga mediante un ciclo de vapor [61]. La propia Echogen, mencionada anteriormente, ha iniciado recientemente una línea de trabajo en PTES [62].

2.5. Trabajo previo sobre el problema a resolver

Existen en la literatura científica trabajos previos que abordan las distintas componentes del problema que se pretende resolver, ya sea analizando alternativas tecnológicas que se emplearán en este proyecto como analizando el impacto de la huella de carbono asociada a los centros de datos.

En [25] se lleva a cabo una amplia revisión de los retos medioambientales y energéticos asociados al ciclo de vida de los centros de datos, así como de posibles soluciones para los mismos. Estas soluciones no se limitan a las puramente técnicas, sino que se incluyen también otras regulatorias como los mercados de carbono o la propia optimización de las tareas que se ejecutan en los centros de datos. En la Figura 2.12, adaptada de [25], se muestra el ciclo de vida del carbono de los centros de datos.

²⁸En honor a Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796 - 1832); físico e ingeniero francés que con su libro de 1824 *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y las máquinas afines para desarrollarla* dio comienzo a la Termodinámica [22]. [Aquí](#) puede encontrarse una conferencia con motivo del bicentenario de la publicación del libro.

²⁹Esto no supone una violación del Principio de Conservación de la Energía pues, como se indicó antes, la eficiencia *round - trip* es un ratio electricidad/electricidad, y en los sistemas TI-PTES no se tiene en cuenta la energía adicional de la fuente térmica como entrada al sistema, solo como salida.

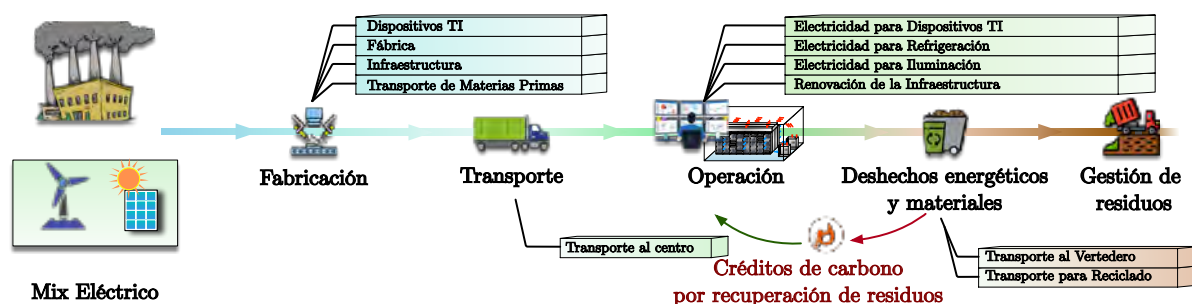


Figura 2.12. Ciclo de vida del carbono para un centro de datos. Adaptado de [25]

En [32] se actualizan algunos de los contenidos de [25] y se hace una revisión de las principales métricas de eficiencia de los centros de datos, así como de las posibles soluciones para su descarbonización, entre las que incluye las energías renovables destacando sus retos debido a la intermitencia y al coste actual del almacenamiento.

Por lo que respecta a los ciclos de $S - CO_2$, han sido ampliamente estudiados en la literatura en su versión de ciclo de potencia, siendo la referencia más clásica la tesis de Vaclav Dostal [39], si bien la configuración de bomba de calor no ha sido tan estudiada. En [46] se analiza y dimensiona una bomba de calor de alta temperatura basada en ciclos inversos de Brayton con $S - CO_2$, y se estudia su aplicación a una central híbrida CSP - PV con resultados satisfactorios. De [46] derivan dos artículos en los que se profundiza en su aplicación a centrales híbridas CSP - PV [42], concluyendo que el sistema propuesto mejora el coste de las centrales CSP actuales aunque no es capaz de mejorar el coste de los sistemas PV + baterías de ion - litio, pero indicando que presenta diversas ventajas operacionales y de construcción que hacen de él una alternativa interesante para el futuro. En el otro artículo se explora su uso como sistema de almacenamiento térmico [59], comparando su coste con el coste actual y previsto para las baterías de ion - litio y proponiendo estrategias para reducir el coste.

Por lo que respecta a la turbomaquinaria, [63] identifica la necesidad de tener algoritmos robustos y eficientes para estimar rendimientos de cara a desarrollar modelos de turbomaquinaria que sean computacionalmente eficientes, y propone para ello modelos basados en el ajuste de superficies al diagrama de Baljé. Una descripción detallada de su método y de los inconvenientes que se le han encontrado se proporciona en el Capítulo 3.

Si bien es cierto que el sistema propuesto en el proyecto resulta novedoso, existen propuestas similares que emplean almacenamiento térmico y buscan aprovechar excedentes de la red eléctrica. Un caso destacado es el proyecto ASTERIX-CAESAR [64], liderado por CENER (Centro Nacional de Energías Renovables) y que propone combinar energía solar térmica de concentración con sistemas CAES, todo ello siendo capaz de emplear energía excedente de la red. Este proyecto resultó adjudicatario de una subvención de 5,5 millones de euros al ser presentado al programa HORIZON de la Comisión Europea, mostrando el interés que existe por este tipo de tecnologías.

3

Metodología

A más cómo, menos por qué.

Jorge Wagensberg (1948 - 2018)

En este capítulo se presenta la metodología que se ha seguido en las cinco partes que conforman el trabajo realizado: diseño del ciclo, diseño de los intercambiadores de calor, análisis de las turbomáquinas, diseño de las tuberías y análisis económico. En cada apartado se explican las ecuaciones e hipótesis de cálculo y se describen las herramientas matemáticas empleadas cuando es necesario.

El trabajo desarrollado en el proyecto se puede dividir en cinco partes claramente diferenciadas, esquematizadas en la Figura 3.1.

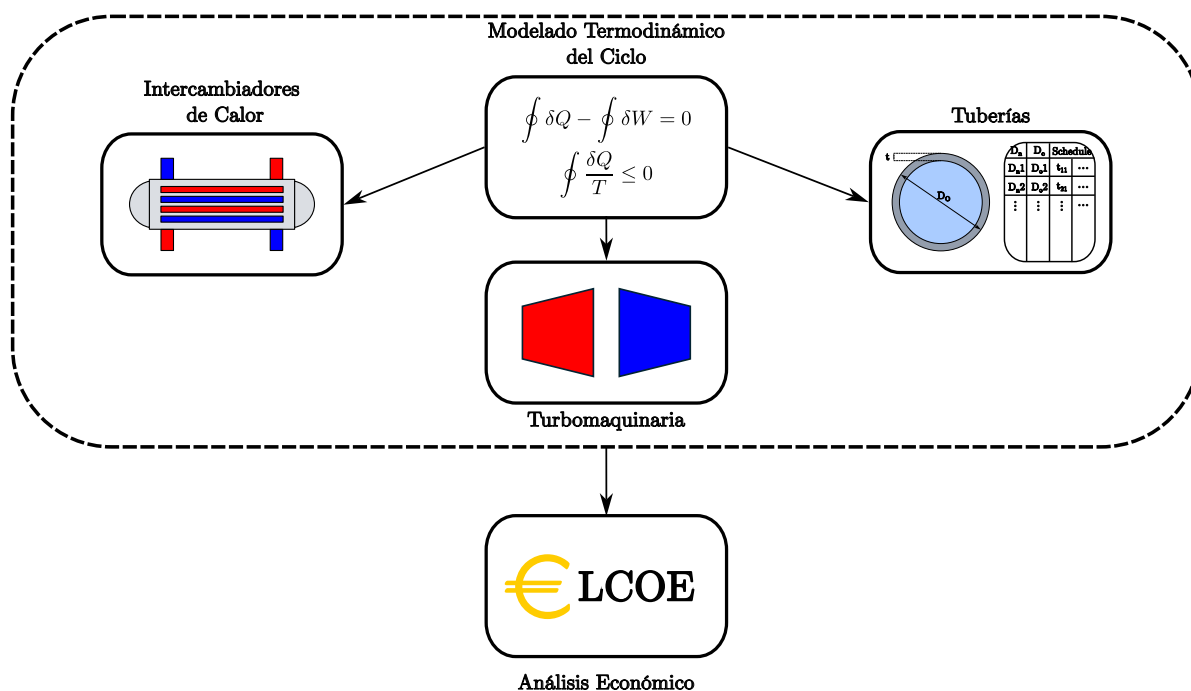


Figura 3.1. Esquema de trabajo seguido

La primera fase consiste en el diseño y modelado termodinámico del ciclo objeto del proyecto, a la que siguen sendas fases dedicadas respectivamente al diseño de los intercambiadores de calor, prediseño de la turbomaquinaria y dimensionamiento de las tuberías. Una vez realizadas estas fases, se lleva a cabo un análisis económico para comprobar la viabilidad financiera del proyecto.

Las herramientas empleadas para el desarrollo del proyecto son, por parte de la Física, las que Bejan [65] denomina *Ciencias Térmicas*, a saber la Termodinámica y la Transmisión de Calor, a las que se ha añadido la Mecánica de Fluidos siguiendo a Moratilla [66]. En este sentido, la Termodinámica proporciona herramientas para calcular las prestaciones de los componentes como si de cajas negras se tratase³⁰, mientras que la Transmisión de Calor permite dimensionar equipos como intercambiadores de calor y la Mecánica de Fluidos las secciones de los conductos y la turbomaquinaria.

Por lo que respecta a las herramientas matemáticas empleadas, descontando la Matemática Elemental inherente a los cálculos, se han empleado herramientas de interpolación polinómica para llevar a cabo el análisis de la turbomaquinaria. Asimismo, en el Apéndice C se describen los algoritmos de optimización que incorpora EES[®] con el fin de utilizarlos conociendo los aspectos básicos de su funcionamiento.

3.1. Modelado del ciclo termodinámico

El ciclo termodinámico propuesto en este proyecto es el mostrado en la Figura 3.2. Consta de un ciclo Brayton regenerativo, una bomba de calor de alta temperatura basada en un ciclo Brayton inverso de CO₂ supercrítico (S-CO₂) y un ciclo Rankine con una caldera de recuperación de un nivel de presión, junto con sendos almacenamientos térmicos entre el ciclo Brayton y la bomba de calor y entre la bomba de calor y el ciclo Rankine. Los procesos que componen cada uno de estos ciclos se describen en detalle a continuación.

El modelado, diseño y cálculo del ciclo se ha realizado mediante el *software* EES[®], codificando las ecuaciones que describen el funcionamiento del ciclo y, posteriormente, definiendo los parámetros de diseño en base a simulaciones realizadas variando esos parámetros, además de emplear valores estándar para ciertos parámetros como los rendimientos adiabáticos de las turbomáquinas, etc. Las ecuaciones que se han empleado en el modelado del ciclo se detallan en los siguientes apartados y son las habituales en Termodinámica Técnica, pudiendo encontrarse en los libros de texto de esta materia, como [36] o [67]. Un parámetro relevante a la hora de modelar la turbomaquinaria es la entalpía isentrópica, que en un proceso $\odot x \rightarrow \odot y$ se define con arreglo a la Ecuación (3.1).

$$h_{s,y} = h(s = s_x; p = p_y) \quad (3.1)$$

Es decir, se trata de la entalpía que tendría el fluido tras experimentar el proceso si no se hubiese experimentado una variación de entropía. Esta propiedad termodinámica resulta esencial para definir los rendimientos isentrópicos o adiabáticos con los que se cuantifica la eficiencia de las turbomáquinas.

³⁰Se emplea el término caja negra en este contexto para referirse a un modelo matemático de un sistema que asocia salidas con entradas, sin tener en cuenta ni requerir conocer la configuración interior del sistema. Por ejemplo, la Termodinámica proporciona herramientas para calcular la potencia transferida en un intercambiador de calor arbitrario sin tener en cuenta su tipo, dimensiones, etc. Es lo que técnicamente se conoce como “volumen de control”.

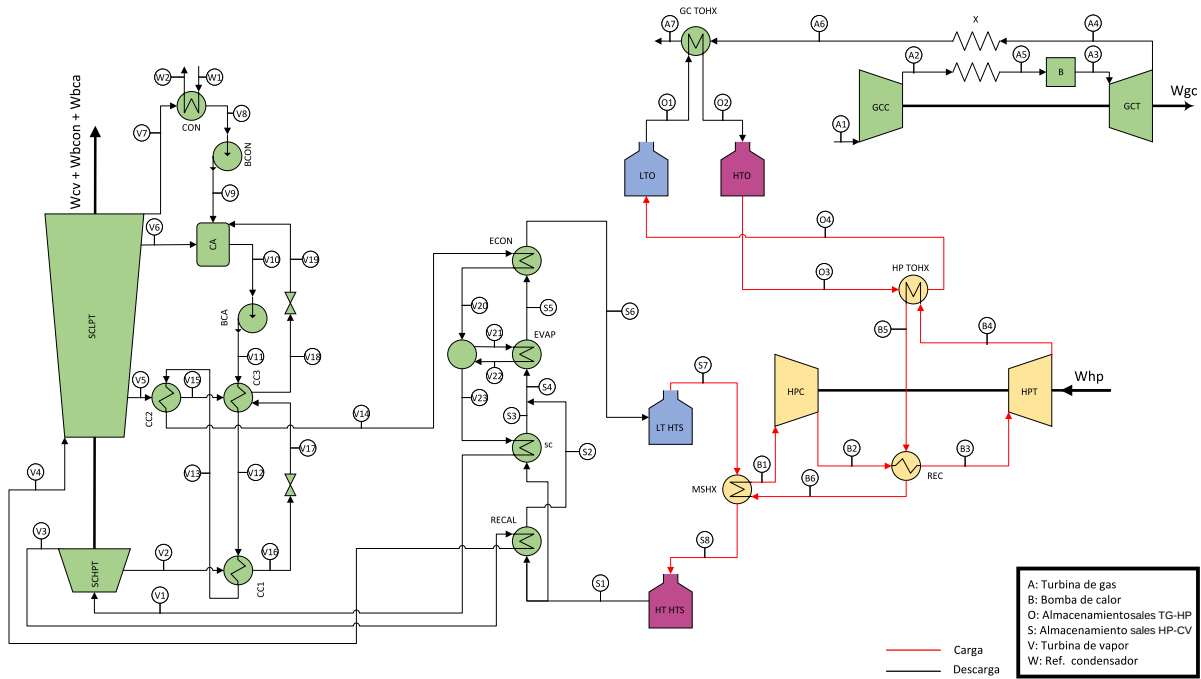


Figura 3.2. Ciclo propuesto

Asimismo, la entalpía de los fluidos incompresibles no se ha calculado directamente mediante las correlaciones que proporciona EES[®] sino a través de su definición con arreglo a la Ecuación (3.2) realizando los oportunos cambios de unidades [36].

$$h_{inc} = u + p \cdot v \quad (3.2)$$

3.1.1. Ciclo Brayton

El ciclo Brayton de gas es el primer elemento del ciclo y el que genera la energía que utilizarán los demás ciclos (salvo la alimentación de la bomba de calor). Se trata de un ciclo regenerativo, es decir, aprovecha los gases de escape de la turbina de gas para precalentar el aire que entra en la cámara de combustión, lo que consigue reducir el consumo específico de combustible (aumentando el rendimiento) pero reduciendo la temperatura de salida de los gases del ciclo (Punto A6), en ambos casos respecto al ciclo Brayton simple.

Consta de los siguientes procesos:

- A1 → A2 : Compresor.
- A2 → A5 : Regenerador (corriente fría).
- A5 → A3 : Cámara de combustión.
- A3 → A4 : Turbina de gas.
- A4 → A6 : Regenerador (corriente caliente).
- A6 → A7 : Intercambiador de calor gas - sales (corriente caliente).

Las ecuaciones que modelan el ciclo son las recogidas en la Tabla 3.1. Se ha considerado una pérdida de carga del 2 % en los intercambiadores de calor.

Tabla 3.1. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Brayton

Elemento	Ecuaciones
Compresor	$\eta_{GCC} = \frac{h_{A,s,2} - h_{A,1}}{h_{A,2} - h_{A,1}}$ $\dot{W}_{GCC} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,2} - h_{A,1})$
Regenerador	$T_{A,5} = T_{A,4} - PP_{A,REGEN}$ $\dot{Q}_{A,REGEN} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,5} - h_{A,2})$ $\dot{Q}_{A,REGEN} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,4} - h_{A,6})$
Cámara de combustión	$\dot{Q}_{COMB} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,3} - h_{A,5})$
Turbina	$\eta_{GCT} = \frac{h_{A,3} - h_{A,4}}{h_{A,3} - h_{A,s,4}}$ $\dot{W}_{GCT} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,3} - h_{A,4})$
Intercambiador de calor sales - CO ₂	$\dot{Q}_{GCTOXX} = \dot{m}_A \cdot (h_{A,6} - h_{A,7})$

3.1.2. Lazo de sales TG-HP

El lazo de sales TG-HP se encuentra entre el ciclo Brayton y la bomba de calor. Consta de dos almacenamientos de sales fundidas (concretamente, la sal compuesta por un 60 % de KNO₃ y un 40 % de NaNO₃, denominada habitualmente “sal solar”), uno caliente y otro frío, junto con sendos intercambiadores de calor que lo ligan al ciclo Brayton y a la bomba de calor.

Consta de los siguientes procesos:

-  →  : Intercambiador de calor gas - sales (corriente fría).
-  →  : Depósito de sales (caliente).
-  →  : Intercambiador de calor sales - CO₂ (corriente caliente).

- **O4** → **O1** : Depósito de sales (frío).

Las ecuaciones que modelan el lazo de sales TG-HP son las recogidas en la Tabla 3.2. Se ha considerado una pérdida de carga de 0,5 bar en los intercambiadores de calor.

Tabla 3.2. Ecuaciones empleadas en el modelado del lazo de sales TG-HP

Elemento	Ecuaciones
Intercambiador de calor gas - sales	$T_{O,1} = T_{A,7} - PP_{GC,TOHX}$ $T_{O,2} = T_{A,6} - PP_{GC,TOHX}$ $\dot{Q}_{GC,TOHX} = \dot{m}_{O,GC} \cdot (h_{O,2} - h_{O,1})$
Intercambiador de calor sales - CO ₂	$T_{O,3} = T_{B,5} + \Delta T_{B,TOHX}$ $T_{O,4} = T_{B,4} + \Delta T_{B,TOHX}$ $\dot{Q}_{HP,TOHX} = \dot{m}_B \cdot (h_{O,3} - h_{O,4})$

3.1.3. Bomba de calor

La bomba de calor se encuentra entre los dos almacenamientos, el de sales TG-HP y el de sales HP-CV, y su función es la de revalorizar (aumentar la exergía) de la energía térmica contenida en las sales del almacenamiento TG-HP y traspasarla a las sales HP-CV a una mayor temperatura, apta para su uso en la generación de vapor. La bomba de calor que se ha empleado es una bomba de calor de alta temperatura basada en ciclo Brayton inverso de CO₂ supercrítico. Se ha elegido esta configuración debido a que permite trabajar a altas temperaturas (con focos frío y caliente de 290 °C y 565 °C respectivamente). En [46] puede encontrarse un análisis detallado de esta configuración de bomba de calor.

Consta de los siguientes procesos:

- **B1** → **B2** : Compresor.
- **B2** → **B3** : Regenerador (corriente caliente).
- **B3** → **B4** : Turbina.
- **B4** → **B5** : Intercambiador de calor sales - CO₂ (corriente fría).
- **B5** → **B6** : Regenerador (corriente fría).
- **B6** → **B1** : Intercambiador de calor CO₂ - sales (corriente caliente).

Las ecuaciones que se han empleado para modelar la bomba de calor son las recogidas en la Tabla 3.3. Se ha considerado una pérdida de carga del 2 % en los intercambiadores de calor.

Tabla 3.3. Ecuaciones empleadas en el modelado de la bomba de calor

Elemento	Ecuaciones
Compresor	$\eta_{HPC} = \frac{h_{B,s,2} - h_{B,1}}{h_{B,2} - h_{B,1}}$ $\dot{W}_{HPC} = \dot{m}_B \cdot (h_{B,2} - h_{B,1})$
Regenerador	$T_{B,6} = T_{B,2} - \Delta T_{B,REC}$ $q_{B,REC} = h_{B,6} - h_{B,5}$ $q_{B,REC} = h_{B,2} - h_{B,3}$ $\dot{Q}_{B,REC} = \dot{m}_B \cdot q_{B,REC}$
Turbina	$\eta_{HPT} = \frac{h_{B,3} - h_{B,4}}{h_{B,3} - h_{B,s,4}}$ $\dot{W}_{HPT} = \dot{m}_B \cdot (h_{B,3} - h_{B,4})$
Intercambiador de calor sales - CO ₂	$\dot{Q}_{HPTOHH} = \dot{m}_B \cdot (h_{B,5} - h_{B,4})$
Intercambiador de calor CO ₂ - sales	$\dot{Q}_{MSHX} = \dot{m}_B \cdot (h_{B,6} - h_{B,1})$

3.1.4. Lazo de sales HP-CV

El lazo de sales HP-CV de dos almacenamientos de sal solar, uno caliente y otro frío, junto con sendos intercambiadores de calor que conectan los almacenamientos con la bomba de calor y la caldera de recuperación del ciclo de vapor, que está compuesta a su vez por varios intercambiadores de calor.

Además de los tanques de sales fundidas, el lazo también abarca la parte del ciclo Rankine que se conoce como HRSG (de inglés *Heat Recovery Steam Generator*; en castellano se denomina habitualmente caldera de recuperación), que es el elemento mediante el cual se transfiere calor al ciclo Rankine, buscando acercar en temperatura las corrientes fría y caliente. Existen varias configuraciones de calderas de recuperación, habiéndose elegido una de un único nivel de presión. Los elementos básicos de una caldera de recuperación son [3]:

- **Economizador:** Calienta el agua procedente del ciclo de vapor hasta unos grados por debajo de la temperatura de evaporación.
- **Evaporador:** La corriente proveniente del economizador pasa al calderín y, posteriormente, al evaporador, donde se aumenta la entalpía del fluido hasta que se encuentra en condiciones de vapor saturado.
- **Sobrecalentador:** Se sobrecalienta el vapor saturado hasta las condiciones de entrada en turbina.
- **Recalentador:** Se aporta calor a una corriente extraída de la turbina en un punto intermedio de la misma para continuar la siguiente expansión a mayor entalpía.

Las sales pasan en paralelo por el sobrecalentador y el recalentador, para luego unirse y ceder calor al evaporador y finalmente al economizador. El lazo consta de los siguientes procesos:

-  $\rightarrow$  : Recalentador (corriente caliente).
-  $\rightarrow$  : Sobrecalentador (corriente caliente).
-  +  $\rightarrow$  : Lazo de unión.
-  $\rightarrow$  : Evaporador (corriente caliente).
-  $\rightarrow$  : Economizador (corriente caliente).
-  $\rightarrow$  : Depósito de sales (frío).
-  $\rightarrow$  : Intercambiador de calor CO₂ - sales (corriente fría).
-  $\rightarrow$  : Depósito de sales (caliente).

Las ecuaciones que modelan el lazo de sales HP-CV son las recogidas en la Tabla 3.4. Se ha considerado una pérdida de carga del 2 % en los intercambiadores de calor.

Tabla 3.4. Ecuaciones empleadas en el modelado del lazo de sales HP-CV

Elemento	Ecuaciones
Recalentador	$T_{S,2} = T_{V,3} + PP_{RECAL}$ $\dot{Q}_{RECAL} = \dot{m}_S \cdot (1 - \alpha_S) \cdot (h_{S,1} - h_{S,2})$
Sobrecalentador	$\dot{Q}_{SCAL} = \dot{m}_S \cdot \alpha_S \cdot (h_{S,1} - h_{S,3})$ $T_{S,1} = T_{V,1} + \Delta_{SC}$
Lazo de unión	$p_{S,3} = p_{S,4}$ $\alpha_S \cdot h_{S,3} + (1 - \alpha_S) \cdot h_{S,2} = h_{S,4}$
Evaporador	$\dot{Q}_{EVAP} = \dot{m}_S \cdot (h_{S,4} - h_{S,5})$
Economizador	$\dot{Q}_{ECON} = \dot{m}_S \cdot (h_{S,5} - h_{S,6})$
Intercambiador de calor CO ₂ - sales	$T_{S,7} = T_{B,1} - 30^{\circ}\text{C}$ $T_{S,8} = T_{B,6} - \Delta_{MSHX}$ $\dot{Q}_{MSHX} = \dot{m}_B \cdot (h_{B,6} - h_{B,1})$ $\dot{Q}_{MSHX} = \dot{m}_{S,HP} \cdot (h_{S,8} - h_{S,7})$

3.1.5. Ciclo Rankine

Como último elemento del ciclo se propone un ciclo Rankine de vapor conectado mediante la caldera de recuperación al almacenamiento de sales HP-CV. Se trata de un ciclo complejo, con turbinas de alta y baja presión con varias extracciones intermedias, varios calentadores cerrados y uno abierto. Este ciclo aprovecha las sales fundidas HP-CV (que almacenan energía de alta exergía gracias a la bomba de calor) como foco caliente para generar electricidad.

-  →  : Turbina de vapor de alta presión (primera extracción).
-  →  : Turbina de vapor de alta presión (salida de la turbina).

- $V3 \rightarrow V4$: Recalentador (corriente fría).
- $V4 \rightarrow V5$: Turbina de vapor de baja presión (primera extracción).
- $V4 \rightarrow V6$: Turbina de vapor de baja presión (segunda extracción).
- $V4 \rightarrow V7$: Turbina de vapor de baja presión (salida de la turbina).
- $V7 \rightarrow V8$: Condensador (corriente caliente).
- $V8 \rightarrow V9$: Bomba del condensador.
- $V6 + V9 + V19 \rightarrow V10$: Calentador abierto.
- $V10 \rightarrow V11$: Bomba del calentador abierto.
- $V11 \rightarrow V12$: Calentador cerrado 3 (corriente fría).
- $V12 \rightarrow V13$: Calentador cerrado 1 (corriente fría).
- $V13 \rightarrow V14$: Calentador cerrado 2 (corriente fría).
- $V2 \rightarrow V16$: Calentador cerrado 1 (corriente caliente).
- $V16 \rightarrow V17$: Válvula.
- $V5 \rightarrow V15$: Calentador cerrado 2 (corriente caliente).
- $V15 + V17 \rightarrow V18$: Calentador cerrado 3 (corriente caliente).
- $V18 \rightarrow V19$: Válvula.
- $V14 \rightarrow V20$: Economizador (corriente fría).
- $V20 \rightarrow V21$: Calderín.
- $V21 \rightarrow V22$: Evaporador (corriente fría).
- $V22 \rightarrow V23$: Extracción de vapor saturado del calderín.
- $V23 \rightarrow V1$: Sobrecalentador (corriente fría).

Las ecuaciones que modelan el ciclo son las recogidas en la Tablas 3.5 a 3.7. Se ha considerado una pérdida de carga del 2 % en los intercambiadores de calor.

Tabla 3.5. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine

Elemento	Ecuaciones
Turbina de vapor de alta presión	$\eta_{SCHPT} = \frac{h_{V,1} - h_{V,3}}{h_{V,1} - h_{V,s,3}}$ $\frac{h_{V,2} - h_{V,1}}{h_{V,3} - h_{V,1}} = \frac{s_{V,2} - s_{V,1}}{s_{V,3} - s_{V,1}}$ $\dot{W}_{SCHPT} = \dot{m}_V \cdot (h_{V,1} - \alpha_V \cdot h_{V,2} - (1 - \alpha_V) \cdot h_{V,3})$
Recalentador	$\dot{Q}_{RECAL} = \dot{m}_V \cdot (1 - \alpha_V) \cdot (h_{V,4} - h_{V,3})$
Turbina de vapor de baja presión	$\eta_{SCLPT} = \frac{h_{V,4} - h_{V,7}}{h_{V,4} - h_{V,s,7}}$ $\frac{h_{V,5} - h_{V,4}}{h_{V,7} - h_{V,4}} = \frac{s_{V,5} - s_{V,4}}{s_{V,7} - s_{V,4}}$ $\frac{h_{V,6} - h_{V,4}}{h_{V,7} - h_{V,4}} = \frac{s_{V,6} - s_{V,4}}{s_{V,7} - s_{V,4}}$ $\dot{W}_{SCHPT} = \dot{m}_V \cdot ((1 - \alpha_V) \cdot h_{V,4} - \beta_V \cdot h_{V,5} - \gamma_V \cdot h_{V,6} - (1 - \alpha_V - \beta_V - \gamma_V) \cdot h_{V,7})$
Condensador	$\dot{Q}_{CON} = \dot{m}_V \cdot (1 - \alpha_V - \beta_V - \gamma_V) \cdot (h_{V,7} - h_{V,8})$ $\dot{Q}_{CON} = \dot{m}_w \cdot (h_{v,2} - h_{v,1})$
Bomba del condensador	$\eta_{B,CON} = \frac{v_{V,8} \cdot (p_{V,9} - p_{V,8}) \cdot 100}{h_{V,9} - h_{V,8}} \Big _{x8=0}$ $\dot{W}_{B,CON} = \dot{m}_V \cdot (1 - \alpha_V - \beta_V - \gamma_V) \cdot (h_{V,9} - h_{V,8})$
Calentador abierto	$p_{V,6} = p_{V,9} = p_{V,10} = p_{V,19}$ $q_{CA} = ((1 - \alpha_V - \beta_V - \gamma_V) \cdot h_{V,9} + \gamma_V \cdot h_{V,6} + (\alpha_V + \beta_V) \cdot h_{V,19})$ $q_{CA} = h_{V,10}$ $\dot{Q}_{CA} = \dot{m}_V \cdot q_{CA}$

Tabla 3.6. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine

Elemento	Ecuaciones
Bomba del calentador abierto	$\eta_{B,CA} = \frac{v_{V,10} \cdot (p_{V,11} - p_{V,10}) \cdot 100}{h_{V,11} - h_{V,10}} \Big _{x_{10}=0}$ $\dot{W}_{B,CON} = \dot{m}_V \cdot (h_{V,11} - h_{V,10})$
Calentador cerrado 1	$p_{V,2} = p_{V,16}$ $q_{CC1} = h_{V,13} - h_{V,12}$ $q_{CC1} = \alpha_V \cdot (h_{V,12} - h_{V,16})$ $\dot{Q}_{CC1} = \dot{m}_V \cdot q_{CC1}$ $T_{V,13} = T_{Sat} _{p_{V,2}}$
Calentador cerrado 2	$p_{V,5} = p_{V,15}$ $q_{CC2} = \beta_V \cdot (h_{V,5} - h_{V,15})$ $q_{CC2} = h_{V,14} - h_{V,13}$ $\dot{Q}_{CC2} = \dot{m}_V \cdot q_{CC2}$
Calentador cerrado 3	$p_{V,15} = p_{V,17} = p_{V,18}$ $q_{CC3} = \alpha_V \cdot (h_{V,17} - h_{V,18}) + \beta_V \cdot (h_{V,15} - h_{V,18})$ $q_{CC3} = h_{V,12} - h_{V,11}$ $\dot{Q}_{CC3} = \dot{m}_V \cdot q_{CC3}$ $x_{18} = 0$
Válvula  → 	$h_{16} = h_{17}$
Válvula  → 	$h_{18} = h_{19}$

Tabla 3.7. Ecuaciones empleadas en el modelado del ciclo Rankine

Elemento	Ecuaciones
Economizador	$\dot{Q}_{ECON} = \dot{m}_V \cdot (h_{V,20} - h_{V,14})$ $T_{V,20} = T_{V,21} - \Delta_{ECON}$ $x_{21} = 0$
Calderín	$p_{V,20} = p_{V,21}$ $p_{V,22} = p_{V,23}$ $x_{21} = 0$ $x_{22} = 0, 1$ $x_{23} = 1$ $T_{V,22} = T_{V,23}$
Evaporador	$\dot{Q}_{EVAP} = \dot{m}_V \cdot (h_{V,23} - h_{V,20})$ $\dot{Q}_{SCAL} = \dot{m}_V \cdot (h_{V,1} - h_{V,23})$
Sobrecalentador	$T_{V,1} = T_{S,1} - \Delta_{SC}$

Resulta interesante mencionar que el ciclo completo está compuesto por dos subciclos de potencia: el ciclo Brayton que alimenta al centro de datos y el ciclo Rankine, que puede verter su energía a la red eléctrica. Si se asignan las emisiones de dióxido de carbono del ciclo Brayton al centro de datos, la electricidad producida por el ciclo Rankine resulta neutra en carbono dado que se alimentaría mediante electricidad renovable y calor residual. Por tanto, existe la posibilidad de obtener créditos de carbono [25] por parte del ciclo Rankine que ayuden a mejorar la rentabilidad del sistema en su conjunto.

3.2. Diseño de los intercambiadores de calor

El diseño de los intercambiadores de calor se refiere al proceso mediante el cual se determinan las dimensiones físicas (o algún parámetro que sea representativo de las mismas) de los intercambiadores. Para ello, es necesario emplear las herramientas que proporciona la Transferencia de Calor y conocer la configuración física de los intercambiadores, pues el balance energético que proporciona el Primer Principio de la Termodinámica no es suficiente para resolver por completo un intercambiador de calor.

La literatura técnica [68], [69], [70] identifica dos métodos básicos de análisis de intercambiadores de calor, que son el método de la Diferencia de Temperatura Logarítmica Media, ΔT_{Lm} ,

y el método $\epsilon - \text{NUT}$, que son algebraicamente equivalentes pero facilitan distintos tipos de análisis. En [71] se recogen más métodos de análisis menos comunes. Asimismo, se identifican las dos familias principales de análisis:

- **Problemas de diseño:** En ellos se conocen los parámetros del flujo y se desea seleccionar el tipo de intercambiador y/o sus dimensiones. Se trata del problema que se pretende resolver en este proyecto. Tanto el método ΔT_{Lm} como el método $\epsilon - \text{NUT}$ son apropiados para esta clase de problemas.
- **Problemas de cálculo o de simulación:** En ellos se conoce el tipo y dimensiones del intercambiador y lo que se desea es hallar las condiciones del flujo a la salida del intercambiador y el rendimiento del mismo. El método $\epsilon - \text{NUT}$ es más apropiado que el ΔT_{Lm} para esta clase de problemas pues evita cálculos iterativos.

A continuación, se realizará una breve descripción del fundamento teórico de ambos métodos de análisis para, posteriormente, indicar sus limitaciones y la forma en la que se han solventado para diseñar los intercambiadores. La explicación se basa en gran medida en la proporcionada por [69].

3.2.1. Método ΔT_{Lm}

El método de la Diferencia de Temperatura Logarítmica Media expresa la potencia calorífica intercambiada en el intercambiador como el producto de la conductancia térmica del intercambiador, UA^{31} , por una diferencia de temperaturas media en el sentido logarítmico, con arreglo a la Ecuación (3.3), que resulta similar a la Ley de Enfriamiento de Newton³².

$$\dot{Q} = UA \cdot \Delta T_{Lm} \quad (3.3)$$

El método surge de llevar a cabo un balance energético en un volumen de control infinitesimal del intercambiador para plantear la ecuación diferencial que gobierna su comportamiento asumiendo calores específicos constantes. Posteriormente, mediante el uso de determinadas hipótesis se integra analíticamente esa ecuación diferencial para acabar llegando a la expresión Ecuación (3.3). Es común en la práctica realizar el balance energético infinitesimal sobre un intercambiador de flujos paralelos en contracorriente y aplicar factores de corrección tabulados para otras situaciones.

Considérese un intercambiador de calor con flujo a contracorriente en el que se definen sendos volúmenes de control infinitesimales en los lados frío y caliente, tal y como se muestra en la Figura 3.3, en la que también se muestra el balance infinitesimal de energías.

Aplicando el Primer Principio de la Termodinámica, el balance de energía para la corriente caliente viene dado con arreglo a la Ecuación (3.4).

$$\dot{m}_C \cdot h_C = \dot{m}_C \cdot h_C + \frac{d(\dot{m}_C \cdot h_C)}{dx} dx + d\dot{Q} \implies 0 = \dot{m}_C \cdot \frac{dh_C}{dx} + d\dot{Q} \quad (3.4)$$

³¹El coeficiente global de transferencia de calor U es un término que se introduce para simplificar los cálculos cuando se tienen N resistencias térmicas R_i en serie. A su producto por el área de intercambio A se le denomina conductancia térmica y se relaciona con las resistencias térmicas como sigue: $\frac{1}{UA} = \sum_{i=1}^N R_i$

³²En honor a Sir Isaac Newton (1642 - 1727); célebre físico, matemático y astrónomo británico; se puede afirmar que ha sido el científico más grande de todos los tiempos. Su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) es la cumbre de la ciencia occidental [22].

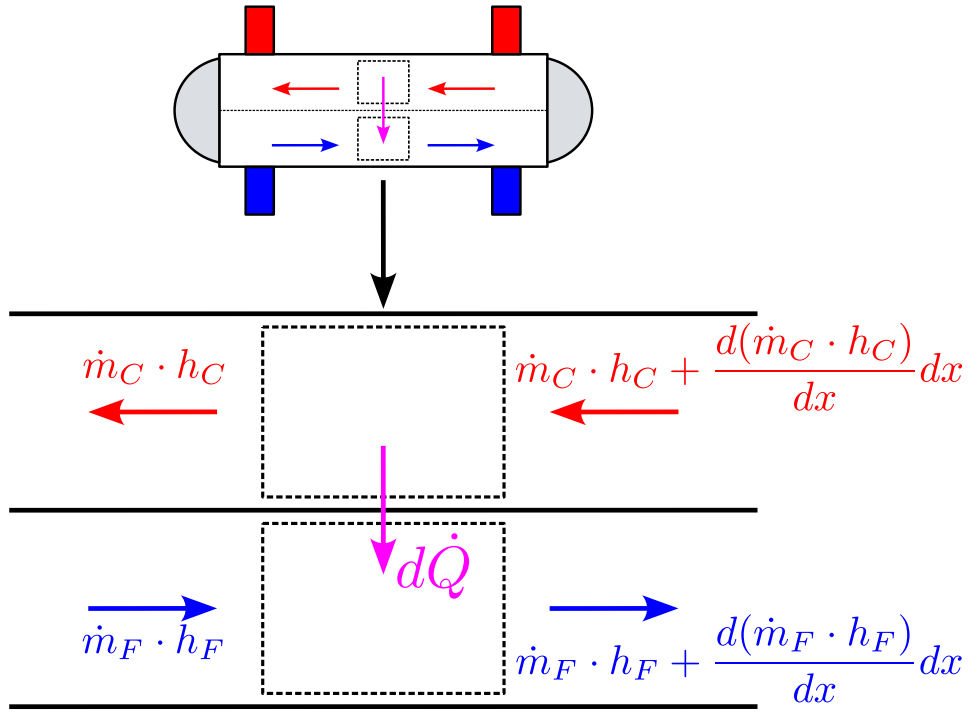


Figura 3.3. Volúmenes de control a considerar en el método ΔT_{Lm}

donde el gasto másico se toma como constante para sacarlo de la derivada. La variación espacial de la entalpía obedece en general a cambios tanto de presión como de temperatura, lo que aplicando la regla de la cadena se expresa de acuerdo con la Ecuación (3.5).

$$\frac{dh_C}{dx} = \underbrace{\frac{\partial h_C}{\partial T}}_{c_p} \cdot \frac{\partial T_C}{\partial x} + \frac{\partial h_C}{\partial P} \cdot \underbrace{\frac{\partial P_C}{\partial x}}_{\approx 0} \quad (3.5)$$

Por tanto, se puede expresar el diferencial de potencia transferida mediante la Ecuación (3.6). El balance a realizar en el lado frío es análogo y el resultado final del balance es el dado por la Ecuación (3.7).

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_C \cdot c_{p,C} \cdot \frac{dT_C}{dx} dx \quad (3.6)$$

$$d\dot{Q} = \dot{m}_F \cdot c_{p,F} \cdot \frac{dT_F}{dx} dx \quad (3.7)$$

Sustituyendo la Ecuación (3.3) en la Ecuación (3.6) y en la Ecuación (3.7) y restando ambas ecuaciones se halla la ecuación diferencial que gobierna la transferencia de calor en el intercambiador. En caso de que se considere que los calores específicos c_p son constantes, lo que es una hipótesis del método, la ecuación diferencial puede integrarse analíticamente y se obtiene la expresión de la diferencia de temperatura logarítmica media, dada con arreglo a la Ecuación (3.8).

$$\begin{aligned} \Delta T_{Lm} &= \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \\ \Delta T_1 &= T_{C,in} - T_{F,out} \\ \Delta T_2 &= T_{C,out} - T_{F,in} \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2.2. Método $\epsilon - \text{NUT}$

El método $\epsilon - \text{NUT}$ se basa en expresar la transferencia de calor en el intercambiador como una fracción de la transferencia de calor máxima posible en el mismo, con arreglo a la Ecuación (3.9), siendo ϵ un número adimensional que representa la efectividad del intercambiador.

$$\dot{Q} = \epsilon \cdot \dot{Q}_{\text{máx}} \quad (3.9)$$

Si el método ΔT_{Lm} empleaba en su derivación un análisis de volumen de control, el método $\epsilon - \text{NUT}$ se apoya en los diagramas T-Q³³. En la Figura 3.4 se muestra el diagrama T-Q de un intercambiador arbitrario. Es importante resaltar que las distribuciones de temperatura de las corrientes caliente y fría no pueden cruzarse, pues si lo hiciesen se estaría violando el Segundo Principio de la Termodinámica. Esta puntualización permite definir la transferencia máxima de calor como aquella que tendría lugar en un intercambiador de área infinita, que conseguiría que una de las corrientes tuviese una temperatura de salida igual a la temperatura de entrada de la otra corriente.

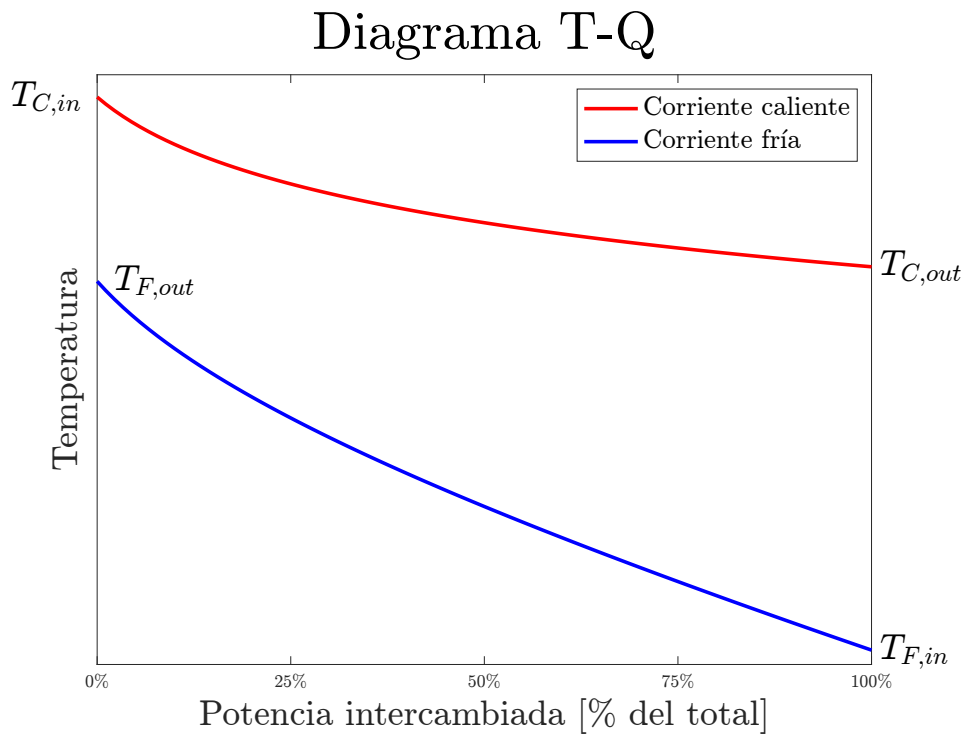


Figura 3.4. Diagrama T-Q de un intercambiador arbitrario

Para determinar cuál de las dos corrientes conseguiría esta temperatura de salida ideal, considérese el balance energético dado por la Ecuación (3.10), donde el incremento de entalpía Δh se ha expresado como producto del calor específico a presión constante, c_p , por el incremento de temperatura de acuerdo a la propia definición de c_p ³⁴.

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta h = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \quad (3.10)$$

³³Los diagramas T-Q (Temperatura - Calor) muestran la temperatura de las corrientes que recorren un intercambiador de calor en función de la potencia térmica intercambiada, normalmente como porcentaje respecto al total.

³⁴El calor específico a presión constante, c_p , que aparece en la formulación del método ΔT_{Lm} , se define como la variación de la entalpía de una sustancia a presión constante, $c_p = \frac{\partial h}{\partial T}$.

La Ecuación (3.10) muestra que la corriente que conseguirá una mayor diferencia de temperaturas entre entrada y salida, y por tanto la que conseguiría en el caso ideal tener una temperatura de salida igual a la temperatura de entrada de la otra corriente, es aquella con menor $\dot{m} \cdot c_p$. Por tanto, la transferencia máxima de calor puede definirse con arreglo a la Ecuación (3.11).

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = \{\dot{m} \cdot c_p\}_{\text{mín}} \cdot (T_{C,in} - T_{F,out}) \quad (3.11)$$

Como se mencionó anteriormente, los métodos ΔT_{Lm} y $\epsilon - NUT$ son algebraicamente equivalentes. Se puede demostrar [68] que la efectividad ϵ de un intercambiador será función de la conductancia térmica UA y de los términos $\dot{m} \cdot c_p$, con arreglo a la Ecuación (3.12). La expresión concreta de la Ecuación (3.12) se encuentra tabulada para distintos tipos de intercambiadores [68], siendo NUT un número adimensional (acrónimo de Número de Unidades de Transferencia) que se define con arreglo a la Ecuación (3.13).

$$\epsilon = \epsilon \left(NUT, \frac{\{\dot{m} \cdot c_p\}_{\text{máx}}}{\{\dot{m} \cdot c_p\}_{\text{mín}}} \right) \quad (3.12)$$

$$NUT = \frac{UA}{\{\dot{m} \cdot c_p\}_{\text{mín}}} \quad (3.13)$$

3.2.3. Método de los subintercambiadores

Los métodos ΔT_{Lm} y $\epsilon - NUT$ se apoyan en varias hipótesis, una de las cuales es que el calor específico a presión constante (c_p) de los fluidos que atraviesan el intercambiador es constante. Si bien esta hipótesis es cierta bajo el modelo de gas perfecto o si la variación de las temperaturas que experimentan las corrientes del intercambiador es pequeña, la realidad es que el calor específico a presión constante depende de la temperatura (únicamente de ella en el modelo del gas ideal: $c_p = c_p(T)$). Para tener en cuenta esta dependencia, existen dos métodos alternativos de solución:

- Integrar numéricamente las ecuaciones diferenciales que modelan el intercambiador y que en los métodos ΔT_{Lm} y $\epsilon - NUT$ se simplificaban por la hipótesis $c_p = cte$. Ejemplos detallados de esta metodología pueden encontrarse en [69].
- Aprovechar el hecho de que, si bien no se puede asumir un $c_p = cte$ en todo el intercambiador, sí puede aproximarse este por un conjunto de N subintercambiadores $\{hx_i\}_{i=1}^N$ en serie, cada uno de ellos con un $c_{p,i}$ constante. En la Figura 3.5 se muestra de forma esquemática una descripción del método de los subintercambiadores, y en la Figura 3.6 se muestra un diagrama T-Q con las hipótesis que manejan los distintos modelos³⁵. Este método asigna a cada subintercambiador la misma fracción de la potencia total y los resuelve como si se tratase de intercambiadores individuales que tuviesen condiciones de ligadura. Dostal [39] analiza con detalle las demás hipótesis que subyacen a este método.

El segundo método ha sido el escogido en este proyecto debido a que resulta más intuitivo desde el punto de vista físico y que EES[®] proporciona funciones predefinidas que implementan este cálculo. En concreto, se ha empleado la función `HeatExchanger6_CL` [72]. Esta función recibe como argumentos diversos parámetros asociados a las temperaturas y presiones del intercambiador y devuelve, entre otros, la conductancia UA , que es lo que se buscaba.

³⁵Se muestra un intercambiador discretizado únicamente en 3 subintercambiadores por claridad.

Discretización en Subintercambiadores

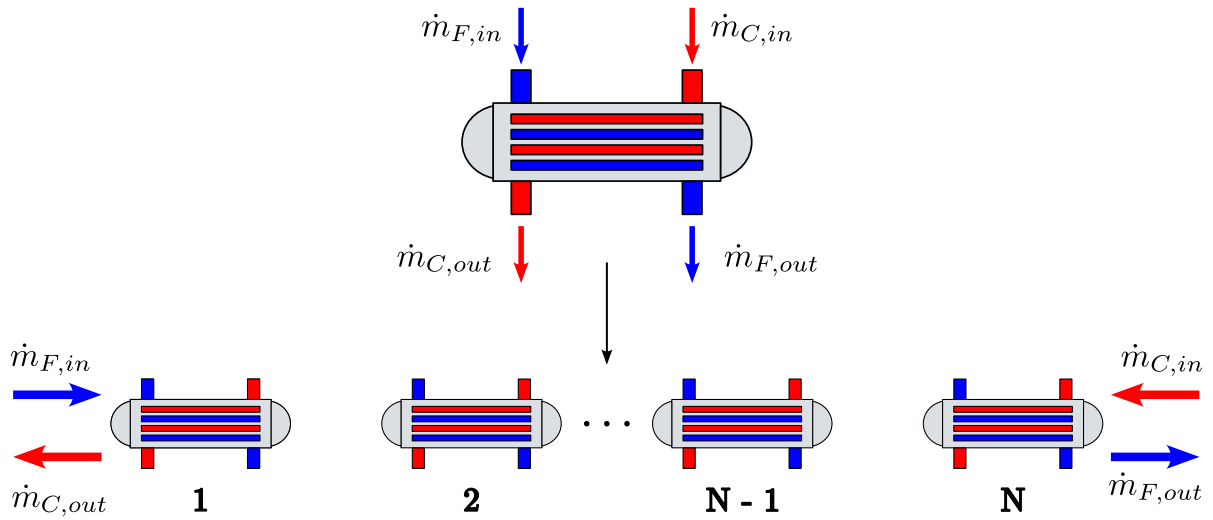


Figura 3.5. Modelo de discretización en subintercambiadores

Hipótesis de los modelos de HX

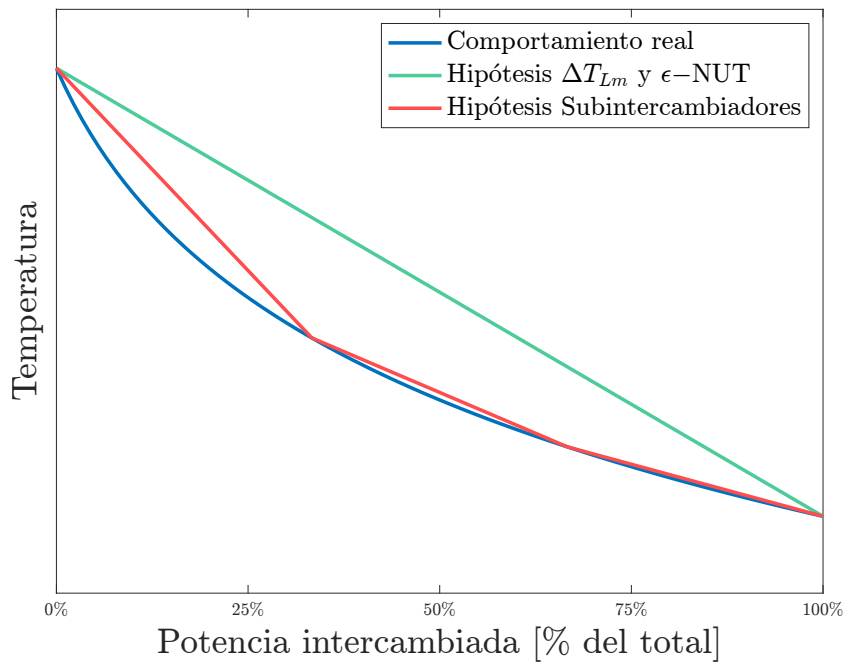


Figura 3.6. Hipótesis empleadas en los distintos métodos de resolución de intercambiadores de calor

Sin embargo, se ha observado que la función `HeatExchanger6_CL` no es capaz de trabajar con sustancias como el aire. Por tanto, en aquellos intercambiadores en los que esto ocurre, se ha recurrido al método $\epsilon - NUT$ despejando la conductancia UA del NUT , que se ha obtenido mediante la función `HX` [73]. Como se ha mencionado, los intercambiadores en los que hay que emplear esta función trabajan con al menos una de las dos corrientes de aire, en el que se puede aplicar el modelo de gas perfecto y, por tanto, las hipótesis de $c_p = cte$ se verifican de forma aproximada para esa corriente.

3.3. Análisis de la turbomaquinaria

Siguiendo a [74] el proceso de diseño de la turbomaquinaria se puede resumir en las siguientes etapas:

1. El proceso comienza con la definición de las especificaciones generales de la máquina (temperaturas, relación de presiones, etc.), que deben compararse con las existentes a nivel comercial y con la experiencia previa para comprobar que el diseño planteado no se sale excesivamente de lo convencional. En el diseño propuesto en este documento, estas especificaciones se obtienen de la resolución del ciclo completo.
2. A continuación se emplea el Análisis Dimensional para reducir el número de variables que intervienen en el diseño y poder aprovechar la experiencia de diseños previos. Es el momento de plantear un cambio de especificaciones si correspondiese, pues esto ahorraría costes posteriores.
3. El diseño termofluidodinámico se basa en métodos de análisis como la Ecuación de Euler³⁶ y los triángulos de velocidad, y permite obtener estimaciones del rendimiento y diversos parámetros representativos.
4. Finalmente, es necesario proceder al diseño de los álabes, que suele realizarse asumiendo flujo bidimensional y empleando técnicas de CFD (acrónimo del inglés *Computational Fluid Dynamics*; Dinámica de Fluidos Computacional. Consiste en el empleo de herramientas de Cálculo Numérico para aproximar problemas de Mecánica de Fluidos) y otras técnicas simplificadoras del flujo.

Para llevar a cabo el diseño detallado de la turbomaquinaria es habitual comenzar con una fase de prediseño, en la que se emplean modelos simplificados de las máquinas que, a costa de sacrificar precisión, permiten hallar fácilmente unos primeros parámetros que orientan el diseño posterior, más preciso y complejo. Uno de los métodos más comunes de prediseño es el conocido como Método de Baljé, que se describe a continuación.

El Método de Baljé es un proceso para realizar el diseño preliminar de la turbomaquinaria basado en el Análisis Dimensional que permite “capitalizar” el conocimiento acumulado en el diseño de las máquinas empleando correlaciones empíricas [75]. En concreto, el método permite determinar el tipo de máquina en función de su flujo (axial, radial o mixta), el número de etapas, la velocidad de rotación y el diámetro específico de la máquina.

El resultado fundamental del Análisis Dimensional es el teorema π de Vaschy-Buckingham³⁷, que establece que una ecuación que relacione n parámetros P_i $i = 1, \dots, n$ e involucre m magnitudes físicas fundamentales puede reducirse (es equivalente) a una ecuación con $n - m$ monomios adimensionales³⁸ π_j , $j = 1, \dots, n - m$, con arreglo a la Ecuación (3.14).

$$f(P_1, P_2, \dots, P_n) = 0 \equiv f(\pi_1, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (3.14)$$

³⁶En honor de Leonhard Euler (1707 - 1783); matemático suizo que trabajó en Cálculo, Geometría, Mecánica, Astronomía 3 inventó la Teoría de Grafos. Se le considera uno de los mejores matemáticos de la historia [22].

³⁷En honor de Aimé Vaschy (1857 - 1899); ingeniero de telégrafos y matemático francés [76] y de Edgar Buckingham (1867-1940); físico estadounidense que trabajó en multitud de campos [77].

³⁸Un monomio adimensional es una combinación algebraica de variables tal que no tiene unidades. Por ejemplo, el número de Reynolds $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$ es una combinación de la densidad ρ , la velocidad v , diámetro d y viscosidad μ que no tiene unidades: $[ML^{-3}] \cdot [LT^{-1}] \cdot [L] \div [ML^{-1}T^{-1}] = [1]$, siendo M la masa, L la longitud y T el tiempo.

La aplicación de este teorema al estudio de la turbomaquinaria arroja el resultado de que el rendimiento de una máquina depende de cuatro monomios adimensionales, relacionados con el flujo volumétrico de la máquina (factor de flujo, ϕ), la transferencia de potencia (factor de trabajo, Ψ), la viscosidad del fluido (número de Reynolds³⁹, Re) y su compresibilidad (número de Mach⁴⁰, Ma). Habitualmente, los dos últimos factores no influyen en el rendimiento debido a que los efectos de la viscosidad son despreciables para flujos completamente turbulentos (caso normal en turbomaquinaria) y los efectos de la compresibilidad se desprecian por definición en las turbomáquinas hidráulicas mientras que en las térmicas se puede introducir un factor de corrección.

El Método de Baljé se basa en combinar los dos monomios adimensionales restantes, relacionados con el flujo volumétrico y la transferencia de trabajo, para dar lugar a otros dos monomios adimensionales que resultan de mayor utilidad en el diseño preliminar y selección de turbomaquinaria:

- **Velocidad específica** (ω_s): elimina el diámetro de la combinación de los dos monomios adimensionales mencionados anteriormente, por lo que es indicativa de la forma (axial, radial o mixta) y no de las dimensiones de la máquina. Su definición viene dada con arreglo a la Ecuación (3.15), siendo ω la velocidad de rotación de la máquina, V el flujo volumétrico de la misma y W la transferencia de trabajo reversible entre máquina y fluido.

$$\omega_s = \omega \cdot \frac{V^{\frac{1}{2}}}{W^{\frac{3}{4}}} \quad (3.15)$$

- **Diámetro específico** (d_s): elimina la velocidad de la combinación de los monomios adimensionales, luego es indicativa del tamaño de la máquina. Se define con arreglo a la Ecuación (3.16), siendo D el diámetro de la máquina, V el flujo volumétrico de la misma y W la transferencia de trabajo reversible entre máquina y fluido.

$$d_s = D \cdot \frac{W^{\frac{1}{4}}}{V^{\frac{1}{2}}} \quad (3.16)$$

Por tanto, se reformula el rendimiento de una máquina de acuerdo a la Ecuación (3.17).

$$\eta \approx \eta(\phi, \Psi) \equiv \eta \approx \eta(\omega_s, d_s) \quad (3.17)$$

La Ecuación (3.17) permite, fijada una velocidad específica, derivar el diámetro $d_{s,opt}$ que maximiza el rendimiento de la máquina para esa velocidad específica, luego $d_{s,opt} = d_{s,opt}(\omega_s)$. Este razonamiento es relevante pues es la base del proceso de prediseño de Baljé. Otto Cordier representó gráficamente la correlación estadística existente entre cada velocidad específica y el diámetro específico que maximiza el rendimiento para esa velocidad, en lo que se ha venido a llamar Línea de Cordier [75]. O.E. Baljé [78] generalizó esta representación dibujando líneas de isoeficiencia en función de la velocidad específica y el diámetro específico, es decir, dibujó las curvas de nivel de la función $\eta = \eta(\omega_s, d_s)$. En la Figura 3.7, extraída de [75], se muestra un diagrama de Baljé para bombas.

³⁹En honor a Osborne Reynolds (1842 - 1912); físico e ingeniero británico que estudió la Mecánica de Fluidos y la Transferencia de Calor [22].

⁴⁰En honor a Ernst Mach (1838 - 1916); físico austriaco que destacó en numerosas áreas de la Física y desarrolló también trabajos en Filosofía [22].

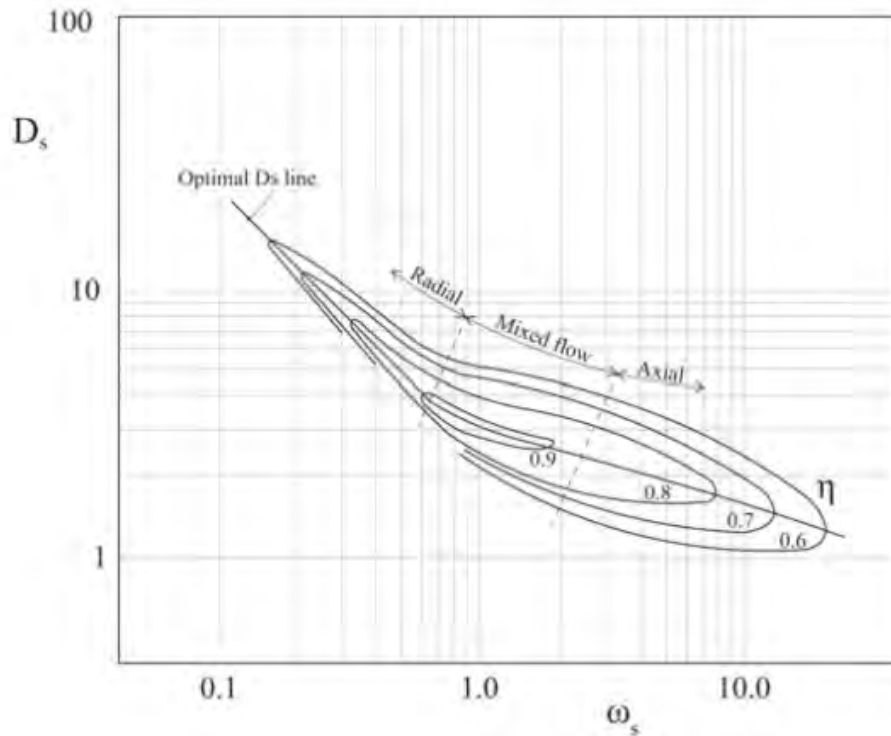


Figura 3.7. Diagrama de Baljé para bombas [75]

El proceso de prediseño de Baljé se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Para distintas velocidades de rotación y distinto número de etapas de la máquina se calcula la velocidad específica. Cuando interviene más de una etapa es necesario definir un criterio para asignar a cada etapa la fracción del trabajo reversible transferido al fluido que le corresponde. Algunas posibles opciones son asumir que cada etapa tiene el mismo salto de presiones, la misma velocidad específica o la misma transferencia de trabajo reversible, que es el criterio que se sigue en el desarrollo del proyecto.
2. Se busca una velocidad específica dentro del rango de alto rendimiento, mostrado en la Tabla 3.8 [75], intentando minimizar el número de etapas.
3. Una vez fijada la velocidad específica, se lee en el diagrama de Baljé el diámetro específico correspondiente a la velocidad específica fijada y al rendimiento con el que se modeló la máquina en el ciclo completo. Una alternativa al cálculo gráfico es emplear las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 d_s &= 2,781 \cdot \omega_s^{-0,988} & \text{si } \omega_s < 0,84 & \text{ y máquina generadora} \\
 d_s &= 3,147 \cdot \omega_s^{-0,281} & \text{si } \omega_s \geq 0,84 & \text{ y máquina generadora} \\
 d_s &= 2,56 \cdot \omega_s^{-0,812} & & \text{ y máquina motora}
 \end{aligned}$$

4. Se realizan otras comprobaciones pertinentes, como pueden ser las asociadas a Resistencia de Materiales.

Sin embargo, la aplicación práctica del Método de Baljé presenta algunos inconvenientes:

Tabla 3.8. Rango de velocidades específicas de alta eficiencia [75]

Familia de máquina	Tipo	Rango de ω_s
Bombas	Radial	$0,5 \div 1,3$
	Mixta	$1,9 \div 3,0$
	Axial	$4,0 \div 5,0$
Turbinas hidráulicas	Pelton	$0,04 \div 0,1$
	Francis	$0,5 \div 2,0$
	Kaplan	$2,5 \div 3,5$
Compresores	Radial	$0,4 \div 1,0$
	Mixto	$1,0 \div 2,0$
	Axial	$1,5 \div 2,5$
Turbinas térmicas	Radial	$0,4 \div 0,8$
	Axial	$0,6 \div 1,2$

- El proceso de selección de velocidades de giro de la máquina es iterativo y puede ser lento llegar a una solución válida iterando valores de forma manual, pues no existe una metodología general para hacerlo.
- Al no existir expresiones analíticas para las curvas de isorendimiento que presentan los diagramas, es preciso tomar lecturas de ellos siempre que se desee aplicar el método, lo que es lento y puede ser fuente de error y/o imprecisión.
- Las máquinas acopladas por el eje, que deben diseñarse con una velocidad de rotación común, resultan difíciles de dimensionar manualmente.

Para solucionar los puntos anteriormente mencionados, se propone un algoritmo que busca automatizar el predimensionamiento mediante el Método de Baljé, que se ha implementado en EES[®] recurriendo parcialmente a Matlab[®] para determinadas partes. A continuación se describe el algoritmo propuesto.

3.3.1. Algoritmo propuesto

Para automatizar el Método de Baljé y solventar los inconvenientes antes mencionados del mismo, se ha buscado desarrollar un método que cumpliera varios requisitos:

1. Digitalizase o encontrase alguna expresión analítica de las curvas de isorendimiento, para evitar recurrir a la lectura de las mismas en el diagrama cada vez que se quisiese predimensionar una máquina.

2. Dadas unas condiciones de entrada y de la salida para una máquina, pudiese hallar los parámetros de prediseño (nº de etapas, velocidad de rotación, diámetro, etc.) asociados al máximo rendimiento.
3. Permitiese dimensionar de forma conjunta máquinas acopladas por el eje.
4. Diese lugar a resultados *razonables*: coherentes con los que un diseñador experimentado esperaría. Este punto no implica únicamente que los resultados deban ser correctos para las hipótesis dadas, lo que resulta imprescindible en cualquier método de cálculo, sino que estos obedezcan a un cierto "sentido común".

Los inconvenientes antes mencionados son conocidos en la comunidad investigadora y se han propuesto algunas soluciones a los mismos. En concreto, Sondelski [63] propone ajustar modelos matemáticos a la superficie $\eta = f(\omega_s, d_s)$ con el objetivo de estimar de forma eficiente y robusta el rendimiento, para lo que emplea una superficie *gaussiana*⁴¹, definida con arreglo a la Ecuación (3.18), para ajustar la superficie $\eta = f(\omega_s, d_s)$, donde $\eta_{m\acute{a}x}(\omega_s)$ es el rendimiento máximo dada una velocidad específica, $d_{s,c}(\omega_s)$ es el diámetro específico correspondiente al par $(\eta_{m\acute{a}x}, \omega_s|_{\eta=\eta_{m\acute{a}x}})$ y $\sigma_{d_s}(\omega_s)$ es un término relacionado con el ancho de la *gaussiana*.

$$\eta(\omega_s, d_s) = \eta_{m\acute{a}x}(\omega_s) \cdot e^{-\frac{(\log_{10} d_s - \log_{10} d_{s,c}(\omega_s))^2}{\sigma_{d_s}(\omega_s)^2}} \quad (3.18)$$

Sondelski usa modelos de regresión polinómica sobre datos leídos de los Diagramas de Baljé junto con correcciones manuales para ajustar los términos anteriormente mencionados. La superficie modelada se usa posteriormente para optimizar los parámetros del ciclo. Pese a que consigue replicar las superficies mostradas en los diagramas, este método presenta algunos inconvenientes:

- Comienza asumiendo que los diagramas siguen una función *gaussiana*, lo que es una hipótesis exógena a los mismos.
- Requiere ajustar un gran número de parámetros, lo que puede ser fuente de error.
- Pese a que modelar la superficie completa aporta flexibilidad, también aumenta la complejidad del modelo.
- Las expresiones desarrolladas por Sondelski no diferencian entre máquinas de flujo mixto, radial o axial, lo que es clave para realizar el prediseño.

El algoritmo propuesto en el presente proyecto pretende simplificar el propuesto por Sondelski y consta de 4 partes, que se explicarán en detalle a continuación. Una representación esquemática del mismo se muestra en la Figura 3.8.

3.3.1.1. Lectura e interpolación de los Diagramas de Baljé

Estas dos primeras fases se explican de forma conjunta pues están íntimamente relacionadas, además de ser las únicas que no se ejecutan cada vez que se desea usar el algoritmo sino que se encuentran ya codificadas en el mismo.

En primer lugar, se realizan unas mediciones correspondientes a las curvas de isorendimiento sobre los Diagramas de Baljé extraídos de [78]. Una vez leídos los diagramas, se emplean

⁴¹En honor a Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855); matemático, físico y astrónomo alemán; se le considera el mayor matemático de todos los tiempos [22].

Lógica del algoritmo propuesto

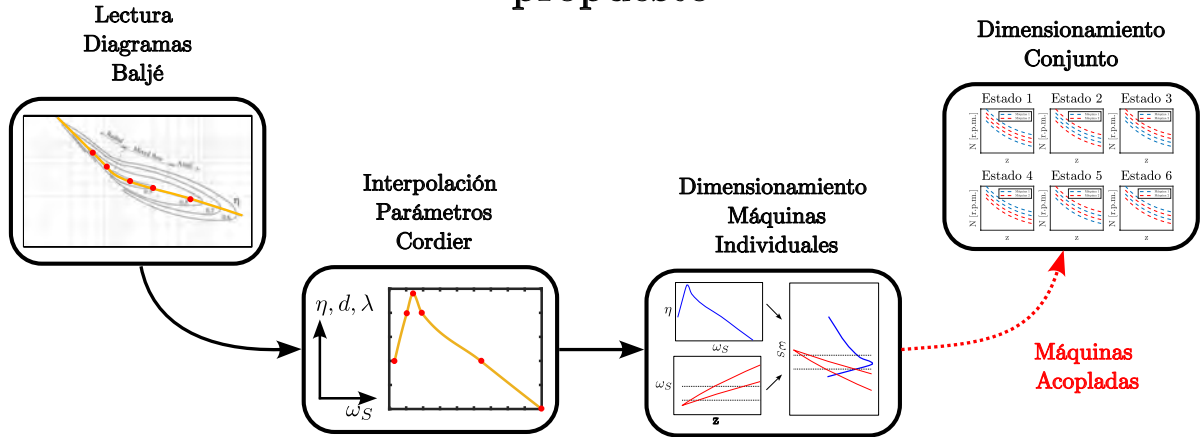


Figura 3.8. Esquema de funcionamiento del algoritmo propuesto

técnicas de interpolación para construir una expresión analítica de la información extraída. La interpolación consiste en obtener modelos funcionales (idealmente simples) a partir de datos experimentales [79] con la peculiaridad de que el modelo debe replicar esos datos que se emplean para ajustarlo de forma exacta (la curva resultante debe pasar por los puntos medidos experimentalmente).

Es decir, el objetivo de estas dos fases es tomar mediciones de los Diagramas de Baljé correspondientes a turbinas axiales, compresores y bombas para obtener una representación analítica de los mismos. Para evitar introducir hipótesis adicionales, como hacía Sondelski, se ha decidido modelar únicamente la conocida como Línea de Cordier, que es la línea que une los puntos de máximo rendimiento asociados a cada velocidad específica. Esto es coherente con la aplicación tradicional del Método de Baljé, pues se intenta encontrar la máquina de rendimiento óptimo, y simplifica mucho el problema pues ya no se intenta modelar una superficie sino una curva. El objetivo buscado en estas fases se resume por tanto en hallar una expresión para la Ecuación (3.19), en la que se muestra también el parámetro λ , relacionado con las dimensiones de los álabes y definido como el cociente entre el diámetro del buje y el diámetro en punta de álabes [75].

$$\begin{aligned}\eta_{opt} &= \eta_{opt}(\omega_s) \\ d_s &= d_s(\omega_s) \quad \text{para } \eta_{opt} \\ \lambda &= \lambda(\omega_s) \quad \text{para } \eta_{opt}\end{aligned}\tag{3.19}$$

En la Figura 3.9 se representan de forma gráfica estas dos primeras fases del algoritmo. El resultado de las mismas son los coeficientes de los diversos polinomios que interpolan el rendimiento, diámetro específico y parámetro λ correspondientes a la Línea de Cordier para turbinas, bombas y compresores. Es necesario recalcar que estas dos primeras fases se llevan a cabo solo una vez y, una vez obtenidos los coeficientes de los polinomios, se codifican en EES® para emplearlos en las siguientes fases. Por tanto, se evita de este modo recurrir a la lectura de los diagramas para cada máquina que se quiera prediseñar.

Existen diversos métodos de interpolación, siendo uno de los más sencillos el conocido como interpolación polinómica continua, que consiste en, dado un conjunto $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ de n puntos a

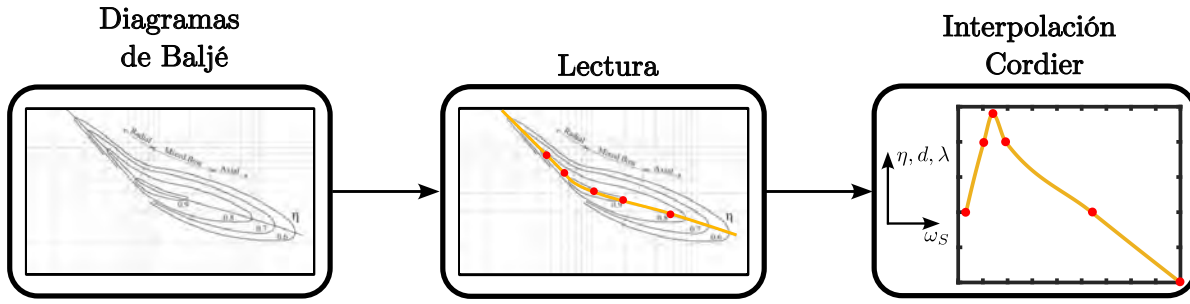


Figura 3.9. Proceso de lectura e interpolación. La imagen muestra como ejemplo el diagrama de Baljé correspondiente a bombas

interpolan, hallar un polinomio $P_{n-1}(x)$ de grado $n-1$ que verifique $P_{n-1}(x_i) = y_i \quad \forall i = 1, \dots, n$. Es sencillo demostrar que este polinomio existe y es único [80].

La interpolación polinómica continua presenta el problema de que, cuando el conjunto de datos es grande, pueden aparecer oscilaciones espurias, tal y como ejemplifica la Figura 3.10 con el conocido como *Fenómeno de Runge*⁴² [82]. En la Figura 3.11 se muestra una comparativa entre distintos métodos de ajuste de curvas para el rendimiento de la turbina (interpolación polinómica continua mediante el Método de Newton⁴³ y regresión con polinomios de orden $n-1$ ⁴⁴); se observa que las curvas resultantes muestran muchas oscilaciones y no resultan fiables como expresión analítica del rendimiento⁴⁵. Para solventar este problema, se ha empleado interpolación polinómica a trozos, es decir, interpolando entre cada par consecutivo de puntos usando un polinomio distinto.

El método de interpolación polinómica a trozos que se ha empleado es el conocido como método de Hermite⁴⁶, que emplea polinomios cúbicos entre cada par de puntos imponiendo que la primera derivada sea continua en los extremos de cada intervalo. Es decir, entre cada par consecutivo de puntos (x_i, x_{i+1}) se emplea un polinomio como el dado con arreglo a la Ecuación (3.20), para lo que se emplea la función `pchip` de Matlab® [84]. En [80] se detallan las ecuaciones a plantear para hallar los coeficientes⁴⁷.

$$P_3(x) = a \cdot (x - x_i)^3 + b \cdot (x - x_i)^2 + c \cdot (x - x_i) + d$$

$$\frac{dP_3(x)}{dx} \text{ continua en } x_i \quad \forall i \quad (3.20)$$

Los resultados obtenidos mediante la interpolación de Hermite se muestran en la Figura 3.12. Se ha decidido presentar los resultados de la interpolación en este Apartado en lugar de en

⁴²En honor a Carl Runge (1856 - 1927); matemático alemán que trabajó en la solución numérica de ecuaciones diferenciales [81].

⁴³El método de interpolación de Newton es un algoritmo para hallar un polinomio interpolador continuo. Como el polinomio interpolador es único, el algoritmo se diferencia de los demás en cómo construye el polinomio, pero no en el resultado del mismo [82].

⁴⁴La regresión es una técnica matemática mediante la que se busca predecir la respuesta de un sistema dadas unas entradas al mismo. Se diferencia de la interpolación en que esta última busca que el modelo resultante se ajuste perfectamente a los datos conocidos mientras que la regresión no: esta se basa en criterios de error medio total [83].

⁴⁵Se han comparado los mismos métodos de ajuste de curvas con los demás parámetros (diámetro específico y λ) de turbinas, compresores y bombas y las conclusiones son análogas en todos los casos.

⁴⁶En honor a Charles Hermite (1822 - 1901); matemático francés. Profesor de varias universidades francesas, tuvo entre sus alumnos a Poincaré [22].

⁴⁷Como todo polinomio tiene derivada continua, la condición de que esta lo sea en los extremos de cada intervalo lo que impone es que el polinomio interpolador sea de clase C^1 , esto es, derivable y con primera derivada continua en todo su dominio.

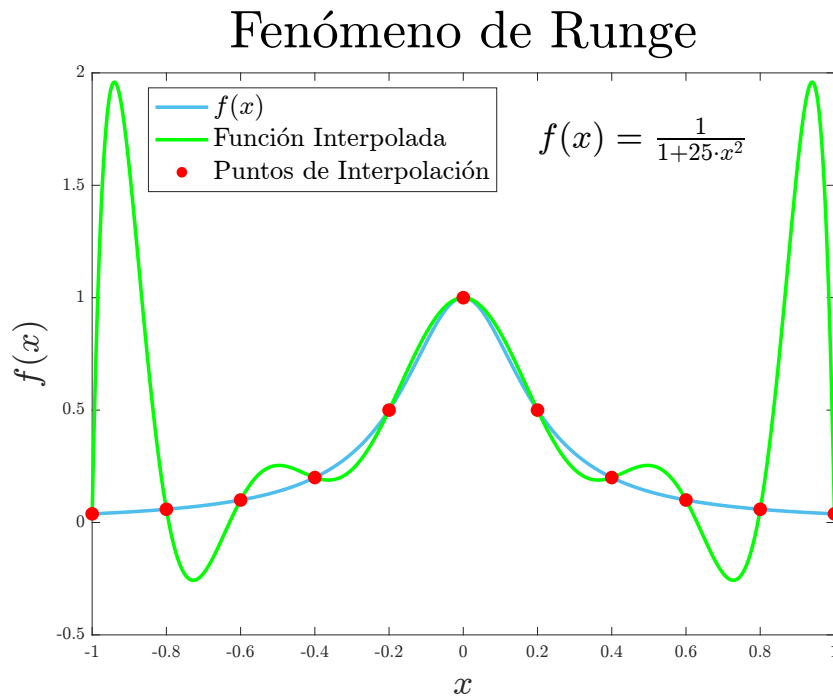


Figura 3.10. Fenómeno de Runge para la función $f(x) = \frac{1}{1+25 \cdot x^2}$ y 11 puntos de interpolación

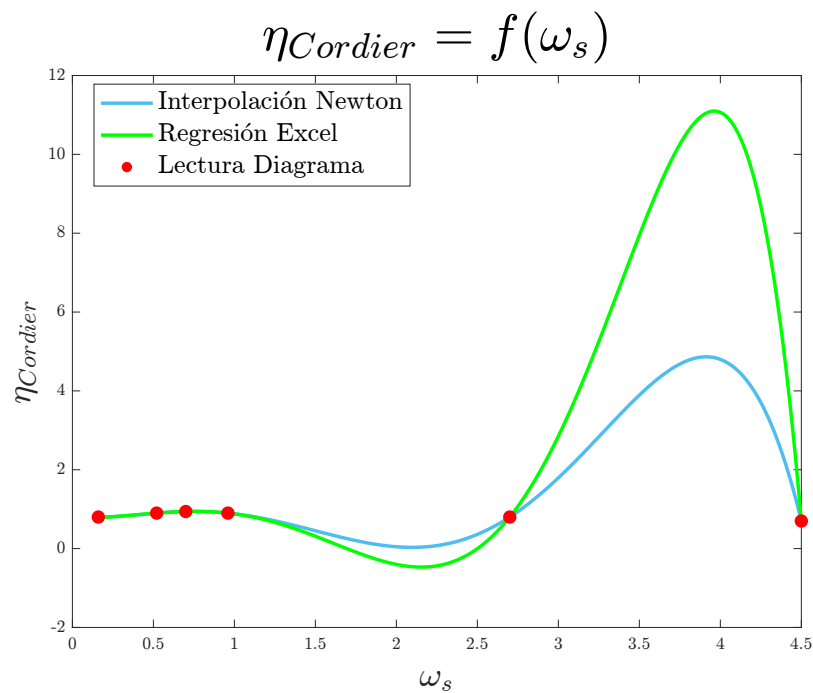


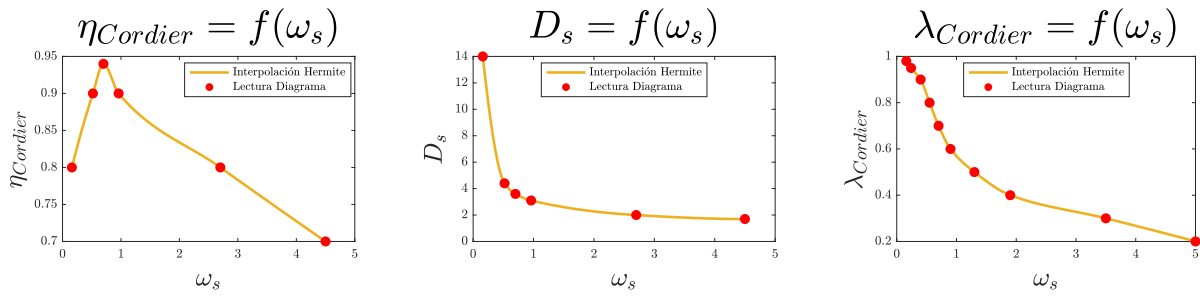
Figura 3.11. Comparación de distintos métodos de ajuste de curvas para el rendimiento de las turbinas

el Capítulo 4 debido a que se trata de un resultado intermedio sobre el que se construyen las siguientes fases del algoritmo propuesto.

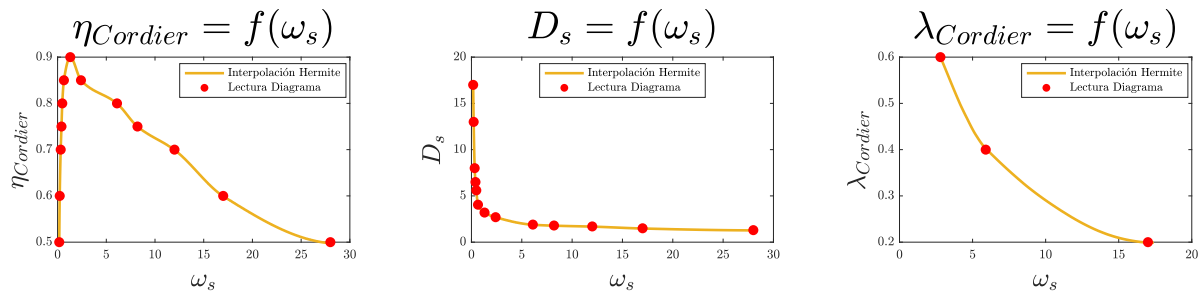
3.3.1.2. Predimensionamiento de máquinas individuales

Para llevar a cabo el predimensionamiento propiamente dicho, se han creado 3 librerías en EES®, destinadas respectivamente a turbinas, bombas y compresores.

Interpolación en Turbinas



Interpolación en Compresores



Interpolación en Bombas

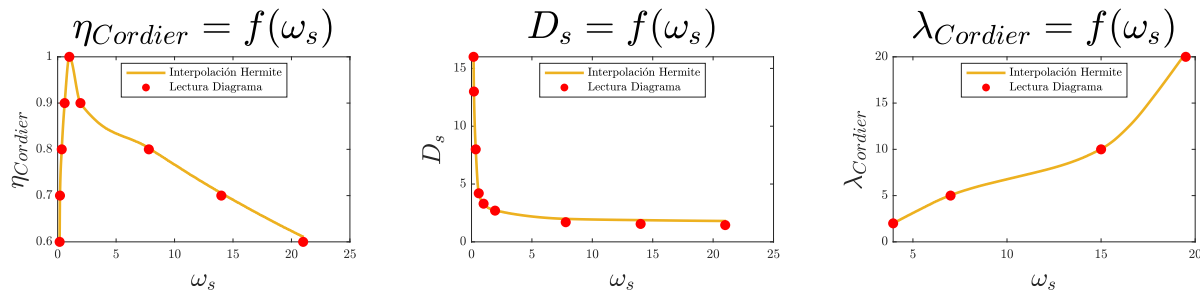


Figura 3.12. Resultados obtenidos mediante interpolación de Hermite para turbinas, compresores y bombas

Una vez que se han obtenido los coeficientes de los polinomios de interpolación para el rendimiento, diámetro específico y parámetro λ para turbinas axiales, bombas y compresores, estos se codifican en EES® para poder emplearlos.

El algoritmo que se propone para llevar a cabo el predimensionamiento de máquinas individuales se basa en aprovechar la geometría de la curva de rendimiento de Cordier. Como se puede observar en la Figura 3.13, el hecho de que este sea una función cóncava hace que, para un rendimiento buscado, existan un valor mínimo (se denominará ω_s inferior) y otro máximo (se denominará ω_s superior) de ω_s que verifiquen ese rendimiento. Los valores entre el mínimo y el máximo obtendrán mayores rendimientos por la geometría de la función, como también se puede observar en el cuadro interior de la Figura 3.13. A este rango se le denominará *rango factible*, pues consigue rendimientos iguales o superiores a aquel que se desea diseñar.

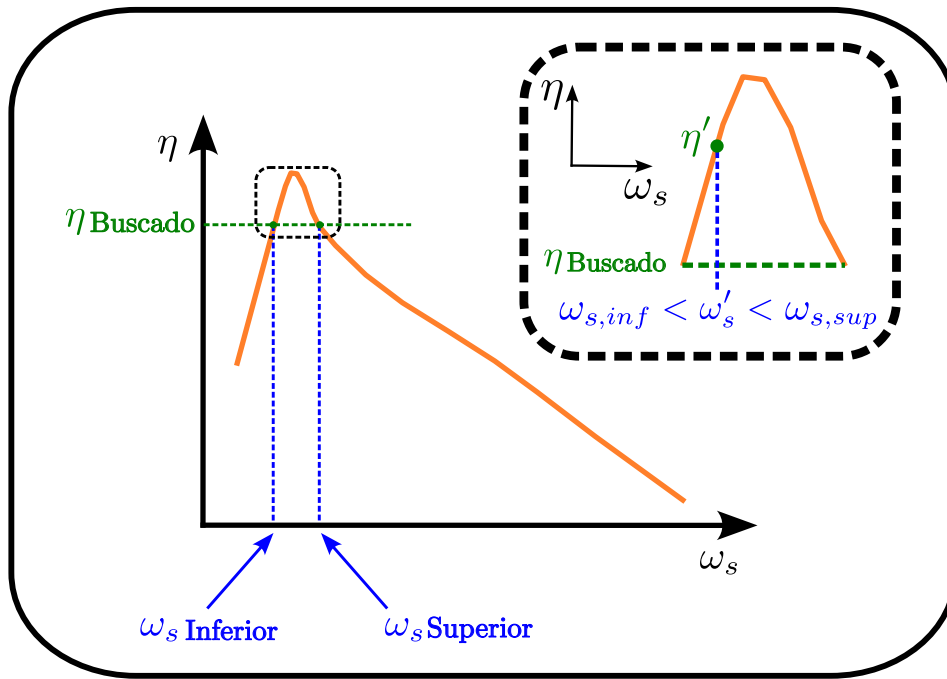


Figura 3.13. Relación del rendimiento con ω_s inferior y ω_s superior. El cuadro interior muestra que los valores de ω comprendidos entre ω_s inferior y ω_s superior obtienen mayores rendimientos que el de diseño

En el caso de que la máquina tenga varias etapas hay que garantizar que la velocidad específica de todas ellas esté dentro del rango de ω_s factible, lo que permitirá definir una velocidad de rotación mínima y máxima que verifiquen el rendimiento buscado: la velocidad mínima será aquella que consiga una velocidad específica en la primera etapa (si es una turbina; última si es un compresor) igual a ω_s inferior y la velocidad máxima será aquella que consiga una velocidad específica en la última etapa (si es una turbina; primera si es un compresor) igual a ω_s superior; como velocidad de diseño se tomará la media entre ambas por considerarse el valor con mayor margen, y que a la vez consigue mayores rendimientos. Esta metodología consigue que el rendimiento de diseño sea un umbral inferior del rendimiento que proporciona el método, garantizando siempre que sea al menos el de diseño, pero pudiendo ser superior. En la Figura 3.14 se muestra de forma esquemática este proceso, que es válido para turbinas, compresores de flujo mixto y bombas de flujo mixto.

Los compresores y bombas de flujos axial y radial necesitan una pequeña modificación del algoritmo anterior, pues como se muestra de forma ilustrativa en la Figura 3.15, no se encuentran en la zona cóncava de la gráfica del rendimiento, sino en la zona monótona creciente (flujo axial) y monótona decreciente (radial). Para solventar este problema, se escoge como velocidad de rotación aquella que hace que la etapa más restrictiva alcance el rendimiento buscado, y las demás etapas alcanzarán un rendimiento inferior.

En este sentido, se define como etapa más restrictiva aquella cuya velocidad específica sea más cercana a la zona mixta, es decir, la de mayor velocidad específica en el caso de máquinas radiales (última etapa en caso de turbinas y primera en caso de compresores) y la de menor velocidad específica (primera etapa en caso de turbinas y última en caso de compresores) en el caso de las axiales. En las bombas, al ser el flujo incompresible, todas las etapas tienen la misma velocidad específica, por lo que no es necesario hacer esta distinción. Siempre se predimensionarán las máquinas considerando que todas las etapas deben tener la misma

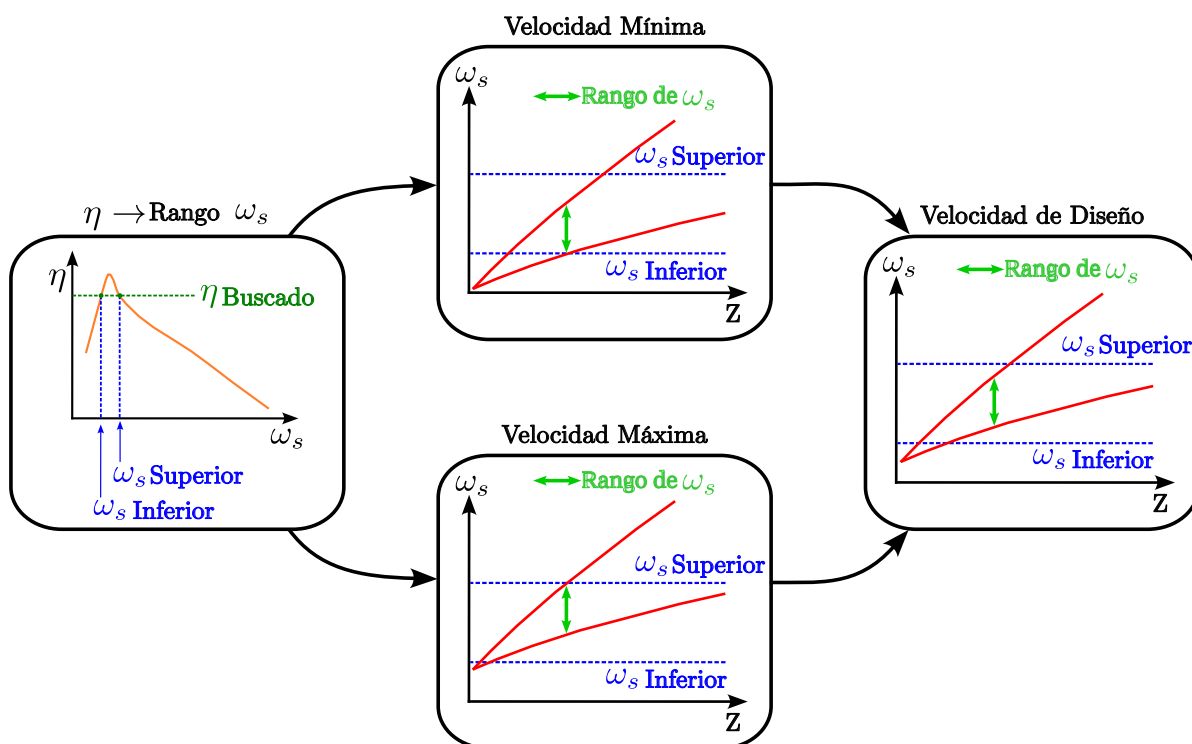


Figura 3.14. Obtención de la velocidad de rotación de diseño

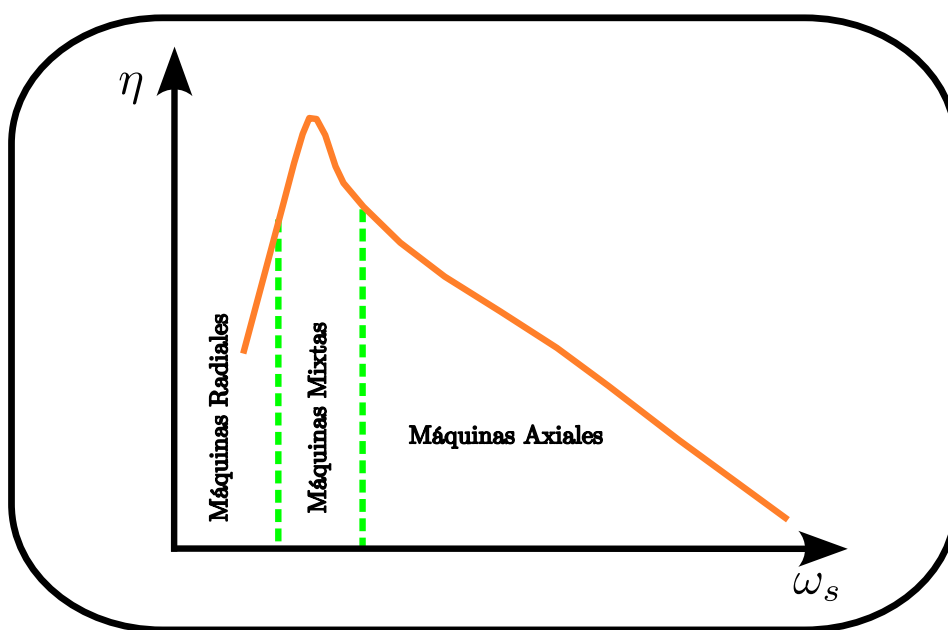


Figura 3.15. Región del rendimiento correspondiente a máquinas radiales, mixtas y axiales

configuración de flujo (es decir, no puede haber máquinas con algunas etapas de flujo mixto y el resto de flujo axial, por ejemplo). Este proceso se ilustra en la Figura 3.16.

Las librerías desarrolladas para esta parte del predimensionamiento han sido⁴⁸:

- **Balje_Turbinas.LIB**: Encapsula todas las funciones relacionadas con el predimensionamiento de las turbinas, a saber:

⁴⁸La última versión revisada de estas librerías en los archivos entregados a los Directores tienen el mismo nombre seguido de "_Rev_AMC", i.e.: **Balje_Turbinas_Rev_AMC.LIB**

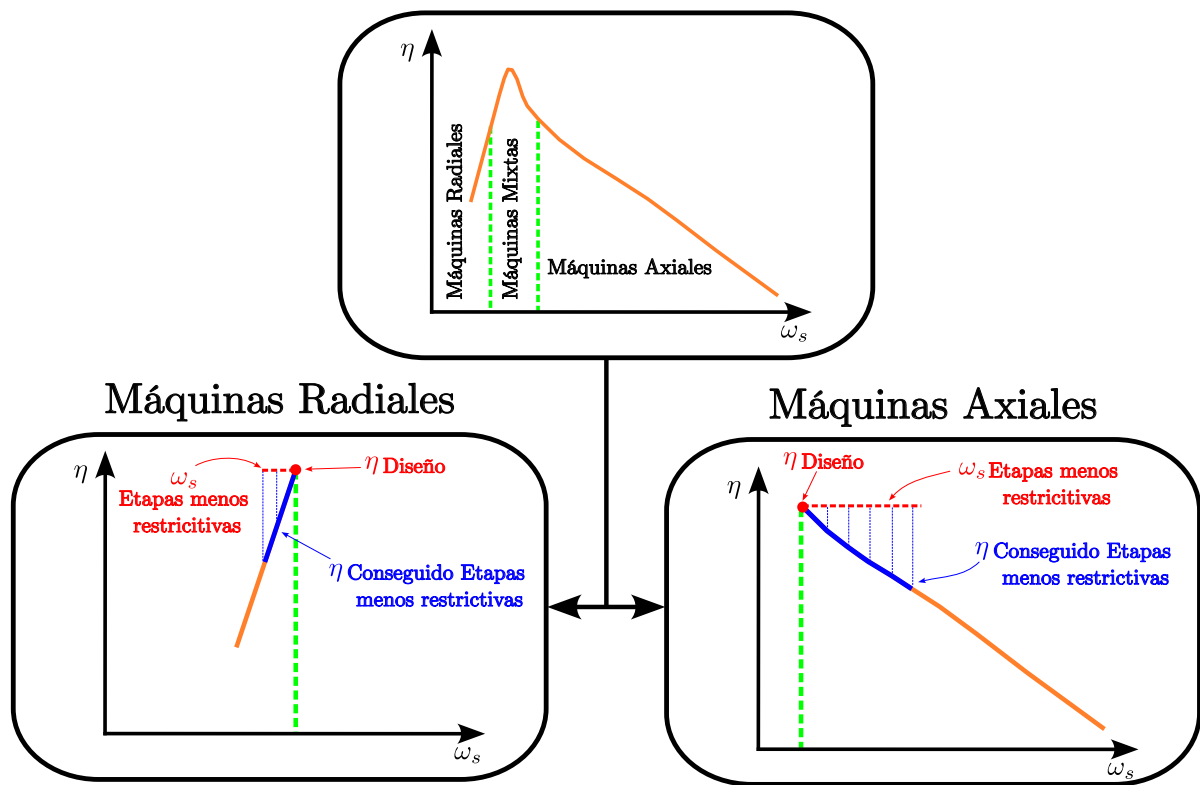


Figura 3.16. Algoritmo para máquinas radiales y axiales

- `BALJE_eta_d_Turbinas`: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab[®] para calcular el rendimiento y el diámetro específico correspondientes a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
- `BALJE_lambda_Turbinas`: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab[®] para calcular el parámetro λ correspondiente a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
- `BALJE_Dimensionamiento_T`: Lleva a cabo el proceso de predimensionamiento propiamente dicho, calculando las velocidades mínima, máxima y de diseño.
- `BALJE_Turbina_Datos`: Función auxiliar que calcula los parámetros que requiere el Método de Balje a partir de parámetros termodinámicos básicos (presión, temperatura, etc.).
- `Balje_Compresores.LIB`: Encapsula todas las funciones relacionadas con el predimensionamiento de los compresores, a saber:
 - `BALJE_eta_d_Compresores`: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab[®] para calcular el rendimiento y el diámetro específico correspondientes a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
 - `BALJE_lambda_Compresores`: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab[®] para calcular el parámetro λ correspondiente a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
 - `BALJE_Dimensionamiento_C`: Lleva a cabo el proceso de predimensionamiento propiamente dicho, calculando las velocidades mínima, máxima y de diseño.

- **BALJE_Compresor_Datos**: Función auxiliar que calcula los parámetros que requiere el Método de Balje a partir de parámetros termodinámicos básicos (presión, temperatura, etc.).
- **Balje_Bombas.LIB**: Encapsula todas las funciones relacionadas con el predimensionamiento de las bombas, a saber:
 - **BALJE_eta_d_Bombas**: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab® para calcular el rendimiento y el diámetro específico correspondientes a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
 - **BALJE_lambda_Bombas**: Emplea los polinomios interpoladores ajustados mediante Matlab® para calcular el parámetro λ correspondiente a la Línea de Cordier a partir de una velocidad específica proporcionada.
 - **BALJE_Dimensionamiento_B**: Lleva a cabo el proceso de predimensionamiento propiamente dicho, calculando las velocidades mínima, máxima y de diseño.
 - **BALJE_Bomba_Datos**: Función auxiliar que calcula los parámetros que requiere el Método de Balje a partir de parámetros termodinámicos básicos (presión, temperatura, etc.).

En la Figura 3.17 se muestra un resumen gráfico de las librerías desarrolladas junto con las funciones que las integran.

Librerías para el Predimensionamiento de Turbomáquinas Individuales

Librería	Funciones incluidas en la Librería
Balje_Turbinas.LIB	BALJE_Dimensionamiento_T BALJE_Turbina_Datos BALJE_eta_d_Turbinas BALJE_lambda_Turbinas
Balje_Compresores.LIB	BALJE_Dimensionamiento_C BALJE_Compresor_Datos BALJE_eta_d_Compresores BALJE_lambda_Compresores
Balje_Bombas.LIB	BALJE_Dimensionamiento_B BALJE_Bomba_Datos BALJE_eta_d_Bombas BALJE_lambda_Bombas

Figura 3.17. Librerías desarrolladas para el predimensionamiento de máquinas individuales

3.3.1.3. Predimensionamiento con máquinas acopladas

En caso de que existan dos máquinas acopladas por el eje⁴⁹ (turbinas o compresores; pueden ser compresor-turbina, compresor-compresor, etc.) estas tendrán una velocidad común de giro, por lo que es necesario tener en cuenta esta condición y predimensionarlas de forma conjunta. Con este fin, se ha creado una cuarta librería en EES[®].

Para llevar a cabo esto, se propone identificar para cada una de las dos máquinas y un número de etapas determinado las velocidades de rotación mínima y máxima que cumplirían el rendimiento especificado. Posteriormente, se comparan entre sí para calcular una velocidad común que satisfaga el rendimiento especificado, encontrándose en alguna de las situaciones mostradas en la Figura 3.18⁵⁰:

Condiciones Máquina de Estados

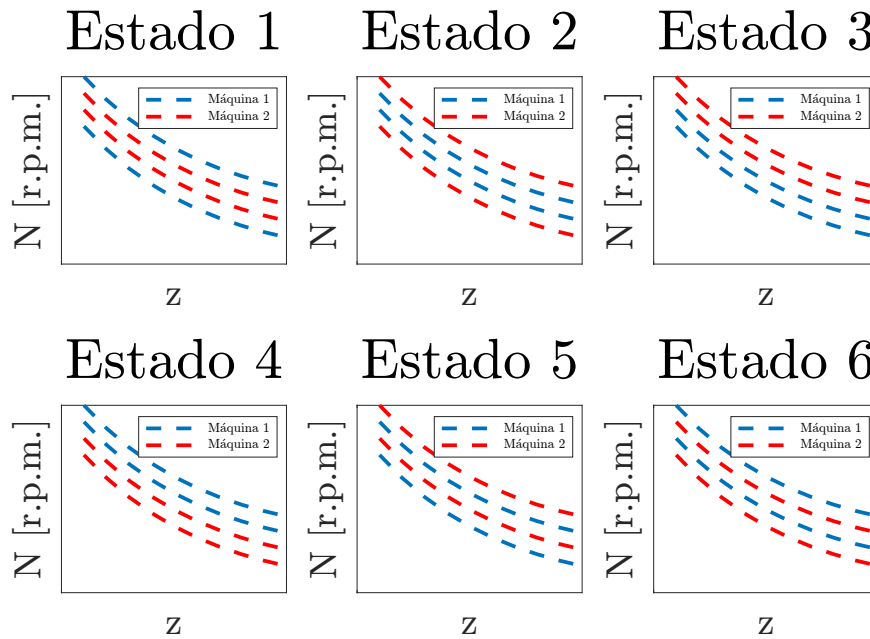


Figura 3.18. Máquina de estados para dimensionamiento conjunto

- **Estado 0:** No incluido en la Figura 3.18 por no tener interpretación geométrica. Se da cuando al menos una de las máquinas es incapaz de alcanzar su rendimiento especificado con el número de etapas dado.
- **Estado 1:** Se da cuando el rango de velocidades de giro de la Máquina 1 contiene totalmente al de la Máquina 2 ($\text{Rango 2} \subseteq \text{Rango 1}$), obteniéndose la velocidad común como la media entre las medias de las velocidades mínima y máxima de ambas máquinas, con arreglo a la Ecuación (3.21).

$$N_{Acople} = \frac{\frac{N_{\min,1} + N_{\max,1}}{2} + \frac{N_{\min,2} + N_{\max,2}}{2}}{2} \quad (3.21)$$

⁴⁹La misma situación se presenta cuando se pretende dimensionar más de dos máquinas acopladas por el eje. Una propuesta para resolver este problema se expone en Apéndice A.

⁵⁰Los rangos de velocidades realmente son intervalos en $\mathbb{R}_+$, pero se han representado como curvas para mayor claridad visual.

En caso de que esta velocidad de acople no esté contenida en el rango de la Máquina 2, más restrictivo, se toma como velocidad de acople la media de las velocidades mínima y máxima de la Máquina 1, con arreglo a la Ecuación (3.22).

$$N_{Acople} = \frac{N_{\min,2} + N_{\max,2}}{2} \quad (3.22)$$

- **Estado 2:** Análogo al Estado 1, pero en este caso es el rango de la Máquina 2 el que contiene al de la Máquina 1 ($\text{Rango } 1 \subseteq \text{Rango } 2$). La velocidad de acople se calcula igual que en el Estado 1, con arreglo a la Ecuación (3.21), y en caso de que esta velocidad no esté contenida en el rango de la Máquina 1, por ser este el más restrictivo, se toma como velocidad de acople la media de las velocidades mínima y máxima de la Máquina 2, con arreglo a la Ecuación (3.23).

$$N_{Acople} = \frac{N_{\min,1} + N_{\max,1}}{2} \quad (3.23)$$

- **Estado 3:** Los rangos de ambas velocidades son disjuntos ($\text{Rango } 1 \cap \text{Rango } 2 = \emptyset$), siendo las velocidades de la Máquina 1 inferiores a las de la Máquina 2. No existe velocidad de acople que verifique los rendimientos de ambas máquinas simultáneamente.
- **Estado 4:** Los rangos de ambas velocidades son disjuntos ($\text{Rango } 1 \cap \text{Rango } 2 = \emptyset$), siendo las velocidades de la Máquina 2 inferiores a las de la Máquina 1. No existe velocidad de acople que verifique los rendimientos de ambas máquinas simultáneamente.
- **Estado 5:** El rango de la Máquina 2 es superior al de la Máquina 1 y existe una zona común a ambos ($\text{Rango } 1 \cap \text{Rango } 2 \neq \emptyset$). La velocidad de acople se calcula como la media entre la máxima de la Máquina 1 y la mínima de la Máquina 2, garantizando que se encuentre en la zona común, con arreglo a la Ecuación (3.24).

$$N_{Acople} = \frac{N_{\max,1} + N_{\min,2}}{2} \quad (3.24)$$

- **Estado 6:** Análogo al Estado 5: El rango de la Máquina 1 es superior al de la Máquina 2 y existe una zona común a ambos ($\text{Rango } 1 \cap \text{Rango } 2 \neq \emptyset$). La velocidad de acople se calcula como la media entre la inferior de la Máquina 1 y la superior de la Máquina 2, garantizando que se encuentre en la zona común, con arreglo a la Ecuación (3.25).

$$N_{Acople} = \frac{N_{\min,1} + N_{\max,2}}{2} \quad (3.25)$$

Para realizar el dimensionamiento conjunto para un par de máquinas dado, se define una matriz de velocidades mínimas y máximas para cada par de etapas. La entrada (i, j) de la matriz se corresponde con los parámetros de velocidades para la Máquina 1 con i etapas y la Máquina 2 con j etapas. El número de etapas de cada máquina a comprobar varía entre 1 y un máximo definido (por ejemplo, si se quiere comprobar máquinas con 2 etapas como máximo, se comprobarían las entradas $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ y $(2, 2)$). Posteriormente, se aplica la máquina de estados explicada previamente a cada elemento de la matriz, obteniéndose en cada caso la velocidad de acople para cada elemento en caso de existir. Una vez hecho esto, simplemente

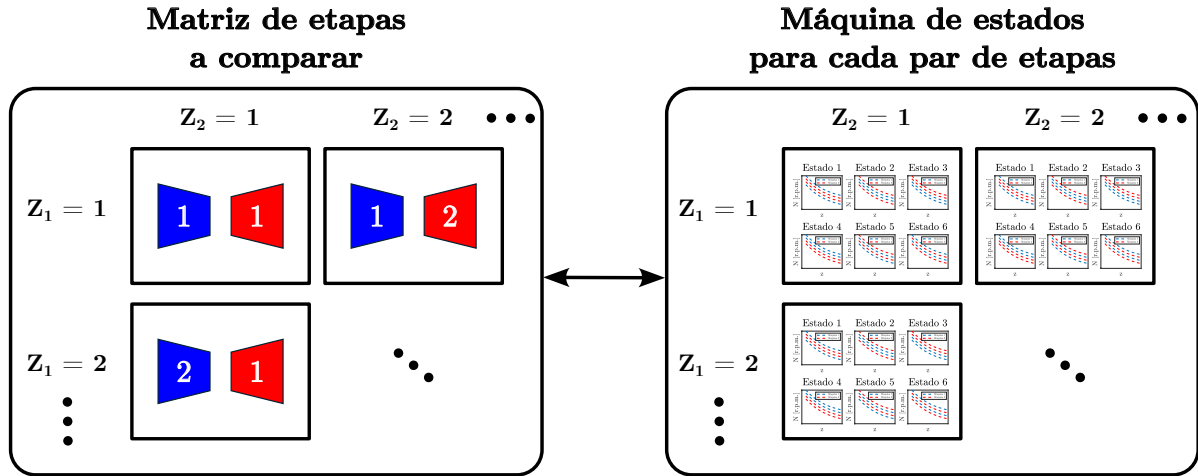


Figura 3.19. Proceso de dimensionamiento conjunto

se escogen como número de etapas de cada máquina (con la velocidad asociada) aquellas que minimicen una suma ponderada de etapas, definida con arreglo a la Ecuación (3.26).

$$\text{Suma ponderada etapas} = N_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{N_1 + 1}\right) + N_2 \quad (3.26)$$

El uso de la suma ponderada de etapas permite ponderar más las etapas de la Máquina 1 frente a las etapas de la Máquina 2 y así favorecer que se escoja como solución aquella que tenga menos etapas en la Máquina 1 en caso de que hubiese empate⁵¹. Una representación esquemática de este proceso se muestra en la Figura 3.19.

La librería desarrollada para encapsular las funciones que llevan a cabo este proceso es `Balje_Dimensionamiento_Conjunto.LIB`, que consta de las funciones:

- `v_esp_BALJE`: Función auxiliar que codifica la fórmula de la velocidad específica.
- `BALJE_Acoplamiento_M1_M2`: Función que lleva a cabo el proceso de predimensionamiento para máquinas acopladas previamente descrito.

En la Figura 3.20 se muestra un resumen gráfico de la librería desarrollada.

Librería para el Predimensionamiento de Turbomáquinas Acopladas

Librería	Funciones incluidas en la Librería
<code>Balje_Dimensionamiento_Conjunto.LIB</code>	<code>v_esp_BALJE</code> <code>BALJE_Acoplamiento_M1_M2</code>

Figura 3.20. Librería desarrollada para el predimensionamiento de máquinas acopladas

⁵¹Un empate podría ser, por ejemplo que fuesen válidas tanto una solución con x etapas en la Máquina 1 e y etapas en la Máquina 2 como otra con y etapas en la Máquina 1 y x etapas en la Máquina 2. Recurriendo al uso de la suma ponderada se evita esta situación de conflicto.

En lo referente a la estructura de las librerías desarrolladas, se ha procurado seguir las buenas prácticas para la computación científica que se proponen en [85], en especial la de modularizar código para prevenir errores y facilitar el mantenimiento y actualización de los programas.

3.4. Diseño de las tuberías

El diseño de las tuberías consiste en establecer el diámetro, espesor y número de las mismas para cada punto del ciclo. En su diseño se ha contemplado la norma Asme b31.1 2007 [86], empleando para ello el catálogo de ArcelorMittal [87]. En la Figura 3.21 se muestra un croquis con los parámetros más relevantes para el diseño de las tuberías del catálogo de ArcelorMittal.

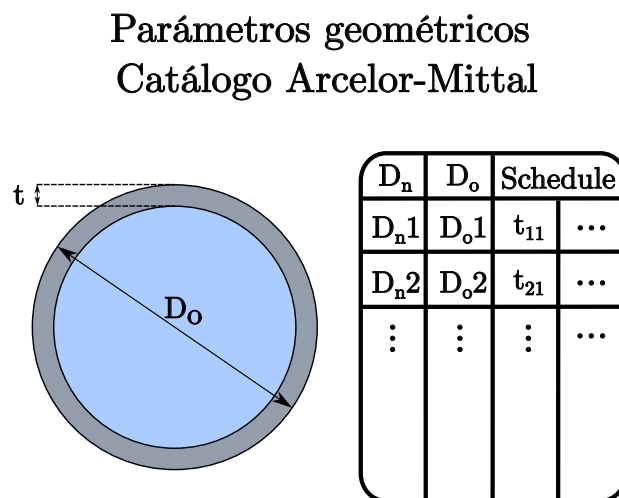


Figura 3.21. Croquis de los parámetros relevantes del catálogo de ArcelorMittal de tuberías

El proceso de diseño que se ha seguido en TFGs y TFM's previos a este dirigidos por la Directora del presente proyecto empleaba una hoja Excel® preparada por ella en la que el usuario rellenaba las celdas correspondientes a diversos parámetros termodinámicos del ciclo y a criterios de Resistencia de Materiales y llevaba a cabo una iteración manual sobre los valores del catálogo de ArcelorMittal de *Power Piping* para determinar qué diámetro, espesor y número de tuberías cumplía en cada punto, intentando minimizar el mismo o que diversos puntos compartiesen diámetro y/o espesor. Adicionalmente, podían incluirse criterios como que el número de tuberías fuese par para aprovechar simetrías, etc. Este método presenta algunos inconvenientes:

- Cuando el número de puntos a diseñar es elevado, el proceso resulta lento, más aun teniendo en cuenta que el proceso de iteración era mayoritariamente manual.
- Relacionado con lo anterior, no es sencillo determinar el número de tuberías óptimo, pues para ello deberían comprobarse virtualmente todas las posibles combinaciones, lo que resultaría muy largo de realizar.

Para solventar los problemas anteriormente mencionados, se ha migrado la hoja Excel® que se empleaba hasta ahora a un código de Matlab® para realizar de forma automática

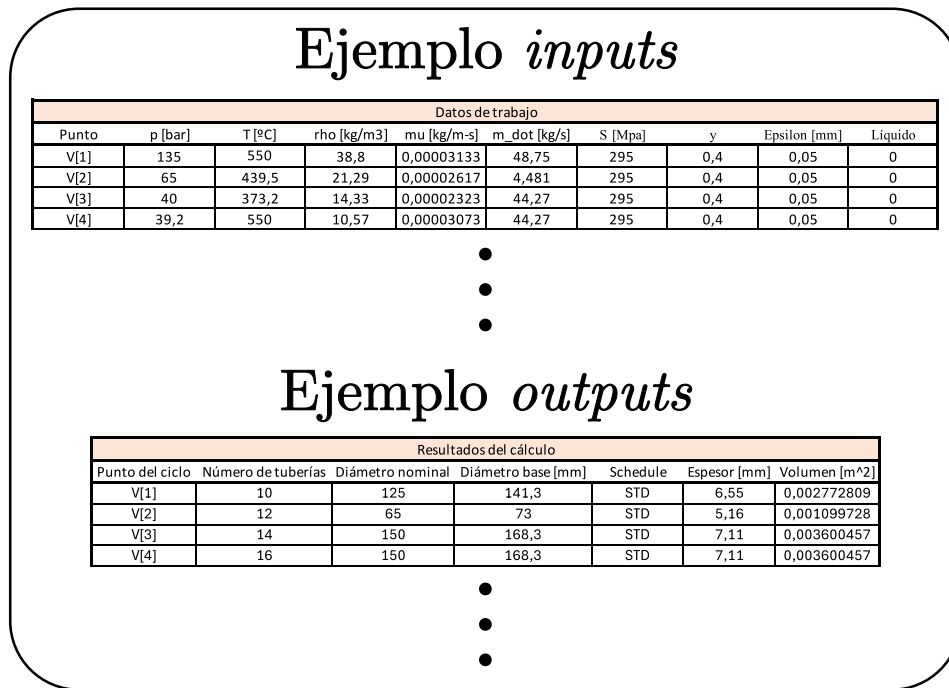


Figura 3.22. Ejemplo de *inputs* y *outputs* en la hoja Excel®

el dimensionamiento de las tuberías. Debe quedar claro que no se ha propuesto ningún método nuevo, como en el caso de las turbomáquinas, sino que simplemente se ha replicado el proceso de cálculo en otro *software*. Las ventajas que presenta el nuevo código solucionan los inconvenientes de la hoja Excel®, es decir:

- Permite dimensionar un gran número de tuberías en poco tiempo.
- Debido a lo anterior, permite hallar parámetros óptimos, pues es posible comprobar todas las opciones en poco tiempo y seleccionar la mejor (entendida como la de menor volumen). En este sentido, se ha decidido que el proceso de cálculo de los parámetros óptimos se base en una búsqueda exhaustiva en lugar de recurrir a métodos de optimización pues el modelado resulta mucho más sencillo y el tiempo de cálculo no supone un problema, como se mostrará en el Capítulo 4.

A continuación, se describe el código desarrollado.

3.4.1. Programa diseñado

El programa diseñado se ha programado en Matlab® y está pensado para interactuar con una hoja Excel®, que sirve como interfaz en la que introducir los parámetros termodinámicos y de Resistencia de Materiales de los puntos en los que calcular tuberías y como elemento de escritura de los resultados. Es decir, el usuario introduciría los parámetros de las tuberías que quiere calcular en la hoja Excel®, ejecutaría el programa y este le devolvería los resultados en la misma hoja Excel®. En la Figura 3.22 se muestra un ejemplo de *inputs* y *outputs* en la hoja Excel®.

El programa se ha codificado haciendo uso exhaustivo de funciones, para maximizar la legibilidad y modularidad del código por una parte, y para permitir reutilizar las funciones que sea necesario en otras aplicaciones [85]. En la Figura 3.23 se muestra una clasificación que se ha realizado de las funciones, cada una de las cuales se explica a continuación.

Programa para el dimensionamiento de tuberías

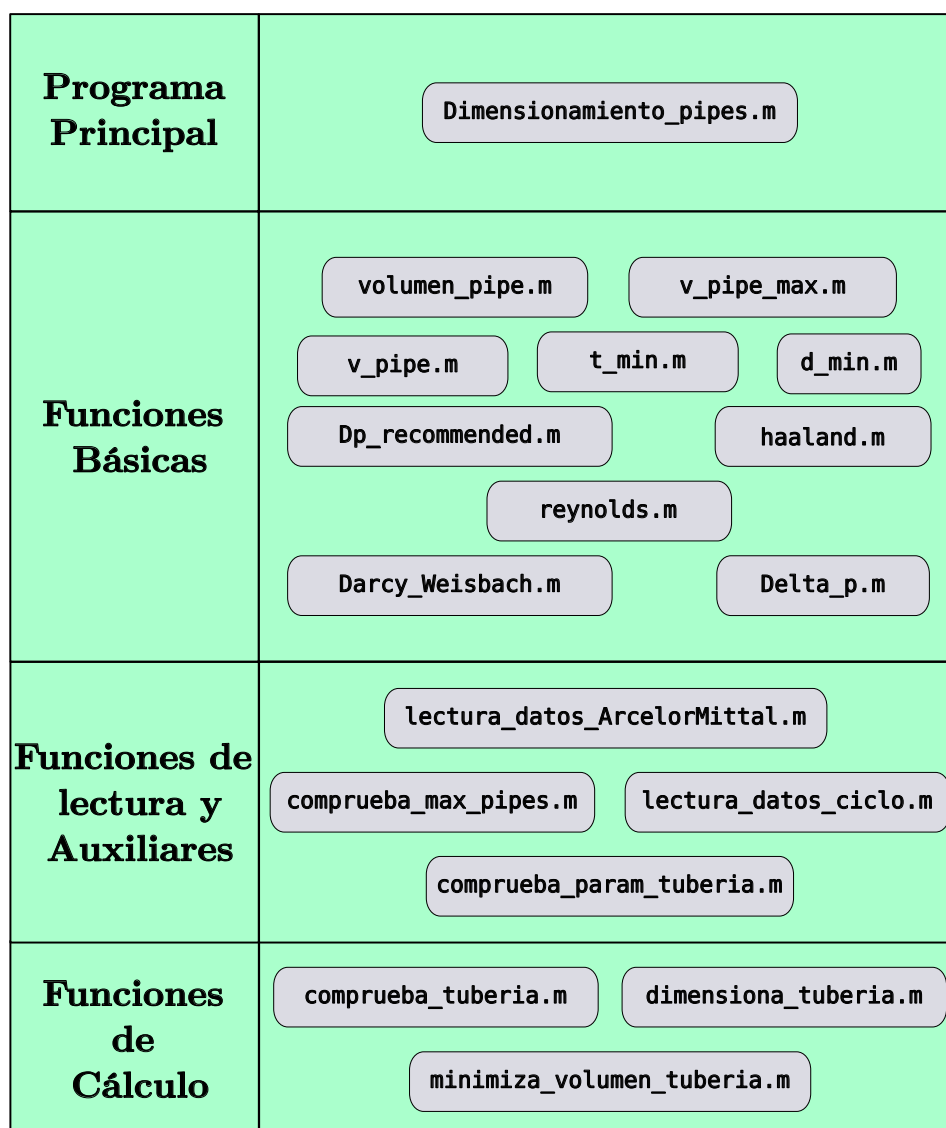


Figura 3.23. Funciones desarrolladas para el dimensionamiento de las tuberías

3.4.1.1. Programa Principal

El programa principal sirve como interfaz con el usuario y es, idealmente, el único que se debería modificar para realizar un dimensionamiento, consistiendo la modificación en la selección del archivo Excel® en el que se encuentran los datos del conjunto de tuberías que se quiere dimensionar y algunos parámetros del dimensionamiento. Consta de un único programa:

- `Dimensionamiento_pipes.m`: Es el único programa que no es una función, sino un *script* propiamente dicho. Es el programa que el usuario ejecuta cuando desea realizar un dimensionamiento, y llama a las funciones relativas a lectura de los datos, comprobación y cálculo. En él el usuario puede modificar determinados parámetros del dimensionamiento, como si desea comprobar únicamente un número de tuberías par o tanto números pares e impares, el número máximo de tuberías que se pueden agrupar, etc.

3.4.1.2. Funciones Básicas

Las funciones categorizadas como básicas se emplean para realizar cálculos que serán posteriormente requeridos por otras funciones básicas y, en última instancia, por las funciones asociadas al cálculo. Hay nueve funciones categorizadas como básicas:

- `volumen_pipe.m`: Calcula el volumen por unidad de longitud para cada combinación de diámetro base y espesor, con arreglo a la Ecuación (3.27), es decir, como la resta entre el volumen que ocuparía un cilindro macizo de diámetro D_o y el volumen del ducto propiamente dicho, de diámetro $D_o - 2 \cdot t$.

$$V_{pipe} = \pi \cdot \frac{D_o^2 - (D_o - 2 \cdot t)^2}{4} \quad (3.27)$$

- `v_pipe_max.m`: Calcula la velocidad máxima admisible de la tubería, con arreglo a la Ecuación (3.28).

$$v_{pipe,m\acute{a}x} = \min\left(\frac{175}{\rho^{0,43}}, 60\right) \quad (3.28)$$

- `v_pipe.m`: Calcula la velocidad del fluido en la tubería, con arreglo a la Ecuación (3.29).

$$v_{pipe} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\rho \cdot \pi \cdot d^2}, \quad d = D_o - 2 \cdot t \quad (3.29)$$

- `t_min.m`: Calcula el espesor mínimo de la tubería con arreglo a la Ecuación (3.30).

$$t_{min} = \frac{t \cdot D_o \cdot 100}{2 \cdot (S + p \cdot 100 \cdot y)} \quad (3.30)$$

- `d_min.m`: Calcula el diámetro mínimo de la tubería con arreglo a la Ecuación (3.31).

$$d_{min} = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot v_{pipe,max}}} * 1000 \quad (3.31)$$

- `Dp_recommended.m`: Calcula la caída de presión recomendada en la tubería con arreglo a la Ecuación (3.32).

$$Dp_{Recomendada} = \begin{cases} 0,9 & \text{si la sustancia está en fase líquida} \\ \text{Si no} \begin{cases} \frac{p}{50} & \text{si } p > 138 \\ \frac{(p-35) \cdot (0,27-0,11)}{138-35} + 0,11 & \text{si } 138 > p \geq 35 \\ \frac{p \cdot (0,11-0,001)}{35} + 0,001 & \text{si } p < 35 \end{cases} & \end{cases} \quad (3.32)$$

- `haaland.m`: Resuelve la Ecuación de Haaland (Ecuación (3.33)) para hallar el Factor de Fricción de Darcy⁵². Se ha decidido emplear la Ecuación de Haaland en lugar de la de

⁵²En honor a Henry Philibert Gaspard Darcy (1803 - 1858); ingeniero francés afincado en Dijon que hizo contribuciones singulares a la Mecánica de Fluidos y a la Hidráulica, entre ellas la incorporación de mejoras sustanciales al tubo de Pitot [88]. Es especialmente recordado por la Ley de Darcy, que describe el movimiento de un fluido a través de un medio poroso.

Colebrook - White (Ecuación (3.34)) debido a que esta última debe resolverse de forma iterativa.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \cdot \log \left(\left(\frac{\epsilon}{3,7 \cdot d} \right)^{1,1} + 6,9 \cdot Re \right) \quad (3.33)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \left(\frac{\epsilon}{3,7 \cdot d} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (3.34)$$

- `reynolds.m`: Calcula el Número de Reynolds a partir de la Ecuación (3.35).

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \quad (3.35)$$

- `Darcy_Weisbach.m`: Calcula el término de pérdida de carga despejando de la Ecuación de Bernoulli⁵³ (Ecuación (3.36)) para llegar a la Ecuación (3.37).

$$\left(\frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} + z \right)_1 - h_{\text{turbina}} + h_{\text{bomba}} = \left(\frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} + z \right)_2 + h_{\text{pérdidas}} \quad (3.36)$$

$$h_{f,L} = \frac{f}{d \cdot v_{\text{pipe}}^2 \cdot 2 \cdot g} \quad (3.37)$$

- `Delta_p.m`: Calcula la caída de presión entre los dos extremos de la tubería despejando de la ecuación del término de pérdida de carga Ecuación (3.38).

$$h_{f,L} = (z_1 - z_2) + \frac{D_p}{\rho \cdot g} \quad (3.38)$$

3.4.1.3. Funciones de lectura y Auxiliares

Las funciones categorizadas como de lectura y Auxiliares se emplean para leer los datos de las tuberías y para realizar ciertas comprobaciones sobre los mismos, buscando que el programa no maneje datos incorrectos ni incoherentes. Hay cuatro funciones categorizadas como de lectura y Auxiliares:

- `lectura_datos_ArcelorMittal.m`: Lee de la hoja Excel[®] los datos correspondientes a la tabla del catálogo de ArcelorMittal [87] para dimensionar las tuberías en base a estos.
- `comprueba_max_pipes.m`: Comprueba si el número máximo de tuberías a comprobar es coherente con que se quieran comprobar únicamente tuberías pares, impares o ambas para evitar bucles infinitos.
- `lectura_datos_ciclo.m`: Lee de la hoja Excel[®] los parámetros termodinámicos y de Resistencia de Materiales necesarios para dimensionar las tuberías.
- `comprueba_param_tuberia.m`: Comprueba que los parámetros introducidos por el usuario sean coherentes entre sí.

⁵³En honor a Daniel Bernoulli (1700 - 1782); físico y matemático perteneciente a la familia Bernoulli, célebre saga de matemáticos suizos; fue hijo de Johann (1667 - 1748) y sobrino de Jakob (1655 - 1705). Se centró en la Teoría de la probabilidad y la Hidrodinámica [22].

3.4.1.4. Funciones de Cálculo

Las funciones categorizadas como de cálculo son las que llevan a cabo la comprobación de un diámetro, espesor y número de tuberías, por una parte, y dimensionan las tuberías por otra. Hay tres funciones categorizadas como de cálculo:

- `comprueba_tuberia.m`: Comprueba si un diámetro, espesor y número de tuberías verifican las condiciones impuestas por la norma para que la tubería sea válida. En concreto, se comprueban los siguientes puntos:
 - El espesor de la tubería ha de ser mayor o igual que el mínimo calculado con `t_min.m`: $t \geq t_{\min}$.
 - La velocidad del fluido en la tubería, calculada mediante `v_pipe.m`, ha de ser menor o igual que la máxima calculada con `v_pipe_max.m`: $v_{\text{pipe}} \leq v_{\text{pipe,max}}$.
 - El diámetro de la tubería debe ser mayor o igual que el mínimo calculado con `d_min.m`: $d \geq d_{\min}$.
 - El diámetro base, D_o entre el espesor t debe ser menor que 6: $\frac{D_o}{t} < 6$.
 - La caída de presión por 100 m, calculada con `Delta_p.m`, ha de ser menor de la recomendada, calculada mediante `Dp_recommended.m`: $\frac{Dp}{100 \text{ m}} < Dp_{\text{Recomendada}}$.

Para considerarla válida, una combinación de diámetro, espesor y número de tuberías debe cumplir todas las condiciones anteriores.

- `dimensiona_tuberia.m`: Dimensiona las tuberías iterando sobre número de tuberías, diámetro y espesor hasta encontrar una combinación de esos parámetros que sea válida.
- `minimiza_volumen_tuberia.m`: Para cada combinación de diámetro y espesor, identifica el mínimo número de tramos de tubería que hace que esa combinación sea válida. Posteriormente, calcula el volumen total de cada combinación y devuelve como resultado aquella combinación de mínimo volumen.

3.5. Análisis económico

Cualquier solución de ingeniería, además de ser válida en el plano técnico, debe ser también válida en el plano económico para que su desarrollo resulte viable. A continuación se describe la herramienta básica de evaluación de la viabilidad económica que se va a emplear: el LCOE, junto con los modelos de costes que se han empleado para los distintos componentes del sistema diseñado.

3.5.1. Coste Normalizado de Energía: LCOE

Para poder introducir de forma coherente el concepto de LCOE, se presentan primero algunos conceptos financieros básicos que guiarán la exposición. Una exposición detallada de los mismos enfocada a su empleo en proyectos de ingeniería puede encontrarse en [89].

El VAN (Valor Actual Neto) de un proyecto es una métrica empleada para evaluar la viabilidad económica y que se define como la suma del valor actual de los flujos de caja descontados a tiempo presente menos la inversión, con arreglo a la Ecuación (3.39).

$$VAN = \sum_{j=0}^N \frac{FC_j}{(1+i)^j}, \text{ siendo } FC_0 = -INV \quad (3.39)$$

El Coste Normalizado de Energía o LCOE (*Levelized Cost of Energy*) es una métrica que busca obtener el coste de un proyecto por unidad de energía generada teniendo en cuenta parámetros financieros. El hecho de que tenga en cuenta el valor temporal del dinero hace que un proyecto al que se le remunerase el LCOE (asumiendo que no hay impuestos de sociedades y similares o incluyendo estos en el cálculo del LCOE) estaría en el “cero financiero”: su VAN sería de cero. Es decir, el proyecto generaría suficientes flujos de caja para devolver la inversión y remunerar a los inversores exactamente la rentabilidad exigida, que viene dada por el $wacc^{54}$. Por tanto, si en la Ecuación (3.39) se consideran las definiciones de la Ecuación (3.40) se puede expresar el VAN con arreglo a la Ecuación (3.41)⁵⁵.

$$FC_i = Ventas_i - Pagos_i \quad \forall i > 0$$

$$Ventas_i = \text{Energía generada}_i \cdot \text{Tarifa eléctrica}_i$$

$$\begin{aligned} Pagos_i = & \text{Combustible consumido}_i \cdot \text{Tarifa combustible inicial} \cdot \text{Actualización} \\ & \text{tarifa combustible acumulada en } i \\ & + \text{Coste de mantenimiento inicial} \cdot \text{Actualización tarifa acumulada en } i \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$VAN = \sum_{j=1}^N \left(\frac{E \cdot T_e}{(1+i)^j} - \frac{F \cdot T_f \cdot (1+r_f)^j}{(1+i)^j} - \frac{OM \cdot (1+r_{OM})^j}{(1+i)^j} \right) - INV \quad (3.41)$$

Despejando la tarifa eléctrica de la Ecuación (3.41) para el caso de VAN nulo e igualando esta tarifa al LCOE se obtiene la Ecuación (3.42), que expresa el LCOE como el valor presente de los costes entre el valor presente de la energía generada, que es la definición que se suele presentar en las fuentes financieras [90].

$$LCOE = \frac{\sum_{j=1}^N \frac{F \cdot T_f \cdot (1+r_f)^j}{(1+i)^j} + \sum_{j=1}^N \frac{OM \cdot (1+r_{OM})^j}{(1+i)^j} + INV}{\sum_{j=1}^N \frac{E}{(1+i)^j}} \quad (3.42)$$

Sin embargo, el hecho de descontar energía no tiene un significado financiero claro (descontar un flujo de caja es un concepto intuitivo porque relaciona rentabilidades con inversiones pero, ¿qué significado financiero tiene descontar energía? ¿Se puede invertir energía?⁵⁶). Una solución a este problema la plantea Linares en [91], donde compara la interpretación del

⁵⁴*Weighted Averaged Cost of Capital*; Coste Medio Ponderado de Capital. Define la rentabilidad exigida como la media de la rentabilidad exigida por cada inversor (considerando fondos propios, bancos, etc.) ponderada por el porcentaje de inversión que financien.

⁵⁵Obsérvese que no se ha tenido en cuenta una actualización de la tarifa eléctrica ($r_E = 0$) para facilitar la definición del LCOE a partir del VAN. Existe no obstante un caso de interés que se da con frecuencia en la práctica, que es aquel en el que la energía generada se multiplica por un factor de actualización negativo, para tener en cuenta la repercusión del desgaste de los equipos en la generación de la planta.

⁵⁶[12] también identifica el hecho de que descontar energía no tenga un sentido claro al ser una magnitud física y soluciona el problema argumentando que lo que importa no es la energía física sino su valor financiero.

cociente entre valores presentes con otra más matemática que reordena la Ecuación (3.42) en los costes multiplicados por factores que llevan a cabo operaciones financieras concretas:

- **Factor de acumulación f_{Σ} :** El factor f_{Σ} abarca la matemática financiera relativa a calcular el valor presente total de los costes. Si se considera un coste C en el momento cero que se actualiza cada año con un factor r_C , el valor actual de los costes pagados a lo largo de la vida del proyecto para una tasa de descuento i viene dado con arreglo a la Ecuación (3.43).

$$VA = \sum_{j=1}^N \frac{C \cdot (1 + r_C)^j}{(1 + i)^j} \quad (3.43)$$

Definiendo $k = \frac{1+r_C}{1+i}$ y sustituyendo en la Ecuación (3.43) se tiene una progresión geométrica, para la que se conoce que la suma de los N primeros términos viene dada con arreglo a la Ecuación (3.44), que también proporciona la definición de f_{Σ} .

$$VA = C \cdot \underbrace{\frac{k \cdot (1 - k^N)}{1 - k}}_{f_{\Sigma}} \quad (3.44)$$

Una interpretación gráfica del factor de acumulación se muestra en la Figura 3.24: f_{Σ} calcula una sucesión de costes a partir de un coste inicial que se toma como referencia, descuenta cada elemento de la sucesión a tiempo presente y suma todos esos elementos descontados para obtener el valor presente total del coste.

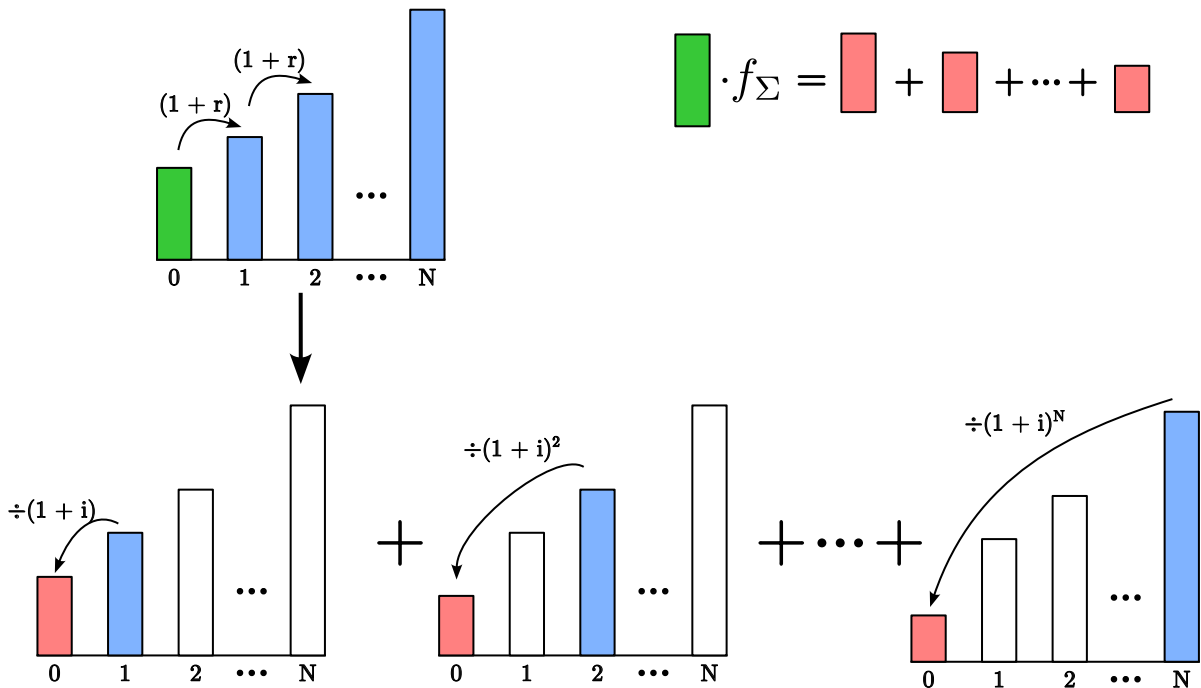


Figura 3.24. Explicación del funcionamiento de f_{Σ} : Primero proyecta al futuro con una tasa de proyección un coste que se tiene en momento cero, descuenta cada coste proyectado con una tasa de retorno a momento cero y los suma

- **Factor de amortización f_a :** El factor de acumulación comprende aquella matemática financiera relacionada con distribuir un único pago en N pagos anuales de forma que ambos sean equivalentes. Un ejemplo clásico de esta metodología son las hipotecas: el banco presta dinero (denominado habitualmente montante) a un cliente durante N años,

y espera recibir una rentabilidad anual i , por lo que el dinero que debería recibir el año N sería $\text{Montante} \cdot (1 + i)^N$. Sin embargo, es conocido que los bancos no exigen un único pago por el valor total de la deuda sino una sucesión de pagos anuales, que se calculan de forma que la suma de cada valor proyectado al final de la vida del proyecto coincida con $\text{montante} \cdot (1 + i)^N$. Planteando esta condición y empleando de nuevo la expresión de los N primeros términos de una progresión geométrica con arreglo a la Ecuación (3.45) se llega a la definición de f_a .

$$\text{Montante} \cdot (1 + i)^N = \sum_{j=1}^N A \cdot (1 + i)^{N-j} \Rightarrow A = \text{Montante} \cdot \underbrace{\frac{i \cdot (1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1}}_{f_a} \quad (3.45)$$

Un interpretación gráfica del factor de amortización se muestra en la Figura 3.25: f_a calcula aquella cantidad que pagada cada año es equivalente a pagar el último año la inversión con los intereses.

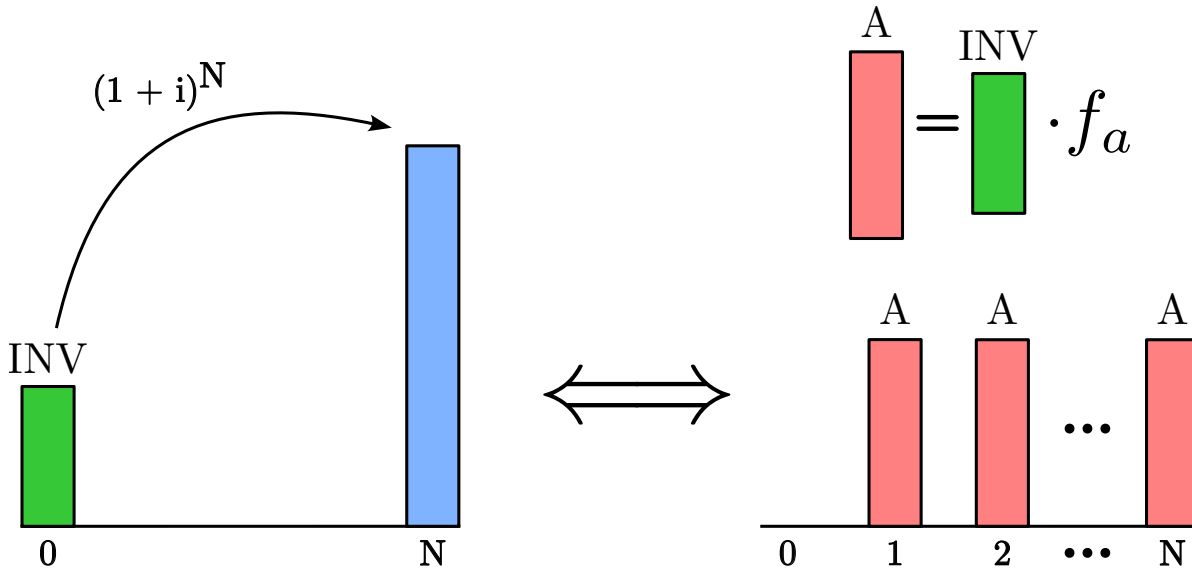


Figura 3.25. Explicación del funcionamiento de f_a : Encuentra un importe tal que pagar dicho importe anualmente durante la vida del proyecto es equivalente a pagar al final de la misma la inversión con los intereses

Sustituyendo la Ecuación (3.44) y la Ecuación (3.45) en la Ecuación (3.42) se llega a la Ecuación (3.46), en la que la interpretación del LCOE resulta más intuitiva pues se trata únicamente de anualizar todos los valores actuales de los costes y dividirlos por la energía generada anualmente⁵⁷.

$$LCOE = \underbrace{\frac{1}{E} \cdot f_a \cdot \underbrace{(INV + F \cdot f_{\Sigma,F} + OM \cdot f_{\Sigma,OM})}_{\text{Valores actuales de los costes}}}_{\text{Anualización de los valores actuales de costes}} \quad (3.46)$$

Normalización por unidad de energía generada

Nótese cómo en la Ecuación (3.42) el sumatorio que acompaña a cada coste representa el f_{Σ} correspondiente, mientras que el sumatorio que acompaña a la energía representa $\frac{1}{f_a}$. Aunque

⁵⁷Un caso especial es aquel en el que se considera que la degradación de la planta afecta a la energía generada anualmente, en cuyo caso hay que considerar esta degradación por medio de un f_{Σ} adecuado.

en toda la exposición precedente se hayan considerado los costes como un valor conocido, resulta interesante emplear técnicas probabilísticas y de simulación para realizar análisis de sensibilidad del LCOE a los diferentes costes [92], lo que es especialmente interesante en el caso de que intervengan costes de combustible sujetos a la evolución de un mercado.

A nivel práctico, se recomienda:

- Emplear la Ecuación (3.46) cuando sean válidas las hipótesis de que los costes evolucionan a un ritmo constante o siempre que se desee contar con un modelo sencillo y robusto. Se hace notar que, con esta definición, se puede calcular el LCOE con calculadoras de bolsillo o *smartphones*.
- Emplear la Ecuación (3.42) cuando se cuenta con un modelo financiero detallado en Excel[®] o herramientas similares en el que los costes sean específicos de cada año. No obstante, es especialmente importante en este caso entender las hipótesis del modelo financiero que se esté empleando pues se trasladarán directamente al LCOE por medio de los flujos de caja. Es el caso en el que se quiere financiar el proyecto en base a un modelo financiero detallado [92].

Es habitual encontrar entre los profesionales y expertos la opinión de que el LCOE es una métrica poco relevante en la práctica [93], prefiriendo emplear métricas basadas en rentabilidad como pueden ser la TIR (Tasa Interna de Retorno; es la rentabilidad máxima que puede obtenerse de un proyecto. En *Project Finance* se emplea habitualmente como métrica para evaluar la rentabilidad que obtienen los proyectos) o el VAN, pero el autor de este proyecto opina que el LCOE es la métrica más adecuada para estudiar la viabilidad de las soluciones a nivel teórico, especialmente cuando en el OPEX no intervienen gastos de combustible. Las razones son las siguientes:

- El LCOE no aporta información sobre la rentabilidad que obtiene un proyecto, pero sí sobre si el proyecto es eficiente en costes respecto a otros comparables o no. Es decir, favorece la eficiencia de costes.
- Cualquier métrica que incluya la rentabilidad requiere datos de ingresos futuros. Habida cuenta de que es habitual que los proyectos energéticos tengan ciclos de vida de, por lo menos, 25 años, cualquier estimación de ingresos futuros es cuanto menos falible. Existen proyectos que aseguran su rentabilidad mediante PPA, pero estos contratos habitualmente son para duraciones de 5÷10 años. Por otra parte, existen empresas de servicios profesionales que calculan previsiones de precios futuros y venden esos datos como herramienta de toma de decisiones. Sin embargo, en opinión del autor emplear datos para tomar decisiones sin saber cómo se han generado esos datos es arriesgado.
- El LCOE se posiciona como una métrica robusta y agnóstica a la evolución del mercado eléctrico, en tanto que una parte importante de su valor viene determinada por el CAPEX (una vez elaborado el presupuesto y estimando sobrecostes, la incertidumbre es pequeña) y el OPEX no se presenta a tanta variabilidad con el paso del tiempo (en el caso de costes de mantenimiento. Los costes de combustible sí pueden presentar mayor incertidumbre futura).

Además, como se ha mencionado al exponer la definición del LCOE, este se encuentra relacionado con el VAN, lo que también se puede entender empleando la Tarifa de Venta Normalizada, dada con arreglo a la Ecuación (3.47), siendo $T_{e,0}$ la tarifa eléctrica en el año

inicial, viniendo dada la relación de acuerdo con la Ecuación (3.48), en la que si se iguala a 0 el VAN el $wacc$ pasa a ser la TIR, que se puede resolver iterativamente.

$$TVN = T_{e,0} \cdot f_{\Sigma} \cdot f_a \quad (3.47)$$

$$(TVN - LCOE) \cdot \frac{E}{f_a} = VAN \quad (3.48)$$

3.5.2. Modelos de coste

El LCOE es la herramienta que se emplea en este proyecto para realizar el análisis de viabilidad económica, como se ha explicado en el Apartado 3.5.1. Sin embargo, el cálculo del LCOE requiere conocer los distintos costes que son atribuibles al ciclo propuesto, para lo que son necesarios modelos de costes de los diversos componentes y para determinados pagos, como pueden ser los costes de impuestos a gases de efecto invernadero o el coste de electricidad empleada para alimentar la bomba de calor.

- **Modelos de coste para equipos de S – CO₂:** Para los equipos que trabajan con S – CO₂ se ha seguido a [94], donde se emplean datos de proveedores reales para ajustar sendos modelos de costes de los distintos equipos. Los modelos toman en general la forma dada por la Ecuación (3.49), siendo C el coste del equipo, a y b los parámetros que se ajustan, PE el parámetro de escala (propio de cada equipo) y f_T un factor de corrección por temperatura, que puede aparecer o no. Se aprecia que la Ecuación (3.49) representa una ley de escala de exponente b , que se espera que sea menor que la unidad para reflejar el hecho de que la inversión específica generalmente disminuye al aumentar el tamaño de los equipos.

$$C = a \cdot PE^b \cdot f_T \quad (3.49)$$

Por lo que respecta al factor de corrección f_T , este viene dado con arreglo a la Ecuación (3.50), donde c y d son coeficientes que dependen del tipo equipo, T_{bp} se puede tomar igual a 550°C y $T_{\text{máx}}$ es la máxima temperatura que se alcanza en el equipo.

$$f_T = \begin{cases} 1 & \text{si } T_{\text{máx}} < T_{bp} \\ 1 + c \cdot (T_{\text{máx}} - T_{bp}) + d \cdot (T_{\text{máx}} - T_{bp})^2 & \text{si } T_{\text{máx}} \geq T_{bp} \end{cases} \quad (3.50)$$

Es importante destacar que los modelos de costes proporcionados en [94] toman como referencia el año 2017 y es necesario actualizarlos mediante el índice CEPCI (acrónimo del inglés *Chemical Engineering Plant Cost Index*; Índice de Costes de Plantas de Ingeniería Química. Se trata de un índice internacional que tabula la evolución de las inversiones con el tiempo [89]). La actualización de los costes se lleva a cabo con arreglo a la Ecuación (3.51), designando el subíndice 0 las cantidades en el año que se toma de referencia. En el caso del proyecto, se ha tomado $CEPCI_0 = 567,5$ y $CEPCI = 596,2$ para los equipos de S – CO₂ (año de referencia 2017).

$$INV = \left(\frac{CEPCI}{CEPCI_0} \right) \cdot INV_0 \quad (3.51)$$

- **Intercambiadores de calor:** El coste de los intercambiadores de calor está directamente relacionado con la conductancia del intercambiador $UA [W/K]$,

que mide su tamaño termodinámico. La Ecuación (3.49) se particulariza en la Ecuación (3.52) y el factor de corrección f_T viene dado por la Ecuación (3.53).

$$C = 49,45 \cdot UA^{0,7544} \cdot f_T \quad (3.52)$$

$$f_T = \begin{cases} 1 & \text{si } T_{\text{máx}} < 550^\circ\text{C} \\ 1 + 0,02141 \cdot (T_{\text{máx}} - 550^\circ\text{C}) & \text{si } T_{\text{máx}} \geq 550^\circ\text{C} \end{cases} \quad (3.53)$$

Este modelo de costes se ha empleado en los intercambiadores de la bomba de calor, que son los que emplean CO_2 en al menos una de las dos corrientes.

- **Turbinas:** Para las turbinas, se emplea un modelo de la forma de la Ecuación (3.49) en el que el parámetro de escala PE es la potencia de la misma en MW, dando lugar a la Ecuación (3.54), que para turbinas axiales se transforma en la Ecuación (3.55) y el factor de corrección por la temperatura viene dado por la Ecuación (3.56).

$$C = a \cdot \dot{W}_T^b \cdot f_T \quad (3.54)$$

$$C = 182600 \cdot \dot{W}_T^{0,5561} \cdot f_T \quad (3.55)$$

$$f_T = \begin{cases} 1 & \text{si } T_{\text{máx}} < 550^\circ\text{C} \\ 1 + 1,106 \cdot 10^{-4} \cdot (T_{\text{máx}} - 550^\circ\text{C})^2 & \text{si } T_{\text{máx}} \geq 550^\circ\text{C} \end{cases} \quad (3.56)$$

Este modelo se ha empleado para calcular el coste de la turbina de la bomba de calor.

- **Compresores:** Los compresores siguen una ley de escala dada por la Ecuación (3.57), en la que no aparece ningún factor de corrección por temperatura y en la que se toma como parámetro de escala la potencia del compresor, que una vez ajustada se transforma en la Ecuación (3.58).

$$C = a \cdot \dot{W}_C^b \quad (3.57)$$

$$C = 1230000 \cdot \dot{W}_C^{0,3992} \quad (3.58)$$

Este modelo se emplea para calcular el coste del compresor de la bomba de calor.

- **Modelos de coste para almacenamiento:** Es preciso determinar la inversión asociada al almacenamiento térmico. Para ello, se sigue como referencia a [95], donde se recogen los costes asociados a un almacenamiento de un único par de tanques con temperatura del caliente de 565°C basados en un estudio llevado a cabo por Abengoa Solar. Estos costes se recogen en la Tabla 3.9, donde se detalla también el exponente que hay que usar para extrapolar el coste de cada componente. Se toma como referencia un almacenamiento de 2703 MWht y se asume un coste de las sales de 1100 \$/t que se extrapola linealmente (exponente unitario).

Tabla 3.9. Coste de los componentes del sistema de almacenamiento y exponente de extrapolación propuesto [95]

Componente	Coste [k\$]	Exponente de extrapolación
Tanque frío	4361	0,8
Tanque caliente	10016	0,8
Inventario de sales	30122	1
Instrumentación	212	0,8
Estructura de acero	666	0,8
Aislamiento del tanque	3724	0,8
Equipo eléctrico	481	0,8
Cimentación (hormigón)	1560	0,8
Cimentación (espuma)	959	0,8
Cimentación (refractario)	531	0,8
Obras	339	0,8
Pintura	8	0,8

Se observa que todos los componentes tienen un exponente de extrapolación menor que la unidad salvo las sales, lo que es coherente con el hecho de que existe una ley de escala para los equipos pero no para las sales, pues no involucran construcción sino la compra de una cantidad determinada de las mismas.

- **Modelos de coste para el ciclo Rankine:** El coste del ciclo de Rankine se basa en el coste de una central solar de concentración obtenido mediante el *software* SAM (*System Advisor Model*) [96]. La central solar de concentración que se ha tomado como referencia emplea un ciclo Rankine de 100 MW, para el que se ha obtenido un coste de 103,24 millones de euros (referenciados a 2025). Para tener en cuenta que el ciclo de Rankine que se ha modelado en el proyecto es de 50 MW, se toma una inversión de 51,57 millones de euros (la mitad) en una primera aproximación.
- **Modelos de coste para el ciclo Brayton:** Para el ciclo de Brayton se emplean datos de los costes de inversión y de operación y mantenimiento de varios ciclos de diferentes potencias [97] para ajustar sendas expresiones empíricas en función de la potencia del ciclo. En concreto, se ha ajustado la Ecuación (3.59) para la inversión y la Ecuación (3.60) para el coste de operación y mantenimiento, siendo en ambos casos x la potencia en MW del ciclo y estando expresada la inversión en dólares de 2003 por kWh y el coste de operación y mantenimiento en dólares de 2003 por MWh. Al ser valores referidos al año 2003, han de actualizarse mediante el CEPCI, con arreglo a la Ecuación (3.51).

$$INV = 1763,1 \cdot x^{-0,26} \quad (3.59)$$

$$OM = 9,1016 \cdot x^{-0,21} \quad (3.60)$$

Se observa que en ambos casos se ajustan expresiones para costes específicos (coste por unidad de un parámetro representativo) empleando exponenciales y que el exponente de las mismas es negativo, lo que es consistente con la existencia leyes de escala para los equipos. En la Figura 3.26 se muestra de forma gráfica la curva ajustada para la inversión y en la Figura 3.27 la curva ajustada para el coste de operación y mantenimiento. Se

puede observar también en las mismas que la calidad del ajuste, dada por la métrica R^2 , es muy aceptable⁵⁸.

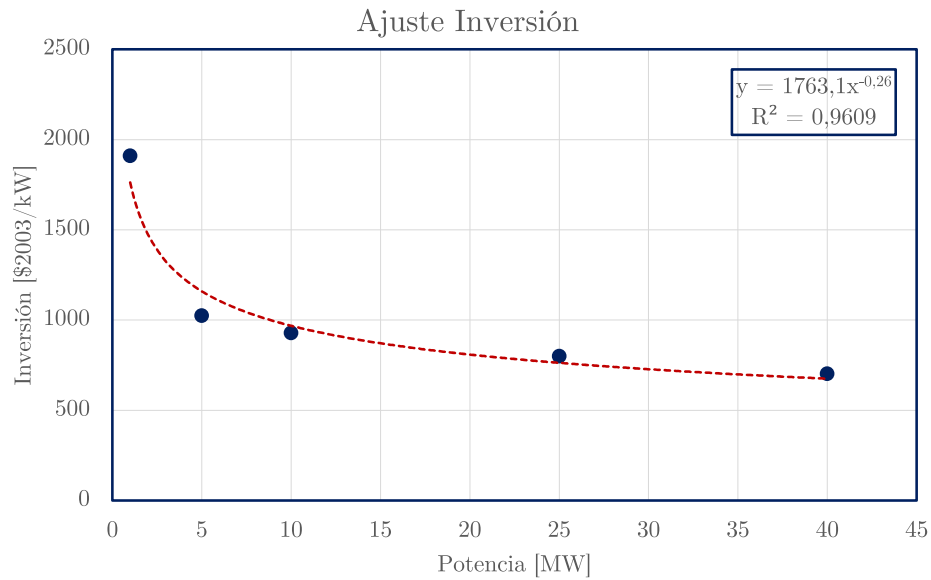


Figura 3.26. Ajuste empírico de la expresión de la inversión del ciclo de Brayton en función de la potencia

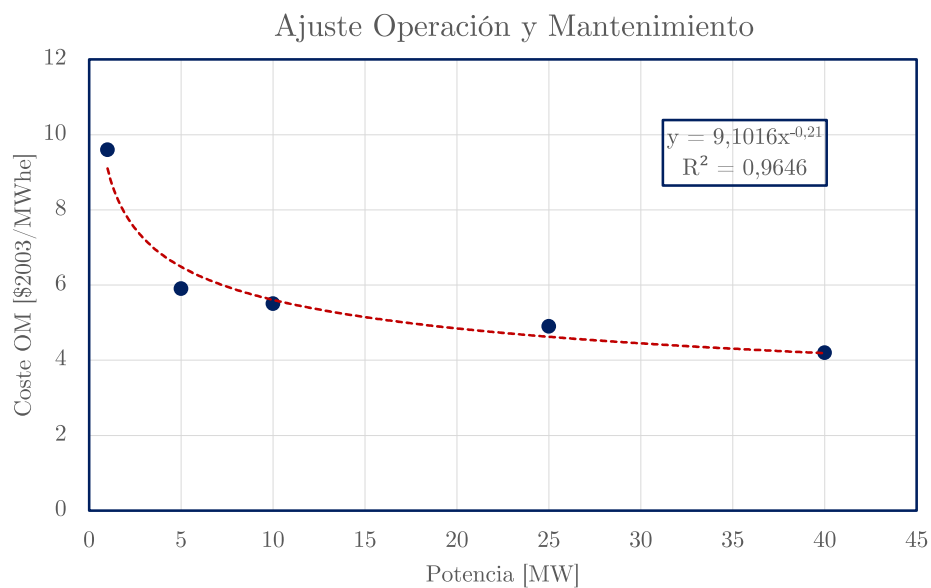


Figura 3.27. Ajuste empírico de la expresión del coste de operación y mantenimiento del ciclo de Brayton en función de la potencia

- **Modelo de coste para el consumo de combustible:** Se ha asumido una tarifa de 30 €/MWh-PCS para el gas natural, lo que es coherente con el precio medio negociado durante 2025 en el Mercado Ibérico del gas (MIBGAS), que es de 35,65 €/MWh [98]

⁵⁸La métrica R^2 mide el porcentaje de la variabilidad original de los datos explicada por el modelo ajustado [83]. Es decir, un valor de $R^2 = 90\%$ se interpreta como que el modelo explica el 90 % de la variabilidad de los datos originales. Sin embargo, es una métrica preparada para evaluar modelos lineales, en los que su interpretación es más clara.

para el mercado del mes anterior (M+1), que se asume constante durante los años de vida del proyecto.

- **Modelo de coste para el consumo de electricidad:** Para calcular el precio de la electricidad consumida para alimentar a la bomba de calor, se emplean datos del mercado eléctrico español entre el día 9/3/2024 y 10/3/2025 obtenidos de OMIE en los que se muestra el coste medio de la electricidad para cada hora del día y para un día representativo de cada estación⁵⁹. En base a estos datos se calcula el coste medio horario para un día cualquiera del año con arreglo a la Ecuación (3.61), que no es más que una media del precio diario ponderada por el número de días de cada estación.

$$\text{Tarifa media} = \frac{\sum_{i \in \text{Estaciones}} \text{Nº días}_i \cdot \text{Precio}_i}{365} \quad (3.61)$$

Una vez obtenido este precio medio horario, se escogen las seis horas más baratas del día para alimentar la bomba de calor, que corresponden a la franja de 12:00 a 17:00 y que arrojan un precio medio de 46,97 €/MWh.

- **Modelos de coste para las emisiones de gases de efecto invernadero:** El empleo de un ciclo de Brayton lleva aparejado el consumo de un combustible, que en el caso de ser fósil emitirá CO₂ de forma neta y, por tanto, deberá abonarse el importe correspondiente a un impuesto al carbono. Para ello, se calcula primero la masa de CO₂ emitida por el sistema empleando la Ecuación (3.62), donde el parámetro con valor 0,182 se denomina factor de emisión y representa una medida específica de los gases de efecto invernadero emitidos por una actividad. Su valor se ha obtenido de [99] y corresponde al caso de consumo de gas natural para instalaciones fijas. Asimismo, se asume un coste de la tasa de CO₂ de 80 €/tonelada emitida. Se hace notar que esta tasa de CO₂ podría evitarse en caso de usar combustibles de origen renovable, como la biomasa.

$$\text{Masa CO}_2 = 0,182[\text{kgCO}_2 \text{ eq/kWh}_{\text{PCS}}] \quad (3.62)$$

Además, ha de tenerse en cuenta que los modelos de coste descritos anteriormente representan solo los costes de directos, a los que debe sumarse el coste de la instalación y los indirectos, lo que se hace con arreglo a las Ecuaciones (3.63) a (3.64) [89], [100].

$$\text{Costes instalación} = 0,3 \cdot \text{Costes equipos} \quad (3.63)$$

$$\text{Costes indirectos} = 0,25 \cdot \text{Costes equipos} \quad (3.64)$$

⁵⁹Estos precios no consideran por tanto el cero de tensión acontecido el día 28/4/2025 ni el impacto que el mismo ha tenido en el precio de la electricidad.

4

Resultados

La ciencia se construye a partir de hechos, al igual que una casa se construye con piedras; pero una acumulación de hechos no es ciencia, del mismo modo que un montón de piedras no es una casa.

Henri Poincaré (1854 - 1912)

En este capítulo se presentan y analizan los resultados de los cálculos llevados a cabo para el desarrollo del proyecto y descritos en el Capítulo 3. Siguiendo la estructura planteada en ese Capítulo, se presentan los resultados del ciclo, intercambiadores de calor, turbomaquinaria, tuberías y el análisis económico. Asimismo, se presenta la configuración que se ha elegido para el funcionamiento del ciclo.

4.1. Prestaciones y configuración del ciclo

Los resultados del diseño del ciclo se obtienen a partir de los resultados de cada ciclo individual definiendo el número de horas que trabaja cada uno, por lo que primeramente se detalla el resultado agregado de los ciclos así como la configuración de funcionamiento que se ha escogido para cada uno y, posteriormente, se proporcionan los resultados de cada ciclo individual.

4.1.1. Resultados globales

El acoplamiento de los distintos ciclos para que se verifique el balance energético se lleva a cabo con arreglo a las Ecuaciones (4.1) a (4.4)⁶⁰.

$$\dot{W}_{CV} \cdot H_{CV} \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{COP}}{\eta_{CV} \cdot \eta_{GO} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{CG} - 1} \right)} \right) = \dot{W}_{CG} \cdot H_{CG} \quad (4.1)$$

⁶⁰Pese a que parezcan específicas para el ciclo del trabajo, si se manipulan algebraicamente se verá que no son más que balances energéticos en los que se emplean rendimientos y COP para expresar de manera compacta las ecuaciones.

$$\dot{W}_{HP} \cdot H_{HP} \cdot \left(\frac{COP - 1}{\eta_{GO} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{CG} - 1} \right)} \right) = \dot{W}_{CG} \cdot H_{CG} \quad (4.2)$$

$$\dot{Q}_{\text{Gas Natural}} \cdot \eta_{CG} = \dot{W}_{TG} \quad (4.3)$$

$$\eta_{GO} = \frac{h_{A,6} - h_{A,7}}{h_{A,6} - h_{A,1}} \quad (4.4)$$

En la Figura 4.1 se muestra el balance de energías global del ciclo junto con las horas de funcionamiento de cada subciclo. También se muestran los rendimientos de los dos ciclos de potencia y el COP de la bomba de calor. El ciclo se ha dimensionado para que el ciclo Brayton funcione de forma ininterrumpida 24 horas alimentando al centro de datos, la bomba de calor funcionará 6 horas aprovechando el excedente renovable y el ciclo de gas funcionará 5,08 horas, debido a que se ha dimensionado para una potencia de 50 MW.

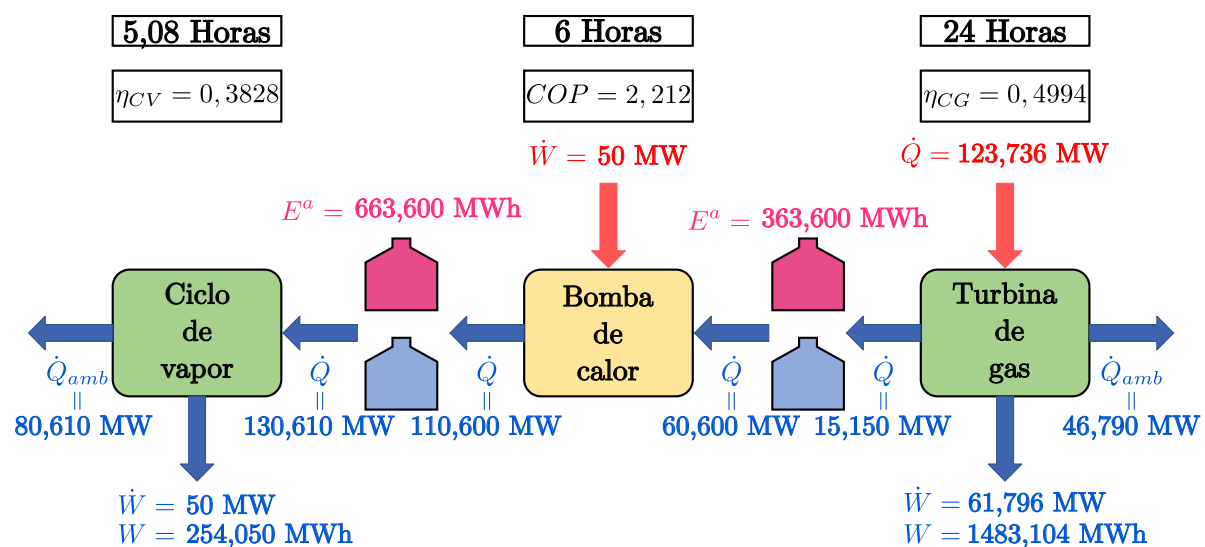


Figura 4.1. Balance de energías global del ciclo

4.1.2. Ciclo Brayton

En la Tabla 4.1 se presentan los resultados correspondientes al diseño del ciclo Brayton⁶¹. Asimismo, en la Figura 4.2 se muestra el diagrama p - h del ciclo.

Tabla 4.1. Resultados del ciclo Brayton

Potencia Turbina [MW]	Potencia Compresor [MW]	Cons. Comb. [MW]	Rendimiento
120,212	58,416	123,736	0,4994

Es importante recalcar que, como se ha explicado en el Apartado 3.1.1, el ciclo Brayton se ha modelado sin considerar las ecuaciones de la Combustión, es decir, considerando que en la cámara de combustión tiene lugar un proceso de aporte de calor en el que el aire que recorre el ciclo se calienta, pero sin considerar un aporte másico de combustible. Es por ello por lo que el valor del consumo de combustible todavía puede refinarse.

⁶¹Obsérvese que la relación de retroceso, dada por el cociente entre la potencia del compresor y la de la turbina, es cercana al 50 %, como se explicó en el Apartado 2.3.2.

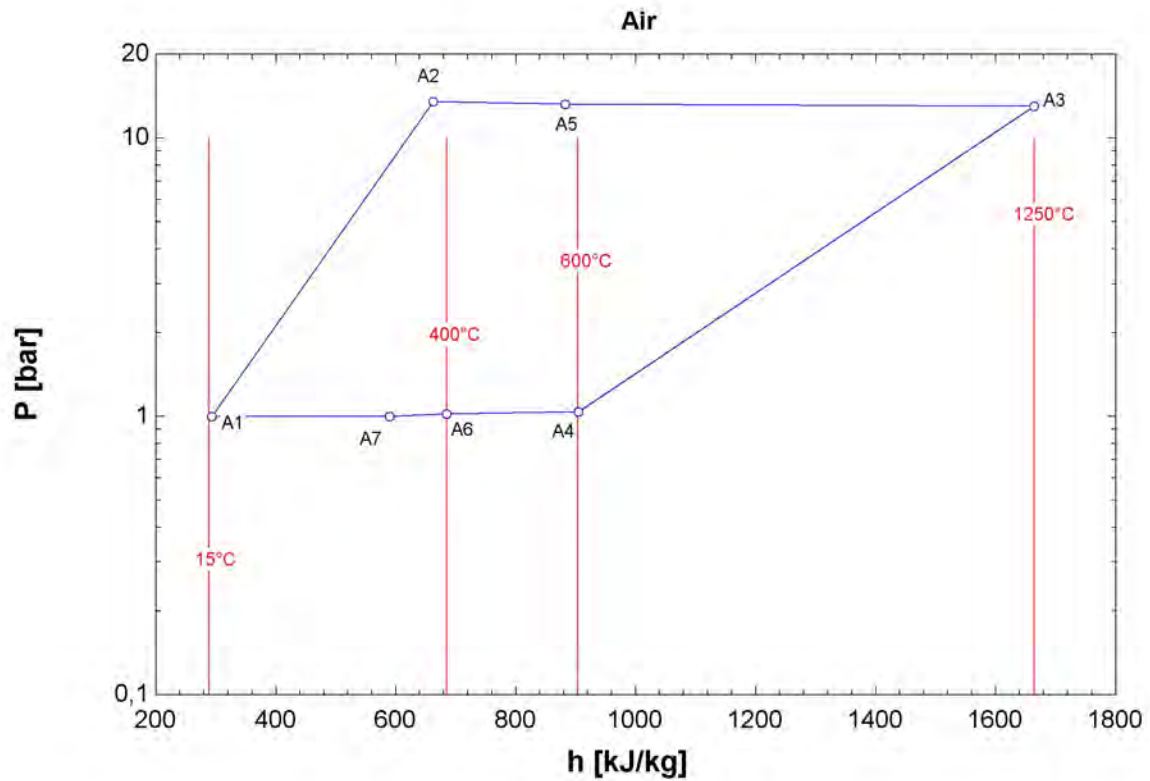


Figura 4.2. Diagrama p - h del ciclo Brayton

4.1.3. Bomba de calor

En la Tabla 4.2 se presentan los resultados correspondientes al diseño de la bomba de calor. Asimismo, en la Figura 4.3 se muestra el diagrama p - h del ciclo. En este se puede observar que la bomba de calor trabaja en la fase gaseosa de la sustancia, a entalpías (temperaturas) holgadamente superiores a la temperatura crítica. Esto presenta la ventaja de que se evitan los problemas de variaciones bruscas de propiedades que se explicaron en el Apartado 2.3.1. Se puede comprobar que la bomba supe parte de su alimentación (consumo del compresor) mediante su turbina, satisfaciendo la cantidad restante mediante la red eléctrica (motor).

Tabla 4.2. Resultados de la bomba de calor

Potencia Turbina [MW]	Potencia Compresor [MW]	Potencia Motor [MW]	COP
66,397	116,397	50	2,212

4.1.4. Ciclo Rankine

En la Tabla 4.3 se presentan los resultados correspondientes al diseño del ciclo Rankine. Asimismo, en la Figura 4.4 se muestra el diagrama T - s del ciclo, donde únicamente se han unido mediante rectas los procesos que involucran turbinas (V1 → V2 → V3 y V4 → V5 → V6 → V7) y válvulas (V16 → V17 y V18 → V19). Se puede apreciar el efecto del recalentamiento conseguido al conducir la corriente de salida de la turbina de alta presión al recalentador para, posteriormente, comenzar la expansión en la turbina de baja presión a mayor temperatura y entalpía [36]. Asimismo, el efecto de la regeneración puede observarse en

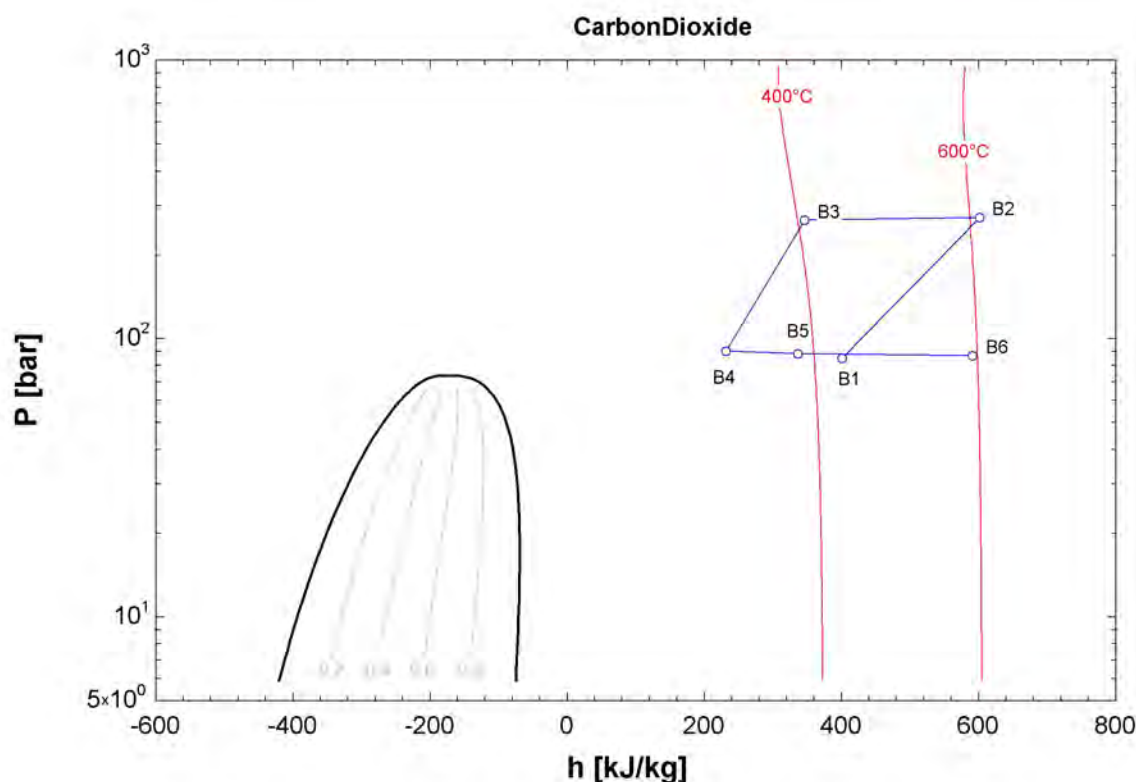


Figura 4.3. Diagrama p - h de la bomba de calor

los puntos **V2** , **V5** y **V6** , que se encuentran sobre la línea de expansión de las turbinas al ser las extracciones de las mismas.

Tabla 4.3. Resultados del ciclo Rankine

Potencia Turb. Alta [MW]	Potencia Turb. Baja [MW]	Rendimiento
12,032	38,472	0,3828

4.2. Intercambiadores de calor

El principal parámetro que se ha obtenido para los intercambiadores de calor es la conductancia del intercambiador, UA , definida en el Apartado 3.2.1, puesto que a partir de este parámetro se estiman los costes asociados a los intercambiadores [94]. Asimismo, se proporcionan los diagramas TQ de los distintos intercambiadores. Se han calculado las conductancias de todos los intercambiadores salvo los del ciclo Rankine (incluyendo los de la caldera de recuperación) debido a que el coste de los mismos va incluido en el modelo de coste detallado en el Apartado 3.5.

En la Tabla 4.4 se muestran los resultados de los intercambiadores del ciclo Brayton y en la Tabla 4.5 los resultados de los intercambiadores de la bomba de calor

Tabla 4.4. Resultados de los intercambiadores del ciclo Brayton

Intercambiador	Potencia [MW]	UA [kW/K]	$\dot{m}_C$ [kg/s]	$\dot{m}_F$ [kg/s]	ϵ
REGEN	34,828	9169	158,3	158,3	0,91
GC - TOHX	15,150	7490	158,3	111	0,9005

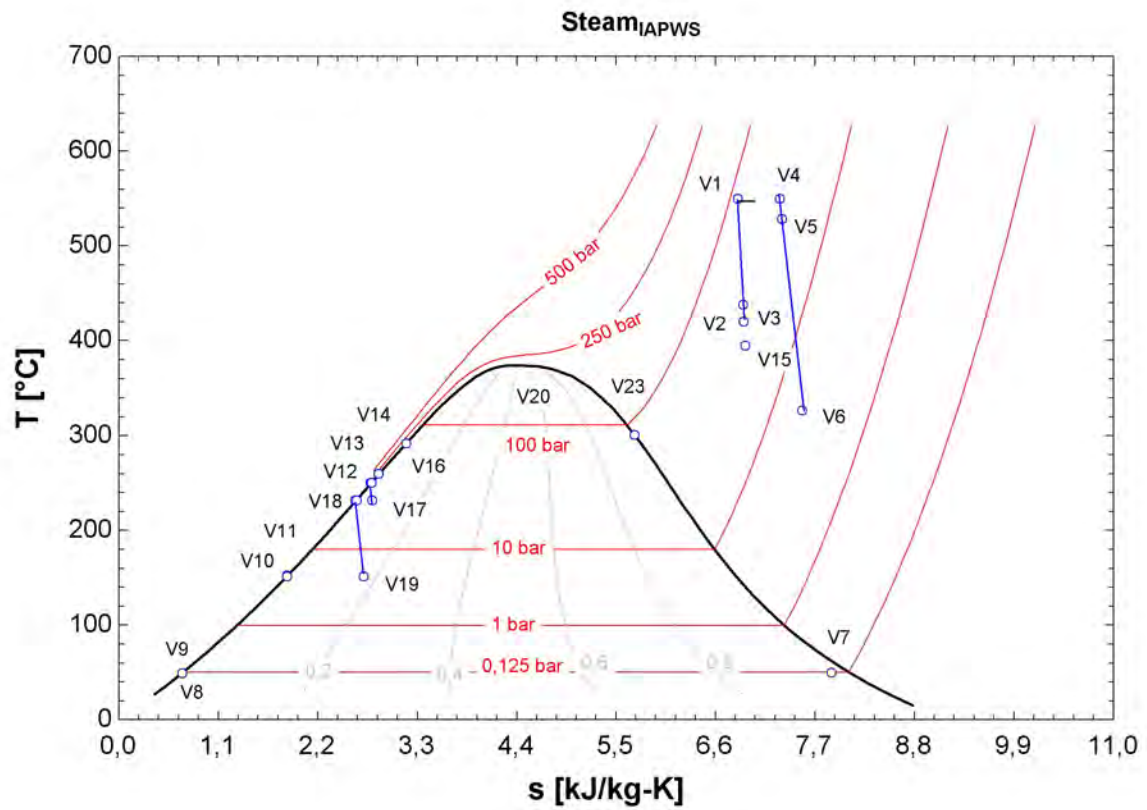


Figura 4.4. Diagrama T - s del ciclo Rankine

Tabla 4.5. Resultados de los intercambiadores de la bomba de calor

Intercambiador	Potencia [MW]	UA [kW/K]	$\dot{m}_C$ [kg/s]	$\dot{m}_F$ [kg/s]	ϵ
HP - TOHX	60,599	6228	444	580,5	0,9033
MSHX	110,599	1710	580,5	257	0,9276
REC	148,112	6973	580,5	580,5	0,9257

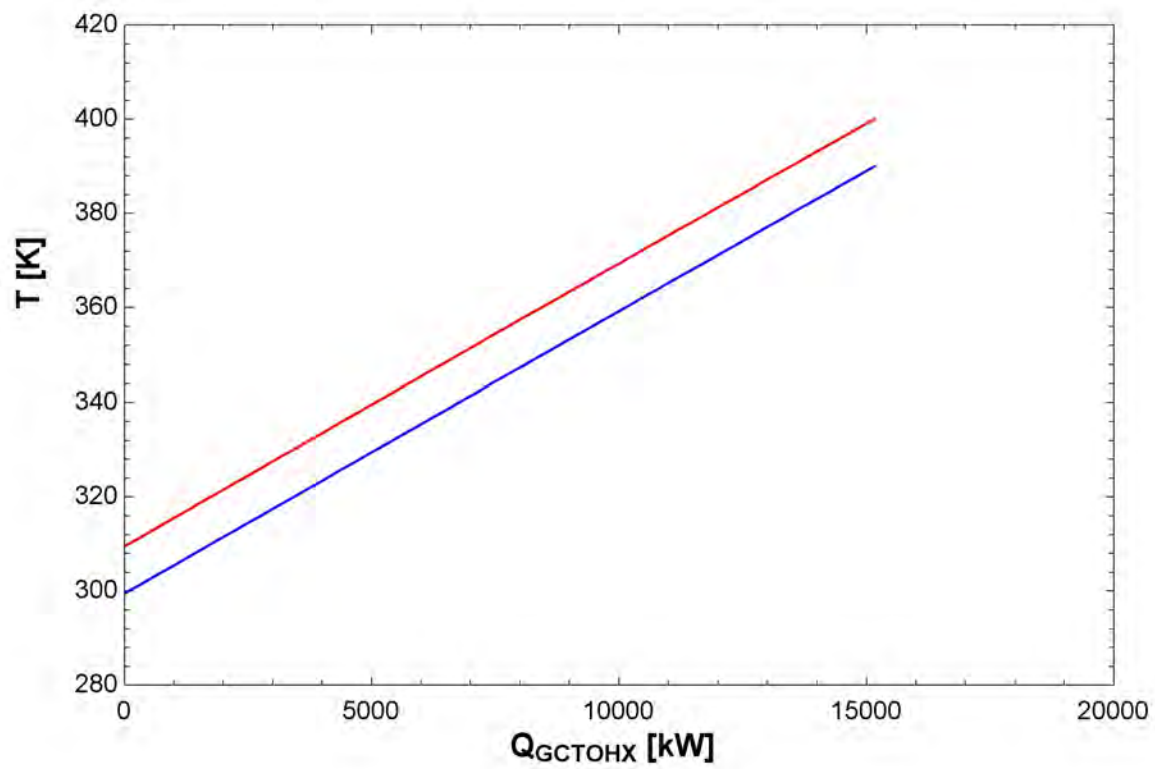


Figura 4.5. Diagrama TQ del intercambiador aire-sales

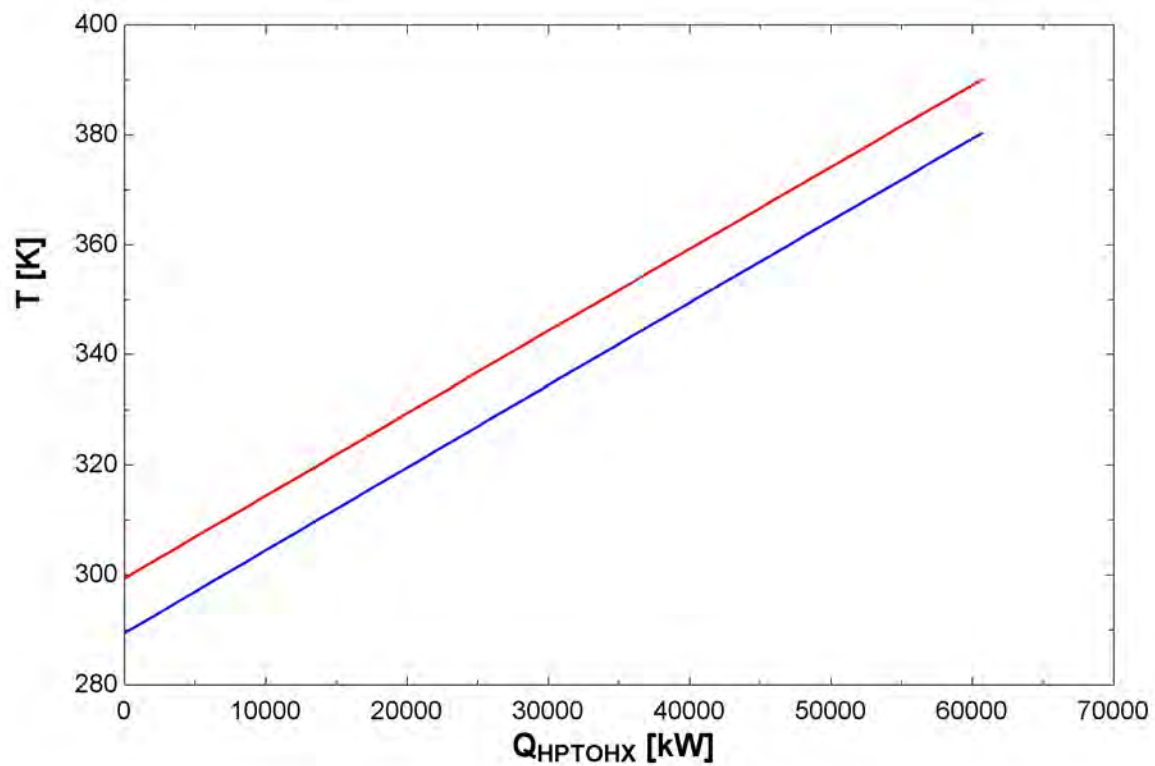


Figura 4.6. Diagrama TQ del intercambiador sales- CO_2

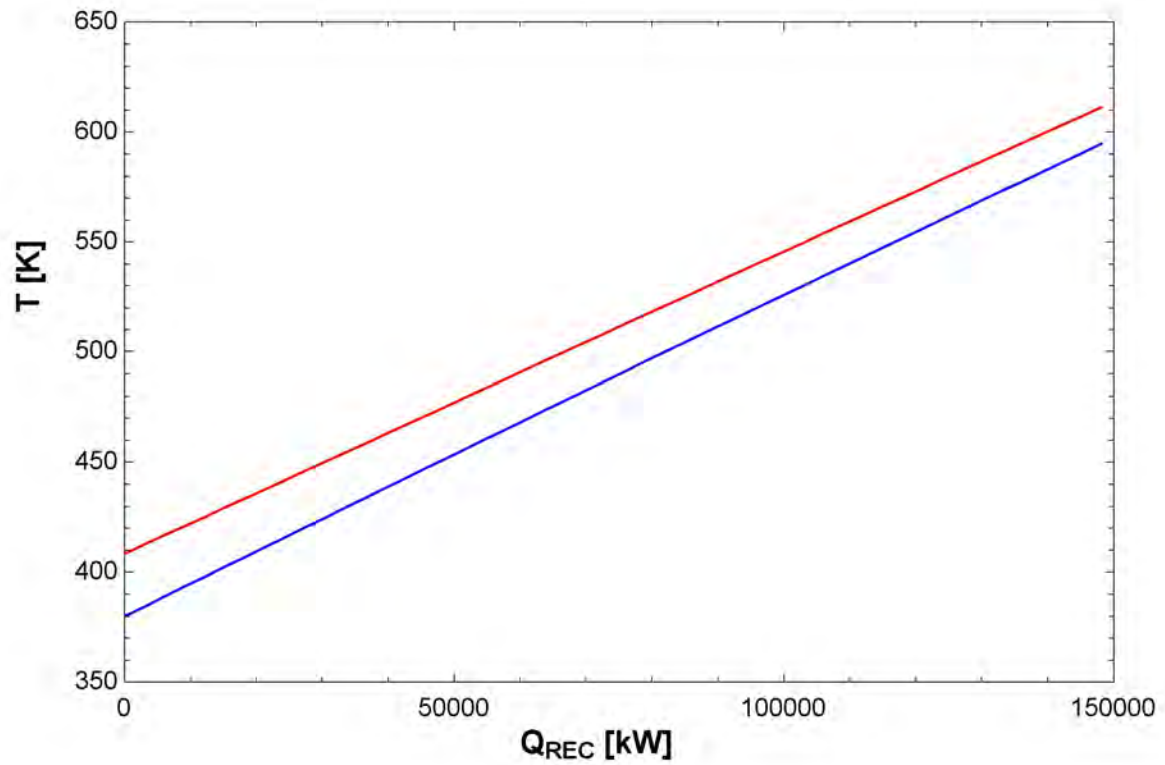


Figura 4.8. Diagrama TQ del recuperador de la bomba de calor

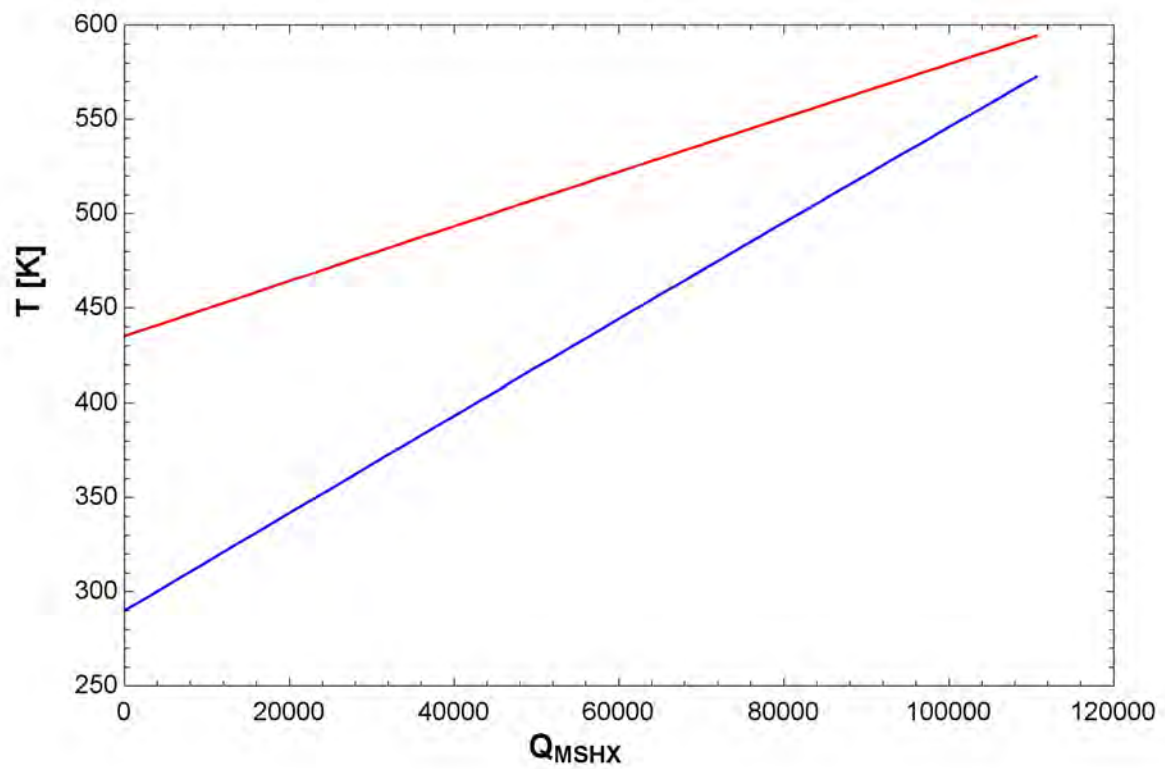


Figura 4.7. Diagrama TQ del intercambiador CO_2 -sales

4.3. Turbomaquinaria

El predimensionamiento de la turbomaquinaria ha consistido en la determinación del número de etapas, velocidad de rotación y diámetro (asociado a la primera y a la última etapa) para todas las máquinas, lo que se ha llevado a cabo mediante el algoritmo detallado en el Apartado 3.3.1. Asimismo, con el objetivo de validar este algoritmo y su implementación, se han generado los diagramas $\omega_s - z$ (velocidad específica - número de etapas) [75] sin recurrir al algoritmo y se ha comprobado que los resultados obtenidos entre ambos métodos son coherentes cuando se escoge como velocidad de rotación la proporcionada por el algoritmo.

En las Figuras 4.9 a 4.20 se muestra el diagrama $\omega_s - z$ de todas las máquinas. En todas ellas, se muestra la velocidad específica de la primera (línea discontinua; azul para máquinas generadoras y roja para máquinas motoras) y de la última etapa (línea continua; azul para máquinas generadoras y roja para máquinas motoras) para la velocidad de rotación proporcionada por el algoritmo junto con el rango de velocidad específica que corresponde al rendimiento deseado⁶². Además, se indica el número de etapas que calcula el algoritmo, la situación de la máquina de estados en la que se encuentra la solución para los casos en los que aplique (máquinas acopladas) y la velocidad de rotación (en [r.p.m.]). Se puede comprobar en todos los casos que la solución calculada por el algoritmo es coherente con lo que muestran los gráficos.

Del mismo modo, se comprueba que la velocidad específica de la primera etapa es superior a la de la última para los compresores y que la situación se invierte para las turbinas. Esto ocurre siempre y se puede explicar atendiendo a la definición de la velocidad específica, Ecuación (3.15), pues el único parámetro que varía conforme el fluido atraviesa la máquina es el caudal volumétrico, que aumenta conforme el fluido atraviesa la máquina si es una turbina (aumentando la velocidad específica) o disminuye si es un compresor (disminuyendo la velocidad específica). En el caso de las bombas, al trabajar estas con fluidos incompresibles, el caudal volumétrico es constante en su paso por la máquina.

Los resultados del predimensionamiento se muestran en las Tablas 4.6 a 4.10 para los ciclos Brayton, lazo de sales TG-HP, bomba de calor, lazo de sales HP-CV y ciclo Rankine, respectivamente. Es importante recalcar que se ha considerado que las máquinas pueden incorporar reductoras o, en el caso más desfavorable, electrónica de potencia, para acoplarlas a la frecuencia de la red. En este sentido, si se quisiese que la velocidad de rotación coincidiese con la velocidad de sincronismo (3000 r.p.m.) para conectar directamente el alternador a la red o con múltiplos/divisores de la velocidad de sincronismo habría que modificar el algoritmo desarrollado.

Tabla 4.6. Resultados de la turbomaquinaria del ciclo Brayton

Máquina	z	N[r.p.m.]	d _{s,in}	d _{s,out}	$\omega_{s,in}$	$\omega_{s,out}$	d _{in} [m]	d _{out} [m]
GCC	1	10948	3,467	3,467	0,9727	0,9727	1,676	1,676
GCT	1		3,379	3,379	0,7896	0,7896	2,114	2,114

⁶²Debido a que los rangos que se encuentran en la literatura son orientativos (i.e. se indican rangos para alto rendimiento pero para valores de rendimiento concreto) [75] se han empleado los rangos obtenidos mediante interpolación tal y como se describe en el Apartado 3.3.1.1.

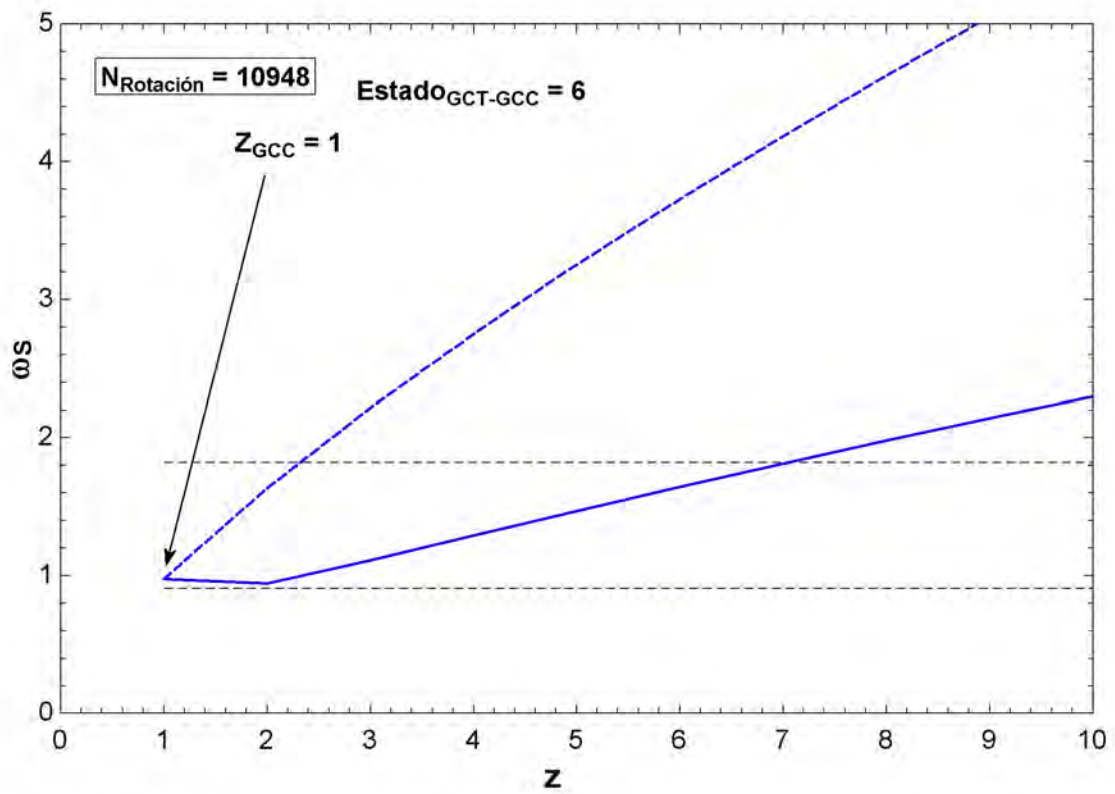


Figura 4.9. Gráfico $\omega_s - z$ del compresor del ciclo Brayton

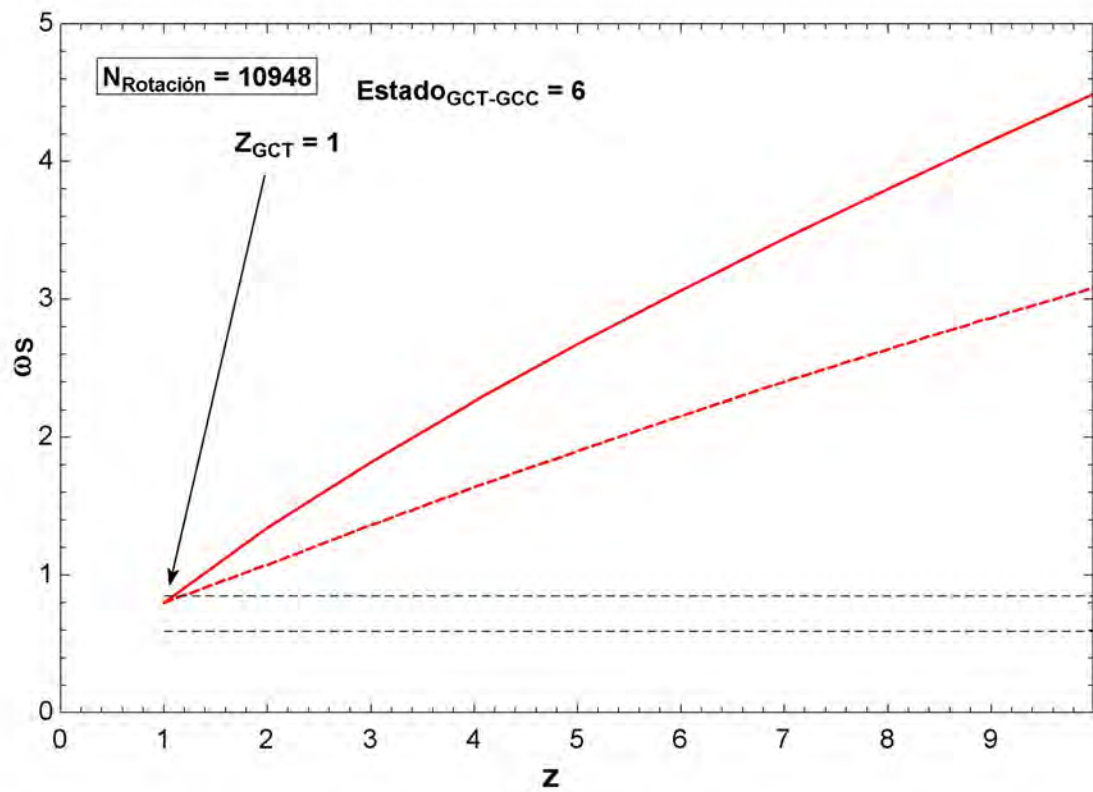


Figura 4.10. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina del ciclo Brayton

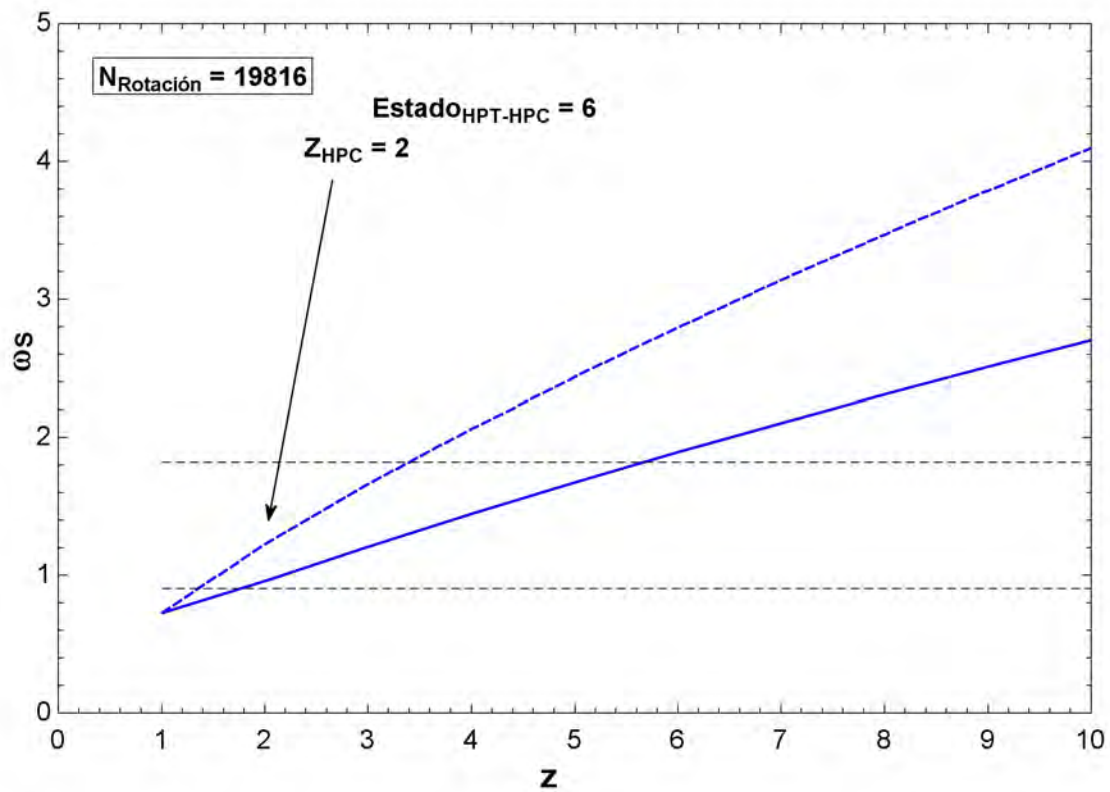


Figura 4.11. Gráfico $\omega_s - z$ del compresor de la bomba de calor

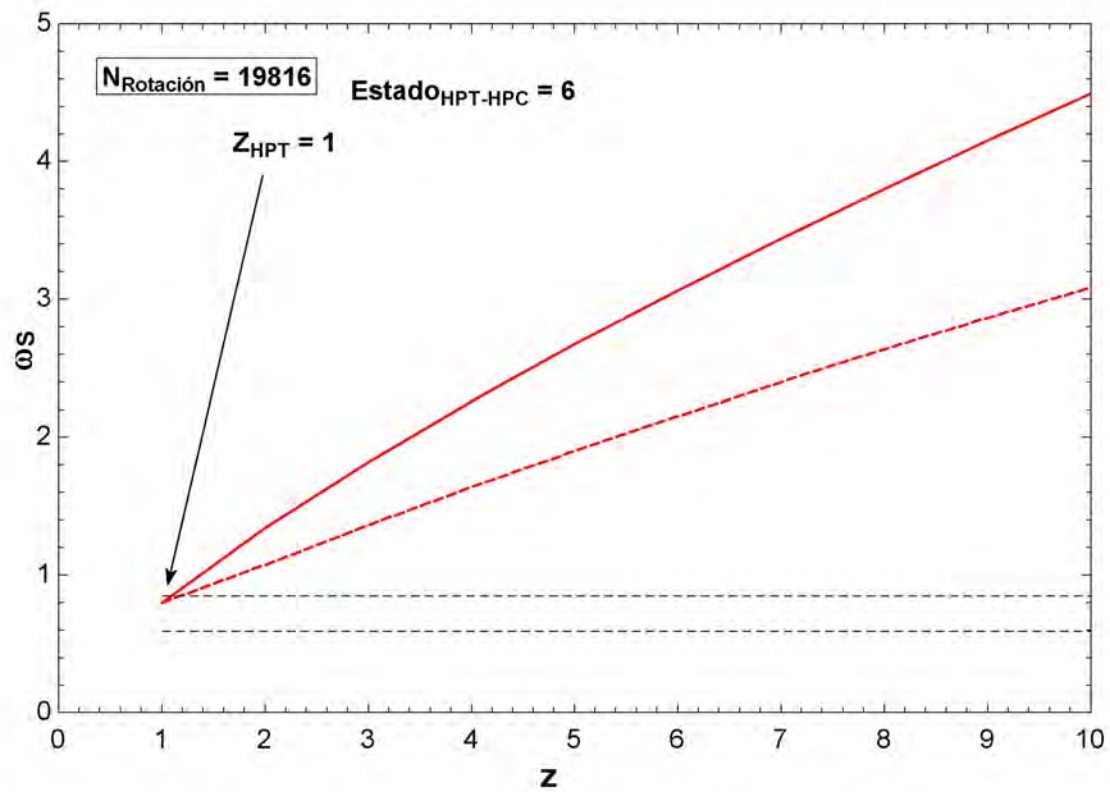


Figura 4.12. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de la bomba de calor

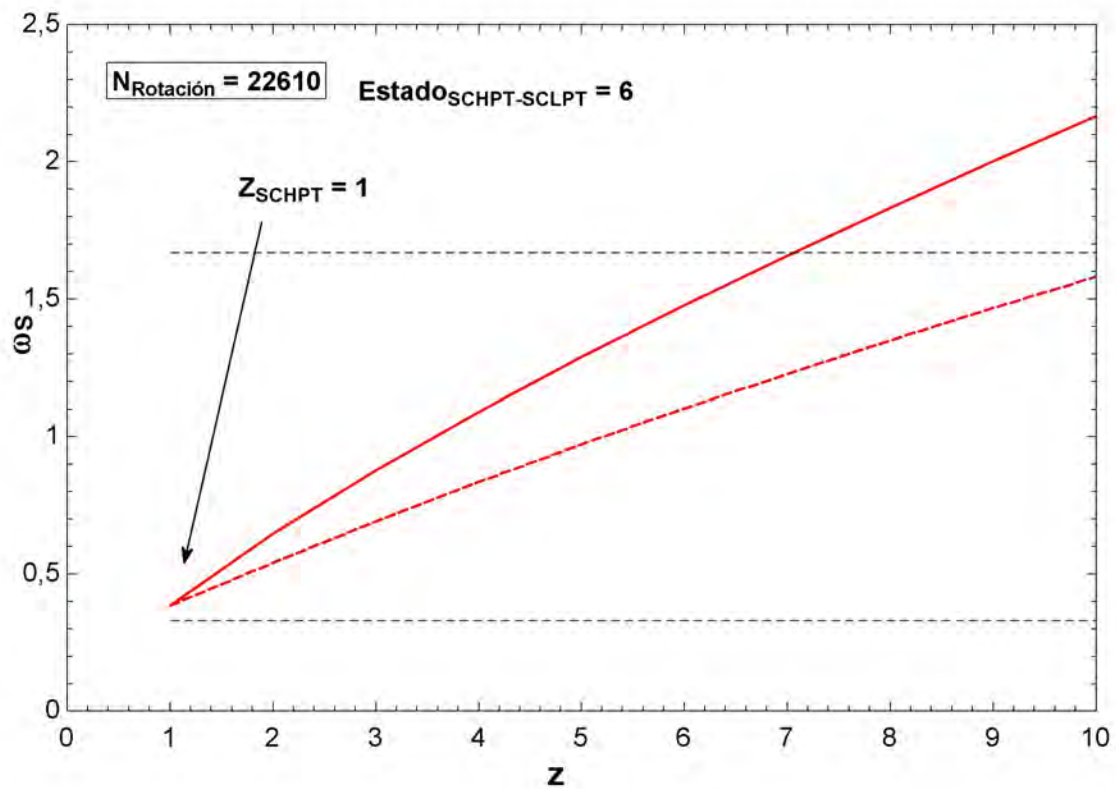


Figura 4.13. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de alta presión del ciclo Rankine

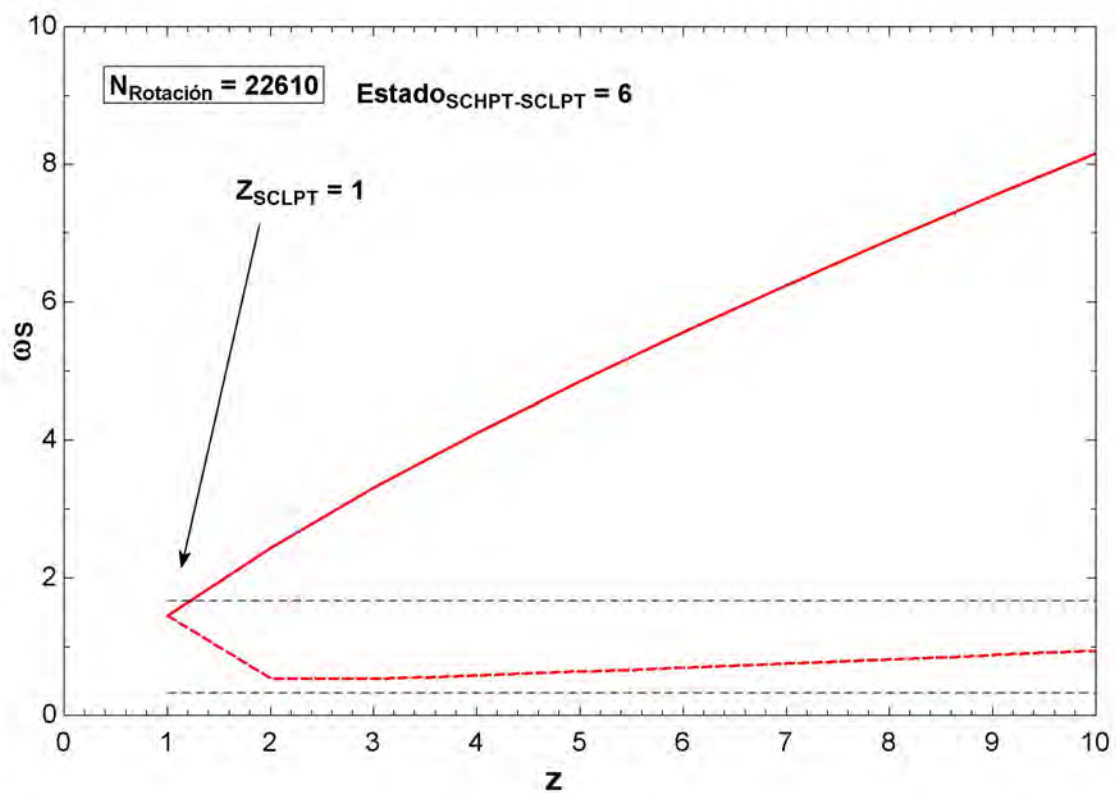


Figura 4.14. Gráfico $\omega_s - z$ de la turbina de baja presión del ciclo Rankine

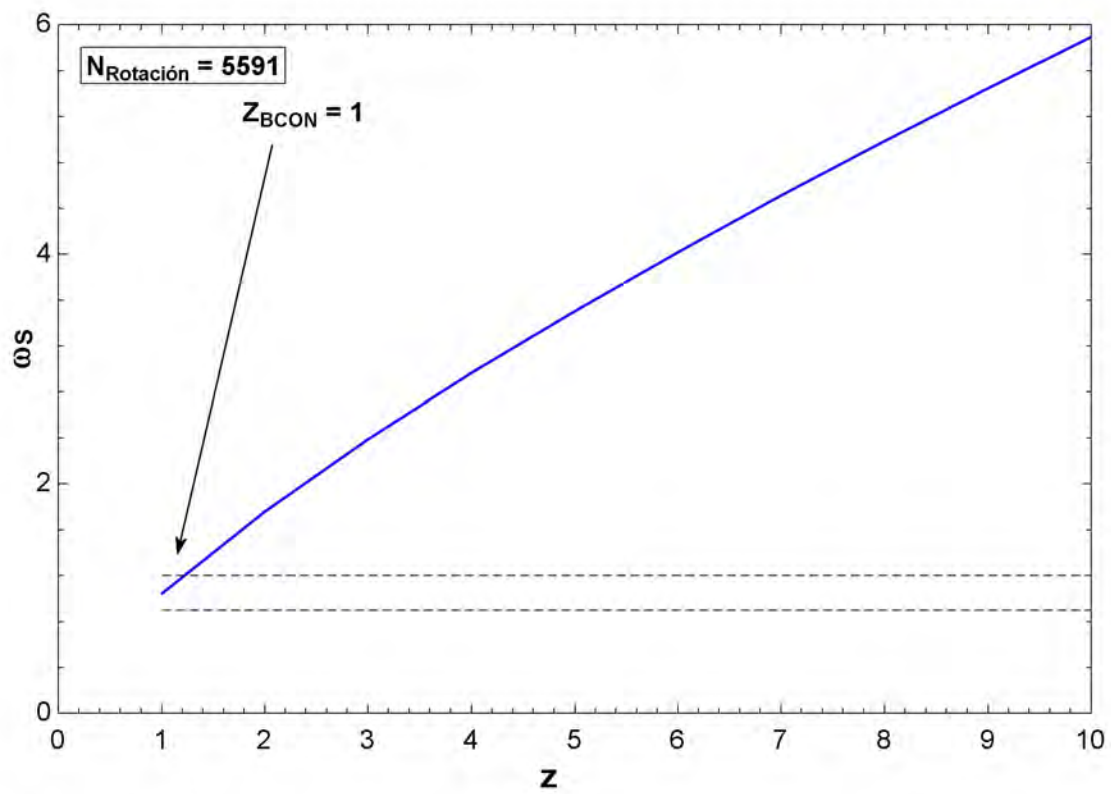


Figura 4.15. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del condensador

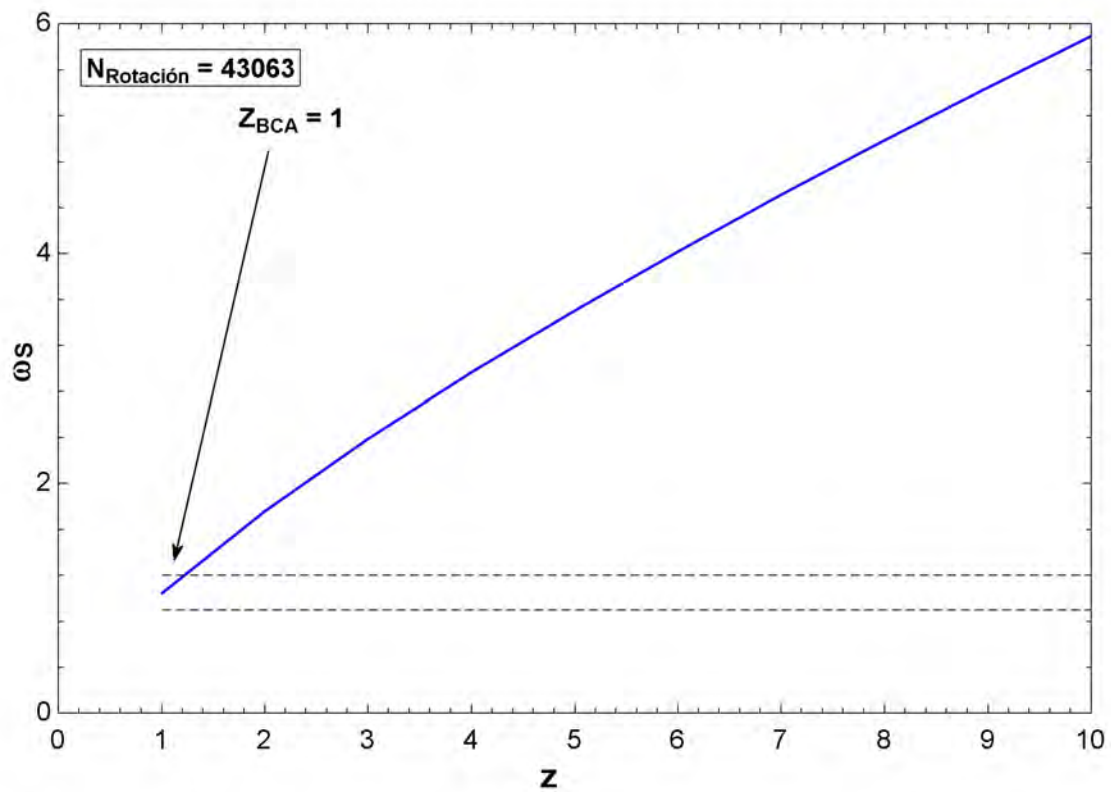


Figura 4.16. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del calentador abierto

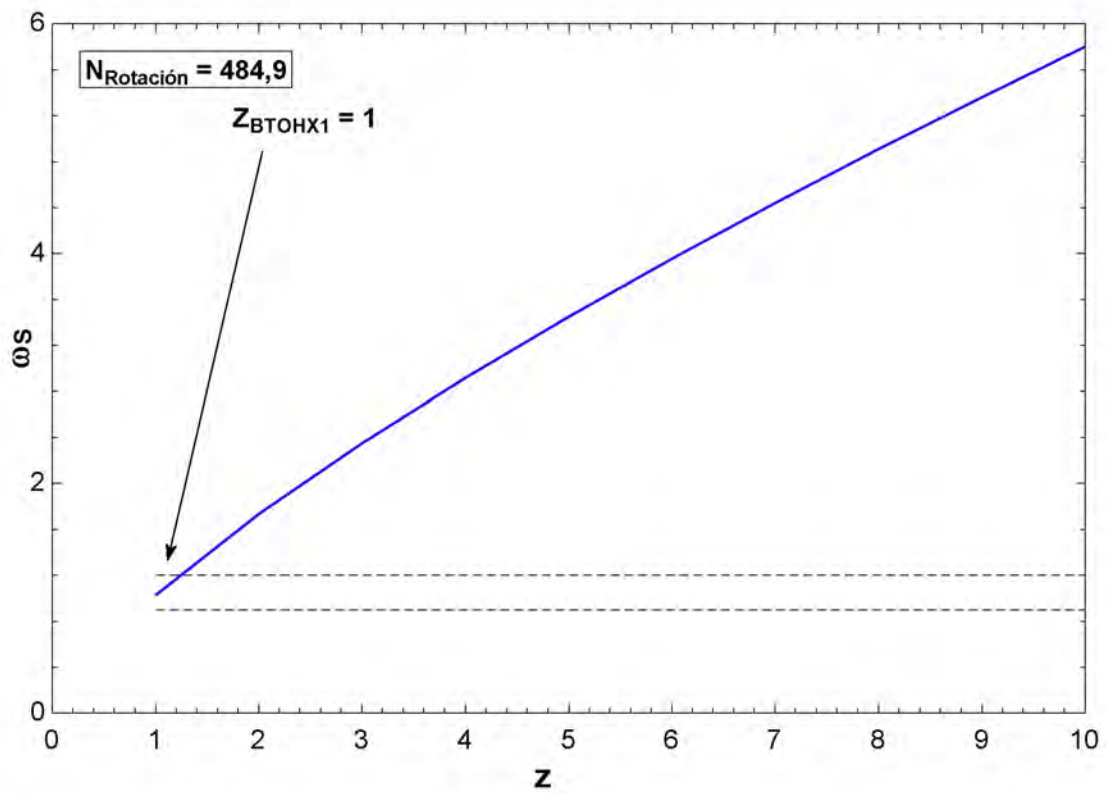


Figura 4.17. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito frío de sales TG-HP al caliente

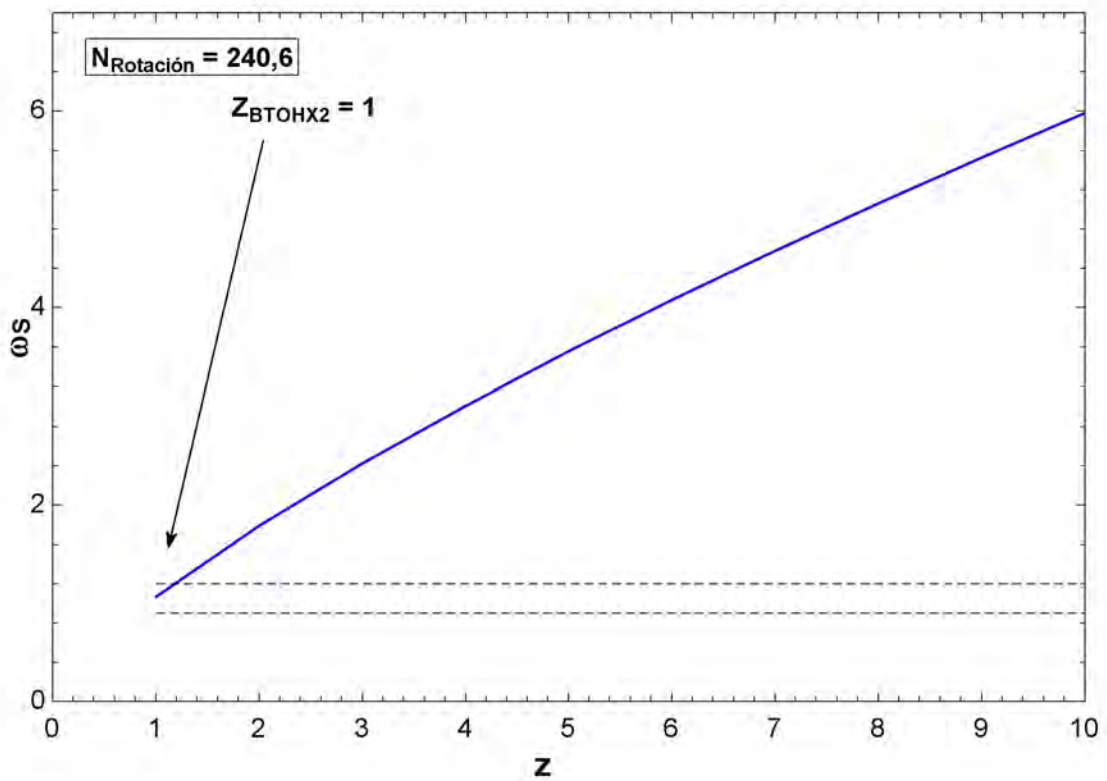


Figura 4.18. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito caliente de sales TG-HP al frío

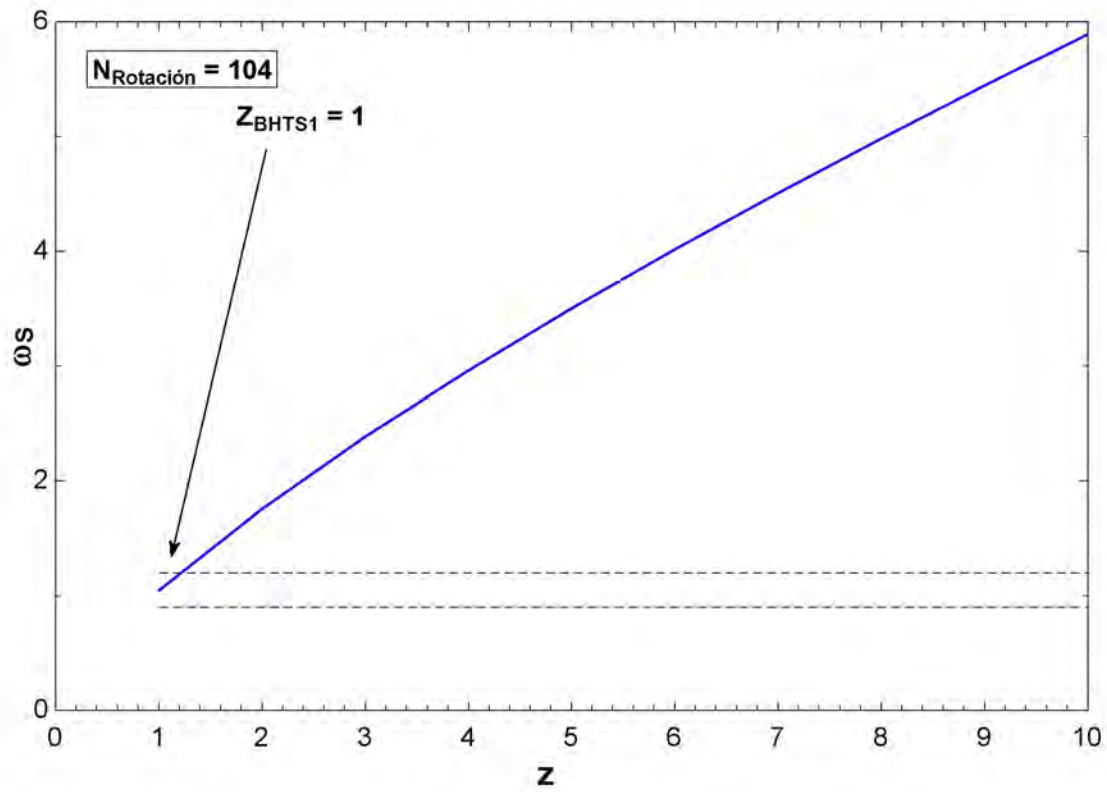


Figura 4.19. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito frío de sales HP-CV al caliente

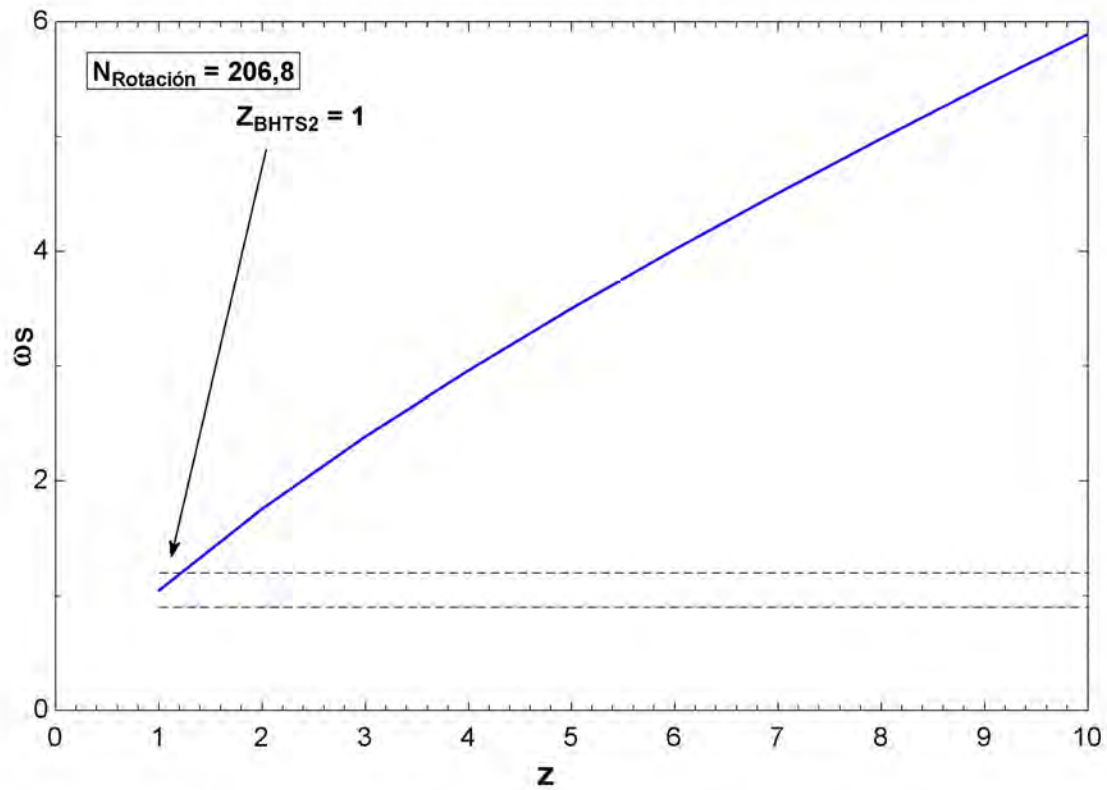


Figura 4.20. Gráfico $\omega_s - z$ de la bomba del depósito caliente de sales HP-CV al frío

Tabla 4.7. Resultados de la turbomaquinaria del lazo de sales TG-HP

Máquina	z	N[r.p.m.]	d _{s,in}	d _{s,out}	ω _{s,in}	ω _{s,out}	d _{in} [m]	d _{out} [m]
TOHX1	1	484,9	3,25	3,25	1,032	1,032	0,3443	0,3443
TOHX2	1	240,6	3,25	3,25	1,065	1,065	0,7046	0,7046

Tabla 4.8. Resultados de la turbomaquinaria de la bomba de calor

Máquina	z	N[r.p.m.]	d _{s,in}	d _{s,out}	ω _{s,in}	ω _{s,out}	d _{in} [m]	d _{out} [m]
HPC	2	19816	3,251	3,483	1,226	0,9591	0,4463	0,4781
HPT	1		3,358	3,358	0,7995	0,7995	0,4561	0,4561

Tabla 4.9. Resultados de la turbomaquinaria del lazo de sales HP-CV

Máquina	z	N[r.p.m.]	d _{s,in}	d _{s,out}	ω _{s,in}	ω _{s,out}	d _{in} [m]	d _{out} [m]
HTS1	1	104	3,25	3,25	1,048	1,048	0,7889	0,7889
HTS2	1	206,8	3,25	3,25	1,048	1,048	0,6481	0,6481

Tabla 4.10. Resultados de la turbomaquinaria del ciclo Rankine

Máquina	z	N[r.p.m.]	d _{s,in}	d _{s,out}	ω _{s,in}	ω _{s,out}	d _{in} [m]	d _{out} [m]
SCHPT	1	22610	6,488	6,488	0,3854	0,3854	0,5693	0,5693
SCLPT	1		2,637	2,637	1,452	1,452	1,787	1,787
BCON	1	5591	3,25	3,25	1,048	1,048	0,1293	0,1293
BCA	1	43063	3,25	3,25	1,048	1,048	0,0753	0,06753

En la Tabla 4.10 se observa que la bomba del calentador abierto, BCA, tiene una velocidad de giro de más de 40000 r.p.m. Esto se debe a que debe proporcionar al fluido un salto de presión del orden de 150 bar, por lo que para algunas máquinas habría que fijar una velocidad de rotación de 3000 r.p.m., forzando que salgan más etapas.

4.4. Tuberías

El dimensionamiento de las tuberías ha consistido en la determinación, para cada punto del ciclo, de los parámetros número de tuberías, diámetro nominal, diámetro base, *schedule*, espesor y volumen. En el cálculo de estos parámetros se ha empleado el programa diseñado para tal fin y descrito en el Apartado 3.4.1. Los resultados se han agrupado en función del ciclo al que pertenecen: en la Tabla 4.11 se muestran los resultados para el ciclo de Brayton, en la Tabla 4.12 se muestran los resultados para el lazo de sales TG-HP, en la Tabla 4.13 se muestran los resultados para la bomba de calor, en la Tabla 4.14 se muestran los resultados para el lazo de sales HP-CV y en la Tabla 4.15 se muestran los resultados para el ciclo de Rankine. Asimismo, se han dimensionado también las tuberías del agua de refrigeración del condensador del ciclo de Rankine y el resultado de este dimensionamiento se muestra en la Tabla 4.16.

Tabla 4.11. Resultados de las tuberías del ciclo Brayton

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
A1	10	1200	1219,2	STD	9,53	0,036216767
A2	2	750	762	STD	9,53	0,022528484
A3	2	900	914,4	STD	9,53	0,027091245
A4	18	1200	1219,2	STD	9,53	0,036216767
A5	2	800	812,8	STD	9,53	0,024049404
A6	16	1200	1219,2	STD	9,53	0,036216767
A7	14	1200	1219,2	STD	9,53	0,036216767

Tabla 4.12. Resultados de las tuberías del lazo de sales TG-HP

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
O1	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
O2	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
O3	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
O4	2	250	273,1	20	6,35	0,005321426

Tabla 4.13. Resultados de las tuberías de la bomba de calor

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
B1	2	600	609.6	20	9.53	0.017965723
B2	2	450	457.2	80	23.88	0.0325082
B3	4	300	323.9	60	14.27	0.013880876
B4	2	600	609.6	20	9.53	0.017965723
B5	2	600	609.6	20	9.53	0.017965723
B6	2	650	660.4	STD	9.53	0.019486643

Tabla 4.14. Resultados de las tuberías del lazo de sales HP-CV

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
S1	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S2	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
S3	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S4	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S5	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S6	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S7	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
S8	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174

Tabla 4.15. Resultados de las tuberías del ciclo Rankine

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
V1	2	300	323,9	20	6,35	0,006334841
V2	2	100	114,3	STD	6,02	0,002047833
V3	2	400	406,4	20	7,92	0,009914746
V4	2	400	406,4	20	7,92	0,009914746
V5	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
V6	2	300	323,9	20	6,35	0,006334841
V7	6	1200	1219,2	STD	9,53	0,036216767
V8	2	90	101,6	STD	5,74	0,001728619
V9	2	90	101,6	STD	5,74	0,001728619
V10	2	100	114,3	STD	6,02	0,002047833
V11	2	100	114,3	STD	6,02	0,002047833
V12	2	100	114,3	STD	6,02	0,002047833
V13	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V14	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V15	2	200	219,1	20	6,35	0,004244174
V16	2	50	60,3	STD	3,91	0,000692674
V17	2	65	73	STD	5,16	0,001099728
V18	2	90	101,6	STD	5,74	0,001728619
V19	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V20	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V21	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V22	2	125	141,3	STD	6,55	0,002772809
V23	2	250	273,1	20	6,35	0,005321426

Tabla 4.16. Resultados de las tuberías de la refrigeración del condensador

Punto del ciclo	Número de tuberías	Diámetro nominal	Diámetro ext. [mm]	Schedule	Espesor [mm]	Volumen[m ²]
W1	2	550	558,8	20	9,53	0,016444802
W2	2	550	558,8	20	9,53	0,016444802

Para validar el programa, se ha empleado la hoja de cálculo Excel® de la que se disponía originalmente dimensionando cada punto con la solución que arroja el programa. En todos los casos resulta un dimensionamiento válido, por lo que el programa se considera validado. Se ha incorporado el cálculo original en la interfaz desarrollada en Excel®, de forma que los resultados de cada cálculo del programa alimenten a este cálculo y se compruebe de forma automática la solución.

Por lo que respecta a los datos agregados, en la Figura 4.21 se muestra la distribución de frecuencias del número de tuberías requerido para cada tramo, en la Figura 4.22 la distribución de frecuencias del diámetro nominal dimensionado y en la Figura 4.23 la distribución de frecuencias de los *schedules* dimensionados, todas ellas en forma de diagrama de barras. Lo más reseñable es el hecho de que el número de tuberías requerido es bajo en la mayoría de los tramos, siendo únicamente de 2 tuberías en 44 de los 50 tramos calculados (88 %), e igualando o superando las 10 tuberías únicamente en 4 de los 50 (8 %).

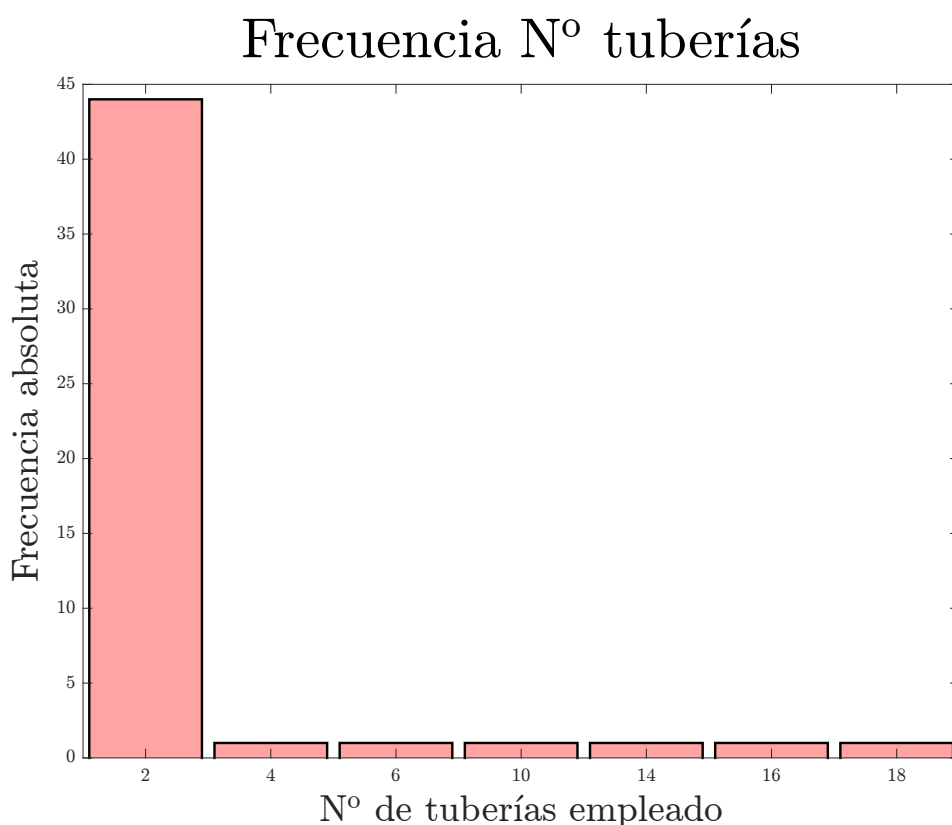


Figura 4.21. Distribución de frecuencias de los resultados de número de tuberías

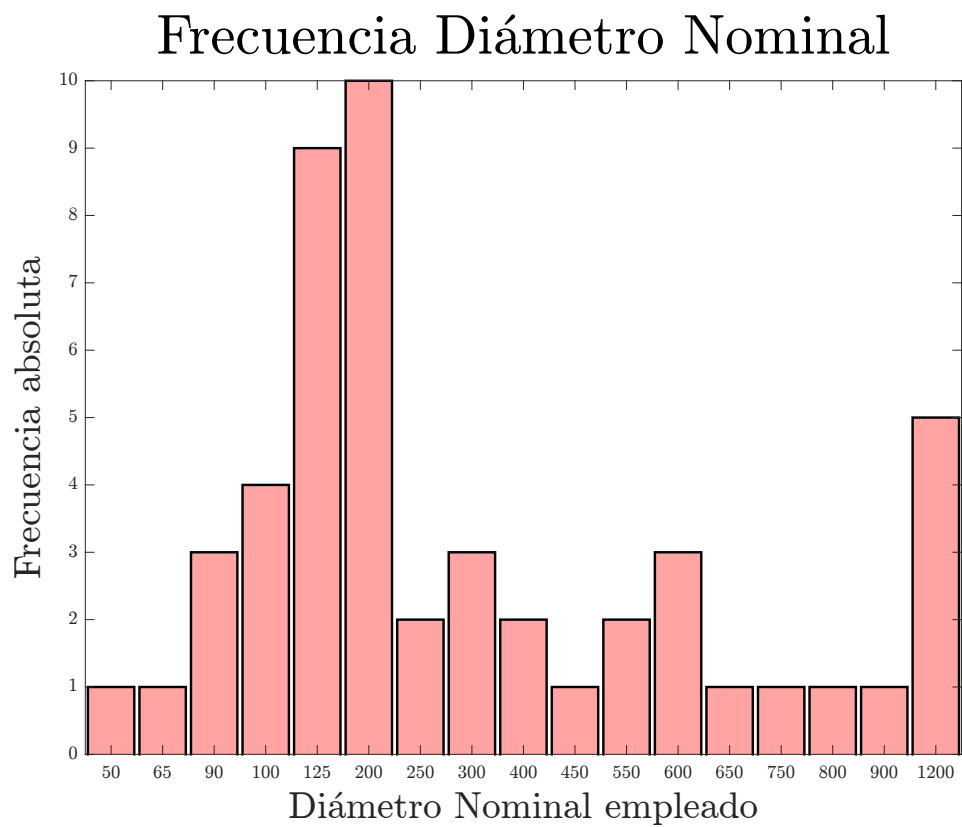


Figura 4.22. Distribución de frecuencias de los resultados de número de diámetro nominal

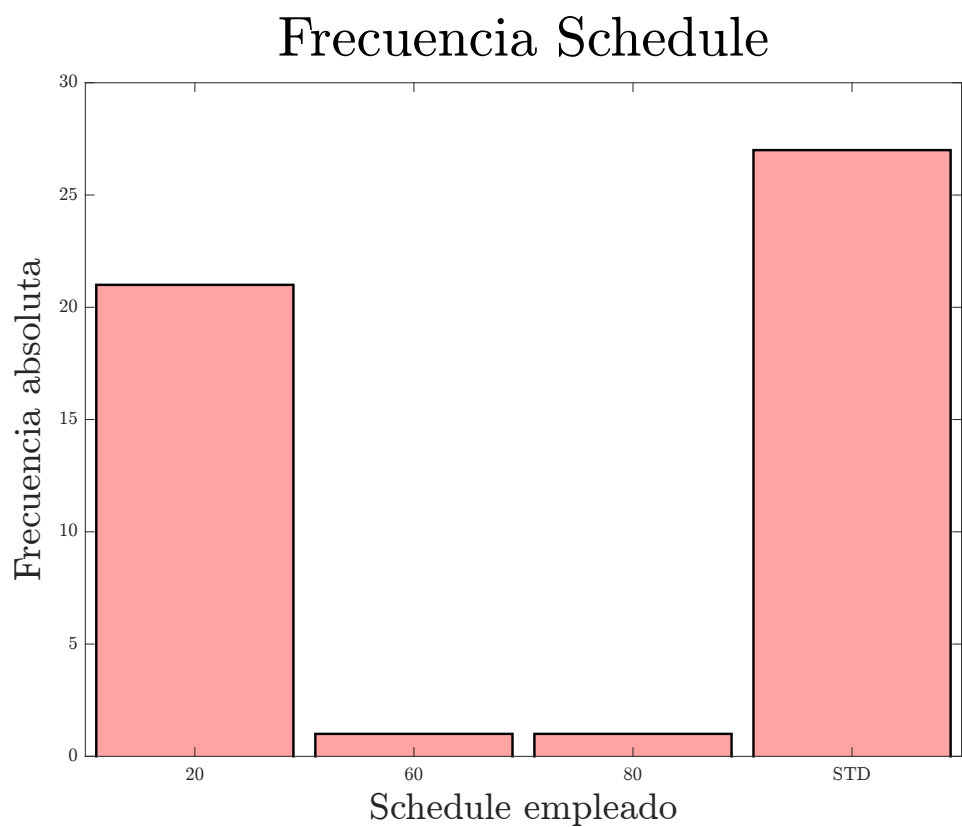


Figura 4.23. Distribución de frecuencias de los resultados de número de schedule

Un aspecto en el que se puede apreciar la potencia del programa diseñado es el referente al volumen de las tuberías. Este volumen se obtiene con arreglo a la Ecuación (4.5), siendo N el número de tramos de tuberías a diseñar y n_i el número de tuberías para cada tramo.

$$\text{Volumen [m}^3\text{]} = \sum_{i=1}^N n_i \cdot V_{\text{pipe},i} \quad (4.5)$$

El volumen total de las tuberías está directamente relacionado con el coste asociado a las mismas así como con su impacto ambiental por su consumo de material, por lo que optimizar este valor resulta clave. En este sentido, el programa diseñado incorpora la función `minimiza_volumen_tuberia.m`, descrita en el Apartado 3.4.1.4, diseñada para diseñar las tuberías con aquella combinación de parámetros que minimiza el volumen de cada tramo. En la Figura 4.24 se muestra una comparativa entre el volumen calculado directamente mediante la función `dimensiona_tuberia.m` (que replica cómo lo haría un calculista humano totalmente sistemático) con el calculado mediante `minimiza_volumen_tuberia.m`. Los volúmenes obtenidos mediante `dimensiona_tuberia.m` se han ordenado de menor a mayor y a los calculados mediante `minimiza_volumen_tuberia.m` se les ha asignado el mismo orden (es decir, el volumen de los tramos de tubería correspondientes a un punto (x) del ciclo calculados mediante `dimensiona_tuberia.m` y mediante `minimiza_volumen_tuberia.m` ocupan el mismo puesto). Para la gráfica, se ha escogido el intervalo $[20\% \div 80\%]$ (se excluyen el 20 % inferior y superior) para que los *outliers* no distorsionen la escala. Se observa que la reducción del volumen total alcanza en el rango central de valores factores del orden de $\times 3$, lo que mejora la sostenibilidad económica y ambiental del dimensionamiento.

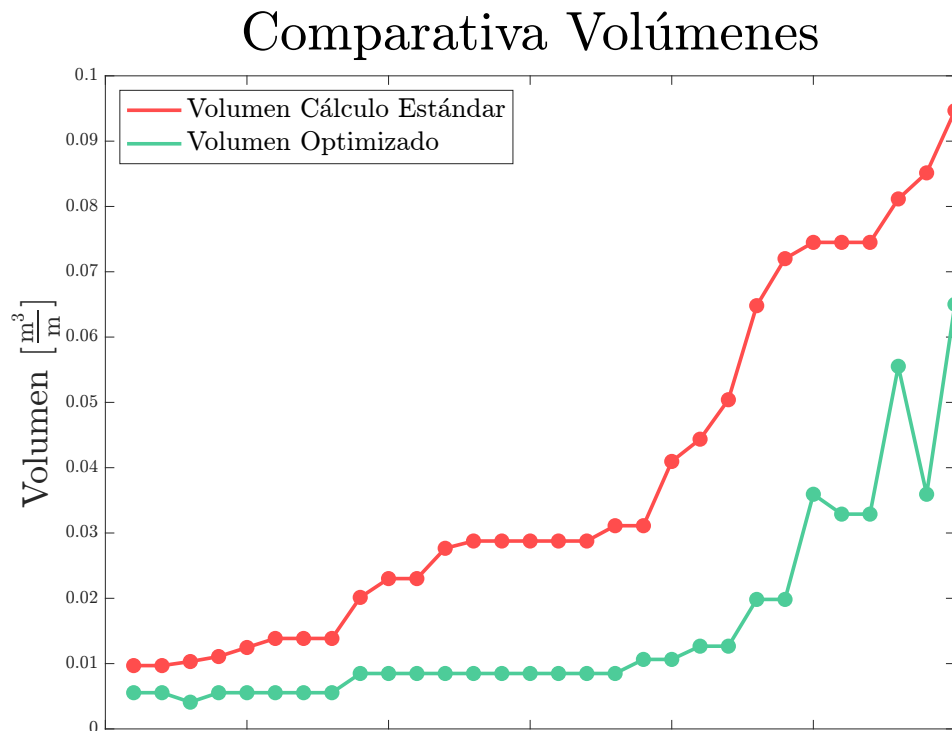


Figura 4.24. Comparativa entre el volumen de las tuberías calculado de forma estándar y optimizado. Se ha escogido el intervalo $[20\% \div 80\%]$ de volúmenes

A pesar de que poder calcular los parámetros óptimos de las tuberías supone una ventaja a resaltar, es preciso identificar el esfuerzo computacional que esto supone, especialmente cuando el algoritmo de optimización se basa en un procedimiento de búsqueda exhaustiva (ver Apartado 3.4.1.4). En la Figura 4.25 se muestra el tiempo de ejecución del programa medido experimentalmente^{63,64}, donde se puede comprobar que el tiempo de ejecución es aproximadamente lineal en el número de tuberías ($O(n)$, siendo n el número de tuberías y usando la notación asintótica [101] para expresar la complejidad del algoritmo). El motivo de que ocurra esto es que cada tubería se dimensiona de forma independiente, por lo que el tiempo requerido para dimensionar n tuberías está acotado por $n \cdot$ (Tiempo en dimensionar la tubería más desfavorable), que es una función lineal del número de tuberías⁶⁵.

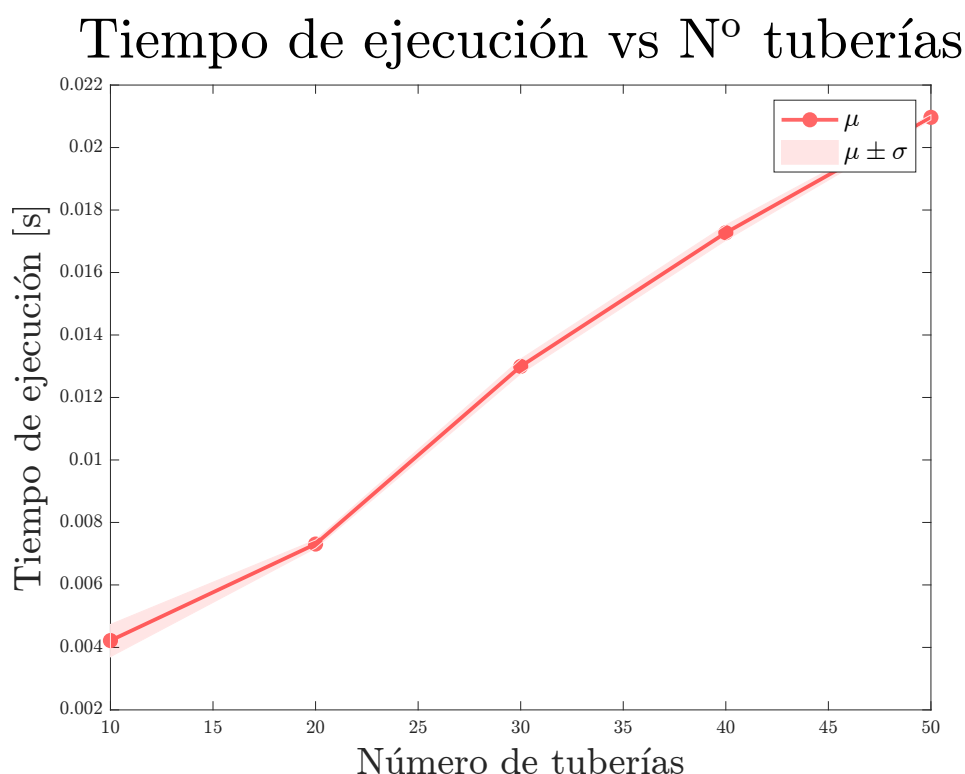


Figura 4.25. Tiempo de ejecución medio ± 1 desviación típica del programa en función del número de tuberías

En la Figura 4.26 se muestra la distribución de frecuencias del número de tuberías requeridas en cada tramo, lo que junto con la información proporcionada por la Figura 4.21 y la Figura 4.24 permite obtener la conclusión empírica de que resulta más eficiente en términos del volumen de material de las tuberías elegir un menor número de tuberías de mayor diámetro frente a un mayor número de tuberías con un diámetro más reducido. A la hora de interpretar la Figura 4.26 hay que tener en cuenta que no se trata de las tuberías calculadas manualmente sino de las calculadas empleando `dimensiona_tuberia.m`, que busca replicar el proceso de cálculo

⁶³La parte del programa que se ha ejecutado repetidamente para obtener estos resultados es la correspondiente a la función `minimiza_volumen_tuberia.m`. Por tanto, se tiene en cuenta únicamente el tiempo de cálculo y no el requerido para leer los datos y escribir los resultados.

⁶⁴Los experimentos se han llevado a cabo usando Matlab® 2024a en un ordenador MacBook Air M3 ([ficha técnica](#)).

⁶⁵El tiempo en dimensionar la tubería más desfavorable depende del número máximo de tuberías que se permita comprobar al programa.

manual pero depende del número máximo de tuberías que le se permita comprobar. En el caso del dimensionamiento realizado en el proyecto, este número ha sido de 20 tuberías.

Frecuencia N° tuberías (Cálculo Estándar)

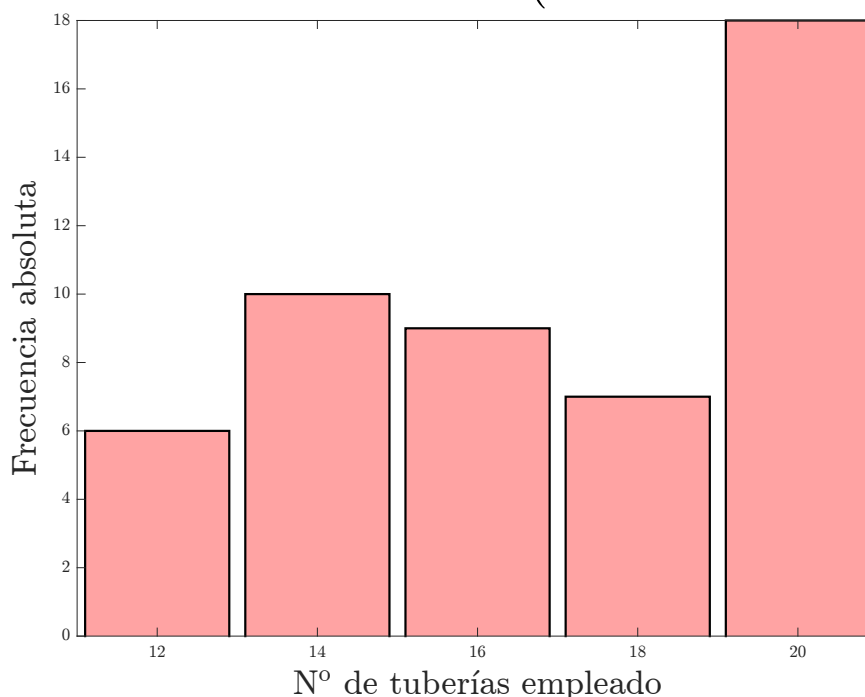


Figura 4.26. Distribución de frecuencias de los resultados de número de tuberías obtenida mediante cálculo estándar

4.5. Análisis económico

Una vez obtenidos los resultados del ciclo y de sus diversos componentes, se emplea la metodología descrita en el Apartado 3.5 para estimar los costes de los equipos que constituyen el ciclo y calcular a partir de ellos el LCOE del mismo, teniendo también en cuenta la configuración de funcionamiento descrita en el Apartado 4.1 a la hora de calcular la energía generada de forma anual.

El LCOE obtenido para el sistema es de 155,27 €/MWh, lo que resulta un coste alto habida cuenta de que existen sistemas de energía solar concentrada con capacidades de almacenamiento de 11 horas que alcanzan LCOEs de 143 €/MWh [102]. Sin embargo, ha de tenerse en cuenta que el sistema diseñado permite garantizar seguridad de suministro a un centro de datos, almacenar y gestionar electricidad proveniente de fuentes renovables y descargarla de forma síncrona y con inercia rodante, por lo que aporta numerosos servicios adicionales al sistema eléctrico en su conjunto.

En la Figura 4.27 se muestra el desglose del LCOE en sus distintos componentes. Resulta interesante ver que la inversión de los distintos componentes agregados arroja un valor de 45,04 €/MWh, lo que supone un 29 % del total del LCOE. Pese a tratarse de un sistema con un LCOE alto, la mayor parte de este se debe a costes variables y de operación, constituyendo aproximadamente el 55 % (84,55€/MWh) del total del LCOE el coste asociado al combustible (37%; 56,93 €/MWh) y el coste asociado al impuesto de CO₂ (18 %; 27,63 €/MWh). De este hecho se puede concluir que el coste del sistema puede abarataarse enormemente en caso de

contar con un combustible barato y exento del impuesto al CO₂, como puede ser el biogás de vertedero, si bien su disponibilidad es limitada.

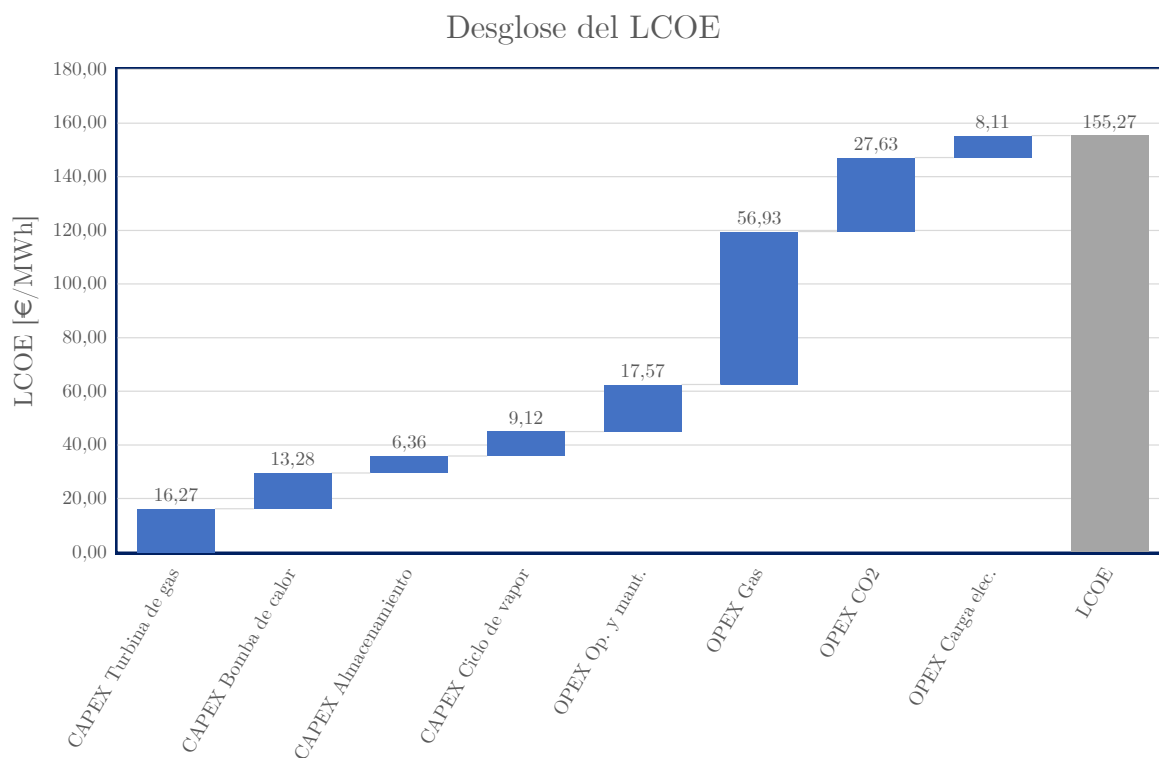


Figura 4.27. Desglose del LCOE [€/MWh] en sus distintos componentes

Conclusiones y trabajo futuro

*El final de toda exploración será llegar
al punto de partida y conocer todo el
lugar por primera vez.*

Thomas S. Eliot (1888 - 1965)

En este capítulo se resumen los resultados obtenidos durante la realización del proyecto, haciendo énfasis en aquellos aspectos de mayor interés por su aplicación práctica o novedad. Asimismo, se indican algunas posibles líneas para continuar el trabajo realizado.

5.1. Conclusiones

En este proyecto se ha llevado a cabo el diseño y análisis de un sistema de conversión de potencia destinado a satisfacer la demanda eléctrica de un centro de datos y a suministrar electricidad a la red. El sistema se ha dimensionado para suministrar de forma nominal una potencia de 61,796 MW al centro de datos durante las 24 horas del día, gestionando 300 MWh de energía generada mediante fuentes renovables y suministrando a la red una potencia de 50 MW durante 5,08 horas.

El LCOE de la energía generada por el sistema es de 155,27 €/MWh, superior al que obtienen otros sistemas de generación con almacenamiento, si bien el sistema proporciona de forma conjunta varios servicios adicionales a la mera inyección de electricidad en la red, como son el hacerlo mediante generación síncrona rodante y contribuir a la gestión de la generación renovable durante las horas de mayor demanda.

Adicionalmente, se han desarrollado sendos programas informáticos que facilitan el dimensionado de equipos que forman parte del sistema, como son la turbomaquinaria y las tuberías. Los resultados obtenidos mediante su uso han sido satisfactorios, tanto a nivel de la corrección de los mismos como de la reducción del tiempo empleado al dimensionamiento de los equipos.

Por tanto, el trabajo desarrollado en el proyecto ha contribuido tanto a evaluar sistemas de conversión de potencia novedosos que pretenden solucionar algunos de los retos que presenta el panorama energético actual como al desarrollo de herramientas especializadas para el diseño de estos sistemas. Fruto del trabajo desarrollado se ha presentado una ponencia en el congreso SolarPACES 2025, en colaboración con la UNED [102].

5.2. Trabajo futuro

Se proponen tres líneas de trabajo futuras, relacionadas con el sistema de conversión, el algoritmo para prediseño de turbomaquinaria y el programa para el dimensionamiento de tuberías.

5.2.1. Sistema de conversión

Pese a que el análisis económico del sistema arroje conclusiones desfavorables, este sigue presentando interés debido a que integra muchos servicios útiles en la actualidad, además de presentar una configuración novedosa que se basa en la de los ciclos combinados pero aumentando su rendimiento. Por tanto, se proponen una serie de mejoras no excluyentes entre sí que permitirían reducir el LCOE del sistema:

- **Empleo de ciclos de potencia avanzados:** La configuración mostrada en este trabajo considera un ciclo Rankine para descargar la energía térmica almacenada en forma de energía eléctrica. Sin embargo, existen alternativas que permiten obtener mayores rendimientos (superiores al 50 %) en el rango de temperaturas considerado, como son los ciclos de potencia de S – CO₂ [59]. Pese a que estos ciclos todavía no se encuentren en su madurez tecnológica, sí existen desarrollos comerciales, como se ha explicado en el Apartado 2.3. Esta propuesta se centra, por tanto en la reducción del coste del sistema mediante un aumento de su rendimiento.
- **Empleo de combustibles renovables:** Como se puede observar en la Figura 4.27, el coste asociado al combustible constituye cerca del 55 % del LCOE, mientras que el coste de los equipos supone cerca del 29 % del total. Esto lleva a pensar que las palancas de reducción de costes no están ligadas tanto a una mejora tecnológica de los componentes sino a un cambio de combustible, pudiéndose emplear gases renovables que eliminan el coste del impuesto al CO₂ y que pueden ser, dependiendo de su origen, más baratos que el gas natural. Se han realizado estudios preliminares que arrojan una reducción de LCOE cercana a 30 €/MWh.

5.2.2. Algoritmo para prediseño de turbomaquinaria

En lo relativo al programa diseñado para predimensionar de forma automática la turbomaquinaria, el trabajo futuro puede dividirse en cuatro partes:

- **Mantenimiento del código:** Corregir posibles errores que puedan descubrirse con el uso del programa, tanto de cálculo como de programación para aumentar su rendimiento, o para solucionar posibles incompatibilidades que puedan existir con versiones futuras de EES®.
- **Ampliación del código:** El código desarrollado puede ampliarse para incorporar, por ejemplo, el cálculo de N máquinas acopladas tal y como se describe en el Apéndice A o la inclusión de nuevas restricciones como, por ejemplo, que la solución en velocidad de rotación sea la más cercana posible a la de sincronismo.
- **Mejora del programa y creación de una interfaz de usuario:** El código preparado se encuentra actualmente preparado para su empleo a través de EES® a través de las funciones y librerías desarrolladas. En este sentido, el flujo de trabajo consistiría en

modelar y codificar el ciclo termodinámico objeto de estudio⁶⁶ en un código de EES[®] y predimensionar la turbomaquinaria en el mismo archivo usando las funciones. Esto presenta la ventaja de que acopla la resolución del ciclo con el cálculo de las máquinas, pero presenta algunos inconvenientes como que los diagramas $\omega - z$ deben programarse de nuevo para cada problema, pues en EES[®] los gráficos no se crean mediante código sino a través del entorno de desarrollo. Una propuesta de solución de este problema y de mejora del flujo de trabajo se propone en el Apéndice B.

- **Análisis de los resultados:** Como se detalla en el Apartado 5.1, una de las ventajas de poseer un programa que automatice la aplicación del Método de Baljé radica en una optimización del flujo de trabajo del calculista. Sin embargo, otra de las ventajas que presenta es que ofrece una forma eficiente de generar resultados coherentes al problema de prediseño, que posteriormente pueden ser estudiados para descubrir posibles patrones en los mismos y aumentar el conocimiento sobre el método de Baljé y el comportamiento de la turbomaquinaria. En este sentido, está ganando notoriedad la rama de la Inteligencia Artificial conocida como *Scientific Machine Learning* (Aprendizaje Automático Científico) [103], que combina modelos basados en la Física con herramientas estadísticas persiguiendo varios objetivos, uno de los cuales es el descubrimiento de ecuaciones a partir de datos. En este sentido, en [104] por ejemplo se emplean técnicas de *Machine Learning* para interpretar y describir de forma reducida las soluciones del problema del *Unit Commitment* (Asignación de Unidades; es el problema de optimización matemática consistente en decidir qué grupos de generación asignar en base a ciertos criterios de optimalidad). Metodológicamente hablando, un libro publicado ya en 2009 y editado por el equipo de investigación de Microsoft [105] estudia los tres paradigmas de descubrimiento científico que han tenido lugar a lo largo de la historia e identifica un cuarto paradigma incipiente:

- **Ciencia empírica:** Originalmente la ciencia estuvo basada mayoritariamente en observaciones de los fenómenos naturales, como, por ejemplo, las observaciones astronómicas de Tycho Brahe⁶⁷.
- **Ciencia teórica:** Surgida con las leyes de Kepler⁶⁸ y de Newton, se apoya en los datos empíricos para tratar de establecer descripciones abstractas de la realidad, habitualmente simplificada.
- **Ciencia computacional:** Surgida durante las últimas décadas como respuesta a modelos teóricos cada vez más complicados: ya no era necesario únicamente describir la realidad para entenderla, había que simularla. En este paradigma puede enmarcarse el trabajo desarrollado en el proyecto.
- **Ciencia basada en datos:** El nuevo paradigma que se identifica en [105], y que se describe como el empleo de técnicas de estadística computacional para extraer conclusiones del inmenso conjunto de datos empíricos o provenientes de simulación que se posee a día de hoy.

En la Figura 5.1 se muestra un esquema de esta evolución.

⁶⁶También puede trabajarse con máquinas aisladas que no formen parte de un ciclo.

⁶⁷(1546 - 1601); astrónomo danés cuyo mérito reside en mejorar la precisión de las observaciones astronómicas mediante instrumentos de su invención. Maestro de Kepler, este se basó en sus datos para formular sus Leyes [22].

⁶⁸Johann Kepler (1571 - 1630); astrónomo alemán que dedujo sus Leyes a partir de las observaciones de Tycho Brahe. Estas Leyes sirvieron de base para la Ley de la Gravitación de Newton [22].

Paradigmas Científicos

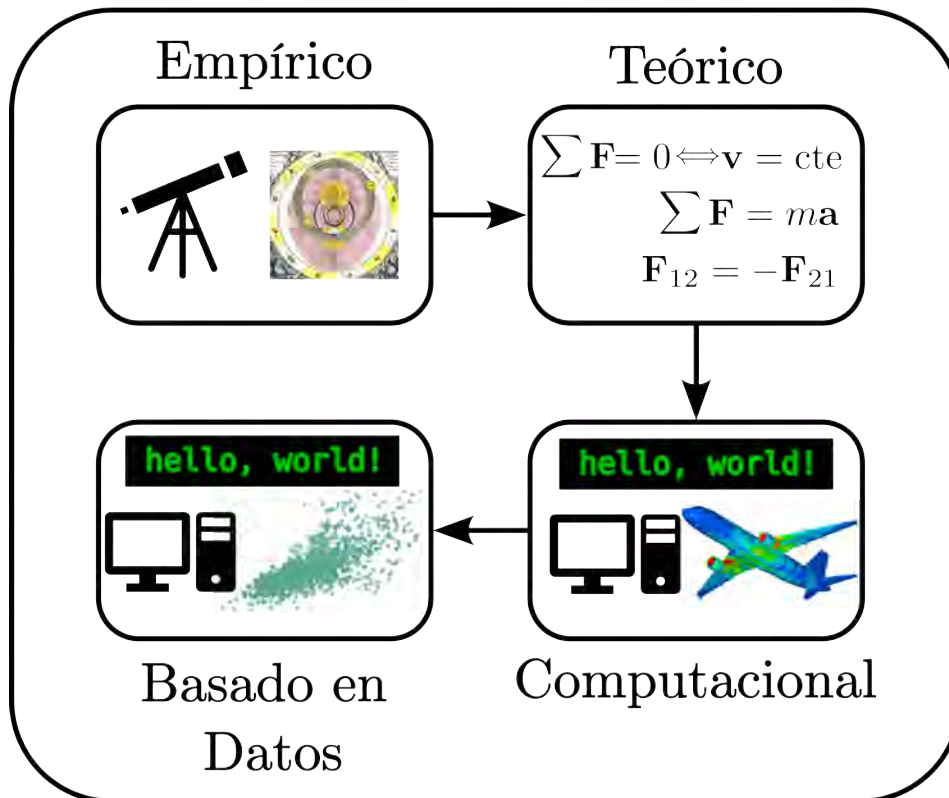


Figura 5.1. Evolución de los paradigmas de conocimiento científico

5.2.3. Programa para dimensionamiento de tuberías

En lo relativo al programa desarrollado para dimensionar de forma automática y óptima las tuberías, el trabajo futuro puede dividirse en dos partes:

- **Mantenimiento del código:** Corregir posibles errores que puedan descubrirse con el uso del programa, tanto de cálculo como de programación para aumentar su rendimiento, o para solucionar posibles incompatibilidades que puedan existir con versiones futuras de Matlab®.
- **Ampliación del código:** Uno de los problemas que presenta el código actual es que los datos para realizar el dimensionamiento (en el caso de que provengan de un ciclo termodinámico) provienen de un cálculo realizado con EES® y deben introducirse en una hoja de cálculo Excel®. En el presente proyecto, se ha creado una “tabla lookup” y se ha exportado a Excel® empleando la función `$ SaveTable` [106]. Sin embargo, el procedimiento resulta algo engorroso, y una posible ampliación del código sería desarrollar una función o conjunto de funciones en EES® para automatizar la exportación de los datos. Otra posible mejora sería desarrollar una Interfaz Gráfica de Usuario [107] para el programa de Matlab® que permitiese elegir de forma interactiva el archivo que contiene los datos sin que el usuario tenga que especificar manualmente la ruta del mismo, lo que puede resultar engorroso.
- **Análisis de los resultados:** De forma análoga al caso de la turbomaquinaria, el programa desarrollado permite generar con poco esfuerzo gran cantidad de resultados óptimos para

el problema del dimensionamiento de la tuberías, lo que proporciona una base de datos apta para su estudio estadístico y el descubrimiento de patrones. A modo de ejemplo, en el Apartado 4.4 se identifica que los dimensionamientos óptimos habitualmente se consiguen empleando un número reducido de tuberías de diámetro elevado, conclusión que es más sencillo obtener a través de datos empíricos que manipulando el sistema de ecuaciones del problema.



Propuesta de ampliación del algoritmo de Baljé

Cuidado con los errores en el código anterior; sólo he demostrado que es correcto, no lo he probado.
Donald E. Knuth (1938 -)

En este apéndice se describe un nuevo enfoque para el algoritmo de predimensionamiento de máquinas acopladas que podría adaptar el existente para dimensionar de forma conjunta N máquinas.

En el Capítulo 3 se ha explicado en detalle el algoritmo propuesto para automatizar el predimensionamiento de la turbomaquinaria basado en el Método de Baljé. Este algoritmo presenta la limitación de que solo puede diseñar de forma conjunta dos máquinas acopladas por el eje. Si bien es cierto que el número de máquinas que se pueden acoplar al mismo eje es limitado, resulta interesante poder acoplar más de dos, pues hay ciclos que así lo requieren.

Una posible propuesta de ampliación del algoritmo para incorporar esta funcionalidad se basa en el hecho, ya aprovechado al diseñar el algoritmo, de que realmente lo que se busca cuando se acoplan máquinas en un eje es que exista un rango de velocidades de rotación en el que ambas máquinas tengan el rendimiento deseado. Matemáticamente, esto supone hallar la intersección de los rangos factibles de las máquinas. Si en el algoritmo presentado originalmente esto se hacía de forma exhaustiva comprobando todas las posibilidades, ahora se propone implementar de forma sistemática la intersección de N intervalos correspondientes a N máquinas que se desea acoplar, lo que viene dado con arreglo a la Ecuación (A.1)⁶⁹.

$$\text{Rango Resultado } N \text{ Máquinas} = \bigcap_{i=1}^N \text{Rango}_i \quad (\text{A.1})$$

⁶⁹Esto es válido pues la intersección de intervalos de $\mathbb{R}_+$ es una operación interna asociativa y conmutativa, es decir, la intersección de los intervalos puede calcularse secuencialmente sin importar el orden de los mismos.

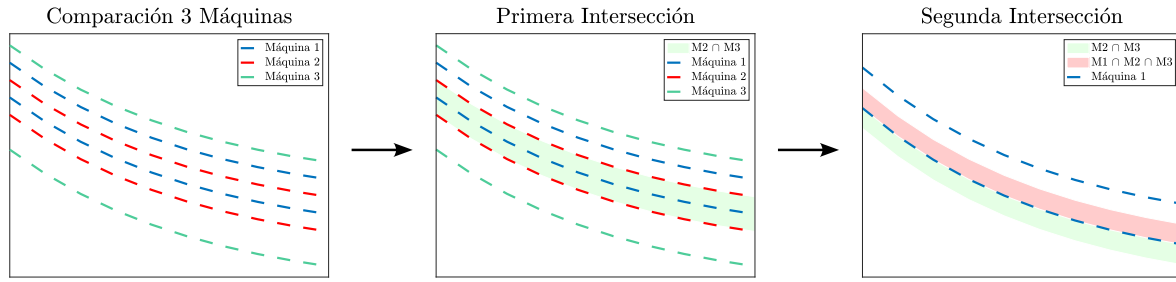


Figura A.1. Croquis de la propuesta de ampliación del algoritmo basada en la intersección de intervalos

Una representación gráfica del proceso para el caso de tres máquinas se muestra en la Figura A.1, donde se tienen los rangos factibles de las tres máquinas y se observa que el rango de acople de las tres viene dado por su intersección.

Existen algoritmos para calcular la intersección de N intervalos. Uno de ellos puede encontrarse en [108] y consiste en:

1. Se denota al intervalo i como $[m_i, M_i]$.
2. Se comienza considerando el intervalo 1 como la solución, es decir, como la interacción de los intervalos: $[m_{\text{Solución}}, M_{\text{Solución}}] = [m_1, M_1]$.
3. Se inicializa $i = 2$.
4. Para cada uno de los siguientes intervalos i , $\forall i \geq 2$, se actualiza la solución con arreglo a las siguientes reglas:
 - a) Si $M_{\text{Solución}} < m_i$ o $M_i < m_{\text{Solución}}$, entonces la intersección es nula. Las máquinas no se podrían acoplar para las condiciones dadas.
 - b) En caso contrario, la intersección viene dada por la Ecuación (A.2).

$$[m_{\text{Solución}}, M_{\text{Solución}}] = [\text{máx}(m_{\text{Solución}}, m_i), \text{mín}(M_{\text{Solución}}, M_i)] \quad (\text{A.2})$$

5. Se actualiza $i = i + 1$.

El algoritmo anterior soluciona la parte relativa al cálculo de la intersección de N intervalos. Sin embargo, para dimensionar de forma conjunta N máquinas hay que tener en cuenta las distintas combinaciones de etapas de cada máquina. En el algoritmo propuesto inicialmente esto se solventaba por medio de la matriz de velocidades inferiores y superiores para cada par de etapas. En el caso de N máquinas, lo que se tiene es una hipermatriz⁷⁰. El número de combinaciones posibles de etapas de las N máquinas viene dado con arreglo a la Ecuación (A.3), siendo e_i el número de etapas que se quiere comprobar para la máquina i .

$$\text{Nº Combinaciones Posibles} = \prod_{i=1}^N e_i \quad (\text{A.3})$$

En la Ecuación (A.3) se aprecia claramente que el número de combinaciones posibles puede crecer de forma exponencial con el número de máquinas, lo que puede hacer que el algoritmo

⁷⁰Si una matriz “tradicional” es un objeto matemático de dos dimensiones, una hipermatriz es un objeto de N dimensiones. Puede pensarse como una forma de almacenar datos de modo que se necesitan N índices para encontrar un elemento.

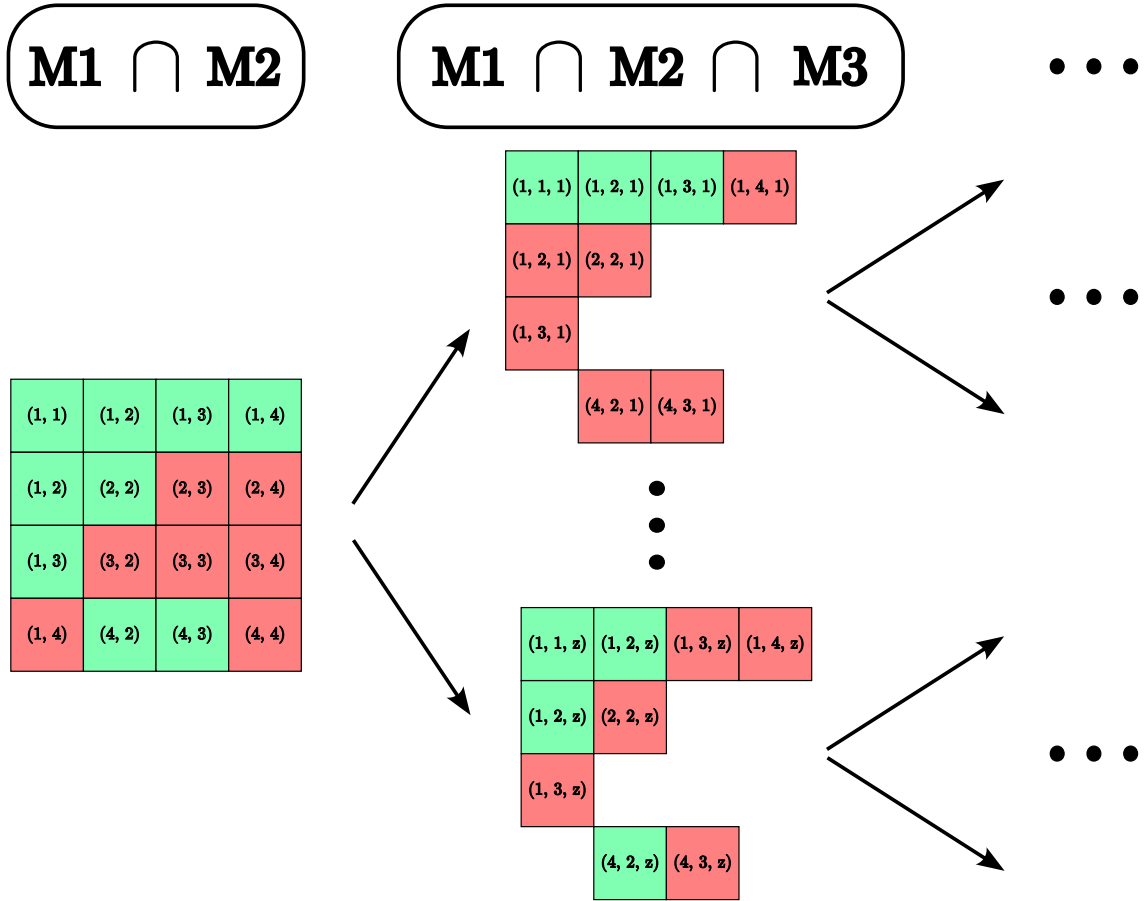


Figura A.2. Esquema de las sucesivas intersecciones que calcula el algoritmo empleando Ramificación y Acotación

sea lento incluso con un número de máquinas a acoplar que sí puede darse en la realidad. Por ejemplo, los ciclos Brayton regenerativos con interrefrigeración y recalentamiento, CICBTRTX según la notación de Haywood, constan de 2 turbinas y de 2 compresores que pueden ir acoplados por el mismo eje; 4 máquinas en total.

Una posible solución a este problema es calcular las intersecciones usando la filosofía de Ramificación y Acotación (*Branch and Bound*) [109], eliminando en cada fase aquellas combinaciones cuya intersección es nula. Es decir, si se quiere acoplar las Máquinas 1, 2, 3 y 4 primero se calcula la intersección entre la máquina 1 y 2 y se eliminan aquellas combinaciones de etapas cuya intersección sea nula. Se calcula la intersección con la máquina 3 para las combinaciones que tengan una intersección no nula, se vuelven a eliminar aquellas intersecciones nulas y se vuelve a calcular la intersección para la máquina 4. Esta reducción del tiempo de cálculo se basa por tanto en aprovechar la propiedad asociativa de la intersección de intervalos en $\mathbb{R}_+$ para descartar combinaciones que se sabe que no pueden ser solución sin necesidad de calcularlas por completo.

Un esquema de este proceso se muestra en la Figura A.2, donde a modo de ejemplo se ha supuesto el caso en el que se quiere acoplar N máquinas con número de etapas $z_1 = 4$, $z_2 = 4$, $z_3 = z$, ... y se muestran las 3 primeras intersecciones: primero se calculan las correspondientes a la máquina 1 y 2, y se etiquetan en función de si su intersección es nula (rojo) o no (verde). Las nulas se eliminan para calcular la intersección con la máquina 3, y se repite el proceso. En el caso mostrado para el ejemplo, el número de combinaciones a comprobar para la intersección de las 3 primeras máquinas sería, con arreglo a la Ecuación (A.3),

$4 \cdot 4 \cdot z = 16 \cdot z$, y el algoritmo de Ramificación y Acotación lo reduce a $9 \cdot z$ puesto que elimina 7 combinaciones cuya intersección es nula. La Figura A.2 muestra un ejemplo conceptual para el que no se dispone de cálculos reales, por lo que habría que implementarlo para estudiar la reducción de tiempo de cálculo obtenida.

Una representación del concepto de hipermatriz se muestra en la Figura A.3.

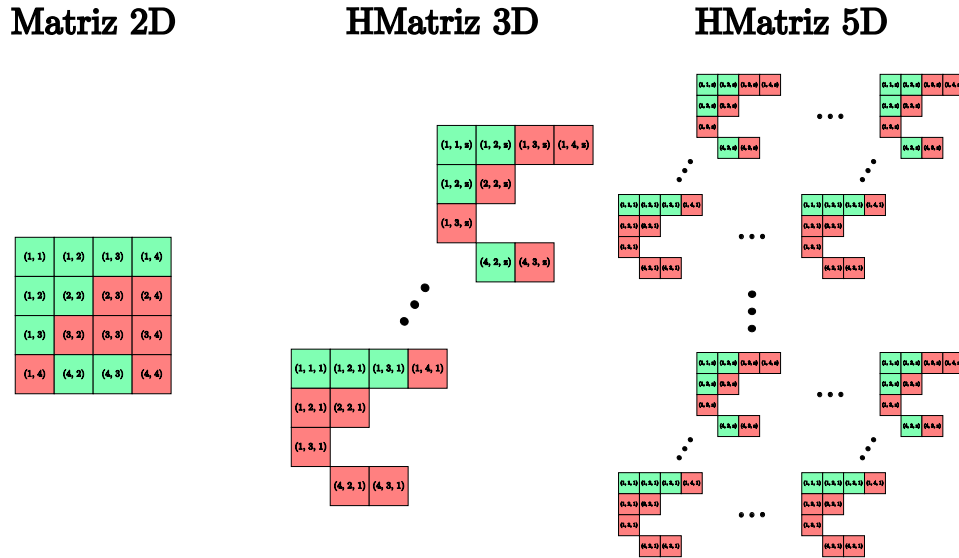


Figura A.3. Croquis del concepto de hipermatriz

B

Propuesta de mejora del programa de predimensionamiento de turbomáquinas

Por tanto, concluyo que hay dos maneras de diseñar software: una es hacerlo tan sencillo que sea obvio que no hay errores, la otra es hacerlo tan complicado que no haya errores obvios.

C.A.R Hoare (1934 - 2026)

En este apéndice se describe una posibilidad para implementar el algoritmo de prediseño de turbomaquinaria diseñado de forma que mejore alguna de las limitaciones de la solución descrita en el cuerpo del documento.

En el Capítulo 3 se ha expuesto la manera en la que se ha codificado el algoritmo de prediseño de turbomaquinaria en varias librerías de EES[®] que permiten tanto el predimensionamiento individual de turbinas, bombas y compresores como su predimensionamiento conjunto. El empleo de EES[®] presenta la ventaja de que se puede acoplar el cálculo de un ciclo termodinámico con el predimensionamiento de sus máquinas en un mismo código, además de poder emplear las funciones individuales de la librería, pero presenta una serie de desventajas:

- **Imposibilidad de automatizar la generación de gráficos:** Debido a que en EES[®] los gráficos no se generan mediante fragmentos de código, como es habitual en la mayoría de lenguajes de programación, sino que se confeccionan mediante el entorno de desarrollo, los diagramas $\omega - z$ de las máquinas dimensionadas deben generarse manualmente para cada código desarrollado. Pese a que los diagramas no son estrictamente necesarios para

el cálculo, pues las librerías automatizan este, sí aportan información relevante sobre el resultado y permiten comprobar que tiene sentido.

- **Reducida portabilidad:** El hecho de que EES[®] sea un programa diseñado únicamente para el sistema operativo Windows[®] hace que su uso esté restringido para usuarios de otros sistemas, como MacOS[®] o Linux[®]. Si bien para el diseño de ciclos completos EES[®] resulta una herramienta fundamental y difícilmente sustituible en muchos casos, para el predimensionamiento de máquinas propuesto esto no es así, pues algunas de las capacidades más representativas de EES[®] como la resolución de sistemas de ecuaciones o las librerías de propiedades termofísicas no se usan en gran medida, por lo que no resulta crítico su empleo en detrimento de otra herramienta.
- **Dificultad para actualizar la interpolación de Cordier:** En las librerías desarrolladas se ha implementado la interpolación de los parámetros de Cordier mediante sendas estructuras IF-THEN-ELSE que se encargan de determinar qué coeficientes del polinomio interpolador definido a trozos aplican para una determinada entrada. Si bien la solución es funcional, modificarla (en caso de que se dispusiese de una nueva interpolación proveniente de más o mejores medidas) es engorroso.

Las limitaciones anteriormente listadas pueden solventarse desarrollando un programa⁷¹ para el prediseño de las máquinas en Matlab[®], que debido a sus capacidades de cálculo matricial y de generación de gráficos resulta una alternativa idónea. Otros lenguajes, como Julia[®] o Python[®], podrían emplearse también, si bien es cierto que Matlab[®] juega también un papel de *lingua franca* en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), ya que los alumnos de todos los grados reciben formación en este.

Una propuesta de la arquitectura conceptual del programa a diseñar se muestra en la Figura B.1. Este programa estaría preparado para interactuar bien con Excel[®] (caso en el que se tengan los datos de una o varias máquinas y se deseen calcular de forma aislada) o bien con EES[®] (caso en el que se desee acoplar el cálculo de las máquinas al del ciclo) para realizar el cálculo, e incorporaría la capacidad de actualizar de forma automática los polinomios de interpolación. Las líneas negras en la Figura B.1 muestran la ejecución del programa que tiene lugar independientemente de cuál sea la interfaz, las verdes representan la ejecución que tiene lugar cuando se interactúa con Excel[®] y las granates la ejecución cuando se interactúa con EES[®].

Los elementos de los que consistiría y con los que interactuaría el programa se pueden dividir en tres categorías:

- **Entradas:** Se corresponden con los datos que emplea el programa para realizar el cálculo. Pueden ser a su vez de tres tipos:
 - Datos en Excel[®]: Se trataría de datos de las turbomáquinas a predimensionar almacenados en un archivo Excel[®].
 - Datos en EES[®]: Se trataría de datos de turbomáquinas que se encuentran en un archivo de EES[®], ya sea porque se han definido directamente o porque son el resultado de un cálculo en un programa mayor.
 - Datos para interpolación: Se trataría de medidas de puntos que se encuentran sobre la línea de Cordier, que pueden ser las tomadas en este proyecto para ajustar

⁷¹Entendido como un conjunto de funciones y un programa principal.

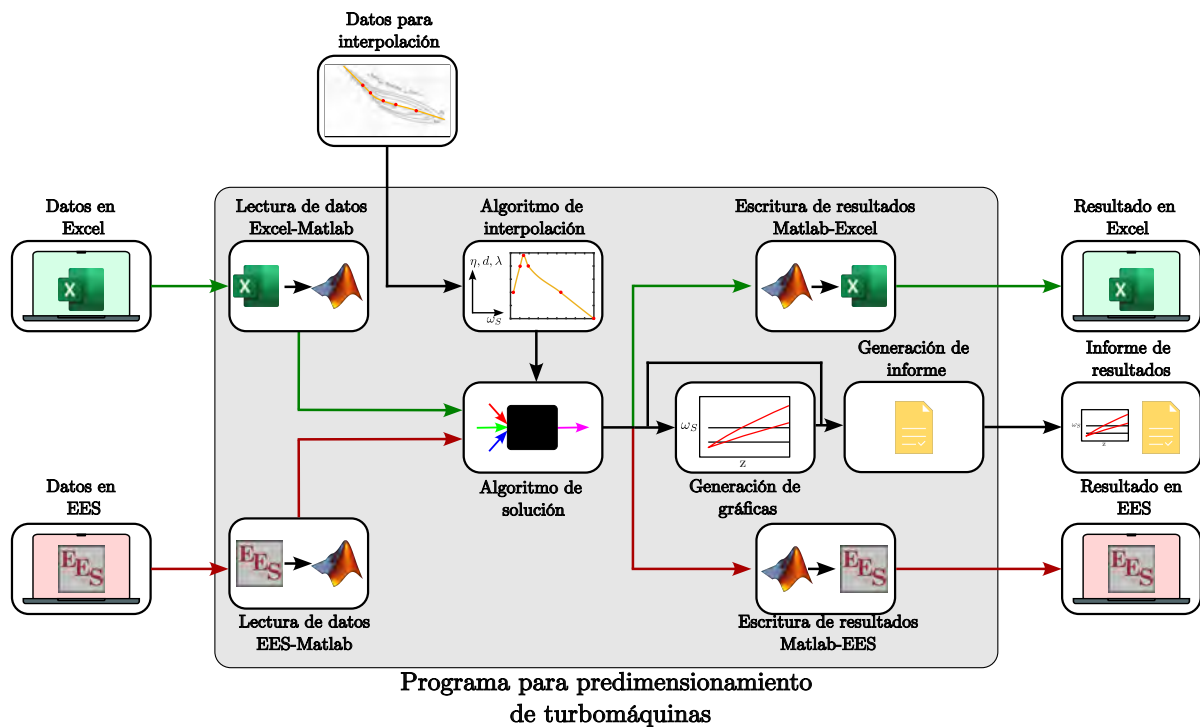


Figura B.1. Arquitectura conceptual propuesta para la mejora del programa de predimensionamiento de turbomáquinas

los polinomios de interpolación o nuevas medidas, que mejoren la calidad de las anteriores o cuenten con más puntos de medición.

■ Funciones constituyentes del programa:

- **Lectura de datos Excel®-Matlab®:** Se trataría de una función que lee los datos de las máquinas almacenados en Excel®, análoga a la función `lectura_datos_ciclo.m` desarrollada para el cálculo de tuberías.
- **Lectura de datos EES®-Matlab®:** EES® permite interactuar con Matlab® empleando una serie de macros [110]. Se trataría, por tanto, de una función para volcar datos presentes en EES® a Matlab®.
- **Algoritmo de interpolación:** Se trataría de un programa que ajusta los coeficientes de los polinomios de interpolación en base a los datos para interpolación. La función `pchip` [84] de Matlab®, además de poder emplearse para obtener los coeficientes de los polinomios interpoladores (uso que se le ha dado en lo explicado hasta ahora), también puede usarse para evaluar los mismos sin necesidad de recurrir a estructuras de control, simplificando mucho la implementación de la interpolación.
- **Algoritmo de solución:** Comprendería el método de solución propiamente dicho. Se ha representado como una caja negra debido a que puede tratarse del método descrito en el Capítulo 3, la ampliación propuesta en el Apéndice A o una modificación distinta.
- **Escritura de resultados Matlab®-Excel®:** Se trataría de una función que escribe los resultados del predimensionamiento en Excel®.
- **Generación de gráficos:** Se trataría de un programa que genera los diagramas $\omega - z$ a partir de los resultados obtenidos mediante el algoritmo de solución. Las

potentes capacidades gráficas de Matlab[®], combinadas con estructuras de control y condicionales como `for` o `if`, permiten generar de forma automática estos diagramas para cada máquina dimensionada.

- Generación de informe: Habida cuenta de que resulta difícil generar los gráficos de forma automática en Excel[®] debido a que no se sabe *a priori* el número de máquinas que se desea diseñar, y que la generación automática de gráficos en EES[®] tampoco es factible, se propone usar la herramienta *Report Generator* [111] de Matlab[®] para generar un informe que contenga los resultados del predimensionamiento de cada máquina (en formato similar a la Tabla 4.6) junto con los gráficos $\omega - z$ de la misma.
- Escritura de resultados Matlab[®]-EES[®]: EES[®] permite interactuar con Matlab[®] empleando una serie de macros [110]. Se trataría, por tanto, de una función para volcar los resultados calculados en Matlab[®] a EES[®].
- Programa principal: Se trataría del programa, no representado en la Figura B.1, que contendría la lógica correspondiente al funcionamiento del programa conjunto y que regularía la ejecución de los programas que lo conforman (es decir, el que llamaría a los programas de lectura de datos, solución, etc.).

■ **Salidas:**

- Resultado en Excel[®]: Resultados del predimensionamiento almacenados en un archivo Excel[®].
- Informe de resultados: Informe generado automáticamente con los resultados del predimensionamiento.
- Resultado en EES[®]: Resultados del predimensionamiento devueltos al archivo de EES[®].



Métodos de Optimización

La Matemática es la reina de las ciencias.

Carl F. Gauss (1777 - 1855)

En este apéndice se describen someramente algunos de los métodos de Optimización que implementa EES[®] con el objetivo de no usarlos como si una *caja negra* se tratase, sino con un conocimiento básico de su funcionamiento.

La Optimización es la rama de las matemáticas que busca, en sentido amplio, elegir una alternativa mejor que las demás posibles para un problema dado [112]⁷². Los problemas de optimización constan de tres elementos:

- **Función objetivo:** Es la medida cuantitativa que se desea optimizar, ya sea maximizándola o minimizándola. No obstante, la mayoría de los problemas de optimización se formulan en términos de minimización, siendo esta una formulación general pues minimizar una medida es equivalente a maximizar su opuesta.
- **Variables:** Son las decisiones que pueden tomarse para optimizar la función objetivo. Habitualmente, esta decisión se traduce en asignar un valor numérico a la variable, ya sea este binario, entero o continuo.
- **Restricciones:** Son las condiciones que debe satisfacer el conjunto de las variables para que la solución del problema de optimización se considere válida. Definen la región factible. Estas pueden ser bien de igualdad o de desigualdad⁷³.

⁷²A veces también se denomina Investigación Operativa. Sin embargo, [109] define la Investigación Operativa como la aplicación de la Optimización a problemas relacionados en mayor o menor medida con la gestión, como pueden el enrutamiento de vehículos, asignación de horarios, etc.

⁷³En EES[®] los problemas de optimización se formulan como si se tratase de problemas sin restricciones pese a que en realidad las haya pues:

- Las variables que se ven afectadas por restricciones de igualdad no forman parte del conjunto de variables cuyo grado de libertad se deja libre para optimizar.
- Las restricciones de desigualdad se introducen restringiendo el valor que pueden tomar las variables de decisión a un rango concreto. Esto no es así si la restricción es función de la variable y no únicamente su valor, en cuyo caso la variable que habría que acotar es la propia función.

Los problemas de optimización pueden clasificarse en muchas familias (lineal, no lineal, estocástica, etc.). En este documento se pondrá el foco en los problemas de optimización no lineal por ser estos los que se presentan al trabajar con ciclos termodinámicos. Pueden definirse de modo general con arreglo a la Ecuación (C.1), con $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ siendo el vector de variables de decisión, $f(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ la función objetivo (que no es lineal) y $g_i(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ las m restricciones del problema (que no son necesariamente lineales).

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeto a} \quad & g_i(\mathbf{x}) \leq b_i \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \end{aligned} \tag{C.1}$$

A continuación, tras exponer una breve panorámica de la evolución histórica de los métodos de optimización, se describen de forma sucinta los principales algoritmos que proporciona EES[®] para resolver problemas de Optimización. Se trata en todos los casos de esquemas numéricos planteados para resolver problemas de optimización no lineal, lo que no excluye la posibilidad de que puedan resolver problemas lineales al ser estos un caso particular de los no lineales. Se ha puesto el foco en los algoritmos de resolución de problemas multidimensionales, en los que hay más de una variable de decisión, debido a que es el caso más habitual en ciclos termodinámicos. En [113] se puede encontrar un vídeo publicado en la cuenta oficial de YouTube[®] de EES[®] en el que se explican estos métodos.

C.1. Perspectiva histórica de los métodos de optimización

La Optimización, como cualquier rama de la Matemática, de la Ciencia, o del Conocimiento, en general, es el resultado de muchos años de desarrollos y de pequeños avances que juntos dan lugar al estado actual de la misma. Además, como se ha expuesto previamente, los problemas de optimización pueden clasificarse en muchas categorías (lineal, no lineal, estocástica, etc.), cada una de las cuales cuenta con sus propios hitos históricos.

Restringiendo la exposición a la historia de la Optimización en su conjunto, *Martins y Ning* [109] identifican tres etapas clave, representadas en la Figura C.1:

- **Comienzo:** Los comienzos de la Optimización se remontan a la época griega, momento en el que ya eran frecuentes los problemas geométricos que implicaban maximizar perímetros o áreas. Uno de estos problemas llegó incluso a quedar recogido en la Eneida, de Virgilio, donde se narra que la ciudad de Cartago fue fundada por la reina Dido empleando el terreno que pudiese abarcar la piel de un buey, el cual Dido maximizó cortando la piel en tiras y encerrando un área semicircular.
- **Formalización:** En el siglo XVII, con la invención y desarrollo del Cálculo y el Álgebra, muchos problemas de optimización que anteriormente se resolvían de forma intuitiva o geométrica se formalizaron y se encontraron mejores métodos de solución. En esta época surgen problemas que han conservado su importancia histórica, como el de la braquistócrona⁷⁴ (encontrar una curva tal que un cuerpo moviéndose a lo largo de la misma sujeto a la acción de la gravedad minimice el tiempo que tarda en recorrerla) y ramas nuevas de la Optimización, como el Cálculo de Variaciones.

⁷⁴Del griego *brachistos* (brevísimos) y *chronos* (tiempo).

- **Expansión:** En el transcurso de los siglos XVIII y XIX comienzan a surgir métodos algorítmicos para la solución de problemas de optimización, como los Mínimos Cuadrados (empleado para ajustar datos empíricos minimizando la suma de los errores cuadrados y debido a Adrien-Marie Legendre⁷⁵) o el método del máximo descenso (también llamado método del descenso del gradiente, consiste en optimizar iterativamente una función moviéndose en la dirección del gradiente. Es un método fundamental en Aprendizaje Automático y se debe a Augustin-Louis Cauchy⁷⁶). Sin embargo, es el desarrollo de los ordenadores electrónicos lo que realmente permitió que estos métodos alcanzasen su expansión actual, pues permitieron por primera vez implementar los algoritmos numéricos necesarios para resolver problemas reales en los campos de la Ingeniería, Economía, etc. Un ejemplo de la relevancia de estos métodos es que la invención del algoritmo del punto interior de Karmarkar⁷⁷ (se trata de un algoritmo inicialmente propuesto para Programación Lineal que recorre el interior de la región factible en lugar de únicamente los vértices, como hace el método Símplex, mejorando su convergencia en problemas de gran dimensión [80]) fue portada del New York Times el 19 de noviembre de 1984.

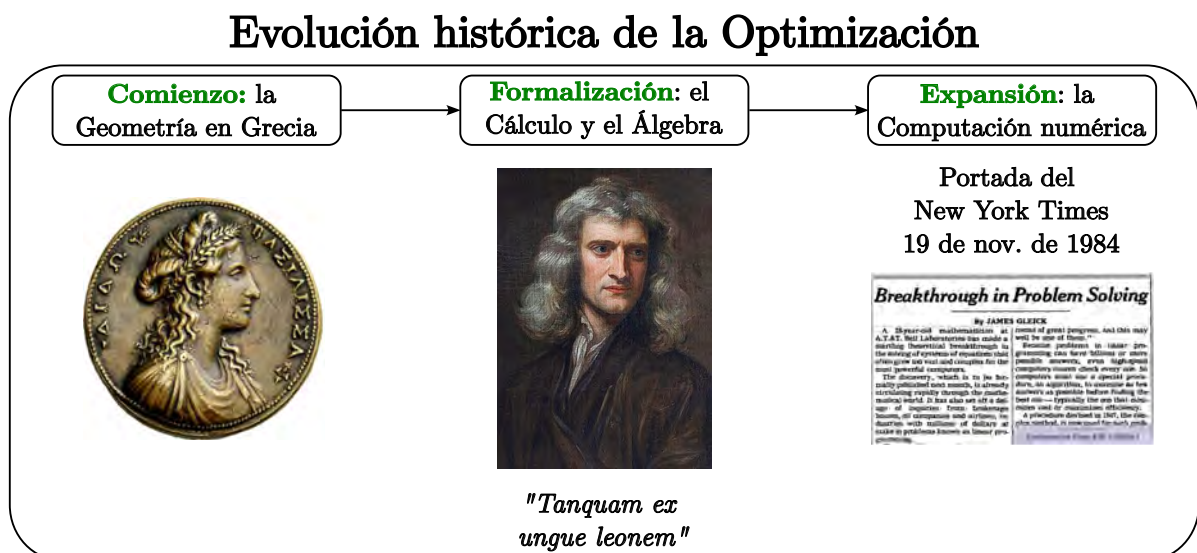


Figura C.1. Etapas en las que puede dividirse la historia de la Optimización [109]

C.2. Método de las direcciones conjugadas

El Método de las direcciones conjugadas, también llamado Método de Powell⁷⁸ es un método de optimización multidimensional que busca “reutilizar” algoritmos de optimización de una variable en problemas multivariables. La idea fundamental del método es optimizar una función de varias variables empleando para ello una serie de optimizaciones concatenadas en una única variable, es decir, optimizar $f(\mathbf{x})$ a lo largo de una dirección $\mathbf{e}_1$ en el espacio de variables. Una

⁷⁵1752 - 1833; matemático francés que trabajó en Teoría de Números, Física Matemática y en el campo de las integrales elípticas, entre otros. Formó parte de la comisión encargada en 1787 de la conexión geodésica de los observatorios de Greenwich y París [22].

⁷⁶1789 - 1857; matemático francés al que se le debe un gran avance en el Análisis matemático, definiendo entre otras cosas la teoría de límites y continuidad y creando la teoría del Análisis Complejo [22].

⁷⁷En honor a Narendra Krishna Karmarkar (1956 -), que inventó el algoritmo de punto interior mientras trabajaba en los Laboratorios Bell [114].

⁷⁸En honor a Michael J. D. Powell (1936 - 2015). Powell fue un matemático británico especializado en Análisis Numérico y Matemática Computacional que hizo contribuciones relevantes a la teoría de la Optimización [115].

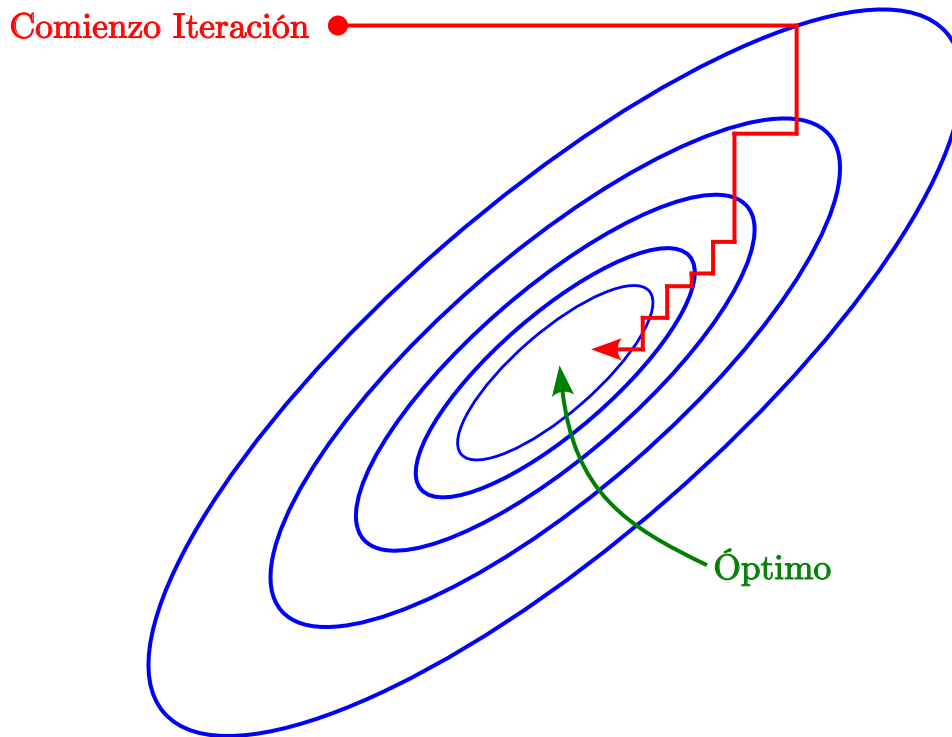


Figura C.2. Escenario en el que la optimización en sucesivas direcciones convergería lentamente al óptimo. Se muestran las isótopas de una función y la trayectoria que sigue el algoritmo. Inspirada en [117].

vez se encuentra el óptimo de la función en la dirección e_1 , se procede a optimizar en e_2 y así sucesivamente [116]. Para ello, el algoritmo requiere de un algoritmo auxiliar de optimización en una variable que, a efectos de este documento, se considerará una caja negra. Una ventaja fundamental de este método es que no requiere calcular el gradiente de la función objetivo para llevar a cabo la optimización: forma parte de lo que se conoce como métodos de optimización sin derivadas (esto resulta una ventaja ya que elimina errores debidos a la aproximación de la derivada mediante diferencias finitas o si la función a optimizar es una caja negra). Sin embargo, existen varios problemas relativos a la idea de realizar optimizaciones sucesivas:

- Por una lado, tal y como se observa en la Figura C.2, inspirada en [117], el método puede tener una convergencia muy lenta en determinados casos, en función de las direcciones que se elijan para optimizar. En general, para una función $f(\mathbf{x})$ de N variables esto puede ocurrir cuando existe mucha disparidad de magnitud entre las segundas derivadas de la función respecto a las distintas variables $\frac{d^2 f}{dx_i^2}$. La segunda derivada de una función representa el ritmo de cambio de la primera derivada de la función, y una disparidad de magnitud en esta respecto a las diversas variables da lugar a valles como el que se muestra en la Figura C.2.
- Por otra parte, no está claro que, una vez obtenido el óptimo de la función respecto a e_i , fijar el valor de esa variable y optimizar respecto a e_{i+1} no interfiera en la optimización anteriormente realizada. Si esto no es así, se corre el riesgo de que el algoritmo entre en un bucle infinito.

Para solucionar los inconvenientes anteriormente mencionados, el método de Powell se basa en identificar una serie de direcciones conjugadas o de no interferencia que presentan la propiedad de que optimizar sucesivamente a lo largo de ellas no interfiere en las optimizaciones

anteriormente realizadas: se pueden entender como “direcciones en las que la optimización es independiente”. Se procede a continuación a explicar el fundamento matemático para encontrar estas direcciones.

Cuando se minimiza una función $f(\mathbf{x})$ a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$, el gradiente⁷⁹ de la función en el óptimo debe ser perpendicular a $\mathbf{u}$. Esto se debe a que, como el gradiente de una función representa la dirección de máxima variación, si esta dirección contiene alguna componente en $\mathbf{u}$ se podría seguir optimizando. Por tanto, si se tiene un conjunto de direcciones conjugadas $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1}^n$ se debe verificar que una vez encontrado el óptimo de $f(\mathbf{x})$ en una dirección $\mathbf{e}_1$ el gradiente de la función sea perpendicular a $\mathbf{e}_1$ cuando se optimice en la dirección $\mathbf{e}_2$, que sea perpendicular a $\mathbf{e}_1$ y a $\mathbf{e}_2$ cuando se optimice a lo largo de $\mathbf{e}_3$ y así sucesivamente.

Para formular matemáticamente la idea expuesta en el párrafo anterior, se aproxima una función de N variables en el punto $\mathbf{x}$ (con coordenadas $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ relativas al punto $\mathbf{P}$) por su polinomio de Taylor^{80,81} de orden 2 centrado en el punto $\mathbf{P}$, que se toma como origen de coordenadas, con arreglo a la Ecuación (C.2), lo que se puede expresar en notación matricial mediante la Ecuación (C.3), siendo $c = f(\mathbf{P})$ la función evaluada en el punto $\mathbf{P}$, $\mathbf{b} = -\nabla f|_{\mathbf{P}}$ el gradiente de la función evaluada en el punto $\mathbf{P}$ y $\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}|_{\mathbf{P}}$ la matriz Hessiana^{82,83} de la función en el punto $\mathbf{P}$.

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{P}) + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot x_i + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \cdot x_i \cdot x_j \quad (\text{C.2})$$

$$f(\mathbf{x}) \approx c - \mathbf{b} \cdot \mathbf{x} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{C.3})$$

Aproximando el gradiente de la función como el gradiente de la aproximación de la misma dada por la ecuación (C.3) y diferenciándolo se llega a la Ecuación (C.4), que expresa cómo varía el gradiente al moverse en una dirección $\mathbf{x}$.

$$d(\nabla f) \approx d(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}) = \mathbf{A} \cdot (d\mathbf{x}) \quad (\text{C.4})$$

Si tras optimizar en la dirección $\mathbf{e}_1$ se optimiza en la dirección $\mathbf{e}_2$, aplicando la Ecuación (C.4) se sabe que el gradiente variará $\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_2$, lo que implica que, si se busca que tras optimizar en una dirección $\mathbf{e}_1$, el gradiente siga siendo perpendicular a esa dirección al optimizar en $\mathbf{e}_2$ debe verificarse⁸⁴ que $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_2 = 0$, y así para las siguientes direcciones. Powell definió un proceso de elección de direcciones, descrito en detalle en [117], que encuentra N direcciones conjugadas y demostró la convergencia para funciones cuadráticas como la dada por la Ecuación (C.3) (nótese que esta ecuación expresa una función cuadrática porque se han trucado los términos de orden superior a 2 en el polinomio de Taylor, por lo que la convergencia en general será

⁷⁹El gradiente de una función $f(\mathbf{x})$ es un vector cuya componente i es la derivada de la función respecto a la variable i : $\nabla f = (\frac{df}{dx_i})$.

⁸⁰El polinomio de Taylor de una función f en el punto a es un polinomio P de orden igual o menor que n (siendo n el orden hasta el que es derivable f) que satisface $P(a) = f(a)$, $P'(a) = f'(a)$, ..., $P^{(n)}(a) = f^{(n)}(a)$ y que viene dado por $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k$ para funciones de una variable [118].

⁸¹En honor a Brook Taylor (1685 - 1731); matemático británico que, entre otras cosas, introdujo las diferencias finitas y la integración por partes [119].

⁸²La matriz Hessiana de una función $f(\mathbf{x})$ es una matriz que contiene en la entrada i, j la segunda derivada de la función respecto a las variables i y j : $H(f)_{i,j} = (\frac{d^2 f}{dx_i dx_j})$.

⁸³En honor a Ludwig Otto Hesse (1811 - 1874); matemático alemán que introdujo el determinante hessiano [120].

⁸⁴Esta es la definición de vectores conjugados.

aproximada). Sin embargo, estas direcciones suelen ser linealmente dependientes entre sí, por lo que no abarcan todo el espacio de búsqueda y se puede terminar optimizando únicamente en un subespacio del mismo: el algoritmo original de Powell debe ser modificado para tener en cuenta esto. Ha de tenerse en cuenta que de la definición de vectores conjugados se deduce que estos son linealmente independientes, pero el método de Powell no encuentra vectores conjugados de forma analítica sino aproximándolas iterativamente.

C.3. Método de la métrica variable

El Método de la métrica variable o cuasi-Newton es un método de optimización en varias variables que generaliza en varias dimensiones el Método de las aproximaciones cuadráticas [121], también incluido en EES[®] para optimizar funciones de una variable. Por tanto, primero se llevará a cabo una breve explicación del Método de las aproximaciones cuadráticas y, posteriormente, se extenderá esta idea a varias dimensiones.

El Método de las aproximaciones cuadráticas se emplea para optimizar funciones de una variable indicando cuáles son los límites de esa variable (restricciones de desigualdad que definirán la región factible, en este caso una recta). La filosofía del método es asumir que la función objetivo puede aproximarse por una función cuadrática⁸⁵ $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Esto es aproximadamente cierto para funciones suficientemente suaves. Para ello, en la primera iteración el método toma el valor de la función evaluado en los límites mínimo y máximo de la variable así como en un punto intermedio, y ajusta los coeficientes a , b y c resolviendo un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Una derivación detallada de las ecuaciones a plantear en el sistema se proporciona en [101], junto con una implementación del algoritmo en el lenguaje Julia[®]. Una vez hallada esta primera aproximación cuadrática, se optimiza igualando su derivada a 0 con arreglo a la Ecuación (C.5).

$$\frac{d}{dx}(a \cdot x^2 + b \cdot x + c) = 2 \cdot x \cdot a + b = 0 \iff x_{opt} = \frac{-b}{2 \cdot a} \quad (C.5)$$

Por último, se elimina el peor de los cuatro puntos en los que se evalúa la función (los tres originales y x_{opt}) y se pasa a la siguiente iteración ajustando una función cuadrática a los tres puntos restantes [122]. Un esquema gráfico de este método se muestra en la Figura C.3.

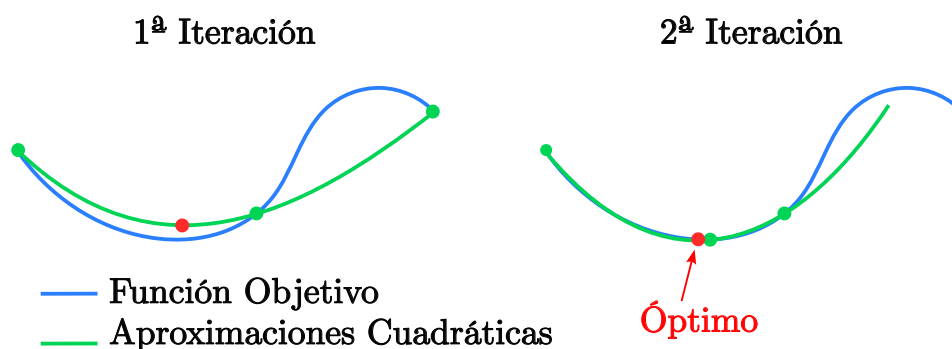


Figura C.3. Esquema de dos iteraciones del Método de las aproximaciones cuadráticas. En este caso, la segunda iteración converge ya al óptimo

⁸⁵Lo que es equivalente a aproximarlos por su polinomio de Taylor truncado de segundo orden, como ocurría con el Método de las direcciones conjugadas. Pese a que esta interpretación no tenga repercusiones en el cálculo de los coeficientes en el Método de las aproximaciones cuadráticas, sí las tendrá en el Método de la métrica variable.

El método de la métrica variable es una generalización de las aproximaciones cuadráticas que requiere la obtención de primeras derivadas numéricas, lo que en ocasiones puede ser problemático si la función objetivo es compleja. Sin embargo, cuando el método funciona suele hacerlo de forma más eficiente que el de las direcciones conjugadas [121]. En concreto, el método aproxima una función de varias variables por su desarrollo en serie de Taylor de segundo orden con arreglo a la Ecuación (C.6) empleando la notación del Apartado C.2.

$$f(\mathbf{x}) \approx c - \mathbf{b} \cdot \mathbf{x} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{C.6})$$

Igualando el gradiente de esta aproximación a 0 pueden obtenerse los extremos de la función (hasta aquí es lo que se conoce como método de Newton de optimización). La particularidad que introduce la métrica variable y la razón por la que se denomina cuasi-Newton es que la inversa de la matriz Hessiana (que se necesita para despejar el óptimo calculado) no se calcula de forma exacta sino aproximada de forma recursiva. Existen dos esquemas habituales para realizar esta aproximación: fórmula DFP (Davidson, Fletcher y Powell)⁸⁶ y fórmula BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno)⁸⁷, siendo esta última superior a la primera [117]. En [80] se describen en detalle y se implementan en Matlab[®] estas fórmulas.

C.4. Método del Simplex de Nelder-Mead

El método del Simplex⁸⁸ de Nelder-Mead es un algoritmo de optimización que presenta la ventaja de que no requiere el cálculo de derivadas de la función objetivo, sino que se basa en la evaluación de la propia función en determinados puntos. En este sentido, igual que el Método de las direcciones conjugadas, forma parte de los métodos de optimización sin derivadas. Además, pese a que su convergencia en problemas de optimización sin restricciones es peor que la de otros métodos, su implementación resulta muy sencilla (de acuerdo con [117], hay métodos que con mucha seguridad convergen más rápido en casi cualquier situación pero el Nelder-Mead es la mejor solución cuando se trata de implementar rápido algo que funcione si el problema no es muy caro computacionalmente), y en problemas con restricciones su convergencia mejora apreciablemente [123]. Además, se trata de un método que en sus inicios se vio favorecido por resultar de muy fácil interpretación [124] pese a que la Comunidad Matemática tienda a rechazarlo por no presentar pruebas formales de convergencia. En este sentido, pese a ser un método que no emplea conceptos matemáticos avanzados, un análisis formal de sus propiedades ha resultado históricamente un gran reto.

Un concepto central en este algoritmo es el de N-símplex⁸⁹. En un espacio N-dimensional, un N-símplex es una figura geométrica con N+1 vértices (que serán puntos de $\mathbb{R}^N$) y todas las aristas, caras, etc. pertinentes. Como se puede observar en la Figura C.4, un 1-símplex es una línea, un 2-símplex es un triángulo, un 3-símplex un tetraedro, etc.

La idea básica del método es construir un simplex cuyos vértices son puntos del espacio de variables de decisión e ir trasladándolo por este espacio mediante sucesivos cambios de vértices

⁸⁶William C. Davidon (1927 - 2013); Roger Fletcher (1939 - 2016) y Michael J. D. Powell (1936 - 2015) [80].

⁸⁷Charles George Broyden (1933 - 2011); Roger Fletcher (1939 - 2016); Donald Goldfarb (1941 -) y David Shanno (1938 - 2019) [80].

⁸⁸Pese a compartir el nombre, este algoritmo no está relacionado con el célebre algoritmo Simplex de Programación Lineal debido a George Dantzig (1914 - 2005).

⁸⁹En castellano se emplea en ocasiones el término símplice.

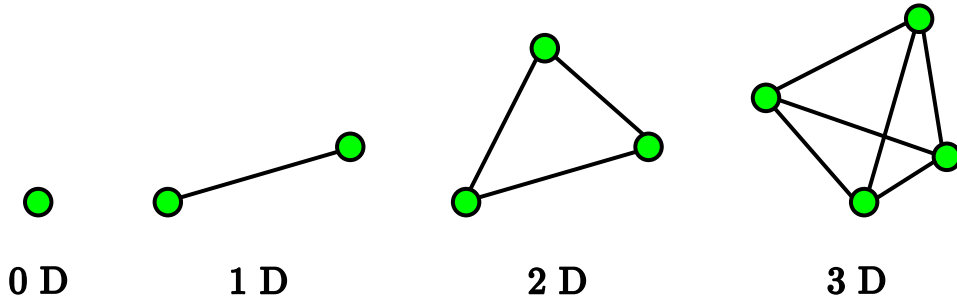


Figura C.4. N-símplex para distintas dimensiones

buscando el óptimo. El algoritmo es debido a John A. Nelder y Roger Mead⁹⁰ que, si bien indican que la idea de trasladar un símplex por el espacio no es suya, sí fueron quienes adaptaron el algoritmo para que el símplex no solo se trasladase sino que también variase su forma para adaptarse mejor a la geometría de la función objetivo [127]. Existen varios métodos para elegir este conjunto inicial de puntos, siendo el empleado por EES[®] el de seleccionar el primer punto como aquel dado por el último valor de las variables y el resto de forma aleatoria [123], si bien resulta beneficioso asegurar que el símplex tenga todas las aristas iguales [109]. Esto puede tener un efecto en la convergencia y es por ello que diferentes ejecuciones del algoritmo pueden dar diferentes óptimos. De hecho, una vez alcanzado el óptimo, resulta buena práctica reiniciar el algoritmo usando el óptimo encontrado como uno de los vértices iniciales para verificar que no se trate de un óptimo espurio.

Una vez seleccionado el símplex inicial, la función objetivo es evaluada en cada vértice, se ordenan los valores de peor a mejor y se sustituye el peor vértice por uno nuevo con arreglo a cuatro reglas de decisión (que tienen su interpretación geométrica asociada; la cuarta regla, el encogimiento, modifica todos los vértices salvo el mejor). A continuación se describen estas reglas de forma aislada, para posteriormente explicar cómo se integran en el algoritmo:

- **Reflexión:** Consiste en crear un nuevo símplex a partir de una imagen especular del peor vértice del símplex anterior. Una representación de esta regla para el caso de dos dimensiones se muestra en la Figura C.5. Se denotará por $\bar{x}$ el centroide de los vértice del símplex anterior excluyendo el peor de ellos x_p , calculado con arreglo a la Ecuación (C.7).

$$\bar{x} = \sum_{i \neq p}^{N+1} \frac{x_i}{N} \quad (C.7)$$

Para tratarse de una reflexión, el vector que une el nuevo vértice con el centroide debe ser colineal al vector que une el centroide con el antiguo vértice y, reordenando esa condición, se llega a la Ecuación (C.8) que permite obtener las coordenadas del punto reflejado, siendo $\alpha > 0$ un parámetro que debe ajustar el usuario del algoritmo. La heurística detrás de esta regla es mover el peor vértice en una dirección en la que puede haber mejoría, pues es la dirección del vector que une el peor vértice con el punto en el que se concentran los demás (se puede intuir un cierto intento de derivada).

$$x_{\text{ref}} - \bar{x} = \alpha \cdot (\bar{x} - x_p) \Rightarrow x_{\text{ref}} = (1 + \alpha) \cdot \bar{x} - \alpha \cdot x_p \quad (C.8)$$

⁹⁰John Ashworth Nelder (1924 - 2010) fue un estadístico británico que contribuyó al desarrollo de la teoría de la regresión con los modelos lineales generalizados. El algoritmo del símplex de Nelder-Mead es uno de sus resultados más célebres [125]. Roger Mead (1938 – 2015) fue un estadístico británico que colaboró con Nelder en el *National Vegetable Research Station* de Wellesbourne, entre 1961 y 1966, donde desarrollaron el algoritmo del Nelder-Mead [126].

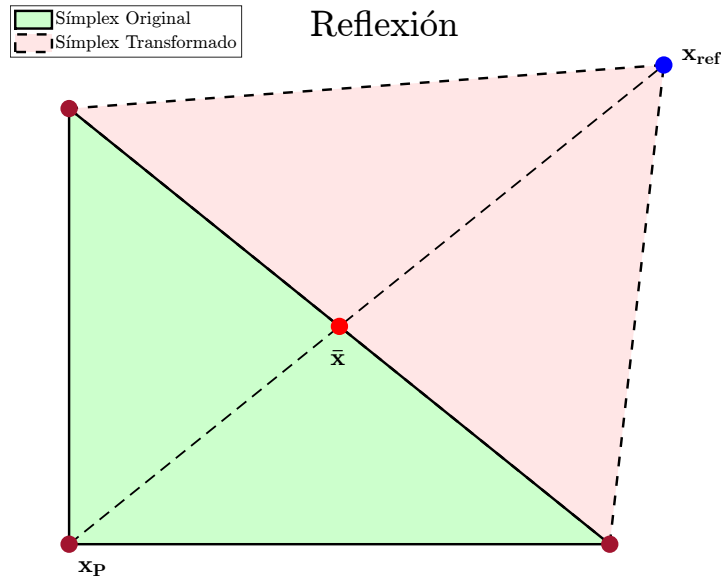


Figura C.5. Esquema de una reflexión

- **Expansión:** Consiste en una reflexión en la que se emplea el parámetro $\beta > \alpha$, lo que arroja un nuevo vértice colineal con el vector que une el centroide y el vértice original⁹¹ pero más alejado del centroide, tal y como se esquematiza en la Figura C.6. La heurística quedará clara cuando se exponga el diagrama de flujo del algoritmo, pero básicamente se trata de explotar la heurística de la reflexión.

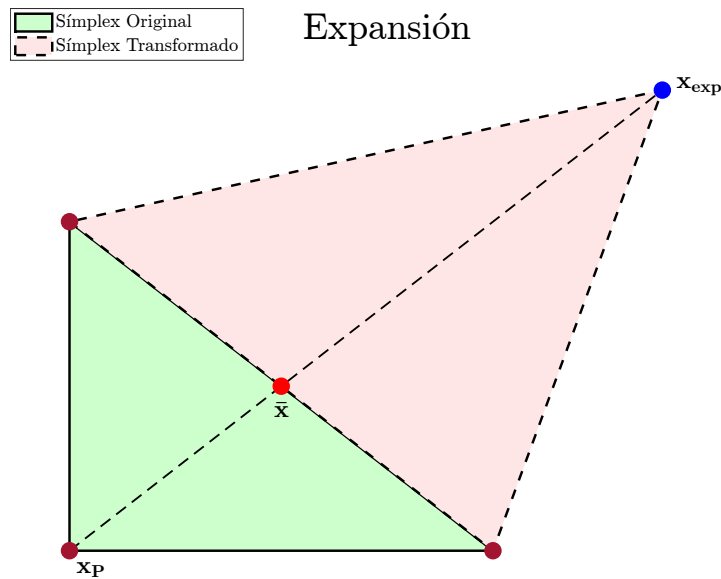


Figura C.6. Esquema de una expansión

- **Contracción:** Consiste en, una vez calculadas las coordenadas del vértice reflejado, tomar como nuevo vértice uno situado bien entre el centroide y el vértice reflejado (contracción externa; Ecuación (C.9)) o bien entre el vértice original y el centroide (contracción interna; Ecuación (C.10)). Para esto se emplea un parámetro $0 < \gamma < 1$. La única diferencia matemática entre las ecuaciones es un signo que deriva de si el punto contraído

⁹¹Es más habitual emplear en las ecuaciones la condición de que el vértice de la expansión debe ser colineal con el vector que une el vértice reflejado con el centroide [128], pero por simplicidad se describe mediante analogía a la reflexión.

se considera origen o final del vector. En la Figura C.7 y la Figura C.8 se muestran, respectivamente, una contracción externa y otra interna. La heurística es similar a la de casos anteriores, jugando con la posición del nuevo vértice.

$$\mathbf{x}_{\text{con,e}} = \gamma \cdot (\mathbf{x}_{\text{ref}} - \bar{\mathbf{x}}) + \bar{\mathbf{x}} \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{x}_{\text{con,i}} = -\gamma \cdot (\mathbf{x}_{\text{ref}} - \bar{\mathbf{x}}) + \bar{\mathbf{x}} \quad (\text{C.10})$$

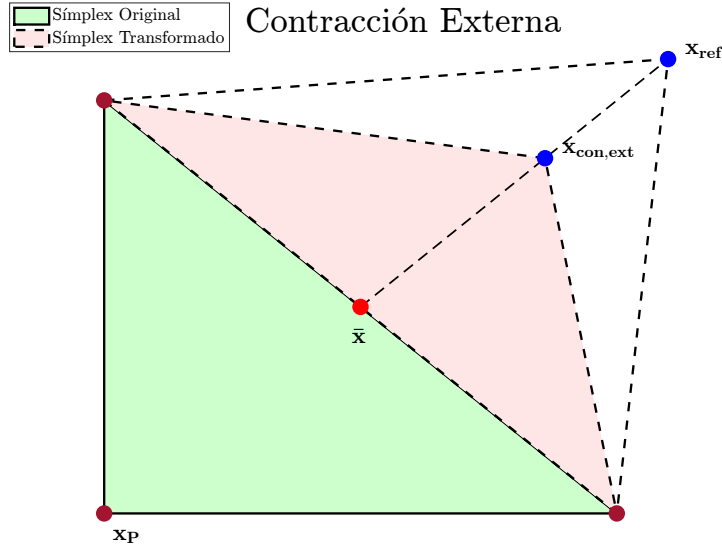


Figura C.7. Contracción externa

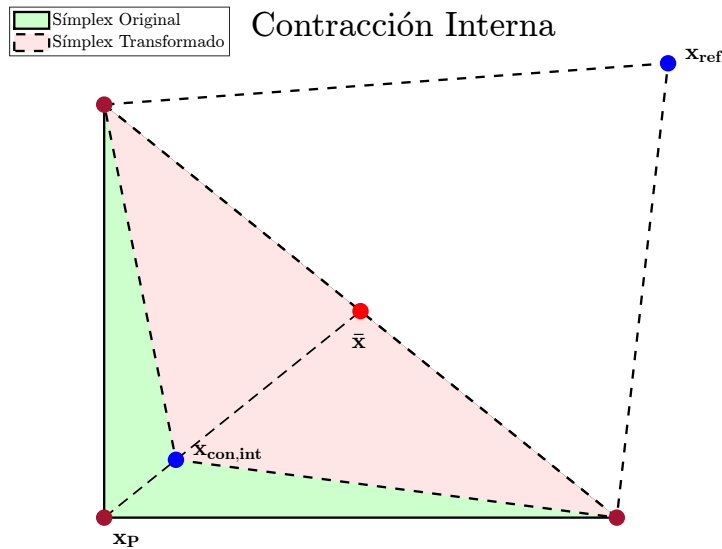


Figura C.8. Contracción externa [128]

- **Encogimiento:** El encogimiento consiste en mantener el mejor de los vértices y escoger N nuevos vértices, cada uno localizado en la arista que unía un vértice anterior con el mejor vértice, tal y como se ilustra en la Figura C.9. Para cada nuevo vértice $\mathbf{x}'_i$ esto se consigue sumándole al mejor vértice $\mathbf{x}_m$ el vector $\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_m$ multiplicado por un coeficiente $0 < \rho < 1$. Este sería el caso en el que ninguna de las opciones anteriores ha funcionado.

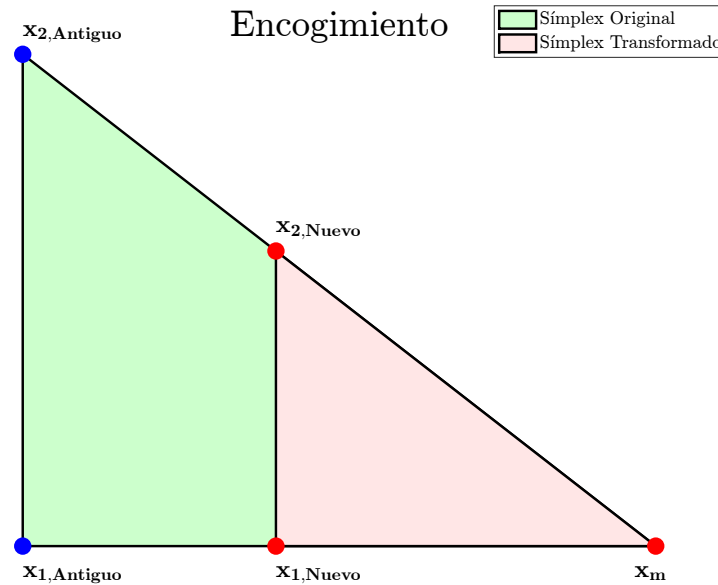


Figura C.9. Esquema de un encogimiento

En la Figura C.10 se muestra un diagrama de flujo [128] que representa el principio de funcionamiento del método, que se basa en combinar las diferentes transformaciones geométricas descritas anteriormente y comparando el valor de la función objetivo en los distintos vértices para identificar la transformación más favorable. Es decir, el simplex inicial se va transformando de forma sucesiva, escogiendo qué transformación aplicar en función del valor de la función objetivo en los vértices, buscando siempre que el simplex se mueva por el espacio de búsqueda de forma que se adapte al óptimo. En el *paper* en el que se presentó el método [127] se introduce explicando que “el simplex se adapta por sí mismo a su entorno en la función objetivo”.

En lo referente a los criterios de convergencia, en [129] se propone comprobar que el algoritmo converge tanto en los valores de la función objetivo como en la posición de los vértices: es decir, se considera que el algoritmo ha convergido cuando la diferencia entre el valor máximo y mínimo de la función objetivo evaluada en los vértices es inferior a determinada tolerancia (convergencia en la función objetivo) y cuando la diferencia entre la máxima y la mínima distancia entre dos pares de vértices es inferior a determinada tolerancia (convergencia en los vértices). La convergencia en la función objetivo resulta obvia, mientras que la convergencia en los vértices busca asegurar que el simplex haya encogido lo suficiente. [129] también indica que el Nelder-Mead suele combinarse con otros métodos, a los que precede en la ejecución, pues resulta muy bueno acotando la región en la que se encuentra el óptimo pero no tanto encontrando el punto exacto. Esto se debe a que los hiperparámetros (valores α , β , γ y ρ) no se modifican de forma adaptativa, algo a lo que ya se hacía alusión en el *paper* original [127].

Pese a que la interpretación analítica del algoritmo pueda parecer poco intuitiva, este tiene una clara interpretación geométrica, como se puede comprobar en [130], donde se muestra de forma animada la ejecución del algoritmo. Del mismo modo, en la Figura C.11, extraída de [101], se muestran sucesivas iteraciones del algoritmo y cómo van convergiendo al óptimo.

La interpretación del algoritmo para funciones de tres variables es análoga a la mostrada para dos variables pero en este caso no es un triángulo lo que recorre el espacio de búsqueda sino un tetraedro, tal y como se muestra en la Figura C.12 para el caso de la reflexión. En mayores

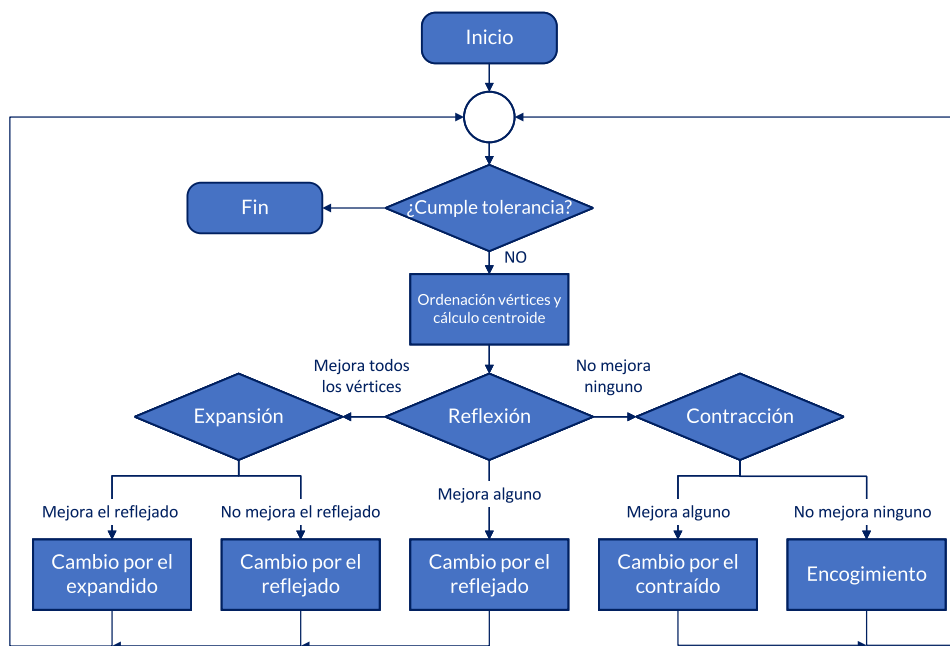


Figura C.10. Diagrama de flujo del algoritmo de Nelder-Mead

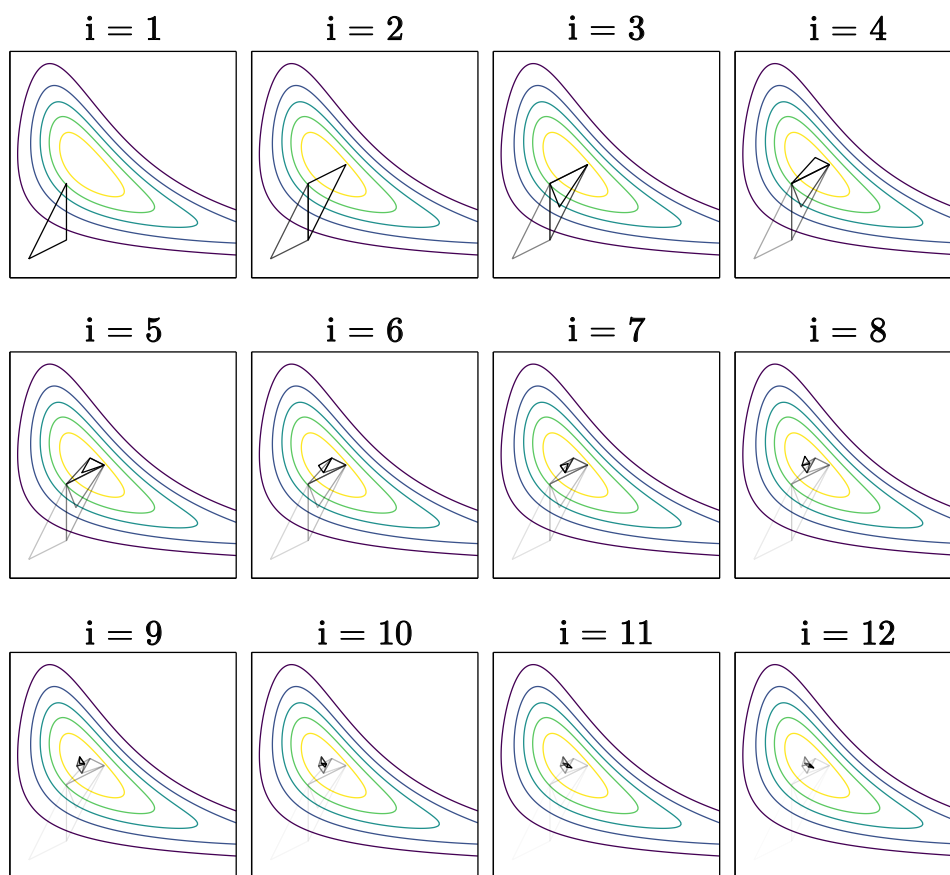


Figura C.11. Sucesivas iteraciones del algoritmo Nelder - Mead para una función de 2 variables [101]

dimensiones no se puede visualizar el símplex pero la idea es la misma: un politopo que recorre el espacio de búsqueda de acuerdo con ciertos criterios.

Reflexión

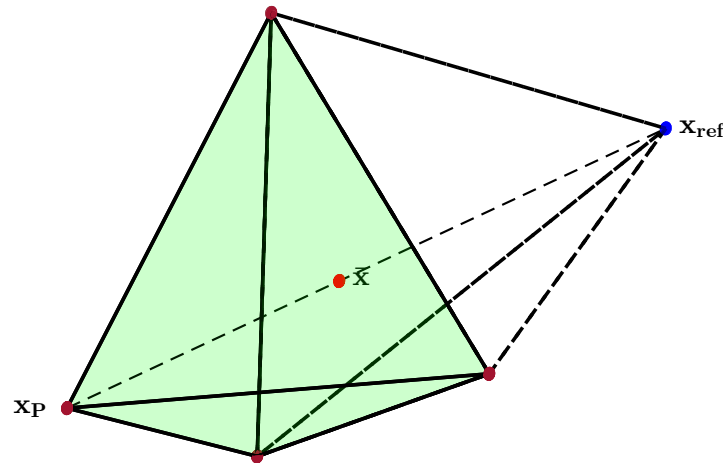


Figura C.12. Esquema de la reflexión para el 3 - símplex

C.5. Método DIRECT

El algoritmo DIRECT (acrónimo del inglés *Dividing RECTangles*; Dividiendo RECTángulos) es un método determinista de optimización que se basa en la Optimización Lipschitziana⁹² y resuelve algunos problemas frecuentes en la implementación tradicional de esos algoritmos.

Este método, junto con el Algoritmo Genético [132], es el único de los implementados en EES[®] preparado para buscar específicamente óptimos globales de la función objetivo y, al contrario que el Algoritmo Genético, no es excesivamente caro computacionalmente, motivo por el que se recomienda su uso frente a este [133]. Sin embargo, en caso de no haber óptimos locales en la región de búsqueda (es decir, la función solo presenta un óptimo, que es global) no resulta tan eficiente como los métodos de búsqueda local.

El algoritmo DIRECT parte, además de la Optimización Lipschitziana, de los métodos de búsqueda exhaustiva basados en mallas [109]. En estos métodos se discretiza la región de búsqueda mediante una malla (que puede ser n-dimensional) y se evalúan todos los nodos de la misma para encontrar el óptimo. La precisión del algoritmo dependerá de lo fina que sea la malla, y esto puede dar lugar a tiempos de cálculo prohibitivos. El DIRECT usa una malla que se refina de forma adaptativa (ampliando la granularidad de la malla en función de lo prometedora que resulte cada región) usando criterios extraídos de la Optimización Lipschitziana para encontrar el óptimo, lo que reduce mucho el tiempo de cálculo. Esto también proporciona la explicación de por qué el algoritmo se denomina “dividiendo rectángulos”. Como se muestra en la Figura C.13, extraída de [101], el espacio de búsqueda se va dividiendo tras sucesivas iteraciones del algoritmo, decidiendo explotar las regiones más prometedoras.

⁹²En honor a Rudolf Lipschitz (1832 - 1903); matemático alemán que cultivó multitud de campos dentro de las matemáticas [131].

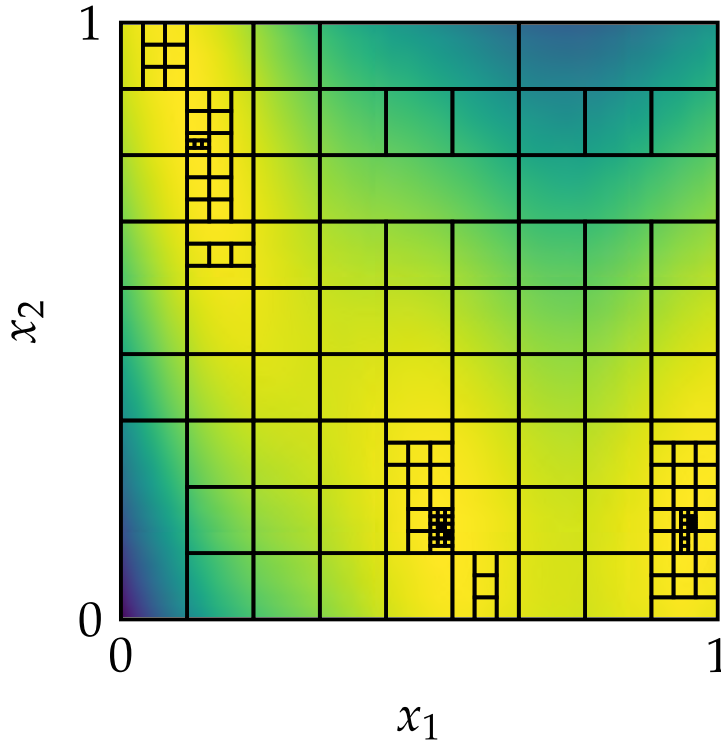


Figura C.13. Subdivisión del espacio de búsqueda [101]

Los métodos de Optimización Lipschitziana (y, en particular, el algoritmo de Shubert⁹³, que se describe a continuación)⁹⁴ asumen que existe una cota finita, denominada constante de Lipschitz, para la variación de una función en un intervalo cerrado. Es importante resaltar que no se trata exactamente de una cota a la derivada, pues el intervalo no necesariamente es infinitesimal. Para una función de una variable $f(x)$ definida en el intervalo $[a, b]$, esta condición se expresa mediante la Ecuación (C.11) [135], donde la variación se calcula mediante diferencias finitas.

$$\exists K > 0 \quad | |f(x) - f(x_0)| \leq K \cdot |x - x_0| \quad x, x_0 \in [a, b] \quad (C.11)$$

Aplicando la propiedad dada por la Ecuación (C.12), a la Ecuación (C.11) y expresándola en dos desigualdades se llega a la Ecuación (C.13).

$$|A| \leq B \iff -B \leq A \leq B \quad (C.12)$$

$$\begin{aligned} -K \cdot |x - x_0| &\leq f(x) - f(x_0) \\ f(x) - f(x_0) &\leq K \cdot |x - x_0| \end{aligned} \quad (C.13)$$

Sustituyendo⁹⁵ x_0 por a en la primera desigualdad y x_0 por b en la segunda se obtienen la Ecuación (C.14) y la Ecuación (C.15), que indican que la función se encuentra acotada inferiormente por dos rectas, una con pendiente $-K$ y otra con pendiente K tal y como se ilustra en la Figura C.14.

$$f(x) \geq f(a) - K \cdot (x - a) \quad (C.14)$$

⁹³En honor a Bruno Otto Shubert (1934 - ¿?); matemático checoslovaco que trabajó en Investigación Operativa y Probabilidad [134].

⁹⁴Con carácter general se asumirá que el problema de optimización se formula como un problema de minimización.

⁹⁵Téngase en cuenta para operar con los valores absolutos que, por definición, $a \leq x \quad \forall x \in [a, b]$ y que $b \geq x \quad \forall x \in [a, b]$.

$$f(x) \geq f(b) + K \cdot (x - b) \quad (\text{C.15})$$

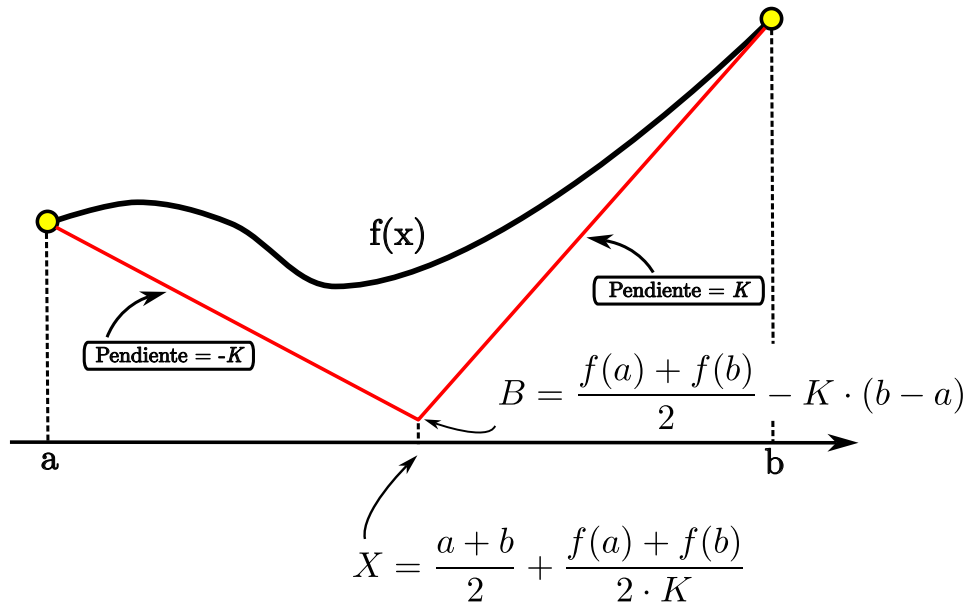


Figura C.14. Acotación de la función mediante la constante de Lipschitz

Denotando por (X, B) la coordenada horizontal y vertical del punto de intersección de ambas rectas, estos vienen expresados con arreglo a la Ecuación (C.16) y Ecuación (C.17), respectivamente. La coordenada X divide el intervalo original $[a, b]$ en dos subintervalos $[a, X]$ y $[X, b]$ y la coordenada B define una cota inferior de la función en el intervalo.

$$X = \frac{a + b}{2} + \frac{f(a) + f(b)}{2 \cdot K} \quad (\text{C.16})$$

$$B = \frac{f(a) + f(b)}{2} - K \cdot (b - a) \quad (\text{C.17})$$

La idea básica del algoritmo de Shubert es, una vez que se ha dividido el intervalo original en dos, repetir el proceso de acotación para cada uno de estos y, en sucesivas iteraciones, repetir el proceso eligiendo el subintervalo con la menor cota (al tratarse de un problema de minimización, los subintervalos más prometedores para encontrar el mínimo serán los de menor cota), de forma que se construye una función lineal definida a trozos que aproxima inferiormente la función objetivo, tal y como se esquematiza en la Figura C.15.

Resulta de interés para entender los cambios que introduce el algoritmo DIRECT descomponer la Ecuación (C.17), que representa el valor de la cota de la función en cada intervalo, en dos términos, con arreglo a la Ecuación (C.18). En ella se puede observar que el término $\frac{f(a)+f(b)}{2}$ depende del valor de la función en los extremos del intervalo y será menor cuanto menor sea la función en los extremos. Por tanto, este término representa la búsqueda local: beneficiará a aquellos subintervalos con menor función objetivo en los extremos. Por contra el término $-K \cdot (b - a)$ será menor (más negativo) cuanto más amplio sea el intervalo, por lo que potencia la búsqueda global: favorece aquellos subintervalos de mayor longitud pues es más probable que contengan al óptimo (piénsese en un subintervalo que representa el 90 % de la longitud del intervalo original y otro subintervalo que representa el 10 %. A falta de más información, parece más lógico buscar el óptimo en el que representa el 90 % de la longitud). En este sentido, la constante K pondera la importancia que se da a la búsqueda global respecto a la local.

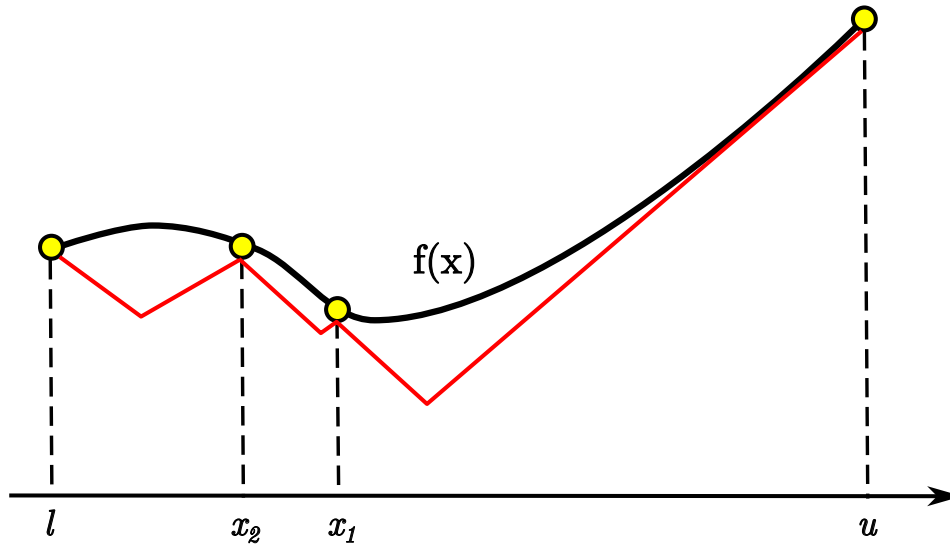


Figura C.15. Aproximación inferior de la función objetivo

Esto evidencia un primer problema del método de Shubert: elegir un valor de la constante de Lipschitz conlleva potenciar la búsqueda global frente a la local o viceversa, cuando lo ideal sería potenciar la búsqueda global durante las primeras iteraciones y, una vez que se haya localizado la región en la que se encuentra el óptimo, potenciar la búsqueda local. Esto sin embargo resulta complicado en la práctica pues no hay manera de saber a priori cuándo potenciar la búsqueda local.

$$B = \underbrace{\frac{f(a) + f(b)}{2}}_{\text{Búsqueda local}} - \underbrace{K \cdot (b - a)}_{\text{Búsqueda global}} \quad (\text{C.18})$$

Pese a que el algoritmo de Shubert permite resolver problemas de optimización, en la práctica presenta algunos problemas que el algoritmo DIRECT pretende resolver:

- Requiere la especificación explícita de la constante de Lipschitz, lo que en la práctica no siempre es posible pues es habitual trabajar con funciones de caja negra.
- Debido al punto anterior, habitualmente se escoge un valor de la constante de Lipschitz muy grande para garantizar que verifica la Ecuación (C.11), lo que potencia la búsqueda global frente a la local de acuerdo con la Ecuación (C.18) y da lugar a tiempos de convergencia grandes.
- Pese a que la evaluación de la función en los extremos del intervalo resulte sencilla en el caso de una función de 1 variable, en el caso de una función de n variables resulta complejo pues esta evaluación requiere evaluar los 2^n vértices del intervalo, que es un hiperrectángulo.

Por tanto, el algoritmo DIRECT busca solucionar los problemas anteriormente mencionados mediante dos modificaciones:

1. No evalúa la función en los extremos del intervalo sino en su punto medio, lo que resulta más sencillo independientemente del número de dimensiones de la región de búsqueda.
2. No requiere la especificación de una constante de Lipschitz, sino que evalúa simultáneamente todas las posibles, buscando tanto de forma global como local, lo que mejora la velocidad de convergencia.

A continuación, se desarrolla el algoritmo DIRECT para el caso de una función de una única variable.

Denotando por c el punto medio del intervalo y aplicando la Ecuación (C.11) se llega a la Ecuación (C.19), que representa una función lineal definida a trozos que se esquematiza en la Figura C.16. En este caso, la cota de la función (que no se usará explícitamente para seleccionar los intervalos) resulta de intersectar la función definida a trozos con los extremos, lo que se expresa mediante la Ecuación (C.20), que también puede descomponerse en un término de búsqueda local y otro de búsqueda global.

$$\begin{aligned} f(x) &\geq f(c) + K \cdot (x - c) \quad \forall x \leq c, x \in [a, b] \\ f(x) &\geq f(c) - K \cdot (x - c) \quad \forall x \geq c, x \in [a, b] \end{aligned} \quad (C.19)$$

$$B = \underbrace{f(c)}_{\text{Búsqueda local}} - \underbrace{K \cdot \frac{b-a}{2}}_{\text{Búsqueda global}} \quad (C.20)$$

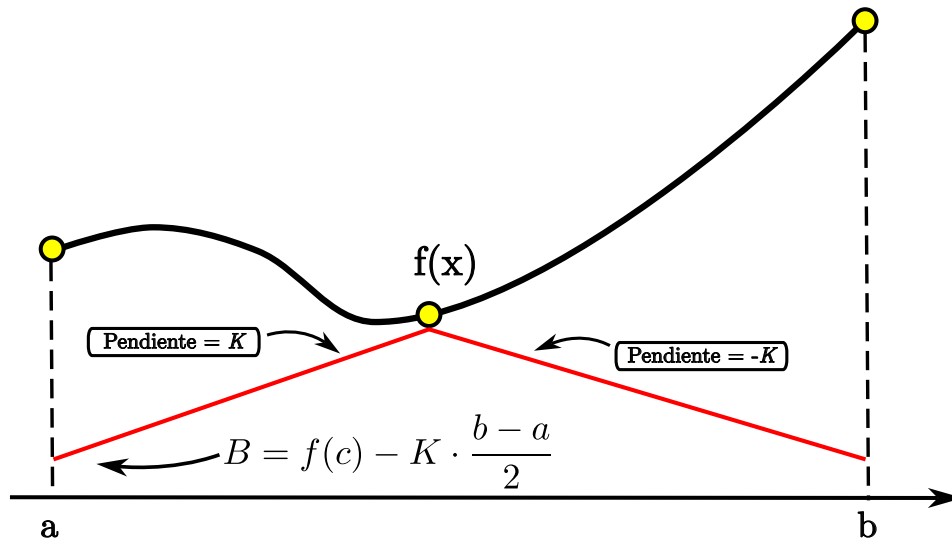


Figura C.16. Acotación inferior de la función en el algoritmo DIRECT

Posteriormente, se divide el intervalo en tres subintervalos de igual longitud y el proceso se repite en el centro de cada subintervalo. La siguiente modificación que implementa el algoritmo es relativa a la constante de Lipschitz. En lugar de seleccionar el intervalo a explorar basándose en el valor de su cota (y, por tanto, en el valor de la constante de Lipschitz elegido), el algoritmo selecciona los intervalos que presentan una mejor relación entre búsqueda global y local. Representando los intervalos en unos ejes coordenados en los que las abscisas son la mitad del tamaño del intervalo $\frac{b-a}{2}$ (que representa la búsqueda global) y las ordenadas son el valor de la función objetivo en el centro del intervalo $f(c)$ (que representa la búsqueda local), se tiene que una recta de pendiente K que pase por cualquier punto tiene una ordenada en el origen que es una cota inferior del intervalo en el que se encuentra ese punto: empleando la ecuación punto-pendiente de la recta (Ecuación (C.21)), empleando el subíndice i para indicar un punto arbitrario y evaluando la recta en la abscisa 0 se llega a la Ecuación (C.22), equivalente a la Ecuación (C.20).

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \quad (C.21)$$

$$y - f(c_i) = K \cdot \left(x - \left(\frac{b_i - a_i}{2} \right) \right) \Rightarrow y = f(c_i) - K \cdot \left(\frac{b_i - a_i}{2} \right) \quad (C.22)$$

Los intervalos más prometedores de ser evaluados serán los que, para una amplitud dada, tengan menor cota, es decir los de la parte inferior de la envoltura convexa⁹⁶ de los puntos, mostrada en la Figura C.17.

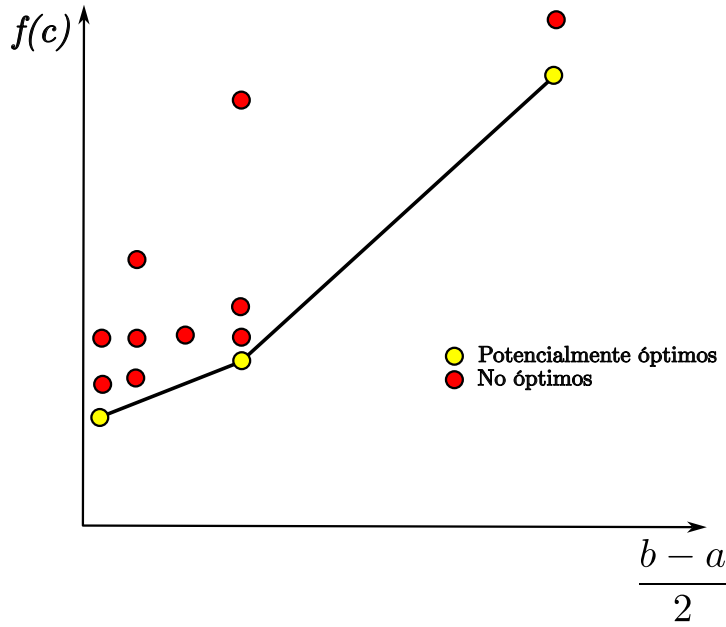


Figura C.17. Intervalos susceptibles de ser óptimos

Estos intervalos son susceptibles de ser óptimos pues, para una amplitud del intervalo dada, presentan el mejor valor de la función objetivo en el centro del intervalo, luego son los que mejor equilibran búsqueda local y global. Elegir los intervalos a explorar de esta manera conlleva implícitamente probar distintas constantes de Lipschitz a la vez: en virtud de la Ecuación (C.20), distintos valores de la constante de Lipschitz representarán distintas rectas en la Figura C.17, y de ellas solo se escogen las que presenten un mejor compromiso entre búsqueda local y global.

En el caso de que la función objetivo dependa de varias variables, la región de búsqueda se convierte en un hiperrectángulo. El método DIRECT sigue el mismo principio de funcionamiento en este caso, pero introduce una metodología para dividirlos, análoga a la partición de los intervalos que se hace en una dimensión. Además, se sustituye la longitud del intervalo por el radio del hiperrectángulo (máxima distancia desde el centro a un vértice). En [109] se puede encontrar una descripción del método de partición en varias dimensiones.

La versión del algoritmo DIRECT implementada en EES[®] se debe J. M. Gablonsky y se encuentra descrita en [137], donde también se describe una modificación del algoritmo para el caso en el que la región de búsqueda no tenga descripción analítica. En [138] se realiza una revisión del método, de sus ventajas e inconvenientes y las distintas modificaciones al algoritmo original que han surgido.

⁹⁶La envoltura convexa de un conjunto C de puntos se define como el conjunto de todas las posibles combinaciones lineales de los puntos tales que sus coeficientes son mayores o iguales a 0 y suman la unidad: $\{\theta_1 x_1 + \dots + \theta_k x_k \mid x_i \in C, \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, k, \sum_{i=1}^k \theta_i = 1\}$. En el caso de puntos en un plano, su envolvente convexa es un polígono convexo que los encierra y cuyos vértices son algunos de los puntos [136].

C.6. Algoritmo Genético

El Algoritmo Genético es el más potente de los métodos de optimización que incorpora EES[®] [132], si bien es cierto que se recomienda su uso solo en el caso de que el método DIRECT no converja a un óptimo debido a su alto coste computacional.

Los algoritmos genéticos, en general, pertenecen a la clase de métodos conocidos como Métodos de poblaciones. Si los métodos clásicos de optimización se basan en un punto de diseño que se actualiza iterativamente buscando el óptimo (aunque no todos los métodos descritos en este Apéndice se ajusten rigurosamente a esta definición), los Métodos de poblaciones trabajan empleando una colección (población) de puntos de diseño que se conocen como individuos [101]. Muchos de estos métodos incorporan en mayor o menor medida una componente estocástica y suelen estar inspirados en la naturaleza (algoritmos bioinspirados).

En concreto, los algoritmos genéticos están inspirados en la evolución biológica (fueron uno de los primeros algoritmos evolutivos y siguen siendo los más famosos de los mismos [109]). La Teoría de la Evolución, propuesta en 1859⁹⁷ por Charles Darwin⁹⁸ y refinada posteriormente, sostiene que son cinco los factores que afectan la transformación de las especies [140]:

- **Selección natural:** Estadísticamente, los individuos mejor adaptados a su entorno sobrevivirán más que los menos adaptados y tendrán más descendencia.
- **Herencia:** Los descendientes heredan el código genético de sus progenitores.
- **Variaciones espontáneas en el genoma:** Existen sucesos que alteran el código genético de los individuos.
- **Variaciones espontáneas en el medio ambiente:** Hay modificaciones en el entorno que pueden hacer que individuos mejor adaptados a una situación anterior ya no lo estén tanto, o viceversa.
- **Leyes básicas del universo:** Son las “reglas del juego” a las que se ven sujetos los individuos.

Los primeros algoritmos evolutivos surgen en las décadas de los años 50 y 60 del siglo pasado, ideados originalmente no para resolver problemas de optimización sino para simular la evolución natural [141], pero es con la publicación en 1975 del libro *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [142] cuando aparecen todos los elementos básicos que caracterizan a los algoritmos genéticos en la actualidad: la selección, cruzamiento y mutación, basados en los tres primeros factores de transformación de las especies enumerados anteriormente.

Tomando como base lo expuesto previamente, pueden definirse los algoritmos genéticos como técnicas de resolución de problemas que mejoran un conjunto de soluciones de los mismos mediante argumentos basados en la evolución biológica [141]. A modo de ejemplo, en [143] se presenta una introducción a los algoritmos genéticos con aplicación al diseño óptimo de celosías. Sin embargo, estos problemas pueden ser más generales que la optimización de funciones

⁹⁷Si bien es cierto que la Teoría de la Evolución se asocia a Darwin, Alfred Russel Wallace (1823 - 1913) desarrolló una teoría análoga, aunque menos elaborada, que la de Darwin, el cual publicó la suya a raíz de una carta de Wallace [22]. Wallace también acuñó la famosa frase “*the survival of the fittest*” (la supervivencia del más apto). Además, hay que recalcar que las ideas evolucionistas no eran algo nuevo, sino que estaban ya en el ambiente cultural del momento [139].

⁹⁸Charles Robert Darwin (1809 - 1882); naturalista británico que, a partir de su participación en la expedición del Beagle, desarrolló la Teoría de la Evolución [22].

Evolución simulada en Algoritmos Genéticos

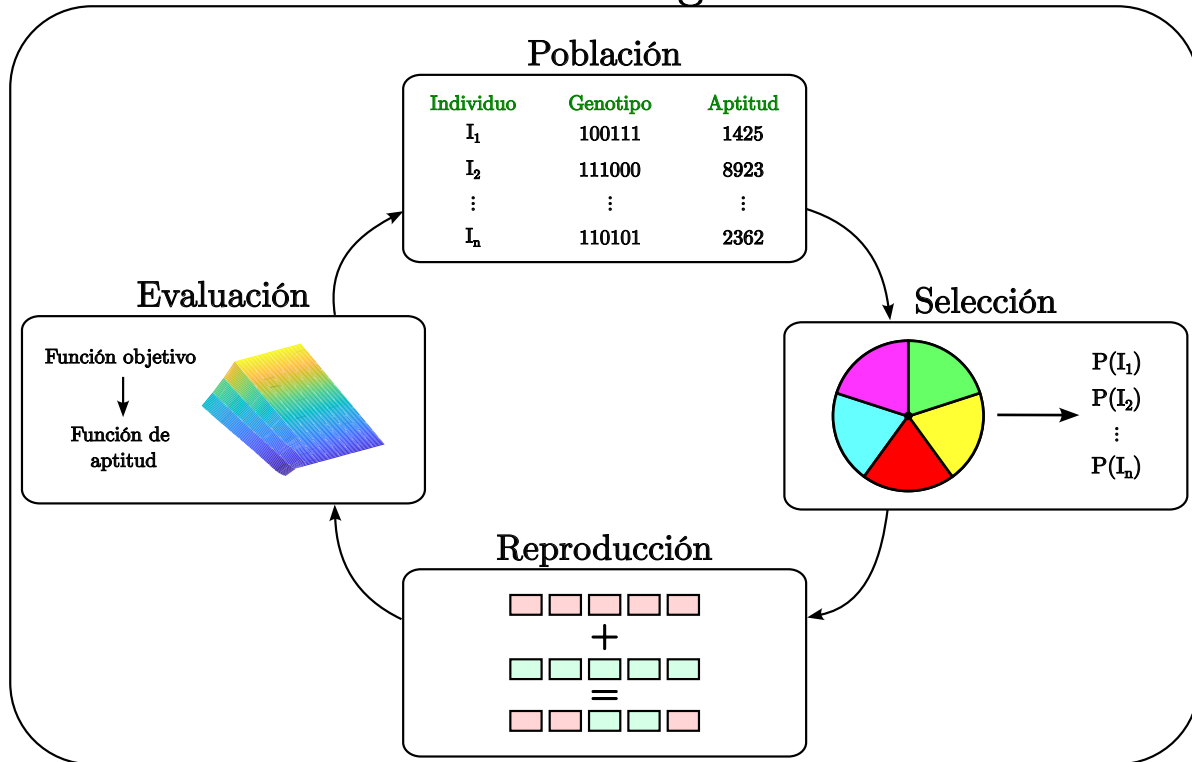


Figura C.18. Esquema simplificado del proceso de evolución simulado en los algoritmos genéticos, inspirado en [141]

matemáticas en el sentido clásico: también pueden usarse para optimizar sistemas basados en reglas [144], entre otros ejemplos, y [145] incide en que no se trata de algoritmos de optimización *per se*.

De forma análoga a los algoritmos clásicos que requieren un valor inicial sobre el que empezar a iterar, los algoritmos genéticos requieren definir una población inicial, lo que se suele llevar a cabo empleando distribuciones de probabilidad, si bien existen técnicas que aumentan la eficiencia del proceso [101]. Lo ideal es que esta población inicial abarque todo el espacio de búsqueda.

Asociada al problema a resolver se define una función de aptitud, que asigna una calificación a cada individuo de la población en función de lo “apto” que resulte para resolver el problema. Esta función de aptitud estará basada en la función objetivo pero puede no necesariamente coincidir con esta para facilitar el proceso de selección. Una vez calculada la aptitud de cada individuo, los individuos más aptos son escogidos para reproducirse (selección) y generar descendencia (cruzamiento), la cual es sometida a pequeñas modificaciones aleatorias (mutación) para generar nuevos individuos que darán lugar a una nueva población. A la población en cada iteración se la denomina generación [101]. Un esquema simplificado de este proceso de evolución artificial se muestra en la Figura C.18. Un aspecto a tener en cuenta es que existen diversos métodos para llevar a cabo las operaciones anteriores, cada uno de ellos con sus particularidades y criterios, sin que destaque ninguno en especial [109]. En [145] pueden encontrarse ejemplos numéricos del proceso de evolución simulado.

Un aspecto relevante en los algoritmos genéticos es la codificación de las soluciones, que se refiere al modo en el que se representan los individuos de la población a efectos del algoritmo

(esto afectará a la manera en la que se cruza la información de los individuos, por ejemplo). Formalmente [141], sea D el dominio de la función objetivo y S un conjunto de caracteres denominado alfabeto. Una función inyectiva⁹⁹ $e : D \rightarrow S^k$ es una codificación del dominio, siendo k el número de caracteres que se emplean para representar los individuos. Existen dos grandes familias de representaciones, la binaria (se emplean *bits* (0 y 1) como caracteres) y real (los individuos se codifican como números reales), aunque existen métodos más exóticos como la representación en árboles [141], etc.

Siguiendo a [141], una versión abstracta de los algoritmos genéticos puede expresarse formalmente con arreglo a Ecuación (C.23), donde se tiene que:

- k es el número de caracteres que se emplean para representar los individuos (longitud de la representación).
- n es el número de individuos de la población (tamaño de la población).
- $P_0 \in (S^k)^n$ es la población inicial.
- $sel : (S^k)^n \rightarrow (S^k)^n \times (S^k)^n$ es la función de selección, que escoge aquellos individuos que tendrán descendencia. Se ha supuesto el caso en el que dos progenitores dan lugar a descendencia, pero puede darse el caso de que sean necesarios m progenitores, en cuyo caso $sel : (S^k)^n \rightarrow ((S^k)^n)^m$.
- $rep : (S^k)^n \times (S^k)^n \rightarrow (S^k)^n$ es la función de reproducción, mediante la cual se generan individuos que descienden de los progenitores. Como en la función de selección, se muestra el caso de dos progenitores.
- $mut : (S^k)^n \rightarrow (S^k)^n$ es la función de mutación, mediante la cual se modifican los individuos.
- $red : (S^k)^{2n} \rightarrow (S^k)^n$ es la función de reducción, cuya función es, una vez generada la descendencia (y, por tanto, coexistiendo tanto los progenitores como su descendencia), reducir el número de individuos hasta alcanzar el tamaño n .

$$AG(t) = \begin{cases} P_0 & \text{si } t = 0 \\ red(P_{t-1} \cup mut \circ rep \circ sel(P_{t-1})) & \text{si } t > 0 \end{cases} \quad (C.23)$$

La interpretación de la Ecuación (C.23) es que los algoritmos genéticos son funciones generadoras de poblaciones que, para generaciones posteriores a la inicial ($t > 0$), generan una población a partir de añadir (operador unión, $\cup$) a la población de la generación anterior su población descendiente (lo que se logra mediante la composición, $\circ$, de las funciones de selección, reproducción y mutación) y, posteriormente, reducir el número de individuos de esa unión de poblaciones. Se expone a continuación de forma sucinta el funcionamiento de esas tres funciones.

C.6.1. Selección

La selección se refiere al proceso mediante el cual se seleccionan los individuos mejor adaptados para reproducirse. Esta selección no suele ser radical en el sentido de que esos individuos sean los únicos que se reproducen, pues aunque la convergencia sería muy rápida al principio se

⁹⁹Cada elemento del conjunto final es imagen de, como máximo, un único elemento del conjunto inicial. Esta es una condición necesaria para poder recuperar la información codificada.

corre el riesgo de perder diversidad en la solución (es decir, puede haber partes de la región de búsqueda que queden sin explorar), sino que se busca mantener un equilibrio entre exploración y explotación [109]. Lo habitual es asignarle a cada individuo una probabilidad de reproducirse que será mayor cuanto más adaptado esté, lo cual se puede hacer mediante distintos métodos cuya descripción puede encontrarse en [141]. Un método importante en la selección es el conocido como elitismo, que garantiza que el mejor individuo siempre se reproduce o es copiado a la siguiente generación. Esto suele implementarse en muchos algoritmos genéticos al mejorar la convergencia [101], pues garantiza que las soluciones no empeoren.

C.6.2. Cruzamiento

El cruzamiento se refiere al proceso mediante el cual se combina la información de los progenitores para dar lugar a los descendientes. Existen distintos esquemas, dependiendo del tipo de codificación que se haya elegido [109]:

- **Codificación binaria:** En este caso los individuos se representan mediante cadenas de 0 y 1, y el cruzamiento consiste en intercambiar partes determinadas de la cadena entre progenitores (como se muestra en la etapa de “Reproducción” en la Figura C.18). Existen diferentes criterios dependiendo del número de puntos de intercambio que se seleccionen. Otra posibilidad es que cada *bit* de los descendientes se escoja con una determinada probabilidad de entre los *bits* que ocupan la misma posición en la cadena de sus progenitores.
- **Codificación real:** Lo más habitual resulta interpolar linealmente entre los progenitores, I_1 e I_2 , con arreglo a la Ecuación (C.24), donde se suele tomar $\alpha = 0,5$ (media aritmética).

$$I_{desc} = \alpha \cdot I_1 + (1 - \alpha) \cdot I_2 \quad (C.24)$$

C.6.3. Mutación

La mutación se refiere a pequeñas modificaciones que tienen lugar en los descendientes y resulta beneficiosa debido a que, de lo contrario, resulta menos probable que aparezcan características novedosas en los individuos a partir de la mera recombinación de la información de sus progenitores [109]. La mutación consiste en añadir un término que modifica a los individuos con una determinada probabilidad. El valor de esta probabilidad no resulta trivial: [145] compara el funcionamiento de un mismo algoritmo genético empleando diferentes valores para la misma, mostrando que probabilidades pequeñas de mutación dan lugar a una convergencia muy lenta mientras que probabilidades muy grandes resultan en que el algoritmo no converja, pues se destruyen soluciones prometedoras al mismo ritmo al que se crean.

C.6.4. ¿Por qué escoger el Algoritmo Genético?

Una vez expuesta la teoría relativa al funcionamiento de los algoritmos genéticos, queda todavía abierta la pregunta de por qué es el método más potente que implementa EES[®]. [145] justifica este hecho apoyándose en los conceptos de optimización local y global: en funciones complejas de optimizar debido a que presentan abundancia de óptimos locales, los métodos tradicionales suelen ser muy sensibles al punto que se escoja como solución inicial en lo que respecta a encontrar el óptimo global. En concreto, [145] compara el funcionamiento del Método de Nelder-Mead para distintas funciones complicadas, demostrando que alcanza óptimos globales en muy pocas ocasiones.

La solución más directa a este problema pasa por emplear sucesivas iteraciones de los métodos tradicionales, seleccionando en cada una de ellas una solución inicial al azar, y tomar como óptimo la mejor de las soluciones obtenidas. Si bien es cierto que se trata de un método válido, el coste computacional puede ser muy extremadamente elevado. El motivo de esto es que las iteraciones son independientes entre sí, por lo que están “ciegas” a los avances de las demás iteraciones. Por contra, los algoritmos genéticos implementan una transferencia de información entre individuos, que hace que los individuos de una generación se beneficien de los avances conseguidos por sus predecesores, reduciendo mucho el coste computacional. No obstante, como se menciona en [132], la aplicación del método conlleva en cualquier caso evaluar un alto número de ocasiones la función objetivo, con el consiguiente coste computacional.

El Algoritmo Genético implementado en EES[®] se deriva de la versión 1.2 de PIKAIA [146], una rutina de optimización mediante algoritmos genéticos de acceso abierto escrita en FORTRAN-77[®]. Su funcionamiento básico se describe en [145] y no difiere significativamente de lo expuesto previamente, salvo por la incorporación de una tasa de mutación variable que [145] define como una de las mejoras más relevantes que se pueden hacer en cualquier algoritmo genético: se trata de modificar dinámicamente la tasa de mutación de los individuos de forma que esta aumente cuando se concentran en regiones pequeñas del espacio de búsqueda, introduciendo diversidad y permitiendo escapar de óptimos locales.



Alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)

*El Desarrollo Sostenible satisface las
necesidades del presente sin
comprometer las necesidades de las
futuras generaciones*
Informe Brundtland (1987)

En este apéndice se enumeran y describen aquellos Objetivos de Desarrollo Sostenible relacionados con el proyecto.

Los Objetivos de Desarrollo Sostenible son 17 objetivos por medio de los que se concreta la Agenda 2030, aprobada el 25 de septiembre de 2015 por la Asamblea General de Naciones Unidas [147] para luchar por el bienestar de las personas, el planeta y las comunidades. Se presentan¹⁰⁰ a continuación aquellos ODS relacionados con el proyecto.



ODS 7: Energía asequible y no contaminante

El trabajo desarrollado en el proyecto se alinea con el ODS 7 pues aporta soluciones a aquellos centros de datos que, por razones de seguridad de suministro o económicas, tengan que alimentarse mediante turbinas de gas. La solución propuesta no evita el uso de estos equipos ni propone métodos para capturar sus emisiones, pero permite que se operen de modo más eficiente y también evita los vertidos de fuentes de energía renovables (*curtailment*), que se almacenan por medio de la bomba de calor. Esto aumenta la capacidad de gestionar las fuentes de energía renovable, evitando que se desaproveche su energía y también contribuyendo a la gestión de la red en su conjunto, aportando un valor a esta.

¹⁰⁰Los logos de los ODS se han obtenido de [148].



ODS 9: Industria, innovación e infraestructura

El trabajo desarrollado en el proyecto se alinea con el ODS 9 al presentar soluciones innovadoras para centros de datos, un tipo de infraestructura que en la actualidad experimenta un gran crecimiento y contribuye de forma positiva a la economía nacional. Asimismo, el trabajo profundiza en el modelado y cálculo de bombas de calor de alta temperatura que, si bien en este caso se aplican a ciclos de potencia, podrían derivar en aplicaciones industriales para recuperación de calores residuales u otras aplicaciones.



ODS 12: Producción y consumo responsables

El trabajo desarrollado en el proyecto se alinea con el ODS 12 al contribuir a que los centros de datos, que son el soporte físico de muchos servicios actuales como los sistemas de mensajería, *streaming*, Inteligencia Artificial, etc., sean más sostenibles.



ODS 13: Acción por el clima

El trabajo desarrollado en el proyecto se alinea con el ODS 13 al proponer soluciones que facilitan la mejor integración de energías renovables en la red eléctrica.

Bibliografía

- [1] Z. Skidmore, «Gas turbine manufacturers struggling to meet surging demand from data centers», *DatacenterDynamics*, 24 de mar. de 2025. dirección: <https://www.datacenterdynamics.com/en/news/gas-turbine-manufacturers-struggling-to-meet-surging-demand-from-data-centers-report/>.
- [2] Pacifico Energy, *Pacifico Energy Announces GW Ranch Project, Bringing 5 Gigawatts of Reliable Off-Grid Power for AI Innovation*, 20 de ago. de 2025. dirección: <https://www.businesswire.com/news/home/20250820331187/en/Pacifico-Energy-Announces-GW-Ranch-Project-Bringing-5-Gigawatts-of-Reliable-Off-Grid-Power-for-AI-Innovation>.
- [3] J. I. Linares Hurtado, *Apuntes de Ingeniería Energética*. ICAI, 2024.
- [4] A. Gómez-Expósito, ed., *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*. McGraw-Hill, 2002.
- [5] P. García González y A. García Cerrada, «Transporte flexible de la energía eléctrica en corriente alterna», *Anales de Mecánica y Electricidad*, págs. 59-66, 2004. dirección: https://www.academia.edu/19497369/Transporte_flexible_de_la_energ%C3%ADa_el%C3%A9ctrica_en_corriente_alterna.
- [6] P. Linares et al., «El sector eléctrico español del futuro: retos y políticas», *Instituto de Investigación Tecnológica*, 2018. dirección: https://www.iit.comillas.edu/documentacion/informetecnico/IIT-18-153I/El_sector_el%C3%A9ctrico_espa%C3%B1ol_del_futuro:_retos_y_pol%C3%ADticas.pdf.
- [7] E. Veronese, G. Manzolini y D. Moser, «Improving the traditional leveled cost of electricity approach by including the integration costs in the techno-economic evaluation of future photovoltaic plants», *International Journal of Energy Research*, vol. 45, n.º 6, págs. 9252-9269, 2021. dirección: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/er.6456>.
- [8] C. Batlle, «Let the blackout enlighten the way», *Florence School of Regulation*, 7 de mayo de 2025. dirección: <https://fsr.eu.eu/let-the-blackout-enlighten-the-way/>.
- [9] R. Roca, «Colapso eléctrico en España: así sucedió el histórico apagón», *El periódico de la energía*, 29 de abr. de 2025. dirección: <https://elperiodicodelaenergia.com/colapso-electrico-en-espana-asi-sucedio-el-historico-apagon/>.
- [10] C. Batlle, M. Barruso, P. Rodilla y A. Canoyra, «The (Hopefully) Enlightening Blackout in Spain: Questions and Lessons for the Future», MIT Center for Energy y Environmental Policy Research, jul. de 2025. dirección: <https://ceepr.mit.edu/workingpaper/the-hopefully-enlightening-blackout-in-spain-questions-and-lessons-for-the-future/>.
- [11] World Energy Council. «World Energy Trilemma Framework». dirección: <https://www.worldenergy.org/transition-toolkit/world-energy-trilemma-framework>.
- [12] O. Schmidt e I. Staffell, *Monetizing Energy Storage: A Toolkit to Assess Future Cost and Value*. Oxford University Press Oxford, sep. de 2023. dirección: <https://academic.oup.com/book/55104?login=false>.
- [13] J. Revuelta, «Cuanta más nuclear, más renovables», *PV Magazine*, 8 de ago. de 2022. dirección: <https://www.pv-magazine.es/2022/08/08/cuanta-mas-nuclear-mas-renovables/>.

- [14] J.-B. Fressoz, *Sin Transición. Una Nueva Historia de la Energía*. Arpa Editores, 2025.
- [15] Ministerio para la Transición Energética y Reto Demográfico, «Plan Nacional Integrado de Energía y Clima (PNIEC 2023-2030)», inf. téc., sep. de 2024. dirección: <https://www.miteco.gob.es/es/energia/estrategia-normativa/pniec-23-30.html>.
- [16] B. Y. Moratilla Soria, J. A. Sáenz de Santamaría Benedit y A. M. Colino, «Recursos minerales para la industria española II. Franja central de la frontera luso-española», Fundación Corell, rep. de inv., 2023. dirección: https://fundacioncorell.es/wp-content/uploads/2024/06/doc_materias_primas_WEB_2024_baja.pdf.
- [17] J. M. Chomón, *La era de las tierras raras: La cruzada geopolítica por los metales estratégicos*. 2 de nov. de 2023.
- [18] A. Valero, A. Valero, G. Calvo y A. Ortego, «Material bottlenecks in the future development of green technologies», *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 93, págs. 178-200, 2018. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032118303861>.
- [19] F. Milano, F. Dörfler, G. Hug, D. J. Hill y G. Verbič, «Foundations and challenges of low-inertia systems», en *2018 power systems computation conference (PSCC)*, IEEE, 2018, págs. 1-25. dirección: https://www.researchgate.net/profile/Florian-Doerfler-2/publication/326111831_Foundations_and_Challenges_of_Low-Inertia_Systems/links/5b39ca504585150d23ee15da/Foundations-and-Challenges-of-Low-Inertia-Systems.pdf.
- [20] Fundación Repsol. «Conversaciones para la transición energética: Jose Ignacio Linares». dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=ELxksVfJMQ>.
- [21] S. Susnjara e I. Smalley. «What is a data center?» Dirección: <https://www.ibm.com/think/topics/data-centers>.
- [22] M. Alfonseca, *Grandes Científicos de la Humanidad*. Espasa Calpe, S.A., 1998.
- [23] B. J. Copeland, *Alan Turing, El Pionero de la Era de la Información*. Turner Publicaciones, 2016.
- [24] «SpainDC». dirección: <https://spaindc.com/>.
- [25] Z. Cao, X. Zhou, H. Hu, Z. Wang e Y. Wen, «Toward a systematic survey for carbon neutral data centers», *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 24, n.º 2, págs. 895-936, 2022. dirección: <https://arxiv.org/pdf/2110.09284>.
- [26] International Energy Agency, «Energy and AI», rep. de inv., jul. de 2025. dirección: <https://www.iea.org/reports/energy-and-ai>.
- [27] M. S. Zavia, «Google ha revelado al fin cuánta electricidad y agua consume su IA. Las estimaciones no podían estar más erradas», *Xataka*, 21 de ago. de 2015. dirección: <https://www.xataka.com/energia/google-ha-revelado-al-fin-cuanta-electricidad-agua-consume-su-ia-estimaciones-no-podian-estar-erradas>.
- [28] A. Martín, «Esta es la energía y el agua que gastas cada vez que creas una imagen mediante IA», *Hipertextual*, 28 de mar. de 2025. dirección: <https://hipertextual.com/ciencia/consumo-imagenes-ia/>.
- [29] Businesswire, «Energy Dome Inks a Strategic Commercial Agreement with Google», *Businesswire*, 25 de jul. de 2025. dirección: <https://www.businesswire.com/news/home/20250724959113/es>.
- [30] Amazon. «Amazon signs agreements for innovative nuclear energy projects to address growing energy demands». dirección: <https://www.aboutamazon.com/news/sustainability/amazon-nuclear-small-modular-reactor-net-carbon-zero>.
- [31] Iberdrola. «Power Purchase Agreements». dirección: <https://www.iberdrola.com/about-us/contracts-ppa-energy>.

- [32] Z. Cao et al., «Data center sustainability: Revisits and outlooks», *IEEE Transactions on Sustainable Computing*, vol. 9, n.º 3, págs. 236-248, 2023. dirección: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10139829>.
- [33] U.S. Green Building Council. «LEED v4.1». dirección: <https://www.usgbc.org/leed/v41>.
- [34] Edged Spain. «Bilbao-Arasur». dirección: <https://es.edged.es/bilbao-arasur>.
- [35] J. I. Linares Hurtado, «Usos directos del CO₂», en *Cursos de La Granda*, 2025.
- [36] J. I. Linares Hurtado, *Termodinámica Técnica y Máquinas Térmicas*. ICAI, 2021.
- [37] J. I. Linares Hurtado y E. Arenas Pinilla, *Brayton power cycles working with supercritical CO₂*. ICAI, jun. de 2019.
- [38] R. d. A. Antonio José, «Desarrollo de un modelo para la caracterización termoeconómica de ciclos combinados de turbinas de gas y de vapor en condiciones de carga variable», Tesis doct., Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales UPM, 2004.
- [39] V. Dostal, P. Hejzlar y M. J. Driscoll, «A Supercritical Carbon Dioxide Cycle for Next Generation Nuclear Reactors», Tesis doct., MIT, 2004. dirección: <https://web.mit.edu/22.33/www/dostal.pdf>.
- [40] Wikipedia. «W. J. M. Rankine». dirección: https://en.wikipedia.org/wiki/W._J._M._Rankine.
- [41] Wikipedia. «George Brayton». dirección: https://en.wikipedia.org/wiki/George_Brayton.
- [42] J. I. Linares, A. Martín-Colino, E. Arenas, M. J. Montes, A. Cantizano y J. R. Pérez-Domínguez, «A Novel Hybrid CSP-PV Power Plant Based on Brayton Supercritical CO₂ Thermal Machines», *Applied Sciences*, vol. 13, n.º 17, pág. 9532, 2023. dirección: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/17/9532>.
- [43] R. Allam et al., «Demonstration of the Allam Cycle: an update on the development status of a high efficiency supercritical carbon dioxide power process employing full carbon capture», *Energy Procedia*, vol. 114, págs. 5948-5966, 2017. dirección: https://www.researchgate.net/publication/319196020_Demonstration_of_the_Allam_Cycle_An_Update_on_the_Development_Status_of_a_High_Efficiency_Supercritical_Carbon_Dioxide_Power_Process_Employing_Full_Carbon_Capture.
- [44] Echogen. dirección: <https://www.echogen.com/>.
- [45] «“We’ve Got the Power”: Sandia technology test delivers electricity to the grid». dirección: https://newsreleases.sandia.gov/brayton_power/.
- [46] A. Martín Colino, «Central Solar Híbrida CSP/PV Integrada Mediante Bomba de Calor de Alta Temperatura Basada en Ciclo Inverso de Brayton con CO₂ Supercrítico», Tesis de lic., ICAI, jun. de 2023. dirección: https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/68310/Memoria_TFG_AMC.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- [47] Parker Products and Support. «Heatric - Printed Circuit Heat Exchanger». dirección: <https://ph.parker.com/gb/en/heatric-printed-circuit-heat-exchanger>.
- [48] I. P. Serrano Remón, «Análisis de sistemas de conversión de potencia en reactores nucleares de fusión con envolturas regeneradoras de doble refrigerante», Tesis doct., ICAI, jul. de 2014. dirección: <https://www.educacion.gob.es/teseo/imprimirFicheroTesis.do?idFichero=u26Fdbv1L3M=>.
- [49] Parker Solutions and Support. «How We Construct the Heatric Printed Circuit Heat Exchanger (PCHE) | Filtration Technology». dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=ebeuclK28II>.
- [50] Instituto de la Ingeniería de España, «El papel de las centrales solares de concentración en la transición energética», 12 de nov. de 2020. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=VJchmEz8Dw8>.

- [51] J. I. Linares, M. J. Montes, A. Cantizano y C. Sánchez, «A novel supercritical CO₂ recompression Brayton power cycle for power tower concentrating solar plants», *Applied Energy*, vol. 263, pág. 114644, 2020. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261920301562>.
- [52] MAN Energy Solutions. «MAN heat pumps. Transcritical compression cycle (TCC)». dirección: https://www.man-es.com/docs/default-source/document-sync/man-heat-pump-hpu328c592b5d584f9eba47f4b6bed3574e.pdf?sfvrsn=9bd416fb_14.
- [53] J. Peach y J. Eastoe, «Supercritical carbon dioxide: a solvent like no other», *Beilstein journal of organic chemistry*, vol. 10, n.º 1, págs. 1878-1895, 2014. dirección: <https://www.beilstein-journals.org/bjoc/articles/10/196>.
- [54] MIT Energy Initiative, *Future of Energy Storage*. Massachusetts Institute Of Technology, 2022. dirección: <https://energy.mit.edu/wp-content/uploads/2022/05/The-Future-of-Energy-Storage.pdf>.
- [55] AleaSoft Energy Forecasting. «La importancia de diversificar las fuentes de ingresos del almacenamiento en baterías». dirección: <https://aleasoft.com/es/diversificar-fuentes-ingresos-almacenamiento-baterias/>.
- [56] Araner, *Thermal Energy Storage TES Tank Reference e-book*. 2017.
- [57] L. Kasper, «Improving thermal energy storage via storage retrofit and digital twin technology», Tesis doct., TU Wien, 2023. dirección: <https://repositum.tuwien.at/handle/20.500.12708/187946>.
- [58] L. Kasper, *Modeling of the Phase Change Material of a Hybrid Storage using the Finite Element Method*. Vienna: TU Wien Academic Press, 2020. dirección: <https://www.tuwien.at/academicpress/en/product/modeling-of-the-phase-change-material-of-a-hybrid-storage-using-the-finite-element-method/>.
- [59] J. I. Linares, A. Martín-Colino, E. Arenas, M. J. Montes, A. Cantizano y J. R. Pérez-Domínguez, «Carnot battery based on Brayton supercritical CO₂ thermal machines using concentrated solar thermal energy as a low-temperature source», *Energies*, vol. 16, n.º 9, pág. 3871, 2023. dirección: <https://www.mdpi.com/1996-1073/16/9/3871>.
- [60] Redacción, «Malta Inc presenta en Puertollano su planta piloto de almacenamiento energético, participada por Bill Gates», *El periódico de la energía*, 23 de abr. de 2025. dirección: <https://elperiodicode-la-energia.com/malta-inc-presenta-en-puertollano-su-planta-piloto-de-almacenamiento-energetico-participada-por-bill-gates/>.
- [61] Malta Inc. «Our Solution». dirección: <https://www.maltainc.com/solution/>.
- [62] T. Rayner. «Echogen and Westinghouse secure first grid-scale pumped thermal energy storage via MOU in Europe». dirección: <https://www.ess-news.com/2025/08/01/echogen-and-westinghouse-secure-first-grid-scale-pumped-thermal-energy-storage-via-mou-in-europe/>.
- [63] B. Sondelski, «Mass Optimization of a Supercritical CO₂ Brayton Cycle with a Direct Cooled Nuclear Reactor for Space Surface Power», Tesis de mtría., University of Wisconsin-Madison, 2019. dirección: <https://sel.me.wisc.edu/publications-theses.shtml>.
- [64] CENER. «ASTERIX-CAESAR: la innovadora tecnología solar y de almacenamiento energético liderada por CENER.» dirección: <https://www.cener.com/asterix-caesar-la-innovadora-tecnologia-solar-y-de-almacenamiento-energetico-liderada-por-cener/>.
- [65] A. Bejan, *Advanced Engineering Thermodynamics*, 4.^a ed. Wiley, 2016.
- [66] B. Y. Moratilla Soria, «De la Termodinámica a la Ingeniería Energética. Historia, metodología, recursosy tecnologías», en *Toma de posesión como Académica de Número*, 28 de oct. de 2015. dirección: https://www.rade.es/imageslib/ACADEMICOS/DISCURSOS/MORATILLA%20SORIA,%20Beatriz%20Yolanda_Discursoingreso.pdf.

- [67] K. Wark y D. E. Richards, *Termodinámica*, 6.^a ed. McGraw - Hill, 2000.
- [68] F. P. Incropera, *Fundamentos de transferencia de calor*, 4.^a ed. Pearson, 1996.
- [69] G. Nellis y S. Klein, *Heat Transfer*. Cambridge University Press, 2009.
- [70] J. H. Linenhard V y J. H. Linenhard IV, *A Heat Transfer Textbook*, 6.^a ed. Philogiston Press, 2024. dirección: <https://ahtt.mit.edu/>.
- [71] A. Bejan y A. D. Klaus, eds., *Heat Transfer Handbook*. Wiley, 2003.
- [72] F-Chart Software. «HeatExchanger6_CL». dirección: <https://fchartsoftware.com/ees/component%20library/hs4035.htm>.
- [73] F-Chart Software. «Effectiveness-NTU». dirección: https://fchartsoftware.com/ees/heat_transfer_library/heat_exchangers/hs1000.htm#entu-usage.
- [74] A. Lecuona Neumann y J. I. Nogueira, *Turbomáquinas : procesos, análisis y tecnología*. Editorial Ariel, 2000.
- [75] M. Gambini y M. Vellini, *Turbomachinery: Fundamentals, Selection and Preliminary Design*. Springer, 2020.
- [76] Wikipedia. «Aimé Vaschy». dirección: https://fr.wikipedia.org/wiki/Aim%C3%A9_Vaschy.
- [77] Wikipedia. «Edgar Buckingham». dirección: https://en.wikipedia.org/wiki/Edgar_Buckingham.
- [78] O. E. Balje, *Turbomachines: A Guide to Design, Selection and Theory*. John Wiley & Sons Inc., 1981.
- [79] A. Aubanell, A. Benseny y A. Delshams, *Útiles básicos de cálculo numérico*. Editorial Labor, S.A., 1993.
- [80] J. L. de la Fuente O'Connor, *Ingeniería de los Algoritmos y Métodos Numéricos. Un acercamiento práctico avanzado a la computación científica e ingenieril con MATLAB*, 2.^a ed. Editorial Círculo Rojo, 2017. dirección: https://www.jldelafuenteoconnor.es/Libro2017_NV_10-8_SP.pdf.
- [81] J. J. O'Connor y E. F. Robertson. «Carl David Tolmé Runge», MacTutor Index. dirección: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Runge/>.
- [82] C. F. Van Loan, *Introduction to Scientific Computing: A Matrix Vector Approach Using MATLAB*. Prentice Hall, 1996. dirección: https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4210/2014fa/CVLBook/new_page_1.htm.
- [83] G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani y J. Taylor, *An Introduction to Statistical Learning*. Springer International Publishing, 2023. dirección: <https://www.statlearning.com/>.
- [84] MathWorks. «pchip». dirección: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/pchip.html>.
- [85] G. Wilson et al., «Best Practices for Scientific Computing», *PLOS Biology*, vol. 12, n.º 1, págs. 1-7, ene. de 2014. dirección: <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.1001745>.
- [86] «Asme b31.1 2007», American Society of Mechanical Engineers, inf. téc., 2007. dirección: <https://energy-steel.com/wp-content/uploads/2025/03/ASME-B31.1.pdf>.
- [87] «ArcelorMittal, Pipe Schedule Table (ASME-ANSI B36.10M)», ArcelorMittal, inf. téc. dirección: <https://www.theprocesspiping.com/wp-content/uploads/2018/07/Pipe-Schedule-1.pdf>.
- [88] C. T. Simmons, «Henry Darcy (1803–1858): Immortalised by his scientific legacy», *Hydrogeology Journal*, vol. 16, n.º 6, págs. 1023-1038, 2008.
- [89] J. I. Linares Hurtado, *Apuntes de Viabilidad Económica de Proyectos*. ICAI, 2023.
- [90] CFI Team. «Levelized Cost of Energy (LCOE)». dirección: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/levelized-cost-of-energy-lcoe/>.

- [91] J. I. Linares Hurtado. «Diversos enfoques para explicar el LCOE». dirección: https://www.linkedin.com/posts/jose-ignacio-linares_explicaci%C3%B3n-del-lcoe-ugcPost-7353043142138376192-vsGp?utm_source=share&utm_medium=member_desktop&rcm=ACoAAEL_qTkB8BHZqQB8Kp6bHFMUpFUSAgeCYIM.
- [92] M. J. B. Kabeyi y O. A. Olanrewaju, «The levelized cost of energy and modifications for use in electricity generation planning», *Energy Reports*, vol. 9, págs. 495-534, 2023. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352484723010569>.
- [93] J. Revuelta. «Publicación en LinkedIn». dirección: https://www.linkedin.com/posts/javier-revuelta-2724b81_una-ilustraci%C3%B3n-num%C3%A9rica-sencilla-ilustrativa-activity-7130692017650593793-JhYi.
- [94] N. T. Weiland, B. W. Lance y S. R. Pidaparti, «SCO2 power cycle component cost correlations from DOE data spanning multiple scales and applications», en *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, American Society of Mechanical Engineers, vol. 58721, 2019, V009T38A008. dirección: <https://www.osti.gov/servlets/purl/1601743>.
- [95] M. Mehos et al., «Concentrating solar power Gen3 demonstration roadmap. 2017», *NREL (National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO (United States))*,
- [96] National Laboratory of the Rockies, *System Advisor Model™ (SAM) Version 2025.4.16*, Golden, CO, 2025. dirección: <https://sam.nrl.gov>.
- [97] L. Goldstein, B. Hedman, D. Knowles, S. I. Freedman, R. Woods y T. Schweizer, «Gas-fired distributed energy resource technology characterizations», National Renewable Energy Lab., Golden, CO.(US), inf. téc., 2003. dirección: <https://docs.nrel.gov/docs/fy04osti/34783.pdf>.
- [98] Mercado Ibérico del Gas. «MIBGAS_{Data2025.xlsx}». dirección: https://www.mibgas.es/es/file-access?path=AGNO_2025/XLS.
- [99] Oficina Española de Cambio Climático. Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico, «Guía para el cálculo de la huella de carbono y para la elaboración de un plan de mejora de una organización», inf. téc., nov. de 2025.
- [100] A. Bejan, G. Tsatsaronis y M. J. Moran, *Thermal design and optimization*. John Wiley & Sons, 1995.
- [101] M. J. Kochenderfer y T. A. Wheeler, *Algorithms for Optimization*, 2.^a ed. The MIT Press, 2025. dirección: <https://algorithmsbook.com/optimization/>.
- [102] A. Martín-Colino, J. I. Linares, E. Arenas, J. R. Pérez-Domínguez, M. J. Montes y A. Cantizano, «Smart energy management for data centers: leveraging CSP, gas turbines and Carnot batteries», en *31st SolarPACES Conference*, (Almería, Spain, 23-26 de sep. de 2025).
- [103] F. S. Caparrini. «SciML». dirección: <https://www.cs.us.es/~fsancho/Blog/posts/SciML/>.
- [104] S. Lumbreras, D. Tejada y D. Elechiguerra, «Explaining the solutions of the unit commitment with interpretable machine learning», *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 160, pág. 110 106, 2024. dirección: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061524003272>.
- [105] T. Hey, S. Tansley, K. M. Tolle et al., *The fourth paradigm: data-intensive scientific discovery*. Microsoft research Redmond, WA, 2009, vol. 1. dirección: https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2009/10/Fourth_Paradigm.pdf.
- [106] F-Chart Software. «\$SaveTable». dirección: https://fchart.com/ees/eeshelp/_savetable.htm.
- [107] MathWorks. «What is a MATLAB GUI?» Dirección: <https://www.mathworks.com/discovery/matlab-gui.html>.
- [108] GeeksforGeeks. «Find Intersection of all Intervals». dirección: <https://www.geeksforgeeks.org/dsa/find-intersection-of-all-intervals/>.

- [109] J. R. R. A. Martins y A. Ning, *Engineering Design Optimization*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, ene. de 2022. dirección: <https://mdobook.github.io>.
- [110] F-Chart Software. «MATLAB. (Macro Commands)». dirección: <https://fchartsoftware.com/ees/eeshelp/hs4150.htm>.
- [111] Mathworks. «MATLAB Report Generator». dirección: <https://www.mathworks.com/help/rptgen/index.html>.
- [112] A. Ramos, P. Sánchez, J. M. Ferrer y S. Wogrin, *Modelos matemáticos de optimización*. ICAI, 2013. dirección: <https://pascua.iit.comillas.edu/aramos/IO2425.htm>.
- [113] Engineering Equation Solver. «Multidimensional optimization». dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=jqrU1V-GPA8>.
- [114] Wikipedia. «Narendra Karmarkar». dirección: https://en.wikipedia.org/wiki/Narendra_Karmarkar.
- [115] M. D. Buhmann, R. Fletcher, A. Iserles y P. Toint, «Michael J. D. Powell. 29 July 1936—19 April 2015», *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*, vol. 64, págs. 341-366, 2018. eprint: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rsbm.2017.0023>. dirección: <https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rsbm.2017.0023>.
- [116] F-Chart Software. «Conjugate Directions method». dirección: https://www.fchart.com/ees/eeshelp/direct_search__conjugate_directions__method.htm.
- [117] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling y B. P. Flannery, *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*, 3.^a ed. Cambridge University Press, 2007. dirección: <https://numerical.recipes/book.html>.
- [118] A. García, F. García, A. López, G. Rodríguez y A. de la Villa, *Cálculo I. Teoría y Problemas de Análisis Matemático en una Variable*. CLAGSA, 2007.
- [119] J. J. O'Connor y E. F. Robertson. dirección: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Taylor/>.
- [120] J. J. O'Connor y E. F. Robertson. «Ludwig Otto Hesse». dirección: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hesse/>.
- [121] F-Chart Software. «Variable Metric Optimization Method». dirección: https://fchartsoftware.com/ees/eeshelp/variable_metric_optimization_method.htm.
- [122] F-Chart Software. «Quadratic Approximations Optimization Method». dirección: https://fchartsoftware.com/ees/eeshelp/quadratic_approximations_optimization_method.htm.
- [123] F-Chart Software. «Nelder-Mead Simplex Method». dirección: https://fchartsoftware.com/ees/eeshelp/nelder_mead_simplex_method.htm.
- [124] M. H. Wright, «Nelder, Mead, and the other simplex method», págs. 271-276, 2012. dirección: <https://ems.press/content/book-chapter-files/27370>.
- [125] S. Senn, «John Ashworth Nelder. 8 October 1924—7 August 2010», *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*, vol. 67, págs. 307-326, ago. de 2019.
- [126] S. Gilmour, «Roger Mead, 1938–2015», *Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society*, vol. 179, n.º 1, págs. 316-318, dic. de 2015. eprint: https://academic.oup.com/jrsssa/article-pdf/179/1/316/49347944/jrsssa_179_1_316.pdf. dirección: <https://doi.org/10.1111/rssa.12242>.
- [127] J. A. Nelder y R. Mead, «A Simplex Method for Function Minimization», *The Computer Journal*, vol. 7, n.º 4, págs. 308-313, ene. de 1965. eprint: <https://academic.oup.com/comjnl/article-pdf/7/4/308/1013182/7-4-308.pdf>. dirección: <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>.

- [128] D. J. Garrido Prados, «Aplicación del método Nelder-Mead para la optimización del intervalo de mantenimiento preventivo», Tesis de mtría., Universidad de Sevilla, 2022. dirección: <https://biblus.us.es/bibing/proyectos/abreproy/72353/fichero/TFM-2353+Garrido+Prados,+D..pdf>.
- [129] H. P. Gavin, «The Nelder-Mead Simplex Algorithm in Two Dimensions», *CEE 201L Uncertainty, Design and Optimization*, vol. 3, 2023. dirección: <https://people.duke.edu/~hpgavin/cee251/Nelder-Mead-2D.pdf>.
- [130] M. Chen. «Nelder Mead Algorithm Animation». dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=j2gcuRVbwR0>.
- [131] J. J. O'Connor y E. F. Robertson. «Rudolf Otto Sigismund Lipschitz». dirección: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lipschitz/>.
- [132] F-Chart Software. «Genetic Method». dirección: https://www.fchart.com/ees/eeshelp/genetic_method.htm.
- [133] F-Chart Software. «DIRECT Optimization Algorithm». dirección: <https://fchartsoftware.com/ees/eeshelp/hs637.htm>.
- [134] Calhoun: The NPS Institutional ArchiveDSpace Repository. «Resume of Bruno Otto Shubert, 1984-01». dirección: <https://calhoun.nps.edu/entities/publication/ab6c02fa-1e49-45a2-aa6e-cb16bda143de>.
- [135] D. R. Jones, C. D. Perttunen y B. E. Stuckman, «Lipschitzian optimization without the Lipschitz constant», *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 79, n.º 1, págs. 157-181, oct. de 1993.
- [136] S. P. Boyd y L. Vandenberghe, *Convex optimization*, L. Vandenberghe, ed. Cambridge University Press, 2023. dirección: https://web.stanford.edu/~boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf.
- [137] J. M. Gablonsky, «DIRECT Version 2.0 User Guide», North Carolina State University, Department of Mathematics, Center for Research in Scientific Computation, Box 8205, Raleigh, NC 27695-8205, inf. téc., abr. de 2001, 18 de abril de 2001.
- [138] D. R. Jones y J. R. R. A. Martins, «The DIRECT algorithm: 25 years Later», *Journal of Global Optimization*, vol. 79, n.º 3, págs. 521-566, 1 de mar. de 2021. dirección: <https://doi.org/10.1007/s10898-020-00952-6>.
- [139] M. Alfonsaca, *Evolución biológica y evolución cultural en la historia de la vida y del hombre*. CEU Ediciones, 2017.
- [140] M. Alfonsaca. «¿Qué dice la teoría de la evolución?» Dirección: <https://divulciencia.blogspot.com/2025/04/que-dice-la-teoria-de-la-evolucion.html>.
- [141] F. S. Caparrini. «Algoritmos Genéticos». dirección: https://www.cs.us.es/~fsancho/Blog/posts/Algoritmos_Geneticos.md.html.
- [142] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press, 1992.
- [143] A. Galindo Corvillo José Luis ; Carnicero López, «Optimización mediante algoritmosgenéticos: aplicación al diseño de celosías», *Anales de mecánica y electricidad*, págs. 40-50, 2003. dirección: https://www.iit.comillas.edu/documentacion/revista/IIT-03-108R/Optimizaci%C3%B3n_mediante_algoritmos_gen%C3%A9ticos:_Aplicaci%C3%B3n_al_dise%C3%B1o_de_celos%C3%ADas.pdf.
- [144] M. Alfonsaca, «Genetic algorithms», *ACM SIGAPL APL Quote Quad*, vol. 21, n.º 4, págs. 1-6, 1991.
- [145] P. Charbonneau et al., «An introduction to genetic algorithms for numerical optimization», *NCAR Technical Note*, 2002. dirección: <https://www.hao.ucar.edu/modeling/pikaia/tutorial.php#sec1>.

- [146] Long-term Solar Variability Section/High Altitude Observatory. «PIKAIA 1.2». dirección: <https://www.hao.ucar.edu/modeling/pikaia/pikaia.php>.
- [147] Pacto Mundial. «17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)». dirección: <https://www.pactomundial.org/que-puedes-hacer-tu/ods/>.
- [148] Naciones Unidas. «Objetivos de Desarrollo Sostenible». dirección: <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/news/communications-material/>.

