UNIVERSIDAD PONTIFICIA DE COMILLAS.

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES.

MÉTODOS CONDICIONALES Y NO CONDICIONALES PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VOLATILIDAD Y SU IMPLICACIÓN EN EL RIESGO DE MERCADO Y EN LA GESTIÓN DE CARTERAS DE RENTA VARIABLE.

Autor: Ignacio Jiménez Navarro.

Director: Cecilio Moral Bello.

Madrid.

Junio 2015.

Dedicatorias:

A todos los profesores de la Universidad Pontificia de Comillas, ya que sin su ayuda no habría adquirido el conocimiento necesario para llegar hasta aquí.

A mi familia, por su apoyo incondicional y el esfuerzo realizado día a día.

A AM por ayudarme a ver las cosas de manera diferente.

ÍNDICE SIMPLE.

ÍNDICE DETALLADO.

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.

Abstract:

This paper focuses on different methods of estimating volatility and the impact of those models in Portfolio Selection and Market Risk. In addition, this paper also covers different methods to obtain Value at Risk and other fundamental tools for Risk Management Purposes.

Abstracto:

Este trabajo se centra en los diferentes métodos para el cálculo de la volatilidad, la implicación de los mismos en la selección de carteras y el riesgo de mercado. Además también se analizan detenidamente métodos de valoración y herramientas de riesgos financieros.

Keywords: Finance, Volatility, Unconditional Volatility, Financial Engineering, Risk Management, GARCH(1,1), Portfolio Management, Value at Risk, Basel II, Back testing.

I. Resumen.

Este artículo analiza las principales características de los métodos de estimación de la volatilidad y sus implicaciones fundamentales en diversos campos financieros como la selección de carteras o el Riesgo de Mercado.

Tras el análisis de las diferentes formas de estimación, se realiza un análisis completo de cómo influye utilizar un Modelo Condicional y No Condicional en la selección de activos y que efectos genera un Modelo GARCH (1,1) en la diversificación para un inversor.

Por último, se hará especial hincapié en medidas como el Valor en Riesgo (VaR) y el Expected Shortfall que nos permiten determinar el Capital Económico y Regulatorio de una cierta empresa, y las medidas de control de ambas medidas por el proceso de BackTesting.

This paper analyses the main implications and characteristics of the different methods of estimating volatility and their main implications in different fields of finance like Portfolio Management and Market Risk.

After the introduction of the different methods, we will analyze in which ways an investor should use one method or another and their main effect on diversification.

Finally, we will review the main procedures of estimating Value at Risk and Expected Shortfall, how to determine Economic and Regulatory Capital, and Backtesting procedures.

II. Objetivo.

El objetivo de este trabajo de investigación consiste en detectar y analizar cuáles son las fórmulas más utilizadas para analizar la volatilidad y el riesgo de los mercados, como afectan las fórmulas de cálculo a los diferentes parámetros, a la construcción de carteras y a las medidas de pérdidas como el VaR, la relación entre las posiciones de mercado y posteriormente establecer una conclusión relevante para los diferentes modelos.

El mundo financiero parte de la base de que para la obtención de un cierto nivel de rentabilidad es necesario asumir un determinado nivel de riesgo. Sin embargo, esta relación no es estable y constante a lo largo del tiempo sino que depende de una serie de parámetros y expectativas respecto a la evolución de los activos, evolución de los mercados financieros en su conjunto, factores exógenos como conflictos, tratados comerciales, relaciones internacionales, entre otras.

Todas estas condiciones hacen que los mercados financieros tengan periodos de alto nivel de riesgo e incertidumbre, como períodos de calma en función de las expectativas a futuro.

Es por ello, que se hace necesario utilizar formas diferentes al cálculo tradicional de volatilidad en los mercados que reflejen la tendencia y el nivel de riesgo percibido en un momento puntual.

III. Metodología.

Dado que el objetivo de este trabajo consiste en determinar un marco teórico sobre cuáles son los métodos fundamentales de determinación de la volatilidad, nos permite una vez expuestos los principios fundamentales, aplicar dichos fundamentos a diferentes ámbitos de la vida profesional.

Las explicaciones se hacen mediante demostraciones y desarrollos matemáticos que demuestran la complejidad del actual mundo financiero así como por ejemplos que permiten ver aplicados los diferentes conceptos a los problemas concretos.

Para la obtención de datos y su procesamiento se han utilizado diferentes bases de datos como GRETLS, STATA, BLOOMBERG, REUTERS, entre otros.

Igualmente, se han consultado y estudiado una amplia bibliografía de la variada materia objeto de este trabajo con especial énfasis en Riesgos Financieros y Cálculo.

IV. Estado de la Cuestión.

En la actualidad, la gestión y análisis de riesgos financieros, es un tema de gran relevancia tanto por las consecuencias de la Crisis Financiera de 2007 como por el esfuerzo que están realizando los agentes reguladores para crear un marco teórico y regulatorio adaptado a la nueva situación.

Debido a esta realidad, creemos necesario realizar un trabajo de investigación que permita enmarcar esta nueva tendencia regulatoria bajo los procedimientos y aspectos técnicos más utilizados en el cálculo del Riesgo de Mercado.

V. Partes del Trabajo.

El trabajo de investigación se divide en cuatro partes fundamentales:

1. *Métodos de determinación de la volatilidad: Repaso de Modelos Condicionales y No Condicionales. Ejemplos de estimación y conclusiones.*
2. *Métodos de Selección de Carteras de dos y tres activos: Construcción de carteras de renta variable mediante un Método GARCH (1,1) y un Método de Volatilidad Tradicional. Análisis de Markowitz. Análisis de Tobin. Análisis de la Cartera por Ratio de Sharpe.*
3. *Métodos de Gestión y Control del Riesgo de Mercado: Tipología de Riesgos, cuantificación del riesgo financiero, diferencias de cálculo del Valor en Riesgo, proceso de control, diferencias entre medidas de Riesgo de Mercado. Conclusiones y valoración sobre selección de carteras.*
4. *Conclusión: Resumen sobre los diferentes procesos y elaboración de conjunto de recomendaciones metodológicas.*

VI. Estudio de Campo.

El objetivo del trabajo consiste en presentar las diferencias entre los métodos de selección y análisis de riesgo e identificar cual es el método idóneo en función de las circunstancias.

Para cumplir con dicho objetivo, hemos realizado un extenso análisis de los diferentes campos de riesgos financieros, consultado numerosas bases de datos como Bloomberg, o Reuters, realizado modelos econométricos por medio del programa GRETL, hablado con agentes del mundo financiero relacionados con el campo objeto de estudio, e intentando aplicar una visión crítica a la realidad para establecer conclusiones.

"Hay que refundar el capitalismo sobre bases éticas, las del esfuerzo y el trabajo, las de la responsabilidad, porque hemos pasado a dos dedos de la catástrofe".

Nicolas Sarkozy 2007.

VII. Formas de determinación de la volatilidad.

1. ¿Qué hace que necesitemos estimar la volatilidad?

La utilidad del proceso de estimación de la volatilidad reside en que esta medida es crítica para diferentes aspectos del mundo financiero como la Gestión de Carteras, la Gestión de Riesgos (tanto en Riesgo de Mercado, Liquidez, Operacional, entre otros), para operaciones de compra y venta de volatilidad en los mercados de opciones, para la determinación del Capital Regulatorio y Económico aprobado por Basilea II, entre otros.

Podemos resumir su aplicación fundamental en los siguientes campos:

1. En la aplicación en el modelo de selección de carteras: ya desde la publicación de Selección de Carteras de Markowitz (The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.) la volatilidad ha sido un input fundamental a la hora de determinar carteras eficientes (Las carteras eficientes son aquellas que para un nivel de rentabilidad ofrecen el riesgo mínimo y viceversa, para un nivel de riesgo mínimo ofrecen la máxima rentabilidad) permitiendo al inversor tener un criterio objetivo en la selección de títulos y carteras de activos.

2. En la selección y gestión de riesgos: La determinación de la volatilidad es fundamental para la elección de operar en un cierto mercado u otro, la gestión del Riesgo de Mercado, la gestión de medidas del riesgo como el Value-at-Risk, estrategias de cobertura con opciones financieras, entre otras.

3. Realización de los Test de Estrés y la simulación de escenarios: La volatilidad y sus variantes, son parte fundamental del proceso de determinación del capital adecuado que tienen que tener las Entidades Financieras a modo de reserva tal y como determinan organismos reguladores como la FED, Banco Central Europeo, el Comité de Basilea.

4. Actividades Especulativas: Muchos fondos de gestión alternativa y otras instituciones como fondos soberanos, realizan actividades de compra y venta de volatilidad como una de sus fuentes de generación de utilidad para el accionista.

5. Eficiencia de Mercado: La estimación adecuada de la volatilidad permite lograr que los mercados sean más eficientes por medio de operaciones de arbitraje. El objetivo de los agentes es realizar operaciones entre la volatilidad estadística e implícita haciendo que los niveles de precio sean acordes al nivel de riesgo percibido en el mercado.

2. Los modelos clásicos de la volatilidad: Modelos constantes y modelos condicionales.

Los Modelos Constantes: son aquellos que se refieren a la volatilidad no condicionada de un proceso de retornos financieros.

La principal característica de este tipo de modelo es la siguiente:

- Es un modelo de carácter homocedástico (Fabozzi, F., Focardi, S., Jašić, T., Mittnik, S. and Rachev, S. (2007). *Financial econometrics*. Hoboken, NJ: Wiley.), es decir, es un modelo donde la varianza de los errores al cuadrado permanece constante de la siguiente manera:

$$Var\left(\frac{u_i}{X}\right) = \sigma^2 \ \forall t$$

$$Var(u_i) = \sigma^2$$

$$\sigma; \sigma^2 \rightarrow Constante\ en\ t$$

Modelos Condicionales: son aquellos donde la desviación típica y la varianza de los errores al cuadrado son condicionales al momento t. En este caso, la volatilidad seria analizada para ese momento t y por tanto no sería constante en el tiempo y todos los datos obtenidos en el pasado no se consideración como observación de la variable aleatoria actual. (Tsay, R. (2002). *Analysis of financial time series*. New York: Wiley.)

- Son modelos heterocedásticos, es decir, su varianza-volatilidad de errores al cuadrado no es constante para todas las observaciones de la muestra que estamos considerando.

La varianza por tanto está condicionada por el periodo considerado y varía en función de la muestra observada. (Introducción a la Econometría; Francisco Javier Trívez Bielsa 468-467).

Puede existir sin embargo, una modelo condicional que no sea homocedástico pero que, sin embargo, la varianza subyacente que no depende del tiempo si sea constante.

Esta situación se explica de manera correcta en los Modelos GARCH donde tenemos una varianza a largo plazo constante y una varianza condicionada dependiente del tiempo.

Al ser modelos heterocedásticos, los estimadores de los parámetros poblacionales siguen siendo lineales, insesgados y eficientes, sin embargo, la varianza ya no es un estimador insesgado sino que adquiere un carácter sesgado. A partir de este momento ofrece sobrestimaciones e infraestimaciones de manera consistente.

- En los Modelos Condicionales como el Modelo GARCH (1,1), en el momento $t = T$,la varianza es conocida en valor ya que para su determinación se han usado los valores pasados y por tanto, ya no son necesarios en su utilización para periodos posteriores. Un ejemplo de este tipo de modelos es el Modelo GARCH o el Modelo Exponencial que explicaremos de manera posterior.

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha R_t^2 + \beta \sigma_t^2$$

$$El\ valor\ de\ t+1\ viene\ determinado\ por\ t\ y\ no\ necesitamos\ t-1, t-2\ puesto\ que\ están\ incorporados\ ya\ en\ t.$$

- Estos modelos, permiten explicar de mejor manera las tendencias y sentimientos del mercado que los Modelos No Condicionales, puesto que el valor de la volatilidad fluctúa y no todas las muestras tienen el mismo peso según el momento temporal. Al no tener el mismo peso el modelo captura mejor las condiciones del mercado.

Los Modelos Condicionales se van a caracterizan por asumir que los rendimientos de los activos siguen una Distribución Condicional Normal en el tiempo (Modelos ARCH univariantes y multivariantes Alfonso Novales Departamento de EconomÌa Cuantitativa Universidad Complutense Septiembre 2013). Al seguir una Distribución Condicional Normal podemos caracterizar la distribución por su momento de orden uno, la media condicional, y su momento de orden dos, la varianza condicional.

Esperanza condicional:

$$E(Y|X=x) = \int y dF_{Y|X=x}(y) = \begin{cases} \sum_y y f_{Y|X=x}(y) & \text{si } Y \text{ es discreta} \\ \int_y y f_{Y|X=x}(y)\, dy & \text{si } Y \text{ es continua} \end{cases}$$

(Media Condicional: Fuente U3CM)

Ecuación 1: Media y Varianza Condicional

Varianza condicional: se define como la varianza de las distribuciones condicionadas,

$$\begin{aligned} V(Y|X=x) &= \sigma^2(x) \\ &= E(Y - E(Y|X=x)|X=x)^2 \\ &= \int (y - E(Y|X=x))^2 dF_{Y|X=x}(y) \\ &= E(Y^2|X=x) - E(Y|X=x)^2 . \end{aligned}$$

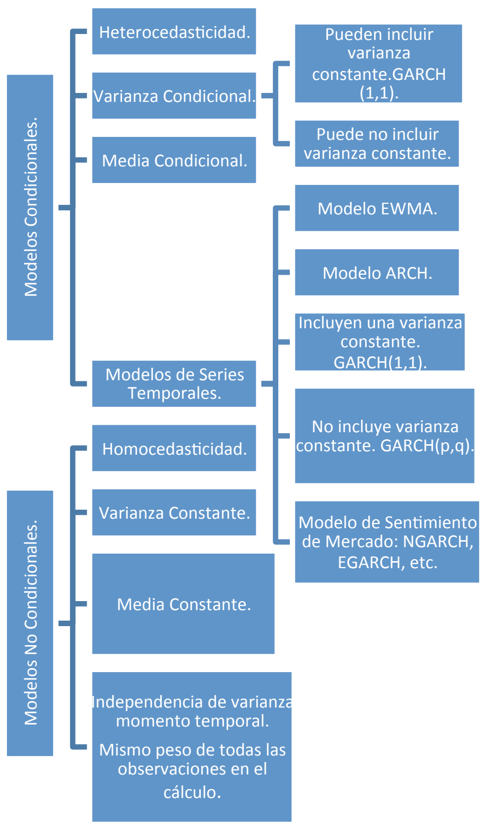
(Varianza Condicional: Fuente U3CM)

Para estos modelos no se puede usar el análisis ordinario ni los Métodos de Regresión Lineal por Mínimos Cuadrados debido a que estos asumen la propiedad de la homecedasticidad, mientras que, como hemos dicho anteriormente nuestro modelo es heterocedástico.

Por tanto, tendremos que usar otro tipo de modelos econométricos que capten mejor las especialidades de nuestros datos como son las Series Temporal

3. Resumen de la diferencia de modelos: Modelos Condicionales y No Condicionales.

Ilustración 1: Varianza Condicional y No Condicional.



4. Introducción a los rendimientos de los activos: Teoría y conceptos del movimiento de precios.

Los precios de los activos, pueden ser observados en el pasado y en el presente, sin embargo, no es posible su determinación en el futuro debido a que es comúnmente asumido que los precios de los activos siguen una distribución aleatoria. Este comportamiento ya es analizado en los trabajos de Louis Bachelier ("Théorie de la Spéculation" (1900)) quien propuso en 1905 el concepto de Paseo Aleatorio de los precios mediante su modelización por medio del Movimiento Browniano.

A partir de los trabajos anteriores, se siguieron realizando numerosos trabajos que trataban de analizar el comportamiento de la evolución de precios como Holbrook Working (A Random Difference Series for Use in the Analysis of Financial Time Series), E. Fama (The Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York, N.Y. December, 28-30, 1969), entre otros.

Estos trabajos (E. Fama (The Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York, N.Y. December, 28-30, 1969)) proponen que los precios son el resultado de la incorporación de la información disponible sobre el activo en el momento t de la siguiente manera:

$$E((p_{j,t+1} \,/\, \varphi\_t)$$

Dónde:

$$p = precio\ del\ activo. p_j = precio\ del\ activo\ en\ el\ momento\ j.$$

$$\varphi_t = Toda\ la\ información\ disponible\ sobre\ el\ activo\ en\ el\ momento\ actual.$$

$$E((p_{j,t+1} \,/\, \varphi\_t) = Valor\ esperado\ del\ activo\ con\ la\ información\ incorporada.$$

Además introducen el concepto de Mercado Eficiente como aquel, donde los precios están correctamente valorados y ningún agente puede obtener un rendimiento superior ajustado al riesgo, siendo por ello ineficaces la utilización de los métodos de análisis técnico y fundamental en la valoración de acciones.

Retornos de los activos financieros.

Una vez que hemos hecho una introducción en la evolución de las teorías sobre el comportamiento de los precios de los activos financieros, podemos analizar las diferentes distribuciones que se han intentado utilizar a lo largo de la historia así como la Distribución Logarítmica que, por sus propiedades, es la distribución óptima y comúnmente aceptada para la modelización financiera.

Antes de proponer su utilización vamos a explicar la principal divergencia y la causa de no utilización de la Distribución Normal:

- Utilización de la Distribución Normal: La Distribución Normal, es una de las distribuciones más utilizadas debido a la deseabilidad de sus principales propiedades como a su facilidad de cálculo y manejo. Esta distribución, sin embargo, presenta ciertas deficiencias a la hora de modelizar los retornos financieros debido a su simetría.

  Al ser una distribución simétrica, cualquier movimiento extremo de la acción ya sea alcista o bajista, debe ser correspondido por un movimiento similar de igual magnitud pero contrario. Por ejemplo, si suponemos que una acción tiene un valor de 15 € en un cierto mercado, esta puede aumentar su valor hasta los 50 € pero no puede descender hasta valer -20 € por tanto, simular las acciones de manera simétrica supondría u grave problema quedando invalidada esta forma de aproximación y teniendo que buscar métodos alternativos.
- Utilización de la Distribución Logarítmica Normal: Una distribución Logarítmica Normal, es aquella donde el logaritmo natural de la variable se distribuye de manera normal. La Distribución Logarítmica Normal permite

superar el principal problema respecto a la simetría de la Distribución Normal ya que esta distribución está limitada en cero y es simétrica a la derecha.

Esta distribución se caracteriza por tener la esperanza y la varianza definidas de la siguiente manera:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\right)$$
$$Var(X) = \exp\,(2(\mu + \sigma^2) - \exp\,(2\mu + \sigma^2)$$

Teniendo además las siguientes propiedades:

1. Solo puede tomar valores positivos.
2. Al igual que la Distribución Normal está definida por la media y la varianza.
3. Tiene simetría a la derecha. Es decir tiene Skewness postiva.

5. Volatilidad Tradicional No Condicionada: Desviación Típica respecto a la media.

Varianza no Condicional: Introducción.

Una vez que hemos determinado la forma de comportamiento de los activos, podemos analizar y determinar la volatilidad no condicionada del mercado donde:

$$\frac{\mathrm{S(t = 1)}}{\mathrm{s(t = 0)}} \rightarrow \ln\left(\frac{S(t = 1)}{S(t = 0)}\right) = Retorno\ Logarítimico$$

$$Media\ Muestral\ = \frac{\sum_{i=i}^{N}\ x_1 \ldots\ldots x_n}{N}$$

$$Varianza\ Poblacional = \sqrt{\frac{\sum_{i=i}^{N}\ (x - \mu)^{\,2}}{N}}$$

$$X = Valor\ X\ de\ la\ Población.\ \mu = Media\ Poblacional.$$

$$N = Tamaño\ de\ la\ Población.$$

En general en el mundo financiero y en el resto de aplicaciones estadísticas, es común no utilizar toda la población ya que muchas veces no disponemos del conjunto total de datos. En otras ocasiones, a pesar de poder disponer de los datos puede que exista un coste económico elevado en su utilización, computación y manejo.

Por ello, para el análisis de datos muchas veces se utiliza una muestra como aproximación utilizando la media muestral y la cuasivarianza como estimadores insesgados de los valores poblacionales.

$$Media\ Muestral = \frac{\sum_{i=i}^{n} \ x_1 \ldots\ldots x_n}{n}$$

$$Varianza\ Muestral\ (Suponemos\ Cuasivarianza) = \sqrt{(\frac{\sum_{i=i}^{n} \ (x - \bar{x})^{\ 2}}{n-1})}$$

$$X = Valor\ X\ de\ la\ Muestra. \bar{x} = Media\ Muestra\text{ñ} . n = Tama\text{ñ}o\ de\ la\ Muestra.$$

Como podemos ver, al tamaño de la muestra se le resta una unidad con el objetivo de que el estimador de la varianza poblacional tenga las condiciones deseables de los estimadores, en este caso, al restar una unidad conseguimos que la varianza muestral (suponemos cuasivarianza) sea un estimador insesgado de la varianza poblacional.

Ajustes de la varianza muestral.

Atendiendo a John C.Hull (Hull, J. (2008). *Options, futures and other derivatives*. Harlow: Prentice Hall) podemos hacer una serie de simplificaciones en el cálculo de la varianza muestral sin que afecten de manera importante al resultado final:

1. Podemos suponer que la media muestral de los rendimientos logarítmicos es igual a cero.

$$\bar{x} = 0$$

2. Podemos sustituir n-1 por cuando el tamaño es lo suficientemente grande.

$$n - 1 = n$$

Por ello, si atendemos a estas simplificaciones el cálculo de la varianza quedaría de la siguiente manera:

$$Varianza\ Muestral\ Simplificada\ = \sqrt{(\frac{\sum_{i=i}^{n}\ (x)\ ^2}{n})}$$

Volatilidad Anualizada.

Mediante los cálculos anteriores, lo que realmente calculamos es la varianza y la volatilidad diaria, para convertir estos valores en valores anuales tenemos que hacer la siguiente operación:

$$\text{Varianza Anual}= \sigma\ _{diaria}^{2}\sqrt{252}$$

En el caso de que utilicemos datos con frecuencia semanal tendremos que utilizar la siguiente fórmula:

$$Varianza\ Anual =\ \sigma\ _{semanal}^{2}\sqrt{52}$$

Mediante este proceso, podemos analizar y comprar activos entre si ya que estamos utilizando la misma frecuencia de medida, sin embargo, si utilizáramos comparaciones de datos diarios frente a semanales generaríamos un sesgo en los datos y problemas con los resultados del análisis.

6. Resumen del proceso de homogenización y comparación de activos con varianza no condicional.

1. Calcular la rentabilidad logarítmica de los retornos de cada uno de los activos.
2. Calcular la varianza diaria y volatilidad diaria de los retornos para cada uno de los activos.
3. Anualizar la rentabilidad de los retornos de cada uno de los activos para que se pueda realizar una comparación adecuada y efectiva.
4. Anualizar las varianzas y volatilidades para el mismo proceso temporal para que se pueda realizar una comparación adecuada y efectiva.

En el siguiente ejemplo, podemos ver una comparación de diferentes activos teniendo en cuenta que se ha homogeneizado la volatilidad y los rendimientos. Al realizar dicho análisis mediante la comparación se puede extraer ciertas conclusiones relevantes sobre el comportamiento de los activos.

Homogeneización.	EDF	Solvay	Credit Agricole
Rentabilidad Anualizada.	29,32%	2,73%	20,95%
Riesgo Anualizado Método histórico.	24,70%	21,72%	30,33%
Periodo.	Dos Años	Dos Años	Dos Años

Fuente: Elaboración Propia.

Atendiendo a los resultados de la tabla, vemos que la mejor relación rentabilidad-riesgo del periodo la tiene EDF frente al resto de activos de renta variable.

Este proceso de homogenización de activos para poder comparar sus rendimientos, es un paso fundamental para las implicaciones en la gestión de carteras que veremos de manera posterior.

7. Ejemplo: Cálculo de la volatilidad tradicional del tipo de cambio EUR/USD.

1. Determinación de los Retornos Logarítmicos de la distribución donde:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^2\right)$$

$$Var(X) = \exp\left(2(\mu + \sigma^2\right) - \exp\left(2\mu + \sigma^2\right)$$

$$\frac{\mathrm{S(t{=}1)}}{\mathrm{s(t{=}0)}} \rightarrow \ln\left(\frac{S(t=1)}{S(t=0)}\right) = Retorno\ Logarítimico.$$

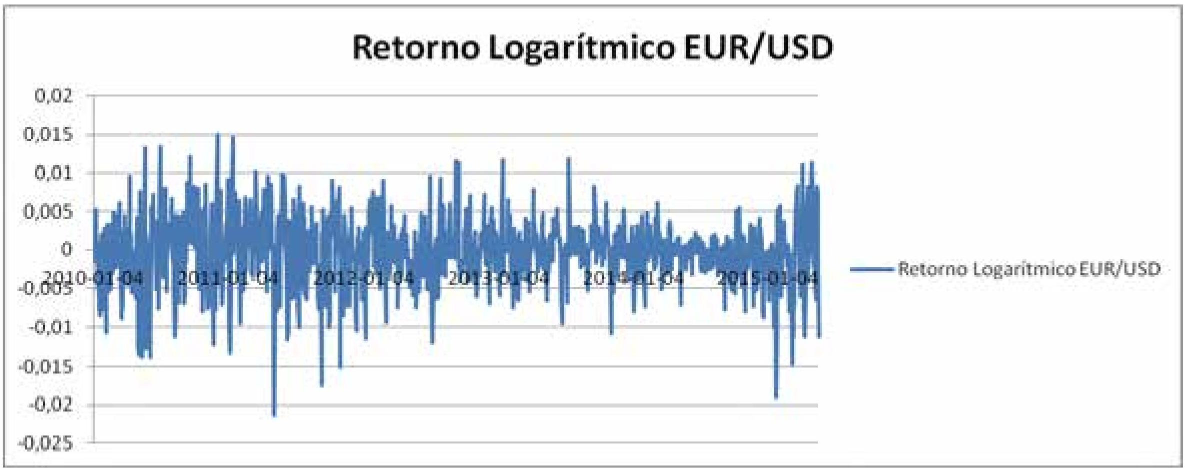


Ilustración 2: Retorno EUR/USD Varianza No Condicional

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

2. Cálculo de la volatilidad diaria: Se calcula por la fórmula determinada anteriormente utilizando los retornos logarítmicos y quedaría reflejada de la siguiente manera:

$$Varianza\ Muestral = \sqrt{\sum_{i=i}^{n} \left(\frac{(x-\bar{x})^{2}}{n-1}\right)}$$

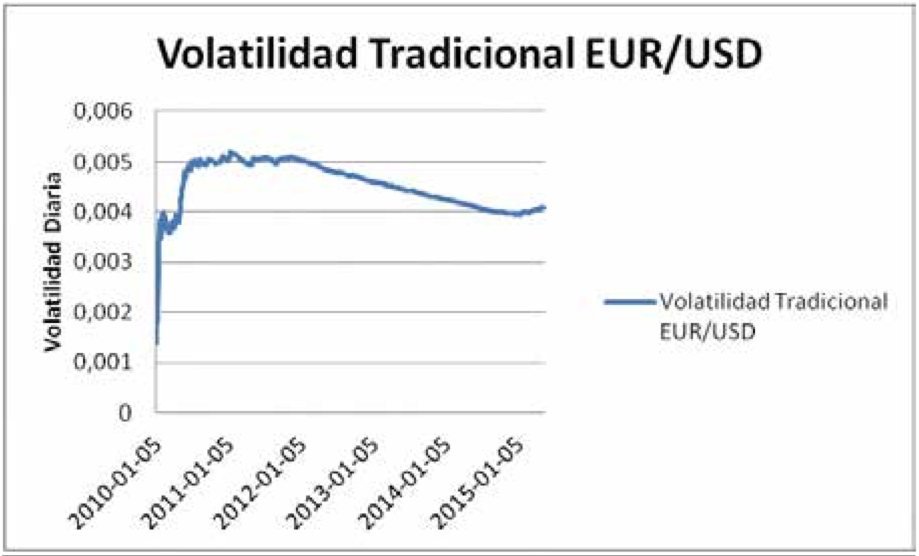


Ilustración 3: Varianza Tradicional EUR/USD

Fuente: Elaboración Propia. Datos Bloomberg.

3. Determinación de la volatilidad Anualizada:

$$\text{Varianza Anual} = \sigma^{2}_{diaria}\sqrt{252}$$

Volatilidad Anualizada	6,51502%

8. Modelos condicionales e implantación de la volatilidad y correlación.

Los Modelos Condicionales, surgen de manera posterior a los modelos analizados en el epígrafe anterior, y comienzan a desarrollarse por la aparición de sistemas de procesamiento de datos más rápidos, mejora de la computación, desarrollo de la ciencia econométrica, importancia de la cuantificación del riesgo, entre otros factores.

El primer Modelo Condicional fue el Modelo ARCH fue propuesto por Engle en 1982 en su obra: Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, durante su estancia en la London School of Economics y a partir de ahí se desarrollaron numerosos modelos mejorados como el GARCH, EGARCH, entre otros.

Antes de comenzar a analizar los diferentes modelos es necesario establecer una serie de condiciones de consistencia entre la frecuencia de los datos y las características temporales del modelo.

- En los modelos temporales, se necesita una gran frecuencia de datos generalmente diarios, ya que si no podemos obviar las agrupaciones de volatilidad que son la base fundamental y causa del desarrollo de este modelo.
- En otras ocasiones, se pueden generar sesgos y errores de especificación de manera contraria, utilizando una frecuencia de datos excesiva cuando el modelo es a largo plazo como en un Modelo GARCH (p,q). Si utilizamos una amplia cantidad de datos para modelos donde no es necesaria dicha cantidad podemos caer en errores de estimación, errores en la muestra, “ruido”, entre otros.

Por tanto, tenemos que tener en cuenta el horizonte temporal para el que necesitamos estimar la volatilidad ya que en modelos de predicción de la volatilidad a largo plazo no tiene sentido utilizar datos de alta frecuencia, mientras que en los modelos de estimación de riesgos a corto plazo su utilización es un factor crítico del modelo.

Modelo ARCH: Primer Modelo de Carácter Condicional.

El modelo ARCH como dijimos anteriormente fue el primer modelo de Volatilidad Condicional publicado a través de los estudios de Engel (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation).

Este modelo se caracteriza por cumplir las siguientes características:

1. Modelo Auto regresivo: El valor actual de la variable dependiente depende de los valores anteriores de la misma.
2. Modelo Condicional: Se explicó anteriormente en la introducción a los modelos de volatilidad condicional.
3. Modelo Heterocedástico: Caracterizado por la varianza no constante de los errores al cuadrado como también se explicó anteriormente.

Una vez especificadas sus características o podemos definir un Modelo ARCH general de la siguiente manera:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma\_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \varphi_i y_{t-1}^2$$

Dónde:

ε_t : es el comúnmente denominado ruido blanco que tiene que cumplir las siguientes características:

$$E(\varepsilon_t)=0$$

$$Var(\varepsilon_t)=\sigma_\varepsilon^2$$

$$Cov(t,t\text{-}j)=0$$

Dónde:

La Covarianza *Cov(*t,t-j)=0 : representa el grado de relación lineal existente entre los momentos t y el momento t-j. En este caso, la relación lineal es nula sin embargo, tal y como específica Engle en su propio trabajo pueden existir otras relaciones de carácter no lineal.

$\omega > 0$ *y* $\varphi_i i > 0$ y además como posteriormente analizaremos con el modelo GARCH la suma de $\omega + \varphi_i < 1$ para que el modelo tenga carácter consistente ya que en cualquier otro caso no se recogería el comportamiento de reversión al valor no constante en el tiempo.

ω : incluye la varianza constante no condicional que no se modifica en función del periodo objeto de análisis.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \varphi_i y_{t-1}^2$$

φ_i Es el peso del factor ponderado del periodo anterior al periodo analizado e y_{t-1}^2 es el factor del que depende fundamentalmente la varianza en el periodo t.

Modelo GARCH (1,1) de varianza y volatilidad no constante.

Es el modelo más comúnmente utilizado en los mercados financieros como forma de determinar que la volatilidad de un activo a corto plazo.

Este modelo se caracteriza por la dependencia de la varianza condicional de la información del periodo anterior, es decir, es un modelo que tiene en cuenta la tendencia y asigna una mayor ponderación a los valores más cercanos en el tiempo que a los valores más lejanos.

Podemos generalizar un modelo GARCH (1,1) en su forma más simple de la siguiente manera:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha R_t^{\,2} + \beta \sigma_t^2$$

Dónde:

- ω: $Es\ el\ factor\ que\ incluye\ la\ varianza\ a\ largo\ plazo\ no\ condicionada\ del\ mercado.$
- α: $Es\ el\ peso\ que\ tienen\ los\ retornos\ cuadrados\ anteriores\ en\ la\ determinación\ de\ la\ varianza.$
- β: $Es\ el\ peso\ que\ tiene\ la\ varianza\ del\ periodo\ anterior\ a\ la\ varianza\ que\ estamos\ estimando.$

σ^2=$\gamma lp = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$=Varianza no condicionada del mercado.

Por tanto, podemos rescribir el modelo de la siguiente manera:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1-\alpha-\beta)\sigma^2 + \alpha R_t^{\,2} + \beta\sigma_t^2 = \sigma^2 + \alpha(R_t^{\,2} - \sigma^2) + \beta(\sigma_t^2 - \sigma^2)$$

Al desarrollar la fórmula, podemos llegar a la siguiente conclusión: la varianza del día siguiente a t es igual a la media ponderada de la varianza a largo plazo, el retorno del activo al cuadrado y la varianza del día de hoy.

Otra de las ventajas que tiene este modelo frente a los modelos tradicionales, reside en su capacidad predictiva para dentro de un conjunto de periodos, esta capacidad se puede desarrollar de la siguiente manera:

$$E(\sigma_{t+k}^2) - \sigma^2 = \alpha Et(R_{\,t+k-1}^{\,2} - \sigma^2) + BEt(\sigma_{\,t+k-1}^{\,2} - \sigma^2) = (\alpha+\beta)^{\,k-1} + (\,_{t+1}^{\,2} - \sigma^2)$$

A la hora de realizar predicciones sobre el modelo, tenemos que tener en cuenta la persistencia del mismo, esta persistencia es igual a la suma de $\alpha + \beta$.

$\alpha + \beta \cong 1\ la\ diferencia\ entre\ la\ varianza\ a\ largo\ plazo\ se\ mantiene\ un\ plazo\ mayor\ \ durante\ el\ tiempo.$

$\alpha + \beta < 1\ \ cuanto\ menor\ sea\ la\ suma\ entoncesla\ varianza\ se\ ajusta\ más\ rápidamente\ a\ la\ varianza\ a\ largo\ plazo.$

$Si\ \alpha + \beta > 1\ modelo\ inconsistente\ y\ tendremos\ que\ usar\ otro\ modelo.$

Estimación por Máxima Verosimilitud de los parámetros GARCH (1,1).

Para la estimación del Modelo GARCH (1,1), necesitamos un conjunto de datos que se adapten de manera correcta a la varianza que queremos estimar, sin embargo, contamos con el problema de que la varianza condicional en el momento futuro no es observable, por ello, tenemos que utilizar métodos alternativos como puede ser la utilización de los métodos de Máxima Verosimilitud para la estimación de los parámetros del modelo.

Si asumimos que los retornos R se comportan de la siguiente manera:

$$Rt = \sigma_t^2 Zt \; con \; Zt \sim i.i.d \; N(0,1)$$

Entonces la probabilidad de Rt se corresponde con la función de densidad de una Distribución Normal de la siguiente manera:

$$Para \; un \; elemento \; muestral: \; \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\,(-\frac{R_t^2}{2\sigma_t^2})$$

$$Para \; la \; totalidad \; de \; la \; muestra: \; \prod_{T=1}^{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\,(-\frac{R_t^2}{2\sigma_t^2})$$

Como sabemos, la estimación por Máxima Verosimilitud, es aquella que hace máxima la probabilidad de obtener una muestra dada, por ello, si tenemos en cuenta las propiedades matemáticas tradicionales, la maximización del logaritmo de una función es equivalente a la maximización de la propia función si esta es monótona creciente, por ello, podemos estimar los parámetros asumiendo la siguiente ecuación:

$$MAXlnL = \sum_{t=1}^{T} \left[-\frac{1}{2}\ln(2\pi) - \left(\frac{1}{2}\right)\ln(\sigma_t^2) - (\frac{1}{2})\frac{R_t^2}{2\sigma_t^2} \right]$$

La estimación por Máxima Verosimilitud, tiene la principal ventaja de que conforme aumenta la muestra n hacia infinito el estimador converge con su verdadero valor y las varianzas de los diferentes estimadores son las menores posibles.

A pesar de que no tenemos infinitos valores, una serie diaria de datos de un índice como el S&P 500 o el IBEX 35 tiene una gran cantidad de datos y por ello, podemos asumir que dicha propiedad deseable se cumple en la realidad.

Estimación por máxima verosimilitud cuando la distribución no se comporta de forma normalizada.

La estimación puede realizarse con un procedimiento similar al anterior (Fabozzi, F., Focardi, S., Jašić, T., Mittnik, S. and Rachev, S. (2007). *Financial econometrics*. Hoboken, NJ: Wiley.pg 292-293), sin embargo, será menos precisa que la estimación tradicional.

9. Ejemplo: Determinación por Máxima Verosimilitud de un Modelo GARCH (1,1) Tipo de Cambio EUR/USD.

Determinación de los retornos del periodo:

$$\frac{\mathrm{S}(\mathrm{t}=1)}{\mathrm{s}(\mathrm{t}=0)} \rightarrow \ln\left(\frac{S(t=1)}{S(t=0)}\right)$$

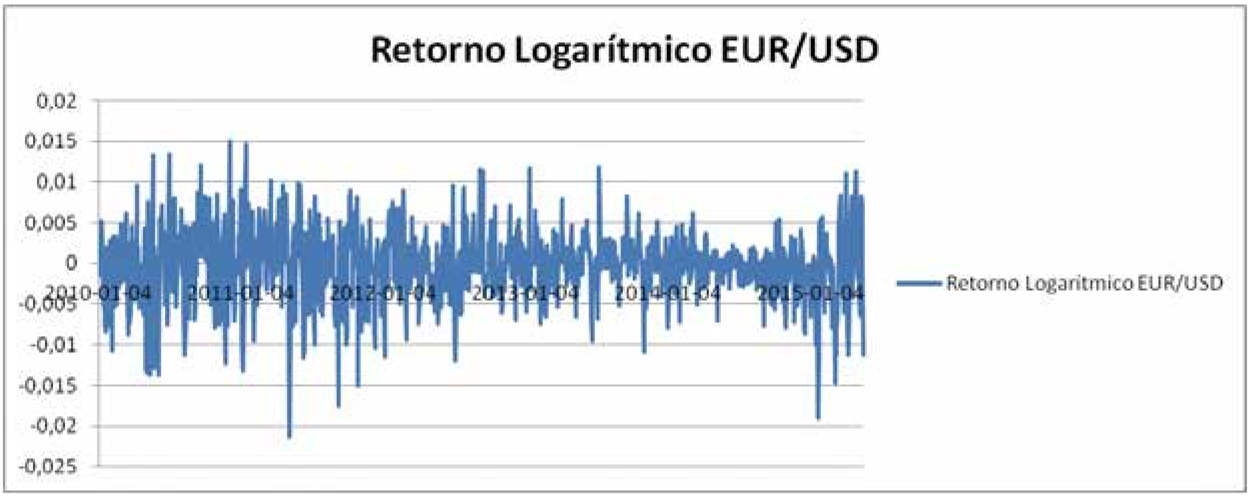


Ilustración 2: Retorno EUR/USD Máxima Verosimilitud

Fuente: Elaboración Propia. Datos Bloomberg.

1. Determinación de la estimación por Máxima Verosimilitud: Como dijimos anteriormente la estimación por Máxima Verosimilitud hace máxima la probabilidad de obtener una muestra dada.

Al computar en Excel los valores podemos utilizar posteriormente Solver con el objetivo de obtener un proceso de estimación máxima sujeta a unos parámetros.

GARCH(1,1)	MLE	MLE	VI	0,00159053%
Beta	93,916475%	80,000000%	Volatilidad L	0,39881458%
Alfa	0,504991%	5,000000%		
w	0,000089%	10,000000%		

Fuente: Elaboración Propia. Estimación: GRETL.

Para la estimación, en un primer momento, se asignan unos pesos condicionados por fuentes de datos como RiskMetrics y posteriormente se optimizan en Excel para su adaptación a nuestra serie temporal.

2. Construcción del Modelo GARCH(1,1) y su estimación: Anteriormente dijimos que el Modelo GARCH(1,1) generalizado se podía expresar de la siguiente manera:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1-\alpha-\beta)\sigma^2 + \alpha R_t^2 + \beta\sigma_t^2 = \sigma^2 + \alpha(R_t^2 - \sigma^2) + \beta(\sigma_t^2 - \sigma^2)$$

Atendiendo a nuestro caso podemos concretar el modelo por la siguiente expresión:

$$\sigma_{t+1}^2 = 0{,}0000009 + 0{,}00505\ \alpha R_t^2 + 0{,}93916\sigma_t^2$$

3. Construcción de gráfico de volatilidad y de la varianza a largo plazo.

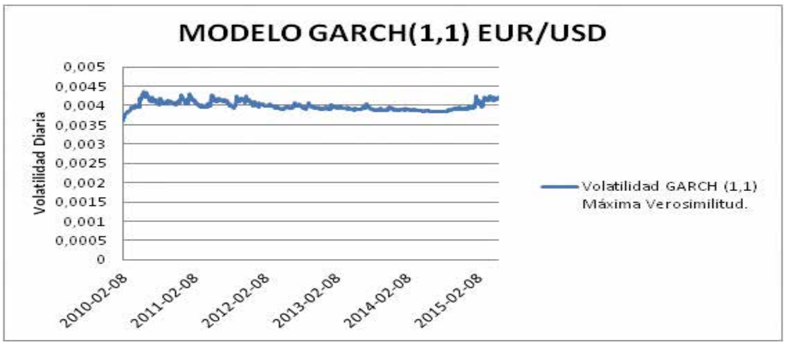


Ilustración 3: Modelo GARCH Volatilidad EUR/USD

Fuente: Elaboración Propia. Estimación: GRETL.

La varianza a largo plazo se expresaba de la siguiente forma:

$$\sigma^2 = \gamma\, lp = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$$

En nuestro conjunto de datos concretos sería la siguiente:

Varianza diaria	0,00159053%
Volatilidad Largo plazo diaria	0,39881458%

Fuente: Elaboración Propia. Estimación: GRETL.

4. Consistencia y persistencia del modelo: La persistencia del modelo se basa en la relación existente entre alfa y beta.

   En nuestro caso:

Persistencia	94,421466%

$$\alpha + \beta \leq 1 \;\rightarrow \textit{Incluye la reversión a l.p a la varianza no condicionada.}$$

Por tanto, nuestro modelo se caracteriza por tener una alta persistencia, pero es un modelo válido ya que la suma de alfa y beta no es superior a uno y por tanto tiene en cuenta la relación con la varianza a largo plazo.

$\alpha + \beta$: *Cuanto mayor sea la suma de ambos valores más persistencia en el modelo.*

Estimación GARCH (1,1) por modelo econométrico GRETL.

La estimación del Modelo GARCH (1,1), está incluida en la mayoría de paquetes estadísticos, posteriormente cuando analicemos la exposición y modelos de carteras explayaremos esta forma de determinación.

Extensión de Modelo GARCH. Apalancamiento.

Los mercados financieros, suelen comportarse de manera asimétrica debido a las reacciones de los agentes que tienden a conceder mayor importancia a las pérdidas que a las ganancias. (Wilmott, P. (2001). *Paul Wilmott introduces quantitative finance*. Chichester: John Wiley.)

Por ello, se suele argumentar que caídas en los precios y en los retornos tienen un mayor impacto en la varianza que un movimiento proporcional pero de subida. Es por ello, que necesitamos poder contar con herramientas para la estimación de un modelo GARCH que tenga en cuenta el apalancamiento utilizando un modelo NGARCH o Modelo GARCH no lineal.

Para la introducción de la variable que tenga en cuenta la asimetría de las noticias podemos especificar el siguiente modelo y las siguientes variables:

$$It = \begin{pmatrix} 1 \; si \; Rt < 0 \\ 0 \; si \; Rt > 0 \end{pmatrix}$$

Dónde:

La nueva variable introducida en el modelo toma el valor positivo si el retorno ha sido negativo, mientras que, toma el valor cero cuando el retorno ha sido positivo, a partir de esta variable formulamos el nuevo modelo:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1-\alpha-\beta)\sigma^2 + \alpha R\,_t^2 + \alpha\theta It R\,_t^2 + \beta\sigma_t^2$$

Dónde:

$\theta \; mide \; el \; peso \; del \; apalancamiento, si \; es \; positivo \; supone \; que \; existe \; asimetría \; y \; modificación \; de \; varianza \; asimétrica.$

$A \; mayor \;\; \theta \rightarrow Mayor \; impacto \; nueva \; información \; negativa \rightarrow Impacto \; de \; Apalancamiento.$

Una vez especificadas las nuevas variables y el modelo podemos realizar una estimación de los parámetros del nuevo modelo por GRETL donde los coeficientes de los parámetros quedarían de la siguiente manera:

Model: EGARCH(1,1) [Nelson] (Normal)

Dependent variable: RETURN

Sample: 1950-01-04-2015-05-19 (T = 16449), VCV method: Robust

Conditional mean equation

	Coeficiente	Desv. Típica	z	Valor p	
const	0,000296139	5,72633e-05	5,172	2,32e-07	***

Conditional variance equation

	Coeficiente	Desv. Típica	z	Valor p	
theta	-0,274980	0,0377359	-7,287	3,17e-13	***

alpha	0,149493	0,0171518	8,716	2,89e-18 ***
gamma	-0,0670116	0,0113722	-5,893	3,80e-09 ***
beta	0,983211	0,00284749	345,3	0,0000 ***

Llik: 56155,01400 AIC: -112300,02801

BIC: -112261,48791 HQC: -112287,29848

Extensión de los Modelos GARCH. GARCH (p,q).

El modelo GARCH que hemos analizado anteriormente, solo analizaba un periodo anterior de los retornos y de la propia varianza para estimar una predicción. Por ello, el Modelo GARCH(1,1), es un modelo válido para analizar situaciones a corto plazo pero cuando queremos analizar situaciones más a largo plazo del mercado puede quedar limitado y por ello tenemos que recurrir a un modelo más generalizado.

Podemos generalizar el Modelo GARCH(p,q):

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha R_{t+1-i}^{\,2} + \sum_{j=1}^{q} \beta j \sigma_{t+1-j}^2$$

En este modelo la varianza a largo plazo se podría expresar de la siguiente manera:

$$\sigma_{t+1}^2 = v_{\ t+1} + \alpha v \left(R_t^2 - vt \right) + \beta v (\sigma_t^2 - vt)$$

$v_{\ t+1} = \sigma^2 + \alpha v \left(R_t^2 - \sigma_t^2 \right) + \beta v (v_{\ t} - \sigma^2)$=Factor de la varianza a largo plazo.

A diferencia del modelo tradicional, la varianza a largo plazo sí que varía a lo largo del tiempo no siendo constante como en el caso del Modelo GARCH (1,1).

Además en este modelo también existen problemas de interpretación de los parámetros y su significado respecto de la estimación y pueden surgir problemas respecto a la estabilidad del modelo.

Estimación de la volatilidad por el método exponencial EWMA.

Este modelo, se basa en la utilización de la media móvil exponencial donde los pesos de los activos más cercanos al momento t tienen un peso mayor en la distribución.

A diferencia de los Métodos No Condicionales también tiene en cuenta la tendencia y no asigna un peso equitativo a todos los elementos de la muestra pasados.

El modelo se podría definir de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = (1-\pi)u_i^2 + \pi\sigma_{t-1}^2$$

Dónde:

$$\pi \;= peso\ de\ la\ varianza\ del\ periodo\ anterior.$$

$$(1-\pi) \;= peso\ de\ los\ retornos\ cuadrados\ del\ periodo\ anterior.$$

Los pesos π se pueden obtener de diferentes maneras como un proceso de estimación, métodos de máxima verosimilitud, entre otros. Sin embargo, nosotros por razones prácticas una vez que hemos desarrollado la estimación por máxima verosimilitud para un modelo GARCH utilizaremos los coeficientes determinados por RiskMetrics http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/rm/TD4ePt_2.pdf que son los siguientes:

	Peso
π Frecuencia Diaria	0,94
π Frecuencia Semanal	0,97

Fuente: Elaboración Propia.

Donde la caída exponencial del peso de la observación es el siguiente:

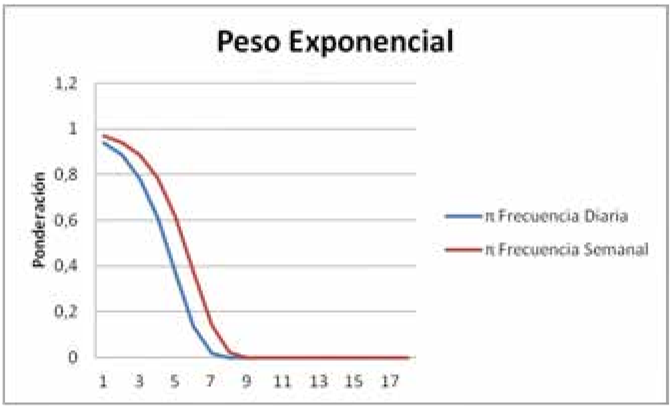


Ilustración 4: Caída Exponencial EWMA

Fuente: Elaboración Propia. Estimación: GRETL.

10. Ejemplo: Determinación por coeficientes EWMA Tipo de Cambio EUR/USD.

A partir de estos datos podemos modelar el comportamiento del EUR/USD de la misma forma que hemos hecho con las aproximaciones anteriores:

1. Determinación de los retornos del periodo:

$$\frac{\mathrm{S(t=1)}}{\mathrm{s(t=0)}} \rightarrow \ln\left(\frac{S(t=1)}{S(t=0)}\right)$$

2. Determinación de los pesos de los factores:

	Peso
π Frecuencia Diaria	0,94
π Frecuencia Semanal	0,97

3. Determinación del modelo:

$$\sigma_t^2 = (1-0{,}94)u_i^2 + 0{,}94\sigma_{t-1}^2$$

4. Determinación de la volatilidad diaria:

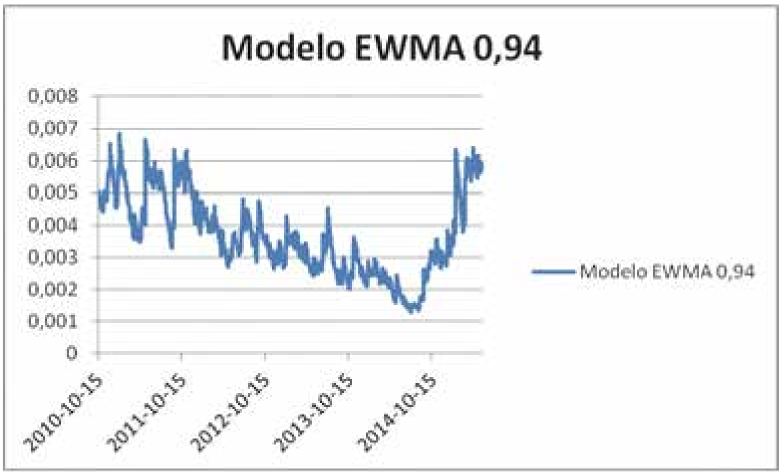


Ilustración 5: Modelo EWMA EUR/USD Volatilidad

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Estimación: GRETL.

5. Determinación de la volatilidad anual:

Varianza Anual= $\sigma^{2}_{diaria}\sqrt{252}$

Volatilida	9,1269

Estimación de la volatilidad por el método de la regresión.

Otro método comúnmente utilizado para el cálculo de la volatilidad del modelo consiste en utilizar los retornos al cuadrado del periodo t+1 basándonos en el modelo GARCH y la varianza que nos había estimado para dicho periodo. Esta forma de predicción se puede expresar de la siguiente manera:

$$R_T^2 = bo + b1\sigma_{t+1}^2 + e_{\ t+1}$$

Y para estimar la varianza de este modelo utilizaremos la siguiente aproximación:

$$Vart(R_{T+1}^2) = \sigma_{t+1}^4(k-1)$$

Donde K es un indicador de la kurtosis que suele ser mayor que la de la Distribución Normal (Kurtosis de tres).

Como vemos, esta forma de aproximarla varianza, es un indicador insesgado, pero no es un indicador efectivo para medir la volatilidad y la varianza condicional.

11. Modelos de volatilidad implícita.

Podríamos definir la volatilidad implícita, como aquella volatilidad estimada a futuro y que se utiliza como parámetro para la determinación del precio de las opciones.

A diferencia, de la volatilidad histórica esta no tiene en cuenta la estimación del pasado sino que es una visión a futuro para diferentes plazos teniendo en cuenta las sensaciones de los operadores de mercado.

En la determinación de la volatilidad implícita de mercado muchas veces es necesario asumir una serie de características que tiene que seguir tanto el mercado como el comportamiento del activo en el tiempo, pues si asumimos que la volatilidad implícita se incluye y es factor fundamental en el modelo de Black-Scholes entonces para su determinación tendrá que cumplir las propiedades del modelo puesto que para su obtención vamos a utilizar una función inversa de dicho modelo.

Por tanto la volatilidad implícita se obtendrá mediante la reversión del modelo Black-Scholes que cumple las siguientes características (Chriss, N. (1997). *Black-Scholes and beyond*. New York: McGraw-Hill.):

1. El activo subyacente sigue una distribución Logarítmica Normal basada en el paseo aleatorio.
2. El tipo de interés es una función conocida del tiempo o constante y por ello se puede determinar en el momento inicial de la opción.
3. Se puede realizar una cobertura Delta Neutral constante: Aunque no es objetivo de este trabajo podemos determinar una cobertura Delta constante como aquella posición combinada de activo subyacente y opciones que hace la delta cero. Es decir, el riesgo de variaciones en la prima de la opción por variaciones de una unidad en el subyacente queda cubierto.
4. Modelo de Mercado Continuo: donde el activo se caracteriza por seguir un proceso browniano. (Este modelo está explicado de manera posterior en gestión de riesgos y simulación de Monte Carlo).
5. Mercado libre de fricciones: acciones divisibles, precios en equilibrio de arbitraje, ausencia de costes de transacción e impuestos, entre otros. Por tanto, mercado eficiente y mercado completo.
6. Los dividendos son beneficios que obtienen los accionistas por la tenencia de las acciones recibiendo beneficios en función de los resultados obtenidos. Estos dividendos, tienen un impacto sobre el valor de las opciones, siendo positivo para las opciones put, y siendo negativo para las opciones call. Debido a su efecto en la valoración de las opciones y a efectos prácticos vamos a asumir el siguiente comportamiento de los dividendos:
    i. Asumimos que el dividendo es conocido tanto en fecha como en cantidad.
    ii. Asumimos un pago discreto del dividendo en la fecha conocida.

Una vez analizadas las proposiciones del modelo podemos plantear sus ecuaciones y determinar cómo se calcula la volatilidad implícita del mercado:

$$Valor\ Call\ C(S,t) = SN(d1) - Ke^{\ -rt}N(d2)$$

$$Valor\ Put = Ke^{-rt}N(-d2) - SN(-d1)$$

Siendo d1:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(R + \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^{\,2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(t-T)}}$$

Siendo d2:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(R - \left(\frac{1}{2}\right)\sigma^{\,2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(t-T)}}$$

Por tanto, una vez formuladas las ecuaciones fundamentales del modelo, podemos reordenar la fórmula de Black-Scholes de manera inversa, para determinar la volatilidad implícita del mercado partiendo tanto de la fórmula de una call, como de una put:

$$\sigma^{inv-1} = c^{\,-1}(St, rf, k, t, q, c^{\,mark})$$

Dónde:

$$c^{\,mark} = valor\ de\ mercado\ de\ la\ opción\ en\ t = T$$

Como vemos, la volatilidad implícita de la opción es una función inversa de la determinación de los parámetros que afectan a una opción en el mercado donde en vez de determinar la volatilidad como parámetro se coloca como término dependiente del resto de parámetros junto con el valor de mercado de la opción.

Para la estimación de la volatilidad implícita del mercado por tanto necesitaremos saber el valor de mercado de la opción y a partir de ahí podremos estimar que volatilidad están asumiendo los operadores.

12. Ejemplo: Cálculo de la volatilidad implícita con la Utilización de la calculadora MEFF.

MEFF es una institución que rige el Mercado de Opciones y Futuro regulado por Bolsas y Mercados Españoles (BME), donde cotizan tanto futuros como opciones listadas. Al ser un mercado listado, existe una cámara compensatoria que permite reducir el riesgo de contrapartida asegurando los contratos y además se fomenta la liquidez por la estandarización de los diferentes productos.

Entrada de datos

Modelo de Valoración

Limpiar

Seleccionar	SAN

BANCO SANTANDER, SA

Cotización Subyacente	6,62
Precio Ejercicio	6,75
Fecha	19/06/2015
Días a Vencimiento	24
Volatilidad (%)	15,00
Tipo Interés (%)	,00
Dividendos (continuo)	0,05

Resultados

Modelo: BLACK SCHOLES

	Call	**Put**
Prima	0,05	0,18
Delta	0,3143	-0,6857
Gamma	1,2260	1,2260
Theta	-0,0019	-0,0019
Vega	0,0061	0,0061
Rho	0,0014	-0,0031

Volatilidad Implícita

Calcular

Modelo: BLACK SCHOLES

Call	**Put**
16,49	16,46

Black'76   Black Scholes   Binomial

<u>Volatilidad Implícita: Causas y Consecuencias de su aparición.</u>

Como se ha indicado anteriormente, la prima de la opción está compuesta por una serie de factores que los operadores de mercado tienen que tener en cuenta antes de cotizar la opción como son el precio de ejercicio, el precio actual del activo, dividendos, volatilidad, tipos de interés, tiempo a vencimiento, entre otros. Podemos dividir el valor de la opción en dos partes fundamentales:

1. <u>Valor Intrínseco:</u> El valor intrínseco de la opción está formado por el valor del subyacente en un momento determinado y el precio de ejercicio.

$$V.I = Max(S_t - K, 0)\ call$$

$$V.I = Max(K - S_t, 0)\ \ put$$

2. <u>Valor Temporal:</u> El valor temporal es función del tiempo, para las opciones compradas a menor tiempo hasta vencimiento menor será el Valor Temporal y viceversa frente aumentos del periodo temporal.

Todos estos factores son observables en el momento de cotización de la opción excepto el valor de la volatilidad, por ello, muchas veces los operadores se guían por un análisis estadístico de la volatilidad que se ha producido anteriormente en el mercado, y a partir de la misma, implementan un modelo para obtener el precio "teórico" de la opción.

Una vez obtenido el precio por medio de este modelo, cotizan la opción, y a partir de ahí el precio de la prima cambia, por ello, podríamos preguntarnos qué volatilidad tendría que haber utilizado el operador para llegar al precio actual de mercado, esta volatilidad es la que denominamos volatilidad implícita.

Esta volatilidad implícita no es una estimación sino una predicción acorde con el horizonte temporal para el que cotiza la opción. Es por ello, que si la opción cotiza mediante la fórmula de Black.-Scholes la mejor forma para su determinación será la realización inversa de dicha fórmula.

Pese a que en la teoría, asumir esta situación de determinar la volatilidad mediante un proceso de derivación contrario parece fácil, en la realidad, no existe ninguna fórmula concreta y se tendrá que determinar mediante una función dependiente del resto de valores para los factores que afectan a la prima. Por tanto, no tendremos un modelo único adaptable sino que tendrá que realizarse una aproximación única para cada opción y de ahí la complejidad. Además, una de las principales críticas del modelo de Black-Scholes es su rigidez al asumir que la volatilidad es constante, por ello, todas las opciones sobre el mismo subyacente deberían tener la misma volatilidad independientemente del plazo, sin embargo, cuando este modelo se aplica a la realidad observamos que podemos encontrar diferentes valores para diferentes plazos y que por ello, el modelo es limitado y comete errores de estimación.

Volatilidades implícitas en opciones call y en opciones put.

Si asumimos las restricciones del modelo Black-Scholes entonces podríamos asumir que una opción call y una opción put del mismo subyacente independientemente del plazo y del valor intrínseco de la opción debería tener la misma volatilidad. Sin embargo, al analizar el mercado observamos diferencias en la volatilidad entre las opciones put y las opciones call.

Tal y como vimos en el ejercicio de aplicación de la volatilidad implícita por la calculadora MEFF, si asumimos que el modelo de Black-Scholes es perfecto, ambas volatilidades implícitas deberían de ser iguales, sin embargo, existen divergencias entre ambas motivadas por la asimetría y la falta de validación empírica del modelo de riesgo neutral propuesto por Black-Scholes. (Ver Sonrisa de la Volatilidad para explicación detallada).

Diferencias entre la volatilidad implícita y la volatilidad estadística: Arbitraje y equilibrio de mercado.

Los Modelos de Volatilidad Implícita y de Volatilidad Estadística reflejan diferentes resultados en general incluso para los mismos periodos temporales debido a la diferente utilización de los datos, diferentes inputs, modelos de valoración diferentes, entre otros.

Los Modelos de Volatilidad Implícita utilizan los precios actuales y las expectaciones a futuro mientras que los Modelos Estadísticos asumen los datos históricos de los retornos de los activos en periodos discretos de tiempo.

En el caso de que las expectativas frente a la realidad fueran correctas entonces cualquier diferencia entre la volatilidad implícita e histórica seria por errores y sesgos en la predicción estadística, lo contrario también sucede, en el caso de que las predicciones estadísticas sean las correctas frente a las expectativas significa una divergencia de valoración por el mercado.

La volatilidad estadística y la volatilidad implícita también pueden ser comparadas entre sí estableciendo unos intervalos de confianza para la volatilidad estadística. En aquellos casos donde la volatilidad implícita sobresalga por encima del límite superior del intervalo existe una oportunidad de arbitraje y viceversa lo que lleva en general a una valoración razonable de las opciones y que no existan precios excesivos ni infravalorados.

Este arbitraje de mercado es acorde con la característica propuesta por Black-Scholes en su modelo de determinación de opciones.

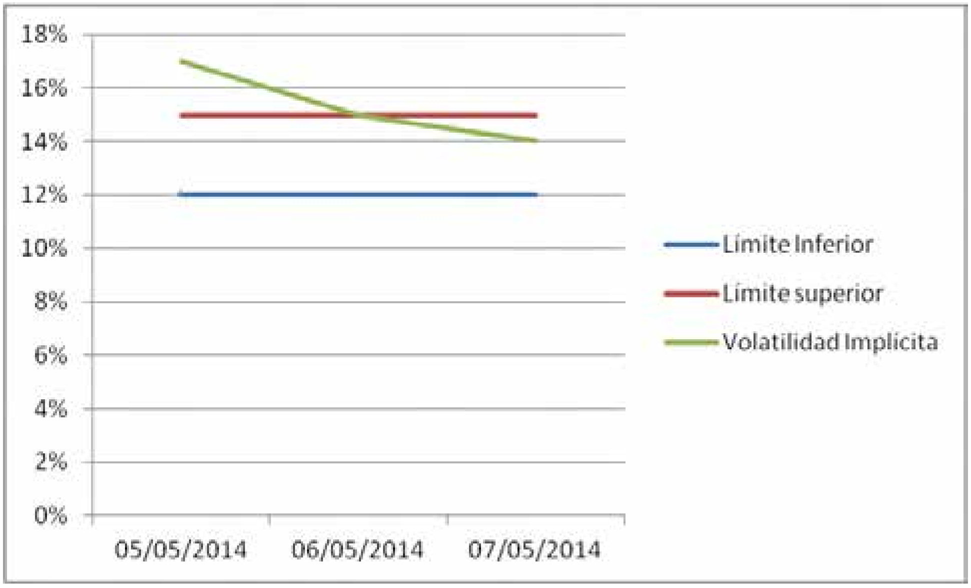


Ilustración 6: Arbitraje Volatilidad Implícita

Fuente: Elaboración Propia. Estimación: GRETL.

Sonrisa de la volatilidad.

La Sonrisa de la Volatilidad, se basa en el factor de que la volatilidad implícita de las opciones, tiene forma curva frente a diferentes precios de ejercicio. Es decir, no suele ser constante sino que suele variar a lo largo del tiempo por el proceso que explicamos a continuación:

En general el modelo de Black-Scholes es el proceso más utilizado como forma de valoración de opciones, sin embargo, los operadores saben que sus principales asunciones respecto a la normalidad de los retornos y frente a la volatilidad constante están limitadas y por ello es necesario establecer ajustes en la volatilidad y en el modelo de distribución de precios y retornos.

En la realidad, la volatilidad no es constante a lo largo del tiempo y los retornos pueden presentar "skewness" y por ello tener colas de la distribución más anchas frente a la Distribución Normal o más estrechas en función de cómo sea la diferencia.

En cualquiera de los dos casos se den de manera individual o de manera conjunta entonces los movimientos de precio pueden ser mayores de lo que nos indica una Distribución Normal y por ello, la opción OTM/ATM puede tener mayor probabilidad de ser ITM que lo que el modelo predice por medio de Black-Scholes.

Al asumir esta situación, el precio de la prima calculado por nuestro modelo infravalora el valor que tendría que tener realmente la prima y tenemos que ajustar dicho precio a la realidad del mercado.

Para ajustar el precio a la realidad de mercado sabemos que el resto de factores eran observables y que por ello se pueden ir ajustando, mientras que, el único factor que podemos modificar es la volatilidad. Al ajustar la volatilidad para reflejar la situación real del mercado es cuando se produce la Sonrisa de la Volatilidad.

Además muchas veces esta Sonrisa de Volatilidad no es simétrica para las opciones call y put. En los mercados de divisas la curva sí que suele ser simétrica mientras que en los mercados de acciones existe una distribución no simétrica de la curva debido a la asimetría de la información en los mercados y del impacto de las noticias en la psicología del inversor. Las malas noticias tienen más peso en los mercados financieros lo que genera que los operadores tengan que utilizar una volatilidad más alta como forma de compensación frente a la aversión del riesgo del inversor.

Además, también tenemos que tener en cuenta el efecto apalancamiento por las turbulencias financieras, ya que, para el inversor no es igual su reacción frente a una gran subida de un título que frente a una gran bajada del mismo. Los inversores conceden mayor importancia a una importante bajada, lo que hace de nuevo que los operadores tengan que incorporar una prima adicional por la aversión del riesgo de los inversores frente al mundo de neutralidad al riesgo de Black-Scholes.

"El hombre se descubre cuando se mide contra un obstáculo"

Antonie de Saint Euxpery.

VIII. Implicación de la Gestión de la Volatilidad en la Gestión de Carteras.

1. Aproximación a la Gestión de Carteras atendiendo a los diferentes métodos de cálculo de la volatilidad: Criterio de Markowitz.

La Selección de Carteras, es un proceso fundamental en el mundo financiero. En la actualidad, existen numerosas instituciones cuya única tarea consiste en la determinación y construcción de carteras de activos con el objetivo de mantener y aumentar la rentabilidad de los participantes a lo largo del tiempo. Por lo tanto, debido a la importancia de la gestión de carteras, es necesaria una gestión adecuada teniendo en cuenta las diferentes formas de cálculo del riesgo y cómo afecta dicho cálculo a la selección de los activos.

Atendiendo a la hipótesis fundamental propuesta por Markowitz en su Portfolio Selection (The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.) la selección de los activos, se basa en la relación existente entre el binomio retorno esperado-varianza. Donde según Markowitz la rentabilidad era la media ponderada de los diferentes activos que forman la cartera y el riesgo podía reducirse por medio de la diversificación.

Debido a la importancia de la cuantificación del riesgo, es conveniente que en la selección de carteras los gestores y analistas sepan utilizar los diferentes métodos de selección de activos, de determinación de volatilidad, de construcción de matrices de varianzas-covarianzas, entre otros.

Por último, y atendiendo a los estudios de Wolfgang Polasek y Momtchil Pojarliev en su trabajo "Portfolio Construction with Bayesian GARCH and forecast, University of Basel 2008" los pesos de las carteras de mínima varianza (Carteras Eficientes) son muy sensibles respecto a los inputs introducidos en el modelo, es decir, frente a la matriz de varianzas-covarianzas.

Por lo tanto, al existir diversos métodos de selección y cuantificación del riesgo y al ser la sensibilidad alta frente a la utilización de un método u otro será fundamental su estimación correcta y su posterior comparación. Esta divergencia de resultados es la que intentaremos explicar y analizar a lo largo de esta sección.

Predicción de la volatilidad de las Carteras de Renta Variable.

La predicción de la volatilidad de las Carteras de Renta Variable, es un proceso fundamental dentro del proceso de control y gestión de las mismas. Por lo tanto, no solo es necesario saber realizar una asignación estratégica de activos sino ser sumamente preciso con la valoración de las propiedades de los diferentes títulos que incluimos en la cartera.

Para la predicción de la volatilidad de Carteras de Renta Variable, vamos a utilizar el Modelo GARCH (1,1) cuya ventaja, es que tiene en cuenta la existencia de persistencia en los resultados actuales y que incorpora mejor la tendencia del mercado en su conjunto.

El primer paso de nuestro trabajo consistirá, en determinar los parámetros del Modelo GARCH (1,1) para las diferentes acciones con las que vamos a determinar el proceso de selección de carteras y su comparación con un modelo de gestión tradicional No Condicionada.

Para mostrar las diferencias entre los métodos hemos seleccionado tres acciones del selectivo francés CAC40 (Índice con las acciones más representativas del Mercado Francés) (Credit Agricole, EDF, Solvay) y a partir de ahí hemos elaborado un modelo donde se tenga en cuenta la medición por un Modelo Tradicional, la medición por un Modelo GARCH (1,1) y las principales diferencias entre ambos modelos.

Pasos realizados antes del proceso de selección de carteras.

1. Determinación de los valores de los parámetros del Modelo GARCH mediante la utilización del modelo econométrico GRETL. (Ampliada información en Anexo). Estos parámetros explicados anteriormente, son fundamentales porque son los que nos permiten llevar a cabo la estimación de la volatilidad condicionada y no condicionada.

	PARAMETROS GARCH			
	BETA	ALFA	W	VARIANZA A LARGO PLAZO
CAC40	0,856671	0,0808348	0,000006730	0,000107696
CREDIT AGRICOLE	0,964439	0,0146698	0,000007099	0,000339825
EDF	0,936674	0,014299	0,000011534	0,00023526
SOLVAY	0,842543	0,0447834	0,000020122	0,000178588

Ilustración 7: Parámetros GARCH selección de carteras.

2. Determinación de los retornos anualizados y de la volatilidad anualizada tanto por modelo histórico como por Modelo GARCH (1,1): También se determina la reversión fundamental del Modelo GARCH (1,1) a la tendencia de la volatilidad a largo plazo.

CARACTERÍSTICAS CARTERAS	CREDIT AGRICOLE	EDF	SOLVAY
VOLATILIDAD ANUALIZADA GARCH	29,840%	25,259%	19,518%
VOLATILIDAD ANUALIZADA HISTÓRICA	30,333%	24,698%	21,723%
VOLATILIDAD A LARGO PLAZO REVERSIÓN	7,345%	6,111%	5,324%
RENTABILIDAD ANUALIZADA	20,945%	29,320%	2,730%

Ilustración 8: Características activos selección de carteras.

3. Obtención de la Matriz de Covarianzas: La Matriz de Covarianzas resulta fundamental en la gestión de carteras ya que nos permite tener en cuenta la reducción del riesgo por la diversificación y la relación lineal existente entre los diferentes activos.

Ln_CAC40	LN_CA	LN_EDF	LN_Solvay	Correlación
100,00%	70,59%	50,06%	57,17%	Ln_CAC40
	100,00%	31,78%	34,85%	LN_CA
		100,00%	28,85%	Ln_EDF
			100,00%	Ln_Solvay

Ilustración 9: Matriz de Varianzas y Covarianzas.

2. Construcción de la Cartera para un modelo con dos activos. Determinación de la frontera eficiente y selección de Sharpe y diferencias, Aplicación del modelo de Tobin. Aplicación del VaR diversificado.

Nuestro objetivo una vez determinadas la rentabilidad anualizada y la volatilidad por los diferentes métodos consiste en crear carteras eficientes que nos permitan maximizar la rentabilidad por unidad de riesgo.

Para la obtención de la rentabilidad de la cartera utilizaremos el concepto de Rentabilidad Ponderada de la siguiente manera:

$$E\left(R_{p}\right) = W_1 * E(R_1) \dots \dots \dots . Wn * E(R_n)$$

Dónde:

$$E(R_1) = Rentabilidad\ del\ Activo_1$$

$$W_1 = Peso\ del\ Activo_1\ en\ la\ cartera$$

Para la determinación de la volatilidad tenemos que tener en cuenta los efectos de la diversificación, para una cartera con dos activos el cálculo de la desviación típica se hará de la siguiente manera:

$$\sigma_P = \sqrt{W_1{}^2 \sigma_1{}^2 + W_2{}^2 \sigma_2{}^2 + 2pW_1W_2\sigma_1\sigma_2}$$

Dónde:

$$\sigma_1{}^2 = Varianza\ del\ Activo_1$$

$$p = Coeficiente\ de\ Correlación$$

$$p = \frac{Covarianza\ (X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

El Coeficiente de Correlación tendrá una importancia fundamental en la gestión de las carteras ya que es el factor clave para la reducción del riesgo por los beneficios de la diversificación.

Los beneficios de la diversificación se obtendrán en mayor o menor medida cuando:

$$p < 0 = Mayor\ Beneficio\ Diversificación.$$

$$p = 0\ Activos\ \text{sin}\ relación\ lineal. Existe\ Beneficio\ por\ Diversificación.$$

$$p = 1\ No\ existe\ Beneficio\ por\ Diversificación.$$

Una vez determinadas las fórmulas necesarias para el cálculo, hemos construido una serie de carteras asignando pesos a los diferentes activos.

Para formular las carteras hemos ido añadiendo sistemáticamente peso a un activo u otro hasta lograr una proporción adecuada que maximice riesgo y utilidad. (La cartera que maximiza la rentabilidad por unidad de riesgo está subrayada en amarillo).

A continuación mostramos algunas de las carteras formadas durante el proceso de selección:

CARTERAS DOS ACTIVOS	CREDIT-AGRICOLE	EDF	RENTABILIDAD CARTERA	RIESGO CARTERA GARCH	RIESGO CARTERA HISTÓRICA	HARPE GARC	RPE HISTÓR	DIFERENCIA DE SHARPE
1	0,000%	100,000%	29,320%	25,259%	24,698%	109,149%	111,629%	-2,480%
2	5,000%	95,000%	28,901%	24,511%	23,988%	110,771%	113,186%	-2,415%
3	10,000%	90,000%	28,483%	23,850%	23,370%	112,087%	114,390%	-2,303%
4	15,000%	85,000%	28,064%	23,283%	22,850%	113,018%	115,158%	-2,140%
5	20,000%	80,000%	27,645%	22,817%	22,436%	113,491%	115,416%	-1,925%
6	25,000%	75,000%	27,226%	22,458%	22,134%	113,439%	115,101%	-1,662%
7	30,000%	70,000%	26,808%	22,212%	21,948%	112,810%	114,170%	-1,360%

Ilustración 10: Pesos de carteras con dos activos.

Como podemos ver la volatilidad varía de manera significativa en función de que elijamos un modelo u otro, esto es consistente con el objetivo del trabajo pues lo que nosotros pretendíamos valorar cuales son las diferencias en Gestión de Carteras y medidas del performance según utilicemos un método u otro.

Una vez analizado el conjunto de posibles carteras, hemos construido la Frontera Eficiente atendiendo a las relaciones rentabilidad riesgo de los diferentes modelos con el objetivo de representar sus diferencias de manera gráfica:

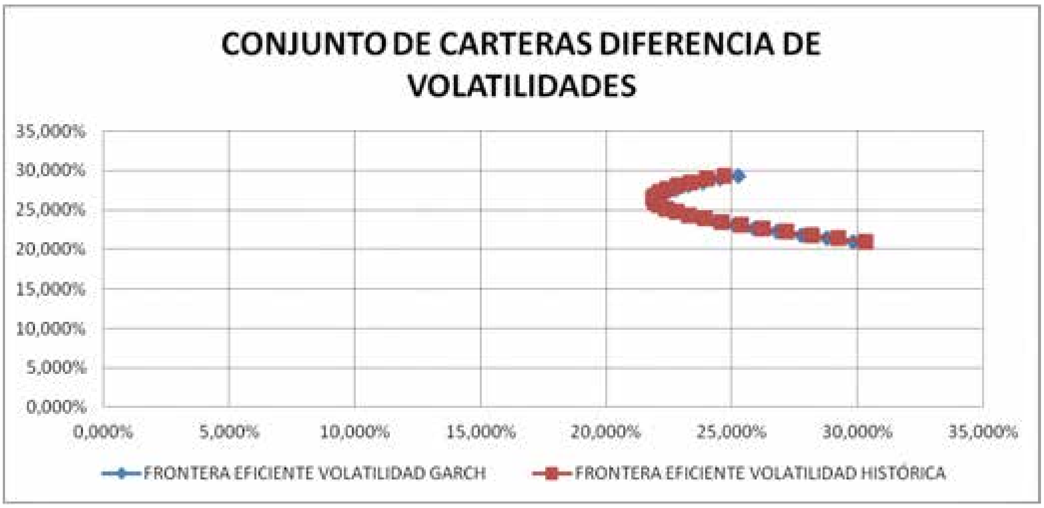


Ilustración 11: Frontera Eficiente

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

En el gráfico, como podemos observar, existen una serie de Carteras Dominadas (Aquellas que ofrecen una peor combinación de rentabilidad- riesgo) que podemos eliminar a la hora de seleccionar carteras.

Por otro lado, también podemos llevar a cabo una selección de carteras con dos activos por el Modelo de Tobin introduciendo el activo libre de riesgo que para el periodo analizado en el mercado francés era aproximadamente de 1,75%.

El Modelo de Tobin (http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p01a/p0118.pdf) se basa en incluir un activo libre de riesgo en la cartera. Al incluir dicho activo, el riesgo de la cartera medido por la volatilidad se reduce y además permite extender la frontera eficiente puesto que al poder prestar y tomar prestado podemos incluso realizar posiciones apalancadas en los mercado maximizando la rentabilidad.

Para la construcción del Modelo de Tobin, hemos analizado el Ratio de Sharpe para determinar la cartera de Mercado que es aquella que maximiza dicho ratio.

$$M^* = Max(\frac{R_p - R_f}{\sigma_p})$$

Dónde:

$M^* = Cartera\ de\ Mercado\ con\ máximo\ Ratio\ de\ Sharpe\ de\ Frontera\ Eficiente.$

Para la determinación de la rentabilidad y el riesgo del modelo de Tobin tendremos que utilizar las siguientes fórmulas:

$$E(Rp) = Wrf * E(Rf) + Wr_{M^*} * E(Er_M *)$$

$$\sigma_p = Wr_{M^*} * \sigma_r$$

Dónde:

$$W_{rf} = Peso\ del\ Activo\ Risk\ Free.$$

$$Wr_{M^*} = Peso\ de\ Cartera\ de\ Mercado\ M^* con\ Riesgo$$

El activo libre de riesgo se caracteriza por tener correlación cero con el resto de activos y además tener una desviación típica de cero, por ello, el riesgo de la cartera será igual al peso de la Cartera de Mercado por su desviación típica.

$$\underline{Cov(R_M *, R_{rf})} = 0$$

A continuación mostramos las carteras construidas con la volatilidad de un Modelo GARCH (1,1) para una Cartera de Mercado con el Modelo Tobin.

RISK FREE	Wrf	Wrv	E(Rp)	Volatilidad GARCH	Volatilidad Histórica
1,75%	0,0000%	100,0000%	27,6450%	22,8167%	22,4361%
	10,0000%	90,0000%	25,0555%	20,5350%	20,1925%
	20,0000%	80,0000%	22,4660%	18,2534%	17,9489%
	30,0000%	70,0000%	19,8765%	15,9717%	15,7053%
	40,0000%	60,0000%	17,2870%	13,6900%	13,4617%
	50,0000%	50,0000%	14,6975%	11,4084%	11,2181%
	60,0000%	40,0000%	12,1080%	9,1267%	8,9745%
	70,0000%	30,0000%	9,5185%	6,8450%	6,7308%
	80,0000%	20,0000%	6,9290%	4,5633%	4,4872%
	90,0000%	10,0000%	4,3395%	2,2817%	2,2436%
	100,0000%	0,0000%	1,7500%	0,0000%	0,0000%
	-0,1000%	100,1000%	27,6709%	22,8395%	22,4586%
	-0,2000%	100,2000%	27,6968%	22,8623%	22,4810%
	-0,3000%	100,3000%	27,7227%	22,8852%	22,5034%
	-0,4000%	100,4000%	27,7486%	22,9080%	22,5259%
	-50,0000%	150,0000%	40,5925%	34,2251%	33,6542%
	-100,0000%	200,0000%	53,5400%	45,6334%	44,8723%
	-200,0000%	300,0000%	79,4350%	68,4501%	67,3084%

Ilustración 12: Modelo de Tobin Carteras.

Esta combinación de carteras daría lugar a la Línea de Mercado de Capitales donde cualquier inversor tendrá una cartera con parte del activo libre de riesgo (prestando o tomando prestado) y una Cartera de Mercado de la siguiente forma:

$$E(R_p) = w_{rf} \cdot E(R_{rf}) + (1 - w_{rf}) \cdot E(R_{M^*})$$

$$Si\ W_{rf} < 0 = Cartera\ Apalancada\ Borrowing.$$

$$Si\ W_{rf} > 0 = Cartera\ Préstamo\ Lending.$$

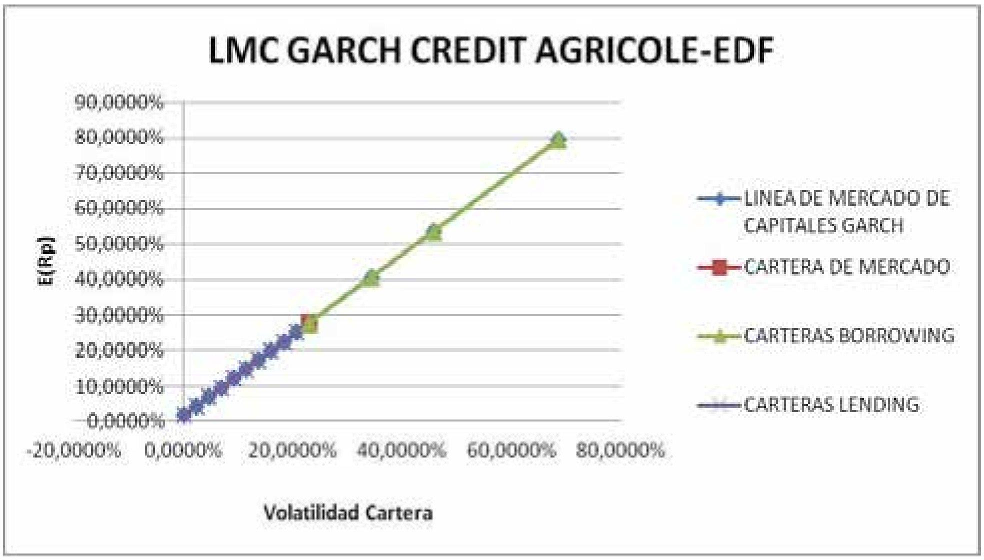


Ilustración 43:LMC GARCH dos activos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Por último, la forma de cálculo de la volatilidad también influye en el cálculo del VaR y en la forma de cobertura del riesgo de mercado. Es por ello, que tenemos que tener en cuenta dichos cambios y la diversificación para cuantificar el riesgo de la cartera.

Para la determinación del VaR en la selección de carteras y teniendo en cuenta que las acciones son modelos lineales podemos utilizar el VaR paramétrico asumiendo que los retornos de comportan de manera normalizada (Por medio de distribución Logarítmica Normal), este VaR tiene una serie de ventajas ya que cuando los activos se distribuyen de manera adecuada, tiene en cuenta los beneficios de la diversificación.

$$VaR = \sigma \cdot Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\Delta T}$$

Al combinar activos, el VaR, no será igual a la suma de los mismos sino que tendremos que emplear la siguiente fórmula:

$$VaR_{p} = \sqrt{|VaR^2 + VaR^2 + 2pVAR_{1}VAR_{2}|}$$

$$Si\ Confianza\ 95\%; \alpha = 5\%$$

$$z_{\alpha} = 1{,}645$$

TAMAÑO CARTERA	100.000.000,00 €	DÍAS	252
NIVEL DE CONFIANZA	95%		
VAR VOLATILIDAD GARCH PARAMÉTRICO DIARIO	164.885,34 €		
VAR VOLATILIDAD HISTÓRICA PARAMÉTRICO DIARIO	156.588,99 €		
VAR VOLATILIDAD GARCH ANUAL	105%		
VAR VOLATILIDAD GARCH ANUAL	2.617.473,70 €		
VAR VOLATILIDAD HISTÓRICA ANUAL	2.485.773,21 €		

Ilustración 14: VaR de dos activos.

Fuente: Elaboración Propia

Como podemos observar, la estimación de la volatilidad influye en la determinación de medidas de riesgo de mercado siendo la diferencia de aproximadamente un 5% para una cartera formada por dos activos con una confianza del 95%.

Podemos comprobar que la diversificación tiene efectos positivos en la determinación del Riesgo de Mercado ya que también hemos calculado el VaR para una cartera con tres títulos (Credit Agricole, EDF, Solvay) manteniendo el resto de valores constantes.

Los resultados han sido los siguientes:

TAMAÑO CARTERA	100000000	DÍAS	252
NIVEL DE CONFIANZA	95%		
/AR VOLATILIDAD GARCH PARAMÉTRICO DIARI(	129.370,21 €	BENEFICIO DIVERSIFICACIÓN	
R VOLATILIDAD HISTÓRICA PARAMÉTRICO DIAF	127.534,22 €	BENEFICIO DIVERSIFICACIÓN	
DIFERENCIAS	101,44%		
VAR ANUAL GARCH	2.053.688,36 €		
VAR ANUAL HISTÓRICO	2.024.542,98 €		

Ilustración 15:VaR Cartera tres activos.

Fuente: Elaboración Propia

Como podemos observar al incluir nuevos títulos en la cartera el VaR disminuye de prácticamente 2.600.000 millones de euros a 2.000.000 millones de euros.

<u>Relación del Ratio de Sharpe para la selección de carteras.</u>

El Ratio de Sharpe es muy útil para la comparación de ambos métodos ya que nos da una visión de cómo cambia la rentabilidad ajustada al riesgo para las diferentes carteras permitiéndonos observar el impacto que tiene utilizar un método u otro en el cálculo de selección de títulos.

Podemos definir el Ratio de Sharpe de la siguiente manera:

$$\frac{Rp - Rf}{\sigma_P}$$

Dónde:

$$Rp = Rentabilidad\ de\ la\ Carterta.$$

$$Rf = Rentabilidad\ Activo\ Risk\ Free.$$

$$\sigma_P = Riesgo\ Cartera.$$

Aplicando esta medida a nuestro análisis de las carteras formadas por EDF, Credit Agricole y Solvay para dos activos obtendremos el siguiente grafico:

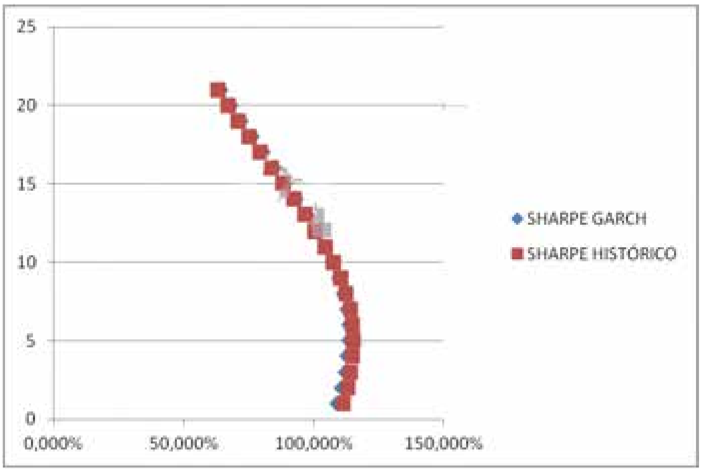


Ilustración 16: Ratio de Sharpe dos activos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

3. Construcción de la Cartera para un modelo con tres activos. Determinación de la frontera eficiente y selección de Sharpe y diferencias, Aplicación del modelo de Tobin. Aplicación del VaR diversificado

Las carteras que vamos a utilizar son las mismas que las del proceso anterior donde:

	PARAMETROS GARCH			
	BETA	ALFA	W	VARIANZA A LARGO PLAZO
CAC40	0,856671	0,0808348	0,000006730	0,000107696
CREDIT AGRICOLE	0,964439	0,0146698	0,000007099	0,000339825
EDF	0,936674	0,014299	0,000011534	0,00023526
SOLVAY	0,842543	0,0447834	0,000020122	0,000178588

Ilustración 17: Parámetros GARCH tres activos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Estimación: GRETL.

α, β, ω son los parámetros del modelo GARCH estimados por medio de GRETL para cada uno de los conjuntos de datos.

CARACTERÍSTICAS CARTERAS	CREDIT AGRICOLE	EDF	SOLVAY
VOLATILIDAD ANUALIZADA GARCH	29,840%	25,259%	19,518%
VOLATILIDAD ANUALIZADA HISTÓRICA	30,333%	24,698%	21,723%
VOLATILIDAD A LARGO PLAZO REVERSIÓN	7,345%	6,111%	5,324%
RENTABILIDAD ANUALIZADA	20,945%	29,320%	2,730%

Ilustración 18: Características tres activos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Son las características de los diferentes activos en cuanto a rentabilidad y riesgo.

Ln_CAC40	LN_CA	LN_EDF	LN_Solvay	Correlación
100,00%	70,59%	50,06%	57,17%	Ln_CAC40
	100,00%	31,78%	34,85%	LN_CA
		100,00%	28,85%	Ln_EDF
			100,00%	Ln_Solvay

Ilustración 19: Matriz de Varianzas.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Es la matriz de varianzas y varianzas entre los diferentes activos.

Determinación del conjunto de carteras por método tradicional y método GARCH,

Nuestro objetivo al igual que cuando teníamos dos activos consiste en la determinación y configuración de carteras eficientes que ofrezcan una rentabilidad máxima con el menor riesgo posible.

Para la construcción de las carteras, analizaremos las diferentes combinaciones que podemos construir utilizando las siguientes formulas:

$$E(Rp) = W1 * E(R1) \dots \dots \dots . Wn * E(Rn)$$

Que es la rentabilidad de la cartera ponderada por el peso de cada uno de los activos.

$$\sigma_p = \sqrt{W_1{}^2\sigma_1{}^2 + W_2{}^2\sigma_2{}^2 + W_3^2\sigma_3{}^2 + 2pW_1W_2\sigma_1\sigma_2 + 2pW_1W_3\sigma_1\sigma_3\text{`} + 2pW_2W_3\sigma_2\sigma_3}$$

Que es el riesgo de la cartera teniendo en cuenta los efectos favorables de la diversificación.

Una vez determinadas las ecuaciones fundamentales del proceso de selección de carteras, podemos pasar a la estimación de las diferentes combinaciones y a la construcción de la frontera eficiente.

CREDIT AGRICOLE	EDF	SOLVAY	RENTABILIDAD	RIESGO GARCH	RIESGO HISTÓRICO	SHARPE	SHARPE HISTÓRICO	DIFERENCIA
0%	0%	100%	2,73%	19,52%	21,72%	0,050210368	0,045113492	0,00509688
0%	10%	90%	5,39%	18,45%	20,40%	0,197193215	0,178375826	0,01881739
0%	20%	80%	8,05%	17,74%	19,39%	0,354941533	0,324821047	0,03012049
0%	30%	70%	10,71%	17,43%	18,74%	0,513868638	0,477998754	0,03586988
0%	40%	60%	13,37%	17,54%	18,49%	0,66242612	0,628329527	0,03409659
0%	50%	50%	16,03%	18,05%	18,65%	0,790792297	0,765374346	0,02541795
0%	60%	40%	18,68%	18,94%	19,22%	0,893855165	0,881080231	0,01277493
0%	70%	30%	21,34%	20,17%	20,16%	0,971604915	0,971939843	-0,00033493
0%	80%	20%	24,00%					
0%	90%	10%	26,66%	23,37%	22,95%	1,065891099	1,085482954	-0,01959186
0%	100%	0%	29,32%	25,26%	24,70%	1,091490782	1,116290994	-0,02480021
10%	0%	90%	4,55%	18,82%	20,80%	0,148896489	0,134668086	0,0142284
10%	10%	80%	7,21%	17,73%	19,46%	0,307994977	0,280555065	0,02743991
10%	20%	70%	9,87%	17,01%	18,45%	0,477344617	0,440138616	0,037206
10%	30%	60%	12,53%	16,70%	17,81%	0,645260162	0,605135081	0,04012508
10%	40%	50%	15,19%	16,83%	17,60%	0,79819242	0,763633127	0,03455929
10%	50%	40%	17,85%	17,39%	17,82%	0,925497125	0,903381066	0,02211606
10%	60%	30%	20,51%	18,34%	18,46%	1,0228035	1,016016836	0,00678666
10%	70%	20%	23,16%	19,61%	19,48%	1,091787785	1,099273436	-0,00748565
10%	80%	10%	25,82%	21,16%	20,82%	1,137540675	1,156007438	-0,01846676
10%	90%	0%	28,48%	22,93%	22,43%	1,165925355	1,191601904	-0,02567655
20%	0%	80%	6,37%	18,56%	20,31%	0,249119313	0,227677274	0,02144204
20%	10%	70%	9,03%	17,48%	18,98%	0,416687801	0,383743815	0,03294399
20%	20%	60%	11,69%	16,77%	17,98%	0,592894165	0,552838381	0,04005578
20%	30%	50%	14,35%	16,48%	17,38%	0,764633058	0,725004896	0,03962816
20%	40%	40%	17,01%	16,63%	17,21%	0,917416827	0,886648432	0,03076839
20%	50%	30%	19,67%	17,22%	17,49%	1,040699641	1,024704266	0,01599538
20%	60%	20%	22,33%	18,19%	18,19%	1,131157741	1,131369101	-0,00021136
20%	70%	10%	24,99%	19,50%	19,27%	1,191843782	1,205914381	-0,0140706
20%	80%	0%	27,65%	21,07%	20,67%	1,228991643	1,252862867	-0,02387122
30%	0%	70%	8,19%	18,76%	20,26%	0,343466773	0,318084985	0,02538179
30%	10%	60%	10,85%	17,71%	18,97%	0,513903847	0,47977632	0,03412753
30%	20%	50%	13,51%	17,04%	18,03%	0,690436339	0,6524392	0,03799714
30%	30%	40%	16,17%	16,77%	17,48%	0,859759506	0,825138087	0,03462142
30%	40%	30%	18,83%	16,95%	17,36%	1,007914923	0,983918787	0,02399614
30%	50%	20%	21,49%	17,54%	17,68%	1,125335994	1,116290638	0,00904536
30%	60%	10%	24,15%	18,52%	18,42%	1,209612012	1,215670751	-0,00605874
30%	70%	0%	26,81%	19,82%	19,54%	1,264354415	1,282556095	-0,01820168

Ilustración 20: Combinación de Carteras tres activos

Fuente: Realización Propia. Datos: Bloomberg. Estimación: GRETL.

Este conjunto de carteras no representa el total de las posibles combinaciones, sin embargo, debido a la dificultad de incluir todas las carteras estimadas hemos incluido únicamente una muestra representativa del proceso de estimación. La cartera subrayada en amarillo es la Cartera de Mercado que maximiza el Ratio de Sharpe.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Una vez determinadas las diferentes carteras podemos analizar el conjunto de las mismas comparando sus valores cuando la volatilidad se mide por un Modelo GARCH (1,1) o por un Modelo Histórico.

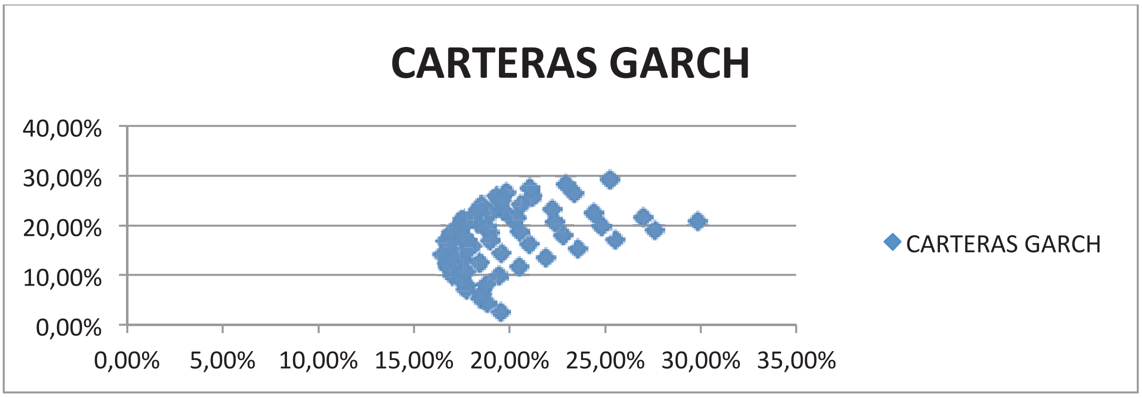


Ilustración 21: Conjunto de Carteras GARCH.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

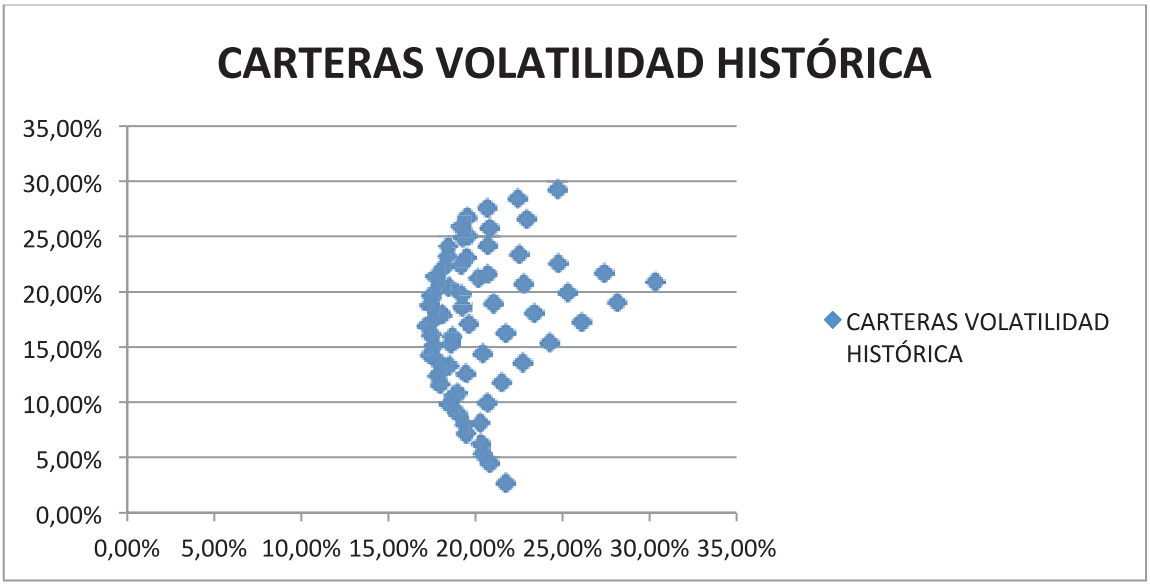


Ilustración 22: Conjunto Carteras Históricas.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Una vez construidas las diferentes carteras podemos seleccionar la Cartera de Mercado para la construcción del Modelo de Tobin que incluye el activo libre de riesgo dentro del cálculo.

RISK FREE	Wrf	Wrv	E(Rp)	olatilidad GARC	Volatilidad Histórica
0,0175	0,00%	100,00%	26,81%	19,82%	19,54%
	10,00%	90,00%	24,30%	17,84%	17,58%
	20,00%	80,00%	21,80%	15,85%	15,63%
	30,00%	70,00%	19,29%	13,87%	13,68%
	40,00%	60,00%	16,78%	11,89%	11,72%
	50,00%	50,00%	14,28%	9,91%	9,77%
	60,00%	40,00%	11,77%	7,93%	7,81%
	70,00%	30,00%	9,27%	5,95%	5,86%
	80,00%	20,00%	6,76%	3,96%	3,91%
	90,00%	10,00%	4,26%	1,98%	1,95%
	100,00%	0,00%	1,75%	0,00%	0,00%
	-0,10%	100,10%	26,83%	19,84%	19,56%
	-0,20%	100,20%	26,86%	19,86%	19,58%
	-0,30%	100,30%	26,88%	19,88%	19,60%
	-0,40%	100,40%	26,91%	19,90%	19,62%
	-50,00%	150,00%	39,34%	29,73%	29,31%
	-100,00%	200,00%	51,87%	39,64%	39,07%
	-200,00%	300,00%	76,92%	59,46%	58,61%

Ilustración 23: Modelo Tobin Cartera tres activos

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

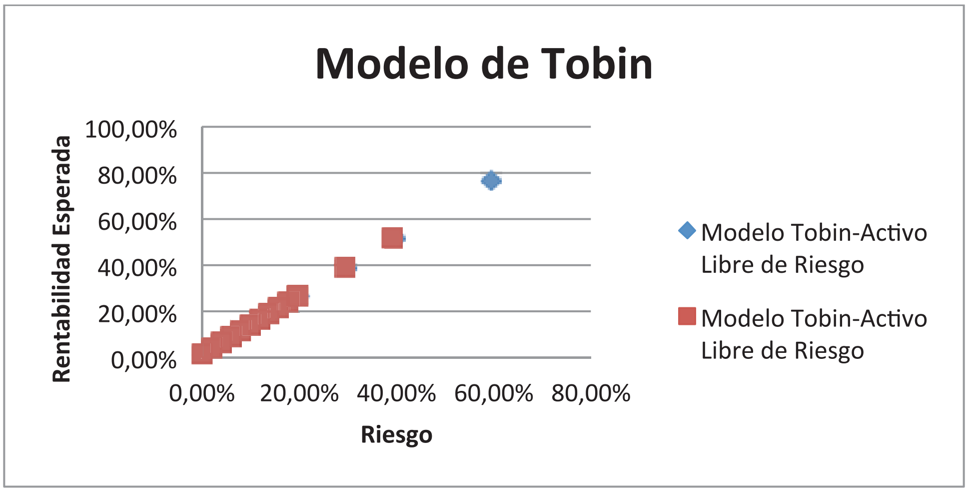


Ilustración 24: Modelo Tobin Cartera tres activos

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

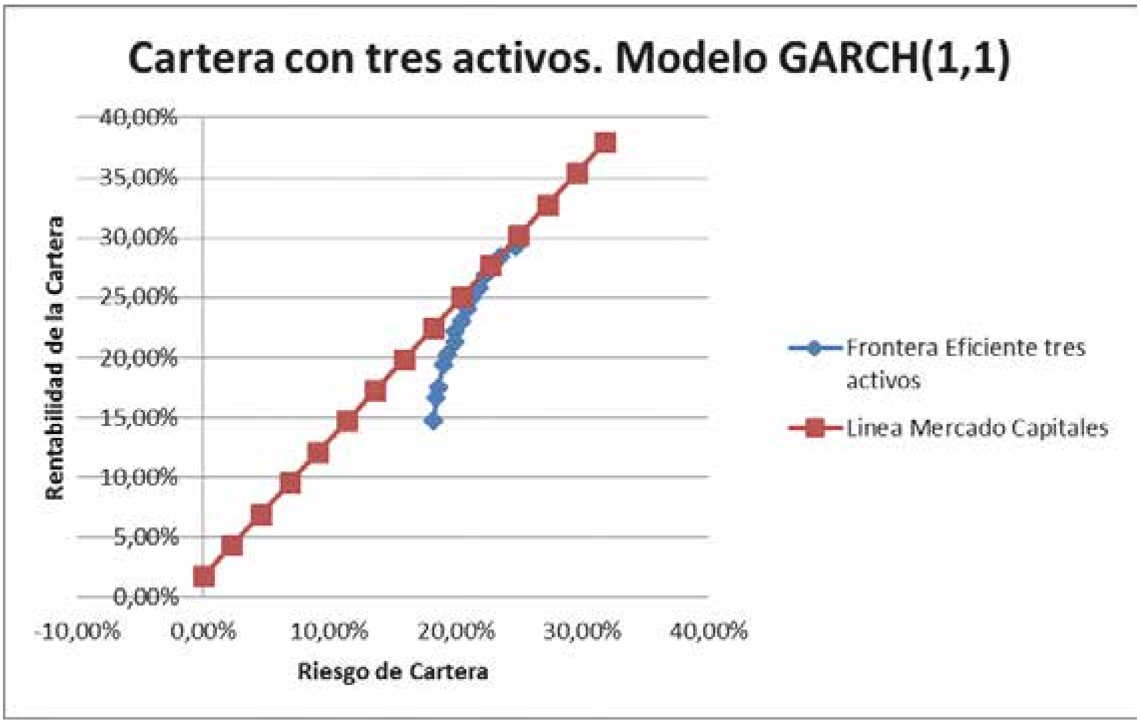


Ilustración 25: Frontera Eficiente tres activos con Modelo Tobin. Modelo GARCH(1,1)

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Por último, también tenemos que tener en cuenta que el VaR se ajusta a la nueva construcción de la cartera teniendo en cuenta los efectos de la diversificación y por tanto podría expresarse de la siguiente manera:

TAMAÑO CARTERA	100000000	DÍAS	252
NIVEL DE CONFIANZA	95%		
VAR VOLATILIDAD GARCH PARAMÉTRICO DIARIO	129.370,21 €	BENEFICIO DIVERSIFICACIÓN	
VAR VOLATILIDAD HISTÓRICA PARAMÉTRICO DIARIO	127.534,22 €	BENEFICIO DIVERSIFICACIÓN	
DIFERENCIAS	101,44%		
VAR ANUAL GARCH	2.053.688,36 €		
VAR ANUAL HISTÓRICO	2.024.542,98 €		

Ilustración 5: VaR diversificado con tres activos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Donde la perdida como podemos ver se reduce de manera significativa frente a una cartera formada únicamente por dos activos.

Relación del Ratio de Sharpe.

El Ratio de Sharpe para carteras formadas con tres activos nos ofrece una combinación de posibilidades aún mayor. Aunque en este caso no podemos observar diferencias significativas entre la utilización de un método u otro tenemos que tener en cuenta cual ha sido la situación del periodo ya que si las turbulencias han sido bajas y el mercado se ha mantenido en tendencia lateral ambos métodos se aproximarán hasta prácticamente ser iguales.

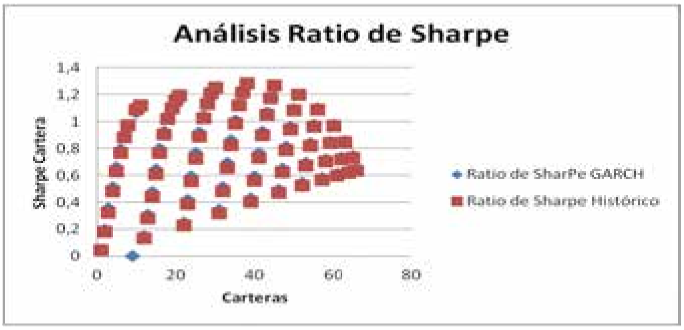


Ilustración 6: Modelo Ratio de Sharpe

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

4. Conclusiones en la Elaboración de Modelos de Selección de Carteras con Métodos Condicionales y No Condicionales.

CONCLUSIONES.	MÉTODO CONDICIONAL.	MÉTODO NO CONDICIONAL.
	Aproxima las carteras al nivel actual de riesgo de mercado lo que beneficia al inversor.	Facilidad de cálculo donde los estimadores tienen propiedades deseables.
	Permite un mayor control al gestor de las posiciones de la cartera y de la incorporación de nuevos títulos.	Requiere menos control y supervisión por parte de los operadores y equipos.
	Permite analizar de mejor manera si un activo es cíclico o no cíclico puesto que dicho comportamiento está implícito en la tendencia.	Requiere menos potencia de computación y se puede realizar en ausencia de programas informáticos especializados.
	Problemas y Errores en la estimación.	No tiene en cuenta la tendencia.
	Modelos complejos con múltiples variables.	No analiza el sentimiento y asimetría del inversor por apalancamiento.
	Es necesario un conocimiento especializado para su implementación y manejo así como para la selección del modelo: GARCH (1,1) GARCH (p, q), EGARCH, entre otros.	Existen pocas soluciones a sus problemas sin tener recurrir a Modelos Condicionales.

CAPÍTULO TRES: IMPLICACIÓN DE LA GESTIÓN DE LA VOLATILIDAD EN EL RIESGO DE MERCADO.

"Es un error capital teorizar antes de poseer datos. Uno comienza a alterar los hechos para encajarlos en las teorías, en lugar de encajar las teorías en los hechos"

Sherlock Holmes

IX. Implicación de la Gestión de la Volatilidad en el Riesgo de Mercado.

1. Gestión del Riesgo Financiero: Causas y Consecuencias de su aparición.

La Gestión de Riesgo es un campo recientemente desarrollado conforme han ido apareciendo nuevos adelantos tecnológicos. La aparición de dicha tecnología innovadora, de sistemas estadísticos y el esfuerzo de los gobiernos y Bancos Centrales ha impulsado a las entidades financieras a desarrollar mecanismos eficientes de cobertura, transferencia y gestión de las diferentes exposiciones a las que hacen frente en su día a día.

La Gestión de Riesgo como disciplina moderna empezó a desarrollarse a partir de los años 80, apareciendo novedosas instituciones que obtenían beneficios por una gestión adecuada de sus posiciones como los fondos de cobertura. Sin embargo, la caída del fondo Long Term Capital Management (LTCM) generó un antes y un después en las exigencias y elementos complementarios al reporting de las entidades exigidos por lo reguladores.

Una vez hemos analizado el contexto histórico podemos plantear una primera definición del Riesgo Financiero.

Podríamos definir el riesgo como la probabilidad de sufrir pérdidas inesperadas tanto en la frecuencia de aparición de las mismas como en un tamaño. Es importante tener claro dicho concepto debido a que, las pérdidas esperadas, si se pueden cuantificar y las entidades financieras muchas veces las engloban dentro de los precios de sus productos.Sin embargo, El riesgo Financiero como tal no tiene una definición única si lo aplicamos al mundo financiero. Además, según las diferentes etapas, se ha analizado dicho concepto desde diferentes prismas: primero únicamente como riesgo de crédito, posteriormente se incluyó el riesgo operacional y el riesgo de mercado y hasta el día de hoy donde la definición de riesgo abarca múltiples vertientes desde las matemáticas complejas hasta las visiones cualitativas centradas en el modelo de negocio de la empresa.

Argumentos a favor y en contra de la gestión de riesgos.

La Gestión del Riesgo, tiene ciertas ventajas que han hecho que su actual desarrollo sea un factor a tener en cuenta tanto por los reguladores financieros como por las diferentes instituciones.

Antes de introducir las diferentes ventajas y desventajas es necesario a efectos teóricos asumir que los mercados no son perfectamente eficientes.

La gestión y adecuación de la actividad a un nivel de riesgo permite entre otras cosas:

1. Reducir la volatilidad de los resultados de la empresa: Las operaciones de cobertura permiten mediante la gestión diaria de posiciones reducir los movimientos adversos del mercado en los flujos de caja de la empresa, reducir el Riesgo de Quiebra.
2. Permite mejorar la solvencia de las empresas y la capacidad crediticia: El Coste de Endeudamiento será menor lo que puede llevar a poder tener una capacidad de endeudamiento de mayor tamaño.
3. Obtención de ventajas competitivas: La empresa está en una posición de superioridad frente a competidores con sistemas de gestión más rudimentarios, permite a la empresa adelantar posiciones en los mercados al poder atender a mayor número de operaciones de manera más eficiente que si no tiene controlados sus flujos de caja.

Existen también argumentos en contra de su gestión defendidos por los economistas Modigliani y Merton Miller (Crouhy, M., Galai, D. and Mark, R. (2006). *The essentials of risk management*. New York: McGraw-Hill.) que determinaron que el valor de una firma no puede cambiar por la gestión de sus transacciones financieras. Ambos profesores asumieron que los mercados funcionaban de manera perfecta, sin costes de transacción, y con información disponible sin coste para los diferentes agentes. Para ellos, la realización de coberturas es un juego de suma cero ya que únicamente transfiere los flujos de caja de un periodo a otro y por ello las coberturas no tendrían sentido ya que no aportan ningún valor.

Además, también argumentaban que la gestión de riesgos genera costes adicionales tanto en personal y en capacidades específicas que se traducían en pérdidas y salidas de flujos de caja adicionales de la empresa

2. Tipologías de riesgos.

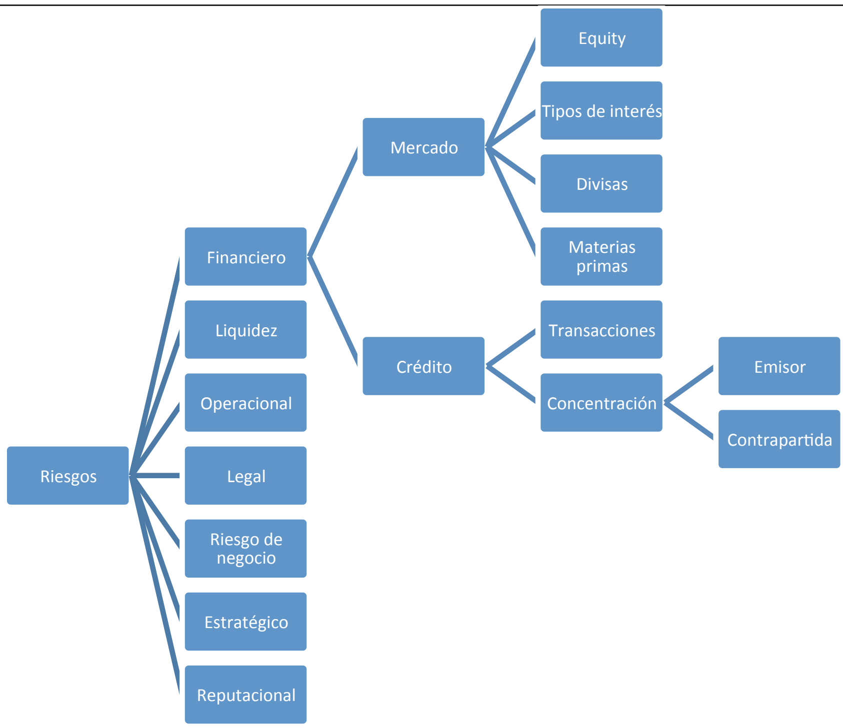


Ilustración 7: Tipos de Riesgos.

Fuente: Elaboración Propia.

(En nuestro caso para la realización del Trabajo de Fin de Grado únicamente vamos analizar el Riesgo de Mercado, su relación con la volatilidad y las diversas formas que tenemos para su medición.)

3. Introducción al Riesgo de Mercado.

El Riesgo de Mercado se basa en que cambios en los activos financieros, tipos de interés o cualquier otra variable relacionada, que pueda tener un efecto negativo sobre nuestra cartera de activos. Este riesgo, también puede surgir incluso con posiciones cubiertas debido a que puede que dicha cobertura no sea perfecta, entre otros factores que veremos posteriormente.

1. Riesgo de tipo de interés: Movimientos en la curva de tipos de interés y en los tipos forward que afectan a una cartera de activos de renta fija. Nuestro riesgo puede depender tanto subidas de tipos como bajadas dependiendo de la posición en la que se encuentre una cierta entidad.

2. Riesgo de equity: Movimientos desfavorables de índices o activos individuales que afectan a nuestra cartera.
    a. Riesgo específico: Es el riesgo propio del activo. Es un riesgo diversificable que se puede eliminar mediante la inclusión de títulos en la cartera con correlaciones diferentes a la unidad.
    b. Riesgo sistemático: Inherente al mercado y no diversificable. Es el riesgo por el que se premia al inversor en un mundo con mercados perfectos y ausencia de costes de transacción.
3. Riesgo de divisa: Movimientos en los tipos de cambio que afectan a los precios de un conjunto de activos. También afecta a la Economía Real en los negocios de importación y exportación, entre otros.
4. Riesgo de materias primas: Modificaciones en los costes de almacenamiento, producción, oferta y demanda que tienen un impacto en el precio de los activos.

4. Aproximación al modelo VaR y consecuencias de la determinación de la volatilidad.

Importancia de la utilización del modelo VaR y su implicación en la gestión de riesgos.

En la actualidad, los mercados financieros, se caracterizan por su aumento de volatilidad general frente a periodos pasados. Este aumento del nivel de riesgo en los diferentes mercados tanto nacionales como globales, se puede atribuir al aumento de apalancamiento financiero que han llevado a cabo diferentes agentes, entidades, fondos de cobertura, inversores particulares, fondos soberanos, entre otros.

Como consecuencia de esta tendencia fruto de la liberación y de la libre movilidad de capitales, es necesario establecer nuevas medidas que tengan en cuenta estos nuevos riesgos y permitan adecuar el capital y los límites de exposición a los mercados financieros.

El Valor en Riesgo, se puede definir como la peor pérdida esperada por un activo o una cartera para un periodo de tiempo dada una determinada probabilidad como nivel de confianza. No analiza cual va a ser el tamaño de la pérdida, sino que, analiza cual es la probabilidad de que el valor determinado por el VaR se exceda en el tiempo.

El Modelo VaR se puede definir atendiendo a una serie de variables que son las siguientes:

- Periodo temporal: El periodo temporal utilizado para el cálculo del valor en riesgo, tiene que ser significativo con la exposición al riesgo de la empresa, de nada vale establecer horizontes temporales para esta medida diferentes al periodo de exposición porque nos daría una visión distorsionada del riesgo financiero.
- Nivel de confianza: El nivel de confianza puede variar atendiendo a diferentes circunstancias, pero los agentes regulatorios, (Basilea II-BIS) ha establecido como norma general un nivel de confianza del 99% con un nivel de significación del 1%.
- Pérdidas esperadas y pérdidas inesperadas: El modelo VaR, no tiene en cuenta las pérdidas esperadas de la empresa pues estas ya están contendidas en el precio de los productos y la empresa es capaz de su modelización adecuada. El Valor en Riesgo por tanto, es un modelo que se utiliza con el objetivo de analizar las pérdidas inesperadas para diferentes agregados con el fin de limitar el riesgo y para la determinación de parámetros a efectos regulatorios.

La mayoría de determinaciones del modelo VaR son a corto plazo, es decir, para periodos de un día hasta 10 días estableciéndose, en general, límites de hasta un año.

Además por la regulación de Basilea de 2008 se estableció el nivel de confianza oficial en 99% aunque se puede calcular para fines internos para otros rangos como 95%, 90%, entre otros.

Las principales ventajas del VaR como modelo de cálculo de riesgos son las siguientes:

- Permite analizar la exposición al riesgo que tenemos por una determinada posición pero también para un conjunto agregado de operaciones. Además permite comparar los Riesgos de Mercado de todos los activos de una firma.
- Permite incorporar el nivel de riesgo del producto en el precio, determinar medidas como el Capital Económico y Regulatorio, determinar el Coste de Capital para diferentes posiciones.
- Permite informar de manera racional, fácil y comprensible a accionistas, directivos u cualquier tercero interesado en las operaciones de la empresa.

- Analiza el rendimiento de los diferentes negocios y unidades de la empresa mediante su comparación con el riesgo asumido.
- Permite proteger a la empresa de ciertos problemas como pueden ser los Costes de Insolvencia o de quiebra financiera.
- Tiene en cuenta la correlación entre diferentes factores de riesgo.
- Tiene múltiples fórmulas de cálculo tanto históricas como paramétricas.
- Tiene en cuenta los efectos de la diversificación y la creación de carteras con combinaciones de diferentes activos.

Sin embargo, también tiene una serie de limitaciones fundamentales:

- No tiene en cuenta las diferencias de liquidez entre los activos. Por ejemplo: Una cartera de créditos tendrá mayor dificultad de venta en el mercado que una cartera de acciones de una gran empresa americana.
- Tiene importantes costes de implementación y no se debe tomar como un sustituto de un sistema integrado de medición y control de riesgos financieros.
- Tiene muchas asunciones y por ello sus resultados pueden estar sesgados cuando ciertas propiedades no se cumplen en la realidad.

5. Modelos de Determinación del Valor en Riesgo.

Modelos VaR basados en la Covarianza.

Este método de cálculo, se basa en que solo se necesita el conocimiento de las covarianzas entre todos los activos que forman una cierta cartera para determinar el Value at Risk. Este modelo fue desarrollado por JP Morgan en 1994 mediante su filial actualmente adquirida por MSCI RiskMetrics (www.riskmetrics.com).

Para el cálculo del Valor en Riesgo, nos vamos a basar en asumir que las pérdidas y ganancias de una cierta cartera se distribuyen de manera normal. Por tanto, asumimos que:

- Los factores de riesgo y los retornos de la cartera se distribuyen de manera Logarítmica Normal, es decir, que el logaritmo natural se distribuye de forma normal.

Entonces:

$$VaR = \sigma N^{-1}(X)$$

Dónde:

X es el nivel de confianza. σ es la volatilidad de la cartera para el periodo objeto de análisis. $N^{-1}(X)$ es la Distribución Normal Inversa para un determinado nivel de confianza.

Si incluimos el periodo temporal objeto de medida entonces:

$$VaR = \sigma N^{-1}(X) * \sqrt{T}$$

Como podemos ver en el anterior desarrollo, lo que realmente determina el VaR es la determinación de la volatilidad, por ello, como explicábamos anteriormente en el trabajo, es fundamental una correcta adecuación de su método de cálculo a la realidad que estamos describiendo.

Podemos traducir este VaR paramétrico a un VaR monetario, donde se tiene en cuenta la cantidad de dinero que forma nuestra cartera.

$$Monetario\ VaR = M * \sigma N^{-1}(X) * \sqrt{T}$$

Impacto de la Auto correlación.

A largo del trabajo, hemos analizado como diversos autores defendían la independencia del comportamiento de los precios proponiendo la hipótesis del Paseo Aleatorio, sin embargo, es necesario tener en cuenta que pasaría si los precios no se comportaran de manera totalmente independiente.

Para ello, podemos realizar el siguiente análisis de correlación determinando lo siguiente:

$$\sigma^2 + \sigma^2 + 2p\sigma^2 = 2(1+p)\sigma^2$$

Dónde:

$$\sigma^{2}\ es\ la\ varianza\ de\ \Delta Pi\ para\ todo\ i$$

A partir de la ecuación anterior, podemos determinar la varianza del incremento de ΔPi para todo el periodo de la siguiente manera:

$$\sigma_2 = (T + 2(T-1)p + 2(T-2)p^2 \dots \dots.)$$

Por tanto, en función del nivel marcado por la fórmula de auto correlación el valor en riesgo fluctúa aunque a efectos prácticos como es una medida que se suele utilizar en periodos intra-diarios se asume una auto correlación de cero donde los comportamientos de precio son de carácter independiente.

Nivel de Confianza.

El nivel de confianza varía mucho en función de las circunstancias de la empresa y sus necesidades. En principio el nivel que el regulador establece es un 99%, sin embargo, muchas veces a nivel operativo se suelen utilizar otras medidas diferentes. (95% para control interno, 90% para valoración de ciertas posiciones, entre otros).

Para convertir un VaR con un nivel de confianza en un VaR con otro nivel de confianza podemos utilizar la siguiente ecuación de transformación:

$$Var(X^*) = VAR(X) * (\frac{N^{-1}(X^*)}{N^{-1}(X)})$$

Dónde:

X es el nivel de confianza impuesto en el modelo y a partir de ese valor podemos calcular el valor en riesgo para cualquier nivel de confianza requerido.

Ventajas y desventajas del Método de Varianza-Covarianza.

Su principal ventaja es su rapidez de cálculo, y de implementación. En un mundo como el financiero donde el tiempo es fundamental a la hora de llevar a cabo operaciones, esta medida, permite cálculos a nivel diario e incluso intra-día de una manera sencilla.

Sus principales desventajas son las siguientes:

1. Solo se puede aplicar a carteras lineales, es decir, no es un método factible para carteras de opciones, activos con rendimientos asimétricos, entre otros.
2. Asume que la Distribución de Pérdidas y Ganancias de la cartera es una Distribución Normal, sin embargo, tal y como se ha demostrado de manera sucesiva empíricamente los activos en general no siguen una Distribución Normal y por ello, puede infravalorar el riesgo real de una determinada cartera.
3. Asume que todas las relaciones financieras independientemente de su complejidad están capturadas en la covarianza. Esta asunción está lejos de la realidad ya que la propia covarianza es limitada a la relación lineal de codependencia de activos.

Modelos VaR basados en la simulación.

La Simulación, es uno de los métodos más utilizados en la actualidad por las diferentes instituciones financieras, sin embargo, tras la crisis financiera los reguladores han exigido acompañar estos métodos con Test de Estrés. Los Test de Estrés, permiten no solo tener en cuenta las situaciones pasadas sino nuevos efectos y circunstancias que pueden aparecer en los mercados.

Dentro de los Métodos de Simulación, uno de los más utilizados es la aproximación por el Método de Monte Carlo. Este método, necesita también asumir ciertas características de la distribución, sobre la matriz de covarianzas, y además requiere un gran esfuerzo y consumo computacional.

Por último, antes de valorar de manera concreta los Métodos de Simulación, tenemos que subrayar que a efectos prácticos estos métodos se utilizan de manera subsidiaria debido a su consumo de tiempo y de capacidad computacional.

Método de Simulación Histórica.

Se basa en la utilización de datos reales pasados para construir una distribución de las pérdidas y ganancias del periodo. Este método, no asume que la distribución tenga que seguir un cierto Modelo Paramétrico y además se puede usar para la valoración de diferentes activos más complejos como pueden ser las opciones financieras u otros activos con rendimientos asimétricos.

Para la realización de Modelos Históricos la Regulación de Basilea II determina que es necesario como mínimo un año de datos en la muestra. Además, es necesario asumir un comportamiento de las variables que afectan a la cartera como pueden ser los precios de los índices, tipos de interés, tipos de cambio, entre otros.

Modelización de un Modelo Histórico.

Para calcular el Valor en Riesgo por el Método de la Simulación Histórica lo primero que tendremos que hacer es construir un histograma de frecuencia de Pérdidas y Ganancias de la cartera.

Bin	*Frequency*	*Cumulative %*
-350000	2	0,79%
-325000	0	0,79%
-300000	2	1,57%
-250000	1	1,97%
-200000	8	5,12%
-150000	9	8,66%
-100000	22	17,32%
-50000	27	27,95%
0	42	44,49%
50000	61	68,50%
100000	32	81,10%
150000	27	91,73%
200000	13	96,85%
250000	3	98,03%
300000	3	99,21%
325000	1	99,61%
350000	1	100,00%
More	0	100,00%

Tamaño Cartera	100.000.000,00 €

Ilustración 8: Histograma de Frecuencia.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

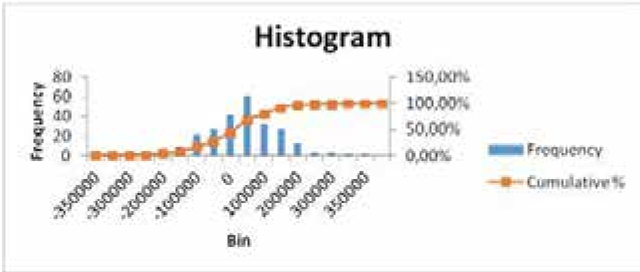


Ilustración 9: Histograma de Frecuencia.

Fuente: Elaboración Propia.

Column1	*Valores*
Mean	**2040,492266**
Standard Error	**7279,006179**
Median	**8546,770333**
Mode	**#N/A**
Standard Deviation	**116008,2689**
Sample Variance	**13457918462**
Kurtosis	**0,742330448**
Skewness	**- 0,245237478**
Range	**704763,9818**
Minimum	**- 370.303,82 €**
Maximum	**334.460,16 €**
Sum	**518285,0355**
Count	**254**
Confidence Level(95,0%)	**14335,16416**

Fuente: Elaboración Propia.

Para mayor facilidad: Suponemos Distribución Normal de Pérdidas y Ganancias.

Una vez que hemos construido el histograma para una cierta cartera mediante el Método de Simulación Histórica, podemos analizar el Var que será el percentil 99% de la distribución.

En este caso con un año de aproximación por Simulación Histórica el Valor en Riesgo se corresponderá a las ¾ mayores pérdidas de la distribución, es decir, hace referencia a la cola izquierda de la distribución.

Una vez que tengamos esos valores calculados el VaR será el menor de esos tres valores determinados.

VAR HISTÓRICO	% máxima pérdida	P&L
1	-3,703%	- 370.303,819 €
2	-3,656%	- 365.647,749 €
3	-3,232%	- 323.161,449 €
4	-3,166%	- 316.587,627 €

Ilustración 10: Var Histórico de la Cartera.

Fuente: Elaboración Propia.

Una vez calculado el VaR Histórico, podemos calcular también el VaR Condicional que no es más que la media de los valores de las máximas pérdidas con un nivel de significación del 1%.

VAR CONDICIONAL	- 343.925,16 €

Ilustración 11: VaR Condicional.

La precisión de este modelo, tiene problemas debido a que se basa en un número finito de observaciones, por ello, las estimaciones de los percentiles de la distribución están sujetos a sesgos y errores.

Para analizar el nivel de error de la muestra utilizamos la siguiente fórmula propuesta por Kendall (Christoffersen, P. (2012). *Elements of financial risk management*. Amsterdam: Academic Press.):

$$\frac{1}{F(x)}\sqrt{(1-q)q/n)}$$

Dónde:

n : Es el número de observaciones de la muestra. F(x) es la función de densidad de la función de pérdidas en el punto x. Para estimar esta función de densidad muchas veces se utiliza una aproximación a una distribución conocida como puede ser la Distribución Normal.

Extensiones de Simulación Histórica: Modificación y pesos no constantes.

El Modelo tradicional de Simulación Histórica, asume que el peso de las observaciones pasadas, es el mismo independientemente del momento actual. Por ello, el peso de la observación j sería igual a:

$$w_j = \frac{1}{n}$$

Dónde:

$$n = Tamaño\ de\ la\ muestra\ en\ Simulación\ Histórica.$$

$$n \rightarrow mayor \rightarrow menor\ peso\ de\ cada\ observación.$$

Sin embargo, como hemos ido viendo a lo largo del trabajo los Modelos Exponenciales y Condicionales son métodos más adecuados para el cálculo de riesgos financieros ya que tienen en cuenta la tendencia de mercado, por esto, nuestro objetivo ahora es construir un Modelo de Carácter Condicional que se pueda aplicar al Valor en Riesgo.

Para este modelo, aplicaremos los conceptos aprendidos al exponer el modelo EWMA donde los pesos de periodos pasados decaían a una tasa exponencial, en concreto, en la Simulación Histórica el valor de los pesos será el siguiente:

$$\frac{\pi^{n-1}(1-\pi)}{1-\pi^n}$$

Dónde:

π representa un determinado valor. Si $\pi = 1$ el modelo se aproxima a un modelo tradicional con pesos constantes. Si $\pi < 1$ se tiene en cuenta el paso del tiempo en la relevancia de la información pasada.

Simulación de Monte Carlo.

Consiste en la utilización de una simulación en el movimiento de los activos y los factores de riesgo hasta un determinado punto en el futuro. Para ello, se toman como referencia inicial los valores actuales y se simula hasta un determinado día t.

Tenemos que generar diversos escenarios que recogen diferentes comportamientos del activo y posteriormente se elabora un histograma y el valor del VaR se obtendrá de la misma manera que la obtenida anteriormente por el Método Histórico. A mayor cantidad de escenarios simulados mejor será la determinación pues recogerá más posibles comportamientos.

Para este método, la evolución del activo se asume que sigue un proceso Browniano de la siguiente manera:

$$dX(t) = \mu dt + \sigma W(t)$$

Para obtener un proceso de simulación, hemos estimado el comportamiento aleatorio con una muestra de 60 días para diez estados aleatorios, reflejando el proceso el siguiente gráfico:

		SIMULACIÓN	SIMULACIÓN	SIMULACIÓN	SIMULACIÓN	SIMULACIÓN
1	10279,5	-0,00461194	-3,1317E-05	0,02794035	-0,00270002	-0,00122861
2	10279,5	-0,02033514	0,00862443	-0,01318363	-0,0117738	0,00204072
3	10279,5	-0,01227221	-0,00354712	0,01654679	0,01751608	0,00664275
4	10279,5	0,02695672	-0,00309732	0,00870769	-0,00084783	-0,00032458
5	10279,5	-0,00333495	-0,00368074	-0,00468831	0,01311546	0,0275612
6	10279,5	0,00845683	0,01893464	-0,00301767	-0,00036939	0,00497062
7	10279,5	0,01723752	0,00426145	-0,00485523	0,003125	0,01145744
8	10279,5	-0,00811449	0,01682848	0,00727841	0,0001032	0,01316501
9	10279,5	-0,01047028	-0,00966459	0,00890209	-0,00086851	-0,02625989
10	10279,5	-0,01242825	0,02063349	0,00134086	0,0130996	-0,01312553
11	10279,5	0,00508676	-0,00365054	0,01459155	0,00743521	0,00015252
12	10279,5	-0,00873698	0,02154146	-0,00676556	0,00751353	0,0010328
13	10279,5	0,01895323	-0,01510643	0,00682473	-0,00357493	-0,00596645
14	10279,5	-0,00013239	0,00418843	-0,00081067	-0,00726007	0,00337592
15	10279,5	0,00823665	0,0168915	-0,00067054	-0,00148678	-0,0071448
16	10279,5	0,01047826	0,00061824	-0,02060049	-0,00396752	0,00371715
17	10279,5	-0,0021082	-0,00398923	0,00054191	-0,00121297	0,01711754
18	10279,5	0,00535681	0,00070735	0,02318086	0,00688843	-0,01907135
19	10279,5	-0,00592558	0,00685482	0,01059977	0,01546071	0,02542846
20	10279,5	0,00748198	-0,02191331	0,00484199	0,00270769	0,00125068
21	10279,5	-0,01438132	0,01209662	0,0071149	-0,004339	0,00621403
22	10279,5	0,00520775	0,00464796	0,01604211	0,00963659	0,00438995
23	10279,5	-0,02471412	0,01186159	0,00146383	0,00702777	-0,00385843
24	10279,5	-0,00660934	-0,00271702	0,00879228	-0,01242902	0,00928962
25	10279,5	-0,00373806	0,0036171	-0,00175208	-0,01544553	-0,01045581
26	10279,5	-0,01435946	-0,00065928	0,00012477	0,01690962	-0,00670188
27	10279,5	0,01116411	-0,02594343	-0,00178317	0,03198325	0,00266704
28	10279,5	0,00504418	-0,00765118	0,00571902	-0,03128564	0,01534158
29	10279,5	-0,0003036	0,00186342	-0,00245885	0,00364924	0,01407755
30	10279,5	0,01351966	0,0146252	0,00829356	-0,00283237	-0,02368386
31	10279,5	-0,00448599	-0,00037577	-0,00689929	0,02329075	-0,00479569
32	10279,5	-0,00833688	0,00757003	-0,01784894	0,0178972	0,00092013
33	10279,5	-0,00553709	0,00808669	-0,01007211	0,01184134	-0,00092007
34	10279,5	-0,00142654	-0,00759567	-0,03154016	-0,00411813	0,02276431
35	10279,5	-0,00189685	0,01964557	0,00491672	-0,00441492	-0,0006582
36	10279,5	-0,00374065	-0,0108336	0,00234746	-0,00052678	0,00418337
37	10279,5	0,01889284	-0,00923455	0,00950829	0,0123275	-0,01340921
38	10279,5	0,01369865	-0,00318394	-0,01932158	0,00444406	0,02356021
39	10279,5	0,01488661	-0,00726518	-0,00703683	0,00777239	-0,01006761
40	10279,5	-0,01229785	0,020305	-0,00189379	-0,00351029	0,00116032
41	10279,5	0,00533663	0,01333681	0,01273699	0,00848449	-0,01064914
42	10279,5	0,00854966	0,00344484	0,00621296	0,00418072	0,00417488
43	10279,5	0,01163504	-0,02455196	-0,00301102	-0,0026092	-0,00895905
44	10279,5	0,00578593	-0,00180417	-0,01706732	-0,00339951	-0,01081461
45	10279,5	-0,01018295	0,00081176	0,01078178	0,00547886	0,02189825
46	10279,5	0,02760266	0,00476447	0,03027199	0,01852938	0,00225039
47	10279,5	0,00473385	-0,01236041	0,01853871	0,00319402	0,01170444
48	10279,5	-0,00037562	-0,01597531	-0,00602711	0,01125609	0,00793434
49	10279,5	0,00204925	-0,00667361	-0,00380533	-0,00621519	0,00532904
50	10279,5	0,01138128	-0,00308046	0,01473314	-0,00366331	0,03648554
51	10279,5	0,00293572	-0,01028452	-0,01526413	0,01326174	-0,01580769
55	10279,5	-0,00600514	-0,00444409	0,02713778	-0,00582534	-0,00726513
53	10279,5	0,00521594	0,00141864	0,00704166	0,00268878	0,0009967
54	10279,5	0,02091093	0,00442922	-0,02342253	0,01583672	0,02412758
55	10279,5	0,01998108	0,01520607	-0,00240245	-0,0039247	-0,02494623
56	10279,5	0,0064737	-0,00251517	0,01002877	-0,00085339	0,00543762
57	10279,5	0,02019915	-0,02313455	0,009406	-0,01481191	-0,01044254
58	10279,5	-0,00203219	-0,02016055	-0,01555767	0,01071863	0,00718381
59	10279,5	0,01013829	0,01634348	0,01112523	0,02069344	0,01725559
60	10279,5	0,00184553	0,00088623	0,00121046	-0,0056845	-0,0037584

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

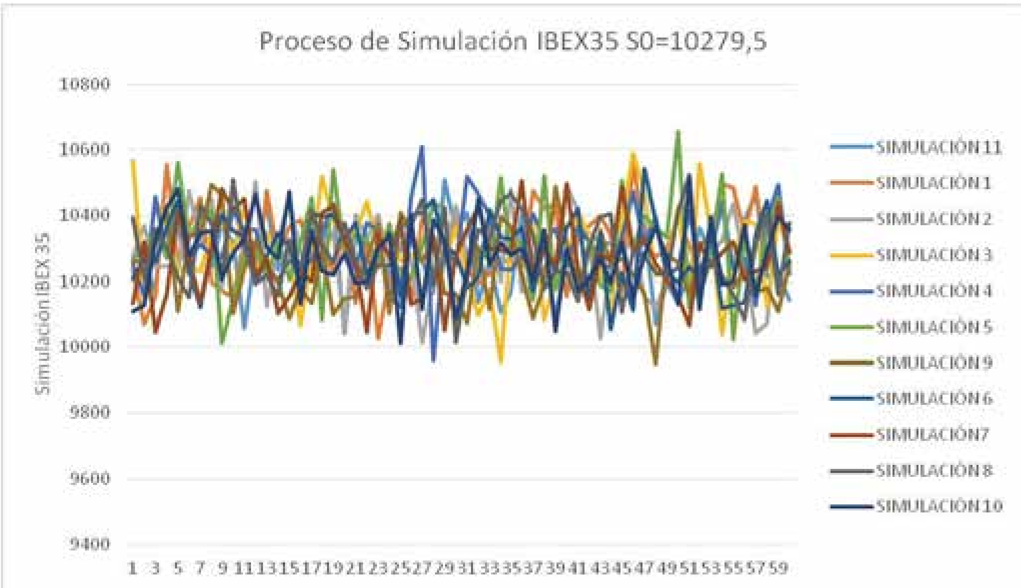


Ilustración 12: Simulación de Monte Carlo.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Simulación: GRETL-EXCEL.

Una vez que hemos obtenido el Proceso de Simulación los diferentes precios, analizamos el retorno de los mismos (Método Logarítmico Normal) para la obtención del histograma, que nos permita, determinar los percentiles para el cálculo del VaR (NOTA: Número bajo de simulaciones debido a falta de programa especializado, genera sesgo por muestra baja).

Bin	Frequency	Cumulative %
-1000000	1	1,67%
-800000	0	1,67%
-600000	3	6,67%
-400000	3	11,67%
-250000	2	15,00%
-200000	5	23,33%
-150000	3	28,33%
-100000	3	33,33%
-75000	1	35,00%
-50000	2	38,33%
-25000	1	40,00%
0	1	41,67%
25000	2	45,00%
50000	0	45,00%
75000	3	50,00%
100000	3	55,00%
150000	4	61,67%
200000	2	65,00%
250000	4	71,67%
400000	8	85,00%
600000	6	95,00%
800000	3	100,00%
1000000	0	100,00%
More	0	100,00%

Ilustración 13: Histograma de Frecuencia: Simulación de Monte Carlo.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg.

Nuestro objetivo por tanto, será llevar a cabo múltiples simulaciones con el objetivo de obtener diferentes comportamientos de la distribución de pérdidas y ganancias y una vez determinado este comportamiento estimar el Var mediante el nivel de confianza al 99%.

La principal ventaja de este modelo, es que se puede aplicar a prácticamente cualquier tipo de activo tanto simple como complejo, además permite construir valoraciones más realistas que el modelo histórico al tener en cuenta diferentes perspectivas y comportamientos de los activos.

Sus principales problemas, son la necesidad de usar la matriz de covarianzas que como hemos dicho anteriormente solo captura relaciones lineales y puede llevar al error.

Por tanto, los pasos necesarios para llevar a cabo una simulación adecuada de Monte Carlo serían los siguientes:

a. Determinar lo factores de riesgos necesarios: Determinar factores como volatilidad, correlación, reversiones a la media, tipos de interés, entre otros.
b. Determinar el comportamiento de los precios: Simulación y generación de números aleatorios para analizar el comportamiento de los precios a lo largo de un periodo definido.
c. Valoración de la cartera para cada escenario.
d. Construir el intervalo para un nivel de confianza de la misma manera que el proceso de simulación histórica anterior.

6. Análisis y determinación de comparativas entre los diferentes modelos.

Como hemos ido observando a lo largo del estudio los diferentes métodos varían entre sí pero tienen un problema común que es la dependencia de las asunciones del modelo.

En el caso del VaR de Covarianzas y la simulación de Monte Carlo ambos necesitan una matriz de covarianzas, lo que genera, que tengamos que establecer relaciones lineales entre activos que son cambiantes y que muchas veces no reflejan la relación de la manera más adecuada.

Los Modelos Históricos, a pesar de que no tienen la necesidad de estimación de la matriz sí que tienen problemas en cuanto al tipo de datos incluidos en la muestra, la asunción de la Distribución Normal, la determinación del número de datos para la muestra objetivo, entre otros

.

Varianza-Covarianza.

Análisis del Modelo	Ventajas	Desventajas
	No necesita mucha potencia de computación.	Asume comportamiento normal de los retornos de la cartera.
	Utiliza el teorema central del límite incluso cuando la distribución no es normal y existen factores independientes.	Asume distribución de los factores de riesgo logarítmico normal y no tiene en cuenta las colas más anchas que distribución normal.
	No necesita modelo de comportamiento de precios. Puesto que asume normalidad.	Estimación de volatilidad y correlaciones.
	Permite agregación de VaR de diferentes carteras y exposiciones con relativa facilidad.	No puede usarse análisis de sensibilidad ni intervalos de confianza.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: FED-BIS-ECB.

Simulación Histórica.

Análisis del Modelo	Ventajas	Desventajas
	No asume comportamiento de los factores de riesgos.	Depende del periodo de tiempo utilizado y puede generar sesgos.
	No necesita asumir y estimar volatilidades y correlaciones, están implícitas en el modelo.	Si los datos pequeños error de estimación importante.
	Captura las fat tails y eventos extremos.	No puede analizarse por medio de análisis de

		sensibilidad.
	Permite elaborar intervalos de confianza.	No es válido para productos complejos.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: FED-BIS-ECB.

Simulación de Monte-Carlo.

Análisis del Modelo	Ventajas	Desventajas
	Se ajusta a diferentes distribuciones y carteras complejas. Permite elaborar intervalos de confianza.	No incorpora eventos extremos.
	Permite análisis de sensibilidad.	Intensidad de computación.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: FED-BIS-ECB.

7. Simulación de Escenarios. Análisis de Sensibilidad. Test de Estrés.

Tras la Crisis Financiera 2007, los diferentes cuerpos reguladores como el Comité de Basilea y otros agentes, impusieron la necesidad de estimar unos escenarios complementarios a los escenarios tradicionales así como simular cómo afectaría a las diferentes entidades financieras un cambio drástico en las condiciones y en la evolución de los mercados.

Antes de definir los posibles escenarios y situaciones que podemos utilizar, es necesario aclarar los siguientes conceptos:

- Un Escenario: es un posible entorno económico en un momento de tiempo o a lo largo de un cierto periodo. Se pueden utilizar como forma de evaluar un conjunto de estrategias que puede tomar la dirección y no sabe cuál llevar a cabo analizar la solvencia de la empresa, análisis de vulnerabilidad, entre otros.

- Un Análisis de Sensibilidad: es un conjunto de posibles alternativas de los factores que pueden ocurrir en un escenario.
- Un Test de Estrés: es un análisis de la solvencia y capacidad de la empresa bajo una serie de condiciones adversas que imponemos al modelo. Podemos usar por ejemplo:
  - Desastres físicos: Terremotos, Huracanes, entre otros.
  - Desastres Financieros: Crisis de 2007, 1993, Lunes Negro, entre otros.

8. Complementación de los Modelos VaR mediante la simulación de escenarios y la determinación de test de estrés. (http://www.federalreserve.gov/newsevents/press/bcreg/bcreg20150305a1.pdf).

Atendiendo a la nota aclaratoria de la Reserva Federal así como al Banco Internacional de Pagos y al Comité de Basilea se ha impuesto a las entidades la necesidad de someter sus activos a una serie de escenarios con diferente gravedad en las condiciones de mercado.

Estos escenarios van desde escenarios severos donde las condiciones crediticias, la insolvencia, la falta de liquidez, empeoran drásticamente, a condiciones más acordes con una situación normal de mercado.

Los reguladores establecen una serie de condiciones que deben cumplir dichos test a la hora de implantarse en la empresa:

1. Deben formar parte del sistema integral de gestión de riesgos y del gobierno corporativo.
2. Debe ser un sistema complementario de otros sistemas de riesgos utilizados en la empresa.
3. Deben cubrir diversos escenarios y utilizar una amplia variedad de técnicas en su implementación.
4. Deben existir políticas escritas sobre la mejor forma de realización.
5. La institución financiera debe contar con la infraestructura y medios necesarios para la realización eficiente de los test.
6. Debe cubrir los riesgos inherentes a las diferentes áreas de la empresa analizando también el riesgo de liquidez y de poder adquirir fondos en los mercados.

7. Debe tener en cuenta activos complejos y programas de titulización de activos y derivados. Por ejemplo, valorar e incluir activos CDS,CDO, MBs, entre otros.
8. Tiene que tener en cuenta los riesgos reputacionales que pueden surgir por la implantación de ciertas estrategias de mercado. Por ejemplo: la pérdida de reputación de Bankia tras los problemas con las acciones preferentes.

Para la realización de estos escenarios y test de estrés se realizan:

1. <u>Análisis de probabilidades y determinación de escenarios:</u> Consiste en la determinación de posibles situaciones de mercado donde concurren diversas situaciones como aumentos de correlación entre activos, aumento de volatilidad, falta de liquidez, entre otros. Se tienen en cuenta diferentes variedades que abarcan situaciones extremas (pueden ser mayores que las de la Crisis de 2007) a condiciones normalizadas.
2. <u>Condiciones de estrés:</u> Consiste en la repetición y simulación de eventos anteriores para determinar si las entidades financieras podrían sobrevivir.
3. <u>Escenarios determinados por la dirección:</u> Son escenarios generalmente muy relevantes debido a que la dirección de la empresa generalmente tiene un amplio conocimiento y experiencia. Estos escenarios suelen generar posteriores decisiones estratégicas y actuaciones en consecuencia.

4. <u>Escenarios de movimiento conjunto de variables:</u>

   1. Movimientos simultáneos de índices y divisas.
   2. Movimientos simultáneos de la volatilidad y tipos de cambio.
   3. Movimientos de calidad crediticia y solvencia.
   4. Restricciones de liquidez y caída de los mercados financieros.
   5. Escenarios de movimiento de una única variable:
   6. Movimientos de puntos básicos en la curva de tipos de interés.
   7. Aumentos de la volatilidad de los activos. (Movimiento global del Mercado)
   8. Aumento o descenso de los índices de renta variable y movimientos de los precios de materias primas.
   9. Cambios en los tipos de cambio de las divisas principales y restricciones de comercio.

10. Cambios en los tipos de cambio de divisas menos utilizadas que afecta a la liquidez de las divisas principales.

5. Escenarios completos: Son aquellos que tienen en cuenta cómo actúan las demás entidades financieras frente a un determinado evento y por ello cuales es la situación que podría llegar a crearse en un cierto mercado financiero donde todas las entidades actuaran a la vez.

6. Escenarios reversos: Analizan situaciones donde se obtuvieron grandes pérdidas y de ahí se construye el escenario que las generó, son muy útiles para modelizar las consecuencias y causas de las crisis financieras.

9. Requisitos Legales en la Estimación del VaR: Medidas de Basilea. Reserva Federal y Banco Central Europeo.

El VaR, hasta la exigibilidad del Expected Shortfall como medida de análisis, ha sido fundamental para la determinación del Capital Regulatorio que tenían que mantener los bancos como reservas para cubrir sus posibles pérdidas.

El VaR exigido en la actualidad, es un VaR para un periodo de diez días, con un nivel de confianza del 99% que posteriormente es analizado por un comité de riesgos interno, y por grupos de inspección de los diferentes órganos competentes (ECB, BIS, FED) para ver si es adecuado con el riesgo inherente de la entidad o es una medida poco realista.

El Comité de Basilea, a través del Banco Central de Pagos, elaboró una tabla ahora en desuso, desde el punto de vista regulatorio , pero que todavía sirve de referencia donde se enmarcan las desviaciones permitidas del VaR, que posteriormente veremos cómo se calcula mediante un proceso de Backtesting

Comité de Basilea 1996. Referencia VaR.	**ZONAS**	**NÚMERO DESVIACIONES.**
	ADECUADO	**0**
	ADECUADO	**1**

	ADECUADO	**2**
	ADECUADO	**3**
	ADECUADO	**4**
	REVISAR	**5**
	REVISAR	**6**
	REVISAR	**7**
	REVISAR	**8**
	REVISAR	**9**
	NO ACEPTABLE	**10**
	NO ACEPTABLE	**MÁS DE 10**

Fuente: Elaboración Propia. Datos: ECB-BIS.

10. Backtesting VaR: Relación entre resultados y realidad.

El método de Backtesting no es más que el proceso de comparar los resultados obtenidos a final de un ejercicio, o de un determinado periodo, con los resultados que nuestro modelo había predicho.

En principio, a mayor proximidad mejor será la calidad de nuestro modelo y podremos realizar un uso más extensivo del mismo.

Método de Unconditional Coverage.

Este método, se basa en el análisis de la relación existente entre el nivel de confianza aplicado en nuestro modelo y los sucesos acontecidos en la realidad. Es decir, que si por ejemplo nosotros implantamos un nivel de confianza del 99% esperamos que un determinado acontecimiento de riesgo suceda en 1 de cada 100 casos.

Es por ello, que cuanta mayor frecuencia tenga un cierto acontecimiento frente a lo determinado en el modelo peor será nuestra predicción y será necesario revisar los inputs introducidos para el cálculo.

Para la determinación de este método utilizaremos la siguiente fórmula:

$$L(\pi) = \prod_{i=1}^{t}(1-\pi)^{1-I_t}\pi^{I_t}$$

Como podemos ver, esta fórmula se aproxima a la fórmula utilizada por una Distribución Binomial donde π=p y (1-π)=q. Sin embargo, si el número de muestras es lo suficientemente grande, también se puede aproximar a una distribución normal de la siguiente manera:

$$z = \frac{x-pn}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

Para determinar π podemos utilizar la siguiente expresión mediante su estimador muestral donde:

$$\bar{\pi} = T1/T \ donde \ T = T0 + T1 \ donde \rightarrow T1 = 1 \ \text{Éxito Binomial y } T0 = 0 \ \text{Fracaso Binomial}.$$

A partir de la estimación de π, podemos construir la siguiente expresión Binomial para la estimación del Backtesting del VaR:

$$\pi = p \ donde \ p \ es \ nuestro \ VaR.$$

$$L(p) = (T0/T)^{T0}\ (T1/T)^{T1}$$

Una vez determinado L(p) lo contrastamos con un test Chi-Cuadrado con grados de libertad igual a uno.

$$-2log(L(p)/L(\pi)) = \textit{Estadístico de Contraste}$$

Si rechazamos la hipótesis nula, entonces el VaR no será igual al calculado y nuestro modelo de determinación es erróneo. Si no podemos rechazar la hipótesis nula, entonces nuestro modelo será válido para la determinación del VaR.

Backtesting de la Independencia. Método de Kupiec.

(http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2005/200521/200521pap.pdf)

En el Método No Condicional hemos supuesto que los diferentes acontecimientos pueden surgir en cualquier momento del periodo, pero ahora nuestro objetivo es analizar cuál es la probabilidad y el impacto de que todos sucedan a la vez en un mismo momento.

Este modelo, igual que los Modelos Condicionales de la volatilidad de la primera parte del trabajo, incorpora la información del pasado como forma de analizar el futuro, es decir, que si ayer sucedió un determinado acontecimiento de superación del VaR, hoy es más probable que también vuelva a suceder.

Este modelo utiliza un procedimiento de Markov basado en la matriz de transición siguiente:

$$\left[\frac{\pi_{0,0} \quad \pi_{0,1}}{\pi_{1,0} \quad \pi_{1,1}}\right] = \prod_{1}$$

Como hemos dicho antes, los resultados de periodos anteriores influyen en los resultados actuales, esto se refleja en la matriz de la siguiente manera:

$\pi_{0,0}$ =P . No sucede Acontecimiento.
$\pi_{0,1}$ =Sucede acontecimiento en 1 no habiendo sucedido en cero.
$\pi_{1,1}$ = Sucede acontecimiento en periodo anterior y en periodo actual.

La función de probabilidad de dicha matriz podría reflejarse de la siguiente manera:

$$L(\prod_{1})=\pi_{00}{}^{r}00\pi_{01}{}^{r}01\pi_{10}{}^{r}10\pi_{11}{}^{r}11$$

Donde, por el método de Máxima Verosimilitud (Forma explicada en el Método GARCH (1,1)) podemos determinar lo siguiente respecto a los estimadores de cada valor de la matriz:

$$\pi\ estimador\ 01 = \frac{r01}{r00+r01}$$

En el caso de que los eventos sean independientes, entonces la probabilidad de cada uno de los eventos no depende del valor condicional del periodo anterior, de manera que:

$$\pi_0, \pi_{01} \ldots \pi_{11} = \pi$$

En este caso, la probabilidad será mucho más sencilla de calcular, por ello, es interesante plantear la hipótesis nula de la independencia. Una vez planteada la hipótesis, podríamos comparar su veracidad, como en el proceso de Backtesting anterior, con el siguiente estadístico de contraste:

$$L(R) =- 2log(L(\pi estimador)/L(\prod_{1}); \ Distribución\ Chi-Cuadrado\ con\ df : 1$$

Backtesting Condicional.

Trata de analizar la relación entre los dos métodos anteriores, es decir, si el número de violaciones del valor del VaR es correcto y si son independientes o, por otro lado, dependen del periodo anterior y son dependientes.

$$L(R) = -2\log(L(p)/L(\prod_1); \text{ Distribución Chi – Cuadrado con 2 grados de libertad.}$$

11. Principales problemas del VaR como medida de riesgo: Expected Shortfall-VaR.

Una medida de riesgo será tan eficaz como sus resultados sean de relevantes y válidos para la cobertura, mitigación y transferencia de un riesgo. Es por ello, que tenemos que tener en cuenta esta afirmación a la hora de analizar los principales problemas del Valor en Riesgo.

Los principales problemas que nos podemos encontrar al analizar el Valor en Riesgo son los siguientes:

- Principio de Sub-Aditividad: El principio de Sub-Adititivdad, se basa en que la agregación de riesgos de una empresa debe ser inferior a la suma de los mismos por separado. Es decir, se tienen en cuenta los beneficios de la diversificación. Por ejemplo, si este principio no se cumple, una cierta entidad financiera debería actuar como múltiples entidades financieras independientes, ya que su agregación y actuación de manera unitaria no está reduciendo el riesgo.

- Problema de Fat-Tails: Este es un problema más relevante que el anterior ya que genera que los resultados del Valor en Riesgo cuando la distribución no es Normal sean engañosos y genera que los inversores tomen ciertas posiciones asumiendo que el riesgo está controlado mientras que en realidad el riesgo está erróneamente calculado.

Es por ambos problemas, por los que los diferentes reguladores después de la Crisis Financiera de 2007, han impuesto el cálculo de medidas alternativas como el Expected Shortfall, como forma de aproximación al riesgo.

12. Expected Shortfall (ES): La superación de los principales problemas del Valor en Riesgo. (VaR).

Como decíamos anteriormente, el VaR suele asumir, para su determinación, una distribución de los retornos normalizada.

Por ello, en tiempos de fluctuaciones extremas de mercado y situaciones de estrés, el modelo no suele funcionar de forma correcta, infravalorando de manera consistente la verdadera exposición al riesgo de la empresa. Además, el modelo se basa en el análisis de percentiles ignorando los resultados posteriores a dicho percentil, lo que en momentos de crisis puede tener una importancia vital a la hora de poder controlar la exposición a las pérdidas.

Es por estos problemas, por los que Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba (On theValidity of Value-at-Risk:Comparative Analyses with Expected Shortfall) proponen nuevas medidas de gestión de riesgo como el Expected Shortfall.

La definición del Expected Shortfall no es un concepto independiente del VaR, si no que este es fundamental en su cálculo. El Expected Shortfall no es más que la pérdida condicional una vez superado el nivel del VaR.

Es decir, el Expected Shortfall es una medida que permite solucionar la falta de información posterior al percentil del VaR y que además tiene otras ventajas frente a la modelización de la distribución y de las colas diferentes a la Distribución Normal y también sobre la forma de reportar las posibles pérdidas.

En el caso de que la Distribución de Ganancias y Pérdidas de la empresa si se comporte realmente como una Distribución de carácter Normal, ambas medidas deben llegar a un mismo resultado porque el VaR no tiene los problemas de las diferencias con la Distribución Normal. Es por ello, que en este caso el Expected Shortfall no tiene ninguna propiedad superior al VaR y es indiferente la utilización de uno u otro.

En el caso de que la distribución no se comporte de manera normal, el VaR y el Expected Shortfall no llegan al mismo resultado y el VaR no cumple el Principio de Subaditividad (Este principio determina que: VaRq(A+B)<VaRq(A)+VaRq(B)), y por ello, el Expected Shortfall suele ser visto como una medida más realista del riesgo expuesto por las operaciones de la empresa.

Sin embargo, a pesar de estas características más favorables, el Expected Shortfall presenta también una serie de problemas en lo referente a su forma de cálculo ya que al ser un valor condicional al VaR es difícil de determinar y de manipular. Además, su backtesting es más complicado, debido a que depende de alcanzar un cierto nivel de Valor en Riesgo, superar dicho nivel, y determinar su relación con los valores obtenidos realmente.

<u>Estimación del Expected Shortfall.</u>

Para la estimación del Expected Shortfall vamos a plantear un desarrollo matemático de la siguiente manera:

Si sabemos que el Expected Shortfall es un valor condicional dependiente de que se sobrepase el valor del VaR, entonces podremos definir el mismo de la siguiente manera:

$$ES_{t+1}^{P} = -E_t(R_{PF,t+1}/R_{PF,t+1} < -VaR_{t+1}^{p})$$

Donde ES_{t+1}^{P} nos muestra el valor esperado para las pérdidas de mañana condicionadas a ser peores que el nivel determinado del VaR.

Una vez explicada matemáticamente la fórmula del Expected Shortfall vamos a proceder a un desarrollo más profundo de su modelización y simulación:

Sabemos que el VaR Paramétrico supone una Distribución Normal, por ello, para calcular el ES vamos a suponer que tenemos una Distribución Normal Condicional a ser inferior al VaR que podemos definir de la siguiente manera:

$$\varphi_{Tr}\left(\frac{z}{z} \leq Tr\right) = \frac{\varphi_z}{\emptyset_{Tr}}$$

Que es la Distribución Normal Truncada, ya que nosotros queremos calcular el procedimiento inverso al VaR reflejado en la distribución normal.

Si asumimos que los activos siguen un proceso de rendimientos de la siguiente manera:

$$R_{PF,t+1} = \sigma_{pf,t+1} + z_{PF,t+1}$$

Entonces podemos determinar el ES como:

$$ES_{t+1}^{P} = \sigma_{pf,t+1}\left(\frac{\varphi(-\frac{VaR_{t+1}^{p}}{\sigma_{pf,t+1}})}{\emptyset(-\frac{VaR_{t+1}^{p}}{\sigma_{pf,t+1}})}\right)$$

Dónde:

$\emptyset$ Representa la distribución truncada expresada anteriormente.

Como podemos ver, el Expected Shortfall no es más que la desviación típica de la distribución multiplicada por la diferencia entre el VaR condicionado con la Distribución Normal y el VaR truncado con la Distribución Normal para calcular su procedimiento contrario.

Por último, podemos expresar la diferencia de valor del VaR y el ES de la siguiente manera:

$$\frac{ES_{t+1}^{P} - VaR_{t+1}^{p}}{VaR_{t+1}^{p}}$$

13. Conclusiones frente a ambos métodos de control de riesgos.

Principales Conclusiones.	Valor en Riesgo. VaR	Expected Shortfall.
	Analiza una determinada pérdida para un nivel de confianza. Es una medida fácil de aplicar y sencilla de analizar por un sistema de backtesting.	Analiza la pérdida posterior al nivel del VaR. Difícil en su cálculo y en el proceso de backtesting.
	Problemas relacionados con asumir una Distribución Normal. Problema de Fat Tails.	Permite superar parcialmente el problema de las Fat Tails.
	No cumple en ciertas ocasiones el principio de Sub-Aditividad.	Cumple el principio de Sub-Aditividad.
	Dificultad de optimización.	No implantado en la mayoría de programas de riesgo en la actualidad.

Fuente: Elaboración Propia. Datos: FED-BIS.

CAPÍTULO CUATRO: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES A FUTURO EN LA GESTIÓN DE RIESGOS.

"En los momentos de crisis solo la imaginación es más importante que el conocimiento"

Albert Einstein.

X. Conclusiones y recomendaciones a futuro en la Gestión de Riesgos.

1. Conclusiones del trabajo e investigación.

A lo largo del trabajo, hemos realizado un repaso de las diferentes metodologías existentes en el cálculo del riesgo y su aplicación a campos tan importantes como la Selección de Carteras y la Gestión de Posiciones de Riesgo de Mercado por las entidades financieras.

Una vez analizadas las sucesivas fases en el cálculo del riesgo, podemos concluir el trabajo de investigación mediante una recomendación metodológica sobre cuando debemos aplicar un método u otro.

Respecto a la volatilidad, tenemos que tener en cuenta la tendencia de mercado, la incorporación de nueva información y el impacto que tiene la misma en la forma de actuar de los operadores. Es por ello, que sugerimos la utilización de un Modelo Condicional de cálculo del riesgo ya que tiene dos ventajas fundamentales: la medición de la tendencia y la incorporación de la nueva información.

Respecto a la elección de un Modelo Condicional u otro, nuestra propuesta se basa en un análisis crítico de la información que queremos analizar atendiendo a la funcionalidad de los diferentes modelos:

- Un Modelo ARCH: en principio no es recomendable su utilización puesto que sus desarrollos posteriores son más avanzados e incorporan un mayor número de variables y parámetros.
- Un Modelo GARCH (1,1): utiliza únicamente datos del periodo anterior y por ello es un modelo adecuado para la predicción a corto plazo.
- Un Modelo GARCH (p,q): incorpora sucesivos datos de periodos pasados por lo que en principio su información será más correcta pero requiere programas informáticos más complejos y mayor poder de cálculo.
- Un Modelo EGARCH: será adecuado para valorar el sentimiento del inversor y cómo influye su psicología ante las perdidas en el riesgo de mercado.

- Un Modelo EWMA se utilizará como comparativa con los modelos tradicionales cuando necesitemos un modelo de cálculo con bajo nivel de computación y capacidad explicativa.

Respecto a la Selección de Carteras, tenemos que tener en cuenta tanto el periodo analizado, como los posibles sesgos en la muestra ya que pueden generar problemas en la determinación de nuestro modelo. Una vez determinada la muestra y cerciorándonos de su validez, podemos aplicar los diferentes métodos y comparar sus resultados.

Respecto al Riesgo de Mercado: Es importante utilizar un Modelo Condicional ya que refleja condiciones más realistas de la situación financiera así como propiedades más deseables desde el punto de vista de los reguladores financieros.

- Respecto a la elección de un Modelo de determinación del VaR dependerá del tipo de activo y de la complejidad y precisión necesaria.
  - En el caso de necesitar una alta precisión y tener poder de computación, utilizaremos una Simulación de Montecarlo que nos permite valorar el riesgo simulando numersoso escenarios con diferentes situaciones adicionales.
  - Para activos simples y a corto plazo, podemos utilizar el Método Varianza-Covarianza.
  - El Método Histórico, se sitúa en un nivel intermedio y solo recomendamos su utilización en el caso de comprobar que la muestra es relevante y contiene todos los factores deseados.

A la hora de decidir entre diferentes métodos de Backtesting del Valor en Riesgo, en general, preferiremos el Método de Kupiec por tener en cuenta tanto la relación condicional de los momentos del VaR como por el posterior análisis de la independencia de factores.

Por último, tras la incorporación del Expected Shortfall como medida de riesgo financiera que tienen en cuenta las pérdidas posteriores al VaR así como el valor condicional preferimos dicha medida como forma de cuantificar el riesgo financiero.

Las principales características y recomendaciones frente a la volatilidad podríamos resumirlas en la siguiente tabla:

Modelos de cálculo de volatilidad	**Método Histórico**	**Método GARCH (1,1)**	**Método EWMA**	**Método GARCH(p,q)**	**Método EGARCH**
	Simplicidad	No simplicidad	Simplicidad	No simplicidad	No simplicidad
	Fácil de comprender por los diferentes, miembros de un equipo.	Necesita equipo especializado con conocimiento	Fácil de comprender por los diferentes miembros de un equipo	Necesita equipo especializado con conocimiento	Necesita equipo especializado con conocimiento
	No necesita equipo ni conocimiento especializado	Necesita equipo informático especializado	No necesita equipo especializado	Necesita equipo informático especializado	Necesita equipo informático especializado
	Computación diaria.	Computación diaria	Computación diaria	Dificultad computación diaria	Dificultad de computación diaria

Fuente: Elaboración Propia.

Las recomendaciones frente a la Gestión de Carteras serían las siguientes:

Métodos	CONDICIONAL	NO CONDICIONAL
	Incorporación tendencia mercado	No incorpora la tendencia
	Activos cíclicos y no cíclicos	Mismo peso y no analiza activos cíclicos y no cíclicos
	Análisis más realista y valor añadido	Menos realista pero más sencillez y rapidez de cálculo
	Permite controlar mejor al gestor de carteras y medición diversificación	Menos ajuste por diversificación

Fuente: Elaboración Propia. Datos: BIS, ECB.

Por último las recomendaciones frente a la gestión del Riesgo de Mercado serían las siguientes:

Métodos	Varianza-Covarianza	Histórico	Monte Carlo
	Válido en activo simple que se comporta aproximadamente como una Distribución Normal.	Permite valorar activos más complejos.	Permite valorar gran cantidad de activos teniendo en cuenta la complejidad de los activos.
	No permite valorar activos no lineales.	Depende del periodo muestral analizado. Si muestra válida es un método eficiente y correcto.	Es el método más completo técnicamente pero necesita tener equipos muy especializados.
	Rapidez en cálculo	Falta de rapidez	Falta de rapidez

2. Recomendaciones Finales y Análisis del Trabajo Elaborado.

El trabajo que hemos realizado, se basa en conceptos matemáticos complejos que están en desarrollo de manera constante, por ello, es una rama del mundo financiero donde se pueden proponer nuevas investigaciones y desarrollo de contenido original adicional.

El trabajo, puede ser perfeccionado mediante la tenencia de programas econométricos y bases de datos con amplia cantidad de información ya que a la hora de modelizar ciertos métodos como la Simulación de Monte Carlo nos hemos encontrado con que no disponíamos de la capacidad suficiente para modelizar el proceso.

Por último, creemos que este trabajo puede ser de gran aplicación para aquellas personas interesadas en conocer cómo se calcula el riesgo en los mercados financieros, cual es la función del departamento de riesgos en una entidad financiera, como se unen las matemáticas y la econometría en el mundo real, o para cualquier otra persona interesada en los mercados financieros y que quiera profundizar en el trabajo objeto de estudio.

XI. BIBLIOGRAFÍA Y OTRAS CONSULTAS.

Francq, C. and Zakoïan, J. (2004). Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes. *Bernoulli*, 10(4), pp.605-637.

Hull, J. (2008). *Options, futures and other derivatives*. Harlow: Prentice Hall.

Tsay, R. (2002). *Analysis of financial time series*. New York: Wiley.

Allen, L., Boudoukh, J. and Saunders, A. (2004). *Understanding market, credit, and operational risk*. Malden, MA.: Blackwell.

Szylar, C. (n.d.). *Handbook of market risk*.

Wilmott, P., Howison, S. and Dewynne, J. (1995). *The mathematics of financial derivatives*. Oxford: Cambridge University Press.

Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A. (2005). *Investments*. Boston, Mass.: McGraw-Hill Irwin.

Malliavin, P. and Thalmaier, A. (2006). *Stochastic calculus of variations in mathematical finance*. Berlin: Springer.

Engelmann, B. and Rauhmeier, R. (2006). *The Basel II risk parameters*. Berlin: Springer.

Brandimarte, P. (n.d.). *Handbook in Monte Carlo simulation*.

Alexander, C. (2001). *Market models*. Chichester, UK: Wiley.

Capiński, M. and Zastawniak, T. (2003). *Mathematics for finance*. London: Springer.

Chriss, N. (1997). *Black-Scholes and beyond*. New York: McGraw-Hill.

Christoffersen, P. (2012). *Elements of financial risk management*. Amsterdam: Academic Press.

Crouhy, M., Galai, D. and Mark, R. (2006). *The essentials of risk management*. New York: McGraw-Hill.

Engle, R. and Kroner, K. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(01), p.122.

Fabozzi, F., Focardi, S., Jašić, T., Mittnik, S. and Rachev, S. (2007). *Financial econometrics*. Hoboken, NJ: Wiley.

Wilmott, P. (2001). *Paul Wilmott introduces quantitative finance*. Chichester: John Wiley.

Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection*. New York: Wiley.

Barnes, P. (2009). *Stock market efficiency, insider dealing and market abuse*. Farnham, Surrey, England: Gower.

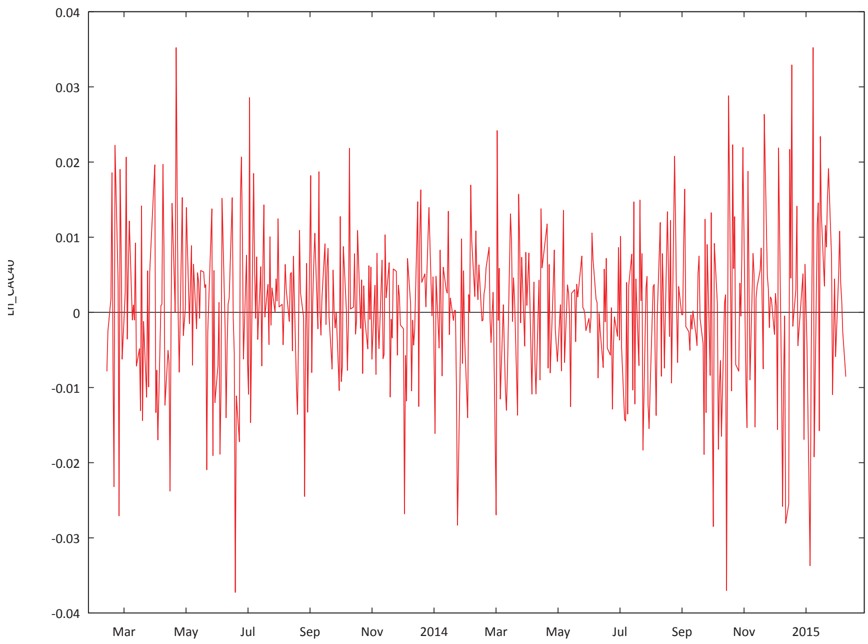
Borrego Rodríguez, A. and García Estévez, P. (2001). *Productos financieros*. Madrid: Prentice Hall.

Trívez Bielsa, F. (2004). *Introducción a la econometría*. Madrid: Ediciones Pirámide.

Jorion, P. (2003). *Financial risk manager handbook*. Hoboken, N.J.: Wiley.

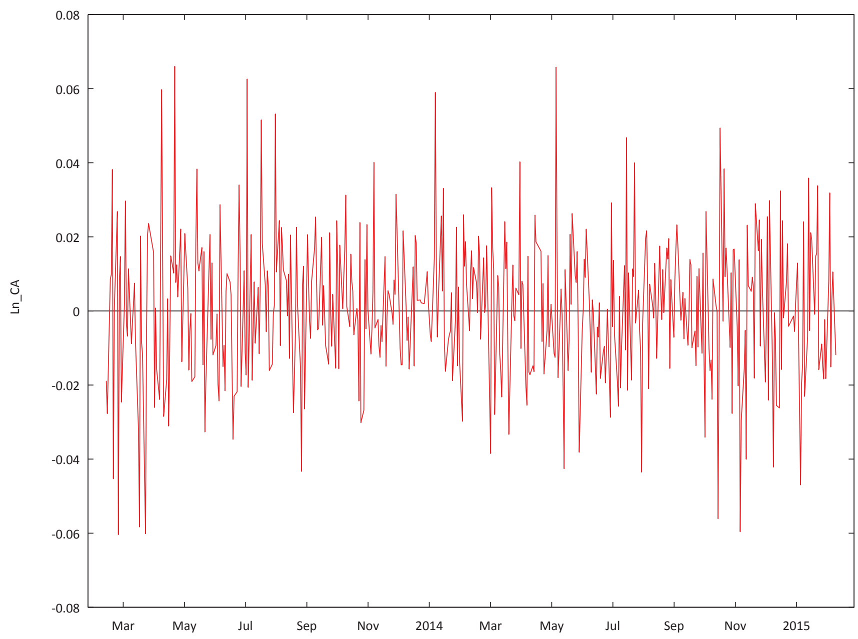
XII. ANEXO.

Retornos CAC-40 para la Gestión de Carteras.



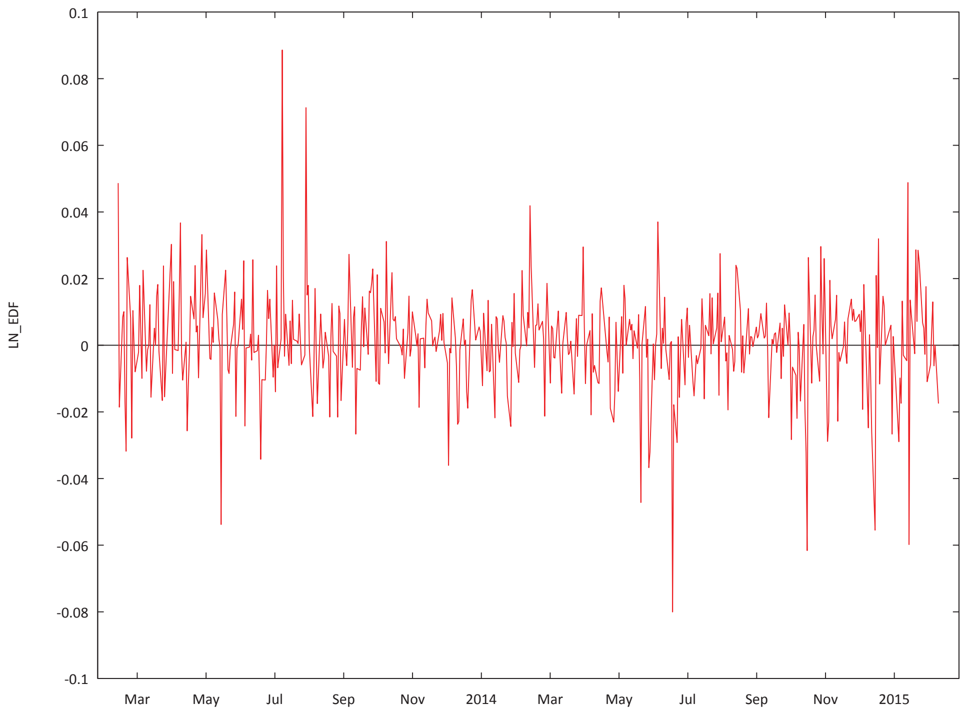
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Retornos Credit-Agricole para la Gestión de Carteras.



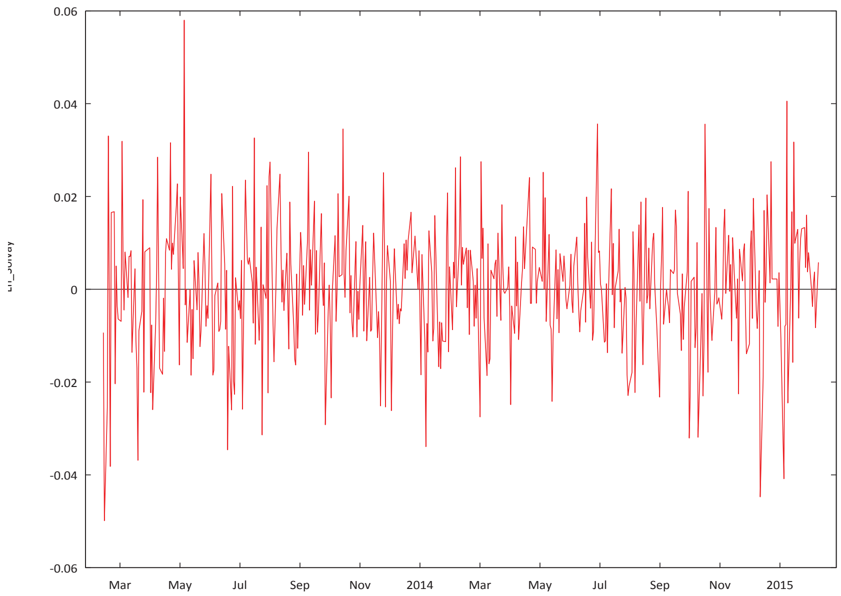
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Retornos EDF para la Gestión de Carteras.



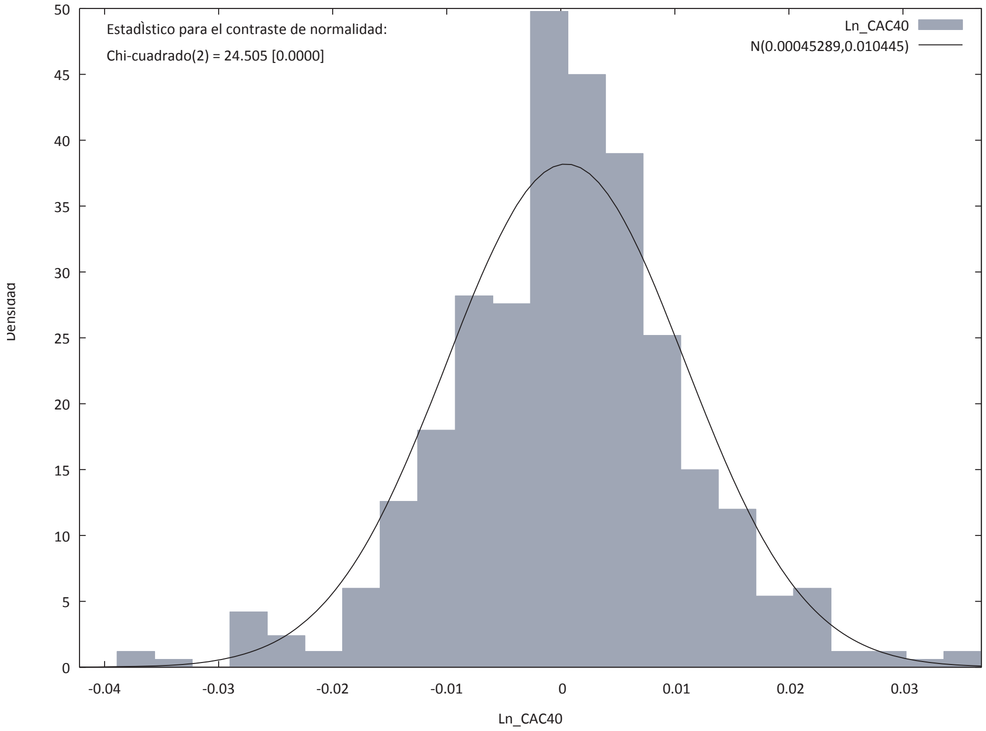
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Retornos Solvay para la Gestión de Carteras.



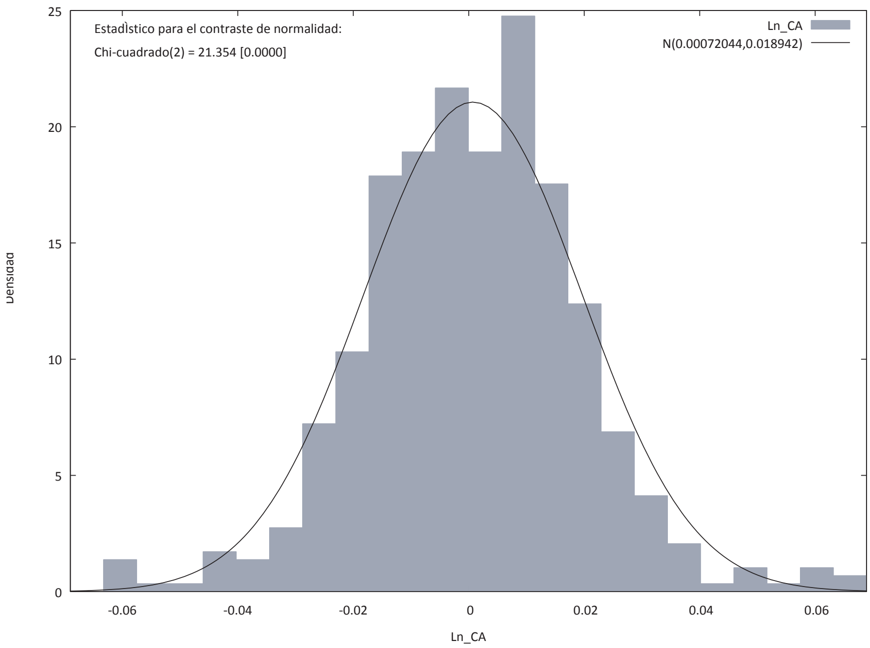
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Histograma Retornos CAC-40.



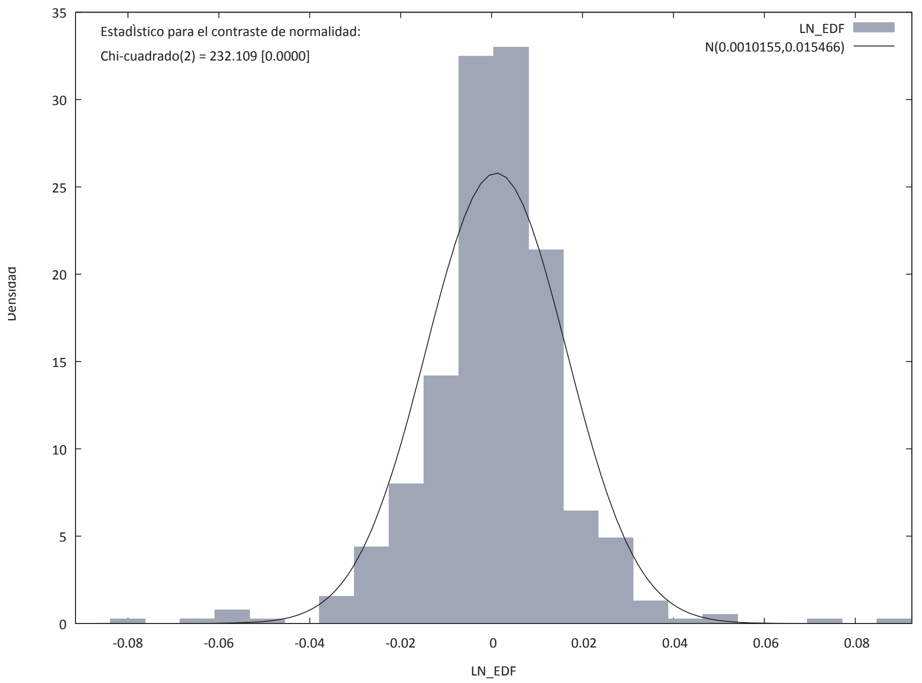
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Histograma Retornos Credit-Agrcole.



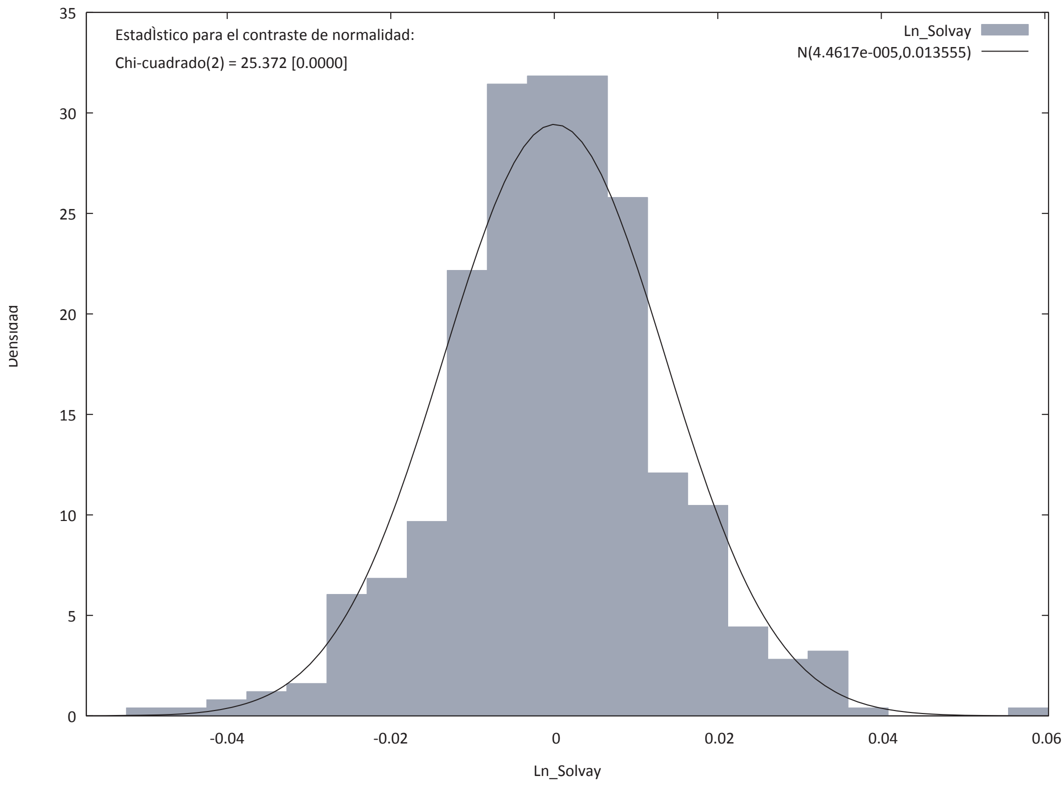
Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Histograma Retornos EDF.



Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Histograma Retornos Solvay.



Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.

Estadísticos Principales de Variables.

Estadísticos principales, usando las observaciones 2013-02-13 - 2015-02-09

(se ignoraron los valores ausentes)

Variable	**Media**	**Mediana**	**Mínimo**	**Máximo**
Ln_CAC40	0.000452893	0.000664330	-0.0372569	0.0352267
Ln_CA	0.000720442	0.000778496	-0.0603822	0.0660255
LN_EDF	0.00101550	0.00123367	-0.0800427	0.0886059
Ln_Solvay	4.46170e-005	0.000396432	-0.0498791	0.0579998
Variable	**Desv. Típica.**	**C.V.**	**Asimetría**	**Exc. de curtosis**
Ln_CAC40	0.0104447	23.0621	-0.157968	1.18522
Ln_CA	0.0189418	26.2920	0.0420035	1.07340
LN_EDF	0.0154657	15.2297	-0.157813	5.19735
Ln_Solvay	0.0135548	303.804	0.00303530	1.19075
Variable	**Porc. 5%**	**Porc. 95%**	**Rango IQ**	**Observaciones ausentes**
Ln_CAC40	-0.0163596	0.0183741	0.0119419	1
Ln_CA	-0.0283069	0.0297498	0.0239602	1
LN_EDF	-0.0234808	0.0239707	0.0151134	1
Ln_Solvay	-0.0230764	0.0225863	0.0160478	1

Fuente: Elaboración Propia. Datos: Bloomberg. Modelo: GRETL.