



# GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

## TRABAJO FIN DE GRADO IMPLEMENTACIÓN DE BARRAS ESTABILIZADORAS EN FSAE

Autor: Álvaro Chapela Ureña  
Director: Antonio Arenas Pinilla

Madrid

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título

Implementación de barras estabilizadoras en FSAE

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el

curso académico 2021/22 es de mi autoría, original e inédito y

no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos.

El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido

tomada de otros documentos está debidamente referenciada.

Fdo.: Álvaro Chapela Ureña

Fecha: 10/07/2022

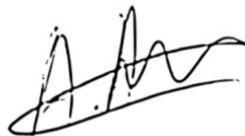


Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO

Fdo.: Antonio Arenas Pinilla

Fecha: ...../ ...../ .....



Firmado digitalmente por  
ANTONIO ARENAS PINILLA  
Fecha: 2022.07.11 17:02:15  
+02'00'



# Agradecimientos

A mi familia, en especial a mis padres, sin ellos el camino hasta aquí hubiera sido mucho más duro.



# IMPLEMENTACIÓN BARRA ESTABILIZADORA EN FSAE

**Autor:** Chapela Ureña, Álvaro

Director: Arenas Pinilla, Antonio.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

## RESUMEN DEL PROYECTO

**Palabras clave:** FSAE, estabilizadoras, ISC Racing Team

### 1. Introducción

El ISC Racing Team es una asociación estudiantil de la Universidad Pontificia Comillas cuyo nacimiento surgió con el fin de participar en las competiciones Formula Student y Moto Student. Este proyecto trata de explicar cómo, desde el departamento de suspensiones, se implementan barras estabilizadoras que mejoren la dinámica del coche.

Formula Student se trata de una serie de pruebas dinámicas y estáticas en las que equipos de universidades, formados íntegramente por estudiantes, de todo el mundo compiten para ver quien aplica mejor sus conocimientos de ingeniería y construye el mejor monoplaça

Esta temporada 2021/2022 se ha construido el cuarto coche del equipo, denominado IFS-04. El IFS-04 es un coche que pretende mejorar en todos los aspectos a su predecesor revisando cada sistema del coche mirando qué se puede mejorar, pero sin empezar el diseño del coche desde cero. El IFS-04 es el primer coche en participar internacionalmente, ya que competirá en Formula Student Italia en julio y, posteriormente, participará también en Formula Student Spain.

### 2. Definición del proyecto

El proyecto llevado a cabo ha consistido en diseñar desde cero un sistema de barras estabilizadoras para cada eje del coche, el sistema del eje delantero es un sistema de barras estabilizadoras en Z mientras que, el del eje trasero, es un sistema de barras estabilizadoras en U.

Los sistemas de barras estabilizadoras ayudan a mejorar el comportamiento del coche a la hora de tomar las curvas, ya que reduce el balanceo de la carrocería proporcionando mayor control y estabilidad al piloto. Este sistema es nuevo en nuestro coche por lo que se tendrá que empezar desde cero. Hay componentes de la suspensión que no pertenecen al sistema de

barras estabilizadoras, pero van a tener que ser modificados para poder albergar este sistema, estos componentes son los balancines. Para implementar el sistema de barras estabilizadoras la geometría de la suspensión no se va a ver alterada con respecto a la del coche anterior.

### **3. Descripción del modelo/sistema/herramienta**

El motivo por el que las barras estabilizadoras evitan que el coche se pueda balancear al entrar en una curva es porque este sistema junto con los neumáticos y los muelles aporta rigidez a balanceo al coche y, además, ayuda a la transferencia lateral de carga, transfiriendo carga de la rueda más cargada a la menos cargada.

Para llevar a cabo la elección de la rigidez de las barras estabilizadoras, primero se ha elegido la rigidez de los muelles tanto delanteros como traseros para así poder conocer la rigidez a balanceo que aportarán una vez montados. La rigidez a balanceo que aportan los neumáticos es un parámetro marcado por el fabricante.

Una vez se tiene la rigidez a balanceo de muelles y neumáticos, se ha calculado qué rigidez de barras estabilizadoras hay que tener para tener un ángulo de balanceo de  $1^\circ$  por cada g de aceleración lateral. Este ángulo de balanceo se calcula con la rigidez a balanceo conjunta del coche, que se obtiene a partir de la rigidez de dichas estabilizadoras.

Una vez se saben los valores de rigideces, se procede al diseño en CAD para poder implementar el sistema de barras estabilizadoras en cada eje.

### **4. Resultados**

El diseño de las barras estabilizadoras en cada eje ha resultado en lo siguiente:



Este es el sistema en Z del eje delantero y, a continuación, el sistema en U del eje trasero:



## 5. Conclusiones

Implantar estos sistemas de barras estabilizadoras en el coche ha requerido de un trabajo de aprendizaje del funcionamiento de este sistema y qué aporta al coche. Se espera que mejore

el comportamiento del coche para seguir avanzando con el diseño del coche, ya que este sistema será utilizado en el próximo coche del ISC Racing Team el IFS-05.

# INTRODUCING ANTI-ROLL BARS IN FSAE SUSPENSION

**Author:** Chapela Ureña, Álvaro.

Supervisor: Arenas Pinilla, Antonio.

Collaborating Entity: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

## ABSTRACT

**Keywords:** FSAE, Anti-roll bars, ISC Racing Team

### 1. Introduction

The ISC Racing Team is a student association of the Universidad Pontificia Comillas whose birth arose in order to participate in the Formula Student and Moto Student competitions. This project tries to explain how, from the suspension department, anti-roll bars are implemented to improve the dynamics of the car.

Formula Student is a series of dynamic and static tests in which university teams, made up entirely of students, from all over the world compete to see who can best apply their engineering knowledge and build the best single-seater car.

This 2021/2022 season, the team's fourth car, named IFS-04, has been built. The IFS-04 is a car that aims to improve in every aspect to its predecessor by reviewing every system of the car looking at what can be improved, but without starting the car design from scratch. The IFS-04 is the first car to participate internationally, as it will compete in Formula Student Italy in July and, later, it will also participate in Formula Student Spain.

### 2. Project definition

The project carried out consisted of designing from scratch a system of anti-roll bars for each axle of the car, the front axle system is a Z-shaped anti-roll bar system while the rear axle system is a U-shaped anti-roll bar system.

The anti-roll bar systems help to improve the car's cornering behavior by reducing body roll, providing greater control and stability to the driver. This system is new to our car so it will have to be started from scratch. There are suspension components that do not

belong to the anti-roll bar system, but they will have to be modified to accommodate this system, these components are the rocker arms. To implement the anti-roll bar system the geometry of the suspension will not be altered with respect to the previous car.

### **3. Model and system description**

The reason why the anti-roll bars prevent the car from rolling when entering a corner is because this system, together with the tires and springs, provides roll stiffness to the car and also helps lateral load transfer, transferring load from the most loaded wheel to the least loaded wheel.

In order to choose the stiffness of the anti-roll bars, the stiffness of both the front and rear springs was chosen first in order to know the roll stiffness they will provide once fitted. The roll stiffness provided by the tires is a parameter set by the manufacturer.

Once the roll stiffness of springs and tires is known, the stiffness of the anti-roll bars is calculated in order to have a roll angle of  $1^\circ$  for each g of lateral acceleration. This roll angle is calculated with the overall roll stiffness of the car, which is obtained from the stiffness of the anti-roll bars.

Once the stiffness values are known, we proceed to the CAD design in order to implement the anti-roll bar system in each axle.

### **4. Results**

The design of the stabilizer bars on each axle has resulted in the following:



This is the Z-shaped system in the front axle, now the U-shaped system in the rear axle will be shown:



## **5. Conclusions**

Implementing these anti-roll bar systems on the car has required a lot of work to learn how this system works and what it brings to the car. It is expected to improve the behavior of the car to move forward with the design of the car, as this system will be used in the next ISC Racing Team car, the IFS-05.

## Índice de la memoria

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Capítulo 1. Introducción .....</b>                                 | <b>6</b>  |
| <b>1.1 Fórmula SAE .....</b>  | <b>6</b>  |
| 1.1.1 Historia .....  | 6         |
| <b>1.2 Formula Student Spain.....</b>                                 | <b>7</b>  |
| 1.2.1 Pruebas .....   | 7         |
| 1.2.2 Normativa de suspensiones .....                                 | 10        |
| <b>1.3 ISC Racing Team .....</b>                                      | <b>12</b> |
| <b>1.4 IFS-04 .....</b>   | <b>13</b> |
| <b>Capítulo 2. Sistema de suspensión IFS-04.....</b>                  | <b>15</b> |
| <b>2.1 Introducción .....</b>   | <b>15</b> |
| <b>2.2 Parámetros de la suspensión.....</b>                           | <b>16</b> |
| 2.2.1 Masa .....  | 17        |
| 2.2.2 Distancia entre ejes o batalla .....                            | 18        |
| 2.2.3 Ancho de vías.....  | 18        |
| 2.2.4 Ángulo de convergencia/divergencia o toe .....                  | 19        |
| 2.2.5 Ángulo de avance o cáster .....                                 | 20        |
| 2.2.6 Ángulo de caída o cáamber .....                                 | 21        |
| 2.2.7 Ángulo de salida o kingpin .....                                | 22        |
| 2.2.8 Centro de balanceo o roll center .....                          | 22        |
| 2.2.9 Resumen de parámetros .....                                     | 23        |
| <b>2.3 Suspensión de doble brazo o paralelogramo deformable .....</b> | <b>24</b> |
| 2.3.1 Historia .....  | 24        |
| 2.3.2 Objetivos del sistema de suspensión .....                       | 26        |
| 2.3.3 Disposición de los brazos.....                                  | 28        |
| <b>2.4 Push-rod vs pull-rod.....</b>                                  | <b>30</b> |
| <b>2.5 Geometría IFS-04.....</b>                                      | <b>31</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Capítulo 3. Elementos elásticos de la suspensión .....</b>  | <b>33</b> |
| <b>3.1 Muelles .....</b>                                       | <b>33</b> |
| 3.1.1 Desarrollo matemático.....                               | 35        |
| 3.1.2 Selección de muelles.....                                | 37        |
| <b>3.2 Barras estabilizadoras.....</b>                         | <b>38</b> |
| 3.2.1 Principio de funcionamiento.....                         | 38        |
| 3.2.2 Tipos de barras estabilizadoras.....                     | 39        |
| 3.2.3 Funcionamiento barra estabilizadora tipo Z.....          | 41        |
| 3.2.4 Funcionamiento barra estabilizadora tipo U.....          | 44        |
| 3.2.5 Cálculo de la rigidez de las barras estabilizadoras..... | 45        |
| 3.2.6 Ángulo de balanceo.....                                  | 50        |
| 3.2.7 Transferencia lateral de carga.....                      | 51        |
| <b>3.3 Resultados .....</b>                                    | <b>53</b> |
| <b>Capítulo 4. Diseño 3d .....</b>                             | <b>55</b> |
| 4.1 Introducción.....  | 55        |
| 4.2 Sistema de suspensión delantero .....                      | 55        |
| 4.3 Sistema de suspensión trasero .....                        | 60        |
| <b>Capítulo 5. Conclusiones y Trabajos Futuros .....</b>       | <b>64</b> |
| 5.1 Líneas futuras.....  | 66        |
| <b>Capítulo 6. Bibliografía .....</b>                          | <b>68</b> |
| <b>ANEXO I.....</b>  | <b>71</b> |

## *Índice de figuras*

|  |    |
|--|----|
| Figura 1. Circuito de skidpad .....  | 8  |
| Figura 2. Prueba de aceleración Formula Student Spain .....                      | 9  |
| Figura 3. Normativa de suspensiones .....  | 11 |
| Figura 4. Tipos de suspensiones más comunes .....                                | 16 |
| Figura 5. Sistema de coordenadas .....   | 17 |
| Figura 6. Batalla de un fórmula .....  | 18 |
| Figura 7. Ancho de vías de un fórmula .....                                      | 19 |
| Figura 8. Ángulo de convergencia.....  | 19 |
| Figura 9. Ángulo de cáster.....  | 20 |
| Figura 10. Tipos de cámbber .....  | 21 |
| Figura 11. Ángulo de kingpin.....  | 22 |
| Figura 12. Centro de balanceo .....  | 23 |
| Figura 13. Sistema push-rod vs pull-rod .....                                    | 31 |
| Figura 14. Suspensión delantera IFS-04.....                                      | 32 |
| Figura 15. Suspensión trasera IFS-04.....  | 32 |
| Figura 16. Barra estabilizadora en U .....                                       | 40 |
| Figura 17. Barra estabilizadora en Z .....                                       | 41 |
| Figura 18. Esquema suspensión con estabilizadora en Z en reposo .....            | 42 |
| Figura 19. Esquema suspensión con estabilizadora en Z trabajando a flexión ..... | 43 |
| Figura 20. Funcionamiento estabilizadora en U .....                              | 44 |
| Figura 21. Barra estabilizadora en forma de U .....                              | 45 |
| Figura 22. Distancia del CG de la masa suspendida al eje de balanceo .....       | 48 |
| Figura 23. Asociación de cada muelle modelizado .....                            | 50 |
| Figura 24. Modelo de un coche que experimenta una aceleración lateral.....       | 51 |
| Figura 25. Balancín delantero del IFS-03.....                                    | 56 |
| Figura 26. Balancín delantero IFS-04.....  | 56 |
| Figura 28. Soporte de la estabilizadora y los muelles .....                      | 58 |
| Figura 29. Sistema de barras estabilizadoras delantero.....                      | 59 |

Figura 30. Sistema de estabilizadoras delantero en CAD ..... 59

## *Índice de tablas*

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1. Parámetros de la suspensión .....                           | 24 |
| Tabla 2. Parámetro del IFS-04 para elección muelles .....            | 35 |
| Tabla 3. Frecuencias y rigideces de la suspensión delantera.....     | 36 |
| Tabla 4. Frecuencias y rigideces de la suspensión trasera.....       | 37 |
| Tabla 5. Parámetros necesarios para estudio rigidez a balanceo ..... | 47 |

## Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se contextualizará la competición Formula Student, explicando su funcionamiento y sus pruebas, así como el equipo ISC Racing Team y el prototipo IFS-04 que se ha construido para esta temporada 21-22.

### 1.1 FÓRMULA SAE

SAE son las siglas de *Society of Automotive Engineers*, creadores de la competición Formula SAE, de la que se explicará su recorrido posteriormente. Esta modalidad no es la única creada por dicha asociación, y siempre han valorado tanto el rendimiento final de los prototipos, como el proceso de diseño. Actualmente, la serie de competiciones consta de unos 20 eventos internacionales.

#### 1.1.1 HISTORIA

La competición de diseño de monoplazas Fórmula SAE se inició en Austin en 1981, concretamente en la Universidad de Texas. Nació como alternativa de calle a la anteriormente establecida SAE Mini-Baja, que maneja conceptos similares a los de formula SAE, pero con prototipos enfocados al off-road. El primer evento de FSAE que se organizó contó con 4 coches y alrededor de 100 personas involucradas. Dieciséis años más tarde, el evento creció hasta llegar a 76 coches y aproximadamente 2000 personas involucradas.

Durante los primeros años de vida, la organización del proyecto la llevaban las universidades, hasta que, en 1990, diferentes empresas automovilísticas americanas vieron el potencial y empezaron a dirigir la organización del evento. En 1991, fue General Motors la que albergó el evento, seguida de Ford en 1992 y Chrysler en 1993.

A partir de 1994, un consorcio con representantes de GM, Ford, Chrysler y SAE actuaron de equipo directivo de la competición. El interés de estas marcas en esta competición estaba

justificado, ya que el entorno suponía un lugar idóneo donde encontrar ingenieros para contratar. [1]

En 1998, nació Formula Student en Reino Unido, el evento tal y como lo conocemos hoy en día. El evento inaugural estaba supervisado por SAE y fue todo un éxito. Participaron varias universidades británicas, que compitieron con tres equipos estadounidenses. El éxito de este evento fue la semilla que despertó el interés por el Formula Student en toda Europa, extendiéndose a países como Alemania, Italia, España y Holanda.

## ***1.2 FORMULA STUDENT SPAIN***

Formula Student Spain comenzó su andadura en 2010 con solo 11 equipos participantes, desde entonces, el evento ha crecido hasta ser más de 100 equipos procedentes de 19 países diferentes [2]. El evento se celebra en el Circuit de Catalunya, un circuito de la máxima calidad (Grade 1) según la FIA (Federación Internacional de Automovilismo).

La edición de 2020 quedó pospuesta debido a la pandemia, y fue celebrada en agosto de 2021. En esta edición, el número de participantes se vio reducido debido a las dificultades que ha causado la pandemia en distintos equipos. En esta edición, el equipo quedó en la posición número 14. Para esta edición de 2022, nuestros objetivos son pasar el escrutinio y poder correr en todas las pruebas dinámicas.

### **1.2.1 PRUEBAS**

La competición consta de dos tipos de pruebas diferentes: pruebas estáticas y dinámicas. Los puntos se reparten mayormente en las pruebas dinámicas, de ahí su importancia y el deseo del equipo de hacerlo lo mejor posible en estas pruebas.

A continuación, se explica en qué consiste cada prueba estática y los puntos máximos que se otorgan [3]:

- Business Plan Presentation: En esta prueba se entrega a los jueces un plan de negocio para construir el prototipo. El objetivo es convencer a los jueces de la viabilidad del proyecto y de que su producción y marketing aportará beneficios. **75 puntos.**

- Cost & Manufacturing: Aquí se le presenta a los jueces un documento donde se detalla el coste de los materiales y la fabricación del coche. **100 puntos.**

- Engineering Design: Esta es la prueba estática más importante. Consiste en defender ante los jueces el por qué del diseño del coche, mostrar las soluciones tecnológicas empleadas y justificar cualquier parte del diseño del monoplace. **150 puntos.**

A continuación, se explican las pruebas dinámicas y los puntos máximos que se otorgan:

- Skidpad: El coche del equipo tiene que completar un circuito en forma de ocho en el menor tiempo posible. Se le dan dos vueltas a cada círculo. El coche entra en el circuito y se va al círculo de la derecha, completa dos vueltas, y repite la maniobra en el de la izquierda. Siendo cronometrada sólo la segunda vuelta de cada círculo. **75 puntos.**



Figura 1. Circuito de skidpad

- Aceleración: En esta prueba se mide la aceleración del coche en una recta de 75 metros. Es quizás la prueba más espectacular ya que, desde hace unos años, se realiza de noche. **75 puntos.**



Figura 2. Prueba de aceleración Formula Student Spain

- Autocross: El coche tiene que conducir durante aproximadamente un kilómetro, enlazando rectas y curvas. El tiempo empleado será un reflejo de las capacidades dinámicas del coche. **100 puntos.**

- Endurance & efficiency: Esta es la prueba más importante de la competición. Se conduce el coche durante veintidós kilómetros, demostrando que el coche aguanta y puede ser usado intensamente, ya que se comprueban todos los aspectos del monoplaza. También se evalúa el consumo de combustible, en este caso de electricidad, se otorgan 100 puntos por esta parte de la prueba. **325 + 100 puntos.**

## **1.2.2 NORMATIVA DE SUSPENSIONES**

El diseño y el funcionamiento de los formula student, se rigen por una extensa normativa que se debe cumplir para pasar de manera exitosa y conseguir la mayor cantidad de puntos en las pruebas estáticas. La normativa específica para el sistema de suspensiones es bastante simple, sin embargo, hay otros apartados de la normativa que influyen en el diseño y funcionamiento de las suspensiones.

A continuación, se muestran todos los requerimientos a tener en cuenta [4].

### **“T2: GENERAL DESIGN REQUIREMENTS”**

#### **“T2.2: Ground clearance”**

T2.2.1 La distancia mínima estática al suelo de cualquier parte del vehículo, aparte de los neumáticos, incluido el conductor, debe ser de 30mm.

T2.2.2 Están prohibidos los faldones deslizantes u otros dispositivos aerodinámicos que, por su diseño, fabricación o como consecuencia del movimiento, entren en contacto con la superficie de la pista.

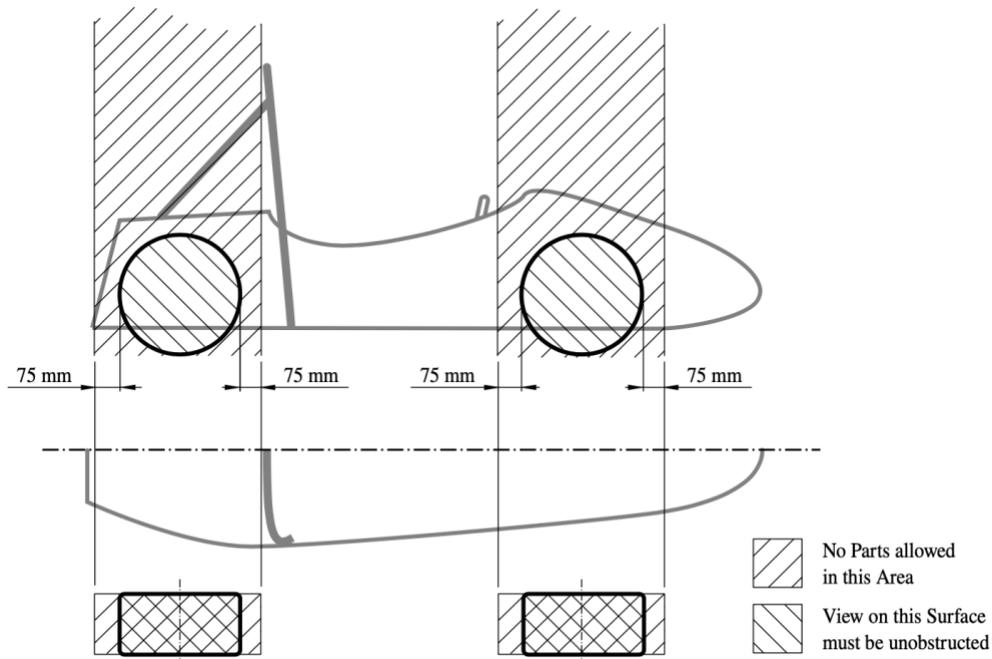


Figura 3. Normativa de suspensiones

### “T2.4: Suspension”

T2.4.1 El vehículo debe estar equipado con sistemas de suspensión delantera y trasera plenamente operativos, incluidos los amortiguadores, y un recorrido útil de las ruedas de al menos 50 mm y un rebote mínimo de 25 mm con el conductor sentado

T2.4.2 Todos los puntos de montaje de la suspensión deben ser visibles en la inspección técnica, ya sea por visión directa o retirando cualquier cubierta.

### “T2.5: Wheels”

T2.5.1 Todo sistema de montaje de ruedas que utilice una sola tuerca de retención debe incorporar un dispositivo que impida el aflojamiento de la tuerca y de la rueda. Una segunda tuerca ("contratuerca") no cumple estos requisitos.

T2.5.2 Los pernos y espárragos de las ruedas deben ser de acero o titanio. El equipo debe poder demostrar una buena práctica de ingeniería y proporcionar una resistencia adecuada mediante cálculos. Los pernos y espárragos de las ruedas no deben ser huecos.

T2.5.3 Se pueden utilizar tuercas de rueda de aluminio, pero deben ser de anodizado duro y estar en perfectas condiciones.

### **“T2.7: Steering”**

T2.7.2 El volante debe accionar directamente las ruedas delanteras de forma mecánica.

### **“T2.8: Wheelbase”**

T2.8.1 El vehículo debe tener una distancia entre ejes de al menos 1525 mm.

## ***1.3 ISC RACING TEAM***

La asociación por la cual se participa en Formula Student, es el ISC Racing Team. Fue fundada en 2015 por alumnos de la facultad de ingeniería del ICAI en la Universidad Pontificia Comillas. El primer proyecto de la asociación fue una moto de gasolina, que participó en Moto Student en 2016. Desde entonces, la asociación ha progresado considerablemente, ahora se participa en dos modalidades: Moto Student Electric y Formula Student Electric.

En el proyecto Formula Student Electric, el equipo está formado por aproximadamente 70 personas, repartidas en distintos departamentos, que son las distintas áreas de trabajo del coche: *aerodinámica, chasis, baterías, refrigeración, suspensión y dinámica, frenos y dirección, transmisión, motor e inversor y controles electrónicos*. Todo el trabajo está supervisado por 4 directores técnicos, que son personas que tienen experiencia dentro de la asociación y sirven de guía para los menos experimentados, que aparte de trabajar para hacer un coche funcional y que cumpla la normativa, buscan también encontrar su primer contacto con el mundo de la ingeniería y empezar a desarrollar su carrera profesional.

El primer prototipo creado fue el IFS-01, se tardó un año en desarrollarlo y fue el primer coche del ISC Racing Team que participó en Formula Student Spain en el circuito de Montmeló. Al año siguiente, el equipo incorporó más personal para concebir el IFS-02, el segundo coche del equipo. Este segundo coche supuso un gran avance técnico con respecto al anterior, aunque hubiera muchas posibilidades de mejorarlo, ya que los dos prototipos hechos hasta ahora no eran funcionales. Tras estos dos prototipos no funcionales, llegó el IFS-03 que consiguió solventar los problemas que le impedían funcionar. El prototipo en el que se está trabajando este año es el IFS-04, del que se hablará más adelante.

Esta temporada 2021-2022, se va a participar en dos ediciones de Formula Student, la española y la italiana, ambas en verano. Para ello, el equipo ha tenido que trabajar duro durante todo el año, y desde el departamento de suspensiones, se ha implementado un sistema de anti-roll bars delanteras y traseras, y en este documento se va a ver cómo se ha desarrollado el trabajo para implementarlo.

## ***1.4 IFS-04***

El prototipo de este año se va a llamar IFS-04, IFS corresponde a las siglas de ICAI Formula Student. La filosofía tomada a la hora de diseñar este coche es la de aprender lo máximo posible sobre los sistemas actuales para mejorar la fiabilidad y evolucionar el prototipo anterior (IFS-03), en lugar de revolucionarlo. Desde cada departamento, se ha buscado mejorar lo ya existente, como por ejemplo implementar anti-roll bars en las suspensiones, pero sin entrar en el rediseño completo del sistema, simplemente diseñando los nuevos componentes y adaptando los ya existentes para poder implementarlo.

En todos los departamentos ha habido mejoras, pero en las mejoras en las que se basa este proyecto son las llevadas a cabo en el departamento de suspensiones. Para el coche de este año se ha decidido implementar anti-roll bars para reducir el balanceo del coche en curva y hacerlo más estable, mejorando así el manejo y el comportamiento dinámico del vehículo.

Se explicará más adelante en el proyecto su principio de funcionamiento y los parámetros elegidos.

## **Capítulo 2. SISTEMA DE SUSPENSIÓN IFS-04**

En este capítulo se va a explicar en qué consiste la suspensión de doble brazo que monta nuestro prototipo IFS-04, los parámetros del coche que incumben a dicha suspensión y los diferentes aspectos que conforman la suspensión de nuestro prototipo.

### ***2.1 INTRODUCCIÓN***

En un coche de competición, uno de los sistemas más importantes es la suspensión, ya que configura la forma en la que los neumáticos se posicionan sobre el asfalto. La forma de la trayectoria que siguen las ruedas dependerá de las longitudes e inclinaciones relativas de los brazos de la suspensión, mientras que la magnitud de la flexión tiene más que ver con la longitud absoluta de los brazos, las masas que actúen, la cantidad de fuerza de desplazamiento y la rigidez y colocación de los muelles y anti-roll bar. También se puede definir la suspensión como el conjunto de elementos que se encarga de unir la masa suspendida del coche, como es el chasis, carrocería, motor y demás componentes con la masa no suspendida, como ruedas y frenos.

El diseño de la geometría de una suspensión se inicia con la elección del tipo de suspensión, puede ser de eje rígido, tipo McPherson o de doble brazo, por mencionar algunas, se muestran en la figura 4. En el caso del IFS-04 se ha elegido la suspensión de doble brazo o paralelogramo deformable, la cual se explicará más adelante. Una vez se ha elegido el tipo de suspensión, se ha de determinar los puntos de anclaje al chasis, las longitudes relativas y absolutas de los brazos, la inclinación, la batalla y la vía del coche que resulten en el mejor compromiso posible entre las ubicaciones de los centros de balanceo y la trayectoria de las ruedas para las condiciones encontradas.

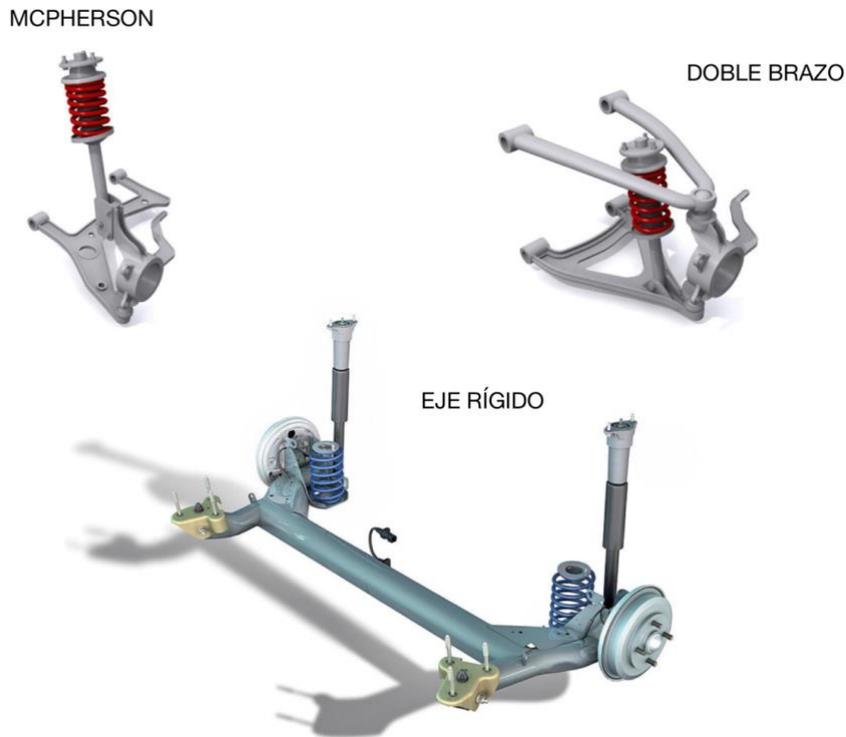


Figura 4. Tipos de suspensiones más comunes

## ***2.2 PARÁMETROS DE LA SUSPENSIÓN***

En este apartado se van a tratar todos los parámetros que tienen cierta relevancia en el funcionamiento de la suspensión de un vehículo. Se explicará e ilustrará cada uno de ellos para en posteriores apartados poder entender mejor lo explicado. Se define el siguiente sistema de coordenadas en la figura 5, el eje longitudinal del coche se corresponde con el eje  $z$  y el transversal con el  $x$ , quedando el triángulo definido.



Figura 5. Sistema de coordenadas

### **2.2.1 MASA**

La masa de un vehículo de competición es, probablemente, el parámetro más importante para tener en cuenta, ya que afecta a todas las áreas del vehículo, de ahí la continua obsesión de reducir el peso al mínimo posible. El efecto que produce la masa sobre la suspensión es determinante, ya que todos los parámetros que se van a exponer aquí posteriormente dependen de una manera u otra de la masa que tenga el coche.

Se distinguen dos tipos de masas: masa suspendida y masa no suspendida. La masa suspendida es la parte de la masa total que está soportada por la suspensión, mientras que la masa no suspendida comprende la masa de amortiguadores, neumáticos, llantas y demás elementos que constituyen un sistema de suspensión.

### 2.2.2 DISTANCIA ENTRE EJES O BATALLA

La batalla de cualquier coche es la medida de la distancia entre el eje delantero y trasero.

A mayor batalla, el coche ganará estabilidad tanto en curva como en línea recta, se reduce la transferencia longitudinal de masa y el cabeceo del coche, mientras que, una batalla corta, aportará más agilidad y estabilidad en la entrada a curva.

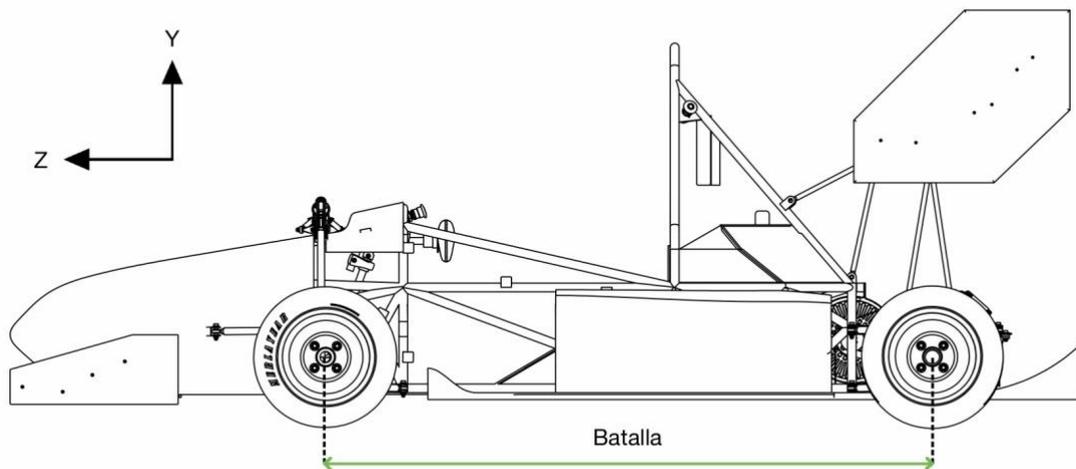


Figura 6. Batalla de un fórmula

### 2.2.3 ANCHO DE VÍAS

El ancho de vías de un coche es la distancia que hay entre los centros de la huella de contacto de dos neumáticos de un mismo eje. Similar a la distancia entre ejes, se gana estabilidad a la vez que se reduce el balanceo con un ancho de vías mayor, mientras que mejora la agilidad y entrada en curva con un ancho de vías menor.

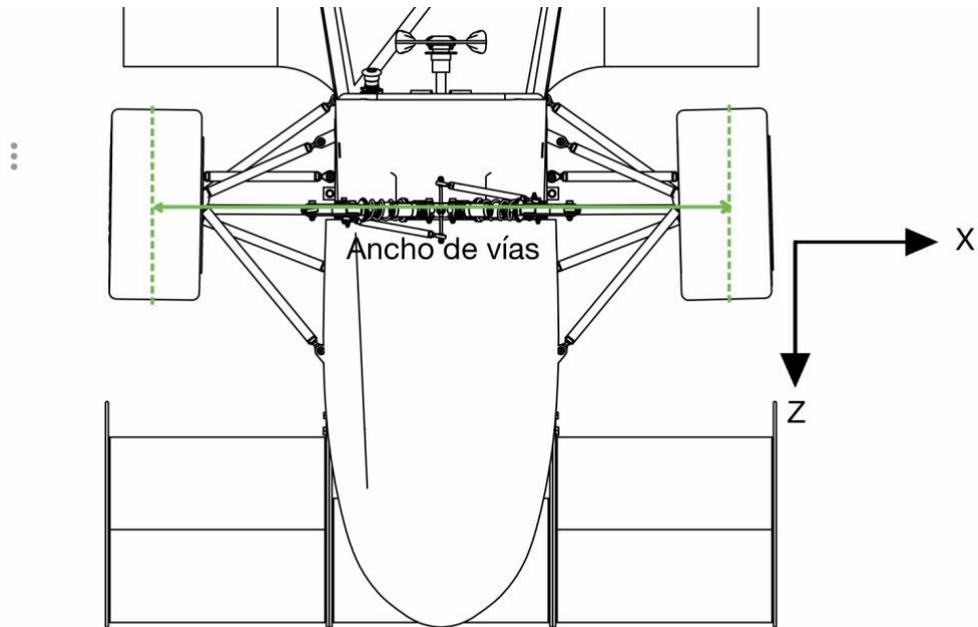


Figura 7. Ancho de vías de un fórmula

#### 2.2.4 *ÁNGULO DE CONVERGENCIA/DIVERGENCIA O TOE*

Este ángulo es el que forman las ruedas con el eje longitudinal del coche en el sentido de la marcha. Normalmente se ajusta este ángulo para mejorar el manejo del vehículo y el desgaste de los neumáticos.

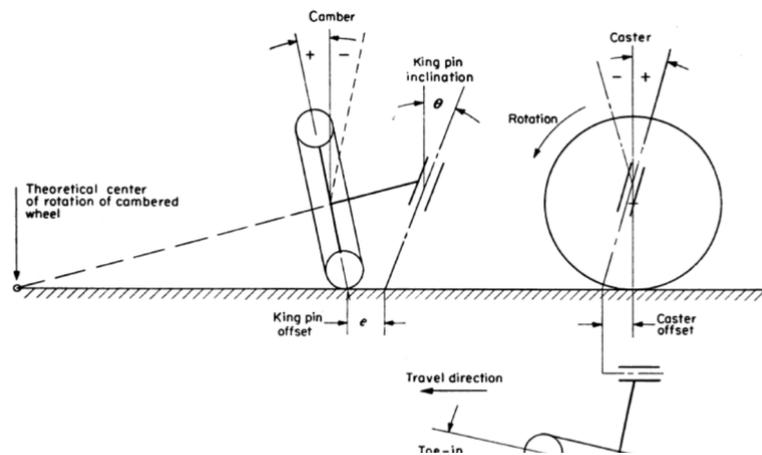


Figura 8. Ángulo de convergencia

### 2.2.5 *ÁNGULO DE AVANCE O CÁSTER*

Se refiere al ángulo formado por el eje vertical que pasa por el centro de la rueda con el eje de la suspensión. Puede ser neutro, positivo o negativo, pero por norma general es positivo, que significa que el eje de la dirección se inclina hacia atrás desde el centro de la rueda si lo miramos lateralmente.

El cáster positivo aporta mayor estabilidad en la dirección, mejorando el comportamiento del coche. También produce efectos sobre el cámben, haciéndolo menos negativo al girar la rueda exterior, mejorando el paso por curva.

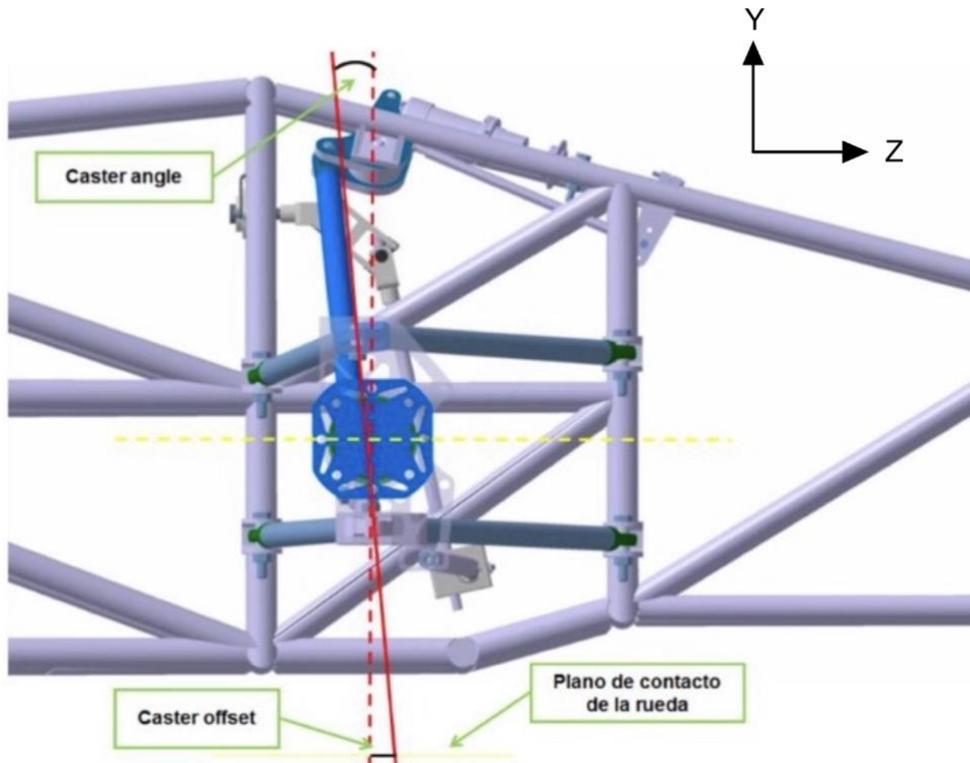


Figura 9. Ángulo de cáster

### 2.2.6 *ÁNGULO DE CAÍDA O CÁMBER*

Se refiere al ángulo entre el eje vertical de las ruedas y el eje vertical del vehículo, es negativo cuando la parte superior de la rueda se inclina hacia el coche y positivo cuando se inclina hacia el exterior. Es habitual encontrar ángulos de caída negativos en la competición, ya que en las curvas el ángulo negativo se compensa y hace que la banda del neumático pise mejor el asfalto y proporcione un mayor agarre y desgaste más uniforme.

Se puede distinguir entre dos tipos de cámbler; el estático, que es el que se ajusta en parado en el garaje, y el dinámico, que es lo que varía este ángulo debido al movimiento vertical de la rueda. Es de los parámetros más importantes en una suspensión ya que influye mucho en el comportamiento del vehículo en pista.

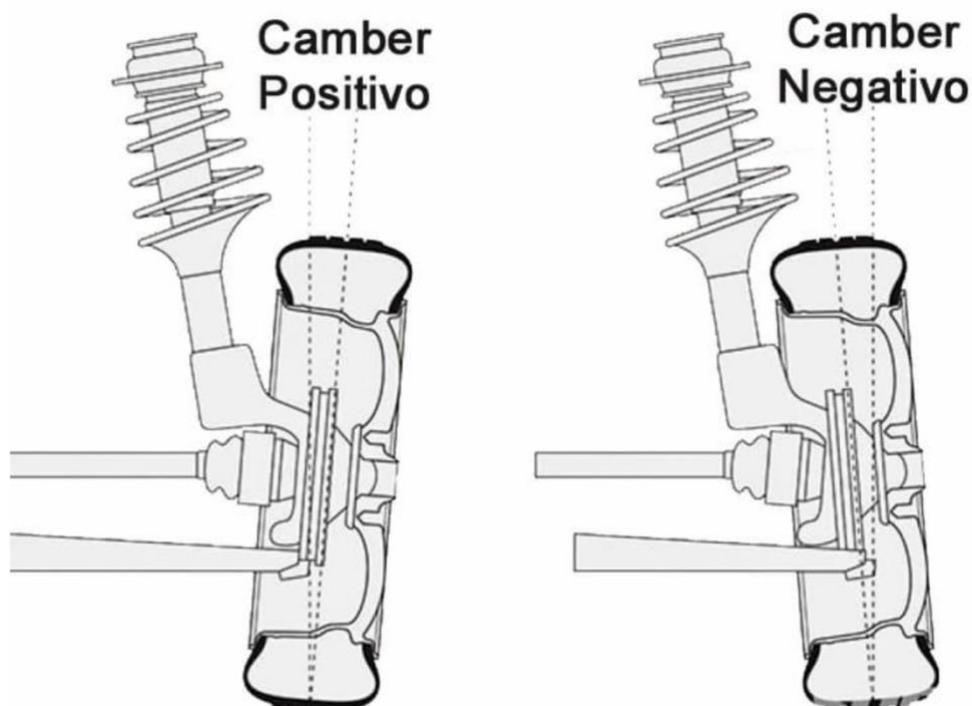


Figura 10. Tipos de cámbler

### 2.2.7 *ÁNGULO DE SALIDA O KINGPIN*

El ángulo de salida se puede definir como el ángulo que forman el eje de la dirección con un eje perpendicular a la superficie de contacto del neumático. El kingpin será positivo cuando el extremo superior del eje de dirección del coche está más próximo a este. Este ángulo,

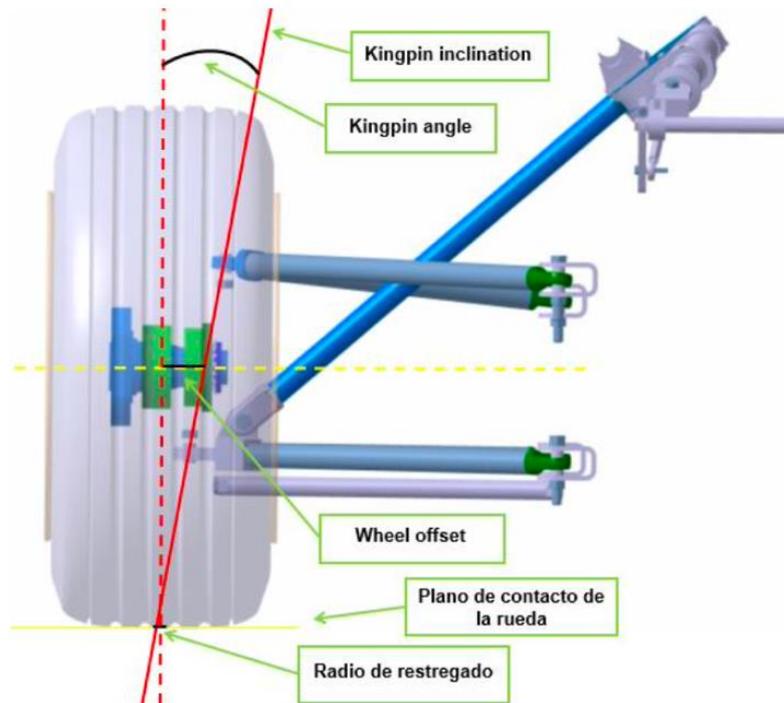


Figura 11. Ángulo de kingpin

junto con el cáster, pretende mejorar la estabilidad del coche a la hora de girar. Se ha demostrado que este ángulo debe ser positivo para que la dirección retroaliente al piloto, pero no debe tener un valor excesivo ya que limitaría el cámbel del vehículo al girar.

### 2.2.8 *CENTRO DE BALANCEO O ROLL CENTER*

Los coches al girar experimentan una aceleración centrífuga que los lleva a sufrir un balanceo. La fuerza que produce este balanceo se aplica sobre el centro de gravedad de la masa suspendida y el balanceo se da alrededor del centro de balanceo. Dependiendo de la

disposición de los brazos, el centro de balanceo podrá quedar a nivel del suelo, por encima o por debajo del mismo.

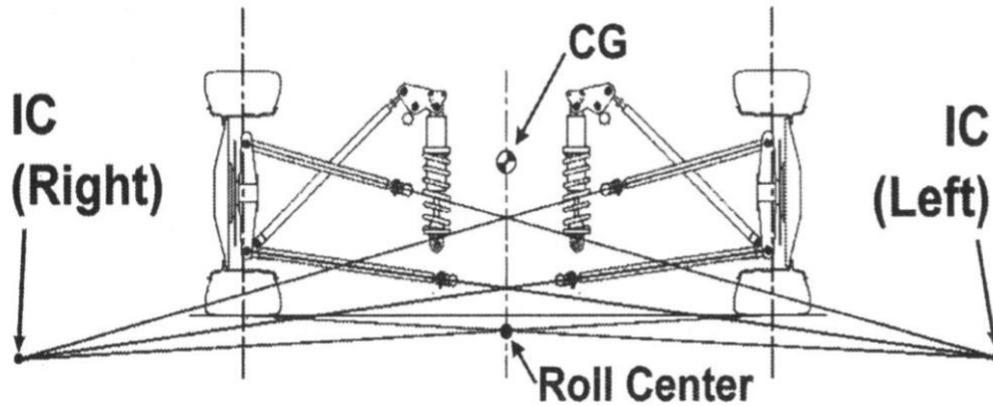


Figura 12. Centro de balanceo

### **2.2.9 RESUMEN DE PARÁMETROS**

A continuación, se mostrará una tabla donde se recogen todos los parámetros del IFS-04 anteriormente explicados.

| Parámetro                               | Valor | Unidades |
|---|-------|----------|
| Masa                                    | 238   | kg       |
| Batalla                                 | 1730  | mm       |
| Ancho de vías                           | 1160  | mm       |
| Ángulo de convergencia<br>o divergencia | -1    | °        |
| Ángulo de avance o<br>cáster            | 6     | °        |
| Ángulo de caída o<br>cámbier            | -3.5  | °        |
| Ángulo de salida o<br>kingpin           | 0.6   | °        |
| Centro de balanceo<br>delantero         | -20   | mm       |
| Centro de balanceo<br>trasero           | -28.3 | mm       |

Tabla 1. Parámetros de la suspensión

### ***2.3 SUSPENSIÓN DE DOBLE BRAZO O PARALELOGRAMO DEFORMABLE***

El sistema de suspensión de doble brazo es el sistema más extendido en los vehículos de competición debido a su mejor comportamiento, de ahí que se haya decidido implementar este sistema en nuestro prototipo IFS-04.

#### ***2.3.1 HISTORIA***

Los primeros vehículos de carreras no contaban con suspensiones muy sofisticadas, montaban ejes de torsión en ambos ejes. Los ejes de torsión, que se muestran en la figura 4, cumplían su función, pero tenían algunas limitaciones, siendo la principal que cualquier

fuerza que afecte a una de las ruedas era transmitida a la otra, siendo esto especialmente perjudicial cuando el asfalto no está en buen estado. También sufría otros problemas, entre ellos estaba el del peso, que como ya sabemos es primordial mantenerlo al mínimo si queremos que nuestro coche tenga buen rendimiento.

Como es ampliamente conocido en el mundo del automóvil, los problemas del eje rígido son mayores en el eje delantero, y por este motivo fue progresivamente reemplazada por una suspensión con brazo de arrastre. Este sistema resultó ser muy simple, barato y con una gran ventaja frente al eje rígido, era independiente, no se transmitían las fuerzas de una rueda a otra. La siguiente ventaja más importante es que este tipo de suspensión era capaz de mantener las ruedas delanteras con un ángulo de cámbere constante cuando se producen desplazamientos verticales y no variaba el ancho de vías. No todo son ventajas, ya que el cámbere significa balanceo del chasis, que incurre en altas cargas en las uniones de la suspensión, pudiendo doblar los brazos de las suspensiones. [5]

Este problema no era muy significativo hasta que llegaron a la competición los neumáticos anchos con perfil plano, que fue cuando una marca con gran éxito en el motorsport como es Porsche decidió abandonar este tipo de tecnología.

Con la suspensión del eje trasero ocurrió algo similar, aunque no urgía tanto reemplazarla por otro tipo porque hubo un mayor desarrollo. El sustituto del eje rígido fue la suspensión De Dion, que a pesar de sus similitudes y que seguía siendo una suspensión dependiente era holgadamente mejor que el simple eje rígido. Esto se debe a que la masa no suspendida del eje De Dion era muy baja porque permitía vincular frenos, diferencial y semiejes al chasis. Este tipo de suspensión estuvo vigente hasta los años cincuenta.

La siguiente evolución de la suspensión trasera fue el eje oscilante. Este tipo de suspensión ya era independiente, y se solía montar en coches con motor central, pero su comportamiento asustaba a la mayoría de los pilotos, haciendo que sólo unos pocos fueran capaces de ofrecer buen rendimiento con este set-up.

Tras varios intentos en mejorar las suspensiones de los vehículos de carreras, llegó la suspensión de doble brazo, también llamado paralelogramo deformable. Empezó instalándose en el eje delantero, siendo las primeras versiones bastante rudimentarias. Los primeros brazos que se instalaron formaban un ángulo estrecho y tenían la misma longitud, lo que los obligaba a ser cortos para alcanzar la rigidez suficiente. Los mayores problemas de este sistema fueron la posición de la rueda y la gran cantidad de balanceo en el chasis que hacía que variara la vía del coche. [5]

Al principio de los años 60 se consiguió un avance notable en la suspensión de doble brazo porque se reinventó la posición de la rueda, el cambio de cámbere y la relación entre transferencia de cargas y centro de balanceo. Seguido de esto vino el sistema empleado en la actualidad, que comprendía una suspensión con una base muy ancha y brazos asimétricos. Desde entonces, a pesar de haber variaciones en la geometría todos los sistemas han sido similares en su principio de funcionamiento.

### ***2.3.2 OBJETIVOS DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN***

Se requiere que un sistema de suspensión, más concretamente, un sistema de doble barra articulada o paralelogramo deformable como el que se usa en el IFS-04, cumpla con diferentes funciones en la dinámica de un vehículo de competición. [5]

El primer objetivo de este sistema es conseguir la independencia de las cuatro ruedas para que, en la medida de lo posible, las fuerzas o desplazamientos que alteren una rueda se queden en esa rueda y no afecten a la otra rueda del mismo eje. Esto es fácil de conseguir.

El segundo objetivo tiene que ver con el desplazamiento vertical de las ruedas sometidas a una irregularidad en el asfalto. Se tiene que permitir suficiente desplazamiento vertical en cada rueda para que sea posible absorber las aceleraciones verticales de la masa suspendida provocadas por las irregularidades del asfalto, intentando que no cambie el ángulo de convergencia.

También es necesario que no haya deformación dentro del sistema de suspensión o sus anclajes provocada por la masa suspendida. Esto es una cuestión de rigidez de las barras y

los anclajes, así como de las direcciones en las que las cargas son transmitidas al chasis y como se distribuyen en él. En este apartado, la suspensión que empleamos en nuestro prototipo IFS-04 es excelente, aunque cómo transmitir correctamente las cargas al chasis requiera un poco más de atención.

Un objetivo claro es el de reducir al máximo el peso del sistema de suspensión, algo en lo que esta geometría es sencillo de conseguir, porque no se requieren grandes y pesados anclajes a la suspensión para transmitir las fuerzas al chasis.

Por último, se quiere controlar el cambio del cámbor de las ruedas y la variación del ancho de vías debido a los desplazamientos de las ruedas o la masa suspendida. Para conseguir esto, encontramos dos problemas.

Primero, para conseguir el máximo contacto del neumático con el asfalto y una presión uniforme en toda esta superficie de contacto, necesitamos que las ruedas estén en vertical con respecto al asfalto cuando la suspensión esté sometida al movimiento vertical de la masa suspendida debido a la transferencia longitudinal de cargas. Así mismo, necesitamos que cada rueda independiente, se mantenga vertical cuando su posición se vea alterada por una irregularidad en el asfalto.

Segundo, por las mismas razones mencionadas previamente, se necesita que las ruedas interior y exterior se mantengan vertical al asfalto cuando la masa suspendida balancee debido a que sufra una aceleración centrífuga. A esto hay que añadir que no se quiere que varíe el ancho de vías en el punto de contacto con el asfalto, ya que causaría desplazamientos laterales de la rueda cuando esta se encuentre cerca de su límite de adherencia, dificultando la tracción.

Mientras se controlan estos movimientos, lo ideal sería que los centros de balanceo en cada extremo del coche se mantuvieran a la misma distancia de sus respectivos centros de masas para conseguir que el balanceo y la transferencia de carga lateral sea lineal. Esto es imposible de conseguir, por ello lo que se busca es un compromiso entre todos estos parámetros para conseguir el mejor comportamiento posible.

### **2.3.3 DISPOSICIÓN DE LOS BRAZOS**

Como se ha mencionado antes, hay infinitas posibilidades a la hora de diseñar una suspensión de doble brazo, pero se pueden agrupar en tres categorías dependiendo de la longitud y paralelismo de sus brazos:

- Brazos paralelos y de igual longitud: Como los brazos forman un paralelogramo, no se producirán cambios de cámbel con los desplazamientos verticales, viéndose afectado solo el ancho de vías, que si podrá variar considerablemente. Al balancear el chasis, las ruedas cambian el cámbel lo mismo que balancea el chasis, esto no es nada bueno y cuanto más ancho es el neumático, peor. Se asume que el centro de balanceo está al nivel del suelo y no varía su posición.

Para solucionar este problema de la variación del ancho de vías, se pueden alargar los brazos de la suspensión, esto resulta en un aumento del movimiento vertical de las ruedas o el chasis, pero en una reducción del desplazamiento angular de la rueda y, por tanto, en menos variación en el ancho de vías. Sin embargo, este problema no se puede eliminar por completo, ni siquiera reducirlo lo suficiente.

- Brazos paralelos y de longitud distinta: Al hacer el brazo superior más corto que el inferior, se consiguen cambios en las trayectorias de las ruedas. Ahora, en los desplazamientos verticales de la rueda, el brazo superior tiene menor longitud, por tanto, menor radio de giro, que se traduce en la rueda asumiendo un ángulo de caída negativo tanto en un bache como en la caída positiva o negativa del cámbel. La variación del cámbel depende de la longitud relativa de ambos brazos. La suposición de cámbel negativo reduce la variación del ancho de vías hasta hacerla casi insignificante, solucionando el problema que plantea tener los brazos de la misma longitud.

En teoría, los brazos son paralelos entre sí, pero esto sólo ocurre cuando están en reposo. Cuando hay desplazamientos verticales de las ruedas, al no ser los brazos de

la misma longitud, se romperá el paralelismo de los brazos y, si la suspensión permite mucho movimiento vertical, las curvas de variación del cámbler se volverán muy empinadas.

- Brazos no paralelos y de longitud distinta: La configuración anterior de brazos paralelos y longitud distinta es capaz de reducir el cámbler positivo de la rueda cargada a balanceo, pero no lo suficiente, además de causar que los centros de balanceo sean muy bajos. Sin embargo, si se pueden inclinar los brazos, rompiendo el paralelismo, se puede colocar el centro de balanceo donde se quiera, haciendo que el cámbler positivo de la rueda cargada, ahora sí, se reduzca a los niveles esperados.

En cuanto a la geometría de la suspensión, no existe la configuración perfecta que se comporte de manera excelente ante cualquier situación. Es por esto por lo que se debe buscar un compromiso en los reglajes para que el coche rinda lo suficientemente bien en todas las áreas.

Los equipos de cada categoría de competición siempre acaban teniendo planteamientos distintos en cuanto a la geometría de su sistema de suspensión, pero sus coches se comportan de manera similar, y esto se debe a ciertos factores: [5]

- Los neumáticos de competición actuales son prácticamente inmunes a la variación de cámbler, a no ser que se lleven muy al límite.
- Aunque se den distintos diseños y geometrías, una pista es una combinación de rectas y curvas donde, si una suspensión funciona muy bien en recta, no lo hará tan bien en curva, equilibrándose los tiempos de vuelta.
- La transferencia de pesos es más importante para el equilibrio del coche que las curvas de cámbler.

Si bien es cierto que no existe una geometría perfecta, hay premisas que ayudan a obtener el comportamiento deseado: [5]

- La curva de cámara delantera debería quedar de manera que la rueda cargada quede más vertical a balanceo que la trasera.
- El centro de balanceo frontal siempre será más bajo que el trasero, pero lo verdaderamente importante es que los movimientos de los centros de balanceo delantero y trasero sean aproximadamente iguales.
- Se puede controlar mejor el cámara dinámico dentro de unos límites estrechos de balanceo de chasis y dentro de unos límites no tan estrechos de desplazamiento vertical de las ruedas. Cuanto más largo sean los brazos de la suspensión, más movimiento se permite antes de perder el control del cámara dinámico.

#### ***2.4 PUSH-ROD VS PULL-ROD***

Otra de las decisiones que hay que tomar cuando se está diseñando un sistema de suspensión es el de montar un sistema push-rod o pull-rod. Una de las barras que conforma la suspensión conecta la rueda con el balancín y, dependiendo de cómo lo hace, el sistema será denominado push-rod o pull-rod.

- Push-rod: En este sistema la barra que conecta la rueda al balancín, al sufrir la rueda un movimiento vertical ascendente, empuja el balancín haciendo que este gire sobre un eje, transformando el movimiento lineal en rotación.
- Pull-rod: Este sistema es similar al anterior pero cuando la rueda se desplaza verticalmente hacia arriba, la barra tira del balancín en lugar de empujarlo.

El balancín al transformar el movimiento lineal en rotación permite trasladar el movimiento de la suspensión en cualquier dirección, facilitando su empaquetamiento en el chasis.

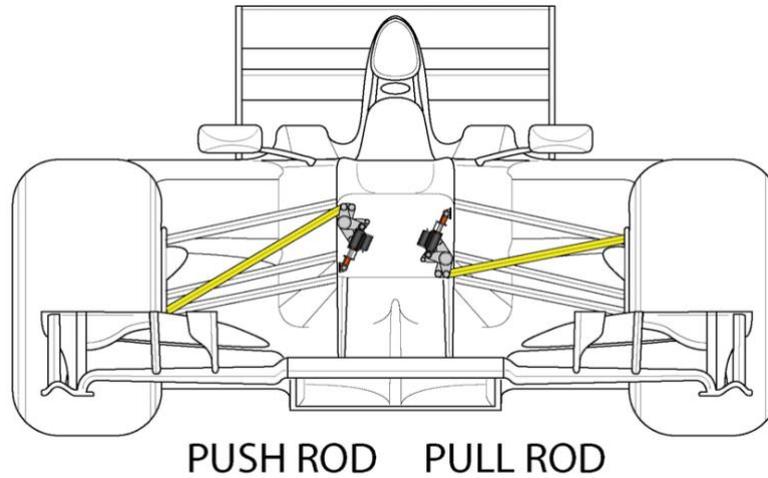


Figura 13. Sistema push-rod vs pull-rod

Al ser posible montar el amortiguador a una distancia mayor del eje sobre el que gira el balancín que la barra que lo empuja, podemos amplificar las fuerzas en el amortiguador haciendo que sea más fácil controlar cómo se comporta el amortiguador y, por tanto, cómo se comporta la suspensión.

La ventaja de un sistema push-rod es que es más fácil mantener estable el coche y, además, se obtiene un beneficio aerodinámico con la configuración de los brazos en este sistema, ayudando a conducir el aire hacia pontones y difusor. En un sistema pull-rod la mayor ventaja es que el centro de gravedad se mantiene más bajo, ayudando al manejo del coche, mientras que en el apartado aerodinámico da peor rendimiento.

## ***2.5 GEOMETRÍA IFS-04***

En el prototipo IFS-04, se ha optado por la suspensión de doble brazo, explicada anteriormente, en su configuración push-rod de brazos paralelos de longitud distinta. Se eligió esta configuración por la estabilidad que aporta, su buena eficiencia aerodinámica y un mejor manejo del cámben cuando el coche está en curva. En la figura 14 se muestra el sistema de suspensión delantero del IFS-04.

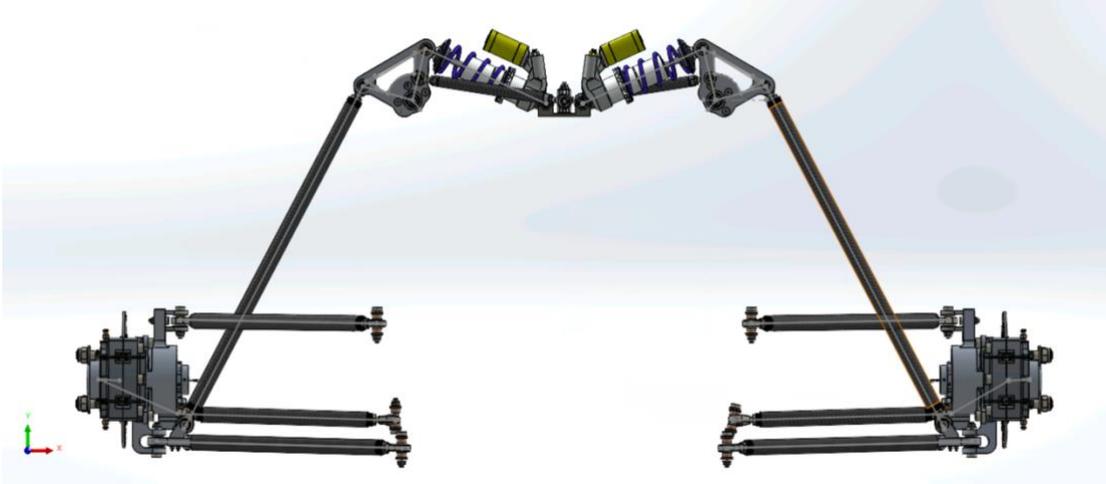


Figura 14. Suspensión delantera IFS-04

Se puede apreciar en la figura 14 la configuración seleccionada y explicada anteriormente. A continuación, la figura 15 muestra la suspensión trasera del IFS-04.

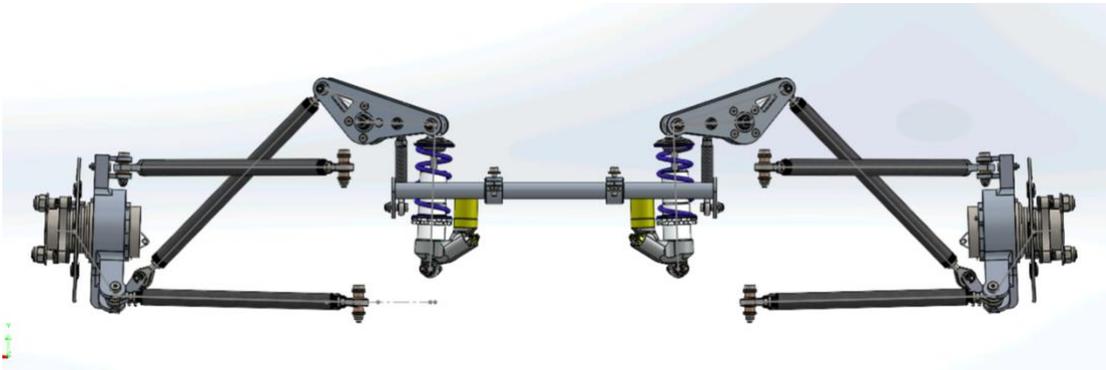


Figura 15. Suspensión trasera IFS-04

## Capítulo 3. ELEMENTOS ELÁSTICOS DE LA SUSPENSIÓN

En este apartado se van a explicar los distintos elementos elásticos que conforman la suspensión del IFS-04, es decir, los muelles y las barras estabilizadoras. Se va a estudiar en función de la rigidez de los muelles, la frecuencia para los muelles, así como, un estudio de rigidez a balanceo para ver el ángulo de balanceo en función de las rigideces de barras estabilizadoras seleccionadas.

### 3.1 MUELLES

En un coche, los muelles son los encargados de conseguir la mejor superficie de contacto posible entre neumático y asfalto cuando se producen irregularidades en el mismo. Por tanto, los muelles pueden considerarse un elemento crucial en el comportamiento dinámico de un coche.

A la hora de configurar una suspensión es necesario elegir los muelles delanteros y traseros que van a formar parte en la suspensión, estos muelles son iguales en cada eje, pero deben ser distintos entre distintos ejes. Para elegir estos muelles, se debe tener en cuenta la diferencia de cargas verticales que sufre una rueda en aceleración, frenada o curva.

Para llevar a cabo la elección de muelles, primero se tienen que definir una serie de parámetros: [6]

- Rigidez del muelle ( $K_S$ ): Es la propia rigidez del muelle. Este valor no cambia, es constante durante todo su funcionamiento. La relación entre fuerza y deformación de los muelles es lineal.
- Rigidez del neumático ( $K_T$ ): Es la rigidez vertical del neumático, la carga vertical por unidad de desplazamiento vertical del neumático.
- Rigidez del centro de la rueda ( $K_W$ ): Es la rigidez del eje de la rueda en relación con el chasis. También se puede definir como la carga vertical en rueda por

unidad de desplazamiento vertical relativo del centro de la rueda con el chasis. Relacionada con el motion ratio del que se hablará más adelante.

- Rigidez en marcha ( $K_R$ ): Es la rigidez combinada en el centro de la rueda con la rigidez del neumático, es decir, la carga vertical por unidad de desplazamiento vertical relativo de la huella de contacto de la rueda con el chasis.

Una vez están estos parámetros definidos, se tiene que definir la frecuencia en marcha del IFS-04, esta frecuencia es la frecuencia natural no amortiguada, es decir, la velocidad con la que la suspensión, al encontrarse una irregularidad, se mueve verticalmente hacia arriba y vuelve al punto de inicio.

Hay unos valores estipulados que, según las características del coche, se da un intervalo de frecuencias donde el coche debería trabajar. El IFS-04 se considera un coche de carreras con una carga aerodinámica moderada, por tanto, según vemos en la siguiente figura, el intervalo de las frecuencias a las que debe trabajar es de 2-3 Hz.

**0.5-1.0Hz - Passenger cars, typical OEM**  
**1.0-1.5Hz - Typical lowering springs**  
**1.5-2.0Hz - Rally Cars**  
**1.5-2.5Hz - Non-Aero racecars, moderate downforce**  
**Formula cars**  
**2.5-3.5Hz - Moderate downforce racecars with up to 50% total weight in max downforce capability**  
**3.5-5.0+Hz - High downforce racecars with more than 50% of their weight in max downforce**

Figura 16. Rangos de frecuencias según el tipo de coche

### 3.1.1 DESARROLLO MATEMÁTICO

Para calcular los valores de rigidez de los muelles para cada frecuencia se va a necesitar un programa de MatLab, este programa calculará la rigidez del muelle para una frecuencia dada, que como se ha explicado antes, será un intervalo de 2-3 Hz.

Este programa precisará de datos del coche, que se proporcionarán en la tabla 2.

| Parámetro                    | Símbolo | Valor                     | Unidad |
|------------------------------|---------|---------------------------|--------|
| Motion Ratio                 | MR      | Front – 1.1<br>Rear – 1.2 |        |
| Masa suspendida de una rueda | Ms      | 77                        | Kg     |
| Rigidez del neumático        | Kt      | 106                       | N/m    |

Tabla 2. Parámetro del IFS-04 para elección muelles

El motion ratio es un parámetro adimensional que expresa la relación entre el movimiento de un punto exacto con respecto a otro punto, para la suspensión delantera va a ser 1.1 mientras que para la trasera va a ser de 1.2. En este caso el motion ratio expresa la relación entre el movimiento de compresión del muelle y el desplazamiento vertical de la rueda cuando la suspensión encuentra una irregularidad, también conocida como installation ratio. La masa suspendida de una rueda viene de dividir el peso total del vehículo en las cuatro ruedas, se toma ese valor porque lo que se va a modelar es un cuarto de la suspensión. La rigidez del neumático es un valor dado, definido previamente.

Una vez se tiene todo esto, se puede empezar a definir las ecuaciones que calculan la rigidez de los muelles. Primero, se empezará calculando la rigidez en marcha

$$K_R = 4 * \pi^2 * f * M_S$$

La siguiente ecuación nos da la rigidez en el centro de la rueda

$$K_W = \frac{K_R * K_T}{K_T - K_R}$$

Una vez ya tenemos estos dos valores, podemos calcular la rigidez del muelle con la siguiente ecuación

$$K_S = K_W * MR^2$$

Con este proceso llegamos a los siguientes resultados que, dependiendo de la frecuencia seleccionada, nos da su respectiva rigidez.

Para la suspensión delantera

| Frec. | Kr       | Kw       | Ks       | MR   | Rigidez del muelle (N/m) | Rigidez del muelle (lb/inch) |
|-------|----------|----------|----------|------|--------------------------|------------------------------|
| 2,00  | 12159,35 | 13734,89 | 19778,25 | 1,20 | 12,76                    | 112,93                       |
| 2,10  | 13405,69 | 15346,54 | 22099,02 | 1,20 | 14,26                    | 126,18                       |
| 2,20  | 14712,82 | 17084,04 | 24601,09 | 1,20 | 15,87                    | 140,47                       |
| 2,30  | 16080,74 | 18956,55 | 27297,43 | 1,20 | 17,61                    | 155,86                       |
| 2,40  | 17509,47 | 20974,04 | 30202,61 | 1,20 | 19,49                    | 172,45                       |
| 2,50  | 18998,99 | 23147,92 | 33333,01 | 1,20 | 21,51                    | 190,33                       |
| 2,60  | 20549,31 | 25491,03 | 36707,09 | 1,20 | 23,68                    | 209,59                       |
| 2,70  | 22160,42 | 28017,85 | 40345,70 | 1,20 | 26,03                    | 230,37                       |
| 2,80  | 23832,33 | 30744,78 | 44272,49 | 1,20 | 28,56                    | 252,79                       |
| 2,90  | 25565,04 | 33690,50 | 48514,32 | 1,20 | 31,30                    | 277,01                       |
| 3,00  | 27358,54 | 36876,30 | 53101,87 | 1,20 | 34,26                    | 303,20                       |

Tabla 3. Frecuencias y rigideces de la suspensión delantera

Para la suspensión trasera

| Frec. | Kr       | Kw       | Ks       | MR   | Rigidez del muelle (N/m) | Rigidez del muelle (lb/inch) |
|-------|----------|----------|----------|------|--------------------------|------------------------------|
| 2,00  | 12159,35 | 13734,89 | 19778,25 | 1,10 | 12,76                    | 112,93                       |
| 2,10  | 13405,69 | 15346,54 | 22099,02 | 1,10 | 14,26                    | 126,18                       |
| 2,20  | 14712,82 | 17084,09 | 24601,09 | 1,10 | 15,87                    | 140,47                       |
| 2,30  | 16080,74 | 18956,55 | 27297,43 | 1,10 | 17,61                    | 155,86                       |
| 2,40  | 17509,47 | 20974,04 | 30202,61 | 1,10 | 19,49                    | 172,45                       |
| 2,50  | 18998,99 | 23147,92 | 33333,01 | 1,10 | 21,51                    | 190,33                       |
| 2,60  | 20549,31 | 25491,03 | 36707,09 | 1,10 | 23,68                    | 209,59                       |
| 2,70  | 22160,42 | 28017,85 | 40345,70 | 1,10 | 26,03                    | 230,37                       |
| 2,80  | 23832,33 | 30744,78 | 44272,49 | 1,10 | 28,56                    | 252,79                       |
| 2,90  | 25565,04 | 33690,50 | 48514,32 | 1,10 | 31,30                    | 277,01                       |
| 3,00  | 27358,54 | 36876,30 | 53101,87 | 1,10 | 34,26                    | 303,20                       |

Tabla 4. Frecuencias y rigideces de la suspensión trasera

### 3.1.2 SELECCIÓN DE MUELLES

Los resultados obtenidos relacionan una rigidez del muelle con cada frecuencia seleccionada, se debe ahora seleccionar ahora, en función de la frecuencia, los muelles que se van a montar en el coche. Una cosa importante, es que el eje delantero y trasero no pueden tener la misma frecuencia ya que, si esto pasara, cualquier excitación que sufran los muelles, produciría un efecto de resonancia.

Por este motivo, la suspensión trasera suele ser más dura que la delantera, la diferencia en frecuencia es de entre un 5% y un 20%. Jugando dentro de este intervalo, se podrán obtener distintos comportamientos del coche.

Los muelles para coches como el IFS-04 pueden llegar a tener rigideces de hasta 300 lb/inch, en intervalos de 25lb/inch. Para la suspensión delantera, elegimos una rigidez de 175lb/inch, con una frecuencia de aproximadamente 2,5Hz. La suspensión trasera la necesitamos un poco más dura, se eligen los muelles de 200 lb/inch, con una frecuencia aproximada de 2,75Hz, haciendo el eje trasero aproximadamente un 8% más duro.

### **3.2 BARRAS ESTABILIZADORAS**

Las barras estabilizadoras son elementos elásticos de la suspensión que sirven para reducir el balanceo del coche en curva y, además, controlar el cámbel de las ruedas cuando el coche está en curva. Para nuestro coche, se quiere reducir únicamente el balanceo, por tanto, sólo se le prestará atención al funcionamiento de las barras cuando el coche se encuentre girando.

#### **3.2.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO**

Las barras estabilizadoras se encargan de conectar los movimientos de dos ruedas de un mismo eje. Sus extremos se conectan a las ruedas de una manera o de otra dependiendo de que tipo sean, su parte central va anclada al chasis, siendo muy similares a una barra de torsión que está fija en sus extremos, pero libre de rotar en sus anclajes.

Cuando un coche se encuentra girando en una curva, sufre una aceleración lateral que produce un balanceo del chasis y transfiere carga de los neumáticos interiores a los exteriores, causando una compresión de estos, mientras se produce el efecto contrario en los neumáticos interiores. Es en este caso cuando deben actuar las barras estabilizadoras para intentar reducir lo máximo posible el desplazamiento vertical relativo entre una rueda interior y exterior de un mismo eje. Esto se consigue retransfiriendo la carga de la rueda más cargada a la que menos.

Esto ayuda a reducir el balanceo en curva, mejorando la estabilidad y el manejo del coche. Si ambas ruedas del mismo eje sufren el mismo desplazamiento vertical a la misma vez, la barra estabilizadora simplemente rotará sobre sí misma. Las barras estabilizadoras se

opondrán al balanceo de manera proporcional a la rigidez de la barra e inversamente proporcional a la longitud del brazo sobre el que actúa.

Resumiendo, las barras estabilizadoras mitigan el balanceo de un coche a la hora de girar en una curva sin necesidad de endurecer las suspensiones, lo cual es altamente beneficioso. Sin embargo, restan independencia a la suspensión y transfieren carga lateral, que son cosas que no favorecen al comportamiento del coche, pero en este caso, los beneficios del sistema son más importantes que los inconvenientes.

Las barras estabilizadoras son también un elemento que permite cambiar la tendencia subviradora o sobreviradora del coche de manera muy rápida y sencilla. Disminuyendo la rigidez de la barra trasera, menos carga lateral se transfiere en las ruedas traseras y, por tanto, mejorar la tracción reduciendo el sobreviraje. También endureciendo la barra delantera se conseguirá el mismo efecto, y viceversa. Esto es significativamente más rápido y fácil que cambiar los reglajes de muelles y amortiguadores.

### ***3.2.2 TIPOS DE BARRAS ESTABILIZADORAS***

Los dos tipos de barras estabilizadoras más utilizadas son las barras estabilizadoras en U y en Z, ambas son capaces de resolver el problema del balanceo. Tienen funcionamientos distintos que se explican a continuación:

- Barra estabilizadora en U: La barra en U funciona de manera muy similar a la barra de torsión. Es el sistema más pesado de los dos ya que tiene mayor tamaño. Modificar las rigideces de las barras estabilizadoras en U es una tarea complicada, ya que suelen estar montadas por debajo del chasis. En la figura 17 se muestra este sistema

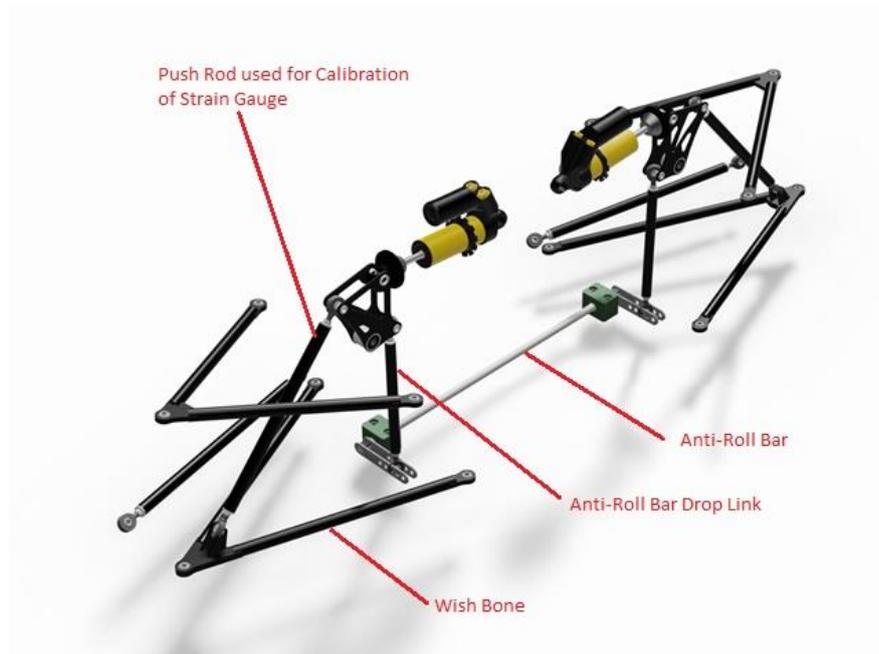


Figura 17. Barra estabilizadora en U

- Barra estabilizadora en Z: La barra de tipo Z funcionan flexionando una pieza en lugar de torsionando una barra. La pieza que se flexiona es una pieza pequeña, por tanto, supone una ventaja en peso con respecto al otro sistema que se plantea. Al estar montada al lado de los amortiguadores, en nuestro coche es una pieza de muy fácil acceso. En la Figura 18 se muestra el sistema.

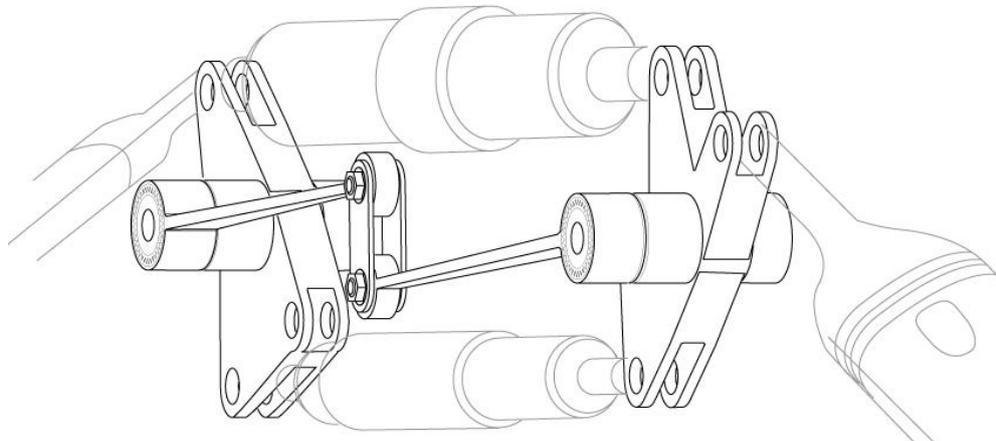


Figura 18. Barra estabilizadora en Z

A la hora de elegir qué sistema montar en el coche, se deben tener en cuenta varios factores, como pueden ser el peso, la facilidad para modificar la rigidez o la accesibilidad. Mirando los dos sistemas, suele dar mejor resultado el sistema con barras estabilizadoras en Z ya que pesa menos y es más accesible. En cuanto, a la accesibilidad, depende del diseño del monoplaça, por lo que a priori no hay una opción preferida.

Para el IFS-04, por las razones explicadas anteriormente, se ha elegido barra estabilizadora de tipo Z para el eje delantero, y de tipo U para el eje trasero.

### ***3.2.3 FUNCIONAMIENTO BARRA ESTABILIZADORA TIPO Z***

Este tipo de barra estabilizadora está compuesto por dos barras actuadoras y la estabilizadora en sí, que es la pieza que trabaja a flexión. Las actuadoras van conectadas cada una a un balancín y a un extremo de la estabilizadora. Tanto la estabilizadora como los anclajes al chasis se han diseñado de cero. En la figura 19, se muestra sistema de estabilizadora en Z en reposo.

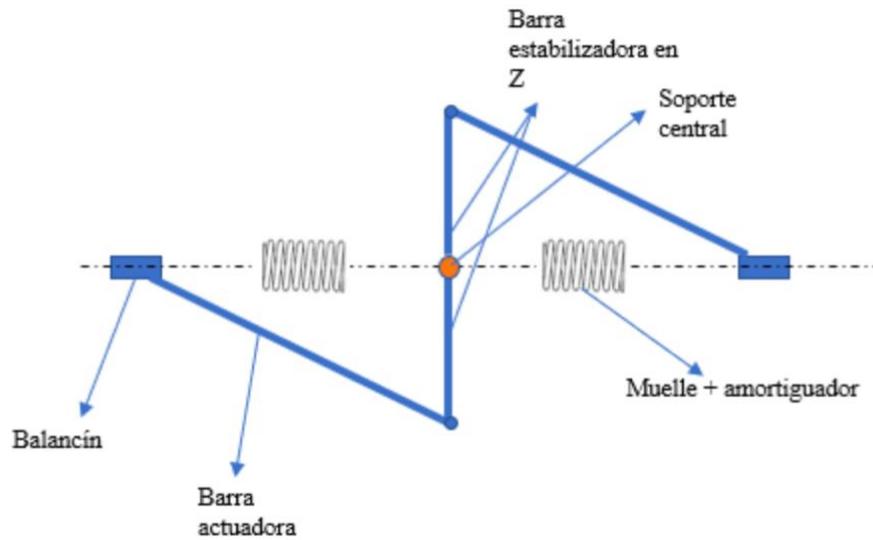


Figura 19. Esquema suspensión con estabilizadora en Z en reposo

Cuando se producen movimientos opuestos en las ruedas de un mismo eje es cuando nos interesa cómo trabaja la estabilizadora. Aunque la estabilizadora, nunca va a trabajar exclusivamente a flexión, nos vamos a centrar en este movimiento para explicar su funcionamiento.

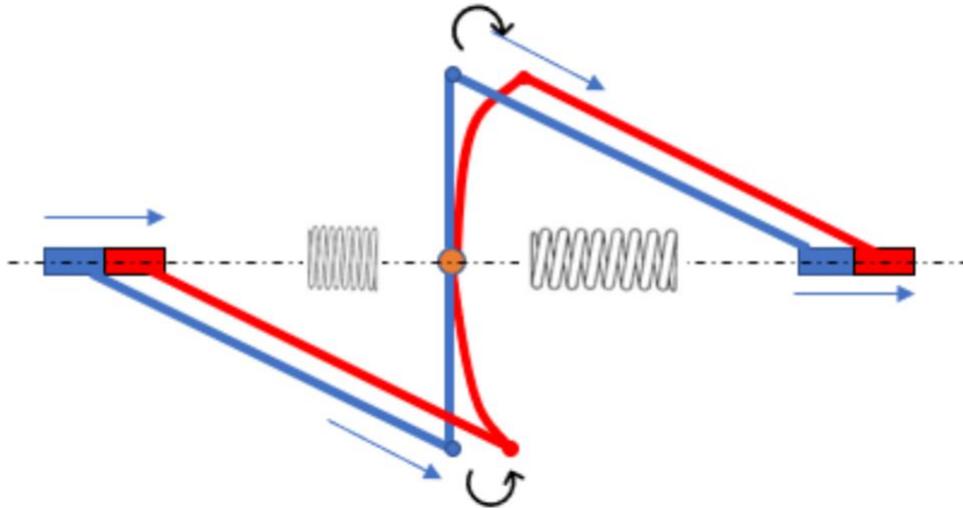


Figura 20. Esquema suspensión con estabilizadora en Z trabajando a flexión

En la figura 20 podemos ver cómo actúa nuestro sistema de barras estabilizadoras del eje delantero. Suponiendo que el frontal del coche mira hacia arriba, se estaría tomando una curva a derechas. Se puede ver cómo se transfiere carga lateral de la rueda más cargada, la derecha, a la rueda menos cargada, la izquierda. El coche va a balancear hacia el exterior de la curva, es decir, hacia la izquierda comprimiendo esa parte de la suspensión, mientras que del lado derecho se estira.

Al tener barra estabilizadora, y moverse los balancines de manera asimétrica, la barra actuadora empuja a la estabilizadora haciéndola flexionar, mientras que la otra, que está siendo traccionada, flexiona en el sentido opuesto. Esto se traduce en que una actuadora intenta comprimir la suspensión que está estirada, mientras que la otra estira la que está comprimida, consiguiendo mitigar el balanceo del coche y aportando mayor estabilidad en curva.

### 3.2.4 FUNCIONAMIENTO BARRA ESTABILIZADORA TIPO U

El principio de funcionamiento de este tipo de barra estabilizadora es muy similar al funcionamiento de una barra de torsión, es decir, se basa en la capacidad de una barra, normalmente de acero, de retorcerse sobre su eje longitudinal. Se las llama de tipo U porque el sistema está formado por dos brazos que se conectan a los balancines de cada rueda y un eje central. Los brazos están ligados al movimiento de cada suspensión, mientras que el eje central está anclado, pero pudiendo retorcerse libremente sobre sus soportes.

Al igual que con el otro tipo de barra estabilizadora, estas solo funcionan cuando los brazos de la suspensión trabajan en sentidos contrarios, demandando la torsión del eje central de la estabilizadora, oponiéndose así al balanceo del coche. En la figura 21 se muestra el funcionamiento de esta barra estabilizadora.

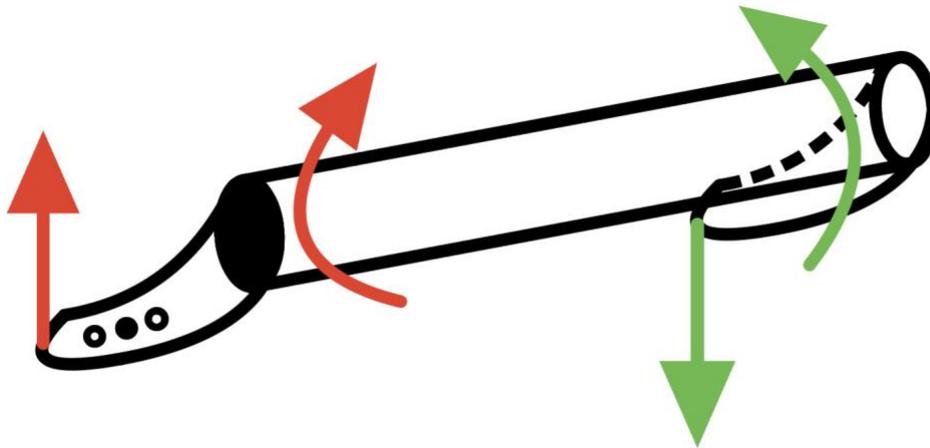


Figura 21. Funcionamiento estabilizadora en U

Este ha sido el sistema elegido para el eje trasero del IFS-04 debido a su simplicidad a la hora de diseñarlo, en la figura 22 se muestra el sistema en U ya montado en el monoplaza.

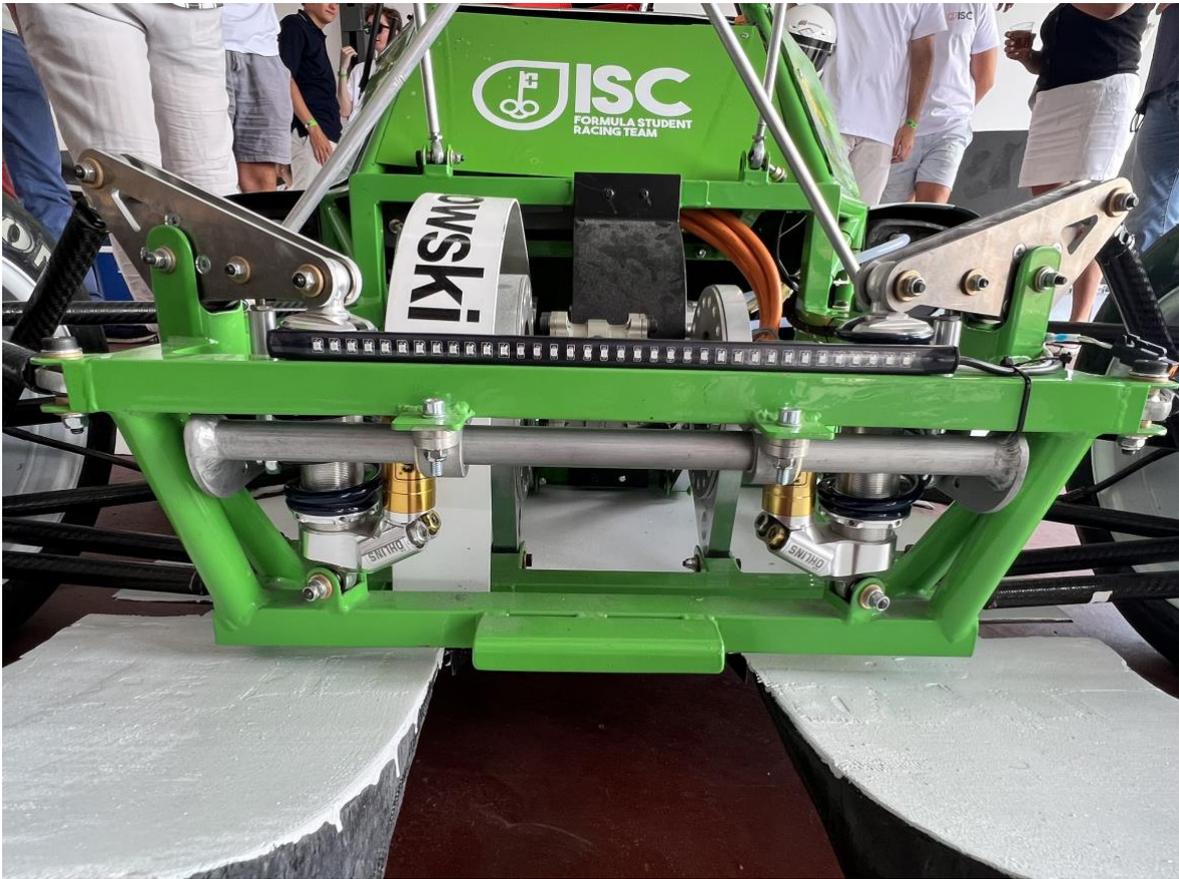


Figura 22. Barra estabilizadora en forma de U

Como se puede observar, la barra gris de acero está anclada al chasis, pero libre de rotar. En ambos extremos se encuentran los brazos que conectan los balancines a la estabilizadora. Se puede modificar la rigidez de la estabilizadora cambiando cómo se conectan los brazos a la estabilizadora en sí, se ha diseñado de manera que hay tres posiciones que proporcionan mayor o menor momento torsor a la barra estabilizadora, pudiendo así adaptar el comportamiento dinámico a las necesidades específicas que pueda tener el piloto o incluso la pista.

### **3.2.5 CÁLCULO DE LA RIGIDEZ DE LAS BARRAS ESTABILIZADORAS**

Se ha hablado anteriormente de la rigidez de las barras estabilizadoras que se montan en el IFS-04, estas rigideces tienen unos valores concretos que se han calculado acorde a los

parámetros del coche y el comportamiento dinámico que se espera de él. Para este cálculo, se ha realizado un estudio de rigidez a balanceo.

### ***3.2.5.1 Estudio de rigidez a balanceo***

La rigidez a balanceo de un coche es la tendencia que tiene este a balancearse, la clave de restringir el balanceo con las barras estabilizadoras está en la transferencia lateral de carga. Por ejemplo, al incluir una estabilizadora en el eje delantero, aumenta la rigidez a balanceo y la transferencia de carga lateral, haciendo que el coche sea un poco más subvirador. Sin embargo, aunque se introduzca esta tendencia subviradora en el comportamiento de un coche de competición, no tiene por qué ser el comportamiento general del coche, ya que la tendencia de un coche a subvirar o sobrevirar se mide en una escala de manera que, aunque se introduzca un poco de subviraje añadiendo estabilizadoras delanteras, el comportamiento general del coche puede seguir siendo sobrevirador.

El estudio de rigidez a balanceo realizado en el IFS-04 ya incluye la rigidez de las barras estabilizadoras, de manera que no se calcula explícitamente la rigidez de estas. Se pretende calcular cuántos grados obtenemos de balanceo por fuerza  $g$  de aceleración lateral. Para realizar este estudio, lo primero que se realiza es definir todos los parámetros que se van a necesitar. En la tabla 5 se encuentran todos los parámetros a emplear.

| Parámetro                              | Símbolo | Valor | Unidades |
|--|---------|-------|----------|
| Batalla                                | L       | 1730  | mm       |
| Ancho de vías                          | t       | 1160  | mm       |
| Altura CG total                        | h       | 0.3   | m        |
| Altura CG masa suspendida              | hs      | 0.34  | m        |
| Altura CG masa no suspendida delantera | z_wf    | 0.225 | m        |
| Altura CG masa no suspendida trasera   | z_wr    | 0.225 | m        |
| Peso total                             | W       | 3038  | N        |
| Peso suspendido                        | Ws      | 2788  | N        |
| Peso no suspendido delantero           | W_uf    | 250   | N        |
| Peso no suspendido trasero             | W_ur    | 250   | N        |

|   |           |         |                  |
|---|-----------|---------|------------------|
| Distancia horizontal eje delantero a W            | a         | 0.813   | m                |
| Distancia horizontal eje trasero a W              | b         | 0.917   | m                |
| Distancia horizontal eje delantero a Ws           | a_s       | 0.813   | m                |
| Distancia horizontal eje trasero a Ws             | b_s       | 0.917   | m                |
| Altura centro balanceo delantero                  | Z_rf      | -0.0199 | m                |
| Altura centro balanceo trasero                    | Z_rr      | -0.0283 | m                |
| Rigidez radial de los neumáticos                  | K_t       | 110000  | N/m              |
| Brazo de la estabilizadora delantera              | brazo_d   | 0.0565  | m                |
| Brazo de la estabilizadora trasera                | brazo_t   | 0.054   | m                |
| ratio del muelle delantero                        | IR_sf     | 0.83    |                  |
| Installation ratio del muelle trasero             | IR_sr     | 0.9     |                  |
| Installation ratio de la estabilizadora delantera | IR_arbf   | 3       |                  |
| Installation ratio de la estabilizadora trasera   | IR_arbr   | 3       |                  |
| Aceleración lateral en g's                        | Ay        | 1       | m/s <sup>2</sup> |
| Rigidez del muelle delantero                      | Ksflbinch | 175     | lb/inch          |
| Rigidez del muelle trasero                        | Ksrlbinch | 250     | lb/inch          |

Tabla 5. Parámetros necesarios para estudio rigidez a balanceo

Los installation ratios son motion ratios específicos que expresan la relación entre el movimiento de compresión del muelle y el desplazamiento vertical de la rueda cuando la suspensión encuentra una irregularidad.

### 3.2.5.2 Ecuación de rigidez a balanceo

Para el cálculo de la rigidez a balanceo se va a suponer un modelo con ciertas simplificaciones, así conseguiremos que el sistema de ecuaciones a resolver no sea demasiado complejo, pudiendo resolverlo con cierta facilidad. Estas simplificaciones son, suponer los motion ratios iguales para todos los elementos de la suspensión y suponer un eje de balanceo que no se mueve. Esto inducirá a errores en los cálculos, pero el objetivo no es llegar a valores exactos, sino aproximar los valores para poder obtener los resultados deseados. [7]

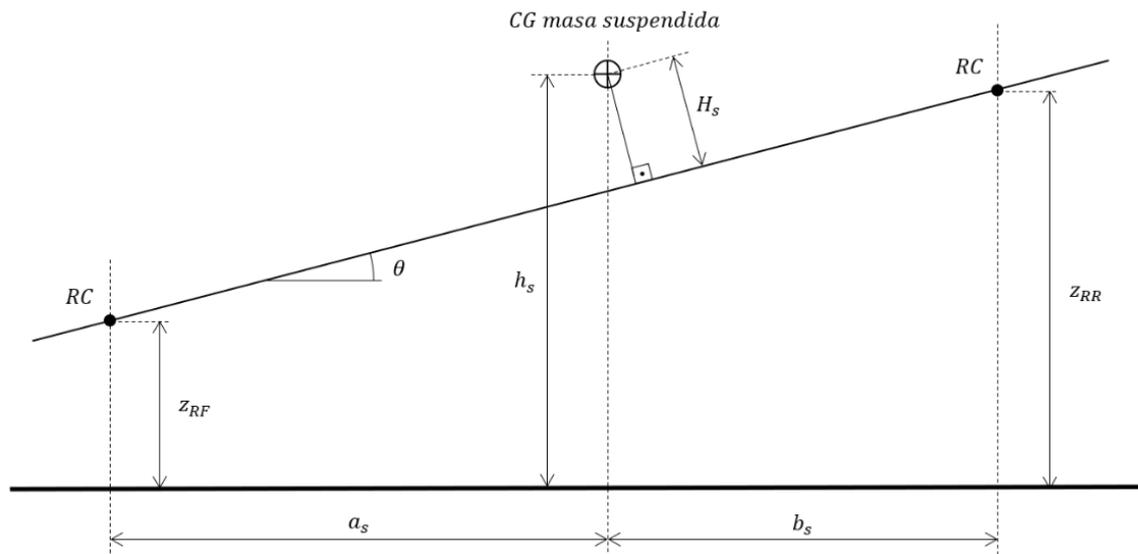


Figura 23. Distancia del CG de la masa suspendida al eje de balanceo

En la figura anterior, podemos ver el eje de balanceo y el centro de gravedad de la masa suspendida desde una vista lateral. Cuando el coche es sometido a aceleraciones laterales, aparecerá una fuerza centrífuga que actúa sobre el centro de gravedad de la masa suspendida, produciendo así, un momento de balanceo en torno al eje de balanceo. Las masas no suspendidas también sufren esta fuerza, pero no las analizamos porque no balancean sobre el mismo eje.

Calculamos el ángulo  $\theta$  y la distancia  $H_s$  con las siguientes ecuaciones:

$$\theta = \arctan\left(\frac{Z_{RR} - Z_{RF}}{L}\right)$$

$$H_s = \cos(\theta) * (h_s - (Z_{RF} + a_s * \tan(\theta)))$$

A continuación, se va a calcular la contribución de cada elemento de la suspensión; muelle, estabilizadora y neumático. Para ello, se va a suponer que todos los trabajos son

conservativos, por lo que se igualará el trabajo de las fuerzas externas e internas. Sólo se pondrá la ecuación correspondiente a cada aportación, no el desarrollo hasta llegar a esa ecuación.

### ***3.2.5.3 Aportación de rigidez de los muelles***

La rigidez a balanceo aportada por los muelles de cada eje se puede calcular con las siguientes ecuaciones

$$K_{\varphi Sf} = \frac{K_{Sf}}{2} * IR_{Sf}^2 * b^2$$

$$K_{\varphi Sr} = \frac{K_{Sr}}{2} * IR_{Sr}^2 * b^2$$

### ***3.2.5.4 Aportación de rigidez de la estabilizadora***

La rigidez a balanceo de cada estabilizadora se podrá calcular con las siguientes ecuaciones

$$K_{\varphi ARBf} = 2 * K_{ARBf} * L^2 * IR_{ARBf}^2$$

$$K_{\varphi ARBr} = 2 * K_{ARBr} * L^2 * IR_{ARBr}^2$$

### ***3.2.5.5 Aportación de rigidez de los neumáticos***

La rigidez a balanceo aportada por los neumáticos se calcula con la siguiente ecuación

$$K_{\varphi T} = \frac{K_T}{2} * b^2$$

Ya se ha calculado la rigidez a balanceo de cada elemento, por tanto, se ha modelizado como muelles a torsión los elementos que aportan rigidez a balanceo en una suspensión. Se requiere asociar estos tres muelles modelizados para poder así obtener la rigidez a balanceo del eje entero.

Es fácil entender que muelle y estabilizadora trabajan en paralelo, ya que ambos están conectados al balancín, al recibir este una fuerza de la push, se divide entre muelle y estabilizadora. A su vez, estos dos muelles modelizados, se encuentran en serie con la rigidez del neumático, en la figura 23 se muestra un esquema. Con las ecuaciones de asociación de muelles en paralelo y serie, se obtiene la rigidez a balanceo total en el eje

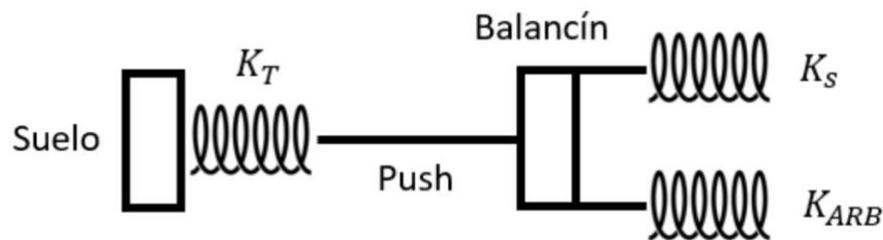


Figura 24. Asociación de cada muelle modelizado

La ecuación que permite obtener el valor de la rigidez es la siguiente

$$K_{\varphi f} = \frac{K_{\varphi T} * (K_{\varphi S f} + K_{\varphi ARB f})}{K_{\varphi T} + K_{\varphi S f} + K_{\varphi ARB f}}$$

$$K_{\varphi r} = \frac{K_{\varphi T} * (K_{\varphi S r} + K_{\varphi ARB r})}{K_{\varphi T} + K_{\varphi S r} + K_{\varphi ARB r}}$$

Así se obtienen las rigideces a balanceo de cada eje, al estar los dos ejes en paralelo, ahora se puede calcular la rigidez a balanceo total del IFS-04 sumando ambos ejes

$$K_{\varphi} = K_{\varphi f} + K_{\varphi r}$$

### 3.2.6 ÁNGULO DE BALANCEO

El estudio de rigidez a balanceo se planteó en un primer momento para ser capaces de obtener el ángulo de balanceo del vehículo, las rigideces de las barras estabilizadoras han sido

elegidas para cumplir el objetivo de conseguir un ángulo de balanceo de aproximadamente 1° por cada g de aceleración lateral. La ecuación que nos permite calcular este valor es:

$$\varphi = \frac{W_S * H_S}{K_\varphi - W_S * H_S}$$

### 3.2.7 TRANSFERENCIA LATERAL DE CARGA

El segundo objetivo que se marcó el departamento de suspensiones para seleccionar las estabilizadoras adecuadas, es el de conseguir un magic number (MN) positivo. El MN es un parámetro que caracteriza el comportamiento del coche en subvirador o sobrevirador dependiendo de las transferencias laterales de carga, se calculan sobre el eje delantero y los valores positivos de este parámetro indican mayor transferencia de carga que de masa.

Al tomar una curva, se puede diferenciar entre dos tipos de transferencia lateral de carga, está la transferencia lateral de carga total y la distribución de esta en ejes. Calcular estos valores es sencillo, pero averiguar cómo se distribuye entre cada eje no lo es tanto.

#### 3.2.7.1 Transferencia de carga lateral total

Para calcular la transferencia de carga lateral total, se supone un modelo de vehículo con un solo eje que tiene una aceleración lateral

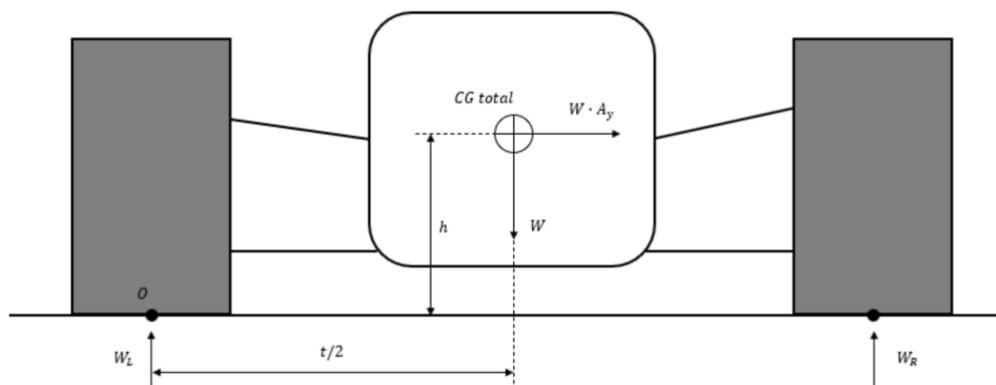


Figura 25. Modelo de un coche que experimenta una aceleración lateral

Al plantear la ecuación de equilibrio de momentos en O:

$$W_R * t = W * \frac{t}{2} + W * A_y * h$$

Se divide la ecuación previa por la vía del vehículo:

$$W_R = \frac{W}{2} + \frac{W * A_y * h}{t}$$

Cada una de las ruedas soporta la mitad de peso, definimos la transferencia de carga lateral como lo que varía de la situación en parado a cuando toma una curva

$$\Delta W = W_R - \frac{W}{2}$$

Sustituyendo

$$\Delta W = \frac{W * A_y * h}{t}$$

Esta ecuación da la transferencia de carga producida de las ruedas interiores a las exteriores según la aceleración lateral  $A_y$  en el transcurso de una curva.

### ***3.2.7.2 Distribución de la transferencia lateral de carga***

Saber la distribución de transferencia lateral de carga en ambos ejes es fundamental para conocer el comportamiento subvirador o sobrevirador del coche. Una vez conocida esta distribución, es tan sencillo como calcular el MN.

La transferencia lateral de carga va ligada a la rigidez a balanceo que tenga un eje, y añadir barras estabilizadoras, que es la novedad en la suspensión del IFS-04, añade rigidez a balanceo, incrementando la transferencia lateral de carga. Esto consigue liberar los neumáticos, generando menor fuerza lateral, pudiendo controlar mejor el subviraje o sobreviraje del vehículo.

Las ecuaciones de la transferencia lateral de carga por eje son las siguientes [7]

$$\Delta W_f = A_y * \frac{W_S}{t} * \left( \frac{H * (K_{\varphi f} - (l - a_s) * \frac{W_S * H}{l})}{K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - W_S * H} + \frac{l - a_s}{l} * Z_{rf} \right) + \frac{W_{uf}}{t} * Z_{wf}$$

$$\Delta W_r = A_y * \frac{W_S}{t} * \left( \frac{H * (K_{\varphi r} - \frac{a_s * W_S * H}{l})}{K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - W_S * H} + \frac{a_s}{l} * Z_{rr} \right) + \frac{W_{ur}}{t} * Z_{wr}$$

Con los valores que proporcionan estas ecuaciones, ya se puede calcular el Magic Number con la siguiente fórmula

$$MN = \left( \frac{\Delta W_f}{\Delta W_f + \Delta W_r} - \frac{t}{L} \right) * 100$$

Se persigue un MN positivo, que nos da un comportamiento subvirador del coche

### **3.3 RESULTADOS**

Con todas las ecuaciones anteriores llegamos a unos resultados teóricos que se exponen en la siguiente tabla

| Parámetro                                   | Símbolo            | Valor  | Unidades |
|---|--------------------|--------|----------|
| Rigidez a balanceo muelles delanteros       | $K_{\varphi sf}$   | 14205  | N/m      |
| Rigidez a balanceo muelles traseros         | $K_{\varphi sr}$   | 19088  | N/m      |
| Rigidez a balanceo estabilizadora delantera | $K_{\varphi ARBf}$ | 34476  | N/m      |
| Rigidez a balanceo estabilizadora trasera   | $K_{\varphi ARBr}$ | 20995  | N/m      |
| Rigidez a balanceo de los neumáticos        | $K_{\varphi T}$    | 74008  | N/m      |
| Rigidez a balanceo total del eje delantero  | $K_{\varphi f}$    | 29365  | N/m      |
| Rigidez a balanceo total del eje trasero    | $K_{\varphi r}$    | 26001  | N/m      |
| Rigidez a balanceo del coche                | $K_{\varphi}$      | 55366  | N/m      |
| Ángulo de balanceo                          | $\varphi$          | 1,0693 | °/g      |
| Magic Number                                | MN                 | 0,2899 |          |

Una vez obtenidos estos resultados, se puede observar que se cumplen los objetivos de diseño previamente marcados. Con las rigideces elegidas de las barras estabilizadoras, se cumple el objetivo de que el IFS-04 se balancee aproximadamente 1° por cada g de aceleración lateral. Una vez conseguido este objetivo principal, se consigue también un MN positivo, que manifiesta el comportamiento subvirador del coche.

## Capítulo 4. DISEÑO 3D

En este capítulo se va a abordar el diseño del sistema de barras estabilizadoras delanteras y traseras, ya que ambos sistemas son de distinto tipo y cada uno de ellos tiene distintas necesidades y objetivos a la hora de diseñarlo.

### ***4.1 INTRODUCCIÓN***

Implementar un sistema de barras estabilizadoras en la suspensión de un coche FSAE es una tarea tan complicada como se quiera hacer; todo depende del grado de empaquetamiento que se le quiera dar dentro del sistema de suspensión, los componentes que se quieran añadir, el material de estos, o la forma de conectar suspensión y estabilizadoras.

Para la suspensión delantera, como hemos visto antes, se diseña un sistema de barras estabilizadoras colocadas en Z, mientras que, para la suspensión trasera, se diseña un sistema de barras estabilizadoras en U.

### ***4.2 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DELANTERO***

Como se ha explicado durante este trabajo, el concepto del IFS-04 es el de evolucionar y mejorar el ya existente IFS-03. El sistema de suspensión del IFS-04 es el mismo que el de su predecesor, a excepción del sistema de barras estabilizadoras y los componentes que se han tenido que modificar para poder implementar las barras estabilizadoras.

El primer componente que se modificó para poder albergar las estabilizadoras es el balancín, ya que, como se ve en la figura 26, el antiguo balancín sólo tiene sitio para la push y para la barra actuadora que va al muelle. Es necesario añadir espacio para acomodar una tercera barra que actúa sobre la estabilizadora.

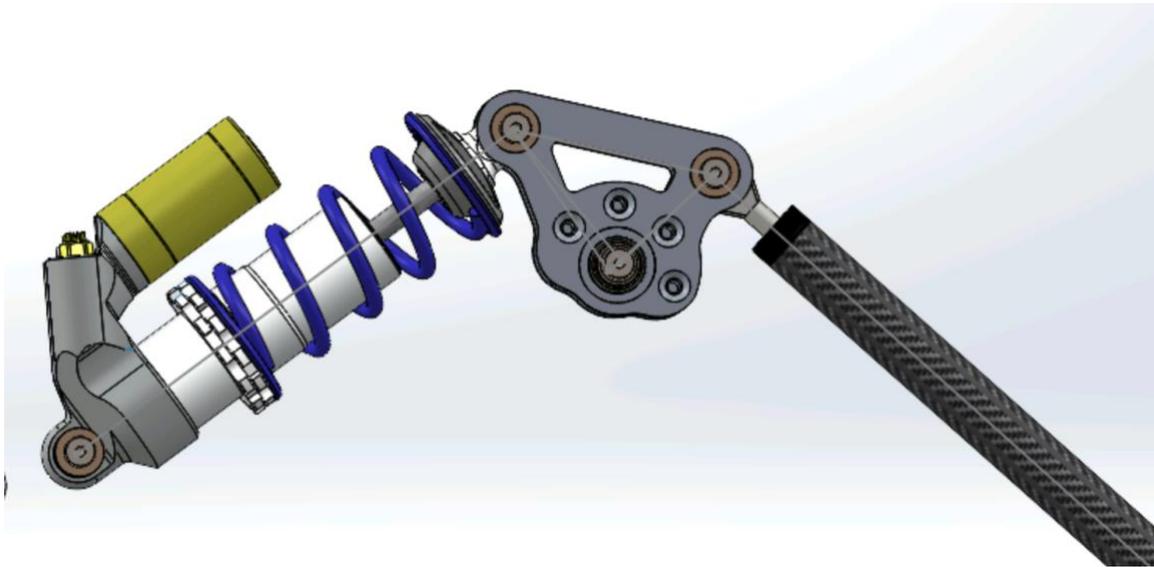


Figura 26. Balancín delantero del IFS-03

Se modifica este balancín para poder albergar la barra actuadora de la barra estabilizadora. Se explicó anteriormente cómo se podía magnificar la fuerza gracias al balancín, pero para albergar esta nueva barra, no se va a modificar el balancín tan agresivamente como para que se produzca este efecto. En la figura 27, se muestra la modificación realizada.



Figura 27. Balancín delantero IFS-04

Se puede ver claramente la nueva actuadora que va a la estabilizadora. El balancín rota sobre la fijación que hay en su parte inferior transmitiendo la fuerza a muelle y estabilizadora. Esta pieza en concreto ha sido fabricada en los laboratorios de fabricación de ICAI, es de chapa de aluminio de 4 mm de espesor y se ha empleado la máquina de corte por chorro de agua.

Una vez modificado el balancín, se diseña la estabilizadora. Se diseñaron tres de ellas, con distintos espesores, cada una de ellas proporciona la rigidez objetivo que se ha estipulado con los cálculos de rigidez a balanceo. En la figura 28 se muestra la estabilizadora con rigidez intermedia de 600N/mm.

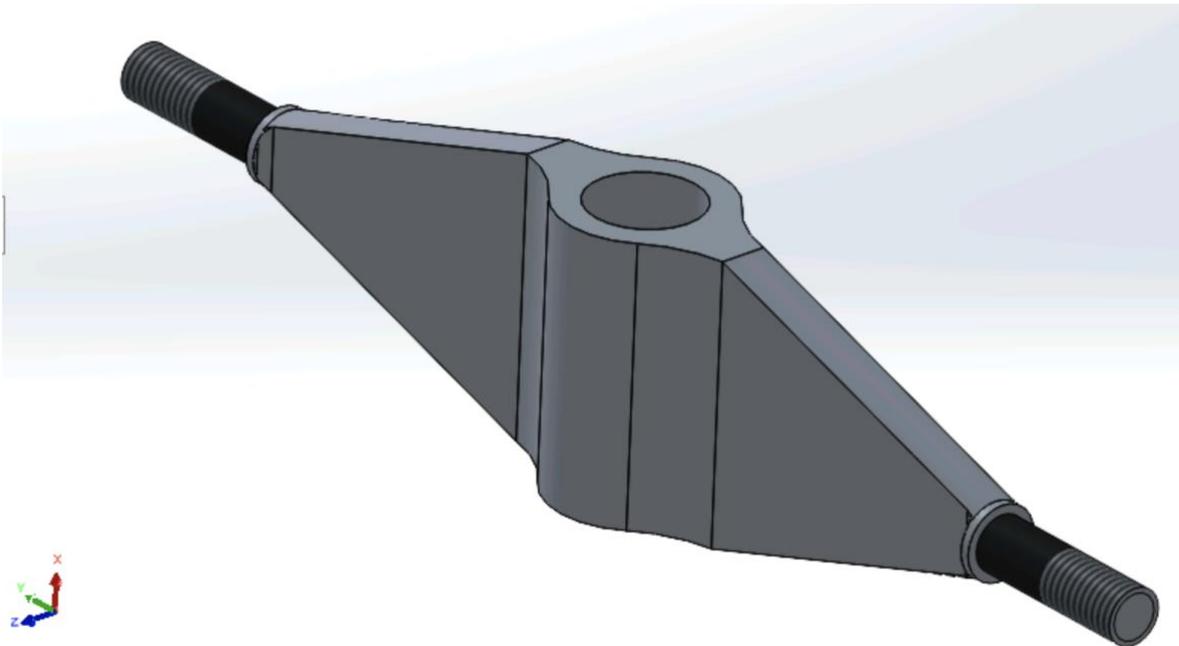


Figura 28. Estabilizadora de la suspensión delantera

No merece la pena mostrar las otras dos estabilizadoras con distinta rigidez ya que el cambio en espesor es prácticamente inapreciable.

Una vez diseñada la estabilizadora, el siguiente objetivo es cómo fijar la estabilizadora para que pueda trabajar. Para ello se ha diseñado un soporte que albergue tanto la estabilizadora como los muelles. En la suspensión del IFS-03 los muelles están sujetos al chasis, pero para este año, se ha decidido diseñar un soporte que va soldado al chasis donde se acomoden tanto la estabilizadora como los muelles.

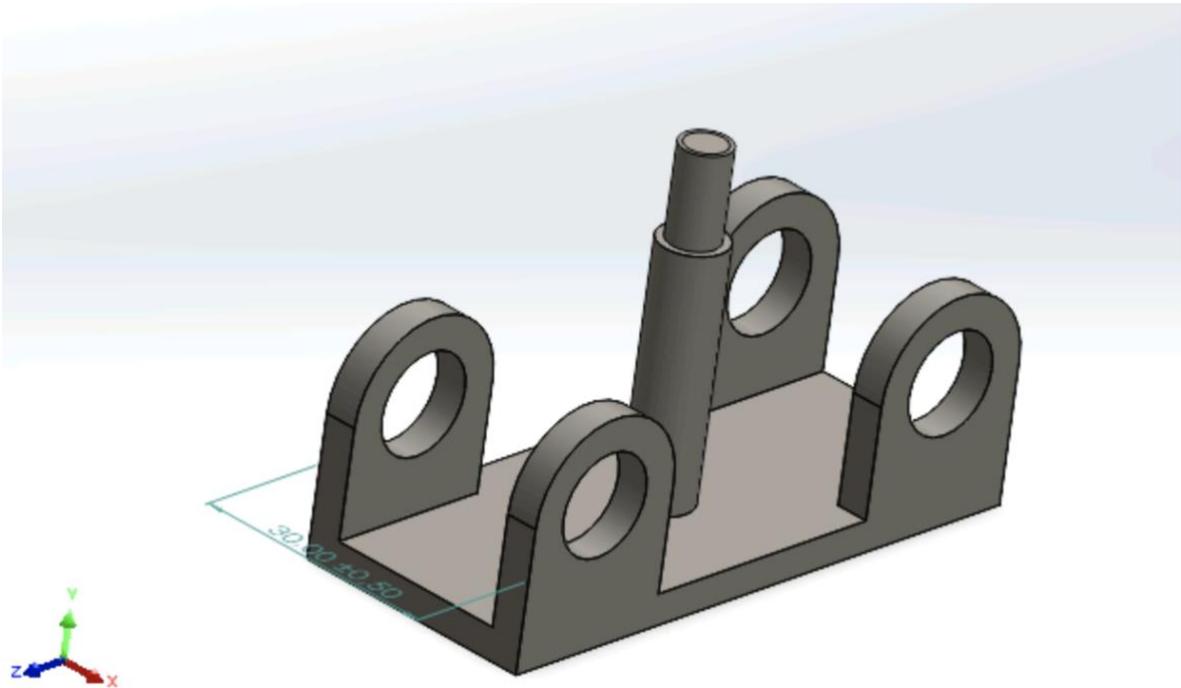


Figura 29. Soporte de la estabilizadora y los muelles

El saliente del soporte atraviesa la estabilizadora y gracias a unos casquillos la estabilizadora es capaz de rotar cuando recibe fuerzas de la suspensión. La fabricación de estas dos piezas ha sido encargada a una empresa, ya que la complejidad de su geometría y la necesaria calidad de acabados no son posibles de obtener en el laboratorio de la universidad.

A continuación, se mostrará el resultado final del diseño de la suspensión delantera montado en el IFS-04.



Figura 30. Sistema de barras estabilizadoras delantero

Para mayor claridad, se muestra en la figura 31 el sistema de estabilizadoras en SolidWorks.

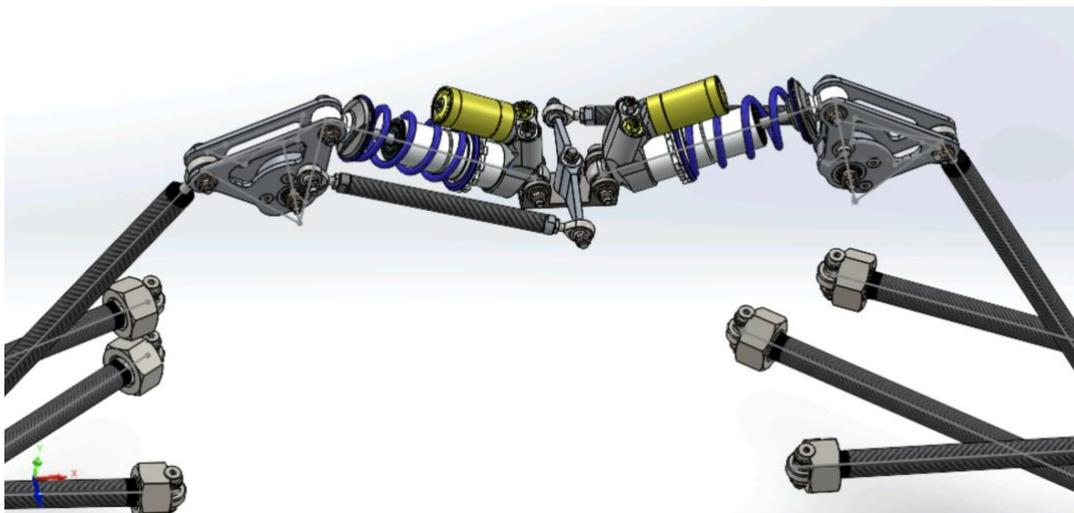


Figura 31. Sistema de estabilizadoras delantero en CAD

### ***4.3 SISTEMA DE SUSPENSIÓN TRASERO***

En este apartado se mostrará el diseño llevado a cabo del sistema de barras estabilizadoras en U del tren trasero. La disposición de este sistema dentro de la suspensión trasera es un poco menos accesible que el de la suspensión delantera, pero si se quiere modificar la rigidez, sigue siendo un proceso sencillo y rápido de realizar.

El primer problema que se plantea es cómo se ancla la barra al chasis, el principio es el mismo que en la suspensión delantera, anclarla fija al chasis, pero permitiendo que la barra rote sobre sí misma. Para ello, se diseñan los siguientes soportes de la suspensión que van anclados al chasis.

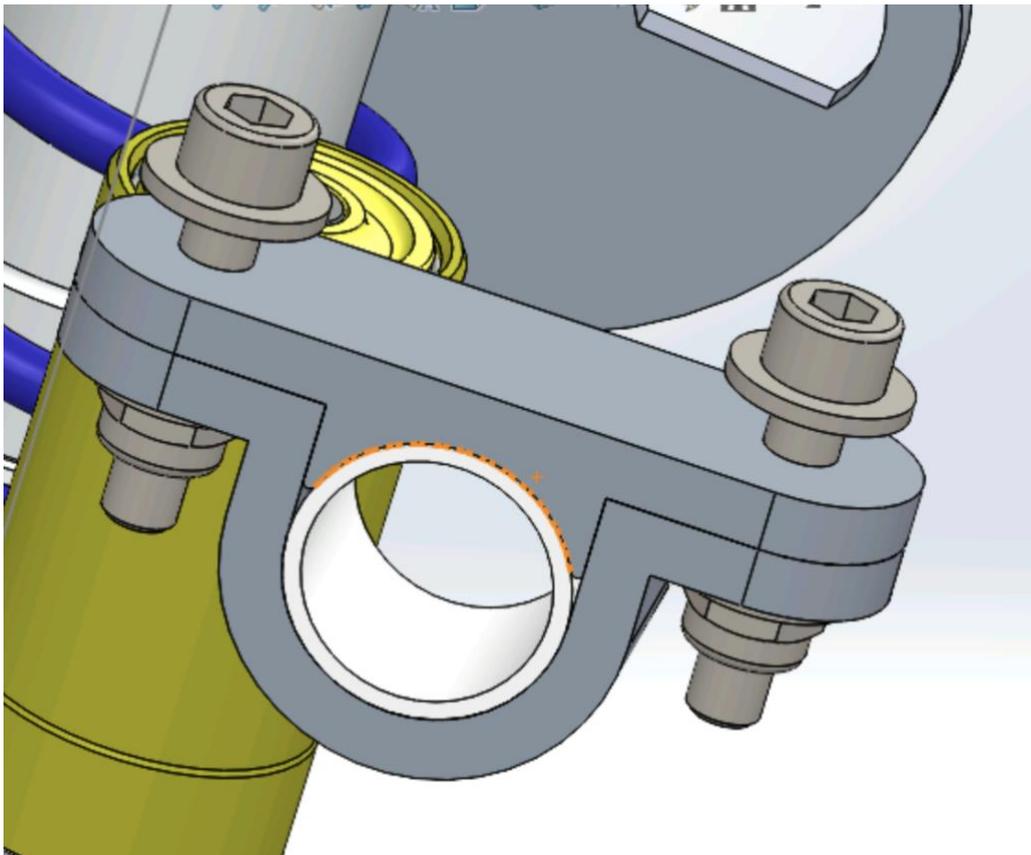


Figura 32. Soporte de la barra estabilizadora trasera

Este es el soporte diseñado para acomodar la estabilizadora trasera, como se puede apreciar, el casquillo permite la rotación de la barra, que va a trabajar a torsión. En el taller del equipo, se le han practicado unos agujeros al chasis para poder atornillar los soportes y que la barra quede perfectamente paralela a la parte del subchasis trasero donde se ancla la barra.

En la siguiente figura se muestra el balancín trasero, también ha tenido que ser modificado con respecto a la suspensión del IFS-03. En la nueva versión del IFS-04, se ensancha la zona del nuevo soporte donde se engancha la actuadora que hace torsionar la barra estabilizadora

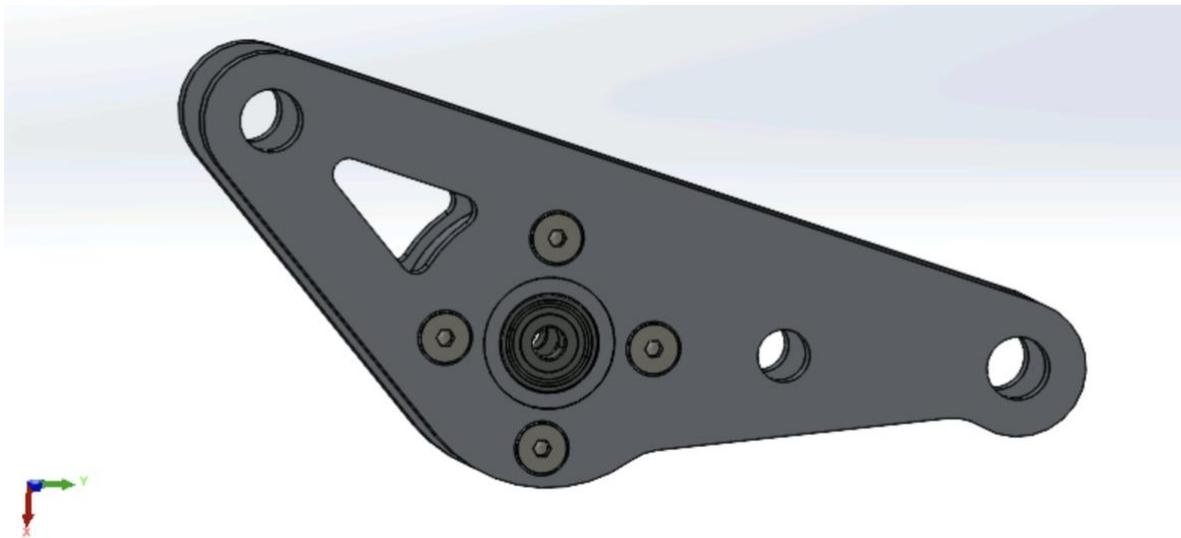


Figura 33. Balancín trasero

Los balancines traseros han sido fabricados en el laboratorio de fabricación de ICAI con una máquina de corte por chorro de agua, el material es aluminio de 4mm de espesor.

Una vez ya se tiene cómo se va a actuar la barra y cómo se va a anclar la estabilizadora al chasis, es hora de diseñarla. La estabilizadora se va a diseñar de manera que se va a poder utilizar en tres posiciones distintas, cada una de estas posiciones aporta una rigidez distinta ya que el brazo es distinto, a menor brazo mayor rigidez presenta la estabilizadora. En todos los casos de funcionamiento, debe haber el mismo brazo en los dos lados de la suspensión.

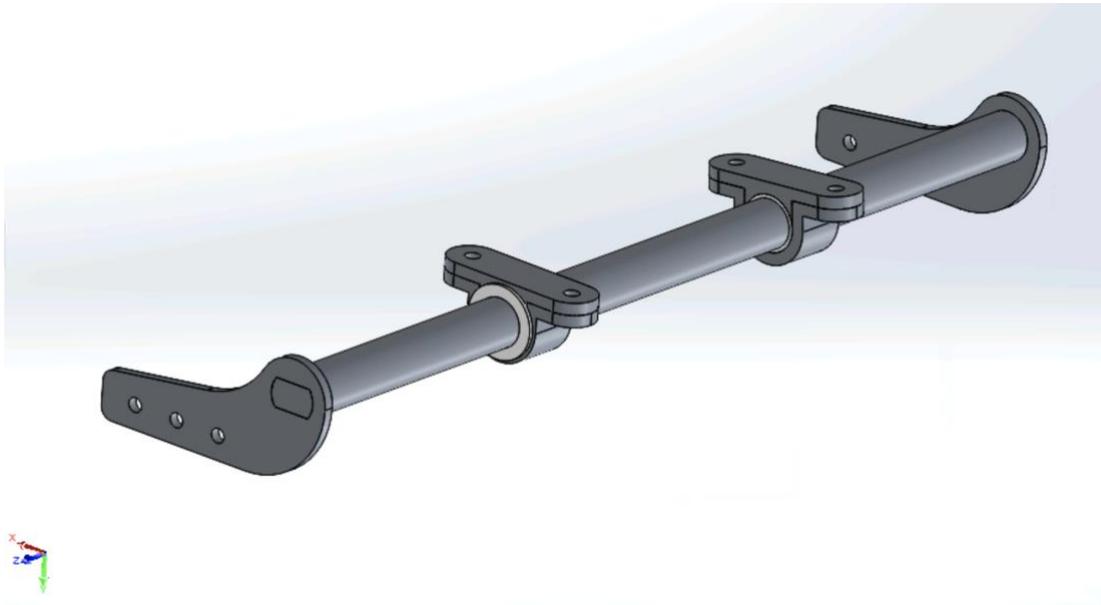


Figura 34. Sistema de barras estabilizadoras traseras IFS-04

En esta figura se puede ver el sistema de estabilizadoras con barras y soportes, los balancines se conectan en cada extremo y torsionan la barra.



Figura 35. Sistema de suspensión trasero IFS-04

En esta imagen se pueden ver el sistema de barras estabilizadoras traseras y entender mejor su posicionamiento dentro del coche y del sistema de suspensión.

El resto de los componentes de la estabilizadora trasera, a excepción de los balancines como se mencionó antes, han sido fabricados por una empresa debido a la complejidad y la necesidad de buenos acabados.

Las barras actuadoras tanto del sistema de estabilizadoras delanteras como de las traseras, se han fabricado en el laboratorio de materiales de ICAI, se ha laminado la fibra de carbono y se ha dejado curar hasta obtener las barras.

## **Capítulo 5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

Como se ha demostrado en este trabajo, los conocimientos necesarios para poder desarrollar y mejorar un sistema de suspensión deben ser bastante amplios. La suspensión es el sistema del coche que controla la mayor parte de la dinámica de un coche, por tanto, entender e interiorizar el funcionamiento de cada uno de sus parámetros es un trabajo previo necesario para poder diseñarlo.

Una vez se tiene este sistema, desde el ISC Racing Team se decide que para la temporada 21-22 se debe implementar un sistema de barras estabilizadoras en ambos ejes. Esto supone un gran reto para el departamento de suspensión y dinámica ya que, salvo de la fabricación de algunos elementos, todo se realiza con los recursos del equipo. Los sistemas de barras estabilizadoras se han diseñado desde cero, modificando algunos componentes y creando otros, esto nos aporta la gran ventaja que podemos ajustar el nuevo sistema a las necesidades exactas del IFS-04.

El departamento se ha empleado a fondo para implementar este nuevo sistema y el resultado, a falta de tests, ha sido muy satisfactorio. El IFS-04 con el nuevo sistema de suspensión y el resto de las mejoras implementadas por el resto de departamentos debutará dinámicamente en el FSAE Italia el próximo 14 de julio. El coche tuvo una presentación estática en el Circuito del Jarama de Madrid, donde se mostró a equipo y patrocinadores el resultado del trabajo de todo un año.



Figura 36. Presentación del IFS-04

Durante todo este año de trabajo el conocimiento adquirido en el ISC Racing Team es de gran valor para mi crecimiento profesional, se trabaja en entornos con gran presión por sacar el trabajo adelante y al ver los resultados es gratificante pero, en mi opinión, lo mejor es poder aplicar todos los conocimientos teóricos y formar parte de un proyecto de ingeniería desde tan temprano y verlo crecer. Para las próximas temporadas se ha cerrado un patrocinio con la reconocida marca de coches eléctricos Tesla, que suministrará baterías al equipo a partir de la temporada siguiente, este es un claro síntoma de que el equipo avanza en la dirección correcta y el progreso año a año es muy grande.

## **5.1 LÍNEAS FUTURAS**

Para la temporada 2022/2023, en términos generales del coche, se pretende evolucionar aún más el concepto para obtener la mejor versión posible del monoplaça. Este año se pretendía asentar una base sólida con el IFS-04 para, a partir de ahí, poder ir mejorando cada departamento hasta hacer un coche que, aparte de funcionar, lo haga de una buena manera.

Desde el departamento de suspensiones y dinámica, se va a buscar una nueva geometría, que es lo único que se ha visto inalterado en esta temporada, el sistema de estabilizadoras no se va a modificar ya que es nuevo. Esta nueva geometría será fruto de los datos obtenidos tanto en FSAE España como FSAE Italia, con las pruebas de cada competición, se recogerán datos para su posterior análisis, usándolos de guía para la nueva geometría de las suspensiones.

## **5.2 OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE**

El proyecto se alinea con los siguientes objetivos de desarrollo sostenible (ODS):

### - Objetivo 9: Industria, innovación e infraestructuras

En este proyecto se juntan muchas mentes brillantes cuya función es innovar y buscar soluciones a problemas a los que no se habían enfrentado antes. También se busca ser sostenibles, por ejemplo, en la fabricación de nuestras propias piezas y los materiales empleados en ellas.

### - Objetivo 4: Educación de calidad

Este proyecto nace gracias a unos estudiantes, por ello sólo participan asociaciones estudiantiles en las que se promueven oportunidades de aprendizaje sobre áreas en las que no necesariamente deberías tener ciertos conocimientos. Es una oportunidad muy provechosa para cualquier estudiante.

### - Objetivo 17: Alianzas para lograr los objetivos

Para acometer este proyecto se necesita un compromiso fuerte entre todos los integrantes del equipo, que están supervisados por la universidad y toma las decisiones acordes a los valores y principios que profesa.

## Capítulo 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Dean Case (1996) SAE Technical Paper 962509. Formula SAE. <https://www.fsaeonline.com/page.aspx?pageid=c4c5195a-60c0-46aa-acbf-2958ef545b72>
- [2] Formula Student (2020) Evolution of Formula Student in Spain. <https://www.formulastudent.es/home/formula-student/>
- [3] Formula Student (2020) Disciplines. <https://www.formulastudent.es/home/formula-student/>
- [4] Formula Student Spain (2021) FS Rules 2022.
- [5] Carrol Smith (1978) Tune to win: The art and science of race car development
- [6] Guillermo Ibáñez Vaquero (2019) Análisis de la barra estabilizadora de la suspensión de un vehículo tipo formula student (Trabajo fin de grado). Universidad Politécnica de Madrid.
- [7] Tomás García Sánchez (2020) Diseño de la estabilizadora de la suspensión del monoplaza UPM-04 (Trabajo fin de grado). Universidad Politécnica de Madrid.





## ANEXO I

### *CÓDIGO FUENTE*

Código para calcular frecuencias

```
Delantera='Frecuencias_final.xlsx'
```

```
%% Parte delantera
```

```
MR=1.2;
```

```
Ms=77;
```

```
Kt=106*10^3;
```

```
VKf = [];
```

```
VKr = [];
```

```
VKw = [];
```

```
VKs = [];
```

```
for f=0.0:0.1:5.0
```

```
    Kr= 4*pi^2*f^2*Ms;
```

```
    Kw=(Kr*Kt)/(Kt-Kr);
```

```
    Ks=Kw*MR^2;
```

```
    VKf=[VKf; f];
```

```
    VKr=[VKr ; Kr];
```

```
    VKw=[VKw ; Kw];
```

```
    VKs=[VKs ; Ks];
```

```
end
```

```
T=table(VKf,VKr,VKw,VKs);
```

```
writetable(T,Delantera,'Sheet',1)
```

```
%% Parte trasera
```

```
MR_t=1.1;
Ms_t=77;
Kt=106*10^3;
VKf_t = [];
VKr_t = [];
VKw_t = [];
VKs_t = [];
```

```
for f=0.0:0.1:5.0
```

```
    Kr= 4*pi^2*f^2*Ms_t;
    Kw=(Kr*Kt)/(Kt-Kr);
    Ks=Kw*MR_t^2;
    VKf_t=[VKf_t; f];
    VKr_t=[VKr_t; Kr];
    VKw_t=[VKw_t; Kw];
    VKs_t=[VKs_t; Ks];
```

```
end
```

```
B=table(VKf_t,VKr_t,VKw_t,VKs_t);
% writetable(B,Delantera,'Sheet',2)
```

Código rigidez a balanceo

```
%% RIGIDECES ARB
```

```
KARB_F=600000;
```

```
KARB_R=400000;
```

```
%Haremos 3 ARB delanteras, de rigideces de 500, 600 y 700 N/mm
```

```
%La ARB trasera tendrá varias posiciones, siendo la neutra de brazo=54mm
```

```
%% DATOS DEL COCHE
```

```
L = 1.730;    %wheelbase
```

$B = 1.160;$       %track (iguales rear y front)  
 $B_f = B;$   
 $B_r = B;$   
 $h = 0.3;$       %altura CG total  
 $h_s = 0.34;$       %altura CG masa suspendida  
 $z_{wf} = 0.225;$       %altura CG masa no suspendida delantera  
 $z_{wr} = 0.225;$       %altura CG masa no suspendida trasera  
 $W = 3038;$       %peso total  
 $W_s = 2788;$       %peso suspendido  
 $W_{uf} = 250;$       %peso no suspendido delantero  
 $W_{ur} = 250;$       %peso no suspendido trasero  
 $a = 0.813;$       %distancia horizontal eje delantero a W  
 $b = 0.917;$       %distancia horizontal eje trasero a W  
 $a_s = 0.813;$       %distancia horizontal eje delantero a  $W_s$   
 $b_s = L - a_s;$       %distancia horizontal eje trasero a  $W_s$   
 $Z_{rf} = -0.0199;$       %altura centro balanceo delantero  
 $Z_{rr} = -0.0283;$       %altura centro balanceo trasero  
 $K_t = 110000;$       %rigidez radial de las neumaticos  
 $brazo_d = 0.0565;$       %brazo estabilizadora delantera  
 $brazo_t = 0.054;$       %brazo estabilizadora trasera  
 $IR_{sf} = 0.83;$       %installation ratio muelle front  
 $IR_{sr} = 0.9;$       %installation ratio muelle rear  
 $IR_{arbf} = 3;$       %installation ratio estabilizadora front  
 $IR_{arbr} = 3;$       %installation ratio estabilizadora  
 $F_y = 0;$       %fuerza lateral  
 $W_s = 0;$       %peso sobre el roll center  
 $\phi = 0;$       %angulo de balanceo;  
 $A_y = 1;$       %aceleracion lateral en g's (inventada)  
 $\pi = \pi();$   
 $H_f = h_s - Z_{rf};$   
 $H_r = h_s - Z_{rr};$   
 $K_{sflbinch} = 175;$       %rigidez front spring en (lb/inch)

Ksrlbinch = 200; %rigidez rear spring en (lb/inch)

%% ECUACION RIGIDEZ BALANCEO

theta = atan((Z\_rr - Z\_rf)/L); % Theta en radianes

H\_s = cos(theta)\*(hs-(Z\_rf+a\_s\*tan(theta)));

H = h-(Z\_rr\*a+Z\_rf\*b)/L;

%M\_phi = Fy\*H + Ws\*phi\*H; %ecuacion aproximada para angulos de balanceo pequeños

% Contribucion de los muelles

x = 0; %compresion muelles

lambda = 0; %compresion bajo carga estatica

Ksf = Ksflbinch\*175.12684; %rigidez muelles (N/m)

Ksr = Ksrlbinch\*175.12684;

F1 = Ksf\*(lambda+x);

F2 = Ksr\*(lambda-x);

%Wext = M\_phi\*phi

%Wint = 2\*Ks\*x^2;

K\_phi\_sf = (Ksf/2)\*IR\_sf^2\*B^2; %expresion rigidez a balanceo muelles delanteros

K\_phi\_sr = (Ksr/2)\*IR\_sr^2\*B^2; %expresion rigidez a balanceo muelles traseros

% Contribucion estabilizadora

alpha=0; %rigidez estabilizadora

K\_phi\_arbf=2\*KARB\_F\*brazo\_d^2\*IR\_arbf^2; %expresion rigidez a balanceo arb delantera

K\_phi\_arbr=2\*KARB\_R\*brazo\_t^2\*IR\_arbr^2; %expresion rigidez a balanceo arb trasera

### % Contribucion neumaticos

$$K_{\phi\_T} = K_{t/2} * B^2;$$

### % Rigidez total

$$K_{\phi\_totf} = K_{\phi\_T} * (K_{\phi\_sf} + K_{\phi\_arbf}) / (K_{\phi\_T} + K_{\phi\_arbf} + K_{\phi\_sf});$$

$$K_{\phi\_totr} = K_{\phi\_T} * (K_{\phi\_sr} + K_{\phi\_arbr}) / (K_{\phi\_T} + K_{\phi\_arbr} + K_{\phi\_sr});$$

$$K_{\phi\_tot} = K_{\phi\_totf} + K_{\phi\_totr};$$

### %% ÁNGULO DE BALANCEO

$$\text{roll\_per\_g} = W_s * H_s / (K_{\phi\_tot} - W_s * H_s) * 180 / \pi$$

### %% TLLT

$$\text{inc\_W} = W * A_y * h / B;$$

$$\text{inc\_Wf} = A_y * (W_s / B_f * (H * (K_{\phi\_totf} - (L - a_s) * W_s * H / L) / (K_{\phi\_tot} - W_s * H) + (L -$$

$$a_s) * Z_{rf} / L) + W_{uf} * z_{wf} / B_f);$$

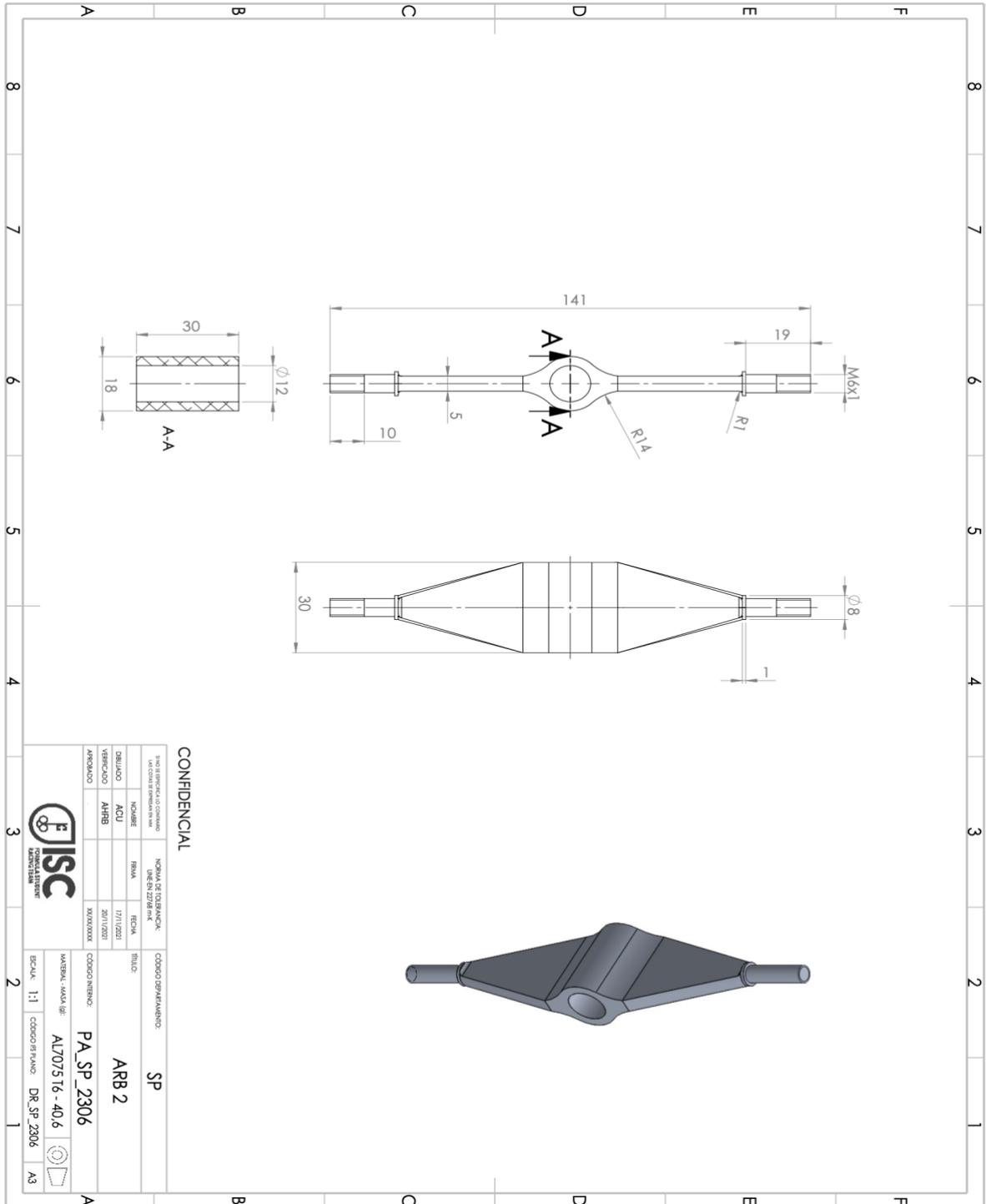
$$\text{inc\_Wr} = A_y * (W_s / B_r * (H * (K_{\phi\_totr} - a_s * W_s * H / L) / (K_{\phi\_tot} - W_s * H) + a_s * Z_{rr} / L) + W_{ur} * z_{wr} / B_r);$$

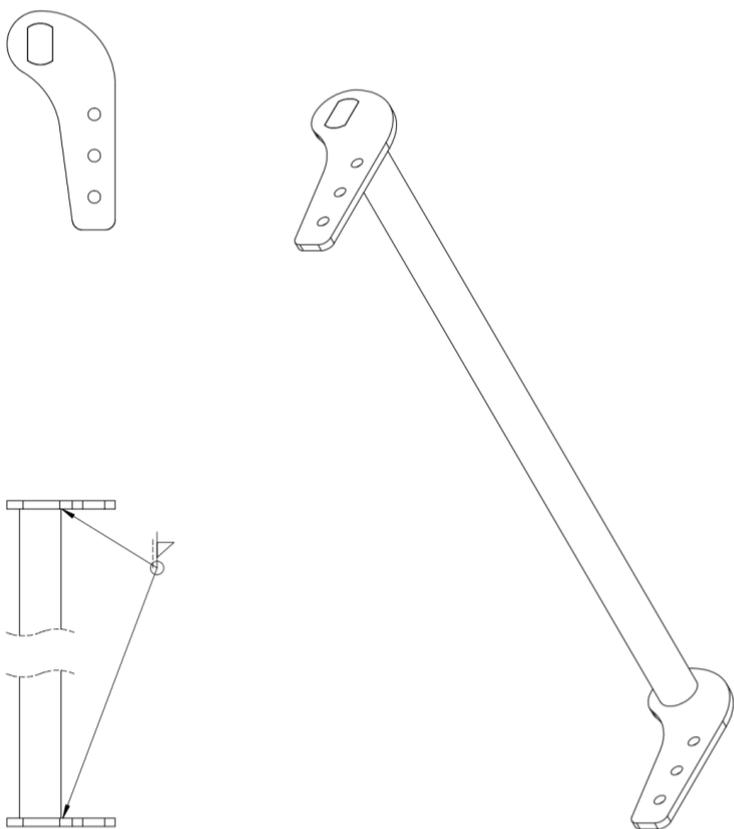
### %% MAGIC NUMBER

$$\text{MN} = (\text{inc\_Wf} / (\text{inc\_Wf} + \text{inc\_Wr}) - b / L) * 100$$

## *PLANOS*

A continuación, se adjuntarán planos de la estabilizadora delantera y trasera.



|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|---------------------------------------|---------------------------------|-------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|-------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 8  | 7                                     | 6                               | 5                       | 4                                   | 3                                     | 2                               | 1                       |  |  |  |  |  |  |  |  |
| A  | B                                     | C                               | D                       | E                                   | F                                     | F                               | A                       |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>CONFIDENCIAL</b>  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>INICIÓ REVISIÓN</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>REVISOR</small></td> <td style="width: 25%;"><small>REVISIÓN</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                           |                                       |                                 |                         | <small>INICIÓ REVISIÓN</small>      | <small>FECHA</small>                  | <small>REVISOR</small>          | <small>REVISIÓN</small> |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>INICIÓ REVISIÓN</small>   | <small>FECHA</small>                  | <small>REVISOR</small>          | <small>REVISIÓN</small> |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>DESIGNADO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>NOMBRE</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>TÍTULO</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                                    |                                       |                                 |                         | <small>DESIGNADO</small>            | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>DESIGNADO</small>   | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>VERIFICADO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>NOMBRE</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>TÍTULO</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                                   |                                       |                                 |                         | <small>VERIFICADO</small>           | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>VERIFICADO</small>  | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>APROBADO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>NOMBRE</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>TÍTULO</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                                     |                                       |                                 |                         | <small>APROBADO</small>             | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>APROBADO</small>  | <small>NOMBRE</small>                 | <small>FECHA</small>            | <small>TÍTULO</small>   |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE MATERIA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE DEPARTAMENTO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE NOMBRE</small></td> <td style="width: 25%;"><small>TÍTULO</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table> |                                       |                                 |                         | <small>CÓDIGO DE MATERIA</small>    | <small>CÓDIGO DE DEPARTAMENTO</small> | <small>CÓDIGO DE NOMBRE</small> | <small>TÍTULO</small>   |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>CÓDIGO DE MATERIA</small>   | <small>CÓDIGO DE DEPARTAMENTO</small> | <small>CÓDIGO DE NOMBRE</small> | <small>TÍTULO</small>   |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>MATERIAL - MADA (SI)</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE PLANO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>ESCALA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                |                                       |                                 |                         | <small>MATERIAL - MADA (SI)</small> | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>MATERIAL - MADA (SI)</small>  | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>MATERIAL - MADA (SI)</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE PLANO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>ESCALA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                |                                       |                                 |                         | <small>MATERIAL - MADA (SI)</small> | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>MATERIAL - MADA (SI)</small>  | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>MATERIAL - MADA (SI)</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE PLANO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>ESCALA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                |                                       |                                 |                         | <small>MATERIAL - MADA (SI)</small> | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>MATERIAL - MADA (SI)</small>  | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>MATERIAL - MADA (SI)</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE PLANO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>ESCALA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                |                                       |                                 |                         | <small>MATERIAL - MADA (SI)</small> | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>MATERIAL - MADA (SI)</small>  | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;"><small>MATERIAL - MADA (SI)</small></td> <td style="width: 25%;"><small>CÓDIGO DE PLANO</small></td> <td style="width: 25%;"><small>ESCALA</small></td> <td style="width: 25%;"><small>FECHA</small></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>                |                                       |                                 |                         | <small>MATERIAL - MADA (SI)</small> | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <small>MATERIAL - MADA (SI)</small>  | <small>CÓDIGO DE PLANO</small>        | <small>ESCALA</small>           | <small>FECHA</small>    |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                                       |                                 |                         |                                     |                                       |                                 |                         |  |  |  |  |  |  |  |  |

