Vol. **17**, **1**, 83–98 (2000)

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

Modelo simplificado de daño por fatiga para hormigón armado

Alberto Carnicero

Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)
Universidad Pontificia Comillas de Madrid
Alberto Aguilera 23, 28015 Madrid, España
Tel.: 34-91-542 2800, Fax: 34-91-541 1132
e-mail: carnicero@dim.icai.upco.es

Ricardo Perera y Enrique Alarcón

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
Universidad Politécnica de Madrid
José Gutiérrez Abascal 2, 28006 Madrid, España
Tel.: 34-91-336 3021, Fax: 34-91-336 3004
e-mail: perera@estru.upm.es

Resumen

En este artículo se presenta un modelo simplificado para la evaluación de daño por fatiga de bajo ciclo en elementos estructurales de hormigón armado. Basándose en los principios fundamentales de la Mecánica de la Degradación en los Medios Continuos se formulan las leyes de comportamiento de una rótula elasto-plasto-degradable, lo que constituye una generalización del concepto de rótula plástica empleado en los modelos de plasticidad concentrada utilizados en el estudio de estructuras porticadas. Partiendo de los trabajos realizados por otros autores se hace especial hincapié en el modelado de la pérdida de resistencia por fatiga de bajo ciclo. Para ello se proponen unos potenciales disipativos basados en el criterio de Griffith de la Mecánica de la Fractura y en la regla de Miner tradicionalmente empleada para la cuantificación de daño por fatiga. Algunos problemas inherentes al modelo, como la cuantificación del número de ciclos, también se presentan.

A SIMPLIFIED FATIGUE DAMAGE MODEL FOR REINFORCED CONCRETE

Summary

This paper presents a simplified damage model for quantify damage due to low cycle fatigue in RC members. Based on principles of Continuum Damage Mechanics constitutive equations of an elasto-plastic-damageable hinge are obtained. This constitutes a generalization of the concept of plastic hinge traditionally used in lumped plasticity models. Taking as starting point the model developed by other authors, this work points out how model strength degradates due to low cycle fatigue. For this objetive dissipative potencials based on Griffith's criterium and Miner's rule are proposed.

 ISSN: 0213–1315 Recibido: Setiembre 1999

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se ha desarrollado una gran cantidad de estudios con objeto de evaluar la degradación de elementos estructurales sometidos a fatiga ya sea de alto o bajo ciclo. Este último tipo de solicitación se da, por ejemplo, en las estructuras sometidas a cargas sísmicas, donde las estructuras se ven sometidas a cargas laterales de tipo alternativo de forma que se inducen unos pocos ciclos de carga-descarga de gran amplitud. El daño por fatiga se incrementa con el número de ciclos que soporta la estructura hasta producir el colapso. El concepto de acumulación lineal del daño con el número de ciclos fue introducido por Palmgren[26] en 1924 y desarrollado matemáticamente por Miner[17] en 1945.

Una posible forma de cuantificar el daño, tradicionalmente empleada en Ingeniería Sísmica, es mediante los denominados índices de daño a posteriori. Estos índices se caracterizan por realizar una evaluación del daño a partir de la evolución de las tensiones y/o las deformaciones previamente conocidas y sin ningún tipo de acoplamiento entre éstas y la degradación, de ahí que reciban el nombre de índices a posteriori. Existe una gran cantidad de estos de índices[31,32,33] basados la mayoría de ellos en estudios experimentales y estadísticos, siendo probablemente el más empleado en Ingeniería Sísmica el índice de Park y Ang[23].

Frente a esta forma de cuantificar la degradación mediante modelos desacoplados que carecen de unos principios físicos y matemáticos sólidos, la Mecánica de la Degradación en los Medios Continuos ofrece un planteamiento alternativo ya que introduce la degradación como una variable interna más del problema, de forma que ésta queda incluída en las ecuaciones de comportamiento del material. Por lo tanto, se presenta un acoplamiento entre las tensiones, las deformaciones y la degradación, hecho que resulta más próximo al fenómeno físico real.

El modelo aquí presentado se basa en los conceptos de la Mecánica del Degradación en los Medios Continuos[6,29] y de la Teoría de la Plasticidad Concentrada[11]. Así, empleando el Método del Estado Local de la Termodinámica de los procesos irreversibles se formulan las ecuaciones de estado y las leyes de evolución de las variables disipativas (deformación plástica y degradación) sobre una rótula concentrada. El modelo obtenido amplía los modelos de plasticidad concentrada, ya que permite formular una rótula elasto-plasto-degradable que incluye no sólo los fenómenos de plasticidad sino también los de degradación.

Esta generalización de los modelos de plasticidad concentrada en estructuras porticadas puede verse en Cipollina *et al.*[1] y Flórez-López[2]. El modelo desarrollado por estos autores consta de una viga elástica con rótulas en los extremos donde se concentran los efectos disipativos (plasticidad y degradación). Sin embargo este modelo, cuyo potencial disipativo para la degradación se basa exclusivamente en la energía elástica, no es capaz de modelar la pérdida de resistencia por fatiga que se produce en elementos estructurales sometidos a cargas alternativas[30]. En este artículo se presenta una generalización del modelo que permite modelar dicho fenómeno.

MODELO CONCENTRADO PLÁSTICO DEGRADABLE

Físicamente la degradación de los materiales está asociada a la aparición de microfisuras y microcavidades en el material. Debido a esa pérdida de superficie resistente la capacidad del material para soportar cargas disminuye. De acuerdo con el Principio de Equivalencia en Deformaciones[4], las ecuaciones que rigen el comportamiento de un material degradado son las mismas que las de un material no degradado sin más que sustituir la tensión σ por la tensión efectiva $\tilde{\sigma}$, definida ésta como

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-d} \tag{1}$$

donde d es la variable interna isótropa de degradación.

De esta forma el módulo de elasticidad de un material degradado vendrá dado por $E(1-d)$. Suponiendo inicialmente que no existen deformaciones plásticas, la deformación total se deberá exclusivamente a una parte elástica y otra será debida a la degradación del material. La deformación debida al daño está relacionada con la pérdida de resistencia del material y puede cuantificarse mediante[3,9]

$$\varepsilon^d = \frac{\sigma}{E(1-d)} - \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma d}{E(1-d)} \tag{2}$$

Este resultado es coherente con lo observado en la respuesta del hormigón sometido a carga monótona uniaxial[10].

La ecuación (2) puede particularizarse para el caso de una barra de sección constante A sometida a esfuerzo axil, como

$$\delta^d = \frac{NL}{EA}\frac{d_a}{1-d_a} = \frac{1}{k}\frac{d_a}{1-d_a}N \tag{3}$$

donde N,δ^d y d_a denotan el esfuerzo normal, el desplazamiento debido al daño y el daño respectivamente.

Este resultado es la base del modelo propuesto por Flórez-López[2]. Éste amplía el concepto de rótula plástica, empleado en plasticidad concentrada[11], para formular una rótula plástico-degradable. Este modelo permite la simulación de la degradación de elementos de estructuras porticadas. Para ello se formula un elemento formado por una parte elástica y dos rótulas en los extremos donde se concentran todos los fenómenos no lineales (plasticidad y degradación).

La distribución de esfuerzos (Figura 1) en el elemento se realiza mediante las tres componentes de un vector $\mathbf{q}$, que representan los momentos en los extremos y el esfuerzo axil ($\mathbf{q} = [M_i, M_j, N]^T$). Los desplazamientos se describen mediante las tres componentes de un vector $\mathbf{u}$, que representan respectivamente los giros en los extremos eliminando el movimiento de sólido rígido, y el alargamiento longitudinal del elemento ($\mathbf{u} = [\theta_i, \theta_j, \delta]^T$). Estos vectores de esfuerzos y de desplazamientos son equivalentes al tensor de tensión y de deformación empleados en la Mecánica de los Medios Continuos.

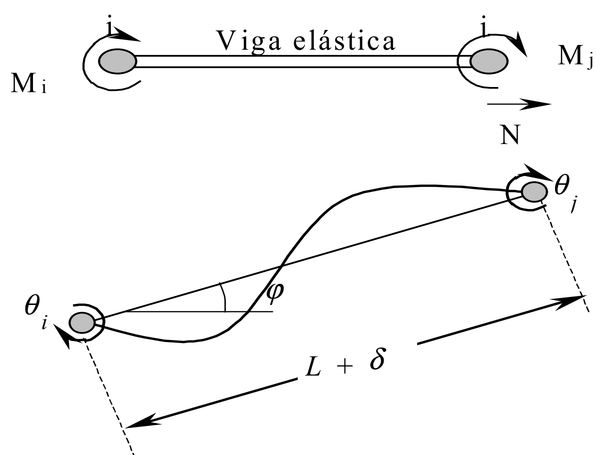

Figura 1. Vectores de esfuerzos y desplazamientos

La ecuación (3) permite determinar el desplazamiento debido a la degradación bajo esfuerzos axiles. En el caso de considerar esfuerzos de flexión se postula la existencia de relaciones del mismo tipo

$$\theta_i^d = \frac{d_i}{1-d_i}\frac{L}{4EI}M_i \tag{4}$$

$$\theta_j^d = \frac{d_j}{1-d_j}\frac{L}{4EI}M_j \tag{5}$$

donde $D = (d_i\, d_j\, d_a)^t$ representará el conjunto de variables de degradación definidas sobre cada elemento.

Las ecuaciones (3), (4) y (5) definen el término de la matriz de flexibilidad debida a la degradación F^d. Considerando en el modelo la posibilidad de existencia de deformaciones plásticas, las ecuaciones de comportamiento vienen dadas por

$$u - u^p = u^b + u^d = [\mathbf{F}^o + F^d]q = F(D)q \tag{6}$$

donde u^b, u^p y u^d representan las deformaciones elástica, plástica y debida al daño respectivamente y $\mathbf{F}^o$ la matriz de flexibilidad elástica.

La ampliación del modelo en el caso de considerar cargas de signo alternativo, como las sísmicas por ejemplo, se realiza de forma sencilla mediante la introducción de dos conjuntos de variables de degradación D^+ y D^- y la hipótesis de comportamiento unilateral bajo carga cíclica[12]. Esto implica que cada uno de los conjuntos D^+ y D^- sólo se ve afectado por los momentos de su mismo signo. Esta hipótesis es habitual en la Mecánica de la Degradación y se ve corroborada por los ensayos experimentales (Figura 2). La ecuación de comportamiento se puede expresar como

$$u - u^p = F(D^+)\langle q\rangle_+ + F(D^-)\langle q\rangle_- \tag{7}$$

donde $\langle q\rangle_+$ y $\langle q\rangle_-$ son la parte positiva y negativa de q, respectivamente.

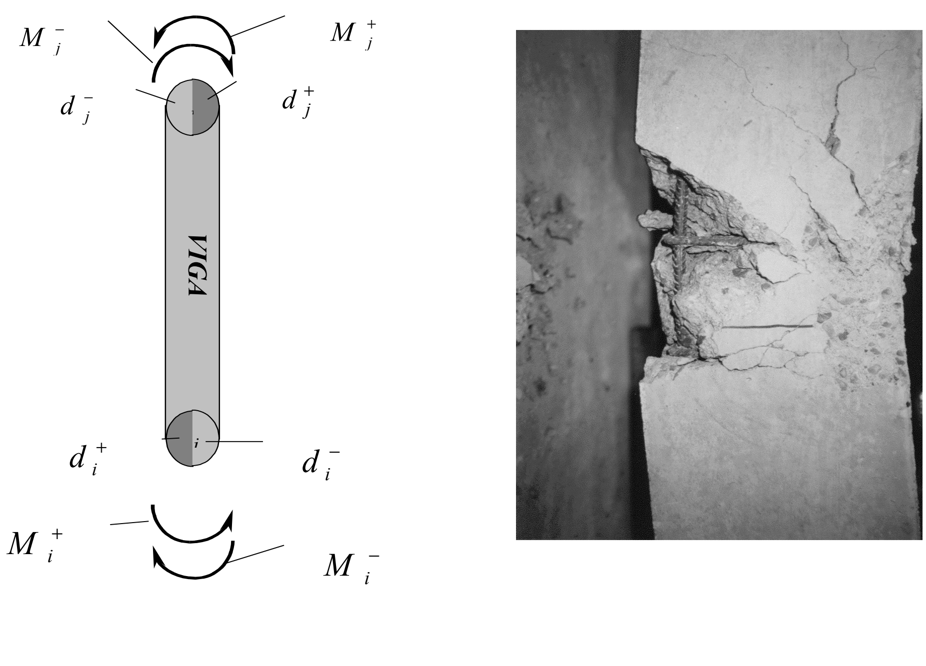

Figura 2. Modelo de comportamiento unilateral

Principios termodinámicos

La obtención de las leyes de estado y la evolución de las variables disipativas del modelo puede realizarse siguiendo los principios de la Termodinámica de los procesos irreversibles. La relación entre las distintas variables de estado se obtiene mediante la introducción de una función potencial de Estado. Tomando como potencial la energía libre de Gibbs χ se tiene que

$$\chi = \frac{1}{2}\langle q\rangle_+ F(D^+)\langle q\rangle_+ + \frac{1}{2}\langle q\rangle_- F(D^-)\langle q\rangle_- + U^{p^+}(\beta^{p^+},\beta^{d^+}) + U\beta^{p^-}(\beta^{p^-},\beta^{d^-}) \qquad (8)$$

donde U^{p^+} y U^{p^-} denotan potenciales plástico-degradables función de las variables de endurecimiento β^p y β^d.

A partir del potencial de estado y del segundo principio de la Termodinámica se obtienen las leyes de estado

$$Y^+ = \frac{\partial \chi}{\partial D^+} \quad Y^- = \frac{\partial \chi}{\partial D^-} \qquad (9)$$

$$V^{p^+} = \frac{\partial U^{p^+}}{\partial \beta^{p^+}} \quad V^{p^-} = \frac{\partial U^{p^-}}{\partial \beta^{p^-}} \qquad (10)$$

$$V^{d^+} = \frac{\partial U^{d^+}}{\partial \beta^{d^+}} \quad V^{d^-} = \frac{\partial U^{d^-}}{\partial \beta^{d^-}} \qquad (11)$$

donde Y^+ e Y^-,variables asociadas a D^+ y D^- respectivamente, equivalen a la tasa de liberación energética empleada en mecánica de la fractura,[4] y V^p y V^d están asociadas a β^p y β^d respectivamente.

La evolución de las variables internas disipativas (degradación y plasticidad) se obtiene mediante la introducción de dos funciones potenciales φ_p y φ_d de forma que, empleando el Principio de Máxima Disipación, es posible escribir

$$du^p = d\lambda^p \frac{\partial \varphi_p}{\partial q} \quad dD = d\lambda^d \frac{\partial \varphi_d}{\partial Y} \qquad (12)$$

donde $d\lambda^p$ y $d\lambda^d$ son parámetros de consistencia plástica y de degradación respectivamente.

MODELADO DE LA FATIGA DE BAJO CICLO

Antecedentes

La elección de los potenciales de disipación es el punto crítico de la teoría presentada anteriormente. Estos potenciales deben permitir el modelado de fenómenos tales como la fatiga, el pandeo, etc. En la mayoría de los modelos presentados en la literatura el daño está asociado exclusivamente con las deformaciones elásticas por medio de la tasa de liberación energética[3,4]. Este enfoque es similar al criterio de Griffith, empleado en la Mecánica de la Fractura, ya que postula que el daño es función de la deformación máxima alcanzada y no depende de ningún tipo de valores acumulativos. Los códigos de proyecto de estructuras en zonas sísmicas se basan también en esta idea, de forma que las estructuras se proyectan para soportar un valor máximo esperado de fuerza (o desplazamiento). Por lo tanto estos modelos son plenamente consistentes con esa filosofía de proyecto.

Sin embargo el fallo de las estructuras sometidas a acciones sísmicas se debe no sólo al valor máximo de la carga soportada o del desplazamiento inducido sino también a mecanismos acumulativos como la fatiga de bajo ciclo. Por este motivo los modelos basados exclusivamente en el criterio de Griffith, que no son capaces de modelar la pérdida de resistencia debido a fatiga, no resultan apropiados para simular este tipo de mecanismos de fallo.

Para solventar este problema se han propuesto diversos modelos7,8 basados en la idea de superficie límite introducida por Dafalias y Popov5 para el modelado de plasticidad cíclica. En la formulación de la ley de fatiga se abandonan los conceptos tradicionales de superficie de plastificación y superficie de degradación y en su lugar se adopta el concepto de carga-descarga irreversible desarrollado por Lubliner[13].

Por otra parte, Ju[3] propone una redefinición de la tasa de liberación energética basada en considerar no sólo la parte elástica de la energía sino también la disipación plástica. Este modelo permite simular la fatiga de bajo ciclo por medio de un criterio de daño basado en energía, ya que ésta está asociada tanto a las variables elásticas como a las plásticas.

Sin embargo, empleando la definición de tasa de liberación energética definida por Lemaitre[4] y el criterio de Griffith, es posible modelar fenómenos de fatiga[28]. Para ello es necesario definir unos potenciales de disipación que introduzcan un término de reblandecimiento función de un parámetro acumulativo[27].

Formulación del daño por fatiga

El modelado y cuantificación del daño debido a fatiga es un problema realmente complejo[3,9,10]. A pesar de ello existen en la literatura una gran cantidad de modelos[14,15,16] que tienen por objeto la cuantificación del daño por fatiga de bajo ciclo; la mayor parte de ellos se basan en extrapolaciones de la regla de Miner[17], que como se ha comentado anteriormente supone una acumulación lineal del daño

$$D_{n_i} = \sum \frac{n_i}{N_f} \tag{13}$$

donde n_i es el número de ciclos realizados a una amplitud determinada y N_f el número de ciclos al fallo para esa misma amplitud.

Estos modelos permiten una evaluación a posteriori del daño y, básicamente, presentan dos inconvenientes: cómo cuantificar el número de ciclos al fallo a una amplitud determinada y cómo cuantificar el número de ciclos al fallo en el caso de carga no armónica.

Se han desarrollado con éxito diferentes formas de convertir una historia de carga aleatoria en un número equivalente de ciclos de una amplitud determinada. Entre ellos, los métodos del “rainflow”[24] o el “range pair”[18] son los que proporcionan mejores resultados en el caso de tener historias de deformaciones donde sólo aparecen unos pocos ciclos hasta el fallo.

El número de ciclos al fallo es usualmente calculado por medio de la relación de Manson-Coffin[25]

$$N_f = C(\Delta\varepsilon)^k \tag{14}$$

donde $\Delta\varepsilon$ es la amplitud (total o plástica) de los ciclos histeréticos (Figura 3) y C y k son parámetros dependientes del material.

Kunnath *et al.*[16] y Mander *et al.*[19] proponen diferentes valores de los parámetros que intervienen en la ecuación (14) para el acero empleado habitualmente en el armado longitudinal de elementos de hormigón armado. El fallo por fatiga de bajo ciclo en el armado longitudinal es una de las causas del colapso de elementos estructurales sometidos fundamentalmente a flexión; por el contrario, el fallo del armado transversal se presenta en elementos cuyo comportamiento se rige fundamentalmente por el esfuerzo cortante.

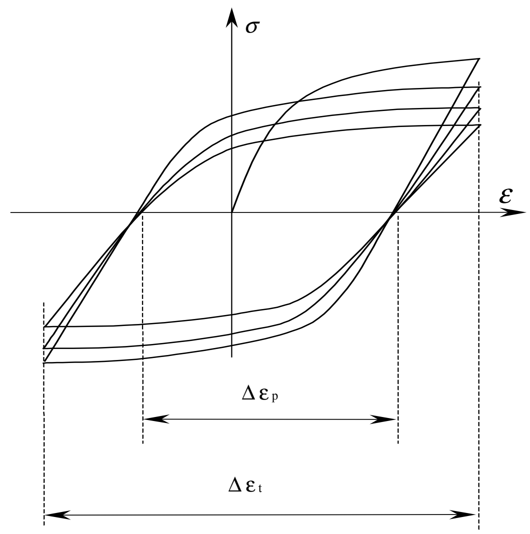

Figura 3. Amplitud total y plástica de los ciclos histeréticos

Partiendo de los potenciales disipativos basados en el criterio de Griffith, empleados por Cipollina *et al.*[1] y Flórez-López[2] para carga monótona, se propone una modificación de los mismos de cara a modelar la pérdida de resistencia debida a fatiga de bajo ciclo de forma que éste queda definido como

$$g = Y - [Y_{\mathrm{cr}} + Z(D)\xi(\omega)] \tag{15}$$

donde Y_{cr} es un valor umbral en la tasa de liberación energética por debajo del cual no existe daño y que está asociado al momento de fisuración de la sección[2], $Z(D)$ es un término de endurecimiento definido de forma experimental por Cipollina *et al.*[1] y $\xi(\omega)$ es una nueva función introducida en el modelo que depende de un parámetro acumulativo ω que será definido posteriormente. La función $\xi(\omega)$ debe satisfacer las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} \xi(\omega) = 1 &\Longleftrightarrow \omega \leq \omega_{\min} \\ \xi(\omega) = 0 &\Longleftrightarrow \omega = \omega_{\max} \end{aligned} \tag{16}$$

Físicamente el modelo es equivalente a introducir un nuevo término de reblandecimiento isótropo relacionado con los efectos de fatiga de la misma forma que en ocasiones se hace en algunos modelos de plasticidad. Con la introducción de este término de fatiga en el potencial de disipación, el dominio de degradación toma la forma que aparece en la Figura 4.

De la misma forma, el acoplamiento existente entre degradación y plasticidad y el hecho de considerar que la degradación no da lugar a deformaciones permanentes hace necesario una modificación del potencial de disipación plástico. Así, se define el nuevo potencial de disipación plástico como

$$f = |M - X| - (M_y + R\sqrt{\xi(\omega)}) \tag{17}$$

donde M_y es un valor umbral por debajo del cual no hay plasticidad y que está asociado al momento de plastificación de las armaduras, X y R representan términos de endurecimiento cimemático e isótropo respectivamente. Existen variaciones[27,28] en cuanto a la definición de los potenciales de degradación y plastificación que permiten obtener resultados muy semejantes.

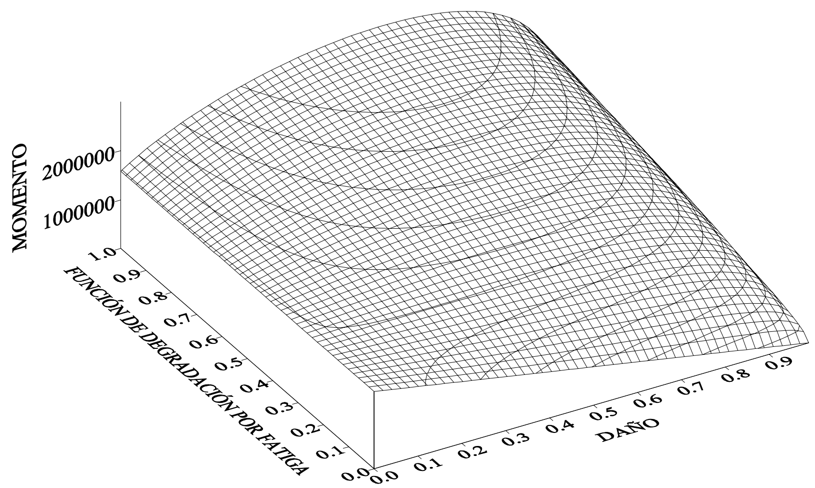

Figura 4. Dominio de degradación. Superficie $g = 0$

El éxito del modelo propuesto reside en una identificación apropiada de la función de fatiga $\xi(\omega)$. Se ha realizado una gran cantidad de validaciones numéricas contrastando diferentes formas de la misma y tratando de introducir los efectos más importantes que aparecen en los ensayos experimentales de elementos estructurales sometidos a fatiga sin renunciar por ello a la simplicidad del modelo.

Se ha obtenido una buena correlación entre los ensayos experimentales y las simulaciones numéricas empleando una función de la forma

$$\xi(\tilde{\theta}, \theta_t) = 1 - \left(\frac{\tilde{\theta}}{N_f(\theta_t)\theta_t} \right)^{\frac{1}{\mu}} \tag{18}$$

donde $\tilde{\theta}$ y θ_t representan respectivamente la rotación total acumulada y la rotación total (medidas como semi-amplitud del ciclo); la ductilidad μ se define como $\frac{\theta_t}{\theta_y}$ y se introduce de forma que los ciclos más amplios produzcan una degradación mayor que los más pequeños.

El término

$$\frac{\tilde{\theta}}{N_f(\theta_t)\theta_t} \tag{19}$$

puede considerarse como una relación del tipo Palmgren-Miner (ec. (13)), ya que el cociente $\frac{\tilde{\theta}}{\theta_t}$ es el número de ciclos a la semi-amplitud θ_t. La función de fatiga toma la forma que aparece en la Figura 5. El corte de dicha superficie por planos de giro total constante permitiría obtener curvas equivalentes a las de Manson-Coffin.

Aparentemente la ecuación (18) introduce un nuevo parámetro en el modelo: el número de ciclos al fallo. Para definir completamente el modelo es necesario identificar este número. Los ensayos de fatiga de bajo ciclo realizados por Mander *et al.*[19] y Koh y Stephen[20] sobre distintos tipos de aceros empleados habitualmente para el armado longitudinal de miembros de hormigón armado permiten a estos autores obtener una relación entre el número de ciclos al fallo y la deformación total y plástica de los ciclos histeréticos. Así, los primeros autores proponen una relación basada en deformaciones plásticas

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = 0,08(2N_f)^{-0,5} \tag{20}$$

mientras que los segundos proponen una basada en deformaciones totales

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = 0,08(2N_f)^{-\frac{1}{3}} \tag{21}$$

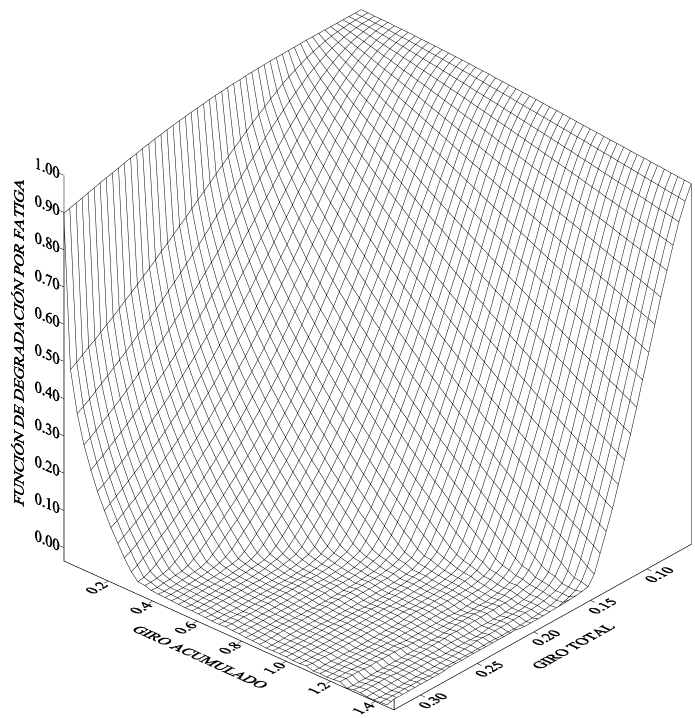

Figura 5. Función de degradación por fatiga

Pero las relaciones dadas en (20) y (21) no pueden ser empleadas directamente, ya que están escritas en términos de deformaciones mientras que el modelo simplificado propuesto emplea rotaciones. Considerando que las secciones planas permanecen planas durante la flexión (Figura 6), es posible obtener una relación entre la rotación plástica y el número de ciclos al fallo

$$N_f = \frac{1}{2}\left(\frac{0,16}{\theta_p}\frac{l_p}{d}\right)^2 \tag{22}$$

para la expresión basada en deformaciones plásticas y

$$N_f = \frac{1}{2}\left(\frac{0,16}{d\left(\frac{M_p}{EI} + \frac{\theta_p}{l_p}\right)}\right)^3 \tag{23}$$

para la expresión basada en deformaciones totales. En ambas expresiones l_p denota la longitud de la rótula plástica, que permite el paso de curvatura a giro plástico y d es la distancia entre el armado longitudinal en el caso de secciones rectangulares o el diámetro en el caso de elementos circulares (Figura 6). El cálculo de la longitud de la rótula plástica se ha realizado empleando las expresiones sugeridas por Paulay y Priesley[21] y por el Eurocódigo 8. Los resultados obtenidos han sido más satisfactorios empleando esta última.

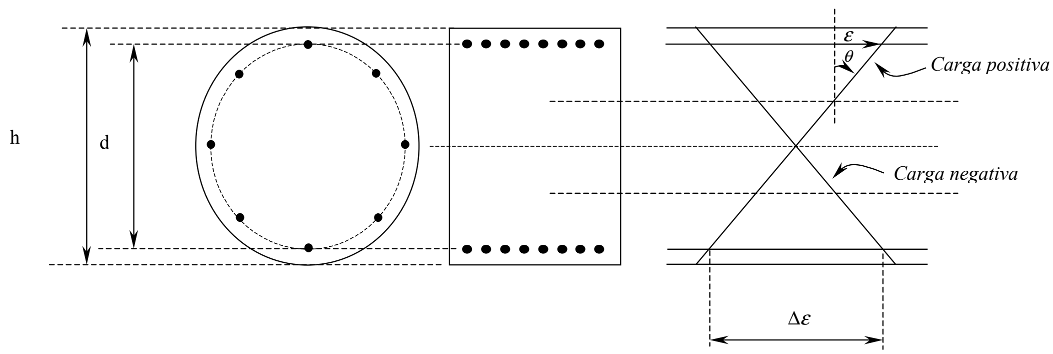

Figura 6. Variables involucradas en el paso de deformaciones a giros

Las relaciones (22) y (23) han sido contrastadas con algunos ensayos que aparecen descritos en la literatura. La Figura 7 muestra la correlación obtenida entre los ensayos realizados por Kunnath *et al.*[16] sobre distintos pilares y los valores dados por dichas relaciones.

En la mayoría de las comprobaciones realizadas los resultados son similares a los mostrados en la Figura 7, lo que permite afirmar que la expresión basada en deformaciones totales presenta una mejor correlación con los resultados experimentales que la basada en deformaciones plásticas. Esto es probablemente debido a que la expresión basada en deformaciones totales introduce más características de la sección como puede ser por ejemplo el momento de plastificación de las armaduras. Por lo tanto, se ha adoptado la expresión (23) como forma de cuantificar el número de ciclos al fallo.

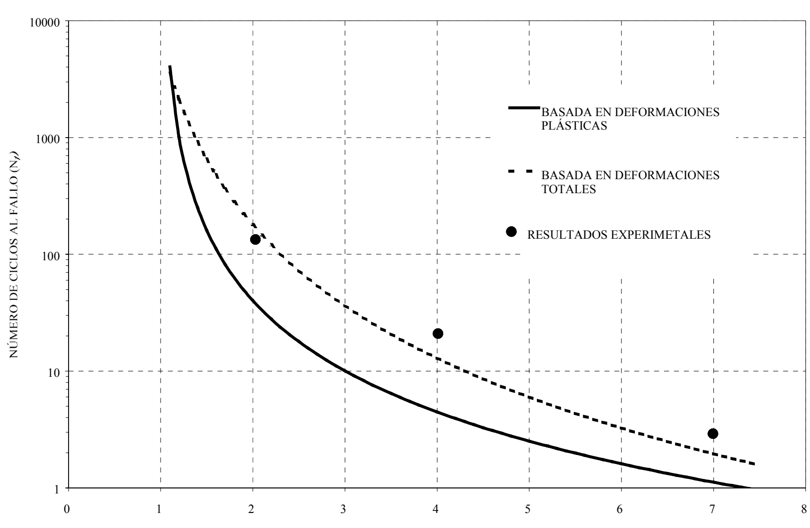

Figura 7. Correlación entre las expresiones (22) y (23) y resultados experimentales

ACTUALIZACIÓN DEL NÚMERO DE CICLOS

En el caso de tener ciclos de amplitud no constante este modelo puede presentar cierta inconsistencia que produce una pérdida de resistencia rápida y brusca que no corresponde a los fenómenos que aparecen en los ensayos experimentales. El motivo de dicha pérdida de resistencia aparece en la Figura 8 donde se muestra que al pasar de un ciclo de amplitud θ_a a otro de amplitud θ_b se produce una fuerte caída en el valor de la función de fatiga que introduce una pérdida de resistencia exagerada.

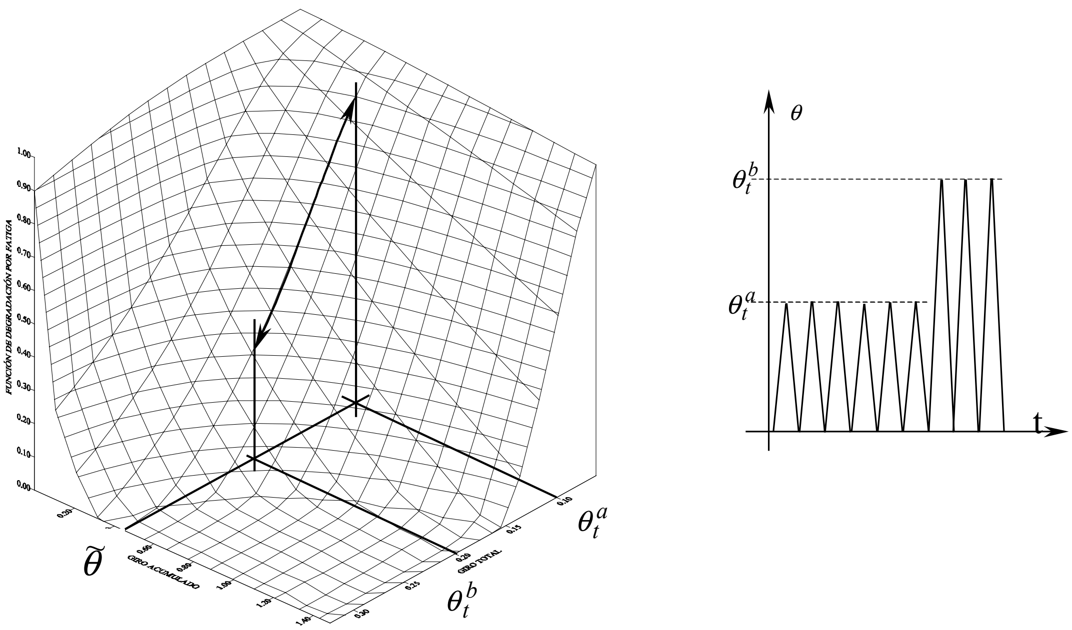

Figura 8. Pérdida de resistencia por una inadecuada actualización del número de ciclos

Este inconveniente puede solventarse si se realiza una actualización del giro acumulado de forma que la función de fatiga sea continua. El procedimiento propuesto equivale a una actualización del número de ciclos acumulados hasta el momento a ciclos equivalentes a la nueva amplitud. La condición a satisfacer en el caso de pasar de ciclos de amplitud θ_t^a a ciclos de amplitud θ_t^b es

$$\xi(\tilde{\theta}^a, \theta_t^a) = \xi(\tilde{\theta}^b, \theta_t^b) \tag{24}$$

por lo que el nuevo giro acumulado toma el valor

$$\tilde{\theta}^b = N_f(\theta_t^b)\theta_t^b \left[\frac{\tilde{\theta}^a}{N_f(\theta_t^a)\theta_t^a} \right]^{\frac{\mu^b}{\mu^a}} \tag{25}$$

De esta forma la función que permite modelar la pérdida de resistencia por fatiga permanece constante al incrementar la amplitud del ciclo de histéresis al que se somete al elemento y no se produce la brusca discontinuidad que aparecía anteriormente (Figura 9).

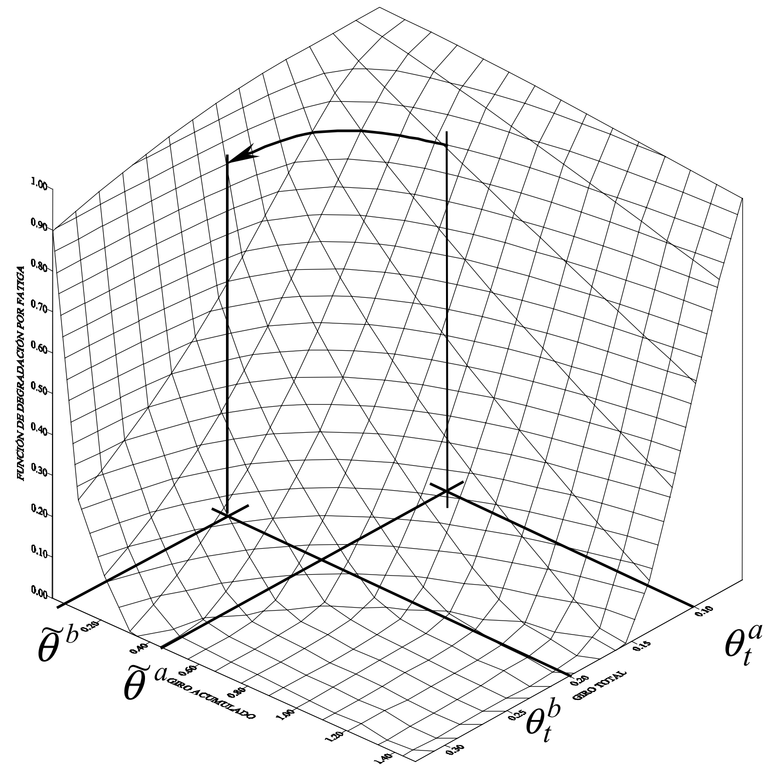

Figura 9. Actualización del número de ciclos acumulado

EJEMPLOS

El modelo presentado anteriormente ha sido verificado con distintos ensayos que aparecen descritos en la literatura. Algunos de los resultados obtenidos se muestran a continuación.

En el primer ejemplo los resultados experimentales se refieren a una columna de hormigón armado de sección circular[16] sometida a una fuerza axil constante de valor 806 kN y una historia de desplazamientos laterales alternativos de amplitud constante. A partir de los ensayos experimentales descritos se determinan los siguientes valores característicos del pilar: momento de fisuración, 27440 Nm; momento de plastificación, 87808 Nm; momento último, 98784 Nm; giro plástico último, 0,054 rad y rigidez, 1×10^7 Nm. Partiendo de estos valores se determinan los siguientes parámetros[2] del modelo: $Y_{\rm cr}$, 37,5 Nm; q, -1307 Nm; M_y, 123739 Nm y c, $7,5 \times 10^6$ Nm/rad.

En el caso de considerar pérdida de resistencia por fatiga el valor de los términos involucrados en el cálculo de los parámetros de la función de fatiga son

$$d\frac{M_p}{EI} = 6,7406 \times 10^{-3} \quad \text{y} \quad \frac{d}{l_p} = 0,9866$$

La Figura 10 muestra la curva carga-desplazamiento obtenida en los ensayos experimentales y en la simulación numérica realizada con el modelo propuesto.

La Figura 11 muestra la relación entre la variable de daño y es estado de degradación real de la estructura.

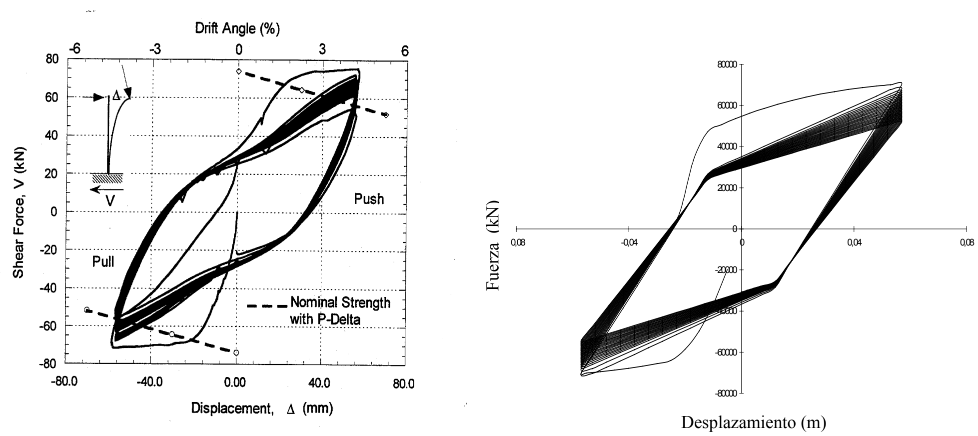

Figura 10. Resultados experimentales (izquierda) y simulación numérica (derecha)

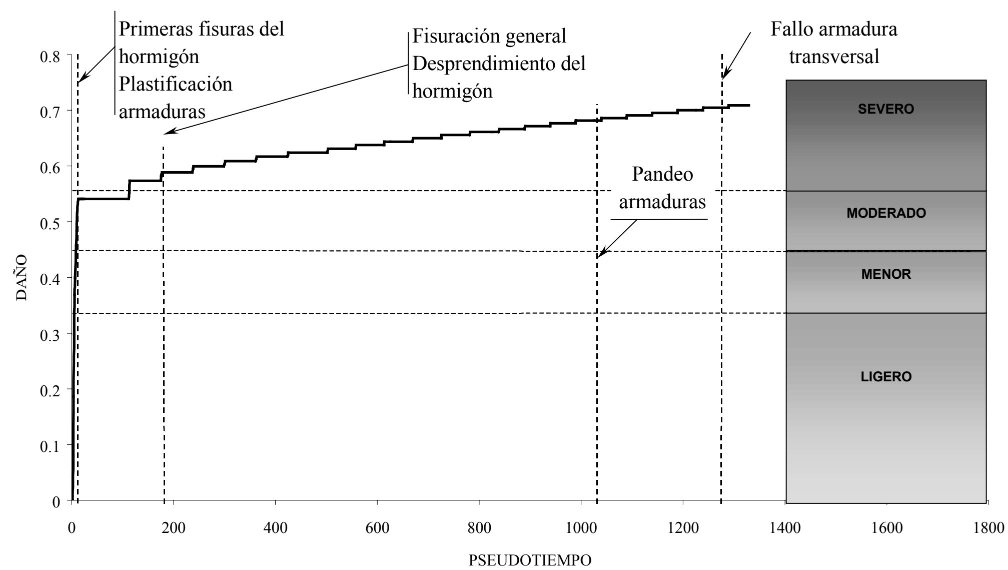

Figura 11. Evaluación de la variable de degradación en el primer ejemplo

En el segundo ejemplo se toman los resultados de los ensayos experimentales realizados por Wehbe *et al.*,[22] sobre pilares de sección rectangular con un armado transversal moderado y sometidos a desplazamientos cíclicos de amplitud creciente en la parte superior. Como en el caso anterior, la columna fue sometida a una carga axil constante de valor 641 kN. A partir de la descripción del ensayo se determinan los siguientes valores característicos del pilar: momento de fisuración, 89 kNm; momento de plastificación, 643 kNm; momento último, 844 kNm; giro plástico último; 0,029 rad y rigidez $8,8 \times 10^7$ Nm. Partiendo de estos valores se determinan los siguientes parámetros2 del modelo: $Y_{\rm cr}$, 248,5 Nm; q, 11019 Nm; M_y, 784255 Nm y c, $1,1 \times 10^8$ Nm/rad.

En el caso de considerar pérdida de resistencia por fatiga el valor de los términos involucrados en el cálculo de los parámetros de la función de fatiga son

$$d\frac{M_p}{EI} = 8,554 \times 10^{-3} \quad \text{y} \quad \frac{d}{l_p} = 0,7497$$

La Figura 12 representa la curva carga-desplazamiento de los ensayos y de la simulación numérica del pilar.

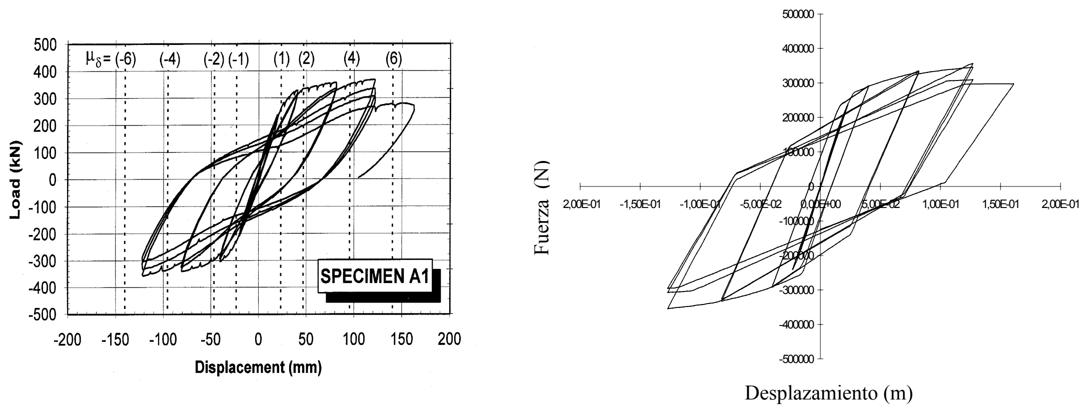

Figura 12. Resultados experimentales (izquierda) y simulación numérica (derecha)

La evolución del índice de daño en la simulación numérica y su relación con el estado real de degradación puede verse en la Figura 13.

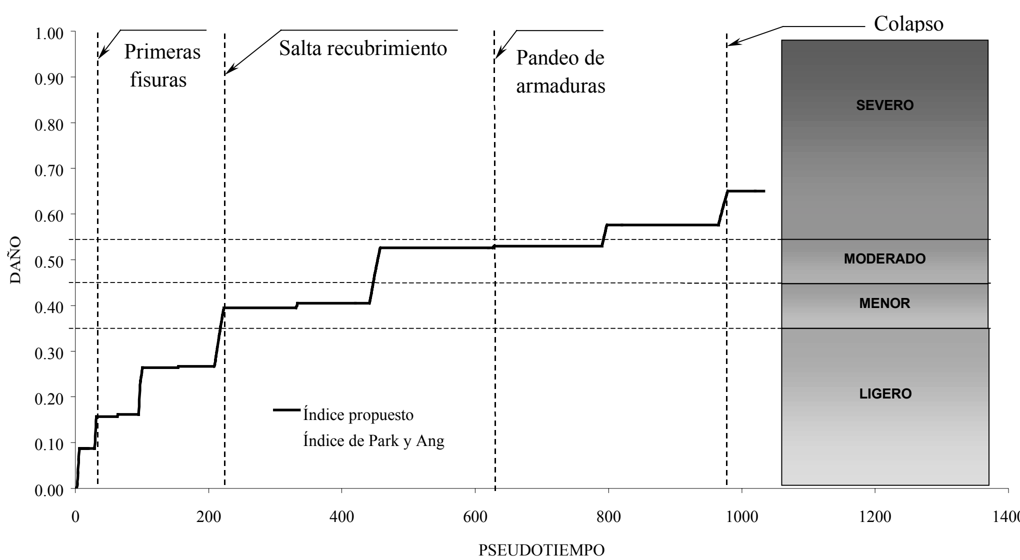

Figura 13. Evaluación de la variable de degradación en el segundo ejemplo

CONCLUSIONES

A la vista de los resultados presentados se tiene que pese a la simplicidad del modelo propuesto se da una buena correlación obtenida entre éste y los ensayos experimentales de pilares sometidos a cargas cíclicas. Con este modelo, al contrario que otros modelos propuestos en la literatura, partiendo de características mecánicas bien conocidas (momento de fisuración, momento de plastificación, etc.) es posible modelar no sólo la degradación del material debida a extremos de la respuesta sino también debido a fatiga de bajo ciclo. Esto se consigue con una redefinición apropiada de los potenciales de disipación. Mediante otro tipo de potenciales, o modificación de los actuales, sería posible considerar otro tipo de fenómenos como el estrangulamiento de los lazos histéricos o el efecto de la fuerza cortante.

En el modelo presentado la variable de degradación está asociada a la fisuración del hormigón, la deformación plástica está relacionada con la deformación plástica de las armaduras mientras que la pérdida de resistencia por fatiga lo está con la fatiga de bajo ciclo en las armaduras longitudinales. Es necesario realizar un mayor número de ensayos experimentales de cara a establecer una posible correlación entre la variable de degradación introducida en el modelo y el daño real existente en la estructura. Esta correlación puede ser de gran utilidad a la hora de determinar la reparabilidad de estructuras dañadas o a la hora de tomar decisión en políticas de reacondicionamiento sísmico. En este último campo, este estimador del daño puede emplearse en una primera clasificación de las estructuras más vulnerables frente a sismos y en aquellas en las que se considere necesario emplear modelos más complejos que puedan considerar fenómenos más complejos y localizados (como el pandeo de las armaduras, la perdida de adherencia, etc.).

REFERENCIAS

1 A. Cipollina, A. López Hinojosa y J. Flórez-López, "A Simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames", *Comput. Struct.*, Vol. **54**, pp. 1113–1126, (1995).

2 J. Flórez-López, "Simplified model of unilateral damage for RC frames", *J. Struct. Engng.*, Vol. **121**, pp. 1765–1772, (1995).

3 J.W. Ju, "On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. **25**, pp. 803–833, (1989).

4 J. Lemaitre, "A Continuous damage mechanics model for ductile fracture", *J. Engng. Mater. Technol.*, Vol. **107**, pp. 83–89, (1985).

5 Y.F. Dafalias y E.P. Popov, "A model of nonlinearly hardening materials for complex loading", *Acta Mech.*, Vol. **21**, pp. 173–192, (1975).

6 J. Lemaitre, "*A course on damage mechanics*", Springer Verlag, (1996).

7 W. Suaris, C. Ouyang y V.M. Fernando, "Damage model for cyclic loading of concrete", *J. Engng. Mech.*, Vol. **116**, pp. 1020–1035, (1990).

8 J.J. Marigo, "Modelling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids", *Engng. Fract. Mech.*, Vol. **21**, pp. 861–874, (1985).

9 M. Ortiz, "A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete", *Mech. Mater.*, Vol. **4**, pp. 67–93, (1985).

10 J. Mazars y Y. Berthaud, "Une technique expérimentale appliquée au béton pour créer un endommagement diffus et mettre en évidence le caractére unilateral", *Comte. Rendu de l'Académie des Sciences*, Vol. **308**, pp. 579–584, (1989).

11 M.Z. Cohn y A. Franchi, "Structural plasticity computer system: STRUPL", *J. Struct. Div.*, Vol. **105**, pp. 789–804, (1979).

12 P. Labedeze, "On an anisotropic damage theory", *Proc. CNRS Int. Colloquium Failure Criteria of Struct. Media*, Villars de Lans, Francia, (1983).

13 J. Lubliner, "A simple theory of plasticity", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. **10**, pp. 313–319, (1974).

14 M.T. Suidan y R.A. Eubanks, "Cumulative fatigue damage in seismic structures", *J. Struct. Div.*, Vol. **99**, pp. 923–943, (1973).

15 H. Krawinkler y M. Zohrei, "Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions", *Comput. Struct.*, Vol. **16**, pp. 531–541, (1983).

16 S.K. Kunnath, A. El-Bahy, A. Taylor y W. Stone, "Cumulative seismic damage of reinforced concrete bridge piers", Technical Report NCEER-97-0006, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, (1997).

17 M.A. Miner, "Cumulative damage in fatigue", *J. Appl. Mech.*, Vol. **123**, N° 10, (1945).

18 N.E. Dowling, "Fatigue failure predictions for complicated stress-strain histories", *J. Mater.*, Vol. **7**, pp. 71–87, (1972).

19 J.B. Mander, F.D. Panthaki y A. Kasalanati, "Low-cycle fatigue behavior of reinforcing steel", *J. Mater. Civil Engng. (ASCE)*, Vol. **6**, pp. 453–468, (1994).

20 S.K. Koh y R.I. Stephen, "Mean stress effects on low-cycle fatigue for high strength steel", *Fatigue Fract. Engng Mater. and Struct.*, Vol. **14**, pp. 413–428, (1991).

21 T. Paulay y M.J.N. Priestley, "*Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*", John Wiley & Sons, New York, (1992).

22 N. Wehbe, M. Saiidi, D. Sanders y B. Douglas, "Ductility of rectangular reinforced concrete bridge columns with moderate confinement", Technical Report NCEER-96-0003, National Center for Earthquake Engineeing Research, State University of New York at Buffalo, (1996).

23 Y. Park y H.S. Ang, "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *J. Struc. Engng.*, Vol. **111**, N° 4, pp. 722–739, (1985).

24 M. Matsuishi y T. Endo, "Fatigue of metals subjected to varying stress", presentado en Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japón, (1968).

25 S.S. Manson, "Behavior of materials under conditions of thermal stress", *Heat Transfer Symposium*, University of Michigan Engineering Research Institute, Ann Arbor, Michigan, pp. 9–75, (1953).

26 A. Palmgrem, "Die Lebensdauer von Kugellagern", *Verfahrentechnik*, Berlin, Vol. **68**, pp. 339–341, (1924).

27 A. Carnicero, R. Perera y E. Alarcón, "A simplified model for evaluation of fatigue damage in frames", *11th European Conference on Earthquake Engineering*, Paris, (1998).

28 R. Perera, A. Carnicero, E. Alarcón y S. Gómez, "A damage model for seismic retrofitting of structures", *Advances in Civil and Structural Engineering*, Civil Comp Press, pp. 309–315, Edimburg, (1998).

29 L. M. Kachanov, "*Introduction to continuum damage mechanics*", Kluwer Academic Publishers, (1986).

30 A. Carnicero, R. Perera y E. Alarcón, "Simplified model of low cycle fatigue for RC frames discussion", *J. Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. **125**, N° 10, (1999).

31 H. Banon, J.M. Biggs y H.M. Irvine, "Seismic damage in reinforced concrete frames", *J. Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. **107**, pp. 1713–1729, (1981).

32 E. DiPasquale, J.W. Ju, A. Askar y A. Cakmak, "Relation between global damage indices and local stiffness degradation", *J. Struct. Engng. ASCE*, Vol. **116**, pp. 1440–1456, (1990).

33 P. Negro, "Ductility, damage indicators and design", Technical note 1.92.145. JRC, Ispra, (1992).