



Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
ICADE

**Aplicación de Técnicas de *Big Data* para la Optimización de Estrategias de  
*Factor Investing* en Renta Fija**

Autor: Inés Ibarra de la Fuente  
Director: María Coronado Vaca

MADRID | Junio 2023

## Resumen

El objetivo principal de este estudio es investigar la efectividad de los factores utilizados en renta variable para obtener retornos superiores en renta fija, aplicando la técnica de *factor investing*. Se utilizarán técnicas avanzadas de *machine learning* y análisis de *big data* para definir y estudiar factores como tamaño, volatilidad y momentum en el contexto de la renta fija, desarrollando un algoritmo de regresión lineal para evaluar su efectividad. Este estudio busca llenar un vacío en la literatura existente, proporcionando nuevos conocimientos y estrategias de inversión diversificadas para los inversores.

La metodología incluirá la extracción y procesamiento de grandes volúmenes de datos financieros, definiendo factores específicos para la renta fija y comparándolos con un índice de referencia para medir su capacidad de generar retornos superiores. Se realizará una revisión exhaustiva de la literatura sobre *factor investing* tanto en renta variable como en renta fija, se desarrollará un modelo cuantitativo para evaluar estos factores y se analizarán los resultados obtenidos. Finalmente, se elaborarán conclusiones sobre la viabilidad del *factor investing* en el mercado de renta fija, contribuyendo así a la literatura académica y ofreciendo valiosas perspectivas para los inversores.

## Palabras Clave

*Factor investing, machine learning, big data, renta variable, renta fija, regresión lineal, tamaño, volatilidad, momentum, índice, alpha.*

## Abstract

The main objective of this study is to investigate the effectiveness of factors used in equity capital markets to achieve superior returns in fixed income, applying the technique of *factor investing*. Advanced machine learning techniques and big data analysis will be used to define and study factors such as size, volatility, and momentum in the context of fixed income, developing a linear regression algorithm to evaluate their effectiveness. This study seeks to fill a gap in the existing literature, providing new insights and diversified investment strategies for investors.

The methodology will include the extraction and processing of large volumes of financial data, defining specific factors for fixed income and comparing them with a benchmark index to measure their ability to generate superior returns. An exhaustive review of the literature on *factor investing* in both equity and fixed income will be conducted, a quantitative model will be developed to evaluate these factors, and the results obtained will be analyzed. Finally, conclusions will be drawn on the viability of *factor investing* in the fixed income market, thereby contributing to the academic literature and offering valuable perspectives for investors.

## Palabras Clave

*Factor investing, machine learning, big data, equity capital markets, fixed income, linear regression, size, volatility, momentum, index, alpha.*

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 OBJETIVOS.....	1
1.2 JUSTIFICACIÓN DEL TEMA.....	1
1.3 METODOLOGÍA .....	3
1.4 ESTRUCTURA.....	4
<b>2. REVISIÓN DE LA LITERATURA.....</b>	<b>4</b>
2.1 ANÁLISIS DE LA EFECTIVIDAD DE ESTRATEGIAS DE <i>FACTOR INVESTING</i> EN RENTA VARIABLE.....	4
2.2 ANÁLISIS SOBRE LOS ESTUDIOS DE <i>FACTOR INVESTING</i> APLICADOS A RENTA FIJA .....	7
<b>3. ESTUDIO EMPÍRICO .....</b>	<b>11</b>
3.1 BASE DE DATOS .....	11
3.2 METODOLOGÍA .....	12
3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	14
<b>4. CONCLUSION .....</b>	<b>17</b>
<b>5. DECLARACIÓN DE USO DE HERRAMIENTAS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL GENERATIVA EN TRABAJOS FIN DE GRADO.....</b>	<b>18</b>
<b>6. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>19</b>
<b>7. ANEXOS .....</b>	<b>22</b>

## 1. Introducción

### 1.1 Objetivos

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado (TFG) es investigar si los factores principales utilizados para obtener retornos superiores al índice de referencia en renta variable también son eficaces en el ámbito de la renta fija. Esta técnica de inversión, conocida como *factor investing*, ha ganado gran aceptación tanto en la comunidad científica como en el mercado financiero. A lo largo de este TFG, se utilizará esta terminología debido a su reconocimiento y adopción generalizada.

Para lograr este objetivo, se definirán y estudiarán estos factores mediante técnicas avanzadas de aprendizaje automatizado y el uso de grandes volúmenes de datos, comúnmente conocidos como *big data*. Específicamente, se emplearán los términos anglosajones *machine learning* (ML) y *big data*, dado su uso predominante en la literatura académica y en la industria.

Con el propósito de alcanzar el objetivo principal de esta investigación, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Extracción y Procesamiento de *big data*: extraer bases de datos de gran escala que permitan analizar una amplia gama de activos financieros. Este proceso incluirá la limpieza, organización y estructuración de los datos para su análisis posterior
- Definir los factores de tamaño, volatilidad y momentum en el contexto de la renta variable, así como explorar su aplicabilidad en el ámbito de la renta fija
- Justificar la importancia y el impacto de estos factores tanto en la renta variable como en la renta fija, proporcionando un marco teórico que explique por qué estos factores deberían ser eficaces en ambos contextos
- Desarrollar un algoritmo de regresión lineal que permita evaluar de manera cuantitativa la efectividad del enfoque de inversión basado en factores en el mercado de renta fija
- Identificar cuáles son los factores más significativos en el contexto de la renta fija, analizando su comportamiento histórico y los resultados obtenidos en la regresión línea
- Responder a la pregunta de si el *factor investing* es eficiente en renta fija en comparación con la renta variable, utilizando técnicas de *machine learning* y el análisis de *big data*. La respuesta a esta pregunta no solo contribuirá a la literatura existente sobre *factor investing*, sino que también ofrecerá valiosas perspectivas para inversores que buscan diversificar y optimizar sus carteras en distintos mercados

### 1.2 Justificación del Tema

La elección del tema para mi Trabajo de Fin de Grado se fundamenta en la importancia del *factor investing* en el ámbito de la inversión. Si bien existe una amplia literatura que

examina el *factor investing* en el contexto de la renta variable, la investigación en relación con la renta fija es notablemente escasa en comparación, como reflejaré en el apartado 2. Esta discrepancia es significativa, ya que la renta fija representa una parte importante de los mercados financieros globales y desempeña un papel crucial en las carteras de inversión de muchos inversores institucionales y minoristas. La emisión de bonos en Estados Unidos mayo aumentó un 13.1% en comparación con el año anterior, mientras que el crecimiento en operaciones de compraventa fue de un 15.1% (Securities Industry and Financial Markets Association, 2024).

La escasez de estudios sobre el *factor investing* en renta fija presenta una oportunidad de investigación relevante y oportuna. Explorar cómo los factores de inversión, como el momentum, tamaño y volatilidad pueden aplicarse con éxito en el mercado de renta fija podría proporcionar una comprensión más profunda de los mecanismos subyacentes en este mercado y ofrecer estrategias de inversión más efectivas para los inversores.

Por lo tanto, mi TFG se centrará en abordar esta brecha en la literatura, examinando el impacto de estos factores de inversión en los rendimientos de los activos de renta fija. Para ello, utilizaré técnicas de *machine learning* (ML) y el análisis de *big data*, que permitirán una evaluación más exhaustiva y precisa de los factores y su impacto en la rentabilidad y el riesgo.

Entre las primeras investigaciones sobre la eficiencia de los factores en renta variable, se encuentra el trabajo pionero de Markowitz (1959), quien desarrolló el concepto de diversificación, transformando la teoría financiera y las estrategias de inversión. Markowitz definía la diversificación como la concentración en los mejores factores de arbitraje, es decir, no significaba diversificar todos los factores del riesgo, sino centrarse en aquellos que generen mayores rentabilidades. Gracias a una baja correlación entre los activos, que a su vez presentaban distintos factores, se incrementa la rentabilidad de la cartera a la vez que se reduce el riesgo.

Este principio estableció las bases para el desarrollo de modelos financieros posteriores, como el modelo de Sharpe (1964). Sharpe, junto con Lintner (1965a, 1965b) y Mossin (1966), definieron el “Capital Asset Pricing Model”. En él, se establecía que existía una relación lineal entre los retornos de un activo, en este caso una acción, y su beta (curva de la regresión entre los retornos ofrecidos por el índice de referencia y por una acción). Este fue el primer factor que se desarrolló, el factor de riesgo de mercado.

Basándose en la premisa de los mercados no eficientes, desarrollada por Thaler (1999) y Shiller (2003), en la que se explica que los precios de mercado de los activos financieros no reflejan toda la información disponible dando lugar diferencias con su valor intrínseco, y, por lo tanto, oportunidades de inversión. Autores posteriores como, Fama y French (1992 y 1995), Titman y Jegadeesh (1993 y 1999) y Carhart (1997), entre otros, demostraron la efectividad de nuevos factores para generar retornos en exceso. Esto ha provocado la creación de una gran cantidad de vehículos de inversión en factores en activos de renta variable, así como la continua investigación de nuevos factores.

Según un estudio realizado por Harvey (2020), actualmente existe un “zoo de factores”, con más de 300 factores publicados para renta variable desde el 2012 (concretamente 382 hasta 2019). Sin embargo, como se comentará posteriormente en la revisión de la

literatura, solo algunos han resultado ser significativos para explicar retornos en exceso a largo plazo.

Debido a la gran popularidad de esta estrategia de inversión se ha desarrollado el concepto de “ARP”<sup>1</sup> (Betik et al., 2017), por el cual se extiende esta estrategia de inversión a todo tipo de activos financieros, en especial, instrumentos de renta fija. Sin embargo, debido a las diferentes características entre ambos activos financieros, es necesaria una nueva definición de estos factores aplicados a renta fija y determinar si son igual de eficientes a la hora de proporcionar retornos superiores al índice de referencia.

En conclusión, mi TFG buscará llenar un vacío crítico en la literatura existente sobre *factor investing*, centrándose en la aplicación de esta estrategia a la renta fija. Utilizando técnicas avanzadas de *machine learning* y *big data*, el objetivo es proporcionar nuevos conocimientos y desarrollar estrategias de inversión más efectivas y diversificadas para los inversores en el mercado de renta fija.

### 1.3 Metodología

Utilizando una metodología deductiva, se partirá de la hipótesis de que el *factor investing* puede aplicarse al mercado de renta fija para obtener retornos superiores. Esta hipótesis se desglosará y analizará a través del estudio detallado de cada uno de los factores individuales asociados con la inversión en renta fija. La metodología adoptada tendrá un enfoque cuantitativo, utilizando una base de datos de gran escala (*big data*) para medir los retornos y riesgos asociados a cada uno de estos factores en el ámbito de la renta fija.

En primer lugar, se llevará a cabo una exhaustiva revisión de la literatura existente. Esta revisión comenzará con el análisis de la información disponible sobre renta variable, donde los factores de valor, tamaño, volatilidad y momentum están claramente definidos y cuya eficacia ha sido ampliamente demostrada en estudios previos. Este análisis proporcionará una base sólida para entender cómo estos factores han sido históricamente eficaces en generar retornos en exceso en el mercado de renta variable.

A continuación, la revisión de la literatura se centrará en las investigaciones que han abordado la aplicación de estos factores al mercado de renta fija. Se examinará cómo los factores tradicionalmente utilizados en renta variable han sido redefinidos para adaptarse a las características únicas de los instrumentos de renta fija y se evaluará la efectividad de estos factores en la generación de retornos superiores en este contexto.

En segundo lugar, se procederá a la definición precisa de los factores de tamaño, volatilidad y momentum específicamente para el mercado de renta fija. Estos factores serán cuidadosamente ajustados para reflejar las particularidades de los instrumentos de deuda, considerando aspectos como la duración, el riesgo de crédito y las condiciones del mercado. Simultáneamente, se definirá el *benchmark* o índice de referencia que servirá para comparar los retornos ofrecidos por las carteras basadas en factores. Este *benchmark*

---

<sup>1</sup>“ARP” hace referencia a *Active Return Premium* o primas de rendimiento activo, comparan el rendimiento de una cartera con el rendimiento del *benchmark* o rendimiento ofrecido por el índice de referencia. Es lo que se conoce como retorno en exceso.

será fundamental para evaluar la capacidad de los factores de generar “Alpha”, es decir, retornos superiores al índice de referencia.

En tercer lugar, se procederá a la extracción y preparación de las bases de datos de *big data* a utilizar. Para este estudio, se utilizarán datos extraídos de Bloomberg, específicamente los índices *Bloomberg US Corporate Total Return* y *Bloomberg US Corporate High Yield Total Return*. La base de datos a estudiar contará con un total de aproximadamente 1.000.000 de observaciones mensuales de bonos, abarcando un periodo que va desde 2014 hasta 2022. Esta vasta cantidad de datos permitirá un análisis

Para evaluar la efectividad de estos factores, se implementará un algoritmo de regresión lineal utilizando técnicas avanzadas de *machine learning*. Este enfoque permitirá analizar la capacidad de los factores para generar retornos superiores al índice de referencia. Se examinará en detalle cómo los factores de tamaño, volatilidad y momentum contribuyen a la generación de alpha y se evaluará la relación entre los retornos generados por las carteras basadas en factores y los retornos proporcionados por el índice de referencia. Este análisis permitirá identificar patrones y tendencias que podrían no ser evidentes a través de métodos analíticos más tradicionales.

Finalmente, se desarrollarán conclusiones detalladas acerca de la efectividad del *factor investing* en renta fija.

## 1.4 Estructura

Con el objetivo de resolver la pregunta de investigación de este TFG, el mismo se estructura así después de esta introducción:

En segundo lugar, se procederá a la revisión de la literatura en la que se presentará la información relevante encontrada relacionada con el problema de investigación que caracteriza a este TFG. Además, se realizará un marco contextual en el que se presentarán nuevas investigaciones que respaldarán y guían la problemática elegida.

En tercer lugar, se procederá al análisis. Para ello, primero se explicarán las bases de datos *big data* seleccionadas. A continuación, se desarrollará en profundidad la metodología de *machine learning* empleada para realizar y analizar el modelo de regresión lineal elegido para estudiar el problema de investigación. Finalmente, se examinarán los resultados obtenidos cuyo objetivo será explicar dicha problemática.

En último lugar, se elaborará una conclusión final, basada en las evidencias empíricas obtenidas, sobre si el *factor investing* puede ser empleado para obtener retornos superiores en el mercado de renta fija.

## 2. Revisión de la Literatura

### 2.1 Análisis de la efectividad de estrategias de *Factor Investing* en Renta Variable

Sharpe (1964), Lintner (1965a, 1965b) y Mossin (1966) fueron los pioneros en plantear el "*Capital Asset Pricing Model*" (CAPM), el cual introdujo el primer factor en la teoría financiera. Según el CAPM, el rendimiento de un activo depende de tres componentes: la tasa libre de riesgo, el retorno del mercado y la sensibilidad del activo al riesgo

sistemático, conocido también como beta. Este modelo marcó un hito al establecer una relación directa entre el riesgo asumido y el retorno esperado, proporcionando una base para entender cómo los inversores deben ser compensados por asumir riesgos adicionales.

A partir de esta base, se han llevado a cabo numerosos estudios para explorar la eficacia de diferentes factores en la predicción de retornos. Estos estudios han sido fundamentales para el desarrollo de estrategias de inversión más complejas y robustas en el ámbito de la renta variable. Sin embargo, se ha demostrado que el riesgo sistemático de mercado, tal como lo define el CAPM, no puede explicar completamente el retorno de un activo de renta variable. Esto se debe a que el riesgo de las acciones no es unidimensional, sino que está influenciado por una variedad de factores adicionales.

Fama y French (1992) fueron cruciales al expandir el CAPM a un modelo de tres factores, incorporando además del mercado, el tamaño y el *book-to-value*<sup>2</sup> ratio (relación valor en libros a valor de mercado). Este modelo se basó en estudios previos que identificaron la importancia de estos factores adicionales.

Así se presentó el modelo de 3 factores (mercado, tamaño y *book-to-value*) de Fama y French (1992) que se respalda en los siguientes estudios.

Banz (1981) fue uno de los primeros en documentar el efecto del tamaño de la empresa sobre los retornos, observando que las compañías con capitalizaciones bursátiles más pequeñas tienden a ofrecer rendimientos superiores en comparación con las de mayor tamaño, una vez ajustadas por beta. Este fenómeno, conocido como el "efecto tamaño", implica que las empresas más pequeñas, aunque presentan más riesgo, compensan a los inversores con retornos más altos.

Por su parte, Bhandari (1988) investigó la relación entre el nivel de endeudamiento de una empresa y sus rendimientos, encontrando que las empresas con altos niveles de deuda tienden a ofrecer mayores retornos. Esto sugiere que los inversores exigen una prima por riesgo adicional para compensar la mayor incertidumbre financiera asociada con empresas altamente apalancadas.

Rosenberg et al. (1985) exploraron el impacto del *book-to-value* ratio en los rendimientos de las acciones, concluyendo que las acciones con un alto valor en libros en relación con su valor de mercado (acciones de valor) tienden a superar a aquellas con un bajo *book-to-value* ratio (acciones de crecimiento). Este hallazgo implica que las acciones de valor ofrecen mejores rendimientos debido a su percepción como inversiones más seguras y estables.

Basu (1983) añadió otra dimensión al estudiar la relación entre el *price-to-earnings*<sup>3</sup> o "P/E" ratio y los retornos, demostrando que las empresas con bajos "P/E" ratios tienden a ofrecer mayores rendimientos en comparación con aquellas con altos "P/E" ratios. Esto sugiere que las acciones consideradas "baratas" en términos de sus ganancias actuales tienen un mayor potencial de retorno.

---

<sup>2</sup> *Book-to-value* = valor total de patrimonio neto / capitalización bursátil

<sup>3</sup> *Price-to-earnings* = precio por acción / beneficio neto por acción

Basándose en el principio sugerido por Bondt y Thaler (1985, 1987) sobre la sobrereacción del mercado a la información y la persistencia de los retornos llevó a Jegadeesh y Titman (1993) a investigar el fenómeno del momentum. Ellos observaron que, entre 1965 y 1989, las acciones que habían ofrecido mejores retornos en la semana o mes anterior tenían tendencias alcistas a corto plazo.

Este descubrimiento llevó al desarrollo de estrategias de inversión basadas en el momentum para obtener retornos en exceso. Comprar las acciones ganadoras de los últimos 6 meses, así como vender las perdedoras, y mantener dichas posiciones durante un periodo de 6 meses. Sin embargo, se observó que para periodos superiores el efecto se disipa, desapareciendo a los dos años. Este efecto se debe a una infravaloración de información específica de las empresas a corto plazo y una sobrevaloración de información a largo plazo por parte del mercado,

Continuando esta línea de investigación, Titman y Jegadeesh (1999) concluyeron que el factor momentum sigue ofreciendo mayores rentabilidades de 1990-1998. Se amplió el estudio a una ventana temporal de periodos de 60 meses después de la formación de la cartera para el periodo de 1965-1998. En este estudio, se observó la significación del factor momento para 12 meses. Sin embargo, a partir de ese periodo, los rendimientos acumulados empezaban a ser negativos.

Carhart (1997) también contribuyó significativamente al campo al observar que los retornos en exceso a corto plazo se debían más a la selección de factores de riesgo que a la selección individual de acciones. Encontró que los factores de tamaño y momentum explicaban más del 50% de los retornos en exceso en periodos de 1 a 3 años, aunque el impacto del factor momentum disminuía en horizontes temporales más largos.

En un estudio más amplio, Fama y French (2012) examinaron la consistencia de los factores de tamaño, valor y momentum en diferentes regiones globales: Norteamérica, Europa, Japón y Asia. Evaluaron la capacidad de estos factores para explicar los retornos en exceso de carteras en estas regiones. Concluyeron que los factores valor y momentum variaban en función del tamaño de la empresa y que el factor valor presentaba una prima en todas las regiones excepto en Japón. El factor momentum era significativo y presentaba una prima de mercado en todas las regiones menos en Japón, además, este mostró una relación negativa con el factor tamaño. Así mismo, se examinó que este modelo multifactorial era eficiente para carteras globales en las que no hay predominancia de ninguna región. Sin embargo, no era capaz de explicar los retornos en exceso en carteras regionales.

Fama y French (2015) ampliaron su modelo a cinco factores, incluyendo mercado, tamaño, *book-to-value*, inversión (conservadora menos agresiva) y rentabilidad (alta rentabilidad menos baja). Este modelo fue capaz de explicar entre el 71% y el 94% de la variabilidad de los retornos. Sin embargo, plantearon la cuestión de la redundancia del factor *book-to-value*, sugiriendo que el modelo de cinco factores debería ser utilizado con cautela si se considera que este factor es significativo.

Finalmente, Fama y French (2015), conceptualizaron los factores como carteras diversificadas que ofrecen combinaciones de exposiciones a distintos tipos de riesgos. Esta visión permite una mejor comprensión de cómo los diferentes factores pueden ser

utilizados para construir carteras optimizadas que maximicen los rendimientos ajustados al riesgo

Con el aumento de la popularidad de los factores, Harvey (2020) realizó un análisis que identificó más de 300 factores en la literatura financiera. No obstante, señaló varios problemas relacionados con la definición y la significación de estos factores. Primero, el umbral común para declarar significativos a los factores es del 5%, pero debido a la gran cantidad de factores investigados, este umbral debería ser más bajo. Segundo, existe el efecto "cajón de sastre", donde los estudios que no encuentran factores significativos tienden a no ser publicados, lo que sesga el conocimiento hacia los factores que sí muestran significación. Finalmente, los factores deben ser ajustados según sus características individuales en lugar de aplicar un enfoque uniforme.

Para abordar la gran diversidad de factores, Harvey (2020) los clasificó en dos grandes categorías: factores comunes y factores de características. Los factores comunes se definen como exposiciones a riesgos comunes como el mercado, la inflación y la liquidez, mientras que los factores de características reflejan atributos específicos de las empresas, como la volatilidad y el "P/E" ratio.

En conclusión, la evolución de la teoría de factores ha mejorado considerablemente la comprensión de los rendimientos de las inversiones. Desde el CAPM hasta los modelos multifactoriales modernos, cada investigación ha aportado una visión más detallada de cómo diferentes factores afectan los retornos, ayudando a los inversores a crear estrategias de inversión más fundamentadas y eficaces.

## 2.2 Análisis sobre los Estudios de *Factor Investing* Aplicados a Renta Fija

Como se ha expuesto en la revisión de la literatura anterior, se ha demostrado la efectividad de las estrategias de *factor investing* para generar retornos en exceso en renta variable en carteras *long-only*, en las que todas las posiciones son largas. Es decir, en estas carteras, el gestor apuesta exclusivamente por subidas en el precio de los activos, confiando en que el mercado experimentará una tendencia alcista que beneficiará a las inversiones.

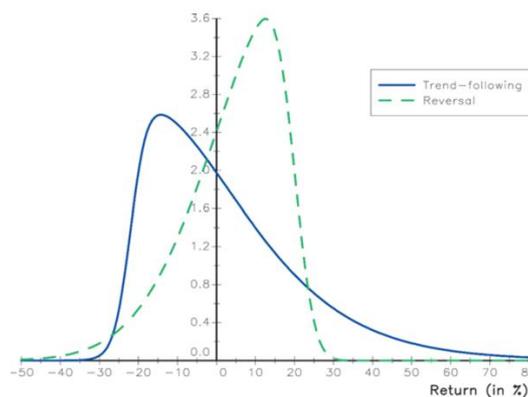
La demostrada efectividad de estas estrategias ha llevado a los investigadores a estudiar su aplicación en diferentes tipos de activos, en particular la renta fija, y en carteras *long-short*. En contraste con las carteras *long-only*, las carteras *long-short* incluyen tanto posiciones largas como cortas, permitiendo al gestor de la cartera beneficiarse tanto de las subidas de precio en algunos activos como de las caídas de precio en otros. Betik et al. (2017) han definido estas nuevas estrategias como *Active Risk Premium* (ARP).

Estas estrategias de "ARP" buscan obtener retornos en exceso mediante la captura de primas de riesgo, que son compensaciones recibidas por los inversores por asumir diferentes tipos de riesgos sistemáticos. Para entender completamente el concepto de prima de riesgo, es necesario definir dos tipos de estrategias: reversión a la media y seguimiento de tendencia.

Como se observa en el Gráfico 1, las estrategias de seguimiento de tendencia se caracterizan por una asimetría positiva, lo que significa que tienen una alta probabilidad de generar ganancias, aunque estas ganancias pueden ser limitadas. Estas estrategias se

basan en la premisa de que los precios de los activos seguirán una tendencia establecida, permitiendo a los inversores beneficiarse de movimientos continuos en una dirección particular. En contraste, las estrategias de reversión a la media presentan una asimetría negativa. Aunque estas estrategias tienen una alta probabilidad de sufrir pérdidas, cuando generan ganancias, estas pueden ser significativas. Las estrategias de reversión a la media se basan en la idea de que los precios de los activos eventualmente regresarán a su valor promedio después de desviaciones extremas, permitiendo a los inversores aprovechar estas correcciones de precio.

Gráfico 1: Distribución de Probabilidad de Estrategias Explicativas de las Primas de Riesgo



*Fuente: Betik et al., 2017*

Por consiguiente, la teoría “ARP” se centra en dos enfoques:

- Prima de riesgo pura o asimetría de prima de riesgo. Este sería el caso de los factores de valor y tamaño que son estrategias de reversión a la media
- Anomalías de mercado. Estrategias que han dado buenos resultados en el pasado pero que no se pueden explicar por una prima de riesgo pura. Estas estrategias suelen estar poco correlacionadas con los momentos de crisis de mercado, lo que las hace más resistentes y capaces de ofrecer retornos en exceso incluso durante estos periodos. Factores como el bajo riesgo de mercado, la calidad y el momentum son ejemplos de tales anomalías de mercado

Se definen las siguientes características o factores de prima de riesgo: mantenimiento<sup>4</sup>, evento, crecimiento, liquidez, riesgo de mercado, momentum, calidad, reversión, tamaño, valor y volatilidad. Sin embargo, debido a las grandes diferencias entre los activos financieros, no todas estas características están presentes en todos los tipos de activos. Para que una característica se considere significativa, debe haber un número suficiente de productos homogéneos que representen correctamente el factor de riesgo.

En el caso de la renta fija, las características de prima de riesgo más importantes son: valor, mantenimiento, momentum. El factor mantenimiento consiste captar un diferencial

<sup>4</sup> El factor mantenimiento consiste en captar un diferencial en el rendimiento generado, generado por un determinado evento esperado, apostando porque las condiciones de mercado van a permanecer constantes por el rendimiento del activo se mantendrá constante.

de rendimiento en la estructura temporal de los tipos. Esta estrategia también está presente en otras formas como en el factor evento<sup>5</sup> o el valor relativo.

El objetivo del diseño de estas nuevas estrategias “ARP” es encontrar nuevas fuentes de retornos en exceso mediante la diversificación de activos a través del empleo de factores. La construcción de carteras diversificadas reduce la volatilidad total y mejora la asimetría de riesgo. Estos beneficios se obtienen gracias a la baja correlación entre los factores de riesgo, que es generalmente menor al 10%, lo que permite una diversificación significativa de la volatilidad, ya que se trata de una medida convexa.

En carteras diversificadas por el empleo de bonos y acciones, se observa una volatilidad de entre el 6% y el 9%. Sin embargo, en carteras diversificadas por el empleo de factores, las volatilidades pueden ser considerablemente más bajas, llegando a ser menores al 2%.

Houweling (2017) proporciona evidencia empírica de la obtención de alphas<sup>5</sup> estadísticamente significativos gracias al empleo de estrategias de *factor investing* en el mercado de renta fija, utilizando factores como tamaño, baja volatilidad, valor y momentum. La causa de estos resultados se debe a la mencionada baja correlación, que resulta en un bajo *tracking error*<sup>6</sup> y un mayor ratio de información<sup>7</sup>. En otras palabras, el uso de estrategias de *factor investing* puede resultar en un incremento de la rentabilidad ofrecida por la cartera a largo plazo.

Houweling (2017) define los siguientes factores en el mercado de renta fija:

- Tamaño. Compañías con bajo valor de su deuda pública total en el mercado (teniendo en cuenta una posible prima de iliquidez)
- Baja volatilidad. Empleó como criterio de selección bonos con fechas de vencimiento cortas y ratings elevados
- Valor. Bonos con diferenciales de crédito bajos, donde estos diferenciales representan la prima de riesgo de un bono corporativo respecto a un bono gubernamental de referencia
- Momentum. Eligió los bonos con los mayores el exceso de retorno de los bonos frente a el retorno ofrecido por los bonos gubernamentales de igual duración

En el estudio mencionado, se crean distintas carteras *long-only*. Estas incluyen tanto carteras multifactoriales como unifactoriales, constituidas por bonos de alto rendimiento o bonos basura (bonos de baja calidad crediticia que presentan mayor riesgo de crédito, por lo que las rentabilidades ofrecidas son más elevadas) y bonos de alta calidad crediticia. En las carteras unifactoriales, se observan alphas significativos para los factores de tamaño, baja volatilidad, valor y momentum. Sin embargo, estas carteras muestran altos *tracking errors*, reflejando la importancia de la inversión a largo plazo. En comparación, las carteras multifactoriales presentan *tracking errors* más bajos, además de ratios de Sharpe<sup>5</sup> y alphas más elevados.

El uso de *factor investing* en estrategias de selección de activos diversos también resulta en mejores rendimientos. En carteras constituidas por bonos y acciones seleccionadas por

---

<sup>5</sup> Esta estrategia consiste en beneficiarse de situaciones excepcionales en el mercado. Por ejemplo, una fusión de empresas.

factores, se observan correlaciones muy bajas, entre el 0,17 y el 0,35, lo que favorece enormemente la diversificación.

En conclusión, el empleo de estrategias de *factor investing* en renta fija tiene un impacto muy positivo a largo plazo, ya que ofrece mejores rendimientos en relación con el riesgo. Estas estrategias pueden incrementar el alpha en un 1% y el ratio de Sharpe en un 0,1. Además, la diversificación de factores a través de carteras multifactoriales ayuda a diversificar el riesgo, tanto el riesgo de bajo rendimiento de uno de los factores como el riesgo de que los ganadores del pasado no lo sean en el futuro. También ayuda a reducir el *tracking error* de la cartera.

Debido a la importancia del factor momentum en las estrategias de *factor investing* en renta fija, se han realizado numerosos estudios sobre su efectividad. Zaremba (2017) observó que los retornos pasados a largo plazo muestran una relación positiva y fuerte con los retornos futuros a largo plazo, siendo esta relación más significativa para periodos de 7 años. Sin embargo, los retornos pasados a corto plazo no son buenos predictores de los retornos futuros a largo plazo. Zaremba también calculó los retornos de los bonos mediante un modelo basado en el riesgo, teniendo en cuenta la exposición a la duración y el riesgo de crédito. Los resultados indicaron que las variaciones transversales de los rendimientos a largo plazo en estos factores explican los rendimientos observados.

Kaufman (2020) proporcionó evidencias de que el factor momentum es generado por la falta de racionalidad de los inversores, quienes reaccionan de forma excesiva a la información privada e insuficientemente a la información pública. Además, existe un sesgo de extrapolación, donde los inversores individuales tienden a predecir la tendencia y los inversores institucionales la reversión. Mediante el uso de modelos de *machine learning* de árboles condicionales, Kaufman confirmó que el factor momentum es un predictor significativo de los retornos futuros. Además, la adición de factores como liquidez y valor de mercado aportó información complementaria.

En definitiva, se demostró la efectividad del factor momentum en el que los retornos están definidos por un modelo basado en riesgo. Es decir, el factor momentum se debe a variaciones transversales de los retornos de dichos factores.

En conclusión, la aplicación de estrategias de *factor investing* en el mercado de renta fija ha demostrado ser una metodología prometedora para la generación de retornos en exceso, diversificación del riesgo y mejora de la eficiencia en la gestión de carteras. La investigación ha validado la efectividad de factores como tamaño, baja volatilidad, valor y momentum en la creación de carteras tanto unifactoriales como multifactoriales. Las carteras multifactoriales, en particular, han mostrado ventajas significativas en términos de reducción del *tracking error* y aumento del ratio de Sharpe. Además, la baja correlación entre los factores de riesgo y la diversificación a través de distintos activos han sido claves para minimizar la volatilidad y mejorar la asimetría del riesgo.

A pesar de los crecientes estudios sobre estrategias de *factor investing* en renta fija, la investigación en este campo sigue siendo escasa en comparación con la existente para renta variable, y aún más limitada es la investigación que aplica técnicas de *machine learning* sobre *big data*. Es decir, una brecha en la literatura que supone una oportunidad para explorar el uso de estrategias de *factor investing* en renta fija utilizando *big data*, lo

que podría proporcionar nuevas perspectivas y estrategias innovadoras para la gestión de carteras en el futuro.

### 3. Estudio Empírico

#### 3.1 Base de Datos

Este estudio se fundamenta en los índices *Bloomberg US Corporate Total Return* y *Bloomberg US Corporate High Yield Total Return*, cuyos datos han sido recopilados a través de la plataforma Bloomberg. Estas bases de datos se caracterizan por su magnitud considerable, clasificándose como *big data* debido al extenso volumen de información contenido en cada una de ellas.

La base de datos utilizada en este estudio incluye casi 1.000.000 de observaciones mensuales de bonos. Estas observaciones se dividen en dos categorías principales: 704.995 corresponden a bonos de *investment grade* (grado de inversión), que son considerados de menor riesgo y, por lo tanto, ofrecen rendimientos más bajos. Las restantes 243.071 observaciones corresponden a bonos de *high yield* (grado especulativo o bonos basura), que presentan más riesgo y, en consecuencia, ofrecen rendimientos más altos.

El periodo de estudio abarca desde 2014 hasta 2022. La elección de este periodo específico se justifica por varias razones. En primer lugar, la mayoría de los bonos que conforman el índice *Bloomberg US Corporate High Yield Total Return* fueron emitidos a partir de 2014. En segundo lugar, los bonos emitidos antes de 2014 carecen de información necesaria para un análisis exhaustivo y preciso. Por lo tanto, el periodo de 2014 a 2022 proporciona un conjunto de datos homogéneo y completo que es adecuado para el análisis propuesto.

La base de datos está compuesta principalmente por bonos convertibles. Los bonos convertibles son instrumentos financieros híbridos que combinan las características de bonos y acciones, ya que otorgan a los tenedores la opción de convertir los bonos en un número predefinido de acciones de la empresa emisora.

Para cada uno de los bonos incluidos en la base de datos, se proporciona una serie de características mensuales detalladas. Estas características incluyen el precio a lo largo del periodo, que permite seguir la evolución del valor de mercado de los bonos. También se incluyen dos métricas de rendimiento clave: *yield to maturity* (YTM<sup>6</sup>) y *yield to worst* (YTW<sup>7</sup>).

---

<sup>6</sup> El *yield to maturity* es la tasa de rendimiento interna del bono. Se definiría como la rentabilidad resultante si el bono se mantiene hasta vencimiento.

<sup>7</sup> El *yield to worst* se define como la tasa de rendimiento mínima que puede obtener un inversor teniendo en cuenta la conversión del bono antes del periodo del vencimiento del mismo. Ofrece una perspectiva más completa del riesgo vinculado a la inversión en el bono.

Adicionalmente, se registran las fechas de emisión y vencimiento de cada bono, que son cruciales para calcular la duración y la vida útil del bono. Así mismo, se encuentran las siguientes características: el cupón, *seniority*<sup>8</sup>, OAD<sup>9</sup>, calidad crediticia y sector.

Estas características proporcionan una visión integral de cada bono y permiten un análisis detallado de cómo los diferentes factores de inversión afectan los rendimientos en el mercado de renta fija. Con esta información, se puede evaluar la efectividad de los factores de inversión como el tamaño, la volatilidad y el momentum en la generación de retornos superiores en el mercado de bonos corporativos.

En ambas bases de datos se encuentran representados los siguientes sectores: industrial, servicios financieros, prestación de servicios y *utilities*, entre otros.

Destacan las siguientes características, en la base de datos *High Yield*, que contiene los bonos calificados como de grado especulativo, el precio medio se sitúa en 96.9 siendo el percentil 50% 101 y el percentil 25% 94.4. En relación a “YTW”, la media se encuentra en 7.69%, el percentil 50% en 5.66% y el percentil 25% en 4.31%. En “YTM” se observan 8.05%, 6.02% y 4.839% respectivamente. Además, el “OAD” presenta los siguientes valores: 3.82, 3.58 y 2.19.

En la base de datos de bonos de grado de inversión, o *Corporate Bonds*, el precio medio se sitúa en 106, el percentil 50% en 104 y el percentil 25% en 99.5. El “YTW” se sitúa en 3.23%, 3.21% y 2.23% respectivamente. Así mismo, en relación al “YTM” se observan los siguientes valores: 3.25%, 3.22% y 2.25%. Por último, para el “OAD” los valores son 7.62, 6.14, y 3.35.

### 3.2 Metodología

Para cada factor, se ha construido una cartera *long-short* equiponderada cada año. Esta consistirá en comprar un percentil de los bonos mejor posicionados en cada factor y vender el mismo percentil de los bonos peor posicionados en cada factor. Este percentil cambiará en función del factor elegido. Esta metodología se ha basado en el estudio previo de Houweling (2017).

Se trata de una estrategia de gestión activa, definida como estrategia de “ARP”. En ella, los retornos superiores al índice de referencia se deben a las primas de riesgo de los bonos corporativos.

Se han creado carteras de factores distintas para cada uno de los índices ya que estos son tratados como dos clases de activos financieros diferentes. Chen et al. (2014) proporciona evidencia empírica de que las calificaciones crediticias de los bonos servían para segmentar el mercado de bonos corporativos. Su estudio se basa en el reajuste de la calificación de Lehman Brothers en 2005, y del impacto de este reajuste en la demanda y precios de los bonos corporativos y sus precios debido a cambios en las calificaciones crediticias de los mismos. Se concluyó que los bonos de alto rendimiento (o bonos basura) son más sensibles a cambios en las calificaciones crediticias en comparación con los de

---

<sup>8</sup> El *seniority* indica el orden de prioridad de los bonos en caso de liquidación de la empresa emisora, lo cual es vital para evaluar el riesgo asociado.

<sup>9</sup> *Option Adjusted Duration*. Duración ajustada por la opción de conversión del bono.

grado de inversión, lo que sugiere que deben tratarse como clases de activos financieros distintas.

Se analizarán las carteras en el horizonte temporal de un año. Este análisis se utilizará para identificar la capacidad de los factores para generar alpha aumentando y disminuyendo la exposición a determinados bonos. Por ello, se empleará un *holding period*, definido como el tiempo que un inversor mantiene las posiciones de su cartera antes de revisarla, de un año. Este horizonte temporal será empleado para calcular el rendimiento de la cartera.

Asimismo, se empleará un *lookback period*, de un mes, lo que significa que se tomará el mes anterior como referencia para calcular las métricas utilizadas en la selección de carteras. Se usará el mes de diciembre del año anterior como base y la implementación de la estrategia comenzará en enero del año siguiente.

Para evaluar la estrategia se han definido los siguientes factores: tamaño, baja volatilidad y momentum. La elección se basa en el estudio previo de Houweling (2017), en el que demuestra la importancia de los mismos. Cabe destacar que estudios previos como Fama y French (2012), Zaremba (2017) y Kaffman (2020) proporcionan evidencia sobre la capacidad del factor momentum para ofrecer retornos superiores al índice de referencia. Para la definición de estos factores se han utilizado únicamente características de los bonos presentes en las bases de datos extraídas.

- Tamaño. Para la definición de este factor se ha utilizado el valor de mercado total de los bonos de cada una de las empresas presentes en el índice, calculado como la suma del valor de mercado de cada uno de sus bonos dividido por el valor total de mercado de los bonos del índice (previamente, ha sido necesario el cálculo del valor de mercado total). Para construir la cartera, se han ordenado las empresas por tamaño y se han comprado los bonos del 10% de las empresas más pequeñas para *High Yield* y se han vendido todos los bonos del 10% de las empresas más grandes para *High Yield*. En el caso de *Corporate Bonds*, se ha modificado ligeramente la estrategia y se ha empleado un percentil de 5% debido a la gran cantidad de observaciones que contenía la base de datos.
- Baja volatilidad. Se han empleado el rating crediticio y la fecha de vencimiento para la construcción de este factor. Los bonos de baja volatilidad son definidos como bonos con alta calificación crediticia y periodos de vencimiento cortos. En contraste, los bonos de alta volatilidad son definidos como bonos de baja calificación crediticia y periodos de vencimiento largos. Para construir la cartera de baja volatilidad en *Corporate Bonds*, se han seleccionado los bonos con calificación crediticia de AAA a A3 y se han comprado el 5% de los bonos con mayor tiempo a vencimiento y se han vendido el 5% de los de menor tiempo a vencimiento. Es decir, se compra alta volatilidad y se vende baja volatilidad. Para *High Yield* se ha utilizado el mismo proceso, pero se ha elegido una calificación crediticia de BA1 hasta D.
- Momentum. Para definir el factor momentum se utilizarán los retornos en exceso del mes de diciembre del año anterior. Por ello, se han ordenado los bonos según su YTM, se comprarán el 10% de los bonos con mayor retorno y se venderán el 10% de los bonos con peor retorno.

Para determinar el rendimiento anual de la cartera, se ha calculado el precio mensual de la cartera como la media equiponderada, basada en el peso de cada uno de sus componentes, representado por la variable *Weight*. Luego, se ha calculado el retorno anualizado continuo. Esta metodología se emplea para obtener el rendimiento ex cupón.

Asimismo, se han obtenido los retornos mensuales de los índices *Corporate Bonds* y *High Yield*. Estos se obtienen calculando precio como la media ponderada de cada uno de los bonos que componen los índices y posteriormente calculando los retornos anualizados. Estos retornos se consideran los rendimientos de referencia estándar y se utilizan para calcular el alpha de las carteras, es decir, los retornos que las carteras han obtenido respecto del índice de referencia.

Cabe destacar que se ha asumido un precio de 100 en caso de vencimiento del bono. Es decir, en caso de que el bono ya haya sido repagado, por lo que ya no formaría parte de la cartera, se ha asumido 100 como precio de referencia para calcular el retorno. Esto se debe a que un bono cotiza a su valor nominal en la fecha de vencimiento.

Una vez definidas las carteras y calculados los retornos. Se ha calculado el retorno obtenido por cada una de las carteras en relación con su índice de referencia correspondiente en cada año. Se han empleado dos funciones distintas para calcular el precio de las carteras y de los índices. Esto se debe a que el peso de cada uno de los bonos contenidos en el índice aparece en la variable *Weight*. Sin embargo, en las carteras factoriales, el peso de los bonos es un peso equiponderado en función del número de bonos que constituyen cada una de las carteras.

Por último, se ha elaborado una regresión lineal para observar la relación entre el rendimiento de cada una de las carteras y su índice de referencia correspondiente. Así como su significancia estadística y la calidad del ajuste.

Para evaluar el rendimiento de cada una de las carteras se ha construido la siguiente regresión lineal:

$$R_t = \alpha + \beta Rm_t + \varepsilon_t$$

Donde  $R_t$  hace referencia al retorno de la cartera factorial y  $Rm_t$  es el retorno del índice de referencia (*High Yield* o *Corporate Bonds*). Midiendo la  $\beta$  la relación que existe entre el retorno de la cartera factorial y el del índice de referencia.

### 3.3 Análisis de Resultados

En la Tabla 1 se observan los retornos anualizados del índice de referencia *High Yield*, de las carteras factoriales, así como los retornos en exceso de las últimas.

Tabla 1: Retornos Anualizados de las Carteras Factoriales v.s. del Índice *High Yield*

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
<b>High Yield</b>	-0.52%	0.85%	0.03%	5.32%	0.47%	-5.44%	-0.17%	-1.15%
<b>Cartera Factorial Tamaño</b>	0.46%	3.09%	0.30%	0.17%	0.11%	0.59%	0.28%	0.03%
<i>Excess Return</i>	0.98%	2.24%	0.27%	-5.16%	-0.36%	6.03%	0.45%	1.18%
<b>Cartera Factorial Volatilidad</b>	-0.64%	1.18%	0.71%	-1.21%	0.92%	0.68%	0.44%	-2.50%
<i>Excess Return</i>	-0.12%	0.34%	0.69%	-6.53%	0.45%	6.13%	0.61%	-1.35%
<b>Cartera Factorial Momentum</b>	-2.75%	6.61%	0.30%	-0.57%	-0.48%	1.13%	0.54%	-0.74%
<i>Excess Return</i>	-2.23%	5.77%	0.27%	-5.90%	-0.95%	6.58%	0.71%	0.41%

Fuente: elaboración propia

La Cartera Factorial Tamaño ha mostrado un rendimiento superior al índice de referencia en la mayoría de los años, excepto en 2018 y 2019, donde tuvo un rendimiento menor. En general, ofrece retornos positivos y consistentes, destacándose en 2016 y 2020 con excesos de retorno significativos. Por otro lado, la Cartera Factorial Volatilidad ha tenido un desempeño variado, con algunos años en los que ha superado al índice (2016, 2017, 2019, 2020, 2021) y otros en los que ha tenido un rendimiento menor (2015, 2018, 2022). Aunque ha tenido años de fuerte desempeño relativo, como en 2020, su rendimiento es más volátil y menos predecible. La Cartera Factorial Momentum también muestra un rendimiento variable. Ha tenido años de rendimiento excepcional en comparación con el índice (2016 y 2020), pero también años con retornos significativamente inferiores (2015, 2018, 2019). A pesar de su volatilidad, puede ofrecer altos retornos en ciertos períodos.

En conclusión, se observa que todos los factores han superado al índice de referencia desde 2020, siendo el rendimiento obtenido en este año muy superior. Las carteras factoriales Tamaño y Volatilidad han mostrado un mejor rendimiento relativo en varios años en comparación con el índice *High Yield*, especialmente en años con condiciones de mercado favorables. La Cartera Momentum, aunque volátil, ha tenido algunos años sobresalientes. Es importante señalar que en 2018 se observó un considerable aumento en el rendimiento del índice, lo cual fue un fenómeno puntual.

En la Tabla 2 se observan los retornos anualizados del índice de referencia *Corporate Bonds*, de las carteras factoriales, así como los retornos en exceso de las últimas.

Tabla 2: Retornos Anualizados de las Carteras Factoriales v.s. del Índice *Corporate Bonds*

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
<b>Corporate Bonds</b>	-0.58%	0.02%	0.10%	-0.77%	1.16%	0.42%	-0.35%	-1.31%
<b>Cartera Factorial Tamaño</b>	-0.02%	0.19%	0.04%	0.18%	-0.20%	0.05%	0.08%	-0.08%
<i>Excess Return</i>	0.50%	0.17%	-0.06%	0.94%	-1.36%	-0.37%	0.43%	1.23%
<b>Cartera Factorial Volatilidad</b>	-0.63%	0.10%	0.66%	-0.58%	1.43%	0.95%	0.12%	-2.50%
<i>Excess Return</i>	-0.11%	0.08%	0.56%	0.19%	0.28%	0.53%	0.47%	-1.19%
<b>Cartera Factorial Momentum</b>	-1.22%	1.81%	0.57%	-0.57%	1.08%	0.55%	0.21%	-1.64%
<i>Excess Return</i>	-0.70%	1.78%	0.47%	0.20%	-0.07%	0.12%	0.56%	-0.33%

Fuente: elaboración propia

La Cartera Factorial Tamaño ha mostrado un rendimiento mixto en comparación con el índice de referencia. Ha tenido años en los que ha superado significativamente al índice

(2015, 2018, 2022), pero también años en los que su desempeño ha sido inferior (2017, 2019, 2020). En general, esta cartera tiende a ofrecer retornos más altos en años en que el índice tiene un rendimiento negativo. La Cartera Factorial Volatilidad ha tenido un desempeño generalmente positivo en comparación con el índice de referencia, con varios años de retornos superiores (2016, 2017, 2019, 2020, 2021). Sin embargo, en 2022 mostró un desempeño significativamente inferior. Esta cartera tiende a sobresalir en años con buenas condiciones de mercado. La Cartera Factorial Momentum ha mostrado un rendimiento muy variable. Ha tenido algunos años de retornos significativamente superiores (2016, 2017), pero también años con desempeño inferior al índice (2015, 2019, 2022). A pesar de su volatilidad, puede ofrecer altos retornos en ciertos años, aunque también presenta riesgos considerables.

Finalmente, las carteras factoriales Tamaño y Volatilidad han logrado rendimientos superiores al índice *Corporate Bonds* en varios años, especialmente en períodos con condiciones de mercado favorables. La Cartera Momentum, a pesar de su mayor volatilidad, ha tenido algunos años con rendimientos excepcionales.

Así mismo en la Tabla 3, se observan los resultados obtenidos entre las regresiones lineales de los rendimientos de las carteras factoriales con sus índices de referencia correspondientes

Tabla 3: Resultados de las Regresiones Lineales de las Carteras Factoriales

	High Yield			Corporate Bonds		
	Tamaño	Volatilidad	Momentum	Tamaño	Volatilidad	Momentum
<b>Alpha</b>	0.006	0.000	0.005	0.000	0.002	0.003
<b>Beta</b>	0.008	-0.100	-0.022	-0.062	1.498	1.210
<b>P-valor</b>	0.957	0.546	0.955	0.461	0.001	0.019
<b>R2</b>	0.001	0.064	0.001	0.094	0.879	0.049
<b>R2 Adjusted</b>	-0.166	-0.092	-0.166	-0.057	0.859	-0.141

*Fuente: elaboración propia*

La correlación entre la Cartera Factorial Tamaño y el índice *High Yield* es muy débil. El alpha positivo sugiere una ligera superación del índice, pero el p-valor alto indica que este resultado no es estadísticamente significativo. El R2 y R2 ajustado indican que el modelo explica casi nada de la variabilidad del rendimiento. Analizando la Cartera Factorial de volatilidad, muestra una ligera relación negativa con el índice *High Yield* (beta negativa), pero el alpha es nulo y el p-valor indica que no es estadísticamente significativo. El modelo tiene una capacidad explicativa baja (R2 de 0.064). Similar a la Cartera Tamaño, la correlación entre la Cartera Momentum y el índice *High Yield* es muy débil. El alpha es positivo, pero no significativo, y el modelo prácticamente no explica la variabilidad del rendimiento.

La Cartera Tamaño tiene una correlación negativa y no significativa con el índice *Corporate Bonds*. El modelo tiene una capacidad explicativa baja, como se refleja en el R2. Además, la cartera factorial de Volatilidad muestra una correlación muy fuerte y positiva con el índice *Corporate Bonds*. El beta alto y significativo indica que la cartera es muy sensible a los cambios en el índice. El R2 alto sugiere que el modelo explica una gran parte de la variabilidad del rendimiento. La Cartera Momentum tiene una relación

positiva con este índice, con una beta significativa. Sin embargo, el R2 indica que el modelo no explica bien la variabilidad del rendimiento, lo que sugiere que hay otros factores importantes no considerados en el modelo.

Tras analizar los resultados obtenidos, se han elaborado las siguientes conclusiones:

- Las carteras factoriales Tamaño y Momentum no muestran una correlación significativa con el índice *High Yield*, ya que sus modelos explican muy poca variabilidad en los rendimientos.
- La Cartera Volatilidad muestra una mejor correlación con el índice *High Yield*, aunque esta sigue siendo baja.
- En relación con el índice *Corporate Bonds*, la Cartera Volatilidad tiene una fuerte y significativa relación positiva, indicando que es muy sensible a los cambios en este índice.
- Las carteras Tamaño y Momentum también muestran relaciones positivas con el índice *Corporate Bonds*, aunque menos fuertes y con menor capacidad explicativa según el R2.

Cada una de las carteras obtenidas, ofrecen distintos perfiles de riesgo y retorno, lo que sugiere que pueden ser efectivas para diversificar una cartera y gestionar riesgos en función de las condiciones del mercado y la estrategia de inversión adoptada. Los resultados obtenidos sugieren que la Cartera Volatilidad es la que tiene una correlación más fuerte con el índice *Corporate Bonds*, mientras que las otras carteras y su relación con ambos índices muestran correlaciones más débiles y no significativas.

#### 4. Conclusión

En este estudio, se evaluó la eficacia de los factores de inversión para obtener rendimientos superiores al mercado a través de las carteras factoriales Tamaño, Volatilidad y Momentum, en comparación con los índices de referencia *High Yield* y *Corporate Bonds*.

Las tres Carteras Factoriales de Tamaño, Volatilidad y Momentum exhiben diferentes patrones de rendimiento a lo largo de varios años.

La Cartera Factorial Tamaño ha superado el rendimiento del índice de referencia en la mayoría de los años, destacándose especialmente en 2016 y 2020. Sin embargo, presentó un rendimiento inferior en 2018 y 2019. No muestra una correlación significativa con el índice *High Yield* y su modelo explica muy poca variabilidad en los rendimientos. Además, tiene una correlación negativa no significativa con el índice *Corporate Bonds*, con una baja capacidad explicativa según el R2.

La Cartera Factorial Volatilidad ha tenido un rendimiento variable, superando al índice en años como 2016, 2017, 2019, 2020 y 2021, pero con rendimientos menores en 2015, 2018 y 2022. Muestra una ligera relación negativa con el índice *High Yield*, pero esta no es estadísticamente significativa. Sin embargo, tiene una fuerte y significativa correlación positiva con el índice *Corporate Bonds*, indicando una alta sensibilidad a los cambios en este índice.

La Cartera Factorial Momentum ha mostrado un rendimiento muy variable, con años de rendimientos excepcionalmente altos (2016 y 2020) y años de rendimientos significativamente inferiores (2015, 2018, 2019). No muestra una correlación significativa con el índice *High Yield* y su modelo explica muy poca variabilidad en los rendimientos. Presenta una relación positiva con el índice *Corporate Bonds*, aunque con una capacidad explicativa baja según el R<sup>2</sup>.

Así mismo, el análisis de regresión reveló que las carteras Tamaño y Momentum no tienen una correlación estadísticamente significativa con el índice *High Yield*, con modelos que explican poca variabilidad en los rendimientos. La Cartera Volatilidad mostró una correlación algo más significativa con el índice *High Yield*, aunque aún débil. En contraste, la Cartera Volatilidad presentó una fuerte correlación positiva con el índice *Corporate Bonds*, indicando una alta sensibilidad a sus cambios. Las carteras Tamaño y Momentum también mostraron relaciones positivas con el índice *Corporate Bonds*, aunque estas fueron menos significativas y con menor capacidad explicativa.

En resumen, las carteras factoriales ofrecen distintas características de riesgo y retorno, útiles para una gestión efectiva de riesgos y optimización de rendimientos según las condiciones del mercado.

La Cartera Tamaño tiende a superar al índice de referencia en la mayoría de los años, mostrando su capacidad para ofrecer retornos superiores en mercados adversos, aunque con resultados mixtos en otros períodos. Por otro lado, la Cartera Momentum muestra un rendimiento inconsistente, una mayor volatilidad, con altibajos en relación con el índice. La Cartera Volatilidad, en particular, demostró una mayor alineación con el índice *Corporate Bonds*, sugiriendo su idoneidad para inversores que buscan sensibilidad a este índice. Por otro lado, las carteras Tamaño y Momentum, aunque con relaciones más débiles con ambos índices, pueden proporcionar beneficios de diversificación y rendimientos atractivos en ciertos períodos. Estos hallazgos resaltan la importancia de estrategias de inversión diversificadas y adaptadas a las dinámicas del mercado para lograr una gestión de cartera eficaz.

En contraste con la renta variable, donde el *factor investing* ha demostrado su eficacia, en el ámbito de la renta fija, su efectividad varía según el factor y el índice de referencia considerado. La Cartera Volatilidad se destaca como más efectiva en renta fija, especialmente en relación con el índice *Corporate Bonds*, mientras que las carteras Tamaño y Momentum muestran una efectividad más limitada, aunque aún pueden brindar ventajas en términos de diversificación.

Por lo tanto, se puede concluir que el *factor investing* es efectivo en renta fija, aunque su eficacia está condicionada por el factor específico y el índice de referencia utilizado. La Cartera Volatilidad destaca por su fuerte correlación y sensibilidad con el índice *Corporate Bonds*, lo que la convierte en una opción relevante para estrategias de inversión en este ámbito.

## 5. Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado

**ADVERTENCIA:** Desde la Universidad consideramos que ChatGPT u otras herramientas similares son herramientas muy útiles en la vida académica, aunque su uso

queda siempre bajo la responsabilidad del alumno, puesto que las respuestas que proporciona pueden no ser veraces. En este sentido, NO está permitido su uso en la elaboración del Trabajo fin de Grado para generar código porque estas herramientas no son fiables en esa tarea. Aunque el código funcione, no hay garantías de que metodológicamente sea correcto, y es altamente probable que no lo sea.

Por la presente, yo, Inés Ibarra de la Fuente, estudiante de ADE y Business Analytics de la Universidad Pontificia Comillas al presentar mi Trabajo Fin de Grado titulado "Aplicación de Técnicas de Big data para la Optimización de Estrategias de Factor investing en Renta Fija", declaro que he utilizado la herramienta de Inteligencia Artificial Generativa ChatGPT u otras similares de IAG de código sólo en el contexto de las actividades descritas a continuación:

1. **Brainstorming de ideas de investigación:** Utilizado para idear y esbozar posibles áreas de investigación.
2. **Referencias:** Usado conjuntamente con otras herramientas, como Science, para identificar referencias preliminares que luego he contrastado y validado.
3. **Metodólogo:** Para descubrir métodos aplicables a problemas específicos de investigación.
4. **Corrector de estilo literario y de lenguaje:** Para mejorar la calidad lingüística y estilística del texto.
5. **Sintetizador y divulgador de libros complicados:** Para resumir y comprender literatura compleja.
6. **Traductor:** Para traducir textos de un lenguaje a otro.

Afirmo que toda la información y contenido presentados en este trabajo son producto de mi investigación y esfuerzo individual, excepto donde se ha indicado lo contrario y se han dado los créditos correspondientes (he incluido las referencias adecuadas en el TFG y he explicitado para que se ha usado ChatGPT u otras herramientas similares). Soy consciente de las implicaciones académicas y éticas de presentar un trabajo no original y acepto las consecuencias de cualquier violación a esta declaración.

Fecha: 19/07/2024

Firma: Inés Ibarra de la Fuente

## 6. Bibliografía

Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 3(1), 3-18.

Basu, S. (1983). The relationship between earnings yield, market value, and return for NYSE common stocks: Further evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(1), 129-156.

Betik, D., Neugebauer, U., Wegener, M., Wenzler, J. (2017). Common Equity Factors in Corporate Bond Markets. *Factor investing* (Vol. 9, pp. 207-255). (9), 207-255.

- Bhandari, L. C. (1988). Debt/equity ratio and expected common stock returns: Empirical evidence. *Journal of Finance*, 43(2), 507-528.
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance (New York)*, 52(1), 57-82.
- Chen, Z., Lookman, A. A., Schürhoff, N., Seppi, D. J. (2014). Rating-based investment practices and bond market segmentation. *Review of Asset Pricing Studies*, 4(2), 162–205.
- De Bondt, W. F. M., Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *The Journal of Finance (New York)*, 40(3), 793-805.
- De Bondt, W. F. M., Thaler, R. (1987). Does the stock market overreact? *The Journal of Finance*, 40(3), 793-805.
- Fama, E. F., French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns.
- Fama, E. F., French, K. R. (2011). Size, value, and momentum in international stock returns. Hanover, NH: Tuck School of Business at Dartmouth.
- Harvey, C. R. (2020). A census of the factor zoo. SSRN.
- Houweling, P. (2017). *Factor investing* in the corporate bond market. SSRN.
- Jegadeesh, N., Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of Finance (New York)*, 48(1), 65-91.
- Kaufmann, H. (2020). Boosting momentum. SSRN.

- Lintner, J. (1965a). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.
- Lintner, J. (1965b). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *Journal of Finance*, 20(4), 587-615.
- Markowitz, H. M. (1959). Portfolio selection: Efficient diversification of investments. Yale University Press.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34(4), 768-783.
- Rosenberg, B., Reid, K., Lanstein, R. (1985). Persuasive evidence of market inefficiency. *Journal of Portfolio Management*, 11(3), 9-17.
- Securities Industry and Financial Markets Association. (2024, June 4). *US fixed income securities statistics*. SIFMA. <https://www.sifma.org/resources/research/us-fixed-income-securities-statistics/>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance (New York)*, 19(3), 425-442.
- Shiller, R. J. (2003). "From efficient markets theory to behavioral finance". *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 83-104.
- Stattman, D. (1980). Book values and stock returns. *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*, 4, 25-45.
- Thaler, R. H. (1999). "The end of behavioral finance". *Financial Analysts Journal*, 55(6), 12-17.

Titman, S., Jegadeesh, N. (1999). Profitability of momentum strategies: An evaluation of alternative explanations. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.

Zaremba, A. (2017). Performance persistence of government bond factor premia. *Finance Research Letters*, 22, 182-189.

## 7. Anexos

```
library(gtools)
library(tidyr)
library(dplyr)
library(tidyverse)
library(fs)
library(readxl)
library(openxlsx)
library(purrr)
library(psych)
library(skimr)
```

### ##1. IMPORTAR DATOS Y LIMPIAR DATASET

```
HighYield <- read_excel("C:/Users/inesi/Desktop/LF98TRUU.xlsx")
CorporateBonds<- read_excel("C:/Users/inesi/Desktop/LUUACTRUU.xlsx")
```

```
HighYield=data.frame(HighYield)
CorporateBonds=data.frame(CorporateBonds)
```

```
HighYield=subset(HighYield, Año!=2013)
```

```
#estudio de los datos
estadisticas=summary(HighYield)
salida_resumen <- capture.output(estadisticas)
skim(HighYield)
describe(HighYield)
```

```
estadisticas2=summary(CorporateBonds)
salida_resumen2 <- capture.output(estadisticas2)
skim(CorporateBonds)
describe(CorporateBonds)
```

### ##2. DEFINICION DE FUNCIONES

```
#funcion para calcular el precio medio de los indices
precio_indice <- function(datos){
  vector=datos$Weight/100*datos$Price
  resultado=sum(vector)
```

```

return (resultado)
}

#funcion para calcular el precio medio de las carteras
precio<- function(datos){
  peso=1/nrow(datos)
  vector=datos$Price*peso
  resultado=sum(vector)

  if (resultado==0){
    resultado=100
  }
  return (resultado)
}

#funcion para calcular el rendimiento de la cartera
retorno <- function(precios,i){
  resultado=(precios[i,12]/precios[i,1])**((1/12)-1)
  return (resultado)
}

```

### ##3. DEFINICION VARIABLES

```

#Indices
CorporateBondsPrice=matrix(nrow=9,ncol=12) #matriz vacia para calcular el precio del
indice
CBReturns=c() #retornos

HighYieldPrice=matrix(nrow=9,ncol=12) #matriz vacia para calcular el precio del
indice
HYReturns=c() #retornos

#definicion de variables HY
cartera_SL_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_SS_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
HY_SizeReturns=c()

cartera_VL_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_VS_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
HY_VolReturns=c()

cartera_ML_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_MS_Price_HY=matrix(nrow=8,ncol=12)
HY_MomReturns=c()

#definicion de variables CB
cartera_SL_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_SS_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
CB_SizeReturns=c()

```

```

cartera_VL_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_VS_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
CB_VolReturns=c()

cartera_ML_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
cartera_MS_Price_CB=matrix(nrow=8,ncol=12)
CB_MomReturns=c()

## DEFINICION DE FACTORES Y CALCULO DE RETORNOS

for (i in 0:7){
  j=0
  data <- subset(HighYield, Año==2014+i & Mes==12)
  data2 <- subset(CorporateBonds, Año==2014+i & Mes==12)

## FACTOR SIZE HY

total_market_value=sum(data$MV)

cartera_size <- data %>%
  group_by(Issuer)%>%
  mutate(market_value=MV) %>%
  mutate(market_cap=MV/total_market_value*100) %>%
  select(Issuer, market_value, market_cap) %>%
  arrange(market_cap)

filass=nrow(data)
percentils=0.1*filass

small <- cartera_size %>%
  select(Issuer) %>%
  head(n=percentils)
small <- as.factor(small$Issuer)

big <- cartera_size %>%
  select(Issuer) %>%
  tail(n=percentils)
big <- as.factor(big$Issuer)

## FACTOR VOL HY
data$Maturity...13 <- as.Date(data$Maturity...13, format= "%m/%d/%Y")
cartera_lowvol <- data %>%
  subset(grepl("^B|^A",data$Index.Rating..String.)) %>%
  arrange(Maturity...13)
filasv=nrow(cartera_lowvol)
percentilv=0.05*filasv

cartera_lowvol_long <- cartera_lowvol %>%
  select(ISIN) %>%
  tail(n=percentilv)

```

```

cartera_lowvol_long <- as.factor(cartera_lowvol_long$ISIN)

cartera_lowvol_short <- cartera_lowvol %>%
  select(ISIN) %>%
  head(n=percentilv)
cartera_lowvol_short <- as.factor(cartera_lowvol_short$ISIN)

## FACTOR MOMEMENTUM HY

cartera_momemtum <-data %>%
  arrange(desc(Yield.to.Maturity))

filasm=nrow(cartera_momemtum)
percentilm=0.1*filasm

cartera_momemtum_long <-cartera_momemtum%>%
  select(ISIN) %>%
  head(n=percentilm)
cartera_momemtum_long <- as.factor(cartera_momemtum_long$ISIN)

cartera_momemtum_short <-cartera_momemtum %>%
  select(ISIN) %>%
  tail(n=percentilm)
cartera_momemtum_short <- as.factor(cartera_momemtum_short$ISIN)

## FACTOR SIZE CB

total_market_value2=sum(data2$MV)

cartera_size2 <- data2 %>%
  group_by(Issuer)%>%
  mutate(market_value=MV) %>%
  mutate(market_cap=MV/total_market_value*100) %>%
  select(Issuer, market_value, market_cap) %>%
  arrange(market_cap)

filass2=nrow(data2)
percentils2=0.05*filass2

small2 <- cartera_size2 %>%
  select(Issuer) %>%
  head(n=percentils2)
small2 <- as.factor(small2$Issuer)

big2 <- cartera_size2 %>%
  select(Issuer) %>%
  tail(n=percentils2)
big2 <- as.factor(big2$Issuer)

```

```

## FACTOR VOL CB
data2$Maturity...13 <- as.Date(data2$Maturity...13, format= "%m/%d/%Y")
cartera_lowvol2 <- data2 %>%
  subset(grepl("^A",data2$Index.Rating..String.)) %>%
  arrange(Maturity...13)

filasv2=nrow(cartera_lowvol2)
percentilv2=0.05*filasv2

cartera_lowvol_long2 <- cartera_lowvol2 %>%
  select(ISIN) %>%
  tail(n=percentilv2)
cartera_lowvol_long2<- as.factor(cartera_lowvol_long2$ISIN)

cartera_lowvol_short2 <- cartera_lowvol2 %>%
  select(ISIN) %>%
  head(n=percentilv2)
cartera_lowvol_short2 <- as.factor(cartera_lowvol_short2$ISIN)

## FACTOR MOMEMENTUM CB

cartera_momemtum2 <-data2 %>%
  arrange(desc(Yield.to.Maturity))

filasm2=nrow(cartera_momemtum2)
percentilm2=0.1*filasm2

cartera_momemtum_long2 <-cartera_momemtum2%>%
  select(ISIN) %>%
  head(n=percentilm2)
cartera_momemtum_long2 <- as.factor(cartera_momemtum_long2$ISIN)

cartera_momemtum_short2 <-cartera_momemtum2 %>%
  select(ISIN) %>%
  tail(n=percentilm2)
cartera_momemtum_short2<- as.factor(cartera_momemtum_short2$ISIN)

for (j in 0:11){

  datos1<-subset(HighYield, Año==2015+i & Mes==1+j)
  datos2<- subset(CorporateBonds, Año==2015+i & Mes==1+j)

  #cartera size HY
  cartera_SL<-datos1 %>%
    filter(Issuer %in% c(small))

  cartera_SS<- datos1 %>%
    filter(Issuer %in% c(big))
}

```

```

cartera_SL$Weight=1/nrow(cartera_SL)
cartera_SS$Weight=1/nrow(cartera_SS)

cartera_SL_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_SL)
cartera_SS_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_SS)

#cartera vol HY
cartera_VL<- datos1 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_lowvol_long ))

cartera_VS<- datos1 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_lowvol_short ))

cartera_VL_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_VL)
cartera_VS_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_VS)

#cartera momemtum HY
cartera_ML<- datos1 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_momemtum_long ))

cartera_MS<- datos1 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_momemtum_short ))

cartera_ML_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_ML)
cartera_MS_Price_HY[1+i, 1+j] = precio(cartera_MS)

#cartera size CB
cartera_SL2<-datos2 %>%
  filter(Issuer %in% c(small2))

cartera_SS2<- datos2 %>%
  filter(Issuer %in% c(big2))

cartera_SL2$Weight=1/nrow(cartera_SL2)
cartera_SS2$Weight=1/nrow(cartera_SS2)

cartera_SL_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_SL2)
cartera_SS_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_SS2)

#cartera vol CB
cartera_VL2<- datos2 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_lowvol_long2 ))

cartera_VS2<- datos2 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_lowvol_short2))

cartera_VL_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_VL2)

```

```

cartera_VS_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_VS2)

#cartera momentum CB
cartera_ML2<- datos2 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_momentum_long2 ))

cartera_MS2<- datos2 %>%
  filter(ISIN %in% c(cartera_momentum_short2 ))

cartera_ML_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_ML2)
cartera_MS_Price_CB[1+i, 1+j] = precio(cartera_MS2)

#Indices
HighYieldPrice[1+i,1+j]=precio_indice(datos1)
CorporateBondsPrice[1+i,1+j]=precio_indice(datos2)

}

#retornos carteras High Yield
HY_SizeReturns[i+1]=retorno(cartera_SL_Price_HY,i+1)-
retorno(cartera_SS_Price_HY,i+1)
HY_VolReturns[i+1]=retorno(cartera_VL_Price_HY,i+1)-
retorno(cartera_VS_Price_HY,i+1)
HY_MomReturns[i+1]=retorno(cartera_ML_Price_HY,i+1)-
retorno(cartera_MS_Price_HY,i+1)

#retornos carteras Corporate Bonds
CB_SizeReturns[i+1]=retorno(cartera_SL_Price_CB,i+1)-
retorno(cartera_SS_Price_CB,i+1)
CB_VolReturns[i+1]=retorno(cartera_VL_Price_CB,i+1)-
retorno(cartera_VS_Price_CB,i+1)
CB_MomReturns[i+1]=retorno(cartera_ML_Price_CB,i+1)-
retorno(cartera_MS_Price_CB,i+1)

#retornos indices
HYReturns[i+1]=retorno(HighYieldPrice,i+1)
CBReturns[i+1]=retorno(CorporateBondsPrice,i+1)

}

#retornos en exceso
HYSize_Excess=HY_SizeReturns - HYReturns
HYVol_Excess=HY_VolReturns - HYReturns
HYMom_Excess=HY_MomReturns - HYReturns

CBSize_Excess=CB_SizeReturns - CBReturns
CBVol_Excess=CB_VolReturns - CBReturns
CBMom_Excess=CB_MomReturns - CBReturns

##5. REGRESSION

```

```
CB_Factors = data.frame(CBReturns,CB_SizeReturns, CB_MomReturns,  
CB_VolReturns)  
HY_Factors = data.frame(HYReturns,HY_SizeReturns,HY_MomReturns,  
HY_VolReturns)  
  
modelo1 <- lm (CB_SizeReturns~CBReturns, data= CB_Factors)  
modelo2 <- lm (CB_MomReturns~CBReturns, data= CB_Factors)  
modelo3 <- lm (CB_VolReturns~CBReturns, data= CB_Factors)  
modelo4 <- lm (HY_SizeReturns~HYReturns, data= HY_Factors)  
modelo5 <- lm (HY_MomReturns~HYReturns, data= HY_Factors)  
modelo6 <- lm (HY_VolReturns~HYReturns, data= HY_Factors)  
  
summary(modelo1)  
summary(modelo2)  
summary(modelo3)  
summary(modelo4)  
summary(modelo5)  
summary(modelo6)
```