



Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

La valoración de acciones: Un estudio comparativo entre el CAPM y modelos de aprendizaje automático

Autor: María Orue-Echebarria Hernández

Director: Leandro Sergio Escobar Torres

Resumen

Este trabajo se centra en el potencial de los modelos de aprendizaje automático en la valoración de acciones. Mediante la comparación entre el modelo de valoración de activos de capital (CAPM) y modelos de aprendizaje automático se busca determinar si estos últimos predicen los retornos con mayor precisión que los modelos tradicionales. De esta manera, el objetivo principal del presente estudio es evaluar la eficiencia predictiva y la precisión de estos modelos para predecir los retornos de acciones. Utilizando los retornos del IBEX 35 durante 2023, se han desarrollado tres modelos de aprendizaje automático: regresión lineal múltiple, redes neuronales y regresión con máquinas de soporte vectorial (SVR). Adicionalmente, se han aplicado métricas de evaluación para comparar los errores tanto del CAPM como aquellos de los modelos de aprendizaje automático. Los resultados indican que existe potencial en los modelos de aprendizaje automático ya que estos ofrecen una mejora significativa en la precisión de la predicción de los retornos. Concluyendo así que, aunque el CAPM sigue siendo una herramienta útil en el ámbito de las finanzas, los avances en aprendizaje automático proporcionan alternativas más robustas y flexibles que conllevan a mejor uso de capital para empresas e inversores.

Palabras clave

CAPM, acciones, valoración, retorno, aprendizaje automático, IBEX 35

Abstract

The following paper explores the potential of machine learning models in stock valuation. By comparing the Capital Asset Pricing Model (CAPM) with machine models, this study aims to determine whether the latter predicts returns more accurately than traditional models. Thus, the main objective of this paper is to evaluate the predictive efficiency and accuracy of these models in forecasting stock returns. Using the companies of the IBEX 35 during 2023 and their returns, three machine learning models have been developed: Multipler linear regression, neural networks and support vector regression (SVR). To compare these models, evaluation metrics have been used. The results indicate that machine learning models have significant potential as they offer a substantial improvement in return prediction accuracy. Reaching the conclusion that although the CAPM remains a useful tool in finance, machine learning models provide more robust and flexible alternatives that lead to better capital allocation for companies and investors.

Keywords

CAPM, stocks, valuation, return, machine learning, IBEX 35

Índice

1. Introducción	6
1.1. Contexto y justificación.....	6
1.2. Objetivos de la investigación.....	7
1.3. Estructura del trabajo.....	7
2. Modelos de Valoración de Activos tradicionales	9
2.1. La teoría moderna de carteras.....	9
2.2. El Modelo CAPM.....	12
2.2.1. Desarrollo del modelo.....	13
2.2.2. Security Market Line (SML).....	14
2.2.3. Limitaciones del Modelo CAPM.....	16
2.3. Otros modelos clásicos de valoración.....	17
2.3.1 Modelo de Fama y French (3 factores).....	17
2.3.2 Modelo Carhart.....	19
3. La valoración automatizada	21
4. Metodología	23
4.1. Modelos de machine learning desarrollados.....	23
4.1.1. Regresión lineal múltiple.....	23
4.1.2. Redes neuronales.....	24
4.1.3. Regresión con máquinas de soporte vectorial.....	25
4.2. Desarrollo del modelo.....	26
4.2.1 Recopilación de datos.....	26
4.2.2 Modelo CAPM tradicional.....	28
4.2.3 Modelos de valoración automatizada.....	29
4.2.4 Métricas de evaluación de modelos.....	30
5. Resultados	32
5.1. Comparativa de errores.....	32
5.2. Métricas de precisión.....	34
6. Conclusión	36
7. Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado	38
8. Bibliografía	39
10. Anexos	44
10.1. Código de R.....	44

Índice de figuras

Figura 1: Frontera eficiente de Markowitz:.....	10
Figura 2: El riesgo sistemático e idiosincrático de Sharpe (1964).....	11
Figura 3: Security Market Line	15
Figura 4: Errores del CAPM.....	32
Figura 5: Errores del modelo de regresión lineal	33
Figura 6: Errores del modelo de redes neuronales.....	33
Figura 7: Errores del modelo de SVR.....	34

Índice de tablas

Tabla 1: Métricas de evaluación de modelos	35
---	----

1. Introducción

1.1. Contexto y justificación

En el ámbito financiero, la valoración de activos es esencial para la toma de decisiones de inversión. Los modelos tradicionales que parten de la teoría moderna de carteras desarrollada por Markowitz (1952), como el Capital Asset Pricing Model (CAPM), han sido fundamentales para este proceso. Sin embargo, estos modelos presentan limitaciones especialmente en un entorno cada vez más dinámico.

Con los avances de la tecnología y la disponibilidad de los datos, los modelos de aprendizaje automático han surgido como una alternativa con gran potencial gracias a su capacidad para procesar estas grandes cantidades de datos y para detectar patrones más complejos. La identificación del potencial de estos nuevos modelos puede aportar avances significativos para empresas e inversores. Mejorando la precisión de los retornos, estos modelos pueden ayudar a la optimización de recursos y la gestión de riesgos.

Este trabajo de investigación busca comparar la eficiencia predictiva de estos modelos y determinar si existe potencial dentro del aprendizaje automático para mejorar las predicciones de retorno de los activos. Para ello, se utiliza como base de datos los retornos mensuales de 2023 de las 35 empresas que componen el IBEX 35 utilizando como variables el retorno de este mercado y la tasa libre de riesgo del bono a 10 años del gobierno español. La selección de esta base de dato se debe a su relevancia dentro del mercado financiero español y a la diversidad de sectores que lo componen, limitando así el sobreajuste de los modelos.

Como modelo tradicional, se ha seleccionado el CAPM por su extendido uso mientras que se han entrenado tres modelos de aprendizaje automático supervisado: la regresión lineal múltiple, redes neuronales y regresión con máquinas de soporte vectoriales (SVR). La comparativa entre estos cuatro modelos permite evaluar y discutir el potencial uso del aprendizaje automático.

En definitiva, esta investigación busca proporcionar evidencia sobre la eficiencia predictiva de los modelos de aprendizaje automático en la valoración de activos, demostrando el potencial de estos a futuro.

1.2. Objetivos de la investigación

El objetivo de este trabajo es comparar la eficiencia predictiva entre los modelos clásicos de valoración de activos y los modelos de aprendizaje automático desarrollados en los últimos años. A través de esta comparativa, se busca identificar si existe potencial en estos modelos para mejorar la predicción de los retornos de activos.

Para ello, se analizarán los retornos mensuales de 2023 de todas las empresas del IBEX 35 utilizando como variables predictoras el retorno de este mercado y la tasa libre de riesgo del bono a 10 años del gobierno español. Como modelo tradicional se utilizará el CAPM mientras que se desarrollarán tres modelos de aprendizaje automático supervisado: regresión lineal múltiple, redes neuronales y support vector machine. De esta manera se analizarán los resultados comparando la eficiencia predictiva de los cuatro modelos y se discutirá el potencial del uso del aprendizaje automático, también conocido como machine learning, en el ámbito de la valoración de activos.

1.3. Estructura del trabajo

El siguiente trabajo está dividido en dos bloques: una revisión sobre los métodos de valoración tradicionales y la valoración automatizada y una comparativa de eficiencia predictiva entre estos dos tipos de modelo.

El bloque uno se divide en las dos siguientes partes. La primera trata de un estudio sobre los modelos de valoración de activos tradicionales desde la teoría moderna de carteras desarrollada por Markowitz en 1952 hasta el modelo de Carhartt y la evolución entre ellos. Esta sección pone especial enfoque en el CAPM y en sus limitaciones, este modelo se utiliza posteriormente en el segundo bloque para la comparativa de modelos. En la segunda sección de este bloque, se trata el potencial de los modelos de valoración automatizados y su estudio durante los últimos años.

En el segundo bloque, se realiza la comparativa de estos dos tipos de modelo. Tras la consolidación de una base de datos de las empresas del IBEX 35, incluyendo sus retornos mensuales de 2023, así como los del mercado y la tasa libre de riesgo, se generan los diferentes modelos utilizando R. Se utilizan tres modelos de aprendizaje automático: regresión lineal múltiple, redes neuronales y support vector machine con el objetivo de comparar las métricas de eficiencia predictiva de estos tres modelos con las mismas

métricas del CAPM tradicional. Adicionalmente, se discute el potencial de los modelos de aprendizaje automático y valoración automatizada para la valoración de activos.

2. Modelos de Valoración de Activos tradicionales

2.1. La teoría moderna de carteras

La valoración de activos es la determinación de la rentabilidad esperada de los activos financieros (Muro, 2017). La teoría moderna de carteras fue desarrollada por Harry Markowitz, considerado el padre de este sector de investigación en la década de 1950 y esta representa un avance significativo en el campo de la estimación de rentabilidad en las finanzas corporativas además de en la gestión de inversiones. Esta teoría aborda la toma de decisiones frente a la optimización de la relación de riesgo-retorno en una cartera. Esta teoría transformó la forma en la que los inversores gestionan y comprenden sus activos financieros y llegó a recibir un premio Nobel por sus avances en esta área (Elton & Gruber, 1997).

La esencia de la teoría de Markowitz reside en la idea de que los inversores no buscan solamente maximizar sus rendimientos, sino también minimizar riesgos asociados con sus inversiones. La compensación entre el riesgo y el retorno se refiere a que un inversor solo mantendrá un activo con riesgo en su cartera siempre que el retorno sea lo suficientemente alto para compensar el riesgo que conlleva (Markowitz, 1952). Es importante notar que la compensación entre el retorno y el riesgo solo apunta a la posibilidad de retornos más altos, pero no los garantiza.

Markowitz utiliza tres factores en su valoración del portafolio: el retorno, el riesgo y la correlación de retornos. El retorno esperado se calcula a partir del rendimiento histórico del activo y se define como la media de la distribución de probabilidad de los posibles retornos (Elton & Gruber, 1997). Es importante notar que el horizonte temporal óptimo es de dos a cinco años, mejorando la veracidad de los datos con periodos mayores siempre y cuando no haya habido cambios sustanciales en los factores externos de las empresas analizadas, por ejemplo, crisis o fusiones (Reilly & Brown, 2011).

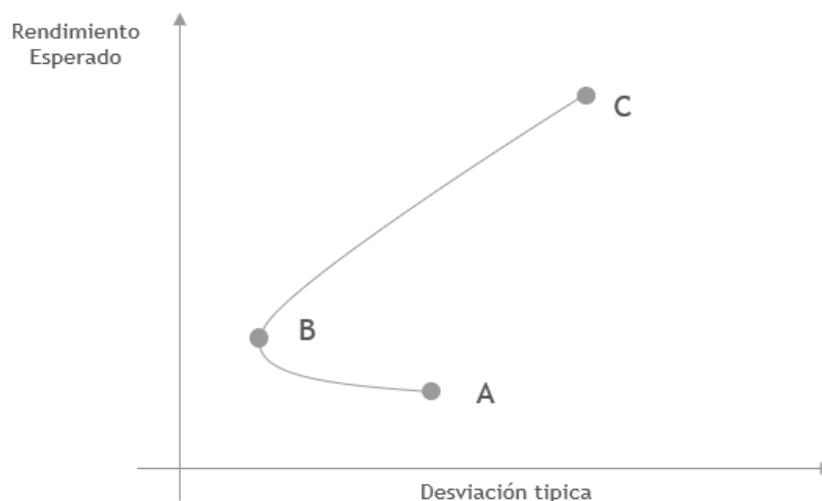
Por otro lado, el riesgo representa la probabilidad de que un retorno sea distinto al retorno esperado, también conocido en este ámbito como la volatilidad. La varianza mide la volatilidad, por lo que cuanto mayor sea la varianza mayor riesgo conlleva el activo (Mangram, 2013). La varianza de una cartera siempre es más baja que la media ponderada de los activos que conlleva, esto se debe a que cuando una cartera está

compuesta de varios activos, los activos que pierden valor pueden ser compensados por aquellos que aumentan en valor, reduciendo así la varianza total y con ello el riesgo (Elton & Gruber, 1997).

El tercer factor, relacionado con esta reducción de varianza, se centra en la correlación de los activos teniendo en cuenta la covarianza entre ellos además de la correlación. La covarianza es el estadístico que muestra la interrelación entre los retornos de varios activos y de acuerdo con Markowitz es necesario no invertir en activos con covarianzas altas entre ellos. Por otro lado, cuanto mayor sea la proporción de activos no correlacionados, mayor será la reducción del riesgo (Rehnby, 2016).

Esta teoría lleva a la noción de la frontera eficiente, que describe todas las combinaciones posibles de activos que ofrecen el máximo rendimiento para un nivel dado de riesgo, o viceversa. Esta frontera eficiente muestra cómo los inversores pueden alcanzar diferentes niveles de rendimiento optimizando la composición de sus carteras (Schulmerich, 2013). En otras palabras, las carteras eficientes son aquellas que maximizan el retorno para un determinado riesgo, o minimizan el riesgo para un determinado retorno. Todas las carteras que están por debajo de la cartera de mínima varianza no son consideradas eficientes (Omisore et al., 2012).

Figura 1: Frontera eficiente de Markowitz:



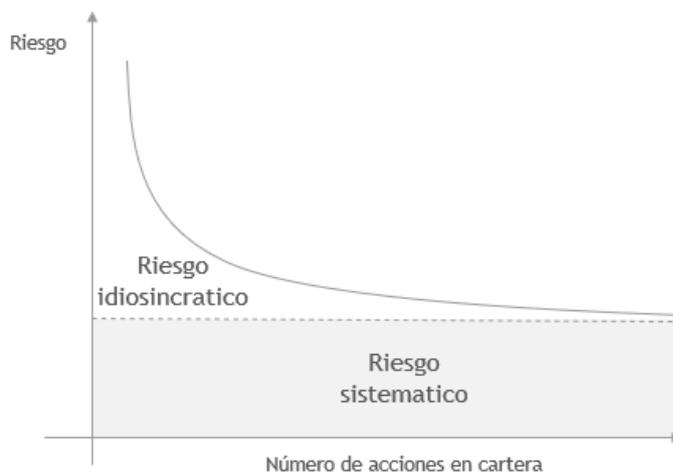
Fuente: Elaboración propia, inspirado en Markowitz (1952)

En el gráfico anterior, se puede observar que el punto C, representa una cartera con un retorno elevado conllevando el riesgo mínimo para este retorno. Por otro lado, el punto B representa la cartera de mínima varianza, es decir la cartera con menor riesgo. La selección de la cartera dependerá de la aversión al riesgo de cada inversor (Mangram, 2013).

La diversificación eficiente que introdujo Sharpe (1964), se centra en este tercer factor de la correlación de activos, animando a los inversores a observar su cartera como un conjunto de activos interrelacionados. La diversificación es la idea de la reducción del riesgo a través del uso y tenencia de diferentes activos en la cartera. Estos activos deben reaccionar de manera distinta a los eventos del mercado, para así obtener una reducción del riesgo que a la vez no conlleve una reducción del retorno. De esta manera si la correlación entre ellos es imperfecta, existirá un efecto de diversificación reduciendo así la varianza de la cartera sin reducir el retorno esperado.

Sin embargo, de acuerdo con Sharpe (1964), no todo el riesgo puede ser eliminado a través de la diversificación. Se discute que existen dos tipos de riesgo: el riesgo sistemático y el riesgo idiosincrático. El riesgo sistemático se refiere a aquel que no puede ser eliminado ni reducido ya que proviene de factores externos como por ejemplo una recesión o inflación y por lo cual afecta a la mayoría de las compañías. Por lo tanto, la diversificación tan solo puede reducir el riesgo idiosincrático que proviene de factores que afectan únicamente a esa empresa o industria específica.

Figura 2: El riesgo sistemático e idiosincrático de Sharpe (1964)



Fuente: Elaboración propia, inspirada en Sharpe (1964)

La teoría moderna de carteras crea una primera corriente de pensamiento sobre la diversificación y optimización de carteras, que posteriormente se ha desarrollado mejorando sus limitaciones.

2.2. El Modelo CAPM

En base a la teoría moderna de carteras se desarrolló el modelo de valoración de activos de capital también conocido como el Capital Asset Pricing Model (CAPM). Este modelo es comúnmente utilizado y tiene como objetivo explicar la relación entre la rentabilidad y el riesgo que conlleva un activo dentro de un mercado eficiente. Fue desarrollado durante la década de 1960 por cuatro economistas: Jack Treynor, William Sharpe, John Litner y Jan Mossin (Perold, 2004) y se convirtió en el punto de referencia para todos los modelos de valoración de activos financieros, el cual dio pie posteriormente al desarrollo de versiones más amplias del modelo cubriendo las limitaciones de este (Kumar et al., 2023).

Se utiliza ampliamente para determinar la presupuestación de capital, para la gestión de carteras y la evaluación del desempeño de estas (Da et al., 2012). Esto se debe a su lógica simple y a las predicciones intuitivas que realiza sobre la medición de riesgos y la relación de estos con el rendimiento esperado (Graham & Harvey, 2001). El modelo CAPM proporciona un método para evaluar el riesgo de los flujos de caja de un proyecto y estimar la relación entre el riesgo de este y el costo de capital. Esto les permite evaluar los proyectos de manera efectiva y tomar decisiones frente a la inversión en ellos. Además, ayuda a los administradores a llevar un uso más eficiente de los recursos de su empresa ofreciendo conocimiento sobre el comportamiento de los inversores frente a las posibles oportunidades de inversión.

En efecto ha sido un método ampliamente utilizado tanto en el ámbito académico como en el empresarial. El 75% de los profesores recomiendan usar el CAPM con el objetivo de estimar el costo de capital para la presupuestación de este (Da et al., 2012). Además, existen evidencias del crecimiento sostenido en la investigación de este modelo desde su desarrollo, extendiéndose a temas como el mercado inmobiliario o energías renovables, demostrando alta flexibilidad para adaptarse a diferentes sectores o países aplicando también el modelo a economías de países emergentes (Kumar et al., 2023). A

nivel empresarial, la encuesta realizada por Graham y Harvey (2001) demuestra que el 74% de los directores financieros aseguraban utilizar este método de valoración en sus proyectos.

2.2.1. Desarrollo del modelo

El modelo se basa en una serie de hipótesis que simplifican el mundo real para poder alcanzar una relación entre riesgo y retorno. Como explica Mangram (2013), entre ellas asume que en el mercado se negocian activos con riesgo y tan solo hay un activo libre de riesgo el cual está disponible para todos los inversores, lo que significa que estos pueden prestar y tomar prestado libremente a esta tasa. Adicionalmente, se considera que estos inversores tienen acceso a las mismas oportunidades de inversión y a toda la información disponible, pero no tienen capacidad de influir sobre el precio de los activos. Además, la hipótesis de no saturación asume que estos inversores son reacios al riesgo y racionales, por lo que se asume que evalúan sus carteras de inversión maximizando el beneficio asumiendo el menor riesgo posible.

Por otro lado, se asume que los activos negociados en el mercado son infinitamente divisibles y en el mercado no existen costes de transacción, así como efectos de impuestos. El horizonte temporal del modelo es de un año (Graham & Harvey, 2001).

Estas hipótesis simplifican e idealizan el mercado real con el propósito de simplificar el CAPM y determinar el Sharpe ratio más alto para todos los inversores (Van Horne, 2002). Bajo estas suposiciones, todos los inversores mantendrán en su cartera la misma proporción de activos relativa al riesgo deseado. En este modelo, se entiende como riesgo únicamente el riesgo sistemático, asumiendo que el riesgo idiosincrático se puede eliminar gracias a la diversificación de la cartera (Sharpe, 1964).

El modelo CAPM introduce el factor de la tasa libre de riesgo en la frontera eficiente de Markowitz. Para obtener las carteras eficientes, se crea la tangente a la frontera eficiente en el punto M desde la tasa libre de riesgo. Esta línea se conoce como Capital Market Line (CML). El punto M se considera la cartera de mercado que, debido a las suposiciones mencionadas previamente, todos los inversores poseen por la homogeneidad de expectativas. (Perold, 2004). Esta recta se expresa como:

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \times \sigma_p$$

Para obtener la relación entre el rendimiento y el riesgo de un activo individual, se extrapola este modelo que considera el rendimiento de la cartera de mercado M y el mercado eficiente mencionado previamente, por lo que el rendimiento esperado por cualquier activo se calcula de la siguiente manera:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(R_m - R_f)$$

La rentabilidad del activo ($E(R_i)$) se expresa en función de la tasa libre de riesgo (R_f), la prima del mercado determinado ($R_M - R_f$) y el coeficiente beta del activo. La ecuación de beta es la siguiente:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

La beta representa el riesgo sistemático con respecto a la cartera de mercado, y es el cociente entre la covarianza del activo entre la varianza de la cartera del mercado (Van Horne, 2002). En el caso de que este coeficiente tenga un valor de uno, el retorno del activo será proporcionalmente igual al retorno del mercado. Sin embargo, si una beta es mayor a uno el activo conlleva más riesgo que la cartera del mercado por lo tanto reaccionará de manera más agresiva a cambios en el mercado. En el caso de que una beta se encuentre entre 0 y 1 se considera una inversión defensiva ya que tiene menor riesgo que el mercado y este reaccionará con menor intensidad a cambios en el mercado. La beta tomará valor de cero cuando la covarianza sea 0, por ejemplo, cuando el activo sea libre de riesgo. Por último, en caso de que la beta tome un valor negativo la correlación del activo con el mercado es negativa y se considera un activo refugio (Martinez et al., 2013).

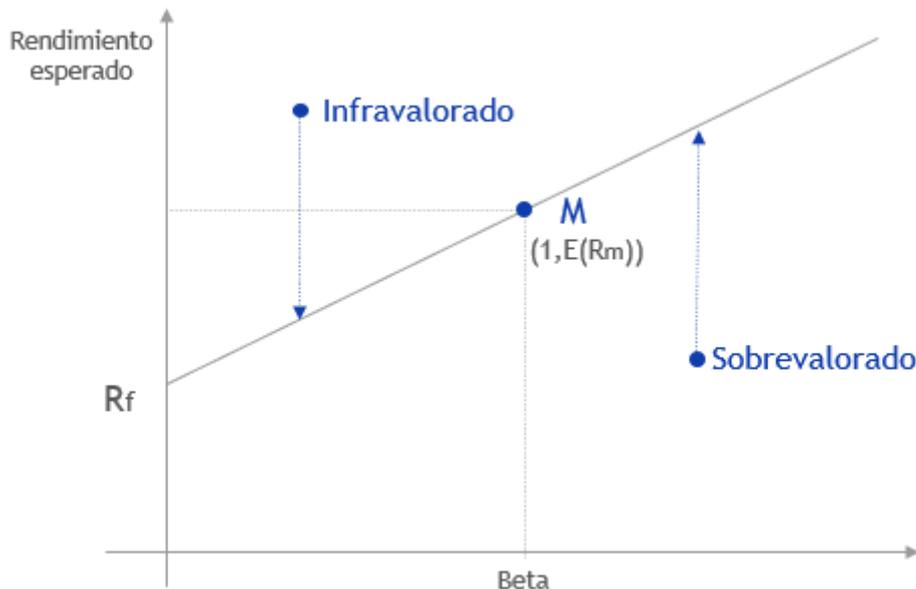
2.2.2. Security Market Line (SML)

La Security Market Line es una representación gráfica de esta relación, la cual es una línea recta que cruza el eje vertical en la tasa libre de riesgo (r_f). Esta línea utiliza el mercado como punto de referencia, teniendo un valor de beta de 1 y asumiendo el riesgo

sistemático como riesgo único de la cartera o un activo. De esta manera, la SML representa la relación entre el riesgo sistemático (beta) y la rentabilidad de la cartera mientras que la CML incluye todo el riesgo (Finch et al., 2011).

Los activos que se encuentren en la línea estarían correctamente valorados en un mercado completamente eficiente mientras que aquellos por encima de la línea estarían infravalorados y todos aquellos por debajo de la línea serían sobrevalorados. Aquellos activos por encima de la línea serán activos atractivos ya que recibirán rendimientos superiores a los correspondientes por su riesgo. Debido a la alta demanda de estos, el precio del activo subirá hasta que se ajuste el rendimiento al correspondiente riesgo que conlleva el activo, es decir hasta que este se encuentre en la línea. Por otro lado, aquellos activos que se encuentren debajo de la línea conllevan mayor riesgo al rendimiento recibido por ellos, siendo menos atractivos para el mercado. Estos también irán adaptando su precio de tal manera que se posicionan en la SML (Reilly & Brown, 2012).

Figura 3: Security Market Line



Fuente: Elaboración propia

En el modelo CAPM no se contemplan estas carteras que no se encuentran en la línea de mercado de valores o SML ya que todos los activos tienen un rendimiento esperado dependiendo de su beta y su riesgo sistemático.

2.2.3. Limitaciones del Modelo CAPM

Este modelo ha recibido muchas críticas debido a la cantidad de hipótesis que se asumen ya que estas distan del mundo real. Estas hipótesis han sido consideradas demasiado simples para obtener una aproximación realista.

El modelo se apoya en los rendimientos históricos de los activos, este comportamiento pasado tiene un fuerte peso en la predicción del comportamiento futuro (Van Horne, 2002). Además, mientras que el modelo CAPM asume que los inversores tienen expectativas homogéneas y todos mantienen la misma cartera de mercado, en la práctica esto no ocurre. Estos inversores según el modelo podían tomar y prestar cantidades ilimitadas del activo libre de riesgo sin coste, sin embargo, deben incurrir en intereses para pedir prestado (Reilly & Brown, 2012). Otros costes que se asumen nulos son los costes de transacción lo que en el modelo conlleva asumir que los inversores venden y compran estos activos hasta corregir su precio. Sin embargo, los inversores en la práctica incurrir en costes por lo que no todos los precios se verán corregidos. Estos costes también ponen un límite a la diversificación, ya que en algún momento los costes de transacción superaran a los beneficios de la diversificación (Van Horne, 2022).

Además, aun habiendo consenso en el uso de letras del tesoro para la tasa libre de riesgo, sigue habiendo debate acerca de la madurez de este activo para poder utilizarlo. Este activo es utilizado en el modelo como activo libre de riesgo, aunque sea cierto que la probabilidad de impago es muy baja, el rendimiento no está garantizado debido a una inflación potencialmente mayor al rendimiento del activo (Van Horne, 2022). Por otro lado, la prima de riesgo de mercado está relacionada con los tipos de interés y los ciclos económicos. Por lo general, esta prima está correlacionada negativamente con los tipos de interés, es decir, cuando los tipos son bajos la prima es mayor. Por otro lado, Roll (1977) criticó el modelo dado que en la realidad no se conoce la cartera de mercado y esta no es observable puesto que debería estar compuesta por todos los activos de la economía en la misma proporción que existen en la misma.

La gran cantidad de estimaciones es una de las causas principales de las limitaciones de este modelo. El cálculo de la beta depende en gran medida al índice de referencia que se utilice o del periodo en el que se calcule. Por ello, las betas cambian de

manera considerable diariamente. De hecho, muchas investigaciones empíricas muestran la beta como una variable poco explicativa del riesgo de un activo financiero. En efecto, Fama y French (1993) concluyeron que se necesitaban variables adicionales como el tamaño y el ratio book-to-market que se desarrollarán más adelante.

2.3. Otros modelos clásicos de valoración

En base a las múltiples limitaciones explicadas previamente, se desarrollaron otros modelos tratando de abordar estas limitaciones. Entre ellos los más conocidos son el modelo de tres factores de Fama y French, así como el modelo de cuatro factores de Carhart.

2.3.1 Modelo de Fama y French (3 factores)

El modelo Fama & French es una extensión del modelo CAPM, tratando de abordar las limitaciones de este modelo. Tras comprobar que los retornos de las acciones americanas mostraban poca relación con la beta, Eugene Fama y Kenneth French (1992) realizaron una investigación empírica, “The Cross-Section of Expected Stock Returns” que mostraba que otros factores parecen explicar mejor los retornos medios de esta muestra, añadiendo así dos factores al modelo clásico: el tamaño de capitalización y ratio de precio/valor contable.

En esta investigación observaron el mercado estadounidense en la segunda mitad del siglo veinte, en específico los índices NYSE, Amex y NASDAQ en el periodo de 1963 hasta 1990 (Fama & French, 1992). Construyeron la base de datos de tal manera que las carteras estuvieran formadas por empresas de tamaños distintos además de valores variados, excluyendo todas aquellas empresas financieras debido a su estructura de capital con alto apalancamiento. Para ello se clasificaron las empresas de la muestra según su tamaño (pequeña o grande) y según su valor (alto - incluyendo el top 30%, neutral - incluyendo el 40% medio o bajo - incluyendo el 30% menor) (Medarde, 2014).

El cruce de estos cinco grupos construye seis carteras de la siguiente manera (Martínez, 2021):

1. PA: Pequeña capitalización y alto ratio book to market
2. PM: Pequeña capitalización y medio ratio book to market
3. PB: Pequeña capitalización y bajo ratio book to market

4. GA: Gran capitalización y alto ratio book to market
5. GM: Gran capitalización y medio ratio book to market
6. GB: Gran capitalización y bajo ratio book to market

En base a estas seis carteras se construyen las variables de tamaño y valor. Este modelo explica el rendimiento en base a tres factores: la prima de riesgo, el tamaño de la empresa y el valor de la empresa (Fama & French, 1992).

- a) La prima de riesgo: Variable heredada del modelo CAPM, se calcula como la diferencia de rentabilidad de la cartera del mercado con respecto a la tasa libre de riesgo ($RM - R_f$)
- b) El tamaño (cartera SMB - Small minus Big): Se calcula como la diferencia entre la rentabilidad media de tres carteras de pequeña capitalización (PA, PM y PB) contra la rentabilidad media de tres carteras compuestas de empresas con gran capitalización (GA, GM y GB).

$$SMB = \frac{1}{3} (PA + PM + PB) - \frac{1}{3} (GA + GM + GB)$$

De esta manera, el SMB refleja el efecto directo del tamaño de la empresa sin influencias de otros factores como el book-to-market de la empresa.

- c) El valor (cartera HML - High minus Low): Se calcula como la rentabilidad media de dos carteras con un alto ratio book to market (PA y GA) menos la rentabilidad media de dos carteras con un bajo ratio book to market (PB y GB). El ratio book-to-market se calcula como el valor patrimonial de la empresa entre el valor de mercado. Esta variable también es conocida como HML (High minus Low).

$$HML = \frac{1}{2} (PA + GA) - \frac{1}{2} (PB + GB)$$

El estudio de Fama y French (1992) demostró que las empresas pequeñas tienen una rentabilidad mayor que las de mayor capitalización, es decir que existe una relación negativa entre el tamaño y el rendimiento medio. Los retornos medios mensuales de esta

cartera, la cartera SMB, son de 0,27%, es decir las empresas pequeñas obtienen 0,27% más de rentabilidad mensual sobre las empresas clasificadas como capitalización grande. Por otro lado, el estudio demostró que las empresas con alto ratio book-to-market, es decir con un valor patrimonial alto vs. su valor de mercado, son más rentables teniendo una prima de 0,40%. Esto indica que los retornos medios mensuales de la cartera HML son aproximadamente de 0,40%.

Tras haber calculado las dos variables adicionales del modelo, Fama y French concluyeron la siguiente fórmula para realizar una estimación de la rentabilidad de una cartera:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + \beta_1(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_2SMB_t + \beta_3HML_t + e_{it}$$

En esta ecuación R_{it} representa la rentabilidad esperada del activo i en el periodo t . Por otro lado, R_{ft} representa la tasa del activo libre de riesgo por lo que $R_{mt} - R_{ft}$ representa la prima de riesgo del mercado. Por otro lado, a_i es equivalente a 0 para todos los activos y e_{it} es el residuo de media cero. Este modelo introduce SMB que representa la rentabilidad adicional de activos pequeños vs. activos grandes y la variable HML que representa la rentabilidad adicional de carteras con book-to-ratio alto. Por último, las betas representan el efecto de cada una de estas variables en la rentabilidad de dicho activo i .

2.3.2 Modelo Carhart

El modelo de cuatro factores se desarrolló en base al mencionado anteriormente modelo de tres factores Fama & French (1992). Mark Carhart en su modelo propuesto en 1997 para evaluar fondos, en el que introdujo un factor adicional basado en el estudio de Jegadeesh y Titman en 1993 (Rehby, 2016). Este cuarto factor es conocido como “Winners minus Losers” (WML) y captura el efecto de momentum de las acciones. WML representa la tendencia de un desempeño continuado durante varios meses y mide la diferencia en rendimiento entre aquellos activos de mejor desempeño (ganadores), el top 30%, y aquellos que han tenido un peor rendimiento, es decir los perdedores, representados por el último 30%. El horizonte temporal para medir este factor suele ser el periodo anterior de un año.

Esta nueva variable completa el modelo de Fama & French explicando una parte de variabilidad que no era capturada con los tres factores originales. La fórmula completa del modelo de cuatro factores de Carhart se expresa con la siguiente fórmula:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + \beta_1(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_2SMB_t + \beta_3HML_t + \beta_4WML_t + e_{it}$$

3. La valoración automatizada

Como respuesta al desafío que presentan los métodos tradicionales y sus limitaciones, además de los fallos que han supuesto desde la crisis financiera de 2008, ha surgido una creciente rama de investigación con el objetivo de encontrar alternativas a estos métodos enfocada en el ámbito del aprendizaje automático y su potencial para alcanzar rendimientos de inversión notables (Feng et al., 2019). Esta tendencia forma parte de los avances de la tecnología financiera, también conocido como *fintech*, donde se busca emplear estas tecnologías para detectar patrones en los movimientos de precio y construir sistemas de inversión que superen a la capacidad humana. La Asociación de Finanzas Americana (AFA) ha impulsado esta integración de tecnologías avanzadas en el ámbito financiero (Ferrer et al., 2022).

Dentro de los amplios usos de esta tecnología, la aplicación de estos métodos en el área financiera se ha centrado principalmente en el pronóstico de precios. Ozbayoglu et al. (2020) confirma que la mayor parte de la inteligencia computacional está dedicada a la predicción de series temporales financieras. Este enfoque está alineado con los esfuerzos para superar las limitaciones analíticas utilizando modelos más desarrollados como redes neuronales y otros algoritmos de *machine learning*. Las ventajas del uso del aprendizaje automatizado explicadas por Gu et al. (2020), se centran en la moderación de sobreajustes, la capacidad para manejar grandes cantidades de predictores de maneras más funcionales y flexibles y la capacidad de encontrar en estos datos patrones complejos. Estos patrones podrían pasar desapercibidos mediante técnicas tradicionales.

Otros autores como Henrique et al. (2019) en su revisión de la literatura “Técnicas de *machine learning* aplicadas a predicción de mercados financieros” resalta el uso creciente de técnicas como máquina de vectores de soporte (SVM) o redes neuronales. Xing et al. (2018) sugiere adicionalmente que los modelos híbridos, incluyendo en estos modelos el análisis de sentimiento y lenguaje natural, mejoran aún más la precisión de los modelos y la efectividad de las inversiones.

Sin embargo, incluso estos modelos tienen ciertas limitaciones. Arnott et al. (2019) advierte sobre la influencia de las percepciones y acciones de los inversores en los mercados financieros. Esto implica que, a diferencia de otras disciplinas, los resultados

de estos modelos pueden alterar el comportamiento del mercado debido a su susceptibilidad. Esto puede afectar las condiciones futuras de mercado de tal manera que las predicciones originales se vuelven inválidas. Otras de las limitaciones encontradas en el desarrollo de estos modelos son las bases de datos estructurados, ya que todavía no existe una base de datos común que utilice en estos modelos, lo cual conlleva mayor tiempo invertido en el procesamiento de datos y diferencias en las investigaciones (Ferrer et al., 2022).

En este trabajo, nos centraremos en tres modelos predictivos para predecir el retorno de las acciones del IBEX 35 durante el año 2023, comparando estos resultados con el retorno esperado según el modelo tradicional CAPM.

4. Metodología

4.1. Modelos de machine learning desarrollados

Para el próximo análisis, se utilizan modelos de aprendizaje supervisado. El aprendizaje supervisado se caracteriza por el uso de algoritmos que a través de la introducción de unos datos de entrada (input) pueden llegar a mapear o predecir resultados de salida (output), basándose en datos previamente etiquetados. A diferencia del aprendizaje no supervisado, el aprendizaje supervisado requiere asistencia externa para la clasificación y predicción de los datos, ya que opera bajo la supervisión de las etiquetas proporcionadas (Mahesh, 2018).

Los datos en estos modelos deben estar divididos en dos conjuntos: el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba. Estos algoritmos construyen una función a partir del conjunto de entrenamiento, el cual ya está clasificado, permitiendo el aprendizaje por parte del modelo de los patrones en este set de datos. Tras crear esta función, se aplica al conjunto de prueba de tal manera que sirve para evaluar la capacidad predictiva y eficiencia del modelo (Lilian & Sandoval, 2017).

Existen dos tipos de algoritmos de aprendizaje supervisado: algoritmos de clasificación y algoritmos de regresión. Los algoritmos de clasificación identifican la categoría del elemento de estudio en base a las variables proporcionadas. Por otro lado, los algoritmos de regresión devuelven un valor específico en base a estas mismas variables proporcionadas (Lilian & Sandoval, 2017). En este trabajo, utilizaremos algoritmos de regresión con el objetivo de predecir el retorno de las acciones.

Algunos de los algoritmos más conocidos del aprendizaje supervisado son regresión lineal, K-Vecinos más cercanos (KNN), arboles de decisión y redes neuronales (Mahesh, 2018). En esta investigación, nos centraremos en tres algoritmos: regresión lineal múltiple, redes neuronales y Support vector machine (SVM)

4.1.1. Regresión lineal múltiple

La regresión lineal múltiple es una extensión del modelo de regresión lineal simple y es el modelo de predicción más comúnmente utilizado (Maulud & Abdulazeez,

2020). Este modelo tiene el objetivo de encontrar la relación entre una variable dependiente y múltiples variables independientes, devolviendo una fórmula expresada de la siguiente manera:

$$y = a + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_n x_n + e$$

En esta fórmula, y representa la variable dependiente mientras que x_n representan las variables independientes. Al igual que en el CAPM, α , representa la intersección con el eje y y e representa el error. Por último, las betas (β) representan los coeficientes de las variables independientes. Estas betas muestran cómo reacciona la variable dependiente a cada una de las variables independientes (Kavitha et al., 2016).

El objetivo de la regresión lineal múltiple es encontrar los valores de estas betas que minimicen el MSPE. Esta métrica representa la suma de los errores cuadráticos entre los valores observados y los predichos por la fórmula. El modelo automáticamente devuelve estos valores de beta que minimizan el error. Para evaluar el modelo, se utiliza la métrica R^2 , conocida como el coeficiente de determinación. Este indica la proporción de varianza de la variable dependiente que es explicada por las variables independientes del modelo. Además, existen otras métricas como el error absoluto medio (MAE) o el RMSE que evalúan también la precisión del modelo (Maulud & Abdulazeez, 2020).

Aun teniendo sus limitaciones, este modelo es útil cuando se busca entender el efecto de cada una de las variables independientes en la variable dependiente, permitiendo así realizar predicciones más precisas con el impacto combinado de estas variables.

4.1.2. Redes neuronales

El modelo de redes neuronales, también conocido como RNA, es un modelo inspirado en las redes neuronales biológicas. Las redes neuronales están compuestas por un conjunto de elementos simples de procesamiento conocidas como neuronas, las cuales están conectadas entre sí por conexiones con un valor numérico que representa el peso de esa conexión, dichos pesos se optimizan y ajustan durante el entrenamiento para minimizar el error de predicción. La actividad de cada neurona se calcula sumando todos

los pesos de dichas conexiones, comparando esta suma con el valor umbral se activa o desactiva la salida de la neurona (Morera, 2018).

Las neuronas se organizan en capas: la capa de entrada, las capas ocultas y la capa de salida. La capa de entrada recibe los datos, mientras que las capas ocultas son aquellas que procesan estos datos a través de neuronas interconectadas y finalmente los datos de salida con el resultado final de la red (Menacho , 2014).

Las redes neuronales con capas ocultas tienen como ventaja la capacidad para identificar y modelar relaciones no lineales entre las variables de entrada y la salida proporcionando mayor precisión a modelos complejos de predicción (Morera, 2018). Sin embargo, estos modelos suelen necesitar grandes cantidades de datos y una capacidad computacional alta. Además, existe riesgo de sobreajuste si se introducen demasiadas neuronas.

En este caso, se utiliza el perceptrón multicapa con una sola capa oculta que contiene 3 neuronas. Este tipo de red neuronal captura relaciones no lineales en los datos gracias a la incorporación de la capa oculta, mientras que la función de activación de la capa de salida es lineal. La capa de entrada recibe los valores del retorno de mercado y de la tasa libre de riesgo y la capa de salida devuelve la predicción del retorno de dichas acciones.

4.1.3. Regresión con máquinas de soporte vectorial

El modelo de regresión con máquinas de soporte vectorial (SVR) es una extensión de las máquinas de soporte vectorial enfocado en la regresión. El objetivo de este modelo es encontrar una función que minimice la desviación de los valores observados, equilibrando la generalización y la complejidad del modelo. Para ello, el modelo define un margen de tolerancia dentro del cual los errores son aceptables y minimiza las distancias de los puntos que caen fuera de este margen (Awad & Khanna, 2015).

La SVR identifica relaciones no lineales entre las variables predictoras y la variable objetivo mediante el uso de kernels (Kavitha et al., 2016). Estos transforman los datos de tal manera que se puedan encontrar patrones que optimicen la función de

predicción, minimizando la función de pérdida que considera tanto el error de predicción como la penalización por la complejidad del modelo. Esta es una de las mayores ventajas de este modelo ya que a pesar de contar con la capacidad para detectar relaciones complejas, penaliza esta complejidad para no incurrir en sobreajuste (Awad & Khanna, 2015).

4.2. Desarrollo del modelo

4.2.1 Recopilación de datos

Con el objetivo de comparar la eficiencia predictiva entre el modelo de precios de activos de capital (CAPM) y los modelos de valoración automatizada utilizando machine learning, es crucial recopilar un conjunto de datos adecuado y representativo.

En este estudio, se utilizan las 35 empresas del IBEX 35 durante el año 2023 para entrenar y testar estos modelos y compararlos con el modelo tradicional CAPM. Los datos de estas acciones se extraen de Yahoo Finance a través de sus códigos ticker y la librería “quantmod” en R. Esta librería permite extraer los datos diarios para cada acción incluyendo variables como volumen, precio de apertura, precio de cierre, máximos y mínimos. Adicionalmente, se utilizan las librerías PerformanceAnalytics, dplyr y tidyr. El próximo código se utiliza para extraer estos datos:

```
#Extracción de datos
```

```
empresas_ibex35 <- c("ACX.MC", "ACS.MC", "AENA.MC", "ALM.MC", "AMS.MC",  
"ANA.MC", "ANE.MC", "BBVA.MC", "BKT.MC", "CABK.MC", "CLNX.MC", "CIE.MC",  
"COL.MC", "ELE.MC", "ENG.MC", "FER.MC", "GRF.MC", "IAG.MC", "IBE.MC", "IDR.MC",  
"ITX.MC", "MAP.MC", "MEL.MC", "MTS.MC", "NTGY.MC", "PHM.MC", "RED.MC",  
"REP.MC", "ROVI.MC", "SAB.MC", "SAN.MC", "SLR.MC", "TEF.MC",  
"VIS.MC", "ENR.F")
```

```
start_date <- "2023-01-01"  
end_date <- "2023-12-31"
```

```
datos_empresas <- list()
```

```
for (empresa in empresas_ibex35) {  
  tryCatch({ datos_empresas[[empresa]] <- Ad(getSymbols(empresa, src = "yahoo", from  
= start_date, to = end_date, auto.assign = FALSE))}, error = function(e) {cat("Error al  
descargar datos para:", empresa, "\n")}})
```

```
#Base de datos
```

```
precios_cierre <- do.call(merge, datos_empresas)  
colnames(precios_cierre) <- names(datos_empresas)
```

Este código permite crear una base de datos con los precios de cierre ajustados de todas las empresas analizadas, estructurada de manera que cada columna representa una empresa y cada fila representa un día dentro del horizonte temporal definido, es decir 2023.

Adicionalmente, se extraen los datos del índice de mercado, en este caso el IBEX 35, así como la tasa libre de riesgo utilizando la tasa de interés a largo plazo publicada por la FRED (Federal Reserve Economic Data) que representa el rendimiento de los bonos de gobierno a 10 años.

```
getSymbols("^IBEX", src = "yahoo", from = start_date, to = end_date)  
getSymbols("IRLTLT01ESM156N", src = "FRED", from = start_date, to = end_date)
```

Tras recopilar los precios de las acciones, se calcula los retornos mensuales de cada acción, así como los del mercado y la tasa libre de riesgo mensual con las siguientes formulas:

```
retornos_diarios <- Return.calculate(precios_cierre, method = "log")  
retornos_diarios <- na.omit(retornos_diarios)  
retornos_mensuales <- apply.monthly(retornos_diarios, function(x)exp(colSums(x)) -  
1)  
retornos_mensuales <- na.omit(retornos_mensuales)  
retornos_mensuales_df <- data.frame(Date = index(retornos_mensuales),  
coredata(retornos_mensuales))  
colnames(retornos_mensuales_df) <- c("Date", names(datos_empresas))  
retornos_mensuales_long <- gather(retornos_mensuales_df, key = "Empresa", value =  
"Retorno", -Date)  
  
market_returns_monthly <- periodReturn(market_prices, period = "monthly", type =  
"log")  
market_returns_monthly <- na.omit(market_returns_monthly)
```

```
market_returns_monthly_df <- data.frame(Date = index(market_returns_monthly),
market_returns = coredata(market_returns_monthly))
```

```
risk_free_rate <- data.frame(Date = index(IRLTLT01ESM156N), rate =
coredata(IRLTLT01ESM156N))
```

```
risk_free_rate_monthly <- risk_free_rate %>%
```

```
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
```

```
group_by(month) %>%
```

```
summarize(monthly_rate = (mean(IRLTLT01ESM156N, na.rm = TRUE)/100)/12)
```

De esta manera, el proceso garantiza que todos los datos estén alineados temporalmente y listos para el análisis unificándolos en una sola base de datos: `df_combinedCAPM`.

```
df_combinedCAPM <- retornos_mensuales_long %>%
```

```
left_join(market_returns_monthly_df, by = "Date") %>%
```

```
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
```

```
left_join(risk_free_rate_monthly, by = "month")
```

4.2.2 Modelo CAPM tradicional

Para el desarrollo del modelo CAPM tradicional, el primer paso es el cálculo de la beta de cada empresa. Se calcula la beta como la covarianza entre la prima de mercado y la prima de cada acción. Tras realizar este cálculo se concatena las betas de cada empresa a la base de datos creada anteriormente.

```
df_combinedCAPM <- df_combinedCAPM %>% mutate(excess_stock_returns = Retorno
- monthly_rate, excess_market_returns = monthly.returns - monthly_rate)
```

```
beta_calculada <- df_combinedCAPM %>% group_by(Empresa) %>%
```

```
summarize(beta_manual = ifelse(n() > 1, cov(excess_stock_returns,
excess_market_returns, use = "complete.obs") / var(excess_market_returns, na.rm =
TRUE), NA))
```

```
beta_manual_df <- as.data.frame(beta_calculada)
```

```
df_combinedCAPM <- retornos_mensuales_long %>%
```

```
left_join(market_returns_monthly_df, by = "Date") %>%
```

```
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
```

```
left_join(risk_free_rate_monthly, by = "month")>%
left_join(beta_manual_df, by = "Empresa")
```

Para el cálculo final de los retornos se utiliza la siguiente formula, que posteriormente se compara con los retornos reales de dichas acciones calculando así los errores predictivos del CAPM que se compararan posteriormente con los errores de modelos automatizados.

```
df_combinedCAPM$retornocapm<-
df_combinedCAPM$monthly_rate+df_combinedCAPM$beta_manual*(df_combinedCAPM$monthly_returns-df_combinedCAPM$monthly_rate)
```

```
errorescapm<-df_combinedCAPM$Retorno-df_combinedCAPM$retornocapm
```

4.2.3 Modelos de valoración automatizada

Para los modelos de machine learning se utilizan únicamente dos variables predictivas: el retorno de mercado y la tasa libre de riesgo. Estas mismas variables son las utilizadas en el modelo CAPM. Esta comparación, muestra la eficiencia predictiva de ambos tipos de manera, de tal manera que la comparativa es directa. Se utilizan las librerías nnet y e1071 son necesarias para los modelos más avanzados, es decir redes neuronales y support vector modelo respectivamente.

En primer lugar, se realiza el corte de los datos en dos conjuntos de datos. El conjunto de entrenamiento está compuesto por el 90% de la totalidad de los datos mientras que el 10% restante, el conjunto de prueba, se utiliza para comprobar la eficiencia del modelo. Esta partición se hace de manera aleatoria utilizando el siguiente código:

```
n<-nrow(df_combinedCAPM2)
TrainIndex<-sample(1:n,n*0.9,replace=FALSE)
Trainingset<-df_combinedCAPM2[TrainIndex,]
TestSet<-df_combinedCAPM2[-TrainIndex,]
```

A continuación, se entrenan los modelos introduciendo el retorno como variable objetivo y las otras variables mencionadas previamente como variables predictivas. Este

modelo se utiliza posteriormente para realizar predicciones sobre el conjunto de prueba, el cual no ha sido utilizado para el entrenamiento. Estas predicciones se comparan con los retornos reales y se calculan los errores. El código a continuación muestra estos pasos para los tres modelos utilizados:

```
# Regresión lineal
modelo_regresion <- lm(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data = Trainingset)
predicciones_regresion <- predict(modelo_regresion, newdata = TestSet)
errores_regresion <- TestSet$Retorno - predicciones_regresion

# Redes neuronales
modelo_nn <- nnet(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data = Trainingset, size
= 3, linout = TRUE)
predicciones_nn <- predict(modelo_nn, newdata = TestSet)
errores_nn <- TestSet$Retorno - predicciones_nn

# Support Vector Machine
modelo_svm <- svm(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data = Trainingset)
predicciones_svm <- predict(modelo_svm, newdata = TestSet)
errores_svm <- TestSet$Retorno - predicciones_svm
```

4.2.4 Métricas de evaluación de modelos

Finalmente, se calculan los errores que permiten comparar la eficiencia predictiva de estos modelos, tanto el modelo clásico como los modelos de aprendizaje automático.

Estas métricas son las siguientes:

- MAE (Mean absolute error): Se calcula como la media de los errores absolutos entre las predicciones y los valores reales. Esta métrica es interpretable y no es sensible a los grandes errores, además todos los errores ponderan lo mismo.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

- RMSE (Root mean squared error): Se calcula como la raíz cuadrada de la media de los errores al cuadrado entre las predicciones y los valores reales. Esta métrica es sensible a grandes errores ya que los penaliza, sin embargo, es interpretable y útil para entender la variabilidad de estos.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

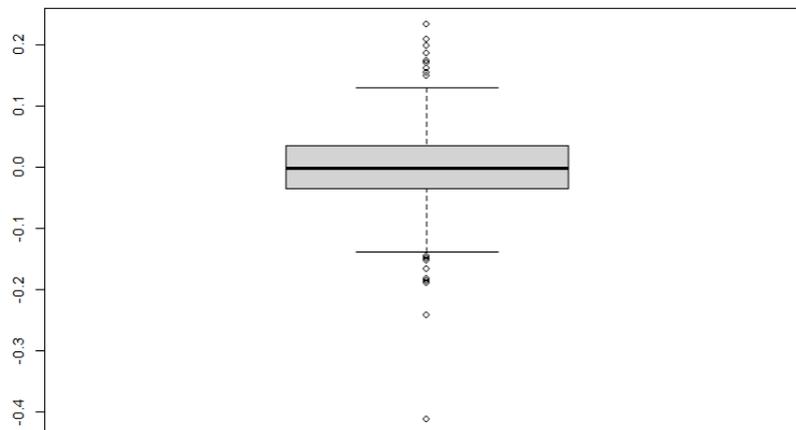
5. Resultados

5.1. Comparativa de errores

Para comparar los errores entre los modelos, se utilizan los gráficos de boxplots para cada uno de los modelos, graficando las diferencias entre las predicciones y valores reales de los retornos de cada una de las empresas del IBEX 35 durante todos los meses de 2023.

En la siguiente figura, se puede observar la gran variabilidad de los errores del modelo tradicional del CAPM. El rango intercuartílico, que contiene el 50% central de los datos, muestra una dispersión relativamente pequeña, indicando que la mayoría de los errores están concentrados cerca de la mediana. Sin embargo, se puede observar que en este modelo existe una gran cantidad de valores atípicos, aquellos que están fuera de los bigotes del boxplot. A través de este grafico se puede observar que el modelo tiene una precisión razonable en el 50% de los casos, pero existe gran cantidad de atípicos con errores significativos. Esto sugiere que el CAPM puede mostrar una precisión aceptable en la mayoría de las predicciones, sin embargo, los numerosos valores atípicos indica fallos y la necesidad de mejoras del modelo.

Figura 4: Errores del CAPM

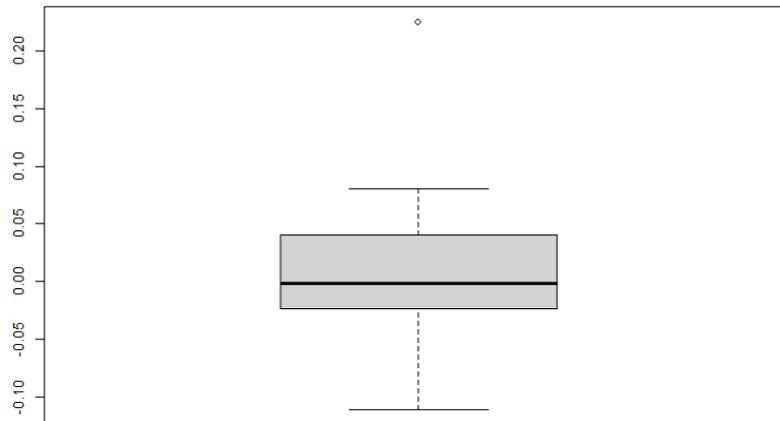


Fuente: Elaboración propia (R Studio)

Por otro lado, la siguiente figura muestra los errores de la regresión lineal. Se puede observar que el rango intercuartílico es menor al de la figura anterior, mostrando que la mayoría de los errores están concentrados cerca de la mediana. Además, se puede

observar que en este modelo solo hay un error atípico, con menor magnitud que en el modelo anterior. Por ello, este modelo presenta mayor precisión y consistencia en las predicciones con solo un valor atípico significativo y un rango intercuartílico menor, es decir con errores más concentrados alrededor de la media.

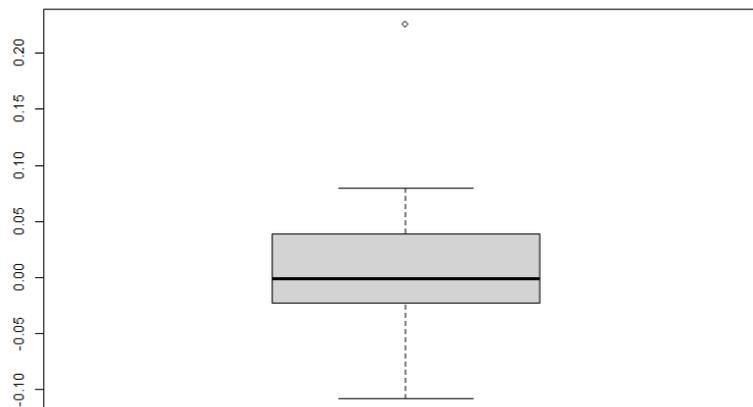
Figura 5: Errores del modelo de regresión lineal



Fuente: Elaboración propia (R Studio)

En el gráfico de la figura 6, mostrando los errores de las redes neuronales, se puede observar una distribución muy similar a aquella de la regresión lineal. El rango intercuartílico es menor a aquel de los errores del CAPM, con un solo atípico. Esto muestra una precisión mayor de este modelo al del CAPM, similar al caso de la regresión lineal.

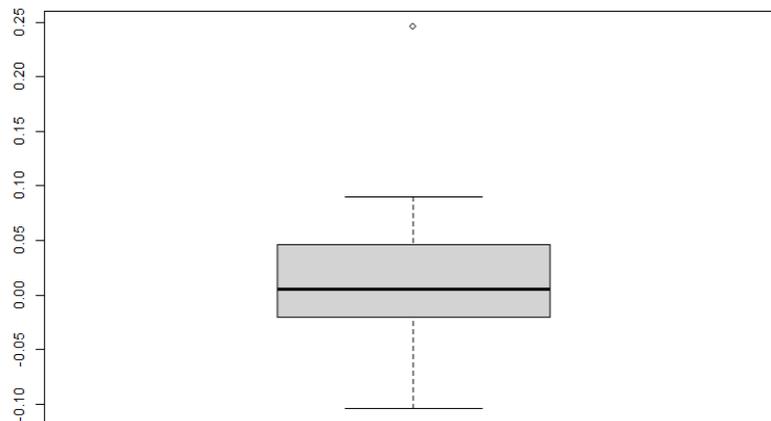
Figura 6: Errores del modelo de redes neuronales



Fuente: Elaboración propia (R Studio)

En este último gráfico, se representan los errores del modelo SVR. Los errores de este modelo son similares a aquellos de los otros dos modelos automatizados. Se puede observar un rango intercuartílico menor a aquel del modelo del CAPM y un único atípico.

Figura 7: Errores del modelo de SVR



Fuente: Elaboración propia (R Studio)

En conclusión, se puede observar que la distribución de errores de los tres modelos de aprendizaje automatizado tiene un rango intercuartílico menor y menos atípicos que la del modelo del CAPM. Esto demuestra que estos tres modelos tienen mayor precisión y estabilidad predictiva. A continuación, se utilizan las métricas de evaluación predictiva entre los modelos para comprobar esta precisión mayor.

5.2. Métricas de precisión

Tras ejecutar estos modelos, y realizar un análisis de los errores de predicción de cada modelo, se comparan las métricas de precisión, es decir el error absoluto medio (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE), para el CAPM y los tres modelos entrenados. En la siguiente tabla, se puede ver las dos métricas utilizadas para evaluar la eficiencia predictiva de cada uno de estos modelos.

Tabla 1: Métricas de evaluación de modelos

Modelo	CAPM	Regresión lineal	Redes neuronales	SVR
MAE	0,467	0,378	0,378	0,416
RSME	0,644	0,548	0,549	0,592

Fuente: Elaboración propia (R Studio)

En términos del error absoluto medio (MAE), podemos observar que los tres modelos automatizados tienen errores menores a aquellos del CAPM. La regresión lineal y el modelo de redes neuronales presentan resultados muy similares con un valor aproximado de 0,378. Estos dos modelos tienen el error más pequeño entre los cuatro, indicando que en términos de error absoluto son aquellos con la precisión más elevada. Por otro lado, el modelo de regresión con máquinas de soporte vectorial (SVR) tiene un error medio absoluto de 0,416, ligeramente superior a los mencionados anteriormente. Esto indica que, a pesar de ser un modelo más complejo, tiene una precisión menor en comparación con la regresión lineal y las redes neuronales. Por último, el modelo CAPM clásico utilizado las betas calculadas manualmente, tiene el mayor error absoluto medio de todos los modelos, el cual equivale a 0,467.

Por otro lado, la raíz del error cuadrático medio (RMSE), muestra la misma tendencia. Los valores de esta métrica para la regresión lineal y las redes neuronales son muy similares, 0,548 y 0,549 respectivamente. Esto muestra nuevamente una precisión comparable y superior frente al resto de modelos. Adicionalmente, el SVR tiene un RMSE de 0,592, algo superior al resto de modelos de aprendizaje automático confirmando un error mayor en sus predicciones y consecuentemente menor eficiencia predictiva. Por último, el RMSE confirma que el modelo CAPM tiene el mayor error con un valor de 0,644, sugiriendo que es el modelo con menor eficiencia predictiva.

En resumen, los modelos de valoración automatizada a través del aprendizaje automático supervisado muestran, a través de valores menores tanto en el error medio absoluto como en la raíz del error cuadrático medio, mayor eficiencia predictiva. En concreto, la regresión lineal y las redes neuronales en el caso de las empresas del IBEX 35 durante el año 2023 muestran mejor precisión en ambas métricas.

6. Conclusión

La investigación realizada se centra en la comparación de la eficiencia predictiva entre los modelos clásicos de valoración de activos y los modelos de aprendizaje automático. Se ha utilizado los modelos del IBEX 35 durante el año 2023 para determinar si los modelos de aprendizaje automático pueden ofrecer una mejora significativa en la predicción de los retornos de activos en comparación con el modelo tradicional CAPM.

Se han desarrollado tres modelos de aprendizaje automático supervisado: la regresión lineal múltiple, redes neuronales y regresión a través de máquinas de soporte vectorial (SVR). Estos modelos se comparan con el modelo CAPM, utilizando como variables predictoras las mismas variables que utiliza este: el retorno de mercado y la tasa libre de riesgo. Las métricas de evaluación utilizadas han sido el error absoluto medio (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE), así como el análisis de los boxplots de los errores de predicción.

Los resultados obtenidos demuestran que los modelos de aprendizaje automático tienen una mayor eficiencia predictiva en comparación con el modelo CAPM. Todos ellos han obtenido un MAE y un RMSE menor al modelo CAPM destacando su capacidad predictiva. En especial, se destaca el modelo de regresión lineal múltiple y el modelo de redes neuronales, los cuales tienen un MAE de 0,378 y un RMSE de 0,548, con una diferencia vs. el CAPM de 0,089 y 0,096 respectivamente.

En conclusión, esta investigación sugiere que los modelos de aprendizaje automático pueden proporcionar una mejora significativa en la predicción de los retornos de los activos. La capacidad de estos modelos para detectar patrones complejos entre variables mejora la eficiencia predictiva. Esto puede proporcionar beneficios para empresas, mejorando la toma de decisiones estratégicas al proporcionar previsiones más precisas sobre el mercado mejorando la asignación de recursos y la gestión del riesgo.

Estos resultados aportan evidencia valiosa sobre el potencial de las técnicas de aprendizaje automático en la valoración de activos, abriendo la puerta a futuras investigaciones y aplicaciones en este ámbito. No solo existe mayor potencial con modelos más complejos si no también añadiendo variables que puedan aportar mayor

eficiencia predictiva a estos modelos o ampliando la base de datos con la que se entrena el modelo. Además, futuras investigaciones podrían incluir variables relacionadas con modelos de aprendizaje automático como el “sentiment analysis” para así introducir las expectativas de los inversores a través del análisis del lenguaje.

7. Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado

ADVERTENCIA: Desde la Universidad consideramos que ChatGPT u otras herramientas similares son herramientas muy útiles en la vida académica, aunque su uso queda siempre bajo la responsabilidad del alumno, puesto que las respuestas que proporciona pueden no ser veraces. En este sentido, NO está permitido su uso en la elaboración del Trabajo fin de Grado para generar código porque estas herramientas no son fiables en esa tarea. Aunque el código funcione, no hay garantías de que metodológicamente sea correcto, y es altamente probable que no lo sea.

Por la presente, yo, María Orue-Echebarria, estudiante de doble grado de E2 + Analytics de la Universidad Pontificia Comillas al presentar mi Trabajo Fin de Grado titulado "La valoración de acciones: un estudio comparativo entre el CAPM y modelos de aprendizaje automático", declaro que he utilizado la herramienta de Inteligencia Artificial Generativa ChatGPT u otras similares de IAG de código sólo en el contexto de las actividades descritas a continuación:

1. **Corrector de estilo literario y de lenguaje:** Para mejorar la calidad lingüística y estilística del texto.
2. **Sintetizador y divulgador de libros complicados:** Para resumir y comprender literatura compleja.
3. **Interpretador de código:** Para realizar análisis de datos preliminares.

Afirmo que toda la información y contenido presentados en este trabajo son producto de mi investigación y esfuerzo individual, excepto donde se ha indicado lo contrario y se han dado los créditos correspondientes (he incluido las referencias adecuadas en el TFG y he explicitado para que se ha usado ChatGPT u otras herramientas similares). Soy consciente de las implicaciones académicas y éticas de presentar un trabajo no original y acepto las consecuencias de cualquier violación a esta declaración.

Fecha: 03/06/2024

Firma: María Orue-Echebarria

8. Bibliografia

- Arnott, R. D., Harvey, C. R., & Markowitz, H. (2018). A Backtesting Protocol in the Era of Machine Learning. *SSRN Electronic Journal*.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.3275654>
- Awad, M., & Khanna, R. (2015). Support Vector Regression. *Efficient Learning Machines*, 67–80. https://doi.org/10.1007/978-1-4302-5990-9_4
- Da, Z., Guo, R.-J., & Jagannathan, R. (2012). CAPM for estimating the cost of equity capital: Interpreting the empirical evidence. *Journal of Financial Economics*, 103(1), 204–220. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2011.08.011>
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11-12), 1743–1759. [https://doi.org/10.1016/s0378-4266\(97\)00048-4](https://doi.org/10.1016/s0378-4266(97)00048-4)
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56.
- Feng, G., Polson, N., & Xu, J. (2021, February 1). *Deep Learning in Characteristics-Sorted Factor Models*. Papers.ssrn.com.
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3243683
- Ferrer, P., Garcia-Garcia, A., Samuel Baixauli-Soler, J., & Schmidt, T. (2022). *A Review on Machine Learning for Asset Management*.
- Finch, J., Fraser, S., & Scheff, S. (2011). Teaching the CAPM in the Introductory Finance Course. *Journal of Economics and Finance Education*, 10(77), 77.
<https://www.economics-finance.org/jefe/fin/10%20-%20Teaching%20the%20CAPM.pdf>

- Graham, J. R., & Harvey, C. R. (2001). The theory and practice of corporate finance: evidence from the field. *Journal of Financial Economics*, 60(2-3), 187–243.
[https://doi.org/10.1016/s0304-405x\(01\)00044-7](https://doi.org/10.1016/s0304-405x(01)00044-7)
- Gu, S., Kelly, B., & Xiu, D. (2018, December 24). *Empirical Asset Pricing via Machine Learning*. www.nber.org. <https://www.nber.org/papers/w25398>
- Henrique, B. M., Sobreiro, V. A., & Kimura, H. (2019). Literature review: Machine learning techniques applied to financial market prediction. *Expert Systems with Applications*, 124, 226–251. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.01.012>
- Kavitha, S., Varuna, S., & Ramya, R. (2016). *A Comparative Analysis on Linear Regression and Support Vector Regression*.
<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=7916627>
- Kumar, S., Kumar, A., Kamred Udham Singh, & Sujit Kumar Patra. (2023). The Six Decades of the Capital Asset Pricing Model: A Research Agenda. *Journal of Risk and Financial Management*, 16(8), 356–356.
<https://doi.org/10.3390/jrfm16080356>
- Lilian, L., & Sandoval, J. (2017). *Machine Learning Algorithms for Analysis and Data Prediction*.
- Mahesh, B. (2018). Machine Learning Algorithms -A Review Machine Learning Algorithms -A Review. *International Journal of Science and Research (IJSR)* *ResearchGate Impact Factor*. <https://doi.org/10.21275/ART20203995>
- Mangram, M. E. (2013). *A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory*. [Ssrn.com. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2147880](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2147880)
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>

- Martinez, C. E., Ledesma, J. S., & Russo, A. O. (2013). *Particularidades del Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM) en Mercados Emergentes*.
<http://fepi.web.unq.edu.ar/wp-content/uploads/sites/39/2014/12/Particularidades-del-Modelo-de-Fijaci%C3%B3n-de-Precios-de-Activos-de-Capital-CAPM-en-Mercados-Emergentes.pdf>
- Martínez, L. I. (2021). *Modelos de valoración de activos financieros aplicados a ICAHN Enterprises*.
<https://repositorio.comillas.edu/jspui/bitstream/11531/47017/2/TFG-Martinez%2c%20Lucila%20Ines.pdf>
- Maulud, D., & Abdulazeez, A. M. (2020). A Review on Linear Regression Comprehensive in Machine Learning. *Journal of Applied Science and Technology Trends*, 1(4), 140–147. <https://doi.org/10.38094/jastt1457>
- McGrattan, E. R., & Jagannathan, R. (1995). The CAPM Debate. *Quarterly Review*, 19(4). <https://doi.org/10.21034/qr.1941>
- Medarde, N. (2014). *El modelo de tres factores de Fama y French aplicado al mercado español*.
<https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/1179/TFM000161.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Menacho, C. (2014). Modelos de regresión lineal con redes neuronales. *Anales Científicos*, 75(2), 253. <https://doi.org/10.21704/ac.v75i2.961>
- Morera, A. (2018). *Introducción a los modelos de redes neuronales artificiales El Perceptrón simple y multicapa*. <https://zaguan.unizar.es/record/69205/files/TAZ-TFG-2018-148.pdf>
- Muro, C. (2017). *Observatorio de Divulgación Financiera “Factor investing”, el nuevo paradigma de la inversión “We want to get paid for taking risk, not pay for it.”*

- https://iefweb.org/wp-content/uploads/2019/01/factor_investing_paradigma_inversion.pdf
- Omisore, I., Yusuf, M., & Christopher, N. (2012). The modern portfolio theory as an investment decision tool. *Journal of Accounting and Taxation*, 4(2).
<https://doi.org/10.5897/jat11.036>
- Ozbayoglu, A. M., Gudelek, M. U., & Sezer, O. B. (2020). Deep learning for financial applications : A survey. *Applied Soft Computing*, 93, 106384.
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106384>
- Perold, A. F. (2004). The Capital Asset Pricing Model. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 3–24. <https://doi.org/10.1257/0895330042162340>
- Rehnby, N. (2016). *Does the Fama-French three-factor model and Carhart four-factor model explain portfolio returns better than CAPM?* <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:944713/FULLTEXT04.pdf>
- Reilly, F. K., & Brown, K. C. (2011). *Investment Analysis and Portfolio Management*.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129–176. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(77\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0304-405x(77)90009-5)
- Schulmerich, M. (2013). *The Efficient Frontier in Modern Portfolio Theory Weaknesses and How to Overcome Them*. Docslib. <https://docslib.org/doc/7973917/the-efficient-frontier-in-modern-portfolio-theory-weaknesses-and-how-to-overcome-them>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>

Xing, F. Z., Cambria, E., & Welsch, R. E. (2017). Natural language based financial forecasting: a survey. *Springer Netherlands*.

<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/116314>

10. Anexos

10.1. Código de R

```
#Librerias
install.packages("quantmod")
install.packages("PerformanceAnalytics")
library(quantmod)
library(PerformanceAnalytics)
library(tidyr)
library(dplyr)
library(readxl)

# Base de datos
empresas_ibex35 <- c("ACX.MC", "ACS.MC", "AENA.MC", "ALM.MC", "AMS.MC",
"ANA.MC", "ANE.MC", "BBVA.MC", "BKT.MC", "CABK.MC", "CLNX.MC", "CIE.MC",
"COL.MC", "ELE.MC", "ENG.MC", "FER.MC", "GRF.MC", "IAG.MC", "IBE.MC", "IDR.MC",
"ITX.MC", "MAP.MC", "MEL.MC", "MTS.MC", "NTGY.MC", "PHM.MC", "RED.MC",
"REP.MC", "ROVI.MC", "SAB.MC", "SAN.MC", "SLR.MC", "TEF.MC", "VIS.MC", "ENR.F")
start_date <- "2023-01-01"
end_date <- "2023-12-31"
datos_empresas <- list()

for (empresa in empresas_ibex35) {
  tryCatch({
    datos_empresas[[empresa]] <- Ad(getSymbols(empresa, src = "yahoo", from =
start_date, to = end_date, auto.assign = FALSE))
  }, error = function(e) {cat("Error al descargar datos para:", empresa, "\n")})
}

getSymbols("IRLTLT01ESM156N", src = "FRED", from = start_date, to = end_date)
getSymbols("^IBEX", src = "yahoo", from = start_date, to = end_date)
market_prices <- Cl(IBEX)
precios_cierre <- do.call(merge, datos_empresas)
colnames(precios_cierre) <- names(datos_empresas)

# Retornos
retornos_diarios <- Return.calculate(precios_cierre, method = "log")
retornos_diarios <- na.omit(retornos_diarios)
retornos_mensuales <- apply.monthly(retornos_diarios, function(x) exp(colSums(x)) -
1)
retornos_mensuales <- na.omit(retornos_mensuales)
retornos_mensuales_df <- data.frame(Date = index(retornos_mensuales),
coredata(retornos_mensuales))
colnames(retornos_mensuales_df) <- c("Date", names(datos_empresas))
```

```
retornos_mensuales_long <- gather(retornos_mensuales_df, key = "Empresa", value =
"Retorno", -Date)
```

```
market_returns_monthly <- periodReturn(market_prices, period = "monthly", type =
"log")
market_returns_monthly <- na.omit(market_returns_monthly)
market_returns_monthly_df <- data.frame(Date = index(market_returns_monthly),
market_returns = coredata(market_returns_monthly))
```

```
risk_free_rate <- data.frame(Date = index(IRLTLT01ESM156N), rate =
coredata(IRLTLT01ESM156N))
risk_free_rate_monthly <- risk_free_rate %>%
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
group_by(month) %>%
summarize(monthly_rate = (mean(IRLTLT01ESM156N, na.rm = TRUE) / 100) / 12)
```

```
#CAPM
df_combinedCAPM <- retornos_mensuales_long %>%
left_join(market_returns_monthly_df, by = "Date") %>%
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
left_join(risk_free_rate_monthly, by = "month")
```

```
df_combinedCAPM <- df_combinedCAPM %>%
mutate(excess_stock_returns = Retorno - monthly_rate,
excess_market_returns = monthly.returns - monthly_rate)
```

```
beta_calculada <- df_combinedCAPM %>%
group_by(Empresa) %>%
summarize(
beta_manual = ifelse(n() > 1, cov(excess_stock_returns, excess_market_returns,
use = "complete.obs") / var(excess_market_returns, na.rm = TRUE), NA)
)
beta_manual_df <- as.data.frame(beta_calculada)
```

```
df_combinedCAPM <- retornos_mensuales_long %>%
left_join(market_returns_monthly_df, by = "Date") %>%
mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
left_join(risk_free_rate_monthly, by = "month")%>%
left_join(beta_manual_df, by = "Empresa")
```

```
df_combinedCAPM$retornocapm<-
df_combinedCAPM$monthly_rate+df_combinedCAPM$beta_manual*(df_combinedCAP
M$monthly.returns-df_combinedCAPM$monthly_rate)
errorescapm<-df_combinedCAPM$Retorno-df_combinedCAPM$retornocapm
MAECAPM <- mean(abs(errorescapm))
RMSECAPM <- sqrt(mean(errorescapm^2))
```

```

#Modelos de Machine Learning
df_combinedCAPM <- retornos_mensuales_long %>%
  left_join(market_returns_monthly_df, by = "Date") %>%
  mutate(month = format(Date, "%Y-%m")) %>%
  left_join(risk_free_rate_monthly, by = "month")
n<-nrow(df_combinedCAPM)
TrainIndex<-sample(1:n,n*0.9,replace=FALSE)
Trainingset<-df_combinedCAPM[TrainIndex,]
TestSet<-df_combinedCAPM[-TrainIndex,]

# Regresión lineal
modelo_regresion <- lm(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data =
Trainingset)
predicciones_regresion <- predict(modelo_regresion, newdata = TestSet)
errores_regresion <- TestSet$Retorno - predicciones_regresion
MAE_rl <- mean(abs(errores_regresion))
RMSE_rl <- sqrt(mean(errores_regresion^2))

# Redes neuronales
library(nnet)
modelo_rn <- nnet(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data = Trainingset,
size = 3, linout = TRUE)
predicciones_rn <- predict(modelo_rn, newdata = TestSet)
errores_rn <- TestSet$Retorno - predicciones_rn
MAE_rn <- mean(abs(errores_rn))
RMSE_rn <- sqrt(mean(errores_rn^2))

# SVM
library(e1071)
modelo_svm <- svm(Retorno ~ monthly.returns + monthly_rate, data = Trainingset)
predicciones_svm <- predict(modelo_svm, newdata = TestSet)
errores_svm <- TestSet$Retorno - predicciones_svm
MAE_svm <- mean(abs(errores_svm))
RMSE_svm <- sqrt(mean(errores_svm^2))

# Boxplots
boxplot(errorescapm)
boxplot(errores_regresion)
boxplot(errores_svm)
boxplot(errores_rn)

```