



Valoración de las inversiones en los mercados emergentes

Trabajo Fin de Máster

Autora: Patricia Allué Linuesa

Director: Mirco Soffritti

Madrid
Septiembre 2014

Resumen

Tras la calificación del Modelo CAPM como insuficiente para la valoración de activos financieros en mercados emergentes, por considerar variables que únicamente son aplicables en la evaluación de los mercados eficientes, se concluye que el modelo se olvida de las características principales que deben tenerse en cuenta a la hora de valorar los mercados emergentes (no considerados como eficientes por el CAPM). Por lo tanto, se trata de llevar a cabo una investigación sobre aquellos modelos que fueron desarrollados con posterioridad al CAPM, y que en teoría, mejoran la valoración de activos en mercados emergentes. Es decir, se exponen estos nuevos modelos porque tienen en cuenta variables que el CAPM no contempla, tratando de explicar cómo afecta cada variable a aquellos activos o carteras que poseen una volatilidad más elevada, así como un riesgo mayor.

Palabras clave: Modelo de fijación de precios de activos de capital (CAPM), mercados emergentes, Teoría de Carteras, Tasa libre de riesgo, Beta.

Abstract

After the qualification of the CAPM as insufficient for valuing financial assets in emerging markets, due to it takes into consideration variables that are only relevant to efficient markets, it is concluded that CAPM lost sight of the main characteristics in emerging markets valuation (not considered efficient by the CAPM). Therefore, it tries to reach an investigation about different models that were developed subsequent to CAPM, and that in theory, improve the asset valuation in emerging markets. That is, these new models were developed owing to they take into consideration variables that CAPM did not, trying to explain how each variable affects those assets or portfolio with a high volatility and risk associated.

Key words: Capital Asset Pricing Model (CAPM), emerging markets, Portfolio Selection, Risk-Free Rate, Beta.

Índice

1. Introducción	3
2. Objetivos	4
3. Metodología	5
4. Limitaciones de la investigación del proyecto	6
5. El modelo del CAPM	7
5.1. Introducción a la Teoría de Carteras de Markowitz	7
5.2. Origen y supuestos del CAPM	19
5.3. Conclusiones del CAPM: <i>Capital Market Line</i> y <i>Security Market Line</i>	23
5.3.1. <i>Capital Market Line</i> (CML)	23
5.3.2. <i>Security Market Line</i> (SML)	25
6. Aplicación del CAPM en mercados emergentes	31
6.1. Valoración del Modelo CAPM en ausencia del activo libre de riesgo	31
6.2. Valoración en mercados emergentes	34
7. Insuficiencias del CAPM	36
8. Modelos que cuestionan la eficiencia del CAPM	40
8.1. El modelo D-CAPM (The Downside CAPM)	41
8.2. El modelo C-CAPM (The consumption CAPM)	46
9. Conclusiones finales	52
10. Futuras líneas de Investigación	54
11. Bibliografía	55

1. Introducción

Tras realizar un análisis acerca de como deben valorarse los activos de capital con respecto a su rentabilidad esperada y riesgo, centrando la investigación en los mercados emergentes, las principales partes en las que se va a desarrollar este Trabajo de Fin de Máster van a ser las siguientes:

- En primer lugar, se parte del desarrollo de la *Teoría de Carteras* de Markowitz, autor que originó el primer modelo que valora carteras de inversión, considerando para ello el rendimiento esperado que le proporciona a un inversor un activo financiero y/o cartera en el largo plazo, así como la volatilidad existente en el mercado.
- A continuación, se parte de como comenzaron a valorarse dichos activos financieros, mediante el uso del modelo del CAPM. Tras hacer un análisis previo de la aplicación de este modelo en los mercados emergentes, se llega a la conclusión de que éste no se puede llevar a cabo de la misma forma en mercados desarrollados y emergentes. Esto es debido a que no se tiene en cuenta la prima de riesgo que el inversor está dispuesto a asumir por invertir en un activo con mayor riesgo, propio de los mercados emergentes. Así mismo, el CAPM sólo tiene en cuenta en su valoración factores como el riesgo sistemático o no diversificable, es decir, sólo se valora el riesgo que un activo soporta cuando se producen cambios a nivel macroeconómico en el mercado. Pero no se tiene en cuenta la posibilidad de reducir este riesgo dentro de una cartera de inversión mediante la diversificación de los activos que la componen.
- Posteriormente, se exponen una serie de críticas o incompatibilidades con respecto a la validez de los resultados que se derivan del CAPM en los mercados emergentes, por no tener en cuenta en su valoración la tasa de riesgo de una forma adecuada. Esto provoca que las carteras de activos en estos mercados no sean eficientes. Por lo tanto, aquí se abre una brecha entre la eficiencia o buen uso de este modelo en mercados desarrollados y en los emergentes.
- Además, dadas las incongruencias existentes en la aplicación del CAPM en los mercados de capitales globales (incluye variables aplicables solamente a los mercados

desarrollados y no a los emergentes), se realiza una investigación sobre aquellos modelos que se consideran de mayor relevancia en el ámbito financiero, y que tratan de mejorar y/o resolver las insuficiencias del CAPM. Estos modelos permiten una valoración más completa de los activos que componen los mercados emergentes, ya que tienen en cuenta variables y tasas de riesgo que el CAPM no contempla.

- Finalmente, se presentan una serie de conclusiones, con respecto a si es adecuada la conducta seguida por los modelos implantados a posteriori, comparándolos con el tradicional CAPM, con el fin de abordar el modelo más adecuado que permita evaluar cualquier tipo de mercado en situaciones de riesgo sistemático.

2. Objetivos

El principal objetivo del trabajo consiste en llevar a cabo una investigación sobre la forma de valorar los precios de los activos, haciendo especial hincapié en los mercados emergentes, con el fin último de elegir cuál de los diferentes modelos que se aplican (CAPM, CAPM en ausencia del activo libre de riesgo, D-CAPM, C-CAPM, etc) representa mejor la rentabilidad y el riesgo de los activos. Para llevar a cabo este objetivo es necesario seguir una serie de pasos:

- **Desarrollo del modelo CAPM tradicional, así como los modelos posteriores:** en este paso se realizará una revisión bibliográfica sobre el estado actual de la investigación de estos modelos, desarrollando los modelos de forma teórica.
- **Análisis de los modelos:** posteriormente se realizará una comparación entre las hipótesis del CAPM con los modelos más relevantes que han sido desarrollados. De esta comparación se sacarán una serie de puntos fuertes (fortalezas) y puntos débiles (debilidades) de cada uno de los modelos.
- **Elección del modelo más idóneo para aplicar en los mercados (desarrollados y emergentes):** a raíz del análisis mencionado, se obtendrán una serie de conclusiones, a partir de las cuales, se dará una valoración acerca del modelo que mejor encuadre en los mercados emergentes.

3. Metodología

En la investigación de este trabajo se elaborará un estudio del estado de la cuestión sobre el modelo de valoración de los precios de los activos denominado Capital Asset Pricing Model (CAPM), para a raíz de ese estudio realizar una elaboración de modelos de valoración de precios que se han desarrollado para intentar arreglar o minimizar los errores que el CAPM pueda cometer, estos errores se desarrollarán con posterioridad en el trabajo. El fin último de este estudio es poner de relieve cual es la mejor forma de valorar dichos activos en mercados emergentes.

Para la realización de esta investigación, es vital apoyarse y referenciarse en diferentes fuentes de información, las cuales se exponen a continuación:

- **Libros de índole académico**

Para el desarrollo y realización de los dos modelos principales: el CAPM y el CAPM sin activo libre de riesgo, ha sido necesario apoyarse en una serie de libros académicos, tanto en español como en inglés, con elevada relevancia en la docencia.

De ahí, se ha obtenido la información necesaria para los desarrollos tanto matemático como teóricos de dichos modelos, siendo de gran ayuda para el entendimiento de la materia.

- **Distintas bases de datos documentales**

Para la realización del marco conceptual restante, se ha tenido que recurrir a varias bases de datos para la obtención de los artículos de revista necesarios, estos artículos pertenecen a diversos autores con un gran prestigio dentro del ámbito de la Economía, como puede ser el caso de FAMA. Los artículos, al igual que los libros que se mencionaron con anterioridad, algunos son en español y otros en inglés.

De estas fuentes, se ha recogido la información necesaria para el desarrollo de los modelos posteriores al CAPM (D-CAPM y CCAPM), de las críticas al modelo CAPM y sus ineficiencias.

4. Limitaciones de la investigación del proyecto

En la elaboración de esta investigación han aparecido ciertas dificultades/limitaciones que es necesario remarcarlas:

- La limitación más importante a la que se enfrentaba esta investigación ha sido la gran amplitud de su marco conceptual y la necesidad del tiempo necesario para investigarlo. El tema de investigación elegido: *“La valoración de las inversiones en los mercados emergentes”* trata de limitar dicho marco conceptual a un campo específico. Sin embargo, por temas de tiempo, hay algunas partes del marco conceptual, en concreto, los modelos posteriores al CAPM, en las que no se han podido desarrollar todos los modelos, sólo los más importantes.

Otras de las ideas con las que había nacido esta investigación era para proponer un modelo propio que intentará con ayuda de los modelos posteriores de paliar las deficiencias del modelo CAPM para la aplicación de éste a mercados emergentes.

5. El modelo del CAPM

En este apartado, se comienza explicando el modelo pionero de Markowitz, titulado como *Portfolio Selection*, siendo éste el primer estudio publicado sobre como seleccionar los activos adecuados que componen una cartera, considerada como eficiente, y que trata de conectar la rentabilidad esperada con el riesgo en situaciones de inversión. Posteriormente, tal y como se expone en el apartado 3.2., se procede a enlazar el modelo de Markowitz con el modelo del CAPM, que es un modelo de valoración de inversiones, el cual fue desarrollado por varios autores (tales como Sharpe, Lintner y Mossin) gracias a los planteamientos de Markowitz, permitiéndoles desarrollar un modelo de equilibrio completo del mercado de capitales.

5.1. Introducción a la Teoría de Carteras de Markowitz

El primer punto de partida de la teoría moderna de las carteras fue desarrollado por **Markowitz (1952)**. Con su primer estudio, denominado como *Portfolio Selection*, consiguió su primer Premio Nobel. Éste se sustenta en unos supuestos básicos para el desarrollo de la cartera óptima de mercado:

- **Racionalidad.** El comportamiento del inversor financiero se considera racional cuando prefiere carteras cuya rentabilidad sea la más alta posible y cuyo riesgo sea lo menor posible. De entre todas las inversiones con una rentabilidad equivalente, se prefieren las de menor riesgo; y, así mismo para inversiones con el mismo nivel de riesgo, se prefieren las de mayor rentabilidad.
- **Función de utilidad.** Se define como: $U(\text{inversor}) = U(E(R_c); \sigma_c^2)$. Esta función se compone de $E(R_c)$ que es la rentabilidad esperada de la cartera, y de σ_c^2 que es la varianza de la misma. Lo que mide esta última es el nivel de riesgo que posee la cartera. Esta combinación entre media y varianza proporciona la relación marginal de sustitución entre rentabilidad y riesgo. Esto significa que, ante incrementos unitarios en el rendimiento de un activo, el inversor está dispuesto a asumir un riesgo mayor. En el sentido opuesto, esto significa que por cada unidad adicional de riesgo soportado, el inversor exige un incremento en el rendimiento del activo.

- **Mercados.** Los mercados son perfectos por la ausencia de costes de transacción, impuestos y por la perfecta divisibilidad de los títulos.
- **Títulos.** Se asume que se negocian n títulos con riesgo en el mercado, lo que permite formular un modelo matemático compuesto por carteras con mínima varianza.

Para comenzar con el desarrollo del Modelo de Markowitz (MM), en primer lugar, hay que tener en cuenta cuál es el significado de una cartera. Pues bien, dado un mercado en el que existen n títulos disponibles (títulos $1, 2, \dots, n$), un inversor puede gastar x_{0i} u.m. en cada título. Es decir, el inversor adquiere la cantidad x_{0i} € del título $i = 1, 2, \dots, n$ (se considera que i es un título cualquiera existente en el mercado y que puede ser negociado por cualquier inversor). En este caso, se dice que el inversor ha adquirido una cartera de n títulos durante el período de tiempo comprendido entre $t = 0$ y $t = 1$.

Los **valores iniciales** de los títulos y de la cartera:

- Queda definido como x_{0i} la cantidad (en u.m.) que el inversor está dispuesto a pagar por adquirir el título i en $t = 0$, para $i = 1, 2, \dots, n$.
- El valor inicial de la cartera, por lo tanto, será: $x_0 = \sum_{i=1}^n x_{0i}$.

El porcentaje invertido por el inversor en cada título en el momento $t = 0$, o lo que es lo mismo, el peso que tiene cada activo financiero dentro de la cartera se determina de la siguiente forma: $w_i = \frac{x_{0i}}{x_0}$, $i = 1, \dots, n$.

El porcentaje total invertido en la cartera se concreta como: $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Los **valores finales** de los títulos y de la cartera se expresan de la siguiente forma:

- Una vez se define el intervalo de tiempo del título i en $t = 1$, la cantidad de u.m. que el inversor recibe una vez que finaliza el horizonte temporal de su inversión es x_{1i} , para $i = 1, 2, \dots, n$.
- El valor que el inversor obtiene de la cartera al finalizar la inversión es: $x_1 = \sum_{i=1}^n x_{1i}$.

Dados los n activos financieros que componen una cartera, éstos se distribuyen según unos rendimientos esperados $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n$ y covarianzas σ_{ij} para cada pareja de activos $i, j = 1, 2, \dots, n$ (tanto i como j son títulos que están disponibles en el mercado para ser negociados). El **rendimiento esperado** de un activo i se define como el rendimiento medio que éste posee en un período de tiempo comprendido entre $t = 0$ y $t = 1$, expresado a continuación:

$$\bar{r}_i = E(\tilde{r}_i) = \frac{\bar{x}_{1i} - x_{0i}}{x_{0i}}$$

Por otra parte, la **covarianza** se define como la variación experimentada por un activo cuando otro activo de referencia varía. El activo de referencia puede ser un activo cualquiera o el mismo mercado. Esta medida determina el grado de dependencia entre dos activos, que será necesaria para calcular la correlación (variable que será explicada más adelante). Análiticamente, se define a continuación:

$$\sigma_{ij} = E[(r_i - \mu_i)(r_j - \mu_j)]$$

Por consiguiente, los títulos que componen dicha cartera se distribuyen según unos pesos, denominados como w_i para $i = 1, 2, \dots, n$, como se ha nombrado anteriormente, de forma que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Esto significa que el conjunto de títulos deben representar el total de la cartera, teniendo cada título un peso diferente, o no, dentro de la cartera. Con respecto a los porcentajes invertidos en cada título, cabe mencionar que, al evolucionar los precios de dichos títulos no tienen porqué mantenerse necesariamente estos pesos. Matemáticamente quedaría expresado de la siguiente forma:

$$\frac{x_{1i}}{x_1} \neq w_i = \frac{x_{0i}}{x_0}, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

El problema de Markowitz consiste en minimizar el riesgo de la cartera, dadas las rentabilidades esperadas y los pesos de sus títulos en la cartera. Mediante la resolución del siguiente **programa de optimización** se obtiene la cartera eficiente:

$$\min_{w_i, w_j} \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \Leftrightarrow \min_{w_i, w_j} \sum_{i,j} w_i, w_j, \sigma_{ij}$$

Sujeto a $\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r}$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

El significado de este programa de optimización es, que dados los rendimientos esperados de los títulos, ponderados cada uno de ellos por sus pesos en la cartera, se trata de hacer mínimo el riesgo (varianza) del conjunto de títulos, y así poder conformar la cartera eficiente.

A continuación, se van a desarrollar ciertos conceptos financieros que son necesarios de entender antes de la visualización de los gráficos, que se mostrarán en esta investigación. Éstos son los siguientes:

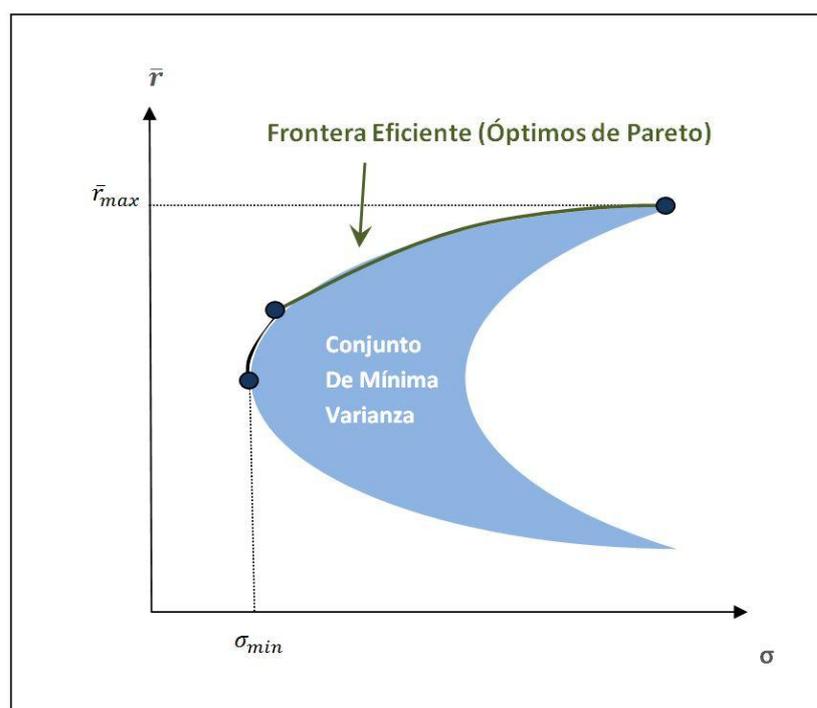
- **Conjunto factible** (conjunto de mínima varianza). Todas las carteras que pueden ser negociadas en el mercado conforman el conjunto factible. El conjunto factible no es común para todos los inversores, pero sí posee la misma forma para todos ellos. Esto es debido a que los agentes no tienen las mismas percepciones con respecto al riesgo, ni tampoco disponen de la misma información. Con lo cual, es obvio pensar que las estimaciones que tiene un inversor individual, con respecto a la evolución futura de su cartera, no es igual a las estimaciones que tienen el resto.
- **Frontera eficiente**. Representa el máximo nivel de rentabilidad para un nivel de riesgo determinado, o lo que es lo mismo, el mínimo nivel de riesgo para un determinado nivel de rentabilidad. Gráficamente, constituye la línea que rodea la parte superior del conjunto factible. La frontera eficiente, al igual que el conjunto factible, no es única para todos los inversores, pero para todos ellos tiene la misma forma.
- **Carteras eficientes**. Son el conjunto de carteras que se sitúan en la frontera eficiente. Es decir, se considera que una cartera es eficiente cuando no existe ninguna otra en el mercado que le proporcione al inversor un mayor nivel de rentabilidad para un determinado riesgo, y viceversa. En el gráfico 1, que se mostrará más adelante, los puntos significativos son los que se sitúan sobre la frontera eficiente, ya que en función del riesgo que esté dispuesto a asumir el inversor, éste obtendrá una

rentabilidad mayor o menor en su cartera. Por ejemplo, para un inversor que quiera obtener el mayor nivel de rentabilidad posible, sólo lo podrá conseguir a costa de soportar un riesgo mayor. Mientras que si el inversor prefiere soportar un riesgo menor en su cartera, dado su perfil conservador, sólo lo podrá conseguir a costa de obtener una menor rentabilidad.

- **Óptimo de Pareto.** Se considera que una cartera es eficiente en el sentido de Pareto si no es posible la mejora del bienestar de un agente sin que el bienestar del resto empeore. Por su parte, la **cartera óptima** es aquella cartera eficiente que le proporciona al inversor el mayor nivel de utilidad posible. Ésta se considera que es la única combinación óptima de activos con riesgo dentro de la frontera eficiente, y dado que la frontera eficiente no es única para todos los inversores porque depende de sus expectativas y aversión al riesgo, la cartera óptima tampoco será común (es única para cada inversor).

En el gráfico 1, se muestra la frontera eficiente del MM en el caso en el que no exista un activo libre de riesgo:

Gráfico 1. Frontera Eficiente. Caso sin activo sin riesgo.



Las variables que conforman la frontera eficiente son: \bar{r}_{max} , que es el rendimiento máximo esperado que puede alcanzar una cartera de inversión. Si un inversor se sitúa en este punto, significa que estará optimizando el rendimiento de su cartera, lo que le conllevará a soportar un nivel de riesgo mayor, ya que a mayor rentabilidad el riesgo al que se expone el inversor es mayor. En cuanto al punto que conforma la cartera con mínima varianza σ_{min} , si un inversor posee esta cartera significa que está minimizando el riesgo, lo que implica renunciar a un nivel de rentabilidad mayor.

Por lo tanto, un inversor deseará poseer aquella cartera que sea un óptimo de Pareto, por ser la que le genera un mayor nivel de utilidad. El binomio rentabilidad-riesgo que quiere asumir un inversor con su cartera vendrá determinado por un mapa de utilidad (mapa de curvas de indiferencia), cuyo fin es determinar la combinación rentabilidad-riesgo que más utilidad le genera al inversor según su aversión al riesgo.

Dado que en la vida real no sólo existen n activos con riesgo, sino también activos sin riesgo como por ejemplo Títulos del Estado, al problema de Markowitz de la Teoría de Carteras se le incluye un activo libre de riesgo.

Este nuevo problema se utiliza principalmente cuando existen varios activos con rendimiento \bar{r}_i y un solo activo libre de riesgo r_f , suponiendo a priori que los activos están disponibles en el mercado. La posibilidad de negociar un activo sin riesgo, como mejor aproximación a la realidad, sería comprar Títulos del Estado para después prestarlo al tipo r_f . Por lo tanto, se deduce que la covarianza entre el conjunto de activos con riesgo y el activo sin riesgo será igual a cero, por poseer comportamientos totalmente opuestos (actúan de manera de diferente). Como se ha explicado anteriormente, la covarianza representa la relación existente entre un activo y otro, por eso se dice que la covarianza entre los activos con riesgo y el activo sin riesgo es cero.

Si combinamos ambos en una cartera, sus pesos serán los siguientes:

- α : para el activo libre de riesgo, como por ejemplo: Bonos del Estado.
- $(1 - \alpha)$: para el activo que incorpora el factor riesgo en la cartera.

Una vez se definen los rendimientos de los activos y los porcentajes que dichos títulos representan en la cartera, es fácil comprobar que el rendimiento medio de la cartera, denotado como \bar{r}_c , es la media ponderada de los rendimientos medios de los títulos que la componen. Se calcula como:

$$\bar{r}_c = \alpha r_f + (1 - \alpha) \bar{r}_i$$

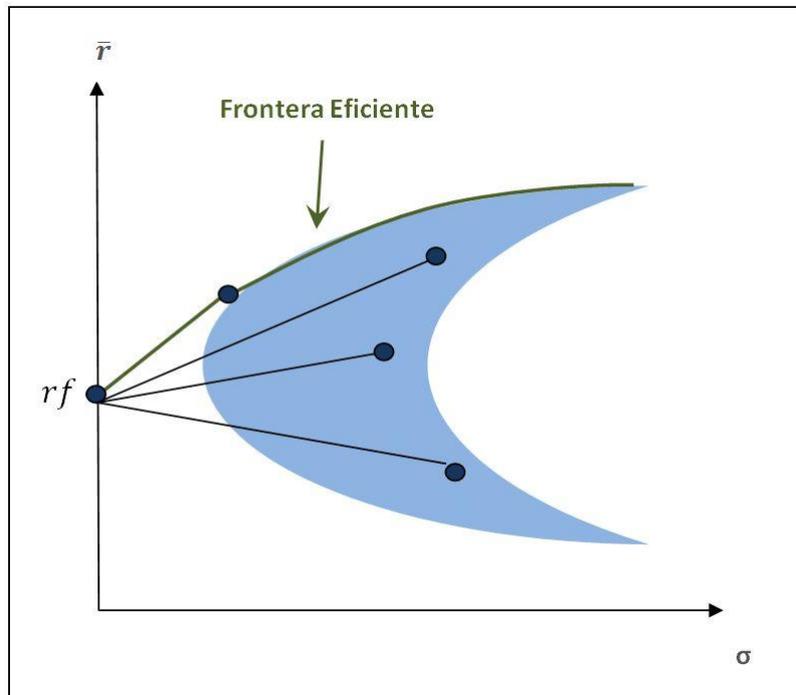
La desviación típica del rendimiento delimita la dispersión del rendimiento medio de la cartera, expresada como:

$$\sigma_c = \sqrt{\alpha^2 \sigma_f^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_i^2} = (1 - \alpha) \sigma$$

Dado que la varianza del activo sin riesgo es cero (por carecer de riesgo), el primer sumando dentro de la raíz se excluye. Además, la covarianza del mismo con respecto al activo con riesgo es igualmente cero, debido a que su comportamiento es inverso. Finalmente, la desviación típica o riesgo de la cartera se compone por los riesgos de los activos, ponderados por sus pesos dentro de dicha cartera.

A continuación, se admite que la cartera está compuesta por n activos con riesgo, con unos rendimientos esperados conocidos \bar{r}_i y una covarianza conocida σ_{ij} . Además, existe un activo sin riesgo r_f . La representación gráfica del conjunto factible, tras la incorporación de un activo seguro al conjunto de n activos inciertos, provoca por un lado la expansión del conjunto factible o conjunto de posibilidades de inversión para los inversores, y por otro tiene consecuencias en la forma del conjunto de carteras eficientes, en su representación gráfica, ésta quedaría de la siguiente forma:

Gráfico 2. Frontera Eficiente. Caso con activo libre de riesgo. Posición larga.



Este gráfico muestra la forma que tiene el conjunto factible en el caso que no existan posiciones cortas. Es decir, los inversores solo tienen permitido prestar del activo sin riesgo. Este es el caso de una **posición larga**. El significado de esta posición es que dado que los inversores están "largos" del activo sin riesgo, es decir, poseen el activo, éstos lo prestan. Que no se permitan posiciones cortas, implica que el inversor no puede endeudarse del activo libre de riesgo. Por lo tanto en este caso, como los inversores poseen el activo seguro, éstos podrán venderlo.

Así mismo, cabe destacar que cuando se introduce el activo seguro en la cartera, gráficamente también existe un conjunto factible y una frontera eficiente, pero en este caso la frontera eficiente se amplía trazando una línea recta que se origina en el punto libre de riesgo hasta la cartera eficiente.

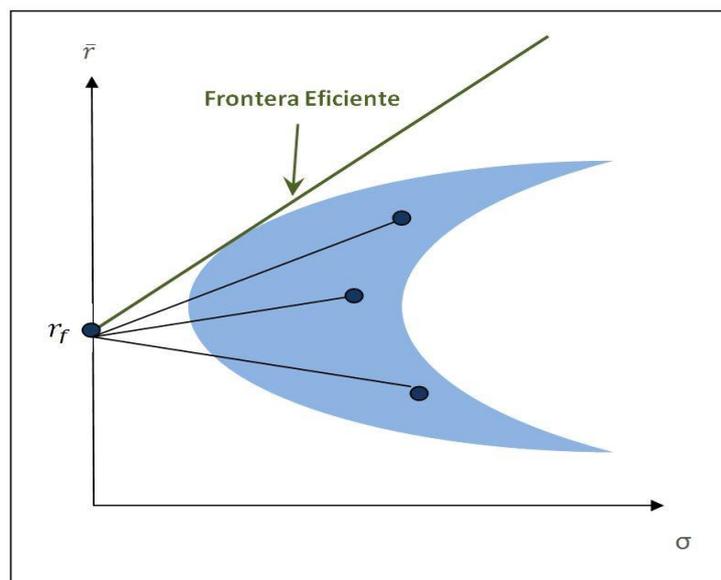
Tal y como se ha explicado en el gráfico 1. Pero en esta nueva combinación, la frontera eficiente se amplía trazando una línea recta infinita que se origina en el punto libre de riesgo r_f pasando por la cartera eficiente, y continuando indefinidamente. Por lo tanto, una vez se ha

introducido el activo libre de riesgo en el conjunto de activos de inversión disponibles, considerando una posición corta del activo, la frontera eficiente se prolonga de forma infinita.

En el caso que se admita una **posición corta** en un activo, significa que un inversor A posee una posición bajista con respecto al activo que quiere vender sin todavía poseerlo. Es decir, dado que el inversor A cree que la cotización de dicho activo va a bajar en futuro, éste pacta con otro inversor B vendérselo (sin poseerlo) a un precio mayor del que cree que va a bajar. Así el inversor A, comprará el activo más barato, para posteriormente venderlo al B más caro. Por lo tanto, la intención del inversor A es adquirirlo y devolverlo en el futuro a un precio más bajo, cerrando así su posición corta. El tipo de interés al que se está intercambiando el activo es r_f o tipo de interés libre de riesgo.

En este caso, el inversor sólo puede comprar el activo con riesgo y pide prestado del activo libre de riesgo. Gráficamente, la única implicación diferente que tiene la posición corta con respecto a la posición larga es la ampliación de la frontera eficiente. Esto se debe a que con posiciones cortas el inversor tiene más posibilidades a la hora de crear una cartera (el conjunto factible es más grande, por lo que tiene más opciones de inversión). El resto de implicaciones son idénticas a las anteriormente explicadas con la posición larga. La representación gráfica se muestra a continuación:

Gráfico 3. Frontera Eficiente. Caso con activo libre de riesgo. Posición corta.



La nueva frontera eficiente con posiciones cortas para el activo sin riesgo se divide en tres partes:

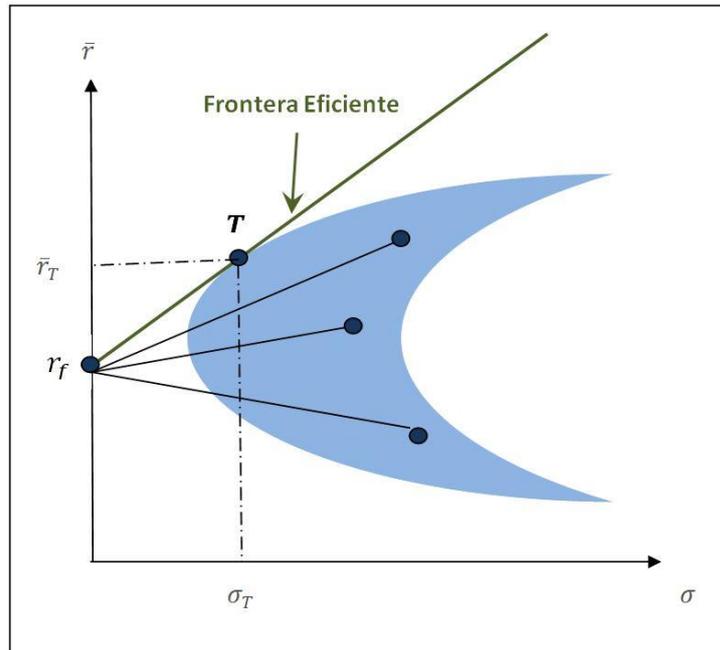
- La primera, es la línea que queda definida desde r_f hasta T . En esta parte de la frontera se encuentran los títulos con riesgo y sin riesgo que están disponibles en el mercado para cada inversor.
- En siguiente lugar, el punto T que se considera la única combinación óptima de activos con riesgo dentro de la frontera eficiente.
- Por último, a partir del punto T se originan las posiciones cortas. Tal y como se ha explicado anteriormente, en esta parte de la frontera eficiente, el inversor pide un título prestado para gastarse todo lo que ha pedido prestado en comprar otro título. De esta forma consigue endeudarse del título que pide prestado con el objetivo de obtener un beneficio si se cumple su posición bajista (compra más barato después de vender más caro).

Tras el desarrollo del MM, el cual ha sido y es de gran utilidad para elegir una combinación eficiente de títulos que compongan finalmente la cartera, se llega a la conclusión que el modelo posee unos supuestos que limitan en gran medida su aplicación real en la práctica. Desde el punto de vista actual de las Finanzas, este modelo se considera limitado por las siguientes razones:

- Es un modelo estático. Sólo se tiene en cuenta un único período, comprendido entre el tiempo cero y el tiempo uno.
- Las decisiones de inversión se basan únicamente en los rendimientos esperados de la media y varianza. Este supuesto conlleva a la pérdida de información por parte de los inversores.

Es entonces cuando surge el **Teorema de un Fondo (T1F)**, representado a continuación:

Grafico 4. Cartera Eficiente T . Caso de T1F.



Como en el T1F se da cuando está permitido pedir prestado (posición corta) y prestar a una tasa libre de riesgo, la representación gráfica coincide con el gráfico 3. Pero en él, sólo existe una única cartera T eficiente (para cada inversor una diferente) compuesta solamente por activos con riesgo. Es decir, la cartera T es aquella que le proporciona al inversor el máximo nivel de utilidad, para un nivel rentabilidad y riesgo determinado, que el inversor elige en función de su aversión al riesgo.

El rendimiento esperado de la cartera T se denomina como \bar{r}_T , y el riesgo al que se expone el inversor por invertir en la cartera eficiente T se designa como σ_T . Cualquier otra cartera eficiente puede construirse como una combinación del fondo T y el activo seguro.

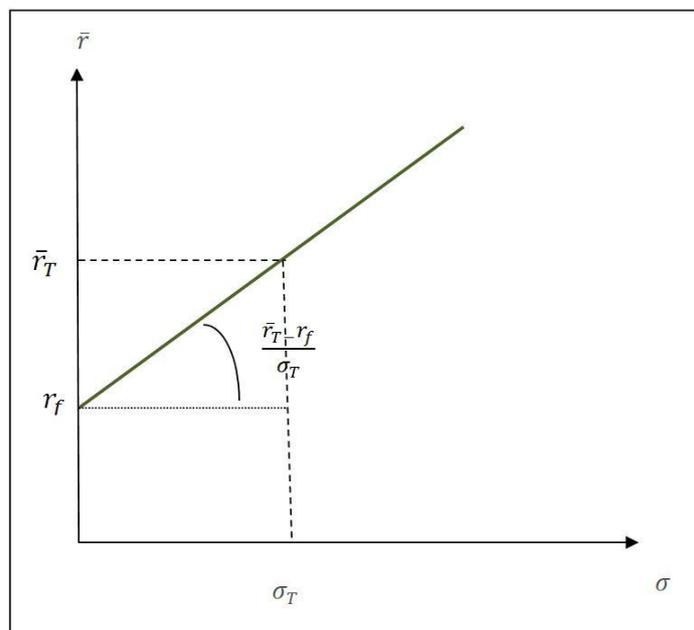
El conjunto eficiente sigue siendo la línea recta que está en la parte superior de la región factible, pero sólo hay un punto T en el conjunto factible inicial que se encuentra en el segmento de la línea que define la frontera eficiente.

El cálculo de la combinación eficiente (\bar{r}_i, σ_i) se muestra a continuación:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_T - r_f}{\sigma_T} \sigma_i$$

Si esta combinación eficiente se presenta gráficamente, el resultado es el siguiente:

Gráfico 5. Combinación Eficiente (\bar{r}_i, σ_i)



El rendimiento esperado de la cartera está formado por el rendimiento que proporciona el activo libre de riesgo, además se incluye el rendimiento esperado que generado en el punto T , como ya se ha mencionado anteriormente, es la única cartera eficiente compuesta por activos con riesgo y que está situada en la frontera eficiente. Al rendimiento medio de la cartera T hay que restarle el rendimiento del activo seguro, que siempre va a ser menor por no estar expuesto al riesgo (a más riesgo, más rentabilidad y viceversa). La diferencia entre el rendimiento esperado de T y del activo seguro está dividido por la varianza de T , que es el riesgo que el inversor está dispuesto a asumir por invertir en activos con riesgo que son eficientes. Y toda esta fracción, además, estará expuesta a la varianza del mercado, que es el riesgo implícito que existe en el mercado.

En definitiva, el T1F es la conclusión final de la Teoría de Carteras de Markowitz. Gracias a la conclusión de que existe sólo un fondo eficiente T compuesto por activos con riesgo, se desarrolla el modelo CAPM, el cual explico a continuación.

5.2. Origen y supuestos del CAPM

El Modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) es un modelo cuya principal función es la de valorar activos de capital relacionando rentabilidad y riesgo, tratando de encontrar un correcto precio de equilibrio para dichos activos financieros. Esta teoría de equilibrio se aplica principalmente a los activos del mercado que se negocian con mucha frecuencia, como es en el mercado de renta variable. Este modelo fue introducido por Jack L. Treynor, William Sharpe, John Litner y Jan Mossin, basándose en anteriores trabajos propuestos por Harry Markowitz, sobre la Teoría de Cartera de media-varianza, como se ha explicado en el punto 3.1. Éste fue quien les originó una gran inquietud para el desarrollo de un modelo que determinase la tasa de rendimiento requerida para los activos de capital y a su vez el riesgo que asumen los inversores.

El modelo de valoración de activos financieros trata de determinar la mejor forma de actuar en situaciones de inversión. Gracias a este modelo se consigue un equilibrio completo del mercado de capitales, ya que ayuda a los inversores a idear la mejor cartera y a diseñar una estrategia óptima de inversión.

Según **Martínez, et al. (2013)** el modelo de fijación de activos de capital: "También es utilizado en medianas y grandes empresas para calcular su costo de capital propio, como insumo necesario para obtener la tasa de descuento que propone el modelo Costo Promedio Ponderado de Capital (CPPC) para desarrollar los flujos de fondos proyectados para sus decisiones de inversión."

A continuación, se exponen los **supuestos** básicos en los que se basa el Modelo CAPM tal y como explican **Elton, et al. (2011)**:

- Se negocian n activos con riesgo y un activo sin riesgo.
- Los únicos factores que los individuos tienen en cuenta a la hora de la toma de decisiones de inversión son la rentabilidad y el riesgo.

- No existen impuestos ni inflación. Es decir, los accionistas no pagan impuestos por los rendimientos de capital mobiliario por lo que les es indiferente recibir los beneficios derivados de dichos activos de una forma u otra.
- Los mercados son perfectos en cuanto a costes de transacción. Esto significa que no existen costes de compra o venta de cualquier activo. Si los costes de transacción estuvieran presentes, el rendimiento de cualquier activo sería una función de si el inversionista lo poseía antes del período de decisión. Por lo tanto, el hecho de añadir costes de transacción al modelo implicaría que éste adquiriese una gran complejidad en su formulación.
- La información que se da en el mercado es perfecta, es decir, todos los individuos tienen acceso a la misma información de mercado, ya que no soportan costes por acceder a ella.
- Ventas a corto ilimitadas. Es decir, el modelo permite que el inversor se endeude de cualquier cantidad del activo financiero. Además, el inversor tiene capacidad ilimitada para prestar y pedir prestado del activo a una tasa libre de riesgo. Esto supone que el inversor puede prestar y pedir prestado cualquier cantidad del activo que desee a un tipo de interés sin riesgo.
- Los inversores tienen expectativas homogéneas en cuanto a las rentabilidades futuras que van a obtener con sus inversiones. Además, el horizonte temporal que contemplan los inversores en sus inversiones es el mismo para todos.
- Los activos son perfectamente divisibles y comercializables. Es decir, no existen limitaciones en las cantidades que los inversores pueden invertir en un activo financiero. Se considera que todos los bienes son comercializables, incluso el capital humano. La principal ventaja de esta hipótesis es que los inversores pueden tomar cualquier posición en una inversión, independientemente de su nivel de riqueza.
- El mercado está atomizado, lo que significa que el comportamiento de un inversor de forma aislada tiene un efecto insignificante sobre el mercado global.

- Los mercados son perfectos. Ninguna acción llevada por ningún inversor puede modificar el precio. Esto defiende la teoría de equilibrio de la oferta y la demanda.

Tal y como explica **Luenberger (1998)** dadas estas premisas, y suponiendo que todos los inversores optimizan en media-varianza, y además se admite que el conjunto de inversores asignan a los rendimientos de los activos los mismo valores medios, las mismas varianzas y covarianzas. Al mismo tiempo, existe una tasa libre de riesgo a la que está permitido prestar y pedir prestado, estando disponible para todos, y que además no existen costes de transacción. La cuestión es cómo llevar a la práctica estas hipótesis, para deducir el precio correcto de un activo con riesgo, y así poder concluir un resultado que se pueda aplicar a los problemas de decisión de inversión.

Mediante el T1F se ha llegado a la conclusión de que todos los inversores van a querer comprar un único fondo compuesto por activos con riesgo, y además tienen permitido prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo. Así mismo, dado que todos asignan a sus activos las mismas medias, varianzas y covarianzas, todos van recurrir al mismo fondo con riesgo T . La mezcla entre el activo con riesgo y el activo seguro en la cartera de inversión, va a variar según la aversión al riesgo que posea cada inversor. Según el grado de aversión, los inversores por un lado, pueden tratar de evitar el riesgo y elegir una cartera más conservadora en la que exista un elevado porcentaje del activo seguro en sus carteras. O por otro lado, los inversores con un perfil más arriesgado, tratarán de formar su cartera con un porcentaje más alto de activos con riesgo. No obstante, la mayoría de inversores tratan de formar una cartera que sea una combinación del activo libre de riesgo y del fondo único T que está compuesto por activos con riesgo. Sin embargo, el fondo o cartera T es el que realmente utilizan los inversores, por ser el único punto eficiente.

En este momento se plantea el siguiente problema. Tal y como he explicado anteriormente con respecto al T1F, todos los inversores se van a decantar por el fondo T a la hora de realizar una inversión. En definitiva, dado que sólo existe una cartera que se considera eficiente en el mercado, es lógico pensar que todos los inversores querrán comprar este fondo T . La pregunta que podemos plantearnos a continuación es, ¿cómo debe ser ese fondo? Pues bien, el modelo que da respuesta a esta pregunta es el CAPM.

Mediante el CAPM, una de las conclusiones a las que se llega es que si sumamos todos los activos en los que invierten el conjunto de inversores, esta suma nos lleva a la cartera de mercado. Esta conclusión nos hace pensar que el fondo eficiente T debe ser igual a la cartera de mercado. En el mercado de renta variable, compuesto por acciones de las mayores empresas de un país, si todos los inversores adquieren un solo fondo y sus compras se suman al mercado, al final todos esos fondos son los que componen el mercado. En definitiva, se deduce que el rendimiento esperado del fondo T es igual al rendimiento esperado que se obtiene en el mercado. Matemáticamente, se expresa de la siguiente forma: $\bar{r}_T = \bar{r}_M$.

Así mismo, el riesgo soportado con el fondo T será igual al del mercado: $\sigma_T = \sigma_M$.

Para asignar el peso que tendrán los activos financieros dentro de la cartera de mercado, lo hacemos de la misma forma que para los activos que componen una cartera individual de un inversor. Es decir, se considera que el peso de un activo dentro de la cartera de mercado es la proporción de capital que se asigna a dicho activo dentro de una cartera que formará parte de la cartera de mercado. Los pesos se siguen expresando como w_i .

En conclusión, puesto que todos los inversores optimizan en media-varianza y poseen las mismas estimaciones a la hora de comprar un fondo, y como se ha deducido anteriormente, todos elegirían el fondo T , que será la cartera de mercado. Es decir, la cartera óptima, en este caso, va a ser la cartera de mercado, tal y como define el modelo de fijación de activos financieros o CAPM.

La cuestión es averiguar cómo resuelve este problema el CAPM. La respuesta que da sentido a esta pregunta es que las hipótesis del CAPM descansan en un supuesto que se considera primordial, que es la existencia de equilibrio en los mercados. Es decir, que todos los inversores quieran escoger la misma cartera de activos eficientes se basa en el equilibrio entre oferta y demanda, teniendo que coincidir lo que los demandantes de inversión quieren comprar con lo que los inversores con capacidad de excedente venden al mercado. Explicado de otra forma, teniendo en cuenta las hipótesis del CAPM, los inversores resuelven la forma de elegir sus carteras de activos mediante las estimaciones que poseen con respecto a la media-varianza que están dispuestos a asumir en su cartera. Los pedidos que deseen realizar tienen que coincidir con lo que está disponible en el mercado, y de no ser así esto conlleva a que el

precio de los activos demandados se reduzcan. Estos cambios en los precios de los activos provocan variaciones en los rendimientos de los activos, variando también las estimaciones creadas por los inversores, lo que les conduce a recalcular sus carteras óptimas. Las decisiones de inversión de los inversores variarán hasta que se logre un equilibrio entre oferta y demanda.

En un mercado en el que se cumplan todas las hipótesis y estimaciones de los inversores, y en el que todos compren la misma cartera, que en este caso es la cartera de mercado, los precios de los activos se ajustan para conseguir la eficiencia en el mercado. Pero el cumplimiento de todas estas hipótesis no se da en el mundo real. El CAPM es un método que se basa en la eficiencia de los mercados cuando realmente no suele ser así. En otros apartados posteriores explicaré porqué no es fácil llevar a la práctica este modelo, pues tiene muchas limitaciones.

5.3. Conclusiones del CAPM: *Capital Market Line* y *Security Market Line*.

5.3.1. *Capital Market Line* (CML).

La **primera conclusión** que se puede extraer del CAPM es la *Capital Market Line* (CML), que consiste en la identificación de la rentabilidad de las carteras eficientes, que se consigue en primer lugar, gracias a las conclusiones obtenidas del MM, en el que se incluye el activo libre de riesgo a la cartera de inversión. Y en segundo lugar para deducir la rentabilidad de las carteras eficientes, que se logra gracias a la aplicación del T1F, que tal y como se ha mencionado con anterioridad, verifica la siguiente ecuación:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_T - r_f}{\sigma_T} \sigma_i$$

Adicionalmente, el CAPM introduce que el fondo T es la cartera de mercado, lo que confirma que:

$$\bar{r}_T = \bar{r}_m$$

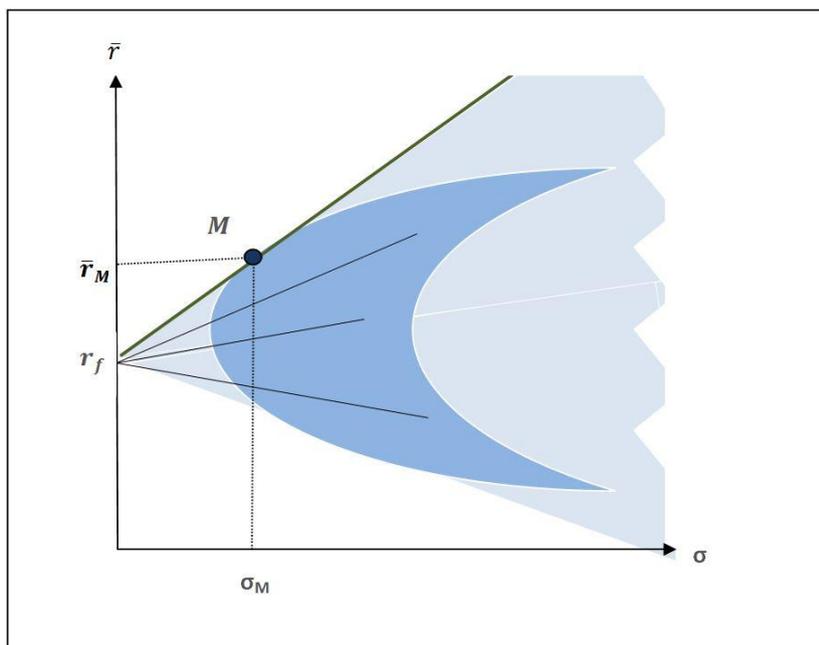
$$\sigma_T = \sigma_m$$

Dichas igualdades confirman la conclusión de que el fondo T es la cartera de mercado, gracias al argumento de equilibrio entre oferta y demanda. Por lo tanto, dados los supuestos del CAPM, ahora las carteras verifican lo siguiente:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_i$$

Su significado coincide con el explicado en el T1F, con la única diferencia que en el CAPM suponemos que la cartera eficiente es la cartera de mercado. Se admite, igualmente, que existe un activo libre de riesgo con su correspondiente rendimiento r_f , además del rendimiento medio que se obtiene en el mercado \bar{r}_M bajo sus condiciones de riesgo. La representación gráfica de la cartera de mercado eficiente M se muestra a continuación:

Gráfico 6. Interpretación CML.



La línea recta que parte del rendimiento esperado del activo libre de riesgo, pasando por la cartera de mercado, que en el modelo de Markowitz dicha línea sería la frontera eficiente, en este caso se denomina CML. La CML caracteriza la rentabilidad de las carteras eficientes. Igualmente, se dice que las carteras que se sitúan en la CML se consideran óptimos de Pareto. La pendiente de dicha línea designa el precio del riesgo que existe en el mercado.

La interpretación de la CML se puede explicar según los distintos tramos que se dan en la línea:

- Entre el activo seguro r_f y la cartera de mercado M , se sitúan las carteras que combinan activos con riesgo y sin riesgo.
- M es el único fondo eficiente compuesto por activos con riesgo. Se denomina como cartera de mercado, y es única.
- A partir de M , los inversores optan por pedir prestado del activo libre de riesgo en función de sus preferencias. Por eso se sitúan en el tramo de la línea de posición corta.

Por lo tanto, el conjunto eficiente es la línea CML, que muestra la relación entre las tasas de rendimiento esperado a la que se intercambian los activos, así como el riesgo del rendimiento de activos o carteras de activos eficientes.

La CML mide la eficiencia de los activos y carteras, pero no mide si están bien valorados, característica que se explica a continuación.

5.3.2. *Security Market Line (SML)*.

La **segunda conclusión** que se extrae del CAPM es la *Security Market Line (SML)*, cuyo objetivo es la caracterización de la rentabilidad de los títulos que son bien valorados en el mercado. En este apartado, se hace referencia a aquellos títulos que conforman el conjunto factible y son considerados como bien valorados. Estos títulos, según dicta el CAPM, son todos los que se negocian en el mercado, pero no tienen porqué considerarse eficientes. Es decir, que un título esté bien valorado no implica que sea eficiente por sí mismo, aunque sí pueda formar parte de carteras eficientes (mezclando títulos eficientes y no eficientes).

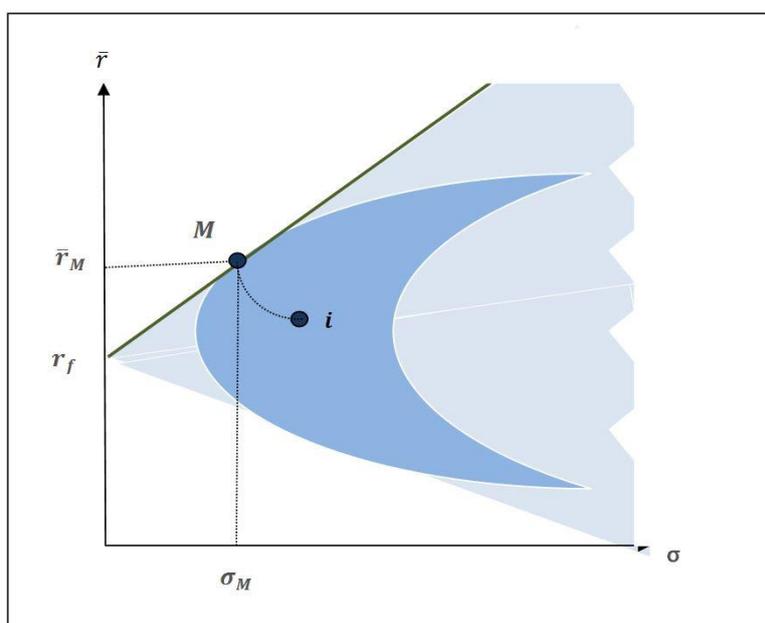
Las dos conclusiones que se derivan del CAPM son, además de introducir en su valoración los activos y/o carteras eficientes, también asumen que los títulos estén bien valorados. Para ello, se considera que un título estará bien valorado si cumple las siguientes condiciones:

- Posea un precio similar al resto de títulos que componen el mercado y características equivalentes a éstos.

- Que un título esté bien valorado no implica que sea eficiente, aunque puede ser combinado con otros que sí lo sean.

Para llegar al desarrollo matemático de la SML, hay que tener en cuenta que es necesario partir de la combinación de la cartera de mercado M , que es eficiente, y de un título i . Este caso se representa gráficamente a través de la CML:

Gráfico 7. Caso de Cartera Eficiente M y título i . (CML)



Se observa como el punto i puede constituir el título bien valorado, no siendo eficiente individualmente. Pero como éste puede ser combinado con la cartera de mercado para ser negociados de forma conjunta, utilizando para ello los porcentajes o pesos necesarios para cada uno de ellos. Los pesos se definen como α para el título i , y $(1 - \alpha)$ para la cartera de mercado M .

Matemáticamente, el rendimiento esperado y su respectivo riesgo, para la nueva cartera c que combina ambos títulos, se definen como aparece a continuación:

$$\bar{r}_c = \alpha \bar{r}_i + (1 - \alpha) \bar{r}_M$$

$$\sigma_c = \sqrt{\alpha^2 \sigma_i^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_M^2 + 2\alpha(1 - \alpha) \sigma_{iM}}$$

Son funciones definidas según el valor que tome α dentro de la cartera, de tal forma que según el valor que tome, el inversor tendrá una posición corta o larga:

- Si $\alpha = 0$, el inversor está invirtiendo todo en la cartera de mercado. Mientras que si $\alpha = 1$, el inversor invierte todo en el título i .
- Si $0 < \alpha < 1$ el inversor está tomando una posición larga en la cartera de mercado y en el título i . Es decir, su cartera es una combinación de la cartera eficiente de mercado y del título bien valorado.
- Si $\alpha < 0$ significa que el inversor está tomando una posición corta en el título i , y una posición larga en la cartera de mercado. El inversor presta la cartera de mercado (compuesto por títulos con riesgo) y pide prestado del título i .
- Si $\alpha > 1$ el inversor está tomando una posición corta en la cartera de mercado y larga en i . Dado que el inversor sólo posee el título i , estará “corto” en la cartera de mercado, por lo que pedirá prestado de la cartera de mercado.

Una vez se han interpretado estos puntos en la curva (\bar{r}_c, σ_c) , la cual hace tangencia con la recta de la CML, se llega al punto de tangencia que es la cartera de mercado M que ya se ha explicado con anterioridad. De esta forma, se llega a la conclusión de que el binomio rentabilidad-riesgo cuando $\alpha = 0$, da lugar al punto en el que se sitúa la cartera de mercado, que es igual a:

$$\left. \frac{d\bar{r}_c}{d\sigma_c} \right|_{(\alpha = 0)} = \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M}$$

Para aclarar que puede existir un título bien valorado en el mercado con (\bar{r}_i, σ_i) sólo basta con exigir la igualdad mostrada anteriormente. A partir de una serie de demostraciones se llega a la siguiente igualdad, denominada SML:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \sigma_{iM}$$

La SML es una línea recta como la CML, pero en este caso, verifica los títulos bien valorados del mercado, que son todos los que se negocian en el mercado. Así como la CML verificaba los títulos eficientes, la SML sin embargo, identifica los títulos bien valorados. Bajo los supuestos del CAPM, se supone que todos los títulos que se negocian en el mercado están bien valorados. Por lo tanto, todos los títulos y carteras pertenecen a la SML.

Por su parte, las variables que aparecen en la formulación de la SML se definen a continuación:

- \bar{r}_i : Tasa de rendimiento esperada del activo i .
- r_f : Tasa de rendimiento de un activo libre de riesgo en el mercado.
- β : cantidad de riesgo que posee el título i con respecto a la cartera del mercado.
- \bar{r}_M : Tasa de rendimiento esperada de la cartera del mercado que tomamos como referencia.
- $\bar{r}_M - r_f$: Prima del mercado. Es el excedente que los inversores obtienen por invertir en un activo del mercado con riesgo.

Por lo tanto, se deduce que el rendimiento esperado de cualquier título i bien valorado, según indica la SML, incorpora además del rendimiento del título seguro, el exceso del rendimiento de mercado ($\bar{r}_M - r_f$) que normalmente será positivo porque el rendimiento del mercado soporta un determinado riesgo (medido únicamente por σ_{iM}) que el activo seguro no contempla, y por tanto, el primero tendrá un rendimiento esperado superior al título seguro. El mercado dará un rendimiento mayor sólo si σ_{iM} es mayor. Tanto σ_{iM} como β miden el riesgo sistemático, que es el riesgo que va adherido al mercado y que no es diversificable (es el único riesgo que valora el mercado). También se define como la sensibilidad del título ante movimientos de variables macroeconómicas que se producen en el mercado.

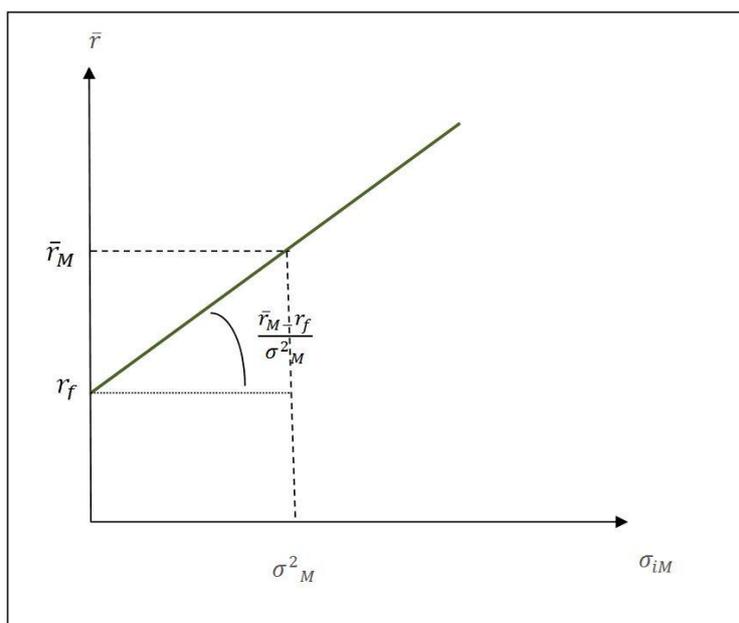
Se define el riesgo sistemático o no diversificable como el riesgo que produce movimientos en el mercado, ya sea relacionados con tipos de interés, PIB, etc., y que afectan al precio de una acción (medido por σ_{iM} o β). Es decir, es el exceso de riesgo que incorpora una acción a la cartera óptima del mercado.

Por otra parte, el riesgo específico o no sistemático, medido por σ^2 , sería aquél que una empresa podría reducir mediante la negociación de una cartera bien diversificada. Un inversor no va a exigir un exceso o plus en la rentabilidad de su cartera por soportar este riesgo, ya que podrá reducirlo diversificando bien su cartera.

La representación gráfica de la SML se puede realizar incluyendo como riesgo sistemático σ_{iM} o β , ya que la recta mide la relación que se da entre la beta o covarianza con la variable dependiente (rendimiento esperado).

A continuación, se efectúa la representación gráfica de la SML incorporando como medida del riesgo σ_{iM} .

Gráfico 8. SML. Caso de medición del riesgo mediante σ_{iM} .



La parte de la fórmula $\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2}$ constituye la pendiente de la SML, que representa el exceso de rendimiento que los inversores están dispuestos a asumir en el mercado bajo unas condiciones de riesgo determinadas.

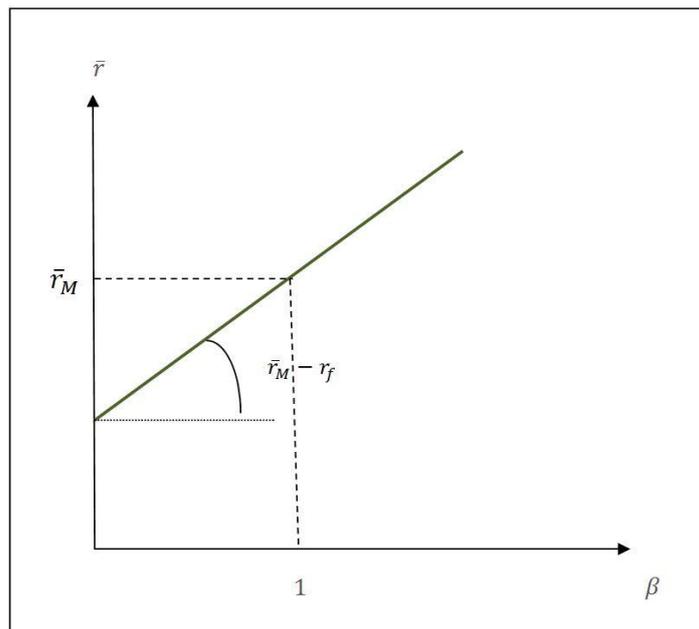
Es la tangente de la recta la que forma la SML.

La parte de la fórmula $\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$ se nombra como β . Por consiguiente, la SML puede expresarse también como :

$$\bar{r}_i = r_f + \beta (\bar{r}_M - r_f)$$

Al variar dicha fórmula, la SML pasa a representarse de la siguiente forma:

Gráfico 9. SML. Caso de medición del riesgo mediante β .



De esta forma, la SML incorpora en su expresión una prima por riesgo, que es el exceso de riesgo que el inversor está dispuesto a asumir por obtener un mayor nivel de rentabilidad en su título

6. Aplicación del CAPM en mercados emergentes

6.1. Valoración del Modelo CAPM en ausencia del activo libre de riesgo

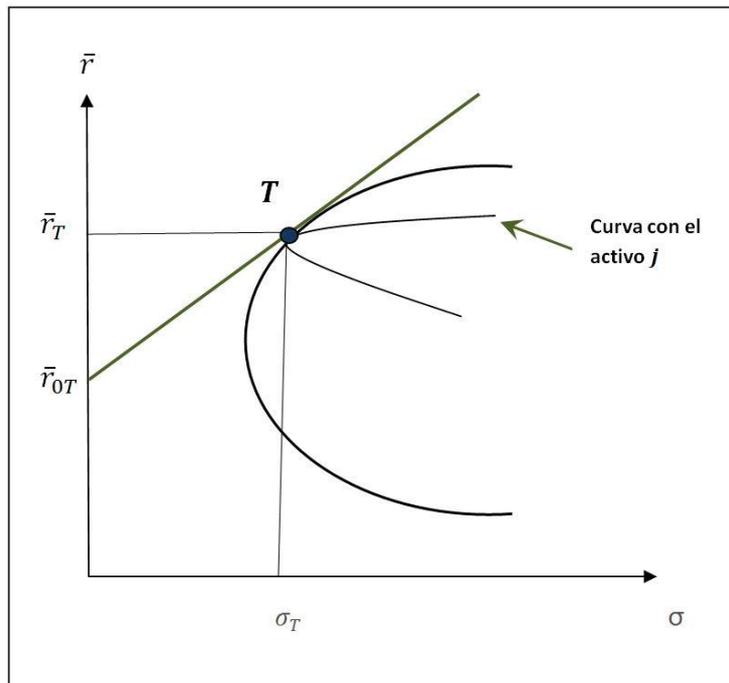
En este apartado, el objetivo es conseguir el desarrollo del modelo CAPM pero eliminando la hipótesis de que en el mercado existe un activo seguro o libre de riesgo.

En el caso explicado anteriormente, se partía de las hipótesis que dentro de la cartera eficiente del mercado existe un activo seguro, con lo cual todos los inversores poseerán la misma cantidad de activos con riesgo. Entonces, el valor de la beta también sería el mismo para todos los inversores, ya que la contribución al riesgo de cada título negociado será el mismo en todas las carteras eficientes.

En este caso, la situación es totalmente diferente, pues se parte de la premisa de la no existencia de un activo seguro en el modelo. Es decir, en esta nueva situación no existe una tasa libre de riesgo a la que los inversores puedan prestar y pedir prestado sin limitaciones.

La relación que se da entre el rendimiento esperado de cualquier activo que incorpore riesgo con su beta cuando no existe un activo seguro, se puede representar gráficamente de la siguiente forma:

Gráfico 10. Relación entre el rendimiento esperado y el riesgo beta cuando no existe activo libre de riesgo.



Para ello, se parte de la base al igual que en el CAPM, que existe una cartera eficiente T situada en la frontera eficiente de activos con riesgo. A raíz de esa cartera se dibuja una línea recta que sea tangente a la cartera eficiente T . Al punto de dicha recta que se sitúa en el eje de ordenadas se denominará \bar{r}_{0T} . Cabe destacar que este rendimiento esperado es sólo un punto de referencia y no es el rendimiento del activo libre de riesgo, dado que este activo no existe en este modelo.

A continuación, se conforma una cartera c con una proporción $(1 - w)$ de la cartera eficiente T y una proporción w de otro activo j , que es ineficiente. Esta combinación dará lugar a una nueva curva dentro del conjunto factible de partida. Esta nueva curva deberá ser tangente a la recta en la cartera eficiente T , por tanto, las pendientes de la recta y de la curva en el punto T deberán ser las mismas. Para una ponderación de $w = 0$, la cartera c estará formada en su totalidad por la cartera T , mientras que si $w = 1$ lo estaría por el activo incierto j . Cabe suponer que se toma como ejemplo esta cartera eficiente T , pero podría ser cualquier otra, ya que no sólo existe una única cartera compuesta por activos con riesgo y que se considere eficiente.

A continuación, el interés de este apartado se basa en mostrar el desarrollo tanto del rendimiento esperado de la cartera c , como su varianza:

$$\bar{r}_c = w\bar{r}_j + (1 - w)\bar{r}_T$$

$$\sigma_c^2 = \omega^2 \sigma_j^2 + (1 - \omega)^2 \sigma_T^2 + 2\omega(1 - \omega)\sigma_{jT}$$

Se obtiene la pendiente de la curva interior en el punto T suponiendo que $w = 0$. Al mismo tiempo, dado que la pendiente de la recta es la misma que la de la curva que define la cartera eficiente T , se llega a la siguiente igualdad:

$$\frac{(\bar{r}_j - \bar{r}_T)\sigma_T}{\sigma_{jT} - \sigma_T^2} = \frac{\bar{r}_T - \bar{r}_{0T}}{\sigma_T}$$

De forma simplificada se obtiene que:

$$\bar{r}_j - \bar{r}_T = [\bar{r}_T - \bar{r}_{0T}] \frac{\sigma_{jT} - \sigma_T^2}{\sigma_T^2} = [\bar{r}_T - \bar{r}_{0T}](\beta_{jT} - 1)$$

Finalmente, se llega a la relación de rendimiento esperado del activo j , designado como \bar{r}_j , que representa la relación lineal entre el rendimiento esperado de un activo o cartera cualquiera con riesgo, denominados como j , y el riesgo que representa este activo incierto en el mercado (beta) si lo comparamos con la cartera eficiente T . Esta expresión es general y puede ser utilizada para cualquier cartera que se considere eficiente siempre que se cumpla la eficiencia en el sentido de media-varianza.

$$\bar{r}_j = \bar{r}_{0T} + (\bar{r}_T - \bar{r}_{0T})\beta_{jT}$$

Esta expresión es muy similar a la obtenida con el CAPM que integra el activo seguro, con la única diferencia que en este caso el rendimiento esperado del activo designado \bar{r}_{0T} , es un activo cualquiera que sí incorpora riesgo en su valoración. La beta representa el riesgo de un activo j en el mercado con respecto a la cartera ideal T , de forma que se da una relación lineal entre el rendimiento esperado del activo con riesgo j y su beta con cualquier cartera que se considere eficiente.

Tras haber llegado a la conclusión final acerca de cómo plantear el rendimiento esperado de un activo cualquiera con riesgo en el mercado, se aprecia que el rendimiento esperado del activo j será igual al rendimiento esperado del activo $0T$, es decir: $\bar{r}_j = \bar{r}_{0T}$, siempre que se cumpla alguna de estas condiciones:

- El riesgo del activo j en el mercado con respecto al riesgo de la cartera eficiente T sea igual a cero, es decir que $\beta_{jT} = 0$.
- La correlación del activo j con la cartera eficiente T es igual a cero, lo que significa que el comportamiento de ambas carteras es independiente, de tal forma que $Cov(r_j, r_T) = 0$.

La cartera con un riesgo inferior es aquella que representada con un rendimiento esperado de \bar{r}_{0T} y una desviación típica de σ_{0T} , que además posee una covarianza nula con respecto a la cartera eficiente (situada en la recta que hace tangencia con la curva), lo que implica que su beta también sea igual a cero.

Por lo tanto, se concluye que si elegimos una combinación de dos carteras que posean mínima varianza, éstas darían lugar a una nueva cartera con mínima varianza, que sería considerada como eficiente, estando compuesta por activos con un riesgo mínimo. Esta combinación podría ser entre la cartera α y la cartera eficiente T .

6.2. Valoración en mercados emergentes

Para un buen desarrollo preliminar del Estado de la Cuestión del presente Trabajo de Fin de Máster, se parte de la base que en los últimos años han aparecido un gran número de nuevos mercados de capitales a nivel mundial, ofreciendo a los inversores un nuevo abanico de oportunidades para invertir.

Este apartado se centra, en concreto, en los mercados emergentes. **Hooke (2001)** define un mercado emergente como "aquellos mercados financieros de países en vías de desarrollo, poco industrializados, que se caracterizan por ser economías basadas principalmente en commodities, pero con el riesgo de una situación política inestable". Por lo tanto, la primera

deducción que se puede extraer del CAPM con respecto a estos mercados, es que el comportamiento de los activos de capital en estos no puede calificarse como eficientes.

Además, los activos financieros que componen un mercado emergente poseen elevados rendimientos esperados, lo cual significa que serán mercados con elevadas volatilidades introduciendo un riesgo mayor. Esto conlleva a que la correlación existente entre los distintos mercados emergentes sea igualmente muy elevada, por la gran dependencia que se da entre estos mercados, a diferencia de lo que ocurre en los mercados desarrollados.

Por otra parte, los rendimientos esperados que se obtienen en los mercados emergentes están altamente influenciados por la información local, lo cual no ocurre de la misma forma en los mercados desarrollados.

Tal y como se ha explicado anteriormente, la formulación del Modelo CAPM, en una de sus variantes (SML) era la siguiente:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta (\bar{r}_M - r_f)$$

Como se ha visto, el Modelo CAPM se basa en la eficiencia de los mercados por descontar los costes de capital a unas tasas de descuento demasiado bajas cuando deberían ser mayores, ya que el riesgo sistemático al que se exponen los mercados emergentes es mayor al de los desarrollados. Además, a mi juicio, en función del país al que hagamos referencia, la exposición al riesgo va a ser diferente, ya que se puede hablar de riesgo país, riesgo de crédito, riesgo sistemático o de mercado, riesgo derivado de la inflación, riesgo de default, riesgo de tipo de cambio, etc.

7. Insuficiencias del CAPM

Tras haber pasado más de treinta años desde que se desarrolló el Modelo CAPM, este ha recibido numerosas críticas por parte de autores que han estudiado el modelo de valoración de inversiones. Muchos de ellos coinciden en que este conocido modelo de valoración no es suficiente, a pesar de que los rendimientos esperados de los activos financieros en el largo plazo están altamente relacionados con su medida de riesgo beta. A continuación, se exponen las opiniones y/o críticas de algunos famosos economistas financieros sobre el presente modelo. Las críticas que adquieren una mayor relevancia en esta investigación se pueden dividir en dos clases claramente diferenciadas: en primer lugar, se da el caso de Fama & French (1996) y Roll (1977), quienes señalan que las variables del CAPM son insuficientes o limitadas para valorar la cartera de mercado. Posteriormente, las opiniones que exponen autores como Seligman (1983), Hooke (2001) y otros, se basan en la errónea aplicación del Modelo de Valoración de Activos en los mercados emergentes.

A continuación, se manifiesta el primer tipo de críticas en las que los autores cuestionan la validez de las variables que componen el CAPM:

En primer lugar, **Fama & French (1996)** apuntan que el CAPM posee una serie de limitaciones por las siguientes razones:

- Cuando se trata de empresas pequeñas, no suele darse una concordancia entre el rendimiento esperado de las acciones que predice el CAPM y el que finalmente tienen estas. Normalmente, en estos casos, el CAPM genera unos resultados menores que los reales, en cuanto al rendimiento esperado de las acciones de una empresa.
- Las acciones que poseen precios bajos en la Bolsa de Valores, generalmente obtienen unas rentabilidades esperadas mayores de lo que dicta el CAPM en sus resultados, lo cual manifiesta un cierto grado de infravaloración en los precios.

Una vez se consiguen ajustar las dos características anteriores en el cálculo del rendimiento esperado de las acciones, la medida de riesgo beta que incorpora el CAPM pierde credibilidad

en cuanto a la explicación del rendimiento esperado en el modelo. Esto conlleva a una medición incorrecta del riesgo.

Así, estos autores defienden que el CAPM no es una herramienta adecuada para medir la cartera de mercado. Que el modelo estudiado no defina adecuadamente la cartera de mercado conlleva a que tanto los rendimientos esperados de las inversiones como su riesgo puedan generar resultados incorrectos.

Sin embargo, **Roll (1977)** critica el modelo CAPM por no incorporar en su análisis todos los activos que poseen riesgo en el mercado. El modelo solamente considera en su valoración los activos financieros con riesgo, es decir, las acciones, dejando a un lado los activos como el capital humano, bienes y otros. De esta forma, el CAPM también pierde credibilidad en cuanto al ajuste de sus resultados por este motivo. Además, el autor critica que el CAPM deba ir unido a la hipótesis de que los mercados financieros son eficientes. Es decir, para que se cumplan las hipótesis de dicho modelo, éste debe verificar que la cartera de mercado sea eficiente, o lo que es lo mismo, que los mercados de capitales sean eficientes. El problema es que para llegar a la eficiencia en la cartera de mercado no se están teniendo en cuenta todos los factores que afectan al riesgo de ese mercado en concreto, quedando su estudio incompleto.

En cuanto a la segunda clase de críticas que diversos autores hacen al CAPM por no valorar de una forma adecuada los mercados emergentes, estas se explican a continuación:

Seligman (1983) habla sobre el sentido de la beta y que **Rubio (1987)** expresa en su artículo es que "Si el beta trabaja como se postula, y si los mercados son eficientes, como se cree, debería ser imposible que en los estudios empíricos se encontraran resultados distintos o no concordantes con los que la teoría predice. Sin embargo, esto ha sucedido. Lo anterior, no obstante, no es la única razón para que el beta del CAPM parezca algo bamboleante hoy en día. La medida de riesgo no está en problemas solamente debido a estas anomalías. Ésta también ha sido atacada, y alcanzada porque:

1. Hay evidencias que los betas no son estables en el tiempo.

2. Hay evidencia que cualquier beta variará considerablemente, dependiendo de que índice se vaya a usar como una aproximación para el portfolio de mercado.
3. Hay evidencia que en un período extremadamente largo (1931-1965) la relación riesgo-retorno no fue la más acertada: los actuales retornos fueron algo más altos que los predichos para activos con bajos betas, y más bajos para los predichos para activos con altos betas."

Ahora bien, si nos centramos en el caso de la aplicación del modelo a los mercados en vías de desarrollo, nos encontramos con numerosos trabajos que demuestran que el CAPM ha sido y sigue siendo el más utilizado para obtener el coste de capital de empresas en países desarrollados, dejando a un lado su cálculo y aplicación en los mercados emergentes. Además, la obtención del rendimiento medio y la volatilidad que caracteriza a los mercados de capitales de los países emergentes, se rechaza si utilizamos el modelo CAPM, ya que sólo tiene en cuenta en su aplicación a los mercados eficientes, lo cual hace llamar a los que estoy estudiando como "ineficientes".

Autores como **Edison & Warnock (2004)** cuestionan la existencia de eficiencia en los activos financieros de los países emergentes por diversas razones, tales como:

- La mayoría de las empresas que conforman los países emergentes no cotizan en mercados bursátiles, es por ello que los niveles de liquidez, volumen de negociación y la capitalización son mucho más reducidos que los que se dan en las bolsas de valores de países desarrollados. Por lo tanto, se dice que las bolsas de valores en este tipo de mercados en vías de desarrollo son de accesibilidad limitada, teniendo escasa importancia.
- Información poco fiable y escasa con respecto a estas economías, por poseer una situación macroeconómica expuesta a una mayor inflación, política monetaria incierta, inseguridad política y judicial, etc. Esto conlleva a que se reduzca la capacidad de decisión de inversión para un inversor local, por no disponer de información que le sirva de utilidad sobre las acciones de una empresa.

En otros estudios, como el de **Harvey (1995)**, se demuestra como en muchas ocasiones se aceptan decisiones de inversión en estos mercados, con unas tasas de rendimiento del activo muy bajas, soportando un riesgo alto. Esto es debido a que las betas que poseen los títulos de los mercados bursátiles son muy bajas, ya que no existe una fuerte correlación entre éstas y los rendimientos de las acciones en estos mercados. Por lo tanto, en la ecuación del CAPM, al ser tan baja la beta, el rendimiento esperado del activo en el que se invierte es muy bajo. Este es otro importante riesgo que debe combatirse en el modelo estudiado.

A pesar de todas las críticas recibidas, el modelo CAPM sigue siendo una herramienta muy valorada para la medición del rendimiento esperado de los activos con riesgo. Es una medida que se ha estado utilizando durante más de 30 años para calcular unos valores, los más aproximados posible en cuanto al rendimiento y riesgo de las inversiones. El CAPM, fue el primer estudio que se desarrolló en esta materia, gracias al tratamiento realizado por Markowitz, con su Teoría de Carteras eficientes, y por ello, es un modelo con una gran fortaleza que permite adecuar unos resultados a la realidad, aunque no sea perfecto. Así mismo, su aplicación a la práctica es muy sencilla, lo que permite obtener un cálculo rápido y aproximado de los rendimientos de las acciones. Además de su fácil razonamiento, otra ventaja del modelo CAPM es que sabe diferenciar perfectamente entre el riesgo diversificable y el no diversificable.

Por lo tanto, después de realizar un estudio profundo sobre el modelo CAPM se puede decir que el modelo tiene muchas fortalezas, pero también presenta un elevado número de ineficiencias al valorar el precio de los activos financieros, abriéndose una brecha todavía mayor en el caso de los mercados emergentes. En estos últimos, las hipótesis del CAPM son drásticamente rechazadas, ya que al cuestionarse la existencia de eficiencia en estos mercados ya no pueden ser incluidos en la valoración del CAPM, que solamente contempla aquellos mercados que son eficientes. Que un mercado sea emergente no tiene porqué cuestionar que un mercado sea eficiente o no, ya que para ello deberán tenerse en cuenta en su valoración un mayor número de variables que las que incorpora el CAPM.

8. Modelos que cuestionan la eficiencia del CAPM

El objetivo de este apartado consiste en el planteamiento de los modelos más importantes que fueron desarrollados con posterioridad al CAPM, con el fin de mejorarlo y de obtener unos resultados más eficientes en las valoraciones de las inversiones, ya sea en mercados desarrollados como emergentes. Para ello, se toma como referencia el modelo CAPM tradicional, el cual será comparado con los modelos más relevantes que cuestionan su eficiencia. También se plantearán las ventajas e inconvenientes de los nuevos modelos, con el objetivo de proporcionar una conclusión crítica final.

Tras la introducción del CAPM y tras las numerosas críticas recibidas por diversos autores, tales como Fama & French (1996) y Harvey (1995), muchos de ellos han querido mejorar este modelo que valora los precios de los activos, ya sea en mercados desarrollados o emergentes. Algunos de estos autores, manifiestan que la beta no es una medida apropiada del riesgo por ser un concepto que abarca únicamente el riesgo sistemático y que no tiene en cuenta aquél riesgo adherido a una cartera que el inversor puede diversificar. También, se considera que la beta mide el riesgo del conjunto de inversores en función de su comportamiento en media y varianza, en un escenario de equilibrio. Dicho de otra forma, la implicación de la beta en su aplicación al CAPM se sustenta en un equilibrio en el que todos los inversores consiguen una utilidad máxima en la elección de sus carteras en función del binomio rentabilidad-riesgo que deciden o que están dispuestos a asumir. La carencia de certeza del elemento beta se hace todavía más grande si la inversión se realiza en un país emergente.

Estadísticamente hablando, otra de las razones por las que se crítica al CAPM es porque no se considera como medida de riesgo del todo fiable la varianza de los rendimientos ya que, por un lado, se requiere que los rendimientos posean una simetría total en cuanto a su distribución, lo cual es muy difícil que se dé en la realidad, y por otro, el inversor debe situarse en un escenario en el que los rendimientos posean una distribución normal.

A continuación se exponen aquellos modelos más importantes que fueron desarrollados con posterioridad al CAPM.

8.1. El modelo D-CAPM (The Downside CAPM)

El modelo que se expone a continuación muestra una nueva aplicación de la beta al CAPM, o lo que es lo mismo, una nueva modelización del riesgo en el CAPM en mercados emergentes, denominado como Downside CAPM (D-CAPM) que fue desarrollado por **Estrada (2002)**. El objetivo del modelo es el cálculo de la rentabilidad que poseen las inversiones en los mercados emergentes, bajo unas condiciones de riesgo muy diferentes a las de los mercados desarrollados, probando importantes discrepancias en los resultados obtenidos en la rentabilidad de las inversiones con respecto al CAPM. Estas incompatibilidades se consideran demasiado importantes como para que pasen desapercibidas.

Es por ello que **Estrada (2002)** propone este nuevo modelo que muestra igualmente tanto el rendimiento del activo libre de riesgo como la prima de riesgo del mercado (exceso de riesgo que el inversor está dispuesto a asumir bajo unas condiciones de media-varianza), pero se centra en una nueva medida del riesgo denominada como **semi-desviación** de los rendimientos con respecto a la media referido al riesgo de pérdidas en una inversión. Se considera que la aplicación de esta semi-desviación en lugar de la desviación de los rendimientos es más adecuada por tener en cuenta variables distribución de los rendimientos de una cartera es asimétrica, yendo en contra del estándar CAPM. Se considera más útil y fiable por tener en cuenta en su valoración más medidas estadísticas que permiten una estimación de los rendimientos más completa para los mercados emergentes.

Para explicar con mayor detalle el nuevo modelo, se realiza una comparación entre las hipótesis que apoyan la aplicación de la desviación de los rendimientos con respecto a la media en el CAPM, y la semi-desviación de éstos en un nuevo escenario de valoración del precio de los activos, el D-CAPM. Para ello, se muestra un repaso previo de las premisas que sustentan la utilización de la desviación y semi-desviación de los rendimientos en ambos modelos, a continuación:

- Para comenzar, en el modelo CAPM estándar, se vio como la función de utilidad venía determinada por las expectativas en media-varianza de los rendimientos (μ_c, σ_c^2) de la cartera del inversor, siendo su utilidad final $U = U(\mu_c, \sigma_c^2)$.

En este caso, se considera que la medida del riesgo es la desviación de los rendimientos de los activos que componen la cartera de inversión en forma individual. Por lo tanto, el riesgo individual de un activo i cualquiera es la diferencia entre el rendimiento que posee dicho activo en el mercado y la media de sus rendimientos.

$$\sigma_i = \sqrt{E[(r_i - \mu_i)^2]},$$

Sin embargo, en el caso del modelo D-CAPM, la función de utilidad del inversor es la siguiente: $U = U(\mu_c, \Sigma_c^2)$, lo que significa que, en este caso, el inversor va a basar sus expectativas de inversión en función del rendimiento que le proporcionen los activos que componen su cartera (μ_c), y de la semi-desviación de éstos que se define como:

$$\Sigma_i = \sqrt{E\{\text{Min}[(r_i - \mu_i), 0]^2\}}$$

Por lo tanto, en el nuevo modelo se sustituye la medida del riesgo de la desviación por la semi-desviación, que puede ser válida para cualquier rendimiento que se tome como referencia.

La implicación del uso de la semi-desviación o semi-varianza de la rentabilidad en el nuevo modelo, es que se considera una medida más exacta, ya que está considerando el riesgo de caída en los precios de las inversiones. Es decir, el D-CAPM tiene en cuenta en su cálculo el riesgo que posee un inversor con su inversión cuando la volatilidad de ésta va en contra de sus expectativas. Por lo tanto, el Downside Beta reemplaza a la beta del CAPM por evaluar de una forma más estricta el riesgo sistemático en los mercados emergentes. Así mismo, la semi-desviación incluye información proveniente tanto de la varianza como de la desviación, lo que permite un cálculo de la rentabilidad de las inversiones más fiable.

- Por parte del CAPM, si la cartera que posee el inversor está diversificada en varios activos con el objetivo de reducir el riesgo, éste pasa a medirse con la covarianza de cada activo individual con respecto a la cartera de mercado (σ_{iM}), de la siguiente forma:

$$\sigma_{iM} = E[(r_i - \mu_i)(r_M - \mu_M)],$$

De esta manera, se expresa la desviación que posee el rendimiento de cada activo con respecto a la media de sus rendimientos, comparándose con la desviación de los rendimientos que experimenta la cartera de mercado M . Debido a que la covarianza se considera una medida complicada por tener un significado ilimitado en el que se puede tomar una infinidad de datos, sin embargo, finalmente depende de la escala que se utilice, permitiendo tomar otra medida de riesgo que completa la anterior, denominada como **correlación**, definida como:

$$\rho_{iM} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{E[(R_i - \mu_i)(R_M - \mu_M)]}{\sqrt{E[(R_i - \mu_i)^2]E[(R_M - \mu_M)^2]}}$$

Se denomina correlación (ρ_{iM}) entre activos financieros a la sensibilidad en el precio de un activo financiero cuando el precio de otro activo de referencia varía, que en este caso es la cartera de mercado, durante un periodo de tiempo determinado. Así, se consigue una medida de riesgo más amplia en situaciones de media-varianza (CAPM). La correlación puede ser positiva o negativa. La correlación es positiva cuando ambos activos varían en la misma dirección, de forma que cuando un activo experimenta una subida de valor en su cotización el otro también percibe una subida en su valor. Lo mismo ocurre cuando uno de los activos experimenta caídas en su precio, bajando el otro igualmente. Por otra parte, se dará una correlación negativa cuando la variación en los precios de ambos activos financieros se dé en sentido opuesto, de forma que cuando uno de ellos vea aumentar su cotización, el activo correlado experimentará una caída. Cabe destacar que las correlaciones no tienen porqué ser constantes en el tiempo, es decir, dos activos pueden tener una etapa en la que varíen en el mismo sentido, y posteriormente otra en la que varíen en sentido contrario.

En el sentido del D-CAPM, cuando existe riesgo de caída en la cotización del activo o cartera se aplica la semi-covarianza de los rendimientos de cada activo (Σ_{iM}), también llamada como covarianza de caídas en los rendimientos de los activos, que viene expresada de la siguiente forma:

$$\Sigma_{iM} = E\{Min[(r_i - \mu_i), 0]Min[(r_M - \mu_M), 0]\}.$$

Esta nueva derivación de la covarianza estándar posee las mismas características que la anterior, ya que en el caso del D-CAPM también se presupone que esta medida es limitada así como dependiente en la escala que se utilice. Igualmente, por ser la semi-covarianza una medida insuficiente para medir el riesgo de bajada en la cotización de los activos financieros, se propone una medida que logra ajustar el resultado a la realidad. Lo que se hace es dividir la semi-covarianza por la semi-varianza de los rendimientos del mercado, alcanzando finalmente así la medida de la **beta aplicable a los mercados emergentes**. Esta es la beta que se propone cuando existen movimientos adversos en los precios de los activos financieros, tal y como ocurre muy comúnmente en los mercados emergentes. El cálculo de la llamada Downside Beta (β_i^D) se demuestra a continuación:

$$\beta_i^D = \frac{\Sigma_{iM}}{\Sigma_M^2} = \frac{E\{\text{Min}[(r_i - \mu_i), 0] \text{Min}[(r_M - \mu_M), 0]\}}{E\{\text{Min}[(r_M - \mu_M), 0]^2\}}$$

Finalmente, gracias a la inclusión de la nueva beta en el D-CAPM que mide el riesgo a la baja en las inversiones, se consigue la última y única derivación del modelo D-CAPM. Dicho con otras palabras, se logra el rendimiento esperado de un activo financiero i bajo unas condiciones de riesgo sistemático que implica invertir en un mercado emergente, calculada como:

$$\bar{r}_i = r_f + MRP \beta_i^D.$$

En contraste, en el modelo CAPM, la beta de un activo i cualquiera (β_i) era obtenida dividiendo la correlación del activo i con respecto al mercado entre la varianza de la cartera de mercado:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{E[(r_i - \mu_i)(r_M - \mu_M)]}{E[(r_M - \mu_M)^2]}.$$

La expresión del riesgo beta en el CAPM, que fue explicada al principio de este apartado, denota el riesgo que posee el activo i con respecto al riesgo que soporta el mercado M . Como ya se ha mencionado, la beta no termina de encajar correctamente como medida del riesgo por abarcar únicamente en su valoración el riesgo sistemático

o no diversificable, no teniendo en cuenta las caídas producidas en los precios de los activos financieros. Por lo tanto, esta medida, no se considera perfecta por ser limitada.

Finalmente, se llega a la conclusión del rendimiento esperado de un activo financiero i , expresión tan conocida como CAPM:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta (\bar{r}_M - r_f)$$

En conclusión, una vez se llega a la fórmula final del D-CAPM basada en un comportamiento del inversor de media-semidesviación de los rendimientos de su cartera, se consigue quizás una mejor aproximación a la valoración de dichas inversiones en mercados emergentes por incorporar el riesgo de caída en la cotización de un activo financiero que integra el Downside Beta.

Estrada (2002) defiende que el D-CAPM debería sustituir al CAPM, ya que tras la realización de un estudio matemático en el que calculó la rentabilidad esperada de las inversiones mediante el uso del Downside Beta, llegó a la conclusión que el Downside Beta explica en aproximadamente un 50% la sensibilidad de cambio en los precios de las inversiones en mercados emergentes. Al ser un instrumento (el Downside Beta) que mide una forma más exacta y eficaz la variación en los precios en este tipo de mercado, en comparación con la beta del CAPM, se considera que no pueden obviarse estas diferencias por ser demasiado importantes y llevar a resultados distintos. En el CAPM tampoco se da una relación entre las betas y los rendimientos esperados de los activos financieros, si la valoración se realiza en un mercado emergente. Es por ello que se defiende la aplicación práctica del modelo D-CAPM cuando se trate de inversiones en mercados emergentes, siendo su cálculo igual de simple que en el caso del CAPM.

Una de las ventajas del modelo D-CAPM es que, al medir de una forma más exacta la sensibilidad de cambio en los precios provocados por la volatilidad que incorpora un mercado emergente, los inversores obtienen una rentabilidad en sus inversiones más ajustada a la realidad. Mide de una forma más correcta tanto la volatilidad al alza en el

precio de las inversiones, como a la baja. Por esto se considera una medida más beneficiosa de cara al cálculo de estos precios, y los inversores en su mayoría se decantarían por ésta. Dicho de otra forma, este modelo se aproxima más al precio medio que poseen las inversiones en los mercados emergentes, lo que significa que tienen en cuenta en mayor medida los factores de riesgo que afectar a un mercado emergente.

Además, al integrar el modelo la downside beta, esto implica que el D-CAPM incluye en su valoración el riesgo de cambio en los precios a la baja, situación que ocurre con frecuencia cuando se da una crisis financiera, malestar social, o sin ir más lejos, en los mercados emergentes. Por lo tanto, que este modelo tenga en cuenta la volatilidad a la baja, y que el CAPM no integra en su valoración por valorar solamente aquellos mercados en el que los inversores tienen expectativas homogéneas en un mercado perfecto, explica que el D-CAPM sea un modelo más fiable y correcto (los mercados se exponen a un escenario de riesgo de caída en los precios).

Finalmente, se puede concluir que el D-CAPM es un modelo eficaz y de fácil aplicación práctica, mostrando sus resultados de una forma más ajustada a la realidad en un escenario de mercados emergentes. Pero dado que el CAPM es un modelo con una gran consideración en el mundo de las finanzas siendo muy reconocido y defendido por muchos autores e inversores durante más de treinta años, es muy difícil que el D-CAPM llegue a sustituir al fuerte y valorado CAPM.

8.2. El modelo C-CAPM (The consumption CAPM)

Otro modelo que fue introducido dadas las limitaciones del CAPM, en cuanto al cálculo de los rendimientos esperados de los activos fue el llamado Consumption CAPM (C-CAPM). El CAPM de consumo tiene como objetivo valorar los precios de los activos de consumo. Este modelo, que fue desarrollado por Breeden (1979) se basa en medir de una forma más correcta, según apunta el autor, el rendimiento esperado de la cartera de mercado a través de la medición del crecimiento del consumo de un mercado cualquiera en un período de tiempo determinado (t).

Las hipótesis que apoyan el modelo C-CAPM se explican a continuación:

- Función de utilidad. Los inversores maximizan su función utilidad durante varios períodos de tiempo (en cada período, el consumidor maximiza su función de utilidad). El consumo no es una variable estática, por ello debe medirse en cada período de tiempo.
- Expectativas homogéneas. Todos los inversores poseen las mismas estimaciones en cuanto al rendimiento esperado que esperan obtener con su cartera de inversión.
- Bien de consumo. Existe un único bien de consumo y un mercado de capitales que permite a los inversores alcanzar su nivel de consumo óptimo, sin la posibilidad de mejorarlo con posteriores intercambios.

Bajo estos supuestos, los inversores asumen que existe una relación lineal entre el rendimiento esperado de los activos y la tasa de crecimiento del consumo global. Esto sólo ocurrirá mientras los parámetros que componen la relación lineal sean constantes a lo largo del tiempo. Los principales parámetros que deben conocerse para desarrollar el modelo C-CAPM son los siguientes:

C_t = tasa de crecimiento del consumo agregado per cápita en el tiempo t .

r_{it} = tasa de rendimiento del activo i en el período t .

La condición de equilibrio final, que será desarrollada posteriormente en este apartado es la siguiente:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i C_t + e_{it}$$

Con el objetivo de mostrar tanto las similitudes como discrepancias más significativas entre los modelos CAPM y C-CAPM, se procede a continuación a la realización de una comparación entre las principales hipótesis que sustentan ambos modelos:

- El estudio del modelo C-CAPM se fundamenta, al igual que el CAPM, en la relación que se da entre el rendimiento esperado de un activo i y su riesgo sistemático beta. Esta es la única similitud existente entre ambos modelos, sin embargo a partir de estas primeras premisas el modelo estudiado cambia totalmente.

A continuación se explica el desarrollo del C-CAPM para mostrar cómo ha sido su progreso de una forma más clara:

- En primer lugar, se considera que todos los consumidores van a elegir un nivel de consumo determinado así como aquella combinación de activos que maximice su función de utilidad. La función de utilidad se determina a continuación:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (1 + \rho)^{-s} U(C_{t+s})$$

Tal y como **Mankiw & Shapiro (1986)** explica en su artículo, esta nueva función de utilidad incorpora los siguientes elementos:

" E_t = expectativas condicionales en la información disponible en el momento t ."

ρ = tasa de preferencia en función del tiempo.

C_{t+s} = consumo del período $t + s$.

$U(.)$ = utilidad única para cada período (función constante en el tiempo)".

Las particularidades de esta función de utilidad, a diferencia del CAPM son, que además de incorporar la variable explicativa del consumo en el período $t + s$ (mide los bienes consumidos en un mercado), este tiene en cuenta que los consumidores poseen en su función de utilidad $U(.)$ un único período asumiendo que el riesgo de aversión relativo es constante. El principal problema de esta condición es que al ser el consumo de una familia una variable muy complicada de medir, el resultado que proporciona la función de utilidad así como el modelo final pueden considerarse erróneos. Por ello, este modelo ha recibido muchas críticas por ser complicado de usar y por incorporar variables de difícil medición.

Por lo tanto, así como la función de utilidad del CAPM incorporaba las expectativas que el inversor posee en media-varianza de los rendimientos de su cartera en un entorno de equilibrio, el C-CAPM basa las expectativas de un inversor en función de su consumo en un período de tiempo determinado y en función de la información que

esté disponible en el mercado en el momento t . Que el modelo dependa de la información que esté disponible en un mercado también se considera un inconveniente en el caso que el mercado sea emergente, ya que toda la población no tiene el mismo acceso a la misma información.

Es por ello que este modelo, por un lado puede generar un resultado teórico más lógico que el CAPM por incorporar la variable que mide el riesgo (beta), así como el crecimiento en el consumo. Pero por otro lado, las discrepancias surgidas si se compara con el CAPM no compensan como para que el CAPM sea rechazado. El CAPM puede que no incorpore todas las variables necesarias para medir el riesgo, pero se obtiene un resultado más preciso que con el C-CAPM.

- Derivado de la función de utilidad, se llega a la primera conclusión del C-CAPM, la cual viene expresada a continuación:

$$E_t \left[\left((1 + \frac{r_{it}}{1+\rho}) \left(\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \right) \right) \right] = 1, \text{ pudiendo expresarse también como:}$$

$$E_t [(1 + r_{it})S_t] = 1,$$

Donde r_{it} es el rendimiento del activo i y $S_t = U'(C_{t+1})/(U'(C_t)(1 + \rho))$ es la tasa marginal de sustitución. Si un consumidor tuviera un $S_t > 1$ preferiría consumir en el período $t+1$, mientras que en el caso de que este fuera $S_t < 1$ se decantaría por consumir en el presente (período t).

De la fórmula anterior se llega a una relación entre el rendimiento esperado de los activos y sus respectivas covarianzas de consumo, teniendo en cuenta cada período de tiempo:

$$E[1 + r_{it}] = [E_t S_t]^{-1} (1 - cov(r_{it}, S_t))$$

- A continuación, surge una nueva medida del riesgo denominada como **Consumption Beta** (beta de consumo). La beta del modelo C-CAPM, como se ha expuesto anteriormente, incorpora el crecimiento del consumo en un mercado concreto.

Además, tiene en cuenta el momento en el que se produce la inversión en una cartera de activos. Analíticamente, se expresa de la siguiente forma:

$$\beta_{ci} = \text{cov}(r_{it}, \frac{C_{t+1}}{C_t}) / \text{cov}(r_{Mt}, \frac{C_{t+1}}{C_t})$$

Esta medida del riesgo incluye en su valoración de forma implícita la riqueza que poseen los consumidores, en función de su consumo en cualquier tipo de bien, lo que resulta un aspecto significativo a la hora de medir el riesgo sistemático. Tiene en cuenta la riqueza de los consumidores, pero no su variación lo que supone un gran inconveniente al evaluar el riesgo sistemático. Por lo tanto, si se realiza una comparación entre la beta del C-CAPM con la beta del CAPM, se observa que en el caso del C-CAPM el riesgo sistemático completa el modelo en mayor medida de forma teórica, por incorporar el consumo.

Es decir, para su cálculo se tenía en cuenta la variación del rendimiento de un activo i cualquiera en función de las variaciones en el rendimiento experimentadas por la cartera de mercado, durante un período de tiempo determinado, incorporando para ello el riesgo que existe en el mercado. Sin embargo, en el caso del Consumption CAPM el autor considera que una medida más correcta para medir el riesgo sistemático es a través de la covarianza entre el rendimiento del activo i y el mercado, incorporando además el crecimiento del consumo del mercado en el que se esté operando, teniendo en cuenta el tiempo.

- Gracias a la beta de consumo se obtiene la siguiente ecuación, que representa la relación lineal entre el rendimiento esperado del activo y el crecimiento del consumo en función del riesgo. El C-CAPM se expresa a continuación:

$$r_i = \alpha_0 + \alpha_2 \beta_{ci} + u_i$$

Donde:

r_i = rendimiento esperado del activo i sobre la muestra.

α_0 = inversa de $(ES_t) - 1$

$$\alpha_2 = A \text{cov}(r_M, C_{t+1}/C_t) / [(1+p)ES_t]$$

Una de las ventajas que puede tener este modelo es que podría llegar a explicar el método de valoración de las inversiones incluyendo una variable adicional, como es el consumo de las familias.

Por el contrario, el principal inconveniente que surge con el desarrollo de este nuevo modelo es que resulta muy complicado medir el consumo que se produce en un mercado. Así mismo, ante cambios en el patrimonio de la población, todavía se hace más complejo dar un resultado aproximado sobre el incremento en el consumo. Si esto último se orienta hacia los mercados emergentes, la forma de llegar a calcular esta variable explicativa todavía resulta más difícil de medir.

Otros modelos de menor relevancia, que se han desarrollado con posterioridad al CAPM de forma teórica tienen en cuenta factores como el riesgo país, riesgo de inflación, conflictos políticos y sociales, etc. Una de las primeras "mejoras" se basó en la introducción de una **prima por riesgo país** (denominada como CR_x) en la ecuación del CAPM, produciendo una duplicidad del riesgo en el modelo. Por lo tanto, la incorporación de esta nueva variable no tuvo mucho éxito. Este modelo fue el siguiente:

$$E(r_{i,x}) = r_f + \beta [E(r_M) - r_f] + C_{R_x}$$

Posteriormente, también se introdujo el "**Modelo de CAPM ajustado**", cuyo objetivo fue además de la inclusión de una prima por riesgo país, un coeficiente de determinación de la regresión que se divide por la volatilidad de los rendimientos de un activo y la variación del riesgo del país en el que se encuentre (riesgo país). Se muestra a continuación:

$$E(r_{i,x}) = r_{fG} + \beta_{LL} [E(r_{ML}) - r_{fL}] (1 - R^2) + C_{R_x}$$

9. Conclusiones finales

Para la elección del modelo más idóneo para aplicar en mercados emergentes, en primer lugar, es necesario establecer un análisis comparativo de los resultados empíricos de los modelos posteriores (D-CAPM y C-CAPM) con el CAPM:

- En cuanto al D-CAPM, Estrada (2002) realizó un estudio sobre cómo medir el riesgo sistemático de una forma más exacta en mercados emergentes. Su experimento fue probado en 27 mercados emergentes, introduciendo en su análisis las cuatro medidas de riesgo que forman el CAPM (σ y β) y D-CAPM (\sum_i y β_i^D). De este análisis se puede concluir que las cuatro medidas de riesgo son muy significativas por explicar en un elevado porcentaje la volatilidad existente en los rendimientos de las acciones. Pero, es el Downside Beta la medida que posee un mayor poder explicativo debido a que ésta explica en un 55% los cambios ante variaciones en el precio de las acciones. Sin embargo, el riesgo sistemático del CAPM (β) lo estima en un 36%.

Por lo tanto, se deduce empíricamente que el D-CAPM mide de una forma más eficiente el riesgo de los mercados emergentes. Además, es un modelo de fácil implementación.

- Por parte del C-CAPM, se lleva a cabo un análisis de más de 400 acciones del mercado. En el estudio empírico se realiza una comparación entre la formulación del CAPM y C-CAPM, observando que los resultados teóricos tienen un mayor respaldo que los empíricos. Esto puede verse reflejado en la valoración de los precios de los activos a partir del riesgo sistemático. Es decir, se considera que la beta del CAPM contiene mucha más información que la beta de consumo del C-CAPM, ya que la beta de consumo es una variable muy difícil de medir en una economía. Por lo tanto, se puede decir que ésta no mide de forma adecuada el riesgo sistemático. Por otra parte, tampoco mide la variación en la riqueza que poseen los inversores, midiendo únicamente su consumo en cada período de tiempo.

Finalmente, y para concluir esta investigación, considero que el mejor modelo de valoración del precio de los activos es:

- **En mercados emergentes:** se elige el D-CAPM como modelo más eficiente por considerar en su valoración del riesgo sistemático no sólo el riesgo que un activo posee en el mercado, sino también el riesgo que un inversor tiene cuando se encuentra en un escenario de pérdidas o riesgo de volatilidad a la baja, como puede ocurrir muy fácilmente en los mercados emergentes. Además, tal y como se ha mencionado anteriormente, el D-CAPM tiene una mayor validez empírica que el CAPM en los mercados emergentes.
- **En mercados desarrollados:** se elige el CAPM debido a que aunque el D-DAPM tiene un mayor respaldo teórico, como se ha nombrado anteriormente, éste no alcanza los resultados deseados empíricamente, teniendo una mayor validez el CAPM en los mercados desarrollados.

Estas elecciones de los modelos se realiza con la información de la que se dispone en este momento, pudiéndose dar la situación en la que uno de los modelos que ya se han desarrollado teóricamente, pero que no se ha comprobado su validez u otros modelos que puedan aparecer en un futuro puedan ser una elección más propicia.

10. Futuras líneas de Investigación

Una vez concluida esta investigación, cabe decir que este trabajo abre las puertas a diversas investigaciones futuras dentro del marco conceptual en el que nos situamos, ya puede ser investigando entre otros modelos que están surgiendo o en la creación de nuevos. Por lo tanto, estas investigaciones futuras pueden agruparse según la tipología en descriptivos o empíricos:

- **Trabajos de investigación de tipo Descriptivo:** Dentro de este ámbito se podrían subdividir en función de las limitaciones que se explicaron anteriormente en el trabajo:
 - **Elaboración de un Modelo propio:** en este caso, se podría proponer un modelo con los conocimientos adquiridos en el que se intentase mitigar las ineficiencias del CAPM
 - **Estudio de los diferentes modelos posteriores que están apareciendo y analizando su validez teórica:** Aparte de los diferentes modelos posteriores desarrollados en esta investigación (CAPM sin activo libre de riesgo, D-CAPM y CCAPM) hay otra cantidad de modelos posteriores que, aunque no han adquirido aún la importancia del resto podrían llegar a tener cierto grado de validez, como pueden ser: multibeta CAPM, liquidity-adjusted CAPM, etc...
- **Trabajos de investigación de tipo Empírico:** otro tipo de trabajo que se podría incluir la comprobación práctica de los modelos expuestos en este trabajo o los otros modelos que se acaban de exponer: CAPM, CAPM sin activo libre de riesgo, D-CAPM, CCAPM, multibeta CAPM, liquidity-adjusted CAPM, etc...

11. Bibliografía

- Edison, H. J. & Warnock, F. E., 2004. U.S. Investors' Emerging Market Equity Portfolios: A security-Level Analysis. *The Review of Economics and Statistics*, 86(3), pp. 691-804.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J. & Goetzmann, W. N., 2011. The Standard Capital Asset Pricing Model. En: *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. s.l.:s.n., pp. 280-281.
- Estrada, E., 2002. Systematic risk in emerging markets: The D-CAPM. *Unpublished Working Paper*.
- Fama, E. & French, K., 1996. Multifactor Explanation of Asset Pricing Anomalies. *Journal of Finance*, pp. 55-84.
- Harvey, C. R., 1995. Predictable Risk and Returns in Emerging Markets. *Review of Financial Studies*, pp. 773-816.
- Hooke, J. C., 2001. *Emerging Markets: A practical guide for corporations, lenders and investors*. s.l.:John Wiley & Sons.
- Luenberger, D. G., 1998. The Capital Asset Pricing Model. En: *Investment Science*. s.l.:s.n., pp. 173-182.
- Mankiw, N. G. & Shapiro, M. D., 1986. The Consumption CAPM. *Risk and Return: Consumption Beta Versus Market Beta*, 68(3).
- Marín, J. M. & Rubio, G., 2011. En: *Economía financiera*. s.l.:Antoni Bosch, pp. 256-260.
- Marín, J. M. & Rubio, G., 2011. En: *Economía financiera*. s.l.:Antoni Bosch, pp. 281-305.
- Markowitz, H., 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Martínez, C. E., Ledesma, J. S. & Russo, A. O., 2013. Particularidades del Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM) en Mercados Emergentes. *Análisis Financiero*, pp. 37-47.
- Roll, R., 1977. A critique of the Assets Pricing Theory Test: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, pp. 130-160.
- Rubio, F., 1987. Capital Asset Pricing Model (CAPM) y Arbitrage Pricing Theory (APT): una nota técnica. *Unpublished working paper*, pp. 15-16.
- Seligman, D., 1983. Can you beat the Stock Market. *Fortune*, 26 Diciembre.
- Sharpe, William F., 1964. Capital asset prices: A Theory of Market Equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, pp. 425-442.