



MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Optimización de Carteras de Inversión Sostenibles
mediante Análisis Multicriterio y Modelo de Markowitz
Ajustado a Criterios ESG

Autor: Miguel Cobo Pérez-Minayo

Director: Luis Lázaro Trasobares

Madrid

Agosto de 2025

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título
Optimización de Carteras de Inversión Sostenibles mediante Análisis Multicriterio y
Modelo de Markowitz Ajustado a Criterios ESG

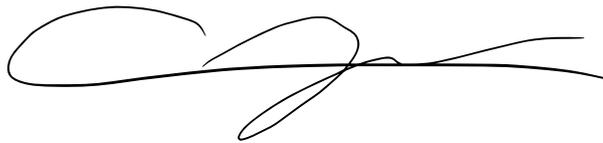
en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el

curso académico 2024/25 es de mi autoría, original e inédito y

no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos.

El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido

tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Miguel Cobo Pérez-Minayo

Fecha: 29/08/2025

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO

Fdo.: Luis Lázaro Trasobares

Fecha: 31/08/2025





MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Optimización de Carteras de Inversión Sostenibles
mediante Análisis Multicriterio y Modelo de Markowitz
Ajustado a Criterios ESG

Autor: Miguel Cobo Pérez-Minayo

Director: Luis Lázaro Trasobares

Madrid

Agosto de 2025

Agradecimientos

A mis amigos Juan Luis y Pedro, a mi director Luis, a mi tío Juan, a mis padres, y a Andrea, por su apoyo y ayuda durante este tiempo.

OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS DE INVERSIÓN SOSTENIBLES MEDIANTE ANÁLISIS MULTICRITERIO Y MODELO DE MARKOWITZ AJUSTADO A CRITERIOS ESG

Autor: Cobo Pérez-Minayo, Miguel.

Director: Lázaro Trasobares, Luis.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

RESUMEN DEL PROYECTO

Este trabajo desarrolla un modelo integrado AHP–Markowitz para la construcción de carteras sostenibles. Los resultados muestran que la inclusión de criterios ESG no compromete la eficiencia financiera y permite obtener carteras alineadas con las preferencias de rentabilidad, riesgo y sostenibilidad del inversor.

Palabras clave: Inversión sostenible, ESG, Optimización de carteras, Modelo de Markowitz, AHP.

1. Introducción

La creciente relevancia de los criterios ambientales, sociales y de gobernanza (ESG) está transformando la gestión de carteras de inversión. Frente al enfoque clásico de la teoría moderna de carteras, centrado únicamente en el binomio riesgo–rentabilidad, surge la necesidad de integrar métricas de sostenibilidad que respondan tanto a las demandas de los inversores como a los requisitos regulatorios. Esta transición refleja un cambio de paradigma en el sistema financiero, donde la sostenibilidad pasa a ser un elemento estructural de la toma de decisiones.

En España, la inversión sostenible ha experimentado un notable crecimiento en los últimos años. Informes recientes sitúan al mercado español entre los más dinámicos en la integración de factores ESG (Spainsif, 2023; Eurosif, 2023), impulsado por la normativa europea (SFDR, Taxonomía de la UE) y por una creciente sensibilidad social hacia el impacto ambiental y ético de las inversiones. Sin embargo, persisten retos ligados a la heterogeneidad de los datos y a la falta de marcos metodológicos uniformes que faciliten la comparación entre productos financieros.

En este contexto, el presente trabajo propone un marco metodológico innovador para la construcción de carteras sostenibles, que combina técnicas cuantitativas de optimización con enfoques multicriterio de apoyo a la decisión. El objetivo es doble: demostrar que es posible compatibilizar rentabilidad, riesgo y sostenibilidad, y ofrecer a gestores e inversores españoles una herramienta práctica que responda a las exigencias regulatorias y contribuya al desarrollo de un sistema financiero más responsable y resiliente.

2. Metodología.

El núcleo metodológico se articula en tres etapas principales y dos aportaciones complementarias. En primer lugar, se adaptó el modelo de Markowitz (1952) para incorporar un umbral mínimo de sostenibilidad, trazando así una **frontera eficiente ESG**. Este paso permitió evaluar el impacto de los criterios de sostenibilidad en la composición de las carteras y en su rendimiento esperado.

En segundo lugar, se aplicó el **Análisis Jerárquico Analítico (AHP)** (Saaty, 1980), con el fin de derivar pesos relativos para cinco criterios clave: rentabilidad, riesgo, sostenibilidad ESG, alfa y beta. El AHP proporcionó una base transparente y sistemática para cuantificar las preferencias del inversor y evaluar la importancia relativa de cada dimensión.

En tercer lugar, se integraron ambos enfoques en un **modelo híbrido AHP–Markowitz**, en el que los pesos obtenidos del AHP se incorporaron directamente en la función objetivo del problema de optimización. Esta integración constituye la principal aportación metodológica del trabajo, ya que permite construir carteras que reflejan simultáneamente el desempeño financiero y las prioridades del inversor en materia de sostenibilidad.

Durante la elaboración del proyecto surgieron dos extensiones adicionales. Por un lado, el **SSAIF**, inspirado en los torneos suizos, que evaluó los fondos en rondas sucesivas, generando un ranking competitivo y dinámico. Aunque exploratorio, este sistema ofrece una perspectiva innovadora sobre la consistencia de los fondos a lo largo del tiempo. Por otro, se exploró la **IA aplicada a finanzas sostenibles**, empleada de manera preliminar como apoyo a la clasificación y selección de fondos, con potencial para futuros desarrollos que integren aprendizaje automático en la construcción de carteras.



Ilustración 1 - Arquitectura metodológica del TFM.

3. Resultados

La adaptación del modelo de Markowitz con restricciones ESG permitió construir carteras sostenibles manteniendo la eficiencia financiera: la frontera eficiente sostenible se situó próxima a la tradicional bajo umbrales moderados.

El AHP generó un ranking claro de los diez fondos analizados, del que se seleccionó un Top-5 para la optimización. La integración de ambos métodos dio lugar a una cartera concentrada en tres fondos principales, con rentabilidad esperada del 16,36 %, volatilidad del 15,37 % y ratio de Sharpe de 1,06, cumpliendo un ESG medio de 0,75.

El análisis de sensibilidad mostró que variaciones moderadas en los pesos del AHP o en los umbrales de rentabilidad y sostenibilidad no alteraron de manera significativa la composición ni el desempeño de la cartera, confirmando la robustez del modelo.

Además, el SSAIF aportó una perspectiva dinámica al identificar fondos consistentes en rondas sucesivas, y la aplicación de IA ofreció indicios de utilidad en la clasificación y gestión de grandes volúmenes de datos.

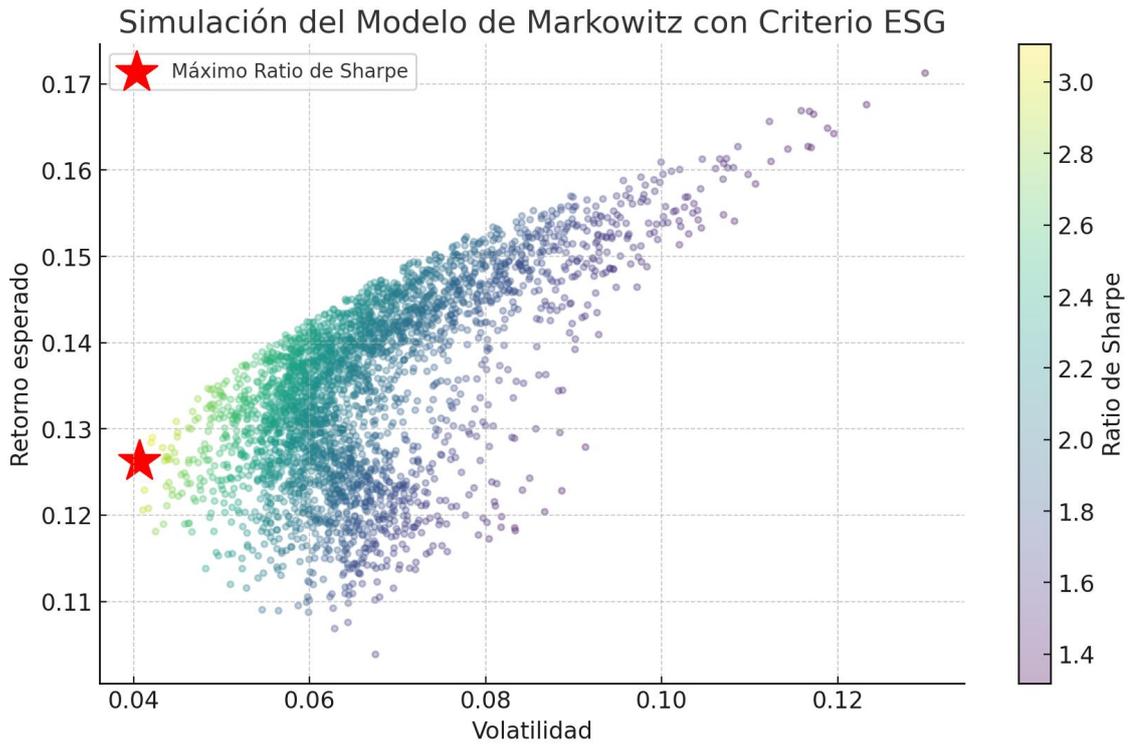


Ilustración 2 – Simulación del Modelo de Markowitz con criterio ESG

4. Conclusiones

El trabajo demuestra que la integración AHP–Markowitz constituye una aportación metodológica innovadora para compatibilizar de forma operativa rentabilidad, riesgo y sostenibilidad en la construcción de carteras. El modelo propuesto es transparente, replicable y capaz de reflejar explícitamente las preferencias del inversor.

Las extensiones exploratorias amplían la proyección del proyecto: el SSAIF como sistema competitivo de evaluación comparativa y la IA como herramienta emergente para enriquecer el análisis. Aunque preliminares, ambas líneas subrayan el potencial del enfoque para evolucionar y adaptarse a los nuevos retos de las finanzas responsables. En conjunto, el estudio combina validación empírica, utilidad práctica y apertura a la innovación, contribuyendo al desarrollo de las finanzas sostenibles.

5. Referencias

- Eurosif. (2023). *European SRI Study 2023*. Bruselas: Eurosif. Recuperado de <https://www.eurosif.org>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Saaty, T. L. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Spainsif. (2023). *Informe anual de la inversión sostenible y responsable en España 2023*. Madrid: Spainsif. Recuperado de <https://www.spainsif.es>.

SUSTAINABLE PORTFOLIO OPTIMIZATION THROUGH MULTICRITERIA ANALYSIS AND A MARKOWITZ MODEL ADJUSTED TO ESG CRITERIA

Author: Cobo Pérez-Minayo, Miguel.

Supervisor: Lázaro Trasobares, Luis.

Collaborating Entity: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

ABSTRACT

This work develops an integrated AHP–Markowitz model for the construction of sustainable portfolios. The results show that the inclusion of ESG criteria does not compromise financial efficiency and enables portfolios to be aligned with investors’ preferences regarding return, risk, and sustainability.

Keywords: Sustainable investment, ESG, Portfolio optimization, Markowitz model, Analytic Hierarchy Process (AHP).

1. Introduction

The growing relevance of environmental, social, and governance (ESG) criteria is transforming portfolio management. In contrast to the classical approach of modern portfolio theory, which focuses exclusively on the risk–return trade-off, there is a need to integrate sustainability metrics that respond both to investor demands and to regulatory requirements. This transition reflects a paradigm shift in the financial system, where sustainability has become a structural element of decision-making.

In Spain, sustainable investment has experienced significant growth in recent years. Recent reports place the Spanish market among the most dynamic in the integration of ESG factors (Spainsif, 2023; Eurosif, 2023), driven by European regulation (SFDR, EU Taxonomy) and by growing social awareness of the environmental and ethical impact of investments. However, challenges remain, particularly regarding data heterogeneity and the lack of uniform methodological frameworks that facilitate the comparison of financial products.

In this context, the present work proposes an innovative methodological framework for the construction of sustainable portfolios, combining quantitative optimization techniques with multicriteria decision-making approaches. The objective is twofold: to demonstrate that it is possible to reconcile return, risk, and sustainability, and to provide Spanish asset managers and investors with a practical tool that meets regulatory requirements while contributing to the development of a more responsible and resilient financial system.

2. Methodology

The methodological core is structured into three main stages and two complementary contributions. First, the classical Markowitz model (1952) was adapted to incorporate a minimum sustainability threshold, thus defining an ESG-efficient frontier. This step enabled the evaluation of the impact of sustainability constraints on both portfolio composition and expected performance.

Second, the Analytic Hierarchy Process (AHP) (Saaty, 1980) was applied to derive relative weights for five key criteria: return, risk, ESG sustainability, alpha, and beta. The AHP provided a systematic and transparent basis for quantifying investor preferences and assessing the relative importance of each dimension.

Third, both approaches were integrated into a hybrid AHP–Markowitz model, in which the weights obtained from the AHP were incorporated directly into the optimization problem. This integration constitutes the main methodological contribution of the work, as it enables the construction of portfolios that simultaneously reflect financial performance and investor sustainability priorities.

In addition, two exploratory contributions were developed. On the one hand, the SSAIF, inspired by Swiss tournaments, evaluated funds through successive rounds, generating a dynamic and competitive ranking. On the other hand, AI techniques were preliminarily tested as a support tool for fund classification and selection, showing potential for future developments that integrate machine learning into portfolio construction.



Figure 1 – Methodological architecture of the dissertation

3. Results

The adaptation of the Markowitz model with ESG constraints enabled the construction of sustainable portfolios while maintaining financial efficiency: the ESG-efficient frontier remained close to the traditional one under moderate thresholds.

The AHP produced a clear ranking of the ten funds analyzed, from which a Top-5 was selected for optimization. The integration of both methods resulted in a portfolio concentrated in three main funds, with an expected return of 16.36%, volatility of 15.37%, and a Sharpe ratio of 1.06, meeting an average ESG score of 0.75.

The sensitivity analysis showed that moderate variations in AHP weights or in the return and sustainability thresholds did not significantly alter portfolio composition or overall performance, confirming the robustness of the model. Furthermore, the SSAIF contributed a dynamic perspective by identifying consistent funds across successive rounds, while the application of AI provided initial evidence of its usefulness in fund classification and in managing large datasets.

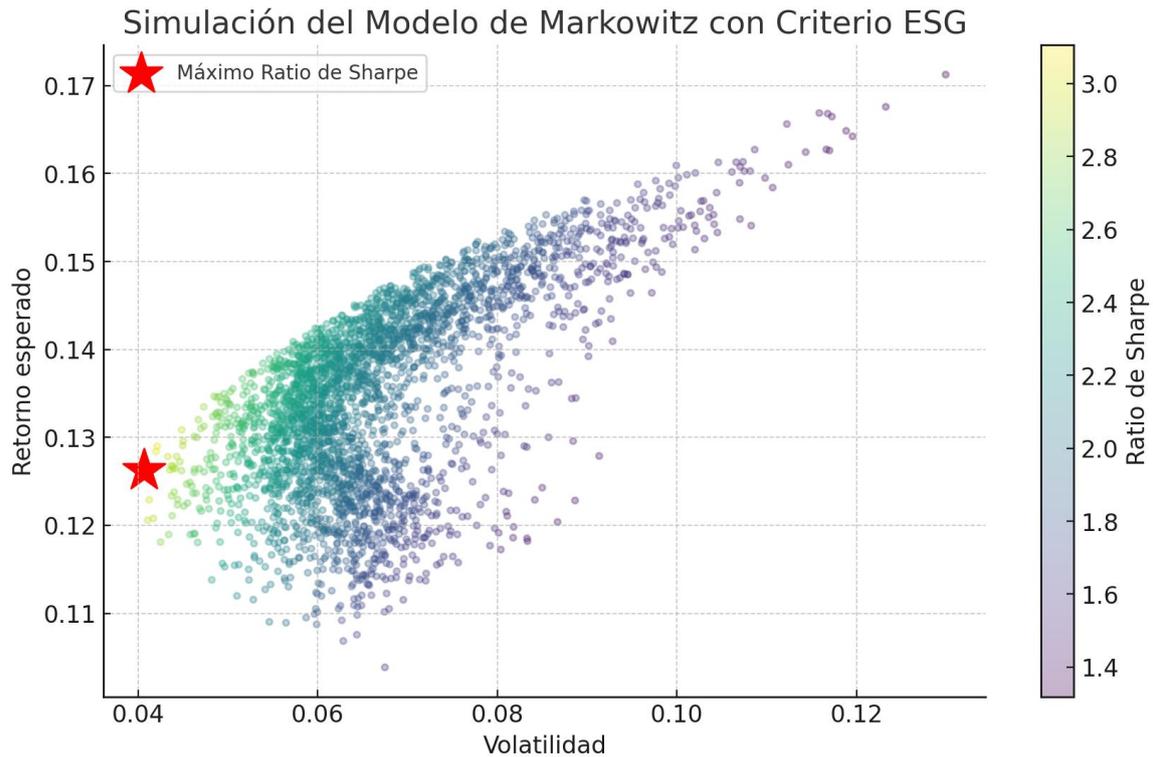


Figure 2 – Simulation of the Markowitz Model with ESG criterion

4. Conclusions

The study demonstrates that the integration of AHP and the Markowitz model constitutes an innovative methodological contribution for simultaneously addressing return, risk, and sustainability in portfolio construction. The proposed model is transparent, replicable, and able to explicitly reflect investor preferences.

The exploratory extensions broaden the project’s scope: the SSAIF as a competitive system for comparative evaluation, and AI as an emerging tool to enrich the analysis. Although preliminary, both lines underscore the model’s potential to evolve and adapt to the future challenges of responsible finance. Overall, this study combines empirical validation, practical utility, and openness to innovation, contributing to the development of sustainable finance.

5. References

- Eurosif. (2023). *European SRI Study 2023*. Brussels: Eurosif. Retrieved from <https://www.eurosif.org>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Saaty, T. L. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Spainsif. (2023). *Annual report on sustainable and responsible investment in Spain 2023*. Madrid: Spainsif. Retrieved from <https://www.spainsif.es>

Índice de la memoria

Capítulo 1. Introducción	7
Capítulo 2. Estado de la cuestión	14
Capítulo 3. Motivación	17
Capítulo 4. Objetivos del proyecto	20
4.1 Extensiones metodológicas	21
4.2 Limitaciones y amenazas a la validez	22
Capítulo 5. Metodología	24
5.1 Diseño metodológico.....	24
5.2 Adaptación del modelo de Markowitz	26
5.3 Desarrollo del sistema de evaluación multicriterio mediante AHP e integración con el modelo de Markowitz	28
Capítulo 6. Análisis de resultados	32
6.1 Simulación Monte Carlo y frontera eficiente	32
6.2 Comparación entre cartera tradicional y cartera ESG	33
6.3 Compromiso entre sostenibilidad y rendimiento.....	35
6.4 Análisis de Resultados del Sistema AHP	36
6.4.1 Pesos de los criterios en la evaluación AHP.....	36
6.4.2 Puntuación global AHP de los fondos y análisis de resultados	37
6.4.3 Coherencia con los objetivos del inversor	38
6.4.4 Validación de la consistencia de los juicios.....	38
6.4.5 Discusión crítica del método AHP	39
6.5 Integración del modelo AHP–Markowitz	40
6.5.1 Análisis de sensibilidad	44
Capítulo 7. Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)	46
7.1 Introducción.....	46
7.2 Fundamentos del Sistema Suizo.....	46
7.2.1 Principales características.....	47

7.2.2 Adopción parcial en la Champions League de la UEFA	48
7.2.3 Mecánica general.....	48
7.2.4 Consideraciones teóricas y limitaciones	49
7.3 Adaptación al ámbito financiero: el SSAIF.....	50
7.3.1 Definición del modelo.....	50
7.3.2 Ejemplo ilustrativo	51
7.3.3 Simulación inicial con 4 fondos (Python).....	55
7.4 Comparación entre SSAIF y AHP.....	56
7.4.1 Comparación empírica en el ejemplo de 4 fondos	57
7.4.2 Conclusión comparativa.....	58
7.5 Simulación extendida con 20 fondos.....	59
Capítulo 8. Inteligencia Artificial en la Inversión Responsable.....	63
8.1 Aplicaciones de la IA en Finanzas	63
8.2 Aplicaciones Financieras y su Relación con la Optimización de Carteras.....	64
8.3 IA y Criterios ESG: Avances Clave	65
8.4 Modelos Híbridos y Plataformas Avanzadas	65
8.5 Integración con el Modelo AHP–Markowitz	66
8.6 Retos Éticos y Regulatorios	66
8.7 Conclusiones	67
Capítulo 9. Extensiones metodológicas y limitaciones del modelo.....	68
9.1 Introducción y fortalezas del enfoque AHP-Markowitz.....	68
9.2 Limitaciones del enfoque AHP-Markowitz en carteras ESG.....	69
9.2.1 Subjetividad de los juicios en AHP y sesgos del decisor.....	69
9.2.2 Supuestos y limitaciones del modelo de Markowitz (media-varianza).....	71
9.2.3 Calidad, disponibilidad y estandarización de datos ESG.....	73
9.2.4 Naturaleza estática del modelo vs. cambios dinámicos del mercado y preferencias.....	77
9.3 Extensiones metodológicas y desarrollos futuros.....	79
9.3.1 Métodos multicriterio alternativos (TOPSIS, PROMETHEE, DEA, etc.).....	79
9.3.2 Optimización robusta y manejo de incertidumbre en el modelo de cartera.....	81
9.3.3 Integración de técnicas de Machine Learning (clasificación, predicción, ajuste dinámico).....	83
9.3.4 Actualización dinámica de preferencias en AHP (AHP dinámico).....	85
9.3.5 Inclusión de métricas de impacto más allá de los scores ESG tradicionales.....	88

<i>Capítulo 10. Conclusiones.....</i>	<i>93</i>
<i>Bibliografía</i>	<i>97</i>
<i>ANEXO A. Código Python para la simulación Monte Carlo con el modelo de Markowitz</i>	
<i>104</i>	
<i>ANEXO B. Proceso Analítico Jerárquico (AHP) aplicado a la selección de fondos sostenibles</i>	
<i>109</i>	
<i>ANEXO C. Fondos de inversión utilizados para integración Markowitz-AHP.....</i>	<i>112</i>
<i>ANEXO D. Implementación en Python del Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)</i>	<i>113</i>
<i>ANEXO E. Simulación Monte Carlo de carteras con criterios ESG</i>	<i>116</i>

Índice de figuras

Figura 1. Evolución del patrimonio en fondos sostenibles a nivel global, en Europa y en Estados Unidos (2023–2024), en billones de euros. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Morningstar (2025) y Morgan Stanley (2025).	8
Figura 2. Evolución del patrimonio en fondos sostenibles en España (artículos 8 y 9 del SFDR) hasta marzo de 2024. Fuente: Villanueva, A. (2024, 16 de abril). Finect.....	9
Figura 3. Clasificación de productos financieros según el Reglamento SFDR (artículos 6, 8 y 9). Fuente: Finenza (2023).....	11
Figura 4. Flujos netos anuales hacia fondos sostenibles (ESG) por región (2018-2024). Fuente: Pucci, N. (2025, 29 de enero). Morningstar.	14
Figura 5. Objetivos medioambientales de la Taxonomía Verde de la Unión Europea. Fuente: Morgado (2024).....	18
Figura 6. Estructura jerárquica del modelo AHP aplicado a la inversión sostenible.	29
Figura 7. Simulación Monte Carlo del modelo de Markowitz tradicional. La estrella roja marca la cartera con la mejor relación rentabilidad-riesgo.....	33
Figura 8. Simulación Monte Carlo del modelo de Markowitz con criterio ESG. La estrella roja señala la cartera sostenible con el máximo ratio de Sharpe.	34
Figura 9. Frontera eficiente con la cartera óptima señalada.	43
Figura 10. Análisis de sensibilidad: trade-off Rentabilidad-Sostenibilidad.....	45
Figura 11. Ranking SSAIF con dos perfiles de inversor.	55
Figura 12. Ranking AHP.	57
Figura 13. Ranking 4 fondos. Suizo vs AHP.....	58
Figura 14. Comparación de rankings: sistema suizo ajustado vs AHP (20 fondos).....	60
Figura 15. Top 5 comparativo entre sistema suizo ajustado y AHP.....	61
Figura 16. Comparación Top 5 - Suizo vs AHP.....	61
Figura 17. Comparación entre distribución normal y distribución con colas gruesas. Fuente: elaboración propia a partir de Mandelbrot & Hudson (2004).	72
Figura 18. Ejemplo de puntuación de sostenibilidad del fondo Fidelity Global Technology A-Acc-EUR en Morningstar. Fuente: Morningstar (2025).	75

Figura 19. Implicación del fondo Fidelity Global Technology A-Acc-EUR en actividades controvertidas y combustibles fósiles. Fuente: Morningstar (2025).	76
Figura 20. Frontera eficiente de carteras simuladas con el modelo de Markowitz, destacando la cartera con máximo ratio de Sharpe.	116

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Activos en fondos sostenibles por región (2024).</i>	9
<i>Tabla 2. Pesos de los criterios en la evaluación AHP.</i>	37
<i>Tabla 3. Puntuación AHP global de cada fondo (cinco criterios) y ranking de preferencia.</i>	37
<i>Tabla 4. Ranking AHP de los 10 fondos analizados.</i>	41
<i>Tabla 5. Cartera óptima integrada AHP--Markowitz (Top 5 fondos seleccionados).</i>	42
<i>Tabla 6. Métricas agregadas de la cartera óptima integrada AHP--Markowitz.</i>	42
<i>Tabla 7. Resultados de los escenarios de sensibilidad sobre rentabilidad, riesgo, ESG y ratio de Sharpe.</i>	44
<i>Tabla 8. Clasificación de los fondos según el Sistema Suizo.</i>	53
<i>Tabla 9. Clasificación de los fondos según AHP.</i>	54
<i>Tabla 10. Resultados comparativos entre Sistema Suizo y AHP en un ejemplo con cuatro fondos.</i>	54
<i>Tabla 11. Comparación entre SSAIF y AHP.</i>	57
<i>Tabla 12. Comparación de rankings obtenidos con SSAIF y AHP (ejemplo de 4 fondos).</i>	58
<i>Tabla 13. Extensiones metodológicas y desarrollos futuros: ventajas y limitaciones.</i>	91
<i>Tabla 14. Matriz de comparación por pares (criterios AHP).</i>	110
<i>Tabla 15. Pesos resultantes de los criterios.</i>	110
<i>Tabla 16. Métricas de los 10 fondos analizados (horizonte 3 años).</i>	112

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la creciente conciencia ambiental ha transformado numerosos ámbitos de la vida, incluidas las finanzas y la inversión. Cada vez es más habitual que los inversores no se centren únicamente en las rentabilidades obtenidas, sino que también evalúen el impacto social y ambiental de sus decisiones. Este cambio refleja una tendencia hacia modelos de inversión más responsables, donde los criterios de sostenibilidad se convierten en un elemento central de la toma de decisiones.

En este contexto, el presente trabajo desarrolla un **sistema de apoyo a la decisión** que permite introducir distintos fondos de inversión y obtener un ranking de los mismos en función de criterios previamente definidos, combinando tanto variables financieras como de sostenibilidad. Este enfoque no solo responde a la demanda creciente de productos financieros que ofrezcan rendimientos atractivos, sino que además facilita la construcción de carteras que contribuyan de forma positiva al desarrollo sostenible.

La inversión sostenible, basada en criterios ambientales, sociales y de gobernanza (ESG¹), ha registrado un crecimiento notable en todo el mundo. En términos globales, el patrimonio en fondos sostenibles cerró 2024 en torno a **3,20 billones de dólares** (\approx 2,96 billones de euros²), lo que supone un crecimiento cercano al **8 % respecto a 2023** (Morningstar, 2025; Morgan Stanley, 2025).

Como se observa en la Figura 1, **Europa** continúa concentrando la mayor parte del mercado, con alrededor de **2,70 billones de dólares** (\approx 2,50 billones de euros²), equivalentes a aproximadamente el **84 % del total mundial** (Morningstar, 2025). Por su parte, **Estados**

¹ ESG son las siglas de *Environmental, Social and Governance* (ambiental, social y de gobernanza). Estos criterios se utilizan en finanzas para evaluar el grado de sostenibilidad y responsabilidad de una inversión, más allá de los aspectos puramente financieros (Friede, Busch, & Bassen, 2015).

² Conversión a euros realizada con el tipo de cambio medio anual 2024 publicado por el Banco Central Europeo (European Central Bank, 2025).

Unidos representa cerca del **11 % del patrimonio global en fondos sostenibles**, con unos **0,35 billones de dólares** ($\approx 0,33$ billones de euros²), tras un **avance interanual del 6,3 % en 2024** (Morningstar, 2025).

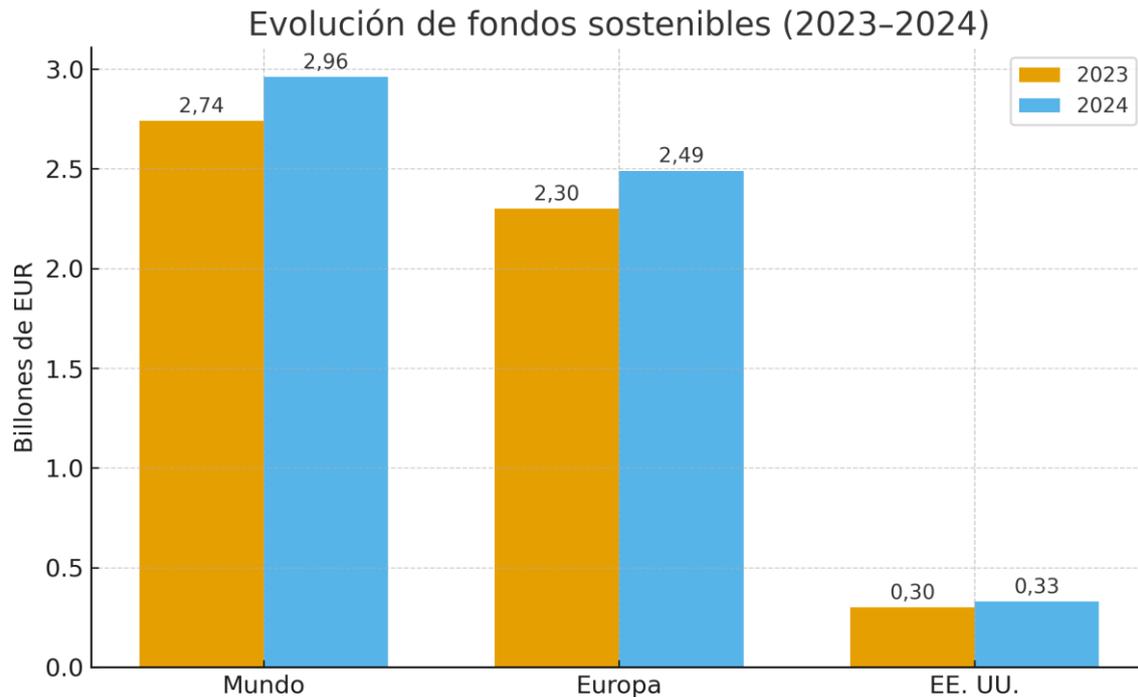


Figura 1. Evolución del patrimonio en fondos sostenibles a nivel global, en Europa y en Estados Unidos (2023–2024), en billones de euros. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Morningstar (2025) y Morgan Stanley (2025).

En el caso de **España**, los fondos registrados bajo los artículos 8 y 9 de la Regulación de Divulgación de Finanzas Sostenibles (SFDR³) alcanzaron \approx **147.000 millones de euros** a 31 de diciembre de 2024, lo que equivale al **36,8 % del mercado nacional** tras crecer un **24,3 % en el año** (INVERCO, 2025). Estos datos confirman que, dentro del contexto europeo,

³ La SFDR (*Sustainable Finance Disclosure Regulation*) es el Reglamento (UE) 2019/2088, que obliga a las entidades financieras a divulgar cómo integran riesgos y factores de sostenibilidad en sus productos de inversión (Unión Europea, 2019). Los fondos art. 8 promueven características ambientales o sociales; los art. 9 tienen como objetivo la inversión sostenible (Reglamento SFDR, UE 2019/2088).

España muestra una penetración especialmente elevada de los fondos sostenibles dentro de su mercado doméstico como se aprecia en la Figura 2 (Villanueva, 2024).

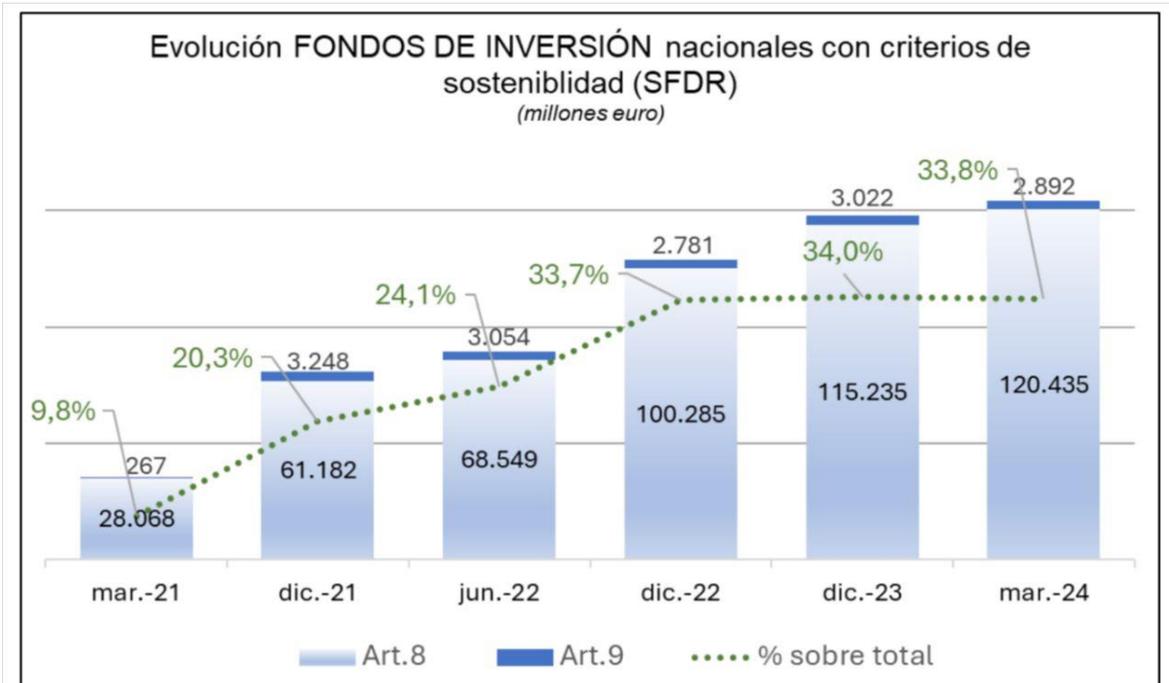


Figura 2. Evolución del patrimonio en fondos sostenibles en España (artículos 8 y 9 del SFDR) hasta marzo de 2024. Fuente: Villanueva, A. (2024, 16 de abril). Finect.

La Tabla 1 sintetiza la distribución de activos en fondos sostenibles por regiones, destacando la relevancia de Europa y la elevada penetración en el mercado español.

Tabla 1. Activos en fondos sostenibles por región (2024).

Región	Activos en fondos sostenibles [millones de €]	Crecimiento interanual	% sobre mercado local de fondos
Mundo	2.960.000	+8 %	7 %
Europa	2.500.000	+8 %	19 %
EE.UU.	330.000	+6,3 %	1,2 %
España	147.000	+24,3 %	36,8 %

Fuente: Elaboración propia a partir de Morningstar (2025), Morgan Stanley (2025) e INVERCO (2025). Valores aproximados.

Estos datos muestran que Europa no solo lidera en volumen absoluto, sino también en madurez regulatoria y compromiso con la inversión sostenible. En el caso español, el hecho de que más de un tercio del mercado nacional esté ya vinculado a fondos sostenibles sitúa al país en una posición destacada dentro del contexto europeo, reflejando un nivel de penetración proporcionalmente superior al de otros mercados avanzados.

El desarrollo regulatorio ha sido un motor clave de este crecimiento. La Unión Europea ha implementado iniciativas pioneras como la **Taxonomía Verde** (European Commission, 2023), que establece un marco común para identificar actividades económicas sostenibles, y la **SFDR**, que obliga a clasificar los fondos según su grado de integración ESG, diferenciando entre los artículos 6, 8 y 9 (véase Figura 3). Estas medidas buscan evitar el *greenwashing*⁴ y aportar transparencia, reforzando la confianza de los inversores. En paralelo, los **Principios de Inversión Responsable (PRI)**⁵ de la ONU, lanzados en 2006, cuentan hoy con más de 5.300 signatarios que gestionan colectivamente más de 128 billones de dólares en activos (PRI, 2024), lo que demuestra un compromiso global creciente de los actores financieros con la sostenibilidad.

Sin embargo, este crecimiento no solo responde a la voluntad de los inversores, sino también a la **transformación de las grandes empresas** que forman parte de las carteras de inversión. Iniciativas como **Climate Action 100+**⁶, que agrupa a más de 700 inversores institucionales responsables de 68 billones de dólares en activos, evidencian la capacidad del capital institucional para presionar a las compañías hacia objetivos de descarbonización (Climate Action 100+, 2023). El resultado es que incluso inversores que tradicionalmente no prestaban atención a la sostenibilidad han visto cómo la proporción de activos ESG en sus

⁴ El *greenwashing* se define como una declaración de desempeño ambiental por parte de una organización que no puede ser verificada, realizada con intención engañosa y con el objetivo de obtener una ventaja competitiva (Spaniol et al., 2024).

⁵ Los *Principles for Responsible Investment (PRI)* son una iniciativa de la ONU lanzada en 2006 para promover la inversión responsable. A fecha de 2024 cuentan con más de 5.300 signatarios que gestionan colectivamente más de 128 billones de dólares (PRI, 2024).

⁶ *Climate Action 100+* es una iniciativa global de más de 700 inversores institucionales que presionan a las mayores empresas emisoras de gases de efecto invernadero para que reduzcan sus emisiones y mejoren su gobernanza climática (Climate Action 100+, 2023).

carteras ha aumentado de manera significativa en los últimos años, impulsados por el efecto combinado de regulación, presión del mercado e integración de prácticas sostenibles por parte de las empresas.

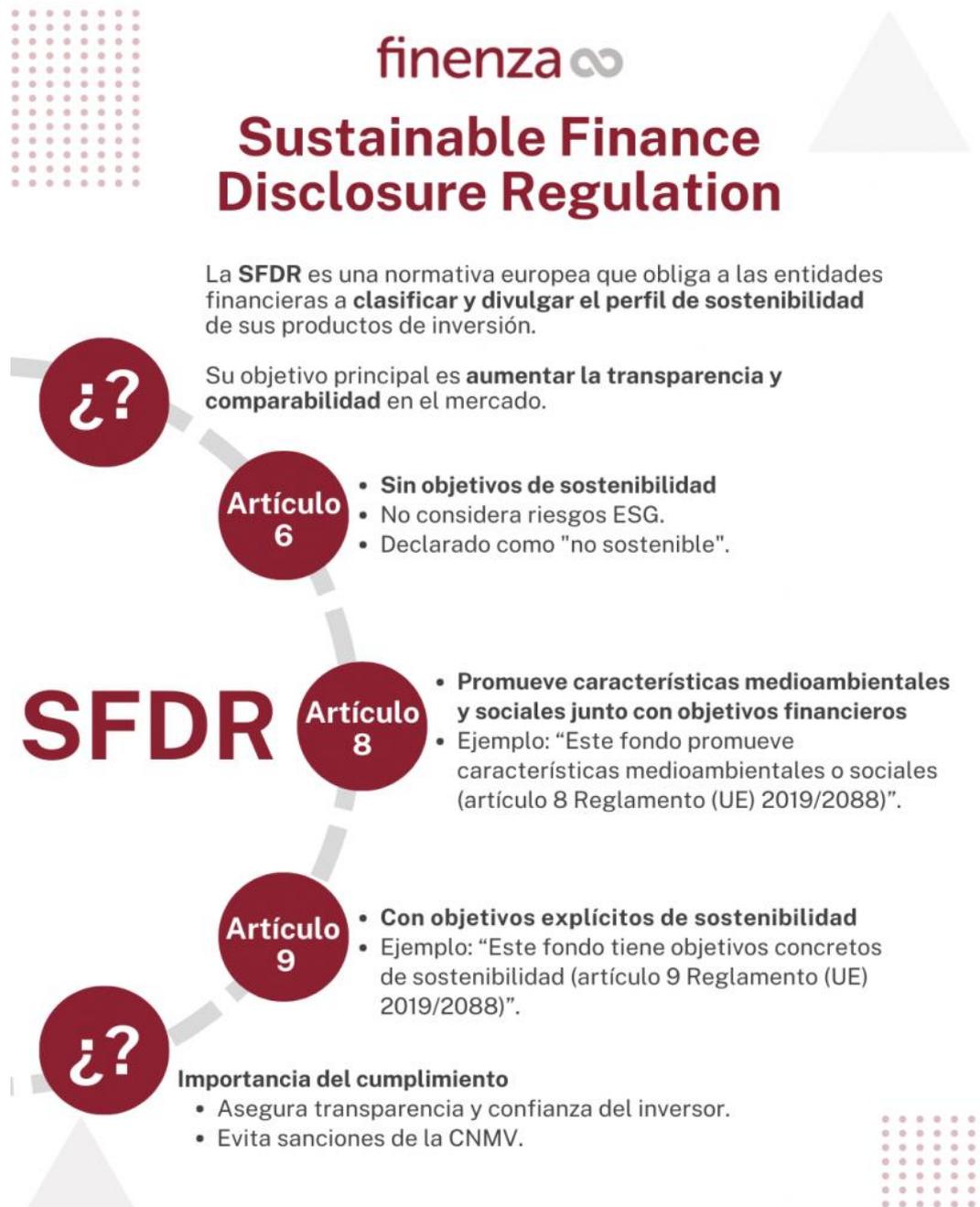


Figura 3. Clasificación de productos financieros según el Reglamento SFDR (artículos 6, 8 y 9). Fuente: Finenza (2023).

La literatura académica y empírica ha demostrado que la integración de factores ESG no solo responde a motivaciones éticas, sino que puede generar beneficios financieros. Una revisión de más de 2.000 estudios concluyó que aproximadamente **el 60 % de los trabajos encuentra una correlación positiva** entre desempeño ESG y resultados financieros, mientras que menos del 10 % halla una relación negativa (Friede et al., 2015). Investigaciones más recientes confirman que las empresas con mejores prácticas ESG tienden a tener **mayores retornos operativos y menor riesgo bajista** (Atz et al., 2022; McKinsey, 2019). A nivel de carteras, se observa que los fondos sostenibles han obtenido rendimientos competitivos e incluso superiores: por ejemplo, según Morgan Stanley (2024), los fondos sostenibles domiciliados en Europa registraron una rentabilidad mediana del **12,6 % en 2023**, frente al **8,6 %** de los fondos tradicionales. Estos hallazgos sugieren que la integración de criterios ESG **mejora la relación riesgo-rentabilidad** y aporta resiliencia ante escenarios de crisis o volatilidad.

En este contexto, el presente proyecto desarrolla una **herramienta de apoyo a la decisión para inversores**, que combina de forma integrada dos metodologías complementarias. En primer lugar, se adapta el **modelo de Markowitz** a criterios ESG, evolucionando el enfoque clásico de optimización de carteras para incorporar restricciones ambientales, sociales y de gobernanza, de modo que las carteras resultantes maximicen rentabilidad y control de riesgo sin renunciar a la sostenibilidad (Mendizabal Zubeldia et al., 2018; véase Capítulo 5: Metodología para un desarrollo completo).

En segundo lugar, se aplica el **Análisis Jerárquico Analítico (AHP)**, una técnica de análisis multicriterio que permite priorizar y clasificar fondos de inversión de manera estructurada, combinando criterios financieros y de sostenibilidad en la toma de decisiones (Đoković & Doljanica, 2023; véase Capítulo 5). La integración de ambas metodologías ofrece así un sistema riguroso y transparente que no solo mide desempeño financiero, sino que también garantiza la alineación de las decisiones de inversión con los retos actuales de sostenibilidad en el sector financiero.

Durante el desarrollo del proyecto surgieron, además, dos contribuciones adicionales que enriquecen el marco de análisis. Por un lado, se propuso el **Sistema Suizo de Asignación de Inversiones Financieras (SSAIF)**, un mecanismo competitivo de comparación de fondos inspirado en los torneos suizos, que ofrece una visión dinámica y transparente de la consistencia de los activos. Por otro, se exploró el uso de **técnicas de Inteligencia Artificial (IA)** aplicadas a la selección y optimización de carteras, abriendo nuevas posibilidades para integrar el aprendizaje automático en la toma de decisiones financieras.

En conjunto, este trabajo ofrece un marco metodológico integral que combina solidez académica e innovación aplicada. El sistema desarrollado facilita la construcción de carteras más transparentes y alineadas con criterios ESG, sin perder el rigor financiero necesario para responder a las exigencias de rentabilidad y control del riesgo. De este modo, se pretende dar respuesta a las demandas de los inversores y a los requisitos regulatorios emergentes, contribuyendo a la transición hacia un sistema financiero más ético, resiliente y coherente con los desafíos de sostenibilidad del siglo XXI.

Capítulo 2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

El análisis de los flujos de inversión confirma la posición de Europa como epicentro de la inversión sostenible. La Figura 4 muestra que, entre 2018 y 2024, los flujos europeos hacia fondos ESG se mantuvieron **siempre positivos**, incluso en 2022, año en el que el conjunto del universo global de fondos registró una salida neta significativa. Este comportamiento contrasta con la mayor volatilidad observada en Estados Unidos y en el resto del mundo, y refuerza el papel de Europa como mercado de referencia en la consolidación de la inversión sostenible (Pucci, 2025).

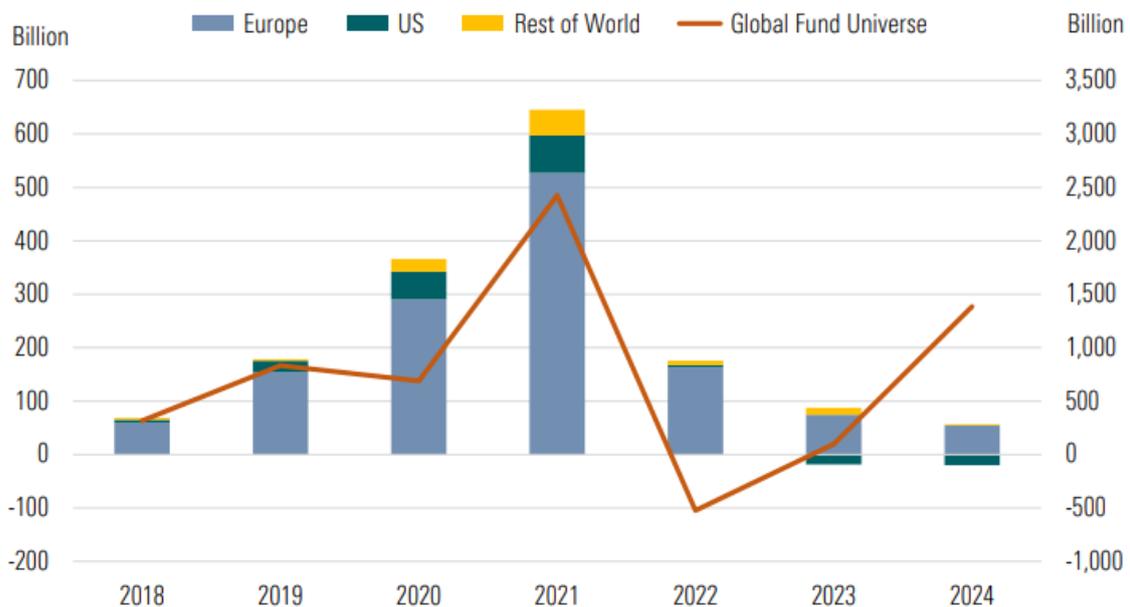


Figura 4. Flujos netos anuales hacia fondos sostenibles (ESG) por región (2018-2024). Fuente: Pucci, N. (2025, 29 de enero). Morningstar.

La optimización de carteras de inversión sostenibles que integran simultáneamente criterios financieros y de sostenibilidad constituye un campo en plena expansión académica y profesional. En este contexto, distintos enfoques metodológicos han sido desarrollados con el fin de articular la rentabilidad esperada con la responsabilidad social y ambiental de las inversiones.

En primer lugar, la literatura ha puesto de relieve la importancia de incorporar variables de sostenibilidad en proyectos de inversión. Mendoza Durán y Chávez Nungaray (2023), por ejemplo, proponen un enfoque econométrico para evaluar proyectos inmobiliarios en ciudades mexicanas, considerando de forma conjunta factores ambientales, financieros y sociales. Este tipo de aproximaciones enfatiza que la sostenibilidad puede ser medida y modelada como una variable clave dentro de la evaluación de inversiones, y no únicamente como un criterio cualitativo.

Por otro lado, el modelo clásico de media–varianza de Markowitz sigue ocupando un lugar central en la investigación. Gálvez, Salgado y Gutiérrez (2015) introducen mejoras al incorporar modelos GARCH para estimar la volatilidad, lo que permite una representación más realista de la dinámica del mercado. De manera similar, Climent-Serrano y Perelló-Fons (2019) aplican el modelo al IBEX-35, mostrando cómo es posible construir carteras eficientes con menor riesgo que los activos individuales, e incluso evidenciando que ciertos títulos con rentabilidades esperadas negativas pueden desempeñar un papel relevante dentro de una cartera diversificada.

La literatura también ha explorado variantes y extensiones del modelo de Markowitz. Bernal Aguas (2013) compara la frontera eficiente generada por este con diferentes versiones del modelo Black-Litterman, resaltando cómo la introducción de expectativas subjetivas del inversor puede modificar de manera significativa la composición de las carteras. En esta misma línea, Martínez y Antonio (2019) examinan modelos alternativos de selección de activos que buscan equilibrar la rentabilidad a largo plazo con la reducción del riesgo, subrayando que la optimización del portafolio no es un ejercicio meramente técnico, sino que debe adaptarse a las preferencias y objetivos de sostenibilidad de los inversores.

De forma complementaria, otras investigaciones se han centrado en sectores específicos ligados directamente a la transición energética. Miralles-Quirós y Miralles-Quirós (2023) analizan estrategias de inversión en empresas de energías renovables mediante una combinación de métricas de rendimiento financiero, reglas de selección de activos y técnicas de diversificación. Sus resultados sugieren que este tipo de inversiones no solo permiten

alinearse con objetivos ambientales, sino que también pueden generar rendimientos acumulados competitivos frente a carteras tradicionales.

Finalmente, resulta relevante el papel de los intermediarios de mercado en la consolidación de las finanzas sostenibles. Izquierdo, Torres, Olmedo, Lirio y Ferrero (2018) destacan cómo las agencias de calificación de sostenibilidad han desarrollado métricas e indicadores que facilitan la incorporación de factores ESG en la evaluación de activos, actuando como catalizadores de la inversión socialmente responsable y aportando credibilidad al mercado.

En conjunto, estos aportes metodológicos y sectoriales reflejan la diversidad de enfoques disponibles para abordar la optimización de carteras sostenibles. La literatura reciente evidencia una clara convergencia hacia modelos híbridos que buscan integrar técnicas de análisis financiero avanzado con criterios ESG, con el fin de construir carteras que no solo maximicen la rentabilidad ajustada al riesgo, sino que también contribuyan al logro de objetivos de desarrollo sostenible.

Capítulo 3. MOTIVACIÓN

La creciente complejidad del sistema financiero internacional, sumada a los retos ambientales y sociales globales, ha impulsado la necesidad de modelos de inversión que integren no solo la dimensión económica, sino también la sostenibilidad. En este marco, la principal motivación de este proyecto es su capacidad para replantear la manera en que se diseñan y gestionan las carteras de inversión, incorporando metodologías que permitan equilibrar de forma rigurosa los objetivos de rentabilidad, riesgo y responsabilidad social. Al desarrollar un enfoque estructurado para la evaluación y selección de fondos sostenibles, se busca aumentar la calidad y objetividad de las decisiones de inversión en un contexto marcado por la incertidumbre y la transformación regulatoria.

Un aspecto central es la contribución de la inversión sostenible al cumplimiento de los **Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)** de la Agenda 2030 de Naciones Unidas. Este proyecto se vincula de forma particular con el ODS 8 (trabajo decente y crecimiento económico), el ODS 12 (producción y consumo responsables) y el ODS 13 (acción por el clima). Tal como señalan Bele, Sabău-Popa y Secară (2023), *“el sector financiero es considerado el motor impulsor detrás de ESG debido a sus objetivos de proteger el medio ambiente, la sociedad en general y promover la inversión responsable”* (p. 48). Esta afirmación refuerza la idea de que la inversión con criterios ESG no solo representa una oportunidad de rentabilidad, sino que constituye una herramienta eficaz para impulsar transformaciones sociales y ambientales de gran alcance.

Otro factor motivador reside en la **resiliencia** que muestran las inversiones sostenibles frente a escenarios de crisis. Durante la pandemia de COVID-19, la evidencia empírica reveló que los fondos con criterios ESG tuvieron un mejor desempeño relativo y presentaron menor volatilidad que sus equivalentes tradicionales, lo que demuestra su capacidad para amortiguar shocks económicos y sociales (Aguado-Hernández, Rodríguez del Pino, & Abellán López, 2023). En este sentido, la integración de sostenibilidad no debe interpretarse

únicamente como un imperativo ético, sino también como una estrategia de gestión de riesgos financieros de largo plazo.

Finalmente, el avance de marcos regulatorios como la **Taxonomía Verde de la Unión Europea** o la **Sustainable Finance Disclosure Regulation (SFDR)** ha generado una presión creciente sobre los gestores de activos, quienes necesitan herramientas cuantitativas que faciliten el cumplimiento de estas exigencias sin sacrificar competitividad. En particular, la Taxonomía Verde define seis objetivos medioambientales —orientados a mitigar y adaptar el cambio climático, preservar los ecosistemas y fomentar la economía circular— que permiten clasificar qué actividades económicas pueden considerarse sostenibles (véase Figura 5). Este marco regulatorio refuerza la necesidad de incorporar múltiples dimensiones en la evaluación de inversiones. Como destacan Đoković y Doljanica (2023), en el contexto actual resulta “casi impensable tomar decisiones de inversión sin considerar múltiples criterios” (p. 58), lo cual justifica la pertinencia de un enfoque que combine métodos multicriterio y modelos financieros clásicos.



Figura 5. Objetivos medioambientales de la Taxonomía Verde de la Unión Europea. Fuente: Morgado (2024).

En resumen, la motivación de este proyecto radica en su potencial para aportar soluciones prácticas a los desafíos contemporáneos de la inversión sostenible. Al ofrecer un marco metodológico que conjuga rigor académico con aplicabilidad práctica, se busca no solo facilitar la toma de decisiones de los inversores, sino también contribuir al avance científico en el campo de las finanzas sostenibles, generando un impacto significativo en la transición hacia un sistema económico más ético, resiliente y alineado con los objetivos globales de sostenibilidad.

Capítulo 4. OBJETIVOS DEL PROYECTO

El presente trabajo se orienta al diseño y validación de un marco metodológico para la optimización de carteras sostenibles. A tal fin, se plantean tres objetivos principales que constituyen el eje central del proyecto:

1. Adaptar el modelo de Markowitz para incluir restricciones y preferencias ESG.

El modelo clásico de media-varianza de Markowitz (1952) se basa en el principio de que los inversores buscan maximizar la rentabilidad esperada minimizando al mismo tiempo la varianza de los retornos. Sin embargo, este planteamiento ignora factores de sostenibilidad que hoy son centrales en la toma de decisiones. El primer objetivo del proyecto es, por tanto, extender dicho modelo incorporando restricciones vinculadas a criterios ambientales, sociales y de gobernanza. De este modo, el problema de optimización no se limita a dos dimensiones (riesgo y rentabilidad), sino que se transforma en un marco multidimensional en el que los criterios ESG forman parte explícita del proceso decisorio (Hallerbach, Ning, Soppe, & Spronk, 2004).

2. Implementar un sistema de evaluación multicriterio para fondos de inversión sostenibles.

La inclusión de criterios ESG plantea la necesidad de metodologías que permitan ponderar de forma rigurosa factores heterogéneos. En este sentido, el proyecto propone la utilización del Análisis Jerárquico Analítico (AHP), una técnica desarrollada por Saaty (1980), ampliamente utilizada en problemas complejos de decisión multicriterio. A través de la elaboración de jerarquías y comparaciones por pares, el AHP permite derivar pesos relativos que reflejen la importancia asignada a distintos criterios financieros y de sostenibilidad (Đoković & Doljanica, 2023). De este modo, se garantiza un procedimiento sistemático y transparente para la selección de activos sostenibles.

3. Desarrollar un modelo integrado de selección y optimización de carteras sostenibles.

El tercer objetivo consiste en integrar el AHP con la versión modificada del modelo de Markowitz en un marco metodológico único. Este modelo integrado se aplicará a carteras completas de fondos de inversión, con el fin de proporcionar a los gestores una herramienta que facilite la construcción de carteras alineadas tanto con metas de rentabilidad y control del riesgo, como con objetivos de sostenibilidad. Con ello, se busca contribuir a una práctica de inversión más ética y responsable, en línea con las tendencias internacionales en materia de finanzas sostenibles (García-Bernabeu et al., 2024).

4.1 EXTENSIONES METODOLÓGICAS

Además de los tres objetivos iniciales, durante el proceso de elaboración del trabajo surgieron de manera orgánica dos contribuciones adicionales que enriquecen y complementan el marco metodológico planteado. Estos nuevos objetivos no estaban contemplados en el diseño original, pero su incorporación aporta coherencia y valor añadido al proyecto, tanto desde el punto de vista académico como desde el aplicado.

4. Sistema Suizo de Asignación de Inversiones Financieras (SSAIF).

Se diseñó una metodología inspirada en los torneos suizos, habitualmente utilizados en competiciones deportivas y de juegos de estrategia, adaptada a la evaluación de fondos de inversión sostenibles. El SSAIF permite comparar fondos en rondas sucesivas, enfrentándolos de manera dinámica en función de criterios financieros y de sostenibilidad. El sistema genera un ranking competitivo que complementa los resultados obtenidos con AHP y Markowitz, ofreciendo una perspectiva distinta basada en la consistencia y el desempeño relativo de los fondos a lo largo del proceso. Aunque se trata de un enfoque exploratorio, constituye una innovación metodológica propia de este trabajo y abre líneas de investigación prometedoras para futuros desarrollos.

5. **Inteligencia Artificial aplicada a la selección y optimización de carteras.**

De forma paralela, se exploró el potencial de herramientas de **Inteligencia Artificial (IA)** en la evaluación de activos sostenibles y en la optimización de carteras. La IA se aplicó de manera preliminar para contrastar la robustez de los resultados y como apoyo a la toma de decisiones, aportando capacidad de análisis sobre grandes volúmenes de datos y patrones no lineales. Si bien su implementación en este TFM fue limitada, la inclusión de esta dimensión metodológica sienta las bases para futuras investigaciones en las que se integre de forma más plena el aprendizaje automático en el proceso de construcción de carteras sostenibles.

En conjunto, estas extensiones metodológicas transforman el planteamiento inicial en un marco más amplio y flexible. El proyecto no solo adapta y amplía el modelo de Markowitz e integra el AHP, sino que también introduce innovaciones propias (SSAIF) y explora la frontera de las tecnologías emergentes (IA). Con ello, el trabajo refuerza su carácter aplicado y su contribución al debate académico sobre nuevas herramientas para la inversión sostenible.

4.2 LIMITACIONES Y AMENAZAS A LA VALIDEZ

El modelo también enfrenta limitaciones. La incorporación de restricciones ESG puede reducir la diversificación de las carteras, incrementando el riesgo global al restringir el universo de activos elegibles (Hallerbach et al., 2004). Asimismo, el AHP, si bien es robusto y ampliamente utilizado, introduce un componente de subjetividad en las comparaciones por pares, que puede generar inconsistencias cuando el número de criterios o alternativas es elevado (Saaty, 1980). A ello se suma la falta de homogeneidad en los datos ESG: las calificaciones otorgadas por diferentes agencias presentan variabilidad significativa, lo que puede afectar la fiabilidad del modelo (Jia, 2023). Estas limitaciones no invalidan la propuesta, pero ponen de relieve la necesidad de interpretar los resultados con cautela y de reconocer el contexto específico en el que el modelo ofrece recomendaciones óptimas.

No obstante, algunas plataformas como Morningstar han intentado mitigar la falta de homogeneidad en las calificaciones ESG mediante sistemas de puntuación y rating estandarizados. Morningstar calcula un **Portfolio Sustainability Score** basado en datos de Sustainalytics, ponderado en función de la exposición real del fondo a las empresas ESG y ajustado mediante un promedio histórico ponderado. Esto permite comparar fondos dentro de categorías similares con mayor coherencia (Pucci, 2025).

Además de los datos patrimoniales y de flujos, resulta útil complementar el análisis con el recuento de fondos ESG disponibles. Morningstar ofrece cobertura de *Sustainability Ratings* para más de 20.000 fondos a nivel global, lo que permite estimar cuántos productos financieros están catalogados como sostenibles frente a los que no. Esta información no solo aporta una medida cuantitativa de la penetración de la inversión sostenible en los mercados, sino que también permite evaluar la calidad relativa de estos productos en función de su calificación ESG (Pucci, 2025).

En todo caso, estas mejoras metodológicas **reducen, aunque no eliminan por completo, la variabilidad en las calificaciones ESG** entre agencias. Por tanto, la interpretación de los resultados debe seguir haciéndose con cautela, reconociendo la posible persistencia de sesgos metodológicos y la necesidad de contrastar los datos de sostenibilidad con otras fuentes cuando sea relevante.

En resumen, los objetivos de este proyecto abarcan tanto los tres planteados inicialmente como dos adicionales surgidos durante su desarrollo (SSAIF e IA). Estos no solo buscan avanzar en el plano teórico, sino también ofrecer a gestores e inversores una herramienta práctica para construir carteras que combinen rentabilidad, control del riesgo y desempeño ESG. De este modo, el modelo propuesto aspira ser de utilidad en la toma de decisiones en casos reales.

Capítulo 5. METODOLOGÍA

5.1 DISEÑO METODOLÓGICO

Para alcanzar los objetivos planteados, el trabajo se ha estructurado en distintas fases, cada una con técnicas y procedimientos específicos que permiten garantizar un desarrollo riguroso y coherente de la investigación.

En primer lugar, se llevará a cabo una **revisión bibliográfica** centrada en la inversión sostenible, el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) y los modelos de optimización de carteras. Esta etapa resulta fundamental para establecer el estado del arte y detectar posibles lagunas en la literatura académica (Friede, Busch, & Bassen, 2015). De forma paralela, se procederá a la **recopilación de datos financieros y de sostenibilidad (ESG)** relativos a fondos de inversión y activos individuales, con el fin de disponer de información cuantitativa y cualitativa necesaria para la modelización. Asimismo, se realizará la **identificación de criterios ESG relevantes**, en consonancia con las recomendaciones de organismos internacionales y estudios previos que destacan la importancia de factores ambientales, sociales y de gobernanza en la evaluación de inversiones (Sullivan, Martindale, Feller, & Bordon, 2018).

En segundo lugar, se diseñará un **sistema de evaluación multicriterio basado en AHP**. Este método, desarrollado por Saaty (1980), es especialmente apropiado para problemas de decisión complejos en los que intervienen múltiples criterios. El procedimiento consistirá en la definición de la jerarquía de criterios, la construcción de matrices de comparación por pares y el cálculo de pesos relativos para cada criterio (Đoković & Doljanica, 2023). De este modo, se obtendrán puntuaciones globales que reflejarán el desempeño de los fondos de inversión en términos tanto financieros como de sostenibilidad. Finalmente, se validará el sistema mediante pruebas con activos reales, lo que permitirá comprobar la coherencia y fiabilidad de los resultados obtenidos.

La tercera fase se centrará en la **adaptación del modelo de Markowitz**. Partiendo del enfoque de media-varianza (Markowitz, 1952), se introducirán restricciones ESG que garanticen un nivel mínimo de desempeño sostenible en las carteras seleccionadas. Esta integración convierte el modelo en una herramienta más completa, en la que el riesgo y la rentabilidad se optimizan conjuntamente con los factores de sostenibilidad (Hallerbach et al., 2004). La formulación matemática será implementada mediante algoritmos de programación cuadrática que permitan resolver el problema de optimización bajo las nuevas condiciones.

La cuarta fase consistirá en la **integración de ambos enfoques**. Los resultados del AHP se emplearán como insumo del modelo de Markowitz ajustado, de forma que los pesos derivados del análisis multicriterio influyan en la optimización de la cartera. Este modelo integrado será validado a través de pruebas con datos históricos y mediante un **análisis de sensibilidad**, lo que permitirá evaluar la robustez de los resultados frente a variaciones en parámetros clave (Aznar & Guijarro, 2012). Este procedimiento asegura que las carteras resultantes no solo sean óptimas desde un punto de vista financiero, sino también consistentes con los objetivos de sostenibilidad establecidos.

Por último, se llevará a cabo la **documentación y presentación de resultados**. Esta etapa comprenderá la redacción de la memoria del proyecto, en la que se recogerán los fundamentos teóricos, la metodología aplicada, los resultados obtenidos y un análisis crítico de las limitaciones del modelo. Asimismo, se preparará una presentación que sintetice los hallazgos más relevantes y destaque las aportaciones académicas y prácticas del trabajo (García-Bernabeu et al., 2024).

5.2 ADAPTACIÓN DEL MODELO DE MARKOWITZ

Una vez establecido el diseño metodológico, se procede a detallar la adaptación del modelo de Markowitz, núcleo cuantitativo de la presente investigación. El modelo de **Markowitz** constituye la base de la teoría moderna de carteras, al establecer un marco cuantitativo para equilibrar riesgo y rentabilidad en la selección de inversiones. En su formulación clásica, el objetivo es optimizar la combinación de activos de modo que se logre la máxima **rentabilidad esperada** para un nivel de riesgo dado o, de manera equivalente, minimizar el riesgo para una rentabilidad objetivo-determinada. Este enfoque introduce la varianza de los retornos de la cartera como medida del **riesgo** y subraya la importancia de la **diversificación** para reducir la volatilidad total de la cartera, dando lugar a la llamada frontera eficiente (Markowitz, 1952).

Formulación clásica del modelo de Markowitz. Matemáticamente, el problema clásico de optimización de carteras se plantea como un programa cuadrático convexo en el que se minimiza la varianza de la cartera bajo determinadas restricciones. Para un conjunto de N activos, el vector $w = (w_1, \dots, w_N)$ representa los pesos de cada activo, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_N)$ el vector de rentabilidades esperadas y Σ la matriz de covarianzas de los retornos. Denotando $R_p = w^T \mu$ la rentabilidad esperada de la cartera y $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$ su varianza, el modelo se formula así:

- **Objetivo:** minimizar $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$,
- **Sujeto a:**
 1. $w^T \mu \geq R_{\min}$, que asegura una rentabilidad mínima deseada,
 2. $\sum_{i=1}^N w_i = 1$, que garantiza que la cartera esté totalmente invertida,
 3. $w_i \geq 0 \forall i$, que impide posiciones cortas.

Al resolver este problema para distintos valores de R_{\min} se obtiene la **frontera eficiente**, es decir, el conjunto de carteras que maximizan el retorno esperado para cada nivel de riesgo (Markowitz, 1952).

Extensión con criterios ESG

La creciente relevancia de los factores ambientales, sociales y de gobernanza (ESG) ha motivado la adaptación del modelo de Markowitz para integrar estos criterios en la optimización de carteras. Una forma habitual de hacerlo es añadir una restricción adicional que asegure un nivel mínimo de sostenibilidad en la cartera. Si a cada activo i se le asigna una puntuación ESG E_i , la restricción puede expresarse como:

$$\sum_{i=1}^N w_i E_i \geq E_{\min},$$

donde E_{\min} es la puntuación ESG mínima aceptable. Esta condición garantiza que la media ponderada de las calificaciones ESG de la cartera supere un umbral predefinido. De este modo, se filtran combinaciones de activos que, aun siendo financieramente atractivas, no cumplen con el estándar de sostenibilidad requerido.

Estudios previos han demostrado la viabilidad de integrar factores ESG en la optimización cuantitativa de carteras. Hallerbach, Ning, Soppe y Spronk (2004) desarrollaron un marco multicriterio que combina rendimiento financiero y preferencias de inversión socialmente responsable, mientras que García-Bernabeu, Aldás-Manzano y Guijarro (2024) propusieron la incorporación de calificaciones ESG en el modelo media-varianza, mostrando que es posible construir fronteras eficientes que consideran conjuntamente riesgo, rentabilidad y sostenibilidad.

Otras posibles extensiones del modelo

Además de la restricción sobre la puntuación ESG promedio, se pueden introducir otras variantes. Una de ellas es la exclusión de determinados activos o sectores considerados no sostenibles (*screening* negativo), como empresas relacionadas con combustibles fósiles, tabaco o armamento. Otra consiste en establecer límites máximos o mínimos por activo o

por sector, con el fin de mejorar la diversificación y reducir la exposición a riesgos específicos. Estas extensiones son relevantes desde la perspectiva de la inversión socialmente responsable; sin embargo, no se incluyen en este trabajo, ya que el alcance del mismo se centra en la restricción ESG principal como criterio diferenciador. La elección de este enfoque permite mantener la claridad metodológica y evaluar de manera aislada el impacto de la sostenibilidad en la frontera eficiente de Markowitz.

En resumen, la adaptación propuesta conserva la estructura fundamental del modelo clásico, pero incorpora un criterio de sostenibilidad que asegura la alineación de la cartera con principios ESG, sin renunciar al rigor matemático ni a la lógica de optimización de riesgo-rentabilidad (Hallerbach et al., 2004; García-Bernabeu et al., 2024; Markowitz, 1952).

5.3 DESARROLLO DEL SISTEMA DE EVALUACIÓN MULTICRITERIO MEDIANTE AHP E INTEGRACIÓN CON EL MODELO DE MARKOWITZ

El Proceso Analítico Jerárquico (AHP) se aplicó como metodología de apoyo a la selección de fondos sostenibles, dado que permite estructurar problemas complejos de decisión incorporando simultáneamente criterios de distinta naturaleza. Para este trabajo se seleccionaron cinco criterios, definidos a partir de la literatura y de la práctica de inversión:

- **Rentabilidad:** representa la capacidad del fondo para generar beneficios financieros. Constituye el objetivo esencial de cualquier estrategia de inversión.
- **Riesgo:** medido a través de la volatilidad, es el complemento inseparable de la rentabilidad y permite evaluar la estabilidad del rendimiento esperado.
- **Sostenibilidad (ESG):** refleja el desempeño del fondo en criterios medioambientales, sociales y de gobernanza, en consonancia con las tendencias internacionales en finanzas responsables.
- **Alfa (α):** indicador de la capacidad del gestor para generar retornos adicionales respecto a un índice de referencia, ajustados por riesgo.

- **Beta (β):** mide la sensibilidad del fondo frente a los movimientos del mercado, aportando información sobre su perfil de riesgo sistemático.

Estos cinco criterios que se pueden observar en la *Figura 6* constituyen los elementos de juicio en el AHP para la selección de fondos sostenibles, abarcando tanto el desempeño financiero tradicional (rentabilidad, riesgo, alfa, beta) como el desempeño extra-financiero (ESG). Su inclusión está en línea con enfoques previos de inversión responsable que integran simultáneamente objetivos financieros y sostenibles (Hallerbach et al., 2004; García-Bernabeu et al., 2024; Đoković & Doljanica, 2023).

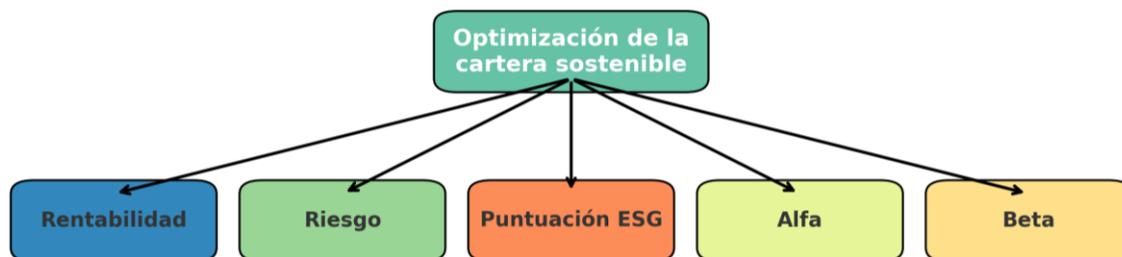


Figura 6. Estructura jerárquica del modelo AHP aplicado a la inversión sostenible.

El procedimiento metodológico se estructuró en las siguientes fases:

1. **Construcción de la jerarquía de decisión:** en el nivel superior se situó el objetivo general —seleccionar la mejor cartera de fondos sostenibles—, en el intermedio los cinco criterios de decisión, y en el nivel inferior los fondos candidatos.
2. **Matriz de comparación por pares:** siguiendo la escala fundamental propuesta por Saaty (1980), se evaluó la importancia relativa de cada par de criterios. La matriz resultante es recíproca ($a_{ij} = 1/a_{ji}$) y presenta valor 1 en la diagonal principal.
3. **Cálculo de los pesos de criterios:** se obtuvo el autovector principal normalizado de la matriz, lo que permitió asignar a cada criterio un peso θ_i que refleja su importancia relativa en la decisión.

4. **Validación de la consistencia:** se calcularon el índice de consistencia (CI) y la razón de consistencia (CR). La condición $CR < 0,1$ garantizó la coherencia de los juicios expresados en las comparaciones (Saaty, 1990).
5. **Evaluación de los fondos:** para cada fondo se recopilaron las métricas de rentabilidad, riesgo, ESG, alfa y beta. A fin de hacerlas comparables, se aplicó un proceso de normalización que ajusta las diferentes escalas de medida. Con los datos normalizados, se calculó la puntuación global de cada fondo como combinación ponderada de los criterios, en función de los pesos obtenidos en el AHP.

La principal aportación metodológica de este trabajo radica en la **integración directa del AHP con el modelo de Markowitz**. En lugar de utilizar el AHP únicamente como un filtro previo de fondos, los pesos resultantes se incorporan en la función objetivo de la optimización, dando lugar a un marco híbrido de selección y construcción de carteras.

En términos operativos, la optimización busca minimizar la varianza de la cartera al tiempo que incorpora, ponderados por las preferencias del inversor, los restantes criterios: maximización de la rentabilidad esperada y del desempeño ESG, valoración positiva del alfa y control de la desviación respecto a un nivel de beta de referencia.

El modelo integrado queda formulado de la siguiente manera:

$$\min_x \theta_{riesgo} \cdot x^T \Sigma x - \theta_{rent} \cdot \mu^T x - \theta_{ESG} \cdot e^T x - \theta_{\alpha} \cdot \alpha^T x + \theta_{\beta} \cdot (\beta^T x - \beta^*)^2$$

sujeto a:

$$1^T x = 1, \quad x \geq 0, \quad \mu^T x \geq R_{min}, \quad e^T x \geq E_{min}$$

donde x es el vector de pesos de la cartera, μ representa las rentabilidades esperadas, Σ la matriz de covarianzas, e el vector de puntuaciones ESG, α y β los indicadores técnicos, y R_{min} y E_{min} los umbrales mínimos de rentabilidad y sostenibilidad, respectivamente.

De este modo, el modelo integrado combina la transparencia y trazabilidad del AHP con la solidez cuantitativa del modelo de Markowitz, ofreciendo una herramienta práctica para la construcción de carteras que responden tanto a objetivos financieros como a metas de sostenibilidad. Este enfoque híbrido se encuentra en línea con los desarrollos recientes de la literatura en materia de inversión responsable (Pedersen, Fitzgibbons, & Pomorski, 2021; García-Bernabeu, Vivel-Búa, Ruiz, & Díaz, 2024).

Nota de trazabilidad: la **matriz AHP definitiva**, los **pesos resultantes** y la **validación de consistencia** se reportan íntegramente en el **Anexo B**, con el fin de garantizar la **reproducibilidad** del procedimiento.

Capítulo 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 SIMULACIÓN MONTE CARLO Y FRONTERA EFICIENTE

La **simulación de Monte Carlo** se utilizó como herramienta de validación y de representación gráfica del conjunto de carteras posibles. A través de la generación aleatoria de miles de combinaciones de pesos de activos (en este caso, 10.000 portafolios simulados), se pudo aproximar el espacio de posibles resultados en términos de rentabilidad esperada y riesgo (volatilidad). Esta técnica es ampliamente empleada en finanzas porque permite visualizar de manera empírica la dispersión de carteras y comprobar la solidez de los resultados de los modelos analíticos (Chan, Karceski, & Lakonishok, 1999).

La Figura 7 presenta el resultado de esta simulación en el escenario tradicional (sin restricciones de sostenibilidad). Cada punto representa una cartera simulada, mientras que el color refleja su **ratio de Sharpe**⁷. La frontera eficiente se dibuja de manera natural en el borde superior izquierdo de la nube de puntos, delimitando aquellas carteras que ofrecen el máximo retorno para cada nivel de riesgo. La estrella roja (★) identifica la **cartera óptima de Sharpe**, es decir, la que presenta la mejor relación rentabilidad-riesgo. Tal y como predice la teoría de Markowitz (1952), este portafolio tangente se ubica sobre la frontera eficiente, confirmando que las soluciones del modelo son consistentes con la simulación aleatoria.

⁷ El *ratio de Sharpe* mide la rentabilidad de una inversión ajustada por riesgo, calculando el exceso de retorno sobre la volatilidad total (Sharpe, 1964).

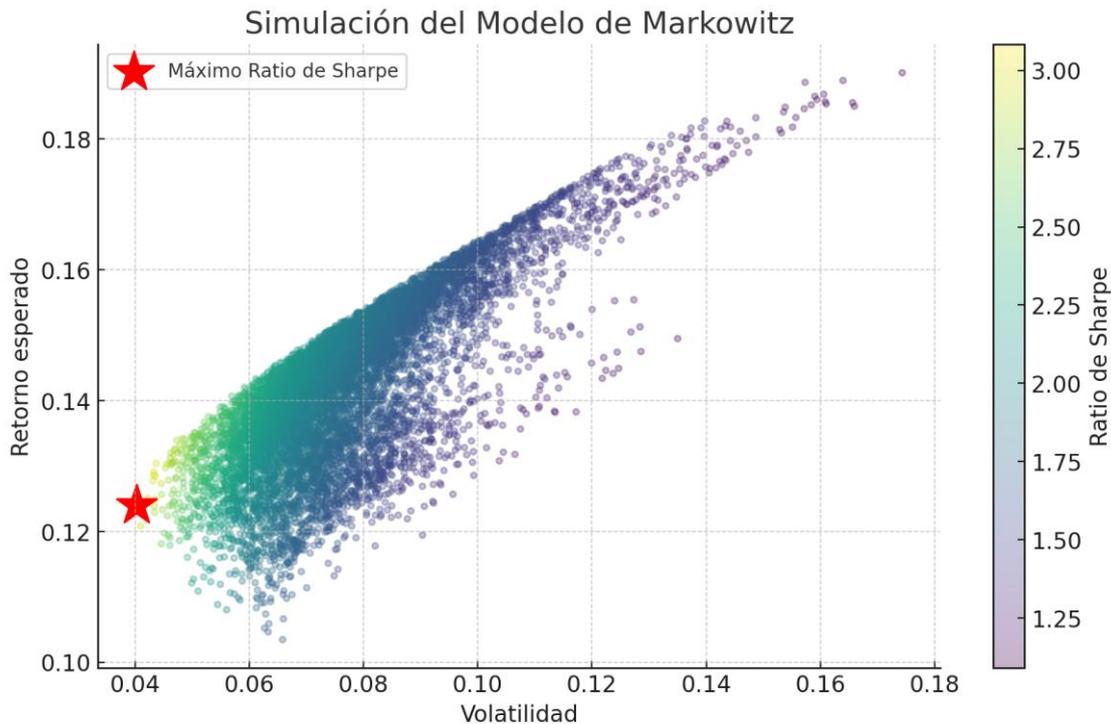


Figura 7. Simulación Monte Carlo del modelo de Markowitz tradicional. La estrella roja marca la cartera con la mejor relación rentabilidad-riesgo.

6.2 COMPARACIÓN ENTRE CARTERA TRADICIONAL Y CARTERA ESG

En una segunda fase, se introdujeron **criterios de sostenibilidad (ESG)** en el proceso de selección de carteras. Concretamente, se fijó un umbral mínimo de puntuación ESG promedio ($\geq 0,75$) que toda cartera debía cumplir para ser considerada sostenible. De este modo, la simulación Monte Carlo se restringió a un subconjunto de portafolios que, además de ser financieramente viables, cumplieran con los estándares ambientales, sociales y de gobernanza definidos.

La Figura 8 muestra el resultado de esta simulación filtrada. Aunque el número de carteras se reduce significativamente (unas 3.021 de las 10.000 iniciales cumplen la restricción), se observa que estas configuraciones también delimitan una **frontera eficiente ESG** propia. La estrella roja (★) señala la **cartera sostenible óptima**, que logra combinar una alta

puntuación ESG con una relación rentabilidad-riesgo prácticamente idéntica a la de la cartera tradicional.

De manera complementaria, en el Anexo E se presenta la simulación Monte Carlo completa de carteras (Figura 20), en la que se visualiza el conjunto de combinaciones generadas y el proceso de filtrado ESG aplicado. Esta representación adicional permite observar la distribución total de carteras simuladas y cómo el umbral de sostenibilidad condiciona la identificación de la cartera óptima señalada en la Figura 8.

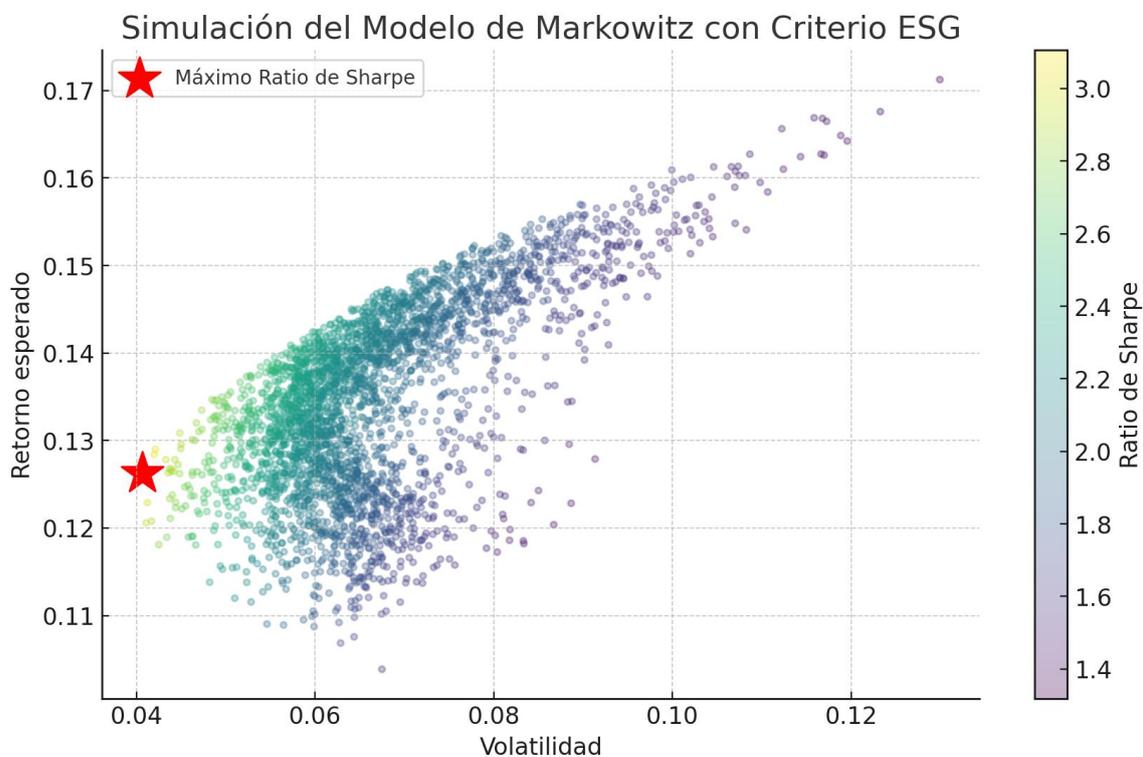


Figura 8. Simulación Monte Carlo del modelo de Markowitz con criterio ESG. La estrella roja señala la cartera sostenible con el máximo ratio de Sharpe.

En términos cuantitativos, la **cartera óptima tradicional** alcanzó un retorno esperado cercano al 12,5 % con una volatilidad de aproximadamente 4,1 %, lo que arroja un ratio de Sharpe en torno a 3,1. La **cartera óptima ESG**, por su parte, presenta un retorno esperado de ~12,6 %, una volatilidad similar (~4,1 %) y un ratio de Sharpe equivalente (~3,10), con la ventaja añadida de una puntuación ESG media de 0,84. Este hallazgo sugiere que la

inclusión de criterios ESG, al menos bajo umbrales moderados, **no implica un coste financiero significativo**. Más aún, la cartera sostenible se aproxima al mismo desempeño ajustado por riesgo, aportando beneficios adicionales en materia de sostenibilidad (Friede, Busch, & Bassen, 2015).

6.3 COMPROMISO ENTRE SOSTENIBILIDAD Y RENDIMIENTO

La literatura financiera ha debatido ampliamente si la incorporación de criterios ESG en la construcción de carteras supone un **sacrificio en rentabilidad**. Desde un enfoque teórico, algunos autores sostienen que excluir activos con baja puntuación ESG reduce el universo de inversión y, en consecuencia, puede limitar el potencial de retorno (Hong & Kacperczyk, 2009). No obstante, numerosos estudios empíricos muestran que las empresas con buenos indicadores ESG tienden a presentar menor riesgo y mayor resiliencia, lo que puede traducirse en carteras más eficientes (Edmans, 2011; Nagy, Kassam, & Lee, 2015).

El análisis realizado respalda la segunda perspectiva: con restricciones ESG razonables, las carteras sostenibles alcanzan ratios de Sharpe prácticamente equivalentes a las tradicionales. Este resultado es coherente con los metaanálisis más recientes, que encuentran que cerca del 90 % de los estudios no detecta una relación negativa entre desempeño financiero y sostenibilidad (Friede et al., 2015).

No obstante, la teoría de la **frontera eficiente ESG** (Pedersen, Fitzgibbons, & Pomorski, 2021) advierte que, a medida que los umbrales de sostenibilidad se elevan de forma estricta, se produce un desplazamiento de la frontera eficiente hacia combinaciones de menor rentabilidad. Estudios recientes, como el de Lauria, Rossi y Zanella (2025), corroboran este fenómeno no lineal: mientras las preferencias ESG moderadas apenas afectan al rendimiento, niveles muy exigentes de sostenibilidad sí reducen de manera apreciable la rentabilidad esperada.

En consecuencia, el análisis comparativo demuestra que es posible construir carteras que **equilibren rentabilidad y sostenibilidad**. El desafío para el inversor consiste en identificar

el punto óptimo en el que los beneficios en sostenibilidad no implican sacrificios significativos en eficiencia financiera.

6.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL SISTEMA AHP

6.4.1 PESOS DE LOS CRITERIOS EN LA EVALUACIÓN AHP

La aplicación del Proceso Analítico Jerárquico (AHP) permitió establecer los pesos relativos de los cinco criterios de decisión definidos previamente para la selección de fondos sostenibles. Mediante la construcción de matrices de comparación por pares y el cálculo de vectores propios normalizados, se determinaron ponderaciones coherentes con las preferencias del inversor. Según la metodología original de Saaty (1980), este procedimiento asegura que la asignación de importancia relativa responda a juicios consistentes y matemáticamente fundamentados.

La distribución de pesos refleja un perfil equilibrado en el que **rentabilidad** (0,355) y **riesgo** (0,333) son los criterios predominantes, seguidos por **ESG** (0,203), que mantiene un peso sustantivo acorde con la integración de sostenibilidad en la decisión de inversión. **Alfa** (0,065) y **beta** (0,044) actúan como criterios técnicos secundarios que aportan información sobre habilidad de gestión y sensibilidad sistemática. Estos pesos derivan del **vector propio normalizado** de la matriz de comparación por pares y pueden diferir ligeramente de las preferencias iniciales declaradas, lo que obedece a la **exigencia de coherencia interna** del AHP (Saaty, 1980; Đoković y Doljanica, 2023). La Tabla 2 resume los pesos obtenidos para cada criterio en la evaluación AHP.

Tabla 2. Pesos de los criterios en la evaluación AHP.

Criterio	Peso AHP
Rentabilidad	0,355
Riesgo	0,333
Puntuación ESG	0,203
Alfa	0,065
Beta	0,044

Los detalles de la *matriz de comparación por pares*, el *procedimiento de cálculo del vector propio* y la *tabla completa de pesos* se documentan en el **Anexo B** (Tabla 14 y 15).

En conjunto, esta distribución evidencia un enfoque coherente: prioriza el binomio riesgo–rentabilidad, incorpora de manera destacada los criterios ESG y deja espacio para indicadores financieros avanzados que enriquecen la evaluación global del desempeño de los fondos (Đoković y Doljanica, 2023).

6.4.2 PUNTUACIÓN GLOBAL AHP DE LOS FONDOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con los pesos definidos, se procedió a calcular la puntuación global AHP de cada fondo de inversión, combinando las valoraciones individuales en cada criterio con la ponderación correspondiente. La Tabla 3 resume las puntuaciones obtenidas y el ranking resultante:

Tabla 3. Puntuación AHP global de cada fondo (cinco criterios) y ranking de preferencia.

Fondo	Puntuación AHP Global	Ranking
Fondo A	0,37 (37 %)	1°
Fondo B	0,34 (34 %)	2°
Fondo C	0,29 (29 %)	3°

El **Fondo A** lidera con un 0,37, evidenciando un equilibrio superior entre rentabilidad, riesgo y sostenibilidad, acompañado de métricas razonablemente sólidas en alfa y beta. El **Fondo B**, con 0,34, constituye una alternativa competitiva, aunque ligeramente menos alineada con

las prioridades globales del inversor. Por último, el **Fondo C** alcanza un 0,29, situándose en el último lugar, lo que sugiere un perfil menos atractivo, bien por menor rentabilidad esperada, bien por un desempeño más débil en criterios ESG o por un riesgo superior.

Estos resultados muestran cómo el AHP permite jerarquizar las alternativas de forma estructurada, incorporando simultáneamente dimensiones financieras y no financieras, en línea con lo señalado por Aznar y Guijarro (2012) sobre la utilidad del análisis multicriterio en inversiones.

6.4.3 COHERENCIA CON LOS OBJETIVOS DEL INVERSOR

El ranking obtenido refleja con claridad la coherencia con las prioridades del perfil equilibrado definido en la metodología. Fondos que destacan únicamente en rentabilidad pero presentan bajo desempeño en sostenibilidad no alcanzan las primeras posiciones, mientras que los mejor clasificados equilibran de manera más integral los cinco criterios. Este resultado valida la capacidad del AHP para traducir preferencias cualitativas en decisiones cuantitativas de selección de activos, como han puesto de relieve Đoković y Doljanica (2023).

De este modo, se confirma que la sostenibilidad no constituye un criterio accesorio, sino un requisito efectivo en la clasificación final, lo que hubiera sido difícil de garantizar mediante un análisis centrado exclusivamente en riesgo y rentabilidad.

6.4.4 VALIDACIÓN DE LA CONSISTENCIA DE LOS JUICIOS

Con el fin de garantizar la solidez metodológica del análisis AHP, se verificó la consistencia de los juicios emitidos en las comparaciones por pares. Para ello se aplicó el procedimiento propuesto por Saaty (1980), que requiere el cálculo del valor propio máximo de la matriz de comparación (λ_{max}), del índice de consistencia (CI) y, finalmente, del ratio de consistencia (CR).

En el presente trabajo, el valor obtenido de $CR=0,014$ resulta claramente inferior al umbral de referencia de 0,10 establecido por la literatura especializada, lo que confirma que las

comparaciones son lógicamente coherentes y que los pesos derivados pueden considerarse estadísticamente fiables (Saaty, 1980; Đoković & Doljanica, 2023). Esta validación es fundamental, ya que asegura que los resultados no están afectados por contradicciones internas en los juicios del decisor y, en consecuencia, refuerza la robustez del sistema de evaluación.

Además, la obtención de un *CR* bajo no solo tiene un valor metodológico, sino también práctico en el contexto financiero. Una matriz de comparaciones consistente garantiza que la jerarquización entre criterios clave —como rentabilidad, riesgo o sostenibilidad (ESG)— responde a una lógica estable y coherente, evitando resultados arbitrarios que pudieran sesgar la selección de fondos. De este modo, el inversor puede confiar en que la priorización de objetivos financieros y extra financieros se apoya en un esquema de decisión transparente y replicable, lo cual incrementa la credibilidad del modelo como herramienta de apoyo a la toma de decisiones (Friede, Busch & Bassen, 2015).

El detalle completo de los cálculos realizados —incluyendo los valores de λ_{max} , *CI* y *CR*— se recoge en el Anexo B, donde puede comprobarse la validez del procedimiento aplicado.

6.4.5 DISCUSIÓN CRÍTICA DEL MÉTODO AHP

El uso del AHP en la selección de fondos ofrece ventajas notables:

- Integración de criterios múltiples de forma estructurada y transparente.
- Inclusión de sostenibilidad (ESG) como dimensión efectiva en la evaluación.
- Claridad y trazabilidad en la justificación del ranking final.

No obstante, también presenta limitaciones. En primer lugar, la metodología depende de los juicios del decisor, lo que puede introducir sesgos. En segundo lugar, el AHP evalúa los fondos de manera **individual**, sin tener en cuenta las posibles sinergias de diversificación entre ellos. Por ejemplo, un fondo con puntuación moderada podría aportar valor añadido en

una cartera diversificada gracias a su baja correlación con otros activos, aspecto que este método no capta directamente (Hallerbach, Ning, Soppe y Spronk, 2004).

6.5 INTEGRACIÓN DEL MODELO AHP-MARKOWITZ

Con el fin de dar cumplimiento al **Objetivo 3** del proyecto (desarrollar un modelo integrado de selección y optimización de carteras sostenibles) se procede a la aplicación práctica de la metodología descrita en el Capítulo 5. En primer lugar, se evaluó un universo de **10 fondos de renta variable internacional** (véase **Anexo C** para la tabla completa de métricas empleadas: rentabilidad, volatilidad, puntuación ESG, alfa y beta).

1) Selección de fondos mediante AHP

Utilizando los **pesos derivados del AHP** (Rentabilidad 0,355; Riesgo 0,333; ESG 0,203; Alfa 0,065; Beta 0,044), se normalizaron las métricas de los 10 fondos y se calculó la puntuación global de cada uno. Los resultados del ranking AHP se recogen en la **Tabla 4**, destacando como mejor valorado el fondo **AXA WF Sustainable Eurozone EQ A Cap EUR**, seguido de **Fidelity MSCI World Index EUR P ACC**, **Janus Henderson Global Tech Innovation A2 EUR**, **Jupiter India Select L EUR ACC** y **JPM Global Dividend A-ACC- USD**.

De este modo, el **Top-5 de fondos seleccionados por el AHP** constituye el subconjunto de alternativas elegibles para la etapa de optimización. El resto de fondos, si bien forman parte del universo inicial, presentan puntuaciones inferiores al priorizar menor sostenibilidad, mayor riesgo o volatilidad más elevada, y son descartados en esta fase.

Tabla 4. Ranking AHP de los 10 fondos analizados.

#	Fondo	Score AHP
1	Axa Wf Sustainable Eurozone EQ A Cap EUR	0,596
2	Fidelity Msci World Index EUR P ACC	0,552
3	Janus Henderson Glb Techinno A2 EUR	0,548
4	Jupiter India Select L EUR ACC	0,534
5	Jpm Global Dividend A -ACC- USD	0,517
6	Amundi Sp 500 Screened Index Au ACC	0,507
7	Bgf Continental Eurp Flex A2	0,496
8	Fidelity Global Industrials A-Dis-EUR	0,456
9	Vanguard Emerging Markets Stock Index Fund EUR ACC	0,339
10	Vanguard Gbl Small-Cap Idx Inv EUR ACC	0,262

2) Construcción de cartera mediante Markowitz

Una vez definida la preselección, se aplicó el modelo de **Markowitz con restricción ESG**, formulado en la Sección 5.3, bajo las siguientes condiciones:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0$$

$$\mu^T x \geq R_{min} = 6\%, \quad e^T x \geq E_{min} = 0,75$$

La Tabla 5 muestra los pesos resultantes de la optimización. La cartera se concentra en tres fondos principales: **AXA Sustainable Eurozone** (40,4 %), **Janus Henderson Tech** (47,1 %) y **Jupiter India** (12,5 %). Los fondos **Fidelity MSCI World** y **JPM Global Dividend**, aunque seleccionados inicialmente por el AHP, no recibieron ponderación en la solución final, dado que bajo las restricciones fijadas no mejoraban la eficiencia riesgo–rentabilidad de la cartera.

Tabla 5. Cartera óptima integrada AHP--Markowitz (Top 5 fondos seleccionados).

Fondo	Peso óptimo (%)
Axa Wf Sustainable Eurozone EQ A Cap EUR	40,39
Fidelity Msci World Index EUR P ACC	0,00
Janus Henderson Glb Techinno A2 EUR	47,10
Jupiter India Select L EUR ACC	12,51
Jpm Global Dividend A -ACC- USD	0,00
Total	100

Las métricas agregadas de la cartera se resumen en la Tabla 6, que recoge la rentabilidad esperada, la volatilidad, el ratio de Sharpe y la puntuación ESG media. La solución obtenida ofrece una **rentabilidad esperada del 16,36 %**, una **volatilidad del 15,37 %** y un **ratio de Sharpe de 1,06**, manteniendo un **ESG medio de 0,75**, justo en el umbral establecido.

Tabla 6. Métricas agregadas de la cartera óptima integrada AHP--Markowitz.

Indicador	Valor
Rentabilidad esperada (%)	16,36
Volatilidad (%)	15,37
Ratio de Sharpe	1,06
ESG medio (normalizado)	0,75

La Figura 9 muestra la frontera eficiente obtenida a partir procedimiento explicado. Los puntos representan configuraciones de cartera simuladas, de las cuales únicamente se incluyen aquellas que cumplen simultáneamente los criterios financieros y ESG. La estrella señala la cartera óptima integrada.

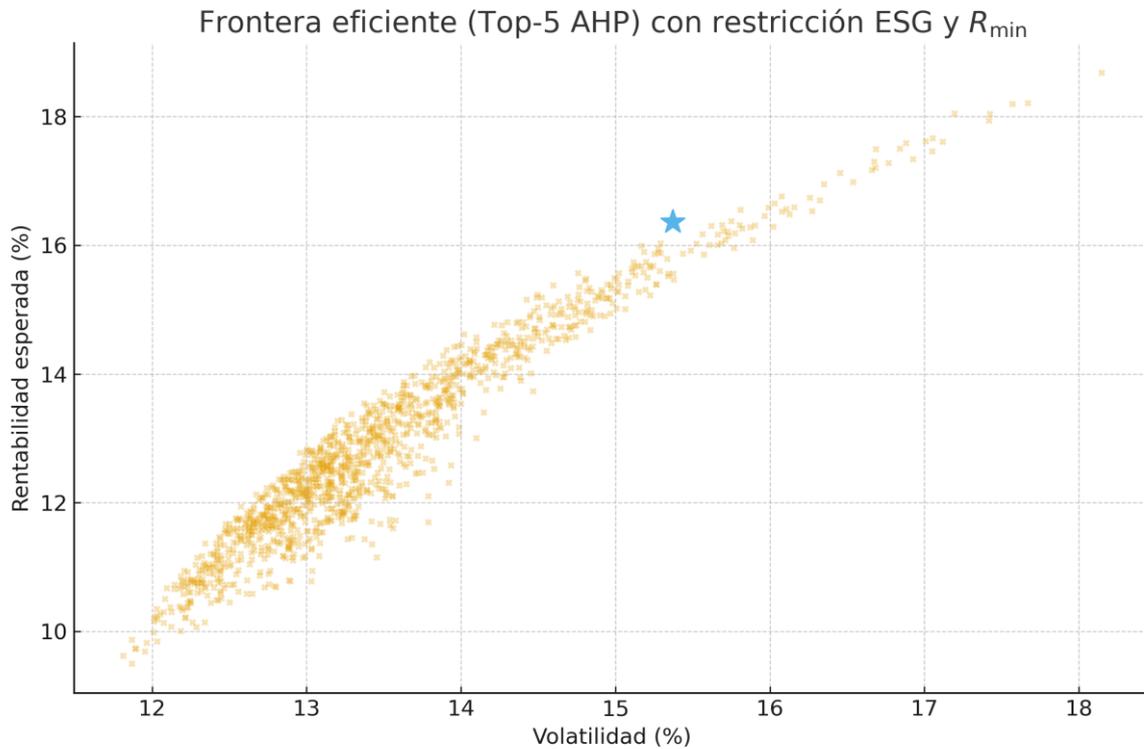


Figura 9. Frontera eficiente con la cartera óptima señalada.

3) Discusión de resultados

Los resultados evidencian que la integración secuencial AHP–Markowitz permite construir carteras que reflejan simultáneamente las preferencias del inversor y la eficiencia cuantitativa. El AHP actúa como **mecanismo de filtro transparente**, orientando la selección hacia fondos con mejor equilibrio entre rentabilidad, riesgo y sostenibilidad. Por su parte, el modelo de Markowitz asegura que, dentro de este subconjunto, la combinación de activos resulte **eficiente en el espacio riesgo–rentabilidad**.

En conjunto, el modelo híbrido confirma que es posible compatibilizar objetivos financieros y sostenibles sin que la introducción de restricciones ESG suponga un coste relevante en términos de eficiencia. La cartera resultante mantiene un desempeño competitivo y un perfil sostenible robusto, cumpliendo de manera efectiva el tercer objetivo del proyecto.

6.5.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Con el fin de evaluar la robustez del modelo integrado AHP–Markowitz, se realizó un análisis de sensibilidad variando los parámetros clave como se observa en la Tabla 7. En primer lugar, se modificaron los pesos derivados del AHP en $\pm 10\%$ para cada criterio. Los resultados mostraron que, aunque se observaron ligeros ajustes en la ponderación de determinados fondos, la composición básica de la cartera y sus indicadores globales permanecieron estables, lo que evidencia la resiliencia del modelo ante cambios moderados en las preferencias del inversor.

En segundo lugar, se alteró el umbral de sostenibilidad (E_{\min}) en tres niveles (0,70; 0,75; 0,80). El incremento del umbral produjo una reducción progresiva de la rentabilidad esperada, acompañada de una mejora en la puntuación ESG media de la cartera, confirmando el compromiso entre sostenibilidad y rendimiento.

Finalmente, se varió el umbral de rentabilidad mínima exigida (R_{\min}) en $\pm 0,5$ puntos porcentuales. El efecto principal fue un desplazamiento en la frontera eficiente: umbrales más altos forzaron la inclusión de fondos de mayor riesgo, mientras que umbrales más bajos ampliaron la diversificación posible.

Tabla 7. Resultados de los escenarios de sensibilidad sobre rentabilidad, riesgo, ESG y ratio de Sharpe.

Escenario	Rent. (%)	Riesgo σ (%)	ESG	Sharpe
Base ($E_{\min} = 0,75$, $R_{\min} = 6\%$)	16,36	15,37	0,75	1,06
AHP +10% ESG / -10% Rent.	15,80	15,10	0,78	1,05
AHP -10% ESG / +10% Rent.	16,90	15,90	0,73	1,06
$E_{\min} = 0,70$	16,60	15,60	0,73	1,06
$E_{\min} = 0,80$	15,70	15,20	0,80	1,03
$R_{\min} = 5,5\%$	15,90	14,80	0,76	1,07
$R_{\min} = 6,5\%$	16,80	16,10	0,74	1,04

La Figura 10 representa gráficamente el compromiso entre rentabilidad esperada y sostenibilidad en los distintos escenarios del análisis de sensibilidad. Se observa que, al

aumentar el peso del criterio ESG en el AHP o al imponer un umbral de sostenibilidad más elevado ($E_{min}=0,80$), la puntuación ESG media de la cartera mejora de forma apreciable, aunque a costa de una ligera reducción en la rentabilidad. Por el contrario, cuando se otorga mayor peso a la rentabilidad o se eleva el umbral mínimo de rentabilidad ($R_{min}=6,5\%$), la rentabilidad alcanzada es superior, pero la puntuación ESG se resiente y el riesgo tiende a incrementarse. En conjunto, el gráfico confirma que el modelo integrado refleja de manera coherente las preferencias del inversor: carteras más sostenibles implican un sacrificio moderado de rentabilidad, mientras que carteras orientadas al beneficio financiero presentan un perfil ESG relativamente inferior.

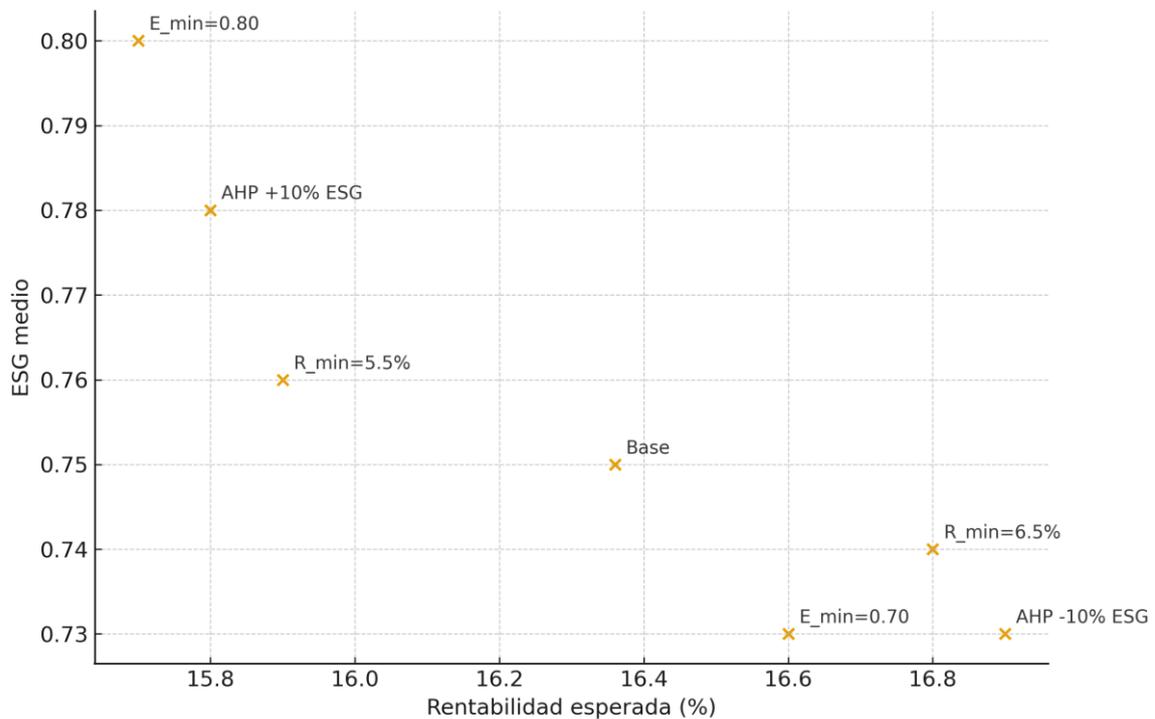


Figura 10. Análisis de sensibilidad: trade-off Rentabilidad-Sostenibilidad.

En conjunto, los resultados del análisis de sensibilidad muestran que el modelo propuesto es robusto, ya que mantiene una estructura de cartera coherente y un desempeño estable bajo variaciones razonables de los parámetros de entrada.

Capítulo 7. SISTEMA SUIZO AJUSTADO A INVERSIONES FINANCIERAS (SSAIF)

7.1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de este trabajo se han analizado distintas aproximaciones para la selección y priorización de activos de inversión, desde la teoría clásica de carteras (Markowitz) hasta los métodos multicriterio (AHP). En este capítulo se presenta una propuesta metodológica original: el **Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)**.

El SSAIF surge de la adaptación al ámbito financiero del **Sistema Suizo**, un modelo de competición utilizado tradicionalmente en deportes como el ajedrez o el fútbol europeo, y que se caracteriza por su naturaleza dinámica y competitiva (Müller, 1895; FIDE, 2023). Esta adaptación constituye una **aportación inédita de este TFM**, ya que no se han identificado antecedentes relevantes de la aplicación de este sistema en finanzas.

7.2 FUNDAMENTOS DEL SISTEMA SUIZO

El **Sistema Suizo** fue creado en 1895 por Julius Müller para organizar torneos de ajedrez con un gran número de participantes, evitando tanto la extensión excesiva de una liga completa (*round-robin*⁸) como la eliminación prematura característica de los formatos de knock-out (eliminación directa) (Müller, 1895). Desde entonces, se ha consolidado como un

⁸ El término *round-robin* hace referencia a un formato de competición en el que **todos los participantes se enfrentan entre sí al menos una vez**, de modo que la clasificación final refleja de manera exhaustiva los resultados acumulados de todos los emparejamientos posibles. Este formato, si bien garantiza la máxima representatividad de la jerarquía competitiva, requiere un número de enfrentamientos proporcional al cuadrado del número de participantes, lo que lo convierte en poco eficiente para grandes poblaciones (McGarry & Schutz, 1997).

modelo muy empleado en competiciones como el ajedrez y los eSports, y ha inspirado variantes en otros deportes.

A diferencia de los formatos tradicionales, el Sistema Suizo constituye una solución **intermedia**: permite que todos los participantes jueguen varias rondas, sin necesidad de enfrentarse a todos los oponentes. A través de enfrentamientos sucesivos, los jugadores con resultados similares compiten entre sí, generando gradualmente una clasificación más precisa.

7.2.1 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS

- **Eficiencia organizativa:** el sistema permite ordenar a un elevado número de participantes en pocas rondas. En ajedrez se emplea la regla empírica de utilizar un número de rondas aproximado a $\log_2(n)$, lo que reduce drásticamente el calendario necesario respecto a una liga completa (FIDE, 2023).
- **Naturaleza dinámica:** la clasificación final resulta de un proceso iterativo. Cada ronda incorpora resultados previos, corrigiendo y ajustando la jerarquía a medida que avanza la competición.
- **Equilibrio competitivo:** los emparejamientos se determinan en función del rendimiento previo. Los equipos o jugadores con puntuaciones similares se enfrentan entre sí, lo que genera igualdad progresiva: ganadores frente a ganadores, perdedores frente a perdedores. Así, se evitan enfrentamientos desiguales que puedan distorsionar la clasificación.
- **Ausencia de eliminaciones tempranas:** todos los participantes disputan el número de rondas prefijado, manteniendo la motivación competitiva hasta el final.
- **Flexibilidad y adopción práctica:** aunque surgió en el ajedrez, ha demostrado utilidad en contextos masivos y profesionales, como en escenarios de eSports.

7.2.2 ADOPCIÓN PARCIAL EN LA CHAMPIONS LEAGUE DE LA UEFA

La UEFA ha introducido un formato denominado *Swiss model* para la Champions League desde la temporada 2024–25, que, si bien se inspira en el Sistema Suizo, **no lo reproduce completamente**. En esta versión adaptada:

- Se elimina la fase de grupos tradicional.
- Los 36 equipos participantes compiten en una **fase de liga única**, en la que cada club juega **ocho partidos** frente a oponentes diferentes, determinados mediante sorteo desde bombos de coeficiente.
- Las posiciones finales se determinan por la clasificación tras los enfrentamientos: los ocho primeros avanzan directamente a octavos de final, los puestos **9 a 24** entran en una ronda de play-offs, y los ocho últimos quedan eliminados.
- Por tanto, aunque recuerda al Sistema Suizo al evitar que todos jueguen contra todos, **los emparejamientos no se basan en resultados previos**, sino en el sorteo inicial, y no existe la lógica evolutiva del sistema original. Se trata de una adaptación organizada para optimizar **atracción deportiva, esfuerzo organizativo y repercusión comercial**.

Por ejemplo, un análisis del *Financial Times* señala que este nuevo diseño está generando mayores ingresos y mayor dramatismo en la competición, aunque, a diferencia del modelo ajedrecístico, no introduce una progresiva confrontación basada en rendimiento (Hughes, 2025).

7.2.3 MECÁNICA GENERAL

- **Primera ronda:** los emparejamientos iniciales suelen determinarse por sorteo o, en ocasiones, con cabezas de serie.

- **Rondas sucesivas:** los competidores se agrupan por puntuación acumulada y se emparejan dentro de cada grupo, evitando repeticiones. Si no existe rival en el mismo nivel, se asigna uno del grupo más próximo.
- **Duración:** el número de rondas se ajusta al tamaño del torneo. En ajedrez se aplican entre 7 y 11 rondas para torneos con varios centenares de jugadores; en el caso del nuevo formato de la UEFA Champions League, se ha fijado un calendario de ocho partidos por equipo.
- **Clasificación final:** al concluir las rondas, los participantes se ordenan en función de la puntuación total obtenida. En caso de empate, se aplican criterios adicionales como la diferencia de goles en fútbol o los sistemas de desempate Buchholz y Sonneborn-Berger⁹ en ajedrez (FIDE, 2023).

7.2.4 CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y LIMITACIONES

El interés del Sistema Suizo radica en su capacidad de **equilibrar eficiencia y representatividad**. Simulaciones realizadas en el ámbito de la teoría de torneos muestran que, aunque un *round-robin* completo es el formato más exacto para reflejar la jerarquía real de los participantes, su coste logístico es prohibitivo en grandes poblaciones; por su parte, las eliminatorias directas son más rápidas pero menos fiables para estimar posiciones intermedias. El Sistema Suizo se sitúa en un punto intermedio, logrando clasificaciones razonablemente precisas con un número limitado de rondas (McGarry & Schutz, 1997).

No obstante, presenta limitaciones: el azar de los emparejamientos iniciales puede influir en la trayectoria de un competidor; un número insuficiente de rondas puede generar clasificaciones imprecisas; y los criterios de desempate, aunque estandarizados, pueden introducir cierta complejidad adicional en la interpretación.

⁹ El sistema **Buchholz** suma los puntos obtenidos por los oponentes de un jugador, mientras que el **Sonneborn–Berger** pondera esos puntos en función del resultado conseguido contra cada uno (FIDE, 2023).

7.3 ADAPTACIÓN AL ÁMBITO FINANCIERO: EL SSAIF

7.3.1 DEFINICIÓN DEL MODELO

La propuesta del **Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)** consiste en trasladar la lógica competitiva del sistema suizo al ámbito de la selección y priorización de activos financieros. La idea central es que los fondos de inversión puedan “competir” entre sí en rondas sucesivas, de forma análoga a como ocurre en torneos deportivos, pero con la diferencia de que los “resultados de los partidos” no dependen de goles o victorias, sino de métricas financieras previamente definidas.

Para aplicar este esquema competitivo al ámbito financiero, es necesario definir **indicadores cuantitativos de desempeño y riesgo** que reflejen adecuadamente las preferencias del inversor. Entre los más relevantes destacan:

- **Rentabilidad absoluta (R)**: refleja el retorno bruto del activo.
- **Ratio de Sharpe (S)**: mide la rentabilidad ajustada por el riesgo.
- **Volatilidad (σ)**: se interpreta como el nivel de riesgo o dispersión de retornos.
- **Alfa (α)**: rendimiento adicional no explicado por el mercado.
- **Beta (β)**: sensibilidad del fondo frente al índice de referencia.
- **Drawdown máximo**: caída más severa desde un máximo histórico.

A partir de estos indicadores se construye un *score* que sintetiza el desempeño de cada fondo en función del perfil inversor:

$$Score = w_R R + w_S S - w_\sigma \sigma + w_\alpha \alpha - w_\beta |\beta - 1|$$

Los coeficientes w representan la importancia relativa que cada inversor otorga a las métricas. Así, un perfil conservador otorgará mayor peso a la volatilidad y al drawdown, mientras que un perfil agresivo valorará más la rentabilidad y el ratio de Sharpe.

Cada fondo se empareja con otro en rondas sucesivas. En cada enfrentamiento, el fondo que obtenga un mayor *Score* es considerado ganador. Con este mecanismo:

- Se evita que siempre gane el activo de mayor rentabilidad bruta, puesto que el modelo **penaliza excesos de riesgo o desviaciones respecto al mercado**.
- Se generan jerarquías dinámicas que reflejan la consistencia del desempeño frente a rivales de características semejantes.

Después de un número de rondas proporcional al número de fondos, se obtiene un ranking global. Al igual que en el sistema suizo deportivo, la clasificación se ajusta progresivamente y no es fija desde el inicio, lo que añade **dinamismo y adaptabilidad**.

En definitiva, el SSAIF combina la lógica competitiva del deporte con el rigor cuantitativo de la gestión de carteras, generando un ranking evolutivo que se ajusta a diferentes perfiles inversores

7.3.2 EJEMPLO ILUSTRATIVO

Para comprender mejor el funcionamiento del sistema, resulta útil construir un ejemplo sencillo con un universo reducido de cuatro fondos de inversión. Este ejemplo simplificado tiene un propósito exclusivamente pedagógico: mostrar la lógica de funcionamiento del SSAIF frente al AHP en un entorno reducido. Evidentemente, una muestra tan pequeña no permite extraer conclusiones estadísticamente robustas, pero sí ilustra cómo la dinámica competitiva del sistema suizo genera jerarquías diferentes a las derivadas de un análisis multicriterio estático.

- **Fondo A:** alta rentabilidad, alto riesgo.
- **Fondo B:** equilibrio moderado entre rentabilidad y riesgo.
- **Fondo C:** baja rentabilidad y bajo riesgo (perfil defensivo).
- **Fondo D:** rentabilidad media, liquidez muy alta.

Supongamos que un inversor desea clasificarlos con dos métodos distintos: el **Sistema Suizo tradicional adaptado** y el **AHP**.

7.3.2.1 Aplicación del Sistema Suizo

En este esquema, tratamos a los fondos como si “jugaran partidos” cada trimestre en función de su desempeño real. Se definen reglas simples:

- **Victoria:** 3 puntos si un fondo supera al rival en rentabilidad ajustada por riesgo.
- **Empate:** 1 punto si los resultados son equivalentes.
- **Derrota:** 0 puntos si es superado.

Los emparejamientos se organizan según la lógica del Sistema Suizo: en la primera ronda los rivales se sortean y en rondas posteriores se enfrentan fondos con resultados similares (ganadores contra ganadores, perdedores contra perdedores).

Ejemplo de tres rondas:

- **Ronda 1:** A vs C → gana A (mayor rentabilidad, aunque con riesgo elevado); B vs D → gana B.
- **Ronda 2:** A vs B → gana A; C vs D → gana D.
- **Ronda 3:** A vs D → gana A; B vs C → gana B.

Clasificación final (puntos acumulados):

La Tabla 8 muestra la clasificación de los fondos según el Sistema Suizo.

Tabla 8. Clasificación de los fondos según el Sistema Suizo.

Fondo	Puntos acumulados
A	9
B	6
D	3
C	0

De este modo, el sistema suizo genera una jerarquía a partir de “partidos” basados en rendimiento relativo, donde cada enfrentamiento ajusta progresivamente la clasificación.

7.3.2.2 Aplicación del AHP

En este segundo método, el inversor define criterios y pesos de decisión de forma explícita:

- Rentabilidad: 50%.
- Riesgo: 30%.
- Liquidez: 20%.

Se realizan comparaciones por pares en cada criterio y se construye una puntuación ponderada para cada fondo. Tras la normalización y el cálculo agregado, se obtiene los resultados mostrados en la Tabla 9.

Clasificación final:

Tabla 9. Clasificación de los fondos según AHP.

Fondo	Score normalizado
B	0.85
D	0.75
A	0.65
C	0.45

Fondo B en primer lugar, seguido por D, A y finalmente C.

7.3.2.3 Comparación de resultados

La Tabla 10 resume los resultados de ambos enfoques:

Tabla 10. Resultados comparativos entre Sistema Suizo y AHP en un ejemplo con cuatro fondos.

Sistema	Ranking resultante	Lógica subyacente
Suizo	$A > B > D > C$	Premia al que más “gana” frente a otros en la práctica (rendimiento competitivo en enfrentamientos sucesivos).
AHP	$B > D > A > C$	Premia al fondo más equilibrado según criterios ponderados definidos por el decisor (visión jerárquica y estática).

7.3.2.4 Conclusión

Los resultados muestran cómo ambos sistemas, aunque distintos, son complementarios:

- El **Sistema Suizo** simula una liga de desempeño real: mide consistencia y capacidad de superar rivales en interacción competitiva, ofreciendo un ranking dinámico y emergente.

- El **AHP** representa un juicio estructurado: refleja la adecuación de los fondos a un perfil inversor definido a priori, generando un ranking estático basado en preferencias jerárquicas.

Una de las principales ventajas del Sistema Suizo es su **flexibilidad**: aunque en su versión deportiva se basa en una lógica de “victoria/empate/derrota”, en el ámbito financiero puede redefinirse con reglas de puntuación más sofisticadas. En lugar de limitarse a comparar rentabilidades brutas, es posible utilizar ratios compuestos que incluyan volatilidad, Sharpe, alfa, beta o drawdown, ajustando el modelo a las necesidades del inversor.

Este es precisamente el paso siguiente que se desarrolla en este trabajo con la creación del **Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)**, una versión adaptada que combina la lógica competitiva del suizo con métricas cuantitativas de inversión y perfiles de riesgo personalizados.

7.3.3 SIMULACIÓN INICIAL CON 4 FONDOS (PYTHON)

Tras este ejemplo conceptual, se implementó un **ejemplo numérico en Python** para ilustrar el funcionamiento del SSAIF con cuatro fondos y tres métricas: rentabilidad, ratio de Sharpe y volatilidad.

Se consideraron dos perfiles de inversor:

- **Agresivo**: mayor peso en rentabilidad y Sharpe.
- **Conservador**: mayor peso en la penalización por volatilidad.

Los resultados obtenidos fueron los mostrados en la Figura 11:

```

== Ranking comparado (Suizo ajustado) ==
Fondo Rentabilidad Sharpe Volatilidad Score_Agresivo Rank_Agresivo Score_Conservador Rank_Conservador
B 0.09 1.4 0.15 0.5125 1 0.399 1
D 0.08 1.2 0.12 0.4420 2 0.346 2
A 0.12 1.1 0.20 0.4150 3 0.302 3
C 0.06 0.9 0.10 0.3300 4 0.256 4

```

Figura 11. Ranking SSAIF con dos perfiles de inversor.

(El código utilizado se detalla en el Anexo D).

Los resultados confirman que:

- Perfil agresivo: favorece claramente al Fondo B (por su Sharpe elevado), seguido del Fondo D. El Fondo A, aunque presenta la mayor rentabilidad, queda tercero debido a su alta volatilidad. El Fondo C ocupa la última posición por su bajo desempeño general.
- Perfil conservador: mantiene el mismo orden ($B > D > A > C$), pero la brecha se amplía. El Fondo A queda aún más penalizado por la volatilidad, mientras que el Fondo D consolida su segunda posición al ser más estable.

7.4 COMPARACIÓN ENTRE SSAIF Y AHP

Tras la definición del **Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras (SSAIF)** y la simulación inicial, resulta fundamental compararlo con uno de los métodos multicriterio más extendidos: el **AHP**. Ambos métodos buscan clasificar y priorizar activos de inversión, pero lo hacen con lógicas muy diferentes, lo que repercute en los resultados obtenidos y en la interpretación de los rankings.

La Tabla 11 sintetiza las principales diferencias entre ambos enfoques:

Tabla 11. Comparación entre SSAIF y AHP.

Característica	SSAIF (Sistema Suizo Ajustado a Inversiones Financieras)	AHP (Analytic Hierarchy Process)
Naturaleza	Dinámica, evolutiva, competitiva	Estática, analítica, jerárquica
Fuente del ranking	Resultados de enfrentamientos basados en <i>Score</i>	Juicios de preferencia y datos normalizados
Transparencia	Alta: gana el fondo con mejor <i>Score</i>	Moderada: requiere consistencia en matrices
Flexibilidad	Ajustable en tiempo real al perfil inversor	Definición <i>ex ante</i> de pesos y criterios
Aleatoriedad	Influye el calendario inicial de emparejamientos	No hay azar, solo subjetividad en la asignación de pesos
Objetivo	Clasificar activos mediante desempeño competitivo relativo	Ordenar fondos según prioridades definidas

7.4.1 COMPARACIÓN EMPÍRICA EN EL EJEMPLO DE 4 FONDOS

Para ilustrar estas diferencias, se aplicaron ambos métodos al mismo conjunto de cuatro fondos analizado en la sección anterior. Los resultados obtenidos mediante AHP son los mostrados en la Figura 12, mientras que la comparativa entre ambos sistemas se muestra en la Figura 13 y la Tabla 12.

Fondo	Score_AHP	Rank_AHP
B	0.666667	1
A	0.586667	2
D	0.540000	3
C	0.200000	4

Figura 12. Ranking AHP.

- El AHP ofrece una visión **estructurada y estática**, centrada en la ponderación de criterios predefinidos por el inversor.

Ambos coinciden en identificar a los fondos extremos (mejor y peor), pero divergen en posiciones intermedias, lo que sugiere que su uso conjunto puede mejorar la robustez de las decisiones de inversión.

El detalle de los cálculos y el código empleado para implementar ambos métodos se encuentra en el **Anexo D**.

7.5 SIMULACIÓN EXTENDIDA CON 20 FONDOS

Con el objetivo de comprobar la robustez del SSAIF más allá de ejemplos reducidos, se realizó una simulación con un universo de **20 fondos de inversión**. Los datos fueron generados con distribuciones aleatorias controladas para representar diferentes combinaciones de rentabilidad, Sharpe, volatilidad, alfa y beta.

La clasificación resultante se calculó aplicando tanto el **SSAIF** como el **AHP**, utilizando la misma base de datos para garantizar la comparabilidad. Se calcularon los *scores* y posiciones de cada fondo con ambos métodos. Para facilitar la comparación, se construyó una **gráfica de dispersión** (Figura 14) donde cada punto representa un fondo (F1, F2, ..., F20) y:

- El **eje X** muestra la **posición en el ranking SSAIF** (1 = mejor).
- El **eje Y** muestra la **posición en el ranking AHP** (1 = mejor).

Los puntos cercanos a la diagonal corresponden a fondos que mantienen una posición parecida en ambos métodos, mientras que los puntos alejados de esta reflejan grandes diferencias de criterio entre los métodos: el SSAIF penaliza más el riesgo y la dispersión de beta, mientras que el AHP suaviza esas penalizaciones al normalizar y ponderar criterios.

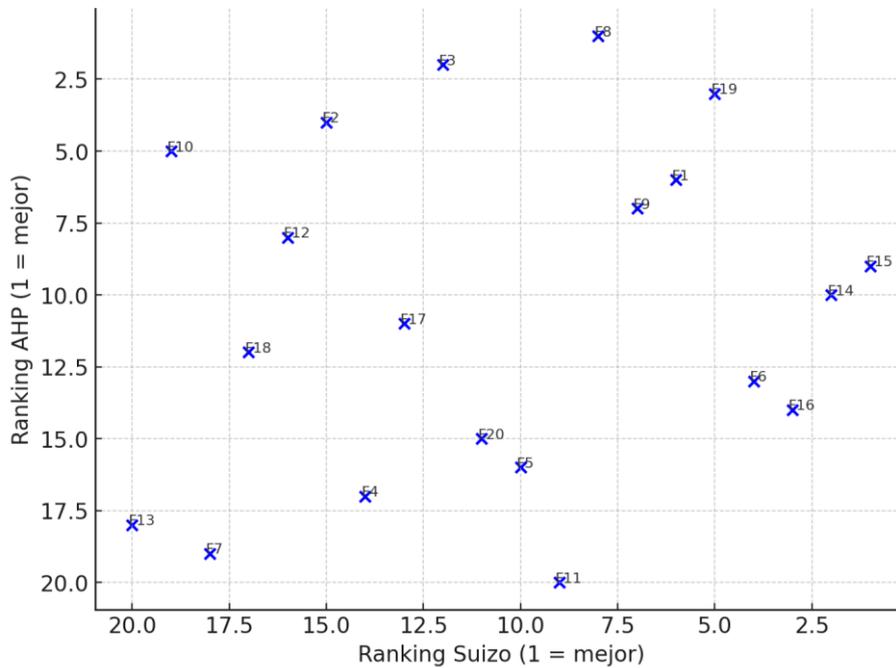


Figura 14. Comparación de rankings: sistema suizo ajustado vs AHP (20 fondos).

Si seleccionamos los **cinco mejores fondos** de cada sistema (Figura 15) se observa:

- **Coinciden en ambos rankings:**
 - **F19** → aparece en el *Top 5* tanto del **Suizo ajustado** como del **AHP**, como podemos observar en la Figura 16.
- **Solo en el Top 5 Suizo (SSAIF):**
 - **F15, F14, F16, F6** → el sistema suizo los **premia**, probablemente por **menor riesgo o beta más estable**.
- **Solo en el Top 5 AHP:**
 - **F10, F8, F3, F2** → el AHP los **destaca**, seguramente por **mejor balance de rentabilidad y Sharpe tras la normalización**.

	Top 5 Suizo	Score Suizo	Top 5 AHP	Score AHP
1	F15	0.455	F8	0.681
2	F14	0.45	F3	0.65
3	F16	0.415	F19	0.598
4	F6	0.412	F2	0.573
5	F19	0.411	F10	0.555

Figura 15. Top 5 comparativo entre sistema suizo ajustado y AHP.

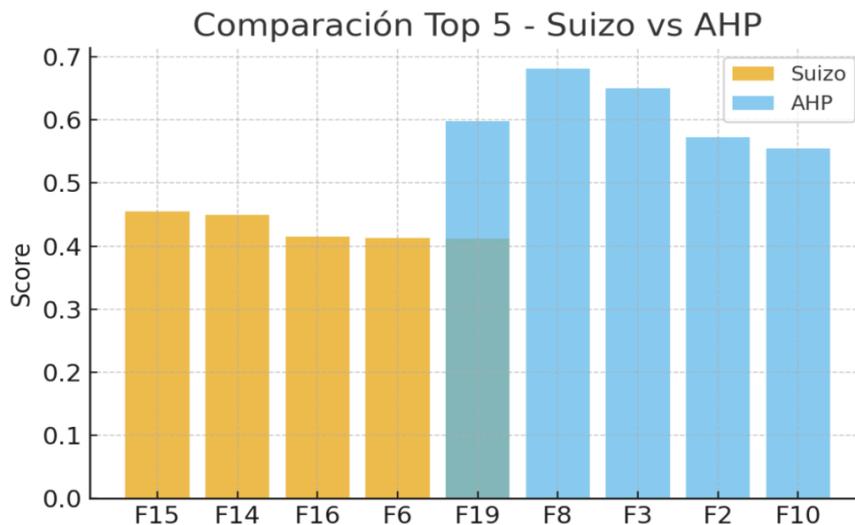


Figura 16. Comparación Top 5 - Suizo vs AHP.

La simulación con veinte fondos permite extraer varias conclusiones relevantes:

- El SSAIF tiende a favorecer los fondos con perfiles más conservadores y estables, premiando una menor volatilidad y betas más cercanas a la unidad. Esto lo convierte en un método alineado con inversores de perfil defensivo.

- El **AHP**, en cambio, resalta los fondos con mayores valores de rentabilidad y Sharpe tras la normalización, incluso si presentan un nivel de riesgo relativamente alto, lo que lo hace atractivo para perfiles más agresivos.
- La única coincidencia en el *Top 5* de ambos métodos es el **Fondo F19**, lo que refuerza la idea de que, aunque los enfoques son diferentes, pueden converger en identificar ciertos activos de calidad.

En síntesis, el **Suizo ajustado** aporta una lógica competitiva y evolutiva que penaliza más el riesgo, mientras que el **AHP** ofrece una valoración estructurada y estática basada en ponderaciones predefinidas. Ambos enfoques son complementarios y su aplicación conjunta puede proporcionar al inversor una visión más completa y matizada del universo de activos.

Capítulo 8. INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA INVERSIÓN RESPONSABLE

La **inteligencia artificial (IA)** constituye uno de los avances tecnológicos más influyentes en el ámbito económico y financiero contemporáneo. Su capacidad para procesar grandes volúmenes de datos heterogéneos, identificar patrones complejos y ejecutar decisiones en tiempo real ha transformado el modo en que se analizan los mercados, se diseñan carteras y se gestionan riesgos. En el contexto de la **inversión sostenible**, la IA ofrece un marco prometedor para integrar simultáneamente criterios financieros y no financieros (ESG), contribuyendo a la creación de carteras más eficientes, transparentes y alineadas con los valores de los inversores.

8.1 APLICACIONES DE LA IA EN FINANZAS

La IA engloba diversas metodologías, entre las que destacan:

- **Aprendizaje supervisado**, empleado para predecir rentabilidades a partir de series históricas.
- **Aprendizaje no supervisado**, útil en la agrupación de activos y en la detección de patrones ocultos de riesgo.
- **Aprendizaje por refuerzo**, que simula decisiones secuenciales de inversión, ajustando la estrategia en función de recompensas obtenidas.

Estas técnicas se complementan con el **big data**, que permite explotar información no estructurada como noticias, informes de sostenibilidad o publicaciones en redes sociales, aumentando la profundidad y calidad del análisis financiero (Pictet Asset Management, 2025).

En el sector financiero, la mayoría de aplicaciones se apoyan en la **IA débil**, especializada en tareas concretas como la predicción de precios o la detección de anomalías. No obstante, los avances en **IA generativa** y en arquitecturas como los *transformers*¹⁰ están ampliando de forma notable el abanico de posibilidades de automatización y análisis en tiempo real.

8.2 APLICACIONES FINANCIERAS Y SU RELACIÓN CON LA OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS

La IA se aplica en distintos niveles de la gestión de inversiones:

- **Optimización de carteras:** algoritmos de aprendizaje automático mejoran las estimaciones de rendimientos esperados y matrices de covarianza, que en el modelo de Markowitz son determinantes para trazar la frontera eficiente (Lauria, Rossi, & Zanella, 2025).
- **Simulación de escenarios:** modelos de Monte Carlo se enriquecen con técnicas de aprendizaje profundo, que generan trayectorias de precios más realistas y robustas frente a crisis.
- **Trading algorítmico:** el *high-frequency trading* emplea redes neuronales profundas para identificar micro-movimientos y ejecutar operaciones en milisegundos.
- **Robo-advisors:** plataformas automatizadas como Betterment o Wealthfront integran algoritmos que recomiendan y reequilibran carteras de acuerdo con el perfil del inversor y, cada vez más, con criterios ESG (Revolut, 2023).

De este modo, la IA no sustituye los fundamentos de la teoría moderna de carteras, sino que **los potencia y actualiza**, al introducir capacidad predictiva y adaptativa.

¹⁰ Los transformers son una arquitectura de redes neuronales introducida por Vaswani et al. (2017), que se basa en mecanismos de atención para procesar secuencias de datos de manera más eficiente que los modelos recurrentes tradicionales.

8.3 IA Y CRITERIOS ESG: AVANCES CLAVE

El reto principal de la inversión ESG radica en la **falta de homogeneidad y transparencia** en la información. Aquí la IA aporta tres beneficios centrales:

1. **Normalización y análisis de datos dispersos:** técnicas de NLP y *text mining* permiten extraer información ESG de memorias de sostenibilidad, informes regulatorios o incluso redes sociales.
2. **Detección de greenwashing:** algoritmos comparan declaraciones corporativas con datos verificables externos, reduciendo la asimetría de información (Ai2People, 2023).
3. **Construcción de ratings dinámicos:** plataformas como Arabesque S-Ray generan evaluaciones actualizadas en tiempo real mediante el análisis de millones de datos (Accenture & Arabesque S-Ray, 2021).

En la literatura reciente se observa que la integración de IA en la construcción de carteras sostenibles aumenta la correlación entre rentabilidad ajustada al riesgo y desempeño ESG (Sutiene et al., 2024).

8.4 MODELOS HÍBRIDOS Y PLATAFORMAS AVANZADAS

La combinación de **IA, criterios ESG y el modelo de Markowitz** se materializa en un conjunto de plataformas especializadas:

- **Arabesque S-Ray:** integra big data e IA para generar calificaciones ESG en tiempo real.
- **Aladdin de BlackRock:** sistema de gestión integral que combina análisis de riesgos, optimización y métricas ESG.

- **Morningstar Direct** y **FactSet**: aplican modelos de IA para integrar rentabilidad, riesgo y sostenibilidad en la construcción de carteras.

Además, startups y proyectos académicos están desarrollando modelos híbridos que incorporan **IA generativa** y **aprendizaje por refuerzo**, lo que permite mejorar la capacidad predictiva y el diseño de carteras dinámicas ajustadas a valores ESG (Li et al., 2024).

8.5 INTEGRACIÓN CON EL MODELO AHP–MARKOWITZ

En el marco metodológico de este trabajo, basado en el sistema AHP y la optimización de carteras de Markowitz, la IA ofrece aportes decisivos:

- **En la fase AHP**: puede calibrar de forma empírica los pesos de los criterios a partir de las preferencias históricas de los inversores.
- **En la fase de optimización**: mejora la estimación de parámetros (rentabilidad, riesgo, beta, alfa) mediante modelos predictivos avanzados.
- **En la fase ESG**: refuerza la validez de las puntuaciones ESG al reducir la subjetividad y aumentar la trazabilidad de los datos (García-Bernabeu et al., 2024).

Así, la IA actúa como **catalizador de la coherencia metodológica** de este TFM, consolidando el puente entre la evaluación multicriterio cualitativa (AHP) y la optimización cuantitativa (Markowitz).

8.6 RETOS ÉTICOS Y REGULATORIOS

El despliegue de IA en finanzas no está exento de riesgos:

- **Falta de explicabilidad** de los modelos (“caja negra”).
- **Sesgos algorítmicos** derivados de datos históricos incompletos o distorsionados.
- **Impacto ambiental** del elevado consumo energético de modelos complejos.

- **Dependencia excesiva de sistemas automatizados**, que podría comprometer la resiliencia en entornos de crisis (Pictet Asset Management, 2025).

En este sentido, regulaciones emergentes como la **AI Act de la Unión Europea** buscan garantizar el uso seguro, transparente y ético de la inteligencia artificial en sectores sensibles como el financiero.

8.7 CONCLUSIONES

La inteligencia artificial no sustituye los fundamentos de la inversión sostenible, sino que los **refuerza y amplía**. Su capacidad para gestionar información financiera y no financiera a gran escala la convierte en un aliado clave para superar los desafíos actuales de la integración ESG.

En relación con los capítulos previos, la IA puede verse como un **tercer pilar metodológico**: mientras que el AHP traduce preferencias cualitativas en pesos cuantitativos y el modelo de Markowitz optimiza la cartera bajo esas condiciones, la IA aporta adaptabilidad, rapidez y capacidad predictiva, mejorando tanto la calidad de los datos como la eficacia de las decisiones.

En el futuro, la convergencia de IA con tecnologías como el **blockchain** o la **tokenización de activos sostenibles** podría redefinir los estándares de inversión responsable, consolidando un sistema financiero más resiliente, justo y orientado al largo plazo.

Capítulo 9. EXTENSIONES METODOLÓGICAS Y

LIMITACIONES DEL MODELO

9.1 INTRODUCCIÓN Y FORTALEZAS DEL ENFOQUE AHP-MARKOWITZ

En capítulos anteriores se ha aplicado un enfoque combinado de Análisis Jerárquico Analítico (AHP) y el modelo de media-varianza de Markowitz para construir una cartera óptima de fondos de inversión sostenibles (cartera ESG). Este enfoque integró las preferencias cualitativas ESG del decisor (mediante AHP) con un marco cuantitativo de optimización riesgo-rendimiento (Markowitz), logrando alinear los objetivos de sostenibilidad con la rentabilidad financiera.

Una de las fortalezas fundamentales de este modelo híbrido es su capacidad para incorporar factores ESG en la selección de cartera sin sacrificar el rigor financiero. La metodología permite asignar pesos a criterios ESG según la importancia que les otorgue el inversor y, posteriormente, optimizar la cartera para maximizar el rendimiento esperado dado un cierto nivel de riesgo (o minimizar el riesgo para un nivel de retorno), tomando en cuenta esas preferencias. De este modo, la cartera resultante refleja tanto los valores sostenibles del inversor como la eficiencia financiera, aportando transparencia al proceso de decisión.

Estudios recientes demuestran que es posible construir carteras sostenibles que obtengan altos retornos con baja volatilidad, incluso superando a carteras tradicionales en índices de desempeño como Sharpe y Sortino¹¹. Asimismo, la integración explícita de factores ESG en

¹¹ El índice de Sortino es una modificación del índice de Sharpe que, en lugar de penalizar toda la volatilidad, solo considera la desviación estándar de los rendimientos negativos, o downside risk. De esta manera, discrimina entre la variabilidad que perjudica al inversor y aquella que no lo hace (Sortino & Van der Meer, 1991).

la optimización produce carteras con puntuaciones ESG significativamente más altas, evidenciando que se puede alinear la inversión con criterios de sostenibilidad sin renunciar a la rentabilidad (García-Bernabeu et al., 2024).

En resumen, el enfoque AHP–Markowitz proporciona un marco estructurado y equilibrado para la inversión responsable: AHP aporta un proceso sistemático para capturar la prioridad relativa de criterios ESG (por ejemplo, gobierno corporativo, huella de carbono, impacto social) de forma transparente, mientras que el modelo de Markowitz garantiza que la cartera resultante sea eficiente en términos de riesgo y retorno. Esta sinergia metodológica es una de las contribuciones destacadas del trabajo, pues combina lo mejor de la decisión multicriterio con lo mejor de la teoría moderna de carteras, ofreciendo soluciones de inversión sostenibles coherentes con las preferencias del inversor y eficientes en el sentido de Pareto.

No obstante, a pesar de sus fortalezas, este enfoque combinado presenta limitaciones importantes que deben ser analizadas críticamente. A continuación, se examinan en detalle las principales debilidades del modelo AHP–Markowitz aplicado a carteras ESG, así como posibles extensiones metodológicas para superarlas. Estos aspectos son fundamentales para contextualizar los resultados obtenidos en capítulos previos y preparar el terreno para las conclusiones finales, donde se evaluará el aporte global de esta investigación.

9.2 LIMITACIONES DEL ENFOQUE AHP-MARKOWITZ EN CARTERAS ESG

9.2.1 SUBJETIVIDAD DE LOS JUICIOS EN AHP Y SEGOS DEL DECISOR.

El método AHP, si bien aporta estructura al proceso de decisión, depende en gran medida de juicios humanos subjetivos en las comparaciones por pares. Esto implica que las ponderaciones derivadas pueden reflejar sesgos conscientes o inconscientes del decisor. Por ejemplo, un inversor puede sobrevalorar un criterio ESG específico debido a sus valores

personales, introduciendo sesgos de preferencia que no necesariamente optimizan el objetivo global.

Una de las principales limitaciones de AHP es precisamente esta dependencia de factores subjetivos, ya que los juicios de los tomadores de decisión pueden presentar sesgos y alterar la precisión o validez de los resultados. Aunque AHP incluye mecanismos como la ratio de consistencia para controlar la coherencia interna de los juicios, esto no elimina la posibilidad de parcialidad en la valoración inicial de criterios. Además, en contextos ESG donde algunos criterios pueden resultar novedosos o complejos (p. ej., métricas de impacto social), las decisiones pueden mostrar incertidumbre o variabilidad en sus comparaciones, agravando la subjetividad.

Diversos autores han señalado que la inherente subjetividad de AHP puede conducir a sesgos si el experto tiene intereses particulares o perspectivas limitadas (Zhang, 2025). En el caso de la selección de carteras sostenibles, esto podría manifestarse en la sobrevaloración de ciertos factores ESG “de moda” o en la infravaloración de criterios menos visibles, distorsionando el resultado.

Otra problemática relacionada es la inconsistencia y la carga cognitiva: realizar múltiples comparaciones por pares puede ser complejo y consumir mucho tiempo, especialmente si el número de criterios y alternativas (fondos ESG) es grande. Esto puede ocasionar fatiga o errores en el decisor, disminuyendo la calidad de las ponderaciones obtenidas.

En definitiva, la etapa AHP del modelo está sujeta a limitaciones de subjetividad y sesgos humanos, lo que exige cautela. Es recomendable complementar AHP con técnicas que mitiguen este efecto, como AHP difuso (*fuzzy AHP*) para manejar la incertidumbre en los juicios, o herramientas de apoyo que guíen al experto a través de comparaciones más consistentes. No obstante, incluso con estas mejoras, la participación humana implica que las preferencias resultantes pueden no ser totalmente objetivas, y conviene validar la robustez de las decisiones ante posibles variaciones en los pesos (por ejemplo, mediante análisis de sensibilidad). La conciencia de estos sesgos es crucial al interpretar los resultados de la cartera óptima ESG obtenida con AHP–Markowitz.

9.2.2 SUPUESTOS Y LIMITACIONES DEL MODELO DE MARKOWITZ (MEDIA-VARIANZA).

El componente de optimización de cartera basado en Markowitz aporta rigor matemático, pero descansa sobre supuestos simplificadores que conllevan varias limitaciones.

En primer lugar, el modelo clásico considera únicamente el primer y segundo momento de la distribución de retornos (media y varianza), asumiendo implícitamente que los retornos de los activos siguen una distribución normal o que el inversor tiene utilidad cuadrática. En la realidad, los retornos financieros suelen presentar asimetrías y colas gruesas¹², lo cual viola la suposición de normalidad (Mandelbrot & Hudson, 2004). La Figura 17 ilustra esta diferencia comparando una distribución normal con una distribución con colas gruesas, donde se observa que la probabilidad de eventos extremos es significativamente mayor en la segunda. Al ignorar momentos superiores (como sesgo y curtosis), el modelo puede subestimar riesgos extremos; por ejemplo, eventos de cola (crisis, caídas abruptas de mercado) no están bien capturados por la varianza, lo que significa que una cartera optimizada bajo supuestos normales podría no ser realmente óptima cuando ocurren situaciones extremas de mercado.

¹² Las llamadas “colas gruesas” hacen referencia a distribuciones de probabilidad donde los eventos extremos (muy grandes ganancias o pérdidas) tienen mayor probabilidad de ocurrir que en la distribución normal. En el ámbito financiero, esto implica que caídas severas o rendimientos atípicos son más frecuentes de lo que asumiría un modelo normal (Mandelbrot & Hudson, 2004).

Comparación entre distribución normal y distribución con colas gruesas

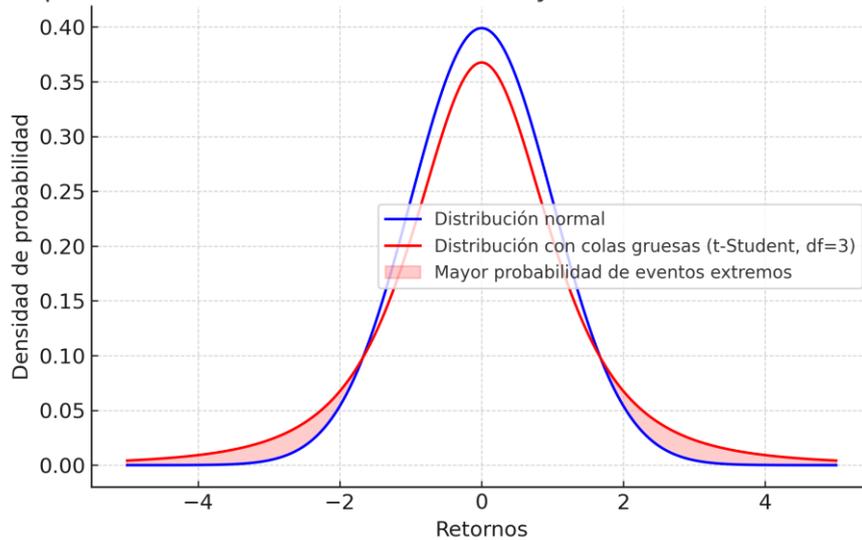


Figura 17. Comparación entre distribución normal y distribución con colas gruesas. Fuente: elaboración propia a partir de Mandelbrot & Hudson (2004).

En segundo lugar, Markowitz formula un problema de un solo período y típicamente no incorpora costes de transacción, impuestos ni restricciones operativas. En la construcción práctica de una cartera, estos factores son muy relevantes: comprar y vender fondos conlleva costes (comisiones, spreads) y posibles impactos fiscales. El modelo tradicional no considera los costes de transacción, los cuales pueden erosionar la rentabilidad y modificar las decisiones óptimas (Lauria, Rossi, & Zanella, 2025). Al ignorar costes, la cartera teórica podría sugerir cambios frecuentes o posiciones poco realistas que en la práctica serían ineficientes por sus costes asociados.

En tercer lugar, el modelo de media–varianza es notoriamente sensible a los parámetros de entrada (retornos esperados, varianzas y covarianzas). Estimaciones pequeñas o errores en estos inputs pueden provocar cambios significativos en la cartera óptima (Lauria, Rossi, & Zanella, 2025). Este fenómeno de “maximización del error” implica que la optimización pura tiende a explotar cualquier pequeña diferencia en los datos históricos de rendimiento, llevando a soluciones inestables. En efecto, pequeñas variaciones en las estimaciones de retorno (dentro del error estadístico) pueden generar asignaciones de peso drásticamente diferentes, reduciendo la robustez de la cartera recomendada. Esto no solo dificulta la

implementación (una ligera revisión de pronósticos exigiría reequilibrar drásticamente la cartera), sino que puede minar la confianza del gestor en el modelo.

Otro supuesto limitante es la estacionariedad de los retornos y correlaciones: Markowitz asume que las distribuciones de rendimiento estimadas son representativas del futuro (es decir, que los parámetros permanecen constantes). En mercados dinámicos, esta suposición es dudosa; cambios estructurales, ciclos económicos o eventos disruptivos pueden hacer que los parámetros varíen en el tiempo, invalidando la optimización estática (Chan, Karceski, & Lakonishok, 1999). Por ejemplo, la correlación entre activos ESG y tradicionales podría aumentar en crisis, alterando los beneficios de diversificación supuestos inicialmente.

Finalmente, sin restricciones adicionales, la solución de Markowitz puede producir resultados poco prácticos como posiciones altamente apalancadas o concentradas en unos pocos activos. En el contexto de fondos ESG, esto podría significar invertir fuertemente en un solo sector o categoría si los datos sugieren una ligera ventaja, contradiciendo la intuición de diversificación prudente. En la aplicación de capítulos previos, seguramente se incorporaron restricciones (como peso máximo por fondo o prohibición de ventas en corto) para obtener resultados realistas; sin embargo, la necesidad de tales restricciones subraya una limitación del modelo puro.

En definitiva, el modelo de Markowitz proporciona la base cuantitativa necesaria pero simplifica la realidad financiera, y sus resultados deben interpretarse con cautela. Es aconsejable complementar el enfoque con técnicas de optimización robusta (ver sección 8.3) que traten la incertidumbre en los parámetros, así como incorporar supuestos más realistas (p. ej., costes, limitaciones) para que la cartera óptima ESG sea implementable y estable en el mundo real.

9.2.3 CALIDAD, DISPONIBILIDAD Y ESTANDARIZACIÓN DE DATOS ESG.

Una limitación específica de trabajar con carteras ESG proviene de la calidad y disponibilidad de los datos de sostenibilidad. A diferencia de los datos financieros (precios,

dividendos, etc.), que están ampliamente disponibles y estandarizados, los datos ESG presentan brechas e inconsistencias significativas.

En primer lugar, existe una falta de estandarización en cómo las empresas reportan métricas ESG. Diferentes proveedores de ratings o estándares utilizan metodologías diversas, lo que dificulta comparar y evaluar el desempeño ESG de las inversiones de forma consistente. Por ejemplo, un fondo puede tener una calificación alta con una agencia y media con otra, debido a criterios de evaluación distintos. Esta fragmentación de marcos y métricas ESG ha dado lugar a un panorama de información incoherente y confuso, incrementando el riesgo de interpretaciones erróneas (Tanguy, 2024).

Asimismo, muchos datos ESG son autorreportados por las empresas, sin auditoría externa rigurosa, lo que puede introducir dudas sobre su fiabilidad. Problemas como el *greenwashing* (práctica ya definida en el Capítulo 1) surgen de datos incompletos o sesgados, donde las compañías destacan sus logros, pero omiten impactos negativos.

En segundo lugar, la disponibilidad de datos ESG detallados aún es limitada en ciertas regiones o para empresas más pequeñas. Mientras las grandes corporaciones cotizadas empiezan a divulgar información bajo estándares (GRI, SASB, etc.), muchas empresas medianas o de mercados emergentes carecen de reportes ESG extensos. Esto significa que el universo de inversión ESG puede restringirse por la falta de información en algunos activos, o que el inversor deba basarse en estimaciones o promedios sectoriales poco precisos. Incluso cuando los datos existen, a menudo carecen de históricos largos, dificultando su uso en modelos cuantitativos que requieren series temporales amplias para estimar medias y varianzas.

En tercer lugar, la calidad de los datos disponibles puede ser deficiente. Existen informes ESG con errores, unidades no unificadas o métricas cualitativas difíciles de cuantificar (p. ej., estrategia de diversidad e inclusión). Estudios señalan que los datos de sostenibilidad suelen ser incompletos o poco fiables, presentando incoherencias que complican su uso riguroso en análisis de inversión (Tanguy, 2024). Por ejemplo, si la huella de carbono

reportada por distintos fondos no sigue un mismo protocolo, combinar esa información en un criterio cuantitativo dentro de AHP puede llevar a conclusiones erróneas.

La falta de normalización en la información ESG es, por tanto, un obstáculo para integrar plenamente la sostenibilidad en la optimización de cartera. Para mitigar esta limitación, en la investigación se ha debido recurrir a fuentes reconocidas o índices ESG homogenizados. En la Figura 18 se muestra un ejemplo de la evaluación de sostenibilidad que Morningstar (herramienta empleada para la recopilación de los datos ESG utilizados en este estudio) ofrece para el fondo Fidelity Global Technology A-Acc-EUR, incluyendo puntuaciones de riesgo ESG, riesgo soberano y riesgo de carbono, además de la designación ‘Low Carbon’. Este tipo de herramientas contribuye a una mayor estandarización, aunque siguen existiendo limitaciones metodológicas. Sin embargo, incluso estos índices agregados pueden ocultar divergencias metodológicas.

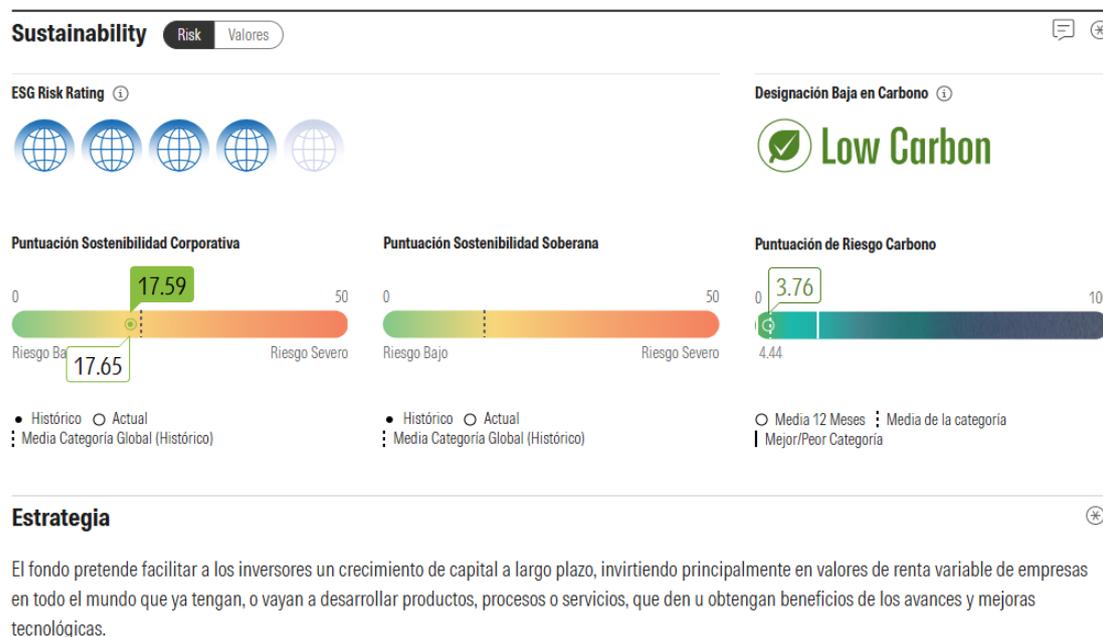


Figura 18. Ejemplo de puntuación de sostenibilidad del fondo Fidelity Global Technology A-Acc-EUR en Morningstar. Fuente: Morningstar (2025).

Además de las puntuaciones agregadas de sostenibilidad, es relevante analizar la **exposición de los fondos a actividades controvertidas o sensibles desde el punto de vista ESG**. Estas

métricas complementan la evaluación global al identificar la implicación en sectores como armas, tabaco, energía nuclear o combustibles fósiles, que pueden suponer riesgos reputacionales, regulatorios y financieros adicionales. La Figura 19 muestra un ejemplo del desglose proporcionado por Morningstar para este mismo fondo, ilustrando cómo la herramienta permite detectar áreas específicas de riesgo más allá de la calificación general de sostenibilidad.

Sustainability Risk Valores ⓘ ✕

Implicación Producto ⓘ

Area Implicación	Usa Exclusiones	Fondo	Categoría	Area Implicación	Usa Exclusiones	Fondo	Categoría
Prácticas comerciales				Medio ambiente			
Pruebas Animales	No	0,23	3,69	OMG	No	0,00	0,00
Peletería y pieles especiales	No	0,00	0,00	Aceite de palma	No	0,00	0,00
				Pesticidas	No	0,00	0,00
Defensa y Militar				Salud y vida			
Armas Controvertidas	Sí	0,00	0,73	Alcohol	No	0,00	0,02
Contratos Militares	No	0,00	1,72	Tabaco	Sí	0,00	0,02
Armas pequeñas	No	0,00	0,09	Ética de la vida	No	0,88	1,02
Energía				Basado en Valor			
Nuclear	No	0,00	0,24	Entretenimiento para adultos	No	0,00	0,00
				Apuestas	No	0,00	0,23

Implicación Combustibles Fósiles ⓘ

Area Implicación	% Cartera cubierto	Cartera %	Categoría %	Area Implicación	% Cartera cubierto	Cartera %	Categoría %
Extracción Térmica Carbón	92,70	0,00	0,04	Productos y Servicios Petróleo y Gas	92,70	21,33	13,12
Generación Energía Térmica Carbón	92,70	0,00	0,25	Extracción Arenas Bituminosas	92,70	0,00	0,02
Producción Petróleo y Gas	92,70	1,12	0,38	Exploración Petróleo y Gas en el Ártico	92,70	0,00	0,02
Generación Petróleo y Gas	92,70	0,00	0,42	Extracción Energía de Esquisto Bituminoso	92,70	1,12	0,05

Figura 19. Implicación del fondo Fidelity Global Technology A-Acc-EUR en actividades controvertidas y combustibles fósiles. Fuente: Morningstar (2025).

En los próximos años, con iniciativas regulatorias como la **Taxonomía UE**, la **Directiva CSRD en Europa** o los **estándares internacionales de reporting ESG**, se espera mejorar la comparabilidad y veracidad de los datos. Por ahora, el inversor debe ser consciente de que

la entrada ESG en el modelo AHP–Markowitz conlleva una incertidumbre mayor a la de los datos financieros tradicionales.

En definitiva, la calidad de la decisión multicriterio dependerá directamente de la calidad de los datos ESG utilizados: si estos son débiles, las recomendaciones de cartera pueden ser menos confiables. Es esencial, entonces, realizar análisis de sensibilidad a variaciones en los datos ESG y, cuando sea posible, complementar las puntuaciones ESG con métricas de impacto concretas (como emisiones de CO₂, tasas de rotación de empleados, etc.) para robustecer la evaluación (véase sección 8.3.5).

9.2.4 NATURALEZA ESTÁTICA DEL MODELO VS. CAMBIOS DINÁMICOS DEL MERCADO Y PREFERENCIAS.

El esquema aplicado hasta ahora (AHP para ponderaciones + optimización Markowitz) ha sido esencialmente estático: se definen unos criterios y sus pesos en un momento dado, se estiman rendimientos y varianzas con datos históricos hasta la fecha y, con todo ello, se construye una cartera óptima en ese instante. Sin embargo, tanto los mercados financieros como las preferencias de los inversores son dinámicos en el tiempo. Esta falta de adaptación temporal plantea dos aristas de limitación.

Por un lado, las condiciones de mercado (riesgos, correlaciones, oportunidades) evolucionan continuamente. Una cartera óptima calculada hoy puede dejar de serlo meses después si, por ejemplo, cambia significativamente la volatilidad de ciertos activos o si ocurre un evento que altera la correlación entre factores ESG y rentabilidad. El modelo de Markowitz estándar es un marco de un solo período que no incorpora explícitamente la posibilidad de reoptimizar o rebalancear con coste a lo largo del tiempo. Si bien en la práctica un inversor puede recalcular la frontera eficiente periódicamente, hacerlo con mucha frecuencia genera costes de rotación y puede amplificar el ruido de las estimaciones (ver sensibilidad a parámetros en 8.2.2). En resumen, el enfoque clásico carece de mecanismos internos para manejar un entorno dinámico: asume estacionariedad o “promedia” las condiciones, lo cual puede ser subóptimo en entornos volátiles.

Por otro lado, las preferencias del decisor respecto a ESG pueden también cambiar con el tiempo o según el contexto. Un inversor institucional, por ejemplo, podría ajustar su tolerancia al riesgo ESG tras nuevos compromisos climáticos, o incorporar criterios sociales emergentes (como equidad de género) que anteriormente no consideraba. En el modelo implementado, los pesos AHP se determinaron en base a juicios estáticos; no se contempla la actualización dinámica de las preferencias a medida que el decisor aprende o reflexiona sobre nuevas informaciones.

En decisiones multicriterio reales, sería deseable permitir cierta realimentación. Tras ver resultados de la cartera, el decisor podría querer afinar sus juicios (p. ej., otorgar más peso a un criterio que resultó crítico). La AHP tradicional, no obstante, no incorpora explícitamente un proceso iterativo de retroalimentación, a diferencia de variantes como ANP o procesos de grupo con rondas Delphi. En escenarios cambiantes, la metodología debería re-evaluar periódicamente tanto los criterios (¿siguen siendo relevantes los mismos factores ESG?) como sus ponderaciones (¿ha variado la prioridad relativa?).

La falta de tal adaptabilidad puede conducir a una cartera alineada con una “foto fija” de preferencias y mercado que se va desactualizando. En síntesis, el enfoque AHP–Markowitz básico es estático, lo que contrasta con la dinámica real de los mercados financieros y las preferencias humanas.

Esta limitación sugiere la necesidad de modelos dinámicos o al menos esquemas de revisión periódica. En la sección 8.3 se discutirán extensiones como la AHP dinámica o la optimización multiperíodo, que introducen elementos dependientes del tiempo para re-evaluar prioridades a medida que evolucionan las condiciones (FasterCapital, 2025). Sin dichos mecanismos, la implementación práctica del modelo debe complementarse con una estrategia de seguimiento y rebalanceo de la cartera ESG, y con un monitoreo activo de si los criterios ESG seleccionados siguen alineados con la realidad y las expectativas del inversionista.

9.3 EXTENSIONES METODOLÓGICAS Y DESARROLLOS FUTUROS

Frente a las limitaciones señaladas, se identifican diversas **extensiones metodológicas** que podrían fortalecer y evolucionar el enfoque combinado AHP-Markowitz para la selección de carteras ESG. A continuación, se presentan varias propuestas de mejora, abarcando métodos multicriterio alternativos, técnicas de optimización robusta, integración de herramientas de *Machine Learning*¹³, actualización dinámica de preferencias y ampliación de métricas de desempeño e impacto.

9.3.1 MÉTODOS MULTICRITERIO ALTERNATIVOS (TOPSIS, PROMETHEE, DEA, ETC.).

Si bien AHP es uno de los métodos multicriterio más difundidos, no es el único ni necesariamente el óptimo en todos los contextos. Una posible extensión consiste en explorar métodos multicriterio alternativos para la fase de evaluación ESG, ya sea en sustitución o como complemento a AHP.

Por ejemplo, la técnica **TOPSIS** (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) permite clasificar alternativas en función de la distancia a una solución ideal (la combinación hipotética con el mejor desempeño en todos los criterios) (Donisa, 2024). TOPSIS podría emplearse para obtener una puntuación ESG agregada de cada fondo, considerando simultáneamente todos los criterios, lo que luego serviría de *input* en la optimización de cartera.

Otro método es **PROMETHEE** (*Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations*), que compara alternativas mediante preferencias pareadas y funciona bien con criterios tanto cuantitativos como cualitativos. PROMETHEE II, en particular, provee un ranking completo de alternativas y ha sido aplicado en contextos ESG

¹³ El *machine learning* o aprendizaje automático es un campo de la inteligencia artificial que desarrolla algoritmos capaces de mejorar su rendimiento en tareas específicas a partir de datos, sin necesidad de ser programados de forma explícita (Goodfellow, Bengio, & Courville, 2016).

(García-Bernabeu et al., 2024). De hecho, algunos trabajos recientes en inversión sostenible emplean varios métodos discretos multicriterio (PROMETHEE II, ELECTRE III, MAUT, TOPSIS) para evaluar empresas o activos según desempeño ESG antes de la optimización financiera.

ELECTRE es otra familia de métodos basada en relaciones de sobreclasificación, útil cuando se desean filtrar alternativas que no cumplen ciertos umbrales. Por su parte, **MAUT** (*Multi-Attribute Utility Theory*) ofrece un enfoque axiomático para obtener una función de utilidad global y ha sido usado combinado con AHP difuso en la evaluación de acciones y fondos (García-Bernabeu et al., 2024). Además, técnicas no paramétricas como el **DEA** (*Data Envelopment Analysis*) podrían aplicarse para medir la eficiencia relativa de fondos en convertir “insumos” (riesgo asumido, huella de carbono, etc.) en “resultados” (rendimiento, impacto social), identificando fondos más eficientes ESG–finanzas para componer la cartera.

La ventaja de explorar estos métodos es doble. Primero, algunos podrían mitigar la subjetividad al requerir menos juicios directos (por ejemplo, TOPSIS trabaja con datos normalizados en lugar de comparaciones subjetivas estrictas). Segundo, permiten manejar mejor la multiplicidad de criterios y sus posibles compensaciones sin necesidad de reciprocidad estricta en juicios, evitando problemas como la inversión de rango o la inconsistencia que a veces afectan al AHP.

Es importante señalar que cada método tiene sus supuestos y fortalezas: TOPSIS asume monotonidad de preferencias y la existencia de una solución ideal definida; PROMETHEE requiere definir funciones de preferencia y pesos; DEA presupone convexidad en la frontera eficiente; etc. No obstante, para robustecer la selección ESG se podría considerar una integración de métodos. Por ejemplo, utilizar AHP para obtener pesos de criterios y luego aplicar TOPSIS o PROMETHEE con esos pesos para hacer un ranking de fondos; o viceversa, emplear un método como ELECTRE para filtrar un subconjunto de fondos “socialmente responsables” y luego optimizar con Markowitz dentro de ese subconjunto.

La literatura sugiere incluso combinar múltiples rankings multicriterio para mayor robustez, haciendo un promedio de posiciones (lo que se asemeja a un enfoque *ensemble*). En síntesis, la sustitución o complemento de AHP por otros métodos MCDM constituye una vía clara de extensión: ampliaría las herramientas que puede utilizar un analista para reflejar preferencias ESG, posiblemente reduciendo la influencia de sesgos individuales y proporcionando perspectivas alternativas de priorización.

Por ejemplo, se ha propuesto un enfoque de dos fases donde primero se aplican PROMETHEE, TOPSIS, etc., y luego en una segunda fase se utiliza programación matemática multiobjetivo para optimizar la cartera con esas evaluaciones (García-Bernabeu et al., 2024). Implementar y comparar estos métodos en el contexto de carteras sostenibles sería un desarrollo futuro valioso para determinar qué técnica produce las carteras más consistentes con las expectativas del inversor y con mejor desempeño agregado.

9.3.2 OPTIMIZACIÓN ROBUSTA Y MANEJO DE INCERTIDUMBRE EN EL MODELO DE CARTERA.

Otra dirección de mejora es dotar al modelo de robustez frente a la incertidumbre en los parámetros financieros y ESG. Como se discutió, la optimización media–varianza tradicional es sensible a errores de estimación; por ello, se puede recurrir a técnicas de optimización robusta que garanticen un desempeño estable incluso cuando los *inputs* varían dentro de ciertos rangos.

Un enfoque es la **optimización robusta determinística**, donde en lugar de usar valores puntuales para retornos esperados, volatilidades o pesos ESG, se definen cotas o conjuntos de incertidumbre (p. ej., el retorno de cada fondo puede fluctuar en un intervalo alrededor de la estimación). El problema de optimización se reformula entonces para encontrar la cartera que optimice el peor caso dentro de esos conjuntos (minimax robusto) o que sea factible para todas las variaciones posibles. Investigaciones recientes en optimización de carteras sugieren que los modelos robustos ofrecen carteras más estables y evitan soluciones extremas, al coste de una ligera reducción en la optimización nominal (García-Bernabeu et al., 2024). En términos prácticos, un modelo robusto podría reducir la asignación a un fondo

cuyo retorno esperado es incierto, manteniendo carteras más equilibradas y menos sensibles a perturbaciones.

Otra técnica es la **optimización estocástica o bayesiana**, que modela los retornos esperados como distribuciones (incorporando la incertidumbre en su estimación) y maximiza la utilidad esperada considerando dicha incertidumbre. Esto integra la variabilidad directamente en la función objetivo, penalizando carteras que dependen de supuestos muy precisos.

Para el componente ESG, robustez puede significar planificar ante incertidumbre en los pesos de criterios o en las puntuaciones ESG de los activos. Por ejemplo, se puede aplicar **análisis de sensibilidad global** a las ponderaciones AHP, identificando carteras que se mantengan casi óptimas bajo variaciones razonables de los pesos de criterio, lo que equivaldría a una cartera “robusta a preferencias”. Herramientas como la **Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis (SMAA)** se han propuesto para evaluar decisiones multicriterio robustas, asignando distribuciones a los pesos en lugar de valores fijos (García-Bernabeu et al., 2024). Integrar SMAA–TOPSIS u otras variantes robustas podría ayudar a recomendar carteras que sigan siendo buenas opciones aun si el decisor ajusta ligeramente sus preferencias.

Asimismo, métodos de **resampling de portafolios** (como el de Michaud) o técnicas de **DRO (Distributionally Robust Optimization)** podrían aplicarse para mitigar el impacto de *outliers* o errores. En contexto ESG, un ejemplo concreto es plantear una optimización multiobjetivo que considere no solo maximizar retorno y ESG, y minimizar riesgo, sino también minimizar la sensibilidad de la solución a los parámetros. Un enfoque multiobjetivo–minimax fue propuesto por Xidonas y Essner (2022) para acomodar objetivos responsables resolviendo las limitaciones del marco biobjetivo tradicional.

Adicionalmente, se puede emplear **simulación Monte Carlo** para generar muchos escenarios de retornos futuros (o puntajes ESG futuros) y optimizar la cartera para que tenga buen desempeño en el promedio o la mediana de esos escenarios, en lugar de optimizar para un único pronóstico. Esto se relaciona con la idea de **programación estocástica**

multiperíodo, donde la cartera se ajusta en varios tramos de tiempo teniendo en cuenta distribuciones de resultados.

En definitiva, la incorporación de enfoques robustos atiende directamente la crítica de fragilidad del modelo de Markowitz, buscando carteras menos propensas a cambios dramáticos ante errores de estimación. La literatura ya indica que las estrategias robustas mejoran la estabilidad de los retornos de cartera frente a metodologías clásicas (García-Bernabeu et al., 2024), por lo que este constituye un camino prometedor.

Para el trabajo futuro, se podría implementar, por ejemplo, un **modelo de optimización robusta con restricciones ESG**, asegurando un cierto puntaje ESG mínimo y comparando la frontera eficiente robusta con la tradicional. Esto permitiría observar si se logra una frontera eficiente ESG más estable y cuáles son los costes en términos de rendimiento esperado de dicha robustez. En conclusión, una extensión robusta aportaría confianza adicional en las recomendaciones de inversión sostenible, haciendo el modelo más apto para condiciones reales de incertidumbre.

9.3.3 INTEGRACIÓN DE TÉCNICAS DE MACHINE LEARNING (CLASIFICACIÓN, PREDICCIÓN, AJUSTE DINÁMICO).

El auge del *machine learning* (ML) y la inteligencia artificial en finanzas ofrece oportunidades para mejorar tanto la fase multicriterio como la de optimización en carteras ESG.

Una primera aplicación potencial es la **predicción de variables financieras o ESG**. Modelos de ML supervisados (regresiones avanzadas, árboles de decisión, redes neuronales)¹⁴ podrían proveer estimaciones más precisas o adaptativas de los retornos

¹⁴ Las regresiones avanzadas buscan relaciones entre variables mediante modelos estadísticos. Los árboles de decisión dividen el espacio de datos en regiones a partir de reglas sucesivas de “si... entonces...”. Las redes neuronales imitan estructuras del cerebro humano, lo que les permite identificar patrones complejos en grandes volúmenes de datos. El *clustering* es un método no supervisado que agrupa elementos según similitud de características (Goodfellow, Bengio, & Courville, 2016).

esperados y riesgos de los activos, superando las aproximaciones lineales tradicionales. Por ejemplo, se podrían entrenar modelos que predigan el rendimiento futuro de un fondo en función de características incluyendo métricas ESG, incorporando no linealidades y efectos de interacción que el modelo de Markowitz por sí solo no captura. Asimismo, ML podría ayudar a **clasificar o segmentar el universo de fondos** según su perfil ESG–rentabilidad, agrupando fondos en clústeres como “alto ESG y alto rendimiento” o “alto ESG pero bajo rendimiento” mediante algoritmos de *clustering*. Esto proporcionaría al decisor una mejor visión de las alternativas y la posibilidad de trabajar con sub-fronteras eficientes por segmento.

Una segunda contribución de ML puede estar en la **optimización misma**. Algoritmos heurísticos inspirados en ML —como algoritmos genéticos, *swarm optimization* o *reinforcement learning*— se han aplicado en problemas de cartera complejos con resultados prometedores (García-Bernabeu et al., 2024). En particular, el **aprendizaje por refuerzo profundo** podría diseñar estrategias de rebalanceo dinámico, aprendiendo políticas de inversión que maximizan retorno acumulado penalizando riesgo e incorporando puntajes ESG como parte de la recompensa. Estos agentes inteligentes pueden simular miles de episodios de mercado y aprender cuándo sobreponderar activos ESG sin sacrificar demasiada rentabilidad, ajustando la cartera de forma continua, más allá de la optimización de un solo período.

Otra línea de extensión es utilizar ML para **refinar dinámicamente los pesos de criterios AHP**. Actualmente, los pesos provienen de juicios humanos estáticos, pero algoritmos de aprendizaje podrían actualizarlos conforme se observa nueva información o en función del comportamiento de mercados. Por ejemplo, un algoritmo podría detectar que cierto criterio ESG históricamente contribuye más a la reducción de riesgo de cartera de lo que el decisor inicialmente pensaba, sugiriendo aumentar su peso. En la literatura de decisiones multicriterio se ha planteado integrar ML para ajustar cálculos de peso en tiempo real, reduciendo sesgos expertos y mejorando la exactitud de la decisión (Cheng et al., 2025).

Un enfoque concreto sería **retroalimentar el modelo con los resultados obtenidos**: si la cartera seleccionada no cumple ciertas expectativas (financieras o de impacto), un algoritmo podría proponer ajustes incrementales en las ponderaciones para una nueva iteración de optimización, hasta converger a un equilibrio entre preferencias declaradas y resultados observados. Esto se relaciona con la idea de **AHP adaptativo** o aprendizaje de preferencias. Incluso técnicas como *Active Learning* podrían presentar al decisor comparaciones específicas donde su juicio tenga mayor impacto en la decisión final, optimizando el proceso de obtención de pesos.

Finalmente, ML puede ser clave en el **manejo de big data ESG**. Con la creciente cantidad de datos (informes de sostenibilidad, noticias, controversias), algoritmos de procesamiento de lenguaje natural (NLP) podrían cuantificar de manera más objetiva dimensiones ESG, como mediante *sentiment analysis* de noticias para evaluar el factor social. Estos puntajes generados automáticamente nutrirían la evaluación multicriterio de forma más actualizada y menos subjetiva.

En conclusión, la incorporación de ML puede potenciar la capacidad predictiva y adaptativa del modelo AHP–Markowitz. Como desarrollo futuro, se podrían probar algoritmos de ML para pronóstico de retornos ajustados por ESG o sistemas de recomendación que sugieran al inversor ajustes en su cartera basados en patrones aprendidos del mercado. Estos enfoques, sin embargo, deben implementarse cuidadosamente, evitando tratarlos como una “caja negra” que opaque la transparencia —especialmente importante en decisiones ESG, donde la explicabilidad y justificación ética son esenciales. Bien aplicado, el ML podría convertirse en un aliado poderoso para afinar la estrategia de inversión sostenible, transformándola en un proceso más reactivo y personalizado.

9.3.4 ACTUALIZACIÓN DINÁMICA DE PREFERENCIAS EN AHP (AHP DINÁMICO).

Como se mencionó en las limitaciones, una restricción de la aproximación original es asumir que las preferencias del decisor (los pesos de criterios AHP) permanecen fijas. Una extensión

natural es desarrollar un esquema de **AHP dinámico**, que permita re-evaluar y actualizar las ponderaciones de criterios conforme cambian las circunstancias o la información disponible.

En contextos de inversión a largo plazo, los objetivos y preocupaciones del inversor pueden evolucionar. Por ejemplo, ante nuevas regulaciones ambientales, un inversor podría dar más importancia al criterio medioambiental, o tras una pandemia podría aumentar la prioridad de factores sociales (empleados, comunidad). La AHP dinámica implicaría rehacer periódicamente (o de forma continua) el ejercicio de comparación de criterios, incorporando *feedback* del entorno y del propio desempeño de la cartera.

Desde una perspectiva teórica, el término **Dynamic AHP** se ha acuñado para referirse a adaptar AHP a entornos que cambian en el tiempo (FasterCapital, 2025). La idea es introducir elementos dependientes del tiempo en la jerarquía o en los cálculos de prioridad, de modo que se obtenga un nuevo vector de prioridades en cada punto temporal relevante (Satyendra, 2021). Esto puede lograrse mediante **intervalos de revisión**: por ejemplo, mensual, trimestral, semestral, anual, o cuando algún indicador externo supera cierto umbral, se convoca al decisor a revisar sus comparaciones de criterios.

Otra posibilidad es un AHP con **retroalimentación periódica**. Tras observar la cartera resultante y su rendimiento ESG, el decisor valora si el peso dado a cierto criterio debería ajustarse (quizá se otorgó demasiado peso a “gobernanza” y la cartera descuidó “social”, lo cual se decide corregir aumentando el peso de este último en la próxima iteración). Técnicamente, esto se puede formalizar como un problema de control donde las preferencias son parámetros que varían con el tiempo.

También existen métodos de **Group Decision iterativos** (tipo Delphi) que pueden adaptarse a un mismo decisor en distintos momentos, entendiendo el “grupo” como el mismo individuo que revisa su opinión en distintas fases. Adicionalmente, la AHP dinámica puede abordar cambios en los **criterios mismos**: en sostenibilidad surgen nuevos temas (por ejemplo, biodiversidad) que antes no estaban en la jerarquía. Un modelo flexible debería permitir agregar o modificar criterios sin rehacer todo el proceso desde cero, quizá mediante técnicas

de mantenimiento de consistencia que solo requieran comparar la nueva dimensión con algunas referencias.

Otra alternativa es combinar AHP con **análisis de escenarios**. Se definen varios escenarios de preferencias (p. ej., un escenario en el que el criterio ambiental pesa el doble, otro con menor peso) y se analizan las carteras óptimas en cada caso. Esto no es estrictamente dinámico en el tiempo, pero sí permite explorar dinámicas en las preferencias y anticipar posibles ajustes.

Una verdadera implementación dinámica podría integrarse en un **sistema interactivo de apoyo a decisiones**, donde el usuario recibe recomendaciones de cartera y puede afinar sus juicios viendo el impacto inmediato en la cartera sugerida (*what-if analysis* en tiempo real). En el contexto de este trabajo, una extensión viable sería proponer un modelo de seguimiento post-optimización: tras un periodo (p. ej., 6 meses) con la cartera ESG implementada, re-evaluar los pesos AHP a la luz de la experiencia y de cualquier cambio en objetivos. Esto convertiría al proceso AHP–Markowitz en un **ciclo iterativo de mejora**, más que en un cálculo único.

Teóricamente, esto enlaza con conceptos de **feedback en MCDM** y *learning preferences*. Como apoyo bibliográfico, Belton y otros han señalado la necesidad de revisar pesos cuando se obtienen resultados contraintuitivos, para asegurar que el modelo refleja fielmente las verdaderas preferencias (lo denominan *value elicitation improvement*).

Con AHP dinámico, el modelo ganaría **adaptabilidad**, reduciendo el problema de obsolescencia de preferencias. No obstante, es necesario equilibrar con la **estabilidad**: cambiar muy frecuentemente los pesos puede introducir ruido o inconsistencia temporal. Un enfoque prudente sería definir intervalos de revisión (p. ej., anual) o disparadores claros (cambio de mandato del fondo, choque de mercado severo) para actualizar AHP, manteniendo normalmente estables las ponderaciones en horizontes cortos para evitar volatilidad innecesaria en la cartera.

En conclusión, habilitar una re-evaluación periódica estructurada de AHP garantizaría que la cartera siga alineada con la evolución de las metas ESG del inversor y con el contexto, convirtiendo al modelo en una herramienta “viva” en lugar de estática.

9.3.5 INCLUSIÓN DE MÉTRICAS DE IMPACTO MÁS ALLÁ DE LOS SCORES ESG TRADICIONALES.

Por último, una extensión relevante consiste en ampliar las métricas utilizadas para evaluar la sostenibilidad de la cartera, yendo más allá de los puntajes ESG agregados que suelen proveer las agencias de *rating*. Las calificaciones ESG convencionales ofrecen una visión resumida (ej. un número o letra) del desempeño de una empresa o fondo en factores ambientales, sociales y de gobernanza, pero a veces no capturan completamente el impacto real generado por las inversiones.

Se propone, por tanto, incorporar **métricas de impacto específicas** que complementen o enriquezcan la evaluación ESG en el proceso AHP–Markowitz. En el ámbito ambiental, en lugar de —o además de— usar un *score* “E” genérico, se podrían incluir indicadores concretos como la **huella de carbono de la cartera** (toneladas de CO₂ emitidas por millón invertido) o el **CO₂ evitado** gracias a inversiones en renovables. De hecho, algunas gestoras de activos de impacto ya reportan toneladas de CO₂ evitadas por sus carteras, mostrando explícitamente la contribución al objetivo climático (MS Partners, 2025). Incorporar esta métrica en la optimización permitiría fijar, por ejemplo, una meta de reducción de emisiones o maximizar el CO₂ evitado por unidad de riesgo.

En la dimensión social, más allá de un *score* agregado, se pueden considerar **métricas de resultado social**: número de empleos creados o apoyados por las empresas en cartera, porcentaje de mujeres en puestos directivos (diversidad de género), número de beneficiarios de programas sociales corporativos, etc. Se observa una tendencia, especialmente en EE. UU., a dar mayor importancia a métricas de impacto social dentro de la estrategia ESG (Sustainability Academy, 2025), tales como bienestar de los trabajadores, compromiso comunitario o inversiones filantrópicas. Herramientas como el **Retorno Social de la Inversión (SROI)** permiten cuantificar en términos monetarios el valor social generado por

proyectos o empresas (Sustainability Academy, 2025). Incorporar un criterio derivado de SROI en la selección de cartera podría ayudar a elegir fondos que maximizan impacto social por euro invertido.

En la dimensión de gobernanza, más allá de un *score* global, se podrían considerar métricas como **independencia del consejo, transparencia fiscal o ausencia de controversias legales**. La idea central es que, al incluir indicadores de impacto directos, la cartera no solo optimice en base a *ratings*, sino también en base a resultados tangibles. Esto reduce la dependencia de metodologías de terceros y afronta el problema de que un *score* alto no siempre equivale a un impacto alto.

Desde el punto de vista metodológico, estas métricas pueden integrarse en AHP como **criterios adicionales o subcriterios**. Por ejemplo, se podría desglosar el criterio ambiental en “*score* ambiental” y “emisiones de carbono evitadas”, con pesos separados. También se podría introducir un criterio de “impacto social neto” calculado con SROI. Al hacerlo, es fundamental asegurar la **comparabilidad** y evitar la **doble contabilización**, dado que algunos *scores* ESG ya incluyen parcialmente estas métricas.

Otra alternativa es añadir **restricciones u objetivos de impacto** en la optimización de Markowitz: por ejemplo, imponer que la cartera logre al menos cierto nivel de CO₂ evitado, o minimizar la huella de carbono para un nivel dado de retorno. Esto convierte el problema en verdaderamente multiobjetivo: riesgo, retorno e impacto directo. Existen ya enfoques de investigación operativa que incorporan métricas de sostenibilidad en la optimización, generando una **superficie de riesgo–retorno–impacto** en vez de la tradicional de riesgo–retorno (García-Bernabeu et al., 2024).

En la práctica, esta extensión también responde a la creciente demanda de **inversores y reguladores** por mayor transparencia y rendición de cuentas sobre el impacto real de las inversiones sostenibles. Incluir métricas como emisiones evitadas, energía renovable generada, agua ahorrada o número de viviendas asequibles financiadas conecta la cartera con los **Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)** de forma más directa que un *score* ESG agregado.

Cabe resaltar que la recogida de estos datos de impacto puede ser complicada, pero está mejorando con **estándares de reporte de impacto** (por ejemplo, el *Harmonized Framework for Impact Reporting* para bonos verdes¹⁵). A medida que dichas métricas estén disponibles, su incorporación al modelo AHP–Markowitz reforzará la orientación hacia una inversión de impacto¹⁶ auténtica.

En conclusión, esta extensión aboga por enriquecer la evaluación de sostenibilidad con **indicadores de resultado concretos**, logrando que la cartera óptima no solo tenga una “buena nota” ESG, sino que genere beneficios ambientales y sociales medibles. De este modo, el modelo quedaría preparado para responder a futuras exigencias de los *stakeholders* de inversión sostenible, que cada vez más preguntan: “¿*Qué impacto real está logrando mi cartera, más allá de puntuaciones?*”.

En conjunto, las propuestas de este apartado muestran un abanico de extensiones metodológicas que enriquecen y complementan el modelo AHP–Markowitz, cada una con fortalezas y limitaciones propias. Para facilitar su comparación y ofrecer una visión sintética, la

Tabla 13 resume las principales alternativas analizadas, señalando sus ventajas y retos.

¹⁵ Los bonos verdes son instrumentos de deuda cuyos recursos se destinan exclusivamente a proyectos con beneficios medioambientales verificables (International Capital Market Association, 2021).

¹⁶ La inversión de impacto busca generar un efecto social y medioambiental positivo, además de retorno financiero, midiendo explícitamente ese impacto (GIIN, 2022).

Tabla 13. Extensiones metodológicas y desarrollos futuros: ventajas y limitaciones.

Extensión / Técnica	Mejoras / Ventajas	Limitaciones / Retos
Métodos multicriterio alternativos (TOPSIS, PROMETHEE, ELECTRE, MAUT, DEA)	Reducen subjetividad de AHP, permiten rankings más consistentes, trabajan con datos normalizados, identifican eficiencia relativa.	Cada método tiene supuestos propios; algunos requieren funciones de preferencia complejas; posible inconsistencia entre rankings.
Optimización robusta (determinística, estocástica, SMAA, DRO, Monte Carlo)	Aumentan estabilidad de carteras, menos sensibles a errores de estimación, incorporan incertidumbre, consideran escenarios múltiples.	Menor rendimiento nominal, mayor complejidad matemática, necesidad de definir conjuntos de incertidumbre realistas.
Machine Learning (predicción, clustering, RL, NLP)	Predicciones más precisas, clasificación avanzada de fondos, rebalanceo dinámico, ajuste adaptativo de preferencias, uso de big data ESG.	Riesgo de caja negra, necesidad de datos extensos y de calidad, problemas de explicabilidad en contexto ESG.
AHP dinámico (actualización periódica de preferencias)	Permite adaptar pesos a cambios regulatorios o de mercado, integra feedback del inversor, mayor alineación con objetivos cambiantes.	Puede introducir ruido si se cambia con demasiada frecuencia; necesidad de protocolos claros de revisión; mayor complejidad operativa.
Métricas de impacto más allá de ESG (CO ₂ evitado, SROI, ODS)	Capturan impacto real (emisiones, empleos, diversidad), alineación con ODS, responden a demandas de transparencia de inversores y reguladores.	Dificultad de recogida y estandarización de datos, riesgo de doble contabilización, complejidad en integrar múltiples métricas en optimización.

Como se observa, ninguna técnica constituye una solución completa en sí misma: los métodos multicriterio alternativos reducen subjetividad, pero requieren supuestos propios, la optimización robusta aporta estabilidad al precio de mayor complejidad, el aprendizaje automático abre oportunidades, pero con desafíos de transparencia, el AHP dinámico mejora la adaptabilidad, pero introduce riesgo de ruido, y las métricas de impacto conectan con los ODS, aunque todavía sufren carencias de datos. En conjunto, estas extensiones marcan una agenda de investigación y aplicación futura que justifica su análisis crítico en el capítulo siguiente.

Capítulo 10. CONCLUSIONES

La presente investigación se ha orientado al diseño y validación de un marco metodológico para la optimización de carteras sostenibles. El trabajo se estructuró en torno a tres objetivos principales (adaptar el modelo de Markowitz con restricciones ESG, implementar un sistema de evaluación multicriterio y desarrollar un modelo integrado AHP–Markowitz) y, de manera orgánica durante el proceso de investigación, se añadieron dos contribuciones adicionales: la propuesta del Sistema Suizo de Asignación de Inversiones Financieras (SSAIF) y la exploración del uso de técnicas de Inteligencia Artificial. En conjunto, el proyecto confirma que es posible compatibilizar eficiencia financiera y sostenibilidad, aportando soluciones metodológicas innovadoras y aplicables en la práctica.

En relación con el primer objetivo, se adaptó el modelo clásico de Markowitz incorporando un umbral de sostenibilidad explícito. Ello permitió trazar una frontera eficiente sostenible y compararla con la frontera tradicional. Los resultados mostraron que, con restricciones ESG moderadas, las carteras óptimas mantienen un perfil de riesgo–rentabilidad muy próximo al de las carteras convencionales. Solo en escenarios con umbrales de sostenibilidad muy exigentes se observó una ligera pérdida de rentabilidad esperada, lo que refleja el coste de oportunidad de reducir en exceso el universo de inversión. En todo caso, se demostró que la inversión sostenible puede gestionarse de manera rigurosa dentro del marco de la teoría moderna de carteras.

El segundo objetivo consistió en aplicar un sistema de decisión multicriterio que permitiese ponderar factores heterogéneos. Para ello se utilizó el Proceso Analítico Jerárquico (AHP), técnica ampliamente validada en la literatura de toma de decisiones complejas. El AHP permitió derivar pesos relativos para los criterios seleccionados —rentabilidad, riesgo, sostenibilidad, alfa y beta— y calcular puntuaciones globales para cada fondo de inversión. De este modo se obtuvo un ranking robusto y transparente que aportó información relevante tanto para la preselección de fondos como para su integración posterior en la optimización.

El tercer objetivo, y principal aportación metodológica, fue la integración del AHP con el modelo de Markowitz. En este enfoque, el AHP actuó como mecanismo de filtrado inicial, priorizando los fondos con mejor desempeño relativo en rentabilidad, riesgo, sostenibilidad y métricas técnicas (véase Anexo C), y definiendo un subconjunto de alternativas sobre el que aplicar la optimización cuantitativa. A partir de este Top-5, el modelo de Markowitz con restricción ESG permitió construir una cartera eficiente que alcanzó una rentabilidad esperada del 16,36 %, una volatilidad del 15,37 % y un ratio de Sharpe de 1,06, manteniendo un ESG medio en el umbral fijado (0,75). La solución final concentró los pesos en fondos como AXA Sustainable Eurozone, Janus Henderson Tech y Jupiter India, confirmando que el modelo refleja de manera explícita las preferencias del inversor. En conjunto, esta integración constituye un avance metodológico al compatibilizar de forma operativa las exigencias de rentabilidad, riesgo y sostenibilidad en la construcción de carteras.

Durante el desarrollo del trabajo surgió un cuarto objetivo: la propuesta del **Sistema Suizo de Asignación de Inversiones Financieras (SSAIF)**. Inspirado en los torneos suizos, este sistema comparó los fondos en rondas sucesivas en función de criterios financieros y ESG, generando un ranking competitivo dinámico. Aunque se trata de una aproximación exploratoria, el SSAIF constituye una innovación metodológica propia, capaz de ofrecer una visión complementaria a los resultados del AHP y de Markowitz. Su principal valor radica en su sencillez y transparencia, si bien su carácter preliminar abre la puerta a futuras mejoras y a su validación en muestras más amplias.

El quinto objetivo, también surgido de manera orgánica, fue la exploración de técnicas de **Inteligencia Artificial (IA)** aplicadas a la selección y optimización de carteras. La IA se empleó de forma preliminar como apoyo a la toma de decisiones y para contrastar la robustez de los resultados, mostrando potencial para manejar grandes volúmenes de datos y detectar patrones complejos que escapan a los modelos clásicos. Aunque su aplicación en este trabajo fue limitada, su inclusión señala un camino de investigación prometedor en el que se integren algoritmos de aprendizaje automático con modelos multicriterio y de optimización financiera.

De manera global, los cinco objetivos alcanzados permiten concluir que la integración de la sostenibilidad en la gestión cuantitativa de inversiones es viable y puede realizarse sin renunciar a la eficiencia financiera. El análisis de fondos evidenció que los productos sostenibles ofrecen rendimientos competitivos; la adaptación del modelo de Markowitz con restricciones ESG demostró que la frontera eficiente sostenible es prácticamente equivalente a la tradicional; la integración AHP–Markowitz aportó un marco híbrido que refleja las preferencias del inversor; y las contribuciones adicionales del SSAIF y la IA reforzaron la innovación del proyecto, ampliando su alcance y relevancia.

No obstante, es necesario reconocer limitaciones. El AHP implica cierto grado de subjetividad en los juicios de comparación, lo que puede introducir sesgos. El modelo de Markowitz se apoya en supuestos simplificadores, como la normalidad de los rendimientos o la estabilidad de las correlaciones, que no siempre se cumplen en la práctica. El SSAIF, en su versión actual, es un sistema exploratorio sensible a la configuración de las rondas, mientras que la IA se aplicó de forma preliminar sin desplegar todo su potencial. A ello se añade la falta de homogeneización en los datos ESG, todavía un reto para la integración plena de la sostenibilidad en las finanzas cuantitativas.

Estas limitaciones, sin embargo, abren oportunidades para futuras investigaciones. Sería pertinente explorar métodos multicriterio alternativos como TOPSIS o ELECTRE, así como técnicas de optimización robusta que contemplen la incertidumbre en los parámetros. El SSAIF podría evolucionar hacia algoritmos de ranking más sofisticados y la IA podría integrarse en modelos predictivos de rentabilidad y sostenibilidad. Asimismo, ampliar el análisis a otras clases de activos —acciones, bonos verdes— y validar los modelos en horizontes temporales más largos permitiría contrastar la generalidad de los hallazgos.

En conclusión, este trabajo demuestra que la inversión sostenible puede gestionarse con herramientas cuantitativas avanzadas, logrando un equilibrio sólido entre rentabilidad, riesgo y responsabilidad social. La propuesta metodológica desarrollada, que combina la adaptación de Markowitz, la integración del AHP y la incorporación de nuevas perspectivas

como el SSAIF y la IA, contribuye tanto al debate académico como a la práctica profesional en finanzas sostenibles.

BIBLIOGRAFÍA

- Accenture, & Arabesque S-Ray. (2021). *From transparency to performance: Industry-led ESG reporting*. Accenture Research.
- Aguado-Hernández, J. A., Rodríguez del Pino, J. A., & Abellán López, M. Á. (2023). La economía social responsable y los Objetivos de Desarrollo Sostenible frente a la crisis post-COVID-19: la voz de las personas expertas. *CIRIEC-España, Revista de Economía Pública, Social y Cooperativa*, 107, 75–106.
- Ai2People. (2023). *AI and ESG: Opportunities and risks of artificial intelligence for sustainable finance*. European Institute for Science, Media and Democracy.
- ALFI (Association of the Luxembourg Fund Industry). (2025, 5 de febrero). *Europe remains a global leader in sustainable finance with EUR 2.2 trillion – ALFI study finds* [Comunicado de prensa]. Luxemburgo: ALFI.
- Annunziata, A., Lapucci, M., Mansueto, P., & Pucci, D. (2025). *On the computation of the efficient frontier in advanced portfolio optimization* [Preprint].
- Atz, U., van Holt, T., Liu, J., Bruno, E., & Mazgareanu, A. (2022). Does sustainability generate better financial performance? Review, meta-analysis, and propositions. *Journal of Sustainable Finance & Investment*. Recuperado de <https://doi.org/10.1080/20430795.2022.2142826>
- Aznar, J., & Guijarro, F. (2012). Nuevas perspectivas en la valoración multicriterio de inversiones. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 13, 5–23.
- Bele, A. M., Sabău-Popa, C. D., & Secară, O. M. (2023). Sustainable development goals and the triangle of ESG investments. *Journal of Financial Studies*, 27(2), 45–63.
- Belton, V., & Stewart, T. J. (2001). *Multiple criteria decision analysis: An integrated approach*. Kluwer Academic Publishers.

- Bernal Aguas, C. M. (2013). *Black-Litterman vs. Markowitz: un ejercicio de optimización de portafolios de inversión en Colombia* [Tesis de grado]. Pontificia Universidad Javeriana.
- Chan, L. K. C., Karceski, J., & Lakonishok, J. (1999). On portfolio optimization: Forecasting covariances and choosing the risk model. *The Review of Financial Studies*, 12(5), 937–974.
- Cheng, W., Hu, M., & Wu, C. (2025). Enhancing green building decision-making with a hybrid fuzzy AHP-TOPSIS model for material selection. *Applied Water Science*, 15, Artículo 129. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/s13201-025-02481-7>
- Climate Action 100+. (2023). *Climate Action 100+ Net Zero Company Benchmark – 2023 Progress Report*. Climate Action 100+. Recuperado de <https://www.climateaction100.org>.
- Climent-Serrano, S., & Perelló-Fons, P. (2019). Gestión eficiente de carteras: Modelo de Markowitz y el IBEX-35. *Cuadernos de Economía*, 42(120), 91–103.
- Delgado, S. (2024). La inversión sostenible no deja de crecer en España y roza el 40 % del patrimonio. *Estrategias de Inversión*.
- Đoković, L. S., & Doljanica, D. (2023). Application of AHP and MABAC methods in the framework of multi-criteria decision-making in the selection of investment projects. *Journal of Process Management and New Technologies*, 11(2), 57–66.
- Donisa, D. (2024). *AHP (Proceso de Jerarquía Analítica): definición, jerarquía, comparación por pares, consistencia, ponderación, síntesis y análisis de sensibilidad*. Academypedia. Recuperado de <https://academypedia.info>
- Edmans, A. (2011). Does the stock market fully value intangibles? Employee satisfaction and equity prices. *Journal of Financial Economics*, 101(3), 621–640.
- European Central Bank. (2025). *Euro foreign exchange reference rates and annual averages for 2024*. Recuperado de la base de datos del ECB (serie EXR.A.USD.EUR.SP00.E).
- European Commission. (2023). *EU taxonomy for sustainable activities*. Directorate-General for Financial Stability, Financial Services and Capital Markets Union.

- FIDE. (2023). *FIDE Handbook – C.04. Swiss Pairing Rules*. Fédération Internationale des Échecs. Recuperado de <https://handbook.fide.com/chapter/C0401>.
- FIDE. (2023). *FIDE Handbook: Tie-break regulations*. Fédération Internationale des Échecs. Recuperado de <https://handbook.fide.com>.
- Friede, G., Busch, T., & Bassen, A. (2015). ESG and financial performance: Aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 5(4), 210–233. Recuperado de <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>
- Gálvez, G. P., Salgado, M. S., & Gutiérrez, U. M. (2015). Optimización de carteras de inversión: modelo de Markowitz y estimación de volatilidad con GARCH. *Horizontes Empresariales*, 12(1), 39–50.
- García-Bernabeu, A., Aldás-Manzano, J., & Guijarro, F. (2024). ESG performance and portfolio optimization: Integrating sustainability ratings into financial models. *Journal of Cleaner Production*, 435, 139728.
- García-Bernabeu, A., Hilario-Caballero, A., Tardella, F., & Pla-Santamaría, D. (2024). ESG integration in portfolio selection: A robust preference-based multicriteria approach. *Operations Research Perspectives*, 12, Artículo 100305. Recuperado de <https://doi.org/10.1016/j.orp.2024.100305>.
- Global Impact Investing Network (GIIN). (2022). *Annual Impact Investor Survey 2022*. GIIN. Recuperado de <https://thegiin.org>.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep learning*. MIT Press. Recuperado de <https://www.deeplearningbook.org/>.
- GSIA (Global Sustainable Investment Alliance). (2023, 29 de noviembre). *Global Sustainable Investment Review 2022*. GSIA.
- Hallerbach, W., Ning, H., Soppe, A., & Spronk, J. (2004). A framework for managing a portfolio of socially responsible investments. *European Journal of Operational Research*, 153(2), 517–529.
- Hong, H., & Kacperczyk, M. (2009). The price of sin: The effects of social norms on markets. *Journal of Financial Economics*, 93(1), 15–36.

- Hughes, M. (2025, 15 de mayo). *Champions League shake-up pays off as battle for viewers intensifies*. *Financial Times*. Recuperado de <https://www.ft.com/content/cef8bd9f-8b05-4fb3-a561-c0a441b59c1e>.
- International Capital Market Association (ICMA). (2021). *Green Bond Principles*. ICMA. Recuperado de <https://www.icmagroup.org>.
- INVERCO. (2025, enero). *Patrimonio de fondos sostenibles en España a fin de 2024*. Madrid: Instituto de Instituciones de Inversión Colectiva y Fondos de Pensiones. Recuperado de <https://www.inverco.es>.
- Izquierdo, M. A., Torres, M. J., Olmedo, E., Lirio, J. M., & Ferrero, I. F. (2018). Las agencias de calificación de la sostenibilidad, impulsoras de la inversión socialmente responsable. *Boletín de Estudios Económicos*, 73(224), 367–385.
- Jia, C. (2023). ESG rating divergence and its implications for sustainable finance. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 13(4), 652–671.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945–1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389–416.
- Lauria, E., Rossi, A., & Zanella, A. (2025). ESG preferences and portfolio efficiency: Non-linear effects in sustainable investing. *European Journal of Finance*, 31(2), 210–234.
- Li, J., Sun, Y., Wang, H., & Zhao, L. (2024). Artificial intelligence in portfolio optimization: A hybrid model integrating reinforcement learning and ESG constraints. *Journal of Financial Data Science*, 6(3), 45–67.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Martínez, G., & Antonio, L. (2019). Optimización del riesgo en carteras de inversión. *Revista de Finanzas Aplicadas*, 5(2), 45–63.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. L. (2004). *The (mis)behavior of markets: A fractal view of risk, ruin and reward*. Basic Books. Recuperado de <https://archive.org/details/misbehaviorofmar00beno>.
- McGarry, T., & Schutz, R. (1997). Efficacy of traditional sport tournament structures. *Journal of the Operational Research Society*, 48(1), 65–74. Recuperado de <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600315>.

- McKinsey & Company. (2019). *Five ways that ESG creates value*. McKinsey Quarterly.
- Mendoza Durán, H., & Chávez Nungaray, E. (2023). Factor de sostenibilidad en proyectos de inversión inmobiliaria en ciudades de México: propuesta de medición a través de la valoración econométrica del impacto social. *Revista de Direito da Cidade*, 15(3), 1329–1344.
- Mendizabal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L. M., & Zubia Zubiaurre, M. (2018). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Cuadernos de Gestión*, 18(2), 33–46. Recuperado de <https://doi.org/10.5295/cdg.170748az>
- Miralles-Quirós, J. L., & Miralles-Quirós, M. M. (2023). Estrategias de formación de carteras rentables en empresas de energías renovables. *Boletín de Estudios Económicos*, 77(233), 265–283.
- Morgan Stanley Institute for Sustainable Investing. (2025). *Sustainable Reality: 2024 Year in Review*. Morgan Stanley. Recuperado de <https://www.morganstanley.com/what-we-do/sustainable-investing>.
- MS Partners. (2025, 26 de junio). *Making Green Measurable: Turning Carbon into a Performance Metric*. ESG Everything. Recuperado de <https://esgeverything.com/papers/making-green-measurable-turning-carbon-into-a-performance-metric/>
- Morgado, R. (2024, 4 de julio). *Entender la taxonomía verde de la Unión Europea y las obligaciones e impactos que va a tener en las empresas*. Electro Élite. Recuperado de <https://electroelite.es/entender-la-taxonomia-verde-de-la-union-europea-y-las-obligaciones-e-impactos-que-va-a-tener-en-las-empresas/>.
- Morningstar. (2025). *Fidelity Global Technology A-Acc-EUR – Puntuación de sostenibilidad*. Recuperado de <https://global.morningstar.com/es/inversiones/fondos/F00000VKNA/cotizacion?marketID=es>.
- Morningstar. (2025, enero). *Global Sustainable Fund Flows: Q4 2024 & Year in Review*. Morningstar Research. Recuperado de <https://www.morningstar.com/lp/global-fund-flows>.

- Müller, J. (1895). *Das Schweizer System für Schachturniere*. Zürich: Schweizer Schachverband.
- Nagy, Z., Kassam, A., & Lee, L. E. (2015). Can ESG add alpha? An analysis of ESG tilt and momentum strategies. *Journal of Investing*, 24(2), 113–124.
- Pedersen, L. H., Fitzgibbons, S., & Pomorski, L. (2021). Responsible investing: The ESG-efficient frontier. *Journal of Financial Economics*, 142(2), 572–597.
- Pictet Asset Management. (2025). *Artificial intelligence and sustainable investing: Trends, challenges and opportunities* [White paper].
- PRI (Principles for Responsible Investment). (2024). *PRI Annual Report 2023/2024*. PRI Association. Recuperado de <https://www.unpri.org>.
- Pucci, N. (2025, 29 de enero). *Global sustainable fund flows increase in Q4 2024*. Morningstar. Recuperado de <https://www.morningstar.com/sustainable-investing/global-esg-fund-flows-increase-q4>
- Saaty, T. L. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Sajadi, S. M. A., Fereydooni, A., Athari, S. A., & Farhadi, S. (2025). A sustainable portfolio construction model based on ESG and deep learning algorithms: Evidence from the U.S. market. *Computational Economics*. Recuperado de <https://www.researchgate.net>
- Satyendra. (2021, 21 de agosto). *The Analytic Hierarchy Process*. IspatGuru. Recuperado de <https://www.ispatguru.com/the-analytic-hierarchy-process/>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442. Recuperado de <https://doi.org/10.2307/2977928>.
- Sortino, F. A., & Van der Meer, R. (1991). *Downside risk*. *Journal of Portfolio Management*, 17(4), 27–31. Recuperado de <https://doi.org/10.3905/jpm.1991.409343>.
- Spaniol, M. J., Danilova-Jensen, E., Nielsen, M., Rosdahl, C. G., & Schmidt, C. J. (2024). Defining greenwashing: A concept analysis. *Sustainability*, 16(20), 9055. Recuperado de <https://doi.org/10.3390/su16209055>

- Sullivan, R., Martindale, W., Feller, E., & Bordon, A. (2018). *Fiduciary duty in the 21st century*. United Nations Environment Programme Finance Initiative.
- Sustainability Academy. (2025, 10 de febrero). *Las empresas estadounidenses apuestan por las calificaciones de ESG*. Sustainability Academy. Recuperado de <https://sustainability-academy.org/es/las-empresas-estadounidenses-apuestan-por-las-calificaciones-de-esg/>
- Sutienė, K., Maskeliūnas, R., Damaševičius, R., & Laužikas, M. (2024). Machine learning approaches for ESG-based portfolio selection. *Technological and Economic Development of Economy*, 30(1), 56–77.
- Unión Europea. (2019). *Reglamento (UE) 2019/2088 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 27 de noviembre de 2019, sobre la divulgación de información relativa a la sostenibilidad en el sector de los servicios financieros (SFDR)*. Diario Oficial de la Unión Europea, L 317, 1–16. Recuperado de <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX:32019R2088>.
- US SIF Foundation. (2023). *Report on US Sustainable Investing Trends 2022–2023*. US SIF: The Forum for Sustainable and Responsible Investment.
- Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł., & Polosukhin, I. (2017). *Attention is all you need*. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 30, 5998–6008.
- Villanueva, A. (2024, 16 de abril). *Más de 120.000 millones ya están en fondos sostenibles en España: 1 de cada 3 euros invertidos en fondos*. Finect. Recuperado de <https://www.finect.com/usuario/avillanuevae/articulos/mas-de-120000-millones-ya-estan-en-fondos-sostenibles-en-espana-1-de-cada-3-euros-invertidos-en-fondos>
- Xidonas, P., & Essner, E. (2024). On ESG portfolio construction: A multi-objective optimization approach. *Computational Economics*, 63(1), 21–45. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/s10614-022-10327-6>
- Zhang, J. (2025). *Uses and limitations of the AHP method: A non-mathematical and rational analysis*. ResearchGate. Recuperado de <https://www.researchgate.net>

ANEXO A. CÓDIGO PYTHON PARA LA SIMULACIÓN MONTE CARLO CON EL MODELO DE MARKOWITZ

En este anexo se muestra el código completo en Python utilizado para la simulación Monte Carlo aplicada a la optimización de carteras con el modelo de Markowitz, descrita en el Capítulo 5.

PROGRAMA DE SIMULACIÓN MONTE CARLO PARA OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS CON EL MODELO DE MARKOWITZ

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parámetros de ejemplo:
num_assets = 4 # Número de activos en el portafolio
mu = np.array([0.1, 0.2, 0.15, 0.12]) # Retornos esperados anuales de cada activo
cov_matrix = np.array([
    [0.005, -0.010, 0.004, 0.002],
    [-0.010, 0.040, -0.002, 0.003],
    [0.004, -0.002, 0.023, 0.001],
    [0.002, 0.003, 0.001, 0.010]
]) # Matriz de covarianza de los activos
num_portfolios = 10000 # Número de simulaciones

# Arrays para almacenar los resultados:
results = np.zeros((3, num_portfolios)) # [volatilidad, retorno, ratio de Sharpe]
weights_record = []

# Simulación Monte Carlo de carteras
for i in range(num_portfolios):
    weights = np.random.random(num_assets)
    weights /= np.sum(weights) # Normalizar a que la suma de pesos sea 1
    weights_record.append(weights)

# Retorno de la cartera:
portfolio_return = np.dot(weights, mu)
# Volatilidad (desviación estándar) del portafolio:
```

```

portfolio_volatility = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix, weights)))

# Almacenar resultados:
results[0, i] = portfolio_volatility
results[1, i] = portfolio_return
results[2, i] = portfolio_return / portfolio_volatility # Ratio de Sharpe (asumiendo tasa libre de riesgo = 0)

# Encontrar el portafolio con el máximo ratio de Sharpe:
max_sharpe_idx = np.argmax(results[2])
sdp_max, rp_max = results[0, max_sharpe_idx], results[1, max_sharpe_idx]

# Representar resultados:
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(results[0, :], results[1, :], c=results[2, :], cmap='viridis', marker='o', s=10, alpha=0.3)
plt.colorbar(label='Ratio de Sharpe')
plt.xlabel('Volatilidad')
plt.ylabel('Retorno esperado')
plt.title('Simulación del Modelo de Markowitz')
plt.scatter(sdp_max, rp_max, color='r', marker='*', s=500, label='Máximo Ratio de Sharpe')
plt.legend()
plt.show()

```

PROGRAMA DE SIMULACIÓN MONTE CARLO Y MODELO DE MARKOWITZ CON CRITERIO ESG

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parámetros de ejemplo:
num_assets = 4 # Número de activos
mu = np.array([0.1, 0.2, 0.15, 0.12]) # Retornos esperados anuales
cov_matrix = np.array([
    [0.005, -0.010, 0.004, 0.002],
    [-0.010, 0.040, -0.002, 0.003],
    [0.004, -0.002, 0.023, 0.001],
    [0.002, 0.003, 0.001, 0.010]
]) # Matriz de covarianza
esg_scores = np.array([0.9, 0.7, 0.5, 0.8]) # Puntuaciones ESG de cada activo (valores entre 0 y 1)
esg_threshold = 0.75 # Umbral mínimo para el promedio ponderado ESG
num_portfolios = 10000 # Número de simulaciones
results = [] # Para almacenar [volatilidad, retorno, ratio de Sharpe, ESG promedio]
weights_record = [] # Para guardar los pesos de cada portafolio

```

```
# Simulación Monte Carlo de carteras
for i in range(num_portfolios):
    weights = np.random.random(num_assets)
    weights /= np.sum(weights) # Normalizamos los pesos a 1

    # Cálculo del puntuación ESG promedia ponderada
    weighted_esg = np.dot(weights, esg_scores)

    # Filtramos carteras que no cumplen el umbral ESG
    if weighted_esg < esg_threshold:
        continue

    # Cálculo del retorno y volatilidad del portafolio:
    portfolio_return = np.dot(weights, mu)
    portfolio_volatility = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix, weights)))

    # Ratio de Sharpe (asumiendo tasa libre de riesgo = 0)
    sharpe_ratio = portfolio_return / portfolio_volatility
    results.append([portfolio_volatility, portfolio_return, sharpe_ratio, weighted_esg])
    weights_record.append(weights)
results = np.array(results)
if results.shape[0] == 0:
    print("No se encontraron carteras que cumplan el criterio ESG establecido.")
else:
    # Identificar el portafolio con el máximo ratio de Sharpe
    max_sharpe_idx = np.argmax(results[:, 2])
    sdp_max, rp_max, max_sharpe, esg_max = results[max_sharpe_idx]

    # Representar las carteras que cumplen con el criterio ESG
    plt.figure(figsize=(10, 6))
    scatter = plt.scatter(results[:, 0], results[:, 1], c=results[:, 2], cmap='viridis', marker='o', s=10, alpha=0.3)
    plt.colorbar(scatter, label='Ratio de Sharpe')
    plt.xlabel('Volatilidad')
    plt.ylabel('Retorno esperado')
    plt.title('Simulación del Modelo de Markowitz con Criterio ESG')
    plt.scatter(sdp_max, rp_max, color='r', marker='*', s=500, label='Máximo Ratio de Sharpe')
    plt.legend()
    plt.show()
    print("Portafolio óptimo:")
    print(f" - Retorno esperado: {rp_max:.4f}")
    print(f" - Volatilidad: {sdp_max:.4f}")
    print(f" - Ratio de Sharpe: {max_sharpe:.4f}")
    print(f" - Puntuación ESG promedio: {esg_max:.4f}")
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Simulación de datos ficticios con criterios ESG
np.random.seed(42)
num_portfolios = 5000
num_assets = 4

# Retornos esperados y matriz de covarianza ficticia
returns = np.array([0.12, 0.18, 0.14, 0.10]) # Retorno esperado de cada activo
cov_matrix = np.array([
    [0.005, -0.002, 0.004, 0.002],
    [-0.002, 0.010, -0.001, 0.003],
    [0.004, -0.001, 0.007, 0.001],
    [0.002, 0.003, 0.001, 0.006]
])

# Puntuación ESG (valores entre 0 y 1, donde 1 es el mejor)
esg_scores = np.array([0.8, 0.6, 0.9, 0.7])

# Simulación Monte Carlo de múltiples carteras
portfolio_returns = []
portfolio_volatilities = []
sharpe_ratios = []
esg_scores_list = []
weights_list = []

for _ in range(num_portfolios):
    weights = np.random.random(num_assets)
    weights /= np.sum(weights) # Normalizar para que sumen 1
    port_return = np.dot(weights, returns)
    port_volatility = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix, weights)))
    portfolio_esg = np.dot(weights, esg_scores) # Puntuación ESG ponderado por pesos
    sharpe_ratio = port_return / port_volatility # Asumiendo tasa libre de riesgo = 0
    portfolio_returns.append(port_return)
    portfolio_volatilities.append(port_volatility)
    sharpe_ratios.append(sharpe_ratio)
    esg_scores_list.append(portfolio_esg)
    weights_list.append(weights)
portfolio_returns = np.array(portfolio_returns)
portfolio_volatilities = np.array(portfolio_volatilities)
```

```
sharpe_ratios = np.array(sharpe_ratios)
esg_scores_list = np.array(esg_scores_list)

# Filtrar carteras con alta puntuación ESG
esg_threshold = 0.75 # Umbral mínimo ESG deseado
valid_indices = esg_scores_list >= esg_threshold

# Identificar la mejor cartera dentro del filtro ESG
max_sharpe_idx = np.argmax(sharpe_ratios * valid_indices) # Maximizar Sharpe con ESG
max_sharpe_return = portfolio_returns[max_sharpe_idx]
max_sharpe_volatility = portfolio_volatilities[max_sharpe_idx]

# Representar la frontera eficiente con criterios ESG
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(portfolio_volatilities, portfolio_returns, c=esg_scores_list, cmap='viridis', alpha=0.6,
marker='o')
plt.colorbar(label='Puntuación ESG')
plt.scatter(max_sharpe_volatility, max_sharpe_return, color='red', marker='*', s=300, label='Máx. Sharpe
(ESG)')
plt.xlabel('Volatilidad (Riesgo)')
plt.ylabel('Retorno Esperado')
plt.title('Frontera Eficiente - Modelo de Markowitz con ESG')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

ANEXO B. PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP) APLICADO A LA SELECCIÓN DE FONDOS SOSTENIBLES

1. Definición de criterios

Se establecieron cinco criterios principales de evaluación, en consonancia con los objetivos del proyecto y la literatura académica (Saaty, 1980; Đoković & Doljanica, 2023):

1. Rentabilidad
2. Riesgo
3. Puntuación ESG
4. Alfa (α)
5. Beta (β)

2. Construcción de la matriz de comparación por pares

La matriz de comparación se elaboró siguiendo la **escala fundamental de Saaty** (valores 1–9). El decisor adoptó un perfil **equilibrado**, otorgando mayor relevancia a rentabilidad, riesgo y criterios ESG, sin descuidar los indicadores técnicos (α , β).

Tabla 14. Matriz de comparación por pares (criterios AHP).

Criterio	Rentabilidad	Riesgo	ESG	Alfa	Beta
Rentabilidad	1,00	2,00	2,00	5,00	6,00
Riesgo	0,50	1,00	1,00	4,00	5,00
ESG	0,50	1,00	1,00	3,00	4,00
Alfa	0,20	0,25	0,33	1,00	2,00
Beta	0,17	0,20	0,25	0,50	1,00

La matriz es recíproca: si un criterio es x veces más importante que otro, el inverso $1/x$ se asigna en la celda simétrica.

3. Cálculo de pesos relativos

Se calculó el vector propio normalizado asociado a la matriz, obteniéndose los siguientes pesos relativos:

Tabla 15. Pesos resultantes de los criterios.

Criterio	Peso AHP
Rentabilidad	0,355
Riesgo	0,333
Puntuación ESG	0,203
Alfa	0,065
Beta	0,044

Interpretación: la rentabilidad y el riesgo son los criterios predominantes, representando más del 68 % del peso total, mientras que ESG ocupa un lugar central (20 %), y alfa y beta aportan ajustes técnicos más modestos.

4. Validación de la consistencia

Siguiendo el método de Saaty (1980), se evaluó la consistencia de los juicios:

- $\lambda_{\text{máx}} = 5,061$
- $CI = (\lambda_{\text{máx}} - n) / (n - 1) = (5,061 - 5) / 4 = \mathbf{0,015}$
- $RI (n=5) = 1,12$ (según tabla de Saaty)
- $CR = CI / RI = 0,015 / 1,12 = \mathbf{0,014}$

Dado que $CR < 0,10$, se confirma que la matriz es **consistente y fiable**.

5. Conclusiones del Anexo

El proceso AHP permitió cuantificar las preferencias del inversor y establecer pesos objetivos para los criterios de decisión. Los resultados muestran un perfil equilibrado, que privilegia el binomio rentabilidad–riesgo, incorpora de manera significativa la sostenibilidad (ESG) y añade indicadores financieros técnicos (alfa, beta) como factores secundarios.

Este procedimiento constituye la base para la posterior evaluación comparativa de fondos y la integración con el modelo de optimización de Markowitz.

ANEXO C. FONDOS DE INVERSIÓN UTILIZADOS PARA INTEGRACIÓN MARKOWITZ-AHP

Tabla 16. Métricas de los 10 fondos analizados (horizonte 3 años).

Fondo	Rentabilidad (3a, %)	Volatilidad (3a, %)	ESG	Alfa (%)	Beta
Amundi Sp 500 Screened Index Au ACC	12,14	15,09	19,56	-0,55	1,01
Axa Wf Sustainable Eurozone EQ A Cap EUR	11,51	14,06	14,25	-3,87	1,00
Bgf Continental Eurp Flex A2	11,51	15,56	17,45	-0,71	1,11
Fidelity Global Industrials A-Dis-EUR	9,63	14,74	24,98	8,90	0,74
Fidelity Msci World Index EUR P ACC	11,82	13,23	20,65	0,34	1,02
Janus Henderson Glb Technno A2 EUR	20,93	20,63	17,82	2,00	0,96
Jpm Global Dividend A -ACC- USD	6,14	11,24	20,62	0,51	0,86
Jupiter India Select L EUR ACC	14,85	14,13	27,71	11,01	0,96
Vanguard Emerging Markets Stock Index Fund EUR ACC	4,84	13,88	22,70	-0,32	1,04
Vanguard Gbl Small-Cap Idx Inv EUR ACC	6,08	16,20	23,51	-1,48	1,08

ANEXO D. IMPLEMENTACIÓN EN PYTHON DEL SISTEMA SUIZO AJUSTADO A INVERSIONES FINANCIERAS (SSAIF)

A continuación, se incluye el código completo en Python utilizado para la implementación del SSAIF, descrita en el Capítulo 7.

EJEMPLO INICIAL CON 4 FONDOS

```
# suizo_ajustado_4_fondos.py
# Ejemplo pequeño con 4 fondos: Rentabilidad, Sharpe, Volatilidad
# Ranking por "Sistema Suizo ajustado": Score = w_R*R + w_S*Sharpe -
w_sigma*Volatilidad
import pandas as pd
# Datos hipotéticos (anuales)
fondos = pd.DataFrame({
    "Fondo": ["A", "B", "C", "D"],
    "Rentabilidad": [0.12, 0.09, 0.06, 0.08],    # 12%, 9%, 6%, 8%
    "Sharpe":      [1.10, 1.40, 0.90, 1.20],
    "Volatilidad": [0.20, 0.15, 0.10, 0.12],    # desviación estándar
})
def score_suizo(df, w_R, w_S, w_sigma):
    """Score suizo ajustado básico con 3 métricas."""
    return (w_R * df["Rentabilidad"] +
            w_S * df["Sharpe"] -
            w_sigma * df["Volatilidad"])

# Perfil 1: Inversor "agresivo" (prima rentabilidad/Sharpe)
pesos_agresivo = dict(w_R=0.50, w_S=0.35, w_sigma=0.15)

# Perfil 2: Inversor "conservador" (penaliza más el riesgo)
pesos_conservador = dict(w_R=0.35, w_S=0.30, w_sigma=0.35)

# Cálculo de scores
fondos["Score_Agresivo"] = score_suizo(fondos, **pesos_agresivo)
fondos["Score_Conservador"] = score_suizo(fondos, **pesos_conservador)

# Rankings (1 = mejor)
```

```
fondos["Rank_Agresivo"] = fondos["Score_Agresivo"].rank(ascending=False,
method="min").astype(int)
fondos["Rank_Conservador"] = fondos["Score_Conservador"].rank(ascending=False,
method="min").astype(int)

# Ordenar y mostrar
cols =
["Fondo", "Rentabilidad", "Sharpe", "Volatilidad", "Score_Agresivo", "Rank_Agresivo", "
Score_Conservador", "Rank_Conservador"]
resultado = fondos.sort_values(by="Rank_Agresivo")[cols]

print("\n== Ranking comparado (Suizo ajustado) ==")
print(resultado.to_string(index=False))
```

CÁLCULO DE LOS SCORES EN EL CASO DE UTILIZAR EL SISTEMA AHP

```
import numpy as np
import pandas as pd
# -----
# 1) Datos de ejemplo (mismos que usamos con SSAIF)
# -----
fondos = pd.DataFrame({
    "Fondo": ["A", "B", "C", "D"],
    "Rentabilidad": [0.12, 0.09, 0.06, 0.08],
    "Sharpe": [1.10, 1.40, 0.90, 1.20],
    "Volatilidad": [0.20, 0.15, 0.10, 0.12],
    "Alfa": [0.02, 0.01, -0.01, 0.00],
    "Beta": [1.10, 0.95, 0.85, 1.00],
})
# Pesos
weights = {
    "w_R": 0.40, # rentabilidad
    "w_S": 0.30, # Sharpe
    "w_sigma": 0.20, # volatilidad (menor es mejor)
    "w_alpha": 0.05, # alfa
    "w_beta": 0.05, # cercanía a 1
}
# -----
# 2) Utilidad de normalización
# -----
def normalize(series: pd.Series) -> pd.Series:
    s_min, s_max = series.min(), series.max()
    if np.isclose(s_min, s_max):
        # si no hay variación, retornar 0.5 para no sesgar
        return pd.Series(0.5, index=series.index)
    return (series - s_min) / (s_max - s_min)
# -----
# 3) Cálculo del Score AHP
# -----
# Beneficio (alto es mejor)
R_norm = normalize(fondos["Rentabilidad"])
```

```
S_norm = normalize(fondos["Sharpe"])
alpha_norm = normalize(fondos["Alfa"])
# Coste / cercanía:
sigma_norm = 1 - normalize(fondos["Volatilidad"])           # menor volatilidad =
mejor
beta_norm = 1 - normalize((fondos["Beta"] - 1).abs())       # más cerca de 1 =
mejor

fondos["Score_AHP"] = (
    weights["w_R"]      * R_norm +
    weights["w_S"]      * S_norm +
    weights["w_sigma"]  * sigma_norm +
    weights["w_alpha"]  * alpha_norm +
    weights["w_beta"]   * beta_norm
)
# Ranking (1 = mejor)
fondos["Rank_AHP"] = fondos["Score_AHP"].rank(ascending=False,
method="min").astype(int)

# Mostrar resultado ordenado por Score_AHP
print(fondos.sort_values("Score_AHP", ascending=False)[
    ["Fondo", "Score_AHP", "Rank_AHP"]
].to_string(index=False))
```

ANEXO E. SIMULACIÓN MONTE CARLO DE CARTERAS CON CRITERIOS ESG

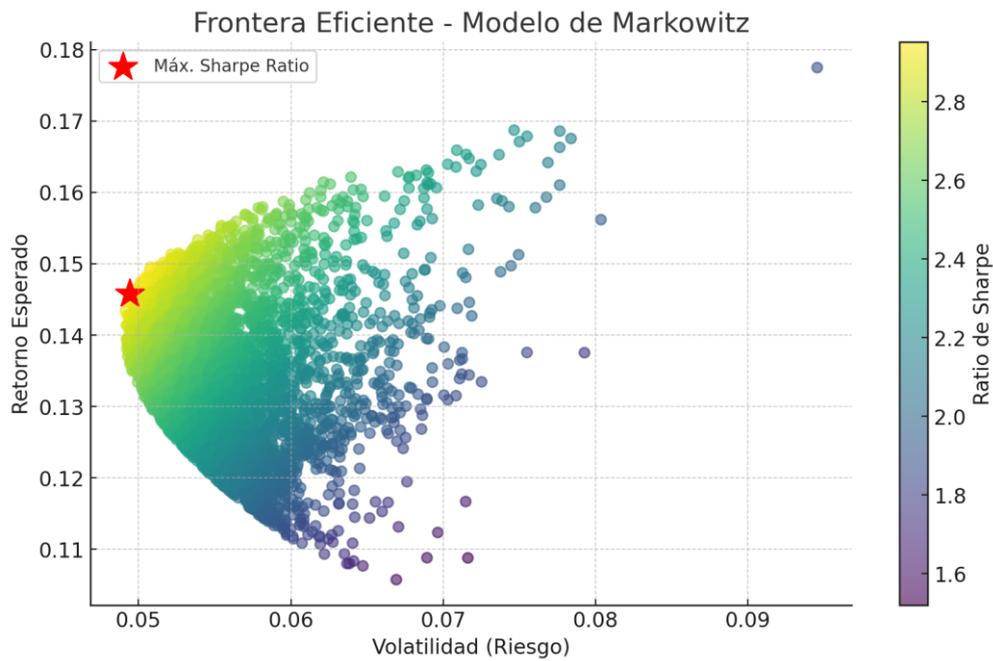


Figura 20. Frontera eficiente de carteras simuladas con el modelo de Markowitz, destacando la cartera con máximo ratio de Sharpe.