Historias de Matemáticas

La sonrisa de Newton

Danilo Magistrali

Revista de Investigación

Volumen XI, Número 2, pp. 067–073, ISSN 2174-0410
Recepción: 03 Maz'21; Aceptación: 08 May'21

1 de octubre de 2021

Resumen

En este artículo se esboza un perfil de Newton como hombre y como científico. En particular se describen algunas de sus principales contribuciones al ámbito de las matemáticas.

Palabras Clave: Historia de las Matemáticas, Isaac Newton, cálculo infinitesimal, series infinitas, cúbicas.

Abstract

This article outlines a profile of Newton as a man and as a scientist. In particular, some of his main contributions to the field of mathematics are described.

Keywords: History of Mathematics, Isaac Newton, infinitesimal calculus, infinite series, cubic curves.

1. Introducción

Isaac Newton fue uno de los científicos más importantes de la historia. Sólo se puede comparar a otros dos: Arquímedes en la época clásica y Einstein en la época moderna.

Newton era un individuo misterioso y polifacético. No sólo cambió la historia de la física y de las matemáticas gracias a sus contribuciones científicas como la ley de gravitación universal, la óptica, el cálculo infinitesimal, las leyes del movimiento, las órbitas de los planetas, la teoría de las mareas sino que fue un experto de alquimia, un teólogo hereje, un profundo filósofo, un hombre solitario que sonrió una sola vez cuando un ingenuo estudiante le preguntó si era útil conocer los *Elementos* de Euclides.

2. Aspectos biográficos

Newton nació el día de Navidad del 1642, sin embargo en muchas partes de Europa era el 4 de enero de 1643. El año del calendario juliano promedio dura 365 días y 6 horas (el promedio de tres años de 365 días y uno de 366). Esta duración no se corresponde exactamente con la del año solar medio, que se obtiene a partir de observaciones astronómicas: esta última de hecho es más corta en 11 minutos y 14 segundos. En consecuencia, el calendario juliano acumula aproximadamente un día de retraso cada 128 años con respecto al paso de las estaciones. Entre el 325, año en que el Concilio de Nicea estableció la regla para calcular la Pascua, y 1582 se había acumulado una diferencia de unos 10 días. Para compensar los diez días perdidos, se estableció que el día posterior al 4 de octubre de 1582 era el 15 de octubre; además, para evitar interrupciones en la semana, se acordó que el 15 de octubre fuera viernes, ya que el día anterior, el 4, había sido jueves. Esta reforma fue adoptada antes en los países católicos que en los países protestantes.

Newton nunca conoció a su padre, que murió tres meses antes de que él naciera. Su madre se volvió a casar en 1646 y el nuevo marido no quería niños estorbando en casa. El pequeño Isaac fue criado por su abuela en el campo hasta que regresó a casa con la madre en 1653 que había tenido otros tres hijos, tras la muerte de su segundo marido. Por aquel entonces ya se había formado el carácter sombrío del joven Isaac, en un diario escribió que amenazó con quemar vivos a su padre y a su madre, y toda la casa con ellos.

En 1655 fue enviado a la escuela secundaria, donde esencialmente desperdició el tiempo estudiando latín y la Biblia, y sus compañeros lo odiaron de inmediato debido a su dificultad temperamental y facilidad intelectual. Muchos años después, cuando ya era famoso, todos recordaban su extravagancia y su habilidad para construir modelos de madera. Él mismo contó haber realizado su primer experimento el 3 de septiembre de 1658 midiendo la fuerza de un huracán con saltos a favor y contra el viento y comparando sus longitudes con las de los saltos realizados en un día tranquilo.

Se despertó su interés por la química observando la actividad del señor Clark, el farmacéutico donde se hospedaba y para la astronomía, colocando relojes de sol por todas partes y estudiando los movimientos del Sol. Ya de viejo, cuando le preguntaban la hora, respondía mirando las sombras en las paredes, en lugar de consultar su reloj. Merece la pena recordar que la esposa del señor Clark tenía un hermano, Humphrey Babington, que era miembro de la dirección del Trinity College. Fue por su mérito y sus influencias que Newton consiguió acceder al Trinity el 8 de julio de 1661.

Cuando volvió a vivir con su madre en 1659 el joven resultó ser un desastre en la conducción de la granja familiar. Se salvó de la vida de granjero entrando al Trinity College. En un principio entró como un simple *subbecario*, en otras palabras, se convirtió literalmente en un sirviente de sirvientes, aunque su madre bien podría haberle pagado la matrícula. Sin embargo, el hecho de ser el estudiante de Humphrey Babington que pasaba muy poco tiempo en Cambridge, y que además era un amigo, hizo que no tuviera que comportarse como criado. Siguiendo el anticuado plan de estudios que le ofrecía el Colegio, comenzó a estudiar lógica, física y ética aristotélicas, pero no terminó ninguno de los textos oficiales que comenzó, estudiaba en particular las obras de Descartes y de Galileo.

En 1664 consigue la beca de doctorado que le permite estudiar durante cuatro años. En sus apuntes de aquellos años se interesa por el tiempo, la materia, el movimiento, la luz, los colores, la visión, los sueños, el alma, la creación y Dios. Como ejemplo de la intensidad que dedicaría a su estudio, una vez miró alternativamente durante horas el sol y la oscuridad con un ojo, para observar las imágenes retinianas así producidas. El resultado fue que, para recuperar el uso de sus ojos, tuvo que encerrarse en una habitación oscura durante tres días. No fue la única ocasión, sin embargo, ya que otra vez colocó una varilla entre el ojo y el hueso para ver los círculos de colores producidos por la curvatura de la retina. A partir de 1665 tuvo una explosión creativa que lo llevó a conseguir resultados sorprendentes en el campo de la mecánica, de la óptica, de la química y de las matemáticas. No divulgó sus descubrimientos en ese momento y en 1668 consiguió el título de doctor en humanidades sin laude. Para poder ser profesor en el Trinity College había que dedicarse al estudio de la Biblia y tomar órdenes menores. El problema es que

Newton era arriano[1] y no era el tipo de persona que juraría algo en contra de sus convicciones. Newton había sucedido a Isaac Barrow como catedrático lucasiano en 1669. Henry Lucas había aportado una dotación para crear una cátedra de matemáticas en Cambridge en 1663. Según la estipulación, se prohibía a todos los profesores lucasianos aceptar cargos eclesiásticos. Además, el rey Carlos II concedió que esta dispensa fuera perpetua. Newton podía ser un hereje arriano y al mismo tiempo miembro del Trinity. Entre los profesores lucasianos recordamos a Charles Babbage, Paul Dirac y Steven Hawking.

Newton nunca tuvo capacidad de empatía. Como recuerda su asistente Humphrey Newton fueron tan pocos los que fueron a escucharlo, y aún menos los que lo entendieron, que muy a menudo, por falta de oyentes, daba conferencias a las paredes. Durante algún tiempo aprovechó la obligación de depositar las notas de las lecciones para escribir partes de lo que luego se convertirían en sus obras maestras: los *Principia* de 1687 y la *Óptica* de 1704. Pero tras la publicación del primero, nunca volvió a aparecer en el aula durante catorce años, y en Cambridge durante cinco, hasta que renunció al Trinity College en 1701.

En enero de 1689 Newton fue nombrado representante de la Universidad en el Parlamento, donde brilló con su asiduo silencio. Parece que en un año de sesiones habló solo una vez, para decirle a un acomodador que cerrara una ventana por la que entraba una corriente de aire. Newton no tenía casi amigos. Se recuerdan dos excepciones: el filósofo John Locke, con quien entabló una relación intelectual entre iguales, y el matemático suizo Nicolas Fatio de Duillier, a quien le unía una impetuosa amistad y quizás incluso algo más.

El peor año de la vida de Newton fue el año 1693. La ruptura con Fatio, el incendio en su estudio que quemó años de trabajos sobre alquimia y teología, y el envenenamiento de mercurio fueron algunas de las causas de su crisis nerviosa.

En 1696 fue nombrado custodio de la Real Casa de la Moneda y en 1699 director, cargo que ocupó hasta su muerte y lo trajo de regreso al Parlamento durante algunos años. Desde 1703 fue también presidente de la Royal Society, de la que ya se había hecho miembro en 1672, a la edad de treinta años, tras la sensacional invención de un telescopio reflector, mucho más pequeño que los de refracción habituales en la época, y basado en la convergencia de la luz en el foco de un espejo parabólico. En veinte años perdió solo tres de las sesiones semanales que se tenían en la Royal Society, hasta que la edad lo obligó a reducir la asistencia. Desde que se mudó a Londres en 1696, Newton convivía con su atractiva sobrina Catherine Barton, hija de una hermanastra, que se casó en 1717 con John Conduitt quien en los últimos años de la vida del científico recogió muchos de sus recuerdos. William Stukeley, miembro de la Royal Society, hizo lo mismo y en sus relatos se basan las anécdotas más o menos creativas y hagiográficas que tenemos de él.

3. El lado oscuro de Newton

Después de la explosión de productividad científica de su juventud, Newton empezó a cultivar otros tipos de intereses intelectuales. Durante mucho tiempo fueron un misterio las investigaciones del Newton oculto. En el siglo XX gran parte de los escritos teológicos acabó en la Biblioteca de Jerusalén y los escritos de alquimia fueron comprados por John Keynes y ahora están en el King's College de Cambridge. En una conferencia del 1946 Keynes explicó que Newton no fue el primer científico de la Era de la Razón. Más bien, fue el último de los magos, el último de los babilonios y sumerios, la última de las grandes mentes que miraron el mundo visible e intelectual con los mismos ojos que aquellos que comenzaron a acumular nuestra herencia cultural hace años. Newton, un hijo póstumo nacido sin padre el día de Navidad, fue el último niño prodigio al que los Magos pudieron rendir un homenaje sincero y apropiado.

[1] Según el arrianismo, la naturaleza divina del Hijo era sustancialmente inferior a la de Dios y que, por tanto, hubo un tiempo en que la Palabra de Dios no existía y sólo fue creada más tarde.

Ya a finales de 1669 Newton había comprado dos hornos en Londres y varias sustancias químicas para hacer experimentos. Su cabello se volvió gris a los treinta, y cuando su compañero de habitación y asistente John Wickins lo atribuyó su excesiva concentración mental, bromeó diciendo que era el color que había tomado prestado del mercurio durante muchos años. Es verdad que su pelo contenía una concentración de mercurio casi 20 veces superior a la media. En su actividad de alquimista se interesó en la extracción de mercurio de varios metales, la producción de trozos de antimonio, la síntesis de la red que iba a combinar la semilla masculina de Marte con el ánimo femenino de Venus, la precipitación de sal de amoníaco y otras curiosidades similares. Imaginó la materia como una red orgánica unida por un tejido de fuerzas que prefiguran las electromagnéticas y nucleares que conocemos hoy.

Newton también se dedicó al estudio de la escrituras. En particular, estudió los atributos de Dios, del Padre, del Hijo, del Espíritu Santo, de la encarnación, de la redención, etc. Y no tardó en presenciar en persona lo que la Iglesia siempre ha sabido y temido: que es tremendamente peligroso leer las Escrituras porque se corre el riesgo de descubrir algún fallo en la doctrina oficial. Por ejemplo, en la Primera Carta a Timoteo, Pablo afirma que hay un solo Dios y un solo mediador entre Dios y los hombres: Jesucristo, hombre él también. La clara distinción entre Dios y su mediador humano generó en Newton una duda acerca del dogma de la Trinidad, que en cambio identifica a las tres personas. Por lo tanto, se sumergió en el estudio de la cuestión, volviendo a las fuentes originales y volviéndose particularmente apasionado por la disputa entre Arrio y Atanasio y los acontecimientos del Concilio de Nicea. La mayor parte de sus energías exegéticas la dedicó a interpretar las profecías, que creía que se referían a este mundo más que al más allá, y contenían información sobre hechos terrenales en lugar de celestiales.

La fecha del Juicio Final es entre 2060 y 2374, dependiendo de cómo se interpreten las profecías y se determinen las fechas de eventos que se consideren relevantes, como la destrucción de Jerusalén o el inicio de la supremacía de los Papas. Más allá del Juicio Final sólo queda la vida eterna, y en este sentido Newton argumentó que el cielo no es un lugar, sino una condición. Una declaración sorprendentemente moderna.

4. Algunas proezas matemáticas

Las contribuciones de Newton a la ciencia son incontables. Nos limitamos a considerar algunos aspectos del pensamiento de Newton sobre la matemática. El joven Newton descubre lo que él llama un nuevo análisis, un método capaz de resolver la mayoría de los problemas matemáticos contemplados por sus contemporáneos, a partir del estudio de dos textos: la *Geometría* de Descartes y la *Arithmetica infinitorum* de John Wallis. Descartes había conseguido asociar una ecuación algebraica a una curva o a una superficie y Wallis se había interesado en las series infinitas. Muchas cantidades geométricas, normalmente muchas áreas de superficies encerradas por curvas (por ejemplo, el área del círculo), no se pueden expresar en términos finitos. Los matemáticos del siglo XVII, para extender el análisis algebraico a casos que no pueden tratarse en términos finitos, aprendieron a recurrir a diversas técnicas. Lo más importante es utilizar series infinitas.

Hoy toda la cuestión está definida por la teoría de los límites y la convergencia elaborada a partir del impulso de las investigaciones de los matemáticos de principios del siglo XIX, entre los que destaca el francés Augustin Louis Cauchy. En la época de Newton, las series infinitas se usaban de una manera más intuitiva: se hablaba de serie y convergencia en términos muy cualitativos. Newton aprendió mucho sobre las series infinitas en el trabajo de Wallis. Es generalizando los resultados contenidos en *Arithmetica infinitorum* que Newton llegó a formular la serie binomial. Cabe recordar que Niklaus Mercator, un matemático danés recién trasladado a Inglaterra, trabajaba en esta dirección, tanto que en su *Logarithmotechnia* (1668) había obtenido, al cuadrar el área subyacente a la hipérbola, una expresión del logaritmo neperiano en términos de una serie infinita, resultado que el joven Newton ya había logrado de forma independiente. Newton fue capaz de calcular logaritmos usando series infinitas con una aproximación más allá del quincuagésimo decimal.

La serie binomial permite escribir $(1+x)^\alpha$ como una serie de potencias de x

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots$$

Newton llegó a la serie binomial mediante un proceso de prueba y error. Sin dudar de la exactitud de esta fórmula, Newton nunca logró obtener algo que considerara una prueba real. Sabía que la serie convergía lo suficientemente rápido para valores de x no muy lejos de cero. Para obtener los coeficientes de la serie binomial, Newton utilizó procedimientos de interpolación que el propio Wallis había bautizado como inductivos. Esta extensión no tuvo un fundamento riguroso: fue un procedimiento arriesgado que no tenía precedentes en la historia de las matemáticas. Newton conocía la fórmula binomial para exponentes enteros positivos y la extendió a exponentes fraccionarios negativos y positivos. Posteriormente, lo aplicó a los casos para los que conocía la respuesta mediante métodos alternativos, comprobando la coincidencia de los resultados obtenidos.

Los coeficientes de las potencias enteras del binomio $(1+x)$ tienen un regularidad evidente, que puede extenderse fácilmente por analogía a las potencias negativas. Más precisamente, los binomios se desarrollan así:

$$\begin{aligned}(1+x)^0 &= 1\\ (1+x)^1 &= 1+x\\ (1+x)^2 &= 1+2x+x^2\\ (1+x)^3 &= 1+3x+3x^2+x^3\end{aligned}$$

Los coeficientes se puede escribir en la siguiente tabla

1	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	2	1	0	0
1	3	3	1	0

La primera columna siempre tiene 1 mientras que en cada fila los otros números son la suma del número que está encima más el que está a la izquierda. Esta regularidad se conoce como el triángulo de Tartaglia. Se puede usar la misma regularidad para continuar la tabla hacia arriba, en lugar de hacia abajo

1	-1	1	-1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	2	1	0	0
1	3	3	1	0

Los números de la primera fila corresponden a los coeficientes del desarrollo de $(1+x)^{-1}$.

La aplicación más típica del método de las series infinitas fue la reducción del cálculo del área determinada por una función analítica al cálculo de la suma de las contribuciones de cada término de la correspondiente serie de potencias. Cavalieri mostró que el área definida por x^n era simplemente $\frac{x^{n+1}}{n+1}$. En el caso de la hipérbola $\frac{1}{1+x}$ se obtiene la serie para calcular el área: $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$. Ya se sabía que el área de la hipérbola se mide con el logaritmo. La serie anterior tuvo por tanto una aplicación práctica inmediata, y permitió calcular los logaritmos de una forma mucho más eficiente que hasta entonces.

Los matemáticos contemporáneos de Newton estaban preocupados por una serie de problemas cuya solución parecía particularmente difícil y que eran importantes no solo para el desarrollo de las matemáticas puras, sino también para las aplicaciones de las matemáticas a la astronomía, la física y la óptica. En particular, se consideraron importantes los nuevos métodos para el cálculo de áreas de superficies curvilíneas, las tangentes, los radios de curvatura, el centro de gravedad y la rectificación de curvas. Poco después de descubrir la serie binomial, Newton se dio cuenta de un hecho extraordinario: la mayoría de los problemas a los que se enfrentaban sus contemporáneos podían reducirse a dos problemas fundamentales, uno de los cuales es inverso al otro. El primer problema es: dada una curva, determine su tangente. El segundo problema es: dada una curva, determine el área de superficie debajo de ella.

Newton llegó a intuir el teorema fundamental gracias a una concepción cinemática de las cantidades geométricas. Concibió las cantidades geométricas como generadas por un movimiento continuo. Por ejemplo, una curva se concibe como generada por el movimiento continuo de un punto. Las cantidades geométricas así generadas se denominan fluyentes. Sus tasas instantáneas de crecimiento se denominan *fluxiones*. Newton indica con las letras x, y, z las cantidades fluyentes y con $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ las fluxiones. Además, indica con o un intervalo de tiempo infinitamente pequeño. Por tanto, $\dot{x}o$ es el incremento infinitamente pequeño de la fluyente x adquirido en el intervalo de tiempo infinitamente pequeño o.

Consideremos una curva plana. Como sabemos, se genera por el movimiento continuo de un punto. Denotamos con x e y las coordenadas cartesianas del punto P que traza la curva. De esta forma hemos descompuesto el movimiento del punto en dos componentes, uno paralelo al eje de abscisas y otro al eje de ordenadas. En un intervalo de tiempo infinitamente pequeño o el punto se mueve de P a P'. Podemos asumir que en este intervalo de tiempo el movimiento del punto es rectilíneo uniforme. Un movimiento acelerado del punto, si se analiza en sus componentes infinitamente pequeñas, consiste en un número infinito de movimientos rectilíneos uniformes. De P a P' ya no tenemos una curva sino una trayectoria recta (infinitamente pequeña). Consideramos el triángulo rectángulo con catetos $\overline{x,\ x+\dot{x}o}$ y $\overline{y\ y+\dot{y}o}$ e hipotenusa $\overline{PP'}$. La inclinación de la tangente en P a la curva se mide a través del cociente de los catetos $\frac{\dot{y}o}{\dot{x}o} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$. Para calcular la tangente a una curva tenemos que calcular el cociente de las fluxiones $\dot{y}$ y $\dot{x}$.

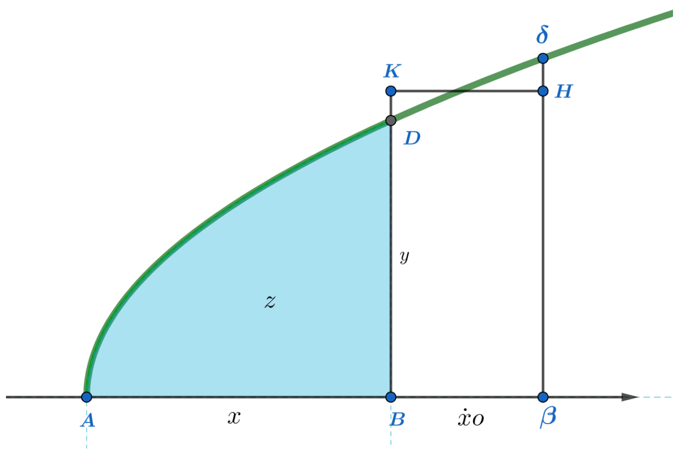

Figura 1. Integral.

Consideremos ahora el cálculo del área, véase la figura 1. Dada una curva $AD\delta$, concebimos el área $z = ADB$ como generada por el movimiento continuo uniforme de la ordenada BD. Supongamos que la ordenada BD se mueve de izquierda a derecha de tal manera que $x = AB$ *fluye* con rapidez constante. ¿Cuál es la fluxión (tasa de crecimiento) del área? La fluxión $\dot{z}$ del área z se obtendrá mediante el siguiente procedimiento. Dividimos el tiempo en un número infinitamente grande de intervalos o infinitamente pequeños. El cociente entre el incremento $BD\delta\beta$ del área en un intervalo de tiempo muy pequeño y $\dot{x}o$ es una medida de la fluxión del área. De hecho, el eje de abscisas se divide en un número infinitamente grande de intervalos iguales $\dot{x}o = B\beta$. El cociente entre el área $BD\delta\beta$ y $B\beta$ nos da una medida de la velocidad de crecimiento del área ADB. Newton afirma que tiene que existir un BK mayor que BD y menor que $B\delta$ tal que el área $BD\delta\beta$ es igual al área $BKH\beta$. El cociente entre el área $BD\delta\beta$ y $B\beta$ es igual a BK que se confunde con BD dado que $B\beta$ es muy pequeño. Podemos concluir que la fluxión del área $z = ADB$ es igual a $y = BD$. Dicho en otros términos, si tenemos una curva $y = BD$ y calculamos el área por debajo de la curva en función de $x = AB$ y luego calculamos la fluxión del área (es decir, la derivada) volvemos a obtener $y = BD$ en función de x.

El joven Newton desarrolló todas estas ideas en unos meses. Había descubierto un método que le permitió resolver problemas más allá de las capacidades de sus contemporáneos. Los elementos esenciales de este método, al que llamó método de las series y fluxiones son: series infinitas y el teorema del binomio, el uso de cantidades infinitamente pequeñas (momentos), la concepción cinemática de cantidades (fluyentes y fluxiones), la reducción de problemas geométricos y cinemáticos al problema de buscar tangentes y áreas, el teorema fundamental. Era 1666.

Nótese que Newton habla de curvas y no de funciones. El concepto abstracto de función surgirá más tarde: las matemáticas del siglo XVII están firmemente relacionadas a la interpretación geométrica. Newton usa cantidades infinitamente pequeñas y una regla de cancelación infinitesimal ($x + \dot{x}o = x$) donde usaríamos un procedimiento de paso al límite. En lugar de recurrir a conceptos rigurosos de límite, convergencia, continuidad, diferenciabilidad, Newton confía en la intuición de la generación por movimiento continuo de cantidades. En los años de madurez Newton volvió a pensar los procedimientos de cálculo del método de series y fluxiones concibiendo una teoría de límites, la teoría de los primeros y últimos cocientes, que le parecía más cercana a la certeza y elegancia de los métodos de los antiguos geómetras.

Uno de los resultados geométricos más importantes de Newton tiene que ver con la enumeración de curvas cúbicas: es decir, la clasificación de todos sus 78 tipos posibles, de los cuales solo se conocían media docena antes que él. También descubrió que, así como todas las secciones cónicas son proyecciones de un círculo, todas las cúbicas son proyecciones de cinco tipos de curvas elípticas, que se denominarán así más adelante, debido a su papel en el cálculo de la longitud de los arcos de elipse (para evitar dudas, la elipse no es una curva elíptica).

Newton nunca explicó cómo obtuvo sus resultados. Quizás, primero haciendo experimentos prácticos con modelos, como sugiere la referencia a la fuente de luz. Además, anticipó en parte los métodos teóricos de la geometría proyectiva moderna y llegó a vislumbrar resultados como el teorema de Steiner, que este último no publicaría hasta 1867.

Referencias

[1] ODIFREDDI, P., *Sulle spalle di un gigante. Isaac Newton*, Longanesi, Milano, 2014.

[2] GUICCIARDINI, N., *Newton*, Carocci, Roma, 2011.

[3] WHITE, M., *Isaac Newton. The last sorcerer*, Fourth Estate, London, 1998.

Sobre el autor:
Nombre: Danilo Magistrali
Correo electrónico: danilo.magistrali@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid