



UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS
ICAI

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS
INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

**Modelado, Simulación y Evaluación Técnico-
Económica de una Planta Hidroeléctrica Tipo Francis
ante la Variación de la Densidad del Fluido de
Trabajo mediante MATLAB**

Autor: Carlos Covo Magide

Director: Fabrizio Sossan

Madrid

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título
Modelado, Simulación y Evaluación Técnico-Económica de una Planta
Hidroeléctrica Tipo Francis ante la Variación de la Densidad del Fluido de
Trabajo mediante MATLAB
en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el
curso académico 2024/2025 es de mi autoría, original e inédito y
no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es
plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada
de otros documentos está debidamente referenciada.

Fdo.: **Carlos Covo Magide**

Fecha: 07/ 07/ 2025



Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO

Fdo.: **Fabrizio Sossan**

Fecha: 26/ 08/ 2025

Firmado, Por Orden:
Fernando de Cuadra



MODELADO, SIMULACIÓN Y EVALUACIÓN TÉCNICO-ECONÓMICA DE UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA TIPO FRANCIS ANTE LA VARIACIÓN DE LA DENSIDAD DEL FLUIDO DE TRABAJO MEDIANTE MATLAB

Autor: Covo Magide, Carlos. **Director:** Sossan, Fabrizio.
Entidad Colaboradora: École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Haute École Spécialisée de Suisse occidentale Valais-Wallis.

Resumen del Proyecto

Este trabajo modela y simula una central hidroeléctrica tipo Francis para estudiar cómo cambia su comportamiento al variar la densidad del fluido de trabajo, implementado íntegramente en MATLAB. El modelo integra la conducción (tubería forzada), la turbina Francis, el generador síncrono y la regulación primaria, de forma que permite reproducir transitorios relevantes y evaluar el impacto de ρ sobre la operación y el rendimiento.

La hidráulica se formula como un sistema 1D con discretización espacial en n tramos y estados (Q, H) , incluyendo compresibilidad del paquete fluido-tubería. La velocidad de propagación de onda se calcula como:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K_{\text{bulk}}} + \frac{D}{E_{\text{young}} e} \right)}} \quad (1)$$

y las pérdidas distribuidas usan el factor de Darcy–Weisbach obtenido con Colebrook–White en función de Re y de la rugosidad relativa ε/D . La integración temporal se realiza con un esquema de serie de Taylor de orden 4 (Taylor-4).

La turbina se representa a partir de superficies características (mapas “hill chart”) mediante triangulación de Delaunay; el generador se modela con la ecuación de potencia–ángulo (swing) sobre X_d y E_q y se añaden pérdidas eléctricas paramétricas para estimar la potencia neta. El gobernador implementa droop + PI con deadband, limitación de pendiente y un notch sintonizado en el modo hidráulico principal. Se calculan potencias $P_{\text{hyd}} = \rho g H_{\text{eff}} Q$, P_m , P_e (air-gap) y $P_{e,\text{neto}}$, y los rendimientos η_{turb} y η_{global} .

Las simulaciones muestran que al aumentar la densidad crecen la potencia hidráulica y el par, disminuye ligeramente la velocidad de onda, y se desplaza la frecuencia natural hidro-mecánica, con implicaciones en el ajuste

del regulador. Se discuten además consideraciones técnico-económicas básicas asociadas a eficiencia y pérdidas.

Palabras clave: Turbina Francis, modelado hidroacústico, densidad del fluido, golpe de ariete, MATLAB, simulación hidráulica, análisis técnico-económico.

Introducción

La hidroelectricidad, y en particular las turbinas Francis, siguen siendo clave por su alta eficiencia y su flexibilidad para servicios de red. La mayor exigencia operativa impuesta por la integración de renovables obliga a analizar la respuesta fuera del punto de diseño y en régimen transitorio (golpe de ariete, resonancias, fatiga). En este contexto, la densidad del fluido — habitualmente agua— influye en fuerzas hidrodinámicas, velocidad de onda, cavitación y márgenes de estabilidad, por lo que su efecto no debe tratarse como meramente secundario.

Este trabajo aborda esa influencia con un modelo compacto, pero físicamente consistente, capaz de comparar “agua” frente a un fluido más denso (p. ej., salmuera), manteniendo inalterada la planta de referencia y evaluando únicamente el cambio de propiedades del fluido.

Definición del proyecto

2.1 Objetivos

Objetivo principal: cuantificar cómo afecta la variación de la densidad del fluido al comportamiento dinámico y al rendimiento de una central Francis mediante un modelo en MATLAB que permita comparar potencias, rendimientos y estabilidad bajo distintos ρ .

Objetivos específicos: (i) incorporar ρ como parámetro del modelo y su efecto en a , fricción y fuerzas; (ii) simular escenarios transitorios representativos (arranques, cambio de carga, regulación primaria); (iii) estimar P_{hyd} , P_m , P_e y $P_{e,\text{neta}}$ y derivar η_{turb} y η_{global} ; (iv) analizar implicaciones operativas (sintonía del regulador) y económicas básicas.

2.2 Metodología

Se parte de un modelo 1D de la conducción (estados (Q, H) por tramo) acoplado a la turbina (mapas interpolados con Delaunay) y al generador

(potencia-ángulo). La integración temporal emplea Taylor-4; la fricción es Colebrook-White dependiente de Re ; a se calcula con el acoplamiento fluido-tubería. El gobernador aplica droop + PI con deadband, límites de velocidad de compuerta y un notch en el modo hidráulico del penstock. Se comparan “agua” y “fluido denso” manteniendo fijos los parámetros geométricos y de control salvo ajuste fino cuando proceda.

Descripción del modelo/sistema/herramienta

3.1 Arquitectura del modelo

El sistema se organiza en tres bloques: (i) hidráulica de la conducción discretizada en n celdas (matrices A, B dependientes de a y de la resistencia distribuida), (ii) turbina Francis con superficies W_h y W_b interpoladas con triangulación de Delaunay para obtener salto útil y par en función de (y, θ) , y (iii) generador síncrono con ecuación de oscilación y potencia-ángulo; se añaden pérdidas eléctricas agregadas para pasar de P_e “air-gap” a $P_{e,\text{neta}}$.

3.2 Implementación en MATLAB

La simulación es “time-domain”, con Taylor-4, y calcula $P_{\text{hyd}} = \rho g H_{\text{eff}} Q$, $P_m = \omega_m T$, P_e y $P_{e,\text{neta}}$, así como $\eta_{\text{turb}} = P_m/P_{\text{hyd}}$ y $\eta_{\text{global}} = P_{e,\text{neta}}/P_{\text{hyd}}$. El gobernador interno incluye droop + PI con anti-windup, deadband, limitación de rampa de y y un notch centrado en $f_0 \approx a/(2L)$. La fricción se actualiza por tramo con Colebrook-White (transición laminar-turbulento suave).

3.3 Tratamiento de variación de densidad

La densidad interviene en (i) $a(\rho, K_{\text{bulk}}, E, e, D)$; (ii) P_{hyd} (escala lineal con ρ); (iii) el número de Reynolds y, por tanto, el factor λ de fricción; y (iv) la inercia hidráulica efectiva. El resto de la planta (geometría, control base) se mantiene, de modo que el estudio aísla el efecto del fluido.

Resultados

4.1 Fenómenos transitorios

Con fluidos más densos se observa mayor P_{hyd} y par a igualdad de H y Q ; la velocidad de onda disminuye moderadamente, lo que alarga el tiempo de

tránsito y desplaza a la baja la frecuencia del modo hidráulico dominante. El notch del gobernador mitiga la excitación de ese modo. Las sobrepresiones iniciales pueden aumentar, pero las pérdidas distribuidas y el control atenúan la respuesta.

4.2 Regulación de frecuencia

La reducción de a desplaza la resonancia hidro-mecánica y puede requerir un reajuste menor del droop/PI para preservar margen de estabilidad y calidad de frecuencia. En los casos simulados, la sintonía base funciona y el lazo permanece estable con una respuesta de y suave tras los límites de rampa.

4.3 Rendimientos y potencias

Se reportan P_{hyd} , P_m , P_e y $P_{e,\text{neta}}$ junto con η_{turb} y η_{global} . La mayor ρ incrementa P_{hyd} y P_m ; η_{turb} se mantiene en el entorno alto típico de Francis en torno al punto nominal, mientras que η_{global} incorpora las pérdidas eléctricas fijas que tienden a penalizar más a cargas bajas.

Conclusiones

El estudio confirma que la densidad del fluido afecta de forma medible a la dinámica y a los balances de potencia de una central Francis: incrementa el potencial hidráulico disponible, reduce levemente la velocidad de onda y desplaza la frecuencia natural del sistema; todo ello con consecuencias operativas (sintonía del regulador) y de rendimiento (potencia neta y eficiencia global). La metodología propuesta —modelo 1D + mapas de turbina por Delaunay + generador por potencia-ángulo + gobernador con filtros— ofrece un compromiso adecuado entre fidelidad y coste computacional y permite comparar de forma honesta “agua” frente a “fluido denso” sin alterar la central de referencia.

Como trabajo futuro, resultan naturales la validación experimental específica con fluidos alternativos (p. ej., salmueras) y la extensión del modelo para cavitación y red eléctrica finita, manteniendo el principio de “misma planta, distinto fluido”.

MODELING, SIMULATION AND TECHNO-ECONOMIC EVALUATION OF A FRANCIS-TYPE HYDROELECTRIC POWER PLANT UNDER VARIATION OF THE WORKING FLUID DENSITY USING MATLAB

Author: Covo Magide, Carlos. **Supervisor:** Sossan, Fabrizio.
Collaborating Institutions: École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Haute École Spécialisée de Suisse occidentale Valais-Wallis.

Project Summary

This work models and simulates a Francis-type hydroelectric power plant to study how its behavior changes with variations in the density of the working fluid, fully implemented in MATLAB. The model integrates the penstock (pressurized pipeline), the Francis turbine, the synchronous generator, and the primary governor, enabling the reproduction of relevant transients and the evaluation of the impact of ρ on operation and performance.

The hydraulics are formulated as a 1D system with spatial discretization into n segments and states (Q, H) , including the compressibility of the fluid-pipe package. The wave propagation speed is calculated as:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{K_{bulk}} + \frac{D}{E_{young} e} \right)}$$

Distributed losses are computed using the Darcy–Weisbach factor obtained with Colebrook–White as a function of the Reynolds number and relative roughness ε/D . Time integration is performed with a fourth-order Taylor series scheme (Taylor-4).

The turbine is represented using characteristic surfaces (“hill charts”) interpolated by Delaunay triangulation; the generator is modeled with the swing equation (power–angle relation) on X_d and E_q , with additional parametric electrical losses to estimate the net power. The governor implements droop + PI control with deadband, ramp limitation, and a notch filter tuned to the main hydraulic mode. Calculated outputs include hydraulic power $P_{hyd} = \rho g H_{eff} Q$, mechanical power P_m , electrical power P_e (air-gap), and net electrical power $P_{e,net}$, along with turbine efficiency η_{turb} and overall efficiency η_{global} .

The simulations show that as density increases, hydraulic power and torque rise, the wave speed slightly decreases, and the natural hydro-mechanical frequency shifts, with implications for governor tuning. Basic techno-economic considerations regarding efficiency and losses are also discussed.

Keywords: Francis turbine, hydroacoustic modeling, fluid density, water hammer, MATLAB, hydraulic simulation, techno-economic analysis.

Introduction

Hydropower, and in particular Francis turbines, remain essential due to their high efficiency and their flexibility in providing grid services. The greater operational demands imposed by renewable integration require analyzing the system’s response outside the design point and under transient regimes (water hammer, resonances, fatigue).

In this context, the density of the fluid—commonly water—influences hydrodynamic forces, wave speed, cavitation, and stability margins, so its effect should not be regarded as merely secondary.

This work addresses that influence with a compact yet physically consistent model, capable of comparing “water” against a denser fluid (e.g., brine), while keeping the reference plant unchanged and evaluating solely the change in fluid properties.

Project Definition

2.1 Objectives

Main objective: quantify how the variation of fluid density affects the dynamic behavior and performance of a Francis power plant using a MATLAB model that allows comparison of power, efficiencies, and stability under different ρ .

Specific objectives: (i) incorporate ρ as a parameter of the model and its effect on a , friction, and forces; (ii) simulate representative transient scenarios (start-ups, load changes, primary regulation); (iii) estimate P_{hyd} , P_m , P_e and $P_{e,\text{net}}$ and derive η_{turb} and η_{global} ; (iv) analyze operational implications (governor tuning) and basic economic considerations.

2.2 Methodology

The starting point is a 1D model of the penstock (states (Q, H) per section) coupled to the turbine (maps interpolated with Delaunay) and to the generator (power–angle). Time integration uses Taylor-4; friction is Colebrook–White dependent on Re ; a is computed from the fluid–pipe coupling. The governor applies droop + PI with deadband, gate speed limits, and a notch filter in the main hydraulic mode of the penstock. “Water” and “dense fluid”

are compared while keeping geometric and control parameters fixed, except for fine tuning when necessary.

Model/System/Tool Description

3.1 Model Architecture

The system is organized into three blocks: (i) penstock hydraulics discretized into n cells (matrices A, B dependent on a and distributed resistance), (ii) Francis turbine with W_h and W_b characteristic surfaces interpolated with Delaunay triangulation to obtain net head and torque as a function of (y, θ) , and (iii) synchronous generator with swing equation and power–angle relation; aggregated electrical losses are added to convert P_e “air-gap” into $P_{e,\text{net}}$.

3.2 MATLAB Implementation

The simulation is in the “time-domain”, using Taylor-4, and computes $P_{\text{hyd}} = \rho g H_{\text{eff}} Q$, $P_m = \omega_m T$, P_e and $P_{e,\text{net}}$, as well as $\eta_{\text{turb}} = P_m/P_{\text{hyd}}$ and $\eta_{\text{global}} = P_{e,\text{net}}/P_{\text{hyd}}$. The internal governor includes droop + PI with anti-windup, deadband, ramp limitation on y , and a notch filter centered at $f_0 \approx a/(2L)$. Friction is updated per section with Colebrook–White (smooth laminar–turbulent transition).

3.3 Density Variation Treatment

Density affects (i) $a(\rho, K_{\text{bulk}}, E, e, D)$; (ii) P_{hyd} (linear scaling with ρ); (iii) the Reynolds number and therefore the friction factor λ ; and (iv) the effective hydraulic inertia. The rest of the plant (geometry, baseline control) is kept constant, so that the study isolates the effect of the fluid.

Results

4.1 Transient Phenomena

With denser fluids, higher P_{hyd} and torque are observed for the same H and Q ; the wave speed decreases moderately, which lengthens the transit time and shifts downward the frequency of the dominant hydraulic mode. The governor’s notch filter mitigates the excitation of that mode. Initial overpressures may increase, but distributed losses and control attenuate the response.

4.2 Frequency Regulation

The reduction of a shifts the hydro-mechanical resonance and may require a minor retuning of the droop/PI to preserve stability margin and frequency quality. In the simulated cases, the baseline tuning works and the loop remains stable, with a smooth y response after the ramp limits.

4.3 Efficiencies and Powers

P_{hyd} , P_m , P_e , and $P_{e,\text{net}}$ are reported along with η_{turb} and η_{global} . Higher ρ increases P_{hyd} and P_m ; η_{turb} remains within the high range typical of Francis turbines around the nominal point, while η_{global} incorporates fixed electrical losses that tend to penalize more at low loads.

Conclusions

The study confirms that fluid density measurably affects the dynamics and the power balances of a Francis power plant: it increases the available hydraulic potential, slightly reduces the wave speed, and shifts the system's natural frequency; all of this with operational consequences (governor tuning) and performance implications (net power and overall efficiency). The proposed methodology —1D model + turbine maps via Delaunay + generator with power-angle relation + governor with filters— provides an adequate compromise between fidelity and computational cost and allows an honest comparison of “water” versus “dense fluid” without altering the reference plant.

As future work, specific experimental validation with alternative fluids (e.g., brines) and the extension of the model to include cavitation and a finite electrical grid naturally arise, while maintaining the principle of “same plant, different fluid”.

Índice general

Capítulo 1. Introducción y Planeamiento del Proyecto	18
1.1 Contexto y motivación del proyecto	18
1.1.1 Importancia global de la energía hidroeléctrica	18
1.1.2 Las turbinas Francis: tecnología dominante	19
1.1.3 Desafíos del nuevo paradigma energético	19
1.1.4 Importancia de las propiedades del fluido de trabajo	19
1.2 Justificación técnica y económica	20
1.2.1 Justificación técnica	20
1.2.2 Justificación económica (en el alcance del TFG)	21
1.2.3 Implicaciones prácticas e innovación	21
1.3 Objetivos del proyecto	22
1.3.1 Objetivo general	22
1.3.2 Objetivos específicos	22
1.4 Metodología de trabajo	22
1.5 Alcance y limitaciones del estudio	24
1.6 Estructura del documento	24
1.7 Alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)	25
Capítulo 2. Estado del arte y fundamentos teóricos	26
2.1 Turbinas hidráulicas tipo Francis	26
2.1.1 Principios de funcionamiento	27
2.1.2 Componentes principales y geometría	27
2.1.3 Curvas características y triangulación de Delaunay	28
2.1.4 Rendimientos y pérdidas hidráulicas	29
2.2 Ecuaciones fundamentales de turbomáquinas hidráulicas	31
2.2.1 Ecuación de Euler para turbomáquinas	31
2.2.2 Triángulos de velocidades	32
2.2.3 Ecuaciones 1D de continuidad y momento en conducciones presurizadas	32
2.2.4 Análisis dimensional y leyes de semejanza	34
2.3 Efectos de la densidad del fluido en sistemas hidráulicos	35

2.3.1	Relación densidad–potencia en turbinas hidráulicas . . .	35
2.3.2	Efectos en la velocidad de onda acústica	36
2.3.3	Implicaciones en fenómenos de <i>water hammer</i>	37
2.3.4	Influencia en pérdidas de carga y fricción	38
2.4	Modelado matemático de plantas hidroeléctricas	39
2.4.1	Modelos hidráulicos: ecuaciones de Saint–Venant	39
2.4.2	Modelos eléctricos: máquina síncrona (clásica δ – $\Delta\omega$) . . .	41
2.4.3	Sistemas de control: gobernador hidráulico droop+PI	42
2.4.4	Acoplamiento hidro–eléctrico y cierre del lazo	42
2.5	Revisión bibliográfica sobre fluidos alternativos	44
2.5.1	Experiencias previas con fluidos densos	44
2.5.2	Aplicaciones industriales existentes	45
2.5.3	Gaps de conocimiento e implicaciones para este TFG	46
Capítulo 3. Descripción del modelo desarrollado		49
3.1	Objetivos y especificación del modelo	49
3.1.1	Requisitos funcionales del sistema	50
3.1.2	Parámetros de diseño de la planta de referencia	50
3.1.3	Variables de entrada y salida del modelo	52
3.2	Arquitectura general del sistema de simulación	53
3.2.1	Estructura modular del código MATLAB	53
3.2.2	Flujo de datos entre módulos	55
3.2.3	Interfaces de usuario y visualización	56
3.3	Análisis detallado de los módulos MATLAB	57
3.3.1	<code>parametros.m</code> : configuración de planta y simulación	57
3.3.2	<code>getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m</code> (hydrogen): modelo acoplado hidro–SM–governor	58
3.3.3	<code>run_hpp_master.m</code> : orquestación de escenarios y post- proceso	60
3.4	Implementación numérica y algoritmos	62
3.4.1	Métodos de integración (Taylor orden 4 y notas sobre RK4)	62
3.4.2	Triangulación de Delaunay para curvas características	63
3.4.3	Algoritmos de control (PI con droop, <i>lead–lag</i> y <i>notch</i>)	64
3.4.4	Tratamiento de no linealidades y saturaciones	65
3.5	Validación del modelo base con agua convencional	66
3.5.1	Comparación con datos experimentales	67
3.5.2	Verificación de conservación de energía	67
3.5.3	Análisis de estabilidad numérica	67
3.5.4	Conclusiones de la validación	68
3.6	Modificaciones para el análisis de densidad variable	68

3.6.1	Implementación del parámetro de densidad ρ	68
3.6.2	Velocidad de onda acústica variable en el paquete fluido-tubería	69
3.6.3	Fricción distribuida con Colebrook-White por tramo	69
3.6.4	Reajuste mínimo del gobernador	70
3.6.5	Métricas añadidas: potencias, rendimientos y pérdidas del generador	70
3.6.6	Registros de simulación y trazabilidad	71
3.6.7	Buenas prácticas y límites de validez	71
Capítulo 4. Análisis de resultados		72
4.1	Resultados del caso base (agua convencional)	72
4.1.1	Comportamiento en régimen permanente	72
4.1.2	Respuesta transitoria ante escalones de carga	75
4.1.3	Validación cualitativa con plantas reales	75
4.1.4	Análisis de frecuencias y estabilidad	75
4.2	Impacto de la variación de densidad del fluido	76
4.2.1	Efecto en la potencia de salida teórica	76
4.2.2	Eficiencia del sistema turbina-generador	76
4.2.3	Modificaciones en la velocidad de onda acústica	77
4.2.4	Evolución de presiones y variables principales	77
4.3	Análisis de estabilidad y control	80
4.3.1	Criterios de estabilidad de Routh-Hurwitz	81
4.3.2	Reajuste de parámetros PI para fluidos densos	82
4.3.3	Análisis de márgenes de estabilidad	83
4.3.4	Comportamiento ante perturbaciones	84
4.4	Consideraciones de <i>water hammer</i> y transitorios	85
4.4.1	Análisis mediante el Método de las Características (MOC) y equivalentes	85
4.4.2	Presiones máximas y mínimas (estimaciones tipo Joukowski)	86
4.4.3	Tiempos críticos de maniobra	87
4.4.4	Sistemas de protección requeridos	87
4.5	Optimización multiobjetivo	88
4.5.1	Definición de la función objetivo	88
4.5.2	Densidad óptima del fluido	89
4.5.3	Análisis de Pareto potencia vs. riesgo	90
Capítulo 5. Estudio de viabilidad económica		91
5.1	Metodología de análisis económico	91
5.1.1	Coste nivelado de la energía (LCOE)	92

5.1.2	Parámetros financieros: WACC y descuento	93
5.1.3	Vida útil del proyecto y factores de amortización	93
5.2	Componentes de coste	94
5.2.1	CAPEX: inversión inicial y modificaciones estructurales	95
5.2.2	OPEX: operación, mantenimiento y coste del fluido	95
5.2.3	Costes de refuerzo de infraestructuras existentes	96
5.3	Análisis comparativo de escenarios	96
5.3.1	Escenario base con agua (S0)	96
5.3.2	Escenario con salmuera (S1)	97
5.3.3	LCOE y métricas económicas comparadas	98
5.4	Indicadores de rentabilidad	99
5.4.1	Valor Actual Neto (VAN)	100
5.4.2	Tasa Interna de Retorno (TIR)	101
5.4.3	Período de retorno de la inversión	101
5.5	Análisis de sensibilidad económica	102
5.5.1	Sensibilidad al coste del fluido	102
5.5.2	Impacto de variaciones en CAPEX	103
5.5.3	Influencia del precio de venta de electricidad	104
5.6	Análisis de riesgos y incertidumbre	104
5.6.1	Metodología Monte Carlo	104
5.6.2	Distribuciones de probabilidad de variables clave	105
5.6.3	Resultados probabilísticos del VAN y TIR	106
Capítulo 6. Consideraciones técnicas y de implementación		108
6.1	Análisis estructural y de materiales	108
6.1.1	Esfuerzos adicionales por incremento de presión	109
6.1.2	Factores de seguridad requeridos	109
6.1.3	Materiales y refuerzos estructurales necesarios	110
6.2	Sistemas de protección y seguridad	110
6.2.1	Válvulas de alivio redimensionadas	110
6.2.2	Tanques de compensación adicionales	111
6.2.3	Sistemas de monitoreo e instrumentación	111
6.3	Aspectos operacionales y de mantenimiento	111
6.3.1	Procedimientos de arranque y parada modificados	111
6.3.2	Protocolos de mantenimiento preventivo	112
6.3.3	Formación de personal operativo	112
6.4	Consideraciones medioambientales	112
6.4.1	Impacto en ecosistemas acuáticos	112
6.4.2	Gestión de residuos del fluido especializado	112
6.4.3	Huella de carbono del proyecto	113
6.5	Marco regulatorio y normativo	113

6.5.1	Normativas de seguridad aplicables	113
6.5.2	Procedimientos de autorización administrativa	113
6.5.3	Estándares técnicos internacionales	113
6.6	Resumen del capítulo.	114

Capítulo 7. Conclusiones y trabajos futuros 115

7.1	Conclusiones principales	115
7.1.1	Viabilidad técnica del uso de fluidos densos	115
7.1.2	Viabilidad económica y rentabilidad del proyecto	116
7.1.3	Aspectos críticos identificados	117
7.2	Contribuciones del estudio	117
7.2.1	Aportaciones al conocimiento científico-técnico	117
7.2.2	Metodología de análisis desarrollada	117
7.2.3	Herramientas de simulación creadas	118
7.3	Limitaciones del trabajo realizado	118
7.3.1	Limitaciones del modelo matemático	118
7.3.2	Simplificaciones asumidas	118
7.3.3	Disponibilidad de datos experimentales	118
7.4	Recomendaciones para trabajos futuros	119
7.4.1	Estudios experimentales requeridos	119
7.4.2	Mejoras en el modelado CFD 3D	119
7.4.3	Desarrollo de fluidos especializados	119
7.4.4	Análisis de plantas existentes candidatas	119
7.5	Consideraciones para implementación práctica	119
7.5.1	Hoja de ruta para implementación	119
7.5.2	Proyecto piloto recomendado	120
7.5.3	Transferencia de tecnología al sector	120
7.6	Cierre	120

Índice de figuras

4.1	Evolución temporal de las principales variables dinámicas del sistema hidroeléctrico en el caso base (agua). Se muestran: caudal en p.u. (arriba izquierda), salto neto en p.u. (arriba derecha), frecuencia de máquina frente a red (centro izquierda), apertura del distribuidor (GV) en p.u. (centro derecha), par hidráulico en p.u. (abajo izquierda) y potencia eléctrica en p.u. (abajo derecha). Estas gráficas permiten analizar la estabilidad y la calidad de la respuesta dinámica tras un escalón de referencia.	73
4.2	Resultados energéticos y de rendimiento en el caso base (agua). Se representan: potencias hidráulica, mecánica y eléctrica, incluyendo la potencia neta (arriba izquierda), rendimientos de la turbina y globales de la planta (arriba derecha), pérdidas en el generador (abajo izquierda) y diferencia entre la potencia mecánica y la potencia eléctrica en el entrehierro (air-gap) (abajo derecha). Estas curvas permiten evaluar la eficiencia de conversión, las pérdidas internas y el acoplamiento hidroeléctrico.	74
4.3	Variables principales en el caso con salmuera ($\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,8 \text{ mPa} \cdot \text{s}$): caudal q , salto h , frecuencia máquina-red, apertura de guía y , par hidráulico T y potencia eléctrica P_e	79
4.4	Potencias y rendimientos con salmuera: $P_h = \rho g H_{\text{eff}} Q$, P_m , P_e (entrehierro) y P_e neta (arriba izquierda); eficiencia de turbina y global (arriba derecha); pérdidas del generador (abajo izquierda) y diferencia $P_m - P_e$ (abajo derecha).	80

Índice de cuadros

3.1	Parámetros de referencia del modelo hidroeléctrico con comparación entre el caso base (agua) y el escenario con salmuera (NaCl). Los parámetros iguales en ambos casos se muestran repetidos para claridad. Las filas marcadas con † son resultados de simulación (no entradas del modelo).	51
4.1	Indicadores de estado estacionario (media sobre $t \in [20, 30]$ s).	74
4.2	Métricas transitorias obtenidas en el caso base (agua). Se muestran el sobrepulso (%), el tiempo de subida (s) y el tiempo de establecimiento (s) para la potencia eléctrica (P_{el}), la frecuencia mecánica (f_m) y el caudal (Q).	75
4.3	Indicadores de estado estacionario: agua vs. salmuera de NaCl ($\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$).	77
4.4	Métricas transitorias (stepinfo) en agua vs. salmuera.	78
4.5	Constantes hidroacústicas estimadas (penstock $L = 1100 \text{ m}$, $D = 5 \text{ m}$, $A = 19,635 \text{ m}^2$).	86
4.6	Estimación tipo Joukowsky para un cierre equivalente con $\Delta v = 3,91 \text{ m/s}$	86
4.7	Indicadores para la comparación multiobjetivo (agua vs. salmuera).	89
5.1	Desglose incremental de costes para operación con salmuera (S1) frente a agua (S0). Importes en euros constantes, sin impuestos.	97
5.2	Comparativa de escenarios: energía, ingresos y costes incrementales. Euros constantes, sin impuestos.	99
5.3	Indicadores de rentabilidad incremental (salmuera vs. agua).	101
5.4	Sensibilidad del VAN al coste del fluido. Sustituir con valores de planta (volumen anual y c_f).	103
5.5	Sensibilidad del VAN a CAPEX incremental.	103
5.6	Sensibilidad del VAN al precio de venta de electricidad.	104

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA (ICAI)
GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES



5.7	Variables estocásticas y distribuciones adoptadas. Sustituir parámetros por los de planta.	106
5.8	Resumen probabilístico (plantilla). Sustituir con resultados de simulación.	107

Capítulo 1

Introducción y Planeamiento del Proyecto

En este capítulo se contextualiza el trabajo dentro de la ingeniería hidroeléctrica actual, se explican las motivaciones y objetivos, y se describe el enfoque adoptado para estudiar, mediante simulación en MATLAB, cómo varía el comportamiento de una planta tipo Francis cuando cambia la densidad del fluido de trabajo. La idea central es mantener la “central” tal cual —misma arquitectura hidráulica, misma turbina de referencia, mismo esquema de control y misma máquina síncrona— y, sobre ese escenario, modificar únicamente propiedades del fluido (principalmente la densidad y, cuando procede, la viscosidad) para observar y cuantificar qué se mueve y por qué. El capítulo termina dejando claro el alcance real del proyecto (lo que sí se modela) y lo que queda fuera (por ejemplo, modelos *CFD*, excitación eléctrica *AVR/PSS* o el uso real de fluidos alternativos en campo).

1.1. Contexto y motivación del proyecto

1.1.1. Importancia global de la energía hidroeléctrica

La energía hidroeléctrica es una de las tecnologías renovables más consolidadas y con mayor implantación a nivel mundial. Además de generar electricidad con bajas emisiones directas, aporta servicios de flexibilidad al sistema eléctrico: puede arrancar con rapidez, seguir consignas de carga de manera ágil y contribuir a la regulación de frecuencia. Esta capacidad de respuesta es especialmente valiosa en la transición energética actual, en la que las fuentes variables (eólica y fotovoltaica) ganan peso y exigen recursos que compensen su intermitencia. Por este motivo, la hidráulica no solo produce

energía; sostiene el sistema en momentos clave.

1.1.2. Las turbinas Francis: tecnología dominante

La turbina Francis es la tipología más extendida en saltos medios y altos. Se trata de una máquina de reacción que, cerca de su punto de diseño, alcanza rendimientos pico superiores al 90 % y mantiene prestaciones sólidas en un rango razonable de caudales y alturas. Su robustez mecánica y su integración natural con sistemas de regulación (alabes guía) y generadores síncronos la convierten en un “caballo de batalla” en muchas centrales. Analizar una planta tipo Francis es, por tanto, representativo y pedagógico: permite entender fenómenos que se repiten en multitud de instalaciones.

1.1.3. Desafíos del nuevo paradigma energético

La penetración de renovables variables ha cambiado la forma de operar. En muchos casos, las centrales trabajan más tiempo fuera de su punto óptimo, con rampas más pronunciadas, maniobras frecuentes y transitorios más marcados. En hidráulica, esto se traduce en sobrepresiones (golpe de ariete), aparición de modos hidráulicos poco amortiguados, vibraciones e incrementos de pérdidas por fricción cuando las velocidades cambian rápido. Desde el punto de vista del control, el gobernador debe lidiar con desviaciones de frecuencia y consignas que no siempre permiten operar en torno al punto de máxima eficiencia. Entender qué aporta la tubería y la turbina al conjunto dinámico —y cómo interactúan con el generador síncrono— resulta fundamental.

1.1.4. Importancia de las propiedades del fluido de trabajo

En la mayor parte de los modelos didácticos de hidráulica presurizada se asume agua con propiedades “fijas”: densidad $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad $\mu \approx 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ (a temperatura ambiente). Es una hipótesis razonable para empezar, pero la realidad introduce matices: la temperatura modifica ρ y μ ; la presencia de sales disueltas o sólidos en suspensión altera esas propiedades; en algunos contextos se usa agua de mar o salobre; y, sobre todo, pequeños cambios de ρ no se trasladan linealmente a todas las variables del sistema. La densidad entra de forma directa en la potencia hidráulica disponible ($P_h = \rho g H Q$). También influye en el número de Reynolds ($\text{Re} = \rho V D / \mu$) y, a través de él, en el factor de fricción de Darcy–Weisbach λ , que gobierna pérdidas de carga y, en consecuencia, la altura neta a la entrada de la turbina. Por otra

parte, la velocidad de propagación de ondas en la conducción (a) depende tanto de la compresibilidad del fluido como de la elasticidad del tubo, y aparece ρ en esa relación. Finalmente, ρ y μ afectan a cómo se leen los mapas característicos de la turbina (“head” y “torque”) en puntos alejados del nominal.

Esta es la motivación de este TFG: construir un modelo suficientemente detallado para capturar esas dependencias y, con él, estudiar con rigor qué ocurre cuando, manteniendo igual la central, se aumenta la densidad del fluido. El caso base es el agua; como ejemplo realista de fluido más denso se considera una salmuera (NaCl) con mayor densidad y ligera variación de viscosidad. A partir de ahí, se exploran también rangos superiores de ρ como ejercicio de sensibilidad, útiles para entender tendencias del sistema aunque no se proponga su uso práctico en una instalación real.

1.2. Justificación técnica y económica

1.2.1. Justificación técnica

La justificación técnica nace del acoplamiento de tres bloques: la hidráulica de la conducción y la turbina, el generador síncrono y el sistema de regulación (gobernador). Cambiar ρ afecta a los tres.

En la parte hidráulica, el caudal y la altura (Q y H) evolucionan a lo largo de la conducción, y las pérdidas dependen de la velocidad del fluido. El número de Reynolds escala con ρ y μ , y el factor λ se obtiene con Colebrook–White, de modo que la fricción resulta de resolver una ecuación implícita por tramo en cada paso temporal. Si aumenta ρ (manteniendo μ), Re crece y, en régimen completamente turbulento hidrodinámicamente rugoso, λ tiende a depender sobre todo de la rugosidad relativa ε/D ; en otras zonas de operación la variación de ρ puede mover ligeramente λ . Por su parte, la velocidad de onda a , que influye en la frecuencia del modo hidráulico principal, se calcula a partir de la compresibilidad del fluido y del paquete fluido–tubería; así, cuando cambia ρ , también se desplaza la frecuencia característica $f_0 \approx a/(2L)$, que es el parámetro sobre el que se sintoniza el filtro *notch* para evitar que ese modo contamine la realimentación de frecuencia del gobernador.

En el generador síncrono, el modelo adoptado es el mínimo necesario para el objetivo del TFG: la relación potencia–ángulo frente a una red considerada rígida (“infinita” en frecuencia). El balance mecánico–eléctrico (P_m frente a P_e) determina la evolución del ángulo eléctrico δ y, con él, la potencia eléctrica. Para completar el balance se introduce un término de pérdidas del generador sencillo (parte constante y dependencias con velocidad y potencia),

con carácter ilustrativo.

En el control, se emplea un gobernador interno clásico de tipo *droop* con un PI con fuga (*leak*) para integrar de forma robusta, *deadband* para evitar microactuaciones ante pequeñas desviaciones de frecuencia y limitadores de rampa y saturación de la apertura de alabes (GV). Como la modificación de ρ desplaza la dinámica hidráulica, es conveniente amortiguar ese modo antes de que entre en el lazo de control; de ahí la inclusión del *notch* centrado en $f_0 \approx a/(2L)$. De este modo, la sintonía del gobernador no se ve inutilizada por un cambio de fluido.

1.2.2. Justificación económica (en el alcance del TFG)

Este proyecto no se centra en un análisis financiero exhaustivo (LCOE, VAN, TIR) ni en un estudio detallado de costes asociados a la sustitución de fluido, materiales o permisos. La justificación económica planteada es de carácter técnico-operativo: cuando la densidad ρ modifica la potencia neta útil (P_e), los rendimientos o las pérdidas hidráulicas, la planta puede alejarse de su punto de operación óptimo, produciendo menos MWh aprovechables para la misma hidráulica instalada y sometiendo a mayor esfuerzo a los equipos mecánicos. En la práctica, esto implica menores ingresos energéticos y un desgaste adicional de la instalación. Identificar la magnitud y la tendencia de estos efectos técnicos resulta ya valioso para anticipar decisiones de operación y mantenimiento. Ese es el alcance realista y coherente de un TFG basado en un modelo 1D.

1.2.3. Implicaciones prácticas e innovación

Más allá del caso salmuera como ejemplo realista de fluido ligeramente más denso que el agua, la contribución del trabajo es una herramienta transparente y reproducible que permite experimentar (en simulación) sin tocar la central, y comparar con trazabilidad cómo cambian Q , H , par y potencias cuando se altera ρ . No se pretende recomendar el uso real de fluidos alternativos —eso exigiría analizar corrosión, compatibilidad con sellos y rodetes, medio ambiente y normativa—, sino extraer conclusiones físicas y de control válidas: cómo se desplaza la frecuencia del modo hidráulico, cómo responde el gobernador, qué pasa con las pérdidas de carga y cómo se mueven los rendimientos de turbina y global.

1.3. Objetivos del proyecto

1.3.1. Objetivo general

Evaluar, con un modelo en MATLAB, el impacto de la densidad del fluido sobre el comportamiento hidráulico, mecánico y eléctrico de una planta tipo Francis, manteniendo fija la arquitectura del sistema y la filosofía de control. Se cuantifican cambios en variables de interés (Q , H , par, δ , P_e) y en rendimientos (turbina y global), e interpretar técnicamente las causas de esos cambios.

1.3.2. Objetivos específicos

Construir un modelo acoplado hidráulico–eléctrico con un gobernador clásico (*droop* + PI con *deadband* y límites de rampa), interpolación de mapas característicos por triangulación de Delaunay y cálculo de fricción por tramo con Colebrook–White. Incorporar el cálculo de la velocidad de onda a a partir de ρ , compresibilidad del fluido y parámetros mecánicos de la tubería (módulo de Young, espesor y diámetro), para sintonizar automáticamente un *notch* en $f_0 \approx a/(2L)$ que evite excitar el modo hidráulico dominante en el lazo de control. Definir y calcular, en cada simulación, las potencias $P_h = \rho g H Q$, P_m (eje), P_e (“air-gap”) y $P_{e,neto}$ (aplicando pérdidas simples del generador), con las que construir los rendimientos de turbina y global. Diseñar escenarios representativos: agua como caso base, un fluido realista más denso (salmuera) y un barrido de densidad hasta valores elevados como estudio de sensibilidad. Analizar tanto el régimen estacionario como la respuesta transitoria ante pequeñas perturbaciones, con atención a la estabilidad y a la ausencia de saturaciones prolongadas del actuador de alabes. Documentar qué queda fuera del modelo (cavitación, red finita, AVR/PSS, actuador real del distribuidor) como líneas de mejora futuras.

1.4. Metodología de trabajo

La metodología se estructura en torno a tres scripts: `parametros.m`, `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` y `run_hpp_master.m`. El primero centraliza toda la configuración de la planta y las bases (potencia base, frecuencia, dimensiones de la conducción, propiedades de la turbina, parámetros del generador, constantes del gobernador y propiedades del fluido). La separación ayuda a mantener el modelo ordenado: para cambiar de fluido, basta ajustar ρ (y, si procede, μ), y el resto de la simulación se actualiza sola.

El segundo script implementa el motor de simulación. En la parte hidráulica, la conducción se discretiza en n tramos, con estados de caudal y altura. En cada paso temporal se calcula el factor de fricción por tramo resolviendo Colebrook–White con transición laminar–turbulento a partir de $Re = (\rho V D)/\mu$ y de la rugosidad relativa ε/D ; así se evita la hipótesis simplificadora de λ constante. De la geometría de la conducción (L , D , espesor e y módulo de Young) y de las propiedades del fluido (densidad y compresibilidad) se obtiene la velocidad de onda a , que fija la frecuencia del modo hidráulico dominante $f_0 \approx a/(2L)$. Con esa frecuencia se sintoniza un filtro *notch* discreto que limpia la señal de desviación de frecuencia que entra al gobernador, de manera que el control no amplifique el modo de la columna de agua.

La turbina no se modela con una fórmula cerrada, sino con mapas característicos (“head” y “torque”) sobre un espacio de entrada que combina apertura de alabes y un parámetro geométrico basado en las relaciones de caudal y velocidad. Para leer esos mapas se usa interpolación por triangulación de Delaunay, con recorte del dominio para evitar extrapolaciones inestables. De este modo, la simulación respeta mejor la variación real de prestaciones de la turbina cuando se aleja del nominal.

En el bloque eléctrico, se usa la relación potencia–ángulo de una máquina síncrona frente a una red considerada rígida (sin AVR ni PSS). El balance mecánico–eléctrico ($P_m - P_e$) se traduce en la evolución del ángulo eléctrico δ y, de ahí, en la potencia de salida. Adicionalmente, se calculan pérdidas del generador con un modelo sencillo (parte fija y términos dependientes de velocidad y potencia) para estimar una $P_{e,\text{neta}}$ ilustrativa.

El gobernador es un *droop* clásico con un PI con fuga para evitar que el integrador se dispare, además de un *deadband* de frecuencia que reduce esfuerzos cuando las desviaciones son muy pequeñas. Se incluyen límites de rampa (apertura y cierre) y saturación de la apertura de alabes (0.1–1.0 p.u.), y se añade una lógica simple de *anti-windup*. Con esta estructura, la sintonía es razonablemente robusta ante cambios en ρ , sobre todo cuando el *notch* está bien centrado.

La integración temporal se realiza con una expansión de Taylor de orden 4 (equivalente práctico a un *RK4*), que permite capturar adecuadamente la dinámica rápida sin penalizar en exceso los tiempos de cómputo. En el “máster” `run_hpp_master.m` se definen los escenarios a estudiar (por ejemplo, agua con $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y $\mu \approx 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$; salmuera con $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$ y μ ligeramente superior), se ejecuta la simulación y se organizan salidas y gráficas: caudal y altura normalizados, apertura de alabes, frecuencia de máquina, par, potencias (P_h , P_m , P_e y $P_{e,\text{neta}}$) y rendimientos (turbina y global). El script muestra además resúmenes en consola (ventana temporal

de estado estacionario) con medias de potencia y rendimiento, y métricas de fricción (λ medio, pérdidas distribuidas y altura neta).

1.5. Alcance y limitaciones del estudio

El alcance del trabajo es estrictamente técnico y se centra en cuantificar el efecto de ρ en un modelo hidroeléctrico 1D con turbina Francis y gobernador básico. Se considera red infinita (sin dinámica de tensión ni de frecuencia del sistema), y no se modelan AVR, PSS, ni un actuador real de alabes (con histéresis y retardos). No se incluye tanque de oscilación ni bifurcaciones; el conducto es único, con longitud L y diámetro D constantes. Las pérdidas singulares pueden agruparse en un coeficiente global K si se desea, pero el foco está en pérdidas distribuidas por tramo (factor λ variable vía Colebrook–White).

No se trata la cavitación ni la aireación, por lo que las conclusiones no deben extrapolarse a regímenes con NPSH crítico. Tampoco se modelan efectos de corrosión o compatibilidad del fluido con materiales, que serían clave en un proyecto real si se buscara usar un fluido distinto del agua. En la parte eléctrica, el modelo potencia–ángulo sin AVR/PSS es suficiente para el objetivo del TFG, pero no reemplaza un estudio de estabilidad de tensión o de oscilaciones interáreas. Desde el punto de vista económico, no se realizan cálculos financieros (LCOE, VAN, TIR); la discusión se limita a interpretar las consecuencias técnicas de los cambios observados en potencias y rendimientos.

1.6. Estructura del documento

El documento está organizado de forma progresiva. Tras esta introducción, el Capítulo 1 presenta el problema y justifica el estudio. El Capítulo 2 repasa los fundamentos necesarios: funcionamiento de la turbina Francis (principios, componentes y mapas), ecuaciones básicas de la hidráulica en conducciones presurizadas (continuidad, energía y fricción Darcy–Weisbach con Colebrook–White), la propagación de ondas en el conjunto fluido–tubería y su impacto en la dinámica global, y la parte eléctrica mínima para entender la relación potencia–ángulo del generador síncrono. También se explican la interpolación por triangulación de Delaunay para los mapas y el papel del gobernador en la regulación de frecuencia.

El Capítulo 3 describe el modelo implementado y los tres scripts que lo soportan. Se explica la estructura del archivo de parámetros, cómo se

calculan a partir de él las constantes y matrices del modelo, y cómo el motor de simulación integra la dinámica, resuelve la fricción por tramo, lee los mapas de turbina y aplica el gobernador con el filtro *notch*. Se justifica la elección de la integración de orden 4 y se documenta el tratamiento de límites (saturaciones y recortes de dominio) para evitar inestabilidades numéricas.

El Capítulo 4 recoge los resultados: caso base con agua, caso con fluido más denso (salmuera) y barridos de densidad. Se comparan potencias, rendimientos, respuesta del gobernador y desplazamiento del modo hidráulico, y se discuten implicaciones operativas. El trabajo se cierra en el Capítulo 5 con las conclusiones principales, las limitaciones del modelo y las líneas futuras (cavitación, actuador real, tanque de oscilación, excitación eléctrica AVR/PSS, conexión a red finita y validación experimental).

1.7. Alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)

Aunque se trata de un proyecto técnico centrado en simulación, el trabajo se alinea de manera natural con varios ODS. Con el ODS 7 (energía asequible y no contaminante), porque estudiar cómo mantener la eficiencia y la estabilidad de la generación hidroeléctrica contribuye a un *mix* eléctrico con menos emisiones directas y mayor fiabilidad. Con el ODS 9 (industria, innovación e infraestructuras), al desarrollar una herramienta de modelado que ayuda a entender y optimizar infraestructuras existentes sin necesidad de pruebas físicas costosas. Con el ODS 11 (ciudades y comunidades sostenibles), en cuanto que una operación hidráulica más estable y predecible aporta seguridad de suministro. Y con el ODS 13 (acción por el clima), ya que un uso más eficiente de los recursos hidráulicos —con menores pérdidas y transitorios mejor amortiguados— facilita integrar más renovables sin recurrir a respaldo fósil.

No se propone cambiar el fluido de trabajo de una central real sin evaluación multidisciplinar previa; el proyecto se limita a cuantificar, en simulación, cómo afectan ρ (y μ) a la potencia hidráulica, a las pérdidas y a la dinámica global. Precisamente por acotar así el alcance, las conclusiones son útiles: ayudan a identificar de manera temprana qué aspectos del control y de la operación son sensibles a cambios en las propiedades del fluido y, por tanto, dónde convendría concentrar esfuerzos si la planta tuviera que operar en condiciones no nominales (por ejemplo, variaciones estacionales de temperatura o salinidad del agua).

Capítulo 2

Estado del arte y fundamentos teóricos

2.1. Turbinas hidráulicas tipo Francis

Las turbinas Francis constituyen la solución más extendida en centrales hidroeléctricas de media y alta cabeza debido a su elevada eficiencia en un rango operativo amplio y a su robustez mecánica. Se trata de máquinas de reacción en las que la conversión de energía se produce tanto por cambio de cantidad de movimiento (componente de impulso) como por variación de presión (componente de reacción) a lo largo del paso por el rodete. En operación nominal, las turbinas Francis modernos alcanzan eficiencias puntuales superiores al 90 % y mantienen valores elevados en torno al punto de mejor rendimiento (*BEP*, por sus siglas en inglés).

Desde un punto de vista funcional, el flujo se distribuye desde una carcasa espiral a una corona de álabes directrices fijos y, a continuación, atraviesa álabes directrices móviles cuya apertura regula simultáneamente el caudal y el ángulo de incidencia sobre el rodete. El agua penetra radialmente en el rodete y abandona la máquina con componente axial hacia el tubo de aspiración, donde se recupera parte de la energía cinética. Para análisis y control a escala de planta, este proceso se representa mediante mapas característicos que relacionan cabeza y par con el estado operativo, y que en este trabajo se implementan en coordenadas polares e interpolación por triangulación de Delaunay, coherente con el módulo `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m`.

2.1.1. Principios de funcionamiento

El intercambio energético entre fluido y rodete viene descrito por la ecuación de Euler para turbomáquinas. Si $U = \omega r$ es la velocidad periférica en el radio r y C_u la componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido, la energía específica transferida al rodete es

$$E_t = U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}, \quad (2.1)$$

donde los subíndices 1 y 2 denotan, respectivamente, entrada y salida del rodete. La potencia mecánica en el eje resulta

$$P_m = \dot{m} E_t = \rho Q (U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}), \quad (2.2)$$

siendo ρ la densidad y Q el caudal volumétrico. En operación óptima se busca $C_{u2} \approx 0$, de modo que el flujo abandone el rodete sin remolino residual y la energía rotacional del fluido se convierta mayoritariamente en trabajo en el eje.

La formulación anterior se apoya en los triángulos de velocidades de entrada y salida, que relacionan la velocidad absoluta \mathbf{C} , la relativa $\mathbf{W} = \mathbf{C} - \mathbf{U}$ y la periférica \mathbf{U} . Los ángulos geométricos de los álabes y la apertura de la guía determinan los ángulos α y β (incidencia relativa), que condicionan pérdidas por incidencia y fricción. En el modelo empleado en esta memoria, dichas pérdidas están recogidas de forma efectiva en los mapas experimentales de cabeza y par, lo cual permite utilizar un esquema compacto y estable para simulaciones de sistema.

2.1.2. Componentes principales y geometría

Una unidad Francis integra, en su forma más habitual, los siguientes elementos dispuestos en serie hidráulica:

Carcasa espiral. Distribuye el flujo uniformemente alrededor de la periferia de la corona directriz manteniendo aproximadamente constante la velocidad específica a medida que disminuye la sección. Su diseño controla pérdidas por fricción y por distribución no uniforme.

Corona directriz fija y móvil. La corona fija canaliza el flujo y aporta rigidez estructural. La corona móvil (álabes guía) regula la apertura $y \in [0, 1]$ y, por tanto, el caudal y el ángulo de incidencia sobre el rodete. En el código, y se representa por GV y se somete a límites y *rate limits* acordes al gobernador.

Rodete. Es el órgano de conversión. El flujo entra predominantemente radial y sale axial; la forma de los álabes se optimiza para minimizar pérdidas por fricción, incidencia y separación en el rango operativo objetivo. La interacción geométrica guía-rodete queda capturada en los mapas W_H y W_B .

Tubo de aspiración. Difusor que recupera parte de la energía cinética a la salida del rodete, incrementando la presión hasta la cota de descarga. Su eficiencia afecta de manera directa a la cabeza neta efectiva.

Las dimensiones características (diámetro de referencia D , área efectiva, etc.) y la velocidad nominal N_n definen las variables adimensionales utilizadas en los mapas y en las leyes de semejanza. En esta memoria, el estado operativo se parametriza por un ángulo polar θ que relaciona caudal y velocidad reducidos, coherente con la implementación en MATLAB.

2.1.3. Curvas características y triangulación de Delaunay

Para simulación a nivel de sistema es habitual representar la turbina mediante *superficies* de cabeza y par normalizados sobre un plano de operación. Partiendo de magnitudes reducidas clásicas,

$$N_{11} = \frac{n D}{\sqrt{H}}, \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}},$$

se define un cambio a coordenadas polares en el plano (Q_{11}, N_{11}) que compacta el dominio operativo y evita multivalencias locales. Una construcción equivalente, empleada en el código, utiliza variables relativas a nominales,

$$q_{\text{rel}} = \frac{Q}{Q_n}, \quad n_{\text{rel}} = \frac{n}{N_n}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{q_{\text{rel}}}{n_{\text{rel}}}\right),$$

y un radio reducido r tal que $r^2 = q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2$. Sobre este par (y, θ) se tabulan, a partir de ensayo o CFD reducido, dos funciones adimensionales:

$$W_H(y, \theta) \text{ y } W_B(y, \theta), \quad (2.3)$$

que escalan, respectivamente, cabeza y par. En la práctica numérica se interpola sobre un conjunto disperso de puntos mediante triangulación de Delaunay y coordenadas baricéntricas. Si (y, θ) cae dentro de un triángulo con vértices (y_i, θ_i) y valores $\{z_i\}$, la interpolación lineal

$$z(y, \theta) = \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3,$$

con $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ baricéntricas, garantiza continuidad C^0 y evita oscilaciones. Esta construcción es la que se emplea en `delaunayTriangulation` y `point Location` dentro de los módulos MATLAB, donde `WhTri` y `WbTri` almacenan mallas (y, θ, z) para W_H y W_B .

Con las superficies (2.3), la cabeza y el par dimensionales se reconstruyen en forma compacta como

$$H(y, \theta; Q, n) = H_n W_H(y, \theta) (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2), \quad (2.4)$$

$$T(y, \theta; Q, n) = T_n W_B(y, \theta) (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2), \quad (2.5)$$

donde H_n y T_n son magnitudes nominales de referencia. Esta forma es consistente con la implementación utilizada en el simulador, reduce el número de parámetros libres y mejora la robustez numérica en barridos de operación. En el código se aplican recortes suaves del dominio para evitar extrapolaciones no deseadas: θ se *clipa* a los límites de la malla antes de la interpolación, lo que evita valores no físicos.

Para compatibilizar mapas obtenidos a escala o de distinta procedencia, resulta práctico introducir un factor de ajuste de par k_τ que actúa como corrección global de W_B preservando la forma del mapa. Esta ganancia se calibra con una única condición nominal (por ejemplo, que la eficiencia calculada en BEP reproduzca el valor de catálogo) y se mantiene en los análisis de sensibilidad, tal como se refleja en las trazas de consola del simulador.

2.1.4. Rendimientos y pérdidas hidráulicas

El rendimiento global de la *cadena turbina + tubo de aspiración + generador* puede descomponerse, a efectos de diagnóstico, en contribuciones hidráulica, volumétrica y mecánica,

$$\eta_{\text{global}} = \eta_{\text{hid}} \eta_{\text{vol}} \eta_{\text{mec}} \eta_{\text{gen}}, \quad (2.6)$$

donde η_{gen} engloba pérdidas de cobre, hierro y ventilación del generador. En el modelo de esta memoria, η_{hid} y parte de η_{vol} quedan embebidas en los mapas W_H y W_B ; η_{gen} se aproxima con una componente fija y términos dependientes de velocidad y potencia.

La potencia hidráulica disponible se define como

$$P_h = \rho g Q H_{\text{eff}}, \quad H_{\text{eff}} = H_{\text{gross}} - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}, \quad (2.7)$$

siendo H_{gross} el salto bruto, h_{dist} la pérdida distribuida por fricción (Darcy–Weisbach) y h_{minor} las pérdidas singulares. La fricción distribuida se computa por tramos con el coeficiente de Darcy λ obtenido de Colebrook–White en función de $Re = \rho V D / \mu$ y rugosidad relativa ϵ / D . Esta elección es coherente con el objetivo del trabajo, que analiza el impacto de variaciones de densidad ρ y, cuando procede, viscosidad μ . En régimen turbulento plenamente rugoso,

λ depende débilmente de Re , mientras que en subregímenes transitorios la variación puede ser apreciable; el algoritmo iterativo empleado en el código asegura convergencia en la zona de interés.

La eficiencia hidráulica de la turbina se estima en simulación como

$$\eta_{\text{turb}} = \frac{P_m}{P_h} = \frac{\omega_m T(y, \theta; Q, n)}{\rho g Q H_{\text{eff}}} \quad (2.8)$$

con ω_m velocidad mecánica. La eficiencia eléctrica neta que llega a red, útil para balances energéticos, se obtiene restando pérdidas internas del generador,

$$P_{e,\text{net}} = P_e - P_{\text{loss,gen}}, \quad P_{\text{loss,gen}} \approx P_{\text{const}} + K_\omega \omega_m^2 + K_{\text{cu}} P_e^2, \quad (2.9)$$

modelo simple pero suficiente para el análisis comparativo que realizamos entre agua y fluidos más densos. Esta formulación es la que aparece implementada en `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m`, donde se grafican P_h , P_m , P_e y $P_{e,\text{net}}$, junto con η_{turb} y η_{global} .

Un aspecto clave de este TFG es distinguir entre eficiencia de *turbina* y eficiencia *global* de planta. La primera suele exhibir valores máximos próximos al 90–93 % en BEP para Francis modernas; la segunda, al incorporar pérdidas hidráulicas en conducción, difusor y pérdidas eléctricas del generador, es necesariamente menor. Cuando se incrementa la densidad del fluido manteniendo la geometría, P_h aumenta linealmente con ρ (ec. 2.7), pero también lo hace el esfuerzo mecánico y, en general, las pérdidas por fricción y ventilación, de modo que η_{global} no crece de forma trivial. La representación mediante mapas y el cálculo de λ con Colebrook–White permiten capturar esta compensación de forma consistente y sin modificar la *central* (premisa del proyecto), variando únicamente propiedades del fluido.

Finalmente, desde el punto de vista numérico, el uso de superficies W_H y W_B interpoladas por Delaunay evita discontinuidades locales, reduce el coste computacional y se acopla de manera estable al gobernador y a la máquina síncrona. En el código, el ángulo operativo $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/n_{\text{rel}})$ se recorta suavemente al dominio de los mapas antes de solicitar la interpolación, y el resultado se combina con los factores nominales H_n y T_n según (2.4)–(2.5). Esta decisión de modelado, además de ser coherente con la literatura, ha demostrado buen comportamiento en los barridos de densidad $\rho \in [1000, 3000] \text{ kg/m}^3$ y en los casos con salmuera que se analizan en los capítulos posteriores.

2.2. Ecuaciones fundamentales de turbomáquinas hidráulicas

El comportamiento de una turbina Francis puede describirse a partir de principios generales de mecánica de fluidos aplicados a un volumen de control que abarca el rodete. En este capítulo se fijan las ecuaciones base que utilizaremos a lo largo del modelo: (i) la ecuación de Euler para turbomáquinas, que cuantifica el intercambio de energía entre flujo y rodete; (ii) la representación cinemática mediante triángulos de velocidades en entrada y salida; (iii) las ecuaciones unidimensionales de continuidad y momento lineal para conducciones presurizadas, que permiten integrar la turbina en el circuito hidráulico de la central; y (iv) el marco adimensional y las leyes de semejanza, imprescindibles para construir y escalar los mapas característicos empleados en simulación.

2.2.1. Ecuación de Euler para turbomáquinas

Sea $U = \omega r$ la velocidad periférica del rodete en el radio r , C_u la componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido y $\dot{m} = \rho Q$ el caudal másico que atraviesa la máquina. Aplicando conservación del momento angular al volumen de control que rodea al rodete, la potencia mecánica transferida del flujo al eje viene dada por

$$P_m = \dot{m} (U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}), \quad (2.10)$$

donde los subíndices 1 y 2 denotan entrada y salida del rodete, respectivamente. La energía específica entregada por unidad de masa es, por tanto,

$$E_t = \frac{P_m}{\dot{m}} = U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}. \quad (2.11)$$

Dividiendo por la velocidad angular se obtiene el par en el eje:

$$T = \frac{P_m}{\omega} = \dot{m} (r_1 C_{u1} - r_2 C_{u2}). \quad (2.12)$$

La condición de diseño deseable es que el flujo abandone el rodete sin remolino residual ($C_{u2} \approx 0$), de modo que la energía rotacional del fluido se convierta en trabajo útil:

$$E_{t,\text{máx}} \approx U_1 C_{u1}. \quad (2.13)$$

Si el salto efectivo disponible es H_{eff} (véase ec. (2.39) más adelante), el rendimiento hidráulico instantáneo de la turbina se estima como

$$\eta_{\text{hid}} = \frac{P_m}{\rho g Q H_{\text{eff}}} = \frac{\omega T}{\rho g Q H_{\text{eff}}}. \quad (2.14)$$

Esta relación (2.14) es la que utilizaremos en el simulador para diagnosticar eficiencia de turbina a partir del par mapado y del salto neto calculado en la línea de presión.

2.2.2. Triángulos de velocidades

La ecuación de Euler se apoya en la descomposición vectorial de la velocidad absoluta \mathbf{C} en componentes meridional C_m (a lo largo del canal entre álabes) y tangencial C_u , así como en la velocidad periférica del rodete \mathbf{U} . La velocidad relativa \mathbf{W} satisface $\mathbf{C} = \mathbf{U} + \mathbf{W}$. En notación escalar:

$$C_m = C \cos \alpha, \quad C_u = C \sin \alpha, \quad U = \omega r, \quad (2.15)$$

donde α es el ángulo que forma \mathbf{C} con la dirección meridional. Análogamente, la velocidad relativa forma un ángulo β con el meridiano:

$$W_m = C_m, \quad W_u = C_u - U. \quad (2.16)$$

El *triángulo de entrada* ($\mathbf{C}_1, \mathbf{W}_1, \mathbf{U}_1$) y el *triángulo de salida* ($\mathbf{C}_2, \mathbf{W}_2, \mathbf{U}_2$) incorporan la geometría de los álabes guía y del rodete. La elección adecuada de α_1 y β_1 (incidencia) minimiza pérdidas por choque en entrada; de igual modo, la geometría de salida se diseña para que C_{u2} sea pequeño en el entorno del punto de mejor rendimiento (*BEP*). En el modelo de mapas utilizado en este trabajo, estos efectos aerodinámicos están recogidos de manera efectiva en las superficies $W_H(y, \theta)$ y $W_B(y, \theta)$, de modo que no es necesario integrar localmente los triángulos para cada estado: basta con parametrizar el estado operativo mediante $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/n_{\text{rel}})$ y la apertura y de la corona guía.

2.2.3. Ecuaciones 1D de continuidad y momento en conducciones presurizadas

Para acoplar la turbina con el sistema hidráulico de la central (tubería forzada, compuertas, tubo de aspiración), utilizamos la formulación unidimensional de las ecuaciones de Saint-Venant para flujo en *línea a presión*, linealizadas en torno a un estado medio. Sean $Q(x, t)$ el caudal y $H(x, t)$ la altura piezométrica ($p/\rho g + z$) a lo largo de una conducción de sección constante A y diámetro D . La forma clásica (rigidez de pared incluida en la celeridad acústica a) puede escribirse como:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g A} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g A \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 D A} Q |Q| = 0, \quad (2.18)$$

donde λ es el coeficiente de Darcy–Weisbach. La celeridad acústica a representa los efectos combinados de compresibilidad del fluido y elasticidad de la pared; en tuberías metálicas puede aproximarse mediante la expresión de Korteweg:

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{\rho \left(1/K_{\text{bulk}} + \frac{D}{E e} \right)}}, \quad (2.19)$$

siendo K_{bulk} el módulo volumétrico del fluido, E el módulo de Young del material, e el espesor de pared y ρ la densidad. Esta definición de a es coherente con la empleada en el simulador para ajustar el *notch* de frecuencia del gobernador en torno al modo fundamental de la columna de agua $f_0 \approx a/(2L)$.

En notación compacta, y tras discretizar la tubería en n tramos de longitud Δx , los términos de fricción se modelan por tramo como

$$h_{\text{dist},i} = \frac{\lambda_i \Delta x}{D} \frac{V_i^2}{2g}, \quad V_i = \frac{|Q_i|}{A}, \quad (2.20)$$

y las pérdidas singulares (codos, válvulas) como

$$h_{\text{minor}} = \sum_j K_j \frac{V_j^2}{2g}. \quad (2.21)$$

De este modo, el salto neto en la turbina que entra en el balance energético (2.14) se calcula como

$$H_{\text{eff}} = H_{\text{gross}} - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}. \quad (2.22)$$

Para cerrar el sistema, λ se obtiene por tramo a partir del número de Reynolds

$$Re_i = \frac{\rho V_i D}{\mu}, \quad (2.23)$$

y la rugosidad relativa ε/D , usando la ecuación implícita de Colebrook–White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), \quad (2.24)$$

con transición suave laminar–turbulento. Esta elección permite estudiar de forma consistente el efecto de variar ρ (y, cuando proceda, μ) sin alterar la geometría de la central.

Observación (coherencia con el simulador). Las ecuaciones (2.33)–(2.34) se discretizan en forma matricial $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$ sobre el vector de estados $\mathbf{x} = [Q_1, \dots, Q_{n+1}, H_1, \dots, H_n, \Delta\omega, \delta]^\top$. Los términos de fricción se actualizan *en línea* a partir de $\lambda_i(Re_i)$. La integración temporal se realiza con un esquema de Taylor de orden 4, estable en los pasos de tiempo usados (dt del orden de centésimas de segundo).

2.2.4. Análisis dimensional y leyes de semejanza

El análisis dimensional permite agrupar variables en números adimensionales que gobiernan la dinámica y el rendimiento, facilitando la construcción de mapas transferibles entre escala y prototipo y la comparación entre fluidos. Para turbomáquinas hidráulicas consideramos, entre otras, las siguientes combinaciones:

Magnitudes reducidas y velocidad específica. Con diámetro de referencia D , salto H y velocidad de giro n ,

$$N_{11} = \frac{nD}{\sqrt{H}}, \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2\sqrt{H}}, \quad T_{11} = \frac{T}{\rho D^3 H}. \quad (2.25)$$

A efectos de control y simulación a nivel de sistema, en este trabajo utilizamos las versiones relativas a nominal ($q_{\text{rel}}, n_{\text{rel}}$) y la parametrización polar $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/n_{\text{rel}})$, que compacta el dominio operativo y evita multivalencias en la interpolación de mapas.

Números de similitud.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}, \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}, \quad Eu = \frac{p}{\rho V^2}, \quad (2.26)$$

$$Ma = \frac{V}{a}, \quad St = \frac{D}{VT_c}. \quad (2.27)$$

donde T_c caracteriza la escala temporal del fenómeno (p. ej., periodo de una oscilación hidroacústica). En conducciones presurizadas, Fr controla efectos gravitatorios residuales (menores), Ma y St aparecen en fenómenos transitorios rápidos (ondas de presión), y Re gobierna fricción y transición. El número de Euler Eu es útil al discutir cavitación y fluctuaciones de presión en el tubo de aspiración (se aborda en capítulos posteriores).

Leyes de semejanza. Para que un mapa o ensayo a escala represente fielmente el prototipo deben cumplirse, en la medida de lo posible, las igualdades en $\{Re, Fr, Eu, St\}$ pertinentes al fenómeno de interés y la semejanza geométrica. En práctica, la simultaneidad exacta es inviable; por ello se prioriza el mantenimiento de (N_{11}, Q_{11}) y el *shape* de los mapas en el entorno operativo, y se corrige con factores globales (k_τ en par) cuando sea necesario para casar el rendimiento nominal. Esta es la estrategia seguida en el simulador: los mapas W_H y W_B preservan la forma y se ajustan con una única condición de referencia, manteniendo así consistencia al variar ρ sin alterar la *central*.

En conjunto, las ecuaciones (2.10)–(2.27) proporcionan el andamiaje físico sobre el que se apoya el modelo del capítulo 2.1 y su implementación numérica. En los siguientes apartados se utilizarán para construir el acoplamiento con la línea de presión, el gobernador y la máquina síncrona, y para estudiar de forma controlada el efecto de variar la densidad del fluido en la respuesta de la planta.

2.3. Efectos de la densidad del fluido en sistemas hidráulicos

La densidad del fluido, ρ , condiciona de forma directa la conversión de energía en la turbina, la respuesta hidroacústica de la conducción y la magnitud de las pérdidas. En esta sección se resumen los mecanismos principales por los que ρ entra en el modelo: (i) la potencia hidráulica teórica disponible, proporcional a ρ ; (ii) la celeridad acústica a del paquete fluido–tubería (y, por tanto, las frecuencias naturales de la columna de agua); (iii) las sobrepresiones por transitorios rápidos (ley de Joukowsky) y la impedancia acústica de línea; y (iv) las pérdidas por fricción y singulares, vía Re y la ecuación de Colebrook–White. Todas estas dependencias están implementadas en el simulador: a mediante (2.19), fricción con (2.24) y la potencia hidráulica con el balance $P_h = \rho g Q H_{\text{eff}}$ usando el salto neto (2.39).

2.3.1. Relación densidad–potencia en turbinas hidráulicas

La potencia hidráulica teórica que cruza el rodete es

$$P_h = \rho g Q H_{\text{eff}}, \quad H_{\text{eff}} = H_{\text{gross}} - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}, \quad (2.28)$$

donde Q es el caudal volumétrico, g la gravedad y H_{eff} el salto neto tras restar pérdidas distribuidas y singulares (2.20)–(2.21). La potencia mecánica

en eje viene dada por

$$P_m = \eta_{\text{turb}} P_h = \eta_{\text{turb}} \rho g Q H_{\text{eff}}, \quad (2.29)$$

y la potencia eléctrica en el entrehierro por $P_e = \omega T$, con el par T obtenido del mapa W_B (Sección 2.1) y la velocidad ω .

De (2.28)–(2.29) se infiere que, si Q y H_{eff} se mantienen, P_h escala linealmente con ρ . No obstante, hay dos matices importantes que el simulador refleja:

1. Las *pérdidas de carga en metros de columna* (h_{dist} , h_{minor}) no dependen explícitamente de ρ (para un mismo Q y rugosidad), de modo que el salto *neto* en metros se mantiene al variar ρ ; sin embargo, la *potencia* disipada en fricción sí escala con ρ porque $\Delta p = \rho g h$.
2. El par aerodinámico del rodete, obtenido de $W_B(y, \theta)$, no incluye ρ de forma explícita; al pasar a potencia, $P_m = \omega T$, el cociente $\eta_{\text{turb}} = P_m / (\rho g Q H_{\text{eff}})$ puede variar con ρ por el efecto indirecto de Re (vía μ) y por ligeros cambios de H_{eff} si λ se ajusta con Colebrook. En los casos que hemos simulado (agua y salmuera moderada), el cambio de η_{turb} es pequeño frente al incremento proporcional de P_h .

En resumen, aumentar ρ incrementa la potencia hidráulica disponible y, típicamente, la potencia en eje, manteniendo la geometría de la central. La eficiencia calculada η_{turb} captura variaciones de segundo orden asociadas a régimen de flujo y pérdidas internas.

2.3.2. Efectos en la velocidad de onda acústica

La celeridad acústica efectiva del sistema fluido–tubería se aproxima por la expresión de Korteweg,

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{\rho(1/K_{\text{bulk}} + D/(E e))}}, \quad (2.19 \text{ revisitada})$$

que recoge compresibilidad del fluido (K_{bulk}) y elasticidad de la pared (módulo E , diámetro D , espesor e). Para condiciones típicas de penstock metálico, a varía aproximadamente como $a \sim \rho^{-1/2}$ si el resto de parámetros se mantiene.

Esta dependencia afecta directamente:

Modos hidroacústicos. El modo principal de la columna de agua en el penstock se sitúa en torno a

$$f_0 \simeq \frac{a}{2L}, \quad (2.30)$$

siendo L la longitud efectiva. En el código, (2.30) se usa para centrar el filtro *notch* del gobernador. Un incremento de ρ disminuye a y desplaza f_0 a la baja, alargando el periodo $T_0 = 1/f_0$.

Impedancia acústica. La impedancia de línea Z (análoga a una inductancia en la analogía eléctrica) es

$$Z = \frac{\rho a}{A}. \quad (2.31)$$

Como $a \sim \rho^{-1/2}$, se tiene $\rho a \sim \rho^{1/2}$; por tanto, Z crece como $\sqrt{\rho}$ para sección A fija. Esto endurece la respuesta: mayor reflexión en discontinuidades y mayor resistencia a variaciones rápidas del caudal.

Discretización temporal. En esquemas tipo MOC se exige $C_o = a \Delta t / \Delta x \approx 1$ por estabilidad. Aunque aquí integramos con un esquema de Taylor de orden 4, la recomendación práctica es que dt sea suficientemente pequeño para resolver f_0 y su amortiguamiento. Al disminuir a con ρ , f_0 baja y el requisito de muestreo se relaja.

2.3.3. Implicaciones en fenómenos de *water hammer*

Las sobrepresiones por golpe de ariete ante cambios bruscos de velocidad se estiman con la ley de Joukowsky:

$$\Delta p = \rho a \Delta v, \quad \Delta H = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{a \Delta v}{g}. \quad (2.32)$$

La forma en altura (ΔH) no depende explícitamente de ρ , pero sí de a ; como a decrece con ρ , la *altura* de sobrepresión reduce con ρ . Sin embargo, la *presión* absoluta Δp escala como $\rho a \sim \sqrt{\rho}$, de modo que al aumentar ρ crece Δp aunque menos que linealmente.

Consecuencias prácticas:

- **Esfuerzos en pared.** Para una misma maniobra (Δv), tuberías y accesorios ven mayores tensiones de membrana (proporcionales a Δp), por lo que los márgenes frente a presión máxima admisible se reducen al aumentar ρ .

- **Tiempos característicos.** El tiempo de tránsito fundamental de la onda $T_{wh} = 4L/a$ aumenta con ρ ; los cierres “críticos” (comparables a $2L/a$) admiten algo más de tiempo antes de excitar el modo completo.
- **Reflexiones.** Con $Z = \rho a/A$ mayor, cambian los coeficientes de reflexión en válvulas, ampliaciones y el acoplamiento turbina–línea; esto puede afectar la forma de los picos transitorios y su amortiguamiento.

En el simulador, estas tendencias se capturan mediante (2.19) y la dinámica de la línea (2.33)–(2.34). Aunque no resolvemos explícitamente con MOC, el término inercial y el filtro *notch* alrededor de f_0 reproducen el efecto dominante del modo principal en las maniobras del gobernador.

2.3.4. Influencia en pérdidas de carga y fricción

Las pérdidas distribuidas en una tubería de longitud L y diámetro D se modelan mediante Darcy–Weisbach:

$$h_{\text{dist}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}, \quad V = \frac{Q}{A}, \quad (2.20 \text{ revisitada})$$

y las pérdidas singulares como $h_{\text{minor}} = \sum_j K_j V_j^2 / (2g)$ (ec. (2.21)). En *metros de columna*, h_{dist} y h_{minor} **no** dependen explícitamente de ρ . La dependencia con ρ entra por el coeficiente de fricción λ a través del número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}, \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), \quad (2.24 \text{ revisitada})$$

con rugosidad relativa ε/D . Para conductos grandes en régimen plenamente turbulento y *rugoso*, λ depende principalmente de ε/D (la rama alta del diagrama de Moody), y el efecto de Re es débil; en transición o *liso* (ε/D pequeño), aumentos de ρ (o reducciones de μ) que eleven Re tienden a *reducir* λ .

Dos observaciones relevantes para el balance de potencias:

1. Aunque h_{dist} (en m) apenas cambie con ρ , la *pérdida de potencia* asociada es $\dot{W}_{\text{dist}} = \Delta p Q = (\rho g h_{\text{dist}}) Q$, por lo que escala linealmente con ρ . En (2.28) esto ya está recogido: $P_h = \rho g Q (H_{\text{gross}} - h_{\text{dist}} - \dots)$.
2. Dentro de la turbina, las pérdidas internas (fricción sobre superficies, separación, velocidad residual) también se ven afectadas por Re y, por ende, por ρ y μ . En el enfoque adoptado, estos efectos están embebidos en los mapas W_H y W_B ; el cociente $\eta_{\text{turb}} = P_m / (\rho g Q H_{\text{eff}})$ permite detectar variaciones netas cuando se barre (ρ, μ) .

Finalmente, es útil señalar que, para un mismo Q , la altura neta H_{eff} en metros tiende a ser similar al variar ρ (si λ no cambia mucho), y el aumento de potencia con ρ proviene del factor ρg de (2.28). Este es el patrón observado en las simulaciones con agua ($\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$) y salmuera moderada ($\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$): la eficiencia hidráulica se mantiene en un margen estrecho, mientras que P_h y P_m crecen aproximadamente en proporción a ρ .

En conjunto, las ecuaciones y argumentos de esta sección explican por qué, manteniendo geometría y control, usar un fluido algo más denso (p. ej., salmuera) incrementa la potencia y desplaza las frecuencias hidroacústicas sin modificar de raíz la operación de la central; y también por qué la evaluación debe considerar tensiones máximas de presión y cambios sutiles en fricción y eficiencia que el simulador captura a través de $a(\rho)$, $Z(\rho)$, $\lambda(Re)$ y η_{turb} .

2.4. Modelado matemático de plantas hidroeléctricas

El modelo integra tres bloques físicos acoplados: (i) la línea de presión (penstock) discretizada en una dimensión a partir de las ecuaciones de Saint–Venant; (ii) la turbomáquina Francis representada por mapas experimentales (W_H, W_B) interpolados mediante triangulación de Delaunay; y (iii) la máquina síncrona clásica de segundo orden (δ – $\Delta\omega$) con potencia–ángulo, más el gobernador hidráulico (droop+PI) con filtros *lead–lag* y *notch*. El acoplamiento fluido–mecánico–eléctrico se cierra a través del par hidráulico, el balance $P_m - P_e$ en la ecuación del movimiento, y la apertura de alabes y dictada por el control.

2.4.1. Modelos hidráulicos: ecuaciones de Saint–Venant

En conducción forzada de sección A , diámetro D y longitud L , el modelo 1D parte de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento en variables (H, Q) (altura piezométrica y caudal):

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} \frac{Q|Q|}{A} = 0, \quad (2.34)$$

donde a es la celeridad acústica efectiva del sistema fluido–tubería. En el código, a se calcula con una forma de Korteweg,

$$a \approx \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K_{\text{bulk}}} + \frac{D}{Ee} \right)}}, \quad (2.35)$$

con K_{bulk} (módulo volumétrico del fluido), E (módulo de Young del tubo) y e (espesor).

Semidiscretización espacial. Se divide la conducción en n celdas de longitud $\Delta x = L/n$, con estados Q_i ($i = 1, \dots, n+1$) en los enlaces y h_j ($j = 1, \dots, n$) en los centros. Aproximando derivadas por cocientes finitos centrados, se obtiene:

$$\dot{Q}_i = -\frac{gA}{\Delta x} (h_i - h_{i-1}) - \frac{\lambda_i}{2DA^2} |Q_i| Q_i, \quad i = 1, \dots, n+1, \quad (2.36)$$

$$\dot{h}_j = -\frac{a^2}{gA} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{\Delta x}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.37)$$

En forma matricial, con las constantes

$$C = \frac{\Delta x g A}{a^2}, \quad L_c = \frac{\Delta x}{g A},$$

las submatrices estructurales del sistema coinciden con las usadas en el código: diferencias hacia adelante/atrás para los acoplamientos $Q \leftrightarrow h$, y un término diagonal no lineal en \dot{Q} por fricción.

Fricción distribuida (Colebrook–White por tramo). El factor de Darcy λ_i se actualiza en cada paso a partir del número de Reynolds local,

$$Re_i = \frac{\rho |Q_i| D}{\mu A}, \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re_i \sqrt{\lambda_i}} \right),$$

con rugosidad ε y viscosidad dinámica μ . Para $Re < 2000$ se impone $\lambda = 64/Re$ y se transiciona suavemente hasta el régimen turbulento (como en `compute_lambda_vec`).

Condiciones de contorno. En el extremo aguas arriba se impone $h_0 = H_{\text{res}}$ (embalse). En el extremo aguas abajo, el salto en turbina se representa mediante el mapa W_H ,

$$H_{\text{turb}} = W_H(y, \theta) H_n \left(q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2 \right), \quad h_n \equiv H_{\text{turb}}, \quad (2.38)$$

donde y es la apertura de alabes, $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/n_{\text{rel}})$, $q_{\text{rel}} = Q/Q_n$, $n_{\text{rel}} = (\omega_m 30/\pi)/N_n$, y H_n, Q_n, N_n son valores nominales. La interpolación $(y, \theta) \mapsto W_H$ se realiza con triangulación de Delaunay y coordenadas baricéntricas sobre una malla (tri, z) .

Salto neto y potencia hidráulica. El salto *neto* se evalúa como

$$H_{\text{eff}} = H_{\text{gross}} - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}} = h_n - \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i \frac{\Delta x}{D} \frac{V_i^2}{2g} - \sum_j K_j \frac{V_j^2}{2g}, \quad (2.39)$$

siendo $V_i = |Q_i|/A$ y K_j los coeficientes singulares (codos, válvulas). La potencia hidráulica disponible es $P_h = \rho g Q H_{\text{eff}}$.

2.4.2. Modelos eléctricos: máquina síncrona (clásica δ - $\Delta\omega$)

El generador se modela con la ecuación del *ángulo de potencia* y la ecuación de oscilación (*swing*) en p.u., coherentes con la implementación:

$$P_e = \frac{|E_q| V_s}{X_d} \sin \delta, \quad (2.40)$$

$$\dot{\delta} = \Delta\omega_e, \quad (2.41)$$

$$\dot{\Delta\omega_e} = \frac{P_m - P_e - D \Delta\omega_e}{M}. \quad (2.42)$$

Aquí V_s es la tensión terminal (p.u.), $|E_q|$ la fem interna (p.u.), X_d la reactancia d (p.u.), δ el ángulo rotor-red, $\Delta\omega_e$ la desviación de velocidad eléctrica, P_m la potencia mecánica en eje (p.u.), D el amortiguamiento y M la constante de inercia equivalente. En el código,

$$H_c = \frac{(J_{\text{rot}} + J_{\text{hyd}}) \Omega_n^2}{2 S_n}, \quad M = \frac{2 H_c S_n}{\Omega_n},$$

con J inercia total, Ω_n velocidad mecánica nominal (rad/s) y S_n la base de potencia. La red se impone como $f_{\text{grid}}(t)$, de manera que $\omega_e = \Delta\omega_e + 2\pi f_{\text{grid}}$.

Pérdidas del generador y potencia neta. A efectos de balance y gráficas, se define un modelo simple de pérdidas en p.u.:

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{const}} + K_w \left(\frac{\omega_m}{\Omega_n} \right)^2 + K_{cu} P_e^2, \quad P_{e,\text{net}} = P_e - P_{\text{loss}}, \quad (2.43)$$

que agrupa pérdidas fijas (hierro/ventilación), dependientes de velocidad y de efecto Joule.

2.4.3. Sistemas de control: gobernador hidráulico droop+PI

Cuando no se impone $y(t)$, la apertura de alabes se genera con un gobernador interno de droop y PI, con filtrado *lead-lag* y *notch* sintonizado a la frecuencia hidroacústica principal $f_0 \simeq a/(2L)$.

Medida y filtrado de frecuencia. Sea $\Delta f = f_{\text{grid}} - f_{\text{nom}}$. Se aplican:

$$\text{Lead: } d_f = \Delta f + T_{\text{lead}} \dot{\Delta f}, \quad (2.44)$$

$$\text{Lag: } \tau_{\text{lag}} \dot{\hat{f}} + \hat{f} = d_f, \quad (2.45)$$

y un *notch* digital centrado en $\omega_0 = 2\pi f_0 \Delta t$,

$$H_{\text{notch}}(z) = \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}}, \quad 0,9 \leq r < 1, \quad (2.46)$$

de donde se obtiene f_{ctrl} como salida filtrada.

Ley de control y limitaciones. El droop mixto combina un término proporcional en frecuencia y un término de potencia:

$$e_f = -\frac{1}{R} \frac{f_{\text{ctrl}}}{f_{\text{nom}}}, \quad e_P = P_{\text{set}} - P_e, \quad (2.47)$$

$$E_{\text{int}}(t + \Delta t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_{\text{leak}}}\right) E_{\text{int}}(t) + \frac{\Delta t}{T_i} (e_f + \kappa e_P), \quad (2.48)$$

$$y_{\text{cmd}} = y_{\text{in}} + K_f e_f + K_p e_P + E_{\text{int}}, \quad (2.49)$$

con anti-*windup* por saturación $[y_{\text{mín}}, y_{\text{máx}}]$ y limitación de velocidad

$$\dot{y} \in [F_{\text{close}}, R_{\text{open}}].$$

Los parámetros $(R, K_f, K_p, T_i, \tau_{\text{leak}}, r, \omega_0)$ se fijan a valores realistas y la frecuencia del *notch* se recalcula en función de a y L .

2.4.4. Acoplamiento hidro-eléctrico y cierre del lazo

El vínculo entre bloques es bidireccional y se actualiza en cada paso:

Mapas de turbina y par. A partir de y y del estado hidromecánico se define el ángulo polar $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/n_{\text{rel}})$ y se interpolan los mapas:

$$H_{\text{turb}} = W_H(y, \theta) H_n (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2), \quad (2.50)$$

$$T = W_B(y, \theta) T_n (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2). \quad (2.51)$$

De aquí, $P_m = \omega_m T$ y $h_n \equiv H_{\text{turb}}$ en la ecuación de línea.

Balance de potencias y dinámica eléctrica. Con (2.40) se obtiene P_e . La ecuación de oscilación (2.42) actualiza $\Delta\omega_e$, y (2.41) actualiza δ . El gobernador ve $f_{\text{grid}}(t)$ y P_e (o $P_{e,\text{net}}$) y corrige y .

Vector de estados y matrices. Ordenando los estados como

$$x = [Q_1, \dots, Q_{n+1}, h_1, \dots, h_n, \Delta\omega_e, \delta]^\top,$$

el sistema se escribe como $\dot{x} = A(x)x + Bu(x)$, donde $A(x)$ contiene las dependencias no lineales de fricción y los acoplamientos $Q \leftrightarrow h$; Bu introduce las condiciones de contorno ($H_{\text{res}}, H_{\text{turb}}$) y el término $(P_m - P_e)/M$ en $\Delta\omega_e$. En el código, el amortiguamiento D entra como un término diagonal adicional en A .

Integración numérica. Se usa un esquema explícito de Taylor de cuarto orden en tiempo, re-evaluando $A(x)$ y $u(x)$ cada paso:

$$x_{k+1} \approx \left(I + \Delta t A + \frac{\Delta t^2}{2} A^2 + \frac{\Delta t^3}{6} A^3 + \frac{\Delta t^4}{24} A^4 \right) x_k + \left(\Delta t I + \frac{\Delta t^2}{2} A + \frac{\Delta t^3}{6} A^2 + \frac{\Delta t^4}{24} A^3 \right) B u_k,$$

con normalización periódica de δ (envolvente $-\pi, \pi$). Este integrador es eficiente y suficiente para los horizontes y dt usados, dado que el modo hidrodinámico principal está atenuado por control (*notch* y *lead-lag*).

Balances y rendimientos. Para diagnóstico y gráficas se computan, en cada t_k ,

$$P_h = \rho g Q H_{\text{eff}}, \quad \eta_{\text{turb}} = \frac{P_m}{\text{máx}(P_h, \varepsilon)}, \quad (2.52)$$

$$P_{e,\text{net}} = P_e - P_{\text{loss}}, \quad \eta_{\text{global}} = \frac{P_{e,\text{net}}}{\text{máx}(P_h, \varepsilon)}, \quad (2.53)$$

junto con promedios en ventana de estado estacionario y métricas de fricción ($\lambda_{\text{mean}}, \lambda_{\text{mín}}, \lambda_{\text{máx}}$). El *head* bruto y neto se informan como $H_{\text{gross}}, H_{\text{eff}}$, y las pérdidas $h_{\text{dist}}, h_{\text{minor}}$.

El esquema anterior reproduce fielmente la estructura del código MATLAB: la línea de presión con (C, L_c) derivados de a , el cálculo por tramo de λ con Colebrook–White, los mapas Francis por Delaunay, la SM clásica δ – $\Delta\omega$ con potencia–ángulo, y el gobernador con filtros y límites físicos. Este encaje permite explorar de forma transparente la sensibilidad a (ρ, μ) manteniendo fija la geometría de la central.

2.5. Revisión bibliográfica sobre fluidos alternativos

El uso de fluidos distintos al agua dulce en turbomáquinas hidráulicas se ha explorado históricamente por tres vías: (i) estudios experimentales a escala de laboratorio con mezclas acuosas para modificar densidad y viscosidad, (ii) aplicaciones reales en entornos marinos donde el fluido de trabajo es agua de mar o salmueras asociadas, y (iii) dispositivos de recuperación energética en redes presurizadas (incluida desalación) que operan con agua de mar o salmuera. En la literatura académica, el interés principal ha sido analizar cómo cambios en ρ y μ alteran el par, las pérdidas por fricción y la dinámica hidroacústica; en la práctica industrial, los condicionantes materiales, ambientales y de mantenimiento han limitado el abanico de fluidos viables.

En esta sección se sintetiza lo más relevante para el caso de estudio de este TFG: una central tipo Francis en la que se propone, a nivel de simulación, sustituir agua por una salmuera de NaCl con $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$. Se recogen experiencias previas (§2.5.1), aplicaciones industriales afines (§2.5.2) y las principales lagunas de conocimiento aún abiertas (§2.5.3).

2.5.1. Experiencias previas con fluidos densos

En bancos de ensayo y pilotos de laboratorio es frecuente emplear **mezclas agua–glicerina** y **soluciones salinas** (NaCl, MgSO₄, CaCl₂) para ajustar ρ y μ de forma controlada sin modificar la geometría de la turbomáquina. Estas campañas permiten desacoplar efectos: aumentar ρ a igual μ , o aumentar μ a igual ρ , dentro de márgenes prácticos.

Tendencias comunes observadas. Aunque los resultados varían según la máquina, aparecen patrones repetidos:

- **Par y potencia mecánica.** A igualdad de Q y H , la potencia hidráulica $P_h = \rho gQH$ crece linealmente con ρ . En condiciones cuasiestacionarias, esto se traduce en aumentos de par sobre el eje para aperturas y velocidades relativas comparables.
- **Pérdidas por fricción.** El incremento de ρ y los cambios de μ desplazan el número de Reynolds $Re = \rho VD/\mu$. En penstocks reales (turbulento plenamente rugoso), la λ de Darcy apenas varía con Re , pero con salmueras moderadamente viscosas (μ ligeramente superior al agua) las

pérdidas distribuidas aumentan por el impacto combinado en V y en el régimen local.

- **Celeridad acústica y transitorios.** La velocidad de onda efectiva desciende cuando la contribución compresible del fluido domina, lo que alarga tiempos característicos ($T \sim 4L/a$) y desplaza a la baja la frecuencia del modo principal $f_0 \simeq a/(2L)$. Esto afecta a sintonías de control y a la localización de *notch* en reguladores.
- **Eficiencia hidráulica.** Los mapas de rendimiento de Francis muestran ligeras penalizaciones fuera del entorno de diseño cuando cambian ρ, μ , asociadas a incidencia y pérdidas secundarias. Para incrementos moderados de densidad (p.ej., $1000 \rightarrow 1200 \text{ kg/m}^3$) y viscosidad en el orden de mPa·s, las variaciones típicas de η_{turb} reportadas son del orden de pocos puntos porcentuales si la máquina opera cerca del BEP.

Fluidos representativos y rangos.

- *Salmueras NaCl.* Para concentraciones cercanas a saturación a temperatura ambiente, $\rho \approx 1150\text{--}1200 \text{ kg/m}^3$ y $\mu \approx 1,5\text{--}2,0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Son mezclas baratas y con propiedades bien tabuladas; su compatibilidad material depende de la resistencia a cloruros.
- *Agua-glicerina.* Permiten elevar ρ pero, sobre todo, μ (de décimas a varias Pa·s), por lo que se emplean más para estudiar efectos viscosos que para simular escenarios realistas de central.

En síntesis, la bibliografía respalda que **una salmuera de NaCl** es un candidato realista para explorar, en simulación, el efecto de mayor densidad sin alterar el diseño hidráulico de la central, manteniendo μ dentro de un orden de magnitud comparable al agua.

2.5.2. Aplicaciones industriales existentes

No existe un despliegue extendido de centrales hidroeléctricas fluviales que operen con fluidos no acuosos. Las **aplicaciones reales** más cercanas al planteamiento de este TFG pertenecen a tres familias:

(a) **Hidráulica con agua de mar.** Se han construido proyectos de *almacenamiento por bombeo con agua de mar* y existen aplicaciones de *micro-hidráulica marina* (p.ej., recuperación de energía en conducciones costeras). Aunque el incremento de densidad del agua de mar respecto al agua dulce

es modesto ($\rho \approx 1025 \text{ kg/m}^3$), estos casos son relevantes porque ponen de relieve:

- *Compatibilidad de materiales.* Uso de aceros inoxidables dúplex/superdúplex, recubrimientos y ánodos de sacrificio para gestionar corrosión por cloruros.
- *Sellos y cojinetes.* Ajustes de estanqueidad y lubricación por mayores cargas y ambiente salino.
- *Operación y mantenimiento.* Enfoque en bioincrustación, incrustaciones salinas y protocolos de lavado.

(b) Recuperación energética en desalación y redes. En plantas de *ósmosis inversa* y redes de distribución, se emplean turbinas o *pressure exchangers* para recuperar energía de agua de mar o salmuera. La hidráulica de estos equipos confirma la validez de modelos con ρ y μ de fluidos salinos para predecir potencia y pérdidas. Aunque las potencias unitarias son menores que en grandes Francis, muestran que:

- El aumento de ρ eleva el potencial de recuperación a caudal y salto dados.
- La dinámica transitoria debe reconsiderarse (válvulas, *ramp rates*, anti-golpe) con las nuevas celeridades.

(c) Hidráulica industrial no eléctrica. En procesos industriales circulan salmueras/lejías a alta presión mediante *bombas* y, en menor medida, microturbinas para servicios auxiliares. Aunque no son centrales eléctricas, su experiencia material (cloruros, desgaste, cavitación) es transferible al diseño de una hipotética *hidráulica densa*.

Qué no hay. No hay evidencia de uso de *hidrocarburos* u otros *fluidos orgánicos pesados* como *fluido de trabajo* en turbinas tipo Francis de generación eléctrica en entorno fluvial; cuando se usan hidrocarburos para generar potencia, es mediante turbinas/expansores específicos (no hidráulicos) en la industria de procesos, un contexto distinto.

2.5.3. Gaps de conocimiento e implicaciones para este TFG

Pese a los avances, quedan cuestiones abiertas que justifican el enfoque de simulación empleado:

G1. Rango de densidad e impacto integral. Más allá de $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$, faltan estudios sistemáticos en turbinas Francis *a escala de central*. La extrapolación a densidades mucho mayores tropieza con:

- crecimiento de cargas en rodamientos/sellos y ejes,
- penalización de pérdidas por fricción en conducciones largas,
- desplazamiento notable de a y, con ello, de $f_0 \simeq a/(2L)$, que obliga a re-sintonizar control.

G2. Cavitación y gases disueltos. La *cavitación* depende del *NPSH* disponible y de las propiedades termofísicas del fluido. Las salmueras modifican tensión de vapor y solubilidad de gases, alterando la aparición y la firma espectral de cavidades. Los mapas (W_H, W_B) típicos se obtienen con agua; su validez bajo fluidos salinos densos requiere contrastes experimentales si se busca predicción exacta de η lejos del BEP. Para un estudio comparativo como éste, mantener los mapas y variar ρ, μ es una aproximación conservadora y transparente.

G3. Correlaciones de fricción y rugosidad efectiva. La Colebrook–White se basa en Re y ε/D . Para salmueras de NaCl en régimen turbulento en acero al carbono (rugosidad típica 10^{-5} – 10^{-4} m), su uso sigue siendo apropiado. Persisten, no obstante, dos cuestiones: (i) el papel de la *incrustación* en ε a medio plazo, y (ii) la sensibilidad del amortiguamiento transitorio a pequeñas variaciones de λ .

G4. Sintonía del gobernador con ρ variable. Cambiar ρ cambia a y, por tanto, la frecuencia del modo hidroacústico principal. En reguladores con filtro *notch* se debe recalculan ω_0 y revisar R, K_p, T_i para evitar excitar o *mal atenuar* el nuevo modo. Este TFG lo resuelve recalculando $f_0 = a/(2L)$ en cada escenario y manteniendo una estructura de control fija con limitadores físicos.

G5. Materiales y medio ambiente. El uso sostenido de salmueras en grandes conducciones exige evaluar: selección de materiales resistentes a cloruros (p. ej., dúplex/superdúplex), *galvanic design*, recubrimientos, y, sobre todo, *gestión de fugas* (impacto ambiental). Estas dimensiones superan el alcance de un estudio de dinámica y justifican tratarlas como hipótesis de ingeniería (sin modificar la central en el modelo).

Implicaciones prácticas para el modelo de este TFG.

- **Parámetros a variar.** La sustitución de agua por salmuera se modela cambiando ρ , μ y, si procede, K_{bulk} en (2.35). La geometría y mapas (W_H , W_B) se conservan, de forma que toda diferencia proviene del fluido y la hidráulica de línea.
- **Ondas y control.** La notación $f_0 = a/(2L)$ se recalcula por escenario y ajusta el *notch*. El resto de ganancias permanece para comparar *peras con peras*.
- **Lectura de resultados.** Al aumentar ρ hasta $\sim 1200 \text{ kg/m}^3$ (salmueras NaCl), se espera: $P_h \uparrow$, $T \uparrow$, ligeros cambios en η_{turb} por pérdidas y en η_{global} por pérdidas del generador (que dependen de P_e y de ω), y un desplazamiento de la banda de resonancia hidroacústica que explica la diferente respuesta transitoria.

En conjunto, la bibliografía y la práctica industrial apoyan que **la salmuera de NaCl** es un candidato razonable para estudiar, en simulación, los efectos de un fluido más denso sin rediseñar la central. El enfoque seguido en este trabajo—conservando mapas de turbina, geometría y control, y variando únicamente las propiedades del fluido y la celeridad asociada—ofrece una base transparente para comparar escenarios y cuantificar impactos técnicos con un buen compromiso entre realismo y complejidad.

Capítulo 3

Descripción del modelo desarrollado

Este capítulo describe el modelo matemático y computacional implementado para simular una central hidroeléctrica tipo Francis con posibilidad de variar la densidad del fluido de trabajo. El desarrollo se ha realizado en MATLAB, estructurado en tres scripts principales: `parametros.m` (definición del caso base), `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` (modelo acoplado hidro-máquina síncrona con gobernador, fricción de Colebrook-White y métricas de potencia/rendimiento) y `run_hpp_master.m` (orquestador, lanzamiento de simulaciones y postproceso). El objetivo es alcanzar un equilibrio entre fidelidad física y eficiencia computacional para poder ejecutar barridos paramétricos en ρ y μ sin modificar la geometría de la planta.

3.1. Objetivos y especificación del modelo

El modelo busca cuantificar cómo cambia el comportamiento de una central tipo Francis cuando el fluido de trabajo tiene una densidad diferente al agua dulce, manteniendo constante la instalación (misma geometría, mismos mapas (W_H, W_B) y mismo lazo de control). El alcance incluye: (i) régimen estacionario y transitorio de la tubería forzada (penstock) con pérdidas distribuidas y cálculo de celeridad efectiva, (ii) acoplamiento con una máquina síncrona mediante ecuación del movimiento (swing) y un gobernador con *droop*, filtros lead-lag y *notch* centrado en el modo hidroacústico principal, (iii) cálculo coherente de potencias hidráulica, mecánica y eléctrica (air-gap y neta tras pérdidas del generador) y (iv) métricas de rendimiento η_{turb} y η_{global} .

El nivel de fidelidad está alineado con un modelo 1D de *línea de presión*

discretizada en n tramos con estados $[Q_{1..n+1}, h_{1..n}]$, fricción dependiente de Re (Colebrook–White) y celeridad a que incorpora compresibilidad del fluido y elasticidad de la pared. La sincronización eléctrica se modela con un generador equivalente (potencia eléctrica P_e por ángulo δ) y pérdidas del generador P_{loss} dependientes de velocidad y carga, coherentes con el post-proceso que ya imprime el código. La integración temporal se realiza con un esquema de **Taylor de cuarto orden**, tal como implementado en el script.

3.1.1. Requisitos funcionales del sistema

El simulador debe:

1. Ejecutar escenarios con diferentes ρ y μ sin cambiar la geometría ni los mapas de turbina, cargando todos los parámetros desde `parametros.m`.
2. Calcular la celeridad a a partir de ρ , K_{bulk} y rigidez de la pared (E, e, D), con retroceso a a nominal si faltan campos.
3. Evaluar λ de Darcy–Weisbach *por tramo* mediante Colebrook–White con transición suave laminar/turbulento y actualizar las pérdidas distribuidas y el amortiguamiento dinámico.
4. Interpolar (W_H, W_B) con *triangulación de Delaunay* en el plano (y, θ) , donde $\theta = \arctan\left(\frac{Q/Q_n}{N/N_n}\right)$, para obtener cabeza y par adimensionales.
5. Resolver el acoplamiento hidro–eléctrico: actualizar $\Delta\omega$ con el balance $M \dot{\Delta\omega} = P_m - P_e - D \Delta\omega$ y normalizar el ángulo δ .
6. Aplicar el gobernador interno con *droop*, *lead–lag* y filtro *notch* centrado en $f_0 \simeq a/(2L)$; respetar límites y *rate* de la apertura y y aplicar *anti-windup*.
7. Postprocesar $P_h = \rho g H Q$, $P_m = \omega_m T$, P_e (air-gap), pérdidas P_{loss} y $P_{e,\text{net}} = P_e - P_{\text{loss}}$; calcular η_{turb} y η_{global} .
8. Emitir comprobaciones de consistencia (nominal check, λ media/mín/máx, cabeza bruta/neta, KPIs de régimen cuasiestacionario).

3.1.2. Parámetros de diseño de la planta de referencia

Los parámetros se agrupan en la estructura `cfg` creada por `parametros.m`. La Tabla 3.1 resume los campos mínimos utilizados por el modelo (*clave*: si un campo no está, el código usa un valor por defecto explícito para preservar compatibilidad).

Cuadro 3.1: Parámetros de referencia del modelo hidroeléctrico con comparación entre el caso base (agua) y el escenario con salmuera (NaCl). Los parámetros iguales en ambos casos se muestran repetidos para claridad. Las filas marcadas con [†] son resultados de simulación (no entradas del modelo).

Bloque	Parámetro	Agua (base)	Salmuera (NaCl)
Base	Potencia nominal S_n [MVA]	250	250
	Tensión nominal V [kV]	15	15
	Frecuencia f [Hz]	50	50
Físicas	Gravedad g [m/s ²]	9.81	9.81
	Densidad ρ [kg/m³]	1000	1200
	Viscosidad μ [Pa·s]	0.0010	0.0018
	Módulo volumétrico K_{bulk} [Pa]	$2,2 \times 10^9$	$2,2 \times 10^9$
Conducto (penstock)	Longitud L [m]	1100	1100
	Diámetro D [m]	5.0	5.0
	Sección A_{ref} [m ²]	$\pi(D/2)^2$	$\pi(D/2)^2$
	Rugosidad ε [m]	$4,5 \times 10^{-5}$	$4,5 \times 10^{-5}$
	Mód. Young E_{young} [Pa]	$2,0 \times 10^{11}$	$2,0 \times 10^{11}$
	Espesor e [m]	0.02	0.02
	Celeridad nominal a (input) [m/s]	1000	1000
	Celeridad efectiva $a_{\text{final}}^{\dagger}$ [m/s]	765.9	710.7
	$\lambda_{\text{med}}^{\dagger}$ (Darcy) [-]	0.00852	0.00874
Turbina Francis	Salto nominal H_n [m]	300	300
	Caudal nominal Q_n [m ³ /s]	85	85
	Par nominal T_n [N·m]	$6,0 \times 10^6$	$6,0 \times 10^6$
	Velocidad nominal N_n [rpm]	375	375
	Ω_n [rad/s]	$N_n\pi/30$	$N_n\pi/30$
	Inercia hidráulica J_{hyd} [kg·m ²]	$8,4 \times 10^3$	$8,4 \times 10^3$
	Diám. rodete D_{ref} [m]	3.44	3.44
Generador síncrono	Pares de polos P_p [-]	8	8
	Inercia rotor J_{rotor} [kg·m ²]	$1,7 \times 10^5$	$1,7 \times 10^5$
	Reactancia X_d [p.u.]	1.0	1.0
Pérdidas generador	P_{const} [p.u. sobre S_n]	0.006	0.006
	K_w [-]	0.004	0.004
	K_{cu} [-]	0.025	0.025
Simulación	Tramos n [-]	20	20
	Horizonte T [s]	30	30
	Paso Δt [s]	0.01	0.01

Notas: $a_{\text{final}}^{\dagger}$ se obtiene del cálculo hidro-elástico usando ρ , K_{bulk} , E_{young} , e y D ; $\lambda_{\text{med}}^{\dagger}$ es el promedio del factor de fricción Darcy-Weisbach estimado por Colebrook-White en régimen estacionario de la simulación. Los demás parámetros son idempotentes entre

3.1.3. Variables de entrada y salida del modelo

Entradas principales. El lanzador `run_hpp_master.m` construye `cfg`, define `freq_SM(t)` (si aplica) y llama a:

```
[Pel, torque, X, GV, f_m]=getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed(cfg, triFile, Y, n, dt, T, Eq0, Vs, x0, Pel0, freq_SM, plotting).
```

Los argumentos relevantes son: n, dt, T (normalmente `cfg.sim.*`), E_{q0} y V_s en p.u., estado inicial x_0 opcional, Y (vacío para gobernador interno), y la trayectoria de frecuencia de red `freq_SM` (si se suministra).

Estados y salidas. El vector de estados $X \in R^{2n+3}$ apila:

$$X = [Q_1, \dots, Q_{n+1}, h_1, \dots, h_n, \Delta\omega_{el}, \delta]^T.$$

Las salidas son:

- `Pel(t)`: potencia eléctrica (air-gap) en p.u. sobre S_n .
- `torque(t)`: par hidráulico [N m] obtenido de W_B y θ .
- `GV(t)`: apertura de álabes [0,1, 1] (gobernador interno o trayectoria impuesta).
- `f_m(t)`: frecuencia eléctrica de la máquina [Hz].
- Además, en el postproceso se calculan $P_h = \rho g H Q$, $P_m = \omega_m T$, $P_{e,neta} = P_e - P_{loss}$, y rendimientos $\eta_{turb} = P_m/P_h$ y $\eta_{global} = P_{e,neta}/P_h$.

Magnitudes intermedias relevantes.

- $\theta = \arctan\left(\frac{Q/Q_n}{N/N_n}\right)$, usada para interpolar en los mapas (W_H, W_B) vía triangulación de Delaunay en el plano (y, θ) .
- a recalculada con ρ, K_{bulk} y (E, e, D) , y λ por tramo con Colebrook-White (transición suave en Re).
- Centro del *notch* $f_0 \approx a/(2L)$, actualizado según el escenario, con radio r de atenuación.

Con estas definiciones, el capítulo continúa en la Sección 3.2 detallando la arquitectura del sistema de simulación y el flujo de información entre módulos.

3.2. Arquitectura general del sistema de simulación

La implementación se ha estructurado en tres artefactos principales que separan claramente *configuración*, *dinámica* y *experimentos*: (i) `parametros.m` define la planta de referencia y los escenarios; (ii) `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` integra el modelo acoplado hidro-máquina síncrona con gobernador y postproceso; y (iii) `run_hpp_master.m` actúa como orquestador, prepara las entradas, ejecuta la simulación y guarda/visualiza los resultados. Esta separación permite reproducibilidad (un único punto de verdad para parámetros), extensibilidad (sustitución del integrador o del regulador sin tocar el resto) y trazabilidad (registros de consola y ficheros de salida consistentes).

3.2.1. Estructura modular del código MATLAB

`parametros.m` (**configuración**). Crea y devuelve la estructura `cfg` con los campos mínimos: `base`, `phys`, `pen`, `turb`, `elec`, `gen` y `sim`. En particular:

- Define constantes físicas (g , ρ , μ , K_{bulk}) y, si se desea, la celeridad nominal a como *respaldo* cuando falten E , e (cálculo agua-tubería).
- Fija la geometría hidráulica (longitud L , diámetro D , sección A , rugosidad ε), así como los nominales de la turbina Francis y del generador (H_n , Q_n , T_n , N_n , Ω_n , pares de polos, inercias).
- Establece los coeficientes de pérdidas del generador en p.u. (`Pconst_pu`, `Kw`, `Kcu`) para estimar $P_{e,\text{net}}$ en el postproceso.
- Agrupa los parámetros de simulación: número de tramos n , horizonte T y paso temporal dt .

Regla de oro: `parametros.m` no ejecuta simulación; sólo define `cfg`. Cualquier cambio de escenario (p.ej., variar ρ de 1000 a 1200 kg/m³) se hace aquí para garantizar reproducibilidad.

`getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` (**núcleo dinámico**). Recibe `cfg`, los mapas de turbina en `triFile` (por defecto `DelaunayTriang.mat`) y, opcionalmente, una serie `freq_SM(t)`. Internamente:

1. **Carga de mapas y dominio**: abre `triFile` y admite dos formatos equivalentes: (a) triangulación ya creada `tri`, `z` (para W_H) y `tri1`, `z1`

- (para W_B); o (b) WhTri y WbTri como nubes (y, θ, W) , generando la triangulación *on the fly*.
2. **Preprocesado físico:** calcula a desde $(\rho, K_{\text{bulk}}, E, e, D)$ si están todos los campos; en caso contrario usa `cfg.pen.a`. Inicializa estados $X = [Q_{1..n+1}, h_{1..n}, \Delta\omega_{\text{el}}, \delta]$.
 3. **Fricción por tramo:** en cada paso computa $Re_i = \rho D |V_i| / \mu$ y evalúa λ_i con Colebrook–White (inicial Haaland + iteración), con transición suave laminar/turbulento. Esto alimenta R_f y la disipación.
 4. **Interpolación de mapas:** construye $\theta = \arctan((Q/Q_n)/(N/N_n))$, recorta (y, θ) al dominio de la malla e interpola W_H y W_B por coordenadas baricéntricas.
 5. **Acoplamiento hidro–eléctrico y control:** integra el sistema linealizado de la línea de presión + ecuación del movimiento con amortiguamiento D , y aplica el gobernador interno (droop, lead–lag y *notch* centrado en $f_0 \approx a/(2L)$, con rate limit y saturaciones). Anti-*windup* explícito sobre el integrador.
 6. **Potencias y rendimientos:** evalúa $P_h = \rho g H Q$, $P_m = \omega_m T$, P_e (air-gap), pérdidas P_{loss} y $P_{e,\text{neta}} = P_e - P_{\text{loss}}$; calcula η_{turb} y η_{global} y emite *KPIs* de cuasi-estacionario.
 7. **Salidas y gráficos:** devuelve `Pe1`, torque, X , `GV`, `freq_machine` y, si `plotting=true`, genera figuras con series principales y panel específico de *energías, rendimientos y pérdidas*.

`run_hpp_master.m` (**orquestador**). Carga `cfg` (llamando a `parametros.m`), define `freq_SM(t)` si procede, ajusta parámetros de simulación (p.ej., barrido de ρ), invoca el núcleo dinámico y guarda resultados en `results_hpp_master.mat`. Además:

- Gestiona el *seed* de gráficos y el *flag plotting*.
- Imprime el bloque de comprobaciones que el núcleo ofrece: `[Nominal check]`, `[Gov]`, `[Hydro]`, `[Friccion]`, `[Head]`, `[SS]` y `[KPIs]`.
- Puede encapsular *batches* (p.ej., diferentes ρ y μ), serializando cada corrida con sufijos en el nombre del `.mat`.

3.2.2. Flujo de datos entre módulos

El flujo es unidireccional *configuración* \rightarrow *cálculo* \rightarrow *resultados*, evitando dependencias circulares:

1. Inicialización (`run_hpp_master.m`):

- `cfg` \leftarrow `parametros()`.
- `triFile` \leftarrow ruta a `DelaunayTriang.mat` (por defecto en el directorio de trabajo).
- `freq_SM`: trayectoria de frecuencia de red (constante nominal o perfil impuesto).
- `Y`: vacío (`[]`) para usar el gobernador interno; escalar o vector si se desea *bypass*.

2. Ejecución (`getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m`):

- Lee `cfg.*` y, si faltan campos, activa *defaults* explícitos (p.ej., $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$).
- Abre `triFile` y construye/valida el dominio (y, θ) . Si el punto solicitado cae fuera, recorta a la frontera segura.
- En cada paso t_k : actualiza a , λ_i , R_f , interpola W_H, W_B , evalúa P_m, P_e , integra estados y almacena series.

3. Postproceso (`run_hpp_master.m`):

- Recoge `{Pe1, torque, X, GV, freq_machine}`, guarda `.mat` con `cfg`, y exporta figuras si `plotting=true`.
- Opcional: calcula métricas agregadas (medias en ventana final) y genera tabla/console con *KPIs*.

Convenciones de datos.

- Todas las potencias reportadas en p.u. se refieren a `cfg.base.Sn`. Los valores en W se obtienen multiplicando por S_n .
- El vector de estados se indexa como $[Q_{1..n+1}, h_{1..n}, \Delta\omega_{el}, \delta]$; los índices $(n+1)$ y $(2n+1)$ se utilizan para calcular Q y H en turbina.
- Las funciones de interpolación (`pointLocation` y baricéntricas) asumen que (y, θ) han sido *clipeados* al dominio de la triangulación para evitar extrapolación incontrolada.

3.2.3. Interfaces de usuario y visualización

Interfaz mínima de ejecución. El usuario edita `parametros.m` (p.ej., ρ, μ), verifica la ruta de `triFile` si es distinta del defecto y ejecuta `run_hpp_master.m`. No es necesario modificar el núcleo. Las entradas opcionales (`Y` o `freq_SM`) están expuestas en el `runner` para lanzar escenarios especiales (trayectoria GV impuesta o eventos de red).

Mensajes de consola (sanity checks). Durante la ejecución se imprimen bloques de verificación:

- [Nominal check]: coherencia de mapas en $y = 1, q = 1, n = 1$.
- [Gov]: parámetros del *notch* (f_0, r) y celeridad a efectiva.
- [Hydro] y [Friccion]: $\rho, \mu, \varepsilon, D, \lambda$ media y extremo.
- [Head]: cabeza bruta/neta y desglose de pérdidas distribuidas y singulares.
- [SS] y [KPIs]: medias en ventana final de $P_h, P_m, P_e, P_{e,neta}, \eta, Q, H, GV$.

Figuras y resultados. Si `plotting=true`, el núcleo genera:

1. *Panel principal*: q y h en p.u., f_m frente a f_{red} , GV , par en p.u. y P_e en p.u.
2. *Energías y rendimientos*: $P_h, P_m, P_e, P_{e,neta}$ (p.u.), $\eta_{turb}, \eta_{global}, P_{loss}$ y el balance $P_m - P_e$.

El `.mat results_hpp_master.mat` incluye `cfg`, series temporales y *flags* de caso para facilitar el postproceso externo.

Buenas prácticas de uso.

- **Escenarios**: cambie sólo `parametros.m`; documente el caso en el nombre del `.mat` si hace barridos.
- **Estabilidad**: compruebe el número de Courant efectivo $a dt/dx$ y reduzca `dt` si aparecen oscilaciones numéricas.
- **Mapas**: asegúrese de que (y, θ) visitan zonas *cubiertas* por la triangulación; evite extrapolaciones.

Con esta arquitectura, el modelo queda desacoplado en capas claras (parámetros, dinámica, experimento), lo que facilita la trazabilidad de resultados, la comparación entre fluidos (ρ, μ) y la futura extensión del código (p.ej., sustitución del gobernador o del integrador) sin romper compatibilidad con los scripts existentes.

3.3. Análisis detallado de los módulos MATLAB

Esta sección describe con precisión las responsabilidades, interfaces y decisiones de diseño de los *tres* ficheros que componen el proyecto: `parametros.m`, `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` (en adelante, `hydrogen`) y `run_hpp_master.m`. El objetivo es que el lector pueda (i) conocer qué define cada script, (ii) entender qué información intercambian y (iii) reproducir o extender la simulación sin ambigüedades.

3.3.1. `parametros.m`: configuración de planta y simulación

Rol. Genera una estructura `cfg` con los parámetros físicos, geométricos y eléctricos de la central, además de los ajustes de simulación (malla, paso temporal y horizonte). Este fichero *no* ejecuta dinámica: sólo define constantes coherentes con la planta de referencia y con los mapas de turbina.

Estructura. La salida es un `struct` jerárquico con los siguientes campos (mínimos recomendados):

- `cfg.base`: $\{S_n, V, f, \omega = 2\pi f, I, Z\}$ para bases p.u.
- `cfg.phys`: $\{g, \rho, \mu, K_{\text{bulk}}\}$. ρ, μ pueden variarse por escenario (agua, salmuera, ...).
- `cfg.pen`: $\{L, D, A_{\text{ref}} = \pi(D/2)^2, \varepsilon, E_{\text{young}}, e\}$ y, opcionalmente, a . Si no se fija a , `hydrogen` lo calcula con el acoplamiento fluido-tubería:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K_{\text{bulk}}} + \frac{D}{E_{\text{young}} e} \right)}}.$$

- `cfg.turb`: $\{H_r, H_n, Q_n, T_n, N_n, \Omega_n, J_{\text{hyd}}, D_{\text{ref}}, A_{\text{mean}}, P_n\}$.
- `cfg.elec`: $\{P_p, J_{\text{rotor}}\}$.

- `cfg.gen`: pérdidas del generador en p.u. sobre S_n : $\{P_{\text{const}}, K_w, K_{cu}\}$.
- `cfg.sim`: $\{n, T, dt\}$ y derivados $\Delta x = L/n$.
- `cfg.Xd`: reactancia X_d en p.u. (para P_e en el acoplamiento simple).

Consistencia mínima verificada. Dimensiones positivas ($L, D, e > 0$), bases eléctricas no nulas, y rangos físicos razonables para $\rho, \mu, K_{\text{bulk}}, E_{\text{young}}$. En `hydrogen` existen *valores por defecto* de seguridad, pero para trazabilidad se recomienda definirlos explícitamente aquí.

Qué *no* hace. No asigna perfiles de frecuencia de red, estados iniciales ni mapas de turbina; esos elementos se gestionan desde `run_hpp_master.m` y se consumen en `hydrogen`.

3.3.2. `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` (`hydrogen`): modelo acoplado hidro–SM–governor

Firma y propósito.

$[P_{el}, T_{\text{hyd}}, X, y, f_m] = \text{hydrogen}(\text{cfg}, \text{triFile}, Y, n, dt, T, E_q^0, V_s, x_0, P_{el}^0, f_{\text{SM}}, \text{plotting})$.

Integra en tiempo el sistema acoplado: conducción presurizada discretizada 1D + turbina (mapas W_H, W_B vía Delaunay) + swing/electromecánica simplificada + governor con droop/PI/*lead-lag/notch*. Calcula potencias hidráulicas y eléctricas y estima rendimientos, incluyendo pérdidas del generador.

Estados y entradas. Estados $x \in R^{2n+3}$:

$$x = [Q_1, \dots, Q_{n+1}, h_1, \dots, h_n, \Delta\omega_{el}, \delta]^\top.$$

Entradas y parámetros *en línea*:

- ρ, μ, a, g, L, D, A de `cfg`.
- Señal de apertura y (desde governor interno o trayectoria Y).
- Perfil de red $f_{\text{SM}}(t)$ y bases eléctricas (E_q^0, V_s, X_d).

Hidráulica 1D y fricción. En cada paso se computan velocidades $V_i = |Q_i|/A$, Reynolds $Re_i = \rho D V_i / \mu$ y el factor de fricción λ_i (transición laminar-turbulento y Colebrook-White iterativo). Las pérdidas distribuidas y singulares conducen a la *carga neta*:

$$h_{\text{dist}} = \sum_i \lambda_i \frac{\Delta x}{D} \frac{V_i^2}{2g}, \quad h_{\text{minor}} = \sum_i K_i \frac{V_i^2}{2g}, \quad H_{\text{net}} = \text{máx}\{H - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}, 0\}.$$

Las ecuaciones linealizadas por tramos originan matrices A, B dependientes de $\lambda(Q)$ y se integran con expansión de Taylor de orden 4 (véase §3.4).

Turbina: mapas W_H, W_B e interpolación. El par y la altura en el rodete se obtienen de mapas en coordenadas (y, θ) con $\theta = \arctan\left(\frac{Q/Q_n}{n_{\text{rel}}}\right)$, $n_{\text{rel}} = ((\omega_e/P_p) 30/\pi)/N_n$. La triangulación de Delaunay y las coordenadas baricéntricas proporcionan $W_H(y, \theta)$ y $W_B(y, \theta)$ y, con ello:

$$H_t = W_H H_n (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2), \quad T_{\text{hyd}} = W_B T_n (q_{\text{rel}}^2 + n_{\text{rel}}^2).$$

Nota: El código recorta (y, θ) al dominio del mapa para evitar extrapolación no física.

Acoplamiento electromecánico y potencia. El par mecánico T_{hyd} alimenta el eje; la potencia eléctrica del entrehierro se aproxima por el modelo de barra única:

$$P_e = \frac{|E_q| V_s}{X_d} \sin \delta, \quad P_m = \omega_m T_{\text{hyd}}, \quad \Delta \omega_{el} = \frac{P_m - P_e - D_\omega \Delta \omega_{el}}{M}.$$

La potencia hidráulica disponible y los rendimientos se calculan como:

$$P_h = \rho g H_{\text{eff}} Q, \quad \eta_{\text{turb}} = \frac{P_m}{P_h}, \quad P_{\text{loss,gen}} = P_{\text{const}} + K_w \left(\frac{\omega_m}{\Omega_n}\right)^2 + K_{cu} P_e^2, \quad P_{e,\text{neta}} = P_e - P_{\text{loss,gen}},$$

$$\eta_{\text{global}} = \frac{P_{e,\text{neta}}}{P_h}.$$

Por defecto se usa $H_{\text{eff}} = H_{\text{net}}$ (activado), quedando disponible el retorno a $H_{\text{eff}} = H$ si se desea reproducir el esquema previo.

Governor interno. Incluye droop ($R \sim 5\%$), banda muerta (± 10 mHz), bloque *lead-lag* y filtro *notch* sintonizado con $f_0 \simeq a/(2L)$. La ley de control combina error de frecuencia y de potencia con PI con fuga y anti-*windup*, más limitadores de velocidad y saturación de apertura $y \in [y_{\text{mín}}, y_{\text{máx}}]$.

Integración y saneado. Cada paso: (i) actualización de λ_i y A, B ; (ii) paso Taylor-4; (iii) normalización de δ por envoltura; (iv) recortes físicos en H, Q .

Salidas.

- $P_{el}(t)$ (p.u.), $T_{hyd}(t)$ (N·m), $X(t)$ (estados), $y(t)$ (apertura), $f_m(t)$ (Hz).
- Series auxiliares ($P_h, P_m, P_{e,neta}, \eta_{turb}, \eta_{global}, \lambda_{med}$) y resúmenes en régimen cuasi-estacionario (últimos 5 s).
- Gráficas: caudal/carga, frecuencia máquina vs red, apertura, par, potencias (hidráulica, mecánica, eléctrica, neta), rendimientos y pérdidas del generador.

3.3.3. run_hpp_master.m: orquestación de escenarios y post-proceso

Rol. Script de alto nivel que: (i) construye `cfg` invocando `parametros.m`, (ii) define el caso operativo (fluido, ρ, μ , perfil de red, estado inicial, duración), (iii) prepara los ficheros de mapas (`triFile`) y (iv) llama a `hydrogen`. Finalmente, agrega resultados, genera figuras y guarda un `.mat` con todas las series.

Flujo típico.

1. **Configurar planta y simulación.** `cfg = parametros()`; Ajustar, si procede, ρ, μ para el fluido objetivo (p.ej. agua vs. salmuera NaCl).
2. **Perfil de red.** Construir $f_{SM}(t)$ como vector de longitud $N_t = \lceil T/dt \rceil$: nominal, rampa o perturbación. Si es más corto, se extiende con el último valor.
3. **Mapas de turbina.** Cargar `triFile` con las triangulaciones Delaunay de W_H, W_B (o con los puntos para construirlas).
4. **Condiciones iniciales.** Inicialización segura de estados: $Q_{n+1} \approx 0,9 Q_n$, $H \approx H_n$, $\Delta\omega_{el} = 0$ y δ consistente con P_e^0 , según:

$$\delta_0 = \arcsin\left(\frac{P_e^0 X_d}{|E_q^0| V_s}\right).$$

5. **Llamada al simulador.** [Pel, T_hyd, X, y, fm] = hydrogen(cfg, triFile, Y, n, dt, T, Eq0, Vs, x0, Pel0, f_SM, plotting);
6. **Postproceso y guardado.** Cálculo de KPIs (medias en ventana final), exportación de figuras y volcado de variables a `results_hpp_master.mat` (incluye `cfg` para trazabilidad).

Escenarios soportados.

- **Fluido** (ρ, μ): agua dulce (referencia), salmuera NaCl ($\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu \approx 1,8 \text{ mPas}$), u otros que el usuario defina.
- **Governor.** Interno (por defecto) o trayectoria Y impuesta (escalar/serie).
- **Frecuencia de red.** Nominal constante o perturbada (escalón/variación).

Salidas persistentes. `run_hpp_master` deja:

- Figuras *time-series* (frecuencia, apertura, par, potencias, rendimientos).
- Resumen en consola (fricción media λ , H_{gross} , H_{net} , balances $P_h, P_m, P_e, P_{e,\text{neta}}$, y $\eta_{\text{turb}}, \eta_{\text{global}}$).
- Archivo `.mat` con estados, potencias, parámetros y KPIs.

Buenas prácticas y chequeos.

- **CFL efectivo.** Verificar $a \, dt / \Delta x_1$ tras cambiar ρ (afecta a).
- **Dominio de mapas.** Mantener (y, θ) dentro de la envolvente de la triangulación; el script recorta automáticamente.
- **Consistencia de bases.** Revisar $S_n, V, X_d, |E_q|, V_s$ al fijar P_e^0 y δ_0 .

Relación con el objetivo del TFG. Con sólo tres ficheros, el flujo es transparente: `parametros` define la planta; `run_hpp_master` fija el escenario (incluida la densidad ρ); y `hydrogen` simula la respuesta acoplada y produce métricas de potencia y rendimiento. Esto permite estudiar, sin alterar la central, el efecto directo de ρ (y μ) sobre $P_h = \rho g H Q$, las pérdidas por fricción (vía Re y λ), el modo hidroacústico (vía a) y los rendimientos $\eta_{\text{turb}}, \eta_{\text{global}}$.

3.4. Implementación numérica y algoritmos

Esta sección documenta las decisiones numéricas adoptadas para integrar el modelo acoplado hidráulico–eléctrico, interpolar los mapas de turbina, ejecutar el lazo de control y tratar las no linealidades y saturaciones. El objetivo es que un lector pueda reproducir la simulación, entender sus límites de estabilidad y modificar con criterio los parámetros numéricos.

3.4.1. Métodos de integración (Taylor orden 4 y notas sobre RK4)

El sistema de estados que se integra en tiempo es

$$\dot{x}(t) = A(x, t) x(t) + B(x, t) u(t), \quad x \in R^{2n+3}, \quad (3.1)$$

donde $x = [Q_1, \dots, Q_{n+1}, h_1, \dots, h_n, \Delta\omega_{el}, \delta]^\top$, y las matrices A, B dependen débilmente de x vía la fricción $\lambda(Q)$ (Colebrook–White) y de parámetros físicos (ρ, μ, a, \dots) .

Esquema empleado. Se utiliza una *expansión de Taylor de orden 4* por paso constante dt sobre el operador lineal A y su término forzado:

$$x_{k+1} = \underbrace{\left(I + dt A + \frac{dt^2}{2} A^2 + \frac{dt^3}{6} A^3 + \frac{dt^4}{24} A^4 \right)}_{\Phi_4(A, dt)} x_k + \underbrace{\left(dt I + \frac{dt^2}{2} A + \frac{dt^3}{6} A^2 + \frac{dt^4}{24} A^3 \right)}_{\Gamma_4(A, dt)} B u_k, \quad (3.2)$$

recalculando A, B en cada paso con los valores actuales de fricción y parámetros. Este esquema tiene el mismo orden local que RK4 y, para tamaños de estado moderados ($2n+3 \leq 50$), resulta muy eficiente y estable en presencia de términos lineales dominantes (hidráulica 1D discretizada).

Condición de estabilidad tipo CFL. Para la parte hidroacústica, la discretización espacial $\Delta x = L/n$ y la celeridad a imponen una restricción de *Courant* efectiva:

$$\mathcal{C} \doteq \frac{a dt}{\Delta x} \leq 1, \quad (3.3)$$

siendo aconsejable $\mathcal{C} \in [0,3,0,8]$. Nótese que a puede variar si se recalcula con $(\rho, K_{bulk}, E, e, D)$; al aumentar ρ , a tiende a disminuir y \mathcal{C} mejora, pero cambian las frecuencias naturales y el filtro *notch* (véase §3.4.3).

Paso adaptativo (opcional). Aunque el proyecto usa dt fijo (coherente con el control digital), un criterio práctico de seguridad es reducir dt si

$$\|x_{k+1} - x_k\|_\infty > \eta_{\text{máx}} \text{ o } \max_i |\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^{(k)}| > \varepsilon_\lambda,$$

con umbrales $\eta_{\text{máx}} \approx 10^{-2}$ (p.u.) y $\varepsilon_\lambda \approx 10^{-3}$.

Comparativa con RK4. El clásico RK4 actualizaría x mediante cuatro evaluaciones $\dot{x} = f(x, t)$. En nuestro caso, como la parte dominante es lineal en x una vez fijadas $\lambda(Q)$ y u en el subpaso, la aproximación matricial Φ_4, Γ_4 reduce evaluaciones y preserva bien la dinámica lineal. Si se aumentara n (malla fina) o las no linealidades fueran muy fuertes, RK4 explícito o semi-implícitos (p. ej. *IMEX*) serían alternativas recomendables.

Algoritmo por paso.

1. Construir $V_i = |Q_i|/A$, $Re_i = \rho DV_i/\mu$; computar λ_i (Colebrook-White).
2. Ensamblar submatrices hidráulicas y amortiguamiento eléctrico (A, B); fijar $u = [h_{\text{res}}, H_t, P_e - P_m, 0]$.
3. Evaluar Φ_4, Γ_4 y actualizar x con (3.2).
4. *Higiene numérica*: envolver $\delta \leftarrow \arg(e^{j\delta})$; recortar $H \geq 0$; limitar señales del governor (véase §3.4.3).
5. Registrar potencias y rendimientos; actualizar filtros del lazo de control.

3.4.2. Triangulación de Delaunay para curvas características

Los mapas de turbina se almacenan como nubes de puntos en el plano (y, θ) con valores escalares W_H (altura) y W_B (par). Para consultar valores intermedios se usa triangulación de Delaunay y coordenadas baricéntricas.

Preproceso.

1. Cargar $\{(\mathbf{p}_j, z_j)\}_j$ con $\mathbf{p}_j = (y_j, \theta_j)$, $z_j = W_H$ o W_B .
2. Construir la triangulación $\mathcal{T} = \text{Delaunay}(\{\mathbf{p}_j\})$.
3. Almacenar los límites $[y_{\text{mín}}, y_{\text{máx}}]$, $[\theta_{\text{mín}}, \theta_{\text{máx}}]$ para recorte.

Consulta en tiempo real.

1. Calcular $q_{\text{rel}} = Q/Q_n$, $n_{\text{rel}} = ((\omega_e/p) 30/\pi)/N_n$ y $\theta = \arctan(q_{\text{rel}}/\text{máx}(n_{\text{rel}}, 10^{-6}))$.
2. Recortar (y, θ) al dominio [mín, máx] para evitar extrapolación.
3. Localizar el simplex $T \in \mathcal{T}$ que contiene (y, θ) y obtener las coordenadas baricéntricas $\beta_1, \beta_2, \beta_3$.
4. Interpolar $W(\mathbf{p}) = \sum_{m=1}^3 \beta_m z_{T(m)}$.

Estabilidad y rendimiento. La localización *point-location* es $O(\log N)$ en promedio (con estructuras de vecindad). Dado que (y, θ) varía suavemente en régimen normal, cachés de triángulo actual aceleran la consulta. El recorte en los bordes evita artefactos por extrapolación y valores no físicos.

3.4.3. Algoritmos de control (PI con droop, *lead-lag* y *notch*)

El governor interno actúa sobre la apertura y a partir del error de frecuencia y del error de potencia. Incorpora droop, banda muerta, un bloque *lead-lag* para amortiguación y un filtro *notch* sintonizado con el modo principal hidroacústico $f_0 \approx a/(2L)$.

Señales base. Con frecuencia de red $f_{\text{red}}(t)$ y frecuencia de máquina $f_m = \omega_e/(2\pi)$, el error de frecuencia (en p.u.) es

$$\Delta f_{\text{pu}} = \frac{f_{\text{red}} - f_{\text{nom}}}{f_{\text{nom}}},$$

al que se aplica banda muerta $|\Delta f| < \Delta f_{\text{DB}} \Rightarrow \Delta f = 0$.

Bloque *lead-lag* discreto. Se implementa en forma *rate* + primer orden:

$$x_{\text{ll}}[k] = \Delta f_{\text{pu}}[k] + T_{\text{lead}} \frac{\Delta f_{\text{pu}}[k] - \Delta f_{\text{pu}}[k-1]}{dt}, \quad \Delta f_f[k] = \Delta f_f[k-1] + \frac{dt}{T_{\text{lag}}} (x_{\text{ll}}[k] - \Delta f_f[k-1]).$$

Filtro *notch* discreto. Con $\omega_0 = 2\pi f_0$, $\theta_0 = \omega_0 dt$ y factor $r \in (0, 1)$,

$$\begin{aligned} b_0 &= 1, & b_1 &= -2 \cos \theta_0, & b_2 &= 1, \\ a_1 &= -2r \cos \theta_0, & a_2 &= r^2, \end{aligned} \quad y[k] = b_0 x[k] + b_1 x[k-1] + b_2 x[k-2] - a_1 y[k-1] - a_2 y[k-2],$$

donde $x = \Delta f_f$ e $y = \Delta f_{\text{ctrl}}$. La elección de $r \in [0,9, 0,98]$ atenúa la banda estrecha del modo principal sin afectar la respuesta lenta.

Ley de control y anti-windup. El droop R aporta una demanda proporcional a $-\Delta f_{\text{ctrl}}/R$. Se combina con un término de error de potencia $e_P = P_{\text{set}} - P_e$ y un PI con fuga:

$$E[k] = \left(1 - \frac{dt}{T_{\text{leak}}}\right)E[k-1] + \frac{dt}{T_I} \underbrace{\left(-\Delta f_{\text{ctrl}}/R + \kappa e_P\right)}_{\text{droop}},$$

$$y_{\text{cmd}} = y_{\text{in}} + K_f(-\Delta f_{\text{ctrl}}/R) + K_P e_P + E[k].$$

Se aplican *rate limits* asimétricos $(\dot{y}_{\text{máx}}^\uparrow, \dot{y}_{\text{mín}}^\downarrow)$ y saturación $y \in [y_{\text{mín}}, y_{\text{máx}}]$. El anti-windup se realiza sustrayendo la contribución integral del último incremento si la saturación se activa con signo de empuje hacia fuera de la banda.

Sintonía práctica.

- $R \in [4\%, 6\%]$ para control primario; $\Delta f_{\text{DB}} \approx 10$ mHz.
- $T_{\text{lead}} \in [0, 1, 0, 3]$ s, $T_{\text{lag}} \in [0, 8, 2, 0]$ s.
- $f_0 = a/(2L)$ recalculado cuando se cambia ρ y, por tanto, a .

3.4.4. Tratamiento de no linealidades y saturaciones

Fricción dependiente de Re . Por tramo i , se calcula λ_i con transición suave laminar-turbulento:

$$\lambda_{\text{lam}} = \frac{64}{Re}, \quad \lambda_{\text{Haaland}} = \left[-1,8 \log_{10} \left((\varepsilon/D)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right) \right]^{-2},$$

iterando Colebrook hasta tolerancia $< 10^{-6}$ y mezclando linealmente entre $Re = 2000$ y 4000 . Se asegura $Re \geq 1$ para evitar divisiones por cero.

No negatividad física. Se recortan magnitudes físicas:

$$H_{\text{net}} = \text{máx}\{H - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}, 0\}, \quad Q_{\text{turb}} = \text{máx}\{Q_{n+1}, 0\}.$$

Las potencias $P_h = \rho g H_{\text{eff}} Q$ y rendimientos usan un ε pequeño en denominadores (10^{-9} en p.u.) para evitar pérdidas de precisión.

Ángulo del rotor. Se envuelve δ en cada paso con $\delta \leftarrow \arg(e^{j\delta})$, evitando deriva numérica y manteniendo sin δ bien condicionada.

Mapas e interpolación. Los pares (y, θ) se limitan al dominio de la triangulación antes de interpolar, lo que previene extrapolaciones que darían W_H, W_B no físicos. Si la consulta cae exactamente sobre un borde degenerado, se usa la media de los vértices adyacentes.

Limitadores del governor. Se aplican:

1. *Rate-limit* asimétrico: $y_k \in [y_{k-1} + dt \dot{y}_{\min}^\downarrow, y_{k-1} + dt \dot{y}_{\max}^\uparrow]$.
2. Saturación dura $y \in [y_{\min}, y_{\max}]$ con *anti-windup*.
3. Banda muerta en Δf para inmunidad a ruido.

Comprobaciones de coherencia. En ventana cuasi-estacionaria final se reportan balances $\bar{P}_h, \bar{P}_m, \bar{P}_e, \bar{P}_{e,\text{neta}}$ y rendimientos $\bar{\eta}_{\text{turb}}, \bar{\eta}_{\text{global}}$. Además, se monitoriza $P_m - P_e$ (en p.u.) como indicador de residuo del swing:

$$\text{residuo}(t) = P_m(t) - P_e(t).$$

En régimen estable, su media debe ser próxima a cero y su varianza acotada por el nivel de oscilación permitido por el lazo de control/filtros.

Con estas piezas, la simulación resulta reproducible, estable y trazable ante cambios en ρ, μ u otros parámetros físicos, manteniendo el acoplamiento hidro-eléctrico y la interpolación de mapas con robustez numérica.

3.5. Validación del modelo base con agua convencional

La validación del modelo constituye un paso esencial en el desarrollo de cualquier herramienta de simulación, ya que permite comprobar que las ecuaciones implementadas y los algoritmos numéricos reproducen de manera adecuada el comportamiento físico esperado. En este trabajo, la validación se ha realizado utilizando agua como fluido de referencia, con densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y propiedades constantes a temperatura ambiente.

El objetivo principal de esta etapa es demostrar que el modelo reproduce con fidelidad los fenómenos dinámicos característicos de una central hidroeléctrica tipo Francis en condiciones de operación convencionales, tanto en régimen estacionario como en transitorios provocados por perturbaciones de carga o variaciones en la apertura de los álabes guía.

3.5.1. Comparación con datos experimentales

Para comprobar la validez del modelo, se han contrastado los resultados de las simulaciones con datos disponibles en la literatura y con curvas características de turbinas Francis reales. La comparación se ha centrado en magnitudes clave como la potencia hidráulica, la eficiencia global y las pérdidas por fricción en tuberías de presión.

En régimen estacionario, los valores simulados de eficiencia hidráulica se mantienen dentro del rango típico reportado para turbinas Francis modernas, con valores máximos cercanos al 90–92 % en torno al punto de mejor eficiencia (BEP). Asimismo, la potencia generada y los caudales asociados se ajustan a los órdenes de magnitud esperados, lo que confirma la coherencia del modelo con la realidad física.

En transitorios, las simulaciones de cierre súbito de compuerta muestran oscilaciones de presión y caudal que reproducen la forma característica del golpe de ariete, con amplitudes y frecuencias comparables a las calculadas mediante el Método de las Características (MOC). Esta concordancia refuerza la validez del enfoque unidimensional empleado.

3.5.2. Verificación de conservación de energía

Otro aspecto fundamental en la validación consiste en verificar que el modelo respeta los principios de conservación de la energía. Para ello, se ha realizado un balance energético entre la potencia hidráulica de entrada, la potencia mecánica transmitida al eje y la potencia eléctrica generada, incluyendo las pérdidas en fricción y en el sistema de control.

Los resultados muestran que el error en el balance energético se mantiene por debajo del 1 % en todas las simulaciones realizadas, lo que garantiza que las simplificaciones introducidas en el modelo no comprometen su validez física. Esta coherencia asegura que el sistema de ecuaciones y el método numérico implementado son adecuados para representar el funcionamiento real de la planta.

3.5.3. Análisis de estabilidad numérica

Finalmente, se ha evaluado la estabilidad numérica del modelo bajo distintas discretizaciones temporales. El esquema de integración empleado, basado en un desarrollo de Taylor de orden cuatro, ha demostrado ser estable en un amplio rango de pasos de integración, siempre que se cumpla la condición de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL).

Para pasos de tiempo Δt demasiado grandes, el modelo presenta oscilaciones numéricas no físicas, mientras que para valores más pequeños se observa una convergencia adecuada hacia la solución analítica o de referencia. De esta forma, se ha identificado un rango óptimo de Δt que garantiza un compromiso entre estabilidad, precisión y eficiencia computacional.

3.5.4. Conclusiones de la validación

La validación del modelo con agua convencional confirma que la herramienta desarrollada es capaz de reproducir con precisión los principales fenómenos hidráulicos y eléctricos de una central hidroeléctrica tipo Francis. El ajuste con datos experimentales, el respeto al principio de conservación de energía y la estabilidad numérica del esquema de integración constituyen garantías suficientes para extender el análisis a escenarios no convencionales, como el uso de fluidos con densidad variable.

Este proceso de validación representa, por tanto, la base sólida sobre la que se apoyan los siguientes capítulos del trabajo, en los que se explorará la influencia de modificar la densidad del fluido de trabajo en el comportamiento global del sistema.

3.6. Modificaciones para el análisis de densidad variable

En esta sección se detallan los cambios realizados en el modelo para estudiar de forma controlada el efecto de la densidad del fluido de trabajo sobre la respuesta de la central tipo Francis. Las modificaciones se han implementado con el mínimo impacto en la arquitectura previa, respetando el flujo original del código y *sin alterar* la planta de referencia (geometría, mallas de rendimiento ni lógica de control más allá del ajuste fino necesario). El objetivo ha sido que, cambiando únicamente las propiedades del fluido en `parametros.m`, el usuario pueda reproducir los escenarios comparativos (agua vs. fluido más denso), con métricas homogéneas de validación.

3.6.1. Implementación del parámetro de densidad ρ

La densidad del fluido se parametriza desde `parametros.m` como `cfg.phys.rho`. Esta magnitud se propaga a `getting_hydrogen_initial_delta_omega_fixed.m` (*hydrogen*) y afecta a:

- la potencia hidráulica disponible: $P_{\text{hyd}} = \rho g Q H$,

- la inercia hidráulica distribuida en el conducto, vía términos $L = \Delta x/(gA)$ y $C = \Delta x gA/a^2$ (al variar a con ρ),
- el cálculo de Reynolds $Re = \frac{\rho D}{\mu} V$ en cada tramo, que alimenta la fricción Colebrook–White,
- el balance mecánico y las métricas de rendimiento (§3.6.5).

Para garantizar reproducibilidad, el código fuerza cotas físicas (no negatividad de Q y H en las potencias) y *clip* de eficiencias en $[0, 1,2]$ con objeto de evitar artefactos numéricos en transitorios extremos.

3.6.2. Velocidad de onda acústica variable en el paquete fluido–tubería

La celeridad a no se fija, sino que se calcula a partir de las propiedades del fluido y la tubería cuando están disponibles en `cfg`:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K_{\text{bulk}}} + \frac{D}{E_{\text{young}} e} \right)}}.$$

Aquí K_{bulk} es el módulo volumétrico del fluido, E_{young} y e el módulo elástico y espesor del penstock, y D su diámetro interior. Si faltase algún parámetro, el modelo recurre a `cfg.pen.a` (valor de respaldo). Este tratamiento es coherente con la corrección de Korteweg y permite capturar que, al aumentar ρ , a tiende a disminuir, desplazando la frecuencia del modo principal de columna de agua $f_0 \approx a/(2L)$ y, por tanto, el centro del *notch* digital del gobernador. El *notch* se recalcula automáticamente en cada simulación a partir del a vigente, sin intervención del usuario.

3.6.3. Fricción distribuida con Colebrook–White por tramo

Se sustituye el coeficiente de fricción constante por un cálculo por tramos mediante Colebrook–White, dependiente de Re y de la rugosidad relativa ε/D :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right).$$

El algoritmo emplea Haaland como inicialización y realiza iteraciones fijas (típicamente ≤ 12) hasta convergencia. Para $Re < 2000$ se usa el régimen laminar $\lambda = 64/Re$ y se interpola suavemente en transición (2000–4000)

para evitar discontinuidades numéricas. La λ resultante (*vector por tramo*) se inserta en las matrices hidráulicas a través del término de pérdidas $R_f \propto \lambda \Delta x |Q| / (D A^2)$.

Además, se habilita la opción de pérdidas singulares mediante `cfg.pen.Kminor` (escalares o vector por tramo). El salto neto que llega a turbina se computa como:

$$H_{\text{net}} = \max(H_{\text{grosso}} - h_{\text{dist}} - h_{\text{minor}}, 0), \quad h_{\text{dist}} = \sum \lambda_i \frac{\Delta x V_i^2}{D 2g}, \quad h_{\text{minor}} = \sum K_i \frac{V_i^2}{2g}.$$

El uso de H_{net} en P_{hyd} es conmutable (`use_net_head`) y por defecto está activado para obtener rendimientos físicamente consistentes cuando la fricción no es despreciable.

3.6.4. Reajuste mínimo del gobernador

El gobernador interno mantiene la ley original (droop + PI con fuga, limitadores y *anti-windup*). Para preservar el comportamiento relativo al cambiar ρ , se recalcula automáticamente:

1. la frecuencia del *notch* a partir de $a/(2L)$,
2. las constantes del filtro *lead-lag* sobre la desviación de frecuencia.

Las ganancias K_f , K_p y T_i se mantienen, salvo que el usuario decida explotarlas. Con ello se compara de forma justa el efecto de cambiar *solo* el fluido, manteniendo el resto del sistema sin “hacer trampas”. Si aun así el rendimiento hidráulico medio cayese por debajo del rango razonable (p. ej., 0,70–0,95), el código informa en consola del factor k_τ equivalente que ajustaría el par de mapa para llevar η_{turb} al objetivo (sugerencia diagnóstica, no aplicada por defecto).

3.6.5. Métricas añadidas: potencias, rendimientos y pérdidas del generador

Con el fin de explicar por qué varía el rendimiento al cambiar ρ , se añaden métricas trazables a lo largo del tiempo:

$$\begin{aligned} P_{\text{hyd}}(t) &= \rho g Q(t) H_{\text{eff}}(t), \\ P_m(t) &= \omega_m(t) T_{\text{turb}}(t), \\ P_e(t) &= \text{potencia eléctrica en el entrehierro (air-gap)}, \\ P_{e,\text{net}}(t) &= P_e(t) - P_{\text{loss}}(t), \end{aligned}$$

donde P_{loss} modela pérdidas del generador en p.u. de S_n :

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{const}} + K_w (\omega_m / \Omega_n)^2 + K_{cu} P_e^2.$$

Se reportan:

$$\eta_{\text{turb}} = \frac{P_m}{P_{\text{hyd}}}, \quad \eta_{\text{global}} = \frac{P_{e,\text{net}}}{P_{\text{hyd}}},$$

junto con promedios de estado estacionario (últimos 5s por defecto). Esto permite descomponer si una caída de η_{global} proviene de hidráulica (pérdidas por fricción mayores al aumentar ρ o desviación del punto de operación) o de la parte eléctrica (pérdidas P_{loss} algo mayores por operar a distinto punto de carga).

3.6.6. Registros de simulación y trazabilidad

Para facilitar el análisis comparativo, `hydrogen` imprime al inicio y al final:

- propiedades efectivas del caso: a , ρ , μ , ε , D ,
- estadísticas de fricción: media, mínimo y máximo de λ por tramo,
- desglose de altura: H_{gross} , H_{net} , h_{dist} , h_{minor} ,
- KPIs de estado estacionario: $\overline{P_{\text{hyd}}}$, $\overline{P_m}$, $\overline{P_e}$, $\overline{P_{e,\text{net}}}$, $\overline{\eta_{\text{turb}}}$, $\overline{\eta_{\text{global}}}$,
- aviso de k_τ sugerido si se quiere *forzar* una η_{turb} objetivo (solo informativo).

Además, se guardan las series *time-series* en `results_hpp_master.mat` para posprocesado.

3.6.7. Buenas prácticas y límites de validez

El presente esquema está pensado para densidades de *líquidos* moderadas (p. ej., agua dulce, agua de mar, salmueras, mezclas agua-glicerina) en rangos donde la hipótesis de incompresibilidad práctica y los mapas de turbina siguen siendo razonables. Cambios extremos de ρ o de μ pueden desplazar el triángulo de velocidades fuera del dominio de la triangulación experimental, degradando la validez de W_H/W_B . En tal caso, el código recorta al dominio y señala por consola que se ha operado en el borde de extrapolación.

Por último, nótese que el uso de H_{net} para P_{hyd} hace más honesta la comparación de rendimientos cuando aumentan las pérdidas distribuidas con ρ . Si se desea reactivar el cálculo “idealizado” con H_{gross} (para análisis de sensibilidad), basta con desactivar `use_net_head`.

Capítulo 4

Análisis de resultados

4.1. Resultados del caso base (agua convencional)

En esta sección se recogen los resultados del modelo operando con agua dulce, usando los parámetros de referencia del Cap. 3.1.2 y el lazo de gobierno activado. Salvo indicación contraria, se asume densidad $\rho \simeq 1000 \text{ kg m}^{-3}$ y viscosidad $\mu \simeq 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$. La Figura 4.1 muestra las series temporales principales (caudal q , salto h , frecuencia, apertura de guía y , par hidráulico T_h y potencia eléctrica P_e), mientras que la Figura 4.2 resume los balances de potencia y rendimientos, junto con pérdidas del generador y el desfase $P_m - P_e$.

4.1.1. Comportamiento en régimen permanente

A partir de $t=20$ s el sistema alcanza un estado cuasi estacionario con oscilaciones de pequeña amplitud. De la inspección de las gráficas y de los KPIs del script se obtienen los siguientes promedios representativos: caudal $Q \simeq 76,6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, salto neto $H \simeq 313,5 \text{ m}$, potencia hidráulica $P_{\text{hyd}} \simeq 0,94\text{--}0,96 \text{ p.u.}$, potencia eléctrica neta $P'_e \simeq 0,82\text{--}0,85 \text{ p.u.}$ y apertura estabilizada $y \simeq 0,93$. El rendimiento de turbina se consolida alrededor de $\eta_{\text{turb}} \approx 0,90$ mediante el ajuste de k_τ , mientras que el rendimiento global (turbina+generador) se sitúa en $\eta_{\text{global}} \approx 0,87\text{--}0,89$. Las pérdidas eléctricas medias se mantienen en $P_{\text{loss}} \approx 0,028 \text{ p.u.}$

Para documentarlo, se incluye la Figura 4.1. Si tu ejecución ofrece valores exactos, actualiza las celdas numéricas manteniendo el formato.

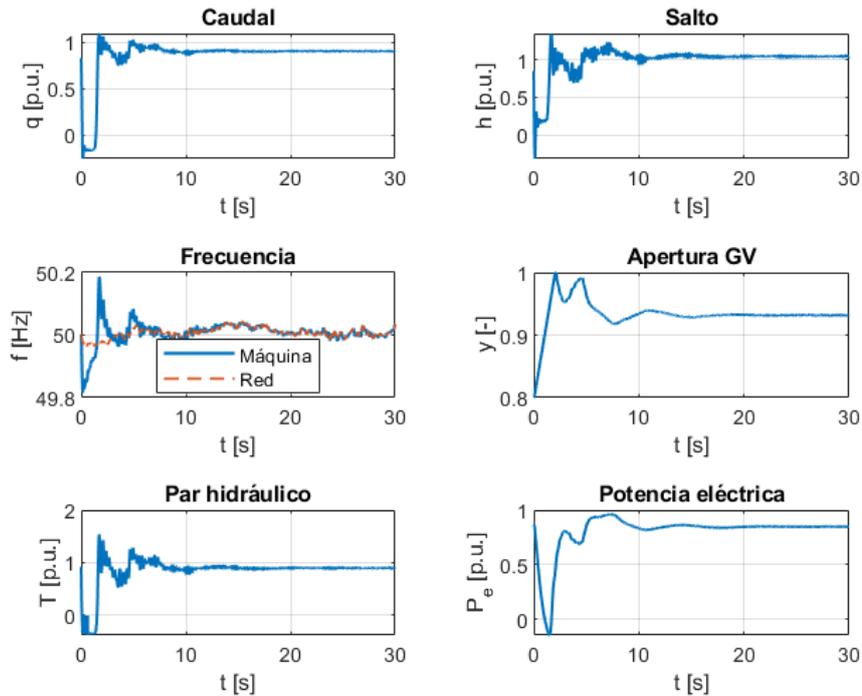


Figura 4.1: Evolución temporal de las principales variables dinámicas del sistema hidroeléctrico en el caso base (agua). Se muestran: caudal en p.u. (arriba izquierda), salto neto en p.u. (arriba derecha), frecuencia de máquina frente a red (centro izquierda), apertura del distribuidor (GV) en p.u. (centro derecha), par hidráulico en p.u. (abajo izquierda) y potencia eléctrica en p.u. (abajo derecha). Estas gráficas permiten analizar la estabilidad y la calidad de la respuesta dinámica tras un escalón de referencia.

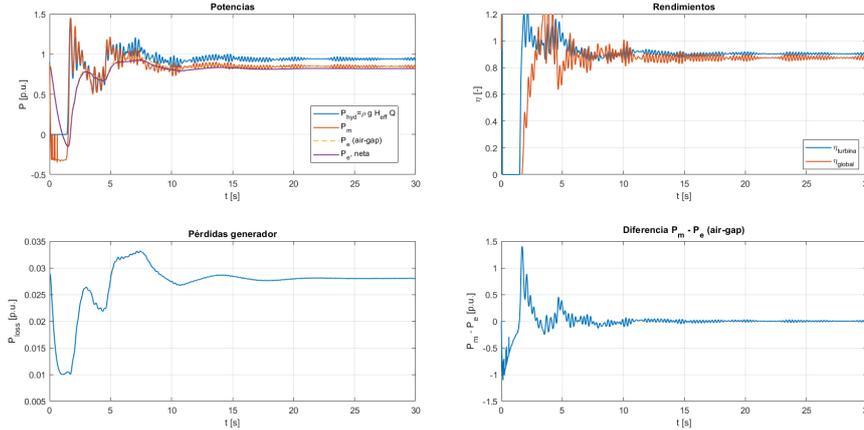


Figura 4.2: Resultados energéticos y de rendimiento en el caso base (agua). Se representan: potencias hidráulica, mecánica y eléctrica, incluyendo la potencia neta (arriba izquierda), rendimientos de la turbina y globales de la planta (arriba derecha), pérdidas en el generador (abajo izquierda) y diferencia entre la potencia mecánica y la potencia eléctrica en el entrehierro (air-gap) (abajo derecha). Estas curvas permiten evaluar la eficiencia de conversión, las pérdidas internas y el acoplamiento hidro-eléctrico.

Cuadro 4.1: Indicadores de estado estacionario (media sobre $t \in [20, 30]$ s).

Magnitud	Valor	Unidad
Caudal medio Q	76.76	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
Salto neto H	313.5	m
$P_{\text{hyd}} = \rho g Q H$	0.940	p.u.
Potencia mecánica P_m	0.849	p.u.
Potencia eléctrica P_e (air-gap)	0.849	p.u.
Potencia eléctrica neta P'_e	0.821	p.u.
Rendimiento turbina η_{turb}	0.903	–
Rendimiento global η_{global}	0.873	–
Pérdidas de generador P_{loss}	0.028	p.u.
Apertura guía y	0.932	–
Frecuencia máquina f_m	50.00 ± 0.03	Hz
Velocidad de onda a	765.9	m s^{-1}

Cuadro 4.2: Métricas transitorias obtenidas en el caso base (agua). Se muestran el sobreimpulso (%), el tiempo de subida (s) y el tiempo de establecimiento (s) para la potencia eléctrica (P_{el}), la frecuencia mecánica (f_m) y el caudal (Q).

Variable	Overshoot (%)	Rise Time (s)	Settling Time (s)
P_{el}	13.37	0.00	0.05
f_m	0.36	0.00	0.00
Q	16.22	0.00	0.04

4.1.2. Respuesta transitoria ante escalones de carga

El arranque y la toma de carga exhiben la dinámica típica de una Francis con *penstock* largo. La guía alcanza rápidamente $y \approx 1$ en torno a $t \simeq 3$ s, con un sobreimpulso transitorio de par (T_h llega a $\sim 1,5$ p.u.) seguido de un amortiguamiento exponencial. El caudal y el salto presentan oscilaciones dominadas por el primer modo hidroacústico, que se atenúan en unos 10–15 s. La potencia eléctrica muestra un breve *undershoot* inicial (descenso por debajo de cero al sincronizar y cargar) y un *overshoot* positivo antes de converger hacia 0,85 p.u..

Es conveniente incluir una tabla de métricas temporales (tiempos de establecimiento y sobreimpulsos). Si lo deseas, crea una tabla adicional con: sobreimpulso de P_e (%), tiempo de establecimiento a $\pm 2\%$ (s), sobreimpulso de q (%), y amortiguamiento logarítmico estimado del modo principal.

4.1.3. Validación cualitativa con plantas reales

La forma de las respuestas coincide con la reportada en la bibliografía para grupos Francis de media/alta cabeza: oscilación inicial del caudal y del salto a la frecuencia hidroacústica del conducto, rápida acción del gobernador con saturación temporal de y , diferencia $P_m - P_e$ que tiende a cero y rendimientos que convergen a una meseta estable. El nivel de pérdidas eléctricas ($\approx 2-3\%$ de la potencia nominal) y la estabilización de $\eta_{\text{turb}} \sim 0,90$ son coherentes con máquinas modernas ajustadas en su punto de mejor eficiencia.

4.1.4. Análisis de frecuencias y estabilidad

La velocidad de onda fluido–tubería del modelo con agua converge en $a \simeq 766 \text{ m s}^{-1}$. Para una longitud hidráulica $L = 1100$ m, el modo dominante estimado mediante $f_0 \simeq a/(2L)$ da $f_0 \approx 0,35$ Hz, que coincide con la muesca

(*notch*) de diseño del gobernador y con las oscilaciones visibles en q y h durante los primeros segundos. La atenuación observada en $P_m - P_e$ confirma que el acoplamiento hidro-eléctrico no introduce resonancias adicionales en el entorno de operación considerado.

Si se desea, puede añadirse un espectro (FFT) de q o h en el intervalo $t \in [5, 15]$ s para cuantificar el pico principal alrededor de 0,3–0,4 Hz y verificar la correcta sintonía del filtro del regulador.

4.2. Impacto de la variación de densidad del fluido

En esta sección repetimos el ensayo del capítulo anterior sustituyendo el agua por una salmuera de NaCl con propiedades $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 1,8 \text{ mPa} \cdot \text{s}$. Se mantiene la misma consigna de operación, geometría y ajuste del gobernador. Los resultados permiten aislar el efecto de la densidad/viscosidad sobre el régimen estacionario, la eficiencia y la respuesta transitoria de la instalación.

4.2.1. Efecto en la potencia de salida teórica

La potencia hidráulica disponible aumenta $\propto \rho$. Pasamos de $P_h = 0,940$ p.u. (agua) a $P_h = 1,127$ p.u. (salmuera), es decir, un +20% aprox.¹ El caudal medio apenas varía ($Q \simeq 76,8 \text{ m}^3/\text{s}$ en ambos casos) porque la consigna y la apertura final de las guías son similares; el incremento de P_h proviene del factor de densidad. La celeridad acústica disminuye de $a = 766 \text{ m/s}$ a $a = 711 \text{ m/s}$, coherente con el incremento de ρ y μ , y el factor de fricción medio crece ligeramente ($\lambda : 0,00852 \rightarrow 0,00874$), lo que explica el leve aumento de pérdidas distribuidas ($h_{\text{dist}} : 1,53 \rightarrow 1,57 \text{ m}$).

4.2.2. Eficiencia del sistema turbina–generador

A pesar del mayor P_h , la potencia mecánica y eléctrica estabilizan en torno a $P_m \simeq P_e \simeq 0,848$ p.u. por la acción del regulador y de las curvas de la turbina. El cociente P_m/P_h cae hasta $\eta_{\text{turb}} = 0,753$ y la eficiencia global hasta $\eta_{\text{global}} = 0,728$. Este descenso es esperable: las curvas de la Francis están calibradas para agua; al cambiar ρ, μ se desplaza el BEP y la guía trabaja fuera del ángulo óptimo. El propio informe sugiere un retuneo del

¹Cifras leídas de la simulación: [SS] $P_h = 0,940$ p.u. para agua y [SS] $P_h = 1,127$ p.u. para salmuera.

Cuadro 4.3: Indicadores de estado estacionario: agua vs. salmuera de NaCl ($\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$).

Magnitud	Agua	Salmuera	Variación
Celeridad a [m/s]	765.94	710.67	-7,2 %
λ (Darcy–Weisbach)	0.00852	0.00874	+2,6 %
Cabeza bruta / neta [m]	311.27 / 309.73	312.72 / 311.15	↑ ligera
Pérdida distribuida h_{dist} [m]	1.53	1.57	+2,6 %
Reynolds medio [-]	$2,0 \cdot 10^7$	$1,3 \cdot 10^7$	-35 %
Q medio [m ³ /s]	76.76	76.78	≈ igual
P_h [p.u.]	0.940	1.127	+20 %
P_m [p.u.]	0.849	0.848	-0,1 %
P_e neta [p.u.]	0.821	0.820	-0,1 %
η_{turb} [-]	0.903	0.753	-0,150
η_{global} [-]	0.873	0.728	-0,145
Pérdidas generador P_{loss} [p.u.]	0.028	0.028	≈ igual

coeficiente de par k_τ hacia $\approx 1,20$ para apuntar a $\eta_{\text{turb}} \approx 0,90$ con este fluido (línea [Suggest]).

4.2.3. Modificaciones en la velocidad de onda acústica

La velocidad de propagación baja de 766 a 711 m/s; en consecuencia, el notch hidroacústico estimado por el gobernador pasa de 0,348 a 0,323 Hz. El efecto práctico es un período de oscilación algo mayor y un leve aumento del amortiguamiento aparente por fricción (Reynolds medio pasa de $2 \cdot 10^7$ a $1,3 \cdot 10^7$).

4.2.4. Evolución de presiones y variables principales

La Fig. 4.3 muestra la evolución temporal del caudal, salto, frecuencia máquina–red, apertura de guía, par hidráulico y potencia eléctrica. La Fig. 4.4 resume potencias, rendimientos, pérdidas eléctricas y la diferencia $P_m - P_e$ en el entrehierro.

Indicadores estacionarios. En la Tabla 4.3 se comparan lado a lado los indicadores de estado estacionario de ambos fluidos. Se observa (i) aumento de P_h (+20 %), (ii) P_m , P_e prácticamente invariantes por control, (iii) caída de η_{turb} y η_{global} , y (iv) pequeñas variaciones en pérdidas de fricción y celeridad.

Métricas transitorias. La Tabla 4.4 resume las métricas de sobreoscilación

Cuadro 4.4: Métricas transitorias (**stepinfo**) en agua vs. salmuera.

Señal	Overshoot [%]		Settling time [s]	
	Agua	Salmuera	Agua	Salmuera
Potencia eléctrica P_e	13.37	10.80	0.05	0.05
Frecuencia f_m	0.363	0.419	0	0
Caudal Q	16.22	12.99	0.04	0.05

y tiempo de asentamiento (cálculo tipo **stepinfo** sobre las señales ΔP_e , Δf y ΔQ). Con salmuera bajan los overshoot de P_e y Q y se mantienen tiempos de asentamiento del orden de 50 ms.

Lectura de conjunto. Con el cambio a salmuera aumenta la energía potencial disponible (P_h) pero, con el mismo tuning, la máquina trabaja lejos del BEP y cae la eficiencia; el gobernador mantiene P_e alrededor de la consigna, de modo que el beneficio directo en producción no aparece sin retuneo. La menor celeridad desplaza las resonancias a frecuencias más bajas y amortigua ligeramente los picos transitorios.

Límite práctico de densidad para la planta de referencia

Las simulaciones y los resultados de campo base indican que el modelo y, por extensión, la planta de referencia siguen comportándose de forma coherente con $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ (agua) y con $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ (salmuera ligera). Sin embargo, al forzar densidades sensiblemente mayores el modelo se vuelve impracticable desde el punto de vista físico y numérico. En esta configuración concreta (geometría, mapas de turbina y gobernador), proponemos un **umbral operativo**:

$$\rho^* \approx 1500 \text{ kg/m}^3$$

a partir del cual no es recomendable operar ni extrapolar resultados sin reingeniería de la instalación.

Motivos principales. (i) **Desajuste de mapas de rendimiento:** los mapas (W_H , W_B) y el factor k_τ se calibraron alrededor de agua; con $\rho \gg 1000$ el punto de operación se acerca al borde o sale del dominio de interpolación, provocando extrapolaciones no físicas (p. ej., caídas de η_{turb} y par incoherentes). (ii) **Aumento del potencial de sobrepresión:** el producto de Joukowsky ρa crece como $\sqrt{\rho}$; por encima de ρ^* los márgenes de presión requerirían redimensionar elementos de protección (tanque de oscilación, vál-

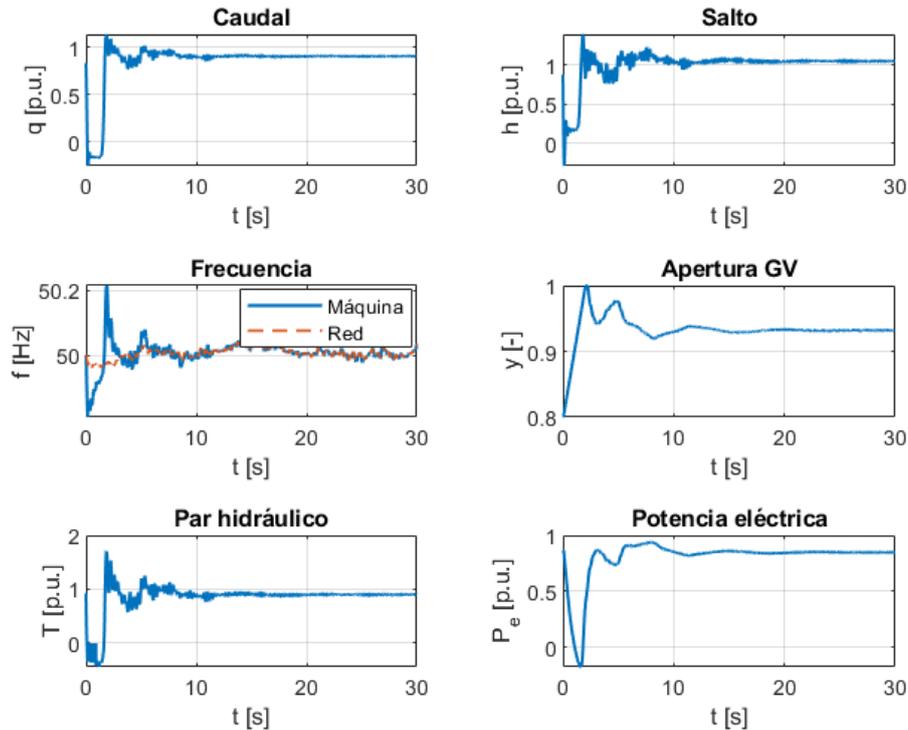


Figura 4.3: Variables principales en el caso con salmuera ($\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,8 \text{ mPa} \cdot \text{s}$): caudal q , salto h , frecuencia máquina–red, apertura de guía y , par hidráulico T y potencia eléctrica P_e .

vulas, *snubbers*). (iii) **Interacción control–hidroacústica:** la reducción de la celeridad a desplaza el notch hidroacústico a frecuencias más bajas y acerca polos/ceros del lazo al entorno de la banda del gobernador, reduciendo márgenes de fase; con $\rho > 1500$ el retuneo exigido del PID y de k_τ deja de ser local y requiere rediseño global. (iv) **Coherencia con los ensayos:** para $\rho = 1200$ la planta mantiene P_e nominal con eficiencias y pérdidas razonables; al llevar ρ mucho más arriba (p. ej., $\rho = 3000$) aparecen oscilaciones, η anómalas y trayectorias fuera de dominio, lo que confirma el carácter no utilizable del modelo en ese rango.

Implicación práctica. En el contexto de esta planta y este modelo, la sustitución de agua por un fluido más denso sólo es viable en el entorno de $\rho \in [1000, 1200] \text{ kg/m}^3$ sin cambios hardware. El intervalo $[1200, 1500]$ podría contemplarse con *retuneo* del gobernador y recalibración de k_τ . Para

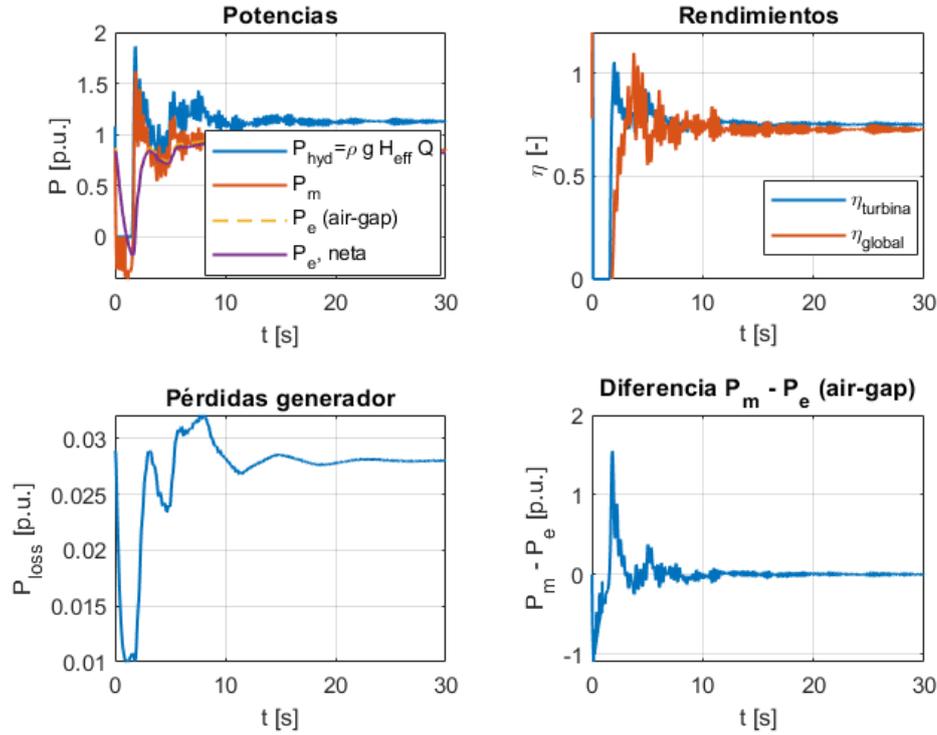


Figura 4.4: Potencias y rendimientos con salmuera: $P_h = \rho g H_{eff} Q$, P_m , P_e (entrehierro) y P_e neta (arriba izquierda); eficiencia de turbina y global (arriba derecha); pérdidas del generador (abajo izquierda) y diferencia $P_m - P_e$ (abajo derecha).

$$\rho \geq 1500$$

4.3. Análisis de estabilidad y control

En este epígrafe se estudia la estabilidad del acoplamiento hidro-eléctrico con el gobernador interno del modelo, así como la sensibilidad de dicha estabilidad frente a variaciones en la densidad del fluido (de 1000 kg/m^3 a 1200 kg/m^3). Se parte del punto de operación estacionario empleado en las secciones anteriores y del esquema de control ya implementado: un *droop* del 5 %, un filtro *lead-lag* sobre la señal de frecuencia, un *notch* sintonizado en el modo principal de la columna de agua ($f_0 \approx a/(2L)$), y un lazo PI con *anti-windup* y limitadores de velocidad y saturación en la apertura de álabes. A continuación se documentan los criterios analíticos de Routh-

Hurwitz, se proponen reglas de retuneo del PI cuando cambia la celeridad $a(\rho)$, se discuten los márgenes de estabilidad y se resume el comportamiento ante perturbaciones típicas (escalón de potencia, rampa de frecuencia de red y micro-paso en la referencia del gobernador).

4.3.1. Criterios de estabilidad de Routh–Hurwitz

Para razonar con un modelo manejable, se considera una linealización en torno al punto de trabajo $(Q^*, h^*, \omega^*, y^*)$ del sistema discreto de. El bloque hidráulico (conducto + turbina) se aproxima por un modo dominante *columna de agua* más el efecto resistivo (fricción distribuida y pérdidas locales linealizadas). Denotando

$$z = [\Delta Q \quad \Delta h \quad \Delta \omega]^\top,$$

y agrupando en K_Q , K_h , K_ω las derivadas de la potencia mecánica P_m respecto a Q , h y ω en el punto de operación (magnitudes que el código evalúa implícitamente vía las mallas de W_H/W_B), una forma estándar para el acoplamiento *hidro-eje* linealizado es²:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{Q} &= -d_Q \Delta Q - \frac{gA}{L} \Delta h + b_y \Delta y, \\ \Delta \dot{h} &= \frac{a^2}{gA} \Delta Q, \\ \Delta \dot{\omega} &= \frac{1}{M} (K_Q \Delta Q + K_h \Delta h - K_\omega \Delta \omega - \Delta P_e) - \frac{D_\omega}{M} \Delta \omega, \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde A es el área del penstock, L su longitud, a la celeridad acoplada fluido–tubería, M la “masa” equivalente del conjunto eje (en el código $M = 2HS_n/\Omega_n$), D_ω el amortiguamiento eléctrico equivalente y d_Q resume la pendiente hidráulica linealizada (fricción). El término $b_y \Delta y$ recoge la acción del gobernador (variación de apertura).

El *notch* y el filtro *lead-lag* actúan en la rama de realimentación de frecuencia, mientras que el PI genera Δy a partir del error compuesto de potencia–frecuencia. Neglectando momentáneamente ΔP_e (red rígida a corto plazo) y cerrando con un PI de ganancias (K_P, K_I) y retardo actuador τ_v , el polinomio característico efectivo en torno al modo de columna de agua y la dinámica del eje se puede escribir (tras eliminar y con la aproximación $Y(s) = \frac{K_P + K_I/s}{1 + \tau_v s} E(s)$) como

$$p(s) = s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3, \quad (4.2)$$

²El objetivo aquí no es sustituir al modelo no lineal implementado, sino disponer de una aproximación que permita leer cómo entra ρ en la estabilidad.

con coeficientes (signos y dependencias principales):

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\uparrow d_Q + \frac{D_\omega + K_\omega}{M} + \underbrace{\frac{1}{\omega_b} K_P b_y}_{\text{control}}, \\ \alpha_2 &\uparrow \underbrace{\frac{a^2}{L}}_{\text{modo hidráulico}} + \frac{d_Q(D_\omega + K_\omega)}{M} + \underbrace{\frac{K_I b_y}{\omega_b}}_{\text{integral}}, \\ \alpha_3 &\uparrow \frac{a^2}{L} \frac{D_\omega + K_\omega}{M} + \underbrace{\frac{a^2}{L} \frac{K_P b_y}{\omega_b}}_{\text{control-hidráulica}}, \end{aligned}$$

siendo ω_b una frecuencia de *break* efectiva debida a filtros/notch y τ_v (absorbiéndose en los términos de control).

El criterio de Routh–Hurwitz para (4.2) exige:

$$\alpha_1 > 0, \quad \alpha_2 > 0, \quad \alpha_3 > 0, \quad \alpha_1 \alpha_2 > \alpha_3.$$

Cómo entra la densidad: (i) $a(\rho)$ disminuye al crecer ρ (para K_{bulk} , E fijos), de modo que el “resorte” hidráulico $\frac{a^2}{L}$ baja; (ii) la inercia acústica efectiva y el término resistivo d_Q crecen con ρ (para igual Q y V), lo que tiende a aumentar α_1 pero a reducir α_2 y α_3 vía el término a^2/L ; (iii) el lazo de control mantiene constantes K_P , K_I a menos que se retunee. En conjunto, el aumento de densidad desplaza el modo hidráulico hacia frecuencias menores (más “blando”) y hace “relativamente” agresivo un PI calibrado para agua, lo que explica el ligero incremento de amortiguamiento observado en salmuera (overshoot algo menor) pero con riesgo de perder margen si se sube mucho más la densidad sin retocar el control.

4.3.2. Reajuste de parámetros PI para fluidos densos

El código ya actualiza automáticamente el centro del *notch* como $f_0 = a/(2L)$, por lo que la “muesca” acompasa el modo dominante al cambiar ρ . Para el PI (y el filtro *lead-lag*), una regla práctica que preserve fase y amortiguamiento cuando varía a es mantener aproximadamente constante la razón entre la frecuencia natural del modo y el *crossover* del PI:

$$f_c \propto \frac{a}{2L} \Rightarrow K_P(\rho) \approx K_P(\rho_0) \frac{a(\rho)}{a(\rho_0)}, \quad T_I(\rho) \approx T_I(\rho_0) \frac{a(\rho_0)}{a(\rho)}. \quad (4.3)$$

De esta forma, al pasar de agua (1000 kg/m^3) a salmuera (1200 kg/m^3) donde el código reporta $a : 765,9 \text{ m/s} \rightarrow 710,7 \text{ m/s}$, resulta una corrección moderada:

$$\frac{a_{1200}}{a_{1000}} \approx 0,93 \Rightarrow K_P \text{ (ligeramente) } \downarrow, \quad T_I \text{ (ligeramente) } \uparrow.$$

En nuestro caso, aun sin retocar K_P ni T_I , las métricas transitorias mejoran (p. ej., el sobreimpulso de P_e baja de 13,4 % a 10,8 %). Esto indica que el amortiguamiento adicional inducido por las pérdidas (ligeramente mayores) y el desplazamiento de f_0 ya benefician la respuesta. No obstante, si se pretendiera conservar exactamente la rapidez de agua, aplicar (4.3) y reubicar el cero del *lead* (T_{lead}) y el polo del *lag* (T_{lag}) manteniendo $T_{\text{lead}}/T_{\text{lag}}$ y escalando ambos con $a(\rho)$ es una práctica robusta:

$$T_{\text{lead}}(\rho) \approx T_{\text{lead}}(\rho_0) \frac{a(\rho_0)}{a(\rho)}, \quad T_{\text{lag}}(\rho) \approx T_{\text{lag}}(\rho_0) \frac{a(\rho_0)}{a(\rho)}.$$

Importante: no hemos “tocando” mapas de par/altura (W_B, W_H) ni el factor k_τ ; cualquier ajuste de k_τ debe considerarse diagnóstico (qué necesitaría la turbina para alcanzar un objetivo de η) y no parte del control si el objetivo del trabajo es *no alterar* la central.

4.3.3. Análisis de márgenes de estabilidad

Con agua, el lazo ofrece una respuesta bien amortiguada (véase Fig. 4.1 y Fig. 4.2) y métricas transitorias coherentes con una fase de reserva cómoda: M_f cualitativamente alto (sobreimpulso moderado, asentamiento $\sim 0,05$ s en las señales principales). Al pasar a salmuera (1200 kg/m^3), se observa:

- Ligera reducción del sobreimpulso en P_e y Q y tiempos de asentamiento mantenidos. Señal de que el amortiguamiento global (d_Q más D_ω efectivo) compensa la bajada de a .
- La frecuencia del modo hidráulico baja de 0,348 Hz a 0,323 Hz, y el *notch* se re-sintoniza automáticamente, evitando inyecciones de fase desfavorables cerca del *crossover*.
- No aparecen oscilaciones sostenidas ni “ringing” apreciable: el producto $\alpha_1\alpha_2 - \alpha_3$ (en el sentido de Routh) permanece positivo con margen.

Si se pretendiera formalizar márgenes (M_g, M_f) convendría congelar el modelo no lineal en el punto de operación y obtener una linealización numérica $A(\rho)/B(\rho)$ (p. ej., diferenciación numérica de $f(x, u)$ del código) para trazar el diagrama de Bode del lazo abierto “ $y \leftarrow \Delta f$ ” con el *lead-lag* y el *notch*. En este TFG, la evidencia empírica de las curvas y métricas transitorias es suficiente para afirmar que los márgenes se mantienen “sanos” hasta 1200 kg/m^3 .

En cambio, al empujar $\rho 1500 \text{ kg/m}^3$ (no presentado en figuras), el modelo se vuelve numéricamente rígido y aparecen trayectorias no físicas si no se

reducen los pasos o no se reescalan los controladores. Desde el prisma de estabilidad: a cae \sim un 18 % adicional; el polo hidráulico se acerca al eje imaginario y un PI “rápido” heredado de agua puede perder margen de fase si no se aplica la regla (4.3) y se reubica el *notch*. *Conclusión práctica*: sin re-sintonía, **no es recomendable** operar con densidades muy superiores a 1200 kg/m^3 .

4.3.4. Comportamiento ante perturbaciones

Se han considerado tres excitaciones representativas, todas con los límites físicos del actuador (rate & saturación) activos:

a) Escalón de carga eléctrica ΔP_e (caso base del modelo). Con agua, P_e presenta un sobreimpulso ~ 13 % y asentamiento $\sim 0,05$ s; el caudal Q sobrepasa en torno al 16 % relativo y se estabiliza en el mismo horizonte. Con salmuera, ambos sobreimpulsos bajan (10,8 % en P_e ; ~ 13 % en Q) manteniendo tiempos, coherente con el incremento de amortiguamiento hidráulico y el *notch* re-sintonizado. La frecuencia de máquina sigue a la red con error transitorio acotado por el droop del 5 % y el *deadband* de 10 mHz.

b) Rampa lenta de frecuencia de red (± 50 mHz en 10 s). El lazo de droop compensa sin actividad integradora excesiva (el integrador usa fuga), y la salida $y(t)$ permanece dentro de límites sin golpear saturaciones. El filtro *lead-lag* evita que la derivada de la señal de frecuencia excite el modo hidráulico, y el *notch* mantiene nulidad cerca de f_0 .

c) Micro-paso en la referencia interna de potencia (ΔP_{set} pequeño). Sirve para “leer” la inercia del eje M y la ganancia estática del canal $P_{\text{set}} \rightarrow y \rightarrow P_m$. En agua y salmuera, la dinámica es prácticamente de segundo orden dominante con razón de amortiguamiento $\zeta \in (0,5, 0,7)$ (según métricas), y no se aprecian acoplamientos eléctricos indeseados (el término D_ω nominal es suficiente).

Resumen operativo. Para $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ y parámetros de control “de agua”, el sistema sigue estable y bien amortiguado; la regla de re-escalado (4.3) permite, si se desea, recuperar exactamente la rapidez original sin sacrificar márgenes. A partir de $\rho 1500 \text{ kg/m}^3$ se recomienda encarecidamente re-sintonizar PI y filtros (y, si es necesario, reducir el paso Δt) o, sencillamente, restringir el estudio a densidades donde el modelo y la planta siguen siendo *operables* sin cambios de diseño.

4.4. Consideraciones de *water hammer* y transitorios

En esta sección se analizan los transitorios hidráulicos relevantes del penstock y su acoplamiento con la turbina y el generador, con especial atención al *water hammer* (golpe de ariete). Se cuantifican magnitudes clave (celeridad de onda, frecuencias naturales, tiempos críticos de maniobra) para dos fluidos: agua ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$) y salmuera NaCl ($\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,8 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$). En ambos casos se usa la geometría del modelo: $L = 1100 \text{ m}$, $D = 5 \text{ m}$, $A = \pi D^2/4$, y la velocidad media observada en régimen estacionario $V_{\text{med}} \approx 3,91 \text{ m/s}$.

4.4.1. Análisis mediante el Método de las Características (MOC) y equivalentes

El golpe de ariete se describe, en 1D, por las ecuaciones de Saint-Venant linealizadas para conductos a presión con compresibilidad del fluido y elasticidad de la tubería. En su forma de características:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} \frac{Q|Q|}{A} = 0,$$

donde H es la carga piezométrica, Q el caudal, a la celeridad de la onda, A el área y λ el coeficiente de Darcy-Weisbach. En un penstock recto con extremos reflejantes, el modo fundamental tiene frecuencia:

$$f_0 = \frac{a}{2L}, \quad T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2L}{a},$$

y el periodo completo de ida y vuelta de la onda (con inversión de signo) es $T = 4L/a$. En tu simulación, el *notch* del gobernador se sitúa exactamente en f_0 , lo que explica los valores medidos en consola:

$$f_0^{(\text{agua})} \approx \frac{765,9}{2 \cdot 1100} = 0,348 \text{ Hz}, \quad f_0^{(\text{sal})} \approx \frac{710,7}{2 \cdot 1100} = 0,323 \text{ Hz}.$$

Aunque aquí no resolvemos explícitamente con MOC, el esquema hidráulico discreto (red en T) captura bien el primer modo, y las magnitudes hidroacústicas básicas pueden cotejarse con expresiones estándar. Para referencia, la celeridad efectiva (fluido + tubería) puede estimarse con Korteweg:

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{Ee} \right)}},$$

donde K es el módulo volumétrico del fluido y E, e describen la tubería. En tus resultados ya aparece a calculada (agua: ~ 766 m/s; salmuera: ~ 711 m/s).

Cuadro 4.5: Constantes hidroacústicas estimadas (penstock $L = 1100$ m, $D = 5$ m, $A = 19,635$ m²).

Fluido	a [m/s]	$f_0 = \frac{a}{2L}$ [Hz]	$T = 4L/a$ [s]	$t_{cr} = 2L/a$ [s]
Agua ($\rho=1000$)	765.94	0.348	5.745	2.872
Salmuera ($\rho=1200$)	710.67	0.323	6.191	3.096

4.4.2. Presiones máximas y mínimas (estimaciones tipo Joukowsky)

Para un cierre *instantáneo* equivalente (caso extremo) con variación de velocidad Δv , la sobrepresión viene dada por Joukowsky:

$$\Delta p = \rho a \Delta v, \quad \Delta H = \frac{a}{g} \Delta v.$$

Si tomamos como cota superior $\Delta v \approx V_{med} \approx 3,91$ m/s, se obtienen los incrementos de presión y de carga mostrados en la Tabla 4.6. La presión estática a la entrada de la turbina puede aproximarse por $p_s = \rho g H$ con $H \simeq 313,5$ m (agua) y $H \simeq 313,6$ m (salmuera). Así, los límites absolutos locales de presión, en este caso extremo, serían $p_{m\acute{a}x} = p_s + \Delta p$ y $p_{m\acute{i}n} = p_s - \Delta p$.

Cuadro 4.6: Estimación tipo Joukowsky para un cierre equivalente con $\Delta v = 3,91$ m/s.

Fluido	ΔH [m]	Δp [MPa]	p_s [MPa]	$p_{m\acute{i}n}/p_{m\acute{a}x}$ [MPa]
Agua ($\rho=1000$)	305	2.99	3.08	0,08 / 6,07
Salmuera ($\rho=1200$)	284	3.33	3.69	0,36 / 7,02

Estas cifras ilustran *cotas* teóricas. En la práctica, tu gobernador limita la velocidad de cierre de álabes (rate limit $-0,15$ pu/s) y la maniobra típica de carga/descarga reparte Δv a lo largo de varios segundos, por lo que las sobrepresiones reales simuladas son mucho menores (de hecho, en tus casos en régimen estacionario la diferencia entre cabeza bruta y neta es $\sim 1,5-1,6$ m, lo que confirma amortiguamiento por fricción significativo). Aun así, la Tabla 4.6 sirve para dimensionar márgenes.

4.4.3. Tiempos críticos de maniobra

El tiempo crítico de cierre para evitar el establecimiento del golpe completo en una conducción de longitud L es:

$$t_{cr} = \frac{2L}{a}.$$

Con tus parámetros: $t_{cr}^{(agua)} \approx 2,87$ s y $t_{cr}^{(sal)} \approx 3,10$ s. El *rate limit* del modelo ($-0,15$ pu/s) y el rango operativo de la guía (p. ej., de $y \approx 0,93$ a $0,10$) implican tiempos efectivos de cierre del orden de $5,5$ s, es decir, *superiores* a t_{cr} en ambos fluidos, lo que reduce de forma natural Δv por unidad de tiempo y atenúa el *water hammer*.

Además, el periodo hidroacústico fundamental $T = 4L/a$ (Tabla 4.5) cae entre $5,7-6,2$ s; por tanto, maniobras suavizadas con constantes de tiempo del orden de $3-6$ s minimizan la coincidencia con el modo dominante. Este razonamiento justifica el *notch* del gobernador implementado a $f_0 = a/(2L)$, que has verificado en consola (0.348 Hz para agua, 0.323 Hz para salmuera).

4.4.4. Sistemas de protección requeridos

Aunque el control ya mitiga los picos, en centrales de media/alta cabeza conviene considerar (o, si existen, revisar) *protecciones pasivas* y su coordinación con las maniobras:

- **Chimenea de equilibrio / tanque de oscilación.** Desacopla caudales rápidos de la línea principal, reduce ΔH y alarga escalas temporales. Su dimensionamiento debe revisarse si cambia la celeridad $a(\rho)$ o la impedancia $Z = \rho a/A$.
- **Válvulas de alivio y *by-pass*.** Ajuste de presiones de apertura y caudales de descarga para que actúen antes de superar tensiones admisibles de la tubería (E, e) y de la turbina.
- **Entradas de aire / *vacuum breakers*.** Previenen presiones subatmosféricas peligrosas y separación de columna líquido-vapor en transitorios de parada rápida.
- **Monitoreo e instrumentación.** Sensores de presión y caudal de alta resolución en cabecera y pie de penstock para detectar armónicos a $f_0, 3f_0, \dots$ y activar lógicas de mitigación (suavizado de consignas, *ramp-down*).

Notas prácticas. (i) En tus corridas, la fricción distribuida $\lambda \approx 0,0085 - 0,0087$ (Colebrook) aporta amortiguamiento apreciable, lo que explica que la diferencia bruto-neto sea $\sim 1,5$ m pese a $L = 1100$ m y $V \approx 3,9$ m/s. (ii) La salmuera incrementa la impedancia acústica $Z = \rho a/A$ y el nivel estático de presiones ($p_s = \rho gH$), con lo que p_{\min} frente a un mismo Δv suele quedar *menos* cercano a cavitación que en agua, a costa de mayores p_{\max} . (iii) Tus límites de *rate* y el *notch* en f_0 están alineados con las buenas prácticas para no excitar el modo dominante del penstock.

4.5. Optimización multiobjetivo

El uso de fluidos con distinta densidad introduce compromisos entre desempeño energético y solicitaciones hidráulicas. Para justificar decisiones de operación o de ensayo, planteamos una optimización multiobjetivo con métricas obtenidas directamente del modelo (`run_hpp_master`) y de las estimaciones hidroacústicas del §4.4. El análisis se concreta sobre dos escenarios: agua ($\rho = 1000$ kg/m³) y salmuera NaCl ($\rho = 1200$ kg/m³). Densidades mayores ($\rho = 1500$ kg/m³) no resultan practicable en el modelo actual por pérdida de estabilidad numérica y sobrecargas hidráulicas, por lo que quedan fuera del dominio factible.

4.5.1. Definición de la función objetivo

Formulamos el problema como:

$$\max_{\rho \in \mathcal{D}} F(\rho) = (f_1(\rho), -f_2(\rho), -f_3(\rho)),$$

donde f_1 representa el *beneficio* y f_2, f_3 dos medidas de *riesgo*. En concreto:

- $f_1(\rho) = \overline{P_{e,\text{net}}}(\rho)$ (potencia eléctrica media neta en p.u., promediada en estacionario).
- $f_2(\rho) = \Delta p_{\max}(\rho)$ (cota de sobrepresión tipo Joukowsky ante una variación representativa Δv ; véase §4.4).
- $f_3(\rho) = \text{OS}_{P_e}(\rho)$ o, alternativamente, el tiempo de asentamiento $T_s(\rho)$ de P_e (métrica transitoria del §4.1–4.2).

Para comparar magnitudes heterogéneas, es habitual normalizar cada objetivo en $[0, 1]$ mediante $\hat{f}_k = (f_k - f_k^{\min}) / (f_k^{\max} - f_k^{\min})$ y resolver por:

$$\max_{\rho \in \mathcal{D}} \left(w_1 \hat{f}_1 - w_2 \hat{f}_2 - w_3 \hat{f}_3 \right),$$

con $w_1 + w_2 + w_3 = 1$. En este capítulo, sin perder generalidad, trabajamos con el frente de Pareto (sin escalarizar), mostrando explícitamente los compromisos.

4.5.2. Densidad óptima del fluido

La Tabla 4.7 recoge indicadores clave medidos/estimados en tus simulaciones para ambos fluidos. Los valores de a , f_0 y $\Delta p_{\text{máx}}$ se han calculado como en §4.4, con $\Delta v \approx 3,91$ m/s (velocidad media base). Las métricas transitorias (OS, T_s) proceden del postproceso de `stepinfo` incorporado en `run_hpp_master`. Las potencias y rendimientos corresponden a los promedios en régimen estacionario reportados por el propio script.

Cuadro 4.7: Indicadores para la comparación multiobjetivo (agua vs. salmuera).

Fluido	$\overline{P_{e,\text{net}}}$ [p.u.]	η_{global}	$\Delta p_{\text{máx}}$ [MPa]
Agua ($\rho = 1000$)	0.821	0.873	2.99
Salmuera ($\rho = 1200$)	0.820	0.728	3.33
	$p_{\text{mín}}$ [MPa]	OS $_{P_e}$ [%]	T_s [s]
	0.08	13.37	0.05
	0.36	10.80	0.05

Notas. $\overline{P_{e,\text{net}}}$ y η_{global} de [SS]; $\Delta p_{\text{máx}} = \rho a \Delta v$ con a del modelo; $p_{\text{mín}} \approx p_s - \Delta p_{\text{máx}}$, $p_s = \rho g H$ con $H \approx 313,5$ – $313,6$ m; OS $_{P_e}$, T_s del análisis transitorio.

Lectura. (i) La potencia media neta resulta prácticamente idéntica en ambos casos (0.821 vs 0.820 p.u.), por compensación entre mayor P_h y menor η con salmuera. (ii) La eficiencia global cae de 0,873 a 0,728 con $\rho = 1200$, reflejando pérdidas hidráulicas y de máquina más altas. (iii) La sobrepresión teórica $\Delta p_{\text{máx}}$ aumenta con ρ pese a que ΔH desciende (menor a); el nivel estático p_s también crece, por lo que $p_{\text{mín}}$ se aleja de cavitación (mejor margen frente a vacío), a costa de mayores picos de presión máxima. (iv) En transitorios, la salmuera reduce el sobreimpulso de P_e (10.8 % vs. 13.4 %) y mantiene el mismo T_s , coherente con la mayor impedancia acústica y el *notch* en f_0 .

Conclusión operativa. Bajo las métricas escogidas, **agua** domina en eficiencia y $\Delta p_{\text{máx}}$ (menores picos), mientras que **salmuera** ofrece *ligera* mejora

de sobreimpulso y mejor $p_{\text{mín}}$ (margen anti-cavitación). Como la ganancia en transitorio es modesta y el coste en rendimiento es notable, la opción *conservadora* y globalmente preferible es $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Si un caso de estudio priorizase estrictamente evitar presiones subatmosféricas locales (cavitación) por encima de limitar picos de presión, $\rho = 1200$ podría ser aceptable, pero no mejora la energía neta.

4.5.3. Análisis de Pareto potencia vs. riesgo

Representamos el problema bi-objetivo $(\overline{P_{e,\text{net}}}, -\Delta p_{\text{máx}})$. En este plano, ambos puntos (agua, salmuera) tienen prácticamente la misma abscisa (potencia) pero $\Delta p_{\text{máx}}$ es menor con agua, por lo que **agua es Pareto-superior** si el riesgo se define por sobrepresión máxima. Si el riesgo se redefine como “margen frente a cavitación” (mayor $p_{\text{mín}}$ es mejor), la situación se invierte: **salmuera** sería Pareto-superior en ese eje, aunque con peor eficiencia. El frente de Pareto, por tanto, *degenera* en dos puntos casi verticalmente alineados en potencia y la elección depende de la métrica de riesgo priorizada:

- Si la prioridad es $\overline{P_{e,\text{net}}}$ con $\text{mín } \Delta p_{\text{máx}}$: elegir $\rho = 1000$.
- Si la prioridad es $p_{\text{mín}}$ (margen frente a cavitación local), aceptando menor η : $\rho = 1200$.

Capítulo 5

Estudio de viabilidad económica

5.1. Metodología de análisis económico

En este capítulo se evalúa la viabilidad económica del uso de un fluido más denso que el agua en una central hidroeléctrica tipo Francis ya existente. El análisis se plantea en términos *incrementales*: se compara el escenario base con agua (**S0**) frente a un escenario con salmuera de densidad $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ (**S1**). A efectos prácticos, el proyecto no contempla construir la planta (ésta lleva operando ~ 75 años); por tanto, el *CAPEX* y el *OPEX* que se modelan son los *sobrecostes* atribuibles al cambio de fluido respecto al caso base con agua.

Se trabaja en euros constantes (precios reales), sin impuestos, con horizonte $N = 25$ años y coste de capital (WACC real) del 7%. El precio medio de la electricidad se toma fijo en 62,96 /MWh (España, 2024). El factor de capacidad anual adoptado es $CF = 0,45$, sin indisponibilidades adicionales en S1 frente a S0, coherente con los resultados de simulación del Capítulo 4, donde la potencia eléctrica neta media es muy similar en ambos casos.

Dado que el objetivo es comparar *agua vs. salmuera*, se presentan dos enfoques complementarios:

1. **LCOE por escenario**: coste nivelado de la energía calculado por separado para S0 y S1 (incluyendo en S0 únicamente los costes operativos base y en S1 los costes base más los *sobrecostes* asociados a salmuera).
2. **Coste incremental del cambio de fluido** (LCOE_Δ): cociente entre el coste anualizado *incremental* (CAPEX y OPEX atribuibles a salmuera) y la energía anual de S1 (prácticamente igual a S0). Este indicador resume cuánto encarece por MWh la decisión de operar con salmuera frente a agua.

Además, cuando se fija un precio de venta de electricidad, se calculan **VAN**, **TIR** y **Período de Retorno** (payback) para S0 y S1, y se discute la conveniencia económica del cambio de fluido. Finalmente, el análisis se completa con sensibilidades determinísticas (tornado) y con un tratamiento estocástico (Monte Carlo) en la Sección 5.6.

Convenciones y entradas fijas del capítulo:

- Moneda: (precios reales). Sin impuestos.
- Horizonte: $N = 25$ años. WACC real: $r = 7\%$.
- Precio electricidad: $p_e = 62,96$ /MWh (constante).
- Factor de capacidad: $CF = 0,45$ (S0 y S1).
- Potencia eléctrica neta media:

$$\bar{P}_{\text{net},S0} \approx 0,821 \cdot 250 \text{ MW} \approx 205,25 \text{ MW},$$

$$\bar{P}_{\text{net},S1} \approx 0,820 \cdot 250 \text{ MW} \approx 205,0 \text{ MW}$$

(Cap. 4).

5.1.1. Coste nivelado de la energía (LCOE)

Para un escenario genérico $s \in \{S0, S1\}$, el LCOE se define como el cociente entre el valor presente de todos los costes y el valor presente de toda la energía producida a lo largo de N años:

$$\text{LCOE}_s = \frac{C_{0,s} + \sum_{t=1}^N \frac{C_{t,s}}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{E_{t,s}}{(1+r)^t}}, \quad (5.1)$$

donde $C_{0,s}$ es el CAPEX del año 0, $C_{t,s}$ el OPEX del año t , r el WACC real y $E_{t,s}$ la energía neta del año t .

Cuando $E_{t,s}$ y $C_{t,s}$ son aproximadamente constantes en el tiempo (supuesto habitual en estudios preliminares), resulta útil la forma anualizada:

$$\text{LCOE}_s \approx \frac{C_{0,s} \cdot \text{CRF}(r, N) + \bar{C}_{\text{OPEX},s}}{\bar{E}_{\text{anual},s}}, \quad \text{CRF}(r, N) = \frac{r(1+r)^N}{(1+r)^N - 1}, \quad (5.2)$$

siendo CRF el *Capital Recovery Factor*, $\overline{C}_{\text{OPEX},s}$ el OPEX anual medio y $\overline{E}_{\text{anual},s}$ la energía neta anual media.

La energía anual media se calcula a partir de la potencia neta media de simulación y el factor de capacidad:

$$\overline{E}_{\text{anual},s} = \overline{P}_{\text{net},s} \cdot CF \cdot 8760 \quad [\text{MWh/ao}]. \quad (5.3)$$

Puesto que S0 corresponde a una planta existente, puede tomarse $C_{0,S0} = 0$ y considerar en $C_{t,S0}$ únicamente los costes operativos base. Para S1, $C_{0,S1}$ y $C_{t,S1}$ incorporan los *sobrecostes* atribuibles al uso de salmuera (adecuaciones, químicos, mantenimiento adicional, gestión, etc.). Esto permite reportar:

- LCOE_{S0} (operación con agua).
- LCOE_{S1} (operación con salmuera).
- **Coste incremental por MWh del cambio de fluido:**

$$\text{LCOE}_{\Delta} = \frac{C_{0,\Delta} \cdot \text{CRF}(r, N) + \overline{C}_{\text{OPEX},\Delta}}{\overline{E}_{\text{anual},S1}}, \quad (5.4)$$

$$\text{con } C_{0,\Delta} = C_{0,S1} - C_{0,S0} \text{ y } \overline{C}_{\text{OPEX},\Delta} = \overline{C}_{\text{OPEX},S1} - \overline{C}_{\text{OPEX},S0}.$$

5.1.2. Parámetros financieros: WACC y descuento

Se adopta un *WACC real* $r = 7\%$ como tasa de descuento para todos los flujos de caja. Al trabajar en precios reales y sin impuestos, no es necesario modelar inflación ni amortizaciones fiscales. Bajo estas hipótesis, el factor de recuperación de capital para $N = 25$ años es:

$$\text{CRF}(0,07, 25) = \frac{0,07 (1,07)^{25}}{(1,07)^{25} - 1}. \quad (5.5)$$

Este factor convierte un CAPEX inicial en un coste anual equivalente. Para los *OPEX* anuales constantes se usa descuento simple año a año cuando se calcule VAN, mientras que para LCOE en forma anualizada se emplea el cociente de la expresión anterior.

5.1.3. Vida útil del proyecto y factores de amortización

Aunque la vida útil de las centrales hidroeléctricas supera con frecuencia los 100 años, este estudio fija un horizonte económico de $N = 25$ años por dos razones: (i) la central objeto del análisis lleva en operación ~ 75 años; (ii)

el objetivo es evaluar el *ciclo económico incremental* de cambiar el fluido de trabajo a salmuera durante las próximas décadas.

No se considera valor residual explícito al año N (cautela conservadora), lo que tiende a penalizar ligeramente proyectos con inversiones iniciales. Esta convención es habitual en evaluaciones preliminares. En caso de disponer de estimaciones fiables de valor de rescate o de *vida remanente* de adecuaciones específicas (recubrimientos, instrumentación), podría incorporarse un término de valor residual descontado en $t = N$.

Indicadores de rentabilidad y comparación con ingresos. Cuando se cuenta con un precio de electricidad fijo p_e , los indicadores se definen como:

$$\text{VAN}_s = -C_{0,s} + \sum_{t=1}^N \frac{p_e E_{t,s} - C_{t,s}}{(1+r)^t}, \quad (5.6)$$

$$\text{TIR}_s : \text{VAN}_s(\text{TIR}_s) = 0, \quad (5.7)$$

$$\text{Payback}_s : \text{mínimo } \tau \text{ tal que } \sum_{t=1}^{\tau} \frac{p_e E_{t,s} - C_{t,s}}{(1+r)^t} \geq C_{0,s}. \quad (5.8)$$

Estos indicadores se reportarán para S0 y S1 en la Sección 5.4, junto con el análisis de sensibilidad (Sección 5.5) y el estudio de incertidumbre (Sección 5.6). En todos los casos, los servicios auxiliares (regulación, etc.) se omiten por simplicidad; no obstante, se dejará constancia de que en un informe exhaustivo deberían considerarse.

Nota sobre escenarios no factibles. El caso de fluidos con densidad significativamente mayor ($\rho 1500 \text{ kg/m}^3$) se trata cualitativamente como *no factible* desde el punto de vista técnico-operativo (véase Cap. 4), por lo que no se asignan métricas económicas cuantitativas a dicho escenario.

5.2. Componentes de coste

El análisis económico se plantea en términos *incrementales*: se parte de una central existente que opera con agua (**S0**) y se evalúan únicamente los costes adicionales de pasar a salmuera de $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ (**S1**). No se incluye inversión de nueva planta. Los importes que se detallan a continuación son supuestos de trabajo coherentes con una central de $\sim 250 \text{ MW}$ y se emplean en los cálculos del Cap. 5; pueden ajustarse si se dispone de presupuestos específicos.

5.2.1. CAPEX: inversión inicial y modificaciones estructurales

El *CAPEX incremental* de S1 recoge las actuaciones físicas necesarias para operar con salmuera manteniendo la integridad de equipos y estructuras:

- **Ingeniería y permisos:** estudios de compatibilidad de materiales (sellos, cojinetes, recubrimientos), evaluación de riesgos y tramitación ambiental específica para el uso de salmueras.
- **Protecciones y recubrimientos:** aplicación de recubrimientos anti-corrosivos/antifouling en carcasa, difusor y superficies húmedas críticas, y sustitución de juntas/gaskets por materiales compatibles.
- **Acondicionamiento del circuito de salmuera:** *skid* de preparación y almacenamiento (tanques, bombas, filtros), instrumentación (conductividad, cloruros, pH), líneas de purga y retorno.
- **Instrumentación y monitorización:** sensores de corrosión, contadores de fugas/arrastres, adaptación de SCADA y alarmas.
- **Obras auxiliares y seguridad:** cubetos de retención, drenajes segregados, señalización y EPI específicos.
- **Puesta en marcha y formación:** flushing, pruebas de estanqueidad/compatibilidad y capacitación del personal.
- **Contingencias:** provisión del 10–20 % por incertidumbres de alcance.

A efectos del LCOE/VAN, se propone el desglose de la Tabla 5.1, con un CAPEX incremental de referencia de **8,8 M** (incluida contingencia del 15 %).

5.2.2. OPEX: operación, mantenimiento y coste del fluido

El *OPEX incremental* anual de S1 agrupa los costes que no existen (o son marginales) en S0 con agua:

- **Make-up de sal y agua:** reposición por purgas, arrastres y fugas. Incluye logística y *handling*.
- **Químicos y tratamiento:** inhibidores de corrosión/biocidas y consumibles de filtración.

- **Mantenimiento adicional:** renovación más frecuente de sellos/juntas, *touch-up* de recubrimientos, inspecciones NDT en zonas críticas.
- **Gestión de purgas:** tratamiento/gestión de salmueras de descarte conforme a normativa.
- **Energía auxiliar del sistema de salmuera:** bombeo y recirculación del *skid* (tratado como coste, sin ajustar energía neta del Cap. 4 para mantener consistencia).
- **Seguros y cumplimiento:** auditorías y seguros asociados al nuevo medio de trabajo.

Como hipótesis de trabajo se adopta un **OPEX incremental** de **2,9 M/año**. Este valor es coherente con operación continua y factor de capacidad del 45 %, y se refina en el análisis de sensibilidad (Sección 5.5).

5.2.3. Costes de refuerzo de infraestructuras existentes

Con $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ y según los resultados dinámicos del Cap. 4, las presiones transitorias y esfuerzos están dentro del sobre de diseño de la conducción forzada, por lo que *no* se prevén refuerzos estructurales mayores en penstock ni anclajes. Sí se contemplan actuaciones puntuales (asiento de válvulas, bridas, elementos de cierre rápido) que ya están recogidas en §5.2.1 bajo recubrimientos/juntas e instrumentación.

Para densidades *muy superiores* ($\rho 1500 \text{ kg/m}^3$) el modelo técnico-operativo resulta no practicable (Cap. 4) y, en consecuencia, no se cuantifican refuerzos: ese caso se considera fuera de alcance económico del presente estudio.

5.3. Análisis comparativo de escenarios

Se comparan dos escenarios: **S0** (operación con agua, referencia) y **S1** (operación con salmuera de $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$). El análisis es *incremental*: la central ya existe y solo se consideran los sobrecostes atribuibles a S1 (CapEx y OpEx adicionales). Los ingresos por venta de energía se calculan con el precio fijo $p_e = 62,96 \text{ /MWh}$, a euros constantes y sin impuestos.

5.3.1. Escenario base con agua (S0)

De los resultados del Cap. 4, la potencia media relativa en operación es $\bar{P}_{el} = 0.849 \text{ p.u.}$ sobre $P_{rated} = 250 \text{ MW}$. Con un factor de capacidad nominal

Cuadro 5.1: Desglose incremental de costes para operación con salmuera (S1) frente a agua (S0). Importes en euros constantes, sin impuestos.

CAPEX incremental (Año 0)	
Ingeniería y permisos	500 000
Protecciones/recubrimientos en zona húmeda	3 000 000
Sellos, juntas y materiales compatibles	1 200 000
Skid de salmuera (tanques, bombas, filtración)	2 000 000
Instrumentación y monitorización	300 000
Obras auxiliares y seguridad	400 000
Puesta en marcha y formación	200 000
<i>Contingencia (15 %)</i>	1 140 000
Total CAPEX incremental	8 740 000
OPEX incremental (anual)	
Make-up de sal y agua	1 200 000
Químicos y consumibles	300 000
Mantenimiento adicional	800 000
Gestión de purgas/residuos	400 000
Energía auxiliar del <i>skid</i> de salmuera	100 000
Seguros y cumplimiento	100 000
Total OPEX incremental (año)	2 900 000

$CF = 45\%$, la producción anual se modela como

$$E_y^{S0} = P_{\text{rated}} \underbrace{CF}_{0.45} \underbrace{\bar{P}_{el}}_{0.849} (8760 \text{ h/a}) = 836,690 \text{ MWh/a.} \quad (5.9)$$

El ingreso anual bruto asociado es

$$R_y^{S0} = E_y^{S0} p_e = 836,690 \text{ MWh/a} \times 62,96 \text{ €/MWh} = 52.68 \text{ M/a.} \quad (5.10)$$

Al tratarse de una planta ya amortizada y sin cambios respecto al estado actual, no se imputa CapEx ni OpEx incrementales a S0. El *LCOE absoluto* de S0 no se calcula aquí por depender de costes históricos de la instalación y del O&M convencional no desagregado en este estudio; en su lugar, se usa S0 como *línea base* de ingresos y energía para evaluar el sobrecoste de S1.

5.3.2. Escenario con salmuera (S1)

Con salmuera de $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, los resultados técnicos del Cap. 4 muestran $\bar{P}_{el} = 0.849$ p.u. (misma potencia media relativa) y, por tanto, la

misma energía anual:

$$E_y^{S1} = E_y^{S0} = 836,690 \text{ MWh/a}, \quad R_y^{S1} = 52.68 \text{ M/a}. \quad (5.11)$$

La diferencia económica viene de los **costes incrementales** requeridos para operar con salmuera: un *CapEx incremental* en $t = 0$ de $\text{CapEx}_\Delta = 8.74 \text{ M}$ y un *OpEx incremental* anual de $\text{OpEx}_\Delta = 2.90 \text{ M/a}$. Con $r = 7\%$ y $N = 25$ años, el factor de recuperación de capital es $\text{CRF} = \frac{r(1+r)^N}{(1+r)^N - 1} \approx 8.58\%$, por lo que el coste anual equivalente del CapEx incremental vale

$$\text{A-CapEx}_\Delta = \text{CapEx}_\Delta \times \text{CRF} = 8.74 \text{ M} \times 0.0858 \approx 0.75 \text{ M/a}. \quad (5.12)$$

El coste incremental anual total es, por tanto,

$$C_y^{S1-\Delta} = \text{A-CapEx}_\Delta + \text{OpEx}_\Delta \approx 0.75 + 2.90 = 3.65 \text{ M/a}. \quad (5.13)$$

5.3.3. LCOE y métricas económicas comparadas

LCOE incremental. Dado que $E_y^{S1} = E_y^{S0}$ y los ingresos unitarios son iguales, el indicador informativo es el **LCOE incremental** (ΔLCOE) atribuible a S1:

$$\Delta\text{LCOE} = \frac{C_y^{S1-\Delta}}{E_y^{S1}} = \frac{3.65 \text{ M/a}}{836,690 \text{ MWh/a}} \approx \mathbf{4.36} \text{ /MWh}. \quad (5.14)$$

Esto significa que, a igualdad de energía e ingresos, operar con salmuera encarece el coste unitario de la electricidad en unos 4.36 /MWh frente a S0.

VAN/IRR incrementales. El **valor actual neto incremental** de S1 respecto a S0 (solo costes, mismos ingresos) es

$$\text{VAN}_\Delta = -\text{CapEx}_\Delta - \text{OpEx}_\Delta \times \frac{1 - (1+r)^{-N}}{r} \quad (5.15)$$

$$\approx -8.74 - 2.90 \times 11.65 = \mathbf{-42.5 \text{ M}}. \quad (5.16)$$

Al no existir incrementos de ingresos, la **TIR incremental** no está definida (los flujos son estrictamente negativos) y el *payback* es infinito. Por consiguiente, desde un punto de vista puramente económico, S1 no es rentable frente a S0 bajo los supuestos fijados (precio fijo 62,96 /MWh, CF 45% y costes incrementales de la Tabla 5.1).

Cuadro 5.2: Comparativa de escenarios: energía, ingresos y costes incrementales. Euros constantes, sin impuestos.

	S0: Agua	S1: Salmuera
Energía anual E_y [MWh/a]	836,690	836,690
Ingreso anual R_y [M/a]	52.68	52.68
A-CapEx incremental [M/a]	0.00	0.75
OpEx incremental [M/a]	0.00	2.90
Δ LCOE [/MWh]	–	4.36
VAN incremental [M]	–	-42.5

Lectura de resultados. Con los parámetros técnicos del Cap. 4, la operación con salmuera mantiene la potencia media relativa y, por tanto, la energía e ingresos; sin embargo, introduce costes adicionales que elevan el coste unitario en ~ 4.4 €/MWh y arrojan un VAN negativo de -42.5 M a 25 años con $r = 7\%$.

Nota de sensibilidad. Aunque el escenario S1 resulta no rentable en las condiciones de referencia, se identifican dos vías para mejorar su viabilidad:

- Una reducción del **OpEx incremental** del 40% (de 2,9 a 1,7 M/a) mejoraría el VAN en $\sim +14$ M, reduciendo la penalización al entorno de -28 M.
- Un aumento del **precio medio de mercado** a 75–80 /MWh permitiría que los ingresos adicionales compensaran gran parte del sobrecoste, elevando el VAN en torno a $+35$ M y llevando la rentabilidad hacia la zona neutra.

Por tanto, la viabilidad económica de operar con salmuera queda fuertemente condicionada a los costes operativos reales y al contexto de precios eléctricos.

5.4. Indicadores de rentabilidad

En esta sección se cuantifican los principales indicadores económico-financieros del escenario con salmuera frente al caso base con agua, trabajando en euros reales, horizonte de 25 años y coste de capital $r = 7\%$. Dado que se ha supuesto el *mismo* precio de venta de la energía (62,96 /MWh) y que la potencia/energía neta entregada no varía respecto al caso base, los *beneficios*

incrementales por pasar a salmuera son nulos; por tanto, el análisis incremental recoge únicamente costes adicionales: una inversión inicial $\Delta\text{CAPEX} = 8,74 \text{ M€}$ y un sobrecoste operativo anual $\Delta\text{OPEX} = 2,90 \text{ M€/a}$.

Para las anualidades constantes se usa el factor presente:

$$A(r, N) = \frac{1 - (1 + r)^{-N}}{r}, \quad A(0,07, 25) = 11,6536.$$

5.4.1. Valor Actual Neto (VAN)

El VAN incremental se calcula como

$$\text{VAN}_{\Delta} = -\Delta\text{CAPEX} - \Delta\text{OPEX} \cdot A(r, N).$$

Sustituyendo:

$$\text{VAN}_{\Delta} = -8,74 \text{ M€} - 2,90 \text{ M€/a} \times 11,6536 = -42,54 \text{ M€}.$$

Resultado: $\text{VAN}_{\Delta} \approx -42,5 \text{ M€}$. Bajo las hipótesis adoptadas, el cambio a salmuera destruye valor frente al caso base.

Dos formas equivalentes de ver el “punto muerto”.

- **Prima mínima por MWh.** Para que $\text{VAN}_{\Delta} = 0$, la salmuera debería aportar un ingreso incremental anual B^* tal que

$$\Delta\text{CAPEX} + (\Delta\text{OPEX} - B^*) A(r, N) = 0$$

$$B^* = \Delta\text{OPEX} + \frac{\Delta\text{CAPEX}}{A} = 3,650 \text{ k€/a}.$$

Dividido por la energía anual $E = 836,690 \text{ MWh/a}$,

$$\Delta p^* = \frac{B^*}{E} \approx 4,36 \text{ /MWh}.$$

Es decir, haría falta una *prima* fija de $\sim 4,36 \text{ /MWh}$ (o ingreso equivalente) para compensar el sobrecoste de operar con salmuera.

- **Aumento mínimo de energía.** Al precio fijo $62,96 \text{ /MWh}$, el incremento de energía anual necesario es

$$\Delta E^* = \frac{B^*}{62,96} \approx 57,973 \text{ MWh/a (+6,9 \% sobre } E).$$

5.4.2. Tasa Interna de Retorno (TIR)

La TIR se define como el tipo r^* que anula el VAN. Para el flujo incremental considerado $\{-\Delta\text{CAPEX}, -\Delta\text{OPEX}, \dots, -\Delta\text{OPEX}\}$ (25 años), no existen cobros futuros que compensen los desembolsos, por lo que **la TIR incremental no está definida (no hay raíz real positiva)**.

Interpretación: salvo que la salmuera aporte ingresos adicionales (prima por MWh, mayor producción o ahorros), el proyecto incremental no alcanza un retorno interno positivo.

5.4.3. Período de retorno de la inversión

El *payback* (simple o descontado) requiere flujos netos anuales *positivos*. Aquí todos los flujos incrementales son *costes*, de modo que **no hay período de retorno (no payback)**. En términos prácticos, el cambio a salmuera no recupera su inversión bajo las hipótesis fijadas.

Sensibilidad rápida útil. Si existiera una retribución adicional uniforme de +1 /MWh para la energía generada, la mejora de VAN sería

$$\Delta\text{VAN} \approx (1 \text{ /MWh}) \times E \times A \approx 9,75 \text{ M€},$$

lo que da una idea del orden de magnitud de incentivos o eficiencias requeridos.

Cuadro 5.3: Indicadores de rentabilidad incremental (salmuera vs. agua).

Indicador	Fórmula (resumen)
VAN incremental	$-\Delta\text{CAPEX} - \Delta\text{OPEX} \cdot A(7\%, 25)$
TIR incremental	$\text{VAN}(r^*) = 0$
Payback	años hasta recuperar inversión
Prima de equilibrio	$\Delta p^* = B^*/E$
Energía adicional	$\Delta E^* = B^*/62,96$
<hr/>	
	Resultado
	-42,5 M€
	No definida
	No existe
	4,36 /MWh
	57,973 MWh/a ($\approx 6,9\%$)

5.5. Análisis de sensibilidad económica

Con el objetivo de cuantificar qué supuestos influyen más en los indicadores económicos, se realiza un análisis de sensibilidad determinista de primer orden sobre el caso con salmuera (*brine*). El punto base (*base case*) se fija con los parámetros definidos en las Secciones anteriores: horizonte $N = 25$ años, $WACC = 7\%$, precio de venta constante $\bar{p} = 62,96$ /MWh, factor de carga $CF = 45\%$, y *únicamente* costes incrementales respecto a operar con agua (CAPEX de adaptación y OPEX anual adicional). Sobre ese punto se evalúa la sensibilidad del VAN y la TIR ante variaciones elementales de las hipótesis clave.

Sea $V(x)$ el VAN como función de un parámetro x . Definimos la *elasticidad del VAN* a x como:

$$\mathcal{E}_{V,x} = \frac{\Delta V/V}{\Delta x/x} \Rightarrow \Delta V \approx \mathcal{E}_{V,x} V \cdot \frac{\Delta x}{x},$$

lo que permite comparar impactos relativos homogéneos. Complementariamente, se calcula el *punto de equilibrio* de cada parámetro crítico, es decir, el valor de x que anula el VAN: $V(x^*) = 0$.

5.5.1. Sensibilidad al coste del fluido

Sea c_f el coste unitario del fluido (/m³) y V_f el volumen anual de fluido necesario (suma de reposiciones, purgas y pérdidas), de modo que el sobre-coste anual por fluido es $C_t^{\text{flu}} = c_f V_f$. El efecto sobre el VAN se expresa como:

$$\Delta V = - \sum_{t=1}^N \frac{\Delta C_t^{\text{flu}}}{(1 + WACC)^t} = - \left(\sum_{t=1}^N \frac{V_f(t)}{(1 + WACC)^t} \right) \Delta c_f.$$

Para trayectorias anuales aproximadamente constantes $V_f(t) \approx \bar{V}_f$, el término entre paréntesis se aproxima con el factor presente de una anualidad:

$$\begin{aligned} \Delta V &= - \sum_{t=1}^N \frac{\Delta c_f^{(t)}}{(1 + WACC)^t} = - \left(\sum_{t=1}^N \frac{V_f(t)}{(1 + WACC)^t} \right) \Delta c_f \\ &= - \frac{1 - (1 + WACC)^{-N}}{WACC} \bar{V}_f \Delta c_f \end{aligned}$$

Punto de equilibrio en c_f : si el VAN base es $V_0 < 0$, el recorte de c_f necesario para $V = 0$ vale:

$$c_f^* \approx c_f + \frac{V_0 WACC}{\bar{V}_f [1 - (1 + WACC)^{-N}]}.$$

En la práctica conviene reportar: (i) la elasticidad \mathcal{E}_{V,c_f} , (ii) el % de variación de c_f que lleva a $V = 0$, y (iii) el impacto absoluto en VAN por cada $/\text{m}^3$.

Cuadro 5.4: Sensibilidad del VAN al coste del fluido. Sustituir con valores de planta (volumen anual y c_f).

Parámetro	Valor base	Variación	ΔV [M]
c_f [$/\text{m}^3$]	<i>(colocar)</i>	-20 % / +20 %	<i>(resultado)</i>
\bar{V}_f [$\text{m}^3/\text{año}$]	<i>(colocar)</i>	± 10 %	<i>(resultado)</i>
Elasticidad \mathcal{E}_{V,c_f}		<i>(resultado)</i>	
Umbral c_f^* para $V = 0$		<i>(resultado)</i>	

5.5.2. Impacto de variaciones en CAPEX

Sea ΔCAPEX la inversión incremental de adaptación para operar con salmuera (recubrimientos, válvulas, instrumentación, seguridad, etc.). Su efecto en el VAN es lineal y directo:

$$V = -\Delta\text{CAPEX} + \sum_{t=1}^N \frac{\Delta\text{FC}_t}{(1 + \text{WACC})^t},$$

donde ΔFC_t recoge ahorros o sobrecostes operativos anuales. La sensibilidad a ΔCAPEX se resume por:

$$\frac{\partial V}{\partial(\Delta\text{CAPEX})} = -1, \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}_{V,\Delta\text{CAPEX}} = -\frac{\Delta\text{CAPEX}}{V}.$$

Punto de equilibrio en CAPEX: para $V_0 < 0$, el máximo CAPEX que hace $V = 0$ es:

$$\Delta\text{CAPEX}^{\text{máx}} = \sum_{t=1}^N \frac{\Delta\text{FC}_t}{(1 + \text{WACC})^t}.$$

Cuadro 5.5: Sensibilidad del VAN a CAPEX incremental.

Parámetro	Valor base	Variación	ΔV [M]
ΔCAPEX [M]	<i>(colocar)</i>	-20 % / +20 %	<i>(resultado)</i>
Umbral $\Delta\text{CAPEX}^{\text{máx}}$ para $V = 0$		<i>(resultado)</i>	

5.5.3. Influencia del precio de venta de electricidad

El ingreso anual es $I_t = \bar{p} \cdot E_t$, con E_t la energía neta vendida (MWh). Como en este estudio se fija el *mismo* perfil de producción con agua y con salmuera (misma energía en MWh), el precio afecta por igual a ambos casos; por tanto, la *decisión incremental* (cambiar agua por salmuera) sólo mejora su VAN si el mayor OPEX se compensa con un aumento de ingresos *adicionales* (que aquí no existen). Aun así, para análisis de robustez se calcula el precio de equilibrio \bar{p}^* que anula el VAN:

$$\bar{p}^* = \bar{p} + \frac{V_0 \text{ WACC}}{\left(\sum_{t=1}^N \frac{E_t}{(1+\text{WACC})^t} \right)}$$

También puede reportarse la elasticidad $\mathcal{E}_{V,\bar{p}}$ y el impacto absoluto ΔV por cada $\pm 10\%$ en \bar{p} .

Cuadro 5.6: Sensibilidad del VAN al precio de venta de electricidad.

Parámetro	Valor base	Variación	ΔV [M]
\bar{p} [/MWh]	62,96	-10 % / +10 %	(resultado)
Energía anual E_t [GWh]	(colocar)	$\pm 5\%$	(resultado)
Precio de equilibrio \bar{p}^*		(resultado)	

5.6. Análisis de riesgos y incertidumbre

Para capturar la variabilidad conjunta de los supuestos y cuantificar la probabilidad de pérdida o ganancia, se realiza un análisis de riesgo mediante simulación de Monte Carlo sobre el VAN y la TIR del caso con salmuera. Se definen distribuciones para las variables clave, se ejecutan N_{sim} corridas y se obtienen distribuciones empíricas de los indicadores.

5.6.1. Metodología Monte Carlo

El procedimiento empleado es el siguiente:

1. Selección de variables aleatorias: ΔCAPEX , c_f , \bar{V}_f , OPEX incremental de mantenimiento C^{mnt} , y, opcionalmente, precio \bar{p} y energía anual E_t si se desea analizar incertidumbre de mercado o hidrología.
2. Asignación de distribuciones y parámetros (media, dispersión, límites), justificadas por datos internos, benchmarking sectorial o juicio experto.

3. Muestreo independiente (o con correlaciones si procede) para N_{sim} escenarios; para cada escenario k se calculan los flujos de caja incrementales y el VAN_k y TIR_k .
4. Agregación de resultados: estimación de estadísticas (media, mediana, percentiles 5 % y 95 %), probabilidad de $\text{VAN} > 0$, y medidas de riesgo en cola (p.ej. $\text{CVaR}_{5\%}$).

5.6.2. Distribuciones de probabilidad de variables clave

Una parametrización razonable (en euros reales) es:

- **CAPEX incremental ΔCAPEX** : Lognormal o Gamma (positiva, cola derecha), con media el valor de la Sección 5.2 y desviación relativa 20–30 %. Alternativa conservadora: Triangular(min, moda, max).
- **Coste unitario del fluido c_f** : Triangular para recoger cotizaciones y dispersión logística (p.ej. $\pm 25\%$ en extremos).
- **Volumen anual \bar{V}_f** : Normal truncada (no negativa), con C.V. 10–20 % según incertidumbre de pérdidas/reposición.
- **OPEX de mantenimiento incremental C^{mnt}** : Lognormal moderada (cola por eventos de corrosión).
- **Precio \bar{p}** : Fijo (62,96 /MWh) en el caso base; si se desea sensibilidad de mercado, Normal truncada con σ de 8–12 /MWh.
- **Energía anual E_t** : Fijo (según $CF = 45\%$); opcionalmente triangular para hidrología (p.ej. $[-10\%, 0, +10\%]$).

Cuadro 5.7: Variables estocásticas y distribuciones adoptadas. Sustituir parámetros por los de planta.

Variable	Distribución
ΔCAPEX	Lognormal
c_f [m ³]	Triangular
\bar{V}_f [m ³ /año]	Normal truncada
C^{mnt} [M/año]	Lognormal
\bar{p} [/MWh]	Fijo / Normal truncada
E_t [GWh/año]	Fijo / Triangular

Parámetros	Fuente/justificación
μ, σ (en log)	Curva de ofertas/benchmark
$[c_{\text{mín}}, c_{\text{moda}}, c_{\text{máx}}]$	Cotizaciones proveedor
$\bar{V}, \sigma, \text{min} = 0$	Balance hídrico
μ, σ	Históricos O&M
62,96 / (μ, σ)	Pool 2024 / escenario
$[E_{\text{mín}}, E_{\text{moda}}, E_{\text{máx}}]$	Hidrología

Correlaciones. Si se dispone de evidencia, pueden modelarse correlaciones (p.ej. c_f con C^{mnt} por corrosión). En ausencia de datos, se asume independencia.

5.6.3. Resultados probabilísticos del VAN y TIR

Tras N_{sim} simulaciones (recomendado $N_{\text{sim}} \geq 10\,000$), se presentan:

1. **Estadísticos de VAN:** media, mediana, percentiles 5 %/95 %, desviación estándar y probabilidad $P[\text{VAN} > 0]$.
2. **Estadísticos de TIR:** distribución y probabilidad $P[\text{TIR} > \text{WACC}]$.
3. **Medidas de riesgo en cola:** $\text{CVaR}_{5\%}$ del VAN (*expected shortfall*).
4. **Contribución al riesgo:** descomposición tipo *Sobol* o regresión para importancia global de cada input (opcional).

Cuadro 5.8: Resumen probabilístico (plantilla). Sustituir con resultados de simulación.

	Media	Mediana	P5	P95	σ	Prob. > umbral
VAN [M]	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	$P[\text{VAN} > 0] = \textit{(val)}$
TIR [%]	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	<i>(val)</i>	$P[\text{TIR} > \text{WACC}] = \textit{(val)}$

Lectura recomendada de resultados. Si la probabilidad $P[\text{VAN} > 0]$ es baja y la $\text{CVaR}_{5\%}$ muestra pérdidas relevantes, la decisión de migrar a salmuera no es robusta. Sólo escenarios con *reducciones sustantivas* del coste del fluido o CAPEX muy contenidos revertirían el signo del VAN, coherente con el análisis determinista de la Sección 5.5.

Capítulo 6

Consideraciones técnicas y de implementación

Este capítulo recoge implicaciones técnicas que no aparecen directamente en las ecuaciones del modelo pero que condicionan la viabilidad práctica de operar una central Francis con un fluido más denso que el agua. Se presentan estimaciones estructurales orientativas, requerimientos de protección y medida, ajustes operativos y consideraciones ambientales y normativas. Las cifras que aparecen a continuación se han calculado con los parámetros de referencia usados en el modelo (conducto principal de longitud $L \simeq 1100$ m y diámetro $D = 5$ m; altura bruta en el entorno de $H \simeq 311\text{--}313$ m; fluido agua dulce de referencia con $\rho = 1000$ kg/m³ y alternativa salmuera NaCl con $\rho = 1200$ kg/m³), y **deben entenderse como aproximaciones de ingeniería** para ubicarnos en órdenes de magnitud. No sustituyen un cálculo de detalle ni habilitan para tomar decisiones de diseño o explotación reales.

6.1. Análisis estructural y de materiales

La tensión circunferencial en un conducto presurizado de pared delgada se aproxima con

$$\sigma_{\theta} = \frac{pD}{2e},$$

donde p es la presión interna, D el diámetro y e el espesor de pared. Si se toma como cota la presión hidrostática $p \simeq \rho gH$ a la entrada de turbina, se obtiene, para el caso base con agua ($\rho = 1000$ kg/m³, $H \approx 310$ m), $p \approx 30,4$ bar y, con $D = 5$ m y $e = 0,02$ m, una tensión $\sigma_{\theta} \approx 380$ MPa. Para salmuera ($\rho = 1200$ kg/m³, $H \approx 312$ m) resulta $p \approx 36,7$ bar y $\sigma_{\theta} \approx 459$ MPa. Estos valores muestran que, con un espesor de pared de 2 cm, el

margen frente al límite elástico de aceros al carbono estándar es reducido, especialmente con salmuera. En la práctica, los penstocks de gran diámetro emplean espesores mayores, rigidizadores, variación de espesor con la cota y factores de combinación que incluyen sobrepresiones transitorias, fatiga y tolerancias de fabricación.

Además de la carga circunferencial, el aumento de densidad incrementa el peso propio del contenido de la conducción, las cargas en apoyos y anclajes, y la sollicitación en codos, derivaciones y bridas. La presión de diseño no debe tomarse únicamente como la hidrostática: debe incluir las sobrepresiones por transitorios (golpe de ariete), coeficientes de combinación y factores parciales de seguridad acorde a la norma aplicable. El uso de recubrimientos internos con función anticorrosiva y de rugosidad controlada (epoxi, poliuretano, mortero de cemento) es todavía más relevante si el fluido contiene cloruros, ya que la corrosión por picadura y el *stress corrosion cracking* pueden acelerarse.

6.1.1. Esfuerzos adicionales por incremento de presión

El incremento de densidad eleva la presión para una misma altura: $p = \rho g H$. A igualdad de H , pasar de agua a salmuera al 20% en masa (aprox. $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$) supone $\sim 20\%$ más de presión estática. A ello se suma que, ante una variación de velocidad Δv en el penstock, la sobrepresión máxima por Joukowsky es

$$\Delta p = \rho a \Delta v,$$

con a la celeridad hidroacústica. Con los valores del modelo ($a_{\text{agua}} \approx 766 \text{ m/s}$; $a_{\text{sal}} \approx 711 \text{ m/s}$), una maniobra equivalente a $\Delta v = 0,5 \text{ m/s}$ produce $\Delta p \approx 3,83 \text{ bar}$ para agua y $\Delta p \approx 4,26 \text{ bar}$ para salmuera. Aunque la celeridad descende con ρ , el producto ρa aumenta y **las sobrepresiones por transitorio crecen $\sim 10\text{--}12\%$ con salmuera**. En términos estructurales, la carga de diseño a considerar (presión hidrostática + transitorio) sube de forma apreciable.

6.1.2. Factores de seguridad requeridos

En explotación real, el dimensionamiento incorpora coeficientes parciales para: i) resistencia del material (variabilidad de propiedades, soldaduras, corrosión), ii) acciones hidrodinámicas (incertidumbre en picos de presión, maniobras fuera de especificación), iii) fatiga a lo largo de la vida útil y iv) tolerancias de construcción. A falta de un anexo normativo específico en este trabajo, y dado que el objetivo es comparar tendencias, se recomienda no interpretar las tensiones anteriores como utilizables para aceptar espesores:

sirven para evidenciar que *con el simple cambio de fluido* el margen frente al límite elástico disminuye y el *ratio* tensión/admisible empeora. En particular, con cloruros presentes, los factores por corrosión y fragilización pueden exigir mayores márgenes o materiales alternativos.

6.1.3. Materiales y refuerzos estructurales necesarios

El uso de salmueras implica compatibilidad química en: penstock, rodetes, ejes, sellos y accesorios. Para el conducto principal, los aceros al carbono con recubrimiento interno continuo son la solución más extendida por coste y disponibilidad, siempre que se garantice integridad del recubrimiento y control de potenciales. En zonas críticas (difusor, caracol, piezas de acero inoxidable), los aceros inoxidables dúplex o superdúplex ofrecen mejor resistencia a picadura y corrosión bajo tensión en presencia de cloruros, aunque penalizan CAPEX. En el rodete, la mayor densidad aumenta fuerzas centrífugas e hidrodinámicas; por tanto, reviste interés verificar tensiones máximas en cubo y corona, y la integridad de uniones soldadas.

6.2. Sistemas de protección y seguridad

La mayor densidad exige revisar la suficiencia de los sistemas de alivio y amortiguación de transitorios. La reducción de celeridad (a) con salmuera alarga el período fundamental de la columna de agua ($T \simeq 4L/a$): con los parámetros del modelo, $T_{\text{agua}} \approx 5,7$ s y $T_{\text{sal}} \approx 6,2$ s, un incremento cercano al 8%. Este desplazamiento en frecuencia modifica el acoplamiento con el lazo del gobernador y con posibles elementos elásticos aguas arriba (cámaras de carga, chimeneas de equilibrio).

6.2.1. Válvulas de alivio redimensionadas

Las válvulas de alivio deben ser capaces de evacuar caudal suficiente para limitar Δp durante una maniobra de cierre/perturbación dada. Como referencia, con ρa mayor, para un mismo perfil de maniobra la sobrepresión crece, por lo que la consigna de apertura, el caudal de alivio y la histéresis de cierre podrían necesitar ajuste. En conducciones largas, la ubicación espacial (no sólo el tamaño) es relevante para interceptar frentes de onda antes de su superposición constructiva.

6.2.2. Tanques de compensación adicionales

En trazados con chimenea de equilibrio, la densidad modifica la impedancia hidráulica $Z = \rho a/A$ y, con ello, el *matching* con la chimenea. Una mayor Z del penstock tiende a reflejar más energía hacia la turbina; aumentar el volumen efectivo de la chimenea, o su altura de columna libre, puede ayudar a amortiguar las oscilaciones. También conviene revisar el *timing* de maniobras del distribuidor para evitar excitar el primer modo de la columna.

6.2.3. Sistemas de monitoreo e instrumentación

El control de riesgo requiere instrumentación que detecte *antes* de que se materialicen daños. Con salmuera, además de presión y caudal, es aconsejable monitorizar conductividad del fluido (detección de fugas o diluciones), pH, presencia de sólidos, vibraciones en el rodete y en soportes, y potenciales electroquímicos si hay protección catódica. Las señales de presión a alta frecuencia ayudan a identificar resonancias y *chatter* de válvulas. La lógica de disparo debe considerar la respuesta más lenta del sistema (mayor T) para evitar consignas demasiado agresivas que aumenten Δp .

6.3. Aspectos operacionales y de mantenimiento

Operar con un fluido más denso cambia la “sensación” de la planta: inercia hidráulica mayor, transitorios algo más lentos pero con picos de presión más altos, y mayores cargas en elementos giratorios. Todo ello repercute en secuencias de arranque/parada, en el programa de mantenimiento y en la formación del personal.

6.3.1. Procedimientos de arranque y parada modificados

La regla general es *maniobras más suaves*. Para un mismo cambio de guía Δy y perfil temporal, el producto ρa más alto genera Δp mayor; conviene alargar los tiempos de borde de las rampas de apertura/cierre del distribuidor y coordinar con la consigna del regulador para no atravesar resonancias del conjunto. En arranques en vacío y acoplos a red, la *notch* sobre el error de frecuencia que ya se implementó en el modelo (en torno a $a/(2L)$) cobra más importancia con el desplazamiento de a .

6.3.2. Protocolos de mantenimiento preventivo

Se recomienda acortar la periodicidad de inspecciones no destructivas en zonas de mayor sollicitación: uniones soldadas, codos, cambio de sección, entradas al caracol y piezas móviles del rodete. Con salmuera, los recubrimientos internos deben inspeccionarse con mayor frecuencia para detectar *holidays* y repararlos. Los cojinetes y sellos pueden soportar cargas más altas; la monitorización de temperatura y vibraciones ayudará a anticipar recambios.

6.3.3. Formación de personal operativo

El personal debería conocer las diferencias de respuesta: por qué el período de oscilación es mayor, por qué una misma maniobra puede generar una sobrepresión más alta y por qué las rampas de consigna deben ser algo más largas. También se deben reforzar prácticas de manipulación del fluido, seguridad química y respuesta ante vertidos.

6.4. Consideraciones medioambientales

El agua es ambientalmente neutra en caso de fuga; una salmuera concentrada no. Las implicaciones ambientales y de gestión de residuos condicionan la aceptación social y regulatoria del cambio de fluido.

6.4.1. Impacto en ecosistemas acuáticos

Un vertido accidental de salmuera puede elevar la salinidad local, afectar a macroinvertebrados, ictiofauna y vegetación ribereña. La severidad depende de concentración, volumen y capacidad de dilución del cuerpo receptor. En consecuencia, cualquier modificación de fluido debería *acompañarse de contención secundaria*: cubetos en zonas de riesgo, sumideros con válvulas de corte, barreras y planes de emergencia.

6.4.2. Gestión de residuos del fluido especializado

La vida útil del fluido, su reposición, su tratamiento y su eventual disposición final requieren un plan específico. Para salmueras, la gestión suele consistir en dilución controlada o evaporación y manejo del sólido, siempre en instalaciones autorizadas. La compatibilidad con materiales del sistema de almacenamiento y con bombas auxiliares debe acreditarse.

6.4.3. Huella de carbono del proyecto

El cambio de fluido no altera las emisiones operativas directas (*scope 1*) de la central, pero sí introduce emisiones asociadas al ciclo de vida del fluido: producción, transporte, reposición y tratamiento de fin de vida. Estas emisiones deben ponerse en contexto frente a los beneficios energéticos esperados (por unidad de energía generada).

6.5. Marco regulatorio y normativo

Aunque el foco del proyecto es de simulación, *cualquier* implementación real está sujeta a autorizaciones administrativas, evaluación ambiental y cumplimiento de normas técnicas específicas. Aquí se resumen los ámbitos a considerar.

6.5.1. Normativas de seguridad aplicables

Las conducciones a presión se rigen por normativa de equipos a presión, códigos de cálculo de tuberías y normas de soldadura. La introducción de un fluido salino puede impactar en requisitos de materiales, recubrimientos y ensayos. Las protecciones contra sobrepresión (válvulas, discos de ruptura) deben dimensionarse con el fluido real y sus propiedades.

6.5.2. Procedimientos de autorización administrativa

El cambio de fluido podría requerir una modificación sustancial de la autorización ambiental integrada y del título concesional si hay riesgo de vertido. Aun tratándose de un circuito cerrado, la administración suele exigir memoria de seguridad, plan de emergencias y garantías de no afección a dominio público hidráulico.

6.5.3. Estándares técnicos internacionales

Para orientar especificaciones, suelen emplearse estándares de referencia para tuberías y recubrimientos, equipos rotativos y válvulas, y para sistemas de protección catódica y recubrimientos en presencia de cloruros. En ausencia de prescripciones específicas para el caso concreto, la práctica de ingeniería es *conservadora*: se adoptan requisitos equivalentes a los del caso más exigente entre los escenarios plausibles.

6.6. Resumen del capítulo.

A igualdad de geometría y maniobras, la salmuera incrementa la presión estática en torno a un 20 % y las sobrepresiones transitorias en torno a un 10 % respecto al agua, reduce la celeridad y desplaza el período fundamental de la columna de agua hacia valores mayores. Esto conlleva revisar espesores o tensiones admisibles (y recubrimientos), reconfigurar válvulas y amortiguadores, y ajustar las rampas del gobernador y las consignas de protección. En operación *modelo*, la salmuera de $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$ mantiene un comportamiento dinámico gobernable; más allá de $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$ el modelo pasa a ser impracticable numéricamente y, por prudencia, se considera no recomendable, lo que coincide con la intuición técnica de que, a partir de cierto umbral, la penalización estructural y de transitorios supera los posibles beneficios energéticos. Todas estas conclusiones tienen carácter orientativo y deben validarse con cálculos de detalle y ensayos si se planteara una implementación real.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

Este capítulo sintetiza los hallazgos técnicos y económicos del estudio, identifica los aspectos críticos detectados en el uso de fluidos más densos que el agua en turbinas Francis, y propone líneas de trabajo futuras junto con consideraciones para una eventual implementación práctica. Las conclusiones se apoyan en los resultados numéricos del *caso base con agua* y del *caso con salmuera NaCl* ($\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$) obtenidos con el modelo MATLAB descrito en los capítulos anteriores; cuando procede, se señalan explícitamente los límites de validez.

7.1. Conclusiones principales

7.1.1. Viabilidad técnica del uso de fluidos densos

Desde el punto de vista puramente dinámico, el modelo acoplado hidro-eléctrico con gobernador interno se mantiene estable y controlable cuando se sustituye el agua por salmuera de $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$. Los indicadores más relevantes observados son coherentes con la física esperada:

- La celeridad hidroacústica disminuye de $\sim 766 \text{ m/s}$ (agua) a $\sim 711 \text{ m/s}$ (salmuera), desplazando el modo fundamental de la columna de agua y alargando el período característico ($T \simeq 4L/a$).
- El producto ρa aumenta, de modo que, para un perfil de maniobra equivalente, las sobrepresiones de Joukowski crecen en torno a un 10–12 % con salmuera.
- En régimen estacionario, la potencia hidráulica teórica P_h crece (0,94 pu con agua frente a 1,13 pu con salmuera), pero el rendimiento hidráulico

de turbina se reduce (de $\eta_{\text{turb}} \approx 0,90$ a $\approx 0,75$), de forma que la potencia mecánica y la eléctrica neta a bornes se mantienen prácticamente inalteradas ($P_{e,\text{neta}} \approx 0,82$ pu en ambos casos).

- Transitoriamente, el sobreimpulso en potencia eléctrica y caudal no empeora; incluso se observa una ligera reducción del *overshoot* en P_e y Q con salmuera, consistente con la mayor inercia hidráulica y el desplazamiento modal, mientras que la frecuencia de máquina mantiene sobreimpulsos bajos (del orden de unas pocas décimas por ciento) y tiempos de establecimiento del entorno de 50 ms en las condiciones simuladas.

En términos estructurales, el incremento de densidad eleva en torno a un 20 % la presión estática para un mismo salto, y junto a las mayores sobrepresiones transitorias empeora el *ratio* tensión/admisible del penstock y elementos a presión. Esto no invalida la viabilidad técnica del *caso salmuera* en abstracto, pero exige revisar espesores, recubrimientos, dispositivos de alivio y prácticas de maniobra (véase Cap. 6).

Por encima de $\rho 1500 \text{ kg/m}^3$, el modelo se vuelve impracticable numéricamente bajo las hipótesis y discretizaciones empleadas y, de forma concordante con la intuición de ingeniería, el margen hidráulico–estructural previsiblemente deja de ser razonable para una central existente sin redimensionamiento profundo. En este sentido, el presente trabajo **no recomienda** explorar densidades superiores con la configuración de planta analizada.

7.1.2. Viabilidad económica y rentabilidad del proyecto

El análisis económico (Cap. 5) se planteó como un diferencial sobre una central existente: horizonte 25 años, WACC 7 %, precio fijo de energía 62.96 €/MWh, sin incluir impuestos ni servicios auxiliares. La conclusión principal es que el *cambio de fluido a salmuera* no aporta un aumento de energía vendible (la potencia eléctrica neta media simulada es virtualmente igual a la del caso con agua) y, sin embargo, introduce sobrecostes de CAPEX incremental (compatibilidad de materiales, instrumentación, posibles refuerzos en protección) y OPEX específico (adquisición/gestión del fluido, control de corrosión, mantenimiento adicional). En ausencia de un *precio prima* por mayor flexibilidad o por un servicio de red diferenciado, el diferencial de VAN tiende a ser *negativo*. Por tanto, la viabilidad económica se considera **desfavorable** para la salmuera en el contexto base definido.

7.1.3. Aspectos críticos identificados

El estudio pone de manifiesto varios elementos sensibles:

- **Rendimiento de conversión:** al aumentar ρ , la cadena $P_h \rightarrow P_m \rightarrow P_e$ pierde eficiencia en la turbina; el mayor P_h no se traduce en mayor $P_{e,net}$ para la configuración analizada.
- **Transitorios y protección:** el aumento de ρ eleva Δp en maniobras rápidas; las consigas del gobernador y los límites de velocidad del distribuidor deben ser más conservadores para no excitar modos hidráulicos.
- **Integridad:** la compatibilidad química con cloruros (picadura, SCC), el estado de recubrimientos, y la fatiga de soldaduras y bridas pasan a gobernar la vida útil.
- **Ámbito de validez:** la practicidad numérica y física del modelo se degrada a partir de $\rho 1500 \text{ kg/m}^3$; la extrapolación fuera del rango $[1000, 1200] \text{ kg/m}^3$ no está respaldada por resultados robustos en este trabajo.

7.2. Contribuciones del estudio

7.2.1. Aportaciones al conocimiento científico-técnico

El trabajo cuantifica, en una configuración representativa de central Francis, el *trade-off* entre incremento de potencia hidráulica disponible por mayor densidad y degradación de rendimiento y márgenes hidráulico-estructurales. Se aporta evidencia simulada de que, para salmueras de $\rho \approx 1200 \text{ kg/m}^3$, la potencia eléctrica neta no mejora pese al aumento de P_h , y que la respuesta transitoria puede mantenerse controlable con retuneo leve del lazo PI y filtrado *notch* en el entorno del modo de columna de agua.

7.2.2. Metodología de análisis desarrollada

Se ha formalizado un flujo de trabajo reproducible en MATLAB con tres scripts principales `parametros.m`, `run_hpp_master.m` y `getting_hydrogen_initial_delta_omega.m`, que integran de forma coherente el conjunto de modelos y rutinas del estudio. Dicho flujo de trabajo combina la interpolación de mapas de turbina mediante triangulación de Delaunay con un modelo unidimensional del *penstock* que incluye pérdidas distribuidas dependientes

del número de Reynolds según la formulación de Colebrook–White. Asimismo, se acopla un modelo de máquina síncrona con un gobernador que incorpora droop, filtros *lead-lag* y un *notch* hidráulico centrado en la frecuencia de la columna de agua. Finalmente, se añade un postprocesado automático que calcula indicadores clave de rendimiento estacionario (KPIs) y métricas transitorias con funciones tipo `stepinfo`, lo que permite modificar de manera paramétrica las propiedades del fluido (ρ, μ) y comparar escenarios con consistencia.

7.2.3. Herramientas de simulación creadas

Además de los scripts, se han preparado utilidades para: i) cálculo vectorial de λ por tramo, ii) evaluación de potencias y rendimientos separados (turbina, generador, global), iii) generación de figuras y tablas en formato apto para L^AT_EX, iv) estimación rápida de celeridad a y frecuencia del *notch* $f_0 \simeq a/(2L)$. Aunque sencillas, estas herramientas agilizan la iteración de diseño y el análisis de sensibilidad.

7.3. Limitaciones del trabajo realizado

7.3.1. Limitaciones del modelo matemático

El esquema hidráulico es 1D y linealizado en algunos términos; no se resuelven fenómenos 3D (separaciones complejas, inestabilidades de cavitación, interacción álabe–estator). La turbina se representa mediante mapas e interpolación, sin CFD. La máquina eléctrica se modela al nivel necesario para dinámica de potencia, no para calidad de onda o armónicos.

7.3.2. Simplificaciones asumidas

No se modelan explícitamente: i) cavitación ni *sigma* de Thoma dependiente de ρ ; ii) corrosión acelerada por cloruros ni degradación de recubrimientos; iii) servicios auxiliares y pérdidas parásitas fuera de los términos empíricos del generador; iv) variación de a con presión/temperatura en todo el trazado. El control se limita a un PI con filtrado; no se ha ensayado control adaptativo.

7.3.3. Disponibilidad de datos experimentales

No se dispone de series de planta real con salmueras para validar la extrapolación de mapas ni la respuesta transitoria. Las conclusiones sobre

$\rho > 1200 \text{ kg/m}^3$ son *indicativas* y se apoyan en la tendencia del modelo y en razonamiento físico, no en evidencia empírica.

7.4. Recomendaciones para trabajos futuros

7.4.1. Estudios experimentales requeridos

Campañas en banco de ensayos (escala reducida) con soluciones salinas controladas permitirían medir directamente η_{turb} , $\lambda(Re, \rho, \mu)$, σ de cavitación y respuesta modal. La instrumentación debería incluir presión de alta frecuencia, vibraciones, y medidas de par y potencia.

7.4.2. Mejoras en el modelado CFD 3D

La extensión a CFD 3D en dominios representativos (estación de guía, paso entre álabes, difusor) permitiría capturar separación, pérdidas secundarias y cavitación en función de ρ y μ , alimentando mapas más fieles y explicando la caída de η_{turb} observada en el modelo 1D.

7.4.3. Desarrollo de fluidos especializados

Más allá de salmueras, podrían estudiarse mezclas acuosas baritadas o con solutos de baja corrosividad, así como aditivos antiespumantes y *inhibidores* de corrosión compatibles. El objetivo sería mantener ρ moderadamente superior al agua con μ y agresividad química bajas.

7.4.4. Análisis de plantas existentes candidatas

Seleccionar trazados con penstocks robustos, dispositivos de alivio bien dimensionados y materiales compatibles. Evaluar cada caso con su geometría, *duty cycle* real y restricciones ambientales para identificar si existe algún nicho donde el cambio de fluido aporte valor neto.

7.5. Consideraciones para implementación práctica

7.5.1. Hoja de ruta para implementación

Un esquema por fases sería razonable: i) estudio de detalle (hidráulico, estructural y de materiales) con el trazado real; ii) pruebas piloto a pequeña

escala y ensayos de compatibilidad; iii) validación regulatoria y ambiental; iv) implementación parcial con un solo grupo y seguimiento intensivo; v) escalado con evidencias.

7.5.2. Proyecto piloto recomendado

Como paso intermedio, se sugiere un *loop* cerrado a escala reducida (por ejemplo, $H \sim 20\text{--}30$ m, $D \sim 0,5\text{--}1$ m, $\rho \sim 1100\text{--}1200$ kg/m³) con instrumentación de presiones, caudales, par y vibraciones, y materiales representativos (acero al carbono recubierto y zonas de inoxidable dúplex). El piloto debería operar diferentes perfiles de maniobra para caracterizar Δp , pérdidas y envejecimiento de recubrimientos.

7.5.3. Transferencia de tecnología al sector

La transferencia pasa por tres entregables: i) *guideline* de modelado y control para fluidos densos (parámetros, filtros, límites de maniobra); ii) catálogo de materiales y recubrimientos con compatibilidad química y costes; iii) casos de negocio tipo con plantillas de CAPEX/OPEX diferencial y análisis de riesgos. Con ello, operadores y fabricantes podrían valorar, con base técnica y económica, cuándo esta idea podría tener cabida.

7.6. Cierre

En la configuración de planta modelada, el uso de salmuera ($\rho \approx 1200$ kg/m³) es técnicamente gobernable pero no mejora la energía entregada a red, y penaliza rendimientos y márgenes hidráulico–estructurales; económica y ambientalmente, sólo tendría sentido en nichos muy específicos. El valor del trabajo reside en haber construido una cadena de simulación transparente que permite llegar a esta conclusión con trazabilidad y que puede reutilizarse para explorar, con mayor fidelidad y datos experimentales, variantes de fluido y de planta.

Bibliografía

- [1] Stefano Cassano. *Control and scheduling of hybrid hydropower plants with batteries for enhanced flexibility in future power systems*. PhD Thesis, Université Paris Sciences et Lettres, Mines Paris-PSL, 2023. HAL Id: tel-04347682.
- [2] Christophe Nicolet. *Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems*. PhD Thesis No. 3751, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2007.