

Distribución óptima de holguras de tiempo en horarios de trenes con restricciones de puntualidad

María Domínguez Gago, Maite Peña Alcaraz, Carlos Sicre Vara de Rey

Investigador en formación, Instituto de Investigación Tecnológica, Universidad Pontificia Comillas, España

RESUMEN

El horario de un servicio ferroviario supone un compromiso de puntualidad. En su diseño se parte de los tiempos mínimos de recorrido de cada tramo que lo compone, se le añaden los tiempos de parada mínimos en estación y una holgura o tiempo de reserva para garantizar la puntualidad en caso de retraso. De no producirse, la holgura se podrá emplear para realizar una conducción más eficiente energéticamente.

La complejidad del diseño de un horario reside en el reparto óptimo del tiempo de reserva a lo largo de los tramos del servicio, que se encuentra sujeto a distintas condiciones. En particular, debido a las restricciones de puntualidad, dicho reparto se ha realizado tradicionalmente de dos formas; asignando las holguras a los tramos con mayor compromiso de puntualidad, o, con un criterio menos conservador, homogéneamente en todos los tramos. El primer diseño no favorece el aprovechamiento de las holguras para realizar conducciones eficientes, mientras que el segundo supone que todos los tramos tienen el mismo potencial de aprovechamiento energético. La aportación de este trabajo consiste en la asignación de mayores holguras a los tramos en los que el aprovechamiento energético es mayor, garantizando el nivel de puntualidad deseado. Otro tipo de restricciones como las de capacidad y confort evitan el sobredimensionamiento del tiempo de reserva en cada tramo, velocidades excesivamente bajas o la disminución de la capacidad de la línea.

Se propone por tanto un modelo matemático de optimización que incluye estocasticidad, esto es, aleatoriedad en las incidencias que se producen y provocan retrasos. Dicho modelo determina el horario más eficiente energéticamente que satisface las restricciones del servicio. Finalmente se presentan dos casos de estudio, uno en una línea metropolitana y otro en una de alta velocidad, que permiten estimar el ahorro energético gracias al diseño propuesto.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se diseñan horarios de trenes de pasajeros en una red ferroviaria, el objetivo es obtener aquel que satisfaga la demanda en horas punta, minimice el número de trenes en servicio, los costes operativos y el retraso esperado. Para recuperar pérdidas de tiempos no programadas en el recorrido o en las paradas se incluyen holguras o tiempos de reserva. Algunas de las causas de estos retrasos inesperados son mayores tiempos de recorrido o parada debido a flujos grandes de pasajeros, a la señalización, a retrasos en la salida de la estación, pequeños fallos de los trenes, peores condiciones atmosféricas, etc. (Higgins & Kozan, 1998; Kaas et al., 2000).

El problema de robustez de los horarios se ha estudiado numerosas veces en la literatura. En 1998, Higgins & Kozan propusieron un modelo analítico para estimar el retraso esperado en trenes y puntos importantes de la línea en redes ferroviarias complejas. Consideran tanto fuentes de retraso directas, como los retardos producidos debido al retraso de otro tren, ya sea por interferencia de señalización y/u horarios o porque el tren retrasado tenga que prestar otro servicio. Hofman & Madsen (2005) presentaron un modelo de análisis de horarios ante retrasos utilizando técnicas de simulación. También se han desarrollado sistemas de ayuda a la decisión para control del tráfico. D'Ariano et al. (2008) presentaron una herramienta para recuperar incidencias en tiempo real. En cualquier caso, actualmente se requieren también modelos para diseñar horarios off-line con compromiso de puntualidad.

Cuando se conoce con precisión la distribución de probabilidad con la que aparecen retrasos en la línea, es posible diseñar horarios que garanticen niveles de puntualidad determinados. Khan & Zhou (2010) propusieron un modelo estocástico de diseño de horarios. El modelo permite incorporar retrasos que aparecen en distintos puntos de la línea de forma aleatoria. El objetivo es minimizar el tiempo total de viaje (las holguras) manteniendo un nivel de puntualidad dado en la última estación de servicio. En 2008, Acikbas & Soylemez propusieron aprovechar estas holguras para conducir de forma eficiente en aquellos casos en los que no aparezcan retrasos.

Sin embargo, como establecían Jovanovic & Harker en 1991, en la práctica, los operadores no disponen de casi ningún medio, a parte de su experiencia, para predecir el comportamiento de horarios nuevos. Su ajuste por tanto es de naturaleza miope y está condicionado por el comportamiento histórico de los trenes.

El objetivo de este artículo es encontrar una distribución óptima de las holguras disponibles para minimizar el consumo asociado al horario y maximizar el nivel de puntualidad de los trenes. Estas holguras se usarán como tiempos de reserva en caso de que haya retrasos o en conducciones más lentas y más eficientes energéticamente.

2. MODELO

Para el diseño de horarios con una distribución óptima de las holguras disponibles es necesario un modelo de optimización estocástica por la naturaleza no determinista de los retrasos. El objetivo es asignar mayores holguras en aquellas estaciones con mayor potencial de ahorro energético, asegurando un nivel de puntualidad dado en todas ellas.

2.1 Función Objetivo

La función objetivo consiste en obtener un horario nominal que minimice el consumo de energía sujeto a distintas restricciones (1).

$$\min \sum_{i>1} C_i \quad (1)$$

2.2 Restricciones

El horario diseñado se corresponderá con las variables T_{pi} , H_i . La primera será el tiempo de parada en cada estación, mientras que la segunda, sumada al tiempo mínimo de recorrido ($\underline{t}_{ri} + H_i$), dará el tiempo de viaje entre las estaciones $i-1$ e i .

En primer lugar acotamos las variables (2). Una vez hallada la holgura H_i y de acuerdo a la Fig. 1 donde se aprecia que la curva de Pareto es convexa, el consumo entre las estaciones $i-1$ e i será el dado por (3).

$$\underline{t}_{pi} \leq T_{pi} \leq \overline{t}_{pi}, \forall i \quad 0 \leq H_i \leq \overline{t}_{ri} - \underline{t}_{ri}, \forall i > 1 \quad (2)$$

$$C_i \geq a_{ij}(\underline{t}_{ri} + H_i) + b_{ij}, \forall i > 1 \forall j \quad (3)$$

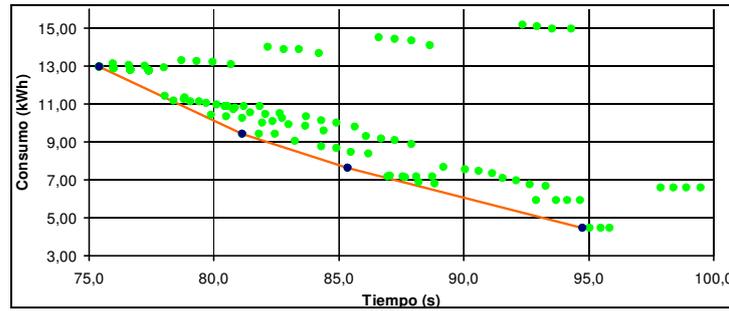


Fig. 1 – Curva de Pareto de las conducciones óptimas entre dos estaciones de Línea 3 de Metro de Madrid

$$S_i = S_{i-1} + (\underline{t}_{ri} + H_i) + T_{pi}, \forall 1 < i \quad S_1 = 0 \quad (4)$$

$$S_i \leq t_i \quad (5)$$

Por otro lado, las horas de salida S_i del horario diseñado en cada estación se determinarán según (4) en función de la holgura asignada a la interestación y del tiempo de parada. Y debe cumplirse que el tiempo total de recorrido sea menor que el tiempo máximo permitido (5).

Para tener en cuenta cómo se modifican las horas de salida y los tiempos de parada cuando aparece en una estación un retraso r_i^ω en un escenario ω determinado, son necesarias las ecuaciones (6) y (7).

$$\underline{t}_{pi} \leq T_{pi}^\omega \leq \overline{t}_{pi}, \forall i \forall \omega \quad 0 \leq H_i^\omega \leq H_i, \forall i > 1 \forall \omega \quad (6)$$

$$S_i^\omega = S_{i-1}^\omega + \underline{t}_{ri} + S_i^\omega + T_{pi}^\omega + r_i^\omega, \forall i \neq 1 \forall \omega \quad S_1^\omega = r_1^\omega, \forall \omega \quad (7)$$

La ecuación (8) calcula en qué escenarios el tren llega puntual. Además asegura que un tren no se adelante respecto al horario diseñado y que sólo llegue retrasado a la estación i en caso de que $\delta_i^\omega = 1$ (variable binaria).

$$\begin{aligned} S_i &\leq S_i^\omega \leq S_i + \delta_i^\omega m, \forall i \forall \omega \\ S_i^\omega + H_i^\omega &\leq S_i + H_i + \delta_i^\omega m \end{aligned} \quad (8)$$

donde m es un número suficientemente grande. El número de veces que esta variable toma el valor 1 por la probabilidad de cada suceso p^ω está controlado por el nivel de puntualidad permitido np_i con la ecuación (9).

$$\sum_{\omega} \delta_i^\omega \cdot p^\omega \leq 1 - np_i, \forall i \quad (9)$$

Si la holgura total de tiempo no es lo suficientemente amplia como para asegurar el nivel de puntualidad deseado, se puede utilizar previamente otro modelo. Con él se determina el máximo nivel de puntualidad posible en cada estación, teniendo en cuenta el deseado. Este modelo incluye como restricciones las ecuaciones (2) a (8) mientras que la ecuación (9) debe ser modificada por la (10).

$$\begin{aligned} \sum_{\omega} \delta_i^\omega \cdot p^\omega &\leq 1 - Np_i, \forall i \\ \Delta_i &\geq np_i - Np_i, \forall i \end{aligned} \quad (10)$$

donde Δ_i es una variable positiva que indica la diferencia entre el valor de puntualidad requerido np_i y el que es posible alcanzar Np_i . Así la función objetivo será (11).

$$\min \sum_i \Delta_i \quad (11)$$

2.3 Implementación

El modelo de optimización estocástico se ha implementado en GAMS 23.3 y se ha resuelto con CPLEX 10.1. Para introducir los datos y leer los resultados se han creado interfaces en Microsoft Excel. Se ha desarrollado también un simulador para probar los resultados obtenidos con el optimizador.

3. CASOS EJEMPLO

A continuación, se prueba el modelo en dos casos ejemplo. El primero corresponde a una línea metropolitana operada con conducción automática en la que los retrasos se recuperan mediante la elección del perfil de velocidad con el que se recorrerá el siguiente trayecto. El segundo corresponde a una línea de largo recorrido en la que los maquinistas pueden recuperar las incidencias que aparecen durante el trayecto modificando su forma de conducción. Es decir,

mientras que en largo recorrido puede existir una respuesta humana inmediata ante un retraso, en líneas de metro existe un retardo desde que aparece un retraso hasta que el sistema de conducción puede responder para recuperarlo.

3.1 Aplicación del modelo a una línea de metro

Se ha tomado como ejemplo la línea 3 de Metro de Madrid, compuesta por 17 estaciones. Se conocen, de cada una de ellas, la curva de Pareto tiempo-consumo y los datos de tiempos de recorrido máximo y mínimo de cada una de las interestaciones. En la Tabla 1 se muestran los parámetros de la línea y distribución de retrasos de algunas de las estaciones que se han introducido en el optimizador.

i	Estación	PARÁMETROS				COEFICIENTES POLIGONAL PARETO						DISTR. PROBABILIDAD	
		t_{pi} (s)	t_{pl} (s)	t_{li} (s)	t_{ri} (s)	a - j tramos			b - j tramos			r^m	p^m
1	M2	15	30	49	61	0,0	0,0	0,0	10,3	12,0	12,5	0	0,85
2	AR2	15	30	53	68	-1,1	0,0	0,0	62,5	2,4	3,8	15	0,95
3	VR2	15	30	51	54	-1,3	-0,9	0,0	71,9	49,3	2,3	30	1
16	VC2	15	30	84	93	-0,5	-0,1	-0,1	52,9	25,1	21,4		
17	SC2	15	30	130	131	0,0	0,0	0,0	23,9	25,9	22,9		

Tabla 1 – Datos de tiempos de recorrido y parada, tramos de las curvas de Pareto y distribución de probabilidad en algunas estaciones del caso ejemplo de metro

PARÁMETROS	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	Estación	M2	AR2	VR2	PE2	C2	S2	LV2	EM2	PF2	DL2	L2	AL2	DO2	SF2	CL2	VC2	SC2
np_i (%)		0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
T_{pi} (s)		0	30	30	30	30	20.6	30	30	30	30	15	15	15	15	15	15	15
H_i (s)		0	0	2.4	0	0	7	0	0	0	5.7	0	0	0	0	0	0	1.6
S_i (s)		0	78.6	161.3	244.9	336.8	409	533.3	620	722.2	812.2	906.9	1017	1122	1197	1303	1394	1493
Np_i (%)		1	0.95	0.89	0.82	0.8	0.8	0.81	0.81	0.81	0.82	0.82	0.82	0.83	0.83	0.83	0.81	0.82

S_{i7}	1492 s
$T_{t max}$	1859 s
$T_{t min}$	1482 s

Tabla 2 – Resultados obtenidos con el modelo de puntualidad

En primer lugar se ha ejecutado el modelo de puntualidad con 500 escenarios para conocer el nivel de puntualidad (por encima del mínimo establecido) que es posible exigir en cada interestación. Estos niveles mínimos se muestran en la Tabla 2 (np_i). En la misma tabla se pueden ver los resultados obtenidos, entre ellos el nivel de puntualidad máximo exigible en cada interestación (Np_i). Conocido este dato, se puede ejecutar ahora el modelo de minimización de consumo para obtener el horario óptimo en la línea. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 3.

PARÁMETROS	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	Estación	M2	AR2	VR2	PE2	C2	S2	LV2	EM2	PF2	DL2	L2	AL2	DO2	SF2	CL2	VC2	SC2
np_i (%)		1	0.95	0.89	0.82	0.8	0.8	0.81	0.81	0.81	0.82	0.82	0.83	0.83	0.83	0.81	0.82	
T_{pi} (s)		0	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	
H_i (s)		12.15	15.3	2.4	2.45	3.45	5.5	9.5	1.8	0.9	3.8	1.55	2.2	0.85	11.95	9.55	8.65	1.6
S_i (s)		0	90.75	188.7	272.4	366.7	451.8	574.5	670.8	774.8	865.6	973.4	1100	1222	1313	1446	1562	1684
C_i (kWh)		10.27	2.44	2.31	14.57	2.54	2.54	2.3	7.54	2.33	2.37	10.03	12.93	6.57	16.54	3.17	11.48	20.06

C	130 kWh
S_{i7}	1815 s
$T_{t max}$	1859 s
$T_{t min}$	1482 s

Tabla 3 – Resultados obtenidos con el modelo de minimización del consumo

Para poder ilustrar los escenarios se ha desarrollado un simulador que permita visualizar y validar los resultados que se obtienen del modelo de optimización. En la Tabla 4 se muestra un caso concreto donde los tiempos de retraso aleatorios se obtienen de la distribución dada. Con estos retrasos se puede determinar el horario real, que se compara con el programado en la

misma tabla. En la segunda interestación existe una demora de 15s que se aprecia también en la llegada a la estación en la Fig. 2. Sin embargo, gracias al margen de tiempo en la parada, el tren consigue salir puntual. Lo mismo ocurre en la interestación 11. Por el contrario, en la 13 existe un retraso de 30s que no es posible recuperar en la parada. En la Fig. 2 se ve cómo la incidencia se propaga hasta la estación 15, saliendo de ella puntual. Finalmente, el tiempo de vuelta total es el mismo en ambos horarios (1815.45s).

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17																	
t_i^m (s)	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0																	
L_i (s)	0	48.6	15	52.65	15	51.25	15	61.85	15	51.65	15	87.25	15	56.75	15	60.35	15	84	15	129.6														
S_i (s)	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.65	30	85.6	30	92.65	30	131.2
S_i^m (s)	0	60.75	30	62.95	15	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.65	30	85.6	30	92.65	30	131.2
$\Sigma(S_i^m + T_{i,i+1}^m)$	0	60.75	173.7	242.35	336.65	421.75	544.5	640.75	744.75	835.6	943.4	1085.15	1192.15	1313.35	1419.05	1531.6	1654.25	1815.45																
$\Sigma(S_i + T_{i,i+1})$ (s)	60.75	168.7	242.35	336.65	421.75	544.5	640.75	744.75	835.6	943.4	1070.15	1192.15	1283.35	1416	1531.6	1654.25	1815.45																	

Tabla 4 – Caso ejemplo de metro

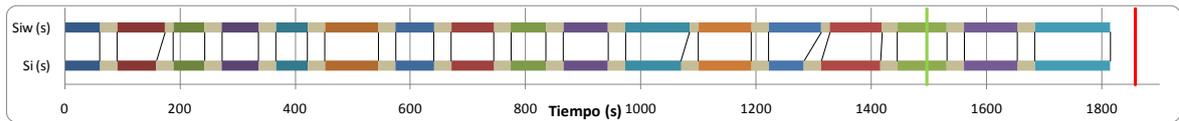


Fig. 2 – Distribución de tiempos en el caso ejemplo de metro

RETRASOS																	HORARIO																																			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Retraso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Retraso																	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	70.1	15	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	100.6	15	92.65	30	131.2	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75.35	15	67.95	30	53.65	30	64.3	30	81.65	30	67.95	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	111.7	15	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30	92.65	30	131.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60.75	30	67.95	30	53.65	30	64.3	30	55.1	30	92.75	30	66.25	30	74	30	60.85	30	77.8	30	96.75	30	92	30	61.2	30	102.6	30	85.6	30				

i	Estación	PARÁMETROS				COEFICIENTES POLIGONAL PARETO						DISTR. PROBABILIDAD	
		\hat{t}_{pi} (s)	\hat{t}_{pi} (s)	\hat{t}_{ri} (s)	\hat{t}_{ri} (s)	a - j tramos			b - j tramos			r^o	p^o
1	M	60	120	1149	1500	-8,2	-2,0	-0,9	10965	3756	2366	0	0,87
2	G	60	120	2101	2400	-8,7	-3,0	-1,7	20832	8789	5692	60	0,97
3	C	60	120	1261	1559	-8,0	-2,2	-1,3	11542	3988	2794	300	1

Tabla 6 – Datos de tiempos de recorrido y parada, tramos de las curvas de Pareto y distribución de probabilidad para el caso ejemplo de Alta Velocidad

Esta vez se ha ejecutado el modelo con 2000 escenarios para conocer el nivel de puntualidad exigible en cada interestación. La Tabla 7 muestra dichos valores, junto el resto de resultados obtenidos con el modelo de optimización. Conociendo el nivel de puntualidad máximo exigible en cada interestación, se ejecuta el modelo de minimización de consumo para obtener el horario óptimo en la línea. Los resultados se muestran en la Tabla 8.

PARÁMETROS	i	1	2	3		
	Estación	M	G	C		
RESULTADOS	np_i (%)	0,8	0,8	0,8	S_{17}	4989 s
	T_{pi} (s)	0	120	60	$T_{t\ max}$	5819 s
	H_i (s)	0	0	298	$T_{t\ min}$	4631 s
	S_i (s)	0	1269	3430		
	Np_i (%)	1	0,969	0,927		

Tabla 7 – Resultados obtenidos con el modelo de puntualidad

PARÁMETROS	i	1	2	3		
	Estación	M	G	C		
RESULTADOS	np_i (%)	1	0,969	0,927	C	3372 kWh
	T_{pi} (s)	0	120	120	S_{17}	5699 s
	H_i (s)	351	299	298	$T_{t\ max}$	5819 s
	S_i (s)	0	1620	4140	$T_{t\ min}$	4631 s
	C_i (kWh)	941,7	1730	700		

Tabla 8 – Resultados obtenidos con el modelo de minimización del consumo

La Tabla 9 muestra los retrasos en un caso concreto, los cuales provocan los tiempos de recorrido mostrados en la misma tabla. En ella también se compara el horario programado con el real. En el tramo Madrid-Guadalajara se produce una demora de 300s., lo que provoca que, a pesar de que el tren se detenga el tiempo mínimo en Guadalajara, salga con 4 minutos de retraso. En consecuencia se selecciona la marcha más rápida para el siguiente tramo, en el que se vuelve a producir otro retraso, esta vez de 60s. No obstante, gracias a haber seleccionado la marcha más rápida, el tren consigue recuperar tanto el retraso que ya llevaba acumulado como el nuevo, llegando a la estación de Calatayud tan solo un segundo más tarde que el horario programado. Al no producirse incidencia alguna durante el último tramo, el tren llega a Zaragoza según el horario previsto (Fig. 3).

Estación	1	2	3
r_i^w (s)	300	60	0
\hat{t}_{ri} (s)	0	1149	60
S_i (s)	0	1500	120
S_i^w (s)	0	1800	60
$\sum(S_i^w + T_{pi}^w)$	1800	4021	5699
$\sum(S_i + T_{pi})$ (s)	1500	4020	5699

Tabla 9 – Simulación ejemplo en Alta Velocidad

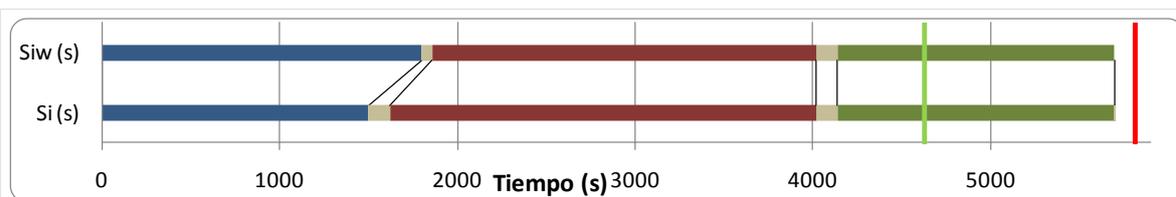


Fig. 3 – Distribución de tiempos en el caso ejemplo de Alta Velocidad

4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha mostrado un modelo de optimización estocástica para distribuir el tiempo de reserva disponible en un servicio ferroviario. El objetivo de dicha distribución es minimizar el consumo energético asociado al horario, maximizando a su vez el nivel de puntualidad del servicio. El modelo se ha ensayado mediante el cálculo de los horarios de dos casos ejemplo; uno en Línea 3 de Metro de Madrid y otro en un tramo de la línea de Alta Velocidad Madrid-Barcelona. La robustez de los horarios diseñados se ha validado con un simulador.

En investigaciones futuras se analizará el potencial de estos nuevos horarios comparando su consumo energético frente al de los horarios vigentes. Además, una nueva línea de investigación consistirá en incluir nuevas restricciones para imponer niveles de puntualidad más exigentes.

REFERENCIAS

- ACIKBAS S. y SOYLEMEZ M.T., (2008). Coasting point optimisation for mass rail transit lines using artificial neural networks and genetic algorithms, *IET Electric Power Applications*, vol. 2, pp. 172.
- D'ARIANO A., CORMAN F., PACCIARELLI D., y PRANZO M., (2008). Reordering and local rerouting strategies to manage train traffic in real time, *Transportation Science*, vol. 42, pp. 405-419.
- HIGGINS A., y KOZAN E., (1998). Modeling train delays in urban networks, *Transportation Science*, vol. 32, No. 4, pp. 346-357.
- HOFMAN M. y MADSEN L., (2005). Robustness in train scheduling, Tesis de Máster, Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU.
- JOVANOVIC D. y HARKER P.T., (1991). Tactical scheduling of rail operations: the SCAN I system, *Transportation Science*, vol. 25, No. 1, pp. 46-64.
- KAAS A.H., ALLAN J., HILL R.J., BREBBIA C.A., SCIUTTO G., y SONE S., (2000). *Punctuality model for railways*, presentado en el VII International Conference on Computers in Railways. COMPRAIL.
- KHAN M.B., y ZHOU X., (2010). Stochastic optimization model and solution algorithm for robust double-track train-timetabling problem, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, No.1, pp. 81-89.