



Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Cobertura del riesgo del precio del CO₂ con derivados financieros: análisis aplicado al caso Deutsche Lufthansa

Clave: 202109915

Autor: Macarena Olivié Cañete

Director: Isabel Catalina Figuerola Ferretti

Junio 2026

Table of Contents

1. Introducción	2
2. Bases de datos utilizadas	3
3. Marco teórico: Mercados de emisiones	6
3.1. Comparación con otros <i>commodities</i> energéticos	9
3.2. Análisis empírico	9
4. Instrumentos derivados aplicados al mercado de emisiones	13
5. Modelización del riesgo de precio del carbono	16
5.1. Particularidades de la modelización del precio del carbono	19
5.2. Métodos de medición del riesgo financiero	20
5.3. Simulación de escenarios de precios	21
6. Implementación en Python	23
6.1. Cálculo del coste anual de las emisiones y análisis del riesgo económico	26
6.2. Coste con cobertura parcial: comparación inicial	29
6.3. Ajuste por <i>allowances</i> gratuitas y cálculo del coste neto de las emisiones ...	32
6.4. Coste neto con cobertura parcial	34
7. Conclusiones	41
8. Bibliografía	44
9. Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado	46

1. Introducción

El cambio climático se ha convertido en uno de los principales retos a nivel global, tanto desde el punto de vista ambiental como económico. En este contexto, los gobiernos han desarrollado diferentes herramientas para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, entre las que destaca el sistema europeo de comercio de emisiones (EU ETS). Este sistema introduce un precio al carbono, obligando a las empresas a internalizar el coste de sus emisiones.

En los últimos años, el precio del CO₂ ha experimentado una evolución significativa, caracterizada por un aumento notable y por episodios de elevada volatilidad. Esta situación ha convertido al carbono en una variable relevante no solo desde el punto de vista regulatorio, sino también financiero, ya que afecta directamente a los costes de las empresas y a sus decisiones estratégicas.

El cambio climático ha llevado a gobiernos y organismos internacionales a establecer objetivos cada vez más ambiciosos de reducción de emisiones. En el caso de la Unión Europea, estos objetivos se enmarcan dentro del compromiso de alcanzar la neutralidad climática en 2050.

Para lograrlo, se han implementado mecanismos como el EU ETS, que limita la cantidad total de emisiones permitidas y crea un mercado de derechos de emisión. De esta forma, se incentiva a las empresas a reducir sus emisiones o a invertir en tecnologías más limpias.

Este tema resulta especialmente relevante porque el precio del carbono se ha convertido en un factor determinante para las empresas sujetas al EU ETS, ya que influye directamente en sus costes operativos. Sectores como el transporte aéreo, la energía o la industria están especialmente expuestos a este riesgo.

Además, la volatilidad del precio del CO₂ hace que este riesgo sea difícil de predecir, lo que introduce incertidumbre en la planificación financiera. En este contexto, el carbono deja de ser solo una variable regulatoria para convertirse también en un activo financiero, lo que justifica el análisis de herramientas como los derivados para gestionar este riesgo.

El objetivo principal de este trabajo es analizar cómo el precio del carbono genera riesgo económico para las empresas y cómo este riesgo puede gestionarse mediante el uso de instrumentos derivados.

De forma más concreta, se pretende:

- Analizar la evolución y la volatilidad del precio del CO₂
- Evaluar la exposición económica de una empresa real (Lufthansa)
- Estimar el coste asociado a las emisiones
- Analizar el efecto de distintas estrategias de cobertura
- Determinar el *hedge ratio* óptimo que minimiza el riesgo

Para alcanzar estos objetivos, se combina un enfoque teórico con un caso práctico. Por un lado, se revisa la literatura sobre el mercado de carbono y la gestión del riesgo mediante derivados. Por otro, se realiza un análisis cuantitativo utilizando datos reales del EU ETS y de mercados financieros.

El precio del carbono se modeliza mediante simulaciones estocásticas, lo que permite estimar distintos escenarios futuros. A partir de estas simulaciones, se calcula el coste de las emisiones y se analizan diferentes estrategias de cobertura, incluyendo la optimización del *hedge ratio*.

Todo el análisis se implementa en Python, lo que permite trabajar con grandes volúmenes de datos y aplicar técnicas cuantitativas de forma sistemática.

2. Bases de datos utilizadas

Para el análisis financiero y la modelización del precio del carbono se emplean datos de mercado obtenidos de Bloomberg. En concreto, se utilizan precios diarios de futuros de derechos de emisión de CO₂ europeos (EUA), del gas natural europeo TTF y del petróleo Brent. La frecuencia de los datos es diaria y se toman como referencia los precios de cierre de cada sesión de mercado. Esta frecuencia permite capturar la evolución de corto plazo de los precios y calcular rendimientos diarios comparables entre los distintos activos.

El periodo de análisis abarca desde enero de 2017 hasta diciembre de 2025. Esta ventana temporal permite incluir distintas fases del mercado, como el periodo previo al fuerte incremento del precio del carbono, la entrada en la Fase IV del EU ETS a partir de 2021,

la crisis del COVID-19 y los episodios de elevada volatilidad asociados a la crisis energética europea de 2021-2022.

En el caso del CO₂, se emplean dos series de precios de futuros con distintos vencimientos. El contrato más cercano al vencimiento se utiliza como aproximación al precio spot, mientras que un contrato con vencimiento posterior se emplea como instrumento de cobertura. Esta diferenciación permite introducir el concepto de riesgo de base en el análisis, ya que el precio del activo cubierto y el precio del derivado utilizado para la cobertura pueden no evolucionar de forma perfectamente idéntica.

Antes del análisis estadístico, las series se depuran y se alinean temporalmente, conservando únicamente las fechas comunes entre los activos analizados. A partir de los precios diarios se calculan rendimientos logarítmicos diarios, definidos como la diferencia entre el logaritmo del precio en dos sesiones consecutivas. Estos rendimientos constituyen la base del análisis de correlaciones, del cálculo de volatilidades y de la modelización estocástica posterior.

Las Figuras 1.1, 1.2 y 1.3 muestran la evolución histórica del EUA, del gas TTF y del Brent. El EUA presenta una tendencia creciente desde 2020, el gas TTF registra una elevada volatilidad durante la crisis energética de 2021-2022 y el Brent muestra una evolución más estable en términos relativos.



Figura 1.1. Evolución histórica del precio del EUA (2017-2025). Fuente: elaboración propia a partir de datos de Bloomberg.

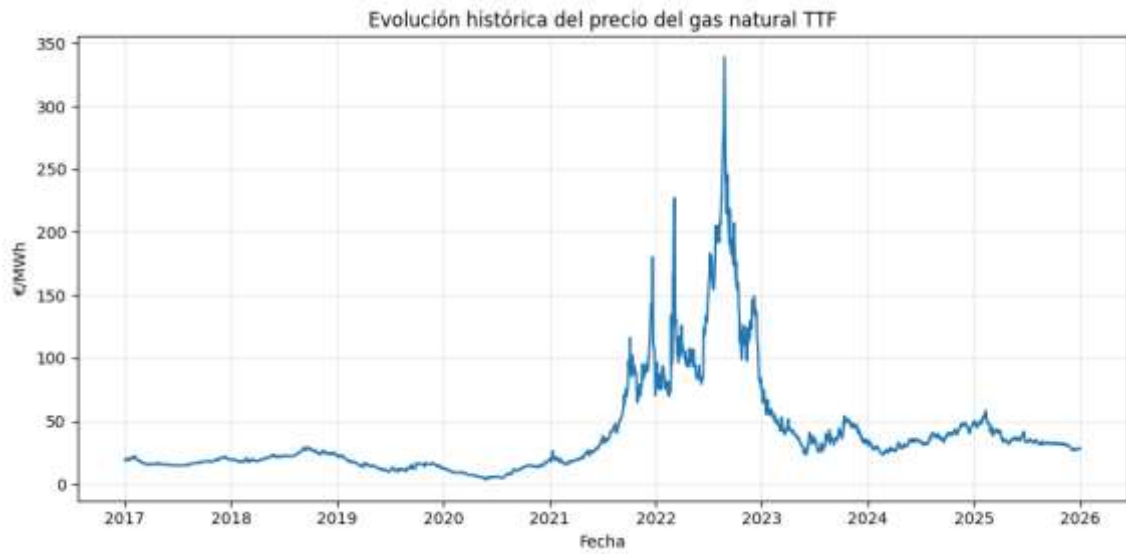


Figura 1.2. Evolución histórica del precio del gas natural TTF (2017-2025).
 Fuente: elaboración propia a partir de datos de Bloomberg.



Figura 1.3. Evolución histórica del precio del Brent (2017-2025).
 Fuente: elaboración propia a partir de datos de Bloomberg.

Para el análisis empírico se utilizan datos de Deutsche Lufthansa AG, correspondientes al ejercicio 2023. En particular, se consideran las emisiones verificadas de CO₂ y las *allowances* gratuitas asignadas en el marco del EU ETS, obtenidas a partir del European Union Transaction Log (EUTL).

En concreto, los datos proceden del conjunto de emisiones verificadas publicado por la Comisión Europea, disponible en el siguiente enlace: [EU Emissions Trading System](#)

Estos datos permiten cuantificar la exposición real de la empresa al precio del carbono y calcular tanto el coste bruto como el coste neto de las emisiones. Asimismo, constituyen la base para la simulación del coste anual y la evaluación de estrategias de cobertura mediante derivados.

3. Marco teórico: Mercados de emisiones

Los sistemas de comercio de emisiones (*Emission Trading Systems*, ETS) surgen como una herramienta de mercado usada para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) de manera eficiente y con el menor coste posible (Stavins, 2008). La idea se basa en asignar un precio al carbono, de manera que las empresas internalicen el coste ambiental de sus emisiones. El desarrollo de dichos sistemas se afianzó tras el Protocolo de Kioto de 1997, que introdujo por primera vez un marco global y jurídicamente vinculante para que los países industrializados redujeran sus emisiones de gases de efecto invernadero (United Nations Framework Convention on Climate Change, UNFCCC, 1998).

El principio fundamental de un ETS es que los derechos de emisión (*allowances*) se convierten en un bien que es escaso y comerciable. Las empresas que contaminan menos pueden vender los derechos que les sobran, mientras que las que necesitan emitir más deben comprarlos. Este mecanismo incentiva la eficiencia y la innovación tecnológica, al premiar económicamente la reducción de emisiones (Ellerman, Convery & de Perthuis, 2010).

Antes del desarrollo del sistema europeo, ya hubo intentos de intentar reducir las emisiones en Estados Unidos. El Acid Rain Program (1990) fue el primer gran mercado de emisiones, creado para reducir el dióxido de azufre (SO₂) responsable de la lluvia ácida. Su éxito demostró que los mecanismos de mercado podían ser efectivos para gestionar externalidades ambientales. Esta experiencia inspiró la creación de los sistemas de comercio de carbono posteriores aplicados al CO₂ (Tietenberg, 2006).

Actualmente existen más de 30 sistemas de comercio de emisiones activos en el mundo incluyendo China, Corea del Sur, Reino Unido y California (World Bank, 2024). Aunque cada uno tiene particularidades, todos comparten el mismo objetivo: reducir las emisiones mediante un límite total (*cap*) y permitir que el mercado determine el precio del carbono (*trade*). “*Cap*” se refiere al límite máximo de emisiones permitidas fijadas por parte del regulador (por ejemplo, la Unión Europea). Este límite se reduce progresivamente a lo largo del tiempo, lo que asegura que con el paso del tiempo, las emisiones del sistema se vayan reduciendo.

A las empresas se les asignan derechos de emisión (*allowances*), los cuales representan una tonelada de CO₂ cada uno. Las compañías que emiten menos de lo permitido pueden vender su excedente, mientras que aquellas que superan su límite deben adquirir derechos adicionales en el mercado (European Commission, 2023). Así, se crea un mercado secundario de carbono, donde el precio se forma por la relación entre la oferta y la demanda.

El éxito del sistema depende de un marco regulatorio sólido, de la transparencia de las transacciones y de un seguimiento riguroso de las emisiones mediante los procesos de *monitoring, reporting and verification* (MRV) (European Commission, 2023).

El EU ETS fue lanzado en 2005 y actualmente es el mayor mercado de carbono del mundo al cubrir alrededor del 40% de las emisiones totales de la UE (European Commission, 2023). Se aplica principalmente a los sectores de generación eléctrica, industria pesada y aviación.

El sistema ha evolucionado a través de distintas fases regulatorias. La Fase I (2005-2007) fue una etapa piloto, centrada en crear el mercado y probar el funcionamiento del sistema. La Fase II (2008-2012) coincidió con el periodo del Protocolo de Kioto y reforzó el control de emisiones, aunque todavía existía una elevada asignación gratuita de derechos. La Fase III (2013-2020) introdujo cambios importantes, como un *cap* único a nivel europeo y un mayor peso de las subastas frente a la asignación gratuita. Finalmente, la Fase IV (2021-2030) es la fase actual y está alineada con los objetivos climáticos más ambiciosos de la Unión Europea. En esta etapa, el *cap* se reduce anualmente a un ritmo más elevado y se refuerzan mecanismos como la Market Stability Reserve para ajustar la oferta de *allowances* en circulación.

El número total de *allowances* se determina según el *cap* anual, que se reduce cada año en un porcentaje fijo (actualmente un 4,3% anual). La Comisión Europea organiza subastas periódicas en las que las empresas adquieren derechos de emisión. Parte de los derechos se asignan de forma gratuita a industrias en riesgo de “fuga de carbono” (*carbon leakage*), para evitar deslocalizaciones hacia países sin regulación ambiental estricta.

Desde 2019, el Market Stability Reserve (MSR) regula el volumen de *allowances* en circulación, retirando o liberando derechos del mercado según la oferta y la demanda. Este mecanismo ayuda a estabilizar el precio y evitar la acumulación excesiva de permisos (European Commission, 2023).

El precio del carbono ha mostrado una tendencia creciente y volátil. Entre 2017 y 2022, el precio de la tonelada de CO₂ pasó de unos 5 € a más de 90 €, impulsado por el endurecimiento regulatorio, la recuperación económica post-COVID y la guerra en Ucrania que afectó a los mercados energéticos (European Environment Agency 2023).

Dado que el mercado de carbono está altamente regulado, sus precios se ven fuertemente condicionados por decisiones políticas, lo que hace que reflejen no solo condiciones de escasez sino también el grado de compromiso climático percibido por el mercado (Koch et al., 2014).

El aumento del precio del carbono afecta de forma directa a los costes operativos de las empresas emisoras, especialmente en sectores intensivos en energía como el acero, el cemento o la aviación. Las industrias más expuestas deben decidir entre destinar recursos a tecnologías menos emisoras o afrontar mayores costes por adquirir derechos adicionales de emisión.

Existen diversos estudios que muestran que los precios del carbono generan incentivos a largo plazo para la innovación y la eficiencia energética (Calel & Dechezleprêtre, 2016). Sin embargo, a corto plazo pueden reducir la rentabilidad si las empresas no consiguen trasladar los costes que les supone a sus clientes. En cambio, las compañías con estrategias de descarbonización más proactivas suelen obtener ventajas competitivas, tanto por su menor exposición a regulaciones como por una mejor percepción ambiental (Porter & van der Linde, 1995).

Desde una perspectiva macroeconómica, los ingresos procedentes de las subastas de *allowances* se reinvierten en proyectos de transición energética y fondos climáticos, creando así un círculo de mejora continua del sistema (European Environment Agency, 2023).

3.1. Comparación con otros *commodities* energéticos

El precio del carbono tiene rasgos comunes con algunos *commodities* energéticos, como el petróleo o el gas, pero siguen teniendo diferencias clave.

Tanto los mercados de energía como el de carbono están influidos por factores de oferta, demanda y expectativas futuras. Sin embargo, mientras que los precios de petróleo o gas dependen principalmente de condiciones geopolíticas y productivas, el del carbono está determinado por políticas regulatorias y objetivos climáticos. Por tanto, se trata de un mercado híbrido en el que influyen tanto mecanismos financieros como políticos.

Existen varios estudios que encuentran correlaciones positivas moderadas entre el precio del carbono y los precios del gas y la electricidad, ya que los combustibles fósiles son responsables de una parte importante de las emisiones cubiertas por el ETS (Mansanet-Bataller et al., 2007). Sin embargo, históricamente la relación con el petróleo ha sido más débil, dado que este se utiliza en mayor medida en el transporte y no tanto en la generación eléctrica europea (Mansanet-Bataller et al., 2007; Aatola et al., 2013; Koop & Tole, 2013). No obstante, esta relación podría intensificarse en el futuro a medida que el sistema europeo de comercio de emisiones amplíe su cobertura al sector transporte, ya que una mayor inclusión de actividades dependientes del petróleo podría aumentar la sensibilidad del precio del carbono a la evolución de este *commodity*.

Otra diferencia relevante respecto a materias primas tradicionales es que la relación entre los precios spot y futuros de los derechos de emisión puede verse afectada por factores regulatorios específicos del EU ETS, lo que ha llevado a la literatura a analizar la posible existencia de *convenience yields* y primas de riesgo en este mercado.

3.2. Análisis empírico

La literatura ha señalado la importancia que tiene el gas natural y, en menor medida, el petróleo en la demanda de derechos de emisión a través de su impacto en la generación eléctrica y en las decisiones de *fuel switching* (Mansanet-Bataller et al., 2007; Aatola et

al., 2013). Con el objetivo de complementar este marco teórico, se realiza a continuación un análisis empírico comparativo entre el precio del carbono y dos *commodities* energéticas de referencia: el gas natural europeo (TTF) y el petróleo Brent.

El análisis se basa en precios diarios de futuros del EUA, del gas TTF y del Brent desde 2017, periodo que permite capturar distintas épocas de mercado, incluyendo la fase IV del EU ETS, la crisis del COVID-19 y la posterior crisis energética europea. Para garantizar la comparabilidad entre activos con diferentes unidades y niveles de precio, se utilizan rendimientos logarítmicos diarios. La Tabla 3.1. recoge las correlaciones entre los rendimientos del carbono y los de los *commodities* energéticos considerados.

Los resultados muestran una correlación positiva entre el precio del CO₂ y el gas TTF, significativamente mayor que la observada entre el CO₂ y el Brent. Este resultado es coherente con el papel del gas natural en el sistema eléctrico europeo, donde variaciones en su precio afectan directamente al coste marginal de generación y, por tanto, a la demanda de derechos de emisión. En contraste, la relación con el petróleo resulta más débil, lo que refleja que impacta en menor medida la generación eléctrica europea y las emisiones reguladas por el EU ETS.

Con el fin de analizar la estabilidad temporal de estas relaciones, se calcula la correlación *rolling* a 90 días entre los rendimientos del EUA y los del gas TTF y del Brent, cuyos resultados se muestran en la Figura 3.2.

La elección de una ventana de 90 días responde a la necesidad de analizar la evolución de la correlación a lo largo del tiempo sin que los resultados se vean excesivamente afectados por fluctuaciones puntuales.

El gráfico muestra que la relación entre el precio del carbono y los *commodities* energéticos no es constante en el tiempo, sino que presenta variaciones significativas en función del contexto económico y energético. En particular, se observa una fuerte caída de la correlación durante el periodo 2021–2022, coincidiendo con la crisis energética europea.

Durante la crisis energética europea de 2021-2022 se produjo una ruptura temporal de la relación entre ambos mercados, llegando incluso a observarse correlaciones negativas.

En condiciones normales, el gas natural influye de forma directa en el precio del carbono a través del coste marginal de generación eléctrica y de las decisiones de *fuel switching*. Sin embargo, durante la crisis energética, la magnitud de los shocks en el mercado del gas alteró este mecanismo, haciendo que otros factores, como la regulación o las expectativas del mercado de emisiones, adquirieran mayor relevancia en la determinación del precio del CO₂ (Aatola et al., 2013).

Tras este periodo de inestabilidad, la correlación se recupera progresivamente, lo que sugiere que la relación entre el CO₂ y el gas natural depende en gran medida del entorno económico.

Finalmente, se analiza la volatilidad de los rendimientos mediante una medida rolling anualizada a 30 días, representada en la Figura 3.3. La elección de una ventana de 30 días permite capturar la evolución de la volatilidad a corto plazo, reflejando con mayor sensibilidad los cambios en el riesgo de mercado.

Los resultados muestran diferencias claras entre los tres activos. El gas natural TTF presenta los mayores niveles de volatilidad, con picos muy pronunciados, especialmente durante el periodo 2021–2022. Este comportamiento refleja la elevada incertidumbre en los mercados energéticos durante la crisis energética europea, caracterizada por tensiones en el suministro, aumentos abruptos de precios y una fuerte inestabilidad en la oferta y la demanda.

En este mismo periodo, el precio del CO₂ también experimenta un incremento significativo de su volatilidad, aunque de menor magnitud que el gas. Este resultado es coherente con lo observado en el análisis de correlaciones, donde se identificaba una ruptura temporal en la relación entre ambos mercados.

Por su parte, el petróleo Brent muestra un comportamiento relativamente más estable, con niveles de volatilidad inferiores a los del gas y, en general, también inferiores a los del CO₂. Esto sugiere que su impacto en el mercado de emisiones es más limitado en comparación con el gas natural.

En conjunto, estos resultados muestran que el comportamiento del carbono está condicionado simultáneamente por factores energéticos y regulatorios, lo que tiene implicaciones relevantes para la gestión del riesgo.

	EUA	TTF	Brent
EUA Spot	1,000	0,233	0,183
TTF	0,233	1,000	0,155
Brent	0,183	0,155	1,000

Tabla 3.1. Correlación entre los rendimientos del CO₂, el gas TTF y el Brent (2017–2025)

Fuente: elaboración propia.



Figura 3.2. Correlación *rolling* (90 días) entre el precio del CO₂ y los mercados energéticos

Fuente: elaboración propia.

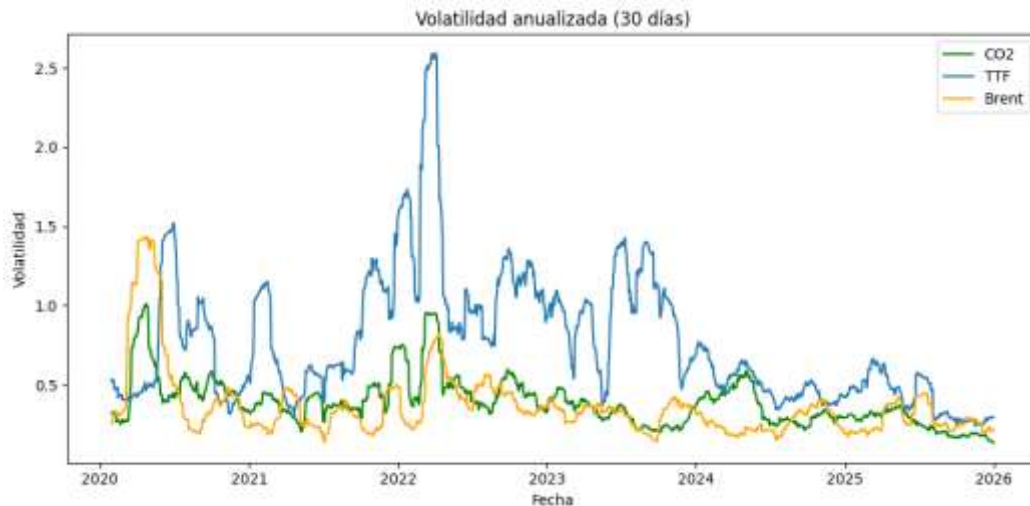


Figura 3.3. Volatilidad rolling anualizada (30 días) del CO₂, el gas TTF y el Brent
Fuente: elaboración propia.

4. Instrumentos derivados aplicados al mercado de emisiones

Los derivados financieros ofrecen a empresas e inversores herramientas para mitigar los riesgos asociados a la inestabilidad en el precio del carbono, al igual que sucede en otros mercados energéticos. En los mercados de emisiones, el uso de futuros, *forwards* y opciones se ha consolidado como una herramienta clave para estabilizar los costes y facilitar la planificación financiera de las empresas con exposición a las emisiones.

Los futuros de carbono son contratos estandarizados que obligan a comprar o vender una cantidad específica de *allowances* (EUA, en el caso europeo) en una fecha futura a un precio previamente fijado (ICE, 2024). Estos contratos se negocian principalmente en plataformas organizadas como el ICE Endex (Intercontinental Exchange) que es el mercado de referencia del EU ETS.

Por otro lado, los *forwards* son contratos similares, pero se negocian de forma bilateral (OTC) y pueden adaptarse a las necesidades específicas de cada empresa, por ejemplo, modificando el volumen o la fecha de entrega. La principal diferencia entre ambos es el grado de estandarización y la existencia de una cámara de compensación en los futuros, lo que hace que se reduzca el riesgo de contraparte (Hull, 2018).

El uso de futuros o *forwards* permite a las empresas fijar hoy el coste futuro de sus emisiones, protegiéndose de posibles subidas del precio del carbono. Por ejemplo, una

empresa eléctrica que piensa que tendrá que comprar *allowances* dentro de seis meses puede adquirir contratos de futuros hoy, asegurando así un precio estable y predecible.

Al ser instrumentos lineales, su ganancia o pérdida depende directamente de la diferencia entre el precio de mercado al vencimiento y el precio pactado en el contrato.

Además de los futuros y *forwards*, existen también opciones sobre derechos de emisión, aunque su mercado es más reducido. Una *call* otorga al titular el derecho, sin la obligación, de adquirir derechos de emisión (*allowances*) a un precio predeterminado en el futuro. De la misma manera, una opción de venta (*put*) permite vender *allowances* bajo las mismas condiciones.

Las opciones permiten construir estrategias de cobertura más flexibles. Por ejemplo, una empresa puede comprar una *call* para protegerse frente a una subida del precio del carbono, manteniendo la posibilidad de beneficiarse si el precio baja. El coste de esta protección es la prima que se paga al comprar la opción.

En la práctica, los participantes utilizan distintas combinaciones de opciones, como:

- *Collars*, que combinan una *call* y una *put* para limitar tanto pérdidas como ganancias.
- *Spreads*, que aprovechan las diferencias entre strikes para reducir el coste de cobertura.
- Opciones sobre futuros de EUA, que se negocian también en ICE y facilitan una gestión dinámica del riesgo.

Aunque el mercado de opciones de carbono aún es menos líquido que el de futuros, ha crecido rápidamente con la entrada de *hedge funds*, *utilities* y grandes corporaciones industriales. Su desarrollo contribuye a mejorar la profundidad y eficiencia del mercado, al ofrecer más alternativas de gestión del riesgo (Paolella & Taschini, 2008).

Las empresas más activas en el uso de derivados de carbono son las *utilities* eléctricas y los sectores industriales intensivos en emisiones.

Por ejemplo, las compañías eléctricas utilizan contratos de futuros sobre carbono para anticipar y controlar el impacto de las variaciones de precio en sus márgenes operativos.

Dado que sus ingresos dependen del precio de la electricidad y sus costes del precio del gas y de las *allowances*, una variación brusca en el precio del carbono puede alterar significativamente su rentabilidad. Cubrirse con futuros permite mantener los costes bajo control y garantizar precios más estables para los consumidores.

En el sector del acero y del cemento, donde las emisiones son muy elevadas, las coberturas con derivados ayudan a predecir mejor los costes futuros y a planificar inversiones en eficiencia energética. En el caso de la aviación, las aerolíneas europeas como Lufthansa o Air France-KLM utilizan futuros de EUA para compensar la exposición derivada de sus emisiones en vuelos intraeuropeos (Lufthansa Group, 2022; Air France-KLM, 2022).

También se observa un creciente interés por parte de inversores financieros, que operan con futuros de carbono como una nueva clase de activo. Su comportamiento se encuentra entre el de un *commodity* energético y un activo financiero regulado lo que lo convierte en una oportunidad atractiva para estrategias de diversificación o arbitraje (Benz & Trück, 2009).

El uso de derivados en el mercado de emisiones cumple una doble función: gestionar riesgos individuales y estabilizar el sistema en su conjunto.

Desde la perspectiva microeconómica, las coberturas con futuros u opciones permiten a las empresas reducir la incertidumbre sobre sus costes, lo que mejora su capacidad de inversión y planificación a largo plazo (World Bank, 2024). Esta mayor previsibilidad favorece que la toma de decisiones sea más eficiente y reduce la probabilidad de incumplir los límites de emisión.

En general, los derivados aumentan la liquidez del mercado y ayudan a formar expectativas de precios más estables, ya que integran la información sobre la oferta y la demanda futura. Según estudios del Banco Mundial (2024), la existencia de un mercado desarrollado de futuros de carbono contribuye a reducir la volatilidad del precio *spot*, al ofrecer referencias claras sobre los precios esperados a diferentes horizontes temporales.

No obstante, también existen riesgos. Una expansión excesiva de la especulación o un apalancamiento elevado podría amplificar la volatilidad, del mismo modo que ocurre en otros mercados financieros. Por ello, los reguladores europeos supervisan estrechamente

estas operaciones y han introducido requisitos de margen y transparencia similares a los de los mercados de energía (European Securities and Markets Authority, ESMA, 2023).

En general, los derivados del carbono se han convertido en un instrumento esencial para que las empresas gestionen su exposición, para que los inversores centren capital en la transición energética y para que el sistema de comercio de emisiones funcione con estabilidad y eficiencia.

5. Modelización del riesgo de precio del carbono

El precio del carbono, al igual que otros activos financieros y energéticos, presenta una volatilidad significativa derivada de factores regulatorios, económicos y de mercado. Esta variabilidad puede afectar directamente a la rentabilidad y estabilidad de las empresas expuestas, especialmente en sectores intensivos en emisiones. Por ello, resulta fundamental cuantificar y modelizar el riesgo de precio del carbono, entendiendo cómo los cambios en su cotización se traducen en impactos financieros, y qué estrategias permiten reducir dicha exposición.

La modelización del riesgo combina herramientas estadísticas y financieras que ayudan a describir el comportamiento del precio, estimar escenarios futuros y evaluar el efecto de diferentes políticas de cobertura. En esta sección se presenta un marco teórico sobre cómo definir la exposición de una empresa, medir el riesgo y simular la evolución del precio del carbono, preparando el terreno para la posterior implementación práctica en Python.

La exposición al precio del carbono depende de cuántas toneladas de CO₂ equivalentes (tCO₂e) emite una empresa y del modo en que obtiene o cubre esos derechos de emisión. En el marco del EU ETS, las empresas deben entregar cada año un número de *allowances* igual a sus emisiones verificadas.

Podemos definir la exposición bruta al precio del carbono como:

$$E_t = Q_t \times P_t$$

donde Q_t representa las toneladas emitidas y P_t el precio por tonelada de CO₂ en el mercado.

Sin embargo, la exposición real suele ser menor, ya que las empresas reciben parte de sus *allowances* de forma gratuita o disponen de coberturas. Por tanto, la exposición neta se expresa como:

$$E_t^{neto} = (Q_t - A_t) \times P_t$$

donde A_t son los *allowances* gratuitos o ya adquiridos.

Esta expresión no responde a un modelo teórico específico, sino que se trata de una identidad económica que refleja el funcionamiento básico del sistema EU ETS. En este sistema, las empresas deben cubrir sus emisiones mediante derechos de emisión. Por tanto, si las emisiones totales superan los derechos asignados, la diferencia debe adquirirse en el mercado al precio vigente del CO₂.

La exposición puede analizarse desde tres ángulos:

1. Exposición operativa: derivada de las emisiones físicas del proceso productivo.
2. Exposición contable: reflejada en los balances y provisiones asociadas a la compra de *allowances*.
3. Exposición económica o de valor: refleja el impacto final sobre el *cash flow* o la rentabilidad de la empresa.

Por ejemplo, una compañía eléctrica que genera 10 millones de toneladas de CO₂ y recibe 2 millones de *allowances* gratuitos, enfrentará una exposición neta de 8 millones de toneladas. Un aumento de 10 €/t en el precio del carbono supondría un coste adicional de 80 millones de euros.

Esta relación muestra por qué el precio del carbono es un riesgo financiero y no solo ambiental. Para empresas cotizadas, incluso puede influir en su valor de mercado, ya que afecta directamente al EBITDA y a la capacidad de generar flujo de caja libre.

El riesgo de precio del carbono se refiere a la posibilidad de que los costes de cumplimiento o de producción varíen de forma imprevista por cambios en el precio del CO₂. Este riesgo se ha vuelto más relevante a medida que el EU ETS ha reducido la asignación gratuita y ha endurecido los objetivos climáticos.

El impacto sobre los costes depende de dos factores principales:

- La intensidad de carbono del proceso productivo (emisiones por unidad de output).
- La elasticidad de traspaso del coste al precio de venta.

Si una empresa puede trasladar el aumento del precio del carbono a sus clientes (por ejemplo, subiendo el precio de la electricidad), su riesgo es menor. En cambio, las empresas en mercados competitivos con precios fijados globalmente (como el acero o el cemento) tienen una capacidad de traspaso limitada, por lo que el impacto del carbono afecta directamente a su margen.

Desde el punto de vista financiero, este riesgo se comporta como una exposición lineal al precio de un activo subyacente. Una variación de ΔP en el precio del carbono provoca un cambio proporcional de $\Delta \text{Coste} = \Delta P \times (Q - A)$. Por tanto, puede modelizarse y cubrirse de manera similar a otros riesgos de *commodities*, como el del gas o el petróleo.

Varios estudios muestran que la volatilidad del precio del carbono tiende a ser alta y persistente, lo que incrementa la incertidumbre. Por ejemplo, la desviación estándar anualizada del precio del EUA superó el 50% en 2022, muy por encima de la de activos financieros tradicionales. Este aumento de la volatilidad del carbono debe interpretarse en el contexto de la crisis energética europea, caracterizada por una fuerte inestabilidad en los precios del gas natural. Como se observa en la Figura 3.3, la volatilidad del gas TTF aumentó de forma especialmente intensa durante 2021-2022, superando ampliamente la del CO₂. Esta volatilidad extrema del gas contribuyó a generar incertidumbre en el mercado de carbono, al afectar a las decisiones de generación eléctrica y a la demanda esperada de allowances. No obstante, el hecho de que la volatilidad del EUA aumentase en menor medida que la del gas sugiere que el precio del carbono también estuvo influido por factores propios del EU ETS, como expectativas regulatorias, ajustes en la oferta de derechos y cambios en la demanda de cumplimiento.

En consecuencia, las empresas con alta exposición deben incorporar este riesgo en su gestión financiera, a través de coberturas con derivados, provisiones contables o mecanismos internos de transferencia de riesgo (como internal carbon pricing).

5.1. Particularidades de la modelización del precio del carbono

Una característica diferencial del mercado de derechos de emisión frente a otros activos financieros es que los contratos de futuros pueden incorporar factores adicionales a los considerados en los modelos tradicionales de valoración. En los mercados de materias primas, la relación entre el precio spot y el precio futuro suele explicarse mediante el denominado modelo de coste de mantenimiento (*cost of carry*), según el cual los precios futuros dependen del precio actual del activo, los tipos de interés y otros costes asociados a su posesión.

Sin embargo, en determinados mercados puede existir un componente adicional conocido como *convenience yield*. Este concepto hace referencia al beneficio implícito que obtiene el poseedor del activo físico por disponer de él de forma inmediata. En materias primas como el petróleo o el gas natural, este beneficio está asociado a la capacidad de responder rápidamente a cambios inesperados en la demanda o a posibles interrupciones del suministro.

La existencia de un *convenience yield* en el mercado europeo de derechos de emisión ha sido objeto de debate en la literatura académica. A diferencia de las materias primas tradicionales, los derechos de emisión no tienen una utilidad física directa ni generan costes de almacenamiento significativos. No obstante, las empresas sujetas al EU ETS pueden obtener ventajas al mantener inventarios de derechos de emisión, ya que estos les permiten cumplir con futuras obligaciones regulatorias y reducir la incertidumbre asociada a posibles aumentos del precio del carbono.

Trück y Weron (2016) analizan la relación entre los precios spot y futuros de los derechos de emisión europeos durante el periodo de cumplimiento del Protocolo de Kioto. Sus resultados muestran que el mercado evolucionó desde situaciones iniciales de *backwardation* hacia estructuras de *contango*, observándose incluso valores negativos del *convenience yield*. Los autores atribuyen este comportamiento al exceso de derechos de emisión acumulados en el sistema y a la posibilidad de conservarlos para ejercicios futuros, lo que redujo el valor asociado a su tenencia inmediata.

Por ello, la evolución del precio del carbono no puede explicarse únicamente mediante variables financieras tradicionales, sino que también depende de elementos regulatorios propios del EU ETS. Por este motivo, la modelización del precio del carbono presenta particularidades respecto a otros activos financieros y commodities energéticos. Aunque en este trabajo se utiliza una aproximación estocástica basada en la evolución histórica de los precios, resulta importante reconocer que cambios regulatorios, variaciones en el volumen de derechos disponibles o modificaciones en las expectativas de cumplimiento pueden alterar significativamente la relación entre precios spot y futuros.

5.2. Métodos de medición del riesgo financiero

Una vez identificada la exposición, el siguiente paso es medir el riesgo. Existen distintas métricas utilizadas en los mercados financieros que también pueden aplicarse al precio del carbono.

La medida más básica del riesgo es la volatilidad, que indica cuánto fluctúa el precio alrededor de su media. Se calcula como la desviación estándar de los rendimientos del activo (Engle & Patton, 2001):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$$

donde r_i son los rendimientos logarítmicos del precio. Una volatilidad elevada implica un riesgo alto de variaciones de precio significativas en periodos cortos.

En el caso del carbono, la volatilidad depende de factores como:

- Expectativas regulatorias (por ejemplo, anuncios de reducción del *cap*).
- Precios del gas y de la electricidad, que influyen en el *switching* entre combustibles.
- Condiciones macroeconómicas (crecimiento, inflación, demanda industrial).

En un contexto de cobertura, la volatilidad sirve para dimensionar el número óptimo de contratos derivados necesarios para protegerse frente a movimientos adversos.

El *Value at Risk (VaR)* es una medida ampliamente usada para estimar la pérdida máxima esperada en un horizonte temporal dado y con un nivel de confianza determinado (Jorion, 2007).

$$VaR_{\alpha} = \text{Percentil}_{(1-\alpha)}(\Delta P)$$

El *Expected Shortfall (ES)* complementa al VaR midiendo la pérdida media más allá del percentil crítico. Representa la severidad de los eventos extremos:

$$ES_{\alpha} = E[\text{Pérdida} \mid \text{Pérdida} > VaR_{\alpha}]$$

Aunque el VaR y el *Expected Shortfall* constituyen métricas ampliamente utilizadas para cuantificar el riesgo financiero, en la aplicación empírica de este trabajo no se calculan de forma explícita. La razón es que el objetivo principal del análisis práctico no es estimar una pérdida máxima bajo un nivel de confianza concreto, sino evaluar cómo la volatilidad del precio del CO₂ afecta a la distribución del coste anual de las emisiones y cómo dicha distribución cambia al introducir estrategias de cobertura. Por ello, el análisis empírico se centra en medidas descriptivas de la distribución simulada, como la media, los percentiles y la desviación típica, que permiten interpretar de forma directa el impacto económico del riesgo de precio y la reducción de incertidumbre asociada a la cobertura.

5.3. Simulación de escenarios de precios

La modelización del riesgo no solo busca cuantificar el nivel de exposición actual, sino también anticipar escenarios futuros de evolución del precio. Para ello se emplean modelos estocásticos y simulaciones históricas que permiten construir distribuciones de probabilidad del precio del carbono.

El modelo más utilizado para describir la evolución de precios de activos financieros es el Geometric Brownian Motion (GBM), que asume que el precio sigue un proceso log-normal con drift y volatilidad constantes:

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dW_t$$

donde:

- μ es la tasa media de crecimiento (drift).
- σ es la volatilidad.
- W_t representa un proceso de Wiener (movimiento browniano estándar).

Aunque el GBM es una simplificación, ofrece una primera aproximación razonable al comportamiento de los precios del carbono, especialmente a corto plazo. Puede calibrarse usando datos históricos del mercado de futuros de EUA, ajustando los parámetros μ y σ con métodos de máxima verosimilitud.

A partir de esta formulación, se pueden generar múltiples trayectorias simuladas del precio y analizar su impacto en los costes de las empresas o en los beneficios de las coberturas.

Otra forma de simular escenarios es mediante el *bootstrapping*, que consiste en reordenar o muestrear aleatoriamente los rendimientos históricos para crear nuevas series de precios. Este método mantiene las propiedades estadísticas reales de los datos (como la volatilidad o asimetría), sin asumir una distribución concreta.

El enfoque histórico resulta útil cuando se dispone de suficientes observaciones del precio del carbono, como en el EU ETS desde 2008. Permite construir simulaciones basadas en periodos de alta volatilidad (por ejemplo, la crisis energética de 2021–2022) o baja (como 2013–2016).

El resultado son distribuciones empíricas que muestran posibles trayectorias futuras, ayudando a estimar intervalos de confianza para los costes y las pérdidas potenciales.

El precio del carbono no evoluciona de forma aislada. Está influido por los precios de otros *commodities* energéticos, como el gas, el carbón o la electricidad, debido al fenómeno conocido como *fuel switching*: cuando el precio del gas sube, las plantas eléctricas tienden a usar carbón, lo que incrementa las emisiones y la demanda de *allowances*, elevando el precio del carbono.

Por ello, una modelización realista debe incorporar correlaciones entre activos, estimadas a partir de datos históricos.

En el siguiente capítulo, estos conceptos se implementarán en Python, aplicados a datos reales de precios de EUA, con el objetivo de cuantificar empíricamente el riesgo y evaluar el impacto de las estrategias de cobertura sobre los costes empresariales.

6. Implementación en Python

Este capítulo aplica el marco teórico desarrollado previamente a un caso real con el objetivo de cuantificar la exposición al precio del carbono y evaluar el efecto de distintas estrategias de cobertura.

Para ello, se toma como referencia el caso de Deutsche Lufthansa AG, una de las principales aerolíneas europeas incluidas en el sistema EU ETS. La elección de Lufthansa responde a la elevada exposición del sector aéreo al precio del carbono y a la disponibilidad de información pública sobre emisiones verificadas y asignación gratuita de derechos. Además, la relevancia de este sector ha aumentado en la Fase IV del EU ETS, ya que la asignación gratuita de derechos a los operadores aéreos se reducirá progresivamente hasta desaparecer en 2026.

La modelización se realiza mediante un movimiento browniano geométrico (GBM), calibrado con precios históricos de futuros del European Union Allowance (EUA). A partir de los parámetros estimados se generan múltiples trayectorias simuladas del precio del CO₂ a un horizonte anual mediante técnicas de Monte Carlo.

Estas simulaciones permiten construir distribuciones de precios futuros y trasladar dicha incertidumbre al coste anual de las emisiones. Sobre esta base, se comparan distintos escenarios de cobertura y se analiza la capacidad de los derivados para reducir la volatilidad del coste asociado al cumplimiento del EU ETS.

Para modelizar la dinámica del precio del CO₂ se utiliza un movimiento browniano geométrico (Geometric Brownian Motion, GBM), uno de los modelos más empleados en finanzas para describir la evolución de precios de activos (Abadie y Chamorro, 2008). Este modelo asume que los rendimientos del activo siguen un proceso estocástico con dos parámetros fundamentales: una tasa media de crecimiento (*drift*) y una volatilidad constante.

Aunque el mercado del carbono presenta particularidades regulatorias, el GBM constituye una aproximación sencilla y ampliamente utilizada para modelizar la evolución de precios de activos. Además, garantiza trayectorias siempre positivas, una característica especialmente relevante en el caso del precio del CO₂.

Los parámetros del modelo se estiman a partir de los rendimientos logarítmicos diarios de los futuros del EUA. La media y la desviación típica de dichos rendimientos se utilizan como estimaciones del drift y la volatilidad del proceso, posteriormente anualizados para un horizonte de un año.

Una vez estimados los parámetros del modelo, se procede a la simulación de trayectorias futuras del precio del CO₂ mediante técnicas de Monte Carlo. A partir del último precio observado del EUA, se generan múltiples trayectorias de precios a un horizonte de un año, utilizando el proceso de movimiento browniano geométrico.

Cada trayectoria representa un posible escenario de evolución del precio del CO₂ bajo las hipótesis del modelo. El conjunto de simulaciones permite construir una distribución de precios futuros, a partir de la cual se pueden extraer medidas estadísticas como el valor esperado, los percentiles o el rango de variación plausible del precio. Este enfoque resulta especialmente útil para evaluar el riesgo, ya que no se centra únicamente en el escenario medio, sino que tiene en cuenta la dispersión de los resultados.

La simulación muestra que, incluso con un horizonte relativamente corto como un año, el precio del CO₂ puede experimentar variaciones significativas. Esto implica que las empresas reguladas están expuestas a una elevada incertidumbre en el coste de cumplimiento del EU ETS, lo que refuerza la relevancia de analizar estrategias de gestión del riesgo basadas en derivados.

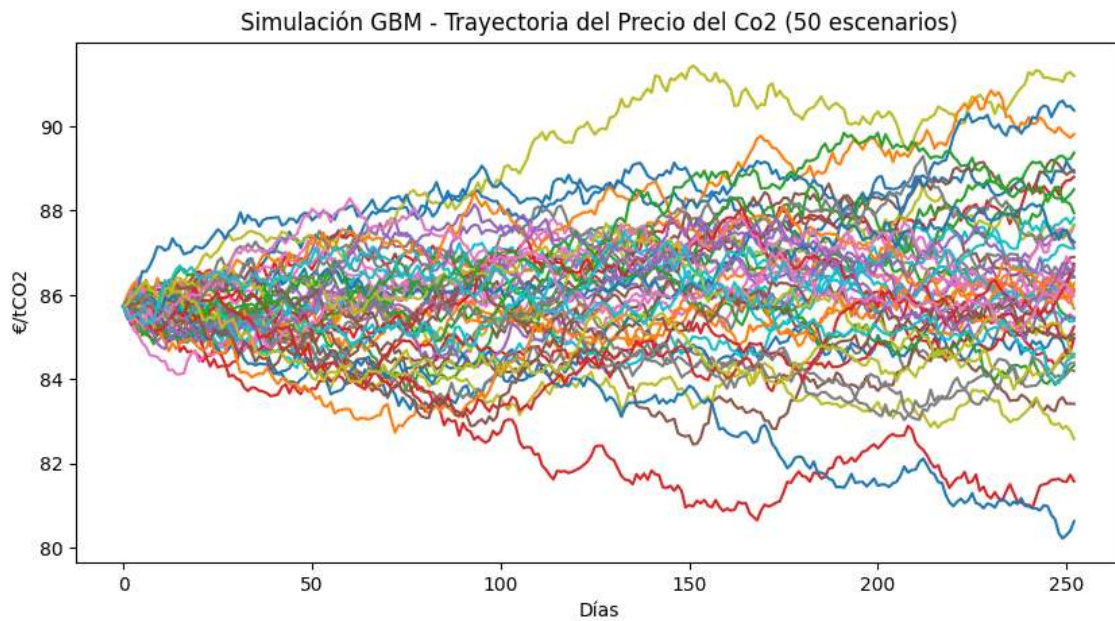


Figura 6.1. Trayectorias simuladas del precio del CO₂ (Monte Carlo)

Fuente: elaboración propia.

A partir de las trayectorias simuladas se obtiene la distribución del precio del CO₂ al final del horizonte anual. Dicha distribución permite identificar no solo el precio esperado, sino también escenarios adversos y favorables. En particular, el análisis de percentiles bajos y altos proporciona una medida clara del riesgo de desviaciones significativas respecto al valor medio.

Desde un punto de vista económico, esta distribución resume la información relevante para la toma de decisiones de cobertura. Un mayor rango entre percentiles implica una mayor incertidumbre sobre el coste futuro del CO₂, mientras que una distribución más concentrada indicaría un entorno de precios más estable. En el caso analizado, la dispersión observada demuestra que el riesgo de precio del carbono es material y no puede ser ignorado por empresas con una elevada exposición.

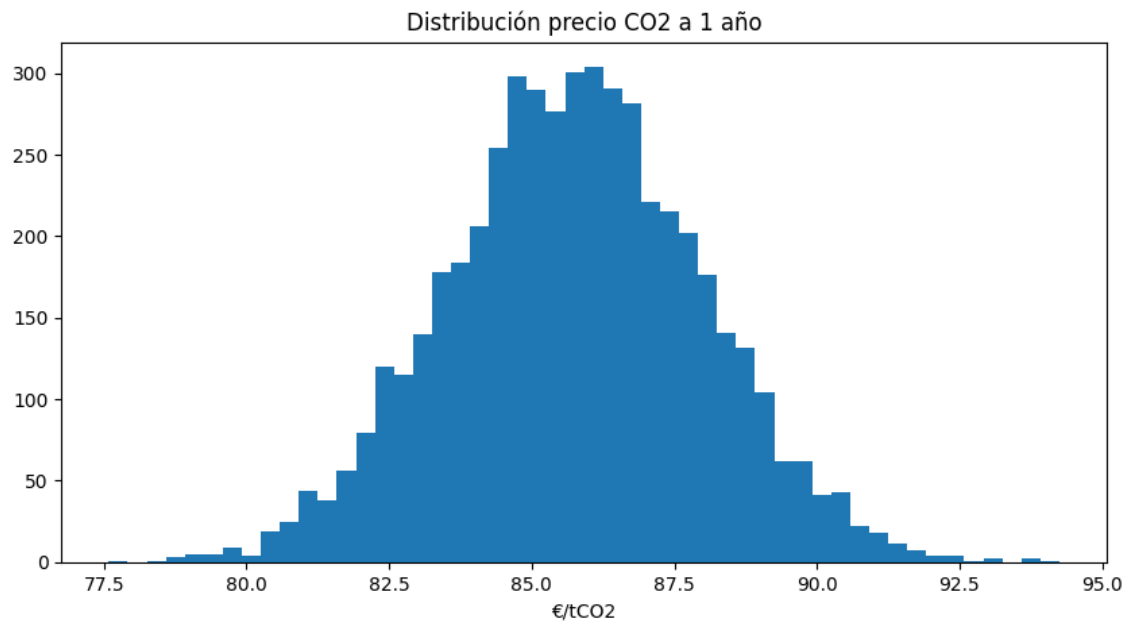


Figura 6.2. Distribución del precio del CO₂ a un año.

Fuente: elaboración propia.

A continuación, las trayectorias simuladas del precio del CO₂ se utilizarán para estimar el coste anual de las emisiones de Lufthansa, primero considerando las emisiones totales y posteriormente teniendo en cuenta la asignación gratuita de derechos. Asimismo, estas simulaciones servirán para evaluar la efectividad de distintas estrategias de cobertura mediante derivados y analizar el *trade-off* entre reducción del riesgo y coste esperado.

6.1. Cálculo del coste anual de las emisiones y análisis del riesgo económico

Una vez modelizada la evolución futura del precio del CO₂, el siguiente paso consiste en trasladar dicha incertidumbre de precios a una magnitud económicamente relevante para la empresa: el coste anual asociado a sus emisiones. Este apartado constituye el primer bloque de resultados económicos del análisis empírico y permite cuantificar, en términos monetarios, el riesgo al que se enfrenta una empresa intensiva en emisiones cuando no adopta ninguna estrategia de cobertura.

En concreto, el análisis se centra en el caso de Deutsche Lufthansa AG durante el año 2023, utilizando las emisiones verificadas reportadas en el EU ETS y las simulaciones de precios obtenidas mediante el modelo estocástico descrito en el apartado 5.3.

Para una empresa sujeta al sistema EU ETS, el coste anual de las emisiones depende directamente de dos factores:

- (i) el volumen total de emisiones de CO₂
- (ii) el precio de mercado de los derechos de emisión (EUA)

Cuando la empresa no implementa ningún mecanismo de cobertura, el coste total puede expresarse de forma simplificada como:

$$C = E \cdot P$$

donde E representa las toneladas de CO₂ emitidas y P el precio del EUA en el mercado.

En este contexto, cualquier fluctuación en el precio del carbono se traduce directamente en una variación del coste final, generando una fuente de riesgo financiero que puede ser significativa, especialmente en periodos de elevada volatilidad del mercado de emisiones.

A partir de las emisiones verificadas de Lufthansa en 2023 y de las simulaciones del precio del CO₂ a un horizonte de un año, se ha construido una distribución del coste anual de las emisiones en ausencia de cobertura. Para cada escenario simulado de precios, el coste se obtiene multiplicando el precio final del CO₂ por el volumen total de emisiones.

Este enfoque permite capturar no solo un valor esperado del coste, sino toda su distribución, reflejando la incertidumbre asociada a la evolución futura del precio del carbono.

Los resultados muestran que el coste medio anual sin cobertura se sitúa en torno a 290 millones de euros, con una mediana muy similar, lo que indica una distribución relativamente simétrica. Sin embargo, el rango de variación es amplio: el percentil 5 se sitúa ligeramente por debajo de los 277 millones de euros, mientras que el percentil 95 supera los 300 millones de euros, demostrando una dispersión económica relevante.

La Figura 6.3. representa la distribución del coste anual de las emisiones de CO₂ sin cobertura para Lufthansa en 2023, obtenida a partir de las simulaciones del modelo.

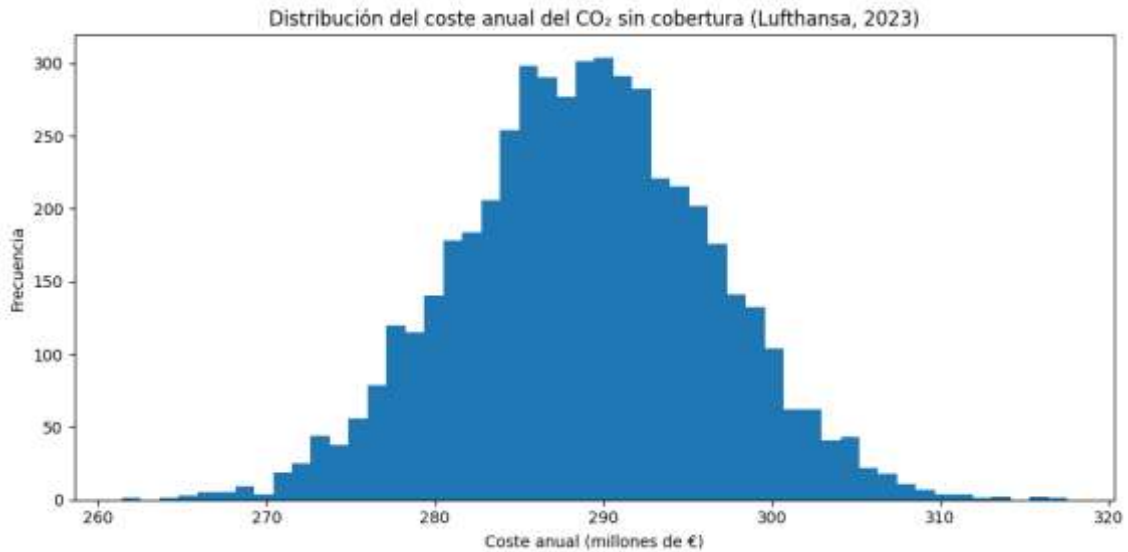


Figura 6.3. Distribución del coste anual de CO₂ sin cobertura

Fuente: elaboración propia.

La forma aproximadamente normal de la distribución refleja el supuesto de rendimientos logarítmicos normalmente distribuidos del precio del CO₂. No obstante, la anchura de la distribución pone de manifiesto la magnitud del riesgo económico, pequeñas variaciones en el precio del carbono pueden traducirse en diferencias de decenas de millones de euros en el coste anual.

Este resultado es especialmente relevante desde una perspectiva de gestión financiera, ya que implica que el coste de las emisiones no es una magnitud fija, sino una variable estocástica que puede afectar de forma significativa a los resultados económicos de la empresa.

Para cuantificar de manera más precisa el riesgo asociado al coste del CO₂, se han calculado diversas medidas estadísticas de la distribución obtenida. En particular, se analizan:

- El valor esperado (media) del coste anual.
- Los percentiles 5 y 95, que permiten acotar escenarios adversos y favorables.
- La desviación típica, como medida de volatilidad del coste.

Los resultados indican una volatilidad del coste anual cercana a los 8 millones de euros, lo que implica que, incluso manteniendo constantes las emisiones, el coste puede fluctuar de manera sustancial únicamente por cambios en el precio del carbono.

Desde un punto de vista empresarial, esta volatilidad representa un riesgo operativo y financiero que puede complicar la planificación presupuestaria y la toma de decisiones de inversión, especialmente en sectores con márgenes ajustados.

El análisis realizado pone de manifiesto que, en ausencia de cualquier estrategia de cobertura, Lufthansa se enfrenta a una exposición directa y elevada al precio del CO₂. El coste anual esperado de las emisiones representa una partida relevante dentro de la estructura de costes de la empresa, y su elevada dispersión introduce un grado significativo de incertidumbre.

Por ejemplo, una variación de 10 €/tCO₂ en el precio del EUA supondría un cambio aproximado de 33,7 millones de euros en el coste anual bruto de Lufthansa, dada su exposición de 3.369.190 toneladas.

Además, el rango observado entre los escenarios extremos (percentil 5 frente a percentil 95) sugiere que *shocks* en el mercado de emisiones, por ejemplo, derivados de cambios regulatorios, tensiones energéticas o alteraciones en la oferta de derechos, pueden tener un impacto material en el resultado económico anual.

Este escenario demuestra la necesidad de explorar mecanismos de gestión del riesgo que permitan reducir la volatilidad del coste del CO₂, objetivo que se abordará en los siguientes apartados mediante la introducción de *allowances* gratuitas y estrategias de cobertura con instrumentos derivados.

6.2. Coste con cobertura parcial: comparación inicial

Como primer ejercicio, se ha considerado una estrategia de cobertura simple que consiste en cubrir el 50% de la exposición al precio del CO₂ mediante contratos de futuros. Este porcentaje no se interpreta como el nivel óptimo de cobertura, sino como un escenario intermedio sencillo que permite comparar de forma intuitiva el efecto de cubrir una parte de la exposición frente a no aplicar ninguna cobertura. La optimización formal del *hedge ratio* se desarrolla posteriormente.

El coste anual sin cobertura se calcula multiplicando las emisiones expuestas por el precio spot simulado del CO₂:

$$C_{sin\ cobertura} = E \times S_T$$

donde E representa las emisiones verificadas de Lufthansa y S_T el precio spot simulado del EUA al final del horizonte anual.

En el caso de la cobertura parcial, se supone que la empresa fija mediante futuros el precio de una parte de su exposición. Por tanto, el coste cubierto combina una parte expuesta al precio spot futuro y otra parte fijada al precio del futuro contratado:

$$C_{cubierto} = E \times S_T - h \times E \times (S_T - F_0)$$

donde h es el porcentaje de cobertura y F_0 el precio inicial del contrato de futuros utilizado para cubrir la exposición. Esta expresión refleja que la ganancia o pérdida del futuro compensa parcialmente las variaciones del precio spot.

En este primer ejercicio se utiliza $h = 0,5$, es decir, una cobertura del 50%. Los resultados muestran que la cobertura parcial reduce de forma significativa la dispersión del coste anual. En particular, el rango entre los percentiles 5 y 95 se estrecha y la volatilidad disminuye, concentrándose la distribución en torno a su valor central.

La Tabla 6.4 recoge un resumen de los principales estadísticos del coste anual en ambos escenarios, incluyendo la media, los percentiles y la desviación típica. Como puede observarse, el coste anual medio del CO₂ no cambia de forma significativa con la cobertura parcial. Esto se debe a que la función principal de la cobertura no es reducir el coste esperado, sino estabilizarlo. La diferencia relevante se encuentra en la reducción del riesgo, reflejada en una menor desviación típica, una menor dispersión de los resultados y una menor exposición a escenarios extremos de precio.

	Sin cobertura	Cobertura 50%
Media	288.89	291.63
P5	276.55	285.46
P95	301.21	297.79
Std	7.51	3.76

Tabla 6.4. Comparación del coste anual del CO₂ sin cobertura y con cobertura parcial (millones de €).

Fuente: elaboración propia.

Este efecto puede observarse también en la comparación gráfica entre la distribución del coste sin cobertura y con cobertura parcial de la Figura 6.5, donde la distribución cubierta aparece más concentrada alrededor de su valor central.

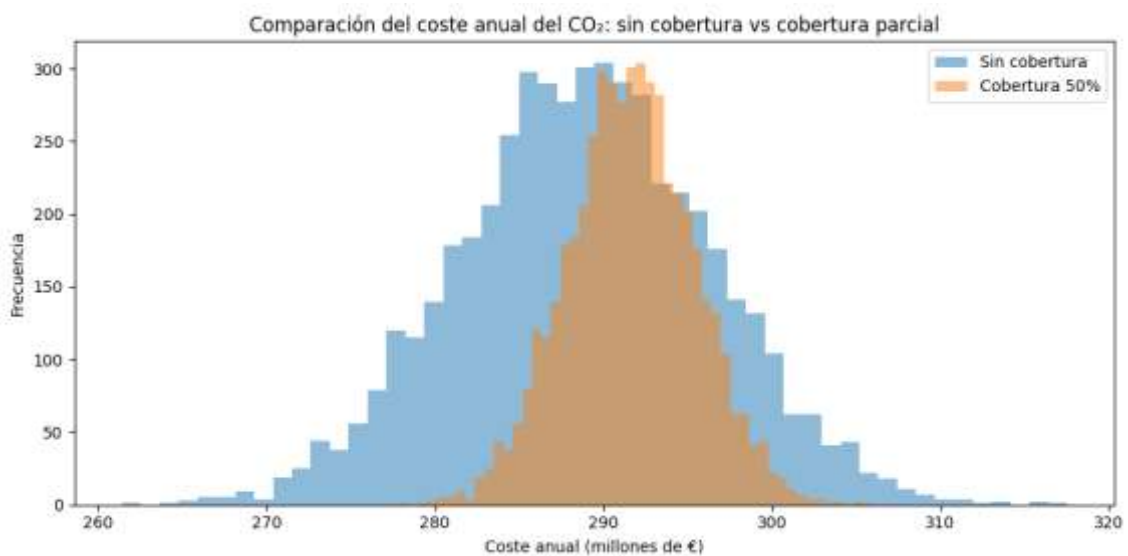


Figura 6.5. Coste anual sin cobertura vs con cobertura (50%)

Fuente: elaboración propia.

Este resultado anticipa el papel fundamental que constituyen los derivados de carbono como herramientas de estabilización del coste, cuestión que se analizará de forma más sistemática en los siguientes apartados mediante la optimización del *hedge ratio* y la incorporación explícita del riesgo de base.

En este sentido, la cobertura no tiene como objetivo reducir el coste esperado, sino disminuir su variabilidad, permitiendo a la empresa reducir la incertidumbre asociada al precio del carbono.

6.3. Ajuste por *allowances* gratuitas y cálculo del coste neto de las emisiones

Hasta este punto, el análisis ha considerado el coste total asociado a las emisiones de CO₂ como si la empresa tuviera que adquirir en el mercado la totalidad de los derechos necesarios para cubrir sus emisiones. Sin embargo, en el marco del sistema europeo de comercio de emisiones (EU ETS), esta hipótesis no refleja completamente la realidad regulatoria, ya que determinadas empresas reciben una parte de los derechos de emisión de forma gratuita.

Por este motivo, es fundamental introducir el concepto de emisiones netas y ajustar el análisis económico para reflejar de forma más precisa la exposición real de la empresa al precio del carbono. Este apartado incorpora explícitamente las *allowances* gratuitas asignadas a Lufthansa, permitiendo estimar el coste neto del CO₂ y evaluar cómo cambia el perfil de riesgo cuando se tiene en cuenta esta característica estructural del sistema EU ETS.

Tal y como se ha descrito anteriormente, Lufthansa recibe una parte de los derechos de emisión de forma gratuita en el marco del EU ETS. Estas *allowances* reducen la exposición efectiva de la empresa al precio del carbono, por lo que resulta necesario incorporarlas en el análisis para estimar el coste neto de las emisiones.

A partir de los datos anteriores, las emisiones netas, entendidas como la exposición real de la empresa al precio del carbono, se calculan como:

$$E_{neto} = E_{verificado} - A_{gratuitas}$$

En el caso de Lufthansa en 2023, las emisiones verificadas ascienden a 3.369.190 tCO₂, mientras que las *allowances* gratuitas recibidas se sitúan en 1.910.921 tCO₂. A partir de estos datos, se obtiene un nivel de emisiones netas de 1.458.269 tCO₂.

Este resultado tiene una interpretación económica clara, solamente una parte de las emisiones totales debe ser cubierta mediante la compra de derechos en el mercado,

mientras que el resto queda protegido frente a variaciones del precio del CO₂ gracias a la asignación gratuita de *allowances*. En términos relativos, esto implica que aproximadamente el 43% de las emisiones totales está expuesto al precio del carbono.

Desde una perspectiva de gestión del riesgo, este ajuste reduce de forma significativa la sensibilidad del coste total a las fluctuaciones del precio del CO₂. En general, las *allowances* gratuitas actúan como un mecanismo de amortiguación del riesgo, aunque no eliminan completamente la exposición de la empresa al mercado de emisiones.

Utilizando las emisiones netas calculadas y las simulaciones del precio del CO₂ obtenidas, se ha construido la distribución del coste anual neto del CO₂ sin cobertura.

Los resultados muestran que el coste medio neto esperado se sitúa en torno a 125 millones de euros, una cifra notablemente inferior al coste bruto calculado previamente. Asimismo, el rango de variación entre escenarios adversos y favorables es más estrecho:

- Percentil 5: aproximadamente 120 millones de euros
- Percentil 95: aproximadamente 130 millones de euros

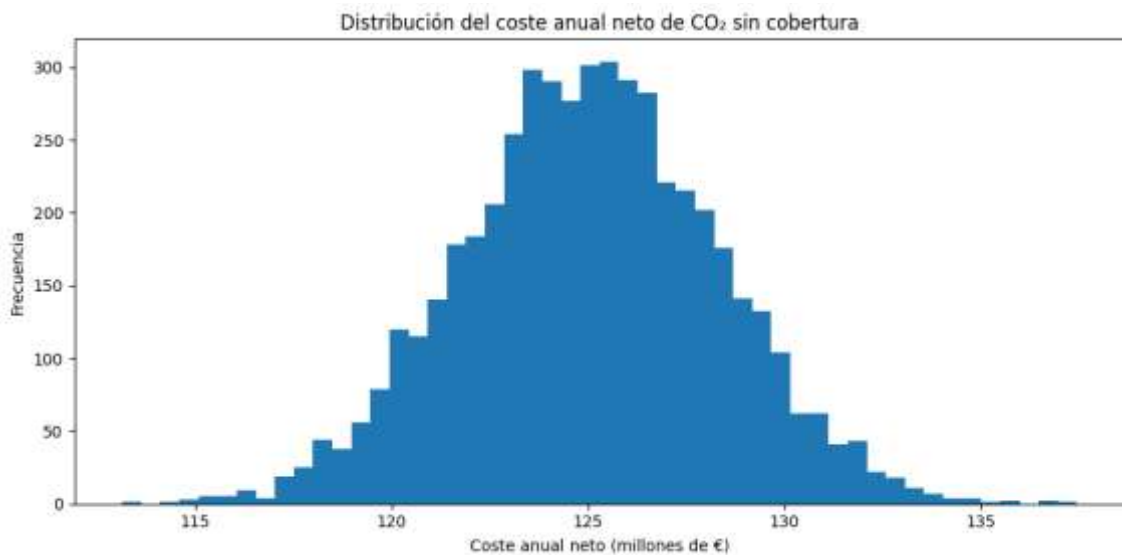


Figura 6.6. Distribución del coste anual neto sin cobertura.

Fuente: elaboración propia.

La comparación visual con la distribución del coste bruto permite observar cómo la asignación gratuita actúa como un mecanismo de amortiguación del riesgo, reduciendo tanto el nivel medio del coste como su volatilidad.

Además de reducir el nivel medio del coste, la introducción de *allowances* gratuitas tiene un impacto directo sobre la volatilidad del coste anual. En el escenario neto sin cobertura, la desviación típica del coste se sitúa en torno a 3 millones de euros, significativamente inferior a la volatilidad observada en el coste bruto.

Este resultado demuestra que las asignaciones gratuitas no solo cumplen un papel redistributivo o de apoyo a sectores expuestos, sino que también funcionan como una herramienta implícita de gestión del riesgo al disminuir la exposición de las empresas a la incertidumbre del mercado del carbono.

No obstante, esta protección es parcial y depende tanto del volumen de *allowances* asignadas como de la evolución futura del marco regulatorio, lo que justifica el análisis de estrategias de cobertura adicionales.

Un aspecto particularmente relevante desde el punto de vista económico es el coste marginal de emitir una tonelada adicional de CO₂. En el contexto del EU ETS, este coste marginal coincide con el precio esperado del derecho de emisión, ya que cualquier tonelada adicional emitida debe ser cubierta mediante la compra de un EUA en el mercado.

A partir de las simulaciones realizadas, el coste marginal esperado se sitúa en torno a 86 €/tCO₂. Esta cantidad resulta clave para la toma de decisiones estratégicas, ya que proporciona una referencia explícita para evaluar inversiones en eficiencia energética, combustibles alternativos o tecnologías de reducción de emisiones.

En particular, cualquier proyecto cuyo coste marginal de abatimiento sea inferior a este umbral resultaría económicamente atractivo desde una perspectiva puramente financiera.

6.4. Coste neto con cobertura parcial

Finalmente, se ha analizado el efecto de introducir una estrategia de cobertura parcial sobre el coste neto del CO₂. En concreto, se considera un escenario en el que Lufthansa cubre el 50% de sus emisiones netas mediante contratos de futuros. Al igual que en el análisis previo del coste bruto, este porcentaje no se interpreta como el nivel óptimo de

cobertura, sino como un caso ilustrativo que permite evaluar de forma intuitiva el impacto de cubrir parcialmente la exposición al precio del carbono.

Los resultados indican que el coste medio neto con cobertura parcial se mantiene en niveles similares al escenario sin cobertura, situándose ligeramente por encima de los 126 millones de euros, pero con una reducción clara de la volatilidad:

- La desviación típica del coste disminuye de forma apreciable.
- El intervalo entre los percentiles 5 y 95 se estrecha, reduciendo la probabilidad de escenarios extremos.

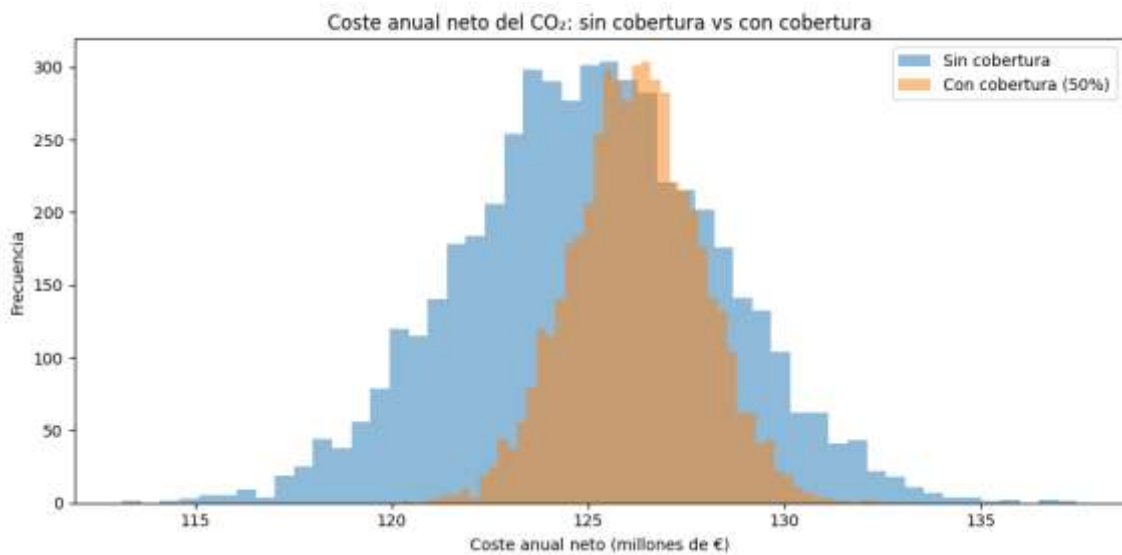


Figura 6.7. Comparativa entre la distribución del coste neto sin cobertura y con cobertura parcial (50%).

Fuente: elaboración propia.

Este resultado confirma que, incluso cuando se tienen en cuenta las *allowances* gratuitas, el uso de derivados de carbono puede aportar un valor adicional en términos de estabilización del coste, especialmente en contextos de elevada incertidumbre regulatoria y de precios.

El análisis desarrollado en este apartado pone de manifiesto que la exposición real de Lufthansa al precio del CO₂ es significativamente inferior a la que se obtendría ignorando la asignación gratuita de derechos. Sin embargo, esta exposición sigue siendo económicamente relevante y presenta una volatilidad no despreciable.

La Tabla 6.8 resume los principales estadísticos del coste anual del CO₂ en cuatro escenarios: coste bruto sin cobertura, coste bruto con cobertura parcial del 50%, coste neto sin cobertura y coste neto con cobertura parcial del 50%. Esta comparación permite distinguir claramente entre dos efectos. Por un lado, las *allowances* gratuitas reducen de forma significativa el nivel de exposición de la empresa, disminuyendo el coste medio desde 288,89 millones de euros hasta 125,04 millones, así como su volatilidad, cuya desviación típica pasa de 7,51 a 3,25 millones de euros.

Por otro lado, la introducción de una cobertura parcial mediante futuros contribuye a estabilizar el coste en ambos casos. En el escenario bruto, la desviación típica se reduce de 7,51 a 3,76 millones de euros, mientras que en el escenario neto disminuye de 3,25 a 1,63 millones. Asimismo, el intervalo entre los percentiles 5 y 95 se estrecha de forma apreciable, reduciendo la probabilidad de escenarios extremos.

	Bruto sin cobertura	Bruto cobertura 50%	Neto sin cobertura	Neto cobertura 50%
Media	288.89	291.63	125.04	126.22
Mediana	288.88	291.62	125.03	126.22
P5	276.55	285.46	119.70	123.55
P95	301.21	297.79	130.37	128.89
Dev. típica	7.51	3.76	3.25	1.63

Tabla 6.8. Comparación del coste anual del CO₂ en términos brutos y netos, con y sin cobertura parcial (millones de €).

Fuente: elaboración propia.

En conjunto, estos resultados muestran que las *allowances* gratuitas actúan como un mecanismo estructural de reducción del riesgo, mientras que los instrumentos derivados permiten gestionar de forma activa la volatilidad residual. La combinación de ambas herramientas permite reducir de forma sustancial el riesgo asociado al coste del carbono, aunque no lo elimina por completo.

Estos resultados justifican la necesidad de un enfoque activo de gestión del riesgo, que será analizado en mayor profundidad en el siguiente apartado mediante la optimización del *hedge ratio* y la evaluación de diferentes criterios de cobertura.

Una vez analizado el coste neto de las emisiones y el efecto de una cobertura parcial del 50%, el siguiente paso consiste en determinar qué nivel de cobertura resulta más adecuado desde el punto de vista de la gestión del riesgo. Para ello, se estima el *hedge ratio* óptimo, entendido como la proporción de la exposición al precio del CO₂ que debe cubrirse mediante contratos de futuros.

A diferencia de los apartados anteriores, donde se utilizaba una cobertura parcial únicamente con fines ilustrativos, en esta sección se calcula formalmente el nivel de cobertura que minimiza la volatilidad del coste anual. Este análisis permite evaluar si una cobertura parcial, total o superior a la exposición inicial resulta más eficiente para reducir el riesgo asociado al precio del carbono.

El *hedge ratio* indica qué proporción de la exposición al precio del CO₂ se cubre mediante instrumentos derivados. Un valor de $h = 0$ implica ausencia de cobertura, mientras que un valor de $h = 1$ representa una cobertura equivalente al 100% de la exposición. Valores intermedios reflejan estrategias de cobertura parcial.

En este trabajo, el *hedge ratio* óptimo se calcula mediante el criterio de mínima varianza, ampliamente utilizado en finanzas para determinar el nivel de cobertura que minimiza la variabilidad de una posición cubierta. Bajo este enfoque, el *hedge ratio* óptimo se define como:

$$h^* = \rho_{S,F} \times \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

donde S representa el precio spot o precio de referencia del carbono, F el precio del contrato de futuros utilizado como instrumento de cobertura, $\rho_{S,F}$ la correlación entre los rendimientos de ambas series, y σ_S y σ_F sus respectivas volatilidades (Hull, 2018).

Intuitivamente, si el precio spot y el futuro se mueven de forma muy similar y presentan volatilidades parecidas, el *hedge ratio* tenderá a situarse cerca de uno. En cambio, si la correlación es menor o existen diferencias relevantes de volatilidad, el *hedge ratio* se alejará de la cobertura completa. Estas diferencias surgen por la existencia de riesgo de base, es decir, por el hecho de que el precio del activo que se desea cubrir y el precio del

instrumento derivado utilizado para la cobertura no evolucionan de forma perfectamente idéntica.

A partir de los rendimientos diarios del precio spot y del futuro del EUA, se ha estimado la correlación entre ambas series, así como sus respectivas volatilidades. Los resultados muestran una correlación muy elevada, de 0,994, lo que indica que ambos precios se mueven de forma muy similar.

La volatilidad del precio spot se sitúa en torno al 2,61% diario, mientras que la volatilidad del futuro es ligeramente inferior, aproximadamente un 2,39%.

Aplicando el criterio de mínima varianza, se obtiene un *hedge ratio* óptimo de:

$$h^* = 1,09$$

Este resultado indica que la cobertura óptima es ligeramente superior al 100% de la exposición, lo que refleja pequeñas diferencias entre el comportamiento del precio spot y del futuro. En particular, la ligera diferencia de volatilidades y la existencia de riesgo de base explican que el *hedge ratio* no sea exactamente igual a uno.

A partir de este resultado, se analizan tres estrategias de cobertura: ausencia de cobertura, cobertura parcial del 50% y cobertura utilizando el *hedge ratio* óptimo.

La Tabla 6.9 recoge los principales estadísticos del coste anual neto del CO₂ en cada uno de estos escenarios.

	Sin cobertura	Cobertura 50%	Cobertura h*
Media	125.04	125.03	125.01
Mediana	125.03	125.03	125.01
P5	119.70	122.15	124.40
P95	130.37	127.89	125.61
Desv. típica	3.25	1.75	0.37

Tabla 6.9. Coste anual neto del CO₂ según estrategia de cobertura (millones de €).

Fuente: elaboración propia.

Los resultados muestran que el coste medio se mantiene prácticamente constante en los tres escenarios, situándose en torno a 125 millones de euros. Esto confirma que la cobertura no tiene como objetivo reducir el coste esperado, sino estabilizarlo.

Sin embargo, las diferencias en términos de riesgo son muy significativas. En ausencia de cobertura, la desviación típica del coste asciende a 3,25 millones de euros. Este valor se reduce a 1,75 millones con una cobertura del 50%, y desciende de forma muy notable hasta 0,37 millones cuando se utiliza el *hedge ratio* óptimo.

Este patrón se observa también en el rango de escenarios extremos. El intervalo entre los percentiles 5 y 95 pasa de aproximadamente 119,7–130,4 millones de euros sin cobertura, a 122,2–127,9 millones con cobertura parcial, y se estrecha de forma muy significativa hasta 124,4–125,6 millones bajo la estrategia óptima.

Estos resultados muestran que la cobertura mediante futuros permite reducir de forma muy significativa la volatilidad del coste del CO₂, siendo el *hedge ratio* de mínima varianza la estrategia más eficiente desde el punto de vista del riesgo.

La Figura 6.10. muestra la evolución de la desviación típica del coste anual en función del *hedge ratio*. Se observa que la relación presenta una forma convexa, alcanzando un mínimo en torno a un valor próximo a 1,1, consistente con el *hedge ratio* estimado previamente.

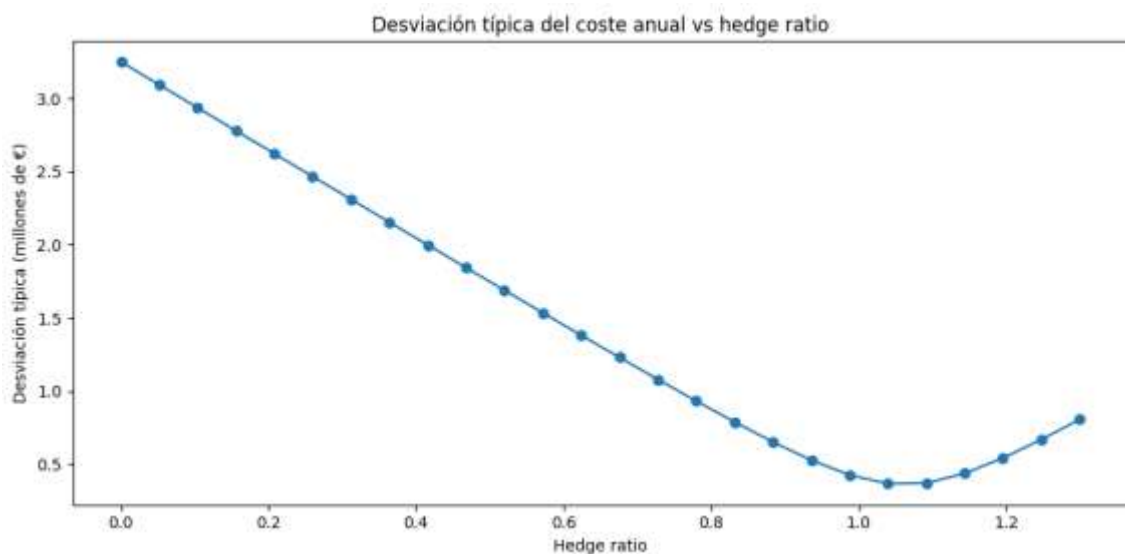


Figura 6.10. Desviación típica del coste anual en función del *hedge ratio*.

Fuente: elaboración propia.

Este resultado confirma empíricamente la validez del criterio de mínima varianza. A medida que aumenta el nivel de cobertura, la volatilidad del coste disminuye de forma significativa, aunque no lo hace de manera lineal. Existe un nivel óptimo de cobertura a partir del cual incrementos adicionales no reducen el riesgo y pueden incluso aumentarlo ligeramente.

Este comportamiento se explica por la existencia de riesgo de base, es decir, la diferencia entre la evolución del precio spot y del futuro utilizado para cubrir la exposición. Aunque ambas series presentan una correlación muy elevada, no son idénticas, por lo que la cobertura no elimina completamente la incertidumbre.

Este efecto puede observarse también en la Figura 6.11., donde se representa la varianza del coste anual como función del *hedge ratio*. La existencia de un mínimo refuerza la idea de que el nivel óptimo de cobertura no es arbitrario, sino que depende de la relación estadística entre los precios del mercado.

En conjunto, estos resultados ponen de manifiesto que los futuros de EUA constituyen una herramienta muy eficaz para la gestión del riesgo del carbono, aunque su efectividad depende de la calidad de la cobertura y de la relación entre el activo subyacente y el instrumento utilizado.

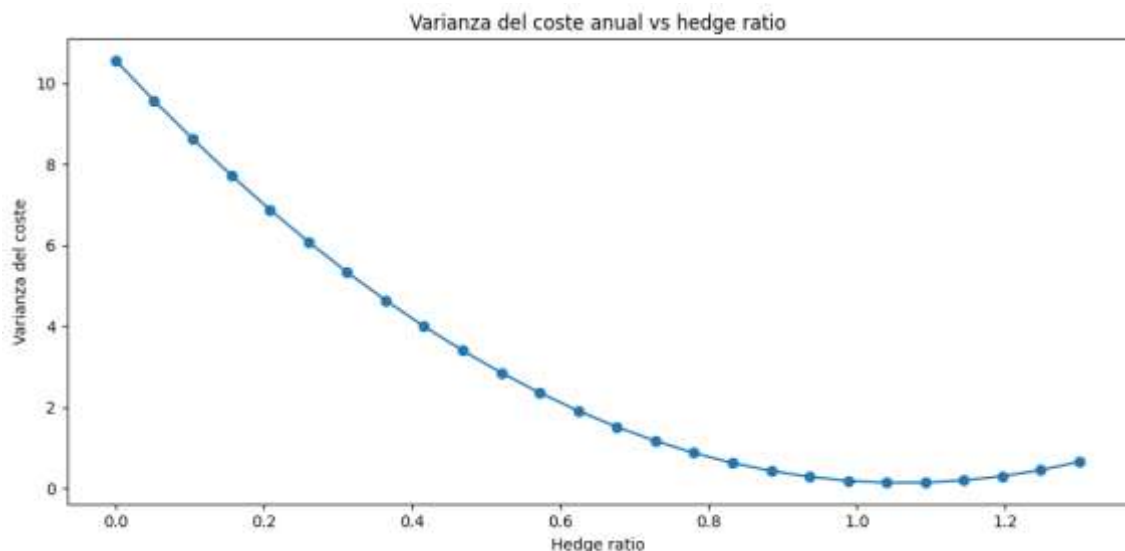


Figura 6.11. Varianza del coste anual en función del *hedge ratio*.

Fuente: elaboración propia.

Los resultados obtenidos muestran que la utilización de contratos de futuros sobre EUA permite reducir de forma muy significativa la volatilidad del coste del CO₂, manteniendo prácticamente constante su valor esperado. En particular, el *hedge ratio* de mínima varianza proporciona la mayor reducción del riesgo, situando la dispersión del coste en niveles muy reducidos.

No obstante, el hecho de que el nivel óptimo de cobertura se sitúe en torno a una cobertura completa no implica que esta sea siempre la estrategia más adecuada en la práctica. Factores como las restricciones de liquidez, los costes operativos o las expectativas sobre el precio del carbono pueden influir en la decisión final.

En consecuencia, aunque la evidencia empírica confirma la eficacia de los derivados como herramienta de estabilización del coste, la elección del nivel de cobertura debe entenderse como una decisión estratégica adaptada a las características y objetivos de la empresa.

7. Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido analizar el papel de los derivados de carbono como herramienta de gestión del riesgo climático corporativo, combinando un marco teórico con una aplicación empírica basada en datos del EU ETS a través del caso de Lufthansa.

Los resultados muestran, en primer lugar, que el precio del CO₂ presenta una volatilidad significativa, influida tanto por factores regulatorios como energéticos. A pesar de su naturaleza institucional, el carbono se comporta como un activo financiero, generando incertidumbre relevante para las empresas sujetas al sistema.

En segundo lugar, la distinción entre coste bruto y coste neto pone de manifiesto el efecto amortiguador de las *allowances* gratuitas. Aunque estas reducen de forma notable la exposición al precio del carbono, no eliminan el riesgo, que sigue siendo económicamente relevante.

En tercer lugar, el análisis empírico confirma que los futuros sobre EUA constituyen una herramienta eficaz de cobertura. La introducción de estrategias de cobertura permite reducir de forma significativa la volatilidad del coste, especialmente cuando se utiliza el *hedge ratio* de mínima varianza, sin alterar de forma relevante el coste esperado.

Desde una perspectiva empresarial, estos resultados evidencian la necesidad de integrar la gestión del riesgo del CO₂ en la planificación financiera. No obstante, no existe un nivel de cobertura universalmente óptimo, ya que la decisión depende de factores como la aversión al riesgo, la liquidez o las expectativas de mercado.

En cuanto a las implicaciones regulatorias, el trabajo refuerza la importancia de contar con mercados de carbono líquidos y eficientes, así como de equilibrar el papel de las *allowances* gratuitas como mecanismo de transición sin debilitar la señal de precio.

Este trabajo presenta algunas limitaciones que abren la puerta a futuras investigaciones. En primer lugar, el análisis se centra en un único caso de estudio, Deutsche Lufthansa AG, por lo que los resultados no pueden generalizarse automáticamente a otros sectores o empresas con estructuras de emisiones diferentes. Aunque Lufthansa resulta un caso relevante por pertenecer a un sector regulado por el EU ETS y con exposición directa al precio del carbono, sería conveniente ampliar el análisis a otras compañías o industrias para contrastar la robustez de los resultados.

En segundo lugar, la modelización del precio del CO₂ se basa en supuestos simplificadores, como la distribución lognormal de los rendimientos y la utilización de una volatilidad constante. Sin embargo, en mercados como el del carbono, las volatilidades y correlaciones pueden variar significativamente en el tiempo, especialmente ante cambios regulatorios, crisis energéticas o shocks geopolíticos. Por tanto, los resultados dependen de la muestra histórica utilizada para estimar los parámetros del modelo y deben interpretarse con cautela.

Futuras investigaciones podrían ampliar el análisis a un conjunto más amplio de empresas, emplear modelos más complejos que capturen mejor la dinámica cambiante del mercado, como modelos con volatilidad variable o análisis por subperiodos, e integrar de forma conjunta las decisiones de cobertura financiera y de inversión en reducción de emisiones.

En conjunto, este trabajo demuestra que los derivados de carbono constituyen una herramienta clave para la gestión del riesgo climático corporativo. Lejos de ser únicamente instrumentos financieros, permiten transformar la incertidumbre asociada al

precio del CO₂ en un coste más estable y predecible, facilitando la planificación empresarial en un entorno de creciente presión regulatoria.

8. Bibliografia

- Aatola, P., Ollikainen, M., & Toppinen, A. (2013). Price determination in the EU ETS market: Theory and econometric analysis with market fundamentals. *Energy Economics*, 36, 380-395.
- Abadie, L. M., & Chamorro, J. M. (2008). *European CO₂ prices and carbon capture investments*. *Energy Economics*, 30(6), 2992–3015.
- Air France-KLM. (2022). *Universal Registration Document 2022*.
- Benz, E., & Trück, S. (2009). Modeling the price dynamics of CO₂ emission allowances. *Energy Economics*, 31(1), 4–15.
- Calel, R., & Dechezleprêtre, A. (2016). Environmental policy and directed technological change: Evidence from the European carbon market. *Review of Economics and Statistics*, 98(1), 173–191.
- Ellerman, A. D., Convery, F. J., & de Perthuis, C. (2010). *Pricing carbon: The European Union Emissions Trading Scheme*. Cambridge University Press.
- Engle, R. F., & Patton, A. J. (2001). What good is a volatility model? *Quantitative Finance*, 1(2), 237–245.
- European Commission. (2023). *EU Emissions Trading System (EU ETS)*. <https://climate.ec.europa.eu>
- European Environment Agency. (2023). *Trends and projections in the EU ETS in 2023*.
- European Securities and Markets Authority (ESMA). (2023). *Final Report on Emission allowances and associated derivatives*.
- Hull, J. C. (2018). *Options, futures, and other derivatives* (10th ed.). Pearson Education.
- Intercontinental Exchange (ICE). (2024). *ICE Endex EUA Futures and Options*.
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Koch, N., Fuss, S., Grosjean, G., & Edenhofer, O. (2014). Causes of the EU ETS price drop: Recession, CDM, renewable policies or a bit of everything?—New evidence. *Energy Policy*, 73, 676–685.
- Koop, G., & Tole, L. (2013). Measuring the influence of the EU Emissions Trading Scheme on the UK power generation sector. *Energy Economics*, 40, 687–698.
- Mansanet-Bataller, M., Pardo, A., & Valor, E. (2007). CO₂ prices, energy and weather. *The Energy Journal*, 28(3), 67–86.

- Lufthansa Group. (2022). *Annual Report 2022: Risk and Opportunity Report*.
- Paoletta, M. S., & Taschini, L. (2008). An econometric analysis of emission allowance prices. *Journal of Banking & Finance*, 32(10), 2022–2032.
- Porter, M. E., & van der Linde, C. (1995). Toward a new conception of the environment–competitiveness relationship. *Journal of Economic Perspectives*, 9(4), 97–118.
- Stavins, R. N. (2008). A meaningful U.S. cap-and-trade system to address climate change. *Harvard Environmental Law Review*, 32, 293–371.
- Tietenberg, T. H. (2006). *Emissions trading: Principles and practice* (2nd ed.). Resources for the Future Press.
- Trück, S., & Weron, R. (2016). *Convenience Yields and Risk Premiums in the EU-ETS: Evidence from the Kyoto Commitment Period*. *Journal of Futures Markets*, 36(6), 587–611. doi:10.1002/fut.21780.
- United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC). (1998). *Kyoto Protocol to the United Nations Framework Convention on Climate Change*. United Nations.
- World Bank. (2024). *State and Trends of Carbon Pricing 2024*. World Bank Publications.

9. Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado

ADVERTENCIA: Desde la Universidad consideramos que ChatGPT u otras herramientas similares son herramientas muy útiles en la vida académica, aunque su uso queda siempre bajo la responsabilidad del alumno, puesto que las respuestas que proporciona pueden no ser veraces. En este sentido, NO está permitido su uso en la elaboración del Trabajo fin de Grado para generar código porque estas herramientas no son fiables en esa tarea. Aunque el código funcione, no hay garantías de que metodológicamente sea correcto, y es altamente probable que no lo sea.

Por la presente, yo, Macarena Olivie Cañete, estudiante de Administración y Dirección de Empresas y Business Analytics de la Universidad Pontificia Comillas al presentar mi Trabajo Fin de Grado titulado " Cobertura del riesgo del precio del CO₂ con derivados financieros: análisis aplicado al caso Deutsche Lufthansa", declaro que he utilizado la herramienta de Inteligencia Artificial Generativa ChatGPT u otras similares de IAG de código sólo en el contexto de las actividades descritas a continuación:

1. **Brainstorming de ideas de investigación:** Utilizado para idear y esbozar posibles áreas de investigación.
2. **Referencias:** Usado conjuntamente con otras herramientas, como Science, para identificar referencias preliminares que luego he contrastado y validado.
3. **Metodólogo:** Para descubrir métodos aplicables a problemas específicos de investigación.
4. **Interpretador de código:** Para realizar análisis de datos preliminares.
5. **Corrector de estilo literario y de lenguaje:** Para mejorar la calidad lingüística y estilística del texto.
6. **Sintetizador y divulgador de libros complicados:** Para resumir y comprender literatura compleja.
7. **Revisor:** Para recibir sugerencias sobre cómo mejorar y perfeccionar el trabajo con diferentes niveles de exigencia.
8. **Traductor:** Para traducir textos de un lenguaje a otro.

Afirmo que toda la información y contenido presentados en este trabajo son producto de mi investigación y esfuerzo individual, excepto donde se ha indicado lo contrario y se han dado los créditos correspondientes (he incluido las referencias adecuadas en el TFG y he explicitado para que se ha usado ChatGPT u otras herramientas similares). Soy consciente de las implicaciones académicas y éticas de presentar un trabajo no original y acepto las consecuencias de cualquier violación a esta declaración.

Fecha: 10/05/2026

Firma: Macarena Olivie

