

El modelo de tres factores de Fama y French aplicado al mercado español

03/09/2014

Máster Universitario en Finanzas

ICADE

Nicolás Medarde Muguerza

ÍNDICE

OBJETIVO DEL ESTUDIO	2
MODELOS FACTORIALES Y TEORÍAS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS	2
Markowitz	4
CAPM	6
APM	7
MODELO DE TRES FACTORES DE FAMA Y FRENCH	8
Fama y French y el mercado europeo	19
METODOLOGÍA	22
RESULTADOS IBEX 35	24
REGRESIÓN BESTINFOND	28
CONCLUSIONES	32
TABLAS	34
BIBLIOGRAFÍA	39

OBJETIVO DEL ESTUDIO

El objetivo del estudio es doble: por un lado, comprobar los rendimientos esperados tanto para el IBEX35 como para el fondo de inversión Bestinfond, como representantes tanto de un índice como de un fondo españoles, y ver cuánto de sus rendimientos viene explicado por cada uno de los factores de riesgo. Por otro lado, queremos comprobar la capacidad del modelo para explicar los retornos del IBEX y del fondo, y comprobar si añadiendo los dos factores tamaño y book-to-market (diferencia entre valor en libros y valor de mercado) agrega capacidad de explicación de los rendimientos frente al modelo de un solo factor (exceso de rendimiento del mercado frente al bono estatal).

La metodología a seguir para ello será una presentación de los modelos clásicos de valoración de activos, siguiendo por la explicación del modelo de tres factores desarrollado por Fama y French (1993), para concluir con una regresión sobre los dos índices objetivos que nos ayudará a tanto a calcular los rendimientos requeridos para ambos activos como a comprobar la capacidad explicatoria del modelo de tres factores y si el añadir dos factores nuevos añade capacidad de explicación.

MODELOS FACTORIALES Y TEORÍAS DE VALORACIÓN DE ACTIVOS

La relación entre riesgo y rentabilidad es una constante en el mundo de las finanzas. Por ello nacen los modelos de valoración de activos. Múltiples modelos factoriales (ya sean de un solo factor o multifactoriales) han visto la luz y han sido examinados en profundidad. Vamos a presentar el origen de la teoría de carteras así como los distintos modelos factoriales que se utilizan a la hora de valorar activos.

La información requerida en los modelos de media y varianza suele ser muy grande. Y más grande se va convirtiendo a medida que los activos a analizar aumentan. Afortunadamente, la aleatoriedad de los rendimientos de los activos puede ser a menudo reducida a un número determinado de fuentes de aleatoriedad llamados factores que pueden influenciar los retornos individuales de cada activo. Un modelo factorial que represente la conexión entre factores y retornos individuales de cada activo nos lleva a una estructura mucho más simple y propone una mayor profundización en las distintas

relaciones que existen entre los activos. Los factores que se utilizan para explicar la aleatoriedad de los rendimientos han de ser escogidos con sumo cuidado, y muchas veces los factores escogidos dependen del tipo de activos que se estén valorando, por ejemplo, el mercado de renta variable, el mercado de bonos estatales o el mercado de bonos corporativos. La elección de estos factores es muchas veces un ejercicio de prueba error que muestra el nivel de significatividad de los factores escogidos, si bien también modelos formales de análisis pueden servir para dicho fin.

Los **modelos de un solo factor** son los modelos más sencillos dentro de los modelos factoriales pero son muy adecuados para ejemplificar el concepto de modelo factorial. Un modelo de un solo factor se podría enunciar de la siguiente manera:

$$R_i = A_i + f * B_i + E_i$$

En este caso solo existiría un factor f , donde A y B son constantes y E representa un término de error. En los modelos de un solo factor los retornos están relacionados de manera lineal al factor f , excepto los errores E que son añadidos al retorno. Cuando se aplica a un grupo de activos, es necesario calcular sus propias A s y B s para cada activo. Las A s son las intersecciones, debido a que cruza la línea para el activo i con el eje vertical, mientras que las B s miden la sensibilidad del retorno del activo frente al factor. Un ejemplo de un modelo de un factor que veremos posteriormente es el conocido CAPM.

Los **modelos multifactoriales** pueden ser explicados de forma similar a lo anteriormente explicado. Por ejemplo, si existen dos factores F_1 y F_2 , el modelo sobre la tasa de rendimiento requerida sobre el activo se podría formular de la siguiente manera:

$$R_i = A_i + f_1 * B_i + f_2 * B_2 + E_i$$

De esta expresión se asume que el término de error no tiene correlación alguna con los dos factores, que, sin embargo, no se asume que estén incorrelacionados entre ellos. Estos factores serán variables observables y por lo tanto se podrá estudiar su valor estadístico independientemente de los retornos de los activos. Los modelos de varios factores pueden ser mejoras de modelos de un solo factor.

La selección de los factores para el modelo es ciertamente una labor complicada. Suele ser bueno dividir los factores en tres categorías diferenciadas para hacernos una idea de la tipología de factores a utilizar en un modelo:

- Factores externos: algunos de los factores externos comúnmente utilizados pueden ser el PIB, la tasa de inflación o la variación de la curva de tipos de interés
- Factores extraídos: es posible obtener factores sobre los retornos ya conocidos de los activos. El ejemplo más claro de esto es la rentabilidad de la cartera de mercado, usado en los modelos más importantes de valoración. Este factor es construido directamente desde los retornos de cada activo. Un ejemplo podrían ser los retornos de una cartera de acciones de un sector económico en particular.
- Características propias de la empresa: podemos encontrar una gran variedad de ratios financieros que definen a una empresa, como el PER (Price Earning Ratio), el book-to-market equity (diferencia de valor entre el valor bursátil y el valor en libros), el ROE (return on equity) y así un sinfín de ratios financieros importantes. En estos casos, es importante nombrar que el factor tiene un valor determinado para cada empresa y que vendrá acompañado en la ecuación del modelo factorial por una constante que es igual para todos los activos.

Se explica a continuación brevemente el nacimiento de la teoría de carteras y los modelos de valoración de activos más importantes, que son modelos factoriales. Todo este análisis previo nos va a ayudar a entender y diferenciar el modelo de tres factores de Fama y French de sus predecesores en el tiempo.

Markowitz

El inicio de la teoría de carteras y de los modelos de valoración de activos lo encontramos con el modelo de Markowitz, basado en los diagramas de media y desviación típica que representan el riesgo y la rentabilidad de un título determinado. Existiendo dos o más títulos en una cartera, se puede hablar de la existencia de un conjunto factible, es decir, todas las carteras que se pueden obtener combinando esos títulos.

El modelo de Markowitz está basado en varios supuestos, siendo el más importante de ellos que todas las decisiones están basadas en la media y la desviación típica de los rendimientos. Así mismo, otros supuestos de los que parte este modelo son que los participantes del mercado son aversos al riesgo, prefieren las mayores rentabilidades posibles, los mercados son perfectos y se ha de dar una negociación de un número determinado de activos tales que al menos tres de ellos no han de tener una correlación perfecta. El modelo determina, del total del conjunto factible que se puede obtener combinando títulos, el conjunto de mínima varianza que marcará la existencia de una frontera eficiente ubicada en la parte superior de la curva del conjunto. Esta parte de la curva está formada por las carteras eficientes, de tal modo que otorgan las mejores combinaciones de media y varianza para los inversores. Este modelo, siendo como es la base de donde parten modelos posteriores, no es aplicable en las finanzas actuales debido a sus grandes restricciones. Se trata de un modelo de un solo periodo y el hecho de que las decisiones estén basadas solo en media y varianza lo hace un modelo muy restrictivo.

Con la inclusión de un activo sin riesgo en el modelo, lo que podría ser cualquier título del Estado, se amplía el realismo del modelo dado que anteriormente solo se tenían en cuenta carteras con valores con riesgo, y de este modo permite a los inversores prestar o pedir prestado. De este modo, se producen combinaciones del activo sin riesgo con el resto de grupos de activos con riesgo del conjunto factible, formando una nueva frontera eficiente. Esta es la base del teorema de un fondo, que nos dice que hay un único fondo de activos con riesgo de tal manera que cualquier cartera eficiente puede ser formada por la combinación del fondo de activos con riesgo con el activo sin riesgo. Este sería el resumen de la teoría de carteras de media y varianza, que dará paso al modelo más conocido de valoración de activos, que es el CAPM.

En resumen, el estudio de las inversiones de un periodo está basado en los retornos de los activos y de las carteras, siendo el retorno del activo incierto, se puede considerar éste como una variable aleatoria. Los pesos de los activos que forman la cartera deberán sumar uno, si bien podrán tener pesos negativos si se pueden tomar posiciones cortas. De un conjunto de activos con riesgo, mediante la representación de los mismos según la media y la varianza obtenemos la región denominada conjunto factible. Los inversores, según las condiciones del modelo, elegirán aquellas combinaciones situadas en la parte superior de la curva, también llamada frontera eficiente. Si se añade un

activo sin riesgo al modelo, se obtiene un solo fondo situado en la nueva frontera eficiente por la combinación del activo sin riesgo con una cartera de activos con riesgo.

CAPM

El CAPM (Capital Asset Pricing Model) es el modelo de valoración de activos más conocido, aunque no solo se utiliza para la valoración de activos. Relaciona rentabilidad con riesgo y es también muy utilizado para calcular el coste de capital de una empresa. El modelo está basado en una serie de supuestos: los inversores optimizan media y varianza, los mercados son perfectos, es decir, todos los inversores tienen las mismas estimaciones, y se negocian un número determinado de activos con riesgo y solo un activo sin riesgo. Partiendo de estos supuestos y del teorema de un fondo anteriormente mencionado, el CAPM concluye que el fondo es la cartera de mercado. En este supuesto, donde los inversores se guían por la media y la varianza y disponen de las mismas estimaciones, todos ellos comprarán la misma cartera, que será la cartera de mercado. En otras palabras, los precios se ajustarán para llevar al mercado a la eficiencia.

La recta que se forma entre el activo sin riesgo y la cartera de mercado forma la recta CML o Capital Market Line, que caracteriza la rentabilidad del conjunto de carteras eficientes. Debemos tener en cuenta algunas conclusiones que se sacan del CAPM. Un título puede estar bien valorado, formar parte de las carteras eficientes pero no ser eficiente por sí mismo. Dado que la cartera de mercado es eficiente, formar parte de las carteras eficientes significa que el activo está en el mercado. Todos los puntos del conjunto factible están en el mercado y si el CAPM es válido todos estarán bien valorados. El CML nos dice los retornos esperados de una cartera eficiente relacionándolo con su desviación estándar. Sin embargo, no nos indica como esos retornos están relacionados con su riesgo individual. Es el CAPM el que nos ayuda a expresar esta relación. Si la cartera de mercado M es eficiente, entonces el retorno esperado de cualquier activo i será:

$$R_i = R_f + \beta * (R_m - R_f)$$

El CAPM nos dice que los rendimientos superiores esperados de un activo son proporcionales a los rendimientos superiores de la cartera de mercado, siendo Beta un factor proporcional. La Beta del activo está asociada con su riesgo y tiene que ver con

las volatilidades (desviaciones sobre la media) del activo en cuestión.

Nos surge la pregunta sobre la practicidad del modelo CAPM y si nos sirve para tomar decisiones de inversión. La respuesta que nos da el modelo es que debemos comprar la cartera de mercado, compuesta por toda la nube de activos que se encuentran disponibles en el mercado y ponderando según la cantidad disponible de cada activo en el mercado. Lo más parecido que existe en el mercado puede ser un fondo de un índice, que replica el comportamiento de un índice significativo como puede ser el S&P500 Americano, la media de 500 acciones del mercado estadounidense como cesta representativa de todas las acciones del mercado. Esto combinado con el activo sin riesgo nos daría la inversión a realizar. Sin embargo, el modelo CAPM asume que todos los agentes del mercado tienen la misma información, y que por lo tanto todos comprarán la cartera de mercado. Esto no sucede en la realidad, por lo que algún agente que tiene una información superior a otro puede elegir otro tipo de inversiones que le lleven a mejorar los rendimientos del índice en cuestión, que hemos dicho que puede ser la aproximación más cercana a la cartera de mercado. El modelo también es utilizado para evaluar los rendimientos de distintos índices y fondos. El CAPM se considera un modelo de un solo factor en el sentido que ya hemos comentado antes: se basa en los retornos por exceso del mercado sobre los activos sin riesgo como único factor para explicar la variación de los retornos de las acciones.

APT

Otro de los modelos nacidos posteriormente y que ha sido objeto de estudio es el modelo APT (Arbitrage Pricing Theory), desarrollado por Ross (1976). Esta teoría no requiere de la asunción de que los inversores seleccionan los activos por su media y varianza, solo que, cuando los retornos son ciertos, los inversores prefieren mayores retornos que menores retornos. En este sentido, se puede decir que este modelo es más satisfactorio que el CAPM dado que no asume que los inversores se guían siempre por media y varianza. La asunción que existe en este modelo es que el universo de activos a tener en cuenta es grande, más concretamente, infinito. Esta asunción puede ser bien cubierta por el grupo de acciones que componen el mercado americano, por ejemplo.

La idea general que reside en este modelo es que las influencias macroeconómicas y específicas del activo, con la sensibilidad del activo a ellas, son los que determinan los rendimientos esperados sobre un activo. Las influencias específicas sobre un activo

pueden llegar a ser infinitas, y debe ser el agente de mercado en cuestión quien analice como afectan a cada activo los respectivos factores de riesgo. Este modelo tiene una gran utilidad dado que se puede calcular cuál es el efecto de un determinado factor de riesgo sobre una cartera o un fondo específico, así como que se adapta mejor a cada activo específico. Sin embargo, se trata de un modelo de una dificultad mayor a la hora de aplicar en la realidad, dado que requiere de un gran esfuerzo a la hora de determinar cuáles son los factores que afectan a cada activo. Esta tarea se antoja compleja. Los factores más utilizados son el PIB (Producto Interior Bruto), la confianza del consumidor, variaciones inesperadas en la inflación y variaciones en la curva de tipos de interés.

MODELO TRES FACTORES DE FAMA Y FRENCH

En rasgos generales, Fama y French presentan un modelo de tres factores para la valoración de activos que captura de mejor manera retornos medios de las acciones. El modelo dice que la rentabilidad esperada de un activo o cartera viene determinada por la sensibilidad de su rentabilidad a tres factores:

1. El exceso de rentabilidad del mercado respecto a un activo libre de riesgo determinado
2. La diferencia del retorno de las acciones de pequeña capitalización menos el retorno de las acciones de más capitalización
3. La diferencia del retorno de las empresas con un alto book-to-market equity (diferencia entre valor en libros y valor bursátil) y las empresas con un bajo book-to-market equity

La rentabilidad esperada de un activo o una cartera será:

$$R = R_f + \beta * (R_m - R_f) + b_s * (SMB) + b_v * (HML)$$

A continuación procederemos a explicar el modelo en profundidad, observando la metodología utilizada por los autores para llegar a las conclusiones que hacen del modelo, para los autores, un modelo que captura de forma correcta las variaciones en los retornos de un activo.

Desarrollo del modelo

El modelo de tres factores identifica cinco factores de riesgo comunes en los retornos de las acciones y los bonos. Los factores que identifican para el mercado de acciones son tres: un factor de mercado, que es el ya enunciado por el CAPM ($M_f - R_f$), el factor tamaño, es decir, la capitalización bursátil de la compañía, y finalmente un factor de book-to-market equity, es decir, el valor en libros de la empresa comparándolo con su valoración en bolsa.

Para determinar su modelo, Fama y French parten de la base que la muestra representativa de los retornos medios en las acciones americanas muestra poca relación con la Beta de Sharpe y otras Betas que se suelen tomar en otros modelos de valoración de activos. Sin embargo, otros factores que no habían sido tenidos en cuenta en los modelos clásicos y teorías de valoración de activos parecen demostrar un poder mayor para explicar la muestra representativa de los retornos medios. La lista de variables que se pueden considerar que empíricamente determinan los rendimientos medios incluyen el tamaño, el PER (price to earnings ratio), el apalancamiento de la empresa y el book-to-market value.

Cabe aclarar antes que nada el concepto de muestra representativa. A la hora de hacer un estudio de muestra representativa de retornos de acciones, se quiere conocer por qué una acción determinada tiene mayores o menores retornos que otra acción determinada, para lo cual solo se necesita coger un punto determinado en el tiempo. Por ejemplo, el ya mencionado CAPM explica con un solo factor el muestra representativa de los retornos de las acciones, el riesgo sistemático de la acción.

En un estudio anterior al enunciado de los tres factores, Fama Y French estudiaron los roles de todas las variables anteriormente expuestas, llegando a la conclusión de que la Beta (la pendiente en la regresión de los retornos de un activo sobre el retorno del mercado) obtiene poca información sobre los retornos medios. Por otro lado, los ya mencionados tamaño, PER (price to earnings ratio), apalancamiento de la empresa y book-to-market value (BE/ME en adelante) tienen poder explicatorio por sí mismos, utilizados cada uno por su lado. Combinando estas variables, la combinación del

tamaño de la empresa y su book-to-market value parece absorber el poder explicatorio de los otros dos factores nombrados. El resumen es que estas dos variables parecen explicar de una manera eficaz la cross-section de los retornos medios de las acciones del NYSE, Amex y NASDAQ en el periodo comprendido entre 1963 y 1990.

Fama y French utilizan la regresión de Black, Jensen y Scholes, donde a los retornos mensuales de las acciones y bonos se les aplica una regresión sobre los retornos de una cartera de mercado y carteras replicadas de tamaño, book-to-market y term-structure risk factors en los retornos. La regresión utilizada usa retornos sobre el activo sin riesgo, es decir, el retorno mensual de la acción en cuestión menos la rentabilidad del bono estatal a un mes.

Explicaremos en una breve introducción los resultados principales antes de meternos en profundidad en la metodología utilizada para obtenerlos. Para las acciones, las carteras formadas para replicar factores de riesgo relacionados con las variables tamaño y BE/ME explican en gran medida las variaciones en retornos, sin tener en cuenta otras variables utilizadas en la regresión. En definitiva, la conclusión que extraen los autores del modelo es que estas dos variables unidas a un factor de mercado consiguen explicar de una manera adecuada la muestra representativa de la media de retornos de las acciones.

Las dos variables explicativas por sí solas no logran determinar la gran diferencia en retornos entre el bono del Estado y la media de retornos de las acciones. Este trabajo lo lleva a cabo un tercer factor, la variable de mercado. En cuanto al estudio realizado sobre los bonos, se utilizan dos factores explicativos: la duración del bono y su probabilidad de default. Para los autores, los factores consiguen explicar los rendimientos medios de los bonos, si bien se reconoce que cualquier cartera compuesta por bonos del Estado y bonos corporativos a largo plazo va a terminar teniendo rendimientos similares.

Elementos que constituyen la regresión

Los retornos a explicar para las carteras de bonos del Estado son dos duraciones distintas, para los bonos corporativos cinco grupos de rating, y para las acciones se

forman 25 carteras distintas formadas por tamaño y BE/BM.

A continuación se explican los factores para el **mercado de bonos**, que son dos, diferenciados si estamos tratando con bonos del Estado o corporativos:

1. TERM: un riesgo común en los retornos de los bonos son los cambios inesperados de tipos de interés. Esta variable es la diferencia entre el retorno mensual del bono del Estado a largo plazo (el 10 años) y el retorno del bono del Estado de un mes. Esta medida pretende reflejar la diferencia entre la desviación que se produce en los bonos a largo plazo y el rendimiento esperado.
2. DEF: los cambios en las condiciones económicas que pueden llevar a la probabilidad de default nos indica otro factor común de riesgo en los retornos de los bonos corporativos. La variable es la diferencia entre retorno de una cartera de mercado de bonos corporativos a largo plazo y el retorno del bono corporativo en cuestión a largo plazo.

En cuanto a las variables explicatorias asociadas al mercado de **renta variable**, pese que a priori las dos variables ya comentadas del modelo, tamaño y book-to-market equity, no parecen poder explicar los retornos en las acciones, los autores del modelo consideran que son variables relacionadas con la economía después del estudio realizado por ellos en un anterior trabajo. Las empresas que tienen un mayor BE/ME, es decir, un valor de mercado bajo comparándolo con su valor en libros, tienden a tener menores retornos sobre activos, y esta dinámica se puede observar desde cinco años antes hasta cinco años después de ser medida la variable. En el otro lado de la balanza, las empresas con un valor bajo de esta variable suelen estar asociadas a beneficios duraderos en el tiempo. El tamaño de la empresa también está relacionado con la rentabilidad. Las empresas pequeñas suelen tener unos mayores retornos sobre activos que las empresas grandes. De este último punto se puede deducir que el tamaño de la empresa es un factor de riesgo común que puede explicar la correlación negativa entre el tamaño y la rentabilidad media. La misma deducción se puede sacar de la otra variable explicada.

El estudio que realizan Fama y French está basado en carteras que pretenden recoger los

factores de riesgo de los retornos relacionados con el tamaño y el BE/ME. Para ello, se dividen las empresas que cotizan en el mercado estadounidense en dos grupos: empresas pequeñas y empresas grandes, siendo las empresas pequeñas un número mucho mayor que las grandes pero no representan más que una décima parte de la cotización global de ambos grupos.

De igual manera, se dividen las empresas en tres grupos de book-to-market:

- Bajo: 30% menor
- Medio: 40% medio
- Alto: 30% mayor

La decisión que se toma para la distribución de los grupos viene basada en la evidencia de Fama y French (1992) donde se demuestra que el book-to-market tiene una mayor presencia en la explicación de los retornos medios de las acciones que el tamaño de la empresa. Se construyen seis carteras, es decir, todas las combinaciones posibles entre los grupos de las dos variables. De este modo obtenemos las siguientes seis carteras:

- Capitalización pequeña, BM bajo (P/B)
- Capitalización pequeña, BM medio (P/M)
- Capitalización pequeña, BM alto (P/A)
- Capitalización grande, BM bajo (G/B)
- Capitalización grande, BM medio (G/M)
- Capitalización grande, BM alto (G/A)

De este modo, y para reflejar los tres factores del modelo se procede de la siguiente manera:

1. Tamaño: la cartera **SMB** (small minus big) se crea para reflejar el factor de riesgo tamaño, y es la diferencia mensual de la media de rendimientos de las tres carteras que componen las empresas de capitalización pequeña y la media de rendimientos de las tres carteras que componen las empresas de capitalización grande. De este modo, el SMB refleja la diferencia de rendimientos en las empresas de

capitalización pequeña y grande, alejado de la influencia del book-to-market en la variable.

2. BE/ME: la cartera **HML** (high minus low) se crea para reflejar el factor de riesgo book-to-market equity, y es la diferencia mensual de la media de rendimientos entre las dos carteras de alto BE/ME y las dos carteras de bajo BE/ME. Como en el anterior caso, los rendimientos de estas carteras están alejados de la influencia de la variable tamaño.

3. Mercado: para esta variable el driver utilizado es el ya utilizado en otros modelos **RM-RF**, es decir, la rentabilidad del mercado menos la rentabilidad del activo sin riesgo. RM representa los rendimientos de las seis carteras formadas anteriormente, mientras que RF, en el caso del estudio, representa la rentabilidad del bono americano a un mes.

Las series de variables dependientes usadas en la regresión incluyen, en el caso de los bonos, los rendimientos de dos carteras de bonos del Estado y cinco carteras de bonos corporativos, siendo siempre los rendimientos los obtenidos tras extraer el rendimiento del bono a un mes. Los bonos corporativos se distribuyen según su rating. En el caso de las acciones, se usan de nuevo rendimientos de 25 carteras distintas formadas por las dos variables tamaño y book-to-market equity.

Vamos a explicar, antes de entender cómo se lleva a cabo el modelo y sus conclusiones, los datos finales de dónde parten los autores para llevar a cabo el estudio posterior y el enunciado o puntos más importantes del modelo. Para ello, los autores resumen los retornos dependientes y explicatorios previos a la regresión. Los rendimientos medios de las carteras que sirven como variables dependientes van a dar una idea del rango de retornos que los factores de riesgo deben explicar. En grandes rasgos, las 25 carteras de acciones producen un rango de retornos entre 0,32% y 1,05% mensual. Otra de las conclusiones que se saca del análisis de las carteras es que existe una relación negativa entre el tamaño y los rendimientos medios, y una fuerte relación positiva entre los rendimientos medios y el book-to-market. Por ejemplo, las carteras con mayores valores de BE/ME presentan unos rendimientos medios de 0,19% mensual, mientras que los

que tienen un menor valor de BE/ME presentan unos rendimientos de hasta 0,62%.

En cuanto a los retornos de los factores explicativos (las carteras antes comentadas que servirán para reflejar los tres factores, es decir, SMB, HML y RM-RF), el retorno medio para RM-RF es de un 0,43% mensual, lo cual traducido a rendimientos anuales presenta un retorno de cerca del 5%. La media de los retornos mensuales de la cartera SMB es del 0,27%, mientras que los retornos mensuales de la cartera HML se sitúan sobre un 0,40% mensual. La interpretación de los datos es la siguiente:

- Para RM-RF, las carteras de renta variable presentan un exceso de rentabilidad mensual del 0,43% sobre la rentabilidad del bono estatal a un mes
- Para la cartera SMB, las empresas de capitalización pequeña obtienen un exceso de rentabilidad del 0,27% mensual sobre aquellas empresas de capitalización grande
- Para la cartera HML, las empresas con mayor book-to-market obtienen un exceso de rentabilidad del 0,40% mensual sobre las empresas con menor valoración

En cuanto a las carteras de los bonos, el factor TERM presenta un exceso de rentabilidad mensual del 0,06% mientras que el factor DEF presenta un exceso de 0,02% mensual.

Teniendo en cuenta esto, los autores del modelo realizan una regresión que consta de dos fases: en una primera fase, se establece que tanto los tres factores para el mercado de acciones como los dos factores para el mercado de bonos capturan correctamente las variaciones en los rendimientos medios. En una segunda fase, se intenta comprobar que efectivamente los factores de riesgo capturan correctamente los retornos medios de los bonos y las acciones.

Primera fase: variaciones en retornos

El R cuadrado se suele tomar como un indicador para evidenciar si los factores de

riesgo recogen la variación en los retornos en los mercados de bonos y acciones. Primero examinan su poder por separado, y luego los autores se proponen observar si los factores que son válidos para explicar los retornos en el mercado de bonos lo son también para el mercado de acciones, y viceversa. Las conclusiones que se extraen son las siguientes:

Mercado de bonos:

- Usados por sí solos, TERM y DEF consiguen capturar las variaciones comunes tanto en el mercado de bonos como en el de acciones
- El R cuadrado que se obtiene en el mercado de bonos varía desde un 0,98 para los de mayor rating a rangos desde 0,06 hasta 0,21 para el mercado de acciones
- Se obtiene por lo tanto que los factores recogen variaciones compartidas por bonos y acciones, si bien queda mucha de las variaciones por explicar por los factores del mercado de acciones
- Los bonos a largo plazo son más sensibles a las variaciones de tipos de interés medidas por TERM, como cabía pensar. Lo que se encuentra más sorprendente es que el factor también afecta similarmente a las acciones, es decir, que las variaciones en tipo de interés a largo plazo también afectan similarmente al mercado de renta variable
- El rango de retornos de los bonos a largo plazo menos los bonos a corto plazo se mueve en torno a cero, con valores positivos y negativos
- Los retornos de las empresas pequeñas son más sensibles al riesgo capturado por DEF que el de las empresas grandes. En resumen, el riesgo de default va creciendo desde bonos de Estado a corporativos, de empresas grandes a pequeñas y en general de bonos a acciones.

Mercado de acciones:

El estudio realizado sobre los tres factores y que da nombre al modelo, se subdivide en tres pasos diferenciados, por un lado observar como explica el factor de mercado los rendimientos de bonos y acciones, posteriormente se analizan los otros dos factores (SMB y HML) para finalizar realizando un análisis global de los tres factores

conjuntamente.

1. Factor de mercado: la mayor conclusión que se puede sacar es que el factor de mercado deja bastante variación de los rendimientos que ha de ser explicado por otros factores. El R cuadrado señala valores normalmente inferiores a 0,8 y 0,7. Los valores más altos se dan en las carteras compuestas por las empresas de mayor capitalización y menor book-to-market.

2. SMB y HML: sin el factor de mercado, estos factores son capaces de capturar variaciones en los rendimientos de las acciones, con R cuadrados que van de 0,2 hasta por encima de 0,5, pero evidentemente dejan mucha de la explicación pendiente para el factor de mercado.

3. Los tres factores conjuntamente: primeramente, cabe decir que los factores SMB y HML por sí solos tienen poco poder a la hora de explicar los retornos en los bonos. En cuanto al mercado de acciones, los tres factores capturan fuertemente las variaciones en los retornos de las acciones. Añadiendo los dos factores SMB y HML a la regresión se dan grandes incrementos en el valor de R cuadrado. Mientras que el factor de mercado por sí mismo solo consigue dos valores de R cuadrado superiores a 0,9 (del total de 25 carteras), añadiendo los dos factores restantes se alcanza el valor de 0,9 en 21 de los 25 casos. Especialmente se ve incrementado este valor para las carteras que contienen a las empresas con menor capitalización.

Los cinco factores tenidos en cuenta al mismo tiempo

Usados a la vez en la regresión, se observa como los factores del mercado de acciones siguen capturando las variaciones en los rendimientos de las acciones, y lo mismo ocurre con los factores del mercado de bonos con las propias variaciones de los rendimientos de los bonos. Añadiendo los factores de mercado a la regresión con los factores del mercado de los bonos no tiene un gran efecto sobre el resultado, e igualmente pasa añadiendo a la regresión del mercado de acciones los factores TERM y DEF. Según los resultados, la única variación común para los rendimientos de los bonos y las acciones se da en los bonos con peor rating, es decir, los bonos que no son

investment grade.

Los autores resumen de este análisis que el utilizar los cinco factores simultáneamente en la regresión no añade nada significativo a los resultados. Las R cuadrado tienen unos resultados similares y las estimaciones son muy parecidas.

La muestra representativa de rendimientos medios

Después de ver que las variables capturan correctamente la variación en los retornos de bonos y acciones, se procede a revisar como los premium medios de las variables explican la muestra representativa de los retornos medios de bonos y acciones. Las variables dependientes en la regresión son los retornos excesivos, es decir, los retornos de más sobre el activo sin riesgo, mientras que las variables explicativas son los retornos excesivos (RM-RF y TERM) y los retornos en las carteras SMB, HML Y DEF. Especialmente de interés en este apartado es averiguar si las carteras SMB y HML absorben los efectos del tamaño y el book-to-market en los retornos medios.

Cuando RM-RF es la única variable explicatoria en la regresión, salvo para las carteras de menor tamaño de BE/ME, las carteras de empresas con una menor capitalización superan en rendimientos a las de mayor tamaño en un rango entre 0,22% y 0,37%. Las intercepciones también aumentan a medida que el BE/ME es mayor.

Resumen del modelo

Tenemos cinco factores que tienen incidencia en los retornos. Los tres factores del mercado de acciones producen variaciones comunes en los retornos de las acciones. Excepto para los bonos de peor rating, estos factores no recogen las variaciones en el mercado de bonos corporativos y estatales. Los mercados de bonos y acciones, sin embargo, están relacionados entre sí por medio de los dos factores del mercado de bonos.

Primeramente, se observa que los tres factores del mercado de acciones están incorrelacionados entre ellos, y con los dos factores del mercado de bonos. Sin embargo la regresión en la que se utilizan los cinco factores al mismo tiempo concluye que los

factores proveen un buen resumen de la variación de los rendimientos de los activos cuando son observados por sí solos. El factor RM-RF tiene un retorno mensual medio de 0,5%, que se puede interpretar como el exceso por tratarse de una acción en vez de un bono estatal y compartiendo el riesgo del mercado de acciones. Los dos factores TERM y DEF presentan unos excesos de rendimiento del 0,06% y 0,02% respectivamente, lo que nos indica que nos son capaces de captar los excesos de rendimiento en el mercado de acciones. Excepto para los bonos corporativos con un rating más bajo, TERM y DEF recogen casi toda la variación normal de los retornos en el mercado de bonos. Los altos niveles de R cuadrado obtenidos para el rango de bonos comprendido entre el rating triple A (AAA) y A, nos indica que prácticamente recogen toda la variación en los retornos de estos bonos corporativos.

El factor RM-RF no es capaz de explicar las grandes diferencias entre los retornos que existen dentro del mercado de acciones, y ese trabajo lo llevan a cabo los otros dos factores del mercado de renta variable, es decir, SMB y HML.

El factor SMB es esencial para entender por qué las empresas con una menor capitalización tienen unos rendimientos mucho más variables y volátiles que los rendimientos de las empresas con mayor capitalización. La media del rendimiento de SMB es de 0,27%, pero las diferencias existentes entre las 25 carteras estudiadas dan un rango de diferencia del 0,46% entre las carteras con un mayor rendimiento y las carteras con un menor rendimiento. Para el factor HML, no encontramos que las empresas con un menor BE/ME los rendimientos son más volátiles que para las empresas que tienen un mayor valor en este apartado. El rendimiento medio de HML es del 0,40% y nos dice que las carteras en el sector de menores BE/ME ven reducidos sus rendimientos hasta un 0,40% comparándolos con aquellas carteras situadas en el sector de mayores book-to-market.

En definitiva, se concluye que los cinco factores hacen un buen trabajo explicando la variación común en los rendimientos de las acciones y los bonos. Si bien puede haber dudas acerca de las dos variables que se toman a la hora de definir el mercado de acciones, la experiencia demuestra que tanto la capitalización de la empresa como el book-to-market equity demuestran que captan de forma correcta las variaciones en los rendimientos en el mercado de renta variable.

Fama y French y el mercado europeo

Fama y French realizaron primeramente su modelo teniendo en cuenta valores que cotizan en el mercado estadounidense. Surge entonces la duda de si el modelo puede ser aplicable a otras regiones en el mundo dado que puede resultar que las características propias del mercado americano hagan llegar a una serie de conclusiones que pueden no darse en otras partes del mundo. Para ello, los autores también se encargan de llevar a cabo un estudio en el que se aplica la misma metodología que la anteriormente explicada pero para cuatro regiones del mundo que los autores separan geográficamente: Norte América, Europa, Japón y Asia Pacífico. Nos interesa estudiar si efectivamente el modelo explica de manera correcta los retornos medios en el mercado europeo especialmente, dado que vamos a trabajar posteriormente con factores europeos y españoles. En este sentido, también se añade al estudio una cuarta variable que si bien no vamos a utilizar posteriormente en nuestro estudio conviene explicar, que es el factor momentum de los retornos. Este factor viene explicado por la diferencia entre los rendimientos de mensuales de las carteras diversificadas ganadoras y las carteras perdedoras. Este cuarto factor se considera como una posible mejora del modelo de tres factores y también nos muestra que el tema de valoración de activos se encuentra siempre en la superficie de las tertulias financieras, dado que no existe un modelo único o ciencia exacta y siempre puede haber mejoras y progresos a anteriores estudios o modelos.

En todo caso, podemos enumerar una serie de conclusiones que los autores extraen del análisis del modelo en los mercados globales antes de mirar un poco más en profundidad como se llega a estas conclusiones. Para las cuatro regiones, excepto para Japón, existe un Premium en los retornos medios de las acciones que decrece con el tamaño, es decir, los retornos medios van decreciendo a medida que la capitalización de las empresas observadas va siendo más grande. Aunque para nuestros propósitos no sea primordial, cabe destacar que, excepto para Japón nuevamente, los retornos explicados por el momentum están presentes y los retornos medios de momentum van decreciendo desde empresas con una menor capitalización hasta las de gran capitalización. Si bien se puede realizar el modelo a nivel global, se intenta aplicar el modelo de tres factores a nivel local, es decir, región por región, dado que ofrece mejores resultados. Para las

carteras formadas por tamaño y book-to-market los modelos locales capturan retornos medios de manera correcta, excepto para carteras con una exposición grande al factor momentum. Estas carteras no suelen darse mucho en la realidad dado que, por ejemplo, un fondo de pensiones va a estar muy diversificado y no va a tener valores extremos en este sentido.

Se extraen datos de 23 países representativos de las cuatro regiones, que son los siguientes: Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Hong Kong, Irlanda, Italia, Japón, Holanda, Nueva Zelanda, Noruega, Portugal, Singapur, España, Suiza, Suecia, Reino Unido y Estados Unidos. Los pesos mundiales, o la distribución de las capitalizaciones por región es la siguiente: Norte América (47,3%), Europa (30,0%), Japón (18,4%) y Asia Pacífico (4,3%). Se considera que la integración de estas regiones es grande, dado que por ejemplo, la mayoría de los países europeos son miembros de la Unión Europea (excepto Suiza), si bien se podría argumentar si zonas como el Reino Unido no tendrían que ser valoradas por su cuenta por sus características especiales (moneda, etc.). La integración de los mercados puede ser más cuestionable en el área de Asia Pacífico.

Si bien las carteras se forman tanto con tamaño y book-to-market y tamaño y momentum, nos vamos a centrar solo en el primer caso dado que es el que nos interesa para nosotros a la hora de analizar el modelo de tres factores. El cómo se forman las distintas carteras que replican el comportamiento de los dos factores es exactamente igual que el proceso llevado a cabo anteriormente y ya explicado (las seis carteras creadas). La formación de las 25 carteras del mismo modo sigue lo ya explicado en la base del modelo.

Vamos ahora pues a interpretar los datos de la regresión llevada a cabo para los factores explicativos. Los excesos de rendimientos para el factor mercado (la rentabilidad del mercado menos los retornos a un mes del T-Bill estadounidense) en un periodo desde 1991 hasta 2010 son grandes para tres de las cuatro regiones, variando desde un 0,56% en Europa hasta un 0,86% mensual en Asia Pacífico. Japón es la gran excepción en este caso, con un exceso de rentabilidad negativo (-0,12%) respecto al bono. Respecto al SMB, podemos decir que las rentabilidades medias del factor están todas en torno a cero, no aportando gran diferencia entre las distintas regiones. Sin embargo, el factor

HML sí que presenta un Premium grande para todas las regiones, siendo las rentabilidades medias para el factor desde un 0,33% para Norte América hasta un 0,62% en Asia Pacífico. Como ya se había comprobado en el estudio de Fama y French (1993) sobre el mercado estadounidense, los premiums del factor book-to-market para las empresas de menor capitalización son mayores. De nuevo, la única excepción es Japón donde este Premium es parecido tanto para empresas pequeñas como para empresas grandes (0,47% y 0,50% respectivamente). El retorno medio de cartera global HML es de 0,45%, pero la diferencia de retornos medios entre las empresas de menor capitalización (0,66%) y las de mayor capitalización (0,24%) es grande, esto es, una diferencia mensual del 0,42%.

Analizamos ahora los excesos de los retornos para las 25 carteras formadas por tamaño y book-to-market para cada región. Las acciones de empresas con un book-to-market pequeño siguen mostrando retornos bajos, y para las acciones de empresas con un book-to-market pequeño aquellas que son de tamaño grande tienen mayores retornos que las de menor tamaño. Para las acciones de empresas que tienen un book-to-market alto, aquellas empresas que son de tamaño pequeño obtienen retornos superiores a aquellas de tamaño mayor. Se puede decir que los retornos medios se van incrementando según va siendo mayor el book-to-market. Se concluye que las empresas de tamaño pequeño y book-to-market pequeño tienen peores retornos que las empresas de tamaño grande, pero según se va incrementando en la matriz de carteras el valor del book-to-market las empresas de tamaño pequeño obtienen rendimientos superiores a las de tamaño grande.

Después de estas conclusiones, los autores llevan a cabo una regresión para observar si tanto el modelo global como el modelo local tienen poder explicativo sobre los retornos medios de las acciones. Se concluye que el poder del modelo global es muy inferior al de los modelos locales, dado que, por ejemplo, las intercepciones extremas en algunas de las carteras construidas anteriormente para los casos de Japón y Norte América sugieren que las diferencias a nivel local respecto al global son un problema para los modelos globales. En definitiva, hacen un trabajo pobre a la hora de explicar los retornos regionales de las carteras formadas por tamaño y book-to-market.

El modelo de tres factores funciona bien a nivel local, especialmente para el caso de las carteras europeas. La inclusión de empresas con una capitalización muy pequeña es un

problema a la hora de explicar correctamente los retornos en mercados como el de Norte América. En el caso de Europa, también se concluye que no existe gran diferencia entre la utilización del modelo de tres factores y el de cuatro factores que añade momentum a los factores ya conocidos y explicados anteriormente. En resumen, se concluye que se encuentran premiums en los retornos medios de los activos de las cuatro regiones, y que éstos son mayores para las empresas de capitalización pequeña. El modelo de tres factores no explica de manera satisfactoria los retornos medios a nivel global, mientras que sí lo hace a nivel local.

METODOLOGÍA

Queremos en este estudio comparar la variación de los rendimientos del IBEX35 con aquellos obtenidos en el mercado europeo en el periodo de tiempo 2004-2014 (actualidad) tras ajustar los mismos al modelo de tres factores de Fama y French. Para ello, primeramente obtenemos los datos de los tres factores para el mercado europeo de la página web de Kenneth French, calculamos los rendimientos para el IBEX35 para el periodo determinado, para posteriormente realizar una regresión con Excel la cual nos proporcionará unos resultados a explicar y analizar. Calcularemos los rendimientos requeridos para el IBEX35, analizaremos la significación estadística de los factores y haremos un F test para ver si el aportar los factores SMB y HML al modelo mejora el mismo respecto a realizar el modelo con un solo factor, en este caso el factor de mercado RM-RF.

Primeramente, debemos obtener los datos para los tres factores (RM-RF, SMB y HML) del mercado europeo que se encuentran en la web de Kenneth French y que se van actualizando mensualmente. Los mercados europeos que se tienen en cuenta para el cálculo de los tres factores son los siguientes: Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Irlanda, Italia, Holanda, Noruega, Portugal, España, Suecia, Suiza y el Reino Unido.

Parece interesante explicar cómo los autores han formado estas carteras que van a ser objeto de comparación en nuestro análisis. Para la construcción de los factores, se distribuyen dos grupos de empresas por tamaño y tres grupos de empresas por book-to-market. Para el factor tamaño (SMB), las empresas consideradas de gran capitalización son aquellas que están por encima del 90% del mercado, mientras que las pequeñas son

aquellas que se encuentran por debajo del 10% del mercado. Los niveles utilizados para el factor book-to-market (HML) son los comprendidos entre los percentiles 30% y 70% dando en consecuencia la construcción de tres grupos distintos de empresas. La intersección de estos grupos por lo tanto derivan en la creación de seis carteras distintas según el tamaño y el book-to-market: SG, SN, SV, BG, BN y BV, donde S y B significan “Small” y “Big” según el tamaño de capitalización de la empresa y donde G, N y V significan “Growth”, “Neutral” y “Value”, donde los valores Growth son los de menor B/M y los valores Value son los de mayor B/M.

SMB, será por lo tanto la media de los rendimientos en las tres carteras de empresas de capitalización pequeña menos la media de los rendimientos en las carteras de empresas de capitalización grande:

$$SMB = 1/3 (Small Value + Small Neutral + Small Growth) - 1/3 (Big Value + Big Neutral + Big Growth).$$

HML será por lo tanto la media de los retornos de las dos carteras con altos B/M menos la media de los retorno de las dos carteras con bajos B/M:

$$HML = 1/2 (Small Value + Big Value) - 1/2 (Small Growth + Big Growth).$$

RM-RF incluye los retornos de todas las acciones de las que se dispone información. El RM está compuesto de los retornos de todas las acciones que se encuentran listadas en el mercado europeo, mientras que RF es el retorno del T-bill americano a un mes.

Conociendo estos datos y teniéndolos ya distribuidos en una hoja de cálculo, se obtienen los rendimientos del IBEX35 también para el periodo objeto de análisis (2004-2014 o actualidad) usando rendimientos logarítmicos para ello. Se comprueba que efectivamente los datos se encuentran correlacionados, ya que en los meses en los que se pueden observar grandes movimientos tanto positivos como negativos en el mercado europeo, se pueden ver también esos mismos movimientos en el selectivo español. Vamos a realizar la regresión tanto para el modelo de tres factores como para el modelo con un solo factor, que será el factor de mercado, dado que más adelante nos va a ayudar para realizar el F test y comprobar si añadiendo los dos factores SMB y HML el modelo mejora.

RESULTADOS

Después de realizar la regresión respecto al modelo de tres factores, nos queda la interpretación de los datos que hemos sacado con la regresión (Tabla 2). La intercepción nos indica la diferencia en los rendimientos mensuales que ha habido entre el pool de mercados europeos respecto al IBEX35. Este valor de $-0,38\%$ nos indica que los retornos del IBEX35 teniendo en cuenta los tres factores de riesgo mencionados presenta una rentabilidad mensual del $0,38\%$ menor que los mercados europeos en su conjunto. Esto quiere decir que el IBEX ha tenido un comportamiento bastante peor que las bolsas europeas, con rentabilidades anuales del $4,56\%$ menor a las que ha obtenido el mercado europeo en general.

En cuanto al valor obtenido en RM-RF, significa que cuando las bolsas europeas exceden en un 1% la rentabilidad del activo sin riesgo, el IBEX35 lo excede en un $0,62\%$. Esto quiere decir que las rentabilidades que está proporcionando el IBEX respecto al t-bill estadounidense son menores que las rentabilidades que presentan las bolsas europeas respecto al citado bono del estado.

El valor de SMB es negativo, lo cual nos indica que los retornos del IBEX35 comparándolos con los del mercado europeo vienen más explicados por las empresas con mayor capitalización, es decir, el riesgo en la variación de los retornos asociado a empresas de mayor capitalización es grande. Por cada 1% que el retorno de las empresas de pequeña capitalización es mayor que el de las empresas de gran capitalización el IBEX35 cae un $0,4\%$ mensual. Este resultado no nos sorprende dado que sabemos que la mayor parte de la capitalización del IBEX35 viene dada por 3-4 empresas de gran tamaño como pueden ser BBVA, Santander y Telefónica. El HML, al ser claramente positivo, indica que el IBEX35 tiene mayor riesgo en los retornos asociado a las empresas “value”, es decir, con un book-to-market mayor. Por cada 1% que el retorno de las empresas con mayor book-to-market supera el retorno de las empresas con menor book-to-market el IBEX sube un $0,84\%$ mensual. El R cuadrado de la regresión es de $0,74$, lo cual es un buen valor y esperable debido a las diferencias que existen entre el mercado europeo y el español conociendo evidentemente que existe una correlación entre ellos. Este R cuadrado nos indica que el 74% de la variación del exceso de rentabilidad del IBEX queda explicado por la variación de los factores expuestos en el modelo.

Otro de los aspectos a tener en cuenta es detectar si los factores son estadísticamente significativos. Un factor estadísticamente significativo viene dado por un p-valor que ha de ser inferior al 5%. En este caso, observamos que los tres factores son estadísticamente significativos. Tanto RM-RF como HML presentan p-valores que son inferiores al 0,1%, es decir, estadísticamente son muy significativos y se pueden tomar como factores que aportan al modelo. SMB también es estadísticamente significativo, si bien su p-valor es algo más alto, situándose en valores cercanos al 1%. El estadístico F presenta a su vez un valor muy bajo en su p-valor, por lo que según como está diseñado el modelo algún cociente al menos es distinto de cero, es decir, tiene relación.

Dado que también hemos realizado la regresión solo con el factor de mercado como factor del modelo (Tabla 1) con visos a la realización del F test, merece la pena comentar que el R cuadrado que nos aparece es de 0,65. Esto significa que el 65% de los retornos del IBEX están explicados por el factor de mercado. Recordemos que la regresión con el modelo de tres factores el valor R cuadrado era 0,73, con lo que a priori no existe una diferencia muy grande entre las dos regresiones.

Aplicamos finalmente el modelo que nos indicará los retornos requeridos para el IBEX35. La fórmula para ello es la siguiente:

$$R = Rf + \beta * (Rm - Rf) + bs * (SMB) + bv * (HML)$$

Explicuemos cada parte de la fórmula a continuación:

- R: rendimientos requeridos para el IBEX35
- RF: rendimiento del activo libre de riesgo, en este caso cogemos como referencia el rendimiento del Bund (bono a 10 años alemán)
- Beta: beta del activo calculada en la regresión
- Rm-Rf: exceso de rendimiento del mercado sobre el rendimiento del bono, en este caso cogemos el rendimiento medio de los últimos diez años
- Bs: valor que hemos obtenido en la regresión sobre el factor tamaño
- SMB: es el Premium o beta del factor tamaño, cogemos como referencia la media de los SMB del mercado europeo
- Bv: valor que hemos obtenido en la regresión sobre el factor book-to-market equity

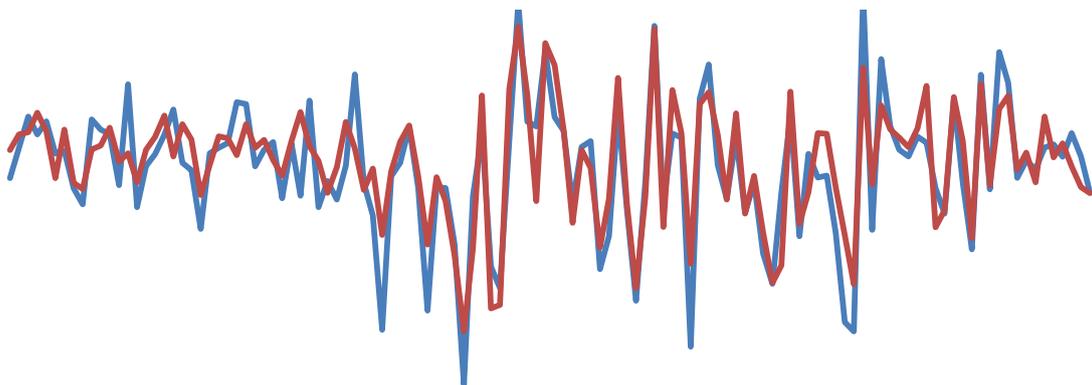
- HML: es el Premium o beta del factor book-to-market equity, cogemos como referencia la media de los HML del mercado europeo

Aplicamos la fórmula de tal manera que obtenemos un rendimiento requerido de un 0,6% mensual sobre el IBEX35. Es decir, el exceso de rendimiento requerido o esperado mensual del IBEX35 es del 0,6%.

Queremos ahora comparar los rendimientos reales del IBEX35 con los rendimientos esperados que se obtienen aplicando el modelo. Para ello, aplicaremos la fórmula para cada periodo en concreto para observar las diferencias entre los rendimientos que realmente sucedieron con los rendimientos esperados por el modelo.

El gráfico siguiente nos muestra la gran correlación existente entre las estimaciones del modelo y los rendimientos reales del IBEX. Es decir, cuando el mercado estima unos rendimientos muy positivos el IBEX suele comportarse obteniendo rendimientos generalmente muy positivos o positivos, y lo mismo es aplicable cuando sucede lo exactamente opuesto.

Rentabilidades reales VS rentabilidades esperadas



El análisis se completa con la realización del F test, que nos va a ayudar a identificar si el añadir los dos factores SMB y HML al modelo agrega valor al mismo. Para ello, se ha de realizar también una regresión para el modelo cogiendo solo el factor de mercado, para así poder comparar los resultados de ambos modelos y ver si se añade significación. Ya hemos comprobado anteriormente mediante la diferencia del R

cuadrado que, mediante ese método, sí que se gana capacidad de explicación de los retornos de las acciones añadiendo los dos factores señalados. La fórmula que utilizaremos para hallar el valor del estadístico F es la siguiente:

$$F = \frac{[SCE(\text{modelo reducido}) - SCE(\text{modelo completo})]}{\frac{\text{número extra de términos}}{ECM(\text{modelo completo})}}$$

Siendo:

- SCE (reducido): suma cuadrática de los errores del modelo reducido. Esto es una medida de la discrepancia entre los datos y el modelo de estimación que estamos utilizando
- SCE (completo): suma cuadrática de los errores del modelo completo
- ECM: error cuadrático medio del modelo completo, es decir, mide la media de los cuadrados de los errores, es decir, la diferencia entre el estimador y lo estimado

Después de aplicar esta fórmula tendremos que identificar los grados de libertad con los que hallaremos el p-valor y que nos indicará finalmente si los dos factores añaden significación al modelo. La forma de distribución de muestreo teórico F depende del número de grados de libertad que estén asociados a ella. Tanto el numerador como el denominador tienen grados de libertad asociados. Los grados de libertad del numerador será el número de factores extra añadidos al modelo, mientras que los grados de libertad del denominador vienen determinados por los grados de libertad de los residuos del modelo completo. Hallaremos de este modo el p-valor del estadístico F, para la que elegiremos un nivel de significación del 1%, es decir, valores inferiores a este nivel nos están diciendo que el añadir los dos factores resulta significativo en el modelo.

El valor crítico que obtenemos (Tabla 5) es inferior a 1% (muy inferior) con lo que concluimos que es estadísticamente significativo que alguno o todos los coeficientes excepto la intercepción obtenidos son distintos a cero, lo que denota que hay una influencia de los dos factores añadidos al modelo en el exceso de rentabilidad del IBEX35 sobre el activo libre de riesgo. Por lo tanto, decimos que los factores de Fama y French para el mercado europeo también explican el exceso de rentabilidad del mercado

español sobre el activo libre de riesgo y que en el IBEX influyen los tres factores estudiados en el modelo: el exceso de rentabilidad de la bolsa europea sobre el activo sin riesgo (RM-RF), la diferencia entre la rentabilidad de las empresas de pequeñas capitalización y las de gran capitalización y la diferencia entre la rentabilidad de las empresas de gran book-to-market menos las empresas de pequeño book-to-market.

REGRESIÓN BESTINFOND

Bestinver es una gestora de fondos de inversión muy conocida a nivel nacional por las altas rentabilidades de sus fondos y carteras que gestionan. La filosofía de inversión de esta gestora de fondos está basada en el value investing. Esta filosofía se basa en la adquisición de valores bursátiles por debajo de su valor intrínseco. El valor intrínseco de una empresa sería aquel por el cual un comprador informado ofrecería para adquirir el total de acciones de la empresa. Uno de los mayores defensores de este modelo de inversión es Warren Buffet que dice que el valor atractivo de una acción es efectivamente aquel que se encuentra por debajo de su valor intrínseco. Según esta gestora de fondos, los inversores “value” consiguen retornos superiores a los del mercado a largo plazo, dando poca o ninguna relevancia a análisis macroeconómicos y despreciando por completo el análisis técnico o chartista. También se basa en su creencia de que los mercados no son eficientes por tres razones fundamentales:

- Refleja con eficiencia la información conocida pero no refleja posibles cambios futuros que se puedan dar en la empresa
- Exagera los movimientos, es decir, si un activo está de moda puede ser que su movimiento sea exagerado
- Penaliza en exceso la liquidez, dado que los mayores inversores se fijan poco o menos en los activos de menor liquidez

¿Por qué nos interesa analizar el modelo de tres factores de Fama y French con un fondo de Bestinver? La respuesta es que uno de los factores del modelo, el de book-to-market equity es exactamente en lo que se basa la inversión de esta gestora de fondos. Por lo tanto puede ser muy interesante comprobar los datos de la regresión de modo que podamos obtener unos resultados que puedan estar acorde o no al pensamiento o

creencia previa sobre dichos resultados, ya que podemos imaginar que para el factor HML, cuando los rendimientos de los activos con mayor book-to-market superen a los rendimientos con las empresas de menor valor en este factor el fondo debería tener unas rentabilidades mayores.

Para esto vamos a tomar como referencia al fondo Bestinfond, uno de los fondos más representativos, sino el que más, de la gestora. Este fondo invierte alrededor del 95% de su capital en activos de renta variable, por lo que se puede perfectamente aplicar el modelo de tres factores. Los valores en los que invierte el fondo son valores a nivel mundial, es decir, no invierte solamente en valores españoles o europeos. Esto quiere decir que a la hora de seleccionar los datos de los tres factores será a través de los factores calculados a nivel global, de nuevo obteniendo esta información de la página web de Kenneth French.

Los factores y carteras globales incluyen activos de los siguientes países: Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Hong Kong, Irlanda, Italia, Japón, Holanda, Nueva Zelanda, Noruega, Portugal, Singapur, España, Suiza, Suecia, Reino Unido y Estados Unidos. Los datos que vamos a utilizar en esta ocasión son rendimientos anuales que comprenden del año 1993 (cuando nace el fondo) hasta el año 2013.

La metodología a seguir va a ser idéntica que la anterior, obteniendo los datos de regresiones realizadas con Excel. Realizamos las dos regresiones, con un solo factor (el de mercado) y con los tres factores, que luego nos servirá para explicar el F test y comprobar si añadiendo los factores se gana significación en el modelo. Los rendimientos del fondo que se calculan para realizar la regresión son excesos de rendimiento de la cartera frente al activo sin riesgo.

Después de realizar la regresión nos queda la interpretación de los datos que hemos presentado anteriormente. La intercepción nos indica la diferencia en los rendimientos mensuales que ha habido entre el pool de mercados globales respecto al fondo Bestinfond (Tabla 4). Este valor de 3,34% nos indica que los retornos del fondo teniendo en cuenta los tres factores de riesgo mencionados presenta una rentabilidad anual del 3,34% superior que los mercados globales en su conjunto. Esto quiere decir que el fondo ha tenido un comportamiento bastante mejor que las bolsas mundiales.

Estamos hablando de unos rendimientos mensuales superiores en alrededor de un 0,28% a los rendimientos de las bolsas globales.

Para el factor de mercado o RM-RF, éste presenta un valor que es positivo. La interpretación que se puede dar es que cuando las bolsas globales exceden la rentabilidad del activo sin riesgo (en este caso el t-bill americano) en un 1%, el fondo lo excede en un 1,06%. El valor que nos encontramos para el factor SMB es negativo, lo cual quiere decir que cada vez que los retornos de las empresas con menor capitalización superan en un 1% a los retornos de las empresas con mayor capitalización el fondo cae en un 0,18%. Esto puede resultar una respuesta no predecible, dado que uno imagina que la filosofía value investing incluye por fuerza en su filosofía de inversión a empresas que tienen un tamaño pequeño, si bien haremos a posteriori una puntualización acerca de este factor en esta regresión en concreto. En cuanto al factor HML, cuando los rendimientos de las empresas con un book-to-market alto superan en un 1% a los rendimientos de las empresas con un book-to-market bajo, el fondo Bestinfond obtiene unos rendimientos superiores al 0,98%. Esta conclusión no nos sorprende dado que la filosofía del value investing persigue precisamente sobreponderar activos que se cree que están infravalorados.

En cuanto a la significatividad estadística de los factores, nos encontramos una diferencia respecto a la anterior regresión. Mientras que los factores RM-RF y HML sí que presentan p-valores muy bajos, por lo que son estadísticamente significativos, el factor SMB presenta un p-valor muy alto. Esto quiere decir que el factor no es estadísticamente significativo para la regresión realizada sobre este fondo. Finalmente, comentar que el R cuadrado obtiene un valor de 0,71, queriendo decir que el 0,71% de la variación de los rendimientos del fondo Bestinfond vienen capturados por estos tres factores.

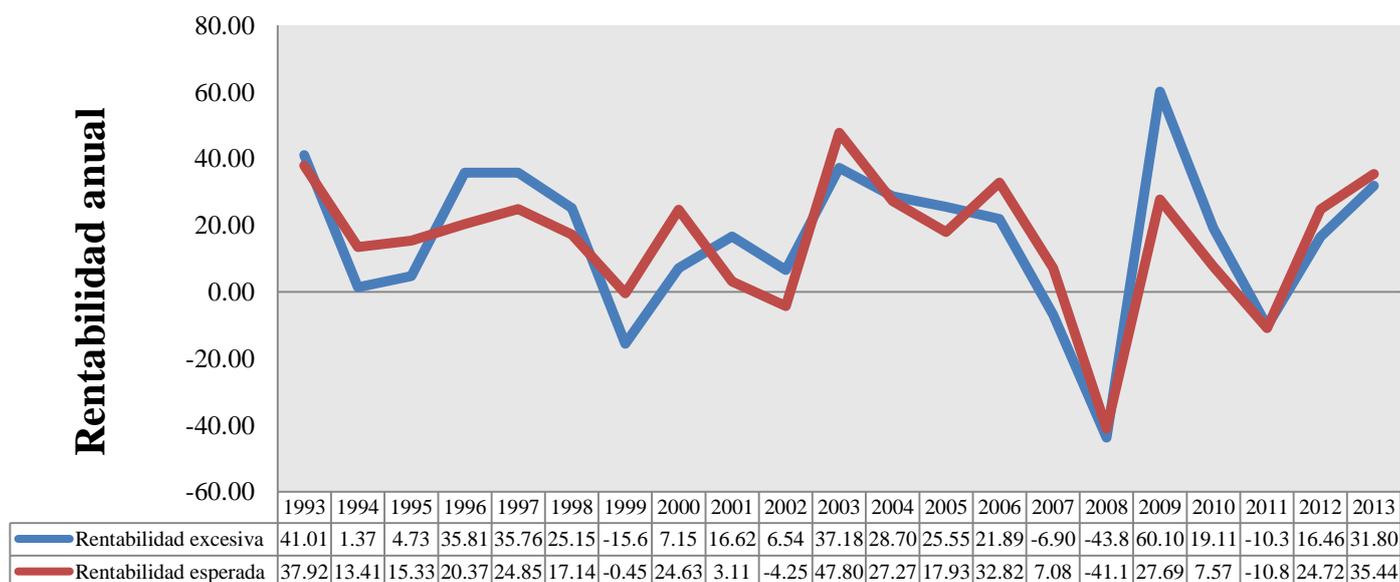
Si aplicamos la fórmula del modelo de los tres factores, obtenemos que la rentabilidad esperada anual para el fondo es del 12,85%. Este dato nuevamente se ha obtenido siguiendo las pautas y obteniendo los datos de la misma manera que en la anterior regresión realizada.

Dado que hemos realizado la regresión con un solo factor de mercado (Tabla 3), comentaremos que el valor de R cuadrado que se obtiene de esta regresión es de 0,43, es decir, el 43% de las variaciones en los retornos del fondo vienen explicadas por el factor

de mercado. Este valor es muy inferior al obtenido con la regresión de tres factores, donde el 71% de las variaciones eran registradas por los tres factores.

Como en el anterior caso, también queremos analizar la diferencia entre las rentabilidades reales del fondo con los retornos esperados proporcionados por el modelo de tres factores. Para ello, simplemente hace falta aplicar el modelo periodo por periodo para obtener las estimaciones del modelo y comprobar las diferencias con los retornos que efectivamente se obtuvieron. Mirando la siguiente gráfica observamos la alta correlación de los retornos reales con los retornos estimados por el modelo. Si quitamos el año 2009 donde el fondo genera una rentabilidad muy superior a la prevista, el resto de años se observa una alta correlación entre los retornos estimados por el modelo y los efectivamente dados.

Rentabilidad real VS rentabilidad esperada



Finalmente queda por realizar el F test (Tabla 6). Realizamos el mismo método que en la anterior ocasión y observamos que el p-valor es inferior a 1%, pese a que este valor es superior al anterior p-valor del F test del caso del IBEX. Podemos concluir por lo tanto que los factores de Fama y French para el mercado global también explican el exceso de rentabilidad del fondo Bestinfond sobre el activo libre de riesgo y que en el fondo

influyen los tres factores estudiados en el modelo: el exceso de rentabilidad de la bolsa global sobre el activo sin riesgo (RM-RF), la diferencia entre la rentabilidad de las empresas de pequeñas capitalización y las de gran capitalización y la diferencia entre la rentabilidad de las empresas de gran book-to-market menos las empresas de pequeño book-to-market.

CONCLUSIONES

Para el IBEX35 en el periodo mensual que va desde Agosto de 2004 hasta Julio de 2014, el modelo de tres factores (factores europeos) es capaz de explicar el 74% de la variación en los rendimientos mensuales del índice, mientras que el modelo con solo el factor de mercado explica el 0,65% de los retornos. El IBEX presenta unos rendimientos inferiores en un 0,38% mensual respecto de los mercados europeos en el periodo. Cuando las bolsas europeas superan en un 1% los retornos del activo sin riesgo, el IBEX lo supera en un 62%. Cada 1% que los retornos de las empresas pequeñas superan a los retornos de las grandes, el IBEX cae un 0,4%. Esto es lógico si pensamos que las cuatro empresas con mayor capitalización del IBEX acaparan más del 50% de la capitalización total del índice y son empresas grandes. Cada 1% que los retornos de las empresas con alto book-to-market superan a las de bajo, el IBEX sube un 0,84%. Los retornos mensuales requeridos para el IBEX35 son del 0,6% mensual. El añadir los factores SMB y HML es significativo para el modelo dado que el p-valor para el F test es muy inferior al 1%.

Para el fondo Bestinfond en el periodo anual que va desde 1993 hasta 2013, el modelo de tres factores (factores globales) es capaz de explicar el 71% de las variaciones de los rendimientos anuales del fondo, mientras que el modelo con solo el factor de mercado explica el 0,40% de los retornos solamente. El fondo presenta unos rendimientos anuales de un 3,34% superior respecto de los mercados globales. Cuando las bolsas globales superan en un 1% los retornos del activo sin riesgo, el fondo los supera en un 1,06%. Cada 1% que los retornos de las empresas pequeñas superan a los retornos de las grandes, el fondo cae un 0,18%. Cada 1% que los retornos de las empresas con alto book-to-market superan a las de bajo, el fondo sube un 0,98%. Esto es lógico si pensamos que el fondo sigue la filosofía del value investing y que por lo tanto va a estar invertido en activo de alto book-to-market o empresas “value”. Los retornos anuales requeridos para el fondo son de un 12,85%. El añadir los factores SMB y HML al

modelo es significativo para la capacidad que tiene éste de explicar las variaciones en los retornos del fondo, dado que el p-valor para el F-test es inferior al 1%.

TABLA 1
REGRESIÓN CON UN SOLO FACTOR (FACTOR DE MERCADO) PARA EL IBEX 35

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.807243186
Coefficiente de determinación R ²	0.651641561
R ² ajustado	0.648689371
Error típico	3.470357748
Observaciones	120

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	1	2658.354788	2658.354788	220.73157	8.62411E-29
Residuos	118	1421.119182	12.0433829		
Total	119	4079.47397			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	-0.476627161	0.319372193	-1.492387787	0.1382663	-1.109071053	0.155816731	-1.109071053	0.155816731
Mkt-RF	0.809235577	0.054468165	14.85703765	8.624E-29	0.701373781	0.917097372	0.701373781	0.917097372

TABLA 2
REGRESIÓN CON LOS TRES FACTORES (MERCADO, SML, HML) PARA EL IBEX 35

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.860791989
Coefficiente de determinación R ²	0.740962849
R ² ajustado	0.734263612
Error típico	3.018242402
Observaciones	120

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	3	3022.738655	1007.579552	110.604071	7.04919E-34
Residuos	116	1056.735315	9.1097872		
Total	119	4079.47397			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	-0.386034835	0.278303546	-1.387099951	0.16807075	-0.937250074	0.1651804	-0.937250074	0.165180405
Mkt-RF	0.622234193	0.058430131	10.64920065	6.9441E-19	0.506505956	0.73796243	0.506505956	0.737962431
SMB	-0.400138659	0.147121781	-2.719778517	0.00753736	-0.691531884	-0.1087454	-0.691531884	-0.108745434
HML	0.846439982	0.154367314	5.483285036	2.4742E-07	0.540696066	1.1521839	0.540696066	1.152183898

TABLA 3
REGRESIÓN CON SOLO UN FACTOR (MERCADO) PARA EL FONDO BESTINFOND

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.660693928
Coefficiente de determinación R ²	0.436516467
R ² ajustado	0.406859439
Error típico	17.84637722
Observaciones	21

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	1	4687.843879	4687.843879	14.7188203	0.001113027
Residuos	19	6051.370417	318.4931798		
Total	20	10739.2143			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	10.10642504	4.196665206	2.408203787	0.02635131	1.322703817	18.8901463	1.322703817	18.89014627
RM-RF	0.792920542	0.206677485	3.836511475	0.00111303	0.360339595	1.22550149	0.360339595	1.225501489

TABLA 4
REGRESIÓN CON LOS TRES FACTORES (MERCADO, SML, HML) PARA EL FONDO BESTINFOND

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.845934549
Coefficiente de determinación R ²	0.715605261
R ² ajustado	0.665417954
Error típico	13.40363437
Observaciones	21

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	3	7685.03825	2561.679417	14.2586902	6.76247E-05
Residuos	17	3054.176045	179.6574144		
Total	20	10739.2143			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	3.347347301	3.560367241	0.94016911	0.36029901	-4.164370968	10.85906557	-4.164370968	10.85906557
RM-RF	1.060469647	0.175201667	6.052851361	1.2924E-05	0.690826441	1.430112853	0.690826441	1.430112853
SMB	-0.180221861	0.338662717	-0.53215737	0.60150345	-0.894737736	0.534294015	-0.894737736	0.534294015
HML	0.985099091	0.241189329	4.08433945	0.00077245	0.476234088	1.493964095	0.476234088	1.493964095

TABLA 5
F TEST IBEX35

Suma cuadrada de los errores reducido	1421.1192
Suma cuadrada de los errores completo	1056.7353
Número terminos extra	2
Error cuadrático medio	9.1097872
Numerador	182.19193
Denominador	9.1097872
Estadístico F	19.999582
Grados de libertad denominador	2
Grados de libertad numerador	116
P-valor	3.447E-08

TABLA 6
F TEST BESTINFOND

Suma cuadrados reducido	6051.37042
Suma cuadrados completo	3054.17605
Número terminos extra	2
Promedio de los cuadrados de los residuos	179.657414
Numerador	1498.59719
Denominador	179.657414
Estadístico F	8.34141575
Grados de libertad denominador	2
Grados de libertad numerador	17
P-valor	0.00299118

BIBLIOGRAFÍA

- Fama, E. and French, K. 1993 'Common risk factors in the returns of stocks and bonds', *Journal of financial economics*, Feb93, Vol. 33 Issue 1, p3-56. 54p
- Fama, E. and French, K. 2012, 'Size, value and momentum in international stock returns', *Journal of financial economics*, May2012, Vol. 105, p.457-472p
- Fama, E. French, K. 1992 'The cross-section of expected stock returns', *Journal of Finance*, Vol. 47 Issue 2 427-465
- Fama F. MacBeth J. 1973 'Risk, Return and Equilibrium: Empirical tests', [*Journal of Political Economy*](#). May/Jun73, Vol. 81 Issue 3, p607. 30p. 5 Charts.
- Luenberger D. 1998 "Investment Science", Stanford University
- Black, Fischer, Jensen 1972 'The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests' Praeger, NY
- Sharpe, W. 1964 'Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk' *Journal of finance* 19, 425-442
- French, K. 1987, 'Expected Stock Returns and Volatility'. *Journal of Financial Economics* 19 (1987) 3-29.
- Fama, E. French, K. 1998 'Value versus Growth: The International Evidence' *The Journal of Finance*, 1975-1998p
- Faff, R. 2001, An Examination of the Fama and French Three-Factor Model Using Commercially Available Factors, *School of Economics and Finance, Royal Melbourne Institute of Technology*, GPO Box 2476V, Melbourne, VIC 3001.
- De Peña, F. 2010, Fundamentals and the Origin of Fama-French Factors: The Case of the Spanish Market, *Finance a úvěr-Czech Journal of Economics and Finance*