



FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

(ICADE)

# EVOLUCIÓN DEL MODELO CAPM A LO LARGO DE LA HISTORIA DE LA ECONOMÍA FINANCIERA

Autor: Marta Gimeno Torres

Director: Profa. Dra. D<sup>a</sup> Susana Carabias López

Madrid

Abril 2014

Marta  
Gimeno  
Torres

**EVOLUCIÓN DEL MODELO CAPM A LO LARGO DE LA HISTORIA DE LA ECONOMÍA  
FINANCIERA**



# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN/ ABSTRACT .....	4
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>5</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>6</b>
1.1. Tema de investigación y contextualización del mismo .....	6
1.2. Justificación del tema .....	8
1.3. Objetivos .....	9
1.4. Metodología .....	9
1.5. Marco Teórico .....	10
1.6. Estructura.....	13
<b>CAPÍTULO II.....</b>	<b>14</b>
<b>II. INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE VALORACIÓN .....</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción a la valoración de activos financieros .....	15
2.1.1. El Modelo de Markowitz (1952).....	15
2.1.2. Modelo de Tobin (1958) .....	23
2.2. El modelo CAPM y sus limitaciones .....	27
2.2.1. Capital Asset Pricing Model (Modelo CAPM).....	27
2.2.2. Las limitaciones del Modelo CAPM.....	31
<b>CAPÍTULO III .....</b>	<b>34</b>
<b>III. MODELOS SURGIDOS A RAÍZ DEL PLANTEAMIENTO DEL CAPM.....</b>	<b>35</b>
3.1. Modelo zero-beta de Black (1972) .....	36
3.2. Modelo I-CAPM de Merton (1973) .....	37
3.3. Modelo APT de Ross (1976).....	38
3.4. Modelo C-CAPM de Rubinstein (1976).....	40
3.5. Modelo de los Tres-Factores de Fama y French (1993) .....	41
3.6. Modelo D-CAPM de Estrada (2002) .....	43

<b>CAPÍTULO IV.....</b>	<b>46</b>
<b>IV. CONCLUSIÓN.....</b>	<b>47</b>
<b>4.1. Conclusiones.....</b>	<b>47</b>
<b>4.2. Limitaciones .....</b>	<b>48</b>
<b>4.3. Recomendación y futuras líneas de estudio.....</b>	<b>49</b>
 <b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	 <b>50</b>

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Combinación de dos títulos .....	19
Gráfico 2. Combinación de tres o más títulos .....	19
Gráfico 3. Frontera de inversiones eficientes .....	21
Gráfico 4. Modelo de Tobin y la Línea de Transformación .....	24
Gráfico 5. Cartera de máximo rendimiento esperado para cualquier nivel de riesgo .....	25
Gráfico 6. CML y Cartera de Mercado.....	26
Gráfico 7. Diferencia entre riesgo específico y riesgo sistemático .....	27
Gráfico 8. Línea de Mercado de Capitales (LMT) .....	30
Gráfico 9. Gráfico Modelo Zero-Beta de Black (1972) .....	36

## **RESUMEN/ ABSTRACT**

### **Resumen**

Desde el comienzo de los modelos de valoración de activos financieros, impulsado por Harry Markowitz, ocupa un papel destacable el modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) desarrollado por William Sharpe. Gracias a su sencillez y facilidad empírica ha sido, a lo largo de la historia de la economía financiera, el modelo más empleado por los economistas e inversores de todo el mundo. Pero también, debido a su simplicidad e hipótesis poco observables en la realidad, es decir, a sus limitaciones, muchos analistas e investigadores científicos han desarrollado críticas al modelo y, en consecuencia, ideado otros modelos de valoración que intentan mejorar el modelo inicial del CAPM.

En el presente trabajo se analiza el modelo CAPM desde su comienzo, realizando una síntesis de las limitaciones encontradas a lo largo de los años y se exponen los modelos surgidos para paliar los inconvenientes del planteamiento inicial ideado por Sharpe.

**Palabras clave:** *CAPM, rentabilidad, activo financiero, riesgo beta, valoración*

### **Abstract**

From the beginning of the financial assets assessment model put forward by Harry Markowitz, the CAPM model developed by William Share has taken a leading role. Due to its simplicity and easy empirical practices, it has become known over the years as the most popularly used model by economists and investors all over the world. However, due to the fact its hypothesis isn't really applicable in real life situations the model has certain limitations. Many analysts and scientific investigators have developed critics against it, hence coming up with other analysis models that try to improve the initial CAPM model.

In this essay the CAPM model is analyzed from its beginnings, undertaking a synthesis of its various limitations that have been found over the years, as well as exposing the different models that have been suggested in order to improve Sharpe's initial proposal.

**Keywords:** *CAPM, return, financial asset, beta risk, valuation*

# **CAPÍTULO I**

## **INTRODUCCIÓN**

# I. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Tema de investigación y contextualización del mismo

### *Evolución del modelo CAPM a lo largo de la historia de la economía financiera*

Se podría definir y explicar la economía financiera como el "estudio del comportamiento de los individuos en la asignación intertemporal de sus recursos en un entorno incierto" (Marín y Rubio, 2001)

Se encuentran por tanto, dos elementos claves en dicha definición: (1) el elemento temporal: la asignación intertemporal de los recursos y; (2) el elemento de incertidumbre: el entorno es incierto. Los modelos de valoración ayudan a entender de manera matemática, empleando conceptos estadísticos y métodos econométricos, como los inversores se enfrentan a esos dos elementos, tanto el temporal como el incierto, a la hora de tomar sus decisiones de inversión y asignar precios esperados a los diferentes activos en los que invierten su riqueza.

La búsqueda de un modelo afinado para la valoración de los diferentes activos financieros es hoy en día uno de los desafíos que cualquier inversor o analista del mercado, quienes se realizan preguntas tales ¿De qué depende el precio de un activo? ¿Son predecibles los precios de los activos de manera certera?

Han sido muchos los científicos, economistas, o profesores de prestigiosas escuelas los que han analizado y trabajado la economía financiera intentando entender a los inversores a la hora de tomar una decisión en cuanto al precio/ rendimiento de un activo financiero se trata. Con la concesión del Premio Nobel de Economía en 1990 a tres distinguidos economistas financieros: Harry Markowitz, Merton Miller y William Sharpe; se realizó el reconocimiento definitivo de esta materia.

El Modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros o *Capital Asset Pricing Model* (conocido como modelo CAPM) es uno de los modelos más utilizados en la economía financiera. Se trata de un modelo de equilibrio que caracteriza la tasa de rentabilidad teórica requerida para un activo, acciones, si éste está correctamente

diversificado dentro de un conjunto de activos/cartera (que Markowitz denomina portafolio) incluyendo también el activo libre de riesgo. Relaciona principalmente la rentabilidad y riesgo, suponiendo que todos los inversores del mercado tienen la misma información.

En la concepción del modelo CAPM trabajaron en forma simultánea, pero separadamente, cuatro economistas principales: William Sharpe, John Lintner, Jan Mossin y Jack Treynor cuyas investigaciones fueron publicadas en diferentes revistas especializadas entre 1964 y 1966. La inquietud que los atrajo por este tema fue el desarrollo de modelos explicativos y predictivos para el comportamiento de los activos financieros. Todos habían sido influenciados por la Teoría de Carteras de Harry Markowitz, publicada en 1952 y reformulada en 1959.

A raíz de este modelo, que causó la revolución en cuanto a la valoración de activos, surgieron muchos otros intentando afinar y concretar más aun en el precio de dichos activos que componen la economía financiera. Surgieron así derivados del modelo CAPM, el zero-beta CAPM (Black, 1972), I-CAPM (Merton R. C., 1973), APT (Ross S. , 1976), C-CAPM (Rubinstein, 1976), el modelo de los tres factores desarrollado por Fama y French (1993), y más recientemente, el modelo D-CAPM (Estrada, 2002), entre otros.

Parece una tarea difícil, o casi imposible, encontrar un modelo de valoración en el precio de los activos que sea útil y apto para cada uno de los valores que se encuentran en los mercados financieros. Dependiendo de las preferencias del inversor que esté valorando el activo y, teniendo en cuenta o dando prioridad a unos determinados factores u otros, escogerán el modelo de valoración que más se acerque, según ellos, al precio que debería tener el activo en el mercado. Es por ello que hoy en día, aunque los modelos estén estudiados y expuestos a su empleo empírico para los diferentes agentes económicos, las expectativas futuras en base a estudios pasados de los analistas juega un papel importante a la hora de determinar el precio y la rentabilidad esperada futura de los títulos financieros.

## 1.2. Justificación del tema

Según Cvitanic y Zapatero (2008) los mercados financieros constituyen un tema fascinante para diferentes grupos de personas: para aquellos que se preocupan por las inversiones y el dinero, aquellos que buscan el bienestar social, a los que les gustan los juegos de azar, los que, por otro lado, les apasionan las aplicaciones matemáticas y el estudio de las mismas, etc.

El dinero, como cualquier otro bien, cuesta dinero (valga la redundancia). Y, cualquier persona podría sacar provecho de este concepto lo que se denomina como "inversión". Ahora bien, para invertir, hay que saber cómo y en qué, ya que las inversiones dependen de muchos factores, entre otros: el riesgo que se quiera asumir, la mínima rentabilidad que se necesite para cubrir unos determinados gastos, por ejemplo, etc.

La razón principal de este Trabajo de Fin de Grado es analizar la evolución y aplicaciones del Modelo CAPM a lo largo de la historia de la económica financiera. Es decir, cómo ha ido variando el modelo del CAPM a lo largo de los años por consecuencia de mejoras en el modelo dado a las limitaciones que presenta.

De manera simplificada, este trabajo pretende realizar un análisis de los diferentes modelos de valoración de activos que han surgido a raíz de las limitaciones del CAPM de manera que, pueda servir de orientación en la identificación de buenas inversiones.

Existen muchos autores que han estudiado ya el CAPM a lo largo de la historia desde diferentes puntos de vista y muchos que han tratado de solventar los diferentes problemas que se han planteado en torno al modelo. El propósito de la investigación, es, por tanto, aunar todos los estudios existentes en un mismo trabajo para que proporcione una visión general y detallada de los diferentes modelos de valoración de activos financieros, facilitando así, tanto su estudio como su aplicación práctica.

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

El objetivo principal de este trabajo es llevar a cabo un estudio detallado del modelo de valoración CAPM (Capital Asset Pricing Model) desde su origen hasta su utilización hoy en día.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Conocer detalladamente el modelo CAPM desde sus inicios
- Analizar las diferentes limitaciones del modelo que han ido surgiendo a lo largo de los años
- Estudiar los modelos surgidos a raíz del CAPM en la historia económica financiera.
- Realizar una crítica constructiva al modelo evaluando las limitaciones del mismo así como los factores de éxito.

## **1.4. Metodología**

Este Trabajo se va a llevar a cabo mediante un estudio teórico.

Para que los hechos se construyan de una manera teórica científica ordenada es necesario seleccionar, clasificar, comparar, analizar y explicar los diferentes documentos estudiados.

Para la búsqueda de documentación útil para este Trabajo se han empleado diferentes bases de datos (EBSCO, Dialnet y Google Scholar) con las palabras claves: “CAPM”; “Capital Assets Pricing Model”; “Modelos de valoración”; “Evolución del CAPM”; “Aplicación CAPM”; “Alternativas al CAPM” (todas ellas tanto en castellano

como en inglés); de forma que se ha podido encontrar documentación relevante, científica y fiable sobre la pregunta de investigación a tratar.

Además se han consultado libros y artículos científicos de diferentes economistas e investigadores constantes de la materia que han servido, todos ellos, para llevar a cabo una comprensión sencilla y simplificada del tema a estudiar.

Se lleva a cabo una revisión bibliográfica sistematizando la información recogida que permita identificar los hechos más relevantes de la evolución/ uso del CAPM para la mejor realización del trabajo. Para ello, se simplifica toda la información obtenida en una tabla, cuyas columnas especifican los conceptos claves a determinar (título de la obra, autor, fecha, palabras clave, y breve resumen del documento), para que a la hora de consultar los documentos necesarios sea más fácil encontrar de forma rápida y eficiente la información que se requiera/ necesite.

Una vez realizada la revisión bibliográfica, se analizan y estudian todas las investigaciones documentadas para dar respuesta a la pregunta de investigación sobre la que trata este trabajo final.

## **1.5. Marco Teórico**

El marco teórico a analizar supone que cada una de las fuentes investigadas ha sido leída, interpretada y clasificada de acuerdo con su importancia dentro del trabajo de investigación.

Para una primera comprensión y contextualización del tema a estudiar, el modelo de valoración del precio de los activos financieros CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), se consultaron diferentes libros académicos financieros donde se explica detalladamente el modelo CAPM y otros modelos de valoración de una manera más simplificada y educativa que permite un adecuado primer contacto y entendimiento sobre la materia objeto de análisis para este trabajo de fin de grado. De este modo, se consultaron los libros de Cvitanic y Zapatero (2008), Marín y Rubio (2001), Duffie (1988), Luenberger (1998) y por último, Ross, Westerfield y Jordan (2011).

Una vez investigado y comprendido las ideas más básicas de los diferentes modelos de valoración del precio de los activos financieros que se encuentran en la economía, se procede a la búsqueda de investigaciones y publicaciones científicas de los diferentes economistas que han estudiado la valoración de títulos a lo largo de la historia de la economía financiera. Se empieza así por el artículo de Harry Markowitz (1952) donde este analiza un modelo de valoración de activos financieros, el modelo de Markowitz: Selección de Carteras (*Portfolio Selection*), que servirá de referencia inicial y esqueleto para los modelos posteriores analizados. Más adelante, Tobin (1958) en su artículo "Liquidity preference as behaviour towards risk" incorporará la preferencia por la liquidez o demanda de dinero (concepto anteriormente estudiado por Keynes en 1936 en su artículo "General Theory of Employment") creando así el Modelo de Tobin y, además, mismo autor en el año 1962, realiza una crítica a Markowitz en su artículo "Comment on Borch and Feldstein".

Para la explicación del modelo CAPM, modelo en el que se basa y analiza todo este trabajo, se analizaron y examinaron los artículos de William Sharpe (1964) "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk" (artículo de referencia principal para el estudio del modelo CAPM), Linter (1965), Mossin (1996) y Treynor (1961).

Años posteriores al planteamiento del modelo CAPM inicial o clásico, surgieron diversas críticas a las limitaciones del modelo desarrolladas en base a resultados empíricos estudiados y analizados sobre muestras representativas. Los artículos de Black (1972), Linter (1965b), Roll (1977) y, Estrada (2002), entre otros, fueron críticos y determinantes a la hora de encontrar barreras al modelo propuesto por Sharpe en un principio, y crearon otros modelos de valoración a modo de mejorar el CAPM clásico.

A la hora de analizar dichos modelos posteriores se estudiaron los artículos de los diferentes economistas planteando su propuesta de valoración de activos financieros: así para estudiar y comprender el modelo zero-beta de Black (1972) se realizó una revisión de su artículo "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", el modelo I-CAPM (CAPM Intertemporal) de Merton viene detallado en el artículo "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model" publicado en el año 1973, más adelante Ross desarrolla el modelo APT en el año 1976 y lo publica en el artículo "The Arbitrage

Theory of Capital Asset Pricing", el modelo del C-CAPM (el CAPM basado en el consumo) ideado en un principio por Rubinstein (1976) y más adelante por Lucas (1978) y Breeden (1979) se explica en sus artículos correspondientes publicados en diversas revistas financieras como *Bell Journal of Economics*, *The Journal of Finance* y *Econometrica* respectivamente. Fama y French (1993) publicaron "Common risk Factors in the Returns of Stocks and Bonds" elaborando el modelo de tres factores basado en el modelo inicial del CAPM. Por último y más reciente, Javier Estrada en 2002 publica "*Systematic Risk in emerging markets: The D-CAPM*" donde propone otro modelo de valoración, el D-CAPM (*Downside CAPM*).

Fueron diversos los autores que recopilaron modelos de valoración de activos financieros mencionados anteriormente, y otros, surgidos a raíz de las limitaciones del CAPM. Trabajos como los de García Padrón y García Boza (2005) "El modelo CAPM a través de los tiempos. Revisión de la evidencia empírica" más similar a nuestra investigación, Miller (1999), Merton (1994) o Campbell (2000), han sido de gran ayuda y referencia a la hora de estructurar y ordenar los conceptos que en este trabajo se describen.

Ha sido necesario a la hora de realizar esta investigación científica el estudio, análisis y conocimiento de los artículos y libros mencionados anteriormente para, complementar las investigaciones ya realizadas con objetivo similar al de este Trabajo de Fin de Grado, mejorarlas con la simplificación de las explicaciones teóricas y matemáticas así como con ampliación de nuevos modelos no incorporados anteriormente.

## 1.6. Estructura

La presentación del estudio del Trabajo de Fin de Grado, es decir, del cuerpo del trabajo, se encuentra estructurado en tres capítulos o secciones de la siguiente manera:

- La primera sección o capítulo constituye una introducción a los modelos de valoración del precio de los activos financieros que se encuentran en la economía, comenzando por la explicación del modelo de Markowitz (1952), modelo de referencia para posteriormente el análisis del CAPM, y terminado con las aportaciones/ ampliaciones realizadas por Tobin (1958) al modelo, formando así el modelo de Tobin.
- La segunda parte de este estudio entra ya en el análisis del tema principal a tratar en este trabajo. Comienza realizando una explicación detallada del modelo clásico e inicial del CAPM propuesto inicialmente por William Sharpe (1964) y finaliza con las limitaciones del modelo analizadas por diferentes economistas a lo largo de la historia.
- El tercer y último apartado de esta investigación parte de limitaciones encontradas en el modelo clásico del CAPM, por los diferentes economistas o estudiosos de la materia, que servirán de propósito para la realización de otros modelos como consecuencia de mitigar esos errores encontrados. Surgen y se explican en el trabajo los modelos: Zero-Beta de Black (1972), el Modelo I-CAPM de Merton (1973), el Modelo APT de Ross (1976), el Modelo C-CAPM de Rubinstein (1976), el Modelo de los Tres Factores de Fama y French (1993) y, por último, el modelo más cercano/ contemporáneo, el Modelo D-CAPM propuesto por Javier Estrada en 2002.

Para finalizar con el análisis y estudio realizado en este trabajo, se exponen unas conclusiones con el fin de recapitular todo lo expuesto y explicado anteriormente incorporando unas recomendaciones de mejora para estudios o ensayos que puedan realizarse posteriores a este.

## **CAPÍTULO II**

# **INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE VALORACIÓN**

## **II. INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS DE VALORACIÓN**

### **2.1. Introducción a la valoración de activos financieros**

El impulsor y padre los modelos de valoración, esto es, de la determinación de la rentabilidad esperada de los activos financieros de en la economía financiera y finanzas corporativas fue Harry Markowitz, a quien en 1990 le concedieron el Premio Nobel por todas las contribuciones y estudios realizados en este campo. Dichas investigaciones fueron expuestas en su artículo "Portfolio Selection" (1952) publicado en *The Journal of Finance*, y más detalladamente en su libro "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment" (1959).

Su trabajo fue el fundamento y la base de lo que hoy en día se conoce como "Modern Portfolio Theory". Este trabajo, y en definitiva, área de investigación, fue ampliado y mejorado más adelante por James Tobin (1958) y, más tarde William Sharpe en 1964 desarrolla el Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model), teoría de la formación de precios de activos financieros. Este modelo será la base de estudio para diversos economistas y científicos que intentan o pretenden mejorarlo para elaborar así el modelo de determinación de precios de los activos que mejor se adapte a la realidad económica.

#### **2.1.1. El Modelo de Markowitz (1952)**

Markowitz, en su teoría de carteras presente en "Portfolio Selection" (1952), comienza explicando qué se debería hacer para formar una cartera. Divide la selección de carteras en dos pasos: el primer paso, dice, comienza con la observación y experiencia y termina con las creencias o expectativas de los rendimientos a futuro de diferentes valores; el segundo paso, por su parte, comienza con las creencias o expectativas relevantes de los rendimientos a futuro de los activos y termina con la selección de una cartera. Su trabajo está centrado en esta segunda etapa.

El Modelo de Markowitz parte de una serie de premisas/hipótesis muy sencillas:

1. Los inversores son racionales y adversos al riesgo: esto significa que dados dos activos con misma rentabilidad, el inversor optará por aquel que tenga menor riesgo. Es decir, esperan una relación positiva entre rentabilidad y riesgo.
2. Para la elección de la cartera óptima de cada inversor se conocen la rentabilidad esperada de todos los activos y el riesgo (varianza y covarianza).
3. Se parte de la base de que cada inversor tiene unas preferencias de rentabilidad/riesgo. Esto viene definido en la función de utilidad de cada inversor, es decir, el inversor desea maximizar la utilidad esperada de la riqueza final. Las funciones de utilidad son cuadráticas.
4. Los mercados son perfectos en el sentido de que no hay costes de transacción ni impuestos, el inversor no puede mover el precio con sus actos y los títulos son infinitamente divisibles.
5. No existe posibilidad de endeudamiento en este modelo. Las proporciones invertidas en los distintos activos son siempre positivas o cero.

Se define la rentabilidad de cada activo ( $R_i$ ) como una rentabilidad media de un periodo dado/conocido. De este modo, si se llama  $P_t$  al precio, conocido, de cualquier activo financiero  $i$  en el comienzo del periodo  $t$  a estudiar:

- En el caso de que no hubieran dividendos estaría expresado:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- Si, por el contrario, el activo presentase dividendos (también conocidos), sería:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1} + \text{Div}}{P_{t-1}}$$

La rentabilidad media esperada de cualquier activo o valor  $i$ , es la rentabilidad anualizada en base a la rentabilidad de los años anteriores. De este modo, siendo  $R_i$  la rentabilidad de un activo, y  $t$  el periodo dado (1 año, 2 años, 6 meses...):

$$E(R_i) = (1 + R_i)^{1/t} - 1$$

El riesgo de un activo, por su parte, será la desviación típica de la rentabilidad de cada activo:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(R_i - E(R_i))^2}{k} * \sqrt{t}$$

Siendo  $k$  el número de observaciones de las rentabilidades que se tiene del activo. Las medidas tanto de riesgo como de rentabilidad han de ir asociadas a un periodo de tiempo que se esté estudiando o se quiera analizar. La desviación típica es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo y, por tanto, si se estudian observaciones diarias, habría que multiplicarlo por la raíz cuadrada del número de días que tiene un año.

Bajo estas consideraciones, puede definirse la rentabilidad esperada de una cartera como la suma de las rentabilidades de cada activo ( $R_i$ ) ponderadas al peso que tienen en la cartera dichos activos ( $w_i$ ). Por tanto, la rentabilidad esperada de una cartera es:

$$E(R_c) = \sum_{i=1}^k E(R_i) * w_i$$

La variable  $w_i$  (peso de un activo en la cartera) es una variable elegida por el inversor expresada en porcentaje por lo que  $\sum w_i = 1$ . Siendo además  $w_i \geq 0$  (ya que, como se ha señalado en las consideraciones de este modelo anteriormente, no existe la posibilidad de endeudarse).

Para calcular el riesgo de la cartera es necesario conocer la covarianza que tienen los títulos, es decir, la relación de la media (rentabilidad) los títulos a lo largo del tiempo.

$$\text{Cov}_{i,j} = \frac{\sum_{i,j=1}^k (R_i - E(R_i)) (R_j - E(R_j))}{k}$$

Tomando la desviación típica como medida del riesgo y para el análisis de dos activos, el riesgo estaría expresado como:

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}}$$

Si, se analizasen tres activos, el riesgo quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2} + 2w_1w_3Cov_{1,3} + 2w_2w_3Cov_{2,3}}$$

Y así sucesivamente.

Una información muy relevante en el estudio del riesgo viene dada por el Coeficiente de Correlación de Pearson ( $\rho_{i,j}$ ) entre dos títulos que se define del siguiente modo:

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov_{i,j}}{\sigma_i\sigma_j}$$

Donde  $-1 < \rho_{i,j} < +1$ .

Si el coeficiente de correlación tiene un valor +1 o cercano al 1, entonces los activos poseen una correlación lineal positiva y por tanto, tienden a moverse en el mismo sentido: cuando la rentabilidad de un activo baja, la del otro también, y viceversa. Por el contrario, si el coeficiente de correlación tiene un valor -1 o cercano a -1, entonces los activos presentan una correlación lineal negativa lo que quiere decir que cuando la rentabilidad de un activo sube, la rentabilidad del otro baja y viceversa. Un coeficiente de correlación igual a cero significa que ambos activos son linealmente independientes, es decir, no tienen relación lineal alguna.

La desviación típica del rendimiento de una cartera puede expresarse también en función del coeficiente de correlación mencionado, quedando formulado de la siguiente manera:

En caso de estudiar dos títulos:

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}}$$

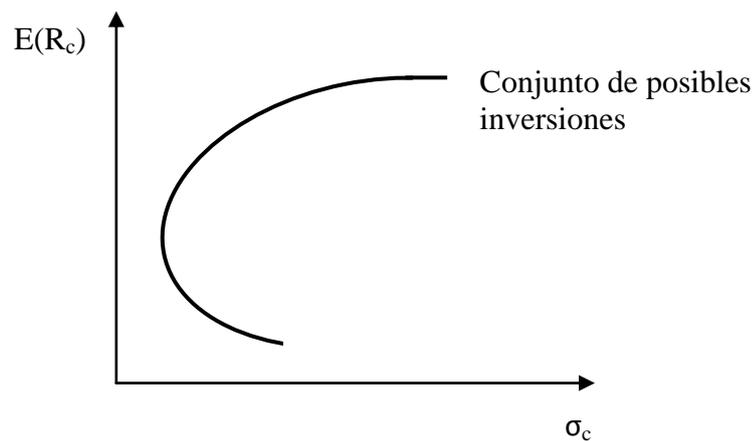
En caso de estudiar tres títulos:

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} + 2\sigma_1\sigma_3\rho_{1,3} + 2\sigma_2\sigma_3\rho_{2,3}}$$

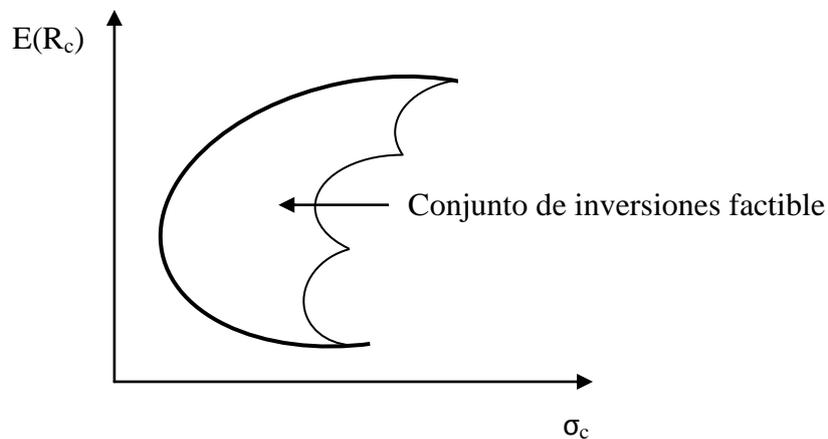
Y así sucesivamente.

A partir de la combinación de  $n$  títulos adjudicándoles una ponderación diferente, es decir, un peso  $w_i$  para cada título de manera que  $\sum w_i = 1$  y  $w_i \geq 0$  como se ha señalado anteriormente, se obtendrán distintas rentabilidades y riesgos para cada cartera configurada con los pesos elegidos. De esta manera, se generaría un conjunto de posibles inversiones de la siguiente forma:

*Gráfico 1. Combinación de dos títulos*



*Gráfico 2. Combinación de tres o más títulos*



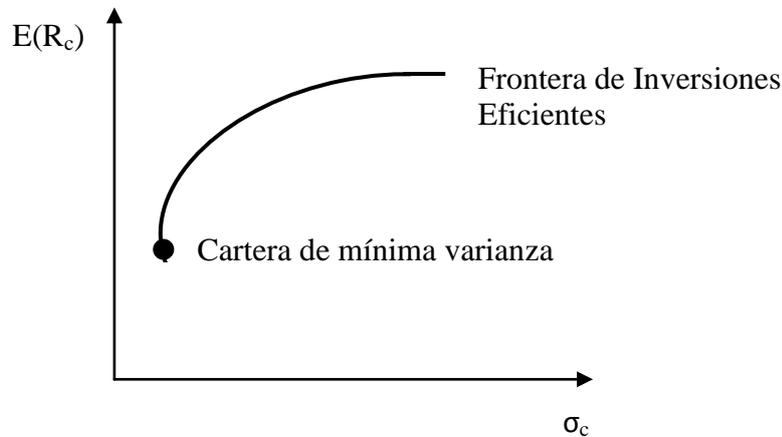
Como se puede observar, el conjunto de posibles inversiones, tanto para combinaciones de dos títulos como combinaciones de tres títulos, incluye todas las combinaciones de títulos formando carteras tanto eficientes como no eficientes.

El concepto de eficiencia puede ser explicado mediante el Óptimo de Pareto. Vilfredo Pareto, alrededor de 1938, plantea una serie de principios que dan lugar a lo que hoy en día se conoce como el Óptimo de Pareto. Pareto señala que cualquier cambio de situación en la economía para buscar el máximo bienestar, no puede darse si no se perjudica a otra (Miller y Meiners, 1989). Es decir, aplicado a la distribución del riesgo y la rentabilidad de un activo o carteras de inversión, no se puede mejorar la rentabilidad sin cambiar el riesgo, aumentándolo en este caso.

Los inversores siempre querrán la máxima rentabilidad para un nivel de riesgo dado. Esta propiedad se define como "no satisfecho" (*nonsatiation* en su traducción al inglés) reflejando la idea de que si todas las variables permanecieran constantes, el inversor siempre querrá más riqueza, y por tanto, siempre van a querer la máxima rentabilidad posible para un determinado nivel de riesgo dado. Este argumento implica que únicamente la parte superior del conjunto de inversiones posibles dado por la rentabilidad y el riesgo, será de interés para los inversores que son adversos al riesgo y satisfacen el concepto de "*nonsatiation*". Esta parte superior es lo que se denomina "frontera eficiente" del conjunto de inversiones factible formado por aquellas carteras o activos financieros eficientes (Luenberger, 1998).

La frontera de inversiones eficientes viene dada a partir de la cartera de mínima varianza, es decir, aquella cartera con menor riesgo. Sólo serán carteras eficientes aquellas que estén por encima de la cartera de mínima varianza situadas en la frontera de inversiones.

Gráfico 3. Frontera de inversiones eficientes



La cartera de mínima varianza, para combinaciones de dos títulos puede hallarse mediante el peso de uno de ellos de la siguiente forma:

$$w_1 = \frac{\sigma_2 - \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1 \sigma_2 - 2\rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2} \text{ y } w_2 = 1 - w_1$$

Si, se quisiera analizar la cartera de mínima varianza con combinaciones de más de dos títulos (como sucede en la vida real), se podría hallar mediante un programa lineal:

Minimizar

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + w_3^2 * \sigma_3^2 + 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{1,2} + 2\sigma_1 \sigma_3 \rho_{1,3} + 2\sigma_2 \sigma_3 \rho_{2,3}}$$

(Para el caso de estudiar tres títulos por ejemplo)

Sujeto a:  $E(R_c) = \sum w_i * E(R_i)$

Y a  $\sum w_i = 1; \forall w_i > 0$

Markowitz llega hasta aquí en su estudio de la teoría de carteras dejando de reforzar muchos puntos de su estudio que pueden ser mejorados como:

- Las variables empleadas en el modelo son extremadamente cambiantes. Las rentabilidades de los activos cambian por segundos en caso de querer estudiar un día, por días, en caso de tener un horizonte temporal más amplio. Esto quiere decir que la frontera de inversiones es a su vez

cambiante, y lo que puede ser útil para un día concreto, puede no serlo para los siguientes dependiendo de las preferencias del inversor.

- Además, para el estudio de las variables el horizonte temporal está poco explícito/ definido. Está claro, que a mayor número de observaciones a lo largo del tiempo, más preciso se podría llegar a ser ya que se realiza un estudio con una muestra suficiente de datos a analizar. Pero, en la economía financiera y en el estudio de las finanzas en general, basta con que haya cualquier cambio normativo, legal, económico a lo largo del tiempo para que los precios de los activos cambien drásticamente como por ejemplo, una crisis económica alentada por una burbuja financiera relativamente poco esperada - en España en el año 2008 - eliminación de dividendos por parte de cualquier empresa del Ibex - como fue el caso de Telefónica, etc. Esto hace que las variables, además, sean muy inestables a lo largo del tiempo.
- Por otro lado, y como seguimiento al tema de estudio, la rentabilidad no tiene en cuenta, o no considera, la volatilidad del activo respecto a un mercado. Se trata de una rentabilidad sencilla y simple que hace que el análisis de carteras quede incompleto o poco certero.
- Las curvas de la frontera de inversión media-varianza de una cartera sólo pueden ser estudiadas si, las preferencias del inversor, expresadas como una función de utilidad, éstas son funciones únicamente cuadráticas; o, que la probabilidad de las rentabilidades de cada activo siga una distribución normal  $N(\mu;\sigma)$  (Tobin, 1969).

### 2.1.2. Modelo de Tobin (1958)

En 1958, James Tobin, siguiendo con los estudios y la teoría de carteras de Markowitz y, yendo más allá de sus planteamientos, analiza un nuevo concepto: la preferencia por la liquidez o demanda de dinero, incorporando así una nueva idea ya estudiada anteriormente por Keynes en 1936.

Existen tres motivos por los que demandar dinero según Keynes: un motivo transaccional, es decir, es necesario disponer dinero para hacer frente a los pagos o gastos que se produzcan; un motivo de precaución para no generar un desfase entre los gastos y los ingresos obtenidos; y, un motivo especulativo que consiste en que el dinero en sí da rentabilidad y genera riqueza.

El Modelo de Tobin se basa fundamentalmente en este tercer supuesto: motivo especulativo de la demanda de dinero y, de esta forma se añade al Modelo de Markowitz el dinero como un depósito de valor, es decir, ahora se va a poder prestar dinero o pedir prestado dinero a una tasa de interés libre de riesgo, invirtiendo así ya no solo en activos de rentabilidad variable sino en el activo libre de riesgo.

Un activo libre de riesgo, como su propio nombre indica, son aquellos valores con riesgo igual a cero o muy próximos al cero y con una rentabilidad esperada ( $R_f$ ) completamente cierta.

Se supone que los activos libres de riesgo en los países occidentales carecen de riesgo aunque existen varios riesgos asociados a este tipo de activos como puede ser el riesgo de precio y riesgo de reinversión. Además, hoy en día, como consecuencia de la crisis económica, en algunos países occidentales (como por ejemplo Grecia), el retorno del dinero no está asegurado tampoco al 100%. Por ello, existen agencias de rating como Moody's, Standard and Poors, etc. que califican este tipo de activos en función de su solvencia en el plazo fijado.

Después de haber aclarado el concepto de "riesgo igual a cero", se define que para el estudio y análisis de este modelo supone que el riesgo del activo libre de riesgo es completamente cero.

En base a esto, se puede determinar que la covarianza de un activo libre de riesgo con un activo con riesgo es igual a cero ( $Cov_{i, R_f} = 0$ ) y por tanto, el coeficiente de

correlación también es igual a cero ( $\rho_{i, R_f} = 0$ ). Lo que hace que sea un activo muy atractivo en el que invertir ya que se puede reducir el riesgo.

Si, se combinase en una cartera un activo con riesgo con peso en ella  $w_i$ , y uno libre de riesgo con peso en ella  $(1-w_i)$ , se obtendrían los siguientes resultados:

1. La rentabilidad esperada de la cartera estará expresada:

$$E(R_c) = E(R_i) * w_i + R_f * (1 - w_i)$$

2. Y, el riesgo, se obtendría a partir de la siguiente fórmula:

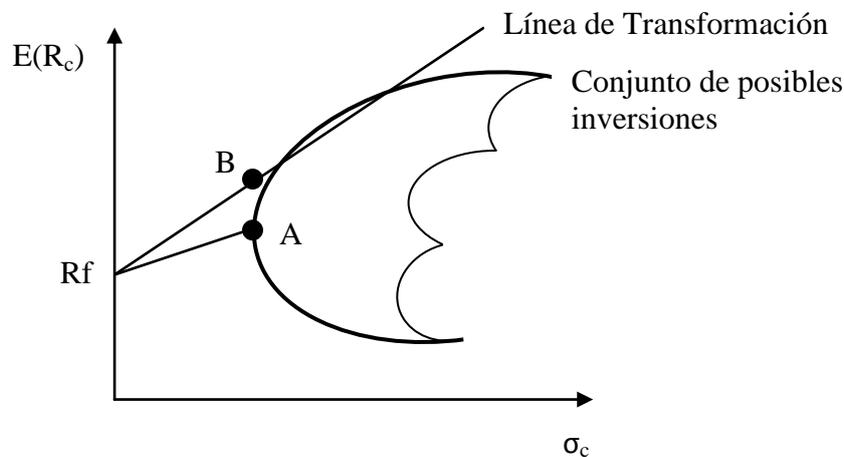
Siendo el peso del activo con riesgo  $w_1$ , su riesgo  $\sigma_1$  y, el peso del activo sin riesgo  $w_2$ :

$$\sigma_c = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2 + w_2^2 * \sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}} = \sqrt{w_1^2 * \sigma_1^2} = w_1 * \sigma_1$$

Tanto la rentabilidad esperada como el riesgo obtenido de la cartera formada por un activo con riesgo en combinación con un activo libre de riesgo, son combinaciones lineales. Esto quiere decir que, el gráfico media-varianza de dicha cartera es una línea recta que une los dos activos analizados. Dicha línea se denomina Línea de Transformación y queda expresada de la siguiente manera:

$$E(R_c) = R_f + \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i} * \sigma_c$$

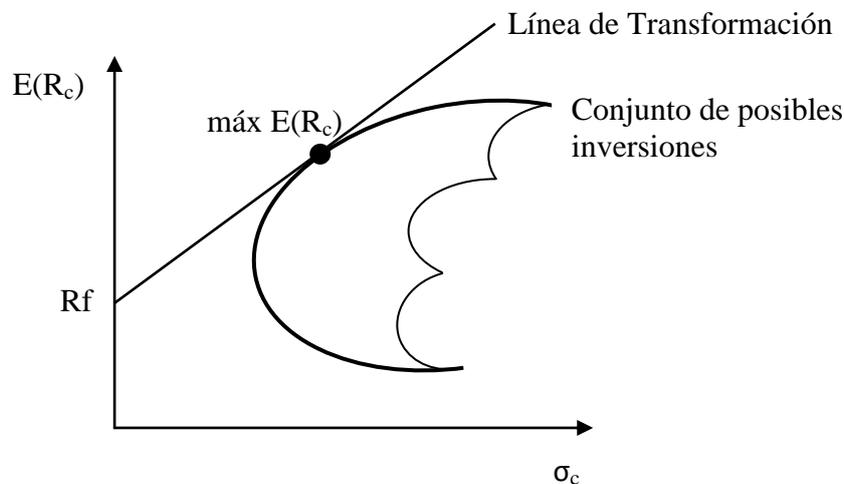
*Gráfico 4. Modelo de Tobin y la Línea de Transformación*



Como se puede observar en el *Gráfico 4*, el Inversor B, que posee una cartera formada en un tanto porcentual invertido el activo libre de riesgo y, el resto, activos con riesgo, obtiene una mayor rentabilidad esperada que el Inversor A, que tiene una cartera formada solamente con activos con riesgo, para un mismo nivel de riesgo. Así que, desde un punto de vista objetivo y partiendo de esta situación, podría decirse que la cartera del Inversor B es más atractiva que la cartera del Inversor A, ya que obtienes una mayor rentabilidad para un mismo nivel de riesgo dado.

El inversor podrá elegir cualquiera de las carteras situadas en la frontera eficiente del Modelo de Markowitz, pero sólo una de las carteras de dicha frontera consigue el máximo rendimiento para cualquier nivel de riesgo dado. Dicha cartera es la que forman la tangente de la Línea de Transformación con la frontera de inversiones eficientes planteada por Markowitz.

*Gráfico 5. Cartera de máximo rendimiento esperado para cualquier nivel de riesgo.*



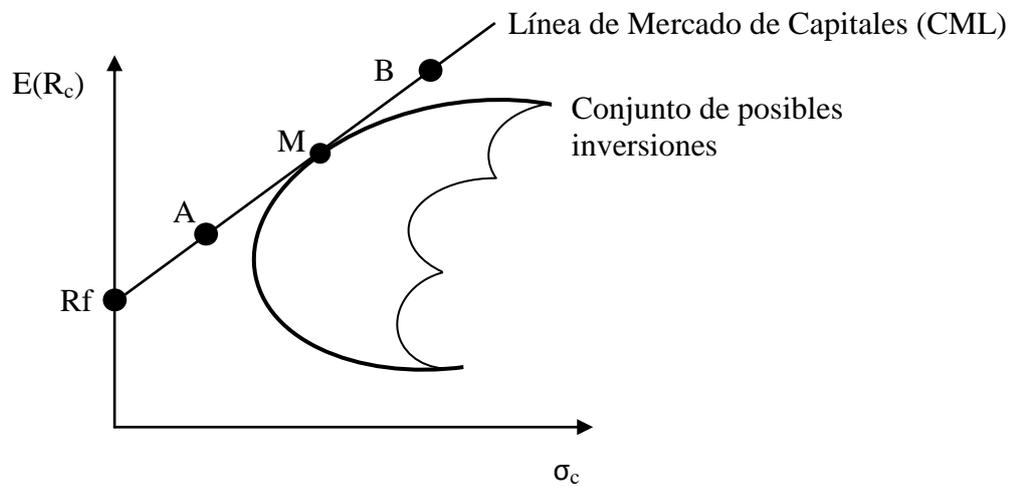
Suponiendo de todos los inversores tienen las mismas expectativas de los movimientos del mercado, es decir, todos poseen las mismas estimaciones de las rentabilidades esperadas y riesgos de los activos con riesgo y, operando en mercados eficientes (premisa que se añade al Modelo de Markowitz que se detalla al comienzo del estudio), entonces, la Línea de Transformación se denomina Línea de Mercado de Capitales (CML - Capital Market Line en su traducción anglosajona) y, todos los

inversores se darán cuenta de que la mejor cartera para invertir en títulos con riesgo es la cartera que tenía máxima rentabilidad (denominada ahora Cartera de Mercado).

La Cartera de Mercado (M) es aquella cartera que, dentro de la frontera de inversiones eficientes, tiene mayor pendiente o Ratio de Sharpe:

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}$$

Gráfico 6. CML y Cartera de Mercado



Ha quedado claro que, si un inversor puede elegir entre formar una cartera únicamente con activos de riesgo dentro de la frontera de inversiones eficiente (excluyendo la cartera de mercado), o, formar una cartera combinando la cartera de mercado con el activo libre de riesgo, elegirá aquella que contenga el activo libre de riesgo ya que obtendrá una mayor rentabilidad para cualquier nivel de riesgo.

Ahora bien, cada inversor tiene una aversión al riesgo diferente y, dependiendo de cómo de arriesgado sea, o la rentabilidad que desee obtener, pedirá prestado al mercado o prestará dinero al mismo. Por ello, si un inversor se encuentra en el punto Rf es que está invirtiendo el 100% del capital en el activo libre de riesgo obteniendo la rentabilidad del activo libre de riesgo, y asumiendo un riesgo igual a cero. Si, se sitúa en el punto A del Gráfico 6, entonces invertirá un 50% en el activo libre de riesgo, es decir, prestará dinero, y un 50% en la cartera de mercado (compuesta por activos con

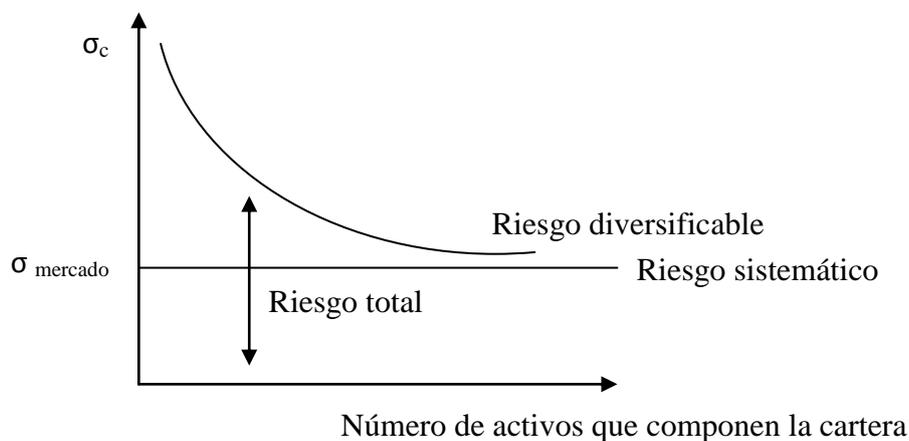
riesgo). Otra opción es que invierta el 100% en la cartera de mercado (M) obteniendo la rentabilidad esperada y riesgo de la misma. Y, por último, si el inversor quisiera más rentabilidad aún (asumiendo mayor riesgo) tendría la posibilidad de pedir prestado al mercado a la tasa del activo libre de riesgo, invirtiendo así más del 100%, un 150% por ejemplo, en la cartera de mercado y un -50% en el activo libre de riesgo.

## 2.2. El modelo CAPM y sus limitaciones

### 2.2.1. Capital Asset Pricing Model (Modelo CAPM)

Según William Sharpe (1964), en su estudio sobre el modelo de mercado, el riesgo de un activo se compone de dos elementos claves para su análisis: el riesgo específico o diversificable y, el riesgo sistemático. El riesgo específico de un activo es una parte del total de riesgo de dicho activo que viene dado por las características específicas del activo sin verse influenciado por las variaciones del mercado. Dicho riesgo, como su propio nombre indica, es diversificable incorporando más activos en la cartera que se esté gestionando. Por otro lado, y en contraposición, el riesgo sistemático de un activo, es la otra parte del riesgo total de dicho activo que se ve influenciado/afectado por las fluctuaciones del mercado, es decir, por las variables macroeconómicas.

Gráfico 7. Diferencia entre riesgo específico y riesgo sistemático



Dicho esto, según Sharpe, pupilo de Markowitz, y siguiendo los estudios de su antecesor, el rendimiento esperado de cualquier título financiero ha de estar condicionado a un factor del mercado, es decir, a algún índice de la actividad económica.

La relación de un activo con el factor a estudiar es una relación lineal y, si se tomase como factor un índice que mide la rentabilidad del mercado ( $R_M$ ), entonces el modelo de mercado propuesto por William Sharpe quedaría:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i * R_M + \varepsilon_i$$

Donde,  $R_i$  y  $R_M$  son los rendimientos esperados y conocidos (puesto que se calculan a posteriori) del título y del mercado respectivamente; alfa ( $\alpha_i$ ) indica cuál el rendimiento medio del título cuando el rendimiento de mercado es igual a cero, es decir, constante; beta ( $\beta_i$ ) es un indicador de la volatilidad del título como consecuencia de las variaciones del mercado; y, épsilon ( $\varepsilon_i$ ) es la perturbación aleatoria, variable necesaria para equilibrar cualquier modelo econométrico ya que es imposible tener en cuenta siempre todas las variables que afecten al objeto de estudio, en este caso, la rentabilidad esperada de cualquier activo financiero.

Si se analizase el modelo de mercado desde la expresión del riesgo que lleva implícito cada rendimiento esperado:

$$\sigma_i = \beta_i * \sigma_M + \sigma_{\varepsilon_i}$$

Como se puede observar,  $\sigma_i$  es el riesgo del título específico que se quiera estudiar; ( $\beta_i * \sigma_M$ ) es el riesgo sistemático o no diversificable del título; y,  $\sigma_{\varepsilon_i}$  es el riesgo específico para cada título, riesgo que el inversor querrá diversificar y que sea lo menor posible, incluso llegando a eliminarlo.

El mercado por tanto, no debería preocuparse por el riesgo específico de su cartera de inversión ya que si la cartera está bien gestionada obtendrá un riesgo específico/diversificable nulo. Esto nos lleva a la conclusión de que la rentabilidad esperada de la cartera dependerá principalmente del riesgo específico, el no diversificable que viene dado por las variaciones de mercado, y en consecuencia, el mercado sólo estará dispuesto a remunerar con el riesgo que se quiera correr, que es el suyo propio.

Así se llega al modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) en base a los estudios de William Sharpe (1964) y simultáneamente los análisis y trabajos realizados por Treynor (1961), Lintner (1965), y Mossin (1966).

La teoría de carteras de Markowitz supone que el inversor elige su cartera según la frontera de inversiones eficientes debido a sus expectativas sobre la rentabilidad esperada y el riesgo del activo. Sin embargo, el CAPM estudia cómo los inversores determinan los beneficios esperados - y así los precios de los activos - como una función del riesgo. El CAPM analiza si en el mercado se alcanzan precios de equilibrio.

Incorporando la premisa de la eficiencia de los mercados como se ha señalado anteriormente, se dice que un mercado es eficiente cuando todos los competidores que juegan en la economía, guiados por la premisa de maximizar su riqueza obteniendo la máxima rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de un activo financiero constituye una buena estimación de su precio teórico dado por el valor actual de todos los flujos de caja futuros.

En equilibrio, por tanto, la rentabilidad esperada de un activo viene determinado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * (R_M - R_f)$$

Donde  $R_f$  es la tasa del activo libre de riesgo, tasa a la que el mercado está dispuesto a remunerarte dependiendo de las condiciones del mismo;  $(R_M - R_f)$  es la prima de riesgo del mercado, es decir, la rentabilidad adicional que se proporciona al inversor como consecuencia de asumir un cierto riesgo; y, por último,  $\beta_i$  determina, como se ha señalado anteriormente, la volatilidad del título con respecto a las variaciones del mercado.

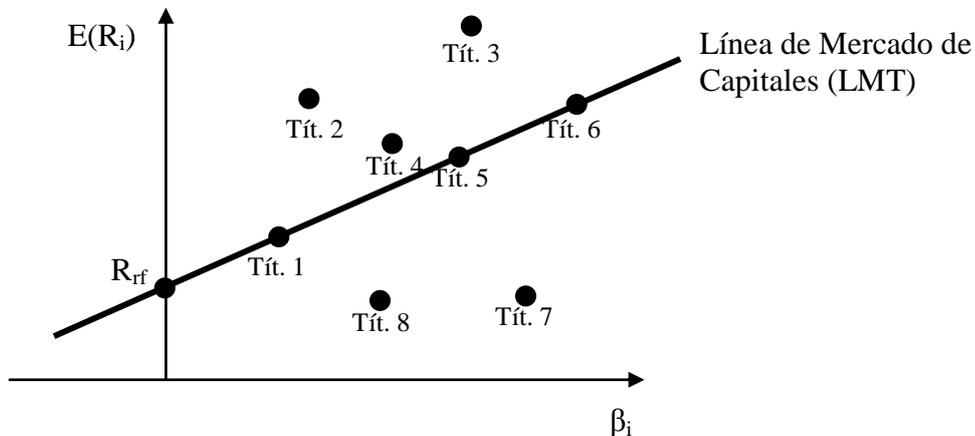
$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

Que la beta sea igual a cero quiere decir que la covarianza del activo con respecto al mercado es cero. Esto ocurriría con el activo libre de riesgo por ejemplo. Si, la beta se encuentra entre cero y uno, es decir,  $0 < \beta < 1$ , se trataría de un activo defensivo ya que es menos arriesgado que el mercado. Cuando el mercado sube, el activo lo hace con

menor intensidad, y viceversa. Para la cartera de mercado la beta es igual a la unidad ( $\beta = 1$ ). Se pueden encontrar también títulos agresivos, es decir, una beta superior a uno ( $\beta > 1$ ) que quiere decir que el título se comporta de una manera más agresiva que el mercado, es decir, cuando el mercado sube el activo lo hace en mayor proporción y viceversa. Por último, una beta menor que cero ( $\beta < 0$ ), es decir, que su covarianza es negativa, se refiere a los títulos cuya correlación con el mercado es inversa. Se trata de activos refugio como por ejemplo el Oro.

Representando la ecuación del CAPM en un gráfico se obtendría la Línea de Mercado de Títulos (LMT) o *Securities Market Line (SML)* en su traducción al inglés. La LMT nos indica todos los títulos o carteras bien valoradas en función de su nivel de riesgo beta, es decir, que su precio se encuentre en equilibrio ya sean estos eficientes o no ya que la eficiencia viene dada por el riesgo total del activo o cartera a estudiar.

Gráfico 8. Línea de Mercado de Capitales (LMT)



Analizando el Gráfico 8 se puede observar que los títulos 1, 5 y 6 se encuentran en equilibrio, es decir, están bien valorados por el mercado. Los títulos 2, 3, y 4 se sitúan por encima de la LMT y por tanto están infravalorados por el mercado (son títulos en los que es conveniente invertir ya que están baratos, combinándolos de manera adecuada para conseguir una cartera eficiente). Y por último, los títulos 8 y 7, son títulos sobrevalorados por el mercado y por tanto habría que dejar pasar algo más de tiempo a ver si el precio se corrige para poder invertir en ellos.

### 2.2.2. Las limitaciones del Modelo CAPM

En la historia económico financiera, donde los inversores pretenden obtener rentabilidades positivas en sus inversiones, se ha comprobado que, para que un inversor lleve a cabo una inversión de forma adecuada, ha de tener en cuenta no sólo la rentabilidad que espera de la inversión realizada sino también el riesgo que conlleva la misma, analizando dichos factores de medición de forma simultánea, no independientemente y valorando siempre las capacidades del inversor.

El CAPM ha sido y es, un modelo muy bien valorado por los diferentes investigadores de la materia de finanzas corporativas e inversores de todo el mundo dedicados a la valoración de activos, puesto que se trata de un modelo muy sencillo y práctico de valoración que recoge en gran medida las variables más relevantes que se pueden tener en cuenta a la hora de valorar los precios de los activos financieros.

Es por ello que el CAPM siempre ha estado en el punto de mira de todos los estudiosos, quienes han estado comprobando empíricamente, de forma continua a lo largo de los años, la funcionalidad de este modelo trasladándolo a la realidad evaluando diferentes títulos financieros en diversos mercados y para diferentes periodos temporales. De este modo, hay grandes y extensos trabajos realizados acerca de la evidencia empírica del modelo, pero sin ser estos irrefutables, haciéndose una gran distinción entre a los que les parece que el CAPM un modelo válido de valoración de precios de los activos y, a los que sin embargo, consideran que el modelo necesita varias modificaciones o que está sustentado en hipótesis poco realistas del mundo que nos rodea.

Partiendo de los estudios de Lintner (1965b), este cree conveniente, mediante un estudio empleando la metodología econométrica de corte transversal, añadir una nueva variable que mida la parte del riesgo diversificable<sup>1</sup> y, para ello incorpora la varianza de los residuos del Modelo de Mercado. Los resultados que obtiene con la investigación realizada son contradictorios con la teoría propuesta por el CAPM ya que observa un

---

<sup>1</sup> Recordemos que el modelo inicial del CAPM únicamente tiene en cuenta el riesgo sistemático pues una cartera bien gestionada podría diversificar el riesgo específico llegando a ser este nulo.

gran nivel de significación y elevado peso de la variable que mide el riesgo específico. Esto implicaría que los inversores no solamente deberían preocuparse por el riesgo sistemático sino también por el riesgo específico de un activo o cartera de inversión.

Este estudio fue ratificado posteriormente con las investigaciones de Miller y Scholes (1972) que, realizando un estudio muy similar al de John Lintner, señalan como factor desfavorable al modelo CAPM, propuesto inicialmente por Sharpe (1964), errores en la medición del riesgo sistemático.

Otro enfoque de estudio fue el realizado por Merton (1973) en su obra "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model". Merton hace una crítica del modelo estático (un único periodo) ya que las decisiones que realiza un inversor son muy diferentes para plazos de tiempo distintos (largo y corto plazo). Es decir, Merton quiere solucionar el binomio rentabilidad y riesgo estático que asume el inversor, haciéndolo cambiar a lo largo del tiempo.

Análisis muy importante fue el realizado por Roll (1977). Este desarrolla una crítica al modelo CAPM alegando que es un modelo teórico no contrastable con la realidad ya que habría que conocer la cartera de mercado y esta no es directamente observable ni medible dado que debería incluir todos y cada uno de los activos arriesgados de la economía y, además en la misma proporción que se den en la misma.

Levy (1978) preocupado por las imperfecciones existentes del mercado realiza un estudio observando la Bolsa de Nueva York donde concluye en base a los resultados obtenidos que, cuando los volúmenes de negociación de los activos son altos, la beta es una buena medición para explicar la rentabilidad de dichos activos. Sin embargo, cuando se da el caso contrario, es decir, que los volúmenes de negociación son bajos, el riesgo es suficiente para determinar la rentabilidad de los activos que se quiera analizar. Por tanto, Levy cree que sería apropiado, y no menos importante, diseñar un modelo de valoración de activos para mercados imperfectos, es decir, adaptado a la realidad.

Del mismo modo, Reinganum (1981) analizando e investigando también sobre el mercado estadounidense, afirma al igual que Levy, que la beta no es una buena medida para explicar las rentabilidades de las acciones en el mercado estadounidense.

Por otro lado, Fama y French (1993) realizan una investigación empírica para analizar la validez y precisión del modelo del CAPM estudiando el mercado estadounidense durante un amplio periodo de tiempo (desde 1941 hasta 1990). Estos llegaron a la conclusión de que la beta como variable explicativa de la volatilidad del activo financiero era muy débil, es decir, no explicaba para todas las observaciones la relación del activo con el mercado. Sin embargo, verificaron que las variables tamaño y el ratio book-to-market (valor en libros/ valor de mercado) tenían una gran significatividad en la explicación de las variaciones de los rendimientos esperados de los activos estudiados.

Hoy en día se sigue cuestionando el valor de la beta como una medida de riesgo válida y aceptada. Estrada (2002) propone una medida de riesgo diferente, el *downside* beta ( $d-\beta$ ) y por tanto establece un nuevo modelo llamado el *Downside* CAPM o su abreviatura D-CAPM.

Por tanto, se pueden destacar cuatro grandes bloques diferentes en cuanto al estudio y análisis de la crítica al modelo CAPM:

- El primer grupo estaría formado por aquellos que, como Lintner, en un primer momento, estudiaron la gestión del riesgo y analizaron si este estaría bien definido y si habría que tener en cuenta no sólo el riesgo sistemático sino también el específico.
- El segundo grupo podría ser el de los que piensan que el modelo inicial debería incluir mas variables que acerquen el modelo a la realidad empírica puesto que el CAPM hace suposiciones irreales e imposibles de ver en el mundo que nos rodea (Roll, 1977).
- Un tercer grupo se podría componer por Merton (1973) e investigadores que, después de su trabajo y análisis, tienen en cuenta el horizonte temporal de inversión, pasando así de un modelo estático como es el CAPM a modelos dinámicos.
- Y, el cuarto grupo, todos los que han estudiado e investigado la fiabilidad de la beta como medida de valoración de la rentabilidad esperada de un activo financiero, impulsado dicho análisis por Fama y French (1972).

## **CAPÍTULO III**

# **MODELOS SURGIDOS A RAÍZ DEL PLANTEAMIENTO CAPM**

### III. MODELOS SURGIDOS A RAÍZ DEL PLANTEAMIENTO DEL CAPM

Como consecuencia de las limitaciones del Modelo CAPM en su aplicación empírica a la realidad, descritas en el apartado anterior, son muchos los autores que estudian otros modelos complementarios en base al modelo inicial del CAPM intentando corregir así las imperfecciones o los errores que puedan haber en el modelo.

A lo largo de los años surgieron diferentes modelos de valoración a raíz del modelo inicial propuesto por William Sharpe en 1964, CAPM. De esta forma, Black (1972) desarrolla el modelo zero-beta CAPM, es decir, un modelo que trabaja una cartera con riesgo sistemático igual cero, lo que es lo mismo decir, una cartera formada por títulos con beta igual a cero.

Más adelante, Merton en el año 1973 estudiando el problema de valoración de activos financieros mediante un modelo estático como el CAPM, crea un nuevo modelo a partir de este llamado el Intertemporal CAPM o CAPM Intertemporal (su abreviatura, I-CAPM).

Ross en 1976, y unos años atrás junto a Roll (1980), crearon el Modelo APT (Arbitrage Pricing Model) o teoría de Valoración por Arbitrage traducido al castellano, basado a su vez en el modelo de valoración CAPM.

Aparece también durante la década de los 70', casi 80', el denominado C-CAPM (Consumption CAPM). Dicho modelo, ideado inicialmente por Rubinstein (1976), más tarde Lucas (1978), y finalmente por Breeden (1979) trata de valorar activos basados en el consumo.

Por último, y más reciente, en el año 2002, Javier Estrada, preocupado por la validez de la beta como una medida de riesgo para calcular la rentabilidad de los activos, elabora un nuevo modelo denominado D-CAPM (Downside CAPM).

### 3.1. Modelo zero-beta de Black (1972)

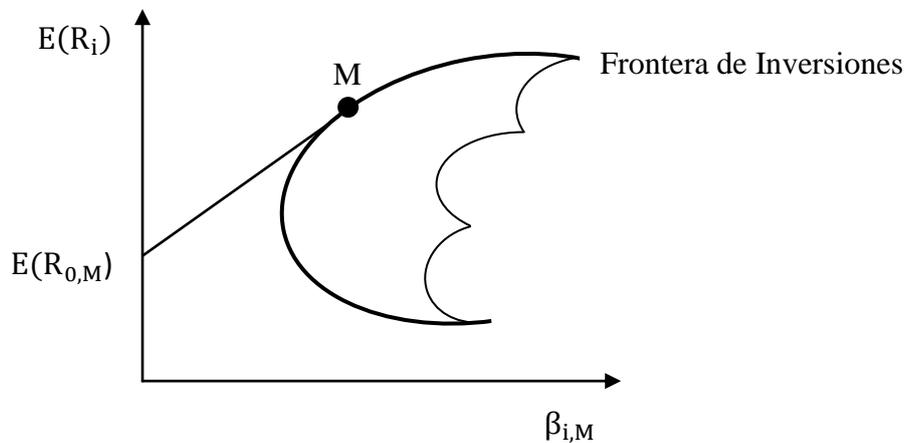
Black (1972) plantea un modelo zero-beta, partiendo de las premisas/ hipótesis del modelo CAPM inicial con una diferencia: el no exigir pedir prestado ni prestar dinero a la tasa del activo libre de riesgo.

El inversor, al no tener la posibilidad de invertir en el activo libre de riesgo, formará una cartera cuya correlación con la cartera de mercado sea igual a cero, es decir, Black basa su modelo en la existencia de una cartera cuya beta es igual a cero ya que cree que el activo libre de riesgo no se da siempre como condición necesaria en todos los estados de la naturaleza.

De esta forma, a partir del modelo CAPM clásico, se deriva:

$$E(R_i) = E(R_{0,M}) + \beta_{i,M} * (R_M - E(R_{0,M}))$$

*Gráfico 9. Gráfico Modelo Zero-Beta de Black (1972)*



Donde,  $E(R_i)$  es la rentabilidad esperada de la cartera o el activo que se esté estudiando formada en un tanto por ciento por la cartera con beta igual a cero, y el tanto por ciento restante por la cartera de mercado;  $E(R_{0,M})$  es la rentabilidad esperada de la cartera o activo financiero con beta igual a cero con respecto a la cartera de mercado;  $\beta_{i,M}$  es la sensibilidad del rendimiento del activo o cartera a estudiar ante variaciones en el rendimiento de la cartera de mercado; y, por último,  $(R_M - E(R_{0,M}))$  es la prima de riesgo de mercado cuando se da la inexistencia de un activo libre de riesgo.

La utilidad y funcionamiento de este modelo es exactamente igual al del modelo propuesto por Sharpe (1964) en un principio a diferencia de que en el CAPM se contemplaba la existencia de un activo libre de riesgo ( $R_f$ ) de manera que existía la posibilidad de pedir o prestar dinero a la tasa del activo libre de riesgo y, sin embargo, este nuevo modelo zero-beta propuesto por Black (1972), al no concebir el activo libre de riesgo seguro, propone una solución: formar una cartera de activos que tenga beta cero con respecto a la cartera de mercado ( $E(R_{0,M})$ ).

### **3.2. Modelo I-CAPM de Merton (1973)**

El modelo de valoración I-CAPM (CAPM Intertemporal) o CAPM en tiempo continuo fue creado por Robert Merton en 1973 y desarrollado en su artículo "An intertemporal Capital Asset Pricing",

Merton intentando acercarse más a un mundo real, resuelve una de las limitaciones del modelo CAPM clásico respecto al comportamiento estático de los precios a través del tiempo en las decisiones de inversión de los agentes que actúan en el mercado financiero.

El resultado es un modelo de valoración de activos financieros que divide el riesgo sistemático inicial del CAPM en dos factores: por un lado se tendría la rentabilidad de la cartera de mercado común para todos los inversores, al igual que se daba en el CAPM; y por otro lado, y de este modo realizar un modelo intertemporal, surge una nueva variable que determina el estado de la economía.

De esta forma, el modelo justifica y demuestra que los rendimientos son cambiantes a medida que cambia el periodo económico. Además explica las diferencias entre rentabilidades esperadas que pueden surgir en diversos activos financieros objeto de estudio que poseen una misma beta de mercado en un mismo periodo, ya que pueden tener una relación positiva o negativa (beta) con respecto a la nueva variable incluida en el modelo. Es decir, existe un factor de riesgo adicional que hace que la rentabilidad de un activo sea mayor o menor al rendimiento de otro, con mismas características

iniciales, dependiendo de la relación que tenga con este nuevo factor, denominado "relación con el estado de la economía".

Por tanto, el modelo estaría expresado de la siguiente forma:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i,M} * (R_M - R_f) + \sum_{k=1}^N \beta_{i,K} * (E(R_k) - R_f)$$

Donde la nueva variable  $\sum_{k=1}^N \beta_{i,K} * (R_k - R_f)$  incluye todos los factores macroeconómicos (PIB, tipos de interés, deuda empresarial...) que afectan al rendimiento de nuestro activo dependiendo del periodo económico a estudiar (auge, recesión, expansión y crisis). De esta forma, el activo tendrá una relación (positiva o negativa) con el nuevo factor añadido, determinada esta relación por la beta ( $\beta_{i,K}$ ), diferente para cada factor que se integre en el modelo.

Cabe señalar que esta variable que Merton incluye en su modelo, no es definida en ningún momento por el autor, quedando así a creencias basadas en expectativas futuras o estudios pasados del analista que esté valorando el título.

### **3.3. Modelo APT de Ross (1976)**

Del mismo modo que el CAPM, la Teoría de Valoración por Arbitraje (APT - *Arbitrage Pricing Theory*) desarrollada por Stephen Ross (1976) y unos años más tarde demostrada empíricamente por Ross y Roll (1980), es un modelo que trata de llegar a conclusiones sobre los precios de los activos financieros con un marco teórico menos rígido que el de los modelos de equilibrio. A diferencia del modelo CAPM, el APT intenta buscar dicho precio mediante operaciones de arbitraje<sup>2</sup> basado en el principio de que dos cosas idénticas no pueden venderse a un precio diferente.

---

<sup>2</sup> El arbitraje consiste en realizar dos operaciones compra/ venta en el mercado simultáneamente (comprar lo que se encuentre barato y vender lo que se encuentre caro) de forma que se consiga un beneficio conocido y seguro con riesgo cero.

En un mercado competitivo los inversores formarán sus carteras en base a los "fallos" del mercado, es decir, perseguirán los beneficios producidos por operaciones de arbitraje. A medida que las operaciones de arbitraje van sucediendo, el mercado se va equilibrando llegando a un punto en el que no existan oportunidades de arbitraje.

El modelo APT se desarrolla como un modelo factorial multi-índice ya que, además de utilizar la rentabilidad de cada uno de los títulos, también puede utilizar, para medir el riesgo, un conjunto de betas, es decir, la relación de ese título o conjunto de títulos con diferentes índices de referencia.

Una diferencia por tanto con el modelo CAPM clásico de Sharpe (1964) donde solo se tenía una beta, es decir, solo poseía una medida de riesgo; es que ahora se pasa a tener diferentes medidas de riesgo, tantas como índices se crean que están influyendo en la rentabilidad de dicho título.

El modelo factorial en el que se apoya el modelo APT quedaría planteado como:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i,1} * (E(R_1) - R_f) + \beta_{i,2} * (E(R_2) - R_f) + \dots + \beta_{i,n} * (E(R_n) - R_f)$$

El ATP puede parecer muy similar al modelo I-CAPM propuesto por Merton (1973) que también incluía múltiples betas al modelo. Sin embargo, el primer factor del modelo de Merton se identifica explícitamente con el modelo de mercado del CAPM ( $R_f + \beta_{i,M} * (R_M - R_f)$ ) mientras que el modelo APT de Ross deja más libertad a la elección de los factores que pueden influir al rendimiento esperado del activo financiero.

Por otro lado, al igual que ocurría con el I-CAPM, los autores de este nuevo modelo, no definen cuáles deberían de ser los factores a estudiar, sino que lo dejan a elección del analista en base a sus creencias basadas en estudios pasados y expectativas futuras.

### 3.4. Modelo C-CAPM de Rubinstein (1976)

Con el trabajo inicial de Rubinstein (1976) simultáneamente con Lucas (1978) y Breeden (1979) aparece el *Consumption Capital Asset Pricing Model* (C-CAPM) o lo que es lo mismo en su traducción al castellano, el CAPM basado en el consumo.

Este modelo analiza el problema que tienen los agentes, o conjunto de inversores, a la hora de gestionar sus carteras para determinar la cantidad de riqueza que quieren invertir y la cantidad de riqueza que necesitan para consumir.

Todos los agentes en el mercado económico financiero han de optimizar sus preferencias consumiendo para un periodo de tiempo definido una cantidad de riqueza determinada correspondiente a dicho periodo de tiempo. Por lo que, según este modelo, la tasa a la que el inversor está dispuesto a reducir su consumo actual para incrementar su consumo futuro, es decir, para dedicar más parte a la cantidad a invertir ahora, representa la variable con la que se medirá el riesgo sistemático de los activos financieros a estudiar. Esta variable se denomina tasa de crecimiento del consumo.

El cálculo de la rentabilidad esperada en base al modelo C-CAPM viene dado por la siguiente ecuación:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i,c} * (R_M - R_f)$$

Se puede observar como ahora la tasa de crecimiento del consumo y la aversión al riesgo que posean los inversores serán las responsables en la determinación de la rentabilidad esperada y nivel de riesgo asumido.

En la ecuación anterior descrita:  $R_f$  es la tasa del activo libre de riesgo;  $\beta_{i,c}$  determina la volatilidad de la rentabilidad esperada del título con respecto a las variaciones/ cambios en las necesidades de consumo. Esta beta se denomina la beta de consumo. Por último  $(R_M - R_f)$  es la prima de riesgo del mercado.

A diferencia del CAPM clásico, la beta del modelo C-CAPM no se mide con respecto a la riqueza agregada del mercado, sino que determina el riesgo del activo financiero usando la covarianza de las rentabilidades de los activos con el consumo agregado futuro (que es considerado para este modelo un riesgo sistemático).

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, \text{crecimiento del consumo})}{\text{Cov}(R_m, \text{crecimiento del consumo})}$$

Analizando, si un activo ofrece rentabilidades altas en periodos de tiempo en el que las preferencias del inversor por el consumo son altas o, una rentabilidad esperada baja cuando las preferencias por el consumo son bajas, se estaría hablando de un activo arriesgado ya que se mueve, tiene una relación positiva, con el ciclo: genera flujos que no corresponden con las necesidades de consumo del periodo. Sin embargo, si un activo financiero tuviera rentabilidades con una relación negativa al ciclo de consumo, es decir, por ejemplo produce flujos altos cuando el periodo es de bajo consumo o viceversa, se estaría hablando de un activo de cobertura.

El C-CAPM ha sido muy relevante a lo largo de los años más como un modelo de valoración teórico, por su visión dinámica de la economía, que empírico. La razón está en que no todos los consumidores que representan la economía forman parte activa del mercado de capitales y, por tanto, el vínculo básico entre el consumo y la rentabilidad esperada de los activos financieros no puede mantenerse de una forma cierta.

### **3.5. Modelo de los Tres-Factores de Fama y French (1993)**

Fama y French (1993) realizaron una investigación empírica estudiando la beta ( $\beta$ ) empleada en el modelo inicial CAPM, concluyendo que, dicha variable no explica, para una muestra representativa de observaciones, la rentabilidad de los activos financieros.

En su trabajo analizaron el mercado estadounidense durante un periodo de tiempo de aproximadamente 50 años (desde 1941 hasta 1990) intentando buscar variables que explicasen la rentabilidad esperada de los activos de una manera más significativa que la beta inicial empleando un modelo econométrico de corte transversal. Llegaron a la conclusión de que las variables tamaño y ratios tales como PER (Price to Earnings Ratio), deuda/ equity o book-to-market (valor en libros/ valor en el mercado) explicaban de una manera más representativa la relación entre la variable objeto de estudio (en este caso el tamaño y los diferentes ratios) y el retorno del activo financiero.

De este modo, y a raíz de los resultados obtenidos en el estudio realizado, Fama y French (1993) desarrollan un modelo denominado Modelo de Tres Factores siguiendo con la misma línea y sencillez del modelo clásico CAPM, incorporando dos nuevas variables objeto de estudio que, según estos autores, son cruciales tenerlas en cuenta y analizarlas a la hora de calcular la rentabilidad esperada de cualquier título de la economía financiera.

El modelo de tres factores propuesto expone que el rendimiento de cualquier activo o cartera está explicado tanto por la sensibilidad de dicho rendimiento ante variaciones en las rentabilidades de la cartera de mercado, es decir, la beta del modelo CAPM clásico, así como por la sensibilidad de dicho activo al tamaño del mismo, denominado SMB, y al ratio book-to market definido como HML:

- SMB (*Small Minus Big*) - Mide la rentabilidad esperada adicional que históricamente los inversores han ido adquiriendo invirtiendo en diferentes activos de compañías con una capitalización relativamente pequeña, lo que denominan "*premium size*" (tamaño premium). SMB es la diferencia entre la rentabilidad del activo con menos tamaño y la rentabilidad del activo de mayor tamaño en una cartera.
- HML (*High Minus Low*) - Mide el "*premium value*" (valor premium) dado por las inversiones en compañías con un alto ratio book-to-market. HML es la diferencia entre la rentabilidad del activo de la compañía con mayor ratio book-to-market y la rentabilidad del activo de la compañía con menor ratio book-to-market en una cartera.

Siguiendo con estas asunciones, el modelo de los tres factores queda expresado de la siguiente manera:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * (R_M - R_f) + \beta_{SMB} * E(R_{SMB}) + \beta_{HML} * E(R_{HML})$$

Donde  $[R_f + \beta_i * (R_M - R_f)]$  viene dado por el modelo del CAPM inicial;  $E(R_{SMB})$  es la rentabilidad esperada del factor SML;  $E(R_{HML})$  es la rentabilidad esperada del factor HML;  $\beta_{SMB}$  y  $\beta_{HML}$  son las sensibilidades de la rentabilidad del activo que se esté estudiando ante variaciones en la rentabilidad de la nueva variable correspondiente.

La idea de analizar estos factores es que SMB mide el riesgo del tamaño de la compañía, es decir, las compañías más pequeñas son más sensibles a los factores de riesgo que las compañías grandes ya que tienen menos capacidad para absorber factores negativos de la economía. Por ejemplo en una crisis las empresas que más sufren las consecuencias son las pequeñas, y por tanto, la relación entre el tamaño y al rentabilidad de un título es negativa. Por otro lado, la idea que alberga detrás del concepto de HML, es que aquellas compañías con mayor ratio book-to-market son más propensas a sufrir los peligros o amenazas financieras que aquellas compañías que tienen un ratio book-to-market menor y, por consiguiente, los inversores están expuestos a un mayor nivel de riesgo cuando invierten en activos con un alto ratio book-to-market por lo que esperarán una mayor rentabilidad como contrapartida.

### **3.6. Modelo D-CAPM de Estrada (2002)**

Estrada (2002) preocupado por la validación de la beta del modelo CAPM clásico propone una nueva medición del riesgo a la que denomina "*downside beta*" diseñando así un nuevo modelo al que llama D-CAPM (*Downside CAPM*) y desarrolla en su artículo "*Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM*" publicado en 2002.

Estrada sostiene que la medición del riesgo de un activo financiero mediante la varianza de las rentabilidades del mismo, supuesto del modelo CAPM, es errónea dado que dichas rentabilidades deberían seguir una distribución simétrica y normal y esto no es aplicable en la realidad para todos los valores de la economía. Por tanto, para la solución de este problema, propone que el riesgo se mida mediante la semivarianza de las rentabilidades de los títulos financieros ya que, como explica Estrada en su artículo, la semivarianza tiene en cuenta la aversión al riesgo de los inversores cuando la variación de este es negativa, es decir, a los inversores no les disgustan las volatilidades de las rentabilidades de los activos financieros, sin embargo, lo que no les gusta es una volatilidad a la baja de la rentabilidad; además, la semivarianza es útil para distribuciones tanto simétricas como asimétricas y, combina la información de varianza y desviación de los datos proporcionados. A ello se le suma que el uso de la

semivarianza continúa con la simplicidad del modelo CAPM aplicado a este nuevo modelo.

Como consecuencia del uso de la semivarianza para el cálculo del riesgo, se genera un nuevo modelo basado en la media-semivarianza.

Si en el modelo CAPM la utilidad de un inversor venía determinada por la media y la varianza, ahora en el modelo D-CAPM dicha utilidad vendrá determinada por la media y la semivarianza siendo esta  $\Sigma_i$  (definida así por Estrada, 2002):

$$\Sigma_i = \sqrt{E\{\text{Min}[(R_i - E(R_i)), 0]^2\}}$$

La cosemivarianza de un título con respecto al mercado (M) sería  $\Sigma_{i,M}$  (definida así por Estrada, 2002):

$$\Sigma_{i,M} = E\{\text{Min}[(R_i - E(R_i)), 0] * [(R_M - E(R_M)), 0]\}$$

Y, siguiendo con las explicaciones de Javier Estrada (2002), la correlación vendría detallada como:

$$\Theta_{i,M} = \frac{\Sigma_{i,M}}{\Sigma_i \Sigma_M}$$

Por tanto, el *downside* beta de un determinado activo  $i$  quedaría expresado:

$$\beta_i^D = \frac{\Sigma_{i,M}}{\Sigma_M^2} = \frac{\Sigma_i}{\Sigma_M} * \Theta_{i,M}$$

Quedando el modelo D-CAPM definido de la siguiente manera:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i^D * (R_M - R_f)$$

Estrada pone en práctica este modelo en mercados emergentes para su demostración empírica empleando datos extraídos de Morgan Stanley en el año 2001 y concluye en base a los resultados extraídos que el *downside beta* es la medición del riesgo más significativa, ya que explica casi el 55% de la variabilidad de las rentabilidades esperadas en un estudio de corte transversal en mercados emergentes.

Uno de los resultados más sorprendentes del estudio realizado por Estrada, y que este quiere resaltar, es que las rentabilidades esperadas obtenidas mediante el modelo D-CAPM son un 2,5% superiores a las rentabilidades obtenidas por el modelo CAPM clásico. Esta diferencia sustancial, según palabras textuales del autor "puede romper muchos proyectos de inversión y afectar significativamente a la valoración de empresas [...]. Esta diferencia es demasiado grande como para que los agentes que participan en las inversiones de los mercados lo tomen a la ligera o simplemente lo pasen por alto."

Sin embargo, el D-CAPM no se escapa de las críticas. Sergei Cheremushkin (2009) realiza una crítica constructiva en su artículo "*Why D-CAPM is a Big Mistake? The Incorrectness of the Cosemivariance Statistics*" alegando que a pesar de que la medida de la semivarianza es bastante útil, la fórmula para el cálculo de la cosemivarianza es un estadístico mal formulado pues no puede representar las relaciones reales entre dos activos ya que esta medida no tiene en cuenta la capacidad de un activo cuando su rendimiento va al alza de cubrir el riesgo de otro activo incorporado en la cartera cuando este va a la baja y por tanto la rentabilidad esperada obtenida no es cierta ni segura.

# **CAPÍTULO IV**

## **CONCLUSIÓN**

## IV. CONCLUSIÓN

### 4.1. Conclusiones

El presente Trabajo de Fin de Grado consta de un estudio y análisis los modelos de valoración de activos financieros desde el inicio de los mismos promovido por Harry Markowitz para el posterior desarrollo del modelo CAPM, elaborado por William Sharpe en una primera instancia y a quien se reconoció públicamente el trabajo realizado, hasta llegar al análisis de otros modelos resultantes surgidos en base a las limitaciones de este último modelo.

Hoy por hoy el CAPM es el modelo más aceptado y utilizado en la práctica ya que se trata de un modelo que presenta gran sencillez matemática y simplicidad empírica y, aunque requiere de una revisión de los datos por parte de inversor, se acerca mucho al precio real que el activo debería obtener en el mercado financiero. Cabe resaltar, que todos estos modelos de valoración de activos han sido contrastados fundamentalmente para la valoración de acciones y empresas y que no sería aplicable a otros activos financieros como pueden ser los bonos o derivados.

A lo largo de la historia de la economía financiera se ha exigido al modelo CAPM que representase o pudiese predecir los precios de las acciones de manera que fuesen iguales al precio teórico que debería tener dicho activo en el mercado. Por ello, muchos economistas de todo el mundo, a raíz de múltiples análisis y estudios de evidencia empírica realizados, han observado diferentes limitaciones presentes en el modelo inicial. Esto ha dado lugar posteriormente al planteamiento de otros modelos de valoración intentado corregir las barreras presentes, de modo que se pudiese llegar a un modelo lo más preciso posible.

Entre las limitaciones que se analizan en el modelo se pueden clasificar en cuatro aspectos principales:

1. En cuanto a la gestión y análisis del riesgo estudiado se debatió si este estaría bien definido y si habría que tener en cuenta no sólo el riesgo sistemático sino también el específico.
2. Se demostró, en base a un modelo econométrico de corte transversal, la existencia de otras variables explicativas (ratios) en cuanto a la rentabilidad esperada del título objeto de estudio.
3. Se criticó la existencia de inestabilidad temporal del modelo ya que el CAPM se trata de un modelo estático.
4. Y, por último, se cuestionó si el coeficiente beta como medida de riesgo presenta una relación significativa con la rentabilidad esperada del activo financiero.

Finalmente, y como consecuencia de las limitaciones descritas, surgieron modelos de valoración dinámicos, modelos factoriales para predecir el precio de los activos financieros y modelos con medidas de riesgo diferentes. Todos ellos completamente válidos pero, ya sea por la complejidad matemática que presentan, poca contrastación empírica, o modelos muy expuestos a expectativas y creencias de los analistas, dejando grandes diferencias entre unos inversores y otros dependiendo de las variables presentes en el estudio a realizar, el modelo CAPM sigue siendo hoy en día el modelo más manejado por todos los expertos en el mundo de la economía financiera. Aun así, a día de hoy, se sigue debatiendo el modelo y estudiando sus limitaciones para quizás, algún día, llegar a desarrollar el modelo perfecto.

## **4.2. Limitaciones**

A la hora de elaborar este Trabajo de Fin de Grado la principal limitación encontrada en cuanto a el estudio y análisis del tema a tratar ha sido los documentos consultados.

Las investigaciones realizadas presentan una gran complejidad matemática lo que dificulta la comprensión de los modelos de valoración de activos financieros en profundidad y por ello es muy complicado ahondar en dichos modelos de valoración, expuestos en esta investigación. Además, cada autor emplea una nomenclatura matemática diferente para referirse a las variables objeto de estudio en sus respectivos desarrollos de los modelos de valoración. Ello hace que a la hora de recopilar y exponer todos los modelos en una misma nomenclatura resulte más laborioso y arduo la interpretación adecuada de los diferentes modelos de valoración consultados.

### **4.3. Recomendación y futuras líneas de estudio**

Después de haber analizado y tratado los diferentes modelos de valoración que se exponen a lo largo de esta investigación, se puede indicar que para la correcta obtención del precio de un determinado activo, en este caso las acciones, es necesaria una revisión por parte del analista del modelo empleado, pudiendo incluso este mismo corregir los valores de alguna variable (por ejemplo el riesgo beta) que se crea conveniente por las expectativas que se tengan del mercado.

La valoración de los activos financieros es un tema que puede ser estudiado desde diferentes puntos de vista o áreas de investigación. En cuanto al estudio e investigación del modelo CAPM, futuras líneas de estudio podrían ser analizadas de la siguiente manera:

- A la hora de estudiar el CAPM se podría ampliar la investigación no sólo estudiando aquellos modelos de valoración de acciones que se han visto influenciados directamente por el CAPM, sino aquellos que valoran otro tipo de activo financiero y que en cierta medida, tuvo el CAPM su influencia o base de estudio para la elaboración del mismo.
- Realizar una revisión y evidencia empírica de todos los modelos propuestos en un mercado determinado, de manera que se pueda contrastar la limitación corregida del CAPM con la realidad, resolviendo la pregunta ¿es cierto que este modelo mejora los resultados del CAPM inicial?

## BIBLIOGRAFÍA

- Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45, 444-454.
- Black, F., Jensen, M. C. y Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests". En *Studies in the Theory of Capital Markets* (págs. 79-121). Nueva York: Jensen, Michael C., Praeger Publishing Co.
- Breeden, D. T. (1979). An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of Finance*, 7, 265-296.
- Campbell, J. (2000). Asset pricing at the Millennium. *Journal of Finance*, LV(4).
- Cheremushkin, S. V. (2009). Why D-CAPM is a Big Mistake? The Incorrectness of the Cosemivariance Statistics. *Mordovian State University*.
- Cvitanic, J. y Zapatero, F. (2008). *Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets*. Massachussets: The MIT Press.
- Duffie, D. (1988). *Security Markets: Stochastics Models*. California: Academic Press.
- Elton, E., Gruber, M., Brown, S. y Goetzmann, W. (2011). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Asia: Wiley.
- Estrada, J. (2002). *Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM*. Barcelona: Department of finance: IESE Business School.
- Fama, E. (1965). The behavior of Stock Prices. *Journal of Business*, 34-105.
- Fama, E. y French, K. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- Fama, E. y French, K. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 18(3), 25-46.
- García Padrón, Y. y García Boza, J. (2005). El Modelo CAPM a través de los tiempos. Revisión de la evidencia empírica. *Ciencia y Sociedad*, XXX(3), 411-437.
- Keynes, J. M. (1936). General Theory of Employment, Interest y Money. *Harvard Business Review*, 29(5), 107-110.

- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.
- Lintner, J. (1965b). Security prices risk: The theory and comparative analysis of ATyT and leading industrials". En *Conference on "The economics of regulated public utilities"*. Chicago: University of Chicago.
- Lucas, R. E. (1978). Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, 46, 1429-1446.
- Luenberger, D. G. (1998). *Investment Science*. New York: Oxford University Press.
- Mangram, M. E. (2013). A Simplified Perspective of the Markowitz Portfolio Theory. *Global Journal Of Business Research*, 7(1), 59-69.
- Marín, J. y Rubio, G. (2001). *Economía Financiera*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 77-91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*. New York: Wiley.
- Merton, R. (1994). *Influence of mathematical models in finance on practice: past, present and future*. Boston: Royal Society.
- Merton, R. (1973). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41, 867-887.
- Miller, M. (1999). The History of Finance. *The Journal of Portfolio Management*, 7.
- Miller, M. y Scholes, M. (1972). Rates of return in relation to risk: a reexamination of some recent findings. En *Studies in the Theory of Capital Markets* (págs. 47-78). Nueva York: Michael C. Jensen, Praeger Publishing Co.
- Miller, M. y Meiners, R. (1989). *Microeconomía*. Madrid: McGraw-Hill.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in Capital Asset Market. *Econometrica*, 768-783.
- Reinganum, M. (1981). A new empirical perspective on the CAPM. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 16(4), 439-462.

- Roll, R. (1977). A critique of Assets Pricing Theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129-176.
- Roll, R. y Ross, S. (1980). An Empirical Investigation of The Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, 1073.
- Ross, S. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* (13), 341-360.
- Ross, S., Westerfield, R. y Jordan, B. (2011). *Essentials of Corporate Finance* (7 ed.). The McGraw Hill.
- Rubinstein, M. (1976). The valuation of uncertain income streams and the price of options. *Bell Journal of Economics*, 7, 407-425.
- Samuelson, P. (1965). Proof That Prosperly Anticiated Prices Fluctuated Randomly. *Industrial Management Review*, 41-49.
- Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behaviour towards risk. *The review of economic studies*, 65-86.
- Tobin, J. (1969). Comment on Borch and Feldstein. *The review of economic studies*, 13-14.
- Treynor, J. (1961). Toward a Theory of Market Value Risk Assets. En *Asset Pricing and Portfolio Performance* (págs. 15-22). Londres: Risk Books.