



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

LA FÍSICA DE LA MOVILIDAD URBANA

Autor: Gonzalo Villar Lorente

Director: Mario Castro Ponce

Madrid

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título

La Física de la Movilidad Urbana

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el

curso académico 2020/2021 es de mi autoría, original e inédito y

no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos.

El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido

tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Gonzalo Villar Lorente

Fecha: 10 / 06 / 2021

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO



Fdo.: Mario Castro Ponce

Fecha: 10 / 06 / 2021

AUTORIZACIÓN PARA LA DIGITALIZACIÓN, DEPÓSITO Y DIVULGACIÓN EN RED DE PROYECTOS FIN DE GRADO, FIN DE MÁSTER, TESIS O MEMORIAS DE BACHILLERATO

1º. Declaración de la autoría y acreditación de la misma.

El autor D. Gonzalo Villar Lorente

DECLARA ser el titular de los derechos de propiedad intelectual de la obra:

La Física de la Movilidad Urbana, que ésta es una obra original, y que ostenta la condición de autor en el sentido que otorga la Ley de Propiedad Intelectual.

2º. Objeto y fines de la cesión.

Con el fin de dar la máxima difusión a la obra citada a través del Repositorio institucional de la Universidad, el autor **CEDE** a la Universidad Pontificia Comillas, de forma gratuita y no exclusiva, por el máximo plazo legal y con ámbito universal, los derechos de digitalización, de archivo, de reproducción, de distribución y de comunicación pública, incluido el derecho de puesta a disposición electrónica, tal y como se describen en la Ley de Propiedad Intelectual. El derecho de transformación se cede a los únicos efectos de lo dispuesto en la letra a) del apartado siguiente.

3º. Condiciones de la cesión y acceso

Sin perjuicio de la titularidad de la obra, que sigue correspondiendo a su autor, la cesión de derechos contemplada en esta licencia habilita para:

- a) Transformarla con el fin de adaptarla a cualquier tecnología que permita incorporarla a internet y hacerla accesible; incorporar metadatos para realizar el registro de la obra e incorporar “marcas de agua” o cualquier otro sistema de seguridad o de protección.
- b) Reproducirla en un soporte digital para su incorporación a una base de datos electrónica, incluyendo el derecho de reproducir y almacenar la obra en servidores, a los efectos de garantizar su seguridad, conservación y preservar el formato.
- c) Comunicarla, por defecto, a través de un archivo institucional abierto, accesible de modo libre y gratuito a través de internet.
- d) Cualquier otra forma de acceso (restringido, embargado, cerrado) deberá solicitarse expresamente y obedecer a causas justificadas.
- e) Asignar por defecto a estos trabajos una licencia Creative Commons.
- f) Asignar por defecto a estos trabajos un HANDLE (URL *persistente*).

4º. Derechos del autor.

El autor, en tanto que titular de una obra tiene derecho a:

- a) Que la Universidad identifique claramente su nombre como autor de la misma
- b) Comunicar y dar publicidad a la obra en la versión que ceda y en otras posteriores a través de cualquier medio.
- c) Solicitar la retirada de la obra del repositorio por causa justificada.
- d) Recibir notificación fehaciente de cualquier reclamación que puedan formular terceras personas en relación con la obra y, en particular, de reclamaciones relativas a los derechos de propiedad intelectual sobre ella.

5º. Deberes del autor.

El autor se compromete a:

- a) Garantizar que el compromiso que adquiere mediante el presente escrito no infringe ningún derecho de terceros, ya sean de propiedad industrial, intelectual o cualquier otro.
- b) Garantizar que el contenido de las obras no atenta contra los derechos al honor, a la intimidad y a la imagen de terceros.
- c) Asumir toda reclamación o responsabilidad, incluyendo las indemnizaciones por daños, que pudieran ejercitarse contra la Universidad por terceros que vieran infringidos sus derechos e intereses a causa de la cesión.
- d) Asumir la responsabilidad en el caso de que las instituciones fueran condenadas por infracción

de derechos derivada de las obras objeto de la cesión.

6°. Fines y funcionamiento del Repositorio Institucional.

La obra se pondrá a disposición de los usuarios para que hagan de ella un uso justo y respetuoso con los derechos del autor, según lo permitido por la legislación aplicable, y con fines de estudio, investigación, o cualquier otro fin lícito. Con dicha finalidad, la Universidad asume los siguientes deberes y se reserva las siguientes facultades:

- La Universidad informará a los usuarios del archivo sobre los usos permitidos, y no garantiza ni asume responsabilidad alguna por otras formas en que los usuarios hagan un uso posterior de las obras no conforme con la legislación vigente. El uso posterior, más allá de la copia privada, requerirá que se cite la fuente y se reconozca la autoría, que no se obtenga beneficio comercial, y que no se realicen obras derivadas.
- La Universidad no revisará el contenido de las obras, que en todo caso permanecerá bajo la responsabilidad exclusiva del autor y no estará obligada a ejercitar acciones legales en nombre del autor en el supuesto de infracciones a derechos de propiedad intelectual derivados del depósito y archivo de las obras. El autor renuncia a cualquier reclamación frente a la Universidad por las formas no ajustadas a la legislación vigente en que los usuarios hagan uso de las obras.
- La Universidad adoptará las medidas necesarias para la preservación de la obra en un futuro.
- La Universidad se reserva la facultad de retirar la obra, previa notificación al autor, en supuestos suficientemente justificados, o en caso de reclamaciones de terceros.

Madrid, a 10 de junio de 2021

ACCEPTA

[Signature]

Fdo.....

Motivos para solicitar el acceso restringido, cerrado o embargado del trabajo en el Repositorio Institucional:



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

LA FÍSICA DE LA MOVILIDAD URBANA

Autor: Gonzalo Villar Lorente

Director: Mario Castro Ponce

Madrid

LA FÍSICA DE LA MOVILIDAD URBANA

Autor: Villar Lorente, Gonzalo.

Director: Castro Ponce, Mario.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

RESUMEN DEL PROYECTO

Comprender la movilidad humana es fundamental para comprender la propagación de una epidemia, la planificación de las infraestructuras de transporte o el urbanismo. Gracias al volumen masivo de datos generados por las redes sociales (como Twitter), es posible tener información detallada de los desplazamientos interurbanos. En este trabajo se analiza el problema de la movilidad tomando prestados conceptos tradicionales de la Física como los campos conservativos o el potencial para analizar los patrones de desplazamientos diarios de la población utilizando datos de geolocalización de redes sociales.

Palabras clave: Migración pendular, movilidad, ingeniería urbanística, epidemia, confinamiento, desplazamiento, potencial, atracción.

1. Introducción

El siglo XX trajo numerosos cambios a la sociedad de la época, cambios que aún persisten en nuestros días. Muchos de esos avances fueron en el mundo del transporte (tanto privado como público), lo que facilitó que hoy en día, la mayoría de los adultos se desplacen a varios kilómetros de sus casas para ir a trabajar o estudiar. Este movimiento diario desde el lugar de residencia al de trabajo o estudio se conoce como migración pendular (*commuting* en inglés) y se caracteriza por su naturaleza cíclica de ida y vuelta, normalmente, en el mismo día. Gracias a estas migraciones diarias se ha logrado ampliar el horizonte de búsqueda de trabajo, la deslocalización de las residencias, y la maximización de las oportunidades laborales. Este proyecto busca un acercamiento al estudio de este tipo de desplazamientos desde un enfoque físico y matemático, transformando los desplazamientos en campos vectoriales que se comportan como sistemas de atracción gravitatoria o eléctrica.

El estudio de las migraciones desde un punto de vista matemático no es nuevo, y existen trabajos pioneros en la materia que datan de los siglos XIX y XX. Autores como H. C. Carey [1] y G. K. Zipf [3] propusieron sus propios modelos y ecuaciones para describirlas, aunque muchas veces motivados por la intuición y no por los datos (escasos en la época). Sin embargo, se trata de estudios que modelan migraciones permanentes entre ciudades muy alejadas las unas de las otras. Recientemente, Mazzoli et al., han revolucionado el análisis del problema ya que tratan de dar una perspectiva matemática a las migraciones pendulares de los ciudadanos y que descubren una relación entre estos desplazamientos y la atracción gravitatoria, demostrando que los núcleos de población más densos “atraen” a más viajeros [2].

2. Definición del proyecto

El proyecto se divide en dos partes que combinan la teoría y la aplicación práctica. La primera parte asienta las bases del modelo que se va a estudiar desde un marco teórico. En él se exponen las fases de desarrollo y diseño de una herramienta computacional a partir de la cual se observan los resultados. Este marco computacional utiliza las matrices de

desplazamientos que, manipuladas adecuadamente, permiten obtener conclusiones a través de las representaciones de los campos vectoriales y de los potenciales obtenidos a través de ellos. En este caso, se particulariza principalmente en la ciudad de París, aunque se discuten las diferencias con otras ciudades como Londres o el gran Manchester.

En la segunda parte del trabajo, se exponen los resultados más relevantes para entender la movilidad de una forma más cuantitativa. De esta forma, se modelan diferentes escenarios que responderían a diferentes preguntas: ¿Qué ocurriría si se bloquea el acceso de personas a una zona? ¿Qué sucede si se bloquea la salida de personas a otra zona? ¿Y si se altera el flujo de desplazamientos hacia zonas con menor densidad de población? Respondiendo a estas preguntas se discuten las implicaciones del proyecto y se ilustra su potencial para la toma de decisiones con respecto a la pandemia del Covid-19, ya que se puede obtener una medida cuantitativa de la variación del potencial atractivo de una ciudad según se confinen distintos barrios. De esta forma se puede estudiar con mayor precisión el efecto *a priori* de ciertas decisiones estratégicas.

3. Descripción del modelo

El código que se ha desarrollado ha sido programado a través del programa Matlab. Esta herramienta permite trabajar de forma muy intuitiva con matrices, lo que ha sido de gran utilidad a la hora de diseñar el programa, ya que todos los datos se trabajaban en todo momento en forma de matrices. A continuación, se adjunta la Figura 1, que explica a modo de mapa conceptual el proceso que se ha seguido en la programación y obtención de resultados.

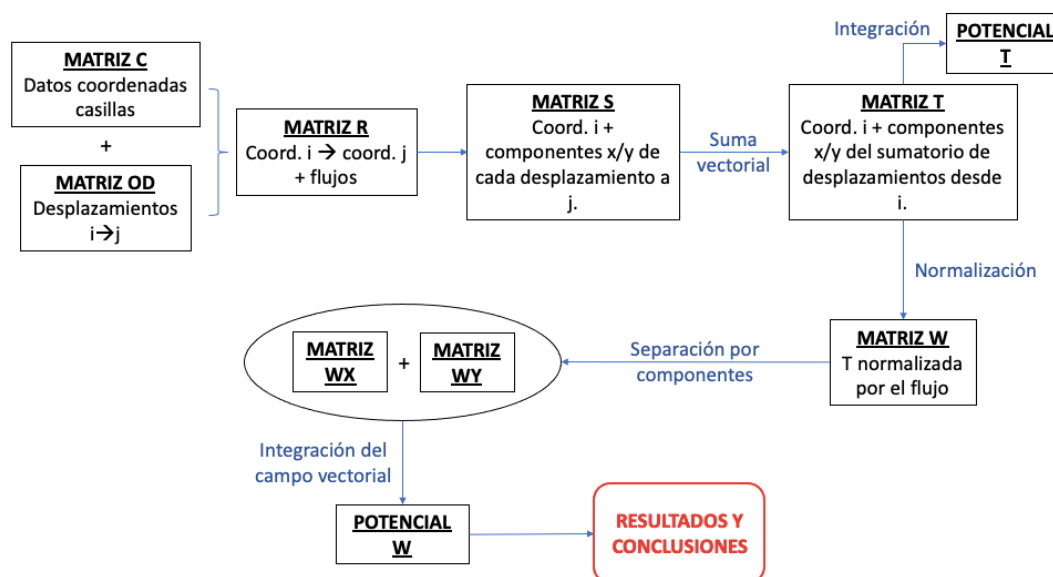


Figura 1 – Proceso de desarrollo del código en Matlab. Elaboración propia.

El programa utiliza dos matrices de datos como entrada: la matriz C, que contiene las coordenadas de las casillas de 1km² que conforman el mapa de la ciudad (en este caso París) y la matriz OD (Origen-Destino), que contiene información sobre todos los desplazamientos realizados desde el domicilio al lugar de trabajo (por ejemplo, de la casilla 20 a la 54 viajan 7 personas). Estos datos se obtienen a través de geolocalización en la red social Twitter, que toma las coordenadas GPS de los usuarios durante la tarde (entendiendo que están en casa)

y durante la mañana (entendiendo que están en el lugar de trabajo). De esta forma se configura la matriz OD.

El primer paso consiste en juntar ambas matrices en una nueva matriz que contiene información de las coordenadas de i , de j y el número de personas que viajan de la casilla i a la casilla j . Posteriormente, se realiza una suma vectorial de todos los vectores salientes de i , cuyo resultado es la matriz T .

Una vez obtenida T , se puede comprobar que los movimientos en el centro de París son mucho mayores que los movimientos en la periferia, lo que hace que el campo vectorial quede muy poco compensado. Por esta razón, se normaliza la matriz T dividiendo cada casilla i entre la cantidad de viajeros que salen de i . De esta forma se obtiene W , matriz en la que se pueden observar los resultados con mayor claridad, ya que en el centro de París los flujos son mayores y la normalización equipara su módulo al de los vectores de la periferia.

$$(Ec.1) \quad \nabla^2 V = \nabla \cdot W$$

Finalmente, tras dividir W en sus diferentes componentes x e y , se resuelve la ecuación de Poisson [Ec. 1] con condiciones de contorno de potencial igual a cero en los bordes para obtener el potencial del campo W . Una vez obtenida la función potencial, se extraen conclusiones y resultados, y se repite el proceso realizando cambios en los flujos para ver cómo un posible confinamiento afectaría a la movilidad.

4. Resultados más relevantes

Las siguientes imágenes han sido obtenidas tras ejecutar el programa y muestran de una forma muy clara los resultados.

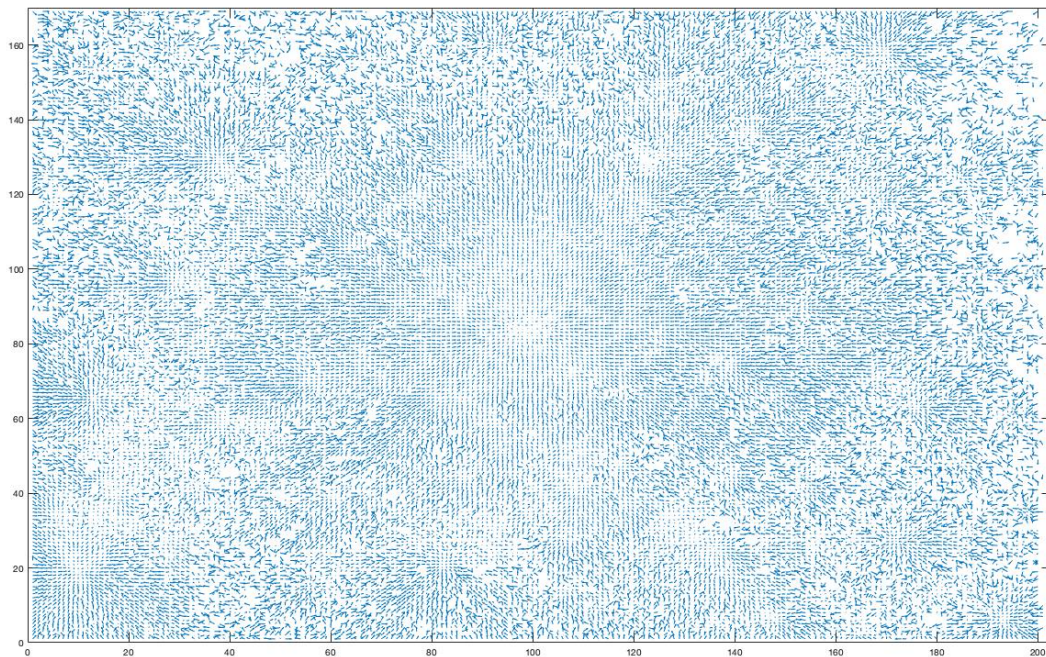


Figura 2 - Matriz W en París y alrededores

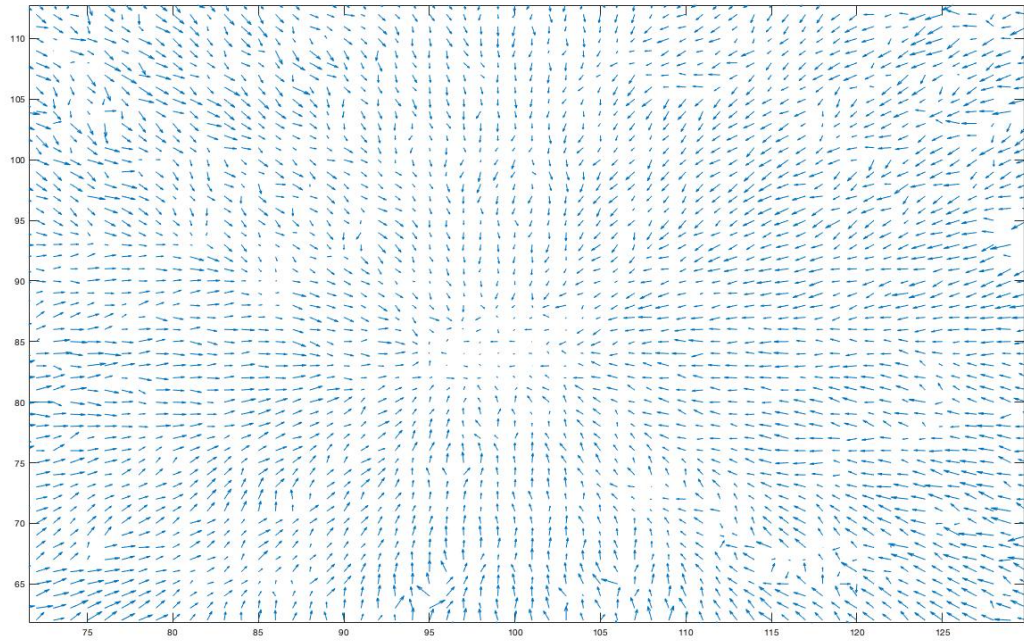


Figura 3 - Detalle del centro de París

Las figuras 2 y 3 muestran el resultado de la matriz W , incluyendo un detalle para apreciarlo con mayor claridad. Se ve cómo los diferentes núcleos de población atraen a los trabajadores, asemejándose a una atracción gravitatoria o eléctrica. En la figura 4 se aprecia aún con más claridad, ya que, al ser un potencial en tres dimensiones, se ve que la gran montaña central corresponde a París mientras que los pequeños picos alrededor son las ciudades de la periferia.

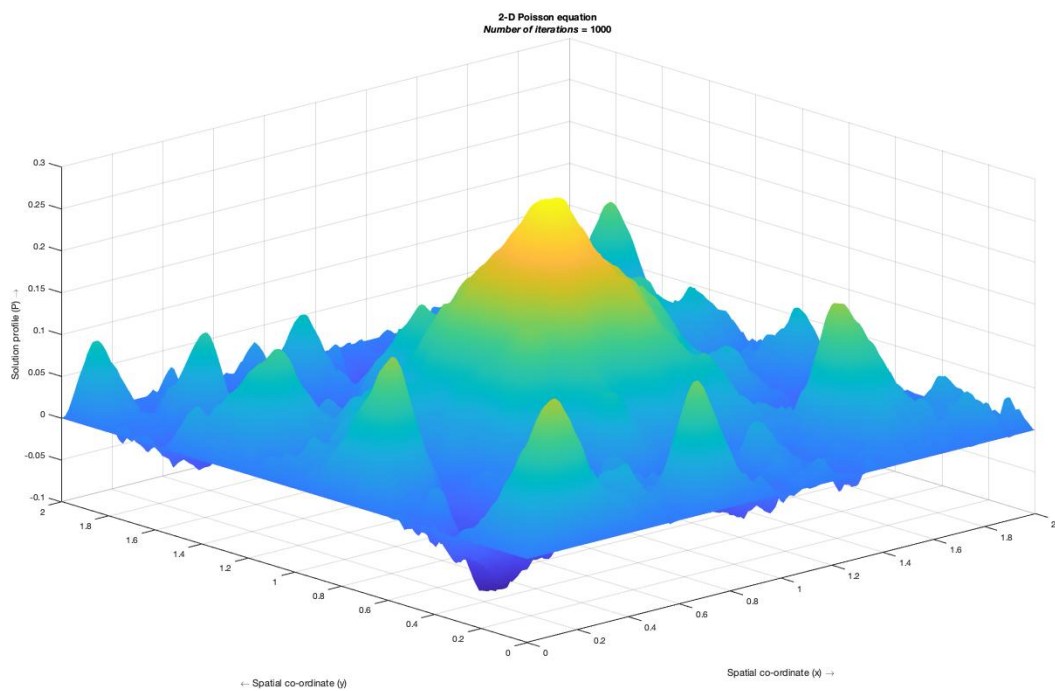


Figura 4 - Potencial de W

La figura 5 superpone el campo W con el potencial visto en planta, y se comprueba que coinciden perfectamente. Cuantos más vectores viajen a un determinado punto, más amarillo es el pico del potencial, indicando que una ciudad más o menos grande se haya en su centro.

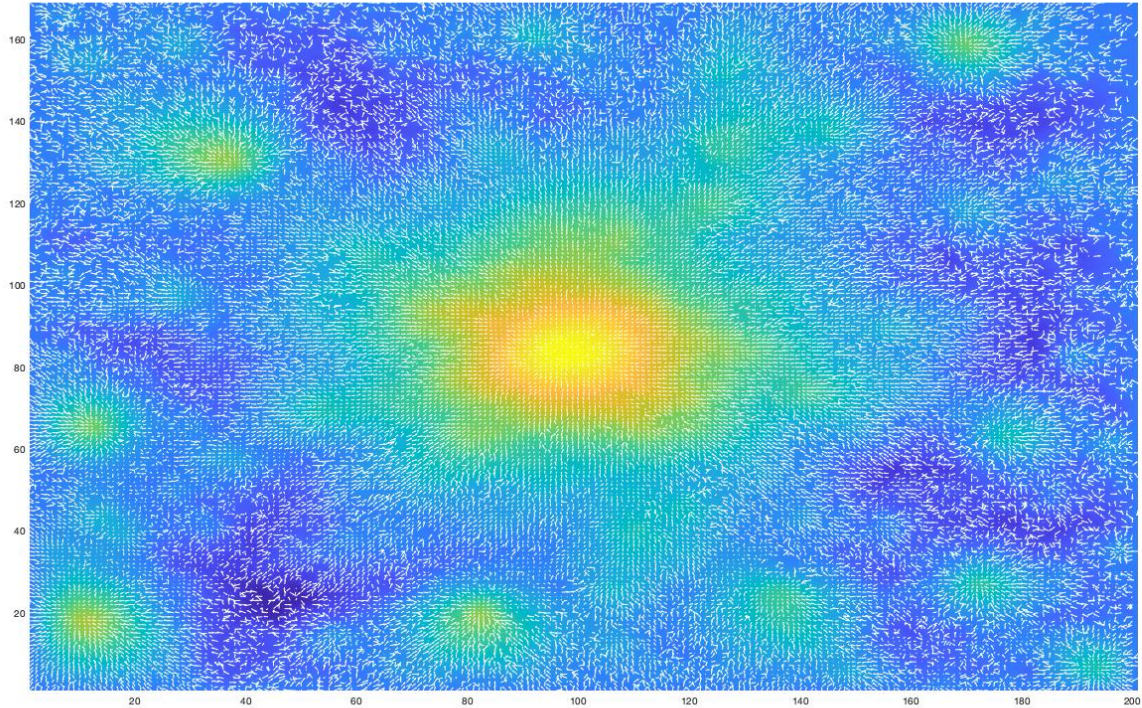


Figura 5 - Superposición de W y su potencial

También se muestra en la figura 6 el potencial total fruto de resolver la ecuación de Poisson [Ec. 1] con la matriz T . Esto resulta en un pico muy grande en el centro de la ciudad, ya que, al no estar normalizada la matriz, los flujos en el centro de París son mucho más grandes que en la periferia, por lo que surge un pico comparativamente mucho mayor que en otras áreas. Esto sirve como una buena medida del potencial absoluto total de una región entera como es el área metropolitana de París y sus ciudades vecinas.

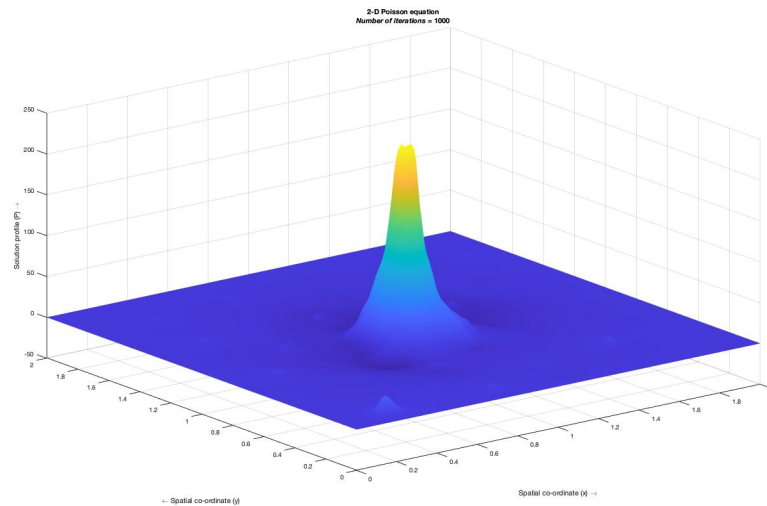


Figura 6 - Potencial Matriz T

Se han realizado distintos ensayos simulando confinamientos en la ciudad de París, obteniendo resultados como el de la figura 7, que muestra la alteración del potencial de París tras restringir las entradas y salidas a la capital. Se han obtenido resultados muy positivos a la hora de interpretar cómo se modifica el potencial de una ciudad con restricciones de movimiento.

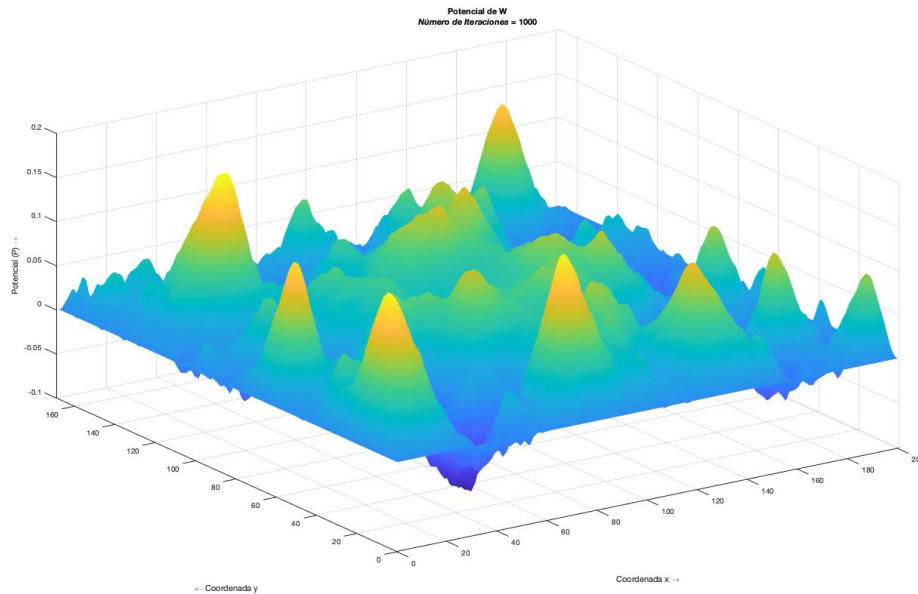


Figura 7 - Potencial París Confinado

Finalmente, se ha ideado una forma de modelar la cantidad total de desplazamientos pendulares que se dan en una ciudad mediante una analogía con la energía total de un campo electrostático. Se ha llamado energía de movilidad, y está muy ligada a la cantidad de movimientos pendulares que se dan en una ciudad. Se calcula integrando en la superficie a estudiar el módulo al cuadrado del campo W , de una forma análoga al cálculo de la energía de un campo electrostático. Finalmente, se puede dividir por el área total para obtener una densidad de energía que permita comparar dos ciudades distintas.

Se han obtenido campos de movilidad de las ciudades de Londres y Manchester, para poder comparar los resultados. Se han podido observar las diferencias en la movilidad de las ciudades, viendo cómo en Manchester la movilidad pendular era mucho más descentralizada que en París. Esto hizo que surgieran preguntas acerca de cómo usar esta herramienta para estudiar la sostenibilidad de las ciudades, basadas en las conclusiones obtenidas de la siguiente tabla.

	París	Londres	MLLS
Máximo Valor del Potencial de T	231,05	527,28	113,71
Máximo Valor del Potencial de W	0,2749	0,2355	0,1647
Valor Medio del Potencial de W	0,035	0,0051	0,0012
Ratio Max(W)/Mean(W)	7,85	46,45	137,25
Autoflujos (%)	0,65	0,75	0,93
Energía Movilidad Total	14.394	10.518	10.755
Densidad de Energía	0,4237	0,3011	0,2578

Tabla 1 - Comparativa de Ciudades. Elaboración Propia.

La comparativa entre ciudades permitió analizar los diferentes modelos de ciudad según la distribución de su movilidad pendular. Por un lado, se encuentran ciudades como París, en las que hay una gran densidad de desplazamientos en una zona que se extiende a lo largo de un radio de muchos kilómetros. Estas ciudades presentan una escasa sostenibilidad, con demasiada densidad de energía, que se traduce en mayor contaminación y congestión en el tráfico. Por otro lado, están ciudades como el grupo formado por Manchester, Liverpool, Leeds y Sheffield (MLLS), en las que la movilidad total se reparte en diferentes núcleos urbanos que dividen las consecuencias negativas de contaminación y tráfico. Se ha comprobado, comparando este grupo de ciudades inglesas con la ciudad de Londres, que se logra la misma energía de movilidad total (ver tabla 1) pero con una menor densidad. Es decir, se consiguen prácticamente los mismos desplazamientos, pero de una forma más sostenible, sin sobrecargar un mismo núcleo urbano y ganando en sostenibilidad.

5. Conclusiones

Tras realizar un estudio exhaustivo de la ciudad de París, se ha llegado a ciertas conclusiones, ampliadas al comparar la capital francesa con ciudades como Londres y Manchester.

1. Los desplazamientos pendulares en los núcleos urbanos se comportan como cargas puntuales en campos electrostáticos, o como masas en un campo gravitatorio. Generan campos irrotacionales y conservativos en lo que previamente se ha denominado modelo gravitatorio de la movilidad.
2. La movilidad pendular es consecuencia directa de la existencia de distintas poblaciones separadas por una distancia determinada. Esta movilidad es fruto de la interacción espontánea entre poblaciones cercanas, es decir, es una consecuencia

intrínseca que ocurre de forma natural. De la misma forma que dos cargas en el espacio generan un campo eléctrico, distintas masas de población generan un campo de movilidad pendular W , pues poseen un poder de atracción mutuo.

3. Gracias a la irrotacionalidad del campo W se puede definir una función potencial cuyo gradiente sea el valor negativo de W . Este potencial del campo W aporta información sobre la distribución de los desplazamientos en una ciudad. Además, se puede definir una energía de movilidad asociada al campo W integrando el cuadrado del módulo de W en toda el área. Dividiendo esta energía por el área total se puede obtener una medida relativa de la densidad de energía en una zona.
4. Se pueden modelar los confinamientos perimetrales en el marco de una pandemia como la del Covid-19 utilizando medidas como la densidad de energía de movilidad o el estudio cualitativo de la función potencial. El código desarrollado en Matlab permite confinar las zonas deseadas y establecer el porcentaje de trayectos que se darían en esta situación hipotética.
5. Los diferentes parámetros de medida aplicados a tres ciudades distintas muestran las diferentes formas de organizar la movilidad de una ciudad y las implicaciones que ello tiene. Se ha comprobado que ciudades como París tienen un núcleo central muy grande con una densidad de energía de desplazamientos muy elevada, lo que provoca problemas de contaminación, tráfico y sostenibilidad en la ciudad. Esto se compara con el ejemplo opuesto, el conglomerado de ciudades de Manchester, Liverpool, Leeds y Sheffield, donde en vez de concentrar todos los desplazamientos en una zona central, se descentralizan los núcleos urbanos para descongestionar la movilidad.
6. Es posible crear comunidades con menor densidad de energía de movilidad que sean capaces de satisfacer las necesidades de la sociedad que las conforma. Las ciudades del futuro deberán estar cada vez más alineadas con este objetivo y esta herramienta desarrollada servirá como una ayuda para comprender mejor los flujos de movilidad pendular que se darán.

6. Referencias

- [1] Carey, H. C. (1858). *Principles of social science* (Vol. 1). JB Lippincott & Company, 42-43.
- [2] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). Field theory for recurrent mobility. *Nature communications*, 10(1), 1-10.
- [3] Zipf, G. K. (1946). The $P^1/P^2/D$ hypothesis: on the intercity movement of persons. *American sociological review*, 11(6), 677-686.
- [4] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). [Datos de movilidad]. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.8158958>

THE PHYSICS OF URBAN MOBILITY

Author: Villar Lorente, Gonzalo.

Supervisor: Castro Ponce, Mario.

Collaborating Entity: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

ABSTRACT

Understanding human mobility is fundamental to understanding the spread of an epidemic, transport infrastructure planning or urban engineering. Thanks to the massive volume of data generated by social networks (such as Twitter), it is possible to have detailed information on inter-urban travel. This paper analyses the problem of mobility by borrowing traditional concepts from Physics such as conservative fields or the potential to analyse the daily commuting patterns of the population, using geolocation data from social networks.

Keywords: Commuting, mobility, urban engineering, epidemic, lockdown, movement, potential, attraction.

1. Introduction

The 20th century brought many changes to the society of the time, changes that persist today. Many of these developments were in the world of transport (both private and public), which made it easier for most adults today to commute several kilometres from their homes to work or school. This daily movement from the place of residence to the place of work or study is known as pendular mobility and is characterised by its cyclical nature of going back and forth, usually within the same day. Thanks to these daily migrations, it has been possible to broaden the horizon of job search, the delocalisation of residences, and the maximisation of job opportunities. This project seeks to approach the study of this type of mobility from a physical and mathematical approach, transforming the commuting journeys into vector fields that behave like gravitational or electrical attraction systems.

The study of migrations from a mathematical point of view is not new, and there are pioneering works on the subject dating back to the 19th and 20th centuries. Authors such as H. C. Carey [1] and G. K. Zipf [3] proposed their own models and equations to describe them, although often motivated by intuition and not by data (scarce at the time). However, these are studies that model permanent migrations between cities far away from each other. Recently, Mazzoli et al. have revolutionised the analysis of the problem by trying to give a mathematical perspective to the pendular migrations of citizens and discovering a relationship between these movements and gravitational attraction, demonstrating that denser population centres "attract" more travellers [2].

2. Definition of the investigation

The project is divided into two parts combining theory and practical application. The first part lays the foundations of the model to be studied from a theoretical framework. It outlines the development and design phases of a computational tool from which the results are observed. This computational framework uses the mobility matrices which, properly manipulated, allow conclusions to be drawn through the representations of the vector fields

and the potentials obtained through them. In this case, the focus is on the city of Paris, although differences with other cities such as London or Greater Manchester are discussed.

In the second part of the paper, the most relevant results are presented in order to understand mobility in a more quantitative way. In this way, different scenarios are modelled to answer different questions: What would happen if the access of people to an area is blocked? What happens if the flow of trips to less densely populated areas is altered? Answering these questions allows to discuss the implications of the project and illustrates its potential for decision making regarding the Covid-19 pandemic, as a quantitative measure of the variation in the potential of attraction of a city while confining different neighbourhoods can be obtained. In this way, the *a priori* effect of certain strategic decisions can be studied more precisely.

3. Description of the model

The code that was developed has been programmed using Matlab. This tool allows us to work very intuitively with matrices, which was very useful when designing the programme, as all the data was always worked with in the form of matrices. Figure 1 is attached below, which explains the process followed in programming and obtaining results.

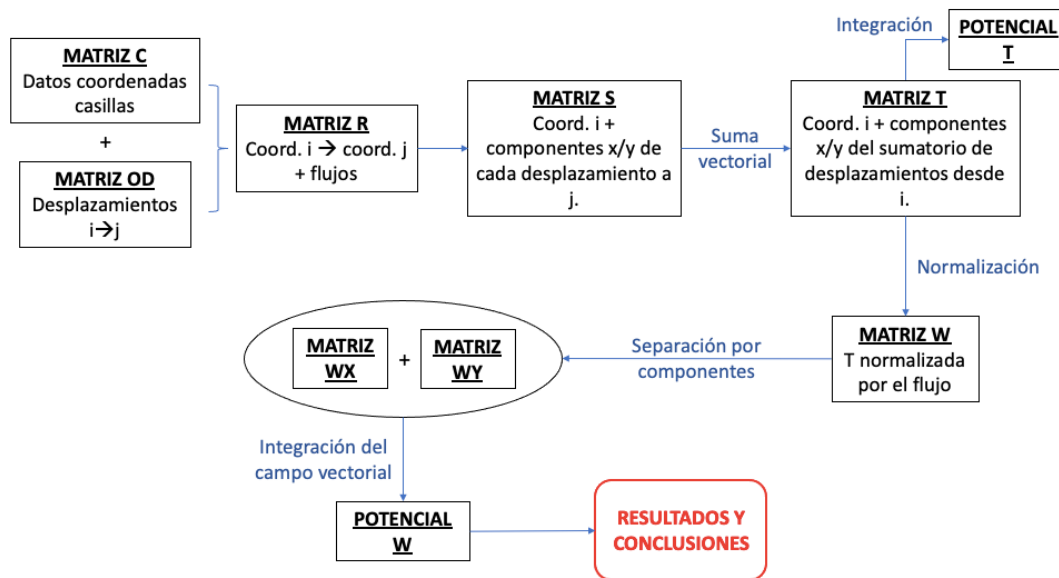


Figure 2 – Code development process.

The programme uses two data matrices as input: the C matrix, which contains the coordinates of the 1km² cells that make up the map of the city (in this case Paris) and the OD matrix (Origin-Destination), which contains information of all the journeys made from home to the workplace (for example, 7 people travel from cell 20 to 54). This data is obtained through geolocation on the social network Twitter, which takes the GPS coordinates of users during the evening (assuming they are at home) and during the morning (assuming they are at the workplace). In this way, the OD matrix is configured.

The first step consists of merging both matrices into a new matrix containing information on the coordinates of i, j and the number of people travelling from cell i to cell j. The second

step consists of summing all the outgoing vectors of i into a new matrix T . Subsequently, a vector sum of all the outgoing vectors of i is performed, the result of which is the matrix T .

Once T is obtained, it can be seen that the movements in the centre of Paris are much greater than the movements in the periphery, which makes the vector field very undercompensated. For this reason, the matrix T is normalised by dividing each box i by the number of travellers leaving i . This gives W , a matrix in which the results can be seen more clearly, since in the centre of Paris the flows are greater, and the normalisation equates its norm to that of the vectors of the periphery.

$$(Eq.1) \quad \nabla^2 V = \nabla \cdot W$$

Finally, after dividing W into its different x and y components, the Poisson equation [Eq.1] is solved with zero potential boundary conditions at the edges to obtain the field potential W . Once the potential function is obtained, conclusions and results are drawn, and the process is repeated by making changes in the flows to see how a possible confinement or lockdown would affect the mobility.

4. Most relevant results

The following images have been obtained after running the programme and show the results very clearly.

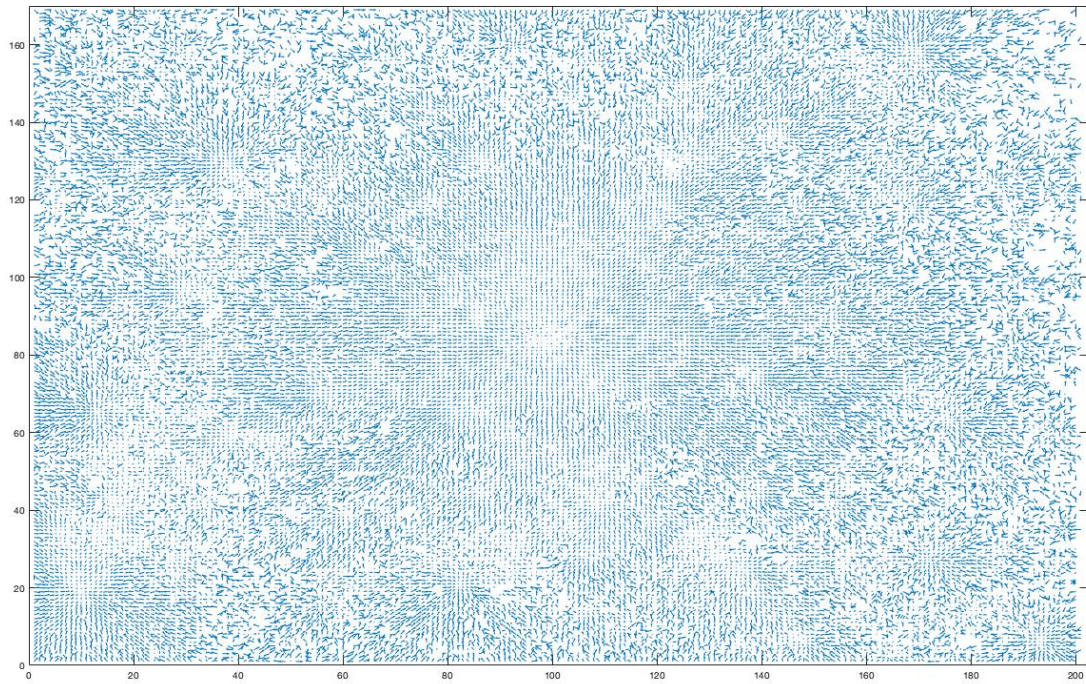


Figure 2 – W Matrix in Paris and the Surrounding Area

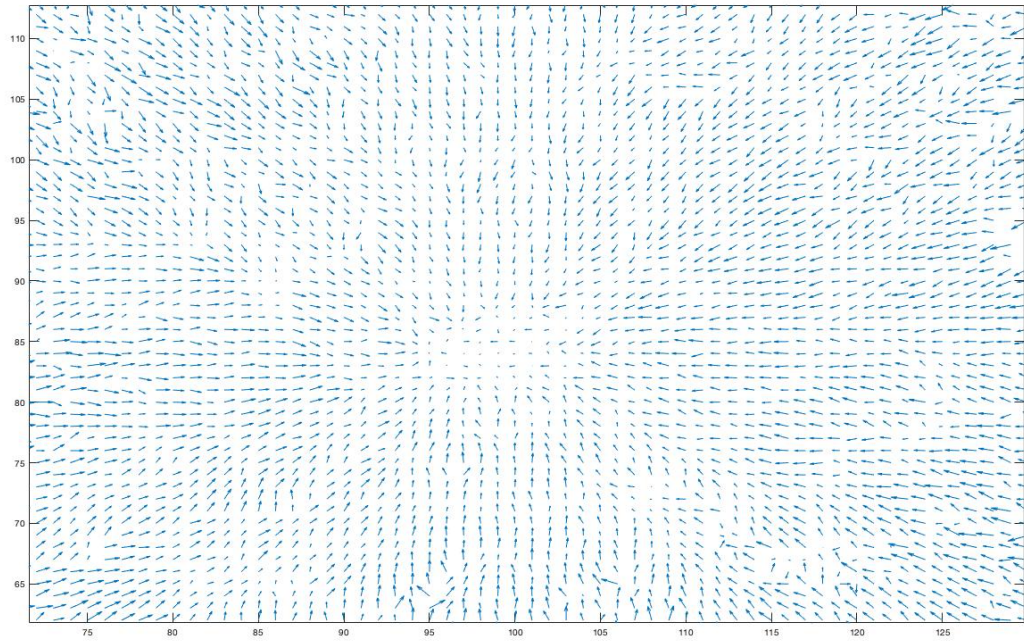


Figure 3 – Close-up in the centre of Paris

Figures 2 and 3 show the result of the W matrix, including a close-up to appreciate it more clearly. It can be seen how the different population centres attract the workers, resembling a gravitational or electrical attraction. Figure 4 shows this even more clearly, since, being a three-dimensional potential, it is clear that the large central mountain corresponds to Paris while the small peaks around it are the cities on the periphery.

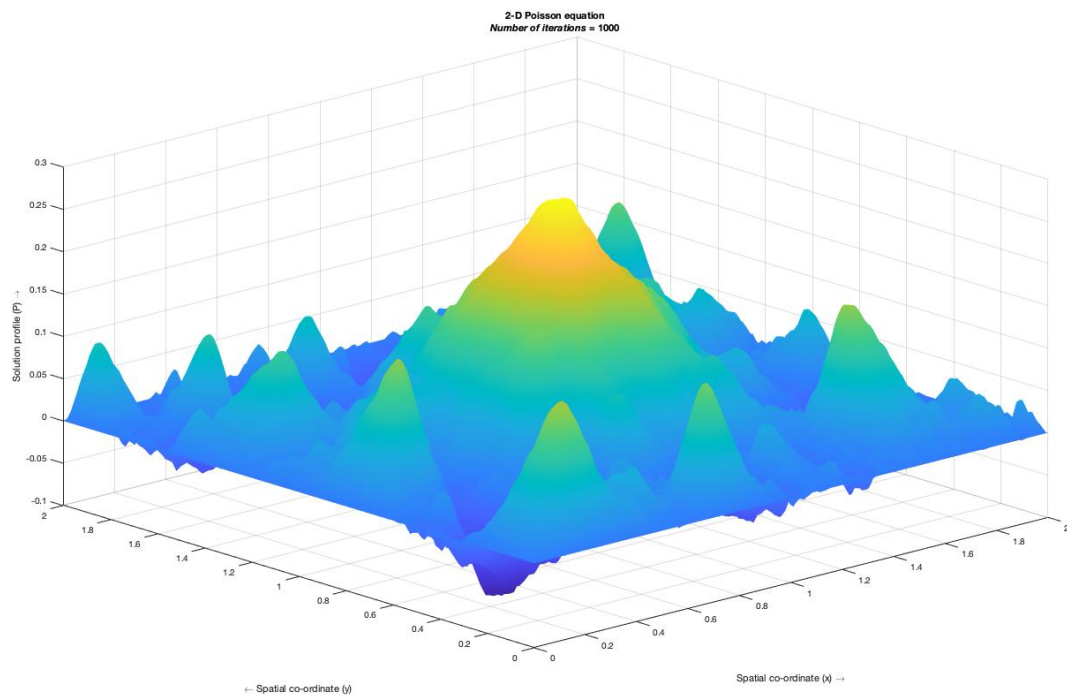


Figure 4 – Potential of W

Figure 5 overlays the W field with the potential, and it can be seen that they coincide perfectly. The more vectors that travel to a given point, the more yellow the peak of the potential, indicating that a larger city is at its centre.

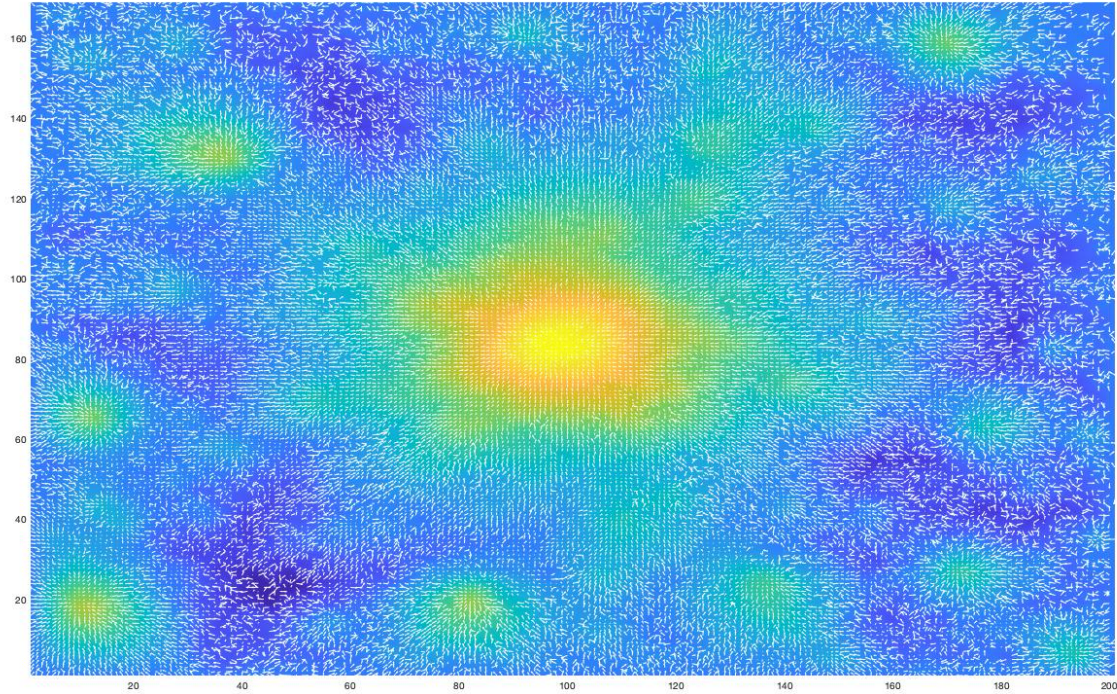


Figure 5 – Field W and its Associated Potential

Also shown in figure 6 is the total potential resulting from solving Poisson's equation [Eq. 1] with the matrix T . This results in a very large peak in the city centre, since, as the matrix is not normalised, the flows in the centre of Paris are much larger than in the periphery, so a comparatively much larger peak arises than in other areas. This serves as a good measure of the total absolute potential of an entire region such as the Paris metropolitan area and its neighbouring cities.

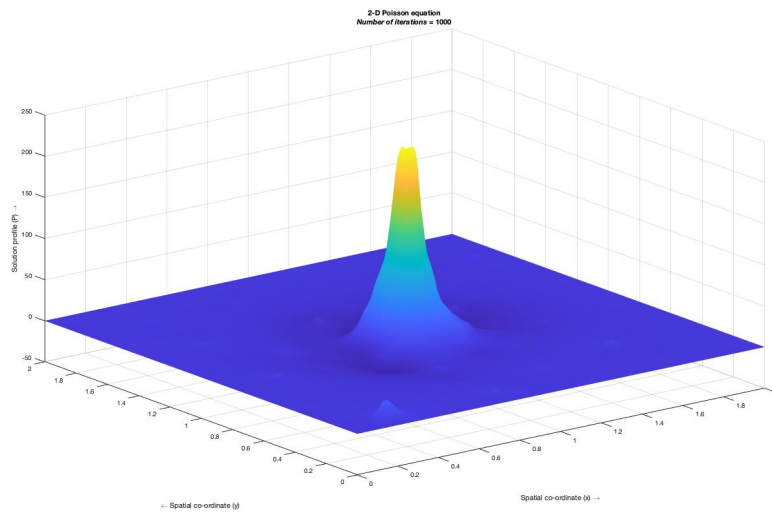


Figure 6 – Potential of T

Different tests have been carried out simulating lockdowns in the city of Paris, obtaining results such as the one in figure 7, which shows the alteration of the potential of Paris after restricting the entries and exits to the capital. Very positive results have been obtained when interpreting how the potential of a city with movement restrictions is modified.

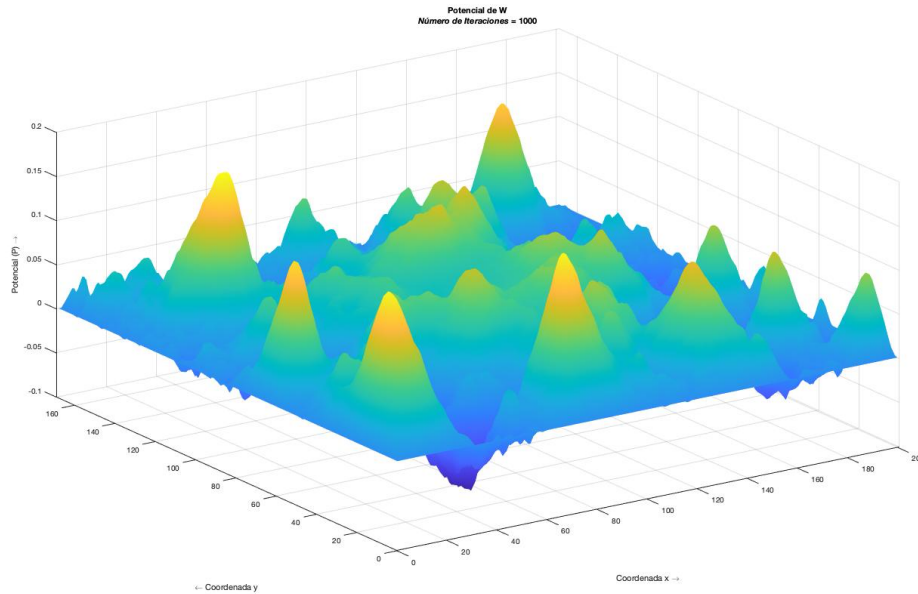


Figure 7 - Potential of Restricted Paris

Finally, a way has been devised to model the total amount of commuting movements in a city by an analogy with the total energy of an electrostatic field. It has been called mobility energy and it is closely linked to the amount of commuting mobility that occurs in a city. It is calculated by integrating the squared norm of the field W on the surface to be studied, in an analogous way to the calculation of the energy of an electrostatic field. Finally, it can be divided by the total area to obtain an energy density to compare two different cities.

Mobility fields were obtained for the cities of London and Manchester in order to compare the results. It was possible to observe the differences in the mobility of the cities, seeing how in Manchester commuting and mobility were much more decentralised than in Paris. This raised questions about how to use this tool to study the sustainability of cities, based on the conclusions drawn from the table below.

	París	Londres	MLLS
Máximo Valor del Potencial de T	231,05	527,28	113,71
Máximo Valor del Potencial de W	0,2749	0,2355	0,1647
Valor Medio del Potencial de W	0,035	0,0051	0,0012
Ratio Max(W)/Mean(W)	7,85	46,45	137,25
Autoflujos (%)	0,65	0,75	0,93
Energía Movilidad Total	14.394	10.518	10.755
Densidad de Energía	0,4237	0,3011	0,2578

Table 2 – Comparison of Cities. Compiled from own data.

The comparison between cities made it possible to analyse the different city models according to the distribution of their mobility. On the one hand, there are cities such as Paris, where there is a high density of trips in an area that extends over a radius of many kilometres. These cities have poor sustainability, with too much energy density, resulting in increased pollution and traffic congestion. On the other hand, there are cities such as Manchester, Liverpool, Leeds and Sheffield (MLLS), where the total mobility is spread over different urban centres that divide the negative consequences of pollution and traffic. Comparing this group of English cities with the city of London, it has been found that the same total mobility energy is achieved (see table 1) but with a lower energy density. That is to say, practically the same trips are achieved, but in a more sustainable way, without overloading the same urban nucleus and gaining in sustainability.

5. Conclusions

Following an exhaustive study of the city of Paris, certain conclusions have been reached, extended by comparing the French capital with cities such as London and Manchester.

1. Commuting in urban centres behaves like point charges in electrostatic fields, or like masses in a gravitational field. It generates irrotational and conservative fields in what has previously been called the gravitational model of mobility.
2. Commuting is a direct consequence of the existence of different populations separated by a given distance. This mobility is the result of spontaneous interaction between nearby populations, i.e., it is an intrinsic consequence that occurs naturally. In the same way that two charges in space generate an electric field, different population masses generate a pendular mobility field W, as they have a mutual power of attraction.

3. Thanks to the irrotationality of the field W , it is possible to define a potential function whose gradient is the negative value of W . This potential of the field W provides information about the distribution of mobility in a city. In addition, a mobility energy associated with the W field can be defined by integrating the square of the norm of W over the whole area. By dividing this energy by the total area, a relative measure of the energy density in an area can be obtained.
4. Perimeter lockdowns in the context of a pandemic such as Covid-19 can be modelled using measures such as the mobility energy density or the qualitative study of the potential function. The code developed in Matlab makes it possible to confine the desired zones and to establish the percentage of trips that would occur in this hypothetical situation.
5. The different measurement parameters applied to three different cities show the different ways of organising the mobility of a city and the implications of this. Cities such as Paris have been found to have a very large central core with a very high travel energy density, leading to pollution, traffic and sustainability problems in the city. This compares with the opposite example, the city cluster of Manchester, Liverpool, Leeds and Sheffield, where instead of concentrating all trips in a central area, the urban cores are decentralised to decongest mobility.
6. It is possible to create communities with lower mobility energy density that are able to meet the needs of the society that makes them up. The cities of the future will need to be increasingly aligned with this objective and this developed tool will serve as an aid to better understand the commuting mobility flows that will occur.

6. References

- [1] Carey, H. C. (1858). *Principles of social science* (Vol. 1). JB Lippincott & Company, 42-43.
- [2] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). Field theory for recurrent mobility. *Nature communications*, 10(1), 1-10.
- [3] Zipf, G. K. (1946). The $P \propto 1/P^2$ hypothesis: on the intercity movement of persons. *American sociological review*, 11(6), 677-686.
- [4] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). [Datos de movilidad]. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.8158958>

Índice de la Memoria

Capítulo 1. Introducción	7
1.1 Motivación del proyecto.....	7
Capítulo 2. Estado de la Cuestión	9
Capítulo 3. Definición del Trabajo	13
3.1 Justificación.....	13
3.2 Objetivos	14
3.3 Alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)	15
3.4 Metodología y Planificación Temporal	16
3.5 Estimación Económica	16
Capítulo 4. Modelo Desarrollado.....	19
4.1 Obtención de los Datos y Primeros Pasos. Matriz R.....	19
4.2 Matriz S y Autoflujos	23
4.3 Matriz T	32
4.4 Matriz W.....	39
4.5 Divergencia y Rotacional. Potencial de T y de W.....	41
4.6 Energía de Movilidad y Densidad de energía	54
Capítulo 5. Aplicaciones Prácticas. Pandemias y Restricciones de Movilidad.....	55
5.1 Confinamiento Perimetral en la Ciudad de Rouen.....	56
5.2 Confinamiento Perimetral París y Barrios Cercanos.....	59
Capítulo 6. Comparativa con otras Ciudades.....	63
6.1 Londres.....	63
6.2 Manchester - Liverpool - Leeds – Sheffield.....	68
6.3 Comparativa de los Tres Casos	73
Capítulo 7. Análisis de Resultados.....	75
Capítulo 8. Conclusiones y Trabajos Futuros.....	81
Capítulo 9. Bibliografía.....	85

<i>ANEXO I: Código en Matlab del Programa</i>	<i>87</i>
--	------------------

Índice de Figuras

Figura 1 - Ejemplo del modelo gravitatorio [3].....	10
Figura 2 - Mapa Conceptual del Proceso.....	19
Figura 3 - Campo Vectorial S.....	26
Figura 4 - Histograma log10 del Módulo de S	27
Figura 5 - Campo S multiplicado por 10	29
Figura 6 - Detalle del centro de París de la Matriz S.....	29
Figura 7 - Vector Central/Sumidero	30
Figura 8 - Vector Periferia/Fuente.....	31
Figura 9 - Sij en azul y Ti en rojo.....	33
Figura 10 - Detalle de la suma de Sij.....	34
Figura 11 - Suma de Sij en una casilla de periferia	35
Figura 12 - Detalle de la suma en casilla periferia	35
Figura 13 - Campo Vectorial Ti	36
Figura 14 - Detalle de una ciudad en las afueras	37
Figura 15 - Número de Viajes por Casilla.....	38
Figura 16 - Otra perspectiva del número de viajes	38
Figura 17 - Campo Vectorial W	40
Figura 18 - Detalle del Centro de París con W.....	40
Figura 19 – Rotacional de W	43
Figura 20 - Histograma Valores Rotacional W	44
Figura 21 - Rotacional de T	45
Figura 22 - Potencial de W en 3D	47
Figura 23 – Líneas Equipotenciales del Campo de Movilidad.....	48
Figura 24 - Campo W con el Potencial en Planta.....	49
Figura 25 - Potencial de W. Máximos en Rojo	50
Figura 26 - Potencial en Planta. Máximos en Rojo	51

Figura 27 - Mapa y Potencial Superpuestos	52
Figura 28 - Potencial del Campo T.....	53
Figura 29 - Campo W en Londres	64
Figura 30 - Viajes de Salida por Casilla	64
Figura 31 - Potencial Londres	65
Figura 32 – Líneas Equipotenciales Londres	66
Figura 33 - W y Potencial Superpuestos	66
Figura 34 - Potencial con Máximos y Ciudades Indicadas	67
Figura 35 - Campo W en MLLS.....	69
Figura 36 - Cantidad de Trayectos por Casilla Origen MLLS	69
Figura 37 - Potencial MLLS	70
Figura 38 – Líneas Equipotenciales MLLS	71
Figura 39 - Campo W y Potencial Juntos	71
Figura 40 - Potencial y Ciudades Importantes.....	72

Índice de Tablas

Tabla 1 - Metodología y Planificación	16
Tabla 2 – Efectos del Confinamiento en Rouen	57
Tabla 3 - Efectos del Confinamiento en Rouen.....	58
Tabla 4 - Efectos Confinamiento París.....	60
Tabla 5 - Efectos Confinamiento París.....	61
Tabla 6 - Comparativa de Ciudades	73
Tabla 7 - Comparativa de Ciudades	77

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

Comprender la movilidad humana es fundamental para aplicaciones como la predicción de la propagación de una epidemia, la planificación de las infraestructuras de transporte y el urbanismo. En este trabajo se analiza el problema de la movilidad como un modelo vectorial basado en los desplazamientos diarios de la población, utilizando datos de geolocalización de redes sociales y censos públicos.

1.1 MOTIVACIÓN DEL PROYECTO

El siglo XX trajo numerosos cambios a la sociedad de la época, cambios que aún persisten en nuestros días. Muchos de esos avances fueron en el mundo del transporte (tanto privado como público), lo que facilitó que hoy en día, la mayoría de los adultos se desplacen a varios kilómetros de sus casas para ir a trabajar o estudiar. Este hecho de desplazarse desde el lugar de residencia al de trabajo o estudio se conoce como migración pendular (*commuting* en inglés) y se caracteriza por su naturaleza cíclica de ida y vuelta, normalmente, en el mismo día. Gracias a estas migraciones diarias se ha logrado ampliar el horizonte de búsqueda de trabajo y oportunidades. Este proyecto busca un acercamiento al estudio de este tipo de desplazamientos desde un enfoque físico y matemático, transformando los movimientos en campos vectoriales que se comportan como sistemas de atracción gravitatoria o eléctrica.

La motivación de este proyecto responde a esta necesidad real que existe en el presente de entender un fenómeno que afecta a la estructura de las ciudades y sociedades modernas. Se busca poder ofrecer una herramienta de utilidad práctica y real que muestre el comportamiento de un fenómeno difícil de predecir, como es el caso de la movilidad pendular. Entender los flujos de migración pendular puede ser de ayuda a la hora de diseñar nuevas líneas de transporte, predecir atascos en carretera e incluso servir como apoyo en la toma de decisiones en el marco de la pandemia del Covid-19 o futuras pandemias. Un ejemplo muy claro se ve en el enfoque que dio la comunidad de Madrid al lidiar con esta

pandemia del Covid-19. Se decidió por parte del gobierno regional cerrar zonas básicas de salud (ZBS) o municipios si sobrepasaban un umbral de casos por 100.000 habitantes [1]. De esta forma, se mantenía la actividad en el resto de las zonas, pero se restringía el movimiento en aquellas con más riesgo. En este caso concreto de la Comunidad de Madrid, es cierto que se permitía salir de la zona para ir a trabajar o a estudiar, pero el modelo que se propone en este proyecto permite ver el cambio en el potencial total atractivo de una ciudad si se restringen los movimientos desde y/o hacia una zona concreta.

De esta forma, el trabajo cumple con dos objetivos. Por un lado, se encuentra la primera parte del proyecto, en la que se crea el modelo de desplazamientos entendidos como vectores. Aunque sea la parte teórica previa a la aplicación práctica, tiene una gran importancia, ya que a medida que se va avanzando en el programa, se obtiene una mayor comprensión de cómo se estructura la movilidad de un núcleo urbano, extrayéndose una gran cantidad de conclusiones de la física del modelo. El segundo objetivo es el más práctico, y complementa al primero, ya que usa los conocimientos derivados de estos primeros pasos para poder generar esta herramienta que simule los cambios en los flujos de movilidad pendular.

Capítulo 2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

En el centro de este proyecto se encuentra el buscar una mayor comprensión a la hora de entender las migraciones pendulares humanas y utilizar ese conocimiento para otras aplicaciones. Esta mayor comprensión se busca desde una perspectiva física y matemática y no como una teoría social. Sin embargo, ya existen autores que previamente han indagado en este terreno, aunque de una forma diferente, pero cuyos hallazgos han contribuido significativamente en esta área.

El primero que cabe mencionar es Henry Charles Carey, economista en el siglo XIX y consejero de Abraham Lincoln. Ya en 1858 intentó explicar las migraciones permanentes (pero no pendulares) y por qué tenían lugar los desplazamientos de personas a otras ciudades. Explicaba que los seres humanos tienen tendencia a ser atraídos por otros seres humanos de manera directamente proporcional a la cantidad de personas que viviesen en un lugar, y de forma inversamente proporcional a la distancia que los separa [2]. De esta forma, nace el modelo gravitatorio para describir migraciones permanentes de personas entre diferentes ciudades. En este modelo ya se empieza a intuir que los núcleos urbanos se pueden comportar físicamente como planetas o cargas puntuales que atraen con una cierta fuerza “gravitatoria” a otras personas.

Más adelante, George Kingsley Zipf publica en 1946 una continuación del modelo gravitatorio de Carey de una manera más científica. Mientras que Carey se limitó a plantear la hipótesis de que la atracción era directamente proporcional al número de residentes, pero inversamente proporcional a la distancia entre núcleos urbanos, Zipf propone una formulación matemática que se puede ver en la figura 1. En su trabajo concluye que el flujo de personas desde i hasta j (T_{ij} , mismo nombre que recibe la matriz T en este proyecto) es proporcional al producto de la población en las ciudades i y j , dividido entre la distancia que separa ambos núcleos de población [4].

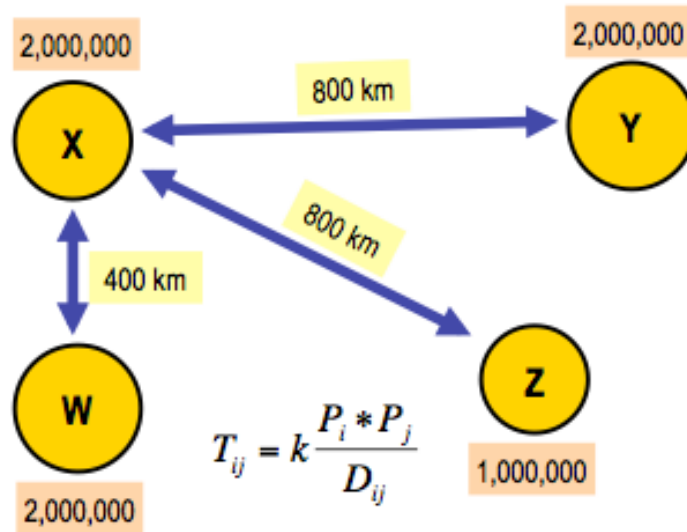


Figura 1 - Ejemplo del modelo gravitatorio [3]

Una vez más, al igual que Carey, trataba de explicar los desplazamientos permanentes, estableciéndose un nuevo lugar de residencia, no la movilidad pendular. Durante el siglo XX, surgen autores junto a Zipf que respaldan el modelo gravitatorio e implementan ligeros cambios, pero todos coinciden en la proporcionalidad directa con la población, e inversa con la distancia, para calcular el flujo. Es el caso de John Quincy Stewart y Sir Alan Wilson, este último considerando también la influencia de la entropía en su trabajo para poder empezar a plantear modelos que tengan en cuenta movilidad pendular [5,6].

Con las bases previas asentadas, surge en 2019 un artículo publicado por Mattia Mazzoli et al. de gran interés para este trabajo y cuyos resultados son vitales para la comprensión de la movilidad pendular [7]. Mazzoli se centra mucho en los trabajos de Wilson, sobre todo a la hora de escoger las ecuaciones con las que va a estudiar la movilidad pendular, ya que en vez de utilizar la fórmula clásica de la figura 1, utilizará la formulación utilizada por Wilson que tiene en cuenta lo que él llamaba la entropía de los desplazamientos (E. 2).

$$(E.2) \quad T_{ij} = km_i m_j e^{-d_{ij}/d_0}$$

Esta ecuación sí que refleja la movilidad pendular, contiene 2 parámetros a ajustar (k, d_0) y sigue indicando que el flujo de viajeros entre i y j es proporcional a la multiplicación de los residentes de ambos lugares. El cambio que incorpora la ecuación 2 es que el flujo descende con la distancia no de manera inversamente proporcional, sino siguiendo una exponencial de exponente negativo.

Los hallazgos de Mazzoli confirmaron la validez de esa fórmula al comparar los flujos teóricos con los flujos empíricos que se midieron. No solo se comprobó la exactitud de la formulación, sino que también se observó que el campo de vectores-desplazamientos (previamente normalizados por el número de viajeros de cada casilla) daba lugar a un campo irrotacional que cumplía el teorema de la divergencia de Gauss [7]. Esto significaba que ese modelo gravitatorio propuesto realmente guardaba muchas similitudes con los campos gravitatorios o electrostáticos y se comportaba como uno de ellos. Basándose en este hallazgo, en vez de realizar los cálculos con el censo de una ciudad (que significaría aplicar la fórmula teórica), se van a utilizar datos empíricos de desplazamientos en el desarrollo de este proyecto, ya que es equivalente trabajar con los datos teóricos de poblaciones que con datos empíricos de desplazamientos medidos.

Sin embargo, aunque Mazzoli modeló el potencial, no trató al campo de movilidad como un campo eléctrico o gravitatorio, ni le dio una utilidad más allá del propio conocimiento científico. En este trabajo se explorará el campo de movilidad de forma física, calculando divergencias, potenciales y rotacionales de la misma forma que se haría en un problema de campos gravitatorios. Además, se avanzará desarrollando una herramienta que pueda simular confinamientos perimetrales (en el marco de una epidemia, como puede ser la del Covid-19) y ver cómo afectan al campo de movilidad y a su potencial asociado, pudiendo estudiar su eficacia *a priori*.

Capítulo 3. DEFINICIÓN DEL TRABAJO

3.1 JUSTIFICACIÓN

Como ya se ha comentado en capítulos anteriores, el fenómeno de la movilidad, sus implicaciones y la resolución de posibles problemas asociados a ella, son de vital importancia en la sociedad de hoy en día. Los desplazamientos pendulares se han convertido prácticamente en la norma, y en núcleos urbanos con mayor densidad de población, es de gran importancia poder comprenderlos.

Constantemente se están tomando decisiones que afectan a la movilidad de las ciudades: apertura de nuevas líneas de autobús o metro, ensanchamiento de calzadas para evitar atascos, montaje de nuevas estaciones de alquiler de bicicletas en ciudad, y un largo etcétera. Además, durante el año anterior a la entrega de este trabajo, ocurrió un suceso inesperado que puso de manifiesto una vez más la necesidad de comprender la movilidad urbana: la pandemia del Covid-19. Diferentes comunidades autónomas de España, entre ellas la Comunidad de Madrid, decidieron controlar la pandemia mediante el aislamiento de ciertas zonas básicas de salud o municipios en vez de paralizar la comunidad entera [1]. A la hora de tomar estas decisiones sobre confinamientos, era importante ver hacia dónde se mueven las personas, dónde se contagian, hacia dónde llevan el virus. Era importante conocer hacia dónde era una persona más propensa a desplazarse, y qué lugares acumulaban una mayor cantidad de viajeros.

En línea de lo que se ha explicado durante esta sección, la justificación es clara: la cantidad de desplazamientos pendulares diarios que se dan en grandes ciudades y sus alrededores son de tal magnitud que se han convertido en una preocupación importante de ayuntamientos y gobiernos regionales. Cualquier decisión que vaya a ser tomada con respecto a la movilidad o a la salud en el marco de una pandemia debe estar siempre fundamentada en la información y el estudio de la realidad, y en este trabajo se plantea un programa que sirve precisamente para informar a terceros sobre el funcionamiento y la

dinámica de la movilidad pendular urbana. Se va a desarrollar una herramienta pensada para que el usuario pueda observar los flujos de movilidad y su potencial, pero también para que pueda alterar los datos de entrada y comprobar qué sucedería en situaciones hipotéticas (como en el caso de confinamientos perimetrales). Se creará un algoritmo que permita automatizar este análisis y extraer información cuantitativa de los datos de movilidad.

3.2 OBJETIVOS

Objetivos principales:

- I. Crear una **herramienta de utilidad** que permita a administraciones públicas o a empresas privadas entender los flujos de movimiento dentro de las ciudades, ayudando así a la toma de decisiones que beneficien al público. Esto podría ser para un estudio de marketing para saber dónde situar un negocio, o para tomar decisiones con respecto a una pandemia sobre qué zonas urbanas deberían confinarse, beneficiándose así la sociedad de este proyecto.
- II. Profundización en el **conocimiento** de los **campos de movilidad** pendular. Familiarización con la física que rige los campos vectoriales creados por ella, para una mayor comprensión de los desplazamientos en el entorno de las ciudades.
- III. Utilización de **conceptos** propios del **cálculo vectorial** y de la **Física** de los **campos** electrostáticos y gravitatorios para el análisis del campo de movilidad pendular. Aplicar esos conocimientos físicos y matemáticos al trabajar con los campos vectoriales, de una forma análoga a la de un problema de campos eléctricos.

Objetivos secundarios:

- IV. **Profundización** en el aprendizaje de la programación con **Matlab**: todos los modelos serán programados utilizando esta herramienta, con lo que se busca ampliar los conocimientos relativos a la programación en una herramienta tan necesaria para la ingeniería.

- V. Familiarización con las **bases de datos**: en la investigación, es vital no solo producir datos propios, sino también obtener datos de experimentos de terceras personas para poder estudiarlos, replicarlos y llegar a nuevas conclusiones que complementen a la propia investigación. Para este trabajo se necesitará acceder a datos públicos de censos y de desplazamientos.
- VI. Aplicación de **conocimientos técnicos** y físicos a las ciencias sociales: durante los cuatro cursos del grado se han estudiado conceptos puramente matemáticos o físicos como el rotacional, la divergencia o el laplaciano. Al comportarse los desplazamientos pendulares como campos gravitatorios o electrostáticos, se pueden aplicar todos esos conocimientos de ingeniería a un área que se mezcla con las ciencias sociales.

3.3 ALINEACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE (ODS)

En la concepción de este proyecto, la sostenibilidad juega un gran papel, puesto que se busca crear un programa que de verdad pueda ayudar en la concepción de las ciudades y en materia de salud. Por ello, se alinea mucho este trabajo con los ODS números 3 y 11.

- Salud y Bienestar (3): este modelo de desplazamientos es una herramienta fundamental para entender los contagios que se producen en la pandemia del Covid-19 y cómo reducirlos, siendo de gran ayuda para la mejora de la salud pública. Ver el capítulo 5 para más información acerca de la consecución de este objetivo.
- Ciudades y Comunidades Sostenibles (11): el estudio de la movilidad urbana propone una forma nueva de entender los desplazamientos diarios que se producen en la ciudad, lo que daría pie a diferentes formas de innovar en la sostenibilidad de la movilidad. En los capítulos 6 y 7 se analiza el problema de la insostenibilidad de muchas ciudades modernas en materia de movilidad, y se plantean modelos alternativos para alinearse con este objetivo.

3.4 METODOLOGÍA Y PLANIFICACIÓN TEMPORAL

En la siguiente tabla se detalla la metodología de trabajo junto con las fechas estimadas para la adecuada consecución de los objetivos. También se muestran los objetivos que se van cumpliendo a lo largo de la realización del proyecto.

Fecha	Metodología de Trabajo	Objetivos
Febrero/marzo	Recabar datos y terminar el modelo matemático que simule la movilidad de la ciudad. Se toman los datos públicos de los censos, además de los movimientos por parte de Twitter. Todo ello se une en un código en Matlab para crear el modelo.	IV, V
Abril	Experimentación con el modelo ya terminado para darle una aplicación práctica, muy enfocada a la pandemia del Covid-19. Modelar confinamientos y contagios según se alteran diferentes variables. Esta fase también se realizará en Matlab.	II, III, VI, 3
Mayo/junio	Últimos ajustes del proyecto, junto con la extracción de las conclusiones a las que se llega.	I, 11

Tabla 1 - Metodología y Planificación

A lo largo de toda la realización del proyecto se redactará gradualmente el texto en sí del trabajo, previendo que esté terminado y listo para su presentación y defensa tras la finalización de los exámenes ordinarios.

3.5 ESTIMACIÓN ECONÓMICA

La estimación económica de un proyecto es una parte vital de éste, sin embargo, en este caso no es necesario realizar un cálculo complejo, dado que no se trata del diseño o implementación de algo físico o material que vaya a acarrear costes económicos diversos. Este trabajo consiste en un código informático que genera una herramienta de interpretación de flujos de movilidad, y no cuenta con ningún gasto económico que no sea el tiempo invertido en su creación y la licencia de Matlab necesaria para programarlo.

La asignatura del trabajo de fin de grado cuenta con 6 ECTS, estimados en 180 horas. El salario medio por hora que gana un ingeniero industrial en España es de 15,38€ por hora [11]. La licencia anual de Matlab se sitúa en 800€.

El coste total sería el precio de la licencia más las horas cobradas al cliente por el tiempo invertido en el desarrollo del programa. Este precio sería de 3.600€ por la compra de la herramienta programada.

Capítulo 4. MODELO DESARROLLADO

4.1 OBTENCIÓN DE LOS DATOS Y PRIMEROS PASOS. MATRIZ R.

Este capítulo es uno de los capítulos más importantes junto con el análisis de los resultados. En las siguientes secciones del capítulo se explicará paso por paso el proceso de desarrollo del código de la herramienta diseñada, y en el capítulo siguiente se procederá a analizar los resultados que se obtengan de dicho programa. El código ha sido desarrollado en Matlab y puede encontrarse entero al final del documento, en el Anexo I.

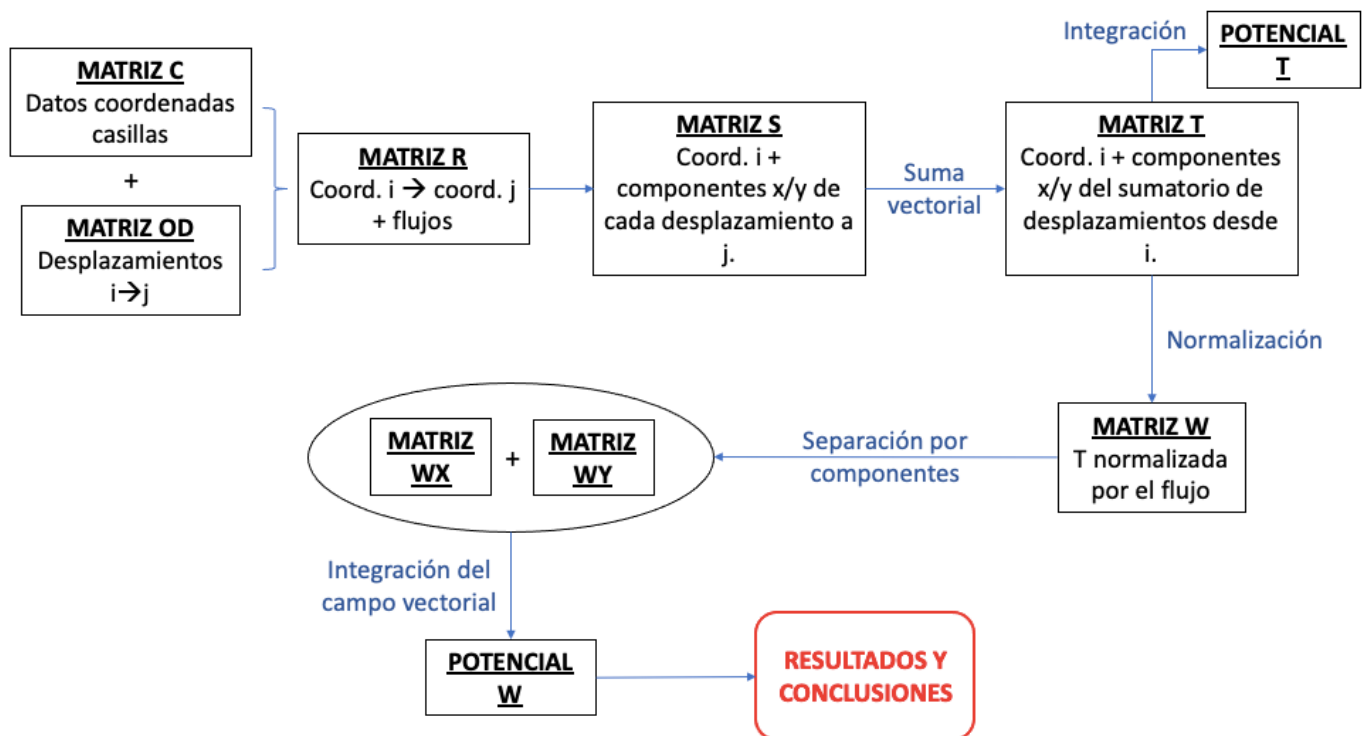


Figura 2 - Mapa Conceptual del Proceso

El procedimiento que se ha seguido en el programa se puede observar en la figura 2. Lo primero que se hizo fue conseguir los datos. Estos datos se encuentran publicados por

Nature.com, y se trata de los mismos datos con los que contaron Mazzoli et al. para su investigación [8]. Se utilizan solo dos ficheros que se leen en Matlab como matrices: primero se encuentra la matriz C, que contiene las coordenadas en x/y de todas las casillas de 1km² (numeradas del cero al 42.080); y después se encuentra la matriz OD (Origen-Destino) que contiene información sobre cuántas personas viajan desde la casilla i a la casilla j. Las tres primeras filas de la matriz C serían:

'0	528609.29589	6945977.0691'
'1	529609.29589	6945977.0691'
'2	530609.29589	6945977.0691'

Se observa que la primera columna es el número asignado a la casilla de 1km², la segunda es la coordenada en x del centro de dicha casilla (en metros) y la tercera es su coordenada en y (en metros). Se puede comprobar que la coordenada en y de las 3 casillas es igual. Esto se debe a que la matriz C describe un rectángulo de 249km de base en dirección oeste-este y de 169km de altura en dirección norte-sur. Es decir, un rectángulo que se asemeja a una matriz con 169 filas y 249 columnas (169x249). Esto es muy interesante, puesto que permitiría crear matrices 169x249 para ir asociando a sus casillas distintos valores de los vectores, aunque en el desarrollo inicial del código se vio que no era conveniente, y se programó todo como matrices con cientos de miles de filas que representaban desplazamientos diferentes sin un orden particular. Esto se debe a que para hallar las componentes de los vectores se necesitaban las coordenadas originales de la casilla, y al ser números decimales se hacía más complejo. En la parte final del programa, para calcular el potencial, sí que se tuvo que recurrir a esta forma de representación de los datos para que resultase más fácil, pero de ello se hablará más adelante.

El otro archivo con datos que se obtuvo fue asignado a una nueva matriz llamada OD (Origen-Destino) que contenía información de los viajes que se realizaban. El origen de estos datos se encuentra en la geolocalización por parte de la red social Twitter que se realizó a sus usuarios entre marzo de 2015 y octubre de 2017 [7,8]. El procedimiento es sencillo: se

dividió el día en dos franjas: desde las 8AM hasta las 8PM se consideró horario laboral y desde las 8PM hasta las 8AM se consideró horario no laboral. De esta forma, los tweets publicados en la franja laboral consideraban la ubicación como el lugar de trabajo o estudio, mientras que en la otra franja temporal se asumía que tenían lugar en el domicilio. Los datos se tomaron a lo largo de los años, y aplicando medidas estadísticas se asignó a cada trabajador una casilla i para su domicilio y una casilla j para su lugar de trabajo o estudio habitual según cuál era la casilla que más frecuentaba en dichos periodos de tiempo. Se ha de tener en cuenta que los datos no contemplan paradas intermedias y que solo indican origen y destino, no trayectorias o viajes “rápidos” en otros contextos, como puede ser hacer la compra, por ejemplo. Solo se da información sobre migraciones pendulares, con origen en el domicilio y destino en el lugar de trabajo o estudio (con su consecuente vuelta a casa al final de la jornada).

Todo lo expuesto previamente garantiza una fiabilidad bastante elevada de los datos, incluso teniendo en cuenta factores como los trabajadores nocturnos, ya que son una minoría que no alteran significativamente los resultados. Un ejemplo de las primeras tres filas de la matriz OD serían:

'24	5769	1'
'26	28	1'
'27	1273	1'

Esto significaría, tomando como ejemplo la primera fila, que de la casilla 24 a la casilla 5769 viaja una persona. Es importante comprobar que no en todas las casillas se da un viaje de salida, y este dato será importante para otras secciones pues habrá que corregir algunas columnas compuestas completamente por ceros. Esto se tratará más adelante.

Todos los datos que se utilizan son únicamente las matrices C (coordenadas) y OD (viajes). El objetivo intermedio es transformar esta información en vectores para poder crear los campos vectoriales de los cuales se derivan todas las conclusiones. Por ello, se deben mezclar C y OD para obtener R , como se indica en la figura 2. Una vez obtenida R , el resto

de las matrices evolucionan a partir de ésta. R es una matriz igual que OD, pero en vez de tener el número de la casilla i y j, tendrá las coordenadas asociadas a ellas. Para ello se recorrerá la matriz OD para sustituir los números identificadores de cada casilla por sus coordenadas. Se ha de tener en cuenta que la matriz OD contiene algo más de 1 millón de parejas i-j (origen-destino), es decir, más de 1 millón de filas que conforman una muestra de tamaño suficiente para poder extraer conclusiones. Sin embargo, ese tamaño de muestra obliga a Matlab a tomar más de media hora para generar la matriz R solamente.

Las primeras 3 filas de la matriz OD eran:

```
'24      5769      1 '
'26        28      1 '
'27     1273      1 '
```

Que en la matriz R se convierten en:

```
'552609.29589    6945977.0691    570609.29589    6922977.0691    1 '
'554609.29589    6945977.0691    556609.29589    6945977.0691    1 '
'555609.29589    6945977.0691    556609.29589    6940977.0691    1 '
```

Las primeras dos columnas muestran las coordenadas de la casilla i de salida en metros (primera columna en x, segunda en y), las dos siguientes muestran las coordenadas de la casilla j de llegada (tercera columna en x, cuarta columna en y) y la quinta columna indica cuántos viajeros hay desde i hasta j en ese caso concreto. Es decir, en el caso de la primera fila, si se compara con la matriz OD original, se puede ver que se indican las coordenadas de las casillas 24 y 5769, mientras que el flujo entre ambas se mantiene en 1 sin cambiar.

4.2 MATRIZ S Y AUTOFLUJOS

Una vez obtenida la matriz R, se tiene en una sola matriz toda la información recogida en C y en OD. El próximo paso es obtener la matriz S, pero antes de explicar su función, se va a realizar un pequeño apunte sobre lo que se han denominado “autoflujos”. Es un nombre con el que se ha denominado a aquellos flujos (viajes pendulares) donde la casilla i es igual a la casilla j, es decir, que la casilla de origen y destino es la misma. Este suceso se puede dar por factores como trabajar o estudiar desde casa (estas medidas se tomaron en los años pre-pandemia del Covid-19, por lo que el teletrabajo era mucho menos habitual), encontrarse en situación de desempleo, o trabajar en un lugar muy cercano al domicilio que justo esté en la misma casilla.

Un ejemplo sería el elemento 21 de OD, que coincide con elemento 21 de R (cambiando casillas por coordenadas):

	'32	32	3'	
'560609.29589	6945977.0691	560609.29589	6945977.0691	3'

Como se puede observar, de la casilla 32 a la casilla 32 (con sus respectivas coordenadas en el plano), viajan 3 personas. Es decir, se trata de un autoflujo, pues estas 3 personas se encuentran en la misma casilla durante la franja laboral y en la correspondiente al domicilio. Puede ser por múltiples razones como las explicadas previamente, pero el caso es que es un suceso que se da y que tiene ciertas implicaciones.

En el programa se ha incluido un apartado en el cual se calcula la cantidad de autoflujos, y se ha encontrado que de todos los trayectos entre casillas i-j que contiene la matriz OD, el 0,65% son autoflujos. Este es un primer hallazgo que se da en el proyecto, pues se comprueba que la gran mayoría de las personas (99,35%) se desplazan más allá de las casillas de 1km por 1km en las que residen. No es un hallazgo de gran importancia, pero será de ayuda para la resolución de un problema que ocurría al calcular la matriz S, pues al ser menores al 1%, los autoflujos se despreciarán.

Como se ha comentado anteriormente, para trabajar en Matlab es más cómodo obtener las componentes del vector desplazamiento asociado al flujo de personas. Fundamentalmente es por dos razones:

- La sintaxis del comando “quiver()” en Matlab para visualizar campos vectoriales, pues precisa de coordenadas de origen (i) y de las componentes en x/y, no siendo válidas las coordenadas finales.
- La necesidad de darle un significado al módulo de los vectores de desplazamiento pendular.

¿Qué significa aquello de un significado para el módulo? Si se introdujesen en Matlab coordenadas iniciales y finales, el vector uniría i con j, sin prestar atención a la cantidad de personas que viajan de i a j. Por lo tanto, las coordenadas finales e iniciales no deberían influir en el módulo del vector desplazamiento, sino en su dirección. Es decir, la forma de hallar el vector de una migración pendular entre i y j tendrá la dirección y sentido del vector con origen en i y fin en j, pero el módulo igual al número de viajes entre i y j. Para ello se crea un vector unitario $\vec{u}$ multiplicado por el flujo/número de viajes (f). Para hallar $\vec{u}$ se ha de calcular el vector que une i con j y dividirlo por su propio módulo (normalización), para poder multiplicarlo por el flujo f y hallar cada vector individual de S (como en la ecuación 3):

$$(E.3) \quad \vec{s} = \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \cdot f$$

De esta forma, se obtiene la matriz S, transformando los datos de R en unos nuevos pero equivalentes, que contendrán la misma información, pero expresada de una forma diferente. Las primeras dos columnas serán las coordenadas x/y de la casilla de origen i, mientras que la tercera y cuarta columna contendrán las componentes en ejes x/y de un vector con la misma dirección y sentido que el vector que une i con j y de módulo igual al flujo de movilidad pendular entre i y j. Es decir, se obtienen las componentes de un vector libre (columnas 3 y 4) con las coordenadas de su origen asociado (columnas 1 y 2) para crear un vector fijo.

Si siguiendo esta fórmula para todas las filas de R, se llega a un problema en el elemento 21 que se mostró previamente, pues era un autoflujo:

```
' 32    32    3 '
'560609.29589    6945977.0691    560609.29589    6945977.0691    3 '
```

Si se calcula el elemento 21 de la matriz S basada en estos datos de OD y R, se obtiene lo siguiente:

```
'560609.29589    6945977.0691    NaN    NaN '
```

Esto se debe al problema que se mencionó previamente con respecto a los autoflujos, ya que al calcular el módulo del vector $\vec{u}$ para normalizarlo y hacerlo unitario, se llega a una indeterminación. Esto es así porque el módulo de un vector que empieza y acaba en el mismo lugar es cero, por lo tanto $\|\vec{u}\| = 0$, y el vector $\vec{s}$ queda indeterminado. De ahí que sus componentes resulten en NaN (Not a Number) porque no se puede dividir entre cero. Como esto supone mucho problema y luego a la hora de representarlo no es posible porque el vector no apunta a ningún lado, se decide obviar los autoflujos, puesto que como se ha indicado antes, dichos autoflujos corresponden al 0,65% de las filas de R. Esto los convierte en despreciables sin comprometer la exactitud del modelo, por lo que se programa un bucle en el cual, si se detecta que las coordenadas de origen y de final son las mismas en R, no se incluyen en S. De esta forma se elimina el problema de los autoflujos pero se tiene en cuenta que es un fenómeno que existe, aunque de forma minoritaria.

Teniendo en cuenta todo lo mencionado previamente, y ejecutando el código tras la eliminación de los autoflujos, se obtiene definitivamente la matriz S. Se añade seguidamente el primer elemento de R y el primer elemento de S (en ese orden) para compararlos:

```
'552609.29589    6945977.0691    570609.29589    6922977.0691    1 '
'552609.29589    6945977.0691    0.61630826166    -0.78750500101 '
```

Se puede observar que las dos primeras columnas son iguales, ya que en ambas matrices representan las coordenadas x/y de la casilla de origen. Sin embargo, tienen como diferencia que en vez de tener coordenadas finales y flujo de personas como en R, en S se cambia la forma de presentar la información. Las últimas dos columnas de S son, como se puede comprobar, componentes de un vector con dirección i-j y módulo el número de viajes (en este caso 1). De ahí que las componentes sean mucho menores que las coordenadas y que aparezcan números negativos, ya que, en este caso, el vector apunta en dirección sureste.

$$\sqrt{0,616308^2 + (-0,787505)^2} = 1$$

La matriz S es la primera matriz de verdad interesante en este desarrollo matemático. La razón es precisamente el motivo por el que se creó. S contiene puntos de origen y componentes del vector asociado al viaje porque se quiere utilizar el comando quiver(), que sirve para representar campos vectoriales. Ahí está su utilidad, ya que, por primera vez, se puede observar cómo se comportan los desplazamientos pendulares en esta zona. Poniendo los vectores en color rojo para que sean más visibles, se obtiene la figura 3.

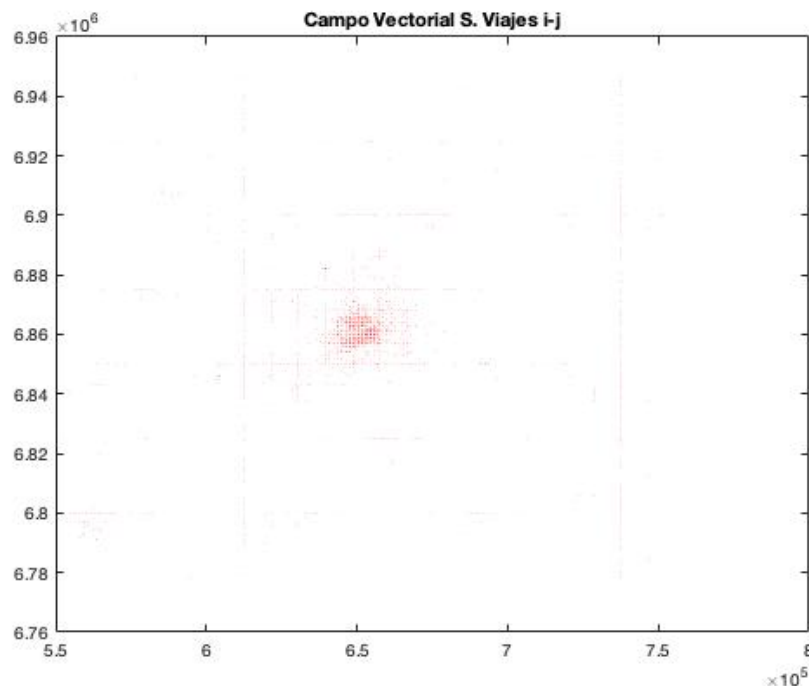


Figura 3 - Campo Vectorial S

En esta figura apenas se aprecia nada. La razón se puede ver en el siguiente histograma (figura 4) que mide la frecuencia de los módulos de S. Se ha aplicado el logaritmo en base 10 para poder interpretarlo con más exactitud:

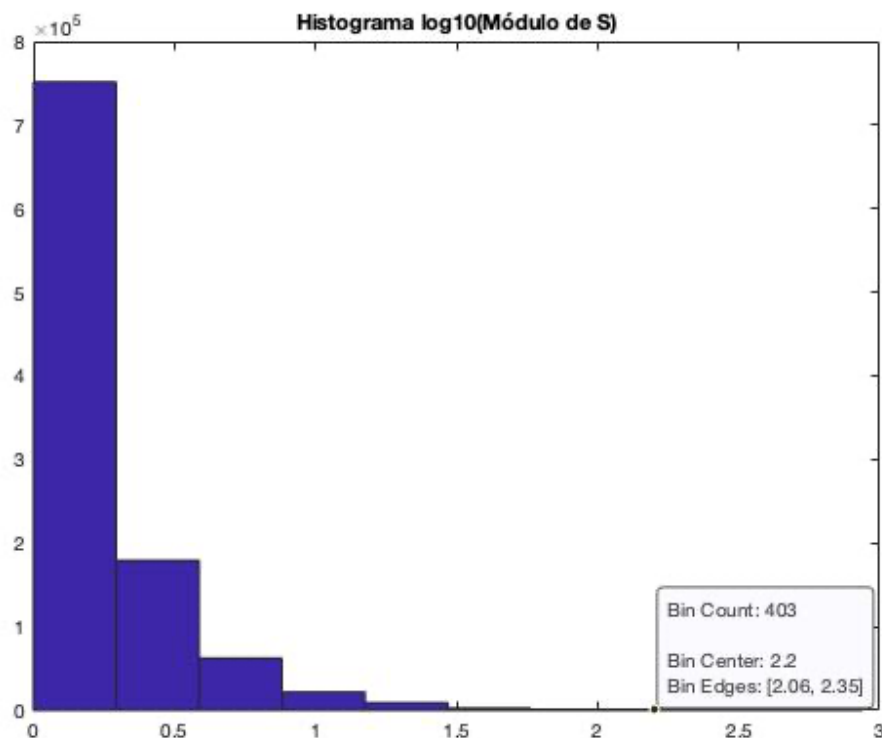


Figura 4 - Histograma log10 del Módulo de S

Como se puede observar, hay aproximadamente 750.000 viajes de módulo 1, es decir, que la inmensa mayoría de los viajes entre i y j son de una persona. Sin embargo, se ha añadido una etiqueta para mostrar que hay 403 viajes con exponente alrededor de 2,2. Como se trata de logaritmo en base 10, eso quiere decir que hay 403 viajes de módulos cercanos a $10^{2.2}$, es decir, alrededor de 150 personas de módulo. El máximo se sitúa en una combinación i-j que llega a los 869 viajes. El problema es que esto distorsiona completamente la visión de los resultados, ya que todos se han de ver en proporción, y para evitar vectores sobredimensionados que no quepan en la gráfica, en la figura 3 se observan esas casillas con

grandes flujos mientras que la gran mayoría de los viajes se hacen más pequeños y desaparecen a simple vista.

Se extraen dos conclusiones en vista de las figuras 3 y 4. La primera es que, para poder apreciar S, se ha de forzar al programa a reescalar los vectores. La segunda es mucho más importante, ya que introduce la idea de la normalización de las matrices según el número de viajes. Mazzoli et al. decidieron en su artículo normalizar T según el número de viajeros, es decir, dividir el vector resultante en cada casilla i por los viajeros totales que salían de i [7]. De esta forma, se conseguía solucionar el problema que se observa en la figura 3, y gráficamente se observa en el histograma que tiene un sentido práctico esta decisión.

Si se multiplican todos los módulos por 10 y se fuerza a Matlab a no reajustar los tamaños de los vectores, se obtiene la figura 5. La figura 6 muestra un detalle del centro de París, en la que los vectores son mucho mayores al ser una zona con mayor densidad de población. Esto causa que los vectores se crucen y se mezclen, que es el problema que Matlab intentaría evitar si no se le forzase a que eso pasara. En la figura 5 se pueden apreciar pequeños núcleos de población alrededor de la zona central de París que corresponden con ciudades vecinas de la capital francesa. Sin embargo, aún no se aprecian con claridad suficiente y habrá que esperar a futuras secciones para entenderlo mejor.

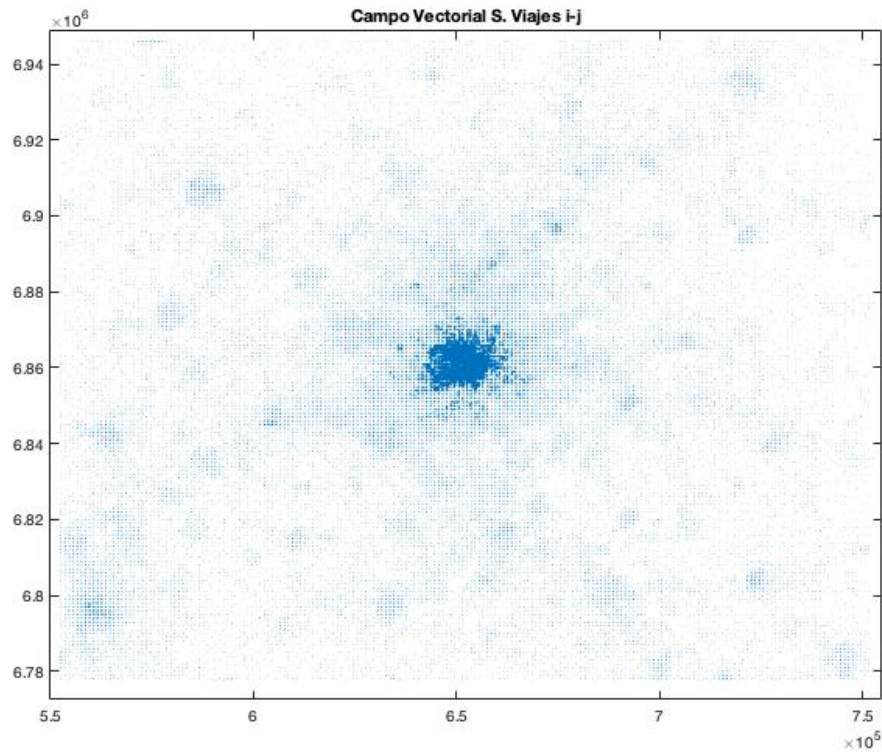


Figura 5 - Campo S multiplicado por 10

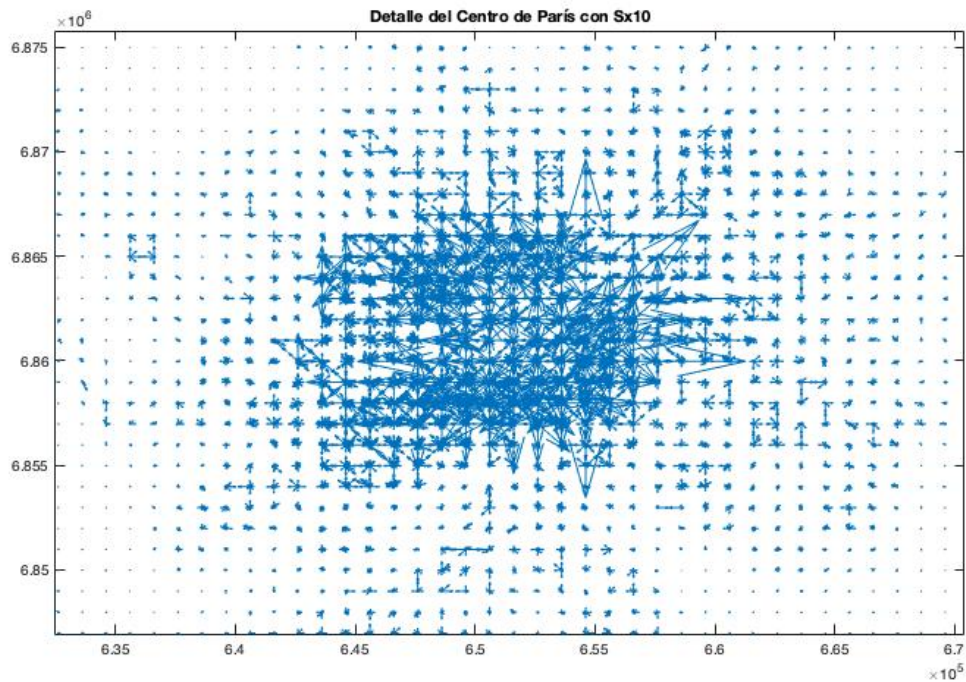


Figura 6 - Detalle del centro de París de la Matriz S

Un último análisis que se va a hacer sobre la matriz S es aquel de las casillas centrales y las casillas de periferia. Las casillas centrales serían aquellas que se encuentran dentro de una ciudad o foco, como pueden ser París u otros núcleos urbanos que la rodean. Las casillas de periferia corresponderían a lugares que, en vez de atraer, “repelen” a las personas, pues son casillas desde las cuales las personas viajan, y casi nunca se trata de sitios hacia los que las personas viajan. Las casillas centrales serían “casillas j” al ser destinos o sumideros mientras que las de periferia serían “casillas i” al ser orígenes o fuentes. Se ha de tener en cuenta que la matriz S no ha sumado todavía todos los vectores de cada casilla i, por lo que, si se amplía la imagen sobre una casilla, se pueden ver los viajes individuales hacia cada casilla. En las siguientes figuras se pueden ver las diferencias entre estos dos tipos de casillas, las fuentes y los sumideros.

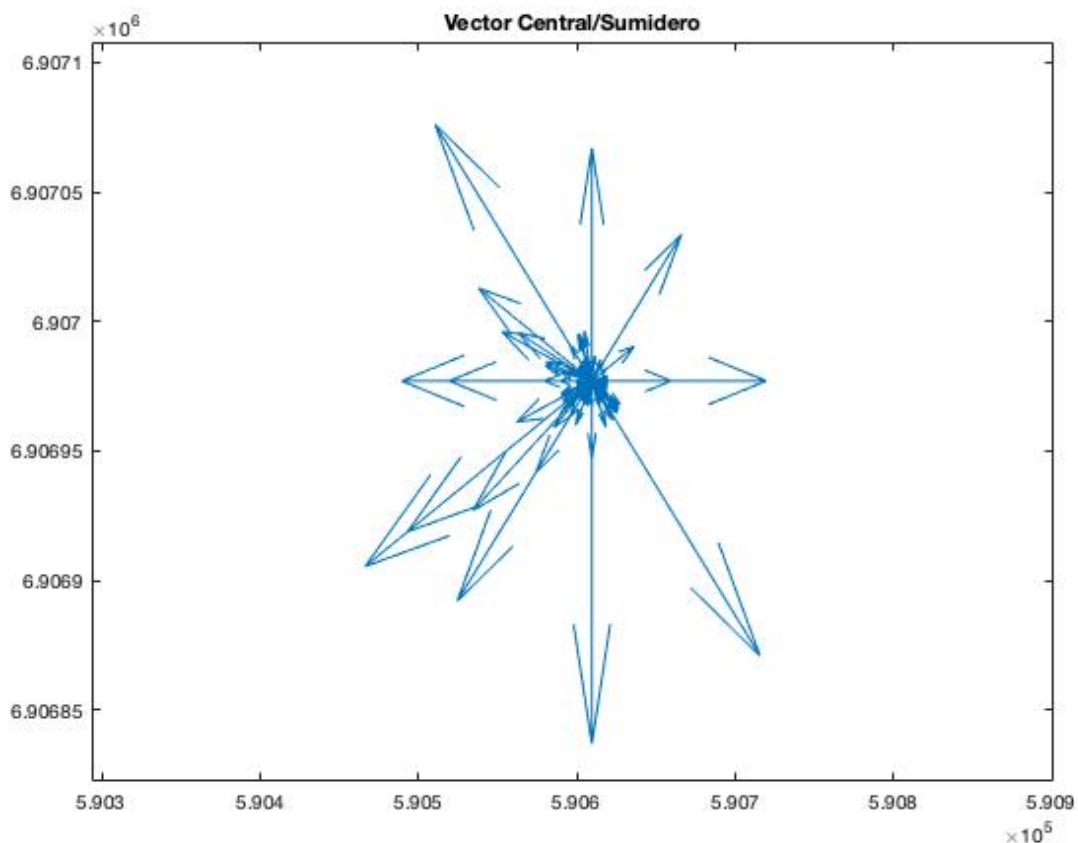


Figura 7 - Vector Central/Sumidero

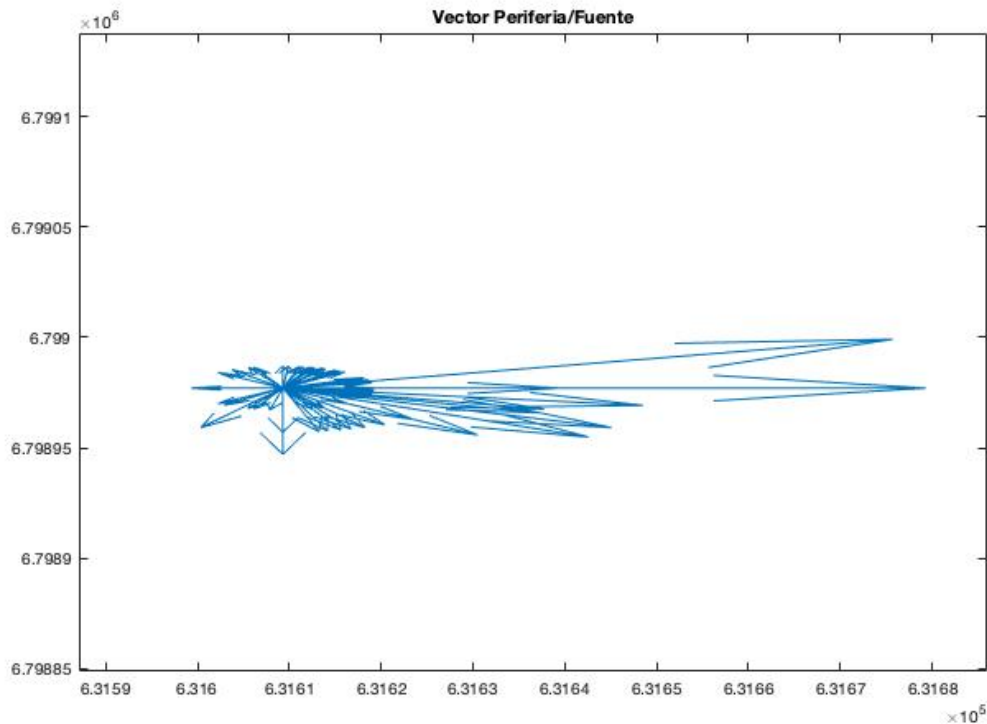


Figura 8 - Vector Periferia/Fuente

En primer lugar, la figura 7 muestra un vector central, que estaría en un lugar del centro de una ciudad. De ahí que tenga una forma con una relativa simetría radial, que provocará que cuando se halle el vector resultante en la matriz T, que será la suma vectorial de todos los vectores por casilla i, el resultado no será cero, pero habrá muchas interacciones en direcciones opuestas que se anulen entre ellas. Esto se puede entender como estar en el centro de una carga de densidad de carga uniforme. Cuando uno se encuentra dentro de dicha carga, encontrará una fuerza que lo empuje hacia el centro (si tienen cargas opuestas) y otra que lo empuje hacia el exterior. Al final el balance será atractivo hacia el centro, pero menor que si se encontrase en la superficie, porque hay una parte de esa esfera uniformemente cargada que empuja a la otra carga en sentido contrario. Eso mismo ocurre aquí, ya que, al estar en el centro de París, la casilla i está rodeada de grandes densidades de población que la atraen en todas las direcciones. El resultado final será hacia el centro, pero mucha de esa fuerza se verá contrarrestada por las densidades de población más cercanas.

Sin embargo, en la figura 8 ocurre justamente lo contrario. Se trata de una casilla situada en la periferia de una ciudad, por lo tanto, no se encuentra en el interior de una esfera uniformemente cargada. Es verdad que en la figura 8 se aprecian atracciones o desplazamientos en otras direcciones, pero se ve claramente una influencia mucho más fuerte hacia la derecha. Esto se debe a que hay más ciudades alrededor que atraen a los habitantes de esa casilla, pero su mayor cercanía a una ciudad localizada a su derecha genera una atracción mucho mayor en esa dirección.

Es interesante ver cómo el modelo de atracción eléctrica y gravitatoria se puede ver tan gráficamente incluso para poder diferenciar si una casilla se encuentra en el centro de una densidad uniforme de población atractiva (similar a una esfera uniformemente cargada) o si se encuentra en el exterior o periferia, asimilándose el modelo a una carga puntual vista a una cierta distancia.

4.3 *MATRIZ T*

Como primer acercamiento se ha estudiado la matriz S , sin embargo, aunque dicha matriz contiene mucha información sobre los desplazamientos entre casillas i - j , no resulta particularmente útil a la hora de hacer la equivalencia física. Para ello, se necesita hallar un vector resultante T_i , que no contenga información sobre cada vector trayecto i - j al igual que S_{ij} , sino que directamente informe de la tendencia que tienen los viajeros que salen de i , independientemente de a qué casilla j se dirijan. Para ello, se aplica la ecuación 4 en el código, que crea la nueva matriz T .

$$(E.4) \quad \vec{T}_i = \sum_j \vec{s}_{ij} \quad \forall i$$

Es importante recalcar que la suma de los elementos $\vec{s}_{ij}$ se trata de una suma vectorial, ya que la dirección del vector resultante es vital para el estudio del campo. Se trata de una suma que mantiene constante la i pero que varía la j , ya que realiza la operación para toda casilla de salida i interactuando con todos sus destinos j . Esto tiene muchas consecuencias positivas. La primera ventaja es que los datos son mucho más manejables en

T que en S. El número de filas de S se situaba en un número superior al millón, mientras que T solo cuenta con 31.220 filas, es decir, se reduce casi por 33 el número de interacciones entre casillas. Realmente, el número de viajes sigue siendo el mismo, pero en vez de tener varios vectores por casilla, se condensa toda su información en un solo vector.

El número de viajes que se realizan de i a j también influye, dado que el módulo del vector $\vec{s}_{ij}$ coincide con ese número de viajes, por lo tanto, cada vector $\vec{T}_i$ representa la tendencia que tendría una persona en cada casilla i de desplazarse para ir a trabajar. Es una forma de ver la dirección media de la localización de los lugares de trabajo y estudio. En las dos siguientes imágenes se mostrará la superposición de S y T, para observar claramente lo que ocurre al sumar vectorialmente en cada casilla i .

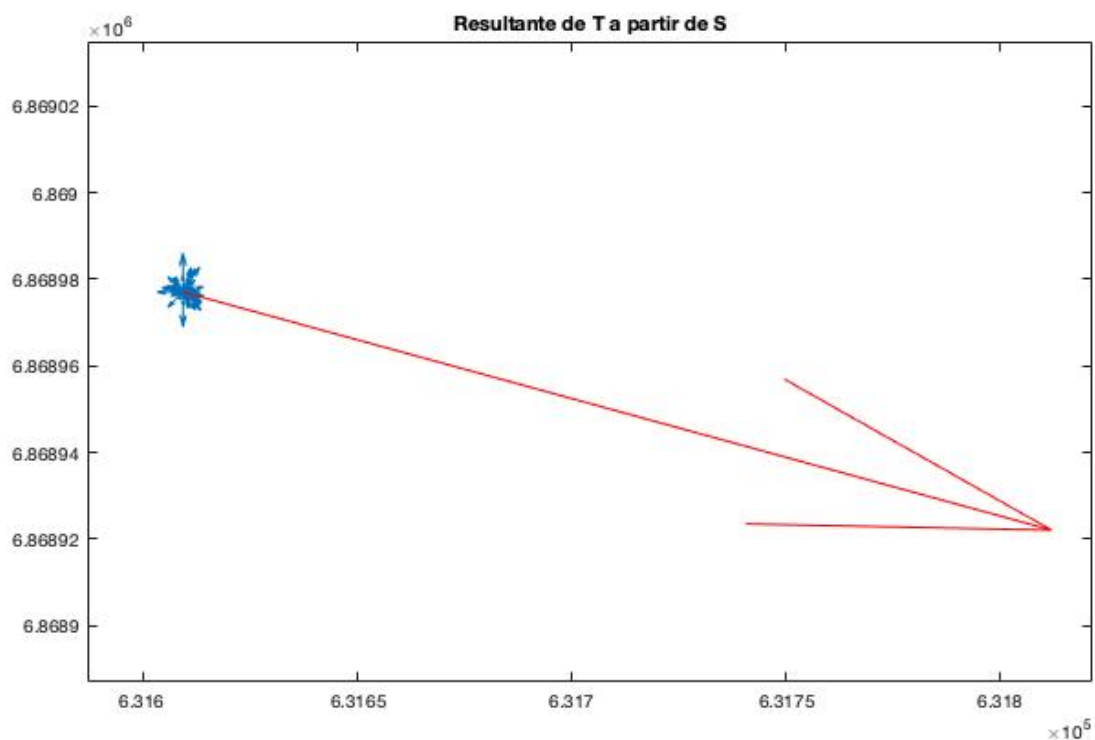


Figura 9 - S_{ij} en azul y T_i en rojo

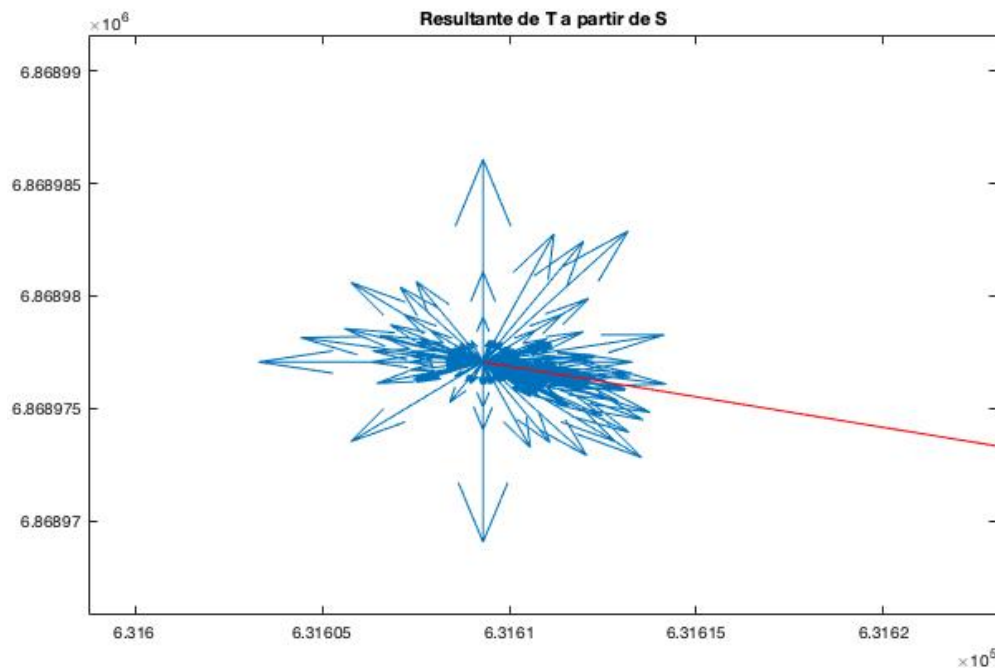


Figura 10 - Detalle de la suma de S_{ij}

Es muy llamativo al observar la figura 9 el tamaño del vector $\vec{T}_i$ correspondiente. Sorprende que siendo tan pequeño el grupo de vectores en dicha casilla, el vector rojo sea tan grande. La explicación se encuentra en la figura 10, en la que se observa el suceso con más detalle. Se puede ver que se trata de un vector central que se describía anteriormente, ya que hay una distribución de vectores en S en todas direcciones. Sin embargo, siguiendo la explicación del apartado anterior, siempre hay una dirección predominante. Además, al ser tanta la cantidad de vectores $\vec{S}_{ij}$, sumados en su conjunto generan un vector mucho mayor en módulo.

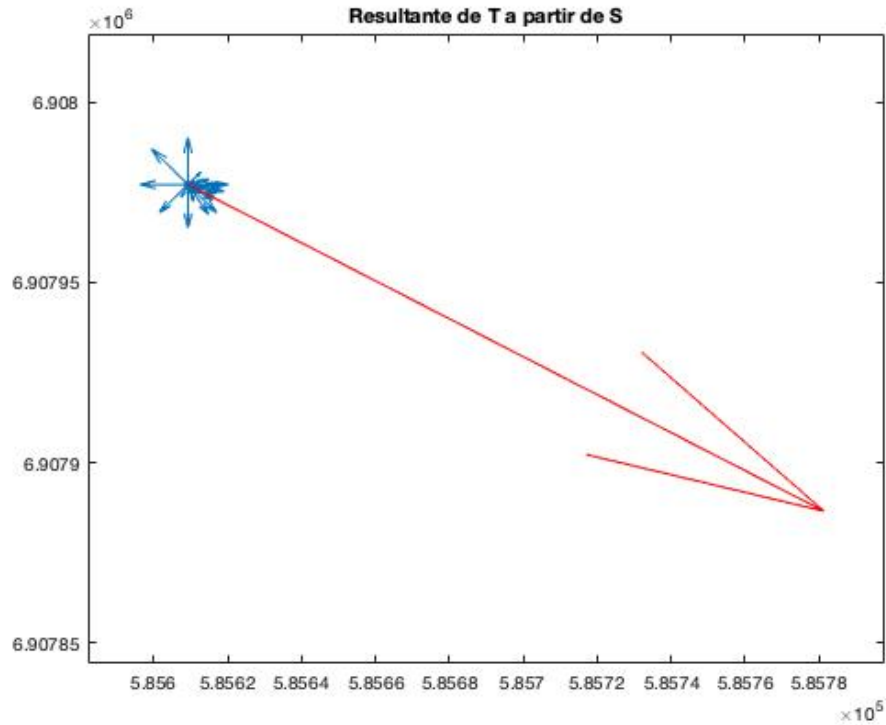


Figura 11 - Suma de S_{ij} en una casilla de periferia

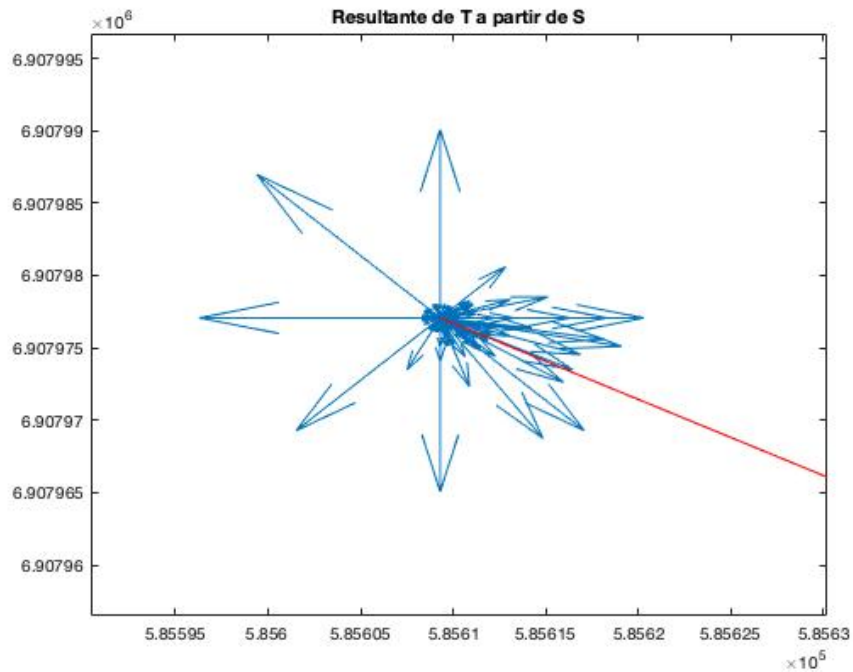


Figura 12 - Detalle de la suma en casilla periferia

En las figuras 11 y 12 se puede ver el mismo procedimiento de suma de vectores $\vec{s}_{ij}$ (azul) en una casilla para obtener un solo vector $\vec{T}_i$ (rojo) resultante de esta suma vectorial. Se añadieron estas dos para observar la operación en una casilla perteneciente a la periferia, a diferencia de las figuras 9 y 10 que mostraban un vector central. Se aprecia claramente que, aunque hay vectores en distintos ángulos, la mayoría de ellos se localizan apuntando a la dirección este/sureste. No es como en los vectores centrales en los que había mayor varianza en la dirección.

El campo vectorial completo de la matriz T se puede observar en la figura número 13, además de un detalle agrandado en la número 14.

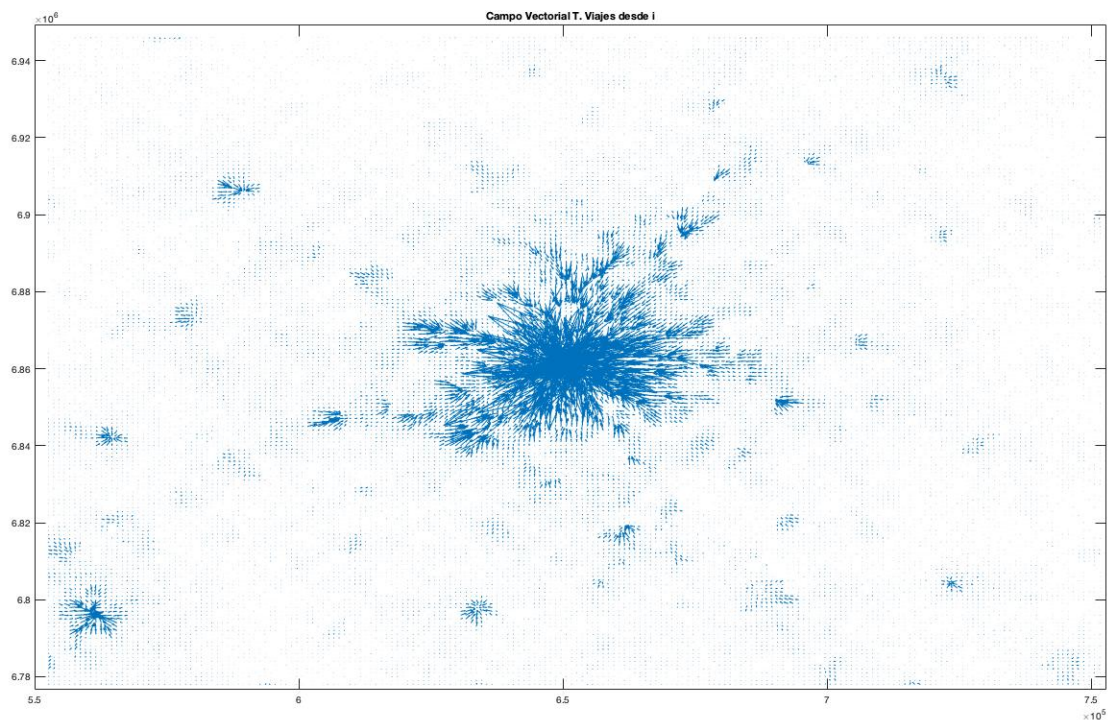


Figura 13 - Campo Vectorial T_i

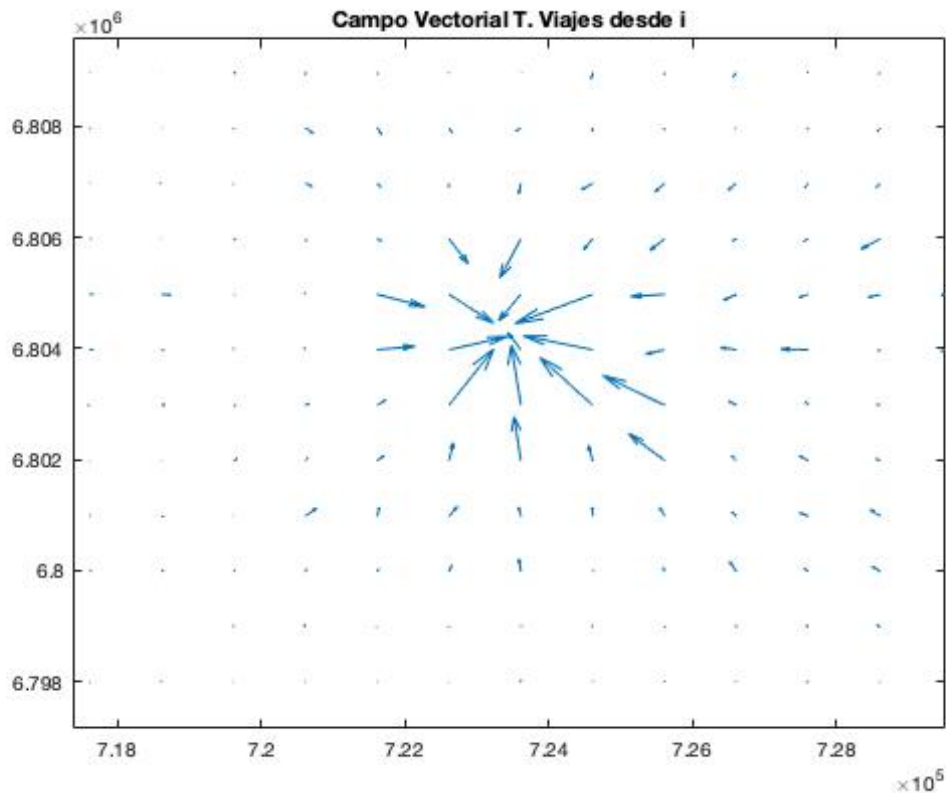


Figura 14 - Detalle de una ciudad en las afueras

Lo primero que salta a la vista al observar la figura 14 es que ya no se ven numerosos vectores con el mismo origen en cada casilla i , sino que cada casilla i posee un único vector $\vec{T}_i$ que resume toda la información de sus desplazamientos. Hay otra cosa que se puede observar en ambas imágenes, y es que el flujo de personas en el centro de las ciudades es mucho mayor que en las zonas menos pobladas. No se trata de una diferencia algo mayor, sino que es una diferencia de varios órdenes de magnitud. En la figura 14, los módulos del centro son considerablemente más grandes que los que se encuentran a 5km de distancia. Además, la figura 14 representa a una pequeña ciudad mucho más pequeña que París. Si se agrandase la imagen en el centro de París, los vectores serían tan grandes que no se vería nada. La siguiente figura crea una función en z cuya altura representa el número de viajes salientes desde i en cada casilla, que sirve para entender mejor este concepto e introducir el siguiente. Es importante no confundir la figura 15, que muestra el número total de viajes por casilla, con las funciones potenciales que se verán en secciones posteriores.

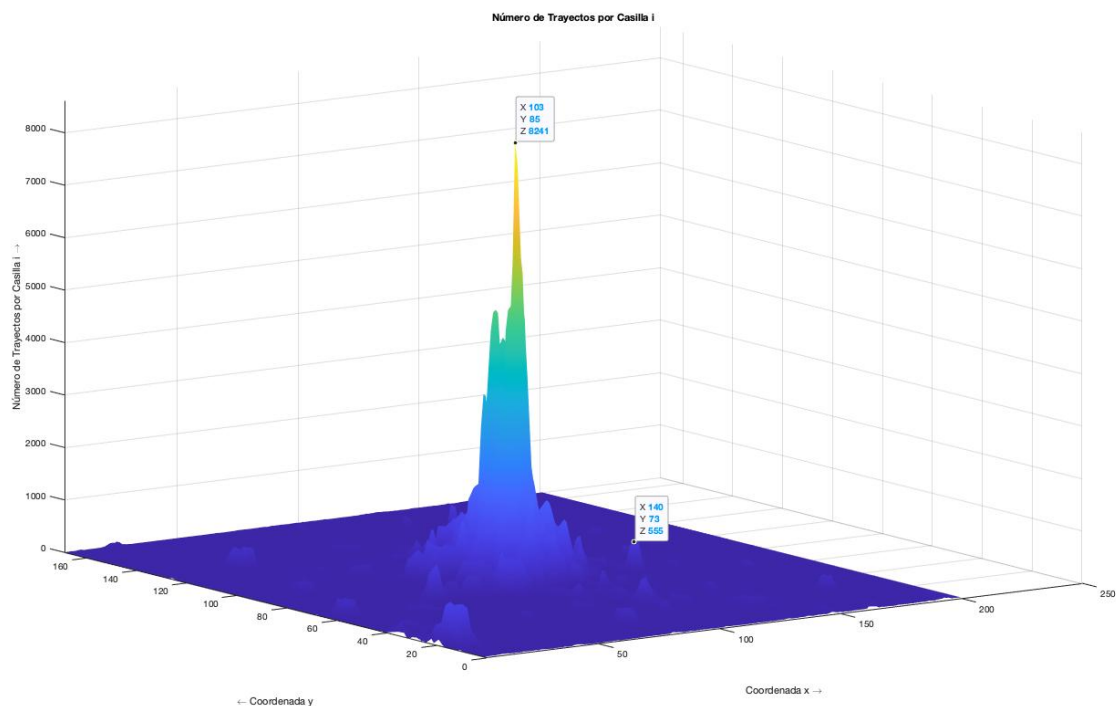


Figura 15 - Número de Viajes por Casilla

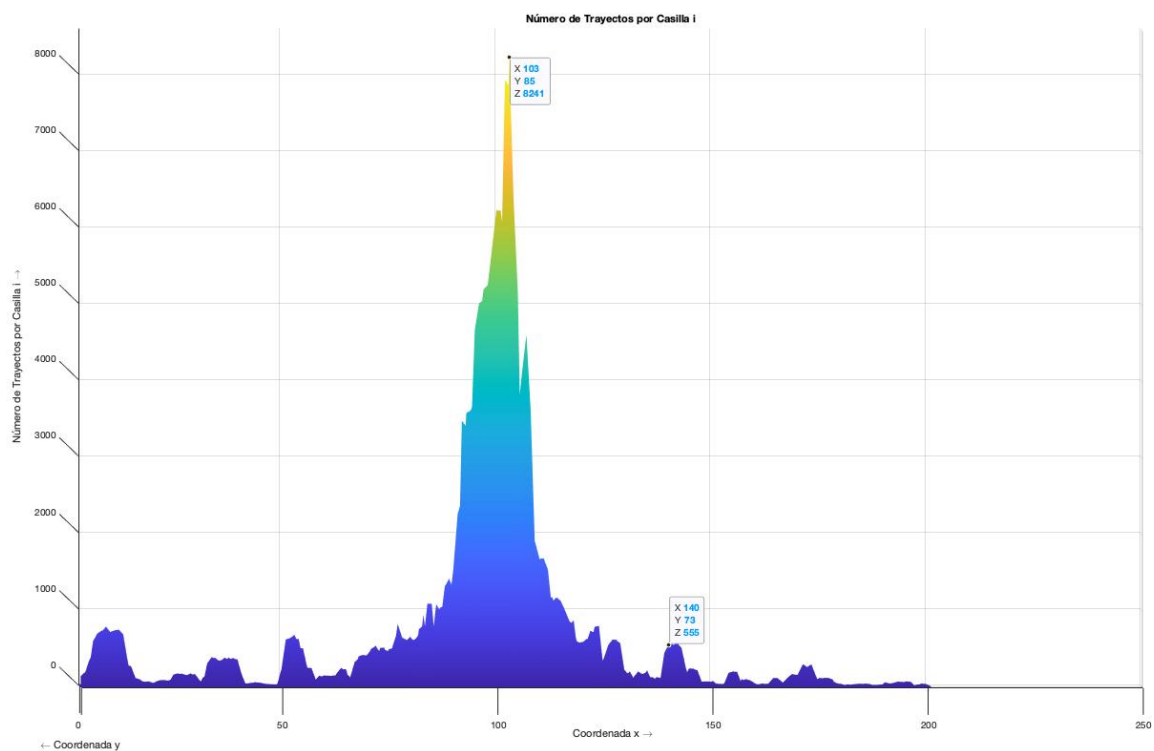


Figura 16 - Otra perspectiva del número de viajes

Se han incluido las figuras 15 y 16 para mostrar un problema con el que se encuentra este proyecto: la heterogeneidad en la distribución de la población, que deriva en una heterogeneidad en la distribución de los viajes salientes de cada casilla. Los viajes en el centro de París superan los 8.200, mientras que en ciudades próximas no llegan a los 800. Esa diferencia es tan grande que provoca que no se pueda visualizar correctamente cualquier desplazamiento periférico, ya que se acaba despreciando en comparación con aquellos más centrales.

El problema se puede solucionar aplicando un factor de escala proporcional, que sea mayor en las zonas con mayor tráfico y viceversa, un factor de escala que será precisamente la función representada en la figura 15: dividir cada vector entre el número de viajes que salen de su casilla, para obtener la matriz final, la matriz W .

4.4 *MATRIZ W*

Como se introdujo previamente en la sección anterior, la matriz W busca solucionar el problema que aparece en T del desequilibrio entre la cantidad de viajes que hay en el centro de las grandes ciudades comparado con la periferia. Para ello, se opta por dividir cada vector por un escalar igual a la cantidad de viajes que salen de cada casilla i , según la fórmula número 5 y siendo m_i los viajes desde i :

$$(E.5) \quad \vec{w}_i = \frac{\vec{T}_i}{m_i}$$

De esta forma, la representación de los vectores queda mucho más intuitiva, como se puede apreciar en la figura 17.

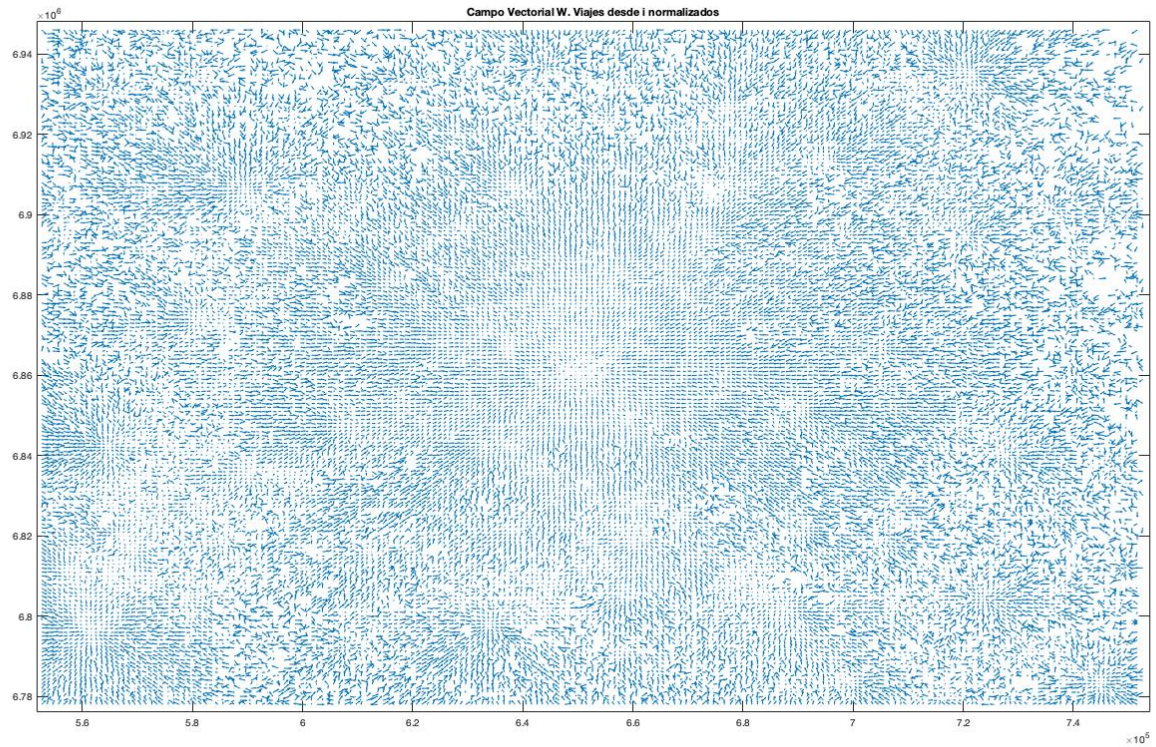


Figura 17 - Campo Vectorial W

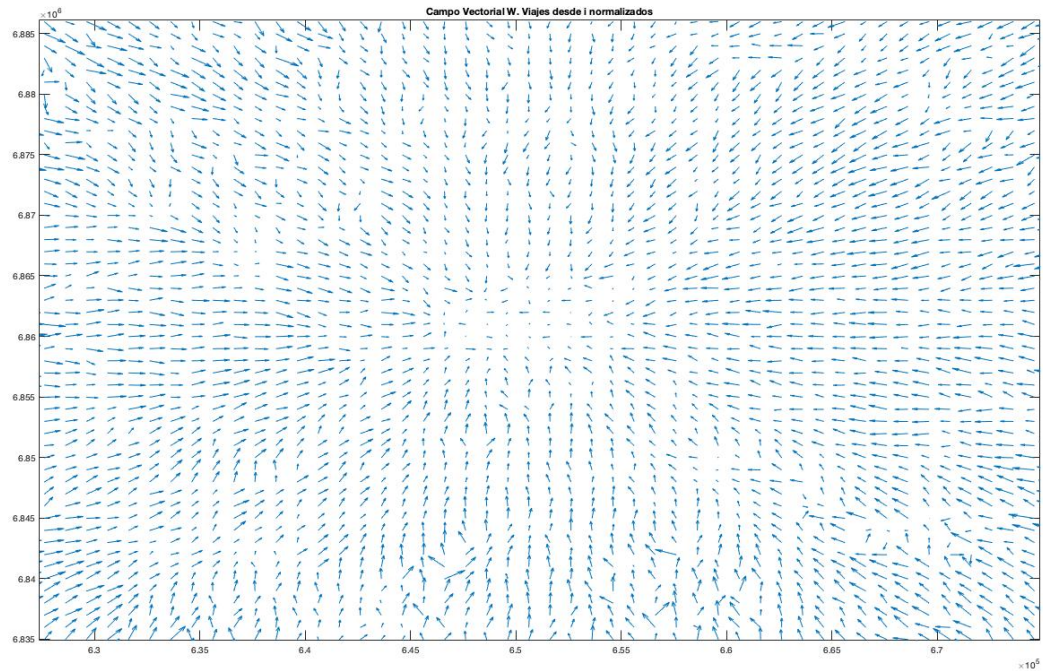


Figura 18 - Detalle del Centro de París con W

En la figura 18 se ve con más detalle y precisión el centro de París. Con W los vectores se ven de una forma mucho más clara, pues no hay sobredimensionamientos que alteren la estructura de todo el campo. Se ve claramente que, aunque en los extremos los vectores no apunten perfectamente al centro, se asemeja mucho este campo vectorial al producido por una densidad de carga eléctrica o al campo gravitatorio causado por un planeta. Este campo W es un campo conservativo en el que el rotacional es cero aproximadamente. Este hecho tendrá grandes implicaciones, que serán explicadas seguidamente, tras la demostración de la irrotacionalidad del campo W .

4.5 DIVERGENCIA Y ROTACIONAL. POTENCIAL DE T Y DE W .

Esta sección dentro del capítulo acerca del modelo desarrollado es quizás la más importante. Esto se debe a que, en las anteriores, se proporcionaban sobre todo análisis descriptivos sobre los movimientos, mientras que en esta, se va a tratar a estos campos vectoriales como campos gravitatorios o electrostáticos. Es ahora cuando se van a aplicar herramientas aprendidas durante los cuatro años de grado para analizar el sistema y extraer conclusiones. Herramientas como el rotacional, la divergencia, los potenciales, la ecuación de Poisson, etc.

Para realizar estos cálculos en Matlab, lo primero que se deberá hacer es redefinir las matrices T y W , aunque la importancia se centrará en W , razón por la cual es la única que se menciona en la figura 2. Se recuerda, que, hasta el momento, las matrices con las que se ha tratado constaban de un número reducido de columnas, donde cada una representaba un dato para las casillas i que se colocaban por filas. Ahora, para los cálculos numéricos, Matlab precisa que los vectores estén sobre matrices que reflejen sus coordenadas, es decir, que el primer vector de la esquina superior izquierda en el mapa tenga la celda (1,1) asignada. Para ello, se ha vuelto atrás para estudiar la matriz C , y se ha descubierto que describe un rectángulo de 249km en la base y 169km de altura, que resulta en una matriz 169x249 (es al revés porque son filas por columnas). Esta matriz numera las casillas desde el 0 hasta el 42080 (un total de 42081 casillas) empezando por la esquina superior izquierda, rellenando filas hacia la derecha y bajando a una fila inferior una vez rellenada la superior.

Sin embargo, ejecutando el programa y viendo las matrices previas, se ve que el rectángulo es realmente de 168x200km, ya que hay varias columnas a la izquierda y derecha en las que no hay medidos desplazamientos (son ceros), por lo que se eliminan para no causar fallos en el programa. Por lo tanto, se generan dos matrices, una con las coordenadas en X de W (llamada WX) y otra con las coordenadas en Y de W (llamada WY). WX y WY tienen las coordenadas colocadas en sus correspondientes casillas, es decir, que la coordenada que está a 30km hacia la derecha de la primera casilla y 57km por debajo, estará en la celda (58,31). Se repite el mismo proceso con la matriz T para obtener TX y TY.

Una vez que ya se tienen WX, WY, TX y TY, se pueden realizar todos los cálculos necesarios (se insiste en que todos estos cálculos están disponibles en el código desarrollado en Matlab que se encuentra en el Anexo I al final del documento de memoria).

El primer cálculo a realizar es el rotacional, vital para este trabajo. Realmente, no se va a utilizar como tal, pero es importante para demostrar la conexión del campo vectorial W con los campos gravitatorio y electrostático. Estos campos son conservativos, y gracias a esto, el trabajo realizado para moverse de un punto a otro es independiente de la trayectoria. La forma de comprobar si es un campo conservativo es viendo si el rotacional es cero en todos los puntos. Se calculará el rotacional del campo W para comprobar que es cero y poder asegurar que la equivalencia realizada con un campo gravitatorio-electrostático es correcta. En Matlab es suficiente con llamar a la función `curl()` y con las nuevas matrices se obtiene dicho rotacional en toda la superficie.

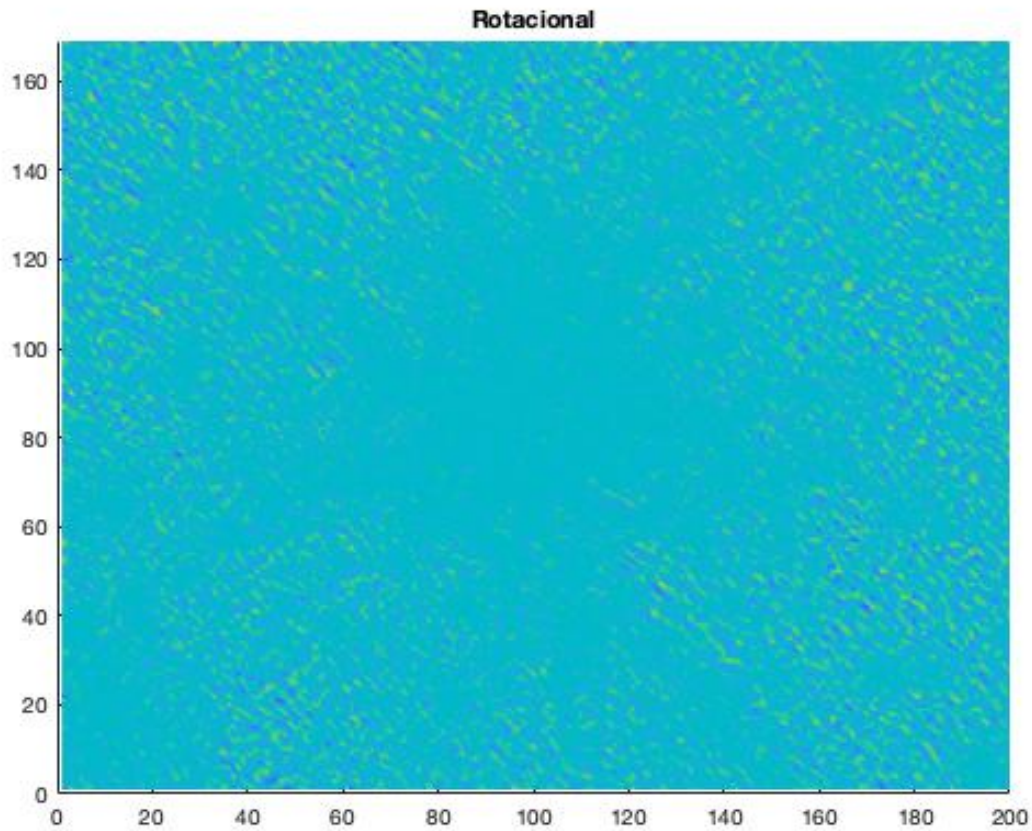


Figura 19 – Rotacional de W

El rotacional del plano se puede observar en la figura 19. Se ve por la comparativa de colores que la zona central donde se encontraría París tiene el rotacional menor, mientras que en las zonas periféricas el rotacional es superior. Esto se debe a que, como se ve en la figura 18, los lugares más céntricos atraen con más fuerza y no dan pie a demasiadas perturbaciones que hagan que los vectores se desvíen. De todas formas, surge la duda de qué número se puede considerar cero en el cálculo del rotacional, dado que nunca va a ser cero porque no se trata de un experimento teórico y nunca será perfecto.

Por ello, se han calculado la media y el histograma de valores del rotacional. La media es de $3,96 \cdot 10^{-4} \text{km}^{-1}$. Esto es un número que podría considerarse cero, pero una vez más se pone en duda puesto que se necesitaría algo con lo que compararlo (aunque la apariencia es que, efectivamente el campo es irrotacional). La clave del razonamiento está en el histograma, que como se puede observar en la figura 20, representa una distribución

normal con media cero. Esto significa que la tendencia del rotacional es a ser cero, pero siempre hay un ruido habitual en datos empíricos que no permite que sea exactamente nulo. El hecho de que la distribución sea normal refuerza el argumento de que dicho ruido sea estadístico y que el rotacional es cero.

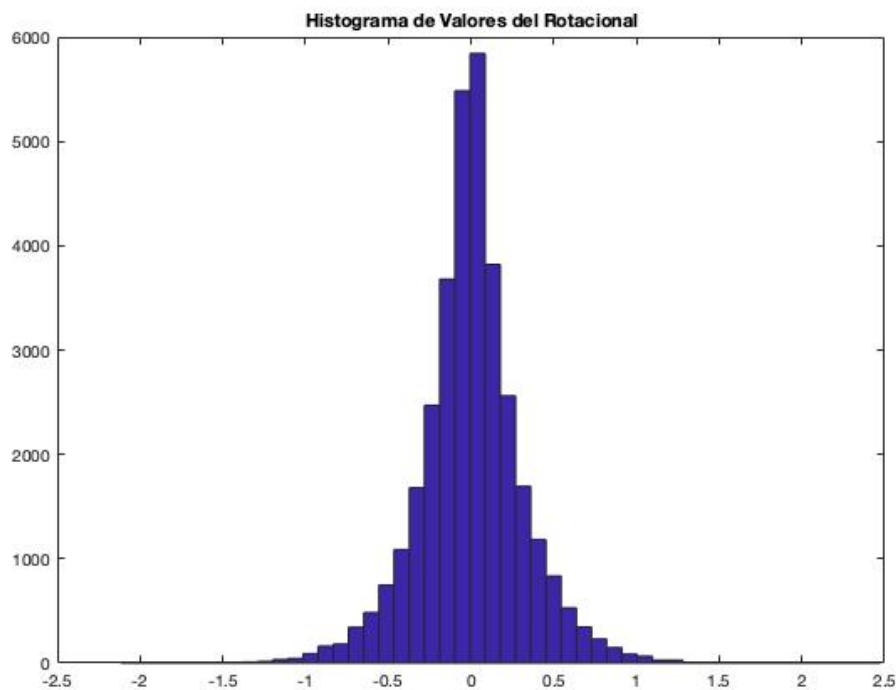


Figura 20 - Histograma Valores Rotacional W

Sin embargo, el campo T no es conservativo, puesto que su rotacional no es cero. Se adjunta una gráfica de dicho rotacional en la figura 21 donde se aprecia claramente este hecho. Se ven picos en valor absoluto superiores a los 1.000km^{-1} , varios órdenes de magnitud por encima del rotacional de W. Esto respalda las razones anteriores por las que se decidía trabajar con W en lugar de con T, para poder trabajar con un campo conservativo y gravitacional.

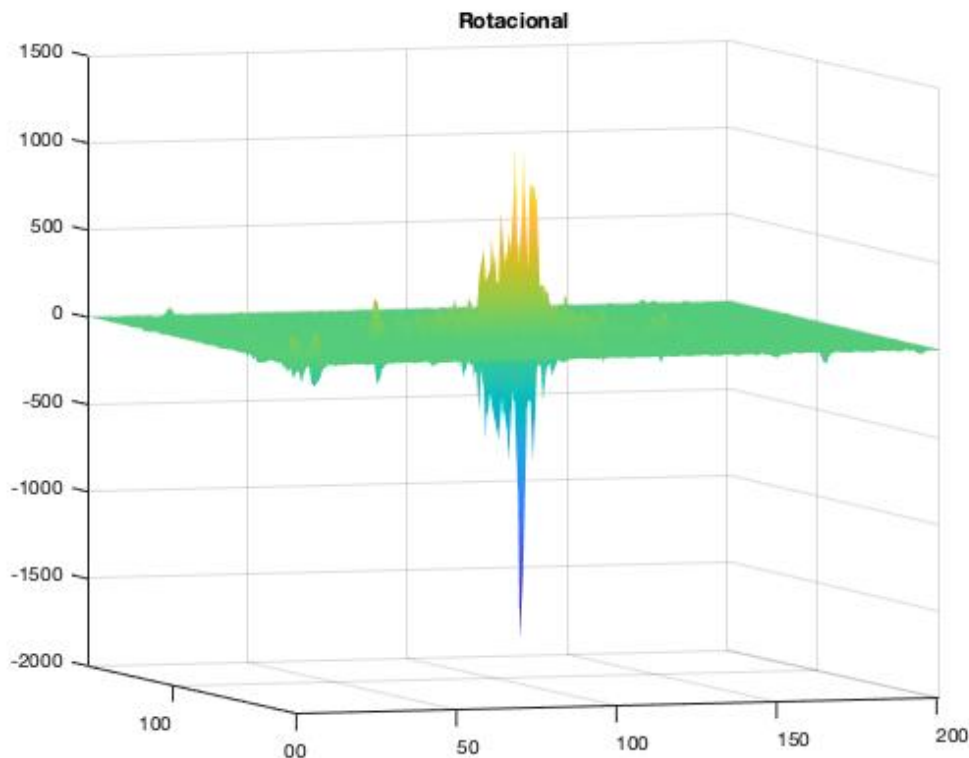


Figura 21 - Rotacional de T

Concluida la irrotacionalidad del campo W , y observando la forma misma de los vectores del campo de movilidad, se puede trabajar de ahora en adelante con W como si fuese un campo gravitatorio o electrostático, aplicando fórmulas y conceptos propios de ese tipo de atracciones.

Uno de los conceptos más importantes que se busca comprender y explorar en este trabajo es el del potencial. Un campo conservativo es aquel en el que se realiza la misma cantidad de trabajo para ir de un punto A a otro B independientemente de la trayectoria. El trabajo realizado viene determinado por la diferencia de potencial entre los puntos A y B. Ya se ha demostrado que el campo es irrotacional y por lo tanto conservativo, por lo cual existe una función potencial en este campo de movilidad pendular W . Aunque no se vaya a utilizar el concepto de trabajo para desplazarse entre dos puntos, sí que se va a calcular dicho potencial para obtener información sobre el campo de movilidad. Si se tratase de dos cargas

eléctricas puntuales, el potencial aumentaría (en valor absoluto) según uno se acerca a dichas cargas. Por lo tanto, se espera que al calcular el potencial de París y las ciudades que la rodean, haya un incremento del potencial en las zonas hacia las que los vectores viajan, es decir, en las zonas receptoras de viajeros donde se encuentran dichas ciudades.

La siguiente pregunta que se plantea es la de cómo calcular el potencial. Si se tuviese una fórmula analítica del campo vectorial W , dependiendo W de las coordenadas en x/y ($W=f(x,y)$), se podrían realizar operaciones de integración en las diferentes componentes para hallar este potencial. Sin embargo, W es un campo empírico, no “teórico” que cuente con una expresión analítica, por lo que se deberá hallar el potencial con métodos numéricos.

La relación entre el potencial y un campo vectorial es que el menos gradiente del potencial es igual al campo. Siendo el nombre del campo de movilidad W , y tomando V como el potencial buscado, la ecuación sería:

$$(E.6) \quad W = -\nabla V$$

Aplicando el operador nabla a ambos lados y moviendo el signo negativo se obtiene la ecuación 7:

$$(E.7) \quad \nabla^2 V = -\nabla \cdot W$$

Esto significa que el laplaciano del potencial es igual a la menos divergencia del campo de movilidad W [10]. Sabiendo que la divergencia de un campo eléctrico equivale a la densidad de carga entre la constante de permitividad eléctrica en el vacío (ϵ_0) se obtiene la famosa ecuación de Poisson (E. 8):

$$(E.8) \quad \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Sin embargo, a la hora de trabajar con el campo W , el concepto de densidad de carga no existe como magnitud exacta, ya que, aunque exista una medida cualitativa de que a mayor densidad de población, mayor densidad de carga, el dato desde el que se parte no son densidades sino desplazamientos. Por ello se utilizará la ecuación número 7, que es la

ecuación de Poisson pero utilizando la divergencia de W en lugar de densidades de carga. W sí que es un dato que se podrá utilizar en la ecuación, y la divergencia del campo se calcula de forma muy fácil con un comando de Matlab (`div`). Por lo tanto, se llega a dicha ecuación 7 con la divergencia calculada que debe ser igual al laplaciano del potencial. Este es el potencial incógnita, el objetivo de todos estos cálculos, pero se encuentra dentro de una ecuación con derivadas parciales, por lo que se deberá resolver con métodos numéricos. Además, se aplicarán condiciones de contorno para que el potencial sea cero en los bordes del campo. Para resolver esta ecuación se encontró en internet el código de una función que resolvía esta ecuación de Poisson, ya que no hay un comando en Matlab que lo haga [9].

El resultado se puede ver en la figura 22, y es sorprendente la claridad con la que se aprecian los diferentes núcleos urbanos con París en el centro.

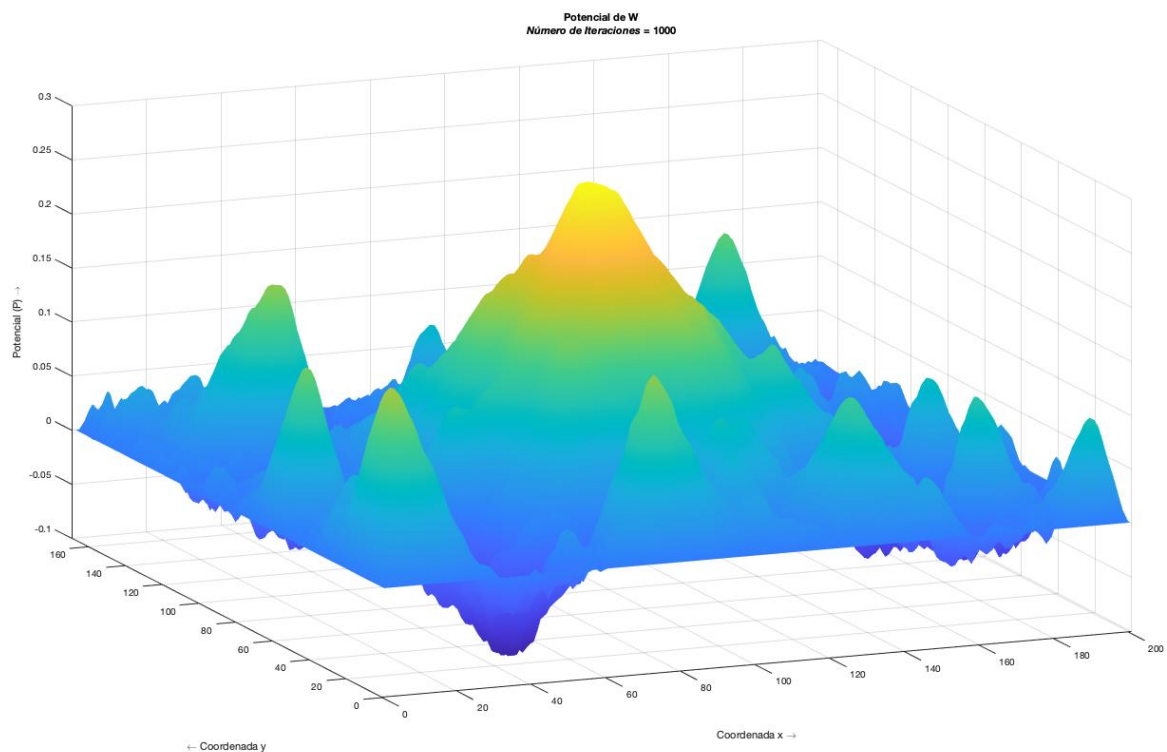


Figura 22 - Potencial de W en 3D

Se añaden también las líneas de contorno de dicho potencial de W (líneas equipotenciales) en la figura 23, para obtener otra visión (ahora en planta) de la localización de los distintos núcleos urbanos y de su capacidad atractiva.

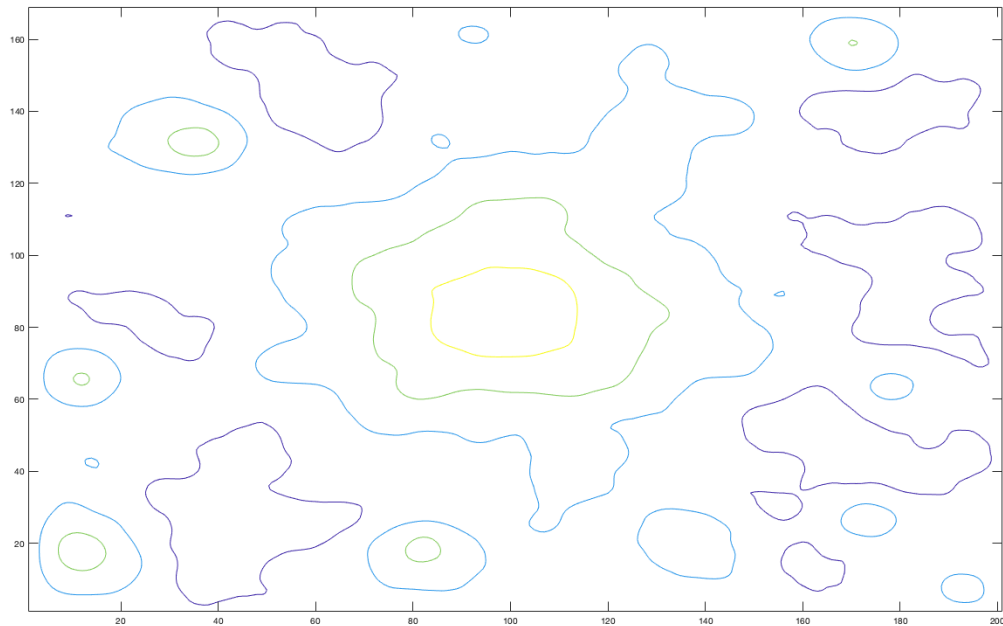


Figura 23 – Líneas Equipotenciales del Campo de Movilidad

Finalmente, la imagen más importante de todas (figura 24), ya que mezcla el potencial (visto en planta) con el propio campo vectorial W . Se aprecia muy bien cómo los vectores de movilidad confluyen en las zonas calientes, donde se encontrarían máximos relativos en el potencial, es decir, las diferentes ciudades.

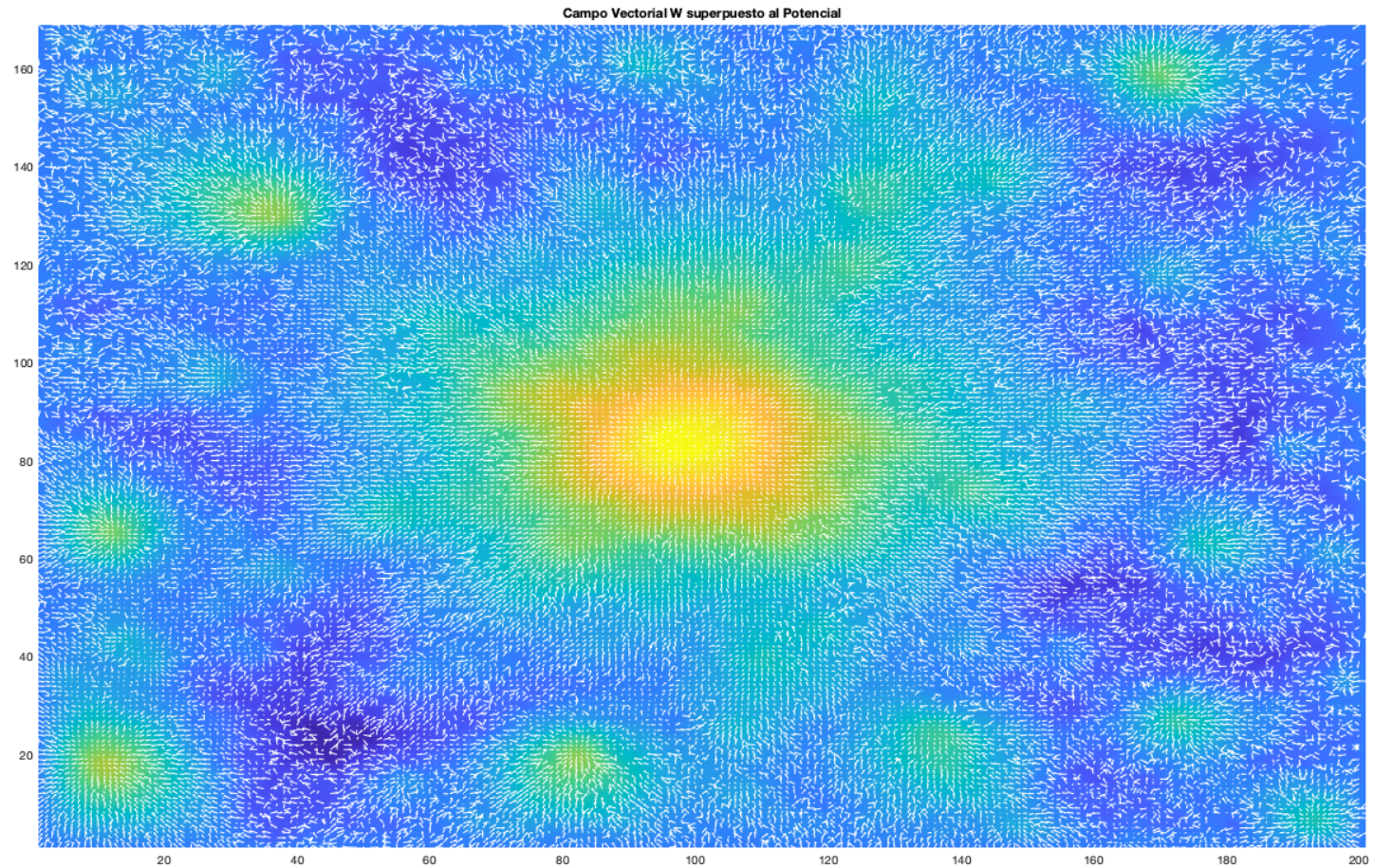


Figura 24 - Campo W con el Potencial en Planta

Los análisis que se derivan del potencial de W son cualitativos, pero de gran interés en el estudio de la movilidad y de la ingeniería urbanística. Una primera aplicación que se le ha dado al potencial de W ha sido la localización de ciudades por parte del programa. Lo que se ha hecho ha sido localizar los máximos relativos de la función potencial, ya que las cimas de esas pequeñas montañas representarían ciudades, y se han guardado sus coordenadas espaciales en otra variable. Se ha visto que al recoger W datos empíricos, se detectaban en niveles de bajo potencial una gran cantidad de máximos relativos debidos al ruido, por lo que se ha decidido filtrarlos y solo mostrarlos a partir de una cierta cota. Haciendo eso se obtienen las siguientes dos figuras, siendo la 25 en tres dimensiones y la 26 en planta (donde es realmente interesante pues sería como un plano). Se ven perfectamente marcados con cruces rojas los máximos relativos, los lugares hacia donde más personas viajan.

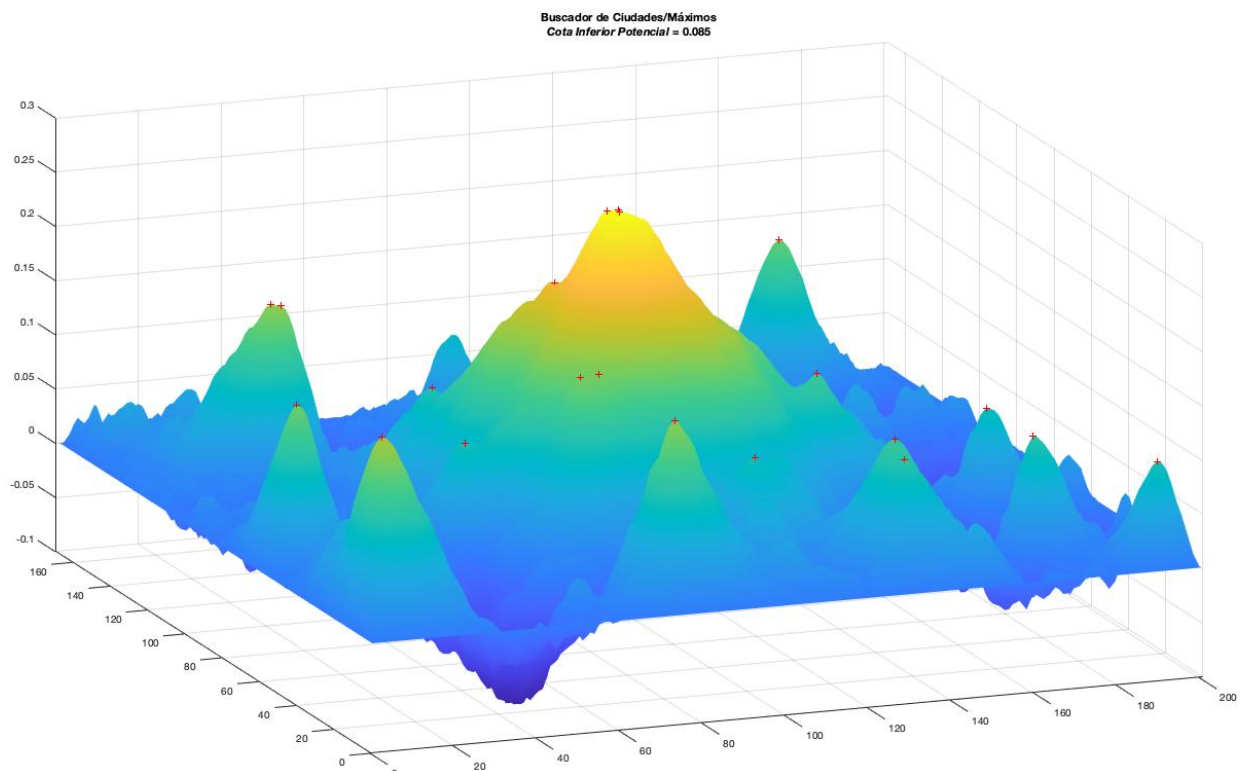


Figura 25 - Potencial de W . Máximos en Rojo

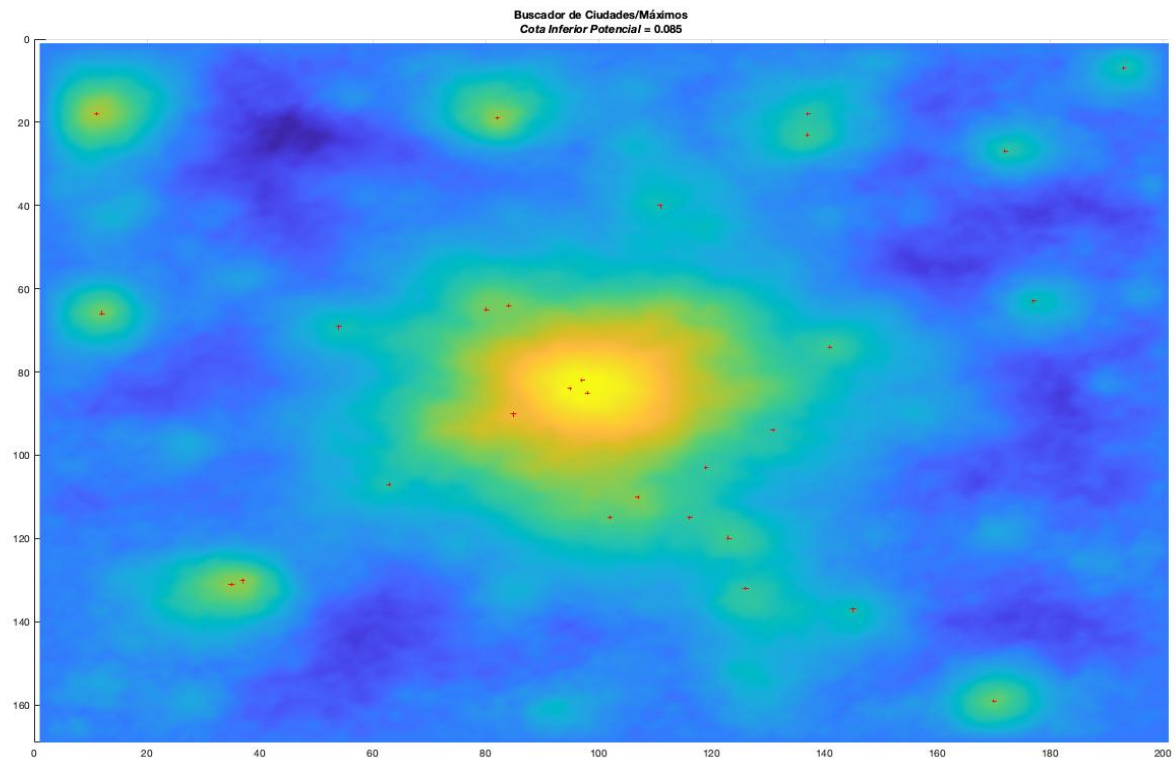


Figura 26 - Potencial en Planta. Máximos en Rojo

Midiendo las distancias entre ciudades utilizando la herramienta Google Maps y comprobando las distancias entre los diferentes máximos y el máximo central (París), se veía que coincidían (las casillas de la matriz son celdas de 1km x 1km) las medidas. Por ello, se ha decidido superponer la figura 26 a un mapa de los alrededores de París, y de esta manera se ha obtenido la figura 27. Se puede comprobar que se alinean perfectamente las manchas de los picos de potencial junto con las marcas que indican la presencia de un máximo, con las ciudades del mapa. Se ven especialmente bien las ciudades del norte: Rouen, Beauvais, Compiègne, etc.

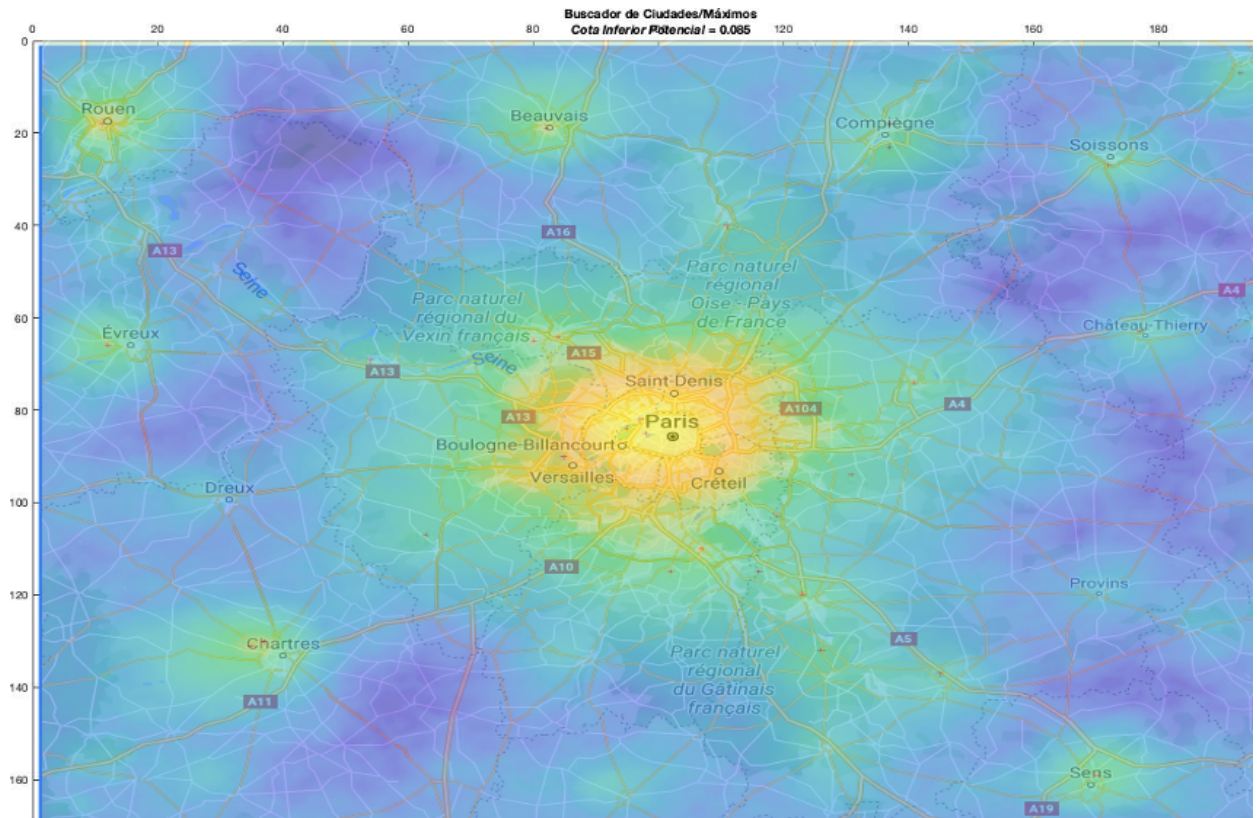


Figura 27 - Mapa y Potencial Superpuestos

Como se ha comentado previamente, el potencial de W se basa en la irrotacionalidad del campo W y arroja resultados cualitativos como la localización de ciudades y visualización de las zonas con mayor número de viajeros. Sin embargo, se ha decidido calcular el potencial del campo T, para obtener una medida más cuantitativa de los desplazamientos en la zona. Aunque el campo T no sea irrotacional ni conservativo, se decide resolver la ecuación de Poisson de ese campo para obtener una medida cuantitativa diferente. No tiene un sentido puramente matemático, pero sí ayudará a sacar conclusiones del resultado.

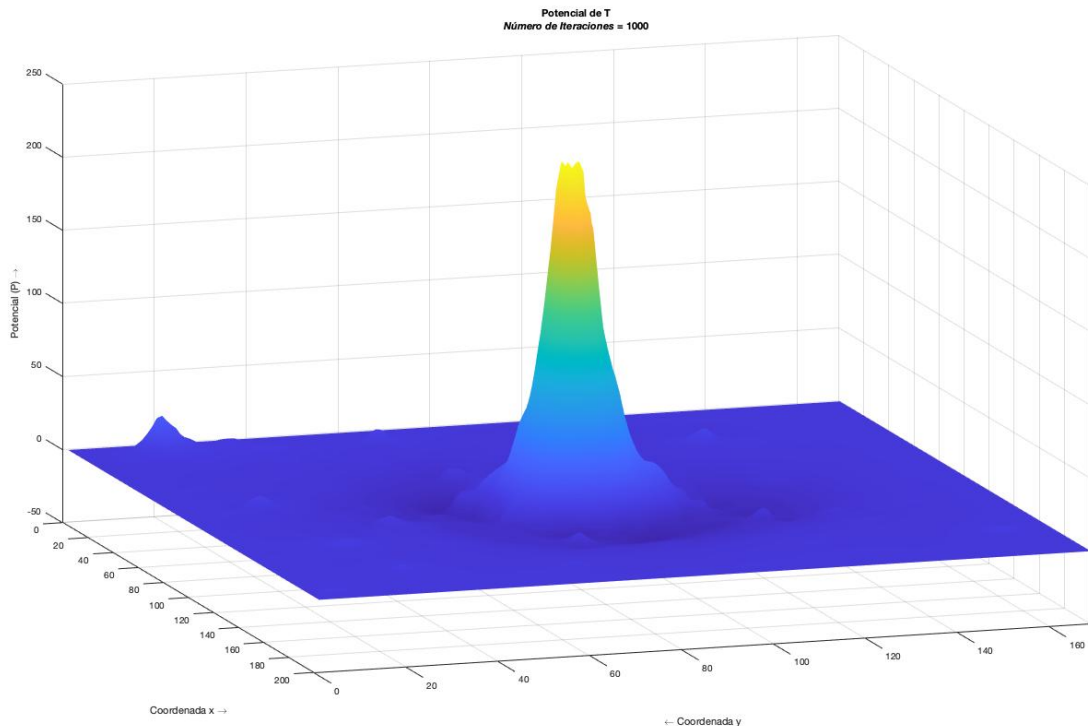


Figura 28 - Potencial del Campo T

Se ve que al ser tan grandes los vectores del centro de París en T, a la hora de calcular el potencial, el centro eclipsa a la periferia, lo que provoca que el potencial parezca cero en el resto del mapa. Esto es interesante puesto que hace que se acumulen todos los desplazamientos potenciales en el pico central, lo que puede ofrecer una medida cuantitativa de la cantidad de desplazamientos. Esto se da también porque el módulo de los vectores de T se corresponde con la cantidad de viajes. El valor máximo de este potencial del campo T para la ciudad de París es de 231.

4.6 ENERGÍA DE MOVILIDAD Y DENSIDAD DE ENERGÍA

La última sección de este capítulo del modelo desarrollado se va a dedicar al concepto de “energía de movilidad”. Es un concepto nuevo que se ha ideado en el marco de esta investigación, que busca ser un reflejo del concepto de la energía electrostática de un campo eléctrico. Como se ha comentado en secciones anteriores, el hecho de que el campo W tenga rotacional cero permite un paralelismo con los campos gravitatorios y electrostáticos, razón por la cual se aplican conceptos como la divergencia, la densidad de carga o el potencial a este campo W .

Partiendo de la definición de densidad de energía electrostática en la ecuación 9, se multiplica por el diferencial de área (dA) para hallar el valor de la energía en un punto. Aplicando la integral de área en toda el área del campo, se obtendría la energía total acumulada por un campo electrostático. En este caso, el vector $\vec{E}$ representa el campo eléctrico.

$$E.9 \quad u = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\vec{E}|^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \iint_A |\vec{E}|^2 dA$$

Para aplicar esta ecuación al campo W , se eliminan $\frac{1}{2} \cdot \epsilon_0$ puesto que no tienen un sentido real en el contexto del campo W y serían solo factores de escala. La energía de movilidad del campo W quedaría definida en la ecuación 10, y representaría la energía acumulada por los desplazamientos pendulares de un área determinada. Dividida entre el área total de la zona estudiada se podría obtener la densidad de energía de movilidad.

$$E.10 \quad U = \iint_A |\vec{W}|^2 dA$$

Aplicando la ecuación 10 se obtiene una energía de movilidad de 14.394 y una densidad de energía de $0,4237 \text{ km}^{-2}$ para la ciudad de París y sus alrededores.

Capítulo 5. APLICACIONES PRÁCTICAS.

PANDEMIAS Y RESTRICCIONES DE

MOVILIDAD

El capítulo 5 ha sido el más denso en términos de información y contenido. En él se explicaba el modelo que se ha desarrollado y toda la teoría física y matemática detrás de ello. Este proyecto consiste en crear esa herramienta de utilidad que permita comprender mejor los desplazamientos pendulares en grandes ciudades, con un doble objetivo: el primero es utilizarlo como una herramienta puramente analítica que muestre los flujos pendulares en el día a día de un núcleo urbano, y el segundo es la interacción con esta herramienta para simular confinamientos o alteraciones en el flujo para poder observar de qué forma afecta esto a los desplazamientos.

En el marco de la pandemia del Covid-19, varios gobiernos regionales han decidido realizar confinamientos locales en vez de nacionales, como es el caso de la Comunidad de Madrid [1]. Para ello, se puede limitar la entrada y/o la salida de personas dentro de esas zonas con más transmisión, permitiendo una cierta actividad económica sin comprometer demasiado la salud pública. Por estas razones, este capítulo se encuadra dentro del Objetivo de Desarrollo Sostenible número 3 (Salud y Bienestar) propuesto por la ONU, ya que puede ser de utilidad para las autoridades competentes que decidan en materia de salud pública.

Para bloquear la salida de personas de una zona confinada se puede realizar de forma sencilla en la matriz W . Sin embargo, la entrada es más difícil de controlar, pues se han de cambiar los datos iniciales de la matriz R en los que hay información no solo de las casillas de origen sino también de destino. Ahora se simularán como ejemplos estos confinamientos para analizar sus efectos.

5.1 CONFINAMIENTO PERIMETRAL EN LA CIUDAD DE ROUEN

Para este primer ejemplo se ha decidido confinar la ciudad de Rouen, impidiendo que los habitantes vayan allí a trabajar o salgan de allí a otras zonas. Se ha escogido esta ciudad porque es de menor tamaño que París, pero a la vez es una de las que tiene mayor potencial en la zona. Se encuentra en las casillas con filas de la 12 a la 30 y con columnas de la 5 a la 20. Para conseguir esto se han de limitar las salidas y las entradas, por lo que se ha de modificar la matriz R (sin autoflujos) que contiene datos de ambas, ya que la matriz W solo incluye información de la casilla origen, no destino.

Además, no se limitará el flujo a cero viajes para evitar problemas en la integración del potencial y porque no es realista, ya que siempre habrá algún trabajador esencial que deberá entrar o salir. Por eso se propone reducir las entradas y salidas a un 10% de su valor original, eliminando el 90% de los desplazamientos. Para ello, se reducirán los módulos de los vectores que salgan o entren de dichas casillas al 90% pero, al realizar la normalización de W , se dividirá entre el módulo original, como si no hubiese habido confinamiento. Esto se debe a que, aunque se reduzca el módulo, si luego se divide el vector por dicho módulo otra vez en el cálculo de W , no se aprecian apenas cambios en el campo.

Se muestran a continuación, en las tablas 2 y 3 los cambios que se producen en el potencial tras confinar la ciudad de Rouen.

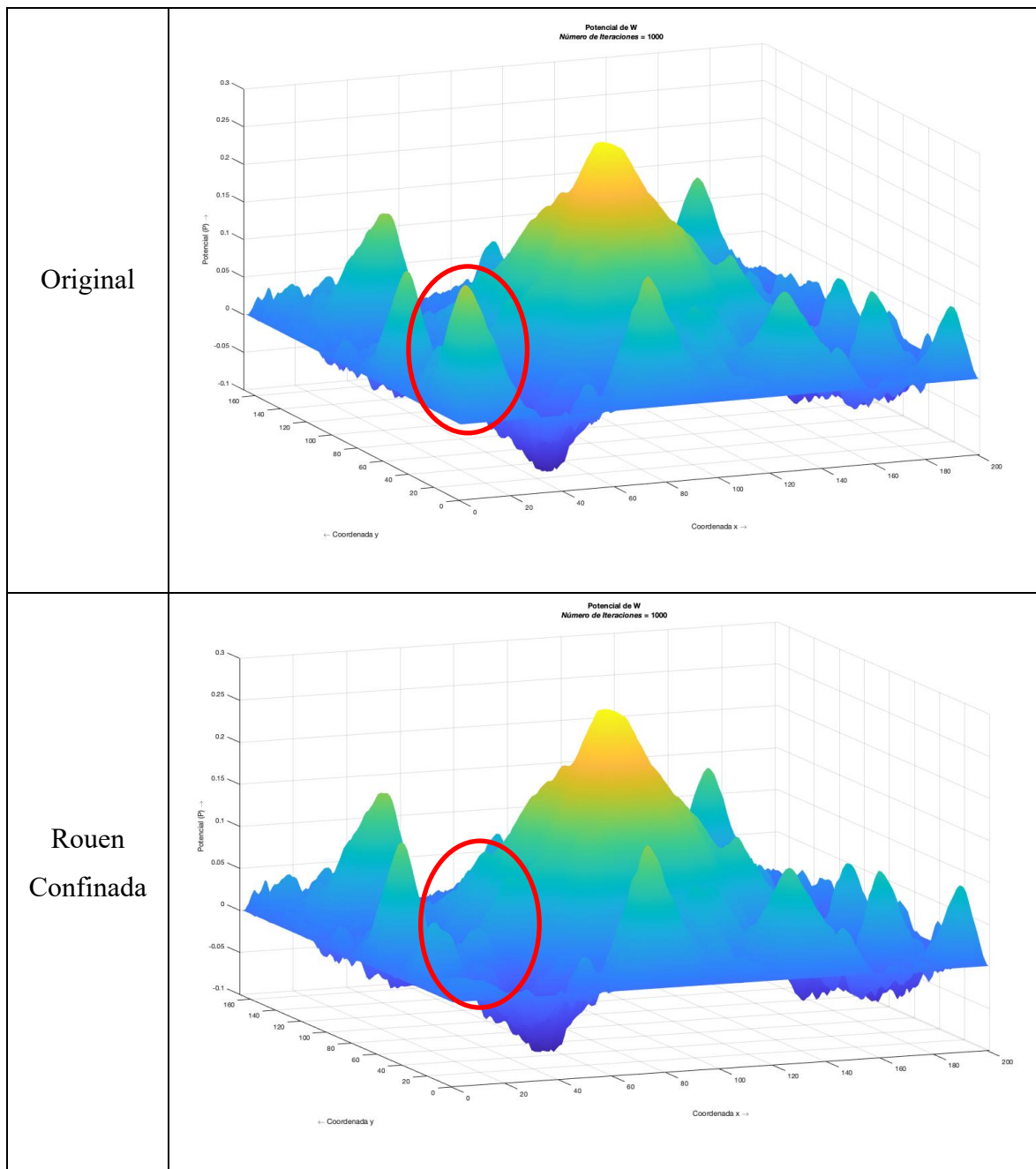


Tabla 2 – Efectos del Confinamiento en Rouen

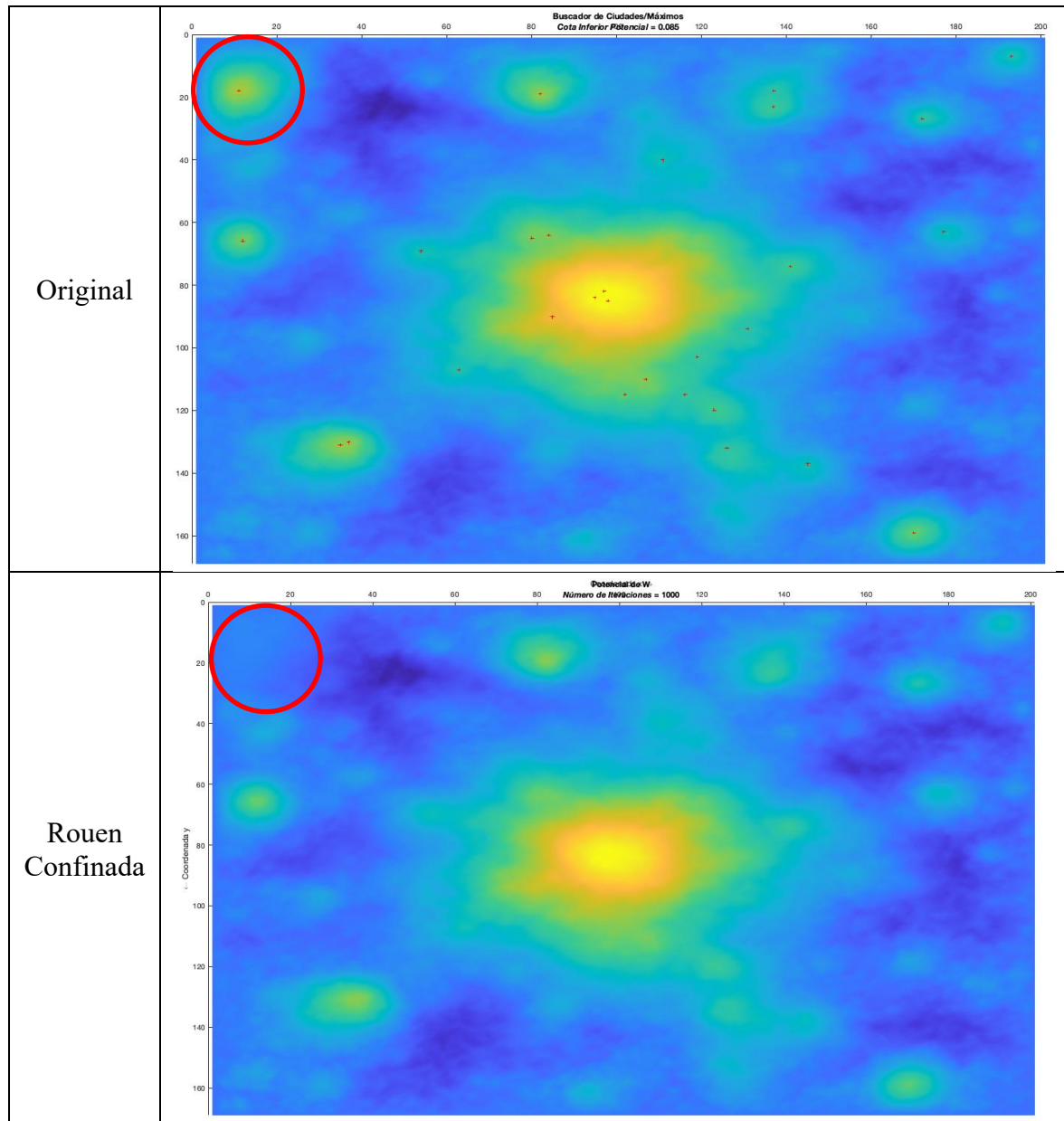


Tabla 3 - Efectos del Confinamiento en Rouen

Se aprecia claramente en las tablas 2 y 3 cómo ha desaparecido el pico de potencial que representaba la ciudad de Rouen. Esto es un buen indicador de que el programa modela correctamente los desplazamientos, y cuenta con la ventaja de afectar no solo a los desplazamientos con origen en Rouen, sino también a aquellos con destino en esa ciudad.

Estos son los resultados cualitativos, aquellos que se miden a simple vista y que permiten entender cómo se comportaría la movilidad ante un cambio. Sin embargo, hace falta poder dar una medida cuantitativa del efecto de este confinamiento, razón por la cual se ha inventado el concepto de energía de movilidad.

Calculando la energía de movilidad, se ha obtenido un valor de 13.991, con una densidad de energía de $0,4119\text{km}^{-2}$. Esto se traduce en un descenso del 2,8% en la energía total de movilidad. Este resultado parece obvio, pero las conclusiones que se pueden derivar de él son muy importantes, sobre todo para la sostenibilidad de las ciudades. Esto significa que el centro de París agrupa un porcentaje enorme de la movilidad global, que se intentará cuantificar en la siguiente sección. Esta densidad tan grande de población en una sola zona implica una ciudad que con el tiempo no será sostenible, pues no podrá crecer indefinidamente sin encontrarse con numerosos problemas en gestión de espacio, gestión de residuos, contaminación o movilidad. Lo ideal para una ciudad más sostenible sería la distribución del potencial en una mayor área para que no se concentre tanto en pequeñas zonas.

Esta variación en la energía de movilidad es un indicador útil tanto de la distribución de la movilidad como para la gestión de confinamientos perimetrales en el marco de una pandemia, para estudiar la efectividad de estos.

5.2 CONFINAMIENTO PERIMETRAL PARÍS Y BARRIOS CERCANOS

Después de estudiar un confinamiento en una ciudad más pequeña de la zona (realmente es la que mayor potencial tiene después de París, pero comparada con la gran urbe es de tamaño despreciable), se va a estudiar el efecto de confinar París y sus barrios cercanos. Se repite el mismo proceso que con la ciudad de Rouen y se obtienen los siguientes resultados, visibles en las tablas 4 y 5 (en 3 dimensiones y proyectado sobre un plano).

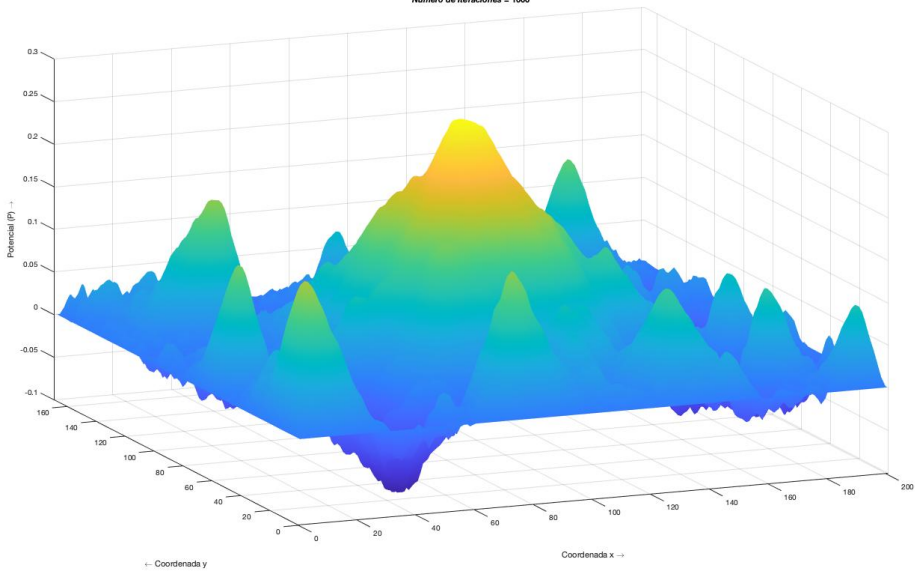
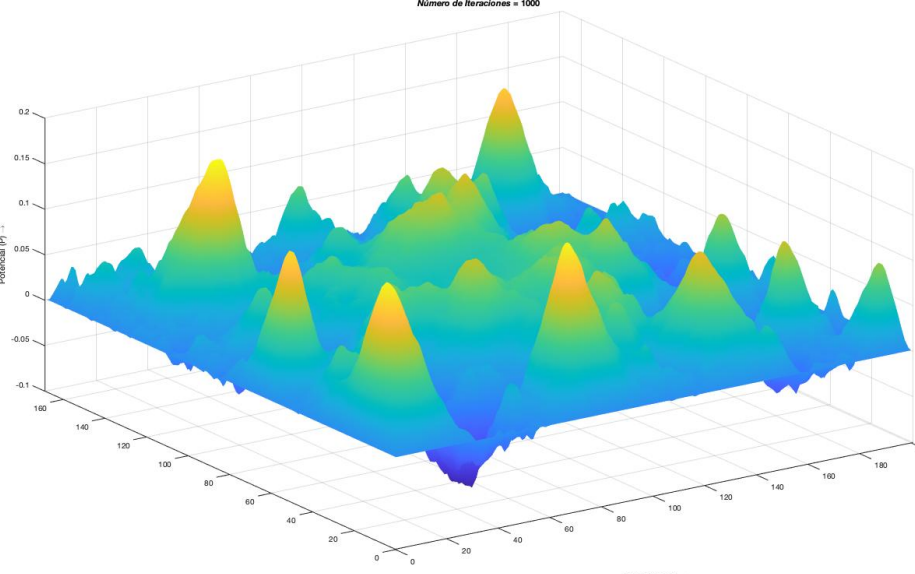
Original	Potencial de W Número de Iteraciones = 1000 
París Confinada	Potencial de W Número de Iteraciones = 1000 

Tabla 4 - Efectos Confinamiento París

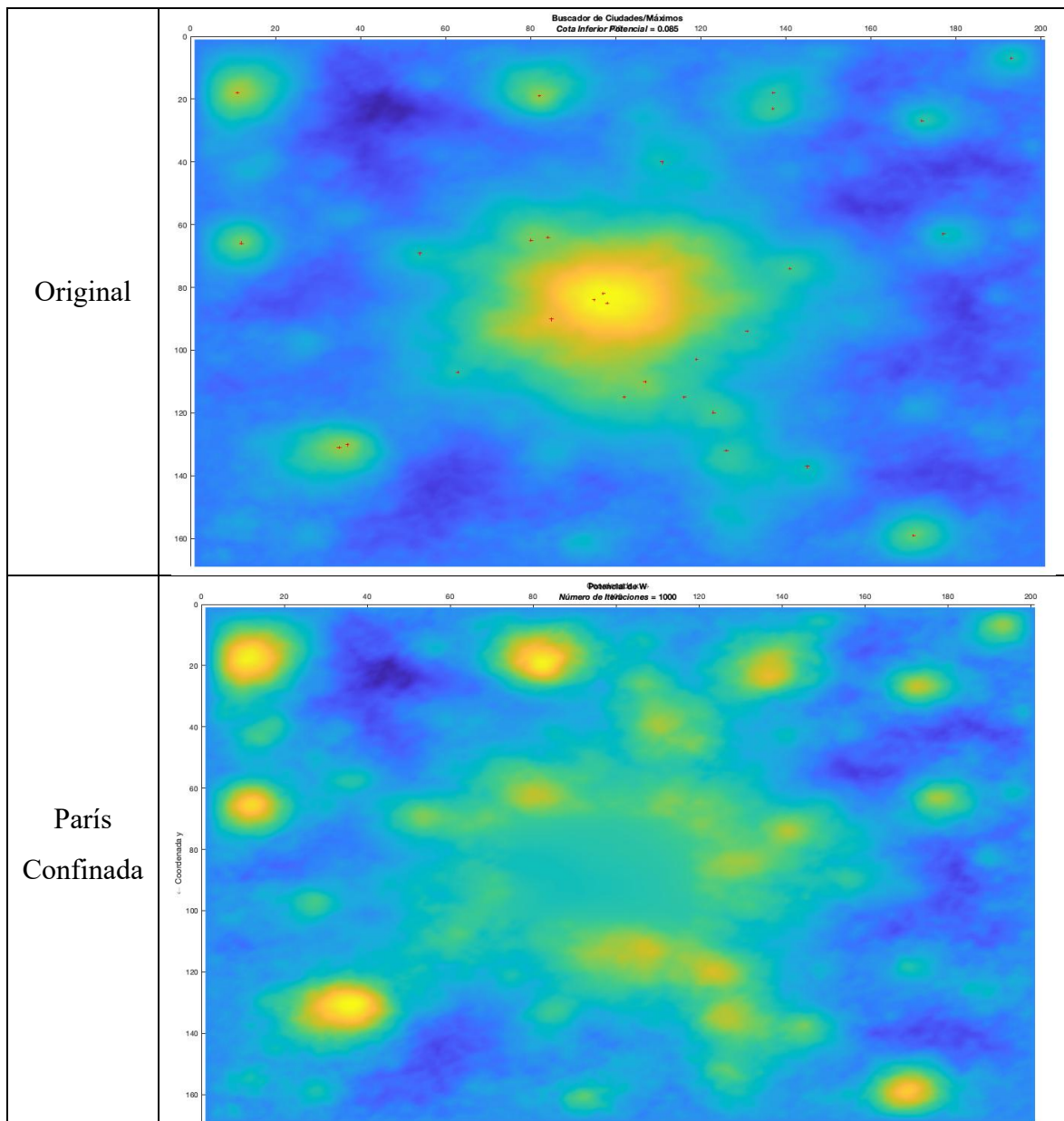


Tabla 5 - Efectos Confinamiento París

El estudio de lo que ha sucedido al confinar París es realmente interesante. Antes de comentar los resultados de las gráficas de las tablas anteriores, se ha calculado la energía de movilidad con su densidad correspondiente. La energía de movilidad es de 10.524, con una densidad de 0.3098km^{-2} , lo que supone un descenso del 27% de la energía aproximadamente. Esto ha sorprendido en un primer instante, ya que se ha confinado un área de 1.400km^2 , y se

esperaba un descenso mayor de la energía. Sin embargo, viendo las tablas anteriores, sobre todo la tabla 5, se puede ver que sigue habiendo muchos núcleos urbanos pegados a París con gran potencial de movilidad. Estos núcleos antes no se veían, porque el centro de París los absorbía dentro de su propio pico de potencial, pero observando cómo queda el mapa tras eliminar dicho centro, se observan núcleos de población que antes quedaban eclipsados por el centro de París.

Realizar este estudio ha permitido ver que el núcleo de ciudades y barrios que rodea París es mucho mayor de lo que se pensaba. Esto no se refiere a ciudades como Rouen, situadas a 100km de la capital, sino a esos núcleos absorbidos por el potencial central que están pegados a París. Se ha comprobado que hay mucho tráfico de personas entre esos núcleos, y que están altamente comunicados entre ellos.

En los nuevos potenciales calculados con París confinado, es interesante comprobar cómo las ciudades más alejadas han cobrado importancia relativa (colores más naranjas), pero resulta más informativo el observar que hay ciudades de gran tamaño que antes no se veían por la influencia tan grande que ejercía el centro de París. Esto podría asemejarse una vez más al movimiento gravitatorio, en el que el centro de París es un planeta y las ciudades a su alrededor son satélites. En presencia del planeta, la influencia gravitatoria de los satélites pasa desapercibida, pero cuando se estudian los satélites aislados, se observa que tienen una gravedad mucho mayor de la esperada, cuando esta no es eclipsada por un campo gravitatorio mayor.

Capítulo 6. COMPARATIVA CON OTRAS CIUDADES

En este capítulo se pretende ejecutar el programa con datos de otras ciudades, para poder comprobar que funciona para cualquier lugar siempre y cuando los datos se obtengan en el mismo formato. Además, se busca poder hacer una comparativa de parámetros entre las distintas ciudades.

6.1 LONDRES

El estudio de la ciudad de Londres se realiza sobre un área de 234km oeste-este y 196km norte-sur. Es un área similar a la de París y sus alrededores, y no se busca realizar un análisis exhaustivo como se realizó en la capital francesa, sino un análisis de parámetros para poder hallar sus principales características y poder compararlas.

Los trayectos en esta zona son ligeramente superiores a los de París, alrededor de 1,18 millones en total, de los cuales el 0,75% son autoflujos (la casilla de origen y destino es la misma).

Se adjuntan seguidamente las imágenes del campo de movilidad W y de los flujos asociados a cada casilla de salida i.



Figura 29 - Campo W en Londres

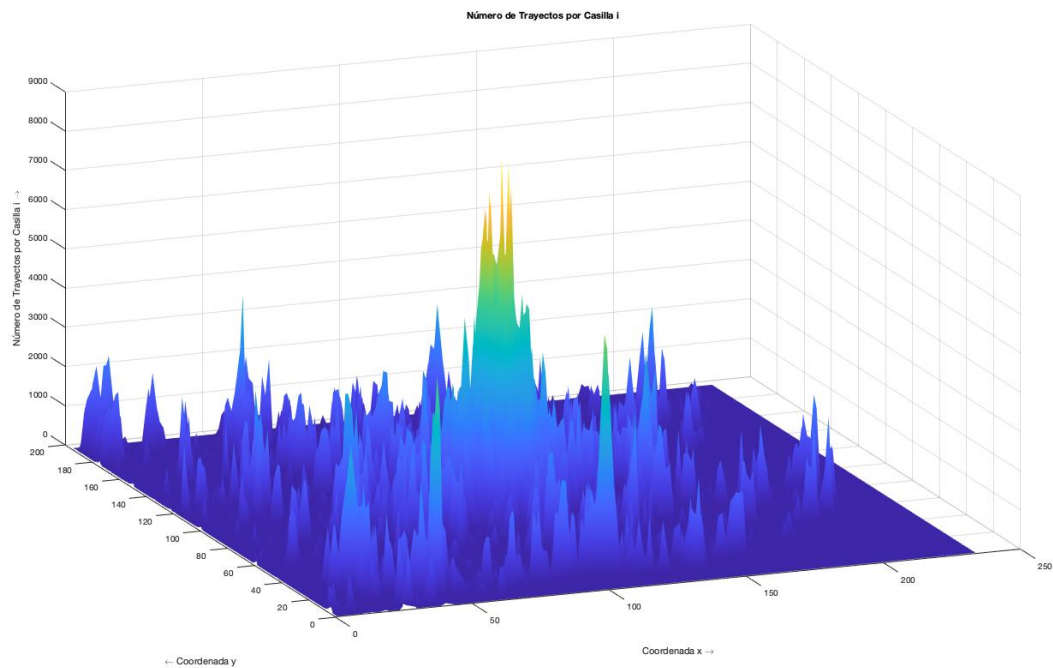


Figura 30 - Viajes de Salida por Casilla

La figura 29 muestra con gran claridad el campo W, mostrando la forma incluso del perfil sureste de la isla de Gran Bretaña. En esta figura se aprecia la primera diferencia con respecto a París, pues hay muchos más espacios en blanco entre ciudades, cosa que no pasaba en la capital francesa, donde prácticamente todas las casillas tenían un vector en W. El flujo de viajes desde cada casilla (figura 30) muestra parecidos con París en el sentido de que la ciudad central de Londres acumula la mayoría de los trayectos, pero se diferencia de esta en que las ciudades de alrededor tienen una mayor influencia relativa.

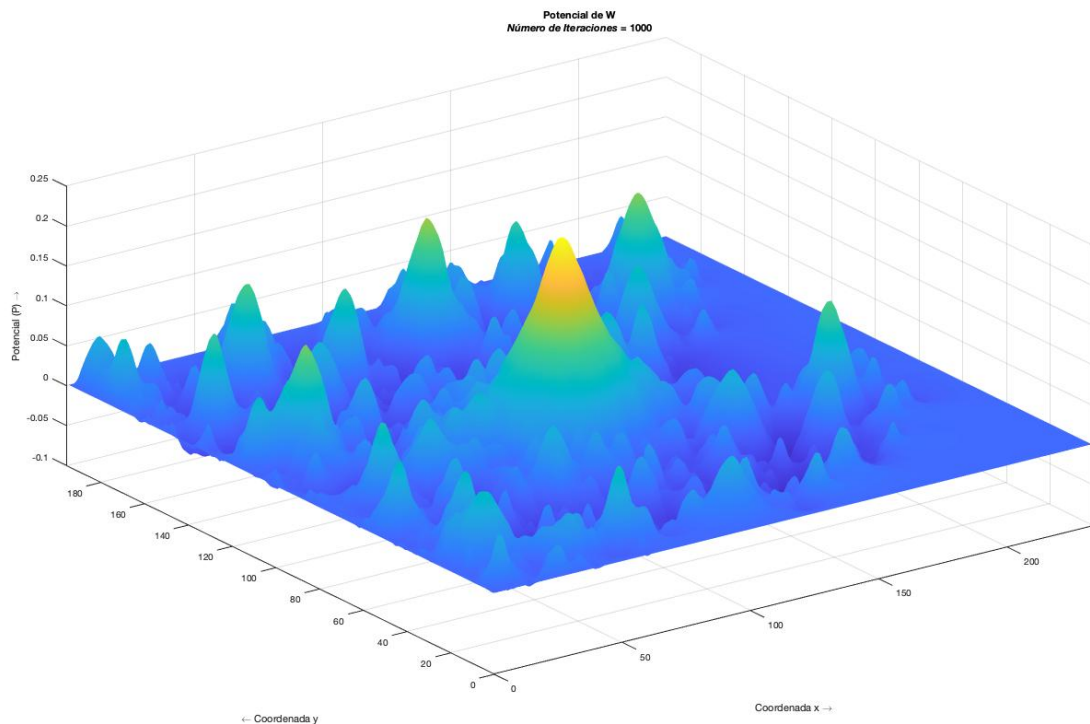


Figura 31 - Potencial Londres

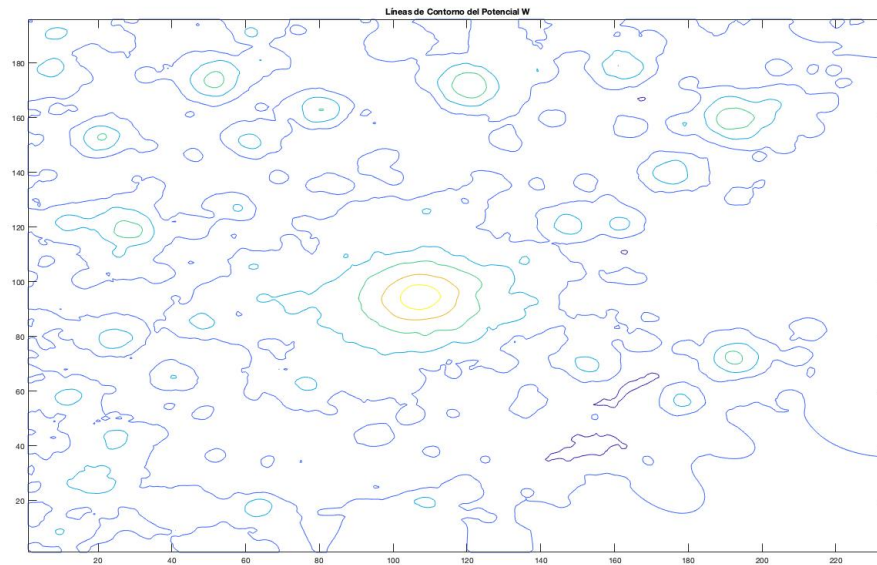


Figura 32 – Líneas Equipotenciales Londres

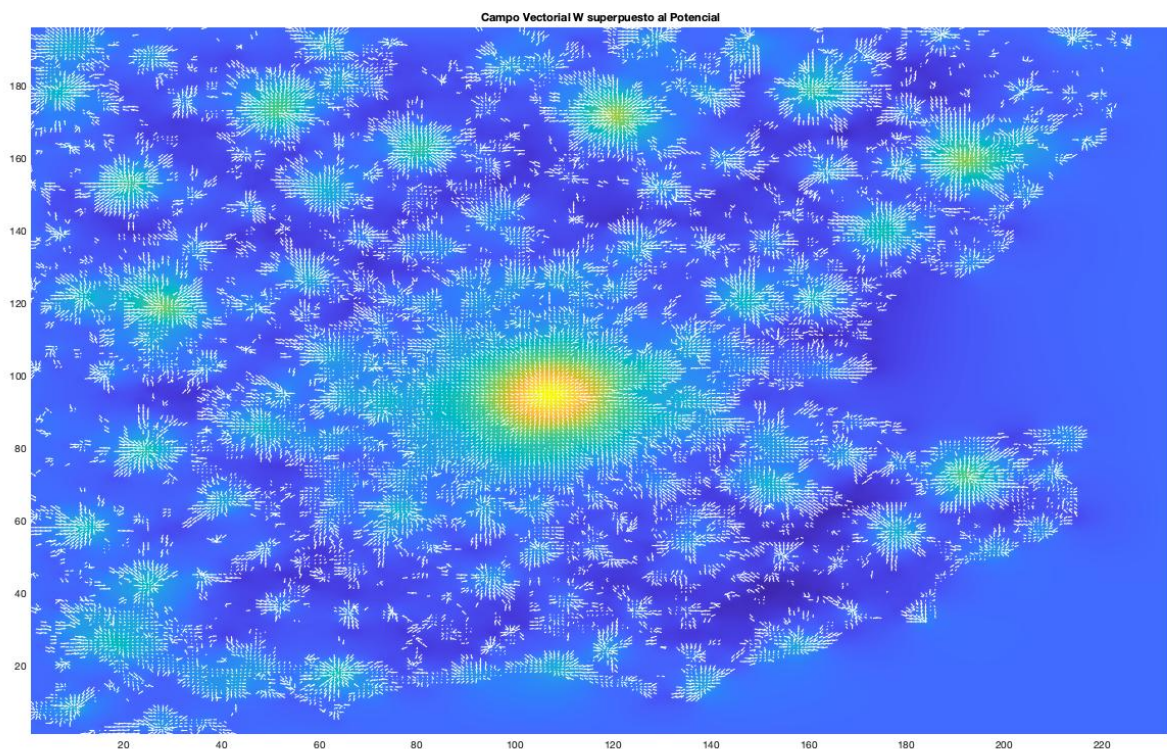


Figura 33 - W y Potencial Superpuestos

Observando las figuras 31, 32 y 33 se puede ver la influencia de la capital en el centro sobre otras ciudades, pues acumula el mayor potencial y “absorbe” el potencial de los

núcleos urbanos más cercanos a la gran urbe. Las ciudades más alejadas se pueden observar claramente como picos de potencial de mayor tamaño que atraen a los viajeros, pero en menor medida que la capital. Aunque presente ligeras diferencias como la franja de costa y el hecho de que el potencial de Londres es más picudo o empinado que el de París, son dos núcleos urbanos que presentan grandes similitudes.

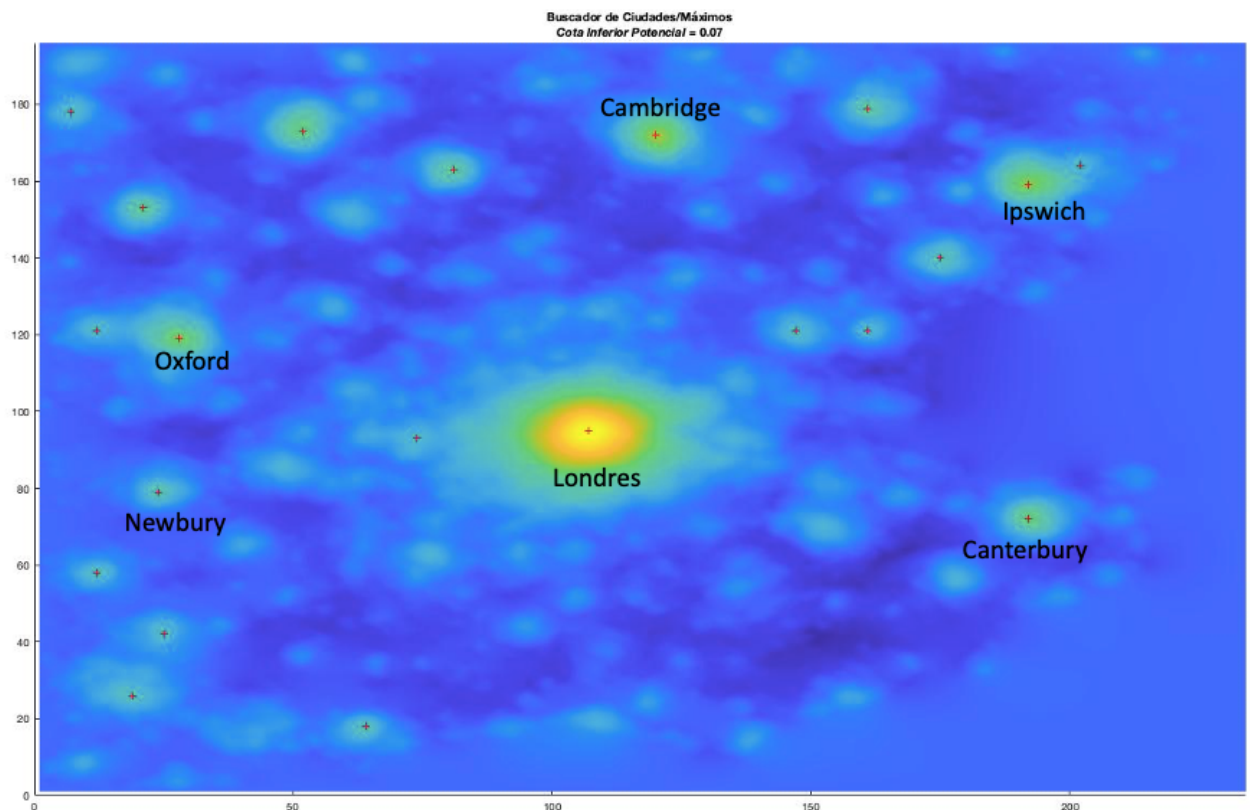


Figura 34 - Potencial con Máximos y Ciudades Indicadas

La energía de movilidad de toda el área estudiada es de 10.518, con una densidad de energía de $0,3011\text{km}^{-2}$. Se ha tenido que recalcular la densidad de energía puesto que el área total incluía área de mar donde nunca iba a haber desplazamientos y que tiene potencial cero. La densidad de energía se ha reducido un 28,94% con respecto a la capital francesa, lo que indica que hay una mayor tendencia a desplazarse más lejos para trabajar o estudiar en París que en Londres.

6.2 MANCHESTER - LIVERPOOL - LEEDS – SHEFFIELD

Se ha escogido realizar el estudio de este núcleo urbano porque presenta diferencias notables con las ciudades de París y Londres, y se planteaba como una alternativa interesante en el estudio de la movilidad y la sostenibilidad. En lugar de ser una “macrociudad” como pueden ser Londres o París, en este caso se encuentran 4 ciudades inglesas (Manchester, Liverpool, Leeds y Sheffield, a partir de ahora MLLS) mucho más pequeñas, pero a una distancia relativamente cercana. Las implicaciones en sostenibilidad, contaminación y tráfico se analizarán en capítulos posteriores; esta sección se dedicará al análisis teórico de resultados.

Este núcleo de ciudades inglesas se estudia en un rectángulo de 234km oeste-este y 196km norte-sur, la misma área que en el caso de Londres. Tiene menos trayectos que Londres y que París (unos 900.000) y el 0,93% de ellos son autoflujos (misma casilla de origen y destino), es decir, que hay una ligera tendencia a trabajar más cerca del propio lugar de residencia.

Los resultados obtenidos han sido realmente sorprendentes, y muy diferentes a los ejemplos previos.

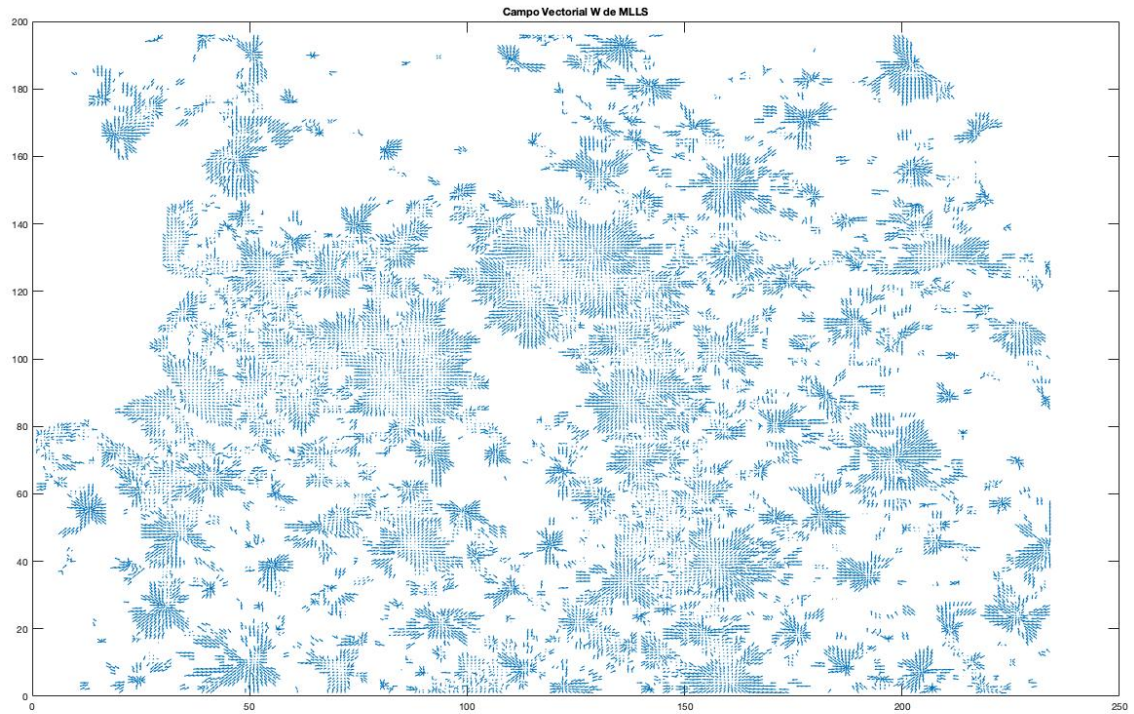


Figura 35 - Campo W en MLLS

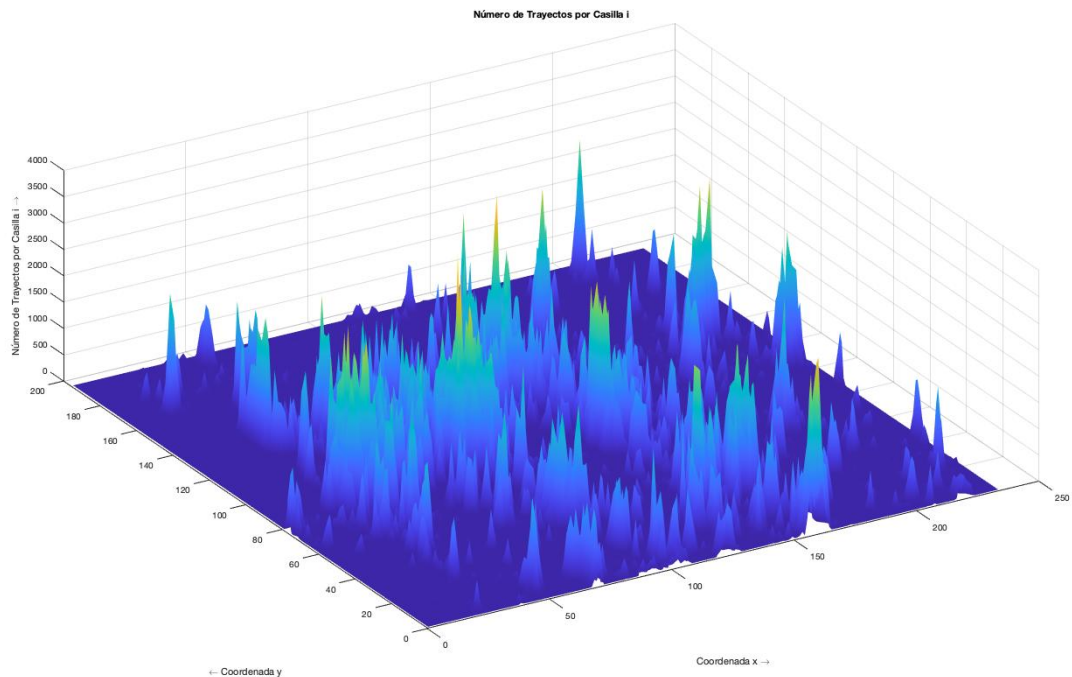


Figura 36 - Cantidad de Trayectos por Casilla Origen MLLS

Se puede ver un campo W muy disperso, nada parecido al de París, pues en lugar de tener una ciudad central entorno a lo que todo gira, hay una gran cantidad de ciudades que atraen con fuerzas muy parecidas. En la figura 36 se puede observar el flujo que sale de cada casilla i , y se aprecia claramente que los desplazamientos están completamente distribuidos por el mapa, no como en París (o en Londres en menor medida), donde el centro eclipsaba a todo lo demás. En la siguiente figura se puede ver el potencial de W , que confirma esta idea de los diferentes núcleos descentralizados que no se absorben los unos a los otros. La ciudad de Leeds es la que presenta el mayor potencial, por ser un gran núcleo industrial, pero no ocurre como en París que actúa como una gran masa atractiva en el centro que absorbe a sus vecinas. Esto son núcleos urbanos separados que conviven interconectados pero independientes.

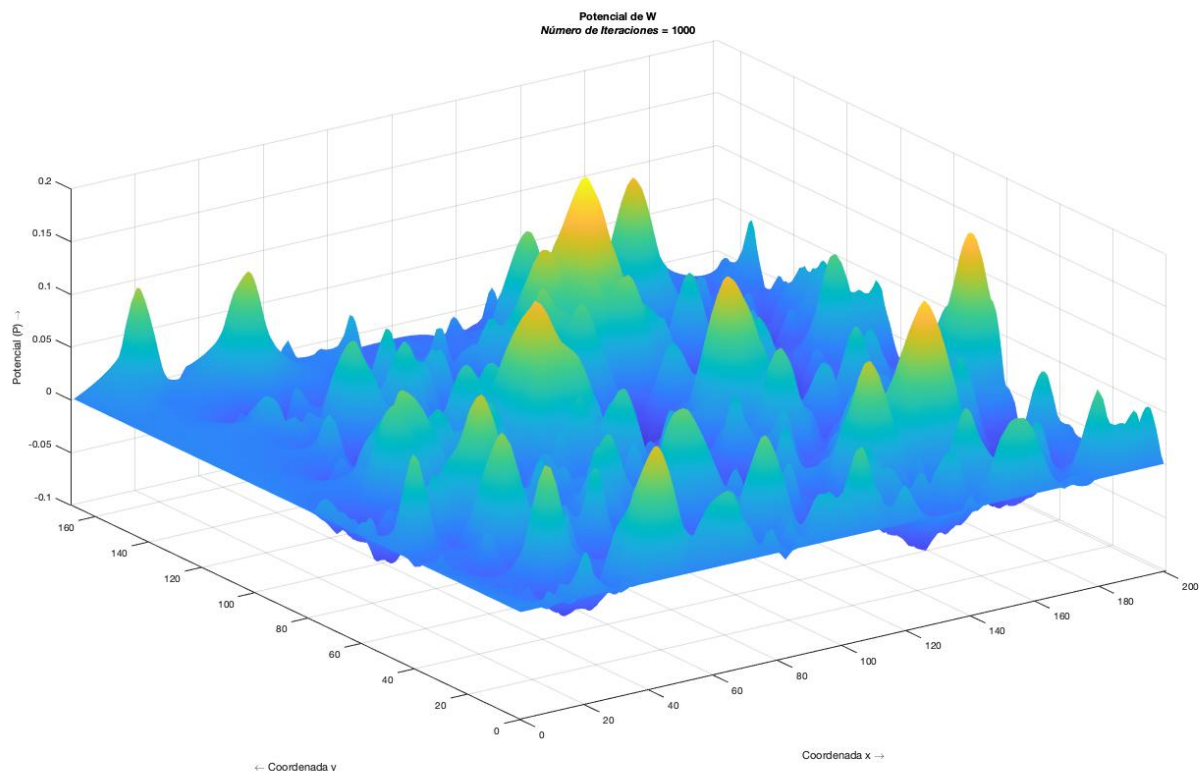


Figura 37 - Potencial MLLS

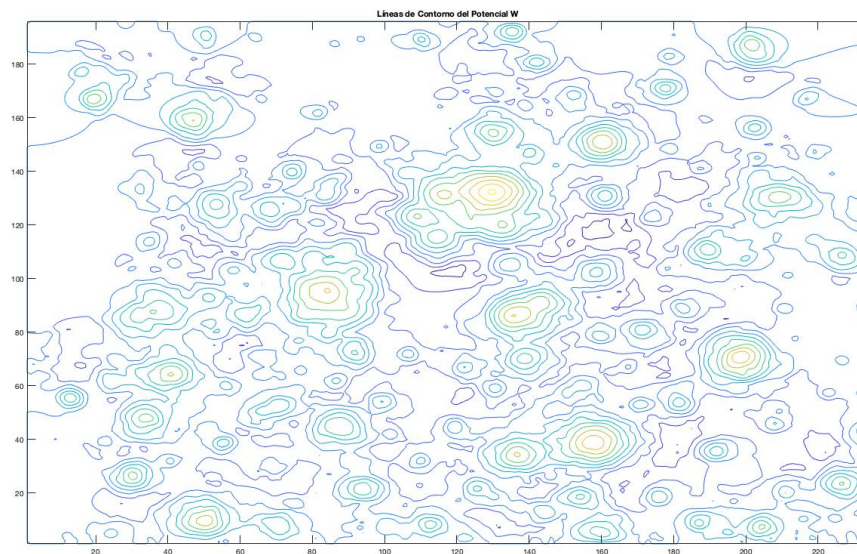


Figura 38 – Líneas Equipotenciales MLLS

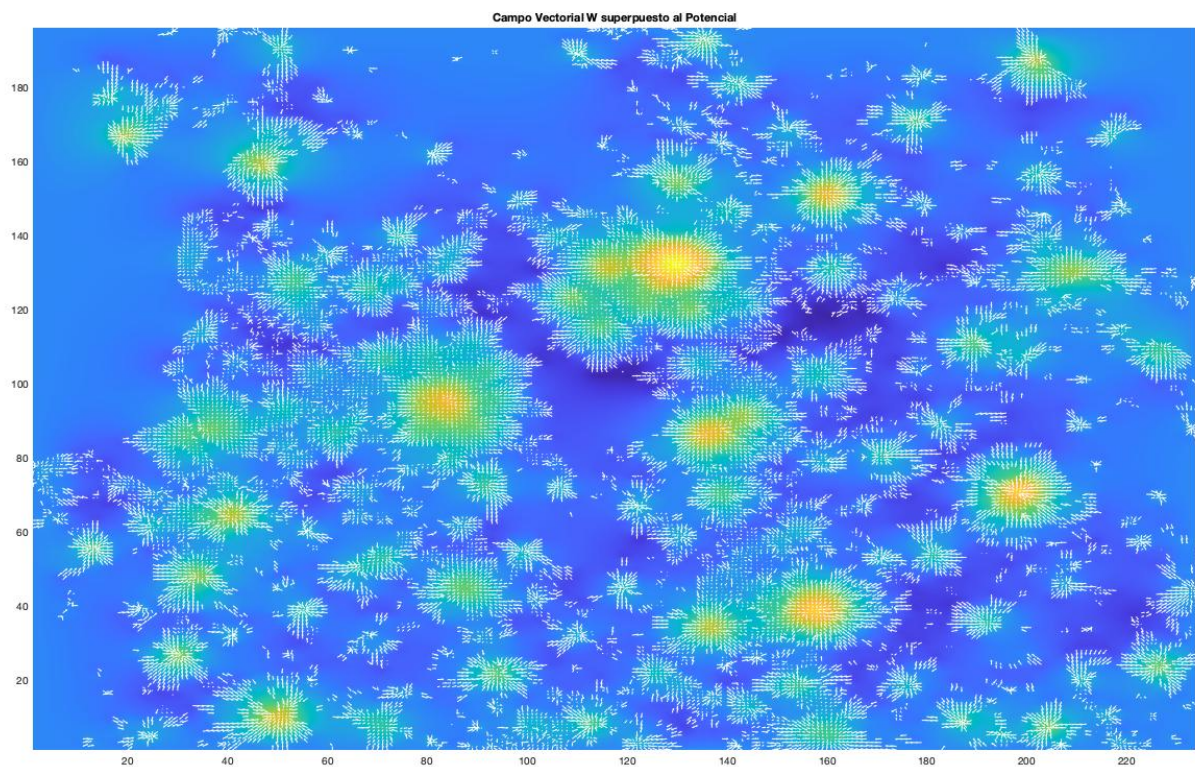


Figura 39 - Campo W y Potencial Juntos

La figura 39 guarda un gran interés, puesto que muestra perfectamente las direcciones en las que se mueven los ciudadanos en este campo de movilidad pendular a la vez que se

obtiene información sobre el tamaño de la ciudad con los colores que muestra el potencial. Es una excelente representación de la idea que ya ha sido mencionada de los núcleos urbanos interconectados que sustituyen a una gran urbe como París o Londres.

En la figura 40 se han localizado las ciudades más importantes de la zona gracias al algoritmo que buscaba los máximos relativos. Se aprecia que Leeds es la de mayor potencial y que cuenta con pequeñas cargas atractivas cerca de ella. Esto se debe a que Leeds es una ciudad industrial, por eso van tantas personas a trabajar allí (W representa movilidad pendular, no población), y los núcleos cercanos son los polígonos industriales de la ciudad.

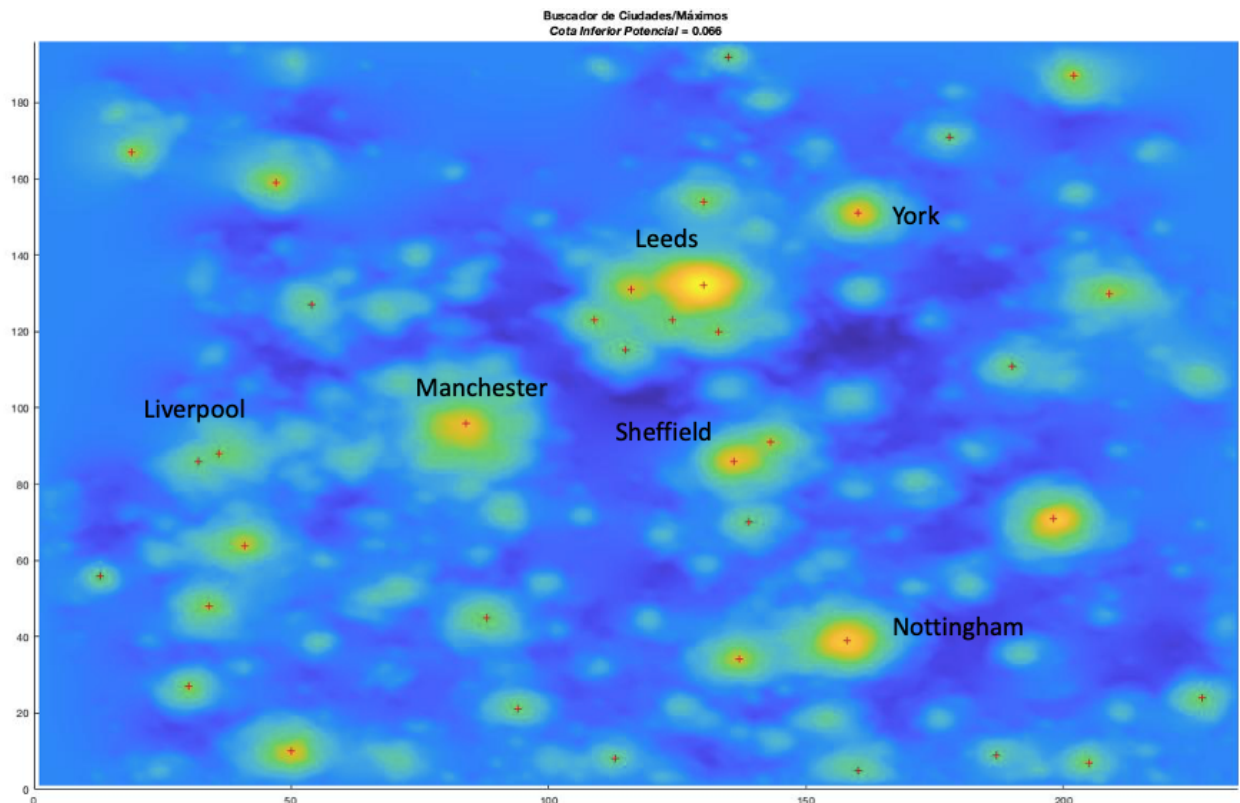


Figura 40 - Potencial y Ciudades Importantes

Finalmente, se ha medido su energía de movilidad, resultando en 10.755, con una densidad de energía de $0,2578\text{km}^{-2}$. Para el cálculo de la densidad se ha eliminado del área total el área ocupada por el mar al oeste de Liverpool. No llama la atención que la bajada es más significativa en densidad de energía (39,16%) que en energía total (25,28%), ya que,

como se ha mencionado previamente, la movilidad está mucho más distribuida que en París, reduciendo la concentración de los desplazamientos y distribuyéndolos más. Es cierto que hay una mayor área en el núcleo MLLS, pero el hecho de que la densidad de energía sea casi la mitad que en París es un indicador de la distribución del campo W y de su potencial. Al estar todo más distribuido que en París, la densidad cae, lo que tendrá implicaciones que se explorarán en los siguientes capítulos.

6.3 COMPARATIVA DE LOS TRES CASOS

Una vez analizadas las ciudades de París, Londres y el núcleo de Manchester-Liverpool-Leeds-Sheffield, se procede a analizar varios datos principales de cada ciudad para establecer una comparativa entre ellas. Para los valores medios en Londres y MLLS se ha recalculado el área eliminando la parte ocupada por el mar.

	París	Londres	MLLS
Máximo Valor del Potencial de T	231,05	527,28	113,71
Máximo Valor del Potencial de W	0,2749	0,2355	0,1647
Valor Medio del Potencial de W	0,035	0,0051	0,0012
Ratio Max(W)/Mean(W)	7,85	46,45	137,25
Autoflujos (%)	0,65	0,75	0,93
Energía Movilidad Total	14.394	10.518	10.755
Densidad de Energía	0,4237	0,3011	0,2578

Tabla 6 - Comparativa de Ciudades

Las conclusiones más relevantes se explican en el próximo capítulo de análisis de los resultados.

Capítulo 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Durante el proyecto se han ido obteniendo numerosos resultados, sobre todo de la ciudad de París, cuyo estudio ha sido más exhaustivo. Se han ido analizando a lo largo de la memoria las gráficas y valores que han surgido, pero se aprovechará este capítulo para unirlo todo y así obtener una mayor comprensión del fenómeno estudiado.

El primer resultado importante del trabajo fue el de la matriz W . Cuando por primera vez se obtuvo T , se pudo comprobar que el hecho de que los lugares más céntricos contasen con un mayor número de desplazamientos descompensaba la representación vectorial de la movilidad pendular. Normalizar los vectores por el valor de los desplazamientos salientes desde cada casilla permitió obtener un campo que reflejase con claridad los movimientos que se daban en los núcleos urbanos.

Sin embargo, la utilidad de W no se limita a que visualmente (de forma cualitativa) sea útil para la interpretación de la movilidad, sino que analíticamente tiene grandes implicaciones para realizar un análisis cuantitativo. Se demostró que el campo W es irrotacional, un hito clave en el proyecto. El hecho de que este campo vectorial sea irrotacional lo llevaba a ser conservativo, demostrando que se comporta de una forma muy similar a los campos gravitatorios o electrostáticos. Esta última conclusión es vital porque, al establecerse esta analogía, se permitía el uso de varias técnicas de análisis físico y matemático que guardan una concordancia con la naturaleza del campo.

La primera herramienta que deriva de esto es el potencial. Cuando un campo es conservativo, significa que existe una función potencial que rige la energía que se emplea al desplazar masas o cargas dentro de dicho campo gravitatorio o electrostático (ya que en un campo conservativo la energía empleada es independiente de la trayectoria entre dos puntos, solo influyen el origen y el destino). El uso que se le ha dado al potencial en este caso no es para calcular trabajos, sino que, al igual que en un campo electrostático las cargas provocan picos de potencial, el cálculo del potencial de W permitiría encontrar las cargas atractivas de

movilidad, es decir, los núcleos de población. Además, se pueden comparar, ya que el tamaño y forma de los diferentes potenciales permitirá obtener información de la estructura de la movilidad pendular.

De este potencial calculado se han derivado distintas herramientas y aplicaciones. La primera es un buscador de máximos relativos que permita situar las coordenadas de los distintos núcleos atractivos y así situarlos con exactitud en un mapa. La segunda ha sido la herramienta de los confinamientos. Para poder analizar el impacto de los confinamientos en el marco de una pandemia, se dio forma a un nuevo concepto, la energía de movilidad. Esta energía es una medida análoga a la energía total de un campo electrostático, y se calcula integrando el módulo al cuadrado del campo W en toda el área. Dividiendo por la superficie en la que se ha calculado permite obtener una idea de la densidad de energía para futuras comparaciones con distintas ciudades.

Se confinó una ciudad alejada de París (Rouen), limitando la movilidad pendular entrante y saliente al 10%. Tras volver a calcular potenciales y energías de movilidad, se comprobó que, efectivamente, su potencial se reducía casi a cero, y que la energía total del sistema descendía un 3%. Esto permitió entender el efecto global sobre la movilidad de confinar una pequeña ciudad, comprobando que, en comparación con París, es casi despreciable. Por ello, se decidió confinar París y sus barrios cercanos (un área de 1.400km²), y los resultados arrojaron datos diferentes. La energía total descendió un 27%, un número mucho mayor que en una ciudad de periferia, como era de esperar, pero sorprendió la imagen del potencial tras el confinamiento.

Tras reducir la actividad en París centro, se observó que surgían nuevos núcleos más pequeños alrededor de París que antes no se veían. Esto supuso un hallazgo más importante de lo esperado, pues permitió establecer dos formas de entender las ciudades. Se descubrió que la densidad de desplazamientos en París centro era tan alta que su potencial absorbía los potenciales de lugares cercanos. Esto generaba un cono con una base muy ancha en el centro del mapa, que eclipsaba la importancia de otras pequeñas ciudades cercanas. Esto se vio más desarrollado todavía cuando se estudiaron las ciudades de Londres y Manchester. Aunque

también en estas ciudades se veía un foco diferenciado en las ciudades más grandes, la densidad de desplazamientos era menor y se apreciaban pequeños focos más diferenciados.

	París	Londres	MLLS
Máximo Valor del Potencial de T	231,05	527,28	113,71
Máximo Valor del Potencial de W	0,2749	0,2355	0,1647
Valor Medio del Potencial de W	0,035	0,0051	0,0012
Ratio Max(W)/Mean(W)	7,85	46,45	137,25
Autoflujos (%)	0,65	0,75	0,93
Energía Movilidad Total	14.394	10.518	10.755
Densidad de Energía	0,4237	0,3011	0,2578

Tabla 7 - Comparativa de Ciudades

Se ha vuelto a incluir la tabla del capítulo anterior para poder profundizar en el análisis de los resultados obtenidos. La obtención de resultados cuantitativos es complementaria a los resultados cualitativos que se han comentado a lo largo del trabajo, prestando atención a las distintas gráficas. Se ha de tener en cuenta que la mayoría de estos conceptos están aplicados a este ámbito de la movilidad, y que son números que pretenden comparar. Son datos que por sí solos no tienen sentido, ya que ni siquiera tienen unidades (la energía de movilidad no está en julios); pues lo que buscan es poder establecer una comparación de ciudades que permita extraer conclusiones más precisas. Es en esta comparación que cobran sentido, y son de gran utilidad para analizar los resultados.

Los valores relativos al potencial de W que se aprecian en la tabla 7 muestran de forma muy clara la distribución de la movilidad pendular en cada ciudad. París, con más

movilidad tiene el valor máximo del potencial de W, seguido de Londres y con el núcleo de MLLS al final. Este orden se conserva para el valor medio de W, pero se observa que el de París es bastante más grande que el de las ciudades inglesas. La razón detrás de esto es la gran concentración de desplazamientos en una zona muy amplia, que causan un potencial muy grueso, menos puntual que en las ciudades inglesas, donde el núcleo urbano no se extiende tantos kilómetros. Esto es otra forma de ver la densidad de desplazamientos, reflejo de la congestión del tráfico parisino.

Se ha decidido introducir una medida del cociente entre el máximo valor del potencial y su valor medio. Esto indica la extensión relativa de las zonas con gran concentración de desplazamientos. En París es un número más cercano al uno porque al ser esta zona con grandes cantidades de desplazamientos muy amplia, hace que haya muchas zonas con valores muy elevados del potencial. En el otro extremo se encuentra MLLS, donde el valor pico del potencial es mucho mayor que el valor medio, porque los altos potenciales se alcanzan en varios lugares puntuales con menor extensión, dejando espacio para zonas menos transitadas y distribuyendo mejor los desplazamientos. Es una medida inversa a la de densidad de energía pero que refleja el mismo concepto de la distribución de la movilidad.

Con respecto a la energía de movilidad total, hay un análisis que llevará a una importante conclusión más adelante. París tiene una mayor energía acumulada en parte porque se encuentran desplazamientos en casi todas las casillas, suceso que no ocurre en las ciudades inglesas. Por ello, se quiere comparar Londres con el conjunto de MLLS porque son “comparables”. Se encuentran en el mismo país, con extensiones similares (hay más mar en la zona de Londres, pero MLLS cuenta con dos parques naturales que restarían movilidad, por lo que en global se les puede considerar similares) pero con la diferencia de que Londres tiene una mayor densidad de energía en los desplazamientos de zonas como el centro de la capital. Sin embargo, contienen una energía total prácticamente igual. Esto es vital, pues demuestra que se puede conseguir una cantidad similar de desplazamientos (misma energía) pero distribuyéndolos de una forma más sostenible. Es decir, es posible crear ciudades con un enfoque menos centralizado que conserven las necesidades de la población en materia de movilidad.

Como último punto a analizar, se han incluido en la tabla los datos de autoflujos y el del potencial máximo en T. El potencial en T es interesante puesto que no está normalizado, por lo que suma desplazamientos en términos absolutos. Sin embargo, se da un mayor potencial en Londres porque hay una muestra mayor que en París. Al no haber una normalización que pondere los diferentes tamaños de las muestras, T será mayor en la ciudad con mayor muestra. Se ha incluido en la tabla para recalcar la razón por la que es importante usar la matriz W normalizada para estudiar los datos con mayor precisión. Finalmente, el porcentaje de autoflujos (desplazamientos con mismo origen y destino) de la muestra indican dónde hay posibilidad de trabajar en un lugar muy cercano (dentro de la misma casilla de 1km^2) al propio domicilio. En las ciudades más sostenibles como MLLS se encuentra un mayor porcentaje, indicando que la población tiene mayor tendencia a buscar trabajo en un lugar cercano a su residencia.

Todo lo anterior llevó a la conclusión de que la ciudad de París posee una movilidad pendular mucho menos sostenible que la de Londres y Manchester, pues tiene una cantidad excesiva de desplazamientos orientados al centro. Londres y Manchester, sin embargo, presentan una movilidad más distribuida y sostenible, con densidades de energía en W más bajas que en París. Este análisis hace años no habría sido relevante, pero hoy en día, en el marco de la búsqueda de una mayor sostenibilidad de las ciudades, es vital.

Este proyecto, comparando las formas de moverse en tres ciudades distintas, ha permitido no solo buscar una forma de comprender mejor la movilidad, sino de localizar problemas en la distribución de esta. Nacen conclusiones como la de que la capital francesa no presenta una movilidad pendular que sea sostenible a largo plazo, y plantea la idea de acercarse a modelos como el de Manchester, que pertenece a un núcleo de ciudades inglesas como Liverpool y Leeds, donde la movilidad se reparte de una forma más equitativa y sostenible, que no localice tanta contaminación en un solo lugar y con un tráfico con menor tendencia a colapsar en hora punta.

Capítulo 8. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Las conclusiones más importantes de este trabajo son:

1. Los desplazamientos pendulares (*commuting*) en los núcleos urbanos se pueden modelar adecuadamente como densidades de carga espacialmente extendidas (o como masas en un campo gravitatorio). Estas *cargas* generan campos irrotacionales (conservativos). Esta conclusión apoya el llamado modelo gravitatorio de la movilidad que, aunque ya había sido estudiado con anterioridad, nuestro trabajo confirma su validez.
2. La movilidad pendular es consecuencia directa de la existencia de distintas poblaciones separadas por una distancia determinada. Es importante incluir en la conclusión que todos estos campos vectoriales representan movilidad, no población. Sin embargo, esta movilidad es fruto de la interacción espontánea entre poblaciones cercanas, es decir, es una propiedad emergente que ocurre de forma natural. De la misma forma que dos cargas en el espacio generan un campo eléctrico, distintas masas de población generan un campo de movilidad pendular W , pues poseen un “poder de atracción” recíproco. Por ello, el campo W no representa poblaciones en sí, sino las consecuencias de la existencia de dichas poblaciones.
3. Gracias a la irrotacionalidad del campo W se puede definir una función potencial cuyo gradiente sea el valor negativo de W . Este potencial del campo W aporta información sobre la distribución de los desplazamientos entre poblaciones. Además, se puede definir una energía de movilidad asociada al campo W integrando el cuadrado del módulo de W en toda el área. Dividiendo esta energía por el área total se puede obtener una medida relativa de la densidad de energía en una zona.
4. Apoyándose en los conceptos de la conclusión anterior, se concluye que se pueden modelar los confinamientos perimetrales en el marco de una pandemia

como la del Covid-19 utilizando medidas como la densidad de energía de movilidad o el estudio cualitativo de la función potencial. El código desarrollado en Matlab permite confinar las zonas deseadas y establecer el porcentaje de trayectos que se darían en esta situación hipotética.

5. Los diferentes parámetros de medida aplicados a tres ciudades distintas muestran las diferentes formas de organizar la movilidad de una ciudad y las implicaciones que ello tiene. Se ha comprobado que ciudades como París tienen un núcleo central muy grande con una densidad de energía de desplazamientos muy elevada, lo que provoca problemas de contaminación, tráfico y sostenibilidad en la ciudad. Esto se compara con el ejemplo opuesto, el conglomerado de ciudades de Manchester, Liverpool, Leeds y Sheffield. Este grupo de ciudades inglesas distribuye a la población de la zona en distintos lugares mucho más sostenibles. En vez de concentrar todos los desplazamientos en una zona central, se descentralizan los núcleos urbanos para descongestionar la movilidad.
6. En el marco de la conclusión anterior, se plantea la utilización de esta herramienta desarrollada para implementar el Objetivo de Desarrollo Sostenible de ciudades sostenibles. Con una población en continuo crecimiento, las ciudades como París serán cada vez menos sostenibles en el tiempo, y encontrarán cada vez más problemas de tráfico y contaminación. Sin embargo, se ha visto en el trabajo que el problema no es la cantidad de gente en sí, sino la concentración de toda la población en un mismo lugar. La comparación entre Londres y Manchester permitió demostrar que en un área muy parecida se dan una cantidad de desplazamientos similares, pero la densidad de energía es mucho menor en Manchester que en Londres. Esto significa que se pueden mantener los desplazamientos necesarios, pero distribuidos de tal forma que las ciudades sean más sostenibles.
7. Es posible crear comunidades con menor densidad de energía de movilidad que sean capaces de satisfacer las necesidades de la sociedad que las conforma. Las ciudades del futuro deberán estar cada vez más alineadas con este objetivo y esta

herramienta desarrollada servirá como una ayuda para comprender mejor los flujos de movilidad pendular que se darán.

Como comentario final, quería recalcar que, esta herramienta desarrollada no tiene únicamente los usos descritos a lo largo del trabajo. El terreno del estudio de los movimientos de migración pendular en las ciudades no ha sido estudiado en gran profundidad todavía. Por esta razón, el proyecto se separó en dos partes, una primera en la que se estudiaban los fenómenos físicos que tenían lugar para ampliar el conocimiento sobre la materia, y una segunda parte que buscaba una aplicación práctica de esos conocimientos teóricos. Precisamente gracias a esto, el código que se ha programado tiene gran potencial para que se use y se amplíe según el aspecto concreto de la movilidad que se desee estudiar. Este proyecto se ha situado en la frontera entre lo conocido y lo que aún está por descubrir. Se ha apoyado en los hallazgos de otros autores, pero también ha hecho aportaciones como la energía de movilidad que en un futuro quizás sirvan a los ingenieros de urbanismo a diseñar ciudades.

Capítulo 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Torres Benayas, V. “Restricciones en Madrid por la covid: cierran seis nuevas zonas de salud y tres municipios”, *El País*, Abril 2021. <https://elpais.com/espana/madrid/2021-04-05/restricciones-en-madrid-por-la-covid-cierran-seis-nuevas-zonas-de-salud-y-tres-municipios.html>.
- [2] Carey, H. C. (1858). *Principles of social science* (Vol. 1). JB Lippincott & Company, 42-43.
- [3] Universidad de Tartu. Instituto de Matemáticas y Estadística. *Gravity Models*. <https://courses.cs.ut.ee/2011/graphmining/Main/GravityModels>
- [4] Zipf, G. K. (1946). The $P_1 P_2/D$ hypothesis: on the intercity movement of persons. *American sociological review*, 11(6), 677-686.
- [5] Wilson, A. (2011). *Entropy in urban and regional modelling* (Vol. 1). Routledge.
- [6] Miranda, F. M., & Jara, A. J. (2018). Aplicación del modelo gravitatorio al estudio de las migraciones internas. El caso de las comunas en las Regiones de Los Ríos y Los Lagos, Chile entre los años 1977-2012. *Investigaciones Geográficas*, (55), 3-22.
- [7] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). Field theory for recurrent mobility. *Nature communications*, 10(1), 1-10.
- [8] Mazzoli, M., Molas, A., Bassolas, A., Lenormand, M., Colet, P., & Ramasco, J. J. (2019). [Datos de movilidad]. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.8158958>
- [9] Shankar, S. (2021). *2D Poisson equation*. MATLAB Central File Exchange. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38090-2d-poisson-equation>
- [10] Georgia State University (2016). *LaPlace's and Poisson's Equations*. HyperPhysics. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/laplace.html>
- [11] Empresa Talent.com INC. *Salario para Ingeniero Industrial en España - Salario Medio*. Talent.com. <https://es.talent.com/salary?job=ingeniero+industrial>

ANEXO I: CÓDIGO EN MATLAB DEL PROGRAMA

```
clear all

C=load('CENparisC.dat'); %Matriz coordenadas de las casillas.
OD=load('CENparisOD.dat'); %Matriz Origin-Destination.

[nOD,ncol]=size(OD);
for i=1:nOD
    R(i,1)=C((OD(i,1)+1),2);
    R(i,2)=C((OD(i,1)+1),3);
    R(i,3)=C((OD(i,2)+1),2);
    R(i,4)=C((OD(i,2)+1),3);
    R(i,5)=OD(i,3);
end
%%R=[x0 y0 xf yf flujo] coordenadas iniciales, coordenadas finales y
%%flujo. El flujo son los viajeros que van de una casilla a otra.
writematrix(R,'CompletaParis.dat','Delimiter',';'); %Guardar R

%% AUTOFLUJOS
%Al calcular S en el próximo paso, se descubrió que había fallos al
%dividir por el módulo en algunas casillas. Esto se da porque hay
%"autoflujos", que ocurren cuando la casilla de entrada es igual a la de
%salida (i=j). Eso hace el módulo 0 y al dividir entre el módulo 0 hay
%errores en el código.

l=1;

for i=1:nOD
    if(R(i,1)~=R(i,3) || R(i,2)~=R(i,4))
        RNew(l,:)=R(i,:);
        l=l+1;
    end
end

writematrix(RNew,'RNoAutoflujos.dat','Delimiter',';'); %Guardar R corregida.

[nODNew,ncol]=size(RNew); %Nuevo número de filas al quitar autoflujos
autof=(nOD-nODNew)/nOD*100; %Porcentaje de autoflujos en trayectos i-j. Como es
despreciable, de ahora en adelante se trabaja sin autoflujos.
%%

S=[RNew(:,1),RNew(:,2),(RNew(:,3)-RNew(:,1)).*RNew(:,5)./sqrt((RNew(:,3)-
RNew(:,1)).^2+(RNew(:,4)-RNew(:,2)).^2),(RNew(:,4)-
RNew(:,2)).*RNew(:,5)./sqrt((RNew(:,3)-RNew(:,1)).^2+(RNew(:,4)-RNew(:,2)).^2)];
%%S=[x0 y0 compx compy]. Este vector tiene las coordenadas de origen y las
componentes del
%%vector flujo asociado. El módulo de este vector es el flujo. Es un
%%vector libre [compx compy] con su origen fijo [x0 y0].
quiver(S(:,1),S(:,2),10*S(:,3),10*S(:,4),'AutoScale','off')
title({'Campo Vectorial S. Viajes i-j'})

%% MATRIZ T
%La matriz S era ij, es decir, informa sobre desplazamientos de i a j. La
%matriz T hace un sumatorio de todos los vectores que salen de i para
%obtener un solo vector por cada casilla i.
```

```
Saux=S;
k=1;
for i=1:nODNew
    if Saux(i,1)~=0
        T(k,1)=Saux(i,1);
        T(k,2)=Saux(i,2);
        T(k,3)=Saux(i,3);
        T(k,4)=Saux(i,4);
        for j=(i+1):nODNew
            if (Saux(i,1)==Saux(j,1)) && (Saux(i,2)==Saux(j,2))
                T(k,3)=T(k,3)+Saux(j,3);
                T(k,4)=T(k,4)+Saux(j,4);
                Saux(j,1)=0;
            end
        end
        k=k+1;
    end
end

writematrix(T, 'MatrizTi.dat', 'Delimiter', ';'); %Guarda T
quiver(T(:,1),T(:,2),10*T(:,3),10*T(:,4), 'AutoScale', 'off')
title({'Campo Vectorial T. Viajes desde i'})

%% MATRIZ W (NORMALIZAR T)
Saux=S;
k=1;
for i=1:nODNew
    if Saux(i,1)~=0
        W(k,1)=Saux(i,1);
        W(k,2)=Saux(i,2);
        W(k,3)=Saux(i,3);
        W(k,4)=Saux(i,4);
        W(k,5)=sqrt(Saux(i,3)^2+Saux(i,4)^2);
        for j=(i+1):nODNew
            if (Saux(i,1)==Saux(j,1)) && (Saux(i,2)==Saux(j,2))
                W(k,3)=W(k,3)+Saux(j,3);
                W(k,4)=W(k,4)+Saux(j,4);
                W(k,5)=W(k,5)+sqrt(Saux(j,3)^2+Saux(j,4)^2);
                Saux(j,1)=0;
            end
        end
        W(k,3)=W(k,3)/W(k,5);
        W(k,4)=W(k,4)/W(k,5);
        k=k+1;
    end
end

writematrix(W, 'MatrizWi.dat', 'Delimiter', ';'); % Guarda W

quiver(W(:,1),W(:,2),W(:,3),W(:,4))
title({'Campo Vectorial W. Viajes desde i normalizados'})

%% COLOCAR LAS COORDENADAS ACORDES CON LA MATRIZ C ORIGINAL
%Hasta este punto, se ha estado guardando datos como matrices cuyas filas
%representaban un viaje concreto cada una. Ahora, para calcular los
%potenciales, se debe crear una matriz 169x201 que represente el
%rectángulo real de 168x200km. Para ello se vuelve a la matriz C original
%de casillas de 1km^2.

[nW,ncol]=size(W);
```

```

Caux=C;
Caux(:,4:6)=0;
Caux(:,1)=Caux(:,1)+1;

for i=1:42081
    for j=1:nW
        if (C(i,2)==W(j,1) && C(i,3)==W(j,2))
            Caux(i,4)=W(j,3);
            Caux(i,5)=W(j,4);
            Caux(i,6)=W(j,5);
            j=nW;
        end
    end
end

WXinter=transpose(reshape(Caux(:,4),[249,169]));
WYinter=transpose(reshape(Caux(:,5),[249,169]));
WFlujoInter=transpose(reshape(Caux(:,6),[249,169]));

%El siguiente paso corrige un fallo por diferencias en notación que
%causaba que los vectores fuesen un reflejo sobre una línea centrada y paralela
al
%eje x.
for i=1:169
    WX(170-i,:)=WXinter(i,:); %Componentes X
    WY(170-i,:)=WYinter(i,:); %Componentes Y
    WFlujo(170-i,:)=WFlujoInter(i,:); %Número de viajes en la casilla
end

%El siguiente paso elimina ciertas columnas llenas de ceros porque no
%salían viajes desde ellas. Solo válido para París, obviar en otras ciudades.
WX(:,1:24)=[];
WX(:,202:225)=[];
WY(:,1:24)=[];
WY(:,202:225)=[];
WFlujo(:,1:24)=[];
WFlujo(:,202:225)=[];

[X,Y]=meshgrid(1:1:201,1:1:169);
quiver(X,Y,WX,WY)
title({'Campo Vectorial W sobre la matriz C'})

surf(X,Y,WFlujo)
shading interp
title({'Número de Trayectos por Casilla i'})
xlabel({'Coordenada x \rightarrow'})
ylabel({'\leftarrow Coordenada y'})
zlabel({'Número de Trayectos por Casilla i \rightarrow'})

%Guardar la matriz W en el nuevo formato con componentes x/y separadas.
writematrix(WX,'MatrizWX.dat','Delimiter',';');
writematrix(WY,'MatrizWY.dat','Delimiter',';');
writematrix(WFlujo,'MatrizWFlujo.dat','Delimiter',';');

%% AHORA CON T EL MISMO PROCESO
[nW,ncol]=size(W);
Caux=C;
Caux(:,4:5)=0;
Caux(:,1)=Caux(:,1)+1;

```

```

for i=1:42081
    for j=1:nW
        if (C(i,2)==T(j,1) && C(i,3)==T(j,2))
            Caux(i,4)=T(j,3);
            Caux(i,5)=T(j,4);
            j=nW;
        end
    end
end

TXinter=transpose(reshape(Caux(:,4),[249,169]));
TYinter=transpose(reshape(Caux(:,5),[249,169]));

for i=1:169
    TX(170-i,:)=TXinter(i,:);
    TY(170-i,:)=TYinter(i,:);
end

TX(:,1:24)=[];
TX(:,202:225)=[];
TY(:,1:24)=[];
TY(:,202:225)=[];

[X,Y]=meshgrid(1:1:201,1:1:169);
quiver(X,Y,TX,TY)
title({'Campo Vectorial T sobre la matriz C'})

writematrix(TX,'MatrizTX.dat','Delimiter',';');
writematrix(TY,'MatrizTY.dat','Delimiter',';');

%% Ecuación de Poisson con W entera

div = divergence(X,Y,WX,WY); %Con W
%div = divergence(X,Y,TX,TY); %Con T

% Solving the 2-D Poisson equation by the Finite Difference
...Method
% Numerical scheme used is a second order central difference in space
...(5-point difference)
%%
%Specifying parameters

[nx,ny]=size(div);          %Number of steps in x/y
niter=1000;                 %Number of iterations 1000
dx=2/(nx-1);               %Width of space step(x)
dy=2/(ny-1);               %Width of space step(y)
x=0:dx:2;                  %Range of x(0,2) and specifying the grid points
y=0:dy:2;                  %Range of y(0,2) and specifying the grid points

b=div;                      %Charge density which resembles divergence
pn=zeros(nx,ny);           %Preallocating pn
%%
% Initial Conditions
p=zeros(nx,ny);            %Preallocating p
%%
%Boundary conditions of potential=0
p(:,1)=0;
p(:,ny)=0;
p(1,:)=0;
p(nx,:)=0;

```

```
%%
i=2:nx-1;
j=2:ny-1;
%Explicit iterative scheme with C.D in space (5-point difference)
for it=1:niter
    pn=p;
    p(i,j)=(dy^2*(pn(i+1,j)+pn(i-1,j)))+(dx^2*(pn(i,j+1)+pn(i,j-1)))-
(b(i,j)*dx^2*dy^2)/(2*(dx^2+dy^2));
    %Boundary conditions
    p(:,1)=0;
    p(:,ny)=0;
    p(1,:)=0;
    p(nx,:)=0;
end
%%
%Potencial
h=surf(X,Y,p,'EdgeColor','none');
shading interp
title({'Potencial de W';[{'\itN\jmero de Iteraciones' = ',num2str(it)}]})
xlabel('Coordenada x \rightarrow')
ylabel('{\leftarrow} Coordenada y')
zlabel('Potencial (P) \rightarrow')
xlim([0,201])
ylim([0,169])

%Potencial con el Campo Vectorial
figure(2)
pcolor(p); shading interp
hold all
quiver(X,Y,WX,WY,'color',[1 1 1])
title({'Campo Vectorial W superpuesto al Potencial'})

%Líneas de Contorno
figure(3)
contour(p)
title({'Líneas de Contorno del Potencial W'})

%Rotacional
[CURLZ, CAV]= curl(X,Y,WX,WY);
surf(X,Y,CURLZ)
shading interp %se puede mirar en planta
%colormap(hot)
title({'Rotacional'})
xlim([0,201])
ylim([0,169])

hist(reshape(CURLZ,1,169*201),50)
title({'Histograma de Valores del Rotacional'})
mean(mean(CURLZ))

%BUSCADOR DE CIUDADES/MÁXIMOS
limite=0.085; %Especificar la cota inferior mínima

surf(X,Y,p)
mask = imregionalmax(p);
pind=p>limite;
mask=logical(mask.*pind);
hold on
plot3(X(mask), Y(mask), p(mask), 'r+')
shading interp
ylim([0,169])
```

```
xlim([0,201])
title({'Buscador de Ciudades/M\'ximos';['{\itCota Inferior Potencial} =
',num2str(limite)]})

%Energía de Movilidad
MOD2=(WX.*WX)+(WY.*WY);
E=sum(MOD2,'all')
[row,col]=size(WX);
dens=E/(row*col)

%%CONFINAMIENTOS
%Hallar una nueva matriz RR con los confinamientos aplicados y después
%ejecutar el programa anterior de nuevo con esa nueva matriz.

RR=load('RNoAutoflujos.dat'); %SIN autoflujos

%C=249*(170-filas) + 24 + columnas (CUIDADO QUE CAMBIAN)

xmax=C(24793,2);
xmin=C(16533,2);
ymax=C(16533,3);
ymin=C(24793,3);

for i=1:1028560
    if(RR(i,1)>xmin && RR(i,1)<xmax && RR(i,2)>ymin && RR(i,2)<ymax)
        RR(i,5)=RR(i,5)*0.1;
    elseif(RR(i,3)>xmin && RR(i,3)<xmax && RR(i,4)>ymin && RR(i,4)<ymax)
        RR(i,5)=RR(i,5)*0.1;
    end
end
```