



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS DE TELECOMUNICACIÓN

TRABAJO FIN DE GRADO

**COMBINACIÓN EFICIENTE
DE MODELOS DE REGRESIÓN Y
REDES NEURONALES.**

**SISTEMA DE PREDICCIÓN
AVANZADO EN
MERCADOS FINANCIEROS.**

Autor: Sonia García Lorenzana

Director: Carlos Maté Jiménez

Madrid

Julio 2022

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título
COMBINACIÓN EFICIENTE DE MODELOS DE REGRESIÓN Y REDES
NEURONALES. SISTEMA DE PREDICCIÓN AVANZADO EN MERCADOS
FINANCIEROS.

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el
curso académico 2021/22 es de mi autoría, original e inédito y
no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos.

El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido
tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Sonia García Lorenzana

Fecha: 07./07./2022

Autorizada la entrega del proyecto
EL DIRECTOR DEL PROYECTO



Fdo.: Carlos Maté Jiménez

Fecha: 07/07/2022



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS DE TELECOMUNICACIÓN

TRABAJO FIN DE GRADO

COMBINACIÓN EFICIENTE DE MODELOS DE REGRESIÓN Y REDES NEURONALES.

SISTEMA DE PREDICCIÓN AVANZADO EN MERCADOS FINANCIEROS.

Autor: Sonia García Lorenzana

Director: Carlos Maté Jiménez

Madrid

Julio 2022

Agradecimientos

En primer lugar, quería agradecer a Carlos por su gran ayuda y dedicación durante la realización del proyecto, así como el tiempo invertido en reuniones y corrección de las diferentes tareas para llegar al objetivo del trabajo.

En segundo lugar, a mi madre por su confianza incondicional, fortaleza y cariño que siempre me ha mostrado, además de su gran esfuerzo tanto económico como personal para que reciba siempre la mejor educación, con grandes valores.

A mi hermana, por ayudarme en todo momento y por haber sido mi ejemplo a seguir desde que tengo razón.

A mi padre, que siempre le llevaré en el corazón.

Por último, a los demás profesores y compañeros que han contribuido en los años de universidad para mi formación académica como personal, haciendo de estos años una experiencia única e inolvidable.

COMBINACIÓN EFICIENTE DE MODELOS DE REGRESIÓN Y REDES NEURONALES. SISTEMA DE PREDICCIÓN AVANZADO EN MERCADOS FINANCIEROS.

Autor: García Lorenzana, Sonia

Director: Maté Jiménez, Carlos

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

RESUMEN DEL PROYECTO

El análisis y predicción de series temporales presentan resultados increíbles tras muchos años de investigación y que, en particular, tienen una aplicación directa con los sistemas financieros. A pesar de que se ha trabajado ampliamente en los puntos anteriores y se haya recogido en la bibliografía, en el presente trabajo se desarrollará como novedad la combinación eficiente de diferentes métodos para datos de intervalo previamente analizados.

La combinación de modelos de series de intervalo consiste en la utilización eficiente de varios métodos ponderados en uno único, para conseguir una mayor adaptación a las variables de los datos, construyendo una relación no lineal. En comparación con los modelos de regresión lineal tradicionales y las redes neuronales convencionales, según (Maté, 2021) las combinaciones presentan menor error de predicción entre los datos de entrada y salida, además de superarlos también en precisión tras reflejar el rango de fluctuación o incertidumbre.

Palabras clave: Combinación, Datos de intervalo, Matlab, Redes Neuronales, Regresión, Series temporales de intervalo, Ventana deslizante, Pesos óptimos

1. Introducción

En los años 60, el Análisis de Intervalos (AI) y de series temporales se convierte en un área muy extensa de investigación, véase (Maté, 2012). De esta manera, aunque se haya evolucionado de una manera exponencial, queda mucho campo por descubrir: con el incremento uso de otros modelos diferentes a los habituales surgen las redes neuronales para datos de intervalo, que es capaz de procesar las complejidades de la serie.

Aún más allá, en (Maté, 2021) y (Maté & Jiménez, 2021) se anticipa el trabajo que plantea la combinación de los diferentes métodos. Por esta razón, el proyecto trata de realizar por primera vez la combinación varias veces mencionada y llegar a resultados más precisos que con modelos tradicionales, así como profundizar en las redes neuronales de intervalo.

2. Definición del Proyecto

Para el desarrollo del trabajo se ha utilizado Matlab, un sistema de programación con lenguaje propio, donde se han codificado múltiples funciones para el cálculo de diferentes métodos y de diversas combinaciones, que serán aplicados a diferentes activos de los mercados financieros y en concreto, al mercado de divisas FOREX, con especial hincapié en EURUSD.

Por otro lado, se mostrará una serie de capítulos que tratan de desarrollar el proyecto desde los conceptos básicos que se requieren para entender con mayor exactitud el trabajo, hasta la combinación, concluyendo con un ejemplo para la divisa EURUSD.

3. Descripción del modelo

Como se detalla en el punto anterior, a lo largo de los capítulos se tratará de analizar los modelos de forma teórica entendiendo su proceso y posteriormente en código, tratando de dar visualizaciones o tablas para su mayor entendimiento.

Tras una inmersión en los diferentes conceptos y la explicación sobre el Análisis de datos valorados por intervalos y sus medidas de precisión, se ha llevado a cabo tres líneas de trabajo: modelos de regresión, redes neuronales y combinación de modelos, todos ellos aplicados como se ha mencionado, para datos de intervalo.

3.1 Regresión Lineal

En la regresión lineal para datos de intervalo se ha seguido el siguiente paradigma, donde la variable dependiente y las variables independientes son datos de intervalo:

$$[y] = \beta_0 + \beta_1[x_1] + \dots + \beta_n[x_n]$$

Cabe destacar que tal y como se describe en (De los Santos, 2021), hay más paradigmas, pero en el proyecto se ha decidido ceñirse en que $[y]$ y $[x] = ([x_1], [x_2], \dots, [x_n])$ sean datos de intervalo, pues se trabajará con ese tipo de datos y es el enfoque que se pretende analizar.

Se han analizado los siguientes métodos, todos ellos explicados y representados gráficamente: el Método del Centro (MC), el Método MinMax (mM), el Método del Centro y Radio (CRM), Método del Centro y Radio con Restricciones (CCRM), Método Parametrizado (PM), Modelo -B y Modelo MG. Estos dos últimos, se han utilizado de forma autorregresiva tratando de utilizar el método de ventana deslizante. En el artículo reciente de (Kong et al., 2022), se resalta la importancia de varios de estos modelos, en especial para el método CM y CRM, así como del conjunto de datos de cardio, que se analizará a lo largo del proyecto para los métodos de regresión.

3.2 Redes Neuronales

El uso de datos con valores de intervalo para ITS ha atraído a muchos científicos e investigadores. Como parte de esta investigación, se han propuesto algunas redes para series temporales de intervalo como iMLP, que será el tipo de red que se va a desarrollar. De esta manera, siguiendo el esquema de (Arroyo et al., 2011), el MLP de intervalo propuesto por (San Roque et al., 2007) hace posible trabajar con datos de intervalo, tanto para variables de entrada como de salida.

3.3 Combinación eficiente de modelos

Las tres líneas en las que nos podemos enfocar para realizar combinaciones son: Modelos de Regresión, que a su vez están divididos por métodos lineales y no lineales, Redes son algoritmos no

lineales en conexión con la regresión y KNN, que se caracterizan por la búsqueda de patrones en aprendizaje automático.

La combinación que se realizará en el proyecto se analizará con las dos primeras líneas, tratando de ponderar los mejores dos modelos con la optimización de pesos, donde las variables explicativas serán los dos modelos y $w \in [0, 1]$, el peso que se da a cada uno de ellos se recoge en (Maté, 2021):

$X^{\text{Pesos iguales.}} = 0.5(X^u) + 0.5(X^l)$	$w = 0.5$
$X^{\text{Pesos óptimos}} = w(X^u) + (1 - w)(X^l)$	$w \text{ desconocido}$

Tabla 1: Combinación de pesos con límites máximos y mínimos (Elaboración propia)

Se podrá elegir entre pesos iguales u óptimos, eligiendo el que aporte mejores resultados.

4. Resultados

Los resultados obtenidos a lo largo del proyecto han sido útiles para el objetivo de la combinación eficiente. Partiendo por regresión lineal, los resultados más exactos los da el modelo MG, que se ha realizado de forma autorregresiva y con ventana deslizante. Además, se ha observado también que el método PM da muy buenos resultados, en el ejemplo de comparación de métodos del capítulo 5 resulta ser el mejor método de todos.

Con respecto a redes neuronales de tipo iMLP, se han descartado arquitecturas con mayor complejidad en la capa oculta, es decir, más de 9 neuronas en la capa oculta nunca ha dado un resultado óptimo. Por otro lado, se ha podido observar que en comportamiento de divisas en casos en torno a -1 y 1, las redes con $k=1$ trabajan mejor que $k=2$. De esta manera, se puede observar una figura que muestra la evolución de una de las medidas de precisión más importantes para datos de intervalo (y que cuanto menor sea, mejor será el modelo) que está basado en una base de datos en concreto, pero que se ha observado un comportamiento similar en más análisis:

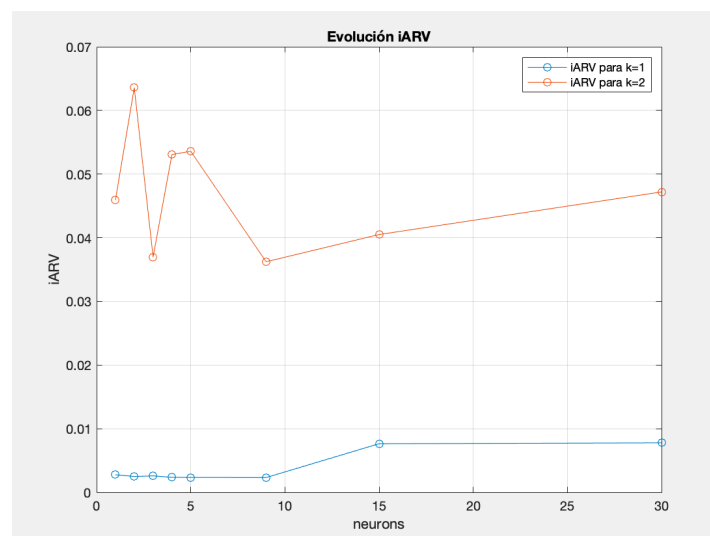


Ilustración 1 – Comparación de iARV EURUSD con diferentes neuronas y con $k=1$ y 2 (Elaboración propia)

Por último, de la combinación entre modelos de regresión y redes neuronales, se ha mostrado que dan mejores resultados las combinaciones con únicamente redes, ya que un análisis más complejo y preciso de la serie consiguiendo mejores resultados. Además, los resultados con pesos óptimos diferentes de 0.5 han dado también resultados más favorables.

5. Conclusiones

Después de haber desarrollado todos los capítulos y haber profundizado en cada uno de los subapartados del punto 3 (Descripción del modelo), se estudia un ejemplo que recoge todos ellos en el Capítulo 8, en línea con el análisis realizado en (Maté & Jiménez, 2021). Este ejemplo consiste en el análisis de diferentes periodos de una serie temporal que ofrece información diaria sobre el comportamiento del EURUSD a lo largo de las dos últimas décadas.

De esta manera, con la información de dicho capítulo, se extrae que los comportamientos con movimientos laterales que pasan a tendencia alcista lenta se pueden comportar de tres maneras: si tienen un subida con más pendiente, $k=2$ puede dar buenos resultados en iMLP, de forma autorregresiva. Por el contrario, si tiene una subida muy leve, dará mejores resultados $k=1$, siendo predominante una red neuronal de tipo iMLP si en el periodo se muestra un comportamiento constante y en el caso de que haya mayor volatilidad, sería conveniente incluir una combinación del modelo MG Autorregresivo dinámico junto con una red iMLP, ambos para $k=1$.

Por otro lado, también se estudian los siguientes dos casos, siendo el caso E el periodo que pasa de una tendencia alcista lenta a abrupta y el caso F el periodo que pasa de una tendencia alcista abrupta a alta volatilidad lateral. Se muestra a continuación los resultados obtenidos con los dos mejores modelos para cada caso:

CASO E	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
iMLP_AR_1(5)	0,002	0,001	0,888	0,911	0,052	0,068	0,242	0,053	0,9981	0,9972
Combinación 1 (OW,EW)	0,002	0,001	0,886	0,902	0,057	0,069	0,241	0,040	0,9980	0,9974

Tabla 2 – Medidas de precisión para el CASO E (Elaboración propia)

En la Tabla 2, se muestra que el modelo ganador es la red iMLP con $k=1$ y 5 neuronas, aunque la combinación (compuesta por las dos mejores redes de iMLP para $k=1$) muestra mejores resultados en RMSSSE para centros y radios y en R^2 para los máximos. Por esta razón, se puede concluir ambas posibilidades podrían ser resaltadas dependiendo de las medidas que se consideren más importantes.

De la misma forma, en la tabla 3 se puede comprobar que la combinación supera a la mejor red neuronal de forma individual. Esta combinación está formada por las dos mejores redes de iMLP para $k=1$, calculado con los pesos óptimos.

CASO F	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
iMLP_AR_1(4)	0,001	0,003	0,860	0,851	0,213	0,177	0,236	0,124	0,9991	0,9994
Combinación 1	0,001	0,003	0,876	0,869	0,187	0,156	0,207	0,108	0,9993	0,9995

Tabla 3 -Medidas de precisión para el CASO F (Elaboración propia)

6. Referencias

- [1] Maté, C. (2012). El análisis de intervalos. Aplicaciones en ingeniería. In *Anales de mecánica y electricidad* (Vol. 89, pp. 20-27).
- [2] Maté, C. G. (2021). Combining Interval Time Series Forecasts. A First Step in a Long Way (Research Agenda). *Revista Colombiana de Estadística*, 44(1), 123-157.
- [3] Mate, C., & Jiménez, L. (2021). Forecasting exchange rates with the iMLP: New empirical insight on one multi-layer perceptron for interval time series (ITS). *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 104, 104358.
- [4] Kong, L., Song, X., & Wang, X. (2022). Nonparametric regression for interval-valued data based on local linear smoothing approach. *Neurocomputing*.
- [5] Arroyo, J., Espínola, R. & Maté, C. Different Approaches to Forecast Interval Time Series: A Comparison in Finance. *Computational Economics* 37(2), 169–191 (2011).
- [6] San Roque, A. M., Maté, C., Arroyo, J., & Sarabia, Á. (2007). iMLP: Applying multi-layer perceptrons to interval-valued data. *Neural Processing Letters*, 25(2), 157-169.

THE EFFICIENT COMBINATION OF REGRESSION MODELS AND NEURONAL NETWORKS. ADVANCED FORECASTING SYSTEM IN FINANCIAL MARKETS.

Author: García Lorenzana, Sonia

Supervisor: Maté Jiménez, Carlos

Collaborating Entity: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

ABSTRACT

The analysis and prediction of time series present groundbreaking results after many years of research and, in particular, have a direct application in the financial sector. Although the topic state-of-art is advanced and has been extensively collected in the literature, in this paper the work will be developed as a novelty efficiently combining different methods for previously analyzed interval data.

The combination of interval series models consists of the efficient use of several weighted methods in a single one, to achieve a better fit to the data variables, building a nonlinear relationship. Compared to traditional linear regression models and conventional neural networks, according to (Maté, 2021), the combinations present lower prediction error between input and output data. In addition, the innovative methods outperform traditional ones also in accuracy after reflecting the range of fluctuation or uncertainty.

Keywords: Combination, Interval data, Matlab, Neural Networks, Regression, Interval Time series, Rolling window, Optimal weights

1. Introduction

In the 1960s, Interval Analysis (IA) and time series analysis became a very extensive area of research, see (Maté, 2012).. Thus, although it has evolved in an exponential way, a lot of fields remain to be discovered. As a matter of fact, with the increased use of other models different from the usual ones, neural networks for interval data emerge, being able to process the complexities of the series.

Even further, in (Maté, 2021) and (Maté & Jiménez, 2021) works the increase in the combination of different methods is anticipated. Therefore, the project aims to perform for the first time the aforementioned combination, demonstrating the highest accuracy with respect to traditional models, as well as deepening the interval neural networks.

2. Project definition

For the development of the work, Matlab has been used. This software is a programming system with its own language. Within the project multiple functions have been coded for the calculation of different methods and various combinations, which will be applied to several assets of the financial markets and specifically, to the FOREX currency market, with an emphasis on EURUSD.

On the other hand, this document contains a series of chapters seeking to develop the project from the basic concepts that are required to accurately understand the work to the combination methodology, concluding with an example for the EURUSD currency.

3. Model description

As detailed in the previous point, throughout the chapters we will try to analyze the models in a theoretical way understanding their process and later in code, trying to give visualizations or tables for a better understanding.

After an immersion in the different concepts and the explanation about the Analysis of interval-valued data and its precision measures, three lines of work have been carried out: regression models, neural networks and combination of models, all of them applied as mentioned, for interval data.

3.1 Linear Regression

In linear regression for interval data, the following paradigm has been followed, where the dependent variable and the independent variables are interval data:

$$[y] = \beta_0 + \beta_1[x_1] + \dots + \beta_n[x_n]$$

It should be noted that as described in (De los Santos, 2021), there are more paradigms, but in the project it has been decided to stick in that $[y]$ and $[x] = ([x_1], [x_2], \dots, [x_n])$ are interval data, since we will work with that type of data and it is the approach we intend to analyze.

The following methods have been analyzed, all of them explained and represented graphically: the Center Method (CM), the MinMax Method (mM), the Center and Radius Method (CRM), Center and Radius Method with Constraints (CCRM), Parameterized Method (PM), Model -B and Model MG. These last two have been used in an autoregressive way trying to use the sliding window method. In the recent article by (Kong et al., 2022), the importance of several of these models is highlighted, especially for the CM and CRM method, as well as the cardio dataset, which will be analyzed throughout the project for the regression methods.

3.2 Neuronal Networks

The use of interval-valued data for ITS has attracted many scientists and researchers. As part of this research, some networks for interval time series have been proposed as iMLP, which will be the type of network to be developed. Thus, following the scheme of (Arroyo et al., 2011), the interval MLP proposed by (San Roque et al., 2007) makes it possible to work with interval data, both for input and output variables.

3.3 Efficient Combination

The three lines on which we can focus to perform combinations are: Regression Models, which in turn are divided by linear and nonlinear methods, Networks are nonlinear algorithms in connection with regression and KNN, which are characterized by the search for patterns in machine learning.

The combination to be performed in the project will be analyzed with the first two lines, trying to weight the best two models with the optimization of weights, where the

explanatory variables will be the two models and $w \in [0, 1]$, the weight given to each of them is collected in (Maté, 2021):

$X^{\text{Pesos iguales.}} = 0.5(X^u) + 0.5(X^l)$	$w = 0.5$
$X^{\text{Pesos óptimos}} = w(X^u) + (1 - w)(X^l)$	$w \text{ desconocido}$

Table 1: Combination of weights with upper and lower bounds (Own elaboration)

It can be chosen between equal or optimum weights, selecting the one that provides the best results.

4. Results

The results obtained throughout the project have been useful for the efficient combination objective. Starting from linear regression, the most accurate results are given by the MG model, which has been performed in an autoregressive and sliding window fashion. In addition, it has also been observed that the PM method gives very good results, in the example of comparison of methods in chapter 5 it turns out to be the best method of all.

With respect to iMLP type neural networks, architectures with higher complexity in the hidden layer have been discarded, i.e., more than 9 neurons in the hidden layer has never given an optimal result. On the other hand, it has been observed that in currency behavior in cases around -1 and 1, networks with $k=1$ work better than $k=2$. Thus, we can observe a figure showing the evolution of one of the most important accuracy measures for interval data (and the lower it is, the better the model) which is based on a specific database, but similar behavior has been observed in more analyses:

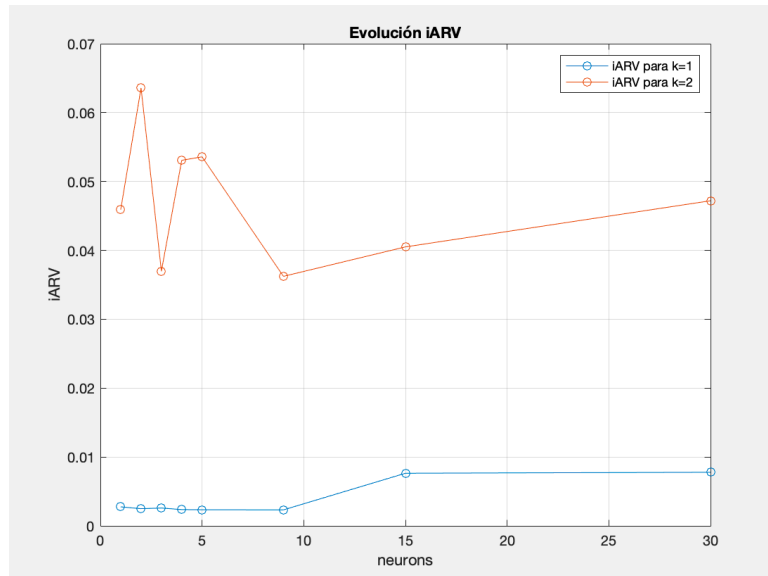


Ilustración 2 – Comparison of iARV EURUSD with different neurons and with $k=1$, $k=2$

(Own elaboration)

Finally, from the combination between regression models and neural networks, it has been shown that the combinations with only networks give better results, since a more

complex and precise analysis of the series gives better results. In addition, the results with optimal weights different from 0.5 have also given more favorable results.

5. Conclusions

After having developed all the chapters and having deepened in each of the subsections of point 3 (Description of the model), an example that gathers all of them is studied in Chapter 8, in line with the analysis carried out in (Maté & Jiménez, 2021). This example consists of the analysis of different periods of a time series that provides daily information on the behavior of the EURUSD over the last two decades.

In this way, with the information of that chapter, it is extracted that the behaviors with lateral movements that pass to slow uptrend can behave in three ways: if they have a slope with more slope, $k=2$ can give good results in iMLP, in an autoregressive way. On the other hand, if it has a very slight rise, it will give better results $k=1$, being predominant a neural network of type iMLP if in the period it shows a constant behavior and in the case that there is greater volatility, it would be convenient to include a combination of the dynamic autoregressive MG model together with an iMLP network, both for $k=1$.

On the other hand, the following two cases are also studied, being case E the period going from a slow uptrend to abrupt and case F the period going from an abrupt uptrend to high sideways volatility. The results obtained with the two best models for each case are shown below:

CASO E	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
iMLP_AR_1(5)	0,002	0,001	0,888	0,911	0,052	0,068	0,242	0,053	0,9981	0,9972
Combinación 1 (OW,EW)	0,002	0,001	0,886	0,902	0,057	0,069	0,241	0,040	0,9980	0,9974

Table 2 – Accuracy measures for CASE E (Own elaboration)

In Table 2, it is shown that the winning model is the iMLP network with $k=1$ and 5 neurons, although the combination (composed by the two best iMLP networks for $k=1$) shows better results in RMSSE for centers and radii and in R^2 for maxima. For this reason, it can be concluded both possibilities could be highlighted depending on which measures are considered more important.

Similarly, in Table 3 it can be seen that the combination outperforms the best neural network individually. This combination is formed by the two best iMLP networks for $k=1$, calculated with the optimal weights.

CASO F	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
iMLP_AR_1(4)	0,001	0,003	0,860	0,851	0,213	0,177	0,236	0,124	0,9991	0,9994
Combinación 1	0,001	0,003	0,876	0,869	0,187	0,156	0,207	0,108	0,9993	0,9995

Table 3 - Accuracy measures for CASE F (Own elaboration)

6. References

- [1] Maté, C. (2012). El análisis de intervalos. Aplicaciones en ingeniería. In Anales de mecánica y electricidad (Vol. 89, pp. 20-27).

- [2] Maté, C. G. (2021). Combining Interval Time Series Forecasts. A First Step in a Long Way (Research Agenda). *Revista Colombiana de Estadística*, 44(1), 123-157.
- [3] Mate, C., & Jiménez, L. (2021). Forecasting exchange rates with the iMLP: New empirical insight on one multi-layer perceptron for interval time series (ITS). *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 104, 104358.
- [4] Kong, L., Song, X., & Wang, X. (2022). Nonparametric regression for interval-valued data based on local linear smoothing approach. *Neurocomputing*.
- [5] Arroyo, J., Espínola, R. & Maté, C. Different Approaches to Forecast Interval Time Series: A Comparison in Finance. *Computational Economics* 37(2), 169–191 (2011).
- [6] San Roque, A. M., Maté, C., Arroyo, J., & Sarabia, Á. (2007). iMLP: Applying multi-layer perceptrons to interval-valued data. *Neural Processing Letters*, 25(2), 157-169.

Índice de la memoria

Capítulo 1. Introducción.....	9
1.1 Motivación del proyecto	9
Capítulo 2. Estado de la Cuestión.....	11
2.1 Introducción a los datos de intervalo	11
2.2 Series temporales de intervalo (ITS).....	13
2.3 Regresión lineal.....	15
2.3.1 Regresión simple	15
2.3.2 Regresión múltiple.....	17
2.4 Métodos de predicción no lineales: redes neuronales	18
2.5 Modelos autorregresivos	22
Capítulo 3. Definición del Trabajo.....	23
3.1 Objetivos	23
3.2 Metodología	24
3.3 Planificación.....	24
Capítulo 4. Análisis de datos valorados por intervalos. ITS: análisis y predicción.....	27
4.1 Medidas de precisión en la predicción de ITS	27
4.2 Análisis ITS.....	30
Capítulo 5. Regresión lineal simple y múltiple para datos de intervalo.....	36
5.1 Método del Centro (CM).....	36
5.2 Método minMax (mM)	39
5.3 Método del Centro y Radio (CRM)	41
5.4 Método del Centro y Radio con restricciones (CCRM).....	43
5.5 Modelo Parametrizado (PM).....	45
5.6 Modelo α - B.....	47
5.6.1 Modelo M Autorregresivo	51
5.6.2 Modelo M Autorregresivo Dinámico	52
5.7 Modelo MG.....	55
5.7.1 Modelo MG Autorregresivo	57
5.7.2 Modelo MG Autorregresivo Dinámico	60
5.8 Ejemplo Cardio	62

Capítulo 6. Redes neuronales tipo iMLP para datos valorados por intervalos.....	65
6.1 Implementación del código iMLP	67
Capítulo 7. Sistema básico de análisis, combinación y predicción para datos valorados por intervalos	73
7.1 Combinación de regresión lineal.....	76
7.2 Combinación de iMLP	77
7.2.1 CASO EURUSD	77
7.2.2 CASO GBPUSD	78
Capítulo 8. Aplicación al análisis y predicción del EURUSD con datos de intervalo....	79
8.1 Caso E para EURUSD	83
8.1.1 MG Autorregresivo	83
8.1.2 iMLP Autorregresivo.....	85
8.1.3 Combinaciones de los mejores resultados	92
8.2 Caso F para EURUSD.....	94
8.2.1 MG Autorregresivo	94
8.2.2 iMLP Autorregresivo.....	96
8.2.3 Combinaciones de los mejores resultados	101
8.3 Caso G para EURUSD	103
8.3.1 MG Autorregresivo Dinámico.....	103
8.3.2 iMLP Autorregresivo.....	104
8.4 Caso H para EURUSD	105
8.4.1 MG Autorregresivo Dinámico.....	105
8.4.2 iMLP Autorregresivo.....	105
Capítulo 9. Conclusiones y Trabajos Futuros.....	107
9.1 Conclusiones	107
9.2 Trabajos futuros	109
Capítulo 10. Bibliografía.....	111
ANEXO I: ALINEACIÓN DEL PROYECTO CON LOS ODS.....	114

Índice de figuras

Figura 1: Serie temporal de intervalos semanales del Oro en EUR (Fuente: Elaboración propia)	14
Figura 2: Distribución de las temperaturas en la red en histogramas (Fuente: (Gallardo, 2008))	15
Figura 3: Ilustración de la estructura MLP (Fuente: (Benidis et al., 2020))	19
Figura 4: Ilustración de la Arquitectura CNN	21
Figura 5: Ilustración de la estructura RNN (Fuente: (Benidis et al., 2020))	22
Figura 6: Cronograma anual de la realización del proyecto (Elaboración propia)	24
Figura 7: Gráficos ACF y PACF para los cuatro atributos de un intervalo con el dataset EURUSD - GBPUSD (Elaboración propia)	32
Figura 8: Diagrama de dispersión de los datos de intervalo de EURUSD y GBPUSD (Elaboración propia).....	33
Figura 9: Relación entre los Centros EURUSD y GBPUSD	34
Figura 10: Relación entre los Radios EURUSD y GBPUSD	34
Figura 11: Relación Centro-Radio de EURUSD y GBPUSD (Elaboración propia).....	35
Figura 12: Método del Centro para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia) ..	38
Figura 13: Método MinMax para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia).....	40
Figura 14: Método CRM para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia).....	42
Figura 15: Método CCRM para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)	45
Figura 16: Modelo alpha-B para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)	50
Figura 17: Ejemplo acción CSCO con el Modelo M Autorregresivo K=1 (Elaboración propia)	52
Figura 18: Distribución del parámetro a en el Modelo M Autorregresivo Dinámico (Elaboración propia).....	53
Figura 19: Evolución temporal parámetro a (Elaboración propia)	53
Figura 20: Evolución temporal parámetro B (Elaboración propia).....	54
Figura 21: Predicción del Modelo M Autorregresivo Dinámico para CSCO (Elaboración propia)	55
Figura 22: Evolución R^2 para el Modelo MG Autorregresivo (Elaboración propia)	58

Figura 23: Evolución MSE para el Modelo MG Autorregresivo (Elaboración propia).....	58
Figura 24: Predicción del Modelo MG Autorregresivo para CSCO con $k=1:10$ (Elaboración propia).....	59
Figura 25: Valores de Test y predicción del Modelo MG Autorregresivo para CSCO (Elaboración propia).....	59
Figura 26: Gráfico Matricial para el estimador b_4 con $k=7$ para los datos de CSCO (Elaboración propia).....	61
Figura 27: Predicción del Modelo MG Autorregresivo Dinámico para CSCO (Elaboración propia)	61
Figura 28: Base de datos de Cardio (Fuente: Neto & De Carvalho, 2010))	62
Figura 29: Un iMLP con tres capas (dos neuronas de entrada y una de salida).....	66
Figura 30: Primeras tres observaciones de Train.xlsx a iMLP (Elaboración propia)	70
Figura 31: Explicación de la automatización del Código en C de iMLP	71
Figura 32: Serie temporal EURUSD a analizar (Fuente: (Maté & Jiménez, 2021)).....	79
Figura 33: ITS que se va a analizar con los diferentes casos (Elaboración propia).....	82
Figura 34: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con $k=1:10$ del CASO E (Elaboración propia)	84
Figura 35: Predicción del modelo MG_AR para EURUSD CASO E (Elaboración propia)	85
Figura 36: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO E (Elaboración propia).....	86
Figura 37: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=2$ CASO E.	88
Figura 38: Evolución de iARV para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)	89
Figura 39: Evolución de UTheil para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)	90
Figura 40: Evolución de R^2 para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)	90
Figura 41: Valores RMSSE para las 4 características del intervalo para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)	91
Figura 42: Valores MAPE para las 4 características del intervalo para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)	92

Figura 43: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con k=1:10 CASO F	95
Figura 44: Predicción del modelo MG_AR para EURUSD k=2 CASO F (Elaboración propia)	96
Figura 45: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO F .	97
Figura 46: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO F .	99
Figura 47: Evolución de iARV para k=1 y k=2 con iMLP CASO F (Elaboración propia)	100
Figura 48: Evolución de iUTheil para k=1 y k=2 con iMLP CASO F (Elaboración propia)	100
Figura 49: Evolución de R2 para k=1 y k=2 con iMLP CASO F(Elaboración propia)....	100
Figura 50: Valores RMSSE para las 4 características del intervalo para k=1 y k=2 con iMLP CASO F (Elaboración propia)	101

Índice de tablas

Tabla 1: Cálculo de MSE, RMSSE y MAPE para validación del mejor valor del parámetro k (Elaboración propia).....	60
Tabla 2: Pulse Rate Low para los métodos de regresión estudiados (Elaboración propia)	63
Tabla 3: Pulse Rate High para los métodos de regresión estudiados (Elaboración propia)	63
Tabla 4: Medidas de precisión para los diferentes métodos estudiados (Elaboración propia)	64
Tabla 5: Medidas de precisión de EURUSD para k=1 (Elaboración propia)	72
Tabla 6: Medidas de precisión de EURUSD para k=2 (Elaboración propia)	72
Tabla 7: Medidas de precisión de GBPUSD para k=1 (Elaboración propia)	72
Tabla 8: Medidas de precisión de GBPUSD para k=2 (Elaboración propia)	72
Tabla 9: Combinación de pesos con límites máximos y mínimos (Elaboración propia)....	74
Tabla 10: Líneas de enfoque de las combinaciones (Elaboración propia).....	75
Tabla 11: Medidas de precisión para el dataset Cardio con combinaciones (Elaboración propia)	76
Tabla 12: iMLP con k=1 para combinaciones entre h=2+5 y h=9+5 CASO EURUSD (Elaboración propia).....	77
Tabla 13: iMLP con k=1 para combinaciones entre h=4+9 CASO GBPUSD (Elaboración propia)	78
Tabla 14: Casos analizados en el artículo (Elaboración propia)	80
Tabla 15: Casos que se van a analizar en el proyecto (Elaboración propia).....	82
Tabla 16: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con k=1:10 del CASO E (Elaboración propia).....	83
Tabla 17: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO E (Elaboración propia)	86
Tabla 18: Pesos de la mejor red iMLP para k=1, con h=5 para CASO E (Elaboración propia)	87
Tabla 19: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO E (Elaboración propia)	88

Tabla 20: Pesos de la mejor red iMLP para k=2, con h=9 para CASO E (Elaboración propia)	89
Tabla 21: Pesos óptimos de las tres combinaciones (Elaboración propia)	93
Tabla 22: Resultados de las tres combinaciones con optimal weights CASO E (Elaboración propia)	93
Tabla 23: Resultados de las tres combinaciones con equal weights CASO E (Elaboración propia)	93
Tabla 24: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con k=1:10 CASO F (Elaboración propia).....	95
Tabla 25: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO F (Elaboración propia)	97
Tabla 26: Pesos de la mejor red iMLP para k=1, con h=1 para CASO F (Elaboración propia)	98
Tabla 27: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO F (Elaboración propia)	98
Tabla 28: Tabla 26: Pesos de la mejor red iMLP para k=2, con h=3 para CASO F (Elaboración propia).....	99
Tabla 29: Pesos óptimos de las tres combinaciones (Elaboración propia)	102
Tabla 30: Resultados de las tres combinaciones con optimal weights CASO F (Elaboración propia)	102
Tabla 31: Resultados de las tres combinaciones con equal weights CASO F (Elaboración propia)	103
Tabla 32: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR Dinámico con k=1 y k=2 CASO G	104
Tabla 33: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO G (Elaboración propia)	104
Tabla 34: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO G (Elaboración propia)	104
Tabla 35: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR Dinámico con k=1 y k=2 CASO H	105

Tabla 36: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO H (Elaboración propia)	105
Tabla 37: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO H (Elaboración propia)	105

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

En la realización de este proyecto, se va a llevar a cabo el estudio de sistemas de predicción eficientes (FORSYS), adaptados a diferentes tipos de datos, como los datos de intervalo con la combinación de r modelos de regresión y redes neuronales. Estos sistemas son cada vez más demandados y la presencia de ellos en las empresas es una ventaja competitiva, por ello, el proyecto consistirá en el desarrollo de sistemas de predicción y combinación eficiente entre modelos para series temporales de intervalo y su posterior aplicación a activos de los mercados financieros.

A lo largo del proyecto, uno de los resultados esperados será la combinación de diferentes métodos y utilización de modelos de regresión, así como redes neuronales para analizar cuál funciona mejor y tratar de dar información útil sobre los resultados concluidos para futuras predicciones.

Se tratará de investigar los modelos más adecuados para poder aplicar diferentes tipos de dato, es decir, tanto datos crisp, los cuales son datos que representan una serie temporal típica y datos de intervalo, imprescindibles para el análisis de los precios de activos financieros y que se van a analizar a lo largo del proyecto, los cuales muestran su evolución a lo largo de una serie temporal determinando siempre un precio máximo (high) y un precio mínimo (low).

1.1 MOTIVACIÓN DEL PROYECTO

Analizar el comportamiento de las acciones para entender sus movimientos es un tema muy relevante en la actualidad, ya que cada vez más personas, tanto en empresas como en particulares, están interesadas por la inversión de su dinero en instrumentos financieros y la consecuente obtención de beneficios y rentabilidad.

El problema ocurre cuando suceden movimientos imprevisibles, como una crisis, una pandemia mundial o cualquier factor económico, tanto externo como interno, que afecte de lleno a las acciones en cuestión. Por tanto, la motivación de este proyecto es el análisis de un sistema que permita predecir de forma precisa el comportamiento futuro de las acciones y que comprenda los modelos complejos que formarán dicho sistema eficiente para datos de intervalo. De esta forma, se buscará crear una herramienta que aconseje a inversores y accionistas con el propósito de que obtengan la mayor rentabilidad posible en sus inversiones gracias a la predicción obtenida tras analizar los stocks de los mercados.

A esta motivación inicial, hay que añadirle el interés creciente desarrollado este último año tanto por las finanzas como por el uso de algoritmos aplicados a modelos de machine learning. Además, las aplicaciones en los campos empresariales y financieros, donde los datos significativos como el valor de las acciones o las fluctuaciones monetarias se pueden expresar como series de tiempo de intervalo, son las más atractivas. Por ello, la combinación de ambos campos supondrá un verdadero reto del cuál se intentará sacar el máximo rendimiento.

Capítulo 2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

Actualmente, el análisis de datos es fundamental para las nuevas tendencias como el Big Data, Inteligencia Artificial, Deep Learning, el Internet de las cosas (IoT), la nube o las ciudades inteligentes. Todas ellas, hacen uso de los datos que provienen de distintas fuentes para transformarlos en información valiosa de manera rápida. El gran problema viene de la variedad y distinción de los datos. Hasta ahora, los datos numéricos simples o únicos siempre han sido el paradigma de la. Sin embargo, están surgiendo nuevos tipos de datos.

2.1 INTRODUCCIÓN A LOS DATOS DE INTERVALO

La mayoría de los valores que obtenemos con instrumentos de medición y cálculo en el mundo real son intervalos. Además, hay muchos datos que no pueden proporcionar información completa a través de un solo número. Los datos de intervalo consisten en intervalos típicos con límites superiores e inferiores. Por ejemplo, temperaturas máximas y mínimas diarias.

Tal y como se comenta en (Maté, El análisis de intervalos. Aplicaciones en ingeniería. In Anales de mecánica y electricidad (Vol. 89, pp. 20-27)., 2012), a partir de los años 60 el Análisis de Intervalos (AI) se convierte en un área muy extensa de investigación. En el año 1959, se introdujo como una herramienta para el control automático de errores, según la hipótesis de que las observaciones y estimaciones son incompletas para representar los datos reales con gran exactitud.

Las obras realizadas por Ramon Moore han resultado clave para el avance de la AI, enmarcado a su vez en el Análisis de Datos Simbólicos (ADS). Esto quiere decir que las variables de dichos datos podrán tomar más de un valor (análisis multivariante), ya sea categórico o numérico, siendo valorada por intervalos o conjuntos de categorías y no únicamente números reales.

Aunque los datos de intervalo no son perfectos, proporcionan información más completa para elementos de información que no se pueden explicar con un solo número. De esta manera, si se requiere precisión los datos se deben representar en forma de intervalo, ya que tiene en cuenta tanto errores a la entrada, durante el cálculo y a la salida.

Por ejemplo, si medimos la temperatura un día de primavera en Madrid y da un resultado de 32.3°C , y podemos asegurar que el error cometido es inferior a 1°C , tanto por exceso como por defecto, diremos que el resultado de nuestra medición es de $32.3 \pm 1^{\circ}\text{C}$, lo que quiere decir que el valor exacto es mayor que $32.3 - 1 = 31.3^{\circ}\text{C}$, pero inferior a $32.3 + 1 = 33.3^{\circ}\text{C}$, o sea que está comprendido entre 31.3°C y 33.3°C .

Dichas medidas de error, se pueden hacer con porcentajes. Por lo tanto, si el termómetro calcula la temperatura con un 5% de error, el dato de intervalo será de 32.3 ± 1.615 , es decir, $[30.685, 33.915]$.

Normalmente todas estas mediciones son aplicables a todas las ciencias, ya que siempre suele haber un pequeño margen de error. El mejor ejemplo que muestra dicho error son los aparatos de medición químicos, pues no tienen una precisión absoluta y es razonable encontrar un error que debemos tener en cuenta a la hora de analizar cualquier tipo de medición. Por ello, el valor real (x) será la diferencia entre la propia medición ($\bar{x}$) y el error observado o incertidumbre (Δx); es decir, $x = \bar{x} - \Delta x$.

Para ver la evolución de los datos en un periodo de tiempo, se necesita la aritmética de los intervalos y evaluar la distancia entre cada uno de ellos. Por otra lado, los intervalos también tratan sus correspondientes errores. En la teoría se supone que la probabilidad de error de una medida sigue una distribución gaussiana donde se le pueden aplicar técnicas estándares y manejar así la incertidumbre. El inconveniente de esta suposición es que no se da siempre, por tanto, solo podemos decir que se conoce una cota llamada incertidumbre

absoluta, que será de la unidad de la variable medida, con porcentajes de la medida efectuada o con porcentaje del valor máximo/mínimo del campo de medida.

Los datos de intervalo se pueden representar con cualquier par de puntos, siempre que se puedan calcular los extremos de intervalo con dicho par. Las denotaciones más comunes son: los que calculan los límites (superiores e inferiores) y los que calculan el centro y el radio del intervalo (ambas se denotarán con corchetes y con letras minúsculas). Así, $[x]$ tendrá su límite superior x_U y límite inferior x_L . Por tanto, cualquier medida que esté dentro del intervalo, estará dentro del rango $[x]=[x_U, x_L]$ y la anchura será definida como $w([x])=[x_U, x_L]$.

Además, esos dos valores límite nos servirán para calcular el centro y el radio del intervalo. Por tanto, $[x]$ tendrá su centro x_C y su radio x_R y se denominará como $[x]=<x_C, x_R>$, donde $x_C = \frac{x_L + x_U}{2}$ y $x_R = \frac{x_U - x_L}{2}$, siendo x_R mayor que cero.

2.2 SERIES TEMPORALES DE INTERVALO (ITS)

Una vez introducido el mundo de los intervalos, se puede definir las series temporales de intervalos (ITS), un campo con muchos avances y con mucha importancia estos últimos años que describen la evolución (a lo largo del tiempo) del rango de variación de un fenómeno. Las aplicaciones en los campos empresariales y financieros, donde los datos significativos como el valor de las acciones o las fluctuaciones monetarias se pueden expresar como series de tiempo de intervalo, son las más atractivas. La mayor parte del análisis de las ITS se ha centrado en métodos de predicción.

Existe una gran cantidad de métodos de predicción. En todos estos, los valores pasados de las variables se utilizan para predecir valores futuros. Por lo tanto, la entrada y la salida de un método se pueden modelar como una serie de tiempo, o lo mismo, como una secuencia de observaciones de la misma variable en un período de tiempo uniforme. La

ESTADO DE LA CUESTIÓN

predicción puntual se utiliza en muchas ocasiones y es muy eficaz, sin embargo, se ha demostrado que la predicción por intervalos obtiene información más relevante, mejorando así la precisión de las predicciones anteriores. En las ITS, cada período de tiempo está constituido por un intervalo definido por las características nombradas anteriormente (límites superior e inferior, centro y radio).

Un ejemplo que muestra cómo se representan las series temporales de intervalos es la Figura 1, la cual representa en negro los mínimos y máximos semanales del Oro en euros para el primer trimestre de 2022, mostrando su tendencia creciente en líneas azules discontinuas que pasan por el centro del intervalo.

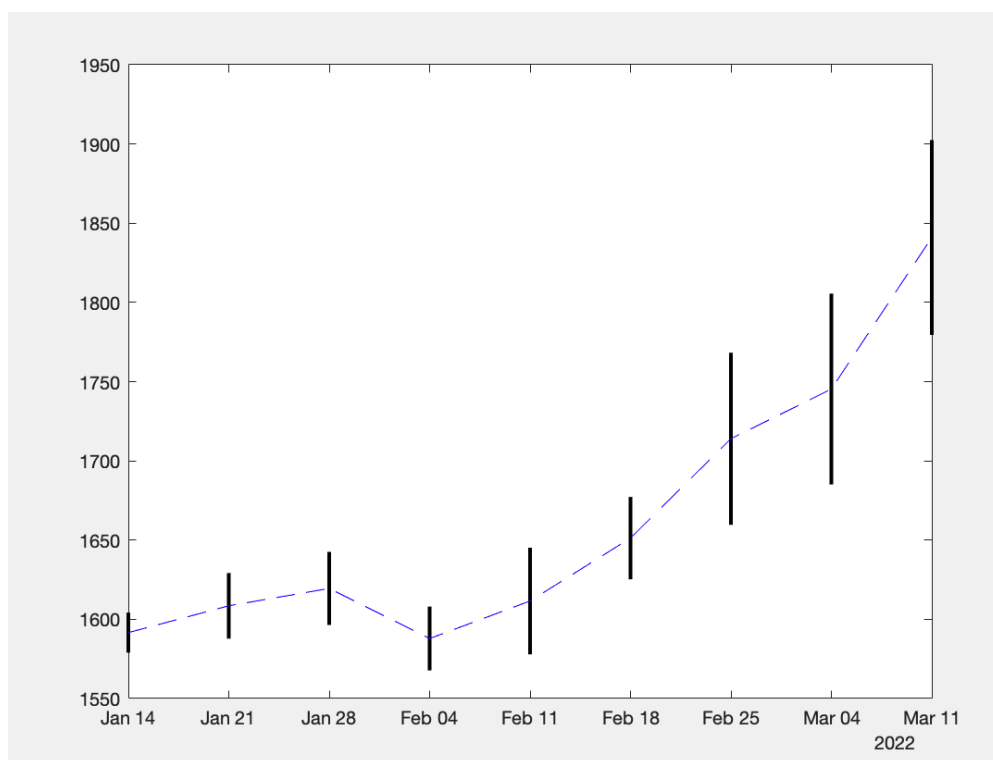


Figura 1: Serie temporal de intervalos semanales del Oro en EUR (Fuente: Elaboración propia)

Por otro lado, las series temporales también se pueden representar en forma de histograma. De esta manera obtenemos información del rango y la forma de distribución.

Por ejemplo, en la siguiente figura se puede observar la gran diferencia entre los primeros meses y los de mitad de año.

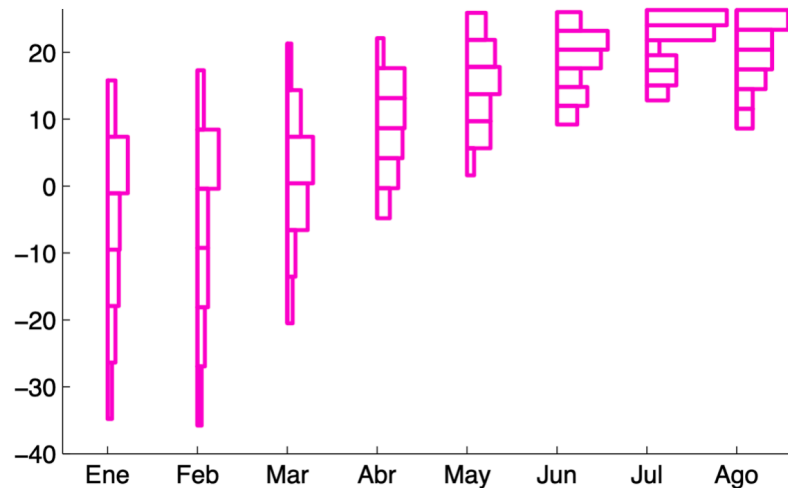


Figura 2: Distribución de las temperaturas en la red en histogramas (Fuente: (Gallardo, 2008))

2.3 REGRESIÓN LINEAL

2.3.1 REGRESIÓN SIMPLE

La regresión simple trata de predecir el comportamiento futuro de una variable dependiente o endógena Y , a partir de una variable explicativa o independiente. Dicho modelo se describe de acuerdo la siguiente ecuación:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \epsilon$$

Siendo β_0 la ordenada en el origen, β_1 la pendiente y ϵ el error aleatorio o residuo (que representa la diferencia entre el valor ajustado y el real).

Estimación por el método de Mínimos Cuadrados

La estimación de Mínimos Cuadrados Ordinarios consiste en minimizar el valor de los residuos (error aleatorio) para que la diferencia entre los valores observados y los

estimados sea lo más pequeña posible. De esta forma, se intenta minimizar el siguiente sumatorio:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2$$

Siendo $\hat{Y}$ el valor estimado por el modelo y Y_i el valor observado con tantas observaciones como el valor de n .

Coefficiente de correlación “r” y de determinación “R²”

Se denomina r al coeficiente de correlación que mide la dependencia lineal entre dos variables cuantitativas y que variará entre el intervalo $(-1, 1)$. Si $r = 1$, significa que la correlación es positiva y que hay dependencia total entre ambas variables. De forma paralela, si $r = -1$ significa que la correlación es negativa y que hay dependencia inversa total entre las dos variables. En el caso de que no se cumpla ninguna de las dos correlaciones perfectas previamente explicadas, puede no haber correlación lineal entre las variables si $r = 0$ o bien, puede existir relación positiva ($0 < r < 1$) o negativa ($-1 < r < 0$).

Por otro lado, se denomina R^2 al coeficiente de determinación, que indica la proporción de la varianza total de la variable explicada por la regresión, es decir, cuanto mayor sea el coeficiente mejor es el ajuste que se está realizando en dicha regresión.

Contraste de significación individual

También denominado Contraste t y trata de aceptar o rechazar la hipótesis de si los coeficientes beta de cada variable son nulos o no y por tanto, saber si son significativos en el modelo. Cuanto mayor sea dicho valor, más significativo será el modelo y no se aceptará la hipótesis de que el coeficiente es nulo. La fórmula es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Con $\bar{X}$ la media muestral, S la desviación estándar corregida y n el tamaño muestral.

Contraste de significación conjunta

También denominado Contraste F y trata de analizar si el modelo en cuestión es significativo o no en su conjunto. Cuanto mayor sea el valor de F, mayor relación habrá entre las variables. A continuación se detalla su fórmula:

$$F = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{n-k}}$$

Siendo R^2 el coeficiente de determinación, k el número de parámetros y n el número de observaciones.

2.3.2 REGRESIÓN MÚLTIPLE

La regresión múltiple consiste en predecir el valor de una variable dependiente Y , a partir de un conjunto de variables explicativas X_i (con $i=1,2, \dots, p$). Dicho modelo está determinado por la siguiente ecuación:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p + \epsilon$$

Siendo β_0 la ordenada en el origen, β_1 la pendiente de la primera variable explicativa, β_2 la pendiente de la segunda variable explicativa y así sucesivamente hasta p . Como en regresión simple, también contiene un error aleatorio ϵ , que se distribuye como una normal $N(0, \sigma^2)$.

Cabe destacar que el coeficiente beta compara la relación de cada variable independiente explicativa con la variable endógena. Por tanto, cuando mayor sea el valor absoluto de ese coeficiente beta, más fuerte será la relación de ambas variables.

El valor de los parámetros (al igual que en regresión simple) se realiza con el método de Mínimos Cuadrados y también se tiene en cuenta el contraste de significación individual y conjunta (contaste t y F). Sin embargo, para saber la variabilidad de la variable dependiente respecto del conjunto de variables explicativas en el modelo, se hace uso de R^2 ajustado, penalizando al modelo según el número de variables independientes y que así al estudiar diversos modelos múltiples de diferentes variables puedan ser comparables (en igualdad de condiciones).

$$R^2 \text{ adj.} = 1 - (1 - R^2) * \frac{n - 1}{n - k}$$

Siendo R^2 el coeficiente de determinación, k el número de parámetros y n el número de observaciones.

2.4 MÉTODOS DE PREDICCIÓN NO LINEALES: REDES NEURONALES

Una Red Neuronal (NN) es una red interconectada por nodos llamados neuronas, los cuales formarán capas unidas entre sí dando la infraestructura deseada a la red. Una red neuronal está formada por una capa de entrada, una o más capas ocultas y capa de salida. Así, cuantas más capas ocultas haya, más compleja será la red, siendo la primera capa oculta una función de todas las variables de entrada con la media de los pesos iniciales y las siguientes capas ocultas, estarán compuestas por las variables de la capa anterior.

La arquitectura NN determina la relación $\hat{y}=f(X,Y)$ entre un vector de información de series temporales pasadas de las variables independientes (X) y/o dependientes (Y) y los valores futuros previstos de una variable dependiente $\hat{y}$. A continuación, se explican las arquitecturas de redes neuronales más utilizadas: MLP, CNN y RNN.

MLP (Multi-Layer Perceptron)

También llamadas “feed-forward” ya que las entradas son alimentadas a lo largo de toda la red en una dirección (de Inputs a Outputs).

La arquitectura más simple de una MLP es una estructura SLP, compuesta por una sola capa de salida, donde cada uno de sus nodos están conectados a cada nodo de la capa de entrada. La estructura general de una estructura MLP está compuesta por más de una capa (conjunto de nodos donde cada uno de ellos es igual a una función de activación no lineal multiplicado por el bias correspondiente del nodo y el sumatorio de todos los pesos anteriores por cada una de sus entradas). Las capas se apilan unas sobre otras para aprender representaciones no lineales más complejas de los datos. Se muestra una ilustración tomada de (Benidis et al., 2020):

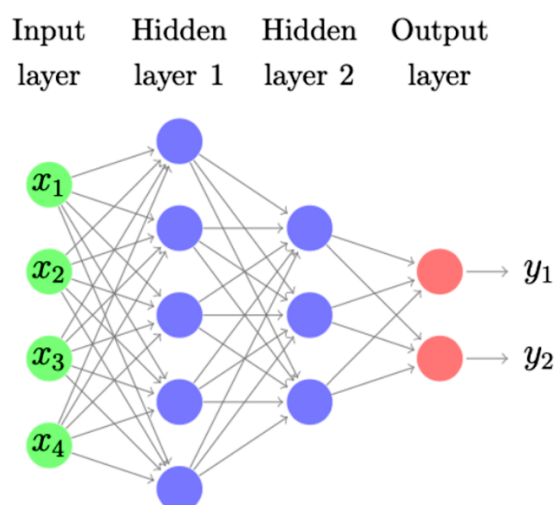


Figura 3: Ilustración de la estructura MLP (Fuente: (Benidis et al., 2020))

Las redes neuronales han atraído la investigación centrada en la predicción de las divisas al contado. Tal y como se explica en (Maté & Jiménez, 2021), para las ITS se propuso el iMLP (Perceptrón Multicapa de intervalo de intervalo) como una extensión de MLP para poder explotar la no linealidad de los datos de tipos de cambio.

CNN (Convolutional Neural Networks)

Son una clase especial de redes neuronales conectadas localmente que utilizan capas convolucionales para explotar la estructura presente en los datos de entrada, que son estructuras conocidas como series temporales e imágenes.

Una capa convolucional aplica una función de convolución a los vecinos más pequeños de los datos de entrada. La convolución se refiere aquí al proceso de calcular la suma ponderada en movimiento deslizando el llamado filtro sobre diferentes partes de los datos de entrada. El tamaño de la vecindad, así como la forma en que el filtro se desliza a través de la entrada y se aplica una activación no lineal a la salida de la operación.

El objetivo es que los pesos del filtro, que deben aprenderse, se ajusten de forma que el filtro extraiga características relevantes de los datos de entrada sin procesar. Este reparto de pesos en el filtro reduce drásticamente el número de parámetros libres en comparación con las capas densas de los MLP y da lugar a un mejor rendimiento de la generalización.

Además de las capas convolucionales, las CNN también utilizan una capa de agrupación para reducir el tamaño de la representación de las características, así como para hacer que las características extraídas de la capa convolucional sean más robustas. Sin embargo, una capa de agrupación no tiene pesos que deben aprenderse y, por tanto, la capa de convolución y de agrupación se cuentan como una sola capa en las CNN. Para ampliar la extracción de características, se pueden aplicar varias capas convolucionales (una encima de la otra).

Se muestra la arquitectura CNN, donde *Convolution* hace referencia a la capa de convolución previamente explicada y *Pool* a la capa de agrupación:

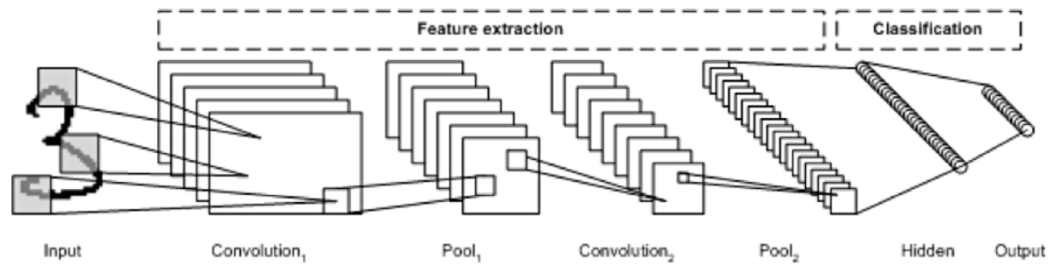


Figura 4: Ilustración de la Arquitectura CNN

RNN (Recurrent Neural Networks)

Redes neuronales diseñadas específicamente para manejar datos secuenciales que surgen en aplicaciones como las series temporales, el procesamiento del lenguaje natural y el reconocimiento de audio.

Básicamente las RNN utilizan conexiones recurrentes que conectan las unidades ocultas de las redes neuronales consigo mismas con un retraso temporal. La retroalimentación de las capas ocultas a sí mismas en cada paso de la serie temporal puede interpretarse como la provisión a la red de una memoria dinámica. Además, los pesos de la red se comparten entre toda la serie temporal.

En determinadas ocasiones, resulta difícil entrenar las RNN, ya que suelen aplicarse a secuencias de datos muy largas. Por ello, las redes de memoria a corto plazo (LSTM) se propusieron para abordar este problema. En lugar de utilizar una red simple en cada paso, las LSTM utilizan una arquitectura más complicada compuesta por una célula y puertas que controlan el flujo de entrada a la célula, además de decidir qué información debe mantenerse dentro de la célula y qué debe propagarse al siguiente paso de tiempo. Se muestra a continuación la estructura RNN:

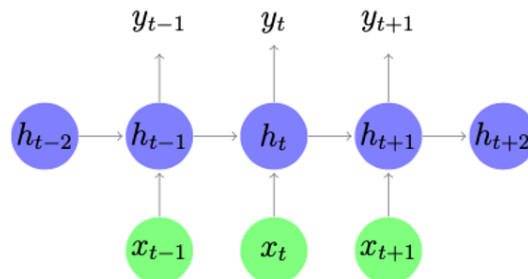


Figura 5: Ilustración de la estructura RNN (Fuente: (Benidis et al., 2020))

2.5 MODELOS AUTORREGRESIVOS

Un modelo autorregresivo (AR) es una representación de un proceso aleatorio, donde la variable de salida Y , depende de observaciones pasadas (valores anteriores en la serie temporal analizada).

Estos modelos serán aplicados en el proyecto, tanto en modelos de regresión lineales y no lineales. Además, a modo de ampliación se tratará de aplicar para la parte de regresión lineal modelos AR dinámicos haciendo uso del procedimiento de “Rolling window” o ventana deslizante, para analizar la evolución de los parámetros y el comportamiento de la serie a lo largo del tiempo.

Capítulo 3. DEFINICIÓN DEL TRABAJO

3.1 OBJETIVOS

El proyecto consiste en la programación de una herramienta de un sistema de predicción avanzado para series temporales (con datos tipo crisp y de intervalo) y su posterior aplicación a mercados financieros. Partiendo de esa base, los objetivos que se esperan alcanzar durante el desarrollo del proyecto son:

- Conocimiento de los datos críps y datos de intervalo, así el análisis de series temporales aplicadas a mercados financieros con ambos tipos de datos.
- Comprensión de la regresión por pasos tanto para datos clásicos como para datos de intervalo y comprobar la eficiencia lograda tras aplicar *stepwise* hacia delante (forward) y hacia detrás (backward).
- Profundizar tanto en el concepto como la programación de los diferentes métodos y algoritmos expuestos anteriormente para llevar a cabo las predicciones pertinentes.
- Análisis de datos financieros con algoritmos programados y posterior visualización tanto de la tendencia como de la predicción de los mismos.
- Programación de una aplicación que consista en un sistema avanzado de análisis, combinación y predicción para datos valorados por intervalos desarrollado en MATLAB.
- Ofrecer al usuario un ranking de acciones en función de los resultados de los distintos algoritmos, con el fin de realizar las operaciones financieras óptimas.
- Examinar el movimiento y comportamiento de las acciones para poder ofrecer al usuario posibles posiciones favorables para realizar operaciones financieras óptimas y rentables.

3.2 METODOLOGÍA

Tras haber definido el proyecto, es preciso explicar la metodología de trabajo, así como las tareas que se van a realizar a lo largo del curso.

Los primeros pasos se caracterizarán por profundizar en series temporales, tipos de datos y conceptos estadísticos que serán aplicados posteriormente en la práctica. Además, será necesario el estudio e investigación teórica de los modelos que se emplearán para predecir comportamientos financieros.

Finalizada la investigación programada, se procederá a realizar modelos con la combinación de redes neuronales y regresión lineal. Se deberán probar varios modelos para ver cuál predice mejor, ya algunos podrán parecer buenos en la teoría y luego no encajar con el objetivo buscado del desarrollo de un FORSYS avanzado.

3.3 PLANIFICACIÓN

A continuación, se muestra el cronograma que se ha seguido durante la realización del proyecto:

Tareas	2021				2022						
	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio
Elección y definición del proyecto.											
Capítulo 1: Introducción.											
Capítulo 2: Estado de la Cuestión											
Capítulo 3: Desarrollo del trabajo											
Capítulo 4: Análisis de datos valorados por intervalos. Series temporales de intervalo (ITS): análisis y predicción.											
Capítulo 5: Regresión lineal simple y múltiple para datos de intervalo: Modelos CM, mM, CRM, CCRM, α -B, parametrizado y MG.											
Capítulo 6: Redes neuronales tipo iMLP para datos valorados por intervalos.											
Capítulo 7: Sistema básico de análisis, combinación y predicción para datos valorados por intervalos desarrollado en MATLAB.											
Capítulo 8: Aplicación al análisis y predicción del EURUSD con datos de intervalo											
Capítulo 9: Conclusiones y futuros desarrollos.											

Figura 6: Cronograma anual de la realización del proyecto (Elaboración propia)

De manera más detallada, se exponen los diferentes capítulos a continuación:

1. Introducción. Se trata de explicar la motivación por el propio trabajo y la preparación del lector a lo que se va a encontrar a lo largo del proyecto.
2. Estado de la Cuestión. Se explican todos los conceptos necesarios y básicos para el desarrollo del proyecto.
3. Desarrollo del trabajo. Se describen los objetivos y la planificación.
4. Análisis de datos valorados por intervalos. Series temporales de intervalo (ITS): análisis y predicción. Por una parte, se analiza la serie temporal con las funciones de ACF y PACF, además de estudiar profundamente las cuatro características de los intervalos de múltiples maneras para una base de datos en concreto y se describen todas las medidas de precisión detalladamente.
5. Regresión lineal simple y múltiple para datos de intervalo: Modelos CM, mM, CRM, CCRM, α -B, parametrizado y MG. Se realizan varios ejemplos con diferentes bases de datos y se realiza una comparación de métodos para un dataset de Cardio.
6. Redes neuronales tipo iMLP para datos valorados por intervalos. Se explica detalladamente la automatización de código implementada para poder ejecutar el código de iMLP en C y se analiza un ejemplo para demostrar el funcionamiento del modelo.
7. Sistema básico de análisis, combinación y predicción para datos valorados por intervalos desarrollado en MATLAB. Se detalla la combinación de los mejores métodos.

DEFINICIÓN DEL TRABAJO

8. Aplicación al análisis y predicción del EURUSD con datos de intervalo. Se estudian diferentes casos de una serie temporal como avance a un trabajo detallado en el artículo (Maté & Jiménez, 2021).

9. Conclusiones y futuros desarrollos. Se explican las conclusiones obtenidas, fruto del trabajo desarrollado y futuros posibles desarrollos.

Las herramientas utilizadas para el desarrollo del proyecto son las siguientes:

- **Excel:** se utilizará para analizar los datos de series temporales, como los precios de una acción a lo largo del tiempo, y realizar cálculos estadísticos sobre ellos.
- **Matlab:** lenguaje utilizado para analizar, calcular y programar los modelos de redes neuronales y regresión lineal, con la obtención de resultados tanto numéricos como gráficos. (Durante la realización del proyecto, se probará Python como herramienta complementaria y se usará en caso de que los resultados obtenidos sean buenos)

Capítulo 4. ANÁLISIS DE DATOS VALORADOS POR INTERVALOS. ITS: ANÁLISIS Y PREDICCIÓN

4.1 MEDIDAS DE PRECISIÓN EN LA PREDICCIÓN DE ITS

Es necesario tener en cuenta las distancias entre intervalos, ya que es crucial la elección del tipo de distancia según el problema a resolver, tratando de minimizar las medidas de error en el tratamiento del problema. Las mediciones de error entre una serie temporal clásica y su predicción, con un período T , se basan en la diferencia entre ambas.

Sin embargo, en las series temporales de intervalo no es posible medir el error de predicción como una diferencia, porque la diferencia entre los intervalos observados y los predichos en una serie temporal no representa el concepto de desviación. Por tanto, para remediar este problema y buscar una posible medición de error, se pueden considerar dos enfoques: o bien considerar el error de los atributos del intervalo (límites, radios y centros), que hace posible determinar qué atributo de intervalo se produce con mayor precisión, o hacer uso de distancias del intervalo, utilizándose como criterio de minimización, ya que da un valor único.

En consecuencia, tal y como se explica en (Maté & Jiménez, 2021) se pueden considerar tres tipos de medidas de precisión cuando se trate de predecir series temporales de intervalo:

Medidas de precisión de datos crisp para las cuatro características que posee cada intervalo de forma independiente (mínimo, máximo, centro y radio)

1. Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE): mide el porcentaje de cambio de la serie temporal predicha respecto la real.

$$MAPE = 100 \cdot \frac{\sum_{t=1}^T \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|}{T}$$

2. Error Cuadrático Medio (RMSE): calcula la distancia entre ambas series temporales.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{T}}$$

3. Error Cuadrático Medio Escalado (RMSSE): a diferencia del anterior obtiene la distancia escalada.

$$RMSSE = \sqrt{\frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{\frac{1}{T-1} \sum_{i=2}^T (y_i - y_{i-1})^2}}$$

4. Varianza Media Relativa (ARV): obtiene la distancia normalizada entre ambas series temporales.

$$ARV = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

Medidas de intervalo para los métodos de predicción de ITS como extensión de las medidas previamente mencionadas para datos clásicos

1. Varianza Media Relativa de intervalo (iARV): compara la serie analizada con la media de intervalos.

$$iARV = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t^L - \hat{y}_t^L)^2 + \sum_{t=1}^T (y_t^H - \hat{y}_t^H)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t^L - \bar{y}^L)^2 + \sum_{t=1}^T (y_t^H - \bar{y}^H)^2}$$

Siendo $y = [y^L, y^H]$ el valor real de la serie e $[\hat{y}_t] = [\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^H]$ el intervalo estimado. Cuanto mayor sea el valor de $iARV$, peor será la predicción.

2. Error de Distancia Medio (MDE^2): relativa a RMSE comparando ambas series, pero en esta ocasión teniendo en cuenta los datos de intervalo.

$$MDE^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t^L - \hat{y}_t^L)^2 + \sum_{t=1}^T (y_t^H - \hat{y}_t^H)^2}{2T}$$

Nuevas medidas que se basan en comparar la intersección de dos intervalos con cada una de las amplitudes individuales de cada método de predicción.

1. Tasa de Cubrimiento (CR), que cuantifica la cobertura media de una ITS con su predicción. Cuanto más alto sea este valor, más cubrimiento habrá por parte del intervalo estimado hacia el intervalo real.

$$CR(t) = \frac{w([y]_t \cap [\hat{y}]_t)}{w([y]_t)}$$

2. Tasa de eficiencia (ER), cuantificando la eficiencia media de la predicción en la serie real. Cuanto más alto sea este valor, más cubrimiento habrá por parte del intervalo real hacia el intervalo estimado.

$$ER(t) = \frac{w([y]_t \cap [\hat{y}]_t)}{w([\hat{y}]_t)}$$

De esta manera, para que la comparación sea precisa, ambas medidas deben ser lo más altas posible y que el valor predicho cubra el intervalo real, sin superarlo en una longitud significativa.

La medida global de la cobertura y eficiencia es la MCER, que es la media de ambas medidas, es decir, $MCER = \frac{1}{2} (MCR + MER)$. Se busca que tanto el MCR y el MER tengan valores cercanos a uno y sean lo más similares entre sí, descartando los métodos con ambos valores por debajo de 0,4 o cuando uno de los dos sea menor a 0,4 aunque el otro sea cercano a 1, ya que en cualquiera de las dos circunstancias el método de predicción no rendiría bien y el valor predicho no sería similar al real.

Por último, una medida muy importante a tener en cuenta para los datos de intervalo es U de Theil de intervalo (iU), ya que compara la validez de las predicciones frente al iRW (camino aleatorio de intervalos). Su fórmula se describe de la siguiente forma:

$$iU = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^T (y_t^L - \hat{y}_t^L)^2 + \sum_{t=2}^T (y_t^H - \hat{y}_t^H)^2}{\sum_{t=2}^T (y_t^L - y_{t-1}^L)^2 + \sum_{t=2}^T (y_t^H - y_{t-1}^H)^2}}$$

Si $iU < 1$, el camino aleatorio tiene menor precisión que el método utilizado. En cambio, si $iU > 1$, el camino aleatorio tendrá mayor precisión que el método en cuestión.

4.2 ANÁLISIS ITS

A la hora de analizar una serie temporal, es importante tener en cuenta la función de Autocorrelación (ACF) y Autocorrelación Parcial (PACF), que son otras formas de analizar el error, teniendo en cuenta la relación entre las variables y sus periodos de tiempo a lo largo de la misma.

Función de Autocorrelación (ACF)

Tal y como se describe en (Ullah & Giles, 2016), es una medida de memoria del proceso en diferentes periodos temporales que tiene en cuenta las posibles relaciones entre los valores de una variable y describe lo que tiende a suceder a un valor ante un cambio en el otro. La fórmula se define como sigue:

$$ACF = \frac{\sum_{i=h}^T (y_i - \bar{y})(y_{i-h} - \bar{y})}{\sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^2}$$

Donde un valor cercano a +1 o -1 indicará la relación entre los valores de la variable durante el paso del tiempo y si se encuentra muy próximo a cero, significará que no existe relación. Si pasa el límite de +1/-1, habrá información que se esté perdiendo y que la predicción no ha considerado.

Función de Autocorrelación Parcial (PACF)

Mide el grado de asociación entre una serie estacional con sus propios valores retardados, comprobando así los valores de la serie en todos los retardos más cortos. Es útil porque la función de autocorrelación no controla otros rezagos. Por ejemplo, para un retardo igual a 2, la fórmula sería de la siguiente forma:

$$PACF(y_i, y_{i-2}) = \frac{\sum_{k=h}^T (y_i, y_{i-2} | y_{i-1})}{\sigma_{y_i | y_{i-1}} \sigma_{y_{i-2} | y_{i-1}}}$$

A continuación, se mostrará una serie de gráficos codificados para el análisis de la serie temporal de la base de datos semanales que contienen información de límites máximos, mínimos, apertura y cierre del EURUSD y GPBUSD desde la semana 49 de 2018 a la semana 21 de 2022.

Se muestra por tanto, diferentes gráficas de ACF y PACF con las cuatro características de un intervalo donde se estudia la relación entre EURUSD en (t) y GPBUSD en (t-1). Podemos comprobar que tiene una caída exponencial en prácticamente todas las gráficas de ACF, por lo que en este caso en concreto el PACF nos da mucha información, donde podemos comprobar que hay mucha relación entre los dos tipos de cambio expuestos en los dos primeros retardos.

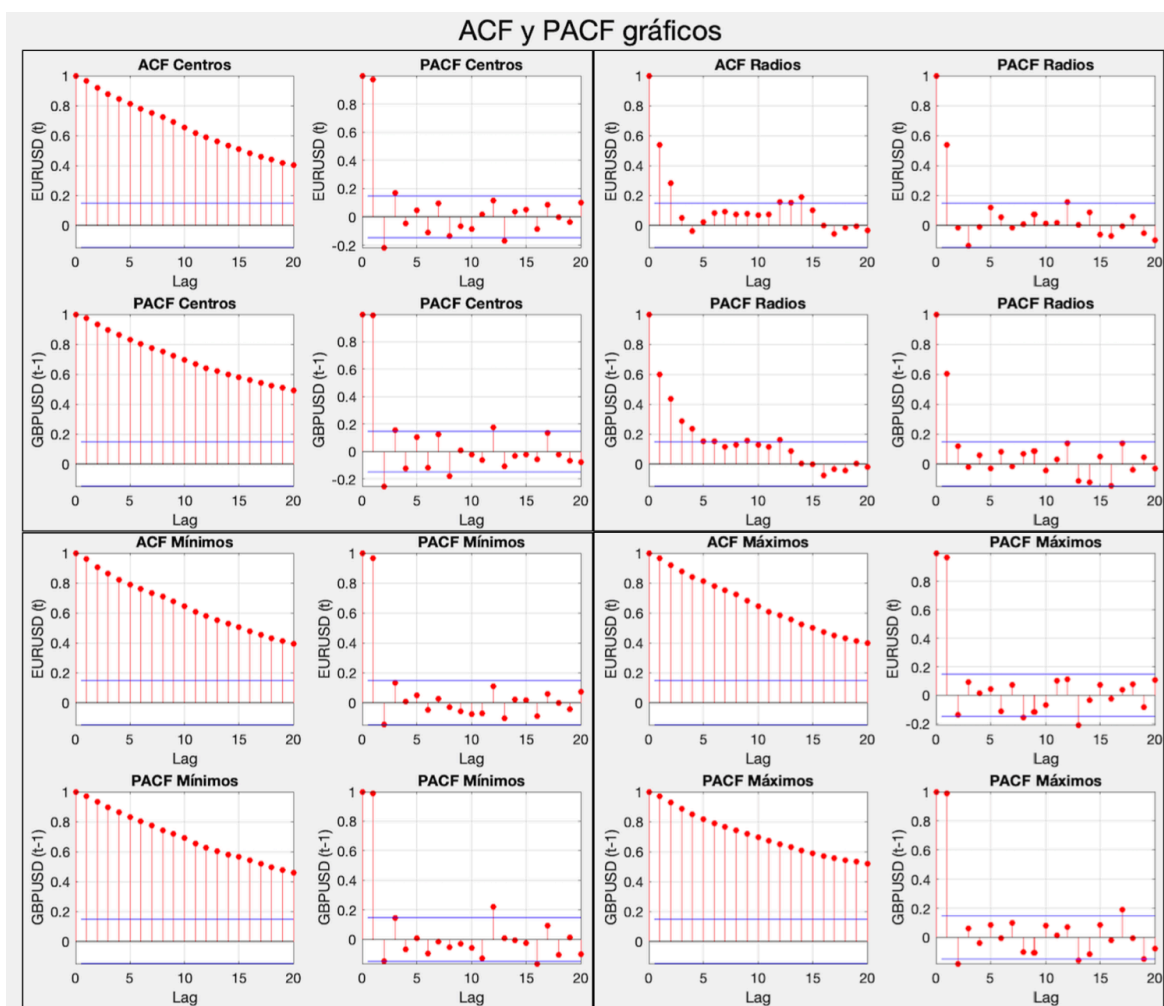


Figura 7: Gráficos ACF y PACF para los cuatro atributos de un intervalo con el dataset EURUSD - GBPUSD (Elaboración propia)

Por otro lado, para analizar la relación de los centros y radios de los dos tipos de cambio, se ha codificado varios tipos de gráficos que representan la relación con diagramas de dispersión. Es interesante ver, por ejemplo, que en los dos primeros subplots sigue una misma dispersión, pero con una amplitud mayor en el de la derecha ya que representa los valores máximos y mínimos de GBPUSD respecto los centros y radios:

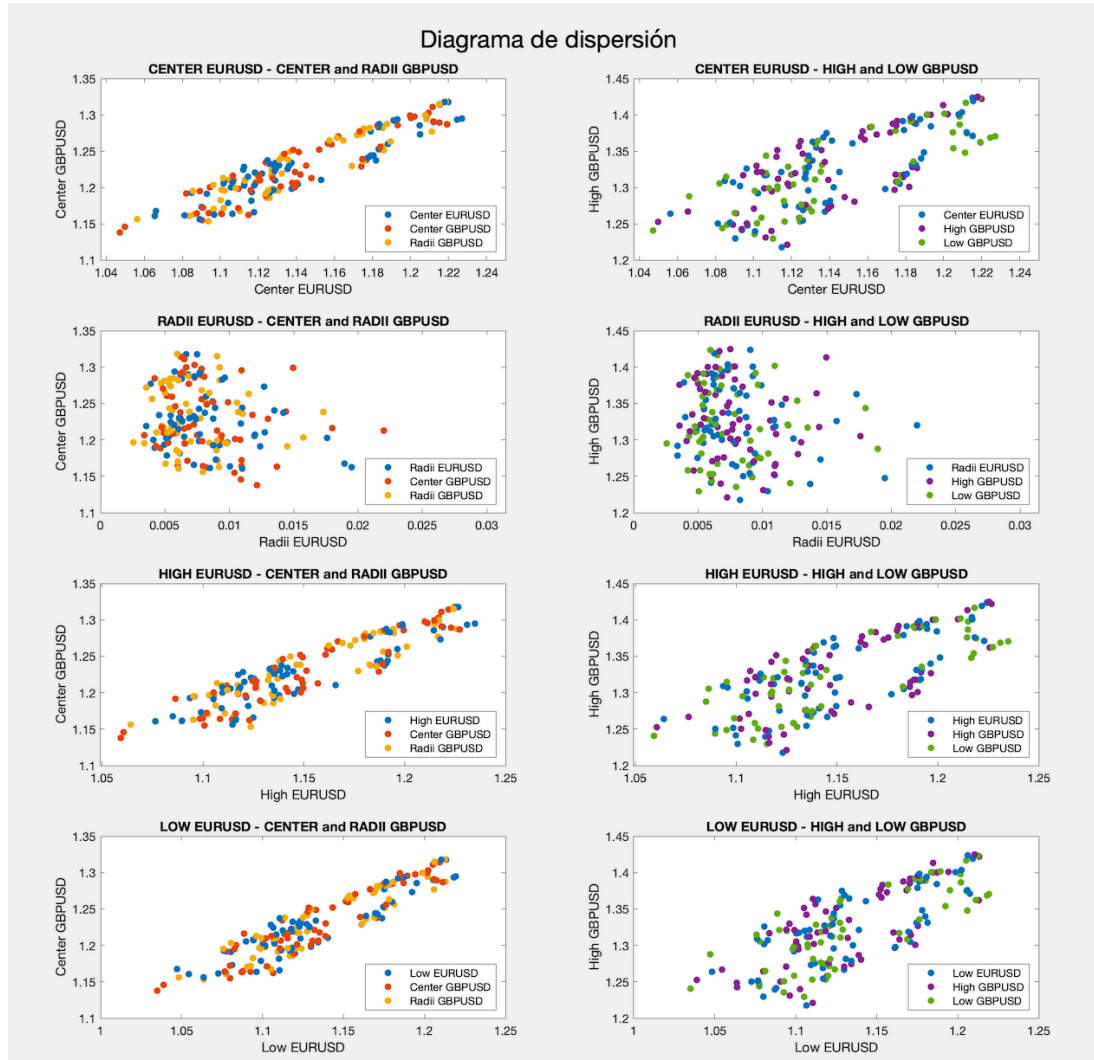


Figura 8: Diagrama de dispersión de los datos de intervalo de EURUSD y GBPUSD (Elaboración propia)

Además, se puede obtener la relación directa que tiene la variable de salida o dependiente (EURUSD) con la variable explicativa (GBPUSD) con diferentes combinaciones y diferentes periodos. Se detallan únicamente para los centros y radios, comprobando que los centros siguen una distribución parecida, pero los radios de la variable de salida con respecto a la explicativa, cambian considerablemente:

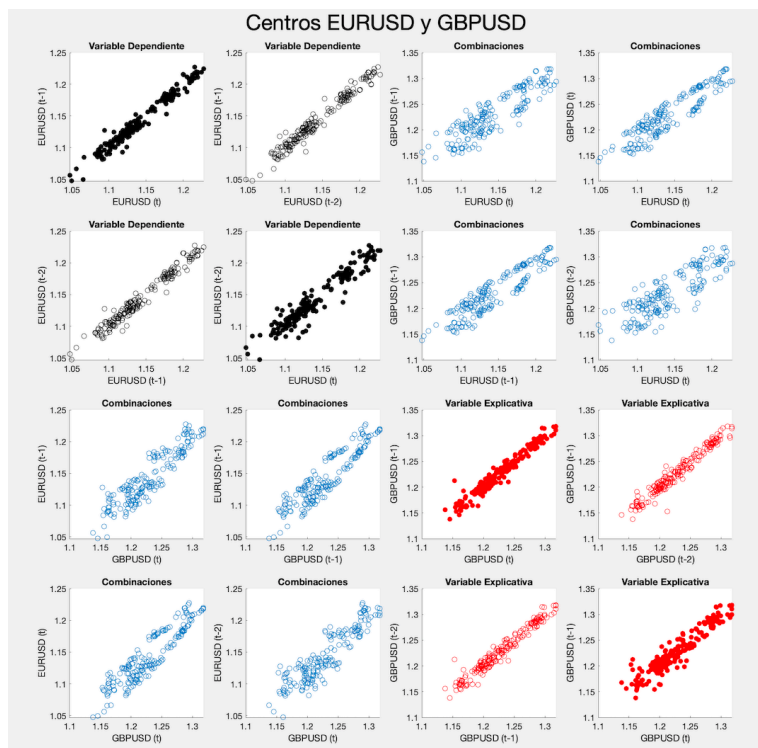


Figura 9: Relación entre los Centros EURUSD y GBPUSD

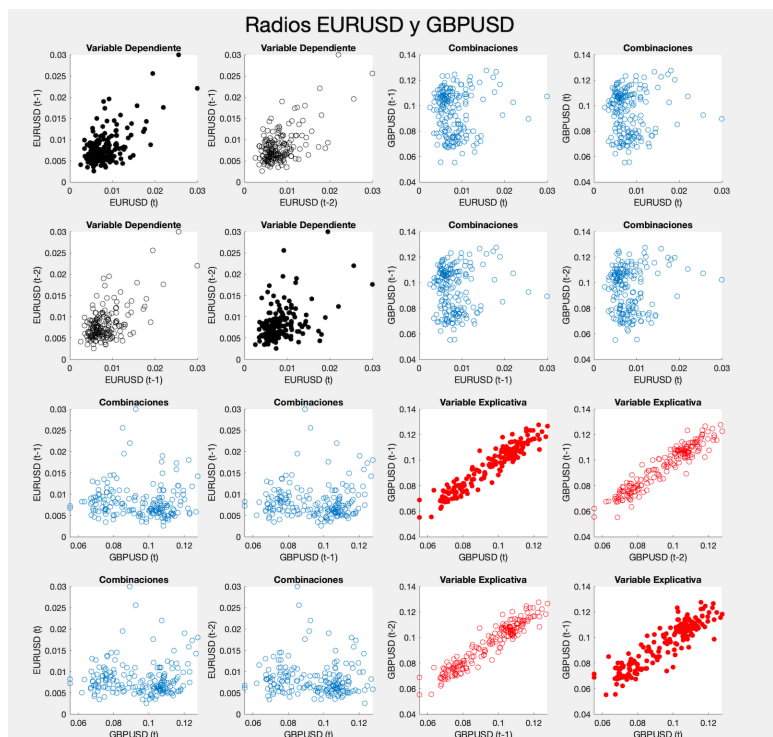


Figura 10: Relación entre los Radios EURUSD y GBPUSD

Por último, tratando de entender en conjunto los dos gráficos anteriores, se trata de ver de una forma más sencilla la combinación de centros y radios con el siguiente gráfico:

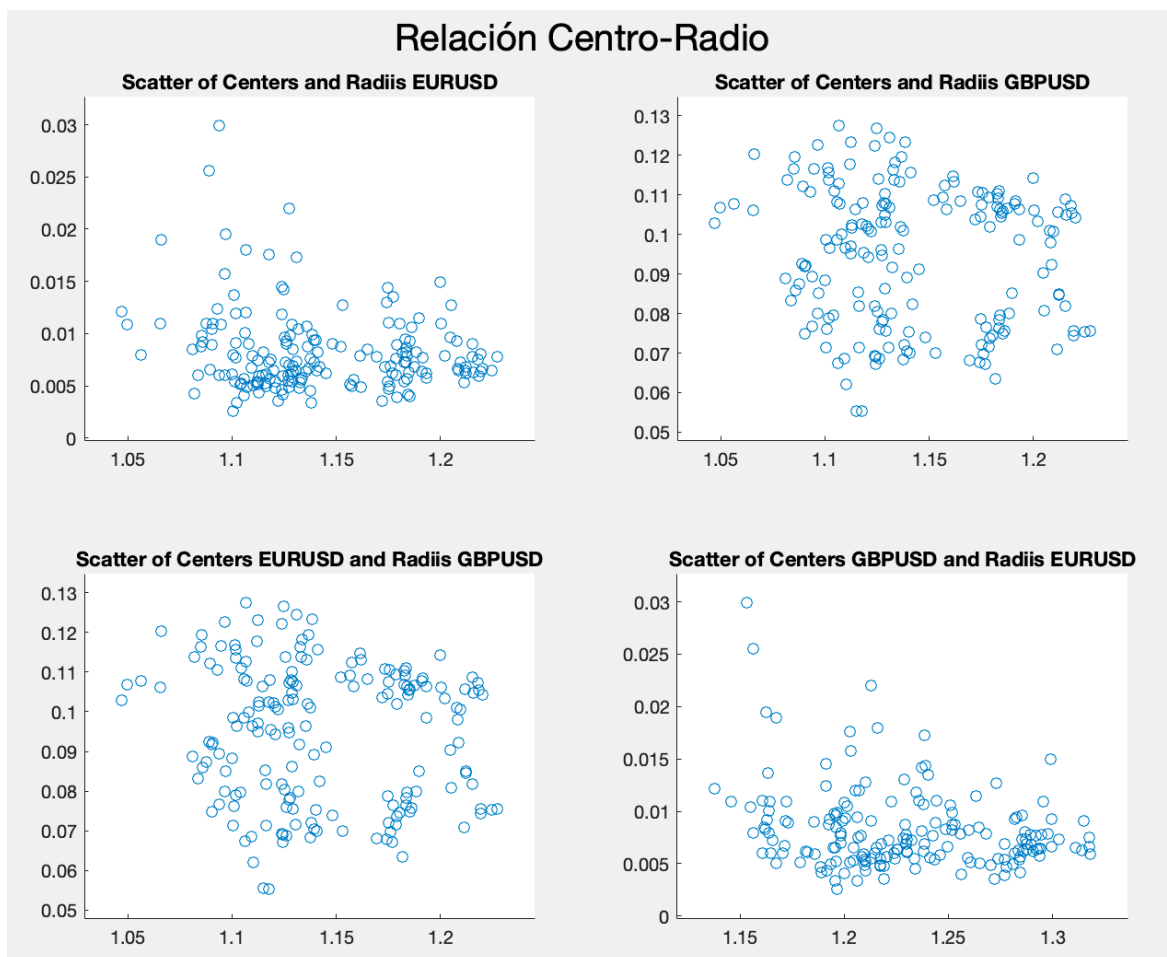


Figura 11: Relación Centro-Radio de EURUSD y GBPUSD (Elaboración propia)

Capítulo 5. REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

En la regresión lineal para datos de intervalo tanto la variable dependiente como las variables independientes son datos de intervalo, cumpliéndose el siguiente paradigma:

$$[y] = \beta_0 + \beta_1[x_1] + \dots + \beta_n[x_n]$$

Cabe destacar que tal y como se describe en (De los Santos, 2021), hay más paradigmas, pero en el proyecto se ha decidido ceñirse en que $[y]$ y $[x] = ([x_1], [x_2], \dots, [x_n])$ sean datos de intervalo, pues se trabajará con ese tipo de datos y es el enfoque que se pretende analizar.

Para el estudio de la regresión lineal aplicada con datos de intervalo, se destacarán varios modelos, que se describen a continuación.

5.1 MÉTODO DEL CENTRO (CM)

Es introducido por (Billard & Diday, 2000). Calcula la regresión de mínimos cuadrados en los centros de los intervalos tanto de la variable dependiente como de las variables independientes o explicativas. De esta manera, para la predicción tanto de $\widehat{y}_{li}$ como de $\widehat{y}_{ui}$ se utilizarán las mismas betas, es decir, existirá dependencia entre los valores inferiores y superiores minimizando así la suma de los errores de ambos límites en su conjunto.

Considerando las siguientes regresiones lineales para los mínimos y máximos:

$$y_{li} = \beta_0 + \beta_1 x_{l1} + \dots + \beta_n x_{ln} + \epsilon_{li}$$

$$y_{ui} = \beta_0 + \beta_1 x_{u1} + \dots + \beta_n x_{un} + \epsilon_{ui}$$

Se tratará de minimizar S_{CM} para obtener los valores $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n)$ que sean capaces de predecir $\hat{Y}_{CM}$ de la manera más exacta posible.

Por tanto, el sumatorio siguiente de n observaciones está compuesto por la suma de los cuadrados de las desviaciones del modelo, donde ϵ_{li} se corresponde al error del límite inferior y ϵ_{ui} al del límite superior:

$$S_{CM} = \sum_{i=1}^n (\epsilon_{li} + \epsilon_{ui})^2$$

De esta forma, $\hat{Y}_{CM} = [\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ representará el mínimo y máximo obtenido por el modelo, con las siguientes expresiones:

$$\hat{y}_{li} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{l1} + \dots + \hat{\beta}_n x_{ln}$$

$$\hat{y}_{ui} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{u1} + \dots + \hat{\beta}_n x_{un}$$

Para comprender mejor cada uno de los modelos, se tratará ilustrar la mayoría de ellos con la base de datos *'Health_dataset.xlsx'*, suministrada por el tutor para poder sacar conclusiones de los diferentes métodos con datos de intervalo. El dataset está formado por diferentes datos donde la salida es un intervalo de dos valores: su límite inferior es la presión arterial diastólica (*Diastolic blood pressure*, DBP), expresado en mm Hg y el límite superior es la presión arterial sistólica (*Systolic blood pressure*, SBP) también expresado en la misma unidad. Esta salida depende de varias variables explicativas, donde se pueden encontrar dos de ellas como datos de intervalo (todas ellas medidas en (mmol/L)):

TG	Triglyceride (Low)
TCHO	Total cholesterol (High)
HDL	High density lipoprotein
LDL	Low density lipoprotein

Las siguientes visualizaciones se muestran para la variable explicativa de intervalo [TG, TCHO] representando los triglicéridos (TG) como dato de intervalo inferior de entrada y el total de colesterol (TCHO) como dato de intervalo superior de entrada.

Se muestra a continuación la representación gráfica junto con su coeficiente beta estimado para el caso previamente explicado:

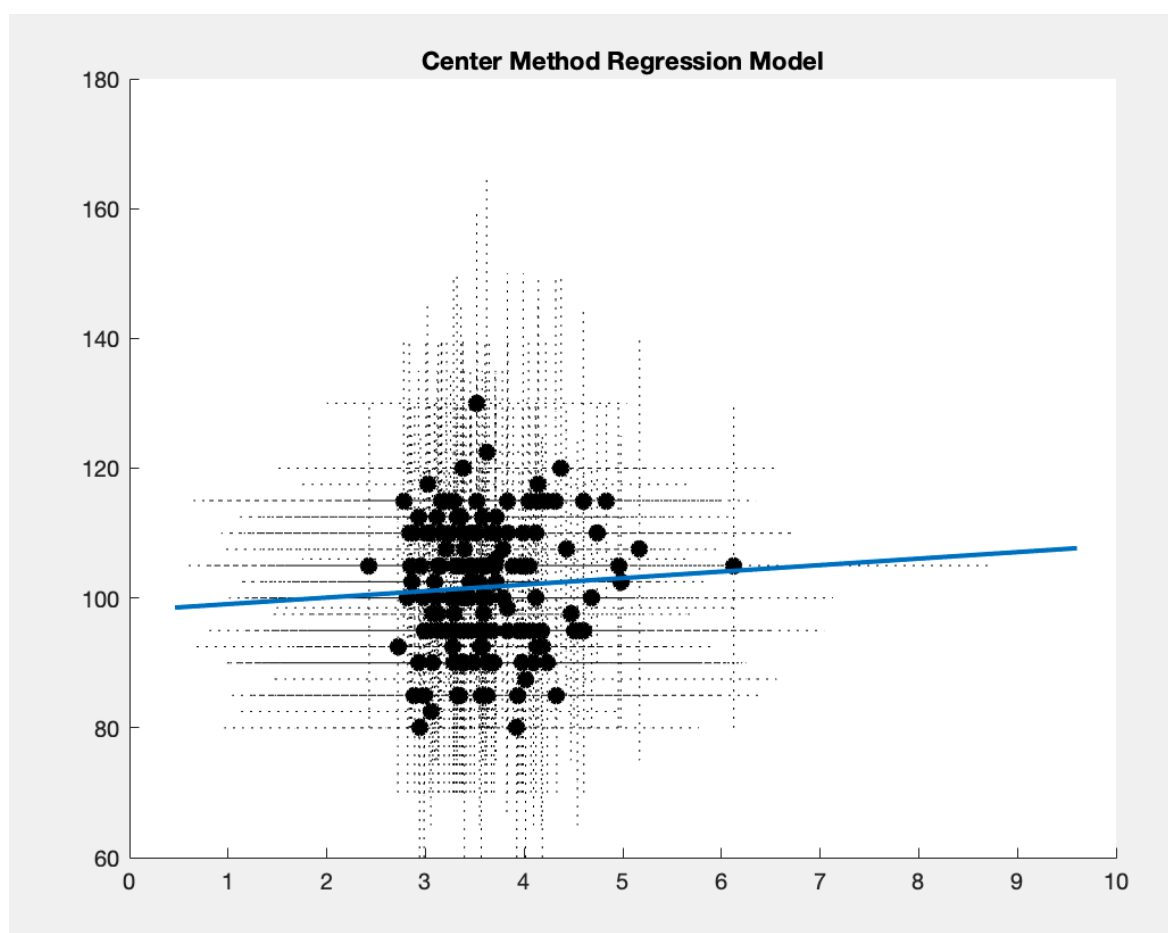


Figura 12: Método del Centro para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)

La línea azul indica la recta de estimación realizada para los centros de $[Y]$ y $[X]$, que se utilizará para poder predecir los valores $[\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ del modelo.

De esta forma, $\hat{Y}_{CM} = [\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ para el caso estudiado será:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{li} &= 98.0625 + 1.0007x_{TG} \\ \hat{y}_{ui} &= 98.0625 + 1.0007x_{TCHO}\end{aligned}$$

5.2 MÉTODO MINMAX (MM)

Fue presentado como alternativa mejorada del Método del Centro por los mismos autores. En su desarrollo, este método utiliza diferentes parámetros para obtener los límites inferiores y superiores de $[\hat{Y}]$. Esto es lo mismo que suponer la independencia entre los valores de los límites superior e inferior y tratarlos como si se tratasen de variables diferentes.

En esta ocasión, la relación de la regresión lineal difiere para cada límite, tratando los coeficientes beta como independientes:

$$\begin{aligned}y_{li} &= \beta_0^l + \beta_1^l x_{l1} + \dots + \beta_n^l x_{ln} + \epsilon_{li} \\ y_{ui} &= \beta_0^u + \beta_1^u x_{u1} + \dots + \beta_n^u x_{un} + \epsilon_{ui}\end{aligned}$$

De la misma forma que para el método CM, se tratará de minimizar la función del sumatorio de los cuadrados de los errores, tratados esta vez por separado, obteniendo los coeficientes para cada límite que más reduzcan dicha función:

$$S_{mM} = \sum_{i=1}^n (\epsilon_{li})^2 + \sum_{i=1}^n (\epsilon_{ui})^2$$

Los valores de $\hat{\beta}^l = (\hat{\beta}_1^l, \hat{\beta}_2^l, \dots, \hat{\beta}_n^l)$ y $\hat{\beta}^u = (\hat{\beta}_1^u, \hat{\beta}_2^u, \dots, \hat{\beta}_n^u)$ resultantes, serán utilizados para predecir $\hat{Y}_{mM} = [\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ como sigue:

$$\hat{y}_{li} = \hat{\beta}_0^l + \hat{\beta}_1^l x_{l1} + \dots + \hat{\beta}_n^l x_{ln}$$

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

$$\hat{y}_{ui} = \hat{\beta}_0^u + \hat{\beta}_1^u x_{u1} + \dots + \hat{\beta}_n^u x_{un}$$

Al tener en cuenta por separado límites inferior y superior, mejora la estimación del modelo, ya que da mayor información de los intervalos analizados.

Se muestra a continuación la representación gráfica junto a sus coeficientes beta estimados para el mismo caso que en el método CM:

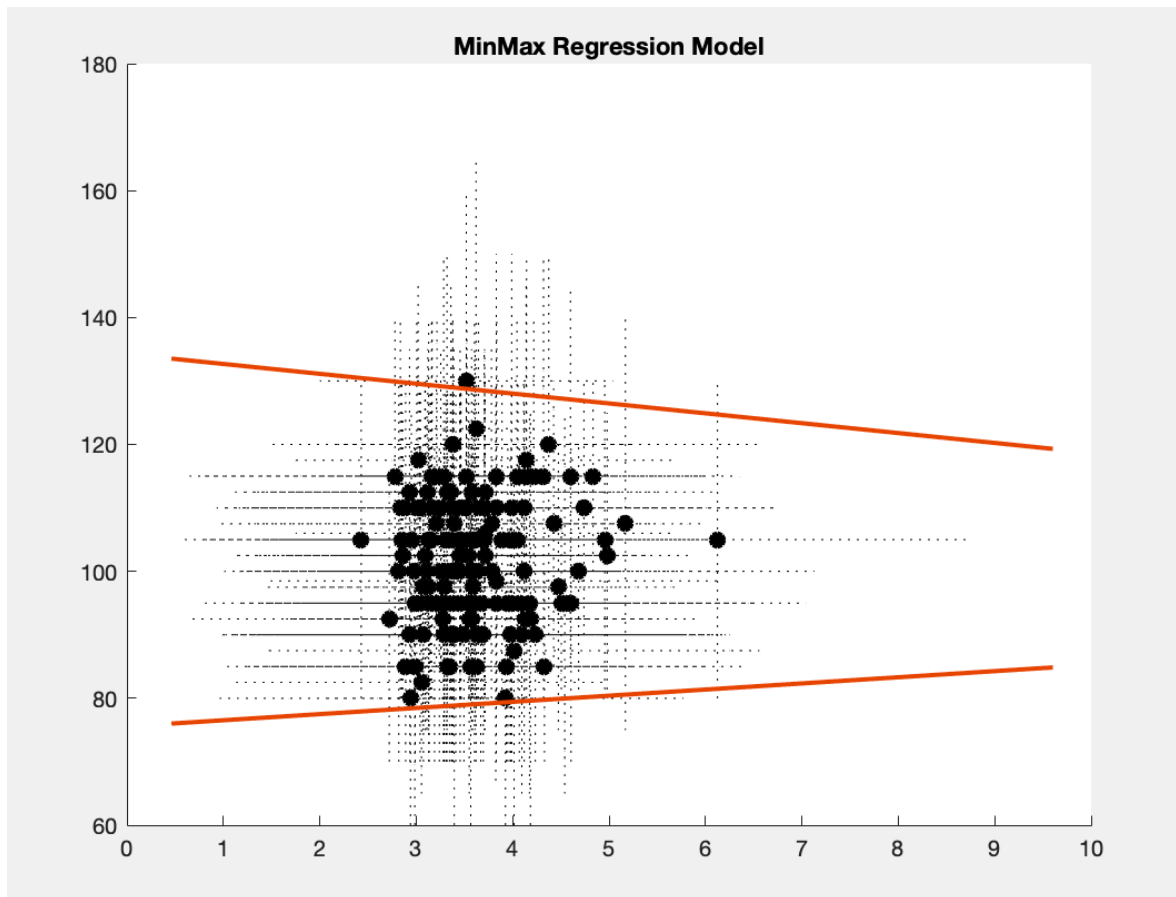


Figura 13: Método MinMax para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)

Las líneas rojas indican las dos rectas de regresión realizadas por los límites inferior y superior de $[X]$, para obtener $\hat{Y}_{mM} = [\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ de forma independiente resultando en una predicción más fiable, ya que tiene en cuenta más información de los datos de intervalo.

De esta forma, $\hat{Y}_{mM} = [\hat{y}_{li}, \hat{y}_{ui}]$ para el caso estudiado será:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{li} &= 75.5662 + 0.9677x_{TG} \\ \hat{y}_{ui} &= 134.2397 - 1.5559x_{TCHO}\end{aligned}$$

5.3 MÉTODO DEL CENTRO Y RADIO (CRM)

Propuesto también como una alternativa mejorada al modelo inicial CM por (Neto & De Carvalho, 2008). A partir de él, introduce un nuevo concepto denominado como radio, el cual suministra valor añadido a la predicción realizada.

El CRM supone independencia en los límites de los métodos anteriores y los trata como variables diferentes, introduciendo dos modelos de regresión lineal, siendo el primero de ellos el que ajusta los puntos medios del intervalo y el segundo el que ajusta los rangos de dichos intervalos. Es una alternativa mejorada, ya que añade la información de los radios para mejorar la predicción del modelo y comienza con una nueva metodología cambiando de límites inferiores y superiores, al centro y radio de los intervalos, los cuales dependen de los anteriores pero dan aún más información sobre el tipo de datos. Por tanto, $[x]$ tendrá su centro x_c y su radio x_R y se denominará como $[x] = \langle x_c, x_R \rangle$, donde $x_c = \frac{x_L + x_U}{2}$ y $x_R = \frac{x_U - x_L}{2}$.

Partiendo entonces de las siguientes regresiones lineales para centro y radio:

$$\begin{aligned}y_{ci} &= \beta_0^c + \beta_1^c x_{c1} + \dots + \beta_n^c x_{cn} + \epsilon_{ci} \\ y_{ri} &= \beta_0^r + \beta_1^r x_{r1} + \dots + \beta_n^r x_{rn} + \epsilon_{ri}\end{aligned}$$

Se tratará minimizar S_{CRM} teniendo en cuenta por un lado los centros de $[Y_c]$ y $[X_{c1}, X_{c2}, \dots, X_{cn}]$ como en el método del centro y por otro lado, los radios $[Y_r]$ y $[X_{r1}, X_{r2}, \dots, X_{rn}]$, obteniendo los valores $\beta_0^c, \beta_1^c, \dots, \beta_n^c$ y $\beta_0^r, \beta_1^r, \dots, \beta_n^r$ que minimicen la siguiente función:

$$S_{CRM} = \sum_{i=1}^n ((\epsilon_{ci})^2 + (\epsilon_{ri})^2)$$

Los valores de $\hat{\beta}^c = (\hat{\beta}_1^c, \hat{\beta}_2^c, \dots, \hat{\beta}_n^c)$ y $\hat{\beta}^r = (\hat{\beta}_1^r, \hat{\beta}_2^r, \dots, \hat{\beta}_n^r)$ resultantes, serán utilizados para predecir $\hat{Y}_{CRM} = [\hat{y}_{ci}, \hat{y}_{ri}]$ según el siguiente esquema:

$$\hat{y}_{ci} = \hat{\beta}_0^c + \hat{\beta}_1^c x_{c1} + \dots + \hat{\beta}_n^c x_{cn}$$

$$\hat{y}_{ri} = \hat{\beta}_0^r + \hat{\beta}_1^r x_{r1} + \dots + \hat{\beta}_n^r x_{rn}$$

Se muestra a continuación la representación gráfica junto a sus coeficientes beta estimados para el mismo caso que los métodos anteriores:

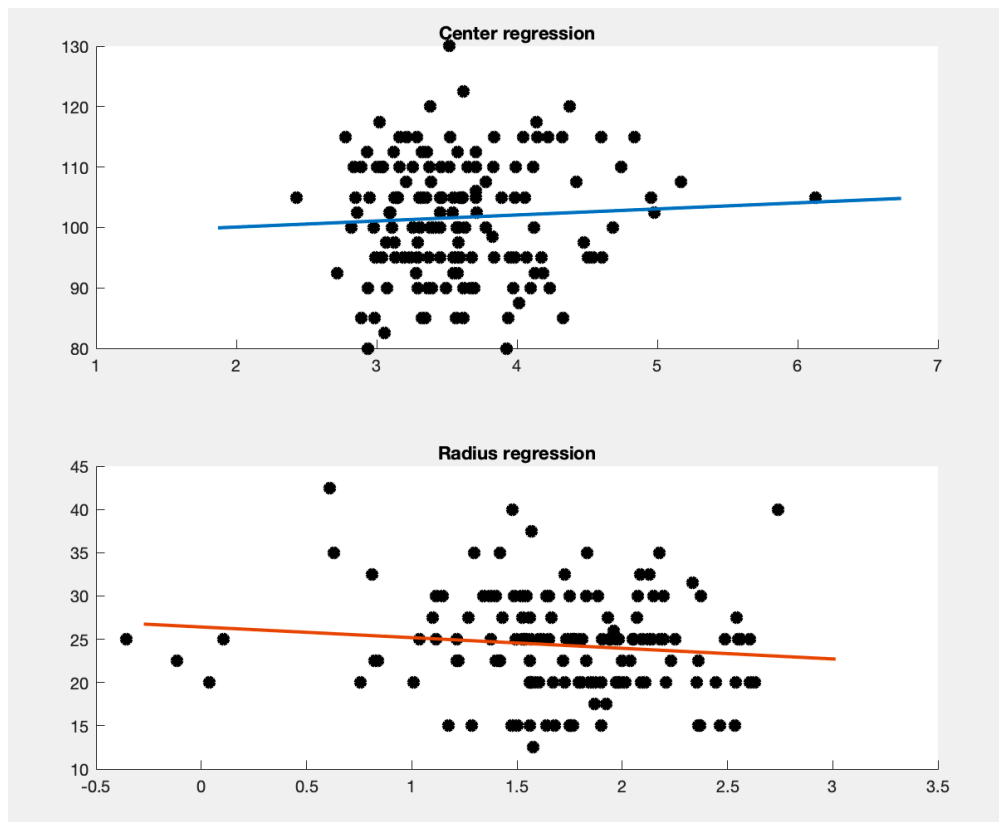


Figura 14: Método CRM para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)

Se observa que el modelo CRM tiene incluye más información que los métodos anteriores, ya que muestra los centros de $[Y]$ y $[X]$ que nos da el método CM (recta estimada azul en el primer subplot), pero también nos da información de su radio, que nos permitirá llegar al límite superior o inferior, sumando o restando dicho radio al centro.

De esta forma, $\hat{Y}_{CRM} = [\hat{y}_{ci}, \hat{y}_{ri}]$ para el caso estudiado será:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{ci} &= 98.0625 + 1.0007x_{TG} \\ \hat{y}_{ri} &= 26.4151 - 1.2301x_{TCHO}\end{aligned}$$

5.4 MÉTODO DEL CENTRO Y RADIO CON RESTRICCIONES (CCRM)

Versión mejorada del modelo CRM y expuesto por los mismos autores que incluye la restricción de que el radio sea mayor o igual a cero, ya que si es menor puede dar problemas y no tener sentido matemáticamente.

De la misma forma, se parte de las mismas regresiones lineales expuestas en el método anterior CRM:

$$\begin{aligned}y_{ci} &= \beta_0^c + \beta_1^c x_{c1} + \dots + \beta_n^c x_{cn} + \epsilon_{ci} \\ y_{ri} &= \beta_0^r + \beta_1^r x_{r1} + \dots + \beta_n^r x_{rn} + \epsilon_{ri}\end{aligned}$$

Se tratará a continuación de minimizar los errores de ambas regresiones, pero en esta ocasión se impondrá la restricción de que todos los coeficientes beta para la regresión de los radios, deben ser igual o mayor a cero, una ventaja respecto a los métodos anteriores ya que evita llegar a resultados que carecen de lógica.

$$\begin{aligned}S_{CCRM} &= \sum_{i=1}^n ((\epsilon_{ci})^2 + (\epsilon_{ri})^2) \\ s. t. \quad &\beta_i^r \geq 0, \quad i = 0, \dots, p\end{aligned}$$

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

Formalizando S_{CCRM} con los errores calculados tras despejar las dos regresiones lineales de centro y ratio ($\epsilon_{ci} = y_{ci} - \beta_0^c - \beta_1^c x_{c1} - \dots - \beta_n^c x_{cn}$ y $\epsilon_{ri} = y_{ri} - \beta_0^r - \beta_1^r x_{r1} - \dots - \beta_n^r x_{rn}$), el problema de optimización es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|Y_c - X_c \beta^c\|^2 + \|Y_r - X_r \beta^r\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \beta^r \geq 0 \end{aligned}$$

La estimación de β^c se puede obtener de la misma manera que en el método CRM, sabiendo que la anterior restricción no depende de dicho coeficiente. Sin embargo, los valores óptimos de β^r deberán calcularse por el cálculo de la regresión lineal con la restricción impuesta (mínimos cuadrados no negativos).

Los valores de $\hat{\beta}^c = (\hat{\beta}_1^c, \hat{\beta}_2^c, \dots, \hat{\beta}_n^c)$ y $\hat{\beta}^r = (\hat{\beta}_1^r, \hat{\beta}_2^r, \dots, \hat{\beta}_n^r)$ resultantes, serán utilizados para predecir $\hat{Y}_{CCRM} = [\hat{y}_{ci}, \hat{y}_{ri}]$ según lo siguiente:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{ci} &= \hat{\beta}_0^c + \hat{\beta}_1^c x_{c1} + \dots + \hat{\beta}_n^c x_{cn} \\ \hat{y}_{ri} &= \hat{\beta}_1^r x_{r1} + \dots + \hat{\beta}_n^r x_{rn} \end{aligned}$$

Se muestra que el modelo CCRM sigue el modelo CRM pero con una versión mejorada por la restricción previamente comentada. De esta manera, se puede observar en el siguiente gráfico que el primer subplot es exactamente igual que el método anterior (ya que el cálculo de la regresión del centro no cambia), pero que el segundo subplot muestra una pendiente positiva que en el anterior no aparecía. Así, consigue evitar la posibilidad de que el radio sea negativo y por tanto, de que el límite superior sea menor que el inferior:

$$\hat{y}_{CRMri} = 26.4151 - 1.2301x_{TCHO}$$

vs.

$$\hat{y}_{CCRMri} = 12.7134x_{TCHO}$$

Se muestra entonces para el mismo caso el método CCRM:

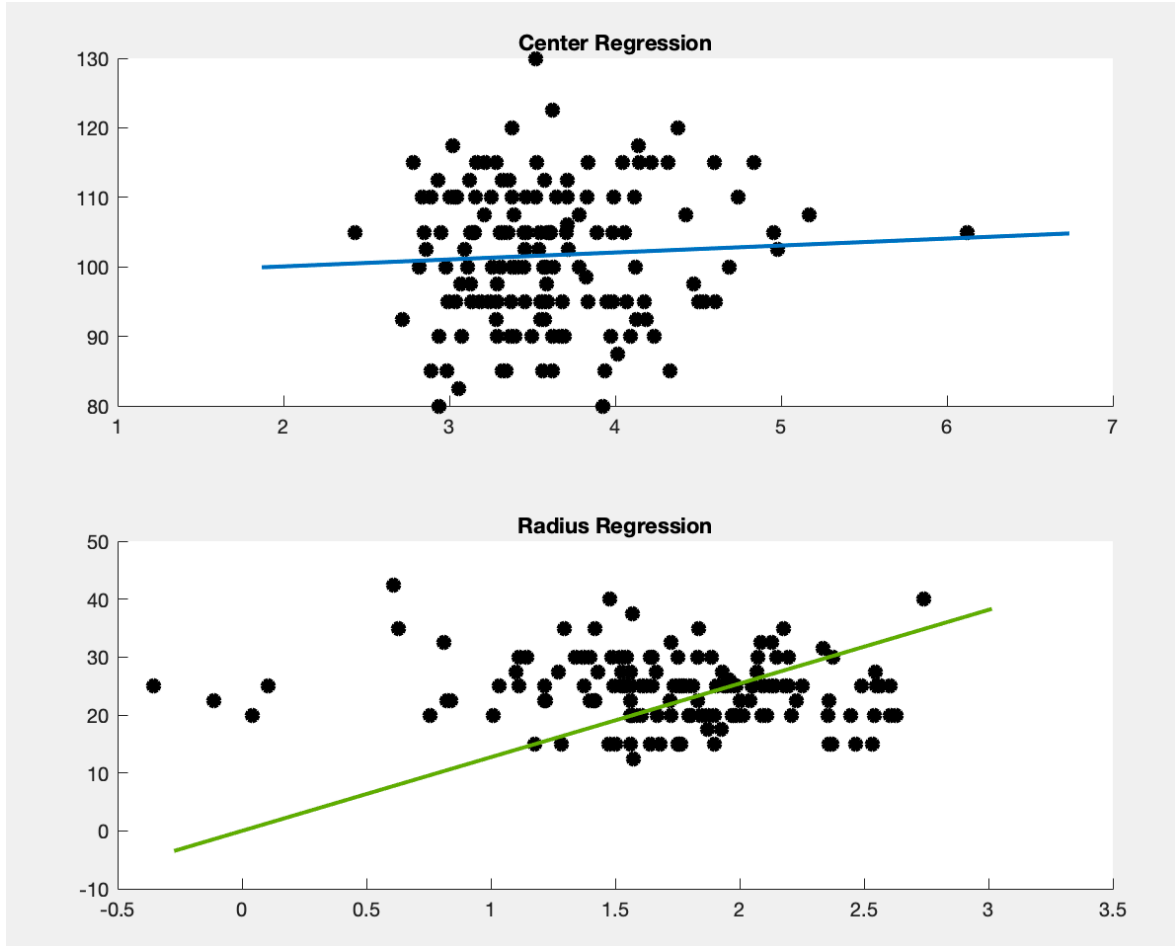


Figura 15: Método CCRM para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)

Donde $\hat{Y}_{CCRM} = [\hat{y}_{ci}, \hat{y}_{ri}]$ será:

$$\hat{y}_{ci} = 98.0625 + 1.0007x_{TG}$$

$$\hat{y}_{ri} = 12.7134x_{TCHO}$$

5.5 MODELO PARAMETRIZADO (PM)

Método introducido por (Souza et al., 2017) que da un paso más con relación al método mM (minMax) pero utilizando los valores del límite inferior para el modelo del límite superior y los límites superiores para el modelo del límite inferior, permitiendo al

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

modelo una precisión mayor en la elección de los puntos de referencia, teniendo en cuenta los múltiples componentes que poseen los datos de intervalo. Este enfoque parametrizado se considera por la siguiente relación lineal:

$$Y_u = X\beta^u + \epsilon_u$$

$$Y_l = X\beta^l + \epsilon_l$$

donde X estará compuesta por unos e intervalos máximos y mínimos de dimensión pn . Para mayor entendimiento se muestra a continuación la matriz:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11}^l & x_{11}^u & x_{21}^l & \cdots & x_{p1}^l & x_{p1}^u \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n}^l & x_{1n}^u & x_{2n}^l & \cdots & x_{pn}^l & x_{pn}^u \end{bmatrix}$$

A su vez, los vectores β^l y β^u serán de dimensión $2p+1$, ya que contendrán un coeficiente para los límites inferiores de cada variable X y otro para los superiores:

$$\beta^l = [\beta_0^l \quad \alpha_1^l \quad \omega_1^l \quad \alpha_2^l \quad \omega_2^l \quad \dots \quad \alpha_p^l \quad \omega_p^l]^T$$

$$\beta^u = [\beta_0^u \quad \alpha_1^u \quad \omega_1^u \quad \alpha_2^u \quad \omega_2^u \quad \dots \quad \alpha_p^u \quad \omega_p^u]^T$$

En este caso, el modelo de minimización será totalmente independiente y habrá una solución para cada coeficiente β^u y β^l :

$$S^l = \sum_{i=1}^n (\epsilon_{li})^2 \quad \rightarrow \quad \beta^l = ((X^l)^T X^l)^{-1} (X^l)^T y^l$$

$$S^u = \sum_{i=1}^n (\epsilon_{ui})^2 \quad \rightarrow \quad \beta^u = ((X^u)^T X^u)^{-1} (X^u)^T y^u$$

Por consiguiente, la predicción de $\hat{Y}_{PM} = [\hat{y}_l, \hat{y}_u]$ será:

$$\hat{Y}_l = X\beta^l$$

$$\hat{Y}_u = X\beta^u$$

Dada que su representación es compleja, se muestra para el mismo dataset de salud el cálculo de los dos coeficientes beta para la estimación de $\hat{Y}_{PM}$

$$\hat{Y}_l = X[79.1583 \quad 0.9938 \quad -0.6834]$$

$$\hat{Y}_u = X[130.4914 \quad 2.3782 \quad -1.6867]$$

5.6 *MODELO α -B*

Método también denominado *Modelo M*, que difiere de los anteriores por utilizar un enfoque aritmético para la regresión simple y que fue presentado por (Blanco-Fernández et al., 2011).

La regresión lineal simple basada en la aritmética fue introducida por (Sinova et al., 2012). Un modelo lineal basado en la aritmética de intervalos examina simultáneamente el centro y el radio de los datos del intervalo (cada uno de los datos del intervalo en su conjunto), tratando de garantizar una solución lógica al modelo planteado y evitar que se incumpla una obviedad matemática. Se caracteriza por:

$$Y^C = \alpha X^C + \varepsilon_{alpha-B}^C$$

$$Y^R = |\alpha|X^R + \varepsilon_{alpha-B}^R$$

Teniendo como objetivo minimizar el problema de mínimos cuadrados para encontrar un valor real $\hat{a}$ y un intervalo para $[\hat{B}]$, de forma que se acerque al máximo a la muestra real $[Y]$:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{\theta}(Y, \hat{a}X + \hat{B}))^2$$

siendo d_{θ} la distancia de bertoluzza

De esta forma, se tratará de elegir $\hat{a}$ y $\hat{B}$ para minimizarla:

Cálculo de $\hat{a}$

1. Cálculo de las medias, varianzas y covarianzas de los centros y radios para [X] e [Y].

- Medias:

$$\overline{X^C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^C$$

$$\overline{X^R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^R$$

- Varianzas:

$$s_{X^C}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^C - \overline{X^C})^2$$

$$s_{X^R}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^R - \overline{X^R})^2$$

- Covarianzas:

$$s_{X^C, Y^C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^C - \overline{X^C}) (Y_i^C - \overline{Y^C})$$

$$s_{X^R, Y^R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^R - \overline{X^R}) (Y_i^R - \overline{Y^R})$$

2. Cálculo de las estimaciones de los siguientes momentos de las variables aleatorias [X] e [Y].

- Medias muestrales:

$$\begin{aligned}\overline{[x]} &= [\overline{x^C} - \overline{x^R}, \overline{x^C} + \overline{x^R}] \\ \overline{[y]} &= [\overline{y^C} - \overline{y^R}, \overline{y^C} + \overline{y^R}]\end{aligned}$$

- Varianza de θ -Fréchet de $[X]$:

$$\widehat{\sigma_x^2} = s_{x^C}^2 + \theta \cdot s_{x^R}^2$$

- La covarianza θ de $[X]$ e $[Y]$, y de $[-X]$ e $[Y]$:

$$\widehat{\sigma_{x,y}} = s_{x^C,y^C} + \theta \cdot s_{x^R,y^R}$$

$$\widehat{\sigma_{-x,y}} = -s_{x^C,y^C} + \theta \cdot s_{x^R,y^R}$$

3. Cálculo de las estimaciones $\hat{a}_0$ y $\hat{a}$ para los datos disponibles, donde $\hat{a}_0 = \infty$ si los intervalos $[x]_i$ son reales y en caso de que no sean: $\hat{a}_0 = \min_{i: x^R \neq 0} \frac{x_i^C}{x_i^R}$

Tras saber el valor de $\hat{a}_0$, se podrá calcular $\hat{a}$ bajo tres supuestos:

- Si $\hat{\sigma}_{x,y} < 0$ y $\hat{\sigma}_{-x,y} < 0 \rightarrow \hat{a} = 0$.
- Si $\hat{\sigma}_{x,y} \geq 0$ y $\hat{\sigma}_{-x,y} \leq \hat{\sigma}_{x,y} \rightarrow \hat{a} = \min \left\{ \hat{a}_0, \frac{\hat{\sigma}_{x,y}}{\widehat{\sigma_x^2}} \right\}$.
- Si $\hat{\sigma}_{-x,y} \geq 0$ y $\hat{\sigma}_{x,y} \leq \hat{\sigma}_{-x,y} \rightarrow \hat{a} = -\min \left\{ \hat{a}_0, \frac{\hat{\sigma}_{-x,y}}{\widehat{\sigma_x^2}} \right\}$.

Cálculo de $\hat{B}$

Después de haber obtenido $\hat{a}$, $\hat{B}$ se obtiene despejando la ecuación original que se desea aproximar:

$$[\hat{B}] = [Y] - \hat{a}[X]$$

Por último, la predicción de $\hat{Y}_{\alpha B} = [\hat{Y}]$ será:

$$[\hat{Y}] = \hat{a}[X] + [\hat{B}]$$

Se muestra a continuación la última visualización del conjunto de datos trabajado y los parámetros $\hat{a}$ y $\hat{B}$ obtenidos. viendo que con este último método hay una gran evolución para el estudio de datos de intervalo con series de tiempo

$$\hat{a} = -195.6522$$

$$\hat{B} = 443.1 + 1168.2 = 1.0e+03 * (0.4431 \ 1.1682)$$

Debido a que $\hat{a}$ es negativo, en la figura siguiente las pendientes llevarán la misma dirección negativa (las dos rectas rojas muestran el límite superior e inferior del modelo):

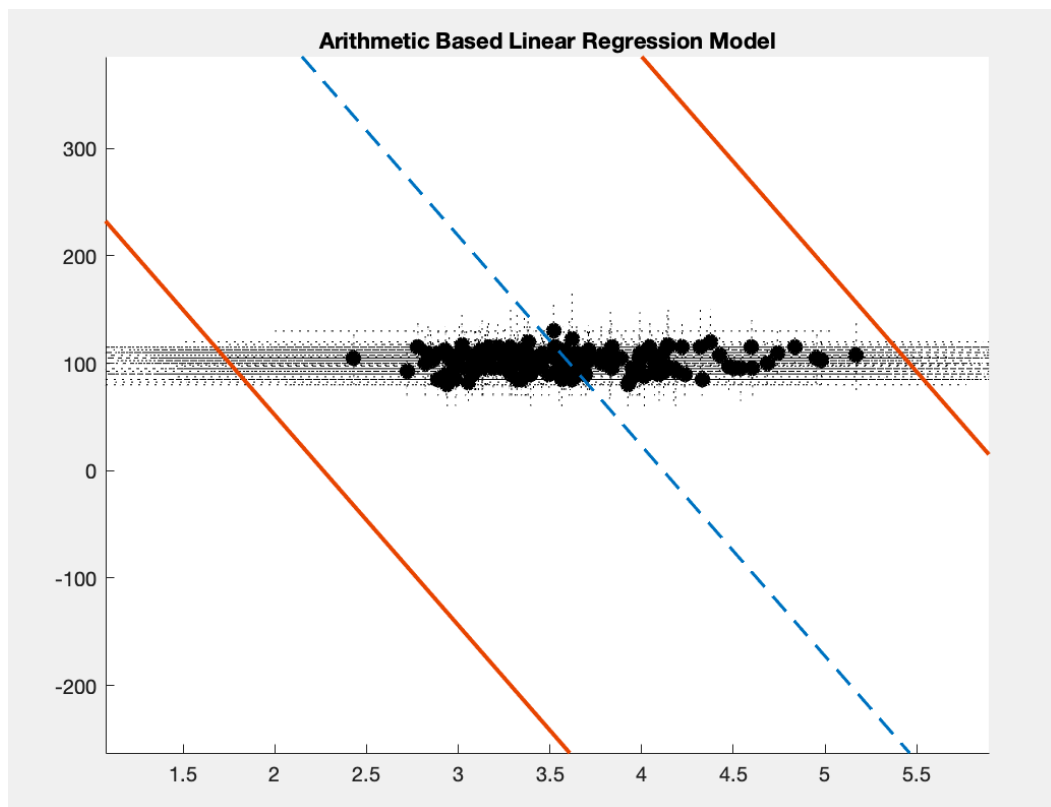


Figura 16: Modelo alpha-B para los datos 'Health_dataset.xlsx' (Elaboración propia)

Consigue entonces determinar el modelo con tan solo una predicción:

$$[\hat{Y}] = -195.6522[X] + [1.0e + 03 * (0.4431 \ 1.1682)]$$

Tal y como se muestra en (Maté, 2022), este modelo es el precursor del modelo MG, pero únicamente con la opción de tomar un periodo o variable explicativa. Representa una de las primeras aproximaciones a la regresión lineal con datos de intervalo.

Cabe destacar que se ha codificado modelos autorregresivos para todos los métodos anteriores, pero únicamente se mostrarán a partir del mismo, debido a la gran mejora que supone. Tras haber analizado y ejecutado todos ellos, los que se generan a continuación dan mucha más información acerca del valor del dato de intervalo en su conjunto.

5.6.1 MODELO M AUTORREGRESIVO

Como se ha comentado en el punto 2.5, un modelo autorregresivo depende de variables anteriores de la propia serie temporal. Para el modelo M, la variable explicativa es el intervalo inferior-superior de la acción en el periodo de tiempo anterior:

$$[Y]_t = a \cdot [Y]_{t-1} + [B]$$

Para ver un ejemplo de forma visual, se va a analizar la serie temporal datos diarios para Cisco (CSCO) partiendo del código implementado en (De los Santos, 2021). Se puede observar en el primer subplot la serie temporal analizada y en los siguientes los diagramas de dispersión del centro del intervalo en t (X_t^C) frente al centro del intervalo en $t-1$ (X_{t-1}^C) y el radio del intervalo en t (X_t^R) frente al radio del intervalo anterior (X_{t-1}^R).

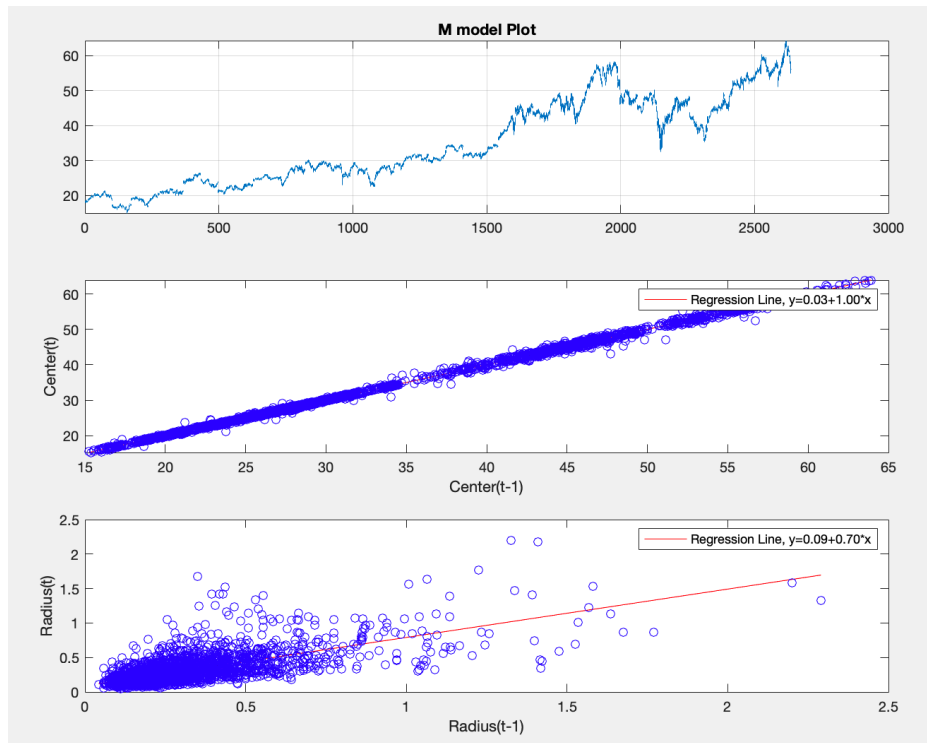


Figura 17: Ejemplo acción CSCO con el Modelo M Autorregresivo $K=1$ (Elaboración propia)

5.6.2 MODELO M AUTORREGRESIVO DINÁMICO

Tras observar que este modelo puede ser analizado con una variable explicativa como su valor en un periodo anterior, se puede analizar el comportamiento en el tiempo de los parámetros del mismo $\hat{a}$ y $\hat{B}$ y ver su comportamiento para llegar a metodologías más precisas a la hora de predecir de nuevos periodos. Las figuras siguientes, muestran el procedimiento de “rolling window” o ventana deslizante, muy ampliamente utilizado en regresión y que ayuda a comprender la evolución de dichos parámetros.

A continuación, se ilustra la distribución que sigue el parámetro a con los mismos datos utilizados en el punto anterior (serie temporal datos diarios para Cisco (CSCO)) para el periodo comprendido entre el 1 de Julio de 2019 y el 3 de Enero de 2022, siendo la primera un histograma del parámetro a del modelo M y a la derecha la posible distribución normal asociada a dicho modelo.

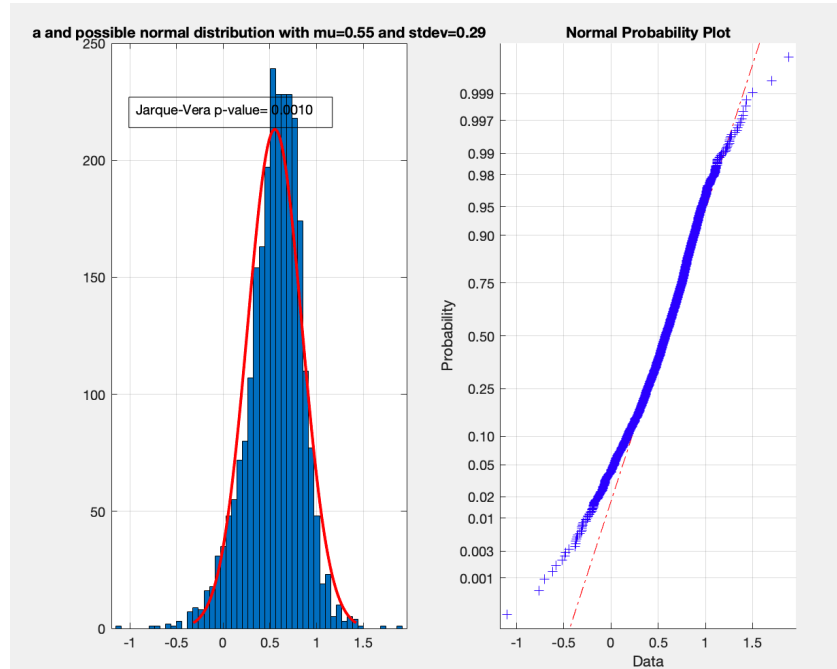


Figura 18: Distribución del parámetro a en el Modelo M Autorregresivo Dinámico (Elaboración propia)

En las siguientes dos figuras, se muestra el comportamiento de los parámetros en el periodo de tiempo previamente escrito (Julio 2019 - Enero 2022). Cabe destacar el parámetro a se ha ilustrado para valores negativos, ya que la proporción es menor que para los positivos, pero es importante reflejar para qué periodo de tiempo ese valor es menor que cero, explicación razonada en el punto 3 del cálculo de las estimaciones $\hat{a}_0$ y $\hat{a}$ en el punto 5.6.

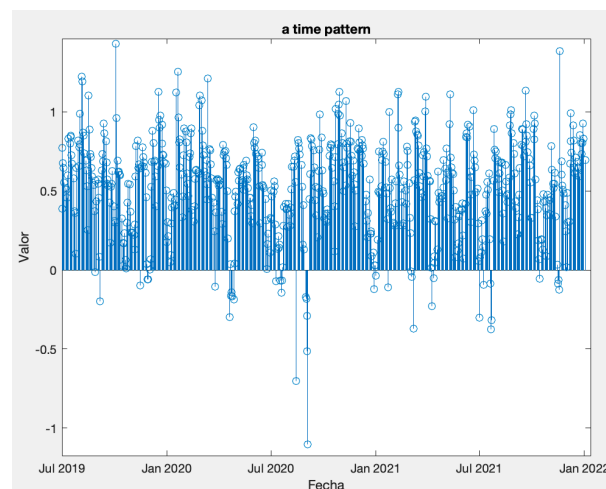


Figura 19: Evolución temporal parámetro a (Elaboración propia)

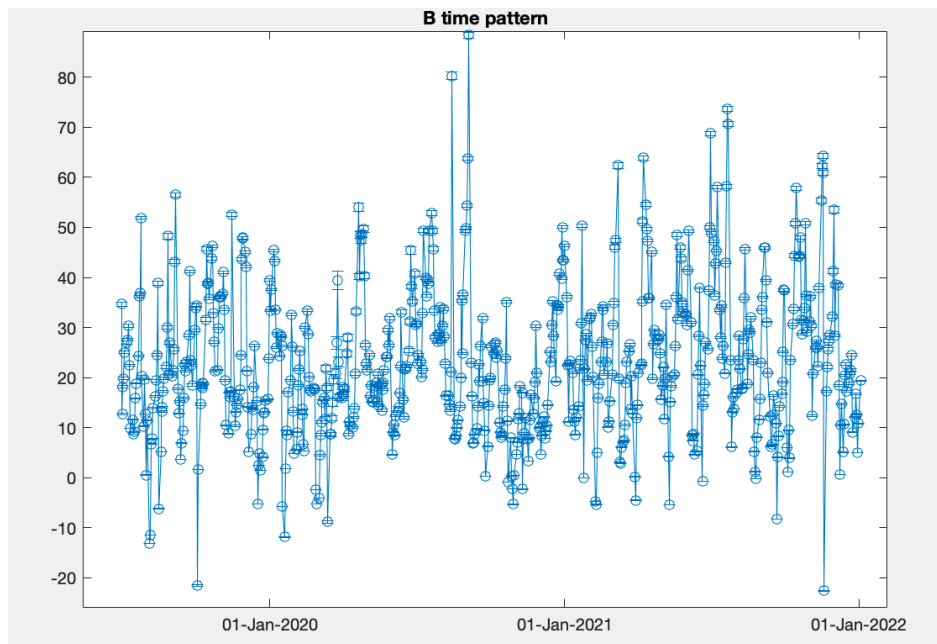


Figura 20: Evolución temporal parámetro B (Elaboración propia)

Es importante resaltar que el parámetro B es un intervalo y se puede observar la amplitud en cada punto de tiempo. Para finalizar, se muestra la serie real y la estimada a lo largo del cálculo del modelo con una ventana de estimación de tamaño 10 y 5 periodos a predecir. Para cada iteración, la ventana avanza un dato por lo que se va desplazando el bloque analizado uno a uno (coincidirán todos los datos menos uno en dos iteraciones consecutivas). Cabe destacar que al ser $K=1$, lo lógico sería que solo se pueda hacer la predicción a un paso, pero se aceptará el valor anterior de la predicción como un dato real y así poder predecir a un horizonte más largo, aunque no se debe abusar del tamaño, ya que cuanto mayor sean los periodos a predecir, mayor será el error con respecto a la serie real.

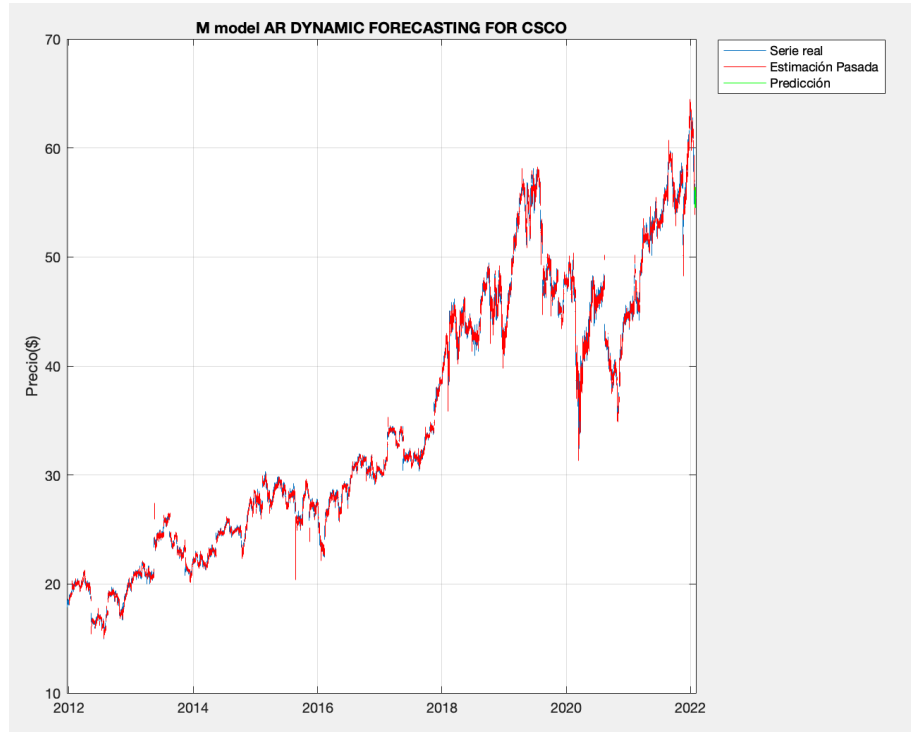


Figura 21: Predicción del Modelo M Autorregresivo Dinámico para CSCO (Elaboración propia)

5.7 MODELO MG

Modelo de regresión lineal múltiple para intervalos que surge de la extensión del modelo M y es propuesto por propuesto por (García-Bárcana et al., 2020). Se designa como MG(k), donde k muestra el número de variables independientes.

El modelo MG adquiere una mayor flexibilidad en la relación lineal entre intervalos aleatorios que modelos anteriores, basados en aritmética de conjuntos. Dicha posibilidad es gracias a la inclusión de más coeficientes, que aumentan la dificultad del proceso de estimación, pero mejoran la predicción en su conjunto.

El modelo MG , con y como intervalo aleatorio y $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$ como k intervalos explicativos, se formaliza como sigue:

$$y = [(b_1 X^C + b_4 X^R) \pm (b_2 X^R + b_3 |X^C|)] + \varepsilon$$

donde $b_1, b_4 \in \mathbb{R}k$, $b_2, b_3 \in \mathbb{R}k^+$, X^C corresponde al centro y X^R al radio, ambos $\in \mathbb{R}k$. Además, ε es un error de intervalo aleatorio tal que $E[\varepsilon | x] = \Delta \in K_c(\mathbb{R})$, y que por tanto, las variables x y ε estarán incorreladas, siendo cero la desviación típica de cada intervalo explicativo respecto del error.

Se definen los siguientes intervalos para mayor entendimiento de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}x^M &= [X_t^C, X_t^C] \\x^S &= [-X_t^R, X_t^R] \\x^C &= [-|X_t^C|, |X_t^C|] \\x^R &= [X_t^R, X_t^R].\end{aligned}$$

Se define por tanto el modelo con la siguiente expresión, donde $B = (b_1|b_2|b_3|b_4)^t$ y $X^{Bl}(x^M|x^S|x^C|x^R) \in K_c(\mathbb{R})^{1 \times 4k}$:

$$y = X^{Bl} \cdot B + \varepsilon$$

Por otro lado, partiendo de una muestra de intervalos aleatorios $(y, x_1, \dots, x_k)$, tendremos:

$$y = X^{eBl} \cdot B + \varepsilon,$$

donde $y = ([y]_1, [y]_2, \dots, [y]_n)^t$, $X^{eBl} = (X^M|X^S|X^C|X^R) \in K_c(\mathbb{R})^{n \times 4k}$, $B = (b_1|b_2|b_3|b_4)^t$ y $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^t$, de forma que $E(\varepsilon|x) = 1^n \Delta$.

Se trata entonces de minimizar el modelo por mínimos cuadrados buscando los parámetros $\hat{B}$ y $\hat{\Delta}$ que minimizan $d_\theta^2(y, X^{eBl} A + 1^n C)$ con $A \in \mathbb{R}^{4k \times 1}$ y $C \in K_c(\mathbb{R})$.

Como se debe cumplir que $X_{X^{eBl}A}^R = X_{a2}^R + |X_{a3}^C|$, se impondrá la siguiente condición al problema de minimización siguiente:

$$\begin{aligned}\min d_\theta^2(y -_H X^{eBl} A, \bar{y} -_H \overline{X^{eBl}} A) \\s. t. X_{a2}^R + |X_{a3}^C| \leq X_Y^R\end{aligned}$$

donde $\hat{\Delta} = \bar{y} - {}_H\overline{X^{eBl}}\hat{B}$ y $\hat{B}$ se resuelve calculando el problema previamente mostrado y la H es la resta de Hukuhara, descrita en (Stefanini, 2010).

A modo de ejemplo, para $k=1$, las ecuaciones de MG (1) serán:

- $Y^C = b_{11}X^C + b_{41}X^R + \varepsilon_{MG(1)}^C$
- $Y^R = b_{21}X^R + b_{31}|X^C| + \varepsilon_{MG(1)}^R$

Por último, hay que tener en cuenta que se puede ampliar a $k=2$, y así sucesivamente hasta k valores, sabiendo que con MG(1) se obtendrán 4 parámetros ($b_{11}, b_{41}, b_{21}, b_{31}$), con MG(2) se obtendrán 8 y con MG(k) por tanto, serán $4k$ parámetros.

5.7.1 MODELO MG AUTORREGRESIVO

El Modelo MG Autorregresivo, sigue la línea del modelo M Autorregresivo pero con la opción de tener más variables explicativas y una predicción diferente (explicada en el anterior punto). Así, las ecuaciones de predicción del modelo MG_AR(1), siendo $X = Y_t$ serán:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{t+1, MG(1)}^C &= b_{11}Y_t^C + b_{41}Y_t^R \\ \hat{Y}_{t+1, MG(1)}^R &= b_{21}Y_t^R + b_{31}Y_t^C\end{aligned}$$

Pudiendo ampliar k tanto como se quiera, se muestra para $k=3$ para un mejor entendimiento del número de parámetros:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{t+1, MG(3)}^C &= b_{11}Y_t^C + b_{41}Y_t^R + b_{12}Y_{t-1}^C + b_{42}Y_{t-1}^R + b_{13}Y_{t-2}^C + b_{43}Y_{t-2}^R \\ \hat{Y}_{t+1, MG(3)}^R &= b_{21}Y_t^R + b_{31}Y_t^C + b_{22}Y_{t-1}^R + b_{32}Y_{t-1}^C + b_{23}Y_{t-2}^R + b_{33}Y_{t-2}^C\end{aligned}$$

Siguiendo con los mismos datos de CSCO para el mismo periodo, se muestra la evolución de R^2 y MSE (Error Cuadrático Medio) para train y test que muestran la validez

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

del modelo respecto el valor de k . De esta manera, el valor de k que presenta mejores métricas es $k=9$, ya que tiene el valor R^2 más alto y presenta un MSE constante.

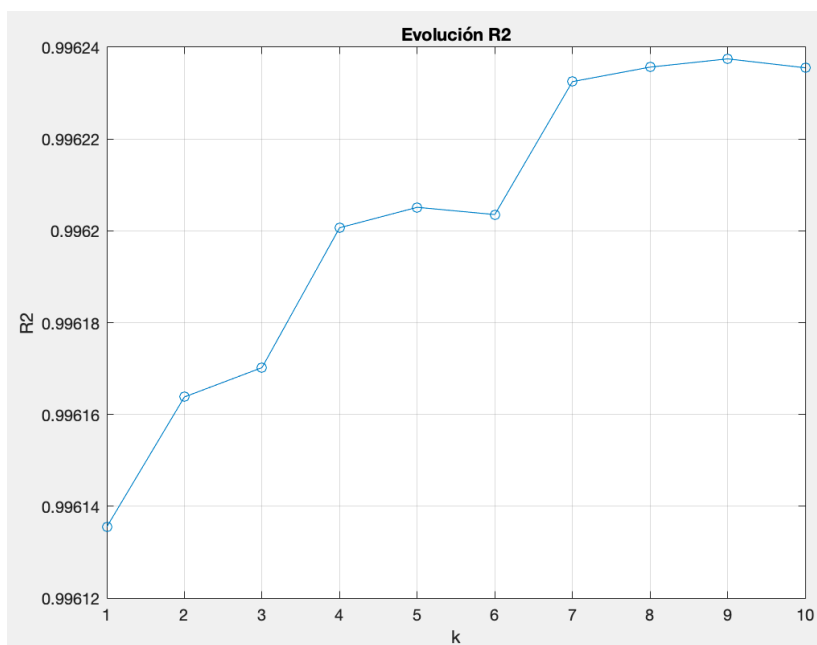


Figura 22: Evolución R^2 para el Modelo MG Autorregresivo (Elaboración propia)

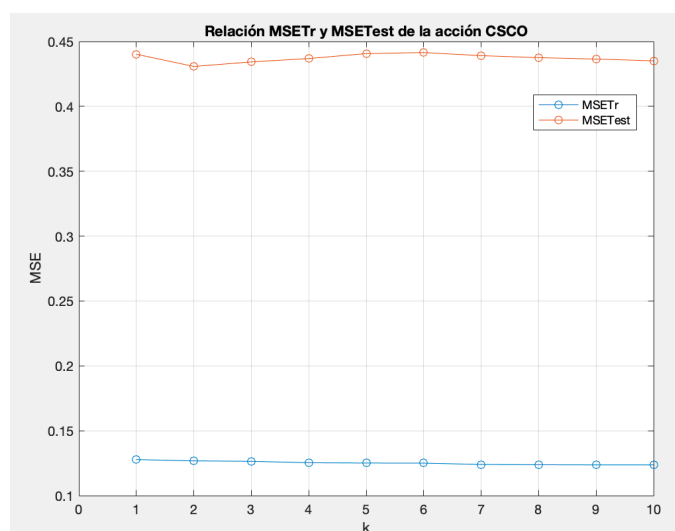


Figura 23: Evolución MSE para el Modelo MG Autorregresivo (Elaboración propia)

Se representa finalmente la serie temporal real, junto con las predicciones para el conjunto de test (en el período del 1 de Julio de 2018 al 1 de Enero de 2020 sin tener en cuenta los datos de la pandemia mundial). Dichas predicciones de test serán tres y

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

constituirán la serie con sus valores máximos, mínimos y de centro. Por otro lado, también se muestra en rojo la predicción a 30 días:

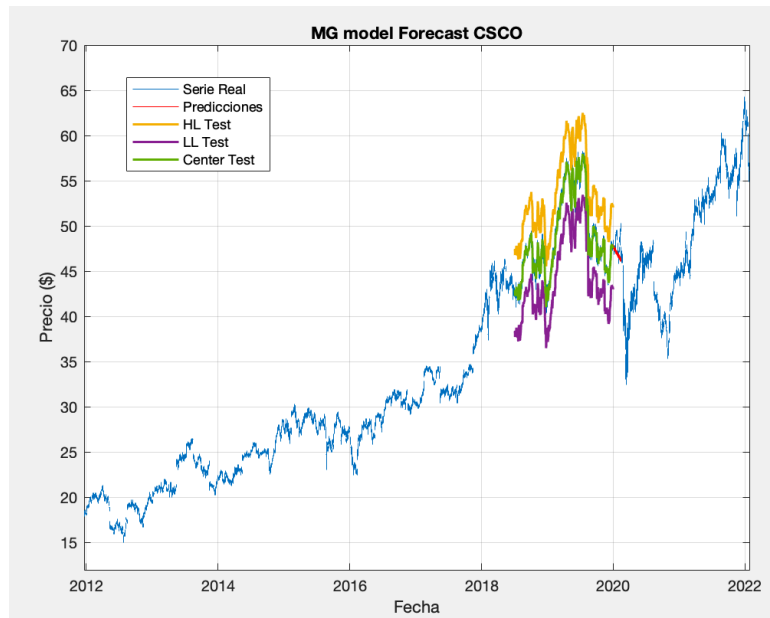


Figura 24: Predicción del Modelo MG Autorregresivo para CSCO con $k=1:10$ (Elaboración propia)

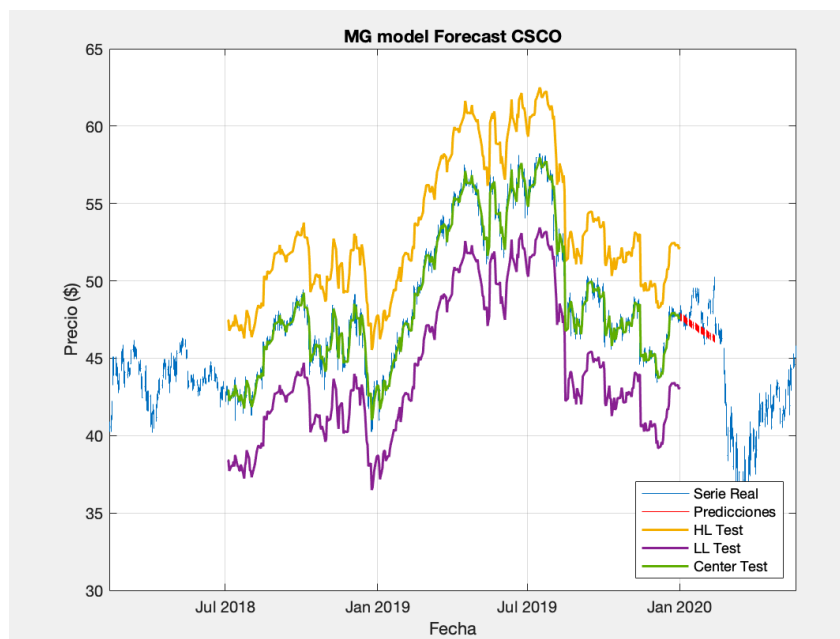


Figura 25: Valores de Test y predicción del Modelo MG Autorregresivo para CSCO (Elaboración propia)

5.7.2 MODELO MG AUTORREGRESIVO DINÁMICO

Para finalizar con los modelos de regresión, se incluye un último modelo (paralelo al Modelo M Autorregresivo Dinámico) que trata de analizar la evolución a lo largo del tiempo de los parámetros de MG. Para el mismo caso que los puntos anteriores, se estudia las medidas de precisión para cada valor de k :

k	MSE	RMSSE				MAPE			
		LOW	HIGH	CENTRE	RADII	LOW	HIGH	CENTRE	RADII
1	0,4461	1,3267	1,3349	1,3756	0,8804	1,3274	1,2091	1,2405	34,4490
2	0,4124	1,2791	1,2832	1,3217	0,8813	1,2716	1,1576	1,1865	34,3918
3	0,3833	1,2388	1,2335	1,2735	0,8781	1,2161	1,1074	1,1297	34,2386
4	0,3407	1,1698	1,1660	1,1992	0,8749	1,1442	1,0450	1,0607	34,1950
5	0,2978	1,0957	1,0962	1,1191	0,8849	1,0650	0,9720	0,9780	34,3600
6	0,2556	1,0187	1,0203	1,0344	0,8875	0,9715	0,8867	0,8845	34,5851
7	0,2392	0,9896	0,9863	0,9998	0,8866	0,9326	0,8429	0,8398	34,7919
8	0,2394	0,9900	0,9873	0,9998	0,8939	0,9327	0,8433	0,8398	35,0392
9	0,2394	0,9889	0,9892	0,9998	0,8965	0,9341	0,8438	0,8398	35,3090
10	0,2395	0,9886	0,9906	0,9998	0,9013	0,9323	0,8439	0,8398	35,5276

Tabla 1: Cálculo de MSE, RMSSE y MAPE para validación del mejor valor del parámetro k (Elaboración propia)

Teniendo en cuenta estas tres métricas, es razonable utilizar $k=7$ (aunque otros valores también nos podrían servir). De esta forma, se puede analizar cada parámetro b por separado, con un gráfico matricial de tantas dimensiones como sea el valor de k , un histograma de la distribución del estimador en la diagonal de la misma, y la dispersión entre cada parámetro. Cabe destacar que únicamente se va a visualizar uno de los cuatro gráficos, siendo este el estimador b_4 . Sin embargo, hay otros tres estimadores más (b_1 , b_2 y b_3), cada uno con siete parámetros (en total, con $k=7$ tendremos $4*k = 28$ parámetros).

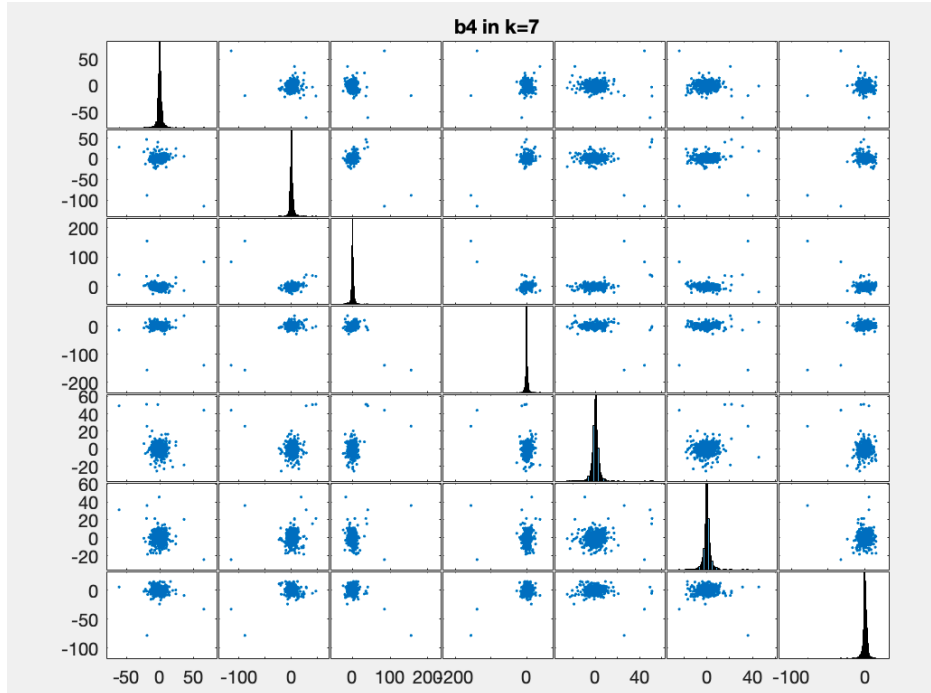


Figura 26: Gráfico Matricial para el estimador b_4 con $k=7$ para los datos de CSCO (Elaboración propia)

Por último, se muestra la serie real junto con las predicciones realizadas por cada modelo con la ventana de estimación:



Figura 27: Predicción del Modelo MG Autorregresivo Dinámico para CSCO (Elaboración propia)

5.8 EJEMPLO CARDIO

Para la decisión y explicación de los mejores métodos, se ha trabajado en línea con el dataset de ‘Healthcare_dataset.xlsx’ con otra base de datos de tan sólo once observaciones para comprobar las predicciones y su precisión ante varias medidas explicadas en el punto 4.1. Esta vez, únicamente se mostrarán las predicciones y las medidas de cada modelo, así como los datos reales, facilitados en (Neto & De Carvalho, 2010):

<i>u</i>	Pulse rate	Systolic blood pressure	Diastolic blood pressure
1	[44–68]	[90–100]	[50–70]
2	[60–72]	[90–130]	[70–90]
3	[56–90]	[140–180]	[90–100]
4	[70–112]	[110–142]	[80–108]
5	[54–72]	[90–100]	[50–70]
6	[70–100]	[130–160]	[80–110]
7	[63–75]	[140–150]	[60–100]
8	[72–100]	[130–160]	[76–90]
9	[76–98]	[110–190]	[70–110]
10	[86–96]	[138–180]	[90–110]
11	[86–100]	[110–150]	[78–100]

Figura 28: Base de datos de Cardio (Fuente: Neto & De Carvalho, 2010))

Este conjunto de datos ha sido destacado en (Kong et al., 2022), un artículo muy reciente donde se resalta la importancia del conjunto de datos para el análisis de los diferentes métodos. En esta ocasión, la salida será Pulse rate y las entradas Systolic blood pressure y Diastolic blood pressure (con sus límites superiores e inferiores cada una). Por tanto, el análisis ha sido la ejecución de cada uno de los métodos (a excepción del Modelo α -B, que únicamente trata una variable explicativa). Se muestra por tanto las predicciones para cada método del límite inferior y superior en las siguientes tablas:

Período	Pulse Rate Low						
	Real	CM	MinMax	CRM	CCRM	PM	MG
1	44	50,44	53,75	48,20	53,01	49,55	49,07
2	60	69,30	65,61	64,99	67,15	65,44	66,19
3	56	82,90	77,66	73,00	78,68	71,18	72,06
4	70	76,63	71,61	77,33	77,39	74,54	76,22
5	54	50,44	53,75	48,20	53,01	49,55	49,07
6	70	74,53	71,69	76,48	76,02	74,33	74,97
7	63	54,61	59,87	63,53	61,33	63,80	62,04
8	72	70,75	69,32	63,78	68,93	63,51	63,44
9	76	67,20	65,68	71,29	62,89	77,77	74,87
10	86	83,11	77,65	78,66	80,64	76,53	77,45
11	86	74,74	70,43	71,54	73,00	70,79	71,62

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE PARA DATOS DE INTERVALO

Tabla 2: Pulse Rate Low para los métodos de regresión estudiados (Elaboración propia)

Peridodo	Pulse Rate High						
	Real	CM	MinMax	CRM	CCRM	PM	MG
1	68	68,25	68,25	68,25	65,68	68,53	69,02
2	72	83,96	83,96	83,96	86,11	88,87	88,13
3	90	88,13	88,13	88,13	92,35	96,40	95,51
4	112	99,67	99,67	99,67	98,90	101,25	99,57
5	72	68,25	68,25	68,25	65,68	68,53	69,02
6	100	99,66	99,66	99,66	98,17	99,06	98,42
7	75	91,28	91,28	91,28	84,57	82,21	83,98
8	100	80,80	80,80	80,80	82,62	85,62	85,69
9	98	96,50	96,50	96,50	100,81	94,91	97,82
10	96	97,56	97,56	97,56	100,03	102,32	101,40
11	100	91,28	91,28	91,28	93,02	95,29	94,46

Tabla 3: Pulse Rate High para los métodos de regresión estudiados (Elaboración propia)

Por último, se muestra las medidas calculadas para cada método. Se puede observar que los métodos más precisos son el Método Parametrizado (PM) en verde, que tiene los mejores resultados y el Método MG en azul, que le sigue por muy poco y que prácticamente iguala al mejor.

Medida	CM	MinMax	CRM	CCRM	PM	MG
RMSSE Low	0,949	0,877	0,777	0,911	0,744	0,753
RMSSE High	0,456	0,444	0,406	0,425	0,399	0,404
Utheil	0,621	0,579	0,530	0,581	0,513	0,520
iARV	0,565	0,506	0,411	0,507	0,386	0,395
CR	0,628	0,712	0,720	0,641	0,727	0,732
ER	0,717	0,695	0,677	0,704	0,705	0,694

Tabla 4: Medidas de precisión para los diferentes métodos estudiados (Elaboración propia)

De esta forma, se llega a la conclusión de que los mejores métodos son los dos últimos por su validez tanto en el cálculo de las predicciones tanto como por el trato de los datos de intervalo en su conjunto.

Capítulo 6. REDES NEURONALES TIPO IMLP PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

A pesar de los métodos de regresión lineales y no lineales, la gran complejidad en la predicción de series temporales ha impulsado la introducción de las redes neuronales artificiales para conseguir resultados aún más favorables y ajustados a los comportamientos futuros debido a su flexibilidad y capacidad de adaptación y la no necesidad de especificar el modelo que va a utilizar, ya que están compuestas por neuronas que van entrenando los inputs de los datos y aprendiendo los diferentes comportamientos, además de ser tolerantes al ruido y procesar la información de forma paralela en los diferentes nodos de información.

En torno a la última década, se han realizado gran variedad de estudios que han confirmado la alta precisión de predicción de las redes neuronales frente a los modelos lineales, véase (Kilian & Taylor, 2003), (Bissoondeal et al., 2008) y (Kaastra & Boyd, 1996) y .Uno de esos estudios está basado en la comparación de los movimientos de los precios bajo el modelo de valoración de activos de capital y de nuevo, se comprobó el éxito de las redes neuronales.

Los últimos años las redes neuronales han abarcado gran parte del campo de la predicción. Tal y como se detalla en (Kaastra & Boyd, 1996), una de las arquitecturas más utilizadas en las NN y al mismo tiempo un caso particular de red back-propagation (BP) es el Perceptrón Multicapa (MLP), explicado en el punto 2.4. Las redes BP son una clase de redes neuronales feedforward con reglas de aprendizaje supervisado. Las entradas pasan por la red neuronal una vez para determinar la salida y se compara cada una de las predicciones de la red con la respuesta correcta conocida para ajustar los pesos en función del error de previsión resultante y minimizar la función de error.

Como se ha descrito a lo largo de la memoria, se desea trabajar con datos de intervalo. El uso de datos con valores de intervalo para ITS ha atraído muchos científicos e

REDES NEURONALES TIPO iMLP PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

investigadores. Como parte de esta investigación, se han propuesto algunas redes de BP para ITS como iMLP, que será el tipo de red que se va a desarrollar. De esta manera, siguiendo el esquema de (Arroyo et al., 2011), el MLP de intervalo propuesto por (San Roque et al., 2007) hace posible trabajar con datos de intervalo, tanto para variables de entrada como de salida.

Teniendo en cuenta la estructura, que es similar a la de MLP pero con datos de intervalo, los parámetros del iMLP son números reales y las operaciones siguen las reglas de la aritmética de intervalos. Por lo tanto, se pueden utilizar para pronosticar las series temporales de intervalo. A continuación, se muestra un ejemplo de iMLP tomado de (Maté & Jiménez, 2021) con tres capas (entrada, oculta y salida), dos neuronas en la capa de entrada y una neurona en la de salida. El número de neuronas en la capa oculta suele ser de al menos dos, pero el caso de una neurona se puede considerar:

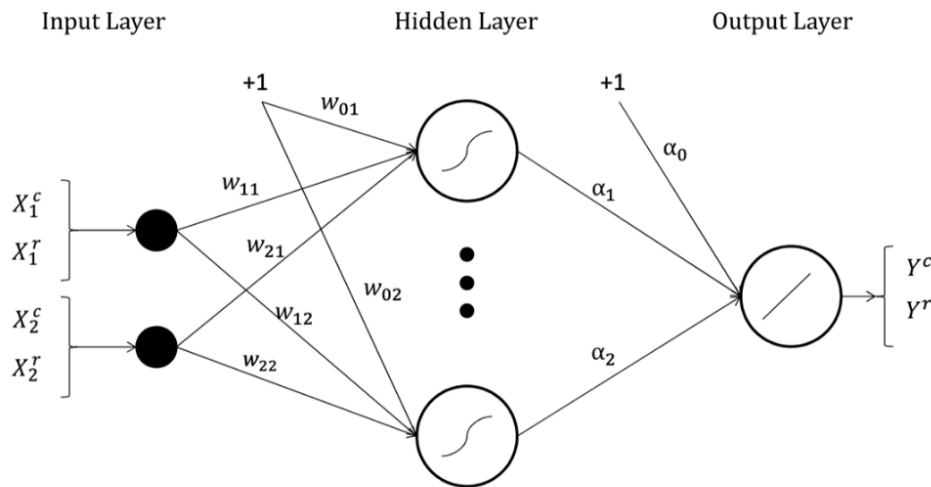


Figura 29: Un iMLP con tres capas (dos neuronas de entrada y una de salida)

El comportamiento de la iMLP será muy parecido al Perceptrón Multicapa, puesto que tiene los mismos hiperparámetros (tasa de aprendizaje, capas ocultas, nodos ocultos, pasos horizonte hacia delante y función de activación). Además, también coincidirán en la división de conjuntos entrenamiento y test, para la posterior validación del modelo. Para más

información sobre dichos hiperparámetros, véase (Sermpinis et al., 2019) y (Crone & Kourntzes, 2010)

La figura anterior está compuesta principalmente por las siguientes ecuaciones, donde la primera muestra la entrada a la neurona j desde las neuronas de la capa de entrada. La segunda muestra la salida de la capa oculta para la neurona j de la capa de salida y la tercera da la salida de la red a partir de las salidas de la capa oculta:

$$[S_j] = w_{0j} + \sum_{i=1}^2 w_{ij}[X_i], j = 1, \dots, 5.$$

$$[A_j] = \tanh[S_j], j = 1, \dots, 5.$$

$$[Y] = \alpha_0 + \sum_{j=1}^5 \alpha_j[A_j]$$

Cabe destacar que en el Capítulo 8, en la sección de iMLP se mostrarán los pesos para los mejores modelos. De esta forma se podrán ver los pesos obtenidos tras el entrenamiento (y que han sido aleatoriamente iniciados).

Por último, algunos de los pasos más importantes para el diseño de una iMLP es la selección de variables importantes con datos de intervalo, la recogida de datos (teniendo en cuenta que los datos de valor de intervalo requieren dos columnas para cada unidad) y el preprocesamiento de datos (los datos con valores de intervalo requieren más recursos de preprocesamiento que los datos nítidos).

6.1 IMPLEMENTACIÓN DEL CÓDIGO iMLP

Para el desarrollo de MLP con datos de intervalo, se ha partido del código de iMLP diseñado en C propuesto por primera vez en (San Roque et al., 2007) y basado también en los artículos (García-Ascanio & Maté, 2010) y (Arroyo et al., 2011).

REDES NEURONALES TIPO IMLP PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

La parte de código realizada en este proyecto ha sido la automatización del código en Matlab y ejecutarlo desde la herramienta para poder analizar y visualizar los resultados obtenidos por el modelo para diferentes tipos de datos y de neuronas, así como la posterior predicción de los datos a horizontes más largos.

Cabe destacar que el modelo implementado únicamente tiene una capa oculta y una salida, pudiendo variar el número de entradas según los datos iniciales. Además, el código en C ofrece numerosos ficheros que nos dan mucha información:

- Archivo `zcub.net`, que contiene toda la información de la red neuronal.
- Archivo ejecutable “`mp2wd_interval.exe`”, que llama al archivo `.net` para ejecutar los resultados según la información que haya en `zcub.net`.
- Archivo `.wgt`, que contiene la información necesaria para la configuración de la red, así como los pesos de la misma (generado automáticamente tras el proceso de entrenamiento).
- Archivo `.res`, que contiene los resultados del conjunto de entrenamiento.
- Archivo `.out`, que muestra las salidas de test tras ejecutar la red.

La información sobre la red será:

mp(1,15,1) - (número entradas, número de neuronas en la capa oculta, número salidas)

learn - (pesos iniciados aleatoriamente con su posterior entrenamiento)

nco(500) - (número de ciclos de optimización)

wd(0.001) - (valor de término de regularización que evita que los pesos tomen valores muy altos)

ftrain(train.dat) - (archivo de formato `.dat` con los datos de entrenamiento)

ftest(test.dat) - (archivo de formato `.dat` con los datos de test)

Una vez claro el entendimiento del modelo y la información que lleva detrás, se ha llevado a cabo la automatización, la cual se describe a continuación:

1. Obtención de la configuración: número de inputs de variable de entrada (n_i), número de neuronas en la capa oculta (n_h), el output (n_o , que siempre será uno), el número de

iteraciones (niter), el valor de término de regulación (wd, que estará en cero) y archivos de train y test (train_name y test_name respectivamente).

2. Acondicionamiento de datos: pasar archivos .xlsx a .dat en una función separada (ExcelToDat.m). Se leerá el Excel en Matlab y se escribirán los datos a un fichero .dat.

3. Escritura del fichero de configuración en el archivo zcub.net:

- mp (input, neu, 1) -> paso 1
- learn -> cte
- nco (num iteraciones) -> paso 1
- wd (0.00) -> cte
- ftrain (fichero_train.dat) -> paso 2
- fttest (fichero_test.dat) -> paso 2

4. Ejecución del comando de entrenamiento:

- system("mp2wd_interval.exe zcub")

5. Lectura de los ficheros de pesos y salida (zcub.wgt y zcub.out respectivamente) con la función LeeFichero.m (que recorrerá línea por línea los datos) y **conversión de los mismos** en formato .xlsx con una función separada (WriteOutput.m)

Además, los datos de entrada tendrán que ir preparados para que la red entienda dichos datos, por tanto, se ha generado una función adicional denominada Cargar_datos.m, donde recoge las fechas de entrenamiento y test, así como el archivo Excel que se desea analizar, que calcula el centro y radio (en tiempo actual y en tiempos pasados) de los máximos y mínimos que proporciona el archivo de entrada, proporcionando unos datos autorregresivos. Por ejemplo, se muestra a continuación las tres primeras observaciones de un archivo Excel train.xlsx:

REDES NEURONALES TIPO iMLP PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

C (t-2)	R (t-2)	C (t-1)	R (t-1)	C (t)	R (t)
1,291	0,005	1,295	0,005	1,294	0,003
1,295	0,005	1,294	0,003	1,300	0,007
1,294	0,003	1,300	0,007	1,299	0,009

Figura 30: Primeras tres observaciones de Train.xlsx a iMLP (Elaboración propia)

Las entradas sería las cuatro primeras columnas y las salidas serían las dos últimas, calculando en todo momento una salida que depende de momentos anteriores.

Para finalizar, se muestra un gráfico que explica la llamada de cada función para la ejecución del modelo y posteriormente se tratará de analizar los datos que se utilizaron para el análisis de las ITS de los tipos de cambio EURUSD y GBPUSD realizando el proceso explicando previamente y ejecutándolo para diferentes neuronas en la capa oculta para ver los resultados obtenidos.

Cabe destacar que también se ha programado numerosas funciones para la exportación de los datos de medidas de precisión a tablas y la visualización de las mismas, así como para la predicción del modelo explicado.

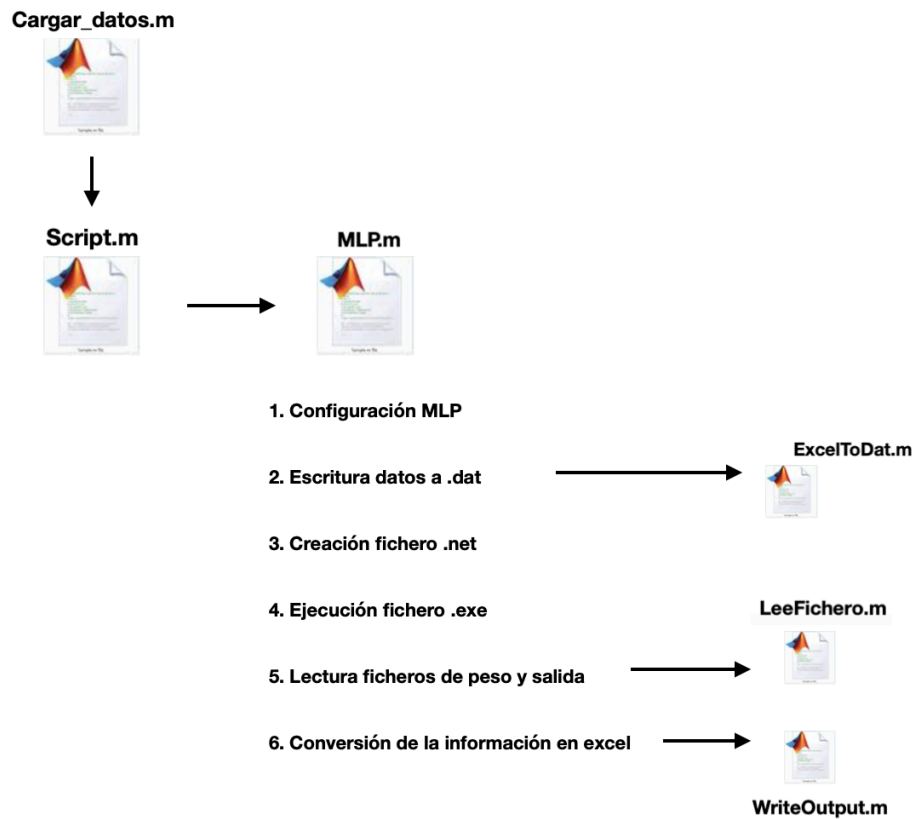


Figura 31: Explicación de la automatización del Código en C de iMLP

Se muestran las tablas obtenidas para EURUSD y para GBPUSD con $k=1$ y $k=2$. Cabe destacar que en este apartado únicamente se mostrarán los valores de las medidas de precisión, ya que en el capítulo 8 se mostrarán visualizaciones del iMLP.

Se ha sombreado los mejores valores en cada tabla para visualizar los resultados de forma más sencilla. El color amarillo muestra que dicha medida será mejor cuanto más pequeña sea y el color rosa cuanto más mayor sea. Se puede comprender que para EURUSD la red funciona bien con 5 neuronas, tanto para $k=1$ como para $k=2$ y que para GBPUSD con 9 neuronas se consiguen los mejores resultados, aunque haya también otros valores bastante prometedores. Por otro lado, si analizamos el parámetro k , para ambos casos $k=1$ funciona mejor que para $k=2$ y presenta mejores valores EURUSD con $k=1$, que GBPUSD con $k=2$:

REDES NEURONALES TIPO IMLP PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,002	0,001	0,956	0,932	0,108	0,087	0,130	0,086	0,998	0,999
2	0,001	0,001	0,956	0,964	0,074	0,061	0,087	0,019	0,999	0,999
3	0,001	0,001	0,961	0,965	0,063	0,058	0,080	0,019	0,999	0,999
4	0,002	0,001	0,938	0,959	0,112	0,075	0,127	0,047	0,998	0,999
5	0,001	0,001	0,966	0,966	0,056	0,055	0,075	0,021	0,999	0,999
9	0,001	0,001	0,965	0,964	0,061	0,054	0,077	0,027	0,999	0,999
15	0,041	0,006	1,000	0,673	0,323	0,639	0,213	1,030	0,983	0,932
30	0,064	0,008	1,000	0,608	0,539	0,728	0,135	1,349	0,957	0,912

Tabla 5: Medidas de precisión de EURUSD para k=1 (Elaboración propia)

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,109	0,009	0,727	0,700	0,679	0,573	0,854	0,805	0,876	0,910
2	0,186	0,012	0,675	0,613	0,931	0,722	1,118	1,047	0,775	0,862
3	0,137	0,010	0,752	0,653	0,781	0,619	0,937	0,962	0,832	0,902
4	0,117	0,010	0,721	0,689	0,724	0,592	0,869	0,892	0,863	0,906
5	0,092	0,008	0,774	0,711	0,641	0,518	0,761	0,820	0,890	0,929
9	0,120	0,010	0,787	0,662	0,737	0,573	0,875	0,918	0,849	0,916
15	0,315	0,016	0,825	0,481	1,536	0,645	1,356	1,634	0,513	0,893
30	0,097	0,009	0,910	0,652	0,725	0,430	0,713	0,989	0,868	0,947

Tabla 6: Medidas de precisión de EURUSD para k=2 (Elaboración propia)

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,001	0,001	0,930	0,966	0,096	0,091	0,112	0,095	0,999	0,999
2	0,001	0,002	0,924	0,961	0,103	0,099	0,115	0,108	0,999	0,999
3	0,001	0,002	0,937	0,951	0,089	0,109	0,119	0,090	0,999	0,998
4	0,001	0,001	0,937	0,970	0,092	0,081	0,113	0,089	0,999	0,999
5	0,001	0,002	0,929	0,965	0,098	0,093	0,119	0,092	0,999	0,999
9	0,001	0,001	0,939	0,971	0,088	0,077	0,106	0,083	0,999	0,999
15	0,002	0,002	0,950	0,930	0,074	0,141	0,134	0,158	0,999	0,996
30	0,035	0,008	1,000	0,627	0,473	0,603	0,089	1,707	0,975	0,952

Tabla 7: Medidas de precisión de GBPUSD para k=1 (Elaboración propia)

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,119	0,013	0,589	0,614	0,800	0,700	0,933	0,979	0,875	0,888
2	0,121	0,013	0,594	0,605	0,808	0,713	0,944	0,971	0,872	0,887
3	0,123	0,013	0,581	0,596	0,809	0,738	0,951	0,968	0,874	0,881
4	0,112	0,012	0,609	0,619	0,776	0,685	0,902	0,980	0,881	0,896
5	0,121	0,013	0,614	0,599	0,817	0,706	0,945	0,957	0,870	0,889
9	0,092	0,011	0,676	0,643	0,721	0,597	0,816	0,887	0,899	0,920
15	0,114	0,013	0,668	0,603	0,810	0,661	0,908	0,988	0,871	0,905
30	0,154	0,015	0,973	0,508	1,010	0,702	0,700	2,510	0,810	0,891

Tabla 8: Medidas de precisión de GBPUSD para k=2 (Elaboración propia)

Capítulo 7. SISTEMA BÁSICO DE ANÁLISIS, COMBINACIÓN Y PREDICCIÓN PARA DATOS VALORADOS POR INTERVALOS

Un modelo de combinación para los datos de intervalo, proporciona una capacidad mayor de adaptación a las variables de los datos en cuestión, construyendo una relación no lineal y que en comparación con los modelos de regresión lineal tradicionales y las redes neuronales convencionales presenta el menor error de predicción entre los datos de entrada y salida, además de superarlos también en precisión tras reflejar el rango de fluctuación o incertidumbre.

Para mejorar la precisión nombrada anteriormente, se diseña el método de combinación convexa definido expresamente para poder elegir los puntos de referencia de datos de intervalo que mejor representan la variación de los datos y la relación entre variables de entrada y salida en cada caso concreto. De esta manera, el enfoque de intervalo ganará información a lo largo del tiempo, explicando así un comportamiento real de los datos cuando tenemos una cantidad masiva de los mismos. Como se ha explicado previamente, (Souza et al., 2017) introduce el llamado “Parametrized approach (PM)” para los intervalos de las variables de entrada, permitiendo al modelo una precisión mayor en la elección de los puntos de referencia. En ese mismo periodo, (Chanaïm et al., 2016) y (Phadkantha et al., 2018) mejoran este enfoque con la combinación convexa introducida al comienzo de este apartado para mejorar la exactitud del intervalo antes de estimar el propio modelo de regresión. Para visualizar mejor el avance descrito anteriormente, se muestra la siguiente tabla donde $w \in [0, 1]$ es el parámetro del peso que se le da a la variable explicativa:

$X^{equal\ wgt.} = 0.5(X^u) + 0.5(X^l)$	$w = 0.5\ (mid-point)$
$X^{optimal\ wgt.} = w(X^u) + (1 - w)(X^l)$	$w\ unknown$

Tabla 9: Combinación de pesos con límites máximos y mínimos (Elaboración propia)

De esta forma, este enfoque se ha tratado de utilizar en el proyecto para combinar los mejores modelos obtenidos en regresión y los mejores obtenidos en iMLP para comprobar si los resultados son mejores o no.

La parte más importante de este punto es la elección de los mejores métodos. Una vez analizado por separado cuáles son los mejores resultados, se tratará de hacer combinaciones de dos en dos de ambos métodos y ver cuál de ellas es la mejor, y si incrementa la exactitud de los métodos por separado.

Tras elegir las combinaciones se puede elegir los pesos de dos formas (explicadas en la tabla anterior): $X^{equal\ wgt.}$ con pesos iguales de 0.5 o $X^{optimal\ wgt.}$ con pesos óptimos calculados a través de una función. Para este último caso, se hace uso de la función Optweight basada en la explicación sobre combinaciones para la predicción de series temporales encontrada en (Maté, 2021).

A modo de resumen, los pesos pueden optimizarse según la medida de U de Theil (explicado en el capítulo 4), es decir, se elegirán los dos pesos que optimicen la correspondiente medida, con el peso óptimo expresado como:

$$w = \frac{U_{M2}^2 - ACEU(M1, M2)}{U_{M1}^2 + U_{M2}^2 - 2 * ACEU(M1, M2)}$$

donde $ACEU(M1, M2)$ representa el error medio cruzado bajo la U de Theil utilizando los métodos M1 y M2 y viene dado por:

$$ACEU(M1, M2) = \frac{\sum_{t=2}^T (x_t - \widehat{x_{t,M1}}) + (x_t - \widehat{x_{t,M2}})}{\sum_{t=2}^T (x_t - x_{t-1})^2}$$

La función tendrá como parámetros de entrada la salida real de la serie, y las predicciones de los dos métodos a combinar y como salida tendrá los valores de U de Theil para cada método, así como los pesos óptimos. Una ventaja bastante importante del cálculo de la U de Theil del método combinado optimizado es que se puede descartar dicho enfoque cuando ese valor es mayor o igual que 1.

Las tres líneas en las que nos podemos enfocar para realizar combinaciones son:

MODELOS DE REGRESIÓN	REDES NEURONALES	KNN
LINEALES NO LINEALES	ALGORITMOS NO LINEALES CON CONEXIÓN CON LA REGRESIÓN	APRENDIZAJE AUTOMÁTICO CON CONOCIMIENTO DE PATRONES

Tabla 10: Líneas de enfoque de las combinaciones (Elaboración propia)

De esta manera, se pueden estudiar combinaciones únicamente de modelos de regresión, de redes neuronales y de KNN por separado, tratando de combinar los mejores modelos; o bien, se puede hacer combinado del mejor método de regresión con la mejor red neuronal o el mejor KNN.

Este trabajo se centra exclusivamente en los dos primeros (modelos de regresión y redes neuronales), planteando la combinación y los efectos de los mismos en algunos casos, pero lógicamente quedan muchos desarrollos futuros. Es importante destacar que el trabajo trata de abrir la investigación a la combinación, ya que es la primera vez que se hace después de anticiparse en (Maté, 2021) y (Maté & Jiménez, 2021).

Para finalizar con el capítulo, se muestra algún ejemplo para una mejor comprensión del objetivo final del proyecto:

7.1 COMBINACIÓN DE REGRESIÓN LINEAL

Para el dataset de Cardio.xlsx analizado en el punto 5.8, se tratará de estudiar si el segundo mejor método y el tercero, superan al mejor método PM y si no es posible, al MG. Tras analizar combinaciones entre los tres mejores métodos, en ambos casos se ha obtenido que los pesos optimos son iguales, por tanto ambos de 0.5.

Para las medidas estudiadas en el punto nombrado anteriormente, se puede comprobar que la combinación del segundo y tercer modelo no dan mejores resultados que MG ni que PM, pero si se puede observar que la combinación de los dos primeros modelos superan al modelo individual MG. Se muestra a continuación las medidas, con el mejor método en verde y el segundo método en azul:

Medida	CRM	PM	MG	CRM+MG	PM+MG
RMSSE Low	0,777	0,744	0,753	0,762	0,747
RMSSE High	0,406	0,399	0,404	0,402	0,400
Utheil	0,530	0,513	0,520	0,522	0,514
iARV	0,411	0,386	0,395	0,398	0,387
CR	0,720	0,727	0,732	0,728	0,735
ER	0,677	0,705	0,694	0,687	0,703

Tabla 11: Medidas de precisión para el dataset Cardio con combinaciones (Elaboración propia)

Cabe resaltar que hay veces que la combinación de otros métodos supera al mejor, pero si este destaca es difícil que eso ocurra. Como podemos ver la combinación del método CRM y MG no dan malos resultados, pero el método PM ya es bueno de por sí y por tanto, no es mejorado ni con la combinación de MG. De esta manera, es importante hacer este tipo de análisis, ya que en algunas ocasiones servirá más el mejor modelo y en otras, posibles combinaciones.

7.2 COMBINACIÓN DE iMLP

Para mostrar un ejemplo adicional, se muestran dos combinaciones del dataset de divisas con datos de EURUSD y GBPUSD desarrollado en el punto 6.1. Para el caso de EURUSD se ha considerado $k=1$ con $h=2$, $h=5$ y $h=9$; y para el caso de GBPUSD se ha considerado $k=1$ con $h=4$ y $h=9$. Los resultados obtenidos son los siguientes:

7.2.1 CASO EURUSD

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)
2	0,0007	0,0008	0,956	0,964	0,074	0,061	0,087	0,019
5	0,0006	0,0007	0,966	0,966	0,056	0,055	0,075	0,021
Combinacion OW (2 y 5)	0,0006	0,0007	0,962	0,965	0,062	0,058	0,079	0,018
Combinacion EW (2 y 5)	0,0006	0,0007	0,961	0,965	0,063	0,058	0,080	0,018
9	0,0006	0,0007	0,965	0,964	0,061	0,054	0,077	0,027
Combinacion OW (9 y 5)	0,0006	0,0007	0,965	0,965	0,056	0,055	0,075	0,021
Combinacion EW (9 y 5)	0,0006	0,0008	0,961	0,965	0,063	0,058	0,080	0,018

Tabla 12: iMLP con $k=1$ para combinaciones entre $h=2+5$ y $h=9+5$ CASO EURUSD (Elaboración propia)

Cabe destacar que en la combinación de las neuronas de $h=2+5$, el resultado de los pesos óptimos es 0,4276 y para $h=2+5$, el valor es de 0,4871. Se somborean los casos de 5 neuronas y la combinación de pesos óptimos con 5 y 9 neuronas porque se obtienen los mismos resultados para ambos casos. Este podría ser un caso donde la combinación llega prácticamente a ser el mejor modelo porque el iMLP con 5 y 9 neuronas presentan individualmente medidas parecidas.

7.2.2 CASO GBPUSD

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)
4	0,0013	0,0015	0,937	0,970	0,092	0,081	0,113	0,089
9	0,0011	0,0014	0,939	0,971	0,088	0,077	0,106	0,083
Combinacion OW (4 y 9)	0,0012	0,0014	0,938	0,971	0,089	0,079	0,109	0,086
Combinacion EW (4 y 9)	0,0012	0,0014	0,938	0,971	0,089	0,079	0,109	0,086

Tabla 13: iMLP con $k=1$ para combinaciones entre $h=4+9$ CASO GBPUSD (Elaboración propia)

En cuanto a GBPUSD, únicamente se ha estudiado la combinación para $h=4+9$ porque son los que mejores valores presentan. En esta ocasión, se mejora a un segundo puesto, pues supera al iMLP con 4 neuronas, pero los resultados de 9 neuronas son mejores. Aún así, se mejora el segundo modelo, que ya es algo a resaltar. Los pesos óptimos son 0,4683, aunque se consigue mayoritariamente los mismos resultados que en pesos iguales, porque está cerca del 0.5 y porque solo se han tomado los primeros decimales en las tablas.

Tras haber mostrado varios ejemplos, el apartado siguiente mostrará más información acerca de las combinaciones entre diferentes modelos, así como las ecuaciones que seguirán con los diferentes pesos obtenidos.

Capítulo 8. APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

Siguiendo el ejemplo desarrollado en (Maté & Jiménez, 2021), se va a analizar una serie de casos sobre el rendimiento de predicción y precisión del iMLP para los precios mínimos y máximos diarios de la serie temporal del tipo de cambio euro-dólar durante algunos períodos de 2010-2019, mostrada a continuación, junto con los casos del artículo analizados (a-d):

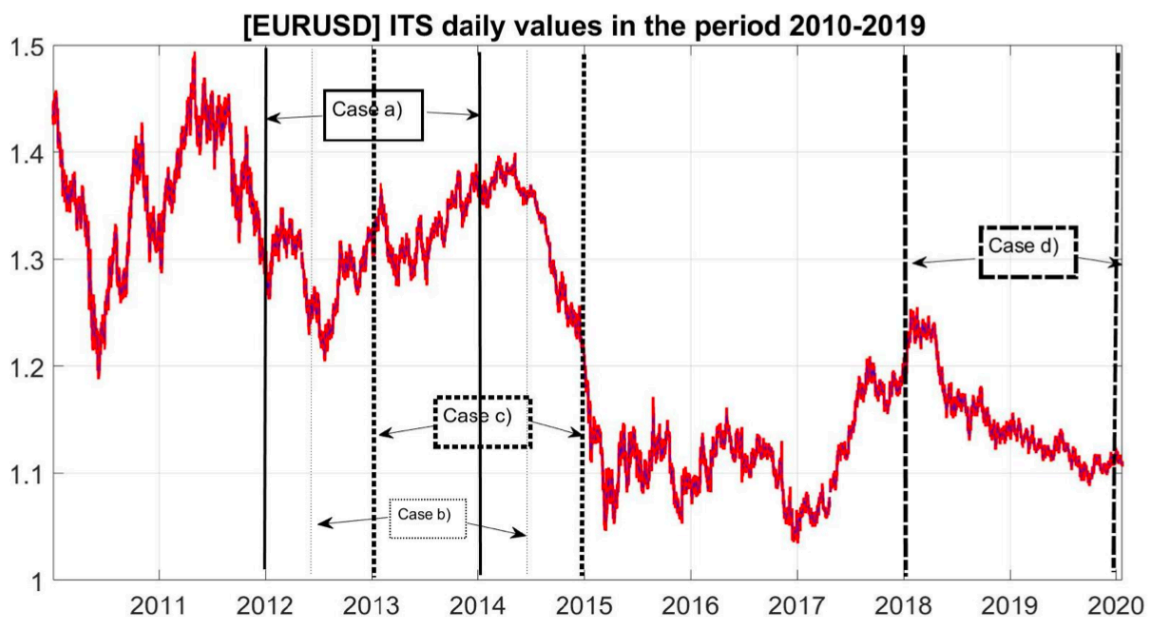


Figura 32: Serie temporal EURUSD a analizar (Fuente: (Maté & Jiménez, 2021))

Se asume que un periodo (de seis meses o más) puede ser considerado en una de las siguientes categorías: tendencia bajista abrupta (abrupt downtrend), tendencia bajista lenta (slow downtrend), movimiento lateral (sideways), tendencia alcista lenta (slow uptrend) y tendencia alcista abrupta (abrupt uptrend). Debido a que se necesita un periodo de entrenamiento y otro periodo de Test, se analizarán diferentes partes de la serie teniendo en cuenta de que para training se cogerán los 3 primeros semestres (18 meses) y para test se

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

cogerá el siguiente semestre (consecutivo al de entrenamiento). De esta manera, si cogemos una bloque de dos años y lo movemos cada semestre, se podrán estudiar 17 periodos diferentes.

Cabe destacar que los resultados son reportados solo para el conjunto de test porque el punto que se quiere estudiar es el poder de iMLP en la predicción de FOREX. Además, únicamente han sido considerados el valor del tipo de cambio en los dos días anteriores, es decir, para un día se utilizarán los valores de EURUSD(t-1) y para dos días, se utilizarán EURUSD(t-1) y EURUSD(t-2) como variables de entrada. Por otro lado, para la capa oculta de la red iMLP, se ha considerado diferentes números de neuronas: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 15 y 30. Los casos siguientes se recogen en (Maté & Jiménez, 2021):

	COMPORTAMIENTO TR	COMPORTAMIENTO TS	TR; TS periodos
a)	Movimiento lateral	Tendencia alcista lenta	2012-2013 S1; 2013 S2
b)	Tendencia alcista lenta	Movimiento lateral	2012 S2-2013; 2014 S1
c)	Movimiento lateral	Tendencia bajista abrupta	2013-2014 S1; 2014 S2
d)	Tendencia bajista lenta	Tendencia bajista lenta	2018-2019 S1; 2019 S2

Tabla 14: Casos analizados en el artículo (Elaboración propia)

De estos casos, se han extraído observaciones muy interesantes, que nos ayudan a entender los diferentes comportamientos a lo largo de la serie temporal:

- **Caso A: Movimiento lateral - Tendencia alcista lenta**

Para el primer caso, los mejores valores por orden son iMLPAR2(5) e iMLPAR1(3), donde todos los valores de RMSSE para los centros son mayores que uno, es decir, que los centros son predichos de forma más precisa con iRW y de los valores de RMSSE para los radios, algunos iMLP son mejores que el iRW: $h=1, 2, 3$ y 5 para $k=1$ y $h=1, 2, 3$ y 4 para $k=2$.

- **Caso B: Tendencia alcista lenta - Movimiento lateral**

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

Para el caso B, los mejores valores por orden son iMLPAR2(2) e iMLPAR1(4), destacando el primero por mejorar RMSSE para centros y radios al iRW. Los otros modelos, mejoran el iRW para los radios, pero no para los centros.

En este caso, no hay duda de que la red iMLPAR2(2) se confirma claramente como la mejor red a considerar

- **Caso C: Movimiento lateral - Tendencia bajista abrupta**

Para este caso, los mejores valores por orden son iMLPAR1(3) e iMLPAR2(9), destacando el primero por mejorar RMSSE para centros y radios al iRW. Los otros modelos, mejoran el iRW para los radios, pero no para los centros. En este caso el modelo RW para los centros supera a todas las redes, pero cuatro redes, tres del tipo iMLPAR2(h), son mejores que el modelo iRW para predecir los radios.

Las dos mejores redes no son tan evidentes como en el caso anterior, por lo que se debe analizar para ambos valores de k las medidas de precisión para cada neurona, descartando los valores de 15 y 30, ya que tiene una mala aproximación en todas las medidas.

- **Caso D: Tendencia bajista lenta - Tendencia bajista lenta**

Por último, el caso D muestra los mejores resultados por orden: iMLPAR1(4) y iMLPAR2(1), las cuales también se confirman mirando las medidas de MAPE y RMSSE.

Cabe destacar que todas las redes son superadas por la iRW tanto en radios como en centros.

Por tanto, antes de empezar con los siguientes casos, se destaca que los cuatro casos analizados excepto el C cumplen la regla de Katz, donde las redes iMLPAR1(h), el número óptimo de neuronas ocultas h debe ser $0,5 \leq h \leq 3$ y las redes iMLPAR2(h), el número óptimo de neuronas ocultas debe ser $1 \leq h \leq 6$. El caso C únicamente evalúa radios y llega a nueve neuronas, siendo la red elegida iMLPAR2(9). Además, los valores altos de h se suelen descartar, ya que a medida que h aumenta respecto al valor correspondiente de la mejor red,

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO
el conjunto de medidas de precisión estándar como MAPE o RMSSE suelen corresponder en la misma tesitura, igual que iARV y MDE.

Sin embargo, hay más casos de estudios en la serie temporal relevantes de los que se pueden sacar conclusiones, por tanto, se va a analizarlos siguientes cuatro casos con los modelos MG_AR (o MG_ARD en el caso g y h) e iMLP_AR:

	COMPORTAMIENTO TR	COMPORTAMIENTO TS	TR; TS periodos
e)	Tendencia alcista lenta	Tendencia alcista abrupta	2005-2006 S1; 2006 S2
f)	Tendencia alcista abrupta	Alta volatilidad lateral	2007-2008 S1; 2008 S2
g)	Movimiento lateral	Tendencia alcista lenta	2015 S2-2016; 2017 S1
h)	Movimiento lateral	Tendencia alcista lenta	2018 S2-2019; 2020 S1

Tabla 15: Casos que se van a analizar en el proyecto (Elaboración propia)

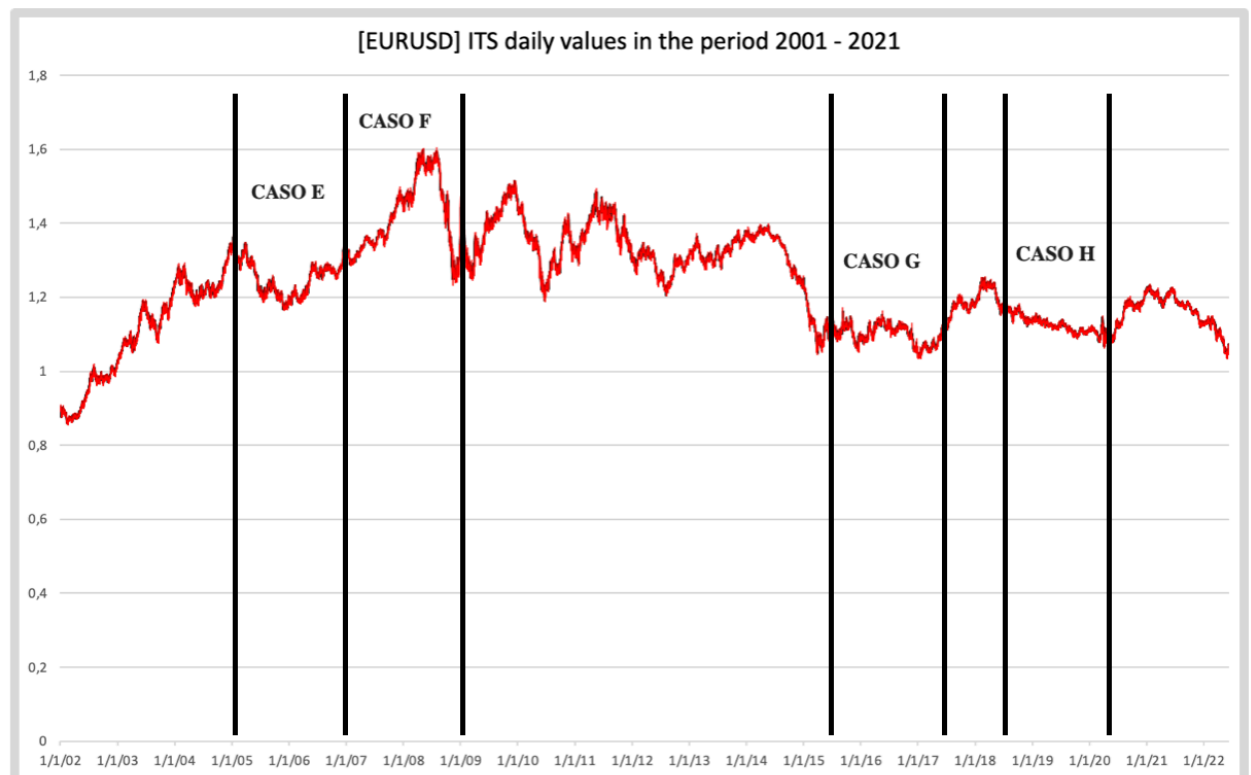


Figura 33: ITS que se va a analizar con los diferentes casos (Elaboración propia)

8.1 CASO E PARA EURUSD

8.1.1 MG AUTORREGRESIVO

A continuación, se muestran las medidas para cada k para el modelo MG AR. Se puede observar que el parámetro k presenta los valores cuando este mismo adquiere un valor de 8 (en color azul). Además, se muestran los gráficos de MSE, UTheil, iARV y R^2 para cada valor de k entre 1 y 10, así como la predicción de test del modelo para el periodo de test del caso E (Segundo semestre de 2006).

k	iARV	Utheil	CR	ER	MAPE(L)	MAPE(H)	RMSSE(C)	RMSSE(R)	R2
1	0,048	0,990	0,734	0,550	0,303	0,271	1,041	0,841	0,986
2	0,043	0,942	0,747	0,564	0,283	0,269	0,977	0,817	0,988
3	0,042	0,942	0,737	0,568	0,282	0,268	0,979	0,798	0,988
4	0,042	0,945	0,732	0,565	0,279	0,273	0,983	0,794	0,988
5	0,043	0,946	0,725	0,562	0,282	0,276	0,998	0,781	0,988
6	0,043	0,950	0,723	0,559	0,287	0,275	1,005	0,788	0,988
7	0,042	0,948	0,716	0,564	0,284	0,271	0,996	0,758	0,988
8	0,041	0,940	0,714	0,567	0,279	0,273	0,988	0,749	0,988
9	0,041	0,941	0,717	0,566	0,278	0,275	0,989	0,755	0,988
10	0,042	0,954	0,709	0,562	0,282	0,277	1,003	0,753	0,988

Tabla 16: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con $k=1:10$ del CASO E (Elaboración propia)

En las siguientes figuras, se puede ver que hay diferentes valores de k que dependiendo de la medida que analicemos, puede resultar más de un valor óptimo. Por ejemplo, en iARV $k=9$ presenta buenos resultados, en UTheil $k=2,3$ y 9 están muy próximos al valor que se obtiene para $k=8$, en R^2 no destaca ningún valor en concreto y en MSE para test el valor de k presenta los mejores resultados.

Cabe destacar que se han agrupado para evitar ocupar muchas páginas por cada caso, además de que así se puede ver la relación de forma más directa:

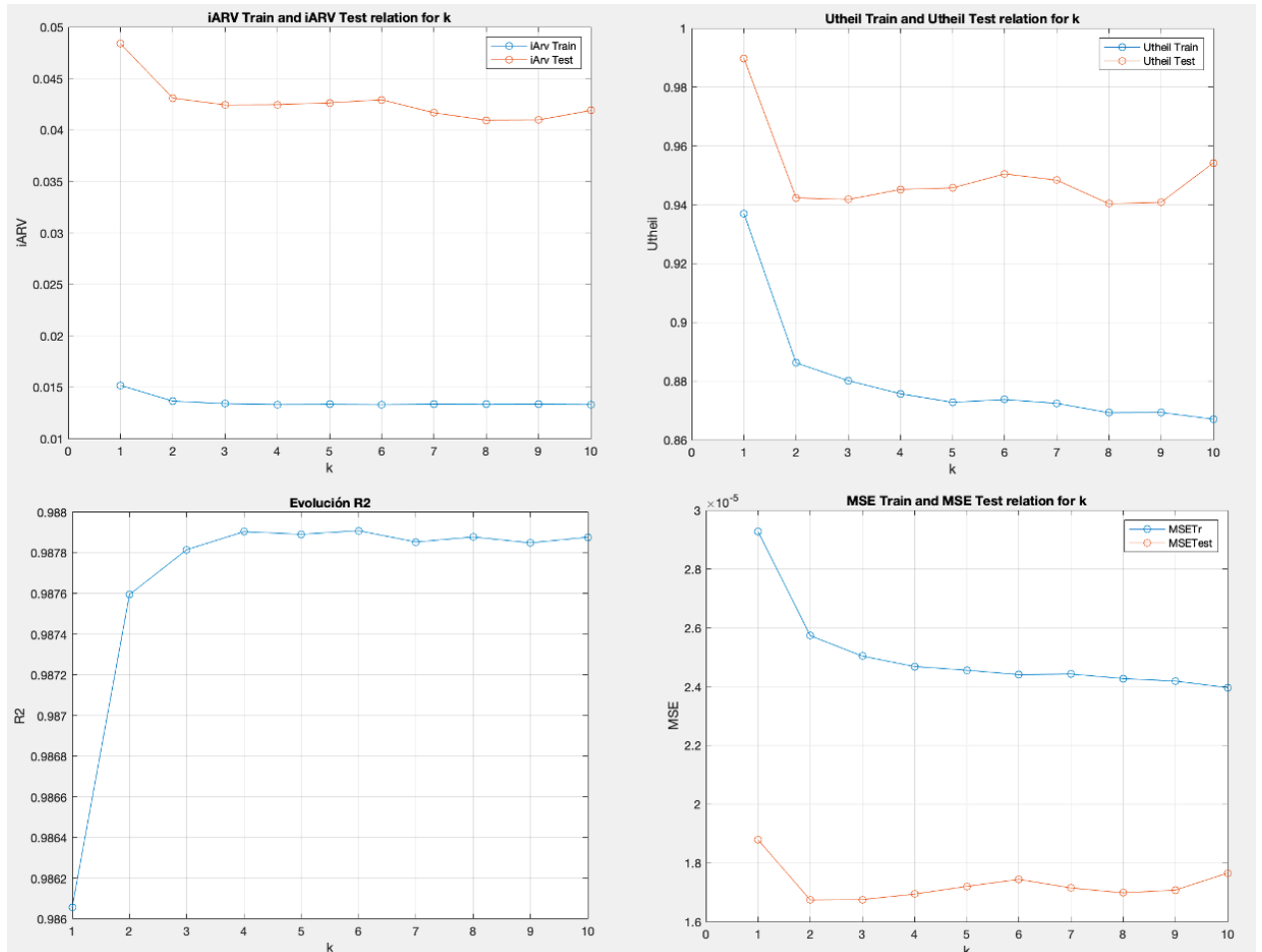


Figura 34: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con $k=1:10$ del CASO E (Elaboración propia)

Se genera entonces con el modelo MG las predicciones para los periodos de test, donde se muestra la evolución de la serie real en azul, y las predicciones máximas, centrales y mínimas para el segundo semestre de 2013. Además, se muestra el periodo a predecir en rojo, con valor de horizonte a un paso.

Cabe destacar que la predicción se ha realizado para el valor de k que tenga menor valor de MSE, y previamente la función itera para los diferentes valores del parámetro k , divide los datos en conjunto de entrenamiento y test, y calcula los valores y los gráficos que se han presentado anteriormente. Las predicciones para dicho modelo son:

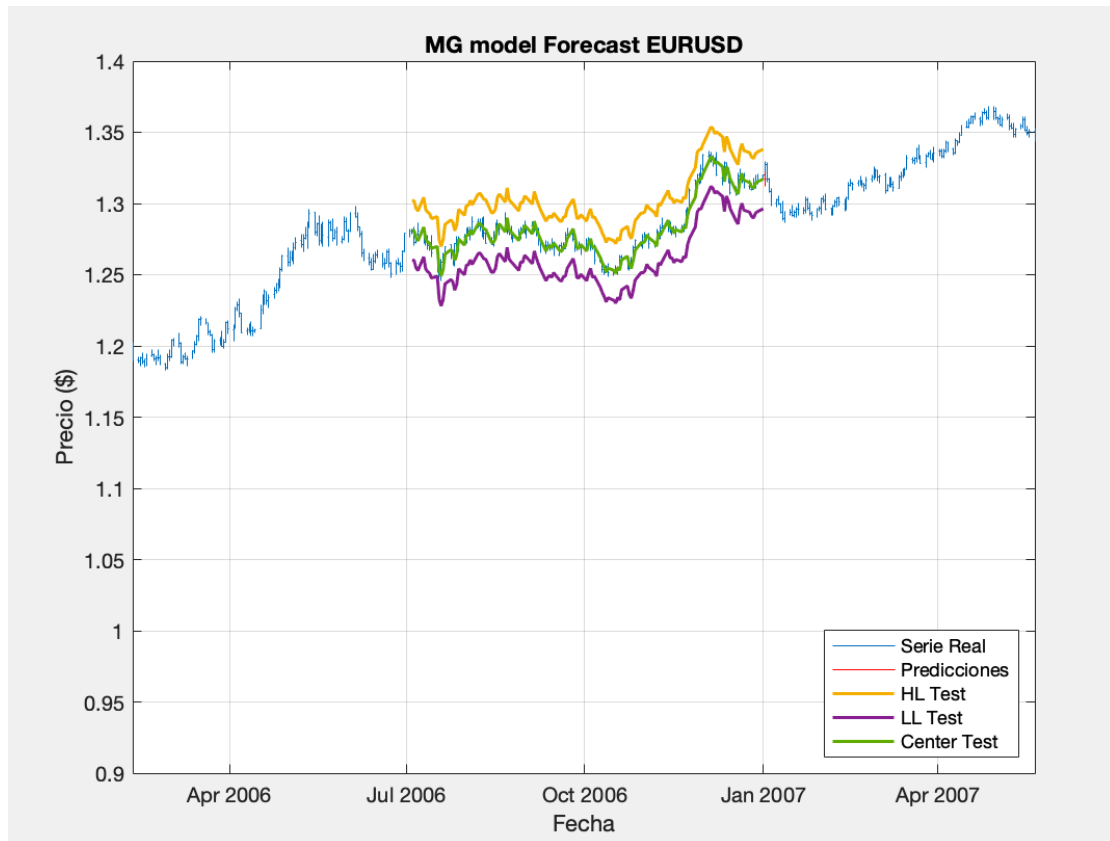


Figura 35: Predicción del modelo MG_AR para EURUSD CASO E (Elaboración propia)

Se puede observar que a un paso la predicción sigue su curso, pero probando con horizontes más largos pierde eficacia. Por otro lado, las predicciones de test siguen el comportamiento de la serie, y es interesante mostrar también las de máximos y mínimos para ver el rango en el que se encuentra el valor del EURUSD en el periodo estudiado. Para octubre de 2006, por ejemplo, la distancia entre el máximo y mínimo es $(1.295 - 1.25 = 0.045)$.

8.1.2 IMLP AUTORREGRESIVO

Se muestra ahora los valores para $k=1$, siendo el modelo azul el mejor con cinco neuronas y el verde el segundo mejor con nueve.

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,003	0,001	0,890	0,919	0,050	0,066	0,262	0,073	0,998	0,997
2	0,002	0,001	0,891	0,917	0,050	0,066	0,249	0,063	0,998	0,997
3	0,003	0,001	0,891	0,920	0,049	0,065	0,254	0,068	0,998	0,997
4	0,002	0,001	0,887	0,910	0,053	0,068	0,243	0,054	0,998	0,997
5	0,002	0,001	0,888	0,911	0,052	0,068	0,242	0,053	0,998	0,997
9	0,002	0,001	0,883	0,894	0,062	0,070	0,242	0,026	0,998	0,997
15	0,008	0,002	0,972	0,745	0,158	0,076	0,286	0,598	0,987	0,997
30	0,008	0,002	0,979	0,738	0,152	0,087	0,262	0,641	0,988	0,996

Tabla 17: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO E (Elaboración propia)

Las tablas muestran las medidas, pero se ha querido representar gráficamente algunas de ellas en un subplot para poder ver de forma más sencilla los resultados:

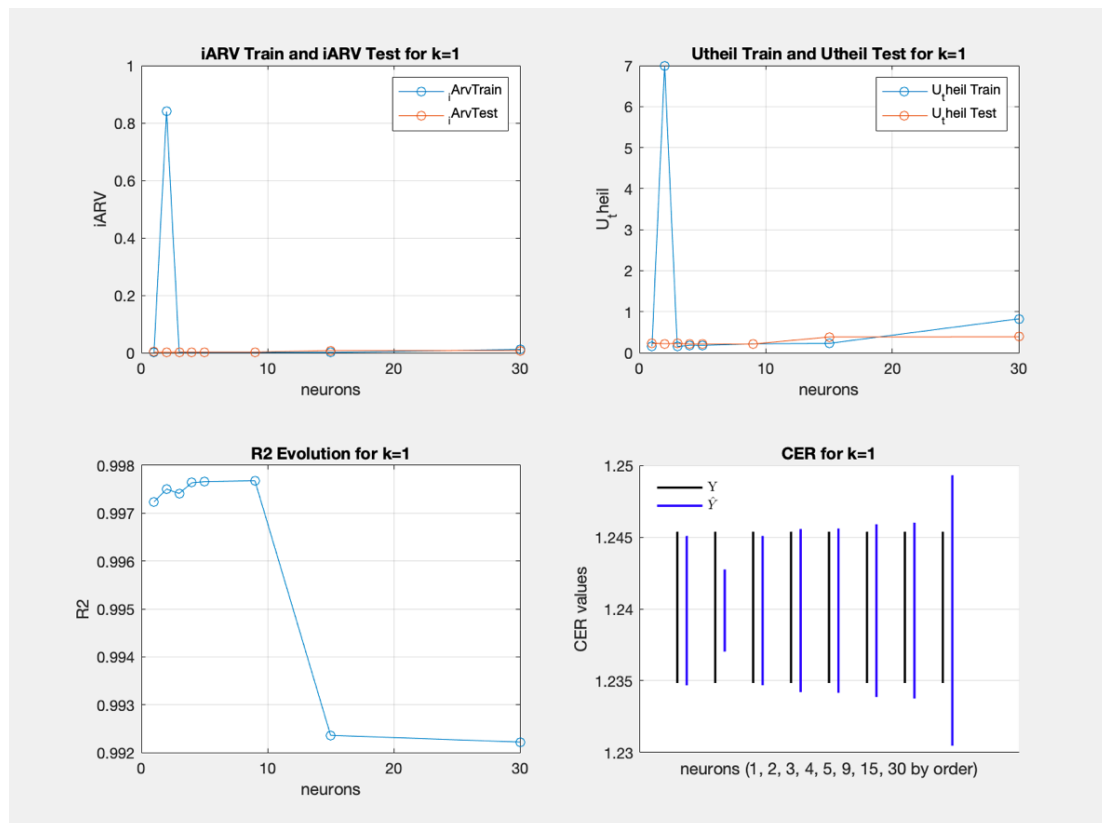


Figura 36: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO E (Elaboración propia)

Tras ver estos resultados, se puede sacar información útil acerca del número óptimo de neuronas. Por ejemplo, 2 neuronas presentan valores altos en iARV y Utheil, así como una pésima predicción en el gráfico de los valores de CER. Por otro lado, a medida que se aumenta el número de neuronas los errores suben y el valor de R^2 decrece de forma abrupta.

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

Por tanto, teniendo en cuenta las observaciones anteriores, se tratará de escoger entre las neuronas 1, 3, 4, 5 y 9, el que mejor valor de CER presente, siendo este 5 neuronas, seguido de 9 neuronas. Para más detalle, se muestra por último la estructura de pesos para la red ganadora (caso de iMLP con $k=1$ y $h=5$), siguiendo las fórmulas expuestas en el Capítulo 6:

From IL to HL		From HL to OL
+0.33303622	+0.592945	+0.47729084
-0.61886808	+0.88959761	+0.10291041
-0.33899569	-0.11743827	+1.1041358
+0.72843107	+0.34193971	-0.66127698
-0.25577848	+0.31629757	-0.21487532
.....		+0.47148223

Tabla 18: Pesos de la mejor red iMLP para $k=1$, con $h=5$ para CASO E (Elaboración propia)

De esta manera, las ecuaciones de la red son dados por las siguientes ecuaciones:

$$[EURUSD(t)] = 0.47729084 + 0.10291041 * \tanh[S_1] + 1.1041358 * \tanh[S_2] - 0.66127698 * \tanh[S_3] - 0.21487532 * \tanh[S_4] + 0.47148223 * \tanh[S_5]$$

Siendo $[S_i]$ con $i=1,2..5$ las siguientes ecuaciones:

$$[S_1] = 0.33303622 + 0.592945 * [EURUSD(t-1)]$$

$$[S_2] = -0.61886808 + 0.88959761 * [EURUSD(t-1)]$$

$$[S_3] = -0.33899569 - 0.11743827 * [EURUSD(t-1)]$$

$$[S_4] = 0.72843107 + 0.34193971 * [EURUSD(t-1)]$$

$$[S_5] = -0.25577848 + 0.31629757 * [EURUSD(t-1)]$$

Con el mismo razonamiento se realizará el análisis para $k=2$, con el mejor resultado en amarillo:

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,046	0,004	0,642	0,651	0,272	0,256	0,910	0,909	0,952	0,956
2	0,064	0,005	0,623	0,564	0,322	0,306	1,096	0,979	0,934	0,939
3	0,037	0,004	0,677	0,666	0,238	0,235	0,841	0,724	0,962	0,964
4	0,053	0,005	0,705	0,588	0,306	0,276	0,983	0,960	0,943	0,951
5	0,054	0,005	0,765	0,567	0,306	0,279	0,977	1,000	0,942	0,950
9	0,036	0,004	0,842	0,618	0,274	0,210	0,761	0,951	0,955	0,972
15	0,041	0,004	0,791	0,619	0,272	0,235	0,827	0,941	0,954	0,964
30	0,047	0,004	0,838	0,571	0,265	0,289	0,860	1,110	0,956	0,949

Tabla 19: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=2$ CASO E (Elaboración propia)

Se muestran las gráficas y conclusiones extraídas a continuación:

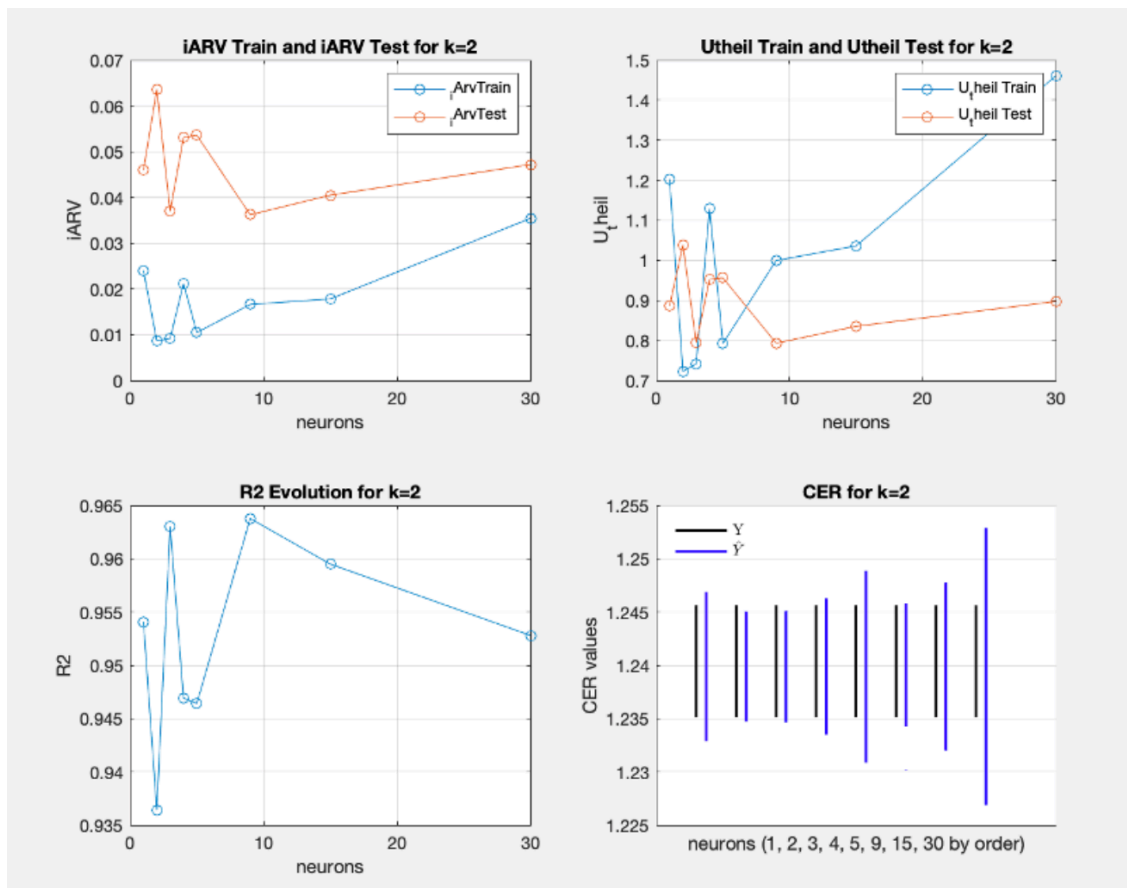


Figura 37: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=2$ CASO E (Elaboración propia)

Se comprueba entonces que para 9 neuronas, el R^2 y los valores de CR y ER funcionan muy bien, y que en los errores hay un comportamiento muy dispar, pero que presenta para valores de test los mejores resultados. De nuevo, los valores de 15 y 30

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

neuronas se descartarán porque suben mucho el error. Esto puede ser debido a que al ser más neuronas en la capa oculta, aumenta la complejidad de la red y sobreentrena los datos, causando que los errores se disparen y que se entrene demasiado el modelo.

Los pesos para el mejor modelo con $k=2$ y nueve neuronas, estarán compuestos por tres filas de la capa de input a la capa oculta y una sola fila con 10 valores de la capa oculta a la de salida, siendo una de ellas el bias:

From IL to HL			From HL to OL
-1.0087723	+0.4550242	+0.65711368	+0.24552149
-0.009968316	+0.29752533	-0.77248189	+0.74092313
+0.8279575	-0.78192364	-0.81740873	-0.15846297
+0.43169732	+0.46087872	-0.62435858	-0.44053904
+0.81315103	-0.31556832	+0.78316387	-1,02E-01
-1.0114189	+0.27324673	-0.18954511	-0.33661474
-0.71205678	+0.81508444	+1.1157774	-0.052298481
-0.36607812	-0.27855392	+0.036872803	+0.0021028425
+0.20390116	-0.89427328	-0.83475156	+0.51309856
.....			-0.88010146

Tabla 20: Pesos de la mejor red iMLP para $k=2$, con $h=9$ para CASO E (Elaboración propia)

Para finalizar el punto de iMLP para el caso E, se ha querido realizar para $k=1$ y $k=2$ varios gráficos que muestren su relación. Se puede observar que $k=1$ tiene mejores resultados tanto para iARV como para UTheil:

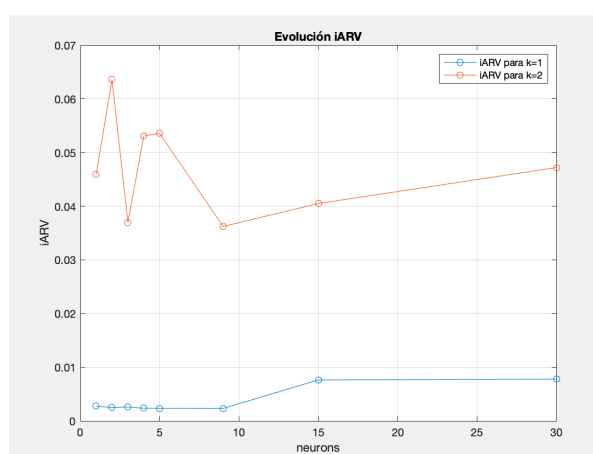


Figura 38: Evolución de iARV para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)

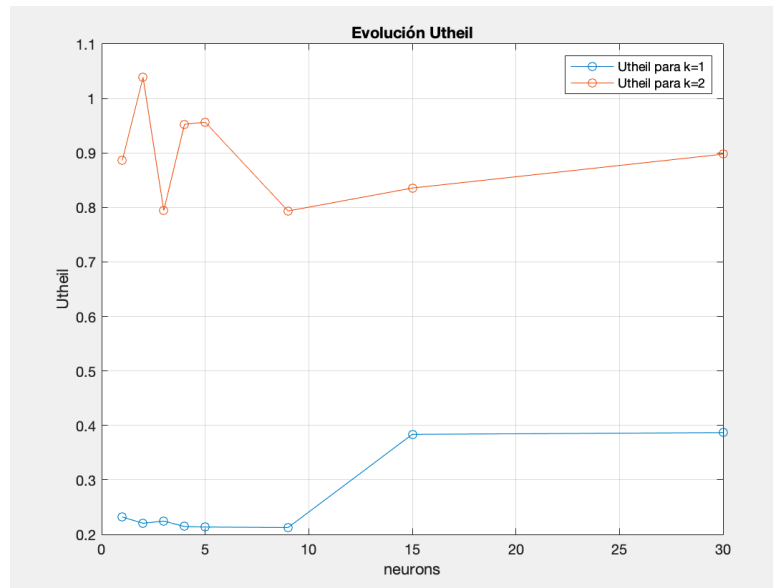


Figura 39: Evolución de U_{Theil} para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)

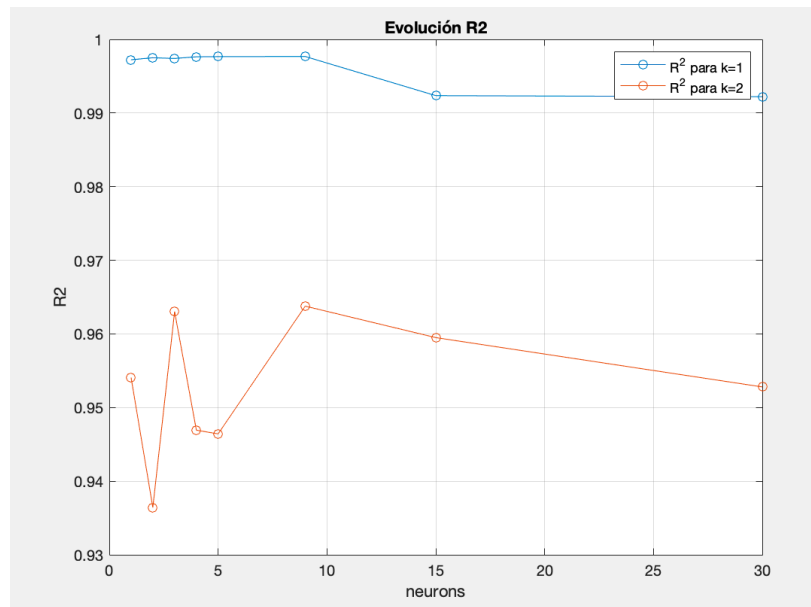


Figura 40: Evolución de R^2 para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)

A partir de 10 neuronas en la capa oculta, vemos que los resultados empeoran. Por otro lado, también podemos ver que iARV y U_{Theil} siguen un comportamiento similar para cada neurona y que en ambos casos, como en la posterior imagen que muestra la evolución de R^2 , $k=1$ supera a $k=2$ para todas las neuronas. Se muestra por otro lado la evolución de RMSSE para todas las características del intervalo tanto para train y test. Para $k=2$ los valores

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

de train se disparan, seguramente por el overfitting y centrándonos en el conjunto de test del RMSSE para centros y radios, el iMLP en $k=1$ supera al iRW en todos los casos y en $k=2$, el iMLP supera al iRW para todos los centros menos para 2 neuronas y en todos los radios menos para 30 neuronas. En las siguiente cuatro gráficas se muestra el RMSSE para conjunto de train y para conjunto de test, donde se especifica el valor de uno, que muestra el valor de RW.

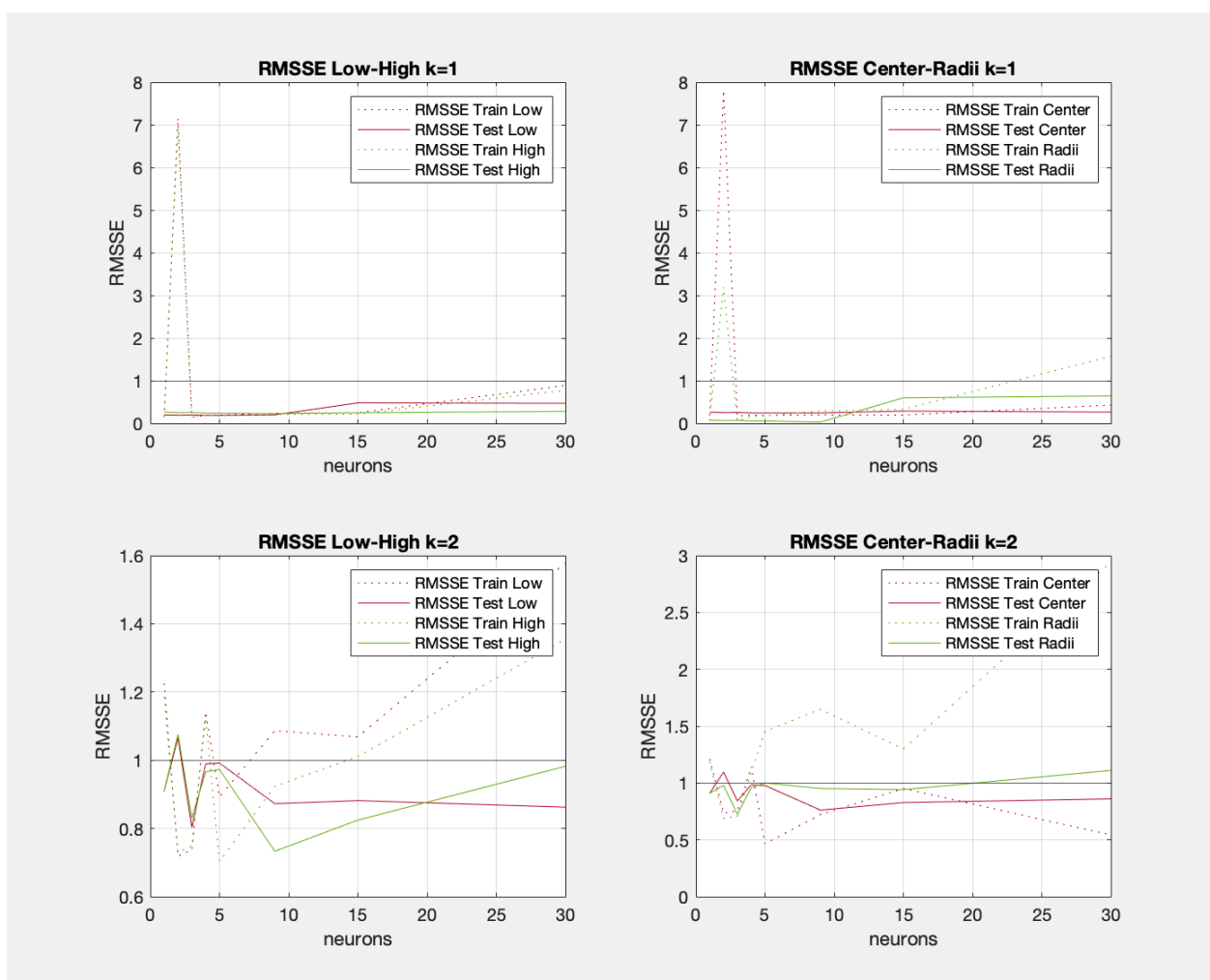


Figura 41: Valores RMSSE para las 4 características del intervalo para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)

De la misma forma, se muestra a continuación un subplot similar al anterior pero con los valores de la medida MAPE. Tratando de observar los dos gráficos de la izquierda, se puede ver que ningún valor de test es superado por el iRW y que para $k=2$ las neuronas

de mayor valor se disparan, en concordancia con las observaciones obtenidas en la figura anterior.

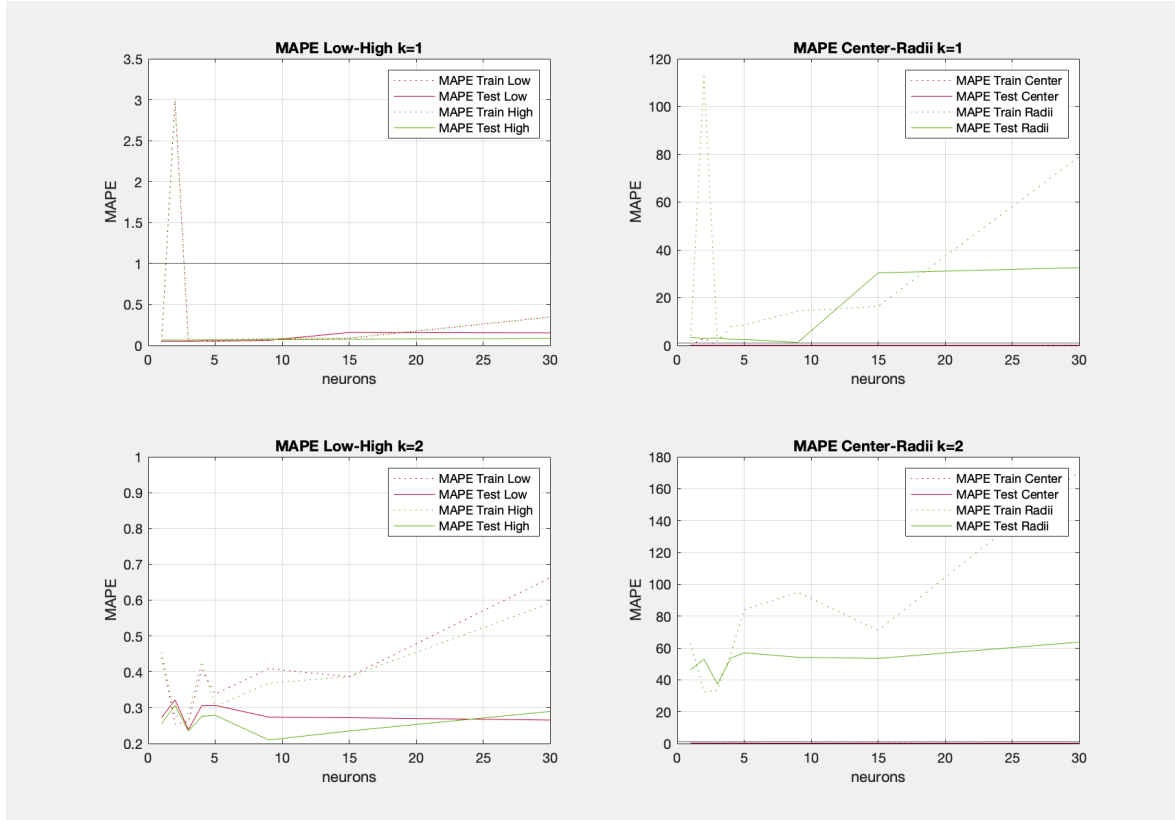


Figura 42: Valores MAPE para las 4 características del intervalo para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO E (Elaboración propia)

8.1.3 COMBINACIONES DE LOS MEJORES RESULTADOS

Para este apartado, se ha coloreado los resultados de las tablas anteriores con los mejores resultados. Se ha realizado un total de tres combinaciones con los mejores dos métodos de $k=1$ y el mejor método de $k=2$, calculando para cada una las métricas de precisión con pesos iguales y óptimos. Las tres combinaciones son:

- Primera combinación (iMLP_AR_k=1(5) y iMLP_AR_k=1(9))
- Segunda combinación (iMLP_AR_k=1(5) y iMLP_AR_k=2(9))
- Tercera combinación (iMLP_AR_k=1(9) y iMLP_AR_k=2(9))

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

Se muestra a continuación las tres combinaciones calculadas con pesos óptimos, dejando reflejados los pesos óptimos para cada combinación, así como las ecuaciones de las mismas:

No. Combinación	iU1	iU2	ACE	Uoptw
1	0,21354	0,21259	9,7E-07	0,49778
2	0,21354	0,54455	1,4E-06	0,86673
3	0,21259	0,54455	1,5E-06	0,86775

Tabla 21: Pesos óptimos de las tres combinaciones (Elaboración propia)

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 1}^{OW} = 0.49778 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(5)}} + (1 - 0.49778)(\widehat{Y_{iMLP_AR_1(9)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 2}^{OW} = 0.86673 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(5)}} + (1 - 0.86673)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(9)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 3}^{OW} = 0.86775 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(9)}} + (1 - 0.86775)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(9)}})$$

Tras obtener los pesos que se van a utilizar, se han calculado las medidas de precisión mostradas en la siguiente tabla para cada combinación, resultando ser la mejor la primera de ellas, es decir, para iMLP con k=1 y h=5, 9.

No. Combinación	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R^2 (L)	R^2 (H)
1	0,00231	0,00099	0,88558	0,90227	0,05701	0,06873	0,24136	0,03958	0,99801	0,99738
2	0,00281	0,00109	0,90561	0,87575	0,07396	0,06050	0,26406	0,07161	0,99679	0,99758
3	0,00283	0,00109	0,90155	0,86328	0,08326	0,06103	0,26437	0,08218	0,99645	0,99784

Tabla 22: Resultados de las tres combinaciones con optimal weights CASO E (Elaboración propia)

A continuación, se muestran las medidas para pesos iguales, es decir, 0.5 para cada modelo (por ello no hay necesidad de generar la tabla de los pesos óptimos).

No. Combinación	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R^2 (L)	R^2 (H)
1	0,00231	0,00099	0,88559	0,90231	0,05698	0,06872	0,24136	0,03964	0,99801	0,99738
2	0,00617	0,00162	0,93074	0,78547	0,13675	0,06205	0,34413	0,34937	0,99013	0,99734
3	0,00627	0,00163	0,93056	0,78122	0,14226	0,06023	0,34460	0,35894	0,98970	0,99756

Tabla 23: Resultados de las tres combinaciones con equal weights CASO E (Elaboración propia)

Siendo las ecuaciones las mostradas a continuación:

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 1}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(5)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_1(9)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 2}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(5)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(9)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 3}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(9)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(9)}})$$

Tal y como se puede comprobar, los pesos óptimos del mejor modelo son prácticamente 0.5 (0.49788 y 0.50212) y también los valores de las medidas de las dos líneas azules sobreadas son muy similares. De todas formas, con los pesos óptimos se consigue mejorar en valor el RMSSE para los radios, siendo este mejor que el iRW por bastante diferencia. Por otro lado, con pesos iguales se consigue un mejor MAPE y un valor mayor de ER. Por tanto, dependiendo del valor que más nos interese reducir se escogería pesos óptimos o pesos iguales, pero sabiendo que la mejor combinación es la primera.

Por otro lado, si observamos las combinaciones segunda y tercera, podemos observar que los resultados son mejores con los pesos óptimos, ya que estos se alejan de 0.5. Por tanto, para estas dos combinaciones es necesario calcular los OW, que nos dan resultados más precisos.

Cabe destacar que se podría haber realizado una combinación con el caso de MG Autorregresivo para $k=8$, pero este presenta resultados más pobres con respecto a iMLP, véase en la tabla del punto 8.1.1 cómo todas las medidas son peores que para cada los tres mejores casos subrayados de iMLP.

8.2 CASO F PARA EURUSD

8.2.1 MG AUTORREGRESIVO

Como para el caso E, se muestra de nuevo todos los resultados obtenidos para el modelo MG Autorregresivo. Si observamos los valores de la siguiente tabla, podemos comprobar que no hay uno que resalte respecto a los otros por sus valores. Para poder escoger el valor óptimo del parámetro k , se incluyen gráficos que ayudan a entender las medidas de precisión del modelo:

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

k	iARV	UTheil	CR	ER	MAPE(L)	MAPE(H)	RMSSE(C)	RMSSE(R)	R2
1	0,0176	1,0361	0,411	0,586	0,759	0,768	1,003	1,162	0,9963
2	0,0162	0,9817	0,458	0,629	0,675	0,739	0,944	1,131	0,9968
3	0,0167	0,9932	0,455	0,619	0,689	0,754	0,957	1,138	0,9968
4	0,0172	0,9991	0,459	0,619	0,697	0,754	0,957	1,161	0,9968
5	0,0175	0,9989	0,463	0,613	0,701	0,763	0,961	1,143	0,9969
6	0,0173	0,9848	0,462	0,617	0,707	0,736	0,947	1,130	0,9970
7	0,0176	0,9835	0,458	0,614	0,714	0,744	0,946	1,130	0,9969
8	0,0180	0,9872	0,456	0,611	0,705	0,760	0,950	1,131	0,9970
9	0,0186	0,9909	0,455	0,604	0,703	0,773	0,957	1,119	0,9970
10	0,0188	0,9821	0,455	0,600	0,722	0,760	0,949	1,108	0,9970

Tabla 24: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con $k=1:10$ CASO F (Elaboración propia)

En las siguientes figuras, se puede ver que hay diferentes valores de k que dependiendo de la medida que analicemos, sea el óptimo. Por ejemplo, se puede comprobar que el menor iARV y UTheil para test se consigue con $k=2$, así como para los valores de MSE de test. Sin embargo, los mejores valores para R^2 se dan para k mayor o igual a 6 y los valores de CR y ER presentan mejores valores para $k=3$ y 4.

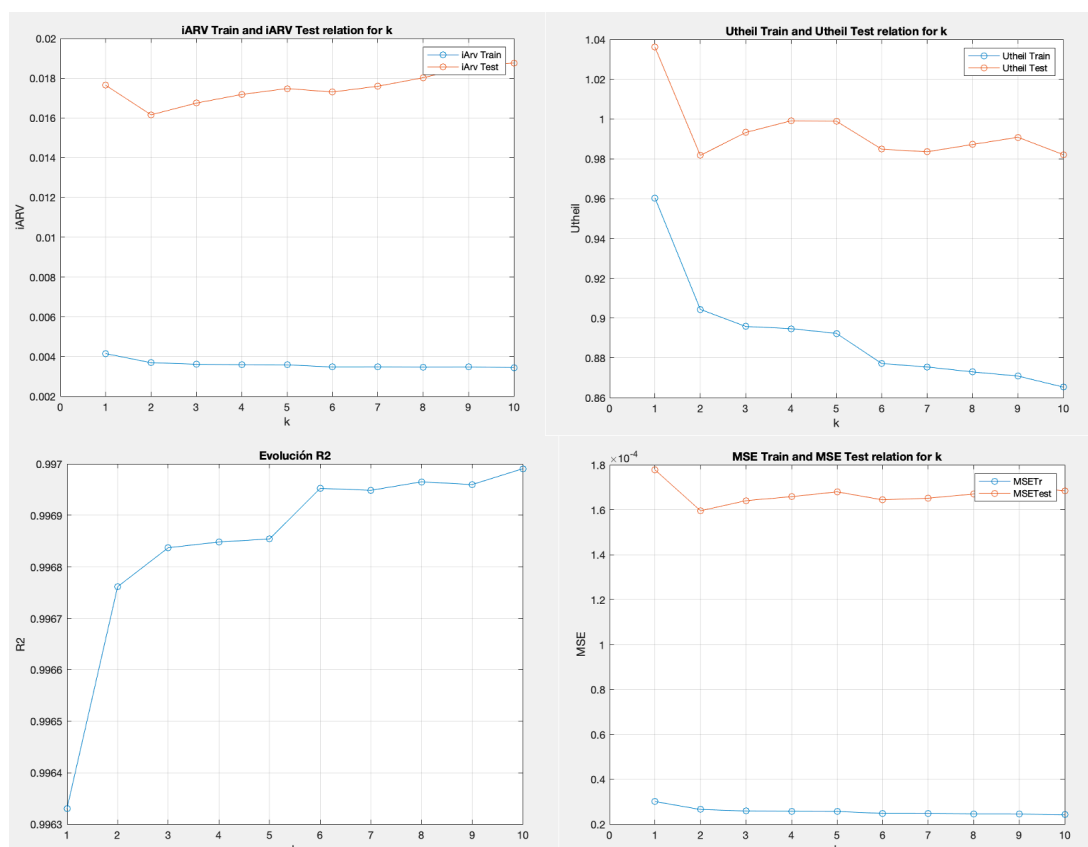


Figura 43: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para MG_AR con $k=1:10$ CASO F (Elaboración propia)

Por tanto, podrían considerarse varios valores de k en función de la medida que decidamos escoger. No obstante, $k=2$ presenta en general buenos valores y se considera que para este caso, sería el valor óptimo.

De la misma forma que para el caso E, la predicción se ha realizado para el valor de k que tenga menor valor de MSE. Las predicciones para dicho modelo son:

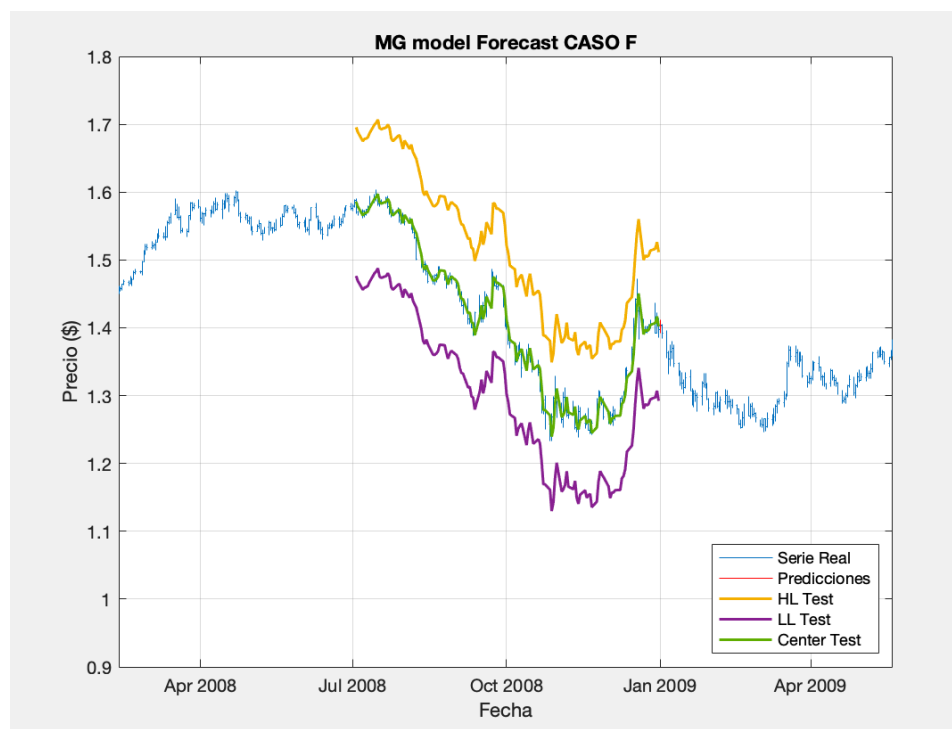


Figura 44: Predicción del modelo MG_AR para EURUSD $k=2$ CASO F (Elaboración propia)

8.2.2 IMLP AUTORREGRESIVO

Se muestra ahora los valores para $k=1$, siendo el modelo azul el mejor con cuatro neuronas y el verde el segundo mejor con una.

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,000	0,002	0,887	0,881	0,170	0,143	0,189	0,098	0,999	1,000
2	0,001	0,004	0,817	0,807	0,279	0,230	0,310	0,163	0,998	0,999
3	0,001	0,004	0,828	0,817	0,267	0,218	0,296	0,158	0,999	0,999
4	0,001	0,003	0,860	0,851	0,213	0,177	0,236	0,124	0,999	0,999
5	0,003	0,006	0,776	0,717	0,400	0,321	0,441	0,334	0,996	0,998
9	0,001	0,004	0,921	0,803	0,237	0,193	0,234	0,390	0,999	0,999
15	0,001	0,003	0,982	0,829	0,179	0,181	0,120	0,466	0,999	0,999
30	0,029	0,019	1,000	0,414	1,178	1,186	0,097	3,180	0,974	0,969

Tabla 25: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO F (Elaboración propia)

Tras observar la tabla, se muestran varias gráficas que muestran mejor el comportamiento de las métricas con la evolución o incremento del número de neuronas. En este caso, también se confirma que tanto para iARV, Utheil y R^2 se disparan y que tanto las neuronas 4 como 1 y 3 presentan los valores de la salida y la predicción de la misma más aproximados en la figura que muestra los valores de CER. Se puede comprobar que para 4 neuronas, los gráficos afirman que es el mejor modelo.

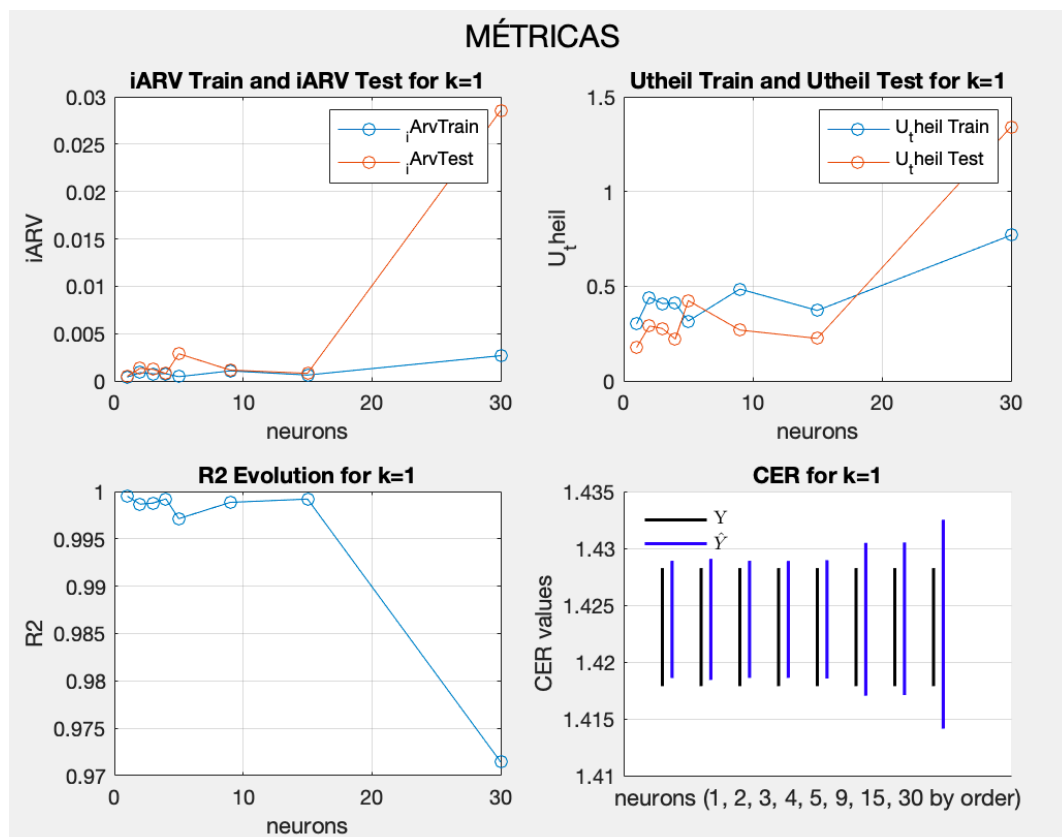


Figura 45: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO F (Elaboración propia)

Se muestran a continuación los pesos para el mejor caso de iMLP con $k=1$ y $h=1$:

From IL to HL		From HL to OL
+0.98627092	+0.51662736	-1.3708817
.....		+1.6136256

Tabla 26: Pesos de la mejor red iMLP para $k=1$, con $h=1$ para CASO F (Elaboración propia)

De esta manera, las ecuaciones de la red son dados por las siguientes ecuaciones:

$$[EURUSD(t)] = -1.3708817 + 1.6136256 * \tanh[S_1]$$

$$\text{Siendo } [S_1] = 0.98627092 + 0.51662736 * [EURUSD(t-1)]$$

De la misma forma, se muestra ahora para $k=2$, con el mejor resultado en amarillo:

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,018	0,015	0,571	0,547	0,798	0,827	1,089	1,060	0,984	0,979
2	0,019	0,015	0,690	0,540	0,803	0,818	1,081	1,150	0,983	0,979
3	0,007	0,010	0,682	0,655	0,559	0,512	0,708	0,579	0,993	0,993
4	0,013	0,013	0,696	0,604	0,672	0,687	0,910	0,926	0,988	0,985
5	0,010	0,011	0,861	0,606	0,610	0,579	0,749	1,057	0,990	0,989
9	0,023	0,017	0,805	0,486	0,984	0,800	1,073	1,712	0,976	0,979
15	0,016	0,014	0,803	0,533	0,818	0,671	0,920	1,313	0,983	0,985
30	0,033	0,020	0,961	0,454	1,110	1,019	0,907	2,834	0,970	0,965

Tabla 27: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=2$ CASO F (Elaboración propia)

En esta ocasión, se puede observar que con 3 neuronas se observan los mejores valores tanto para iARV como para UTheil en test, así como el valor de R^2 . No obstante, si se analiza el gráfico de los valores de CER, se puede ver que no predice también con $k=2$, ya que para todas las neuronas el valor de la salida con la predicción de la misma no se asemejan lo suficiente.

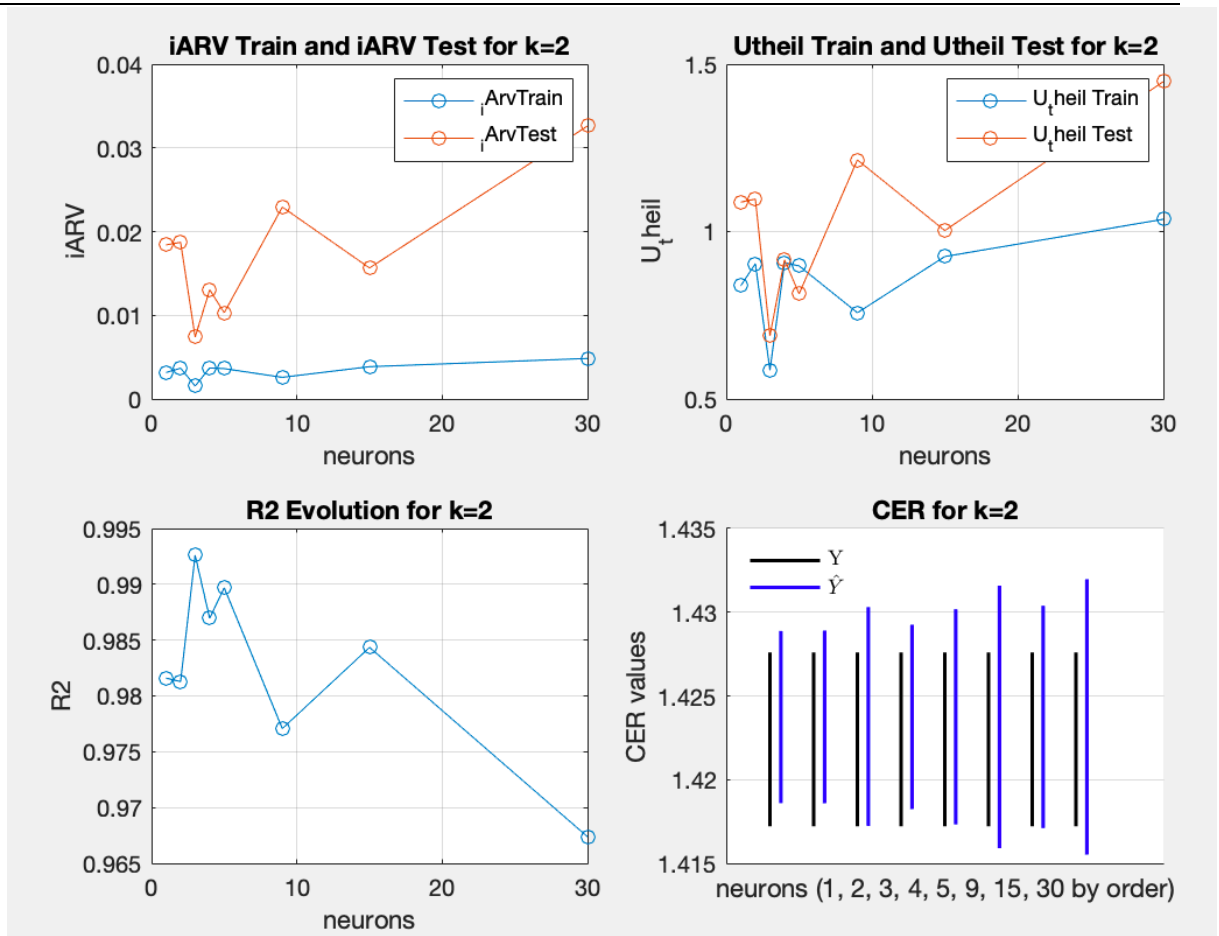


Figura 46: Gráficos de medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO F

(Elaboración propia)

Se muestran a continuación los pesos para el mejor caso de iMLP con k=2 y h=3:

From IL to HL			From HL to OL
-0.89542531	-0.86911403	-0.79697154	-0.28762158
+0.75750372	+0.0043280257	-0.81908478	-0.65187389
+0.46639282	-0.54854975	+0.86715429	-1.2669764
.....			+0.79958833

Tabla 28: Tabla 26: Pesos de la mejor red iMLP para k=2, con h=3 para CASO F (Elaboración propia)

Además, se ha querido realizar para k=1 y k=2 varios gráficos que muestren su relación, donde vuelve a ser predominante k=1 frente a k=2, como se puede observar con los valores de iARV, UTheil y R^2 como se muestran a continuación:

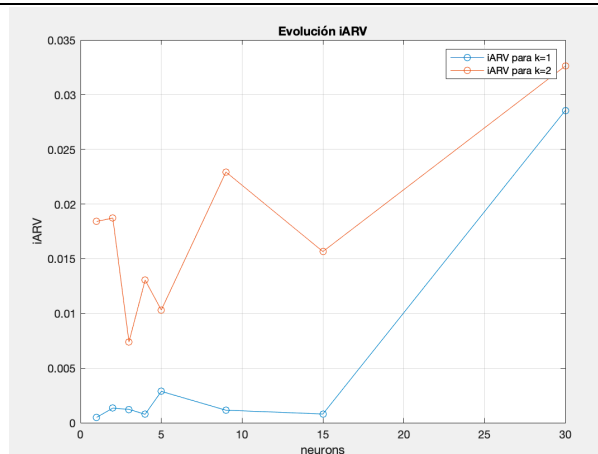


Figura 47: Evolución de iARV para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO F (Elaboración propia)

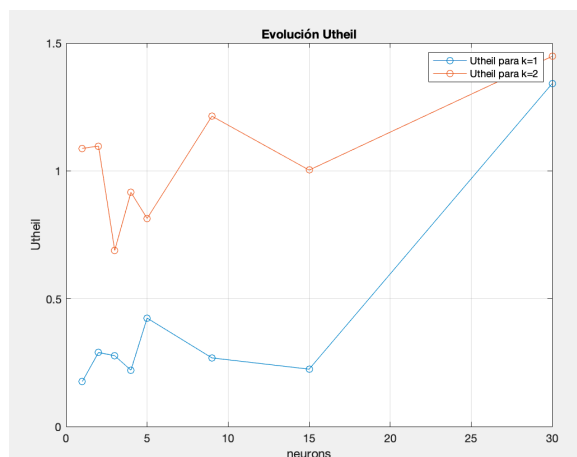


Figura 48: Evolución de iUtheil para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO F (Elaboración propia)

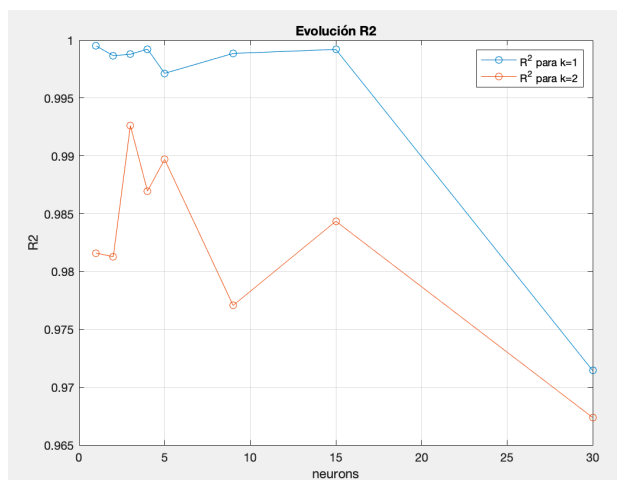


Figura 49: Evolución de R^2 para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO F (Elaboración propia)

De esta forma, se muestran los valores de RMSSE para los centros y radios, donde se puede apreciar que hay diferencias con respecto al Caso E. Para $k=1$ todos los centros superan al iRW, pero para 30 neuronas los radios no lo mejoran. En $k=2$, a partir de 5 neuronas y para el caso de 1 y 2 neuronas tampoco se supera al iRW.

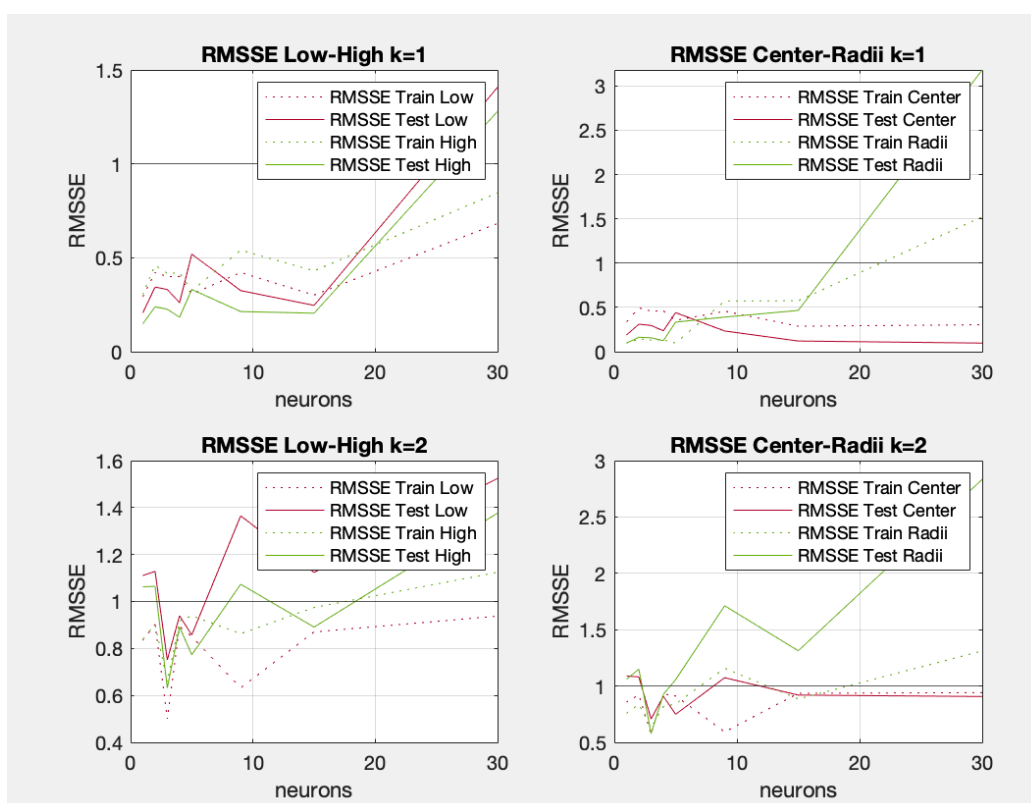


Figura 50: Valores RMSSE para las 4 características del intervalo para $k=1$ y $k=2$ con iMLP CASO F (Elaboración propia)

Por último, cabe resaltar que los valores de MAPE buenos resultados (menores a uno), y únicamente se supera este valor para 30 neuronas, por lo que quedan descartadas.

8.2.3 COMBINACIONES DE LOS MEJORES RESULTADOS

Para este apartado, se ha coloreado los resultados de las tablas anteriores con los mejores resultados. Se ha realizado un total de tres combinaciones con los mejores dos

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

métodos de $k=1$ y el mejor método de $k=2$, calculando para cada una las métricas de precisión con pesos iguales y óptimos. Las tres combinaciones son:

- Primera combinación (iMLP_AR_k=1(1) y iMLP_AR_k=1(4))
- Segunda combinación (iMLP_AR_k=1(1) y iMLP_AR_k=2(3))
- Tercera combinación (iMLP_AR_k=1(4) y iMLP_AR_k=2(3))

Se muestra a continuación las tres combinaciones calculadas con pesos óptimos, dejando reflejados los pesos óptimos para cada combinación, así como las ecuaciones de las mismas:

No. Combinación	iU1	iU2	ACE	Uoptw
1	0,17634	0,22060	7,5E-06	0,61016
2	0,17634	0,69623	1,6E-05	0,93974
3	0,22060	0,69623	1,9E-05	0,90879

Tabla 29: Pesos óptimos de las tres combinaciones (Elaboración propia)

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 1}^{OW} = 0.61016 Y_{iMLP_AR_1(1)} + (1 - 0.61016)(Y_{iMLP_AR_1(4)})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 2}^{OW} = 0.93974 Y_{iMLP_AR_1(1)} + (1 - 0.93974)(Y_{iMLP_AR_2(3)})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 3}^{OW} = 0.90879 Y_{iMLP_AR_1(4)} + (1 - 0.90879)(Y_{iMLP_AR_2(3)})$$

Tras obtener los pesos que se van a utilizar, se han calculado las medidas de precisión mostradas en la siguiente tabla para cada combinación, resultando ser la mejor la primera de ellas, es decir, para iMLP con $k=1$ y $h=1, 4$.

No. Combinación	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R^2 (L)	R^2 (H)
1	0,00060	0,00269	0,87646	0,86929	0,18715	0,15620	0,20705	0,10818	0,99931	0,99950
2	0,00061	0,00273	0,87683	0,86724	0,18892	0,15845	0,20976	0,10756	0,99930	0,99949
3	0,00097	0,00344	0,84696	0,83430	0,23795	0,19668	0,26421	0,13783	0,99887	0,99920

Tabla 30: Resultados de las tres combinaciones con optimal weights CASO F (Elaboración propia)

A continuación, se muestran las medidas para pesos iguales, es decir, 0.5 para cada modelo (por ello no hay necesidad de generar la tabla de los pesos óptimos).

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

No. Combinación	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,00063	0,00276	0,87347	0,86608	0,19188	0,15987	0,21224	0,11109	0,99927	0,99948
2	0,00270	0,00572	0,78042	0,75562	0,36951	0,32447	0,43116	0,29671	0,99712	0,99751
3	0,00293	0,00596	0,76899	0,74375	0,38832	0,33703	0,45024	0,30307	0,99683	0,99734

Tabla 31: Resultados de las tres combinaciones con equal weights CASO F (Elaboración propia)

Siendo las ecuaciones las mostradas a continuación:

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 1}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(1)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_1(4)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 2}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(1)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(3)}})$$

$$\hat{Y}_{COMBINACIÓN\ 3}^{OW} = 0.5 \widehat{Y_{iMLP_AR_1(4)}} + (1 - 0.5)(\widehat{Y_{iMLP_AR_2(3)}})$$

Tal y como se puede comprobar hay una diferencia de este caso respecto del anterior, ya que en este si hay mejoría con los pesos óptimos para la combinación 1, que resulta la mejor de las tres. En este caso mejora todas las medidas de precisión, por lo que sería mucho más conveniente utilizar dichos pesos (Se comprueba que 0.61016 está más alejado de 0.5 y mejora los resultados). Por otro lado, para las combinaciones 2 y 3 se vuelve a cumplir que hay mejores resultados con pesos óptimos que con pesos iguales, por lo que será importante tener en cuenta el cálculo de pesos para la combinación de los modelos.

De nuevo, se podría haber combinado una red con el mejor caso de MG Autorregresivo, pero este presenta peores resultados respecto a iMLP, véase en la tabla del punto 8.2.1 cómo todas las medidas son peores que para cada los tres mejores casos subrayados de iMLP.

8.3 CASO G PARA EURUSD

8.3.1 MG AUTORREGRESIVO DINÁMICO

Para tendencias laterales (casos G y H), se ha decidido implementar MG AR Dinámico, ya que evalúa el valor de los parámetros a lo largo del tiempo. De esta manera, se calcula para k=1 y k=2, obteniendo mejores valores para MG ARD con k=1.

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

k	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,008	0,002	0,836	0,788	0,174	0,121	0,423	0,660	0,990	0,995
2	0,010	0,003	0,787	0,747	0,194	0,158	0,528	0,661	0,988	0,991

Tabla 32: Medidas de precisión de EURUSD para MG_AR Dinámico con k=1 y k=2 CASO G

(Elaboración propia)

De esta forma, se tratará de ver si con el método de ventana deslizante se puede llegar a competir con las redes iMLP para los casos siguientes y tratar de realizar combinaciones de ambos modelos.

8.3.2 iMLP AUTORREGRESIVO

Con el objetivo de comparar ambos modelos, se muestran en las siguientes dos tablas las medidas de precisión para las redes iMLP con k=1 y k=2 y las neuronas que se han ido estudiando a lo largo del proyecto:

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,001	0,001	0,875	0,897	0,074	0,068	0,208	0,055	0,999	0,999
2	0,001	0,001	0,886	0,903	0,065	0,065	0,191	0,051	0,999	0,999
3	0,001	0,001	0,883	0,901	0,068	0,066	0,197	0,051	0,999	0,999
4	0,001	0,001	0,865	0,889	0,079	0,073	0,223	0,059	0,999	0,999
5	0,002	0,001	0,906	0,851	0,063	0,096	0,230	0,152	0,999	0,998
9	0,003	0,001	0,949	0,796	0,057	0,132	0,246	0,439	0,999	0,996
15	0,004	0,002	0,916	0,762	0,078	0,158	0,322	0,455	0,998	0,994
30	0,008	0,002	1,000	0,661	0,178	0,188	0,098	1,155	0,993	0,992

Tabla 33: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=1 CASO G (Elaboración propia)

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,010	0,002	0,794	0,750	0,170	0,172	0,529	0,541	0,990	0,990
2	0,011	0,003	0,826	0,748	0,159	0,188	0,565	0,532	0,991	0,987
3	0,031	0,004	0,672	0,640	0,275	0,306	0,957	0,887	0,973	0,965
4	0,013	0,003	0,892	0,671	0,194	0,204	0,567	0,832	0,988	0,985
5	0,038	0,005	0,793	0,550	0,320	0,348	0,973	1,365	0,968	0,956
9	0,011	0,003	0,815	0,745	0,170	0,186	0,562	0,624	0,990	0,987
15	0,041	0,005	0,762	0,482	0,241	0,504	1,020	1,399	0,985	0,933
30	0,044	0,005	0,974	0,493	0,327	0,424	0,746	2,219	0,969	0,942

Tabla 34: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con k=2 CASO G (Elaboración propia)

La arquitectura que presenta mejores valores es iMLP con k=1 y 2 neuronas y el segundo modelo también supera a cualquier valor de k=2, siendo este iMLP k=1 y 3 neuronas. Para k=2, los mejores valores se dan para 1, 2 y 9 neuronas (en orden descendiente). Cabe destacar que los valores de k=2 de iMLP no superan a los de MG ARD

APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DEL EURUSD CON DATOS DE INTERVALO

con $k=1$ y 2 neuronas, por lo que una posible combinación podría ser la mejor red de $k=1$ y el mejor modelo de MG y ver si estos mejoran al iMLP con $k=2$.

8.4 CASO H PARA EURUSD

De la misma forma que en el punto 8.3, se muestran los resultados para el último caso.

8.4.1 MG AUTORREGRESIVO DINÁMICO

Se presentan en una tabla los valores para $k=1$ y $k=2$ del último caso a estudiar con el modelo MG ARD, mostrando de nuevo que $k=1$ supera a $k=2$.

k	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,028	0,003	0,818	0,780	0,168	0,184	0,547	0,642	0,973	0,971
2	0,051	0,004	0,737	0,703	0,246	0,249	0,775	0,689	0,950	0,948

Tabla 35: Medidas de precisión de EURUSD para MG AR Dinámico con $k=1$ y $k=2$ CASO H

(Elaboración propia)

8.4.2 iMLP AUTORREGRESIVO

Los resultados obtenidos en iMLP AR para $k=1$ y $k=2$ con las diferentes neuronas estudiadas a lo largo del proyecto son los siguientes:

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,001	0,000	0,935	0,942	0,034	0,033	0,097	0,033	0,999	0,999
2	0,000	0,000	0,960	0,958	0,023	0,023	0,066	0,029	1,000	1,000
3	0,000	0,000	0,958	0,958	0,023	0,024	0,067	0,027	1,000	1,000
4	0,000	0,000	0,961	0,956	0,025	0,023	0,067	0,038	1,000	1,000
5	0,000	0,000	0,957	0,955	0,024	0,024	0,070	0,032	1,000	1,000
9	0,011	0,002	0,993	0,751	0,104	0,163	0,108	0,851	0,992	0,987
15	0,030	0,003	0,998	0,638	0,205	0,256	0,095	1,486	0,974	0,966
30	0,245	0,009	0,994	0,386	0,492	0,800	0,427	4,159	0,831	0,682

Tabla 36: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=1$ CASO H (Elaboración propia)

Neurons	iARV	MDE	CR	ER	MAPE (L)	MAPE (H)	RMSSE (C)	RMSSE (R)	R ² (L)	R ² (H)
1	0,022	0,003	0,795	0,791	0,161	0,181	0,500	0,490	0,979	0,977
2	0,102	0,005	0,678	0,554	0,349	0,387	1,067	1,129	0,903	0,894
3	0,060	0,004	0,674	0,645	0,272	0,296	0,828	0,806	0,943	0,938
4	0,110	0,006	0,791	0,534	0,352	0,401	1,045	1,471	0,897	0,884
5	0,101	0,005	0,854	0,547	0,315	0,398	0,941	1,627	0,911	0,887
9	0,090	0,005	0,942	0,549	0,340	0,337	0,738	1,928	0,904	0,915
15	0,049	0,004	0,822	0,655	0,227	0,280	0,714	0,905	0,958	0,945
30	0,230	0,008	1,000	0,383	0,676	0,624	0,131	4,129	0,749	0,789

Tabla 37: Medidas de precisión de EURUSD para iMLP con $k=2$ CASO H (Elaboración propia)

La arquitectura que presenta mejores valores es iMLP con $k=1$ y 2 neuronas y el segundo modelo también supera a cualquier valor de $k=2$, siendo este iMLP $k=1$ y 3 neuronas.

Para $k=2$, los mejores valores se dan para 1 neurona. En este caso, sí que los valores de iMLP con $k=2$ superan a los de MG ARD con $k=1$ y 2 neuronas, por lo que las combinaciones serían mejores entre redes iMLP.

Capítulo 9. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

9.1 CONCLUSIONES

Al inicio del proyecto se ha decidido implementar los conocimientos que se consideran importantes para la comprensión profunda del trabajo desarrollado. Tras una inmersión en los diferentes conceptos y la explicación sobre el Análisis de datos valorados por intervalos y sus medidas de precisión, se ha llevado a cabo tres líneas de trabajo.

En primer lugar, se han explicado los diferentes modelos de regresión para datos de intervalo, considerando los modelos PM y MG los más avanzados y más precisos a la hora de predecir, ya que se caracterizan por ser más complejos y con múltiples variables de entrada. En concreto, el modelo MG se ha analizado de forma Autorregresiva, con y sin ventana de desplazamiento, donde este último procedimiento da información a cerca de la evolución de la serie temporal y de los parámetros del modelo, consiguiendo destacar sobre los anteriores.

En segundo lugar, se ha profundizado en las redes iMLP desarrolladas en C e introducidas en (San Roque et al., 2007). Se ha automatizado el código en matlab para la ejecución de diferentes casos para diversos activos financieros. Tal y como se explica en el capítulo 6, se ha estudiado las redes iMLP de forma autorregresiva, donde las diferentes entradas son los centros y radios de los periodos anteriores al periodo t que se analiza. Por otro lado, la salida de la red son de nuevo, el centro y el radio en t , por lo que para la predicción de los valores máximos y mínimos se necesita calcularlos. Una de las conclusiones de iMLP para datos de divisas es que funciona mejor en la mayoría de situaciones $k=1$ respecto de $k=2$ y con respecto a los modelos de regresión, permiten un análisis más complejo y preciso de la serie consiguiendo mejores resultados, así como una predicción con un horizonte más alejado y más exactitud.

Tanto para regresión como para redes se han estudiado varios ejemplos con datos de intervalo: para regresión se ha empezado con el dataset Health_care, posteriormente se ha analizado datos sobre CSCO y para terminar se ha comparado con distintos métodos la base de datos de Cardio. Con iMLP se ha estudiado la relación de EURUSD y GBPUSD para datos semanales.

En tercer lugar, se ha terminado con la combinación de modelos, que era el objetivo final del proyecto y punto clave del mismo. Debido a que hay que hacer un cálculo de pesos previo a la ejecución de la combinación, se ha llegado a la conclusión de que suele ser mejor la combinación cuando los pesos óptimos están lejos de 0.5, dando mayor peso al modelo que realice mejor las predicciones.

En cuanto a ejemplos, se han realizado combinaciones para el dataset de Cardio y para diferentes arquitecturas de iMLP estudiadas para el caso de EURUSD y GBPUSD.

Estos tres puntos, se han querido resaltar en uno final (Capítulo 8), donde se explica los diferentes movimientos y tendencias con periodos de 18 meses de entrenamiento y 6 meses de test para los datos diarios del EURUSD a lo largo de los últimos veinte años. De esta manera, para los cuatro casos del capítulo anterior analizados, se extrae que:

- Para el CASO E, el mejor modelo es iMLP Autorregresivo con un retardo y 5 neuronas (iMLPAR1(5)).
- Para el CASO F, el mejor modelo es la combinación de las dos mejores redes iMLP con un retardo y 1 y 4 neuronas, debido a que la combinación es de dos en dos (iMLPAR1(1) en combinación con iMLPAR1(4)).
- Para el CASO G, el modelo MG Autorregresivo Dinámico gana precisión al ser movimientos laterales y el mejor modelo es la combinación entre el mejor iMLP Autorregresivo con un retardo y 2 neuronas y el modelo MG ARD con $k=1$ (iMLPAR1(2) en combinación con MG_ARD(1)).

- Para el CASO H, el mejor resultado será el de la mejor red iMLP con un retardo y 2 o 3 neuronas, donde el modelo MG ARD no presenta valores tan buenos como en el caso anterior, que superaban a iMLP con $k=2$. (iMLPAR1(2) o iMLPAR1(3))

Respecto a los tres casos que presentan un movimiento lateral para el conjunto de entrenamiento y una tendencia alcista lenta para el conjunto de test, en el caso A destaca el caso de iMLPAR2(5). La diferencia con respecto a los casos G y H es que en el caso A, sí que $k=2$ mejora los resultados, pero en el G y H no. Por otro lado, la segunda mejor red de A es iMLPAR1(3), que se corresponde con el valor de la red óptima de H. Con respecto al caso G, que no tiene tanta tendencia pero tiene mayor volatilidad, el modelo MG ARD da mucha información, siendo uno de los mejores modelos para este caso.

Por último, siendo el caso E el periodo que pasa de una tendencia alcista lenta a abrupta, da mejores resultados una red neuronal independiente. Sin embargo, en el caso F donde pasa de una tendencia alcista abrupta a alta volatilidad lateral, se muestra una mejoría con la combinación de dos de ellas.

9.2 TRABAJOS FUTUROS

Tras haber realizado el trabajo y analizado las diferentes conclusiones extraídas, cabe una serie de propuestas que avanzarían el desarrollo implementado.

Empezando por regresión lineal, sería óptimo desarrollar un modelo MG Autorregresivo dinámico con opción de añadir variables explicativas endógenas que no sean valores anteriores de la propia variable. De esta forma, si estamos analizando la divisa EURUSD, podríamos aplicar un modelo con variables explicativas en tiempos anteriores y otras variables como por ejemplo GBPUSD, UDSCAD, etc.. para ver la relación entre las mismas y el impacto que generan sobre la variable dependiente.

Por otro lado, también sería interesante profundizar en el iMLP propuesto con ventanas deslizantes, para poder observar el aprendizaje en cada epoch y optimizando los

pesos en cada ventana, viendo así la evolución de la misma y la complejidad de la misma. Teniendo en cuenta esto, sería interesante profundizar en otro tipo de redes neuronales y abrir más campos en los datos de intervalo, ya que como consecuencia del trabajo se ha visto necesario profundizar tan solo con iMLP. Sería interesante empezar por redes LSTM y redes de función de base radial, que se caracterizan por ser más complejas pero pueden ser útiles en algunos casos.

En cuanto a combinación de modelos, se podría estudiar la forma de combinar más de dos, ya que únicamente se pueden combinar dos de los mejores modelos en el trabajo desarrollado. De esta forma, se podría mejorar la precisión de los mismos si no hay ningún modelo que destaque por excelencia.

Por último, sería de gran ayuda recoger los modelos que se han ido analizando en una aplicación avanzada que permitiese la combinación de los modelos y que mostrase la evolución de los mismos con los métodos ARD.

Capítulo 10. BIBLIOGRAFÍA

Arroyo, J., Espínola, R. & Maté, C. Different Approaches to Forecast Interval Time Series: A Comparison in Finance. *Computational Economics* 37(2), 169–191 (2011).

Benidis, K., Rangapuram, S. S., Flunkert, V., Wang, B., Maddix, D., Turkmen, C., ... & Januschowski, T. (2020). Neural forecasting: Introduction and literature overview. *arXiv preprint arXiv:2004.10240*.

Billard, L., & Diday, E. (2000). Regression analysis for interval-valued data. In *Data Analysis, Classification, and Related Methods* (pp. 369-374). Springer, Berlin, Heidelberg.

Bissoondeal, R. K., Binner, J. M., Bhuruth, M., Gazely, A., and Mootanah, V. P. (2008). Forecast- ing exchange rates with linear and nonlinear models. *Global Business and Economics Review*, 10(4):414–429.

Blanco-Fernández, A., Corral, N., & González-Rodríguez, G. (2011b). Estimation of a flexible simple linear model for interval data based on set arithmetic. *Computational Statistics & Data Analysis*, 55(9), 2568–2578.

Chanaim, S.; Sriboonchitta, S.; Rungruang, C. A Convex Combination Method for Linear Regression with Interval Data. In *Integrated Uncertainty in Knowledge Modelling and Decision Making. IUKM 2016*; Huynh, V.N., Inuiguchi, M., Le, B., Le, B., Denoeux, T., Eds.; *Lecture Notes in Computer Science*; Springer: Cham, Switzerland, 2016; Volume 9978, pp. 469–480.

Crone, S. F. and Kourentzes, N. (2010). Feature selection for time series prediction—a combined filter and wrapper approach for neural networks. *Neurocomputing*, 73(10-12):1923–1936.

BIBLIOGRAFÍA

Gallardo, J. A. (2008). Métodos de predicción para series temporales de intervalos e histogramas. Departamento de Organización Industrial, ICAI, Universidad Pontificia Comillas, 41.

García-Ascanio, C., & Maté, C. (2010). Electric power demand forecasting using interval time series: A comparison between VAR and iMLP. *Energy Policy*, 38(2), 715-725.

García-Bárcana, M., Ramos-Guajardo, A. B., Colubi, A., & Kontoghiorghes, E. J. (2020). Multiple linear regression models for random intervals: a set arithmetic approach. *Computational Statistics*, 35(2), 755-773.

Kaasta, I. and Boyd, M. (1996). Designing a neural network for forecasting financial. *Neurocomputing*, 10:215–236.

Kilian, L. and Taylor, M. P. (2003). Why is it so difficult to beat the random walk forecast of exchange rates? *Journal of International Economics*, 60(1):85–107.

Kong, L., Song, X., & Wang, X. (2022). Nonparametric regression for interval-valued data based on local linear smoothing approach. *Neurocomputing*.

Maté, C. (2012). El análisis de intervalos. Aplicaciones en ingeniería. In *Anales de mecánica y electricidad* (Vol. 89, pp. 20-27).

Maté, C. G. (2021). Combining Interval Time Series Forecasts. A First Step in a Long Way (Research Agenda). *Revista Colombiana de Estadística*, 44(1), 123-157.

Mate, C., & Jiménez, L. (2021). Forecasting exchange rates with the iMLP: New empirical insight on one multi-layer perceptron for interval time series (ITS). *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 104, 104358.

Neto, E. D. A. L., & de Carvalho, F. D. A. (2008). Centre and range method for fitting a linear regression model to symbolic interval data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 52(3), 1500-1515.

Neto, E. D. A. L., & De Carvalho, F. D. A. (2010). Constrained linear regression models for symbolic interval-valued variables. *Computational Statistics & Data Analysis*, 54(2), 333-347.

Phadkantha, R.; Yamaka, W.; Tansuchat, R. Analysis of Risk, Rate of Return and Dependency of REITs in ASIA with Capital Asset Pricing Model. In *Predictive Econometrics and Big Data*. TES 2018; Kreinovich, V., Sriboonchitta, S., Chakpitak, N., Eds.; Studies in Computational Intelligence; Springer: Cham, Switzerland, 2018; Volume 753, pp. 536–548.

San Roque, A. M., Maté, C., Arroyo, J., & Sarabia, Á. (2007). iMLP: Applying multi-layer perceptrons to interval-valued data. *Neural Processing Letters*, 25(2), 157-169.

Santos, C. d. (2021). (Jiménez, Predicción de intervalos de precios en los mercados de valores. Comparación entre paradigma de datos clásicos y datos de intervalo 2021).

Sermpinis, G., Karathanasopoulos, A., Rosillo, R., and de la Fuente, D. (2019). Neural networks in financial trading. *Annals of Operations Research*, pages 1–16.

Sinova, B., Colubi, A., & González-Rodríguez, G. (2012). Interval arithmetic-based simple linear regression between interval data: Discussion and sensitivity analysis on the choice of the metric. *Information Sciences*, 199, 109-124.

Souza, L. C., Souza, R. M., Amaral, G. J., & Silva Filho, T. M. (2017). A parametrized approach for linear regression of interval data. *Knowledge-Based Systems*, 131, 149-159.

Stefanini, L. (2010a). A generalization of Hukuhara difference and division for interval and fuzzy arithmetic. *Fuzzy Sets and Systems*, 161(11), 1564–1584.

Submitted to Knowledge-Based Systems.

Ullah, A., & Giles, D. E. (Eds.). (2016). *Handbook of empirical economics and finance*. Crc Press.

ANEXO I: ALINEACIÓN DEL PROYECTO CON LOS ODS

Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), también conocidos como objetivos mundiales, fueron creados en el año 2015 por los estados miembros de la ONU, varias ONGs y ciudadanos de todo el mundo, tratando de poner fin a la pobreza, protegiendo el planeta y proporcionar un desarrollo sostenible en el ámbito económico, social y ambiental. Para ello, se establecieron unos puntos a seguir hasta el año 2030, compuestos por 17 objetivos y 169 metas.

El fin de este trabajo ha sido trabajar con diferentes modelos y su posterior combinación para poder analizar diferentes series temporales con datos de intervalo y diversos comportamientos, con el objetivo de proporcionar nuevas formas de predicción. De esta forma, dado que los ODS han sido desarrollados para que todos los ciudadanos puedan contribuir, se muestra a continuación algunos de los cubiertos por el proyecto:

- **Educación de Calidad (SDG4):** La educación es un punto clave en el desarrollo de la sociedad, tanto en la parte económica como en la evolución a un mundo más justo, con igualdad de oportunidades sin importar la raza, el género o la etnia. El proyecto trata de dar información para posibles inversores, ya que no todo el mundo tiene por qué saber sobre estos temas y en numerosas ocasiones, hay un elevado riesgo que puede conllevar a una pérdida económica realmente elevada. Por ello, se intenta dar conceptos importantes y participar en la educación financiera de todas aquellas personas interesadas.

- **Trabajo Decente y Crecimiento Económico (SDG8):** Este objetivo trata de incentivar al trabajo y premiar con una remuneración acorde con la responsabilidad y tareas realizadas. De esta forma, muchas personas trabajan en sus respectivos trabajos y de forma adicional,

ANEXO I: ALINEACIÓN DEL PROYECTO CON LOS ODS

invierten en bolsa con el fin de generar beneficios. Por ello, se forma a las personas en posibles métodos para invertir con resultados más precisos.

- **Reducción de las Desigualdades (SDG10):** incentiva para tratar de disminuir lo máximo posible la desigualdad social y promover la inclusión económica de las minorías. Por tanto, el proyecto trata de reducir la desigualdad de gente formada en el tema con respecto a la que no está formada, ya que se intentan dar conclusiones sin la necesidad de programar los modelos, provocando un interés por personas que tal vez no realizan este tipo de inversiones por el miedo a perder dinero y tratando de igualar los conocimientos de ellas con respecto a gente que se beneficia de estas inversiones.

Para finalizar, cabe destacar que la intención de este trabajo trata de la mejora de los métodos clásicos y el profundo análisis tanto en los métodos de regresión como en la combinación. Una predicción fiable puede ayudar tanto al crecimiento económico como a la lucha contra desigualdades, además de proporcionar explicaciones y ejemplos de diferentes tipos de datos que puede ayudar al mejor entendimiento de los conceptos desarrollados a lo largo de la memoria.

Tal y como se explica en las conclusiones, un futuro seguimiento del trabajo que se ha empezado ayudaría mucho a la comprensión de los comportamientos de divisas y acciones a corto y largo plazo, minimizando así el riesgo económico que implica invertir sin conocimiento y ayudando económicamente a muchas personas.