COMILLAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI ICADE CIHS

GUÍA DOCENTE
2025 - 2026

FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura

Nombre completo	Matemática Avanzada
Código	DMA-IMAT-415
Título	Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial
Impartido en	Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial [Cuarto Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Semestral
Créditos	3,0 ECTS
Carácter	Obligatoria (Grado)
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Santiago Cano Casanova

Datos del profesorado

Profesor

Nombre	Santiago Cano Casanova
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25, D-204 2382
Correo electrónico	scano@icai.comillas.edu

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura

Aportación al perfil profesional de la titulación

La asignatura *Matemática Avanzada* persigue un doble objetivo. Por una parte, introducir al graduado de iMAT en la terminología, conceptos y resultados básicos del análisis funcional, dotándole de conocimientos, técnicas y destrezas de la matemática moderna, que constituyen los pilares de una gran variedad de resultados y algoritmos utilizados en inteligencia artificial. Por otra parte, ampliar cualitativamente la formación matemática del alumno y desarrollar sus capacidades de razonamiento abstracto, pensamiento lógico y análisis crítico.

Al finalizar el curso el alumno:

- Estará familiarizado con conceptos como espacio funcional, espacios métricos, normados, de Banach y de Hilbert, operador entre espacios funcionales, funcional, etc.
- Conocerá los principales espacios funcionales y sus propiedades más destacables.
- Será consciente de las principales similitudes y diferencias entre espacios de dimensión finita y de dimensión infinita.
- Distinguirá los distintos tipos de convergencia en un espacio funcional y conocerá las relaciones entre ellas.
- Comprenderá el concepto de dualidad de un espacio funcional y conocerá los principales resultados sobre dualidad.
- Conocerá los principales resultados sobre espacios de Hilbert y manejará con habilidad y soltura las técnicas de aproximación en

estos espacios.

Prerrequisitos

Se presuponen los conocimientos adquiridos previamente en las asignaturas *Álgebra y Geometría* y *Análisis Matemático y Cálculo Vectorial* (de primer curso) y *Ecuaciones Diferenciales* (del primer cuatrimestre de segundo curso).

Competencias - Objetivos

Competencias

GENERALES	
CG01	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos generales que puedan plantearse en la ingeniería.
CG02	Capacidad de razonamiento abstracto y sentido crítico, así como de cálculo, modelado, simulación, optimización y predicción, para dar respuesta a los problemas planteados por la ciencia, la tecnología y la sociedad en general.
ESPECÍFICAS	
CE03	Capacidad para saber aplicar las técnicas matemáticas más adecuadas en la resolución de los diferentes problemas, técnicos y tecnológicos, planteados en el ámbito de la ingeniería y la inteligencia artificial. Aptitud para conocer el rango de aplicabilidad y limitaciones en la resolución de problemas de las diferentes herramientas matemáticas.
CE08	Conocimiento de los fundamentos de la topología en espacios métricos y del análisis funcional, adquiriendo capacidad para operar y aproximar en espacios de dimensión infinita. Capacidad para trabajar en espacios de Hilbert y con operadores lineales entre dichos espacios, dando solución a una gran variedad de problemas planteados en el ámbito de la ingeniería.

Resultados de Aprendizaje

RA1	Conocer las estructuras de espacio métrico, normado, de Banach y de Hilbert, sus principales propiedades geométricas y topológicas y las relaciones existentes entre ellas
RA2	Familiarizarse con el concepto de espacio funcional y conocer los principales espacios funcionales y sus propiedades más destacables
RA3	Conocer y comprender las principales similitudes y diferencias entre espacios de dimensión finita y espacios de dimensión infinita
RA4	Conocer el concepto de funcional y de operador lineal entre espacios de Hilbert, así como algunos de los principales resultados y propiedades sobre éstos
RA5	Comprender el concepto de dualidad en espacios de Hilbert y el de aproximación en espacios de dimensión infinita, así como los distintos tipos de aproximación

BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos

MATEMÁTICA AVANZADA

TEMA 1: DEFINICIONES Y RESULTADOS SIN LOS QUE NO SE PUEDE VIVIR

Supremo, ínfimo, límite superior e inferior de un conjunto. Algunos resultados sobre numerabilidad de conjuntos. Desigualdades de Young, Hölder, Cauchy-Schwarz, Minkowski y Jensen. Espacios de sucesiones l^p y espacios funcionales L^p. Otros espacios funcionales y de sucesiones.

TEMA 2: INTRODUCCIÓN A ESPACIOS MÉTRICOS

Definición de espacio métrico. Ejemplos. Convergencia en espacios métricos. Conjuntos abiertos y cerrados. Continuidad de aplicaciones entre espacios métricos. Densidad y separabilidad. Sucesiones de Cauchy. Completitud de espacios métricos. Isometrías, isomorfismos, incrustaciones y homomorfismos.

TEMA 3: INTRODUCCIÓN A ESPACIOS NORMADOS Y DE BANACH

Norma en un espacio vectorial. Propiedades. Definición de espacio normado y ejemplos. Definición de espacio de Banach. Ejemplos de espacios de Banach. Espacios de sucesiones l^p y espacios funcionales L^p. Bases de Schauder. Equivalencia de normas. Espacios normados finito dimensionales.

TEMA 4: OPERADORES LINEALES Y ACOTADOS

Continuidad de aplicaciones entre espacios normados. Definición de Operador y de Funcional. Operadores lineales y acotados. Ejemplos. El espacio de operadores lineales y acotados entre espacios normados. Norma de un operador. Ejemplos. Espacio dual. Aplicación traspuesta o adjunta. Dual de L^p[a,b] y de *C*[a.b]. Convergencias fuerte, débil y débil *. Reflexividad.

TEMA 5: INTRODUCCIÓN A ESPACIOS DE HILBERT

Definición de espacio pre-Hilbert o con producto interior. Ejemplos. Identidad de polarización. Relación entre espacios normados y espacios con producto interior. Teorema de Jordan-von Neumann. Desigualdad de Schwarz. Espacios de Hilbert. Ejemplos. Ortogonalidad en espacios de Hilbert. Teorema de Pitágonas. Ortonormalización de Gram-Schmidt. Desigualdad de Bessel. Teorema de Riesz-Fischer. Bases ortonormales. Caracterización de espacios de Hilbert. Aproximación óptima en espacios de Hilbert. Aproximación por mínimos cuadrados. Proyección y complemento ortogonal. Espacio dual de un Hilbert. Teorema de representación de Riesz. Dual de l^2 y L^2. Convergencia débil en un espacio de Hilbert. Operadores en espacios de Hilbert. Operadores acotados, adjuntos, normales, unitarios, autoadjuntos y compactos.

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura

Metodología Presencial: Actividades

Clases magistrales expositivas y participativas (14 horas), El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema.	CG01, CG02, CE03, CE08

Ejercicios prácticos, resolución de problemas y tutorías para la resolución de dudas (14+5 horas). En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. Aprovechando el estudio y trabajo realizado por el alumno, en estas sesiones también serán resueltas las diferentes dudas planteadas por los alumnos.	CG01, CG02, CE03, CE08
Actividades de evaluación continua del rendimiento (2 horas). A mitad de cuatrimestre se realizará una prueba intercuatrimestral que abarcará todo el temario visto hasta el momento. Dicha prueba servirá para retroalimentar al alumno sobre el nivel de comprensión de los contenidos desarrollados y sobre la consecución de los objetivos perseguidos.	CG01, CG02, CE03, CE08

Metodología No presencial: Actividades

El objetivo principal del trabajo no presencial es que el alumno comprenda los conceptos teóricos y domine la aplicación de procedimientos, rutinas y metodologías de los diferentes temas de la asignatura, llegando a ser capaz, por sí solo, de poner en práctica estos conocimientos, destrezas y habilidades en la resolución de los diferentes problemas planteados. Las principales actividades no presenciales a realizar serán:

Estudio personal (15 horas). El alumno debe realizar un trabajo personal posterior a las clases teóricas y de resolución de problemas, para comprender e interiorizar los conocimientos aportados en la materia.	CG01, CG02, CE03, CE08
Ejercicios prácticos y resolución de problemas (28 horas, incluidas las horas dedicadas a la resolución de casos prácticos en grupo para su entrega al profesor). El alumno, una vez estudiados los conceptos teóricos, debe ponerlos en práctica para resolver los problemas que se le plantean. Se aconseja la resolución de los problemas propuestos en grupos, para conseguir un mayor aporte de ideas y potenciar la capacidad de trabajo en equipo.	CG01, CG02, CE03, CE08
Actividades de evaluación continua del rendimiento (4 horas). El alumno deberá realizar un trabajo de interiorización y comprensión de los contenidos teórico-prácticos desarrollados, para preparar el examen intercuatrimestral.	CG01, CG02, CE03, CE08
Búsqueda y selección de materiales bibliográficos. Trabajos y proyectos (3+5 horas). Con objeto de afianzar los conceptos, técnicas y metodologías desarrolladas, así como para profundizar en determinados tópicos y áreas del análisis funcional, los alumnos, organizados en grupos y guiados por el profesor, tendrán que realizar un trabajo o proyecto sobre algún tópico relacionado con el análisis funcional, que será entregado al final del cuatrimestre. Para ello, el alumno tendrá que realizar previamente una búsqueda y selección de los materiales bibliográficos más afines al tópico objeto de estudio. Tendrán especial relevancia y mayor valoración, aquellos trabajos que estudien alguna aplicación de tópicos del análisis funcional a la inteligencia artificial o la computación cuántica.	CG01, CG02, CE03, CE08

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES			
Clases magistrales expositivas y participativas	Tutorías para resolución de dudas	Ejercicios prácticos y resolución de problemas	Actividades de evaluación continua del rendimiento
14.00	5.00	14.00	2.00

HORAS NO PRESENCIALES				
Trabajos	Estudio personal	Ejercicios prácticos y resolución de problemas	Actividades de evaluación continua del rendimiento	Búsqueda y selección de materiales bibliográficos, datos o estadísticos
5.00	15.00	28.00	4.00	3.00
CRÉDITOS ECTS: 3,0 (90,00 horas)				

EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
Exámenes de carácter teórico-práctico: • Examen Intercuatrimestral **(EI)** (15%) • Examen Final **(EF)** (55%) **Nota:** Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4 puntos en el examen final de la asignatura.	• **Examen Intercuatrimestral (EI):** A mitad de cuatrimestre se realizará un examen intercuatrimestral que abarcará todo el temario de la asignatura visto hasta ese momento. En lo sucesivo denotaremos por **EI** a la calificación (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen. • **Examen Final (EF):** Al final del cuatrimestre se realizará un examen que abarcará toda la materia impartida. En lo sucesivo denotaremos por **EF** a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen.	70 %
Actividades de evaluación grupales: • Resolución y entrega de problemas y casos prácticos en grupo **(CP)** (15%) • Trabajo-Proyecto en grupo **(TP)** (15%)	• **Resolución y entrega de problemas y casos prácticos en grupo (CP):** En cada tema de la asignatura habrá ciertos problemas y casos prácticos que deberán ser resueltos y entregados por grupos. Cada grupo de trabajo se responsabilizará en cada tema de la resolución y entrega de uno de estos problemas. La entrega deberá hacerse por escrito o mediante la grabación de un vídeo donde los diferentes componentes del grupo intervendrán en la resolución del citado problema. Una vez corregida la entrega por el profesor y actualizada por el alumno, ésta será subida al Moodle de la asignatura para la consulta y estudio de los restantes compañeros, En lo sucesivo denotaremos por **CP** a la calificación (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en esta actividad a lo largo del cuatrimestre.	30 %

	• **Trabajo-Proyecto en grupo (TP):** Cada grupo de trabajo tendrá que realizar a lo largo del cuatrimestre un trabajo o proyecto que entregará y presentará al final del cuatrimestre. El trabajo versará sobre algún tópico del análisis funcional. En lo sucesivo denotaremos por **TP** a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en esta actividad.	

Calificaciones

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno a lo largo del cuatrimestre, se realizarán las siguientes actividades de evaluación continua:

- **Examen Intercuatrimestral:** se realizará a mitad de cuatrimestre y abarcará todo el temario visto hasta el momento. En lo sucesivo denotaremos por **EI** a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en dicho examen.
- **Resolución y entrega de problemas y casos prácticos en grupo:** A lo largo del cuatrimestre los alumnos, organizados en grupos de trabajo, tendrán que entregar periódicamente la resolución de ciertos problemas y casos prácticos. En lo sucesivo denotaremos por **CP** la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en esta actividad grupal de evaluación.
- **Trabajo-Proyecto en grupo:** Al final del cuatrimestre los alumnos, organizados en grupos de trabajo, tendrán que entregar un trabajo o proyecto que versará sobre algún tópico del análisis funcional. Tendrán especial relevancia y mayor puntuación, aquellos trabajos que versen sobre aplicaciones del análisis funcional a algún área de inteligencia artificial. Los grupos de trabajo formados para esta actividad serán los mismos que los formados para la resolución y entrega de casos prácticos. En lo sucesivo denotaremos por **TP** a la nota obtenida por el alumno en el citado proyecto.

Además, al final del cuatrimestre se realizará un **examen final** de la asignatura, que abarcará toda la materia impartida, con la que el alumno obtendra una nota (sobre 10 puntos) que en lo sucesivo denotaremos por **EF**.

1.- Evaluación en la convocatoria ordinaria:

La calificación **CO** del alumno en la convocatoria ordinaria será:

- Si la nota **EF≥4** , entonces **CO** será la nota máxima entre

  $$C=(0.15*EI)+(0.15*CP)+(0.15*TP)+(0.55*EF) \quad \text{y} \quad F=0.9*EF$$

- Si **EF<4,** entonces **CO=EF.**

El alumno aprobará la asignatura en la convocatoria ordinaria si **CO≥5**, suspendiéndola en esta convocatoria en caso contrario.

2.- Evaluación en la convocatoria extraordinaria:

El alumno que se presente a esta convocatoria tendrá que realizar un examen final de la asignatura, que abarcará toda la materia impartida, con el que obtendrá una nota (sobre 10 puntos) que en lo sucesivo denotaremos por **EJ**. La calificación **CE** del alumno en la convocatoria extraordinaria será:

- Si la nota **EJ≥4** , entonces **CE** será la nota máxima entre

C=(0.15*EI)+(0.15*CP)+(0.15*TP) +(0.55*EJ) y **F=EJ**

- Si **EJ<4,** entonces **CE=EJ.**

El alumno aprobará la asignatura en la convocatoria extraordinaria si **CE≥5**, suspendiendo la asignatura en caso contrario.

Normas de la asignatura:

- La falta de asistencia a lo largo del cuatrimestre a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (5 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.

Normas de uso de la IA:

- Se permite el uso de la IA para la búsqueda de información, planificación, síntesis, generación de ideas, estudio, redacción y presentación de los problemas y trabajos a entregar, evaluando y modificando críticamente cualquier contenido generado por ésta, demostrando así su comprensión. En todo caso, en cualquier tarea de entrega se permite el uso de la IA en la medida prevista en los niveles 2 y 3 de la guía https://aiassessmentscale.com/
- El uso de la IA tiene que estar citado en toda tarea de entrega, explicitando el uso que se ha hecho de ésta en cada una de las partes.
- No se permite el uso de la IA en ningún examen de la asignatura o prueba intermedia de evaluación del rendimiento.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

Apuntes del curso. S. Cano Casanova. 2025. (En Moodle de la asignatura).

Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos. 2ª edición. A. García García y Mª. José Muñoz Bouzo. Uned. Edit. Sanz y Torres. 2014.

Functional Analysis. Balmohan Vishnu Limaye, Indian Institue of Technology, Bombay. WIley Eastern Limited, 1981.

Introduction to Functional Analysis. Bose, S.C. Macmillan Ltd, 1992.

Bibliografía Complementaria

Introduction to Hilbert Space. S.K. Berberian. AMS Chelsea. Providence, 1999.

Functional Analysis. G. Bachman and L. Narici. Dover. New York. 2000.

Introductory Functional Analysis with Applications. E. Kreyszig. John Wiley & Sons. Inc. New York, 1978.

GUÍA DOCENTE
2025 - 2026

En cumplimiento de la normativa vigente en materia de **protección de datos de carácter personal**, le informamos y recordamos que puede consultar los aspectos relativos a privacidad y protección de datos que ha aceptado en su matrícula entrando en esta web y pulsando "descargar"
https://servicios.upcomillas.es/sedeelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792

PLANIFICACIÓN
MATEMÁTICA AVANZADA
4º iMAT 2025-26

PLANIFICACIÓN MATEMÁTICA AVANZADA iMAT 2025/26					
Nº semana	**Activ. Presenciales**	**Horas**	**Activ. No Presenciales**	**Horas**	**Horas totales**
1	Presentación de la asignatura. Inicio de Tema 1	2	Estudio.	1	3
2	Tema 1: Resultados sin los que no se puede vivir	2	Estudio.	2,5	4,5
3	Tema 1: Resultados sin los que no se puede vivir	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
4	Tema 2: Introducción a espacios métricos	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
5	Tema 2: Introducción a espacios métricos	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
6	Tema 2: Introducción a espacios métricos	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	3	5
7	Tema 3: Introducción a espacios normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y revisión de problemas.	5	7
8	Examen intercuatrimestral	1,5	Preparación previa de examen	5	6,5
9	Tema 3: Introducción a espacios normados y de Banach	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto	5	7
10	Tema 4: Operadores lineales y acotados	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto.	5	7
11	Tema 4: Operadores lineales y acotados	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto	5	7
12	Tema 5: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas. Trabajo-proyecto.	5	7
13	Tema 5: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y entrega de problemas	4	6
14	Tema 5: Introducción a espacios de Hilbert	2	Estudio. Resolución y revisión de problemas.	5	7
	Examen Final	3	Preparación previa de examen	5	8
	Total horas:	**30,5**		**59,5**	**90**