



FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Métodos Probabilísticos
Código	DMA-MIA-512
Título	Máster Universitario en Inteligencia Artificial por la Universidad Pontificia Comillas
Impartido en	Máster Universitario en Inteligencia Artificial [Primer Curso]
Nivel	Postgrado Oficial Master
Cuatrimestre	Semestral
Créditos	4,5 ECTS
Carácter	Obligatoria
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Emanuel G. Mompó Pavesi

Datos del profesorado	
Profesor	
Nombre	Emanuel Gastón Mompó Pavesi
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-417] Ext.: 2390
Correo electrónico	egmomp@icai.comillas.edu

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

Contextualización de la asignatura	
Aportación al perfil profesional de la titulación	
<p>Los métodos probabilísticos son fundamentales para modelar fenómenos donde interviene la incertidumbre, y resultan especialmente relevantes en áreas de la inteligencia artificial como la inferencia bayesiana, los modelos generativos, el aprendizaje por refuerzo y el análisis de datos temporales. Su aplicación es habitual en sectores como la salud, la energía, las finanzas o la industria, donde es necesario tomar decisiones o hacer predicciones a partir de información incompleta, ruidosa o aleatoria.</p> <p>El alumno adquirirá competencias para formular modelos probabilísticos adecuados a distintos contextos, analizar su comportamiento, cuantificar la incertidumbre y aplicar técnicas de simulación e inferencia. También desarrollará habilidades para implementar métodos numéricos probabilísticos y para interpretar los resultados con criterio técnico, integrando la teoría matemática con herramientas prácticas de análisis y modelado.</p>	
Prerrequisitos	
<p>Es necesario que el alumno tenga conocimientos previos en probabilidad, cálculo, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales y programación. Se recomienda también cierta familiaridad con estadística y modelado matemático.</p>	



Competencias - Objetivos	
Competencias	
Conocimientos o contenidos	
CO01	Comprender de forma profunda los conceptos matemáticos avanzados que subyacen a la inteligencia artificial avanzada (generativa, probabilística, geométrica y por refuerzo profundo).
Competencias	
CP01	Capacidad para definir e implementar modelos y algoritmos de inteligencia artificial, así como para interpretar y evaluar modelos propuestos en la frontera del conocimiento gracias al fundamento matemático adquirido.
Habilidades o destrezas	
HAB01	Definir modelos matemáticos de algoritmos de inteligencia artificial avanzada y tener las bases para entender los propuestos por otros autores.
HAB07	Realizar revisiones bibliográficas a partir de fuentes documentales para el desarrollo de trabajos de investigación

BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

Contenidos – Bloques Temáticos	
Métodos Probabilísticos	
Tema 1: Probabilidad	
Medidas de probabilidad. Variables aleatorias. Distribuciones. Independencia de sucesos y de variables aleatorias. Probabilidad condicionada. Teorema de Bayes y Teorema de la probabilidad total. Ley de los grandes números y Teorema del límite central.	
Tema 2: Procesos estocásticos discretos	
Cadenas de Markov discretas. Procesos de Poisson. Ergodicidad y teoremas ergódicos. Equilibrio detallado y reversibilidad. Métodos de Monte Carlo.	
Tema 3: Procesos estocásticos continuos	
Procesos de Markov. Procesos de Gauss. Proceso de Wiener. Proceso de Ornstein-Uhlenbeck.	
Tema 4: Cálculo diferencial estocástico	
Integral de Itô. Integral de Stratonovich. Fórmula de Itô. Ecuaciones diferenciales estocásticas. Métodos numéricos. Ecuación de Fokker-Planck.	

METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura	
Metodología Presencial: Actividades	
AF1. Clases magistrales expositivas y participativas (30 horas): El profesor explicará los conceptos	



<p>fundamentales de cada tema mediante una exposición dialogada en la que apoyándose en un buen material presenta de forma clara y organizada los aspectos teóricos básicos de la asignatura e introduce los principales métodos de resolución de problemas. Con el fin de que los estudiantes sean los protagonistas en el proceso de enseñanza-aprendizaje se presentarán ejemplos prácticos, problemas habituales y aplicaciones. Se fomentará el diálogo a través de formulación de preguntas diversas dirigidas a la comprensión de la información.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, HAB01</p>
<p>AF3. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (12 horas): En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. Se hará hincapié en el proceso de modelización y simplificación de un problema planteado y en las técnicas de resolución de problemas. Se favorecerá la participación del alumno y la interacción alumno-profesor y alumno-alumno como vía para fomentar el aprendizaje colaborativo y la capacidad de autoaprendizaje.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, HAB01, HAB07</p>
<p>AF4. Actividades de evaluación continua del rendimiento (2 horas): A lo largo de todo el periodo lectivo se realizarán varias pruebas para poder valorar todo el proceso de aprendizaje del alumnado y mejorarlo. En concreto, se efectuará una prueba intermedia de 30 minutos, a realizar después del primer mes de clase y un examen intersemestral de carácter teórico-práctico de 90 minutos, a realizar hacia la mitad del cuatrimestre.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, HAB01</p>
<p>AF7. Presentaciones orales (una hora): El alumnado deberá preparar y exponer de forma breve un contenido técnico relacionado con la asignatura. El objetivo principal es fomentar la capacidad de síntesis, la comunicación científica clara y la reflexión crítica sobre un tema específico. Las presentaciones podrán versar sobre la resolución de un problema, la revisión de un artículo, o el análisis de una herramienta o modelo concreto. Se valorará tanto el dominio del contenido como la claridad expositiva y la capacidad de responder a preguntas del grupo o del profesor.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, HAB01, HAB07</p>
Metodología No presencial: Actividades	
<p>AF3. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (48 horas): Es de vital importancia para la formación integral del alumnado que los estudiantes sean capaces de aplicar los conocimientos asimilados para resolver diferentes tipos de problemas. Para lograr este objetivo se aconseja la resolución de las hojas de problemas propuestas pues ayudarán a la asimilación, la reflexión y la interiorización del conocimiento adquirido. Los alumnos podrán pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) para aclaración de dudas.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, CP01, HAB01</p>
<p>AF6. Trabajos o Proyectos (10 horas): El alumnado deberá realizar uno o varios trabajos individuales o en grupo en los que se integre y aplique de forma estructurada el contenido teórico y práctico de la asignatura. Estos trabajos podrán consistir en la resolución de problemas complejos, el desarrollo de pequeños proyectos de simulación, o el análisis crítico de modelos probabilísticos.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, CP01, HAB01, HAB07</p>
<p>AF10. Estudio personal (32 horas): El alumno debe realizar un trabajo autónomo para comprender e interiorizar los fundamentos teóricos de la asignatura.</p>	<p style="text-align: center;">CO01, CP01, HAB01, HAB07</p>

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES



AF01. Clases magistrales expositivas y participativas: exposición de contenidos fundamentales por parte del profesor impulsando la reflexión y participación del estudiante.	AF03. Ejercicios prácticos y resolución de problemas: se llevarán a cabo ejercicios prácticos y problemas que se resolverán en el aula para una mejor comprensión de los conceptos teóricos	AF04. Actividades de evaluación continua del rendimiento: desarrollo de pruebas o exámenes programados para evaluar el grado de cumplimiento de los resultados de aprendizaje	AF07. Presentaciones orales: los estudiantes llevan a cabo una exposición en el aula al resto de los estudiantes y profesores sobre algún trabajo, tema o práctica de la asignatura
30.00	12.00	2.00	1.00
HORAS NO PRESENCIALES			
AF03. Ejercicios prácticos y resolución de problemas: se llevarán a cabo ejercicios prácticos y problemas que se resolverán en el aula para una mejor comprensión de los conceptos teóricos	AF06. Trabajos o Proyectos: desarrollo de una solución enmarcada en la asignatura en el que el estudiante de una forma autónoma plasma la consecución de los resultados de aprendizaje mediante la metodología de aprender haciendo	AF10. Estudio personal: reflexión y análisis individual de los contenidos teóricos y prácticos de las asignaturas.	
48.00	10.00	32.00	
CRÉDITOS ECTS: 4,5 (135,00 horas)			

EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

El uso de IA para crear trabajos completos o partes relevantes, sin citar la fuente o la herramienta o sin estar permitido expresamente en la descripción del trabajo, será considerado plagio y regulado conforme al Reglamento General de la Universidad.

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
<p>Exámenes escritos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prueba corta de seguimiento (PC) (10%) • Prueba intercuatrimestral (PI) (30%) • Examen final (EF) (60%) <hr/> <p>Nota: Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura será necesario cumplir las condiciones establecidas en el apartado Calificaciones (subapartados <i>Calificación en la convocatoria ordinaria</i> y <i>Calificación en la convocatoria extraordinaria</i>).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Prueba corta de seguimiento (PC): Se realizará una prueba corta en horario de clase, que abarcará el temario especificado por el profesor de la asignatura. En lo sucesivo denotaremos por PC a la calificación (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en tal prueba. • Prueba Intercuatrimstral (PI): A mitad del cuatrimestre se realizará una prueba intercuatrimestral, que abarcará todo el temario del cuatrimestre impartido hasta el momento. En lo sucesivo denotaremos por PI a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en tal prueba. • Examen Final (EF): Al final del cuatrimestre se realizará un examen que abarcará toda la materia del curso. En lo sucesivo denotaremos por EF a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por el alumno en tal prueba. 	70 %



<p>Trabajo práctico</p> <ul style="list-style-type: none"> Resolución de problemas (RP) 	<p>Al finalizar la impartición de cada tema, cada grupo de prácticas debe entregar una colección de problemas resueltos siguiendo las indicaciones de formato y estilo del profesor. En lo sucesivo denotaremos por RP a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por cada grupo en esta actividad.</p>	<p style="text-align: center;">10 %</p>
<p>Proyecto en grupo</p> <ul style="list-style-type: none"> Proyecto Integrador de Conocimientos (PIC) 	<p>A lo largo del cuatrimestre los alumnos resolverán en grupo (mismos grupos de prácticas) un problema teórico-práctico planteado por el profesor y realizarán una breve presentación de su trabajo. En lo sucesivo denotaremos por PIC a la nota (sobre 10 puntos) obtenida por cada grupo en esta actividad.</p>	<p style="text-align: center;">20 %</p>

Calificaciones

Calificación en la convocatoria ordinaria (NF)

El alumno realizará un examen final ordinario, cuya nota (sobre 10 puntos) denotaremos por **EF**, que abarcará toda la materia desarrollada en el curso.

La nota final en la convocatoria ordinaria será **NF**, obtenida de la siguiente forma:

- Si $EF \geq 4$, la nota final **NF** se computará como:

$$NF = 0.70 \times NC + 0.10 \times RP + 0.20 \times PIC,$$

donde **NC** es la nota de evaluación continua y viene dada por

$$NC = \max[(0.10 \times PC + 0.30 \times PI + 0.60 \times EF), 1.00 \times EF].$$

- En otro caso, **NF = EF**.

Calificación en la convocatoria extraordinaria (NE)

El alumno realizará un examen final extraordinario, cuya nota (sobre 10 puntos) denotaremos por **EE**, que abarcará toda la materia desarrollada en el curso.

La nota final en la convocatoria extraordinaria será **NE**, obtenida de la siguiente forma:

- Si $EE \geq 4$, la nota final **NE** se computará como:

$$NE = 0.70 \times NCE + 0.10 \times RP + 0.20 \times PIC,$$

donde **NCE** es la nota de evaluación continua (en convocatoria extraordinaria) y viene dada por

$$\text{NCE} = \text{máx} [(0.10 \times \text{PC} + 0.30 \times \text{PI} + 0.60 \times \text{EE}) , 1.00 \times \text{EE}] .$$

- En otro caso, **NE = EE** .

Normas de la asignatura

- En el examen intercuatrimestral de la asignatura no se liberará materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un 15% de las horas lectivas de la asignatura (7 horas acumuladas de inasistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. Artículo 93º. Escolaridad, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. En el examen intercuatrimestral y final, el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color no blanco, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá contener problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

Normas de uso de la IA

En la realización de **exámenes** o **pruebas evaluables**, no se admite bajo ningún concepto el uso de herramientas de inteligencia artificial. El alumno que la utilice será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado, del Reglamento General de la Universidad.

En la realización de **prácticas** y del **proyecto**, se admite el uso de la IA para las siguientes tareas:

- Planificación inicial del trabajo, tormenta de ideas e investigaciones preliminares.
- Realización de tareas específicas, como la creación de borradores iniciales, el perfeccionamiento de la redacción o la generación de código.

En cualquier caso, el contenido generado con la asistencia de la IA deberá ser sometido a una evaluación crítica por parte del estudiante. El resultado final debe ser, en todo momento, producto del propio estudiante.

El uso inapropiado de herramientas de IA podrá afectar a la evaluación global de los trabajos entregados. Asimismo, el profesorado se reserva el derecho a consultar a los alumnos sobre aspectos concretos de sus trabajos para verificar su comprensión; el resultado de estas consultas también podrá influir en la evaluación global de los trabajos correspondientes.

Los alumnos deberán documentar de forma clara en sus entregas las tareas concretas para las que hayan utilizado herramientas de IA. Esto no exime al estudiante de su responsabilidad sobre el contenido entregado, ni de la posibilidad de ser consultado al respecto.

BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

Bibliografía Básica

- Miranda Holmes-Cerfon. **Applied Stochastic Analysis**. American Mathematical Society, 2024.
- Ian Goodfellow, Yoshua Bengio, & Aaron Courville. **Deep Learning**. MIT Press, 2016. (Disponible en <https://www.deeplearningbook.org/>)
- Simon J.D. Prince. **Understanding Deep Learning**. MIT Press, 2023. (Disponible en <http://udlbook.com>)

Bibliografía Complementaria

Procesos estocásticos y simulaciones numéricas:

- Desmond Higham, & Peter Kloeden. **An Introduction to the Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations**. SIAM, 2021.
- Peter E. Kloeden, & Eckhard Platen. **Numerical Solution of Stochastic Differential Equations**. Springer, 1992.
- N.G. Van Kampen. **Stochastic Processes in Physics and Chemistry**. North Holland, 2007 (Third edition).
- P. Hennig, M.A. Osborne, & H.P. Kersting. **Probabilistic Numerics**. 2022. (Disponible en <https://www.probablistic-numerics.org/>)

Aplicaciones al Aprendizaje Automático (*Machine Learning*):

- Yang Song, et al. **Score-Based Generative Modeling through Stochastic Differential Equations**. 2021. (Disponible en <https://arxiv.org/abs/2011.13456>)
- Jonathan Ho, Ajay Jain, & Pieter Abbeel. **Denosing Diffusion Probabilistic Models**. 2020. (Disponible en <https://arxiv.org/abs/2006.11239>)

Probabilidad y estadística:

- Fernando San Segundo Barahona, & Marcos Marvá Ruiz. **PostData 1.0**. 2016. (Disponible en <https://postdata-statistics.com/>)
- Peter Whittle. **Probability via Expectation**. Springer, 2020 (Fourth edition).