

## FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

| <b>Datos de la asignatura</b> |  |
|-------------------------------|--|
| Nombre                        | Álgebra y Geometría  |
| Código                        | DMA-GIT-101  |
| Titulaciones                  | Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación<br>Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y ADE |
| Curso                         | Primero  |
| Cuatrimestre                  | Anual  |
| Créditos ECTS                 | 9  |
| Carácter                      | Formación Básica   |
| Departamento                  | Matemática Aplicada  |
| Área                          | Matemática Aplicada  |
| Coordinador                   | Santiago Canales Cano  |

| <b>Datos del profesorado</b>         |  |
|--------------------------------------|--|
| <b>Profesor</b>                      |  |
| Nombre                               | Estrella Alonso Pérez  |
| Departamento                         | Matemática Aplicada  |
| Área                                 | Matemática Aplicada  |
| Despacho                             | D-207  |
| e-mail                               | <a href="mailto:etalonso@comillas.edu">etalonso@comillas.edu</a>   |
| Teléfono                             | 91 5422800 (Ext 2370)  |
| Horario de Tutorías                  | Se comunicará el primer día de clase.  |
| <b>Profesor de Apoyo a Prácticas</b> |  |
| Nombre y datos de contacto           | Alicia Castellano García, <a href="mailto:acastellano@comillas.edu">acastellano@comillas.edu</a> , D-201 |

## DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

| <b>Contextualización de la asignatura</b>   |  |
|---|--|
| <b>Aportación al perfil profesional de la titulación</b>  |  |
| <p>En el perfil profesional del graduado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación e Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y ADE, esta asignatura pretende desarrollar en los futuros graduados la capacidad de abstracción basada en el aprendizaje de los conceptos y habilidades propios del álgebra lineal y la geometría diferencial, permitiendo así solucionar problemas teóricos y aplicados en el ámbito de la ingeniería de telecomunicación.</p> <p>Al finalizar el curso los alumnos conocerán las herramientas básicas del álgebra lineal como el análisis matricial y las técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, comprenderán los conceptos de espacio vectorial y aplicación lineal, utilizando con soltura</p> |  |

dichos conceptos en situaciones prácticas y entendiendo los fundamentos de la teoría espectral y su aplicación en el modelado de problemas de la vida real. Asimismo los alumnos manejarán los conceptos y resultados teórico-prácticos de los espacios euclídeos y espacios afines, trabajando con las transformaciones asociadas a ellos. Conocerán los principales conceptos de curvas, calculando sus elementos característicos (curvatura, torsión, triedro de Frenet, etc). Por otra parte, serán capaces de modelar y simplificar funciones booleanas mediante diagramas de Karnaugh.

Además los conocimientos y destrezas aquí adquiridos sentarán las bases para el aprendizaje de asignaturas que estudiarán en los cursos posteriores como son, entre otras, las Ecuaciones Diferenciales.

#### Prerrequisitos

Se presuponen conocimientos matemáticos de los estudios de Bachillerato, en particular: análisis matricial, determinantes, resolución de sistemas de ecuaciones y geometría analítica en el plano y el espacio.

## BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

### Contenidos – Bloques Temáticos

#### BLOQUE 1: Álgebra Lineal y Geometría Afín

##### Tema 1: ESPACIOS VECTORIALES

###### Trabajo previo. Análisis matricial:

- Definiciones, nomenclaturas y notaciones.
- Operaciones con matrices.
- Trasposición de matrices.
- Algunos tipos de matrices cuadradas.

1.1 Definiciones y propiedades.

1.2 Sistema de vectores. Combinación lineal.

1.3 Dependencia e independencia lineal.

1.4 Propiedades de los sistemas libres y ligados.

1.5 Sistemas equivalentes.

1.6 Subespacios vectoriales: Operaciones con subespacios, sistema generador, base de un espacio vectorial, dimensión de un espacio vectorial, coordenadas de un vector en una base.

1.7 Ecuaciones de cambio de base.

##### Tema 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

###### Trabajo previo. Determinantes:

- Definición de determinante.
- Propiedades de los determinantes.
- Cálculo práctico de determinantes.

- 2.1 Definición de sistema de ecuaciones lineales.
- 2.2 Resolución de sistemas.
- 2.3 Sistemas homogéneos.
- 2.4 Métodos numéricos para la resolución de sistemas lineales: métodos de Jacobi, de Gauss-Seidel y de relajación

### **Tema 3: APLICACIONES LINEALES**

- 3.1 Definiciones y propiedades.
- 3.2 Núcleo e imagen de una aplicación lineal u homomorfismo.
- 3.3 Matriz asociada a una aplicación lineal.
- 3.4 Operaciones con homomorfismos y matrices relacionadas con ellos.

### **Tema 4: AUTOVALORES Y AUTOVECTORES. FORMA CANÓNICA DE JORDAN**

- 4.1 Matrices semejantes. Propiedades de las matrices semejantes.
- 4.2 Definiciones de autovalores y autovectores
- 4.3 Polinomio característico y espectro de una matriz.
- 4.4 Subespacio invariante asociado a un autovalor.
- 4.5 Propiedades de autovalores y autovectores.
- 4.6 Forma canónica de Jordan.
- 4.7 Potencia y exponencial de una matriz cuadrada.
- 4.8 Métodos numéricos para el cálculo de autovalores y autovectores: métodos de la Potencia y de la Potencia Inversa.

### **Tema 5: ESPACIO VECTORIAL EUCLÍDEO.**

- 5.1 Definición de producto escalar. Propiedades.
- 5.2 Espacio vectorial euclídeo. Ortogonalidad.
- 5.3 Longitud de un vector. Ángulo que forman dos vectores.
- 5.4 Proyecciones en espacios vectoriales euclídeos.
- 5.5 Método de los mínimos cuadrados. Ajuste de datos.
- 5.6 Diagonalización ortogonal

### **Tema 6: ESPACIO AFÍN. TRANSFORMACIONES ORTOGONALES Y AFINES**

#### **Trabajo previo. El Espacio afín A2 y A3**

- Ecuaciones paramétricas e implícitas de rectas y planos.
- Posiciones relativas de rectas y planos.
- Perpendicular común.

- 6.1 Definición y propiedades.
- 6.2 Referencia afín. Coordenadas de un punto en una referencia. Ecuaciones de cambio de sistema de referencia afín.
- 6.3 Dependencia e independencia afín.
- 6.4 Subespacios afines. Definiciones de recta, plano e hiperplano.
- 6.5 Definición y propiedades de las transformaciones ortogonales.
- 6.6 Transformaciones ortogonales en un espacio vectorial euclídeo de dimensión 1, 2 y 3.
- 6.7 Definición y propiedades de las transformaciones afines.
- 6.8 Movimientos en un espacio afín de dimensión 2 y 3.

### **Tema 7: ÁLGEBRA DE BOOLE**

- 7.1. Lógica de proposiciones: operaciones con proposiciones.
- 7.2. Tablas de verdad. Tautologías y absurdos.
- 7.3. Álgebra de Boole: función booleana y diagramas de Karnaugh

### **BLOQUE 2: Geometría Diferencial**

#### **Tema 8: INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA DIFERENCIAL. CURVAS Y SUPERFICIES**

- 8.1 Conceptos de curva y superficie. Expresiones analíticas curvas y superficies.
- 8.2 Puntos regulares y singulares de una curva.
- 8.3 Cambio de parámetro. Parámetro arco de una curva.
- 8.4 Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Ecuaciones intrínsecas.
- 8.5 Cálculo de las ecuaciones paramétricas de una curva plana a partir de su curvatura.
- 8.6 Estudio de las superficies más características.

### **BLOQUE 3: Prácticas de Laboratorio**

- 1.- Introducción al programa MATLAB (Mupad). Matrices y determinantes.
- 2.- Sistemas de ecuaciones lineales.
- 3.- Espacios vectoriales.
- 4.- Aplicaciones lineales. Autovalores, autovectores y Forma Canónica de Jordan.
- 5.- Espacio vectorial euclídeo.
- 6.- Espacio afín. Transformaciones ortogonales y afines.

| Competencias – Resultados de Aprendizaje  |
|---|
| Competencias  |
| Competencias Generales  |
| <p>CG3. Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que le capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y tecnologías, así como que le dote de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.</p> <p>CG4. Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas, comprendiendo la responsabilidad ética y profesional de la actividad del ingeniero técnico de telecomunicación.</p>  |
| Competencias de Formación Básica  |
| <p>CFBT1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal, geometría, geometría diferencial, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, métodos numéricos, algorítmica numérica, estadística y optimización.</p>   |
| Resultados de Aprendizaje   |
| <p>Al final de curso los alumnos deben ser capaces de:</p> <p><b>RA1.</b> Conocer las herramientas básicas del álgebra lineal como el análisis matricial y su aplicación a la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p><b>RA2.</b> Saber calcular el determinante de una matriz cuadrada, reconocer sus propiedades y su aplicación al cálculo de la inversa de una matriz regular y al cálculo del rango de una matriz.</p> <p><b>RA3.</b> Analizar si un vector se puede expresar como combinación lineal de otros vectores dados y estudiar si los vectores de una familia dada son linealmente independientes entre sí.</p> <p><b>RA4.</b> Obtener una base de un espacio vectorial. Saber calcular las coordenadas de un vector respecto de una base dada y las ecuaciones paramétricas e implícitas de un subespacio en dicha base. Obtener la suma e intersección de dos subespacios. Conocer las ecuaciones de cambio de base.</p> <p><b>RA5.</b> Reconocer las aplicaciones lineales. Saber calcular el núcleo y la imagen de una aplicación lineal. Calcular la matriz de una aplicación lineal respecto de dos bases dadas.</p> |

**RA6.** Calcular los autovalores y autovectores de una matriz cuadrada y obtener una forma canónica de Jordan de dicha matriz.

**RA7.** Comprobar que una aplicación es un producto escalar. Calcular la matriz de un producto escalar en una base. Hallar el módulo de un vector y el ángulo que forman dos vectores. Saber si dos subespacios son ortogonales y obtener el subespacio suplementario ortogonal a uno dado. Calcular una base ortonormal de un espacio vectorial euclídeo.

**RA8.** Hallar la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio. Calcular la matriz de proyección, aplicando correctamente sus propiedades.

**RA9.** Reconocer si una matriz dada es ortogonal y diagonalizar ortogonalmente matrices simétricas.

**RA10.** Conocer la estructura de espacio afín y calcular las coordenadas de un punto en una referencia afín. Entender el concepto de subespacio afín y hallar las ecuaciones de un subespacio afín en una referencia dada.

**RA11.** Demostrar que una aplicación es una transformación ortogonal. Calcular la matriz de una transformación ortogonal y clasificarla. Demostrar que una aplicación es un movimiento y clasificarlo calculando su matriz.

**RA12.** Conocer las herramientas básicas del álgebra de Boole, manejando el concepto de función lógica y su simplificación

**RA13.** Comprender el concepto de curva y manejar sus expresiones analíticas. Calcular los puntos regulares y singulares de una curva y su longitud, así como manejar diferentes parametrizaciones de una curva (parámetro arco). Calcular los elementos del Triedro de Frenet, así como la curvatura y torsión en un punto regular de la curva.

**RA14.** Comprender el concepto de superficie y manejar sus expresiones analíticas.

**RA15.** Utilizar una plataforma virtual educativa y programas informáticos de aplicación a la Geometría ó al Álgebra Lineal.

## METODOLOGÍA DOCENTE

| Aspectos metodológicos generales de la asignatura  |                         |
|--|-------------------------|
| Metodología Presencial: Actividades  | Competencias            |
| <p>1. <b>Clase magistral y presentaciones generales</b> (34 horas, 100% presencial): El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema. (Incluidas 2 horas de evaluación por Pruebas Cortas)</p> | <b>CG3 y CFBT1</b>      |
| <p>2. <b>Resolución en clase de problemas prácticos</b> (48 horas, 100% presencial): En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. (Incluidas 6 horas de evaluación por Intercuatrimestrales)</p>   | <b>CG4 y CFBT1</b>      |
| <p>3. <b>Prácticas</b> (8 horas, 100% presencial). Se realizarán en grupos. En ellas los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos con ayuda del ordenador, familiarizándose así también con el entorno material y humano del trabajo en las aulas de informática. (Incluidas 2 horas de evaluación por Prácticas)</p>  | <b>CG3, CG4, CFBT1</b>  |
| Metodología No presencial: Actividades   | Competencias            |
| <p>El objetivo principal del trabajo no presencial es llegar a entender y comprender los conceptos teóricos de la asignatura, así como ser capaz de poner en práctica estos conocimientos para resolver los diferentes tipos de problemas</p>  | <b>CG3, CG4 y CFBT1</b> |
| <p>1. <b>Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos</b> por parte del alumno (60 horas, 0% presencial): Estudio individual y personal por parte del alumno de los conceptos expuestos en las lecciones expositivas.</p>  | <b>CG3</b>              |

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| <p>2. <b>Trabajo autónomo sobre contenidos prácticos</b> por parte del alumno (100 horas, 0% presencial): Resolución de problemas prácticos fuera del horario de clase por parte del alumno.</p> | <p><b>CG4 y CFBT1</b></p>      |
| <p>3. <b>Realización de trabajos colaborativos</b> por parte del alumno (20 horas, 0% presencial).</p>   | <p><b>CG3, CG4 y CFBT1</b></p> |

| Semana                            | ACTIVIDADES PRESENCIALES |  |  | ACTIVIDADES NO PRESENCIALES                   |     |  | Resultados de aprendizaje   |  |                           |   |
|-----------------------------------|--------------------------|--|--|---|-----|--|---|--|---------------------------|---|
|                                   | h/s                      | Clase teoría/problemas   | Laboratorio  | Evaluación                                    | h/s | Estudio individual de conceptos teóricos   | Resolución de problemas   | Preparación de exámenes teóricos y prácticos             | Resultados de aprendizaje | Descripción   |
| 1                                 | 3                        | Presentación (1h)+ Teoría Tema 1 (1h)+ Problemas Previo A (1h) |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos del Previo A: Análisis matricial (1h). Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 1 (2h) | Realizar todos los ejercicios propuestos del Previo A (3h)  |  | RA1                       | Conocer las herramientas básicas del álgebra lineal como el análisis matricial y su aplicación a la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.  |
| 2                                 | 3                        | Teoría Tema 1 (2h)+ Problemas Tema 1 (1h)                      |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 1 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 1 (problemas de espacios vectoriales) (4h)            |  | RA3                       | Analizar si un vector se puede expresar como combinación lineal de otros vectores dados y estudiar si los vectores de una familia dada son linealmente independientes entre sí.   |
| 3                                 | 3                        | Teoría Tema 1 (2h)+ Problemas Tema 1 (1h)                      |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 1 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 1 (problemas de espacios vectoriales) (4h)            |  | RA4                       | Obtener una base de un espacio vectorial. Saber calcular las coordenadas de un vector respecto de una base dada y las ecuaciones paramétricas e implícitas de un subespacio en dicha base. Obtener la suma e intersección de dos subespacios. Conocer las ecuaciones de cambio de base.                                 |
| 4                                 | 3                        | Problemas Tema 1 (2h)  | Práctica 1: Introducción al programa MATLAB (Mupad). Matrices y Determinantes (1h) |   | 6   |  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 1 (problemas de espacios vectoriales) (4h)            | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 1 (2h) | RA2 , RA3, RA4 y RA15     | Saber calcular el determinante de una matriz cuadrada, reconocer sus propiedades y su aplicación al cálculo de la inversa de una matriz regular y al cálculo del rango de una matriz. (RA2). Utilizar una plataforma virtual educativa y programas informáticos de aplicación a la Geometría ó al Álgebra Lineal (RA15) |
| 5                                 | 3                        | Teoría Tema 2 (1h)+ Problemas Previo B (1.5h)                  |  | Prueba Evaluación Rendimiento Tema 1 (30 min) | 6   | Lectura y estudio de los contenidos del Previo B: Determinantes (2h). Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 2 (1h)      | Realizar todos los ejercicios propuestos del Previo B (2h)  | Preparación de prueba de rendimiento (1h)                | RA1 a RA4                 | Descritos anteriormente   |
| 6                                 | 3                        | Teoría Tema 2 (1h)+ Problemas Tema 2 (1h)                      | Práctica 2: Sistemas de ecuaciones lineales (1h)                                   |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 2 (1h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 2 (problemas de sistemas de ecuaciones lineales )(2h) | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 2 (2h) | RA1 y RA15                | Descritos anteriormente   |
| 7                                 | 3                        | Examen Intercuatrimstral (contenidos de los Temas 1 y 2)       |  |   | 6   | Preparación del Examen Intercuatrimstral (6h)  |   |  |                           |   |
| 8                                 | 3                        | Teoría Tema 3 (2h)+ Problemas Tema 3 (1h)                      |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 3 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 3 (problemas de aplicaciones lineales) (4h)           |  | RA5                       | Reconocer las aplicaciones lineales. Saber calcular el núcleo y la imagen de una aplicación lineal. Calcular la matriz de una aplicación lineal respecto de dos bases dadas.  |
| 9                                 | 3                        | Teoría Tema 3 (1h)+ Problemas Tema 3 (1h)                      | Práctica 3: Espacios vectoriales (1h)  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 3 (1h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 3 (problemas de aplicaciones lineales ) (3h)          | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 3 (2h) | RA1, RA5 y RA15           | Descritos anteriormente   |
| 10                                | 3                        | Teoría Tema 3 (1h)+ Problemas Tema 3 (2h)                      |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 3 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 3 (problemas de aplicaciones lineales) (4h)           |  | RA5                       | Descrito anteriormente  |
| 11                                | 3                        | Problemas Tema 3 (3h)  |  |   | 6   |  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 3 (problemas de aplicaciones lineales) (4h)           | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica4 (2h)  | RA5 y RA15                | Descritos anteriormente   |
| 12                                | 3                        | Teoría Tema 4 (1h)+Problemas Tema 4 (1.5h)                     |  | Prueba Evaluación Rendimiento Tema 3 (30 min) | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 4 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 4 (problemas de autovalores y autovectores) (3h)      | Preparación de prueba de rendimiento (1h)                | RA5 y RA6                 | Calcular los autovalores y autovectores de una matriz cuadrada y obtener una forma canónica de Jordan de dicha matriz.(RA6)   |
| 13                                | 3                        | Teoría Tema 4 (2h)+ Problemas Tema 4 (1h)                      |  |   | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 4 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 4 (problemas de autovalores y autovectores) (4h)      |  | RA6                       | Descrito anteriormente  |
| 14                                | 3                        | Teoría Tema 4 (1h)+ Problemas Tema 4 (1h)                      |  | Prueba Evaluación Rendimiento Prácticas (1h)  | 6   | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 4 (2h)  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 4 (problemas de autovalores y autovectores) (4h)      |  | RA6                       | Descrito anteriormente  |
| 15                                | 3                        | Problemas Tema 4 (3h)  |  |   | 6   |  | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 4 (problemas de autovalores y autovectores) (4h)      | Preparación de Examen cuatrimestral (2h)                 | RA1 a RA6                 | Descritos anteriormente   |
| <b>EXAMEN PRIMER CUATRIMESTRE</b> |                          |  |  |   |     |  |   |  |                           |   |

| EXAMEN PRIMER CUATRIMESTRE          |   |   |  |   |   |   |   |  |                   |  |
|-------------------------------------|---|---|--|---|---|---|---|--|-------------------|--|
| 16                                  | 3 | Teoría Tema 5 (2h)+ Problemas Tema 5 (1h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 5 (3h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 5 (problemas de espacio euclídeo) (3h)                      |  | RA7               | Comprobar que una aplicación es un producto escalar. Calcular la matriz de un producto escalar en una base. Hallar el módulo de un vector y el ángulo que forman dos vectores. Saber si dos subespacios son ortogonales y obtener el subespacio suplementario ortogonal a uno dado. Calcular una base ortonormal de un espacio vectorial euclídeo. |
| 17                                  | 3 | Teoría Tema 5 (1h)+ Problemas Tema 5 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 5 (3h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 5 (problemas de espacio euclídeo) (3h)                      |  | RA7 y RA8         | Hallar la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio. Calcular la matriz de proyección, aplicando correctamente sus propiedades (RA8)   |
| 18                                  | 3 | Teoría Tema 5 (1h)+ Problemas Tema 5 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 5 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 5 (problemas de espacio euclídeo) (4h)                      |  | RA7, RA8 y RA9    | Reconocer si una matriz dada es ortogonal y diagonalizar ortogonalmente matrices simétricas (RA9)  |
| 19                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas del Previo C (1h)           | Práctica 4: Aplicaciones lineales. Autovalores, autovectores y Forma Canónica de Jordan (1h) |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos del Previo C: A2 y A3 (1h). Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (1h) | Realizar los ejercicios propuestos del Previo C: A2 y A3 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 5 (2h) | RA6, RA10 y RA15  | Conocer la estructura de espacio afín y calcular las coordenadas de un punto en una referencia afín. Entender el concepto de subespacio afín y hallar las ecuaciones de un subespacio afín en una referencia dada (RA10)   |
| 20                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1.5h)+ Problemas Tema 6 (1h)               |  | Prueba Evaluación Rendimiento Tema 5 (30 min)   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de espacio afín) (3h)                          | Preparación de prueba de rendimiento (1h)                | RA6 y RA10        | Descritos anteriormente  |
| 21                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas Tema 6 (1h)                 | Práctica 5: Espacio vectorial euclídeo (1h)  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (1h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de espacio afín) (3h)                          | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 6 (2h) | RA7 a RA10 y RA15 | Descritos anteriormente  |
| 22                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas Tema 6 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de Transformaciones ortogonales y afines) (4h) |  | RA11              | demostrar que una aplicación es una transformación ortogonal. Calcular la matriz de una transformación ortogonal y clasificarla. Demostrar que una aplicación es un movimiento y clasificarlo calculando su matriz.  |
| 23                                  | 3 | Examen Intercuatrimestral (contenidos de los Temas 5 y 6) |  |   | 6 | Preparación del Examen Intercuatrimestral (6h)  |   |  |                   |  |
| 24                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas Tema 6 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de Transformaciones ortogonales y afines) (4h) |  | RA11              | Descrito anteriormente   |
| 25                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas Tema 6 (1h)                 | Práctica 6: Espacio afín. Transformaciones ortogonales y afines (1h)                         |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (1h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de Transformaciones ortogonales y afines) (3h) | Realizar los ejercicios propuestos de la Práctica 7 (2h) | RA10, RA11 y RA15 | Descritos anteriormente  |
| 26                                  | 3 | Teoría Tema 6 (1h)+ Problemas Tema 6 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 6 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 6 (problemas de Transformaciones ortogonales y afines) (4h) |  | RA11              | Descrito anteriormente   |
| 27                                  | 3 | Teoría Tema 7 (1.5h)+ Problemas Tema 7 (1h)               |  | Prueba Evaluación Rendimiento Tema 6 (30 min)   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 7 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 7 (problemas de Álgebra de Boole) (3h)                      | Preparación de prueba de rendimiento (1h)                | RA10, RA11 y RA12 | Conocer las herramientas básicas del álgebra de Boole, manejando el concepto de función lógica y su simplificación (RA12)  |
| 28                                  | 3 | Teoría Tema 8 (1h)+Problemas Tema 8 (2h)                  |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 8 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 8 (problemas de curvas) (4h)                                |  | RA13              | Comprender el concepto de curva y manejar sus expresiones analíticas. Calcular los puntos regulares y singulares de una curva y su longitud, así como manejar diferentes parametrizaciones de una curva (parámetro arco). Calcular los elementos del Triedro de Frenet, así como la curvatura y torsión en un punto regular de la curva.           |
| 29                                  | 3 | Teoría Tema 8 (1h)+ Problemas Tema 8 (1h)                 |  | Prueba Evaluación Rendimiento de Prácticas (1h) | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 8 (2h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 8 (problemas de curvas y superficies) (4h)                  |  | RA13 y RA14       | Comprender el concepto de superficie y manejar sus expresiones analíticas (RA14)   |
| 30                                  | 3 | Teoría Tema 8 (1h)+ Problemas Tema 8 (2h)                 |  |   | 6 | Lectura y estudio de los contenidos teóricos vistos del Tema 8 (1h)   | Realizar los ejercicios propuestos del Tema 8 (problemas de curvas y superficies) (5h)                  |  | RA13 y RA14       | Descritos anteriormente  |
| EXAMEN SEGUNDO CUATRIMESTRE Y FINAL |   |   |  |   |   |   |   |  |                   |  |

## EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

| Actividades de evaluación   | Criterios de evaluación  | PESO       |
|---|--|------------|
| <p><b><u>Realización de exámenes:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Exámenes Intercuatrimestrales (25%)</li> <li>Examen Parcial y Final (50%)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Comprensión de conceptos.</li> <li>Aplicación de conceptos a la resolución de problemas.</li> <li>Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>Presentación y comunicación escrita.</li> </ul>   | <b>75%</b> |
| <p><b><u>Evaluación del Rendimiento.</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pruebas de seguimiento (15%).</li> <li>Controles de prácticas (10 %)</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>Comprensión de conceptos.</li> <li>Aplicación de conceptos a la resolución de problemas prácticos.</li> <li>Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>Dominio en la resolución de problemas con ayuda del ordenador y software específico.</li> <li>Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en los problemas resueltos con ordenador.</li> <li>Capacidad de trabajo en grupo. Presentación y comunicación escrita.</li> </ul> | <b>25%</b> |

### Criterios de Calificación

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno, se realizarán pruebas durante cada cuatrimestre. En concreto se realizará una prueba corta (PC) al final de cada capítulo o grupo de capítulos, para evaluar la evolución y aprovechamiento del trabajo realizado por el alumno, una prueba por ordenador

(PO) que evaluará la realización de las prácticas correspondientes a las sesiones con ordenador, una prueba intercuatrimestral a la mitad del cuatrimestre (I) y un examen al final del cuatrimestre (E). Asimismo, el profesor podrá realizar cuantas pruebas de carácter continuo considere oportuno incluyendo dichas calificaciones en la nota PC.

### **1.- Evaluación del primer cuatrimestre**

La evaluación del primer cuatrimestre se compondrá de cuatro notas: tres de ellas correspondientes a calificaciones de evaluación continua a lo largo del cuatrimestre (PC1, PO1, I1) y una correspondiente a la nota obtenida en el examen final de cuatrimestre (E1).

- **Nota PC1 (sobre 10 puntos)**: nota media obtenida por el alumno en todas las pruebas cortas realizadas durante el cuatrimestre.
- **Nota PO1 (sobre 10 puntos)**: nota obtenida por el alumno en la prueba final de prácticas que se debe realizar en el primer cuatrimestre.
- **Nota I1 (sobre 10 puntos)**: nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del primer cuatrimestre.
- **Nota E1 (sobre 10 puntos)**: nota obtenida por el alumno en el examen parcial del primer cuatrimestre.

Si la nota E1 es mayor o igual que 4 , la calificación S1 del primer cuatrimestre será la nota máxima entre

$$C1=(0.15*PC1)+(0.10*PO1)+(0.25*I1)+(0.50*E1) \text{ y } F1=0.80*E1$$

siendo S1=E1 la nota asignada en el primer cuatrimestre en caso contrario.

### **2.- Evaluación en la convocatoria ordinaria:**

- i. Si la nota S1  $\geq 4$ , el alumno puede optar entre:
  - a) Obtener en el segundo cuatrimestre una nota S2, por un procedimiento análogo a la evaluación del primer cuatrimestre, que será por tanto el máximo entre

$$C2=(0.15*PC2)+(0.10*PO2)+(0.25*I2)+(0.50*E2) \text{ y } F2=0.80*E2$$

siendo **PC2** la media de las notas de las pruebas cortas del segundo cuatrimestre, **PO2** la nota obtenida por el alumno en el control de prácticas del segundo cuatrimestre, **I2** la nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del segundo cuatrimestre y **E2** la nota obtenida en el examen parcial del segundo cuatrimestre, (**S2=E2** si **E2** es menor que **4**). En este caso el examen abarcará únicamente la materia impartida en el segundo cuatrimestre. La asignatura se aprueba si la media aritmética **NS=0.5\*(S1+S2)** es mayor o igual que **5** y **S2>=4**, siendo **NS** la calificación del alumno en la asignatura. En caso contrario, si **NS<5** ó **S2<4** se suspende la asignatura en la convocatoria ordinaria con calificación **NS** si **NS<4**, ó **4** si **NS>=4**.

- b) Hacer un examen final de toda la asignatura. En este caso la nota final de la asignatura **NF** en la convocatoria ordinaria será también el máximo entre

$$C3=(0.15*PC2)+(0.10*PO2)+(0.25*I2)+(0.50*EF) \text{ y } F3=0.80*EF$$

siendo **PC2** la media de las notas de las pruebas cortas del segundo cuatrimestre, **PO2** la nota obtenida por el alumno en el control de prácticas del segundo cuatrimestre, **I2** la nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral del segundo cuatrimestre y **EF** la nota obtenida en el examen final de la asignatura, (siendo también **NF=EF** si **EF** es menor que **4**). En este caso el examen abarcará la materia de toda la asignatura. La asignatura se aprueba si **NF>=5**, suspendiendo la asignatura en caso contrario.

- ii. Si la nota **S1<4**, el alumno estará obligado a realizar un examen final de la asignatura y la evaluación será análoga a la del punto i. apartado b).

### **3.- Evaluación en la convocatoria extraordinaria:**

Si la nota **EJ** del examen de dicha convocatoria (que abarcará toda la materia desarrollada en el curso) es menor que **4**, la calificación de la asignatura será **EJ**. En caso contrario, la calificación del alumno en la convocatoria extraordinaria, será la puntuación máxima entre la nota obtenida en el examen correspondiente a dicha convocatoria (**EJ**) y la nota obtenida al considerar el 50% de la mejor evaluación continua y el 50% de la calificación **EJ**, es decir, la mejor de las calificaciones

$$J1=(0.15*PC1)+(0.10*PO1)+(0.25*I1)+(0.50*EJ)$$

$$J2=(0.15*PC2)+(0.10*PO2)+(0.25*I2)+(0.50*EJ)$$

EJ

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si dicha calificación es mayor o igual que 5.

### Normas de la asignatura

- Los exámenes intercuatrimestrales de la asignatura no liberarán materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso, a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (14 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad** , del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. Particularmente en los exámenes intercuatrimestrales, finales y de prácticas el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color vistoso, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá contener problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

## RESUMEN PLAN DE LOS TRABAJOS

| Actividades presenciales y No presenciales  | Fecha de realización                           | Fecha de entrega |
|---|--|------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pruebas de evaluación del rendimiento</li> </ul>                                   | Semanas 5, 12, 20 y 27                         |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exámenes Intercuatrimestrales y Exámenes Finales</li> </ul>                        | Semanas 7 y 23 periodos de exámenes ordinarios |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prácticas de laboratorio</li> </ul>  | Semanas 4, 6, 9, 11, 19, 21 y 25               |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura y estudio de los contenidos teóricos en el libro de texto</li> </ul>       | Después de cada clase                          |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de los problemas propuestos</li> </ul>                                  | Semanalmente                                   |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Preparación de las pruebas que se realizarán durante las horas de clase</li> </ul> | Semanas 5, 12, 20 y 27                         |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Preparación de exámenes intercuatrimestrales, parciales y final</li> </ul>         | Ocubre, Diciembre, Febrero, Mayo               |                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Preparación de exámenes de prácticas</li> </ul>                                    | Semanas 13 y 28                                |                  |

| RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO        |   |                                      |            |
|--|---|--------------------------------------|------------|
| HORAS PRESENCIALES                         |   |                                      |            |
| Lección magistral                          | Resolución de problemas                     | Prácticas laboratorio de matemáticas | Evaluación |
| 32   | 42  | 7                                    | 9          |
| HORAS NO PRESENCIALES                      |   |                                      |            |
| Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos | Trabajo autónomo sobre contenidos prácticos | Preparación de exámenes              |            |
| 49   | 99  | 32                                   |            |
| <b>CRÉDITOS ECTS: 9 (270 horas)</b>        |   |                                      |            |

## BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

### Bibliografía Básica

#### Libros de texto

- De la Villa, A. Problemas de Álgebra con esquemas teóricos. Ed. CLAGSA Madrid 2010.
- López de la Rica, A. y De la Villa, A. Geometría Diferencial. Ed. GLAGSA, Madrid 1997

### Bibliografía Complementaria

#### Libros de texto

- Burgos, J. Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana, Ed. Mc Graw Hill, 2006.
- Merino, L. y Santos, E. Álgebra Lineal con Métodos Elementales, Ed. Thomson, 2006.
- Burgos, J. Álgebra Lineal. Definiciones, teoremas y resultados. Ed. García-Maroto, 2007.
- Do Carmo. Geometría Diferencial de curvas y superficies. Ed. Alianza, 1994.