

MASTER EN SISTEMAS FERROVIARIOS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA I.C.A.I.

TRABAJO FIN DE MÁSTER



ANÁLISIS DE TENSIONES EN  
MÉNSULAS FERROVIARIAS

Autora: Isabel María Varas Gálvez

Director: Dr. Alberto Carnicero López

Co-Director: Dr. Jesús Jiménez Octavio

MADRID

JULIO 2016

*"Stay hungry, stay foolish"*

*"Se ambicioso, se inquieto"*

Steve **Jobs**, 1955-2011.

---

*A mis dos locos bajitos, Aurora y Julio...*

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	2
1.2. Metodología de trabajo . . . . .	3
1.3. Estructura de la memoria . . . . .	3
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción a la catenaria . . . . .	6
2.1.1. Hilo de contacto . . . . .	6
2.1.2. Hilo sustentador . . . . .	8
2.1.3. Pendolas . . . . .	10
2.1.4. Compensación . . . . .	11
2.1.5. Aisladores . . . . .	12
2.2. Tipologías de ménsulas . . . . .	13
2.2.1. Ménsulas en celosía . . . . .	13
2.2.2. Ménsulas tubulares . . . . .	13
<b>3. Datos de entrada para el estudio</b>	<b>16</b>
3.1. Solicitaciones estáticas . . . . .	16
3.1.1. Cargas verticales . . . . .	17
3.1.1.1. Peso hilo de contacto . . . . .	17
3.1.1.2. Peso del cable sustentador . . . . .	17

3.1.1.3.	Peso del pendolado y de las grifas . . . . .	18
3.1.2.	Cargas horizontales . . . . .	18
3.1.2.1.	Fuerza horizontal debida a la tensión del cable de con- tacto . . . . .	18
3.1.3.	Influencia del tráfico ferroviario . . . . .	20
3.2.	Solicitaciones dinámicas . . . . .	20
3.2.1.	Fuerza de giro en el brazo de atirantado. . . . .	20
<b>4.</b>	<b>Método de los Elementos Finitos</b>	<b>22</b>
4.1.	Formulación general . . . . .	22
4.2.	Elemento . . . . .	23
4.2.1.	Campo de desplazamientos del elemento . . . . .	23
4.3.	Campo de deformaciones del elemento . . . . .	24
4.4.	Campo de esfuerzos del elemento . . . . .	25
4.5.	Equilibrio del elemento . . . . .	25
4.6.	Integración del sistema de ecuaciones para el medio continuo . . . . .	26
4.7.	La herramienta ANSYS . . . . .	27
4.8.	La herramienta SOLID EDGE . . . . .	28
<b>5.</b>	<b>Modelado de la Ménsula</b>	<b>30</b>
5.1.	Modelo simplificado . . . . .	30
5.1.1.	Introducción de cargas . . . . .	31
5.1.2.	Condiciones de contorno . . . . .	33
5.1.3.	Mallado . . . . .	33
5.2.	Modelo real . . . . .	34
5.2.1.	Condiciones de contorno . . . . .	36
5.2.2.	Mallado . . . . .	36
<b>6.</b>	<b>Resultados</b>	<b>38</b>
6.1.	Fundamentos teóricos . . . . .	38
6.2.	Análisis de tensiones . . . . .	39

6.2.1. Unión 1 . . . . .	40
6.2.2. Unión 2 . . . . .	41
6.3. Análisis del daño acumulado . . . . .	42
6.3.1. Unión 1 . . . . .	44
6.3.2. Unión 2 . . . . .	46
<b>7. Conclusiones</b>	<b>47</b>

# Índice de figuras

2.1. Sistema de alimentación eléctrica mediante Catenaria . . . . .	5
2.2. Esquema de sección longitudinal de una catenaria. . . . .	7
2.3. Hilo de contacto de catenaria . . . . .	8
2.4. Ejemplos de secciones de hilos conductores. . . . .	9
2.5. Péndola simple (a) y péndola equipotencial(b). . . . .	10
2.6. Sistema de compensación mecánica. . . . .	12
2.7. Catenaria con ménsulas en celosía. . . . .	15
2.8. Ménsula tubular en fase de montaje. . . . .	15
3.1. Descentramiento del hilo de contacto y sus respectivas tensiones mecánicas. . . . .	19
5.1. Modelo de ménsulas en elementos BEAM. . . . .	31
5.2. Modelo de barras con cargas aplicadas. . . . .	31
5.3. Introducción de cargas variables. . . . .	32
5.4. Acción del pantógrafo. . . . .	32
5.5. Modelo de malla. . . . .	34
5.6. Modelado real de la ménsula. . . . .	34
5.7. Uniones críticas de la ménsula. . . . .	35
5.8. Condiciones de contorno asociadas a un Submodelo. . . . .	36
5.9. Malla de un submodelo. . . . .	37

6.1. Ejemplo de rotura por fatiga. . . . .	38
6.2. Distribución de tensiones. . . . .	40
6.3. Vista frontal distribución de tensiones. . . . .	40
6.4. Vista trasera distribución de tensiones. . . . .	41
6.5. Distribución de tensiones. . . . .	41
6.6. Detalle de distribución de tensiones. . . . .	42
6.7. Determinación del número de ciclos mediante Rain Flow. . . . .	42
6.8. Aplicación del método Rain Flow. . . . .	44
6.9. Detalle de la aplicación del método Rain Flow. . . . .	44
6.10. Comportamiento a fatiga del material AlMg0,7Si. . . . .	45
6.11. Resultados para la Unión 1. . . . .	45
6.12. Resultados para la Unión 2. . . . .	46

**Alumna** Isabel María Varas Gálvez

**Director** Alberto Carnicero López

**Co-Director** Jesús Jiménez Octavio

**Programa cursado y año** Máster en Sistemas Ferroviarios. Curso 2015/16.

**Título** Análisis de tensiones en Ménsulas Ferroviarias.

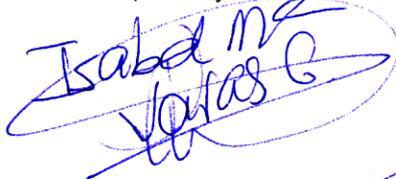
**Descripción breve del Trabajo Fin de Máster**

El presente Trabajo Fin de Máster tiene como objeto el estudio y análisis de ménsulas ferroviarias. Se hará uso de dos programas de software informático, SolidEdge y Ansys, además de usar Matlab como apoyo. Las dos primeras herramientas se utilizarán de forma conjunta en la fase de modelado y cálculo, donde, una vez obtenida la distribución de tensiones se pasarán los datos por una subrutina de Matlab.

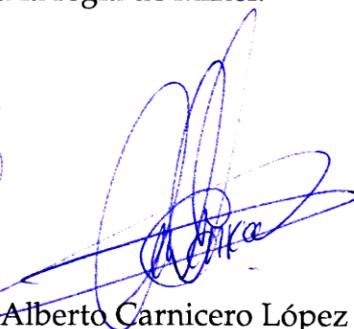
El cálculo de tensiones del modelo se obtiene a partir del Método de los Elementos Finitos (MEF). En primer lugar, se diseña la ménsula como un modelo de barras y se calculan los desplazamientos que sufre la estructura cuando actúan sobre esta la acción del tráfico ferroviario y las cargas estáticas de la catenaria. En segundo lugar, se aplica la técnica de los submodelos para obtener la distribución de tensiones en las uniones reales.

Una vez obtenidos los desplazamientos y las tensiones en los modelos reales, se estimará la fatiga mediante varias subrutinas en Matlab. Se aplicará el método de Rain-Flow para obtener el número de ciclos de vida de la pieza. Por último, para determinar el daño acumulado se aplicará la regla de Miner.

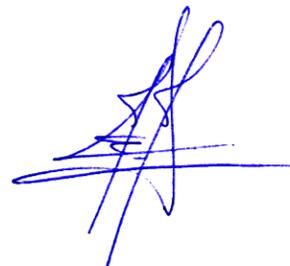
Madrid, 7 de Julio de 2016



Isabel M. Varas Gálvez



Alberto Carnicero López



Jesús Jiménez Octavio

# Abstract

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería I.C.A.I.

*by Isabel María Varas Gálvez*

---

The current Master Thesis aims to study the railways cantilevers. The main objective is to determine the type of stresses distribution in a cantilever due to stresses produced in a railway holding and identify which are the most critical elements in the overall system. Furthermore, a fatigue life estimation has been performed and the wear evaluation of the individual components. To carry out the current research, two software applications will be used named SolidEdge and Ansys.

# Resumen

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería I.C.A.I.

*por Isabel María Varas Gálvez*

---

El presente Trabajo Fin de Máster (TFM) tiene como objeto el estudio de ménsulas ferroviarias. Se pretende determinar en una ménsula tipo la distribución de tensiones debidas a las solicitaciones producidas en una explotación ferroviaria, para identificar qué elementos resultan críticos dentro del conjunto. Por otro lado, se llevará a cabo una estimación de la vida a fatiga así como una estimación de desgaste de los distintos elementos. Para la realización del presente TFM se hará uso de dos programas de software informático como son SolidEdge y Ansys.

## Introducción

La historia del ferrocarril en España comienza en el siglo XIX con la construcción de las primeras líneas ferroviarias y se extiende hasta la actualidad, convirtiéndose en uno de los elementos más importantes de la sociedad y la economía española. Este medio de transporte posibilita el traslado tanto de mercancías como el de viajeros.

El éxito de los ferrocarriles reside en su constante evolución y su adaptación a los cambios tecnológicos desarrollados a lo largo de la historia. A día de hoy, constituye un medio de transporte rápido eficiente y comprometido con el medio ambiente. No obstante, su diseño ha ido evolucionando hasta constituir un sistema avanzado de gran complejidad tecnológica.

Uno de los hitos que marcó dicha evolución fue el paso de motor de vapor o combustión interna al motor eléctrico. El primer tren eléctrico fue construido en Berlín en 1879 por Werner von Siemens. La locomotora era impulsada por un motor de  $2,2 \text{ kW}$  y recibía la electricidad a través de un riel situado en la vía, la cual a su vez, era alimentada por una dínamo.

Para que un tren pueda ser alimentado eléctricamente, necesita de una red de infraestructuras que garantice el suministro a lo largo de toda la línea. Esta red recibe el

nombre de catenaria, dentro de la cual, se encuentran las ménsulas ferroviarias. [1]

En Europa, los proyectos de electrificación de líneas ferroviarias se enfocaron en las regiones montañosas por varias razones:

- Los suministros de carbón eran difíciles.
- La energía hidroeléctrica estaba fácilmente disponible
- Las locomotoras eléctricas daban más tracción en las líneas con rampas pronunciadas.

Desde este momento tanto el vehículo como el sistema de abastecimiento han ido evolucionando constantemente para aumentar su eficiencia, durabilidad, resistencia a la vez que reducir su consumo, desgaste y coste.

## **1.1. Objetivos**

Actualmente, el objetivo principal del desarrollo reside, sobretodo, en la reducción del tiempo de viaje, así como la disminución de los costes operativos. Para obtener un sistema eficiente y de altas prestaciones, deben cumplirse con unos requisitos mínimos de precisión y robustez.

Con el objetivo de reducir dichos costes operativos, se han llevado a cabo numerosos estudios con el objetivo de optimizar cada uno de los sistemas que conforma el sector ferroviario. Partiendo de esta idea ha tenido lugar el siguiente proyecto, puesto que este pretende estudiar en profundidad los sistemas de sustentación de la catenaria. Mediante la cuantificación del desgaste y la vida a fatiga podrán optimizarse las ménsulas ferroviarias. Además de la identificación de elementos que resultan críticos.

## 1.2. Metodología de trabajo

Para llevar a cabo el siguiente proyecto, se enumeran las tareas que comprenden el estudio:

1. Elaboración de un modelo con elementos tipo barra en ANSYS.
2. Estudio del modelo.
3. Identificación de uniones y subconjuntos críticos.
4. Montaje del submodelo con elementos 3D en SolidEdge.
5. Exportar los conjuntos sólidos a ANSYS.
6. Resolución de los posibles problemas que puedan surgir en el modelo de sólidos.
7. Estudio del desgaste y determinación de vida a fatiga.
8. Enumeración de resultados y conclusiones.

## 1.3. Estructura de la memoria

La presente memoria se ha estructurado en seis capítulos y el listado de referencias.

En el *Capítulo 1* se plantea la motivación del proyecto, así como una breve introducción histórica de los inicios de los sistemas eléctricos de alimentación.

En el *Capítulo 2* se desarrolla el estado del arte de los sistemas de sustentación del sistema eléctrico.

El *Capítulo 3* se describe las diferentes sollicitaciones a las que está sometida una estructura de esta tipología.

## Capítulo 1. *Motivación*

---

En el *Capítulo 4* se desarrolla el Método de los Elementos Finitos y se hace una breve introducción sobre el software utilizado, Ansys y SolidEdge.

En el *Capítulo 5* se desarrolla como se ha llevado a cabo el diseño y la implementación de la ménsula en Ansys y SolidEdge.

El *Capítulo 6* muestra los resultados del programa tras la implementación de cargas sobre la estructura y, de esta forma, se podrán observar el comportamiento y cuantificar los resultados de los mismos.

El *Capítulo 7* recoge las conclusiones e ideas fruto de la realización de este estudio.

Y por último, se listan las Referencias que completan el texto de la memoria.

## Estado del Arte

Las ménsulas ferroviarias son uno de los elementos básicos de sustentación y apoyo de las líneas aéreas de contacto en las redes de sistemas ferroviarios. Su objetivo es asegurar una óptima transmisión de la corriente eléctrica entre el vehículo y la catenaria. Por ello, garantizan que las líneas aéreas son sustentadas a una altura determinada manteniendo un contacto permanente con el pantógrafo del tren como muestra la Figura 2.1.



Figura 2.1: Sistema de alimentación eléctrica mediante Catenaria

En este capítulo se realizará una primera introducción a los componentes con los que se forma la catenaria, así como las dos tipologías más usuales de ménsulas.

## **2.1. Introducción a la catenaria**

Históricamente, el nombre de catenaria se ha asignado matemáticamente a la forma geométrica característica de la curva que forma un hilo flexible sometido a la fuerza de la gravedad. En el sector del ferrocarril la catenaria constituye la fuente de alimentación más extendida en los sistemas ferroviarios de tracción eléctrica.

Mediante una línea aérea se permite el paso de la corriente de la red al vehículo que a su vez, mediante un motor eléctrico, convertirá dicha electricidad en energía mecánica que genere el movimiento del vehículo. La corriente eléctrica pasará desde la catenaria al vehículo motor a través del pantógrafo.

Dependiendo del tipo de vía sobre la que se haya instalado la catenaria surgen diferentes diseños: líneas tranviarias, líneas de trolebús, catenarias aéreas rígidas o las catenarias aérea flexibles, siendo estas últimas las más comunes.

A grandes rasgos, las catenarias aéreas flexibles están constituidas por dos cables: el cable sustentador y el hilo de contacto. El objetivo primordial del primero es mantener al segundo cable en un plano paralelo al plano de rodadura siendo sostenido mediante elementos colgantes denominados péndolas. El hilo de contacto es clave en el proceso de transmisión de la electricidad tal y como se detalla a continuación.

### **2.1.1. Hilo de contacto**

El hilo de contacto, Figura 2.3, se encarga de transportar la corriente eléctrica desde la red hasta el vehículo para moverse una vez convertida dicha energía en energía mecánica. Una particularidad de este elemento es su montaje en forma de zig-zag a lo largo del recorrido. Dicho montaje se conoce con el nombre de descentramiento y suele variar entre 20 y 25 cm. Esta característica resulta indispensable para evitar el desgaste

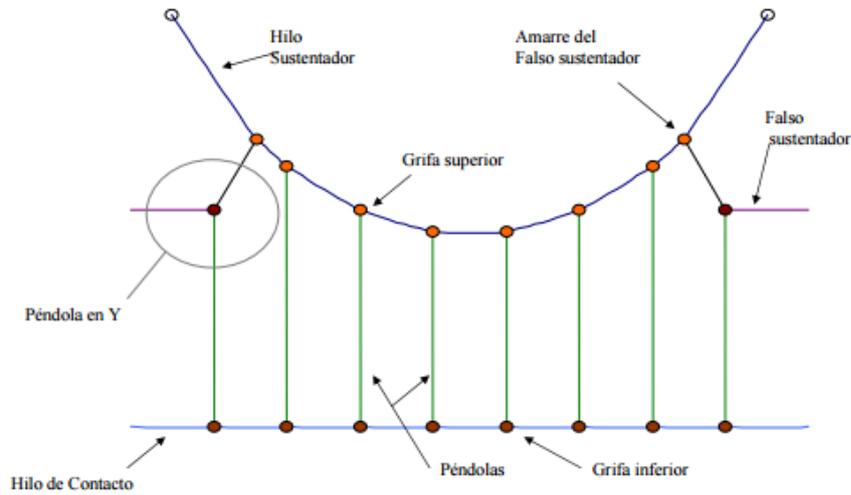


Figura 2.2: Esquema de sección longitudinal de una catenaria.

del pantógrafo en un solo punto de las pletinas, por lo que favorece un desgaste uniforme. Por tanto, el objetivo último del descentramiento del hilo es alargar la vida útil del pantógrafo y reducir de manera drástica los costes asociados al mantenimiento del mismo.

Los hilos de contacto deberán de mantenerse obligatoriamente en un plano paralelo al plano que forman las vías para garantizar un contacto permanente y constante entre el pantógrafo y el cable. De lo contrario, el pantógrafo sufriría variaciones en la fuerza de contacto de tal magnitud que haría inviable la existencia de un contacto continuo pudiendo provocarse o bien la ruptura del mismo o lo opuesto, pérdida de contacto entre ambas piezas que provocarían la aparición de arcos eléctricos. Dichos arcos, generados debido a las altas tensiones de trabajo de las catenarias, son capaces de romper la rigidez dieléctrica del aire y generar un excesivo desgaste y por lo tanto una transmisión de la energía ineficiente.

Los hilos se fabrican mediante un proceso de trefilado de un macizo con una sección cuasi circular -con una muesca determinada a una distancia concreta del plano



Figura 2.3: Hilo de contacto de catenaria

central de la sección- y de una profundidad específica de forma que pueda ser agarrada fácilmente sin entorpecer el paso del pantógrafo.

Dado que existe un contacto permanente entre el hilo y el pantógrafo, los materiales que los conforman son claves en el proceso. Ambos elementos están sometidos a un gran desgaste. Por ello, el material con el que se forma el hilo deberá de poseer una dureza superior a la de las pletinas del pantógrafo. En consecuencia, la mayor parte del mantenimiento, reparación y sustitución se realizará en las pletinas, con un coste muy inferior al que supondría el cambio del hilo de contacto de toda la línea.

### **2.1.2. Hilo sustentador**

Es el cable encargado de la sustentación o soporte del hilo de contacto, tal y como se deduce de su nombre. Su función es primordial, puesto que se encarga de mantener la altura del hilo de contacto dentro del intervalo de valores necesario para la viabilidad de la línea.

En función de la vía en la que esté instalado, el intervalo de valores que acotan la altura del hilo de contacto será mayor o menor. En el caso de catenarias instaladas en vías de alta velocidad, es mucho menor, obligando al cable sustentador a otorgar una desviación mínima en el hilo de contacto y dotándole, por tanto, de una responsabilidad mucho mayor.

Con el objetivo de mejorar el trazado del contacto, se disponen los falsos sustentadores o también conocidos como péndolas en Y. La función de este tipo de cables es la de ayudar al sustentador a cumplir con los requerimientos del hilo de contacto, homogeneización de la rigidez del mismo, etc. Aunque la disposición de los falsos sustentadores requieren de un montaje muy preciso.

Existen distintos materiales con los que el cable sustentador puede ser fabricado, observando así sustentadores de aleaciones de acero o aluminio, cobre electrolítico semiduro o bronce. La conformación de estos cables se realiza a través de trenzado de cables menores, mejorando así sus propiedades mecánicas. La Figura 2.4, muestra dos ejemplos de secciones típicas de hilos sustentadores.

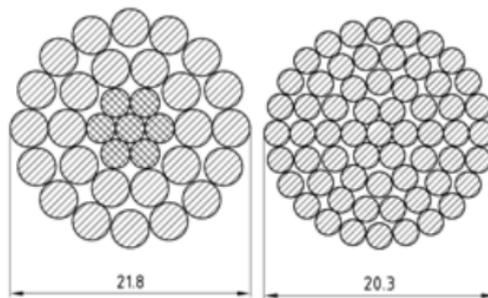


Figura 2.4: Ejemplos de secciones de hilos conductores.

### 2.1.3. Péndolas

Las péndolas se definen como el conjunto de cables que permiten distribuir el peso del hilo de contacto soportado por el sustentador. Cada péndola, se encuentra unida al hilo de contacto y al sustentador, mediante las grifas. Tal y como se aprecia en la Figura 2.5

Las péndolas se distribuyen a lo largo de los vanos de forma más o menos uniforme, de nuevo el número de péndolas deberá tomarse según una solución de compromiso. Cuanto mayor sea el número de estos elementos se conseguirá una rigidez mayor pero se encarecerán los costes de la explotación, tanto inversión inicial como mantenimiento.

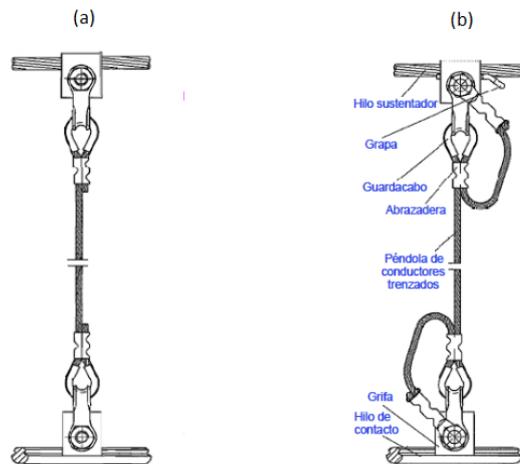


Figura 2.5: Péndola simple (a) y péndola equipotencial(b).

Las distancias existentes entre péndola y péndola van desde los 5 hasta los 12 metros de longitud pues ha de ser suficientemente largo como para asegurar que en caso de ruptura del hilo de contacto, éste tocará el suelo y activará las alarmas que pongan en funcionamiento el protocolo de seguridad, pero suficientemente corto como para evitar una flecha excesiva en el hilo de contacto ya que en dicho caso, el conjunto de

péndolas carecería de utilidad.

En función de las necesidades, las péndolas pueden transmitir o no la corriente eléctrica y la sección o material del que están formadas puede variar desde trenzados de cobre hasta varillas de bronce. Aquellas péndolas que conducen la corriente eléctrica se conocen con el nombre de péndolas equipotenciales y están diseñadas de tal manera que se permite el paso de la corriente de servicio y de cortocircuito, ver Figura 2.5. De igual manera, su coste es más elevado pues la complejidad de su configuración es mayor que la relativa a péndulas no conductoras.

#### **2.1.4. Compensación**

La línea aérea está dividida en tramos tensionados, llamados cantones. Habitualmente los cantones se dividen a su vez en semicantones, los cuales, se encuentran unidos en un punto fijo.

Al estar la línea de contacto formada por cables, se producen variaciones de la longitud por efecto de la climatización. Para atenuar dicho efecto, se incluyen equipos de compensación mecánica. Por lo tanto, el equipo de tensionado es el encargado de garantizar una tensión constante en los hilos de contacto y sustentador con independencia de la temperatura.

Un ejemplo de equipos de compensación son la compensación mecánica por poleas, tal y como se aprecia en la Figura 2.6.

El objetivo de este tipo de instalaciones es el de garantizar que el pantógrafo encontrará una rigidez lo más uniforme posible, evitando la formación de puntos duros y favoreciendo el ahorro energético. En cuanto a la tensión del cable, es importante destacar que se deberá llegar a una solución de compromiso. Una tensión mecánica muy alta, supondrá mayores esfuerzos soportados por los elementos portantes (postes, ménsulas, etc), además la tensión máxima está limitado por los materiales. Por



Figura 2.6: Sistema de compensación mecánica.

otro lado, cuanto menos rígido sea el cable, mayor será el gasto energético, dado que el pantógrafo deberá ejercer mayor fuerza para levantar el hilo y avanzar.

### **2.1.5. Aisladores**

La tarea principal de los aisladores es la de separar los elementos de la instalación cargados eléctricamente para evitar el contacto entre ellos y con la tierra. Soportan la carga mecánica que se produce debido a los diferentes esfuerzos en el resto de elementos de nuestra estructura, por lo que deben asegurar un buen comportamiento mecánico y eléctrico..

Los aisladores pueden estar compuestos por diferentes materiales según el tipo de cargas que deben soportar: porcelana, vidrio, resina de yeso y las modernas de fibra de vidrio reforzada con recubrimiento polimérico.

## **2.2. Tipologías de ménsulas**

### **2.2.1. Ménsulas en celosía**

Las ménsulas en celosía están formadas por dos perfiles en U que constituyen el esqueleto principal de la estructura. Ambos perfiles suelen ser de acero galvanizado y están unidos entre sí por su parte interior. Asimismo, uno de sus extremos está mecánicamente unido al poste, el cual le confiere la altura adecuada, y el otro extremo posee un tirante cuya naturaleza (barra o cable) depende de los esfuerzos que deba soportar.

Si la ménsula trabaja a compresión, el tirante será un perfil de acero con la rigidez adecuada para sufrir las mencionadas fuerzas de compresión. Sin embargo, si trabaja a tracción, se disponen cables de acero. Con ello se tendrán costes inferiores y cumplirá con las funciones requeridas.

Las ménsulas en celosía no están energizadas pues los aisladores se encuentran en el enganche entre los cables de la catenaria y la ménsula por lo que ésta se encuentra conectada a tierra. De esta manera, pueden llevarse a cabo reparaciones mecánicas en la ménsula sin necesidad de quitar la tensión de la línea.

### **2.2.2. Ménsulas tubulares**

Las ménsulas tubulares están constituidas por perfiles tubulares huecos de aluminio (en la mayor parte de los casos). Dichos tubos están enlazados mecánicamente a través de uniones articuladas.

Este tipo de estructuras están formadas por un tubo principal que cruza de arriba a abajo la estructura y sobre el cual se sitúa otro de menor diámetro y al que se engancha el cable sustentador. Bajo el tubo principal se sitúa el enganche del cable de contacto, lo cual puede llevarse a cabo a través de un tirante o directamente unido al brazo de

registro. Al igual que en las ménsulas en celosía, puede haber elementos de naturaleza tubular o cableada según el tipo de trabajo al que se someta el elemento.

Una diferencia respecto de las ménsulas en celosía es la colocación de los aisladores. En este caso los aisladores se encuentran entre la ménsula y el poste, siendo, por tanto, los elementos de unión entre ambos cuerpos. Esto hace que sean los propios aisladores los que soporten los mayores esfuerzos de tracción-compresión. De igual manera, el contacto directo entre los cables de la catenaria y la ménsula deriva en un poste conectado a tierra y una ménsula en constante tensión eléctrica. Esto genera que para operaciones de mantenimiento, reparación y revisión, las precauciones que han de tomarse sean mucho mayores que en las ménsulas en celosía, llegando incluso a la necesidad de cortar la corriente de la línea durante la operación en cuestión. Es por esta razón por la que la mayor parte de estas reparaciones tiene lugar en horarios nocturnos, cuando no hay circulación de trenes.



Figura 2.7: Catenaria con ménsulas en celosía.

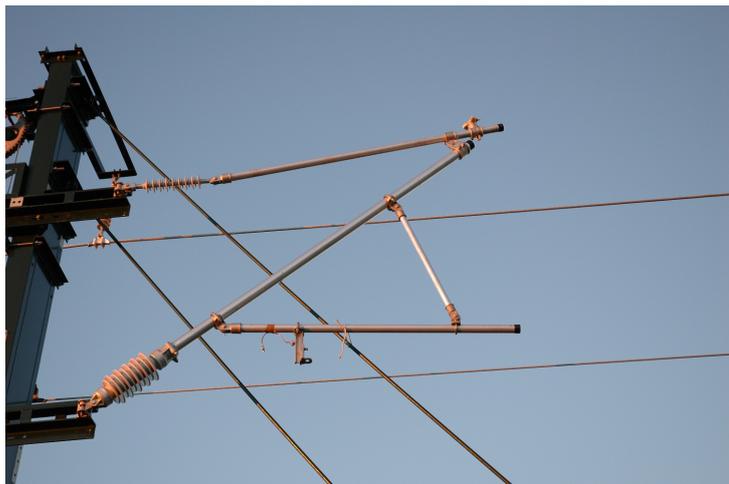


Figura 2.8: Ménsula tubular en fase de montaje.

## Datos de entrada para el estudio

### 3.1. Solicitaciones estáticas

Las líneas aéreas de contacto están sometidas a acciones de tipo mecánico, eléctrico y climático. De cara a satisfacer unas condiciones en el suministro eléctrico mínimas, se establecen una serie de normas que éstas deben cumplir (Especificación técnica de interoperabilidad (ETI), EN50119, EN 50122, entre otras). La norma EN50119, establece que las cargas que deben tenerse en cuenta para el cálculo de una catenaria ferroviaria son: [2]

- Cargas gravitatorias de todos los elementos existentes.
- Tensiones aplicadas en los conductores.
- Cargas debidas al viento.
- Cargas adicionales debidas a la forma de la instalación o acciones ambientales (hielo).
- Cargas transitorias.

Hay que recordar que en este proyecto se parte de un modelo ya existente, por lo que no se han considerado cargas resultantes de fenómenos externos como puede ser

nieve o hielo. Dichas comprobaciones fueron llevadas a cabo con anterioridad al presente estudio.

Para cuantificar los efectos que producen la circulación de trenes en las estructuras portantes. Se necesita determinar, en primer lugar, las cargas muertas de la catenaria. Estas son producidas por los pesos de cada uno de los elementos que conforman el sistema, como son, el peso de las péndolas, grifas, hilo sustentador e hilo de contacto.

### 3.1.1. Cargas verticales

#### 3.1.1.1. Peso hilo de contacto

Conocido el peso lineal del hilo de contacto  $G'_{cw}$  y las longitudes de los vanos adyacentes,  $l_i$  y  $l_{i+1}$ , el peso que soportará una ménsula será el correspondiente a las mitades de los vanos.

$$P_{CW} = \frac{G'_{cw} \cdot (l_i + l_{i+1})}{2} \quad (3.1)$$

En cuanto a la aplicación de la carga del peso del hilo de contacto en el modelo, el peso del hilo de contacto que corresponde soportar al brazo de atirantado será el que corresponda a la mitad de la longitud existente entre la primera péndola y el brazo de atirantado por cada lado tal y como se muestra en la Ecuación 3.2. El resto del peso del hilo de contacto será aplicado en el punto de apoyo del cable sustentador pues es él el que, mediante el pendolado, soporta el resto del peso.

$$P_{CWreal} = \frac{G'_{cw} \cdot (d_{pi} + d_{pi+1})}{2} \quad (3.2)$$

Siendo  $d_{pi}$  la distancia del brazo de atirantado hasta la primera péndola del vano  $i$ .

#### 3.1.1.2. Peso del cable sustentador

Al igual que con el peso del hilo de contacto, conocido el peso lineal del cable sustentador  $G'_{sus}$ , el peso que soportará la ménsula será el correspondiente a las mitades

de los vanos adyacentes. Este valor se obtiene a partir de la Ecuación 3.3.

$$P_{SUST} = \frac{G'_{SUS} \cdot (l_i + l_{i+1})}{2} \quad (3.3)$$

En éste caso todo el peso del cable sustentador será soportado en un solo punto sumándole además el peso del conjunto del pendolado y el tramo del hilo de contacto que corresponde.

### 3.1.1.3. Peso del pendolado y de las grifas

A lo largo de la longitud del vano, el peso del hilo de contacto es soportado por el cable sustentador mediante las péndolas y las grifas, cuyo peso tendremos en cuenta en el modelado. Según la Ecuación 3.4,  $n$  el número de péndolas por vano,  $G'_{pend}$  el peso lineal de la péndola y  $l_{med}$  la longitud media de las péndolas:

$$P_{pend} = n \cdot G'_{pend} \cdot l_{med} \quad (3.4)$$

De la misma manera, siendo  $n_{gr}$  el número de grifas por vano y  $m_{gr}$  la masa de una grifa la Ecuación será la 3.5.

$$P_{gr} = n_{gr} \cdot m_{gr} \quad (3.5)$$

## 3.1.2. Cargas horizontales

### 3.1.2.1. Fuerza horizontal debida a la tensión del cable de contacto

El sistema de sujeción de la catenaria debe ser diseñado tal que el cable de contacto varíe su posición respecto al eje de la vía para garantizar un desgaste uniforme del pantógrafo. Por tanto, la fuerza horizontal va ligada al descentramiento del cable de contacto puesto que este posee una tensión mecánica.

La fuerza descrita será incluida en el sistema de sujeción con la aparición de la fuerza horizontal hacia el eje de la vía. No es más que una de las componentes de la

tensión mecánica del cable. Esta se obtiene a partir de la Ecuación 3.6.

$$F_{Hi} = H \cdot \left[ \frac{l_{Ai} - z_i + z_{i+1}}{l_i} + \frac{l_{Ai} - z_i + z_{i+1}}{l_{i+1}} \right] \quad (3.6)$$

Siendo:

- H - Fuerza horizontal en el cable de contacto.
- $l_{ai}$  - Distancia del poste hasta el centro de la vía.
- $l_i$  - Longitud de vano.
- $z_i$  - Descentramiento.

Siempre y cuando las tensiones mecánicas de dos vanos adyacentes sean iguales, la componente restante de la tensión se compensará con la misma del siguiente vano. Tal y como se aprecia en la Figura 3.1.

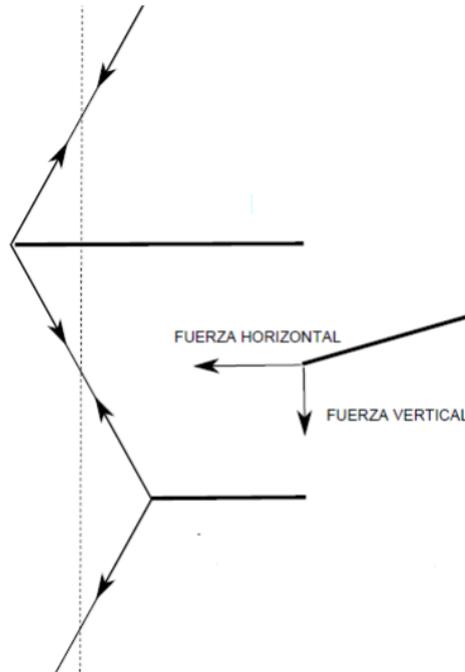


Figura 3.1: Descentramiento del hilo de contacto y sus respectivas tensiones mecánicas.

Además si las distancias  $z_{i-1}$ ,  $z_i$  y  $z_{i+1}$  son iguales y la longitud de vano es constante la ecuación se simplifica según la Ecuación 3.7.

$$F_{Hi} = \frac{2 \cdot H \cdot l_{Ai}}{l_i} \quad (3.7)$$

### 3.1.3. Influencia del tráfico ferroviario

El efecto del tráfico se ha introducido en el modelo mediante un histórico de desplazamientos. Dichos desplazamientos se producen en el brazo de atirantado cuando el tren se mueve a lo largo de la línea y se han obtenido de una simulación dinámica. El pantógrafo ejerce una fuerza en el cable, provocando que este abandone su posición de equilibrio.

Para completar el estudio de comportamiento transitorio, se completará el modelo con unos muelles. Estos muelles se encuentran acoplados a la punta del brazo de atirantado, garantizando que la ménsula esté en equilibrio cuando no actúen los desplazamientos correspondientes al movimiento del tren. Por otro lado, introducen un efecto equivalente al que realiza el hilo de contacto sobre el brazo de atirantado.

## 3.2. Solicitaciones dinámicas

### 3.2.1. Fuerza de giro en el brazo de atirantado.

Las variaciones de temperatura producen cambios en las longitudes de los cables, por ello, se modifican los valores de los descentramientos y por tanto las componentes horizontales de las fuerzas de tensado. Aunque la variación más significativa viene dada por la acción del pantógrafo en la catenaria. Este ejercerá una fuerza opuesta a la resultante de la ménsula, por lo que tenderá a desestabilizar el equilibrio de dicha estructura.

$$\tan(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{F_{hi} + \Delta F_{hi}}{F_{vi} + \Delta F_{vi}} \quad (3.8)$$

Dicho fenómeno se fundamenta en la ecuación 3.8. Donde las variaciones dinámi-

cas se representan con los  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta F_{hi}$  y  $\Delta F_{vi}$ .

Aunque a priori se presupone el fenómeno como un comportamiento no lineal, según la ecuación 3.8. Tras hacer el estudio con el histórico de desplazamientos del pantógrafo, se demuestra que para pequeñas variaciones de ángulo  $\alpha + \Delta\alpha \approx \tan(\alpha + \Delta\alpha)$ .

Dado que queda demostrado la linealidad del fenómeno, estas cargas se modelizarán como muelles lineales con una rigidez equivalente.

# Método de los Elementos Finitos

El Método de los Elementos Finitos es actualmente el método numérico más potente aplicable al análisis de estructuras de cualquier tipo, sometidas a solicitaciones mecánicas y térmicas tanto estacionarias como transitorias.

La Teoría de la Elasticidad establece para un problema dado las relaciones matemáticas exactas en forma diferencial, y plantea su integración cerrando el problema con condiciones iniciales y de contorno para obtener las funciones que definen las variables representativas del comportamiento de la estructura. [3]

El Método de los Elemento Finitos se trata de una simplificación de dichas ecuaciones, puesto que su forma diferencial se sustituye por un conjunto discreto de ecuaciones y de sus respectivas condiciones de contorno para su posterior resolución. En función del número de estas ecuaciones algebraicas será necesario –como en el presente caso- o no implementar el problema para su resolución computerizada. [4].

## 4.1. Formulación general

La discretización del problema en el caso de un medio continuo se lleva a cabo mediante un proceso de modelización para convertirlo en un número finito de elementos ensamblados entre sí en puntos llamados nodos, el planteamiento de las ecuaciones

de desplazamientos para dichos nodos y la imposición de las condiciones de contorno apropiadas en términos de compatibilidad de desplazamiento nodal. [4]

De la resolución del mismo, se obtendrá el campo de desplazamientos para cada uno de los nodos y, a partir de él y si fuera necesario, el campo de tensiones.

El comportamiento en el interior del elemento se interpolará a partir de los desplazamientos nodales mediante las llamadas funciones de forma. Según este planteamiento, los errores se deberán principalmente a la aproximación del dominio, la aproximación del comportamiento en el interior de cada elemento y la precisión aritmética usada en la resolución del sistema de ecuaciones mediante métodos numéricos. [4]

## 4.2. Elemento

El subsiguiente desarrollo matemático considerará un elemento genérico  $e$  de nodos  $i, j, \dots$  de superficie  $S_e$  y volumen  $V_e$ .

### 4.2.1. Campo de desplazamientos del elemento

$$\{a^e\} = \begin{Bmatrix} \{a_i\} \\ \{a_j\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

donde  $a_i$  i a es el vector columna de desplazamientos de cada nodo en coordenadas locales, que será de la forma:

$$\{a_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

El campo de desplazamientos del elemento quedará definido por tanto por la relación:

$$\{u(x, y, z)\} = [N(x, y, z)] \cdot \{a^e\} = \left[ [N_i(x, y, z)], [N_j(x, y, z)], \dots \right] \cdot \begin{Bmatrix} \{a_i\} \\ \{a_j\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

Donde  $[N_i(x, y, z)], [N_j(x, y, z)], \dots$  son las denominadas matrices de forma, que se caracterizan por las siguientes propiedades:

- Son cuadradas, ya que el número de componentes del vector columna  $u(xyz)$  es igual al número de componentes en  $a_i, a_j, \dots$
- Cumplen  $[N_i(x_i y_i z_i)] = [I][N_i(x_j y_j z_j)] = [0]$  si  $i \neq j$  puesto que las funciones de interpolación toman los valores de los desplazamientos nodales en los mismos.
- Por lo tanto, si se considerasen las mismas funciones de forma en todas las componentes de  $u(xyz)$  se deduce que  $[N_i(x_i y_i z_i)] = N_i(xyz) \cdot [I]$  en donde  $N_i(xyz)$  función escalar de forma.

### 4.3. Campo de deformaciones del elemento

Las deformaciones se obtienen mediante derivadas parciales de las componentes del corrimiento y en general se escriben de la forma:

$\gamma = [S] \cdot u = [S] \cdot [N] \cdot a^e = [B] \cdot a^e$  con  $[B] = [S] \cdot [N]$  donde  $[S]$  es una matriz operacional que incluye las derivaciones parciales adecuadas, como se verá más abajo.

Teniendo en cuenta que  $[N] = [[N_i], [N_j], \dots]$  se tendrá:

$$[B] = [S] \cdot [N] = [[S] \cdot [N_i], [S] \cdot [N_j], \dots] = [[B_i], [B_j], \dots] \text{ en donde } [B_i] = [S] \cdot [N_i]$$

## 4.4. Campo de esfuerzos del elemento

El campo de esfuerzos  $\sigma$ , que contendrá el mismo número de elementos que el campo de deformaciones  $\gamma$ , vendrá dado por:

$\sigma = [D] \cdot \varepsilon = [D] \cdot \gamma - [D] \cdot \eta$  donde  $[D]$  es la matriz de rigidez del material y  $\eta$  son las deformaciones térmicas.

## 4.5. Equilibrio del elemento

Suponiendo que existe una distribución de fuerzas volumétricas por unidad de volumen  $F_V$  y que en sus bordes libres –si los tuviese– pueden actuar además fuerzas superficiales por unidad de superficie  $\phi$ , se trata de calcular el conjunto de fuerzas nodales  $s$  que permite el equilibrio del elemento, ver Figura ?? [4]

$$\begin{aligned} \{\delta a^e\} \cdot \left[ \{s\} + \int_V [N]^T \cdot \{F_V\} \cdot dV + \int_S [N]^T \cdot \{\phi\} \cdot dS - \right. \\ \left. - \int_V [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV \cdot \{a^e\} + \int_V [B]^T \cdot [D] \cdot \{\eta\} \cdot dV \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Aplicando el principio de los desplazamientos virtuales en correspondencia a un desplazamiento virtual del elemento arbitrario  $\delta a^e$ , el campo de desplazamientos de dicho elemento vendrá dado por:

$$\{\delta u\} = [N] \cdot \{\delta a^e\} \quad (4.5)$$

Mientras que el campo de deformaciones virtuales cinemáticamente consistente con  $\delta^e$  será:

$$\{\delta \gamma\} = [B] \cdot \{\delta a^e\} \quad (4.6)$$

De acuerdo con el principio de los desplazamientos virtuales resultará:

$$\{\delta a^e\} \cdot \{s\} + \int_V \{\delta u\}^T \cdot \{F_V\} \cdot dV + \int_S \{\delta u\}^T \cdot \{\phi\} \cdot dS = \int_V \{\delta \gamma\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV \quad (4.7)$$

Como la expresión anterior debe verificarse para cualquiera que sea el valor del desplazamiento virtual  $\delta a^e$  que se considere, deberá ser:

$$\begin{aligned} \{s\} = & \left[ \int_{V^e} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV^e \right] \cdot \{a_e\} - \int_{V^e} [B]^T \cdot [D] \cdot \{\eta\} \cdot dV^e - \\ & - \int_{V^e} [N]^T \cdot \{W\} \cdot dV^e - \int_{S^e} [N]^T \cdot \{\phi\} \cdot dS^e = [k^e] \cdot \{a^e\} + \{s_0\} - \{p^e\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Donde  $[k^e]$  es la matriz de rigidez del elemento,  $s_0$  son las fuerzas térmicas y  $p^e$  la resultante de fuerzas volumétricas y superficiales en el elemento.

## 4.6. Integración del sistema de ecuaciones para el medio continuo

Una vez calculadas las matrices de rigidez de cada uno de los elementos y las resultantes de fuerzas equivalentes en los mismos, es necesario generar las matrices de transformación de coordenadas locales del elemento a coordenadas globales del medio continuo.

Se obtienen así las matrices de rigidez y los vectores de fuerzas equivalentes en ejes globales. Mediante un proceso de ensamblado, se constituirá el sistema completo de ecuaciones con los desplazamiento en los nodos como incógnitas, que se resolverá eliminando los grados de libertad dependientes como consecuencia de las diferentes ligaduras (i.e. los nodos comunes a uno y otro elemento tendrán los mismos desplazamientos).

A partir de sus soluciones y mediante la ecuación  $\sigma = [D] \cdot \varepsilon = [D] \cdot \gamma - [D] \cdot \eta$  se recuperará el campo de esfuerzos en cada elemento.

## 4.7. La herramienta ANSYS

ANSYS Inc. fundada en 1970 (Swanson Analysis Systems, Inc.), desarrolla y presta soporte a la ingeniería introduciendo nuevos métodos para conseguir productos y procesos de fabricación más innovadores – logrando una reducción tanto de los costes como del tiempo invertido hasta la comercialización del producto – con programas de elementos finitos destinados a la simulación, que predicen cómo funcionará y reaccionará determinado producto bajo un entorno real. [5]

ANSYS es un programa de elementos finitos que originalmente ofrece soluciones para resolver análisis estáticos lineales. Sucesivamente se han ido introduciendo módulos con los que este programa es capaz de resolver además problemas dinámicos no lineales. [6]

Existen siete tipos de análisis estructurales presentes en la familia de productos de ANSYS que se explican a continuación. Las primeras incógnitas (grados de libertad nodales), que son calculadas en un análisis estructural son los desplazamientos. Otras magnitudes, tales como, tensiones, y las fuerzas de reacción, se derivan de los desplazamientos nodales. [5].

- **Análisis estático:** se utiliza para determinar los desplazamientos, tensiones, etc bajo condiciones de carga estática. Ambos análisis, estático lineal y no lineal, pueden incluir no linealidades como plasticidad, rigidez estrés, grandes deformación, grandes tensiones, hiperelasticidad, superficies de contacto, y fluencia.
- **Análisis modal:** se utiliza para calcular las frecuencias naturales y formas modales de una estructura.
- **Análisis armónico:** se utiliza para determinar la respuesta de una estructura variando las cargas con el tiempo.
- **Análisis implícito dinámico Transitorios:** se utiliza para determinar la respuesta

de una estructura de forma que en el tiempo se produce una variación de las cargas. Todas las no linealidades comentadas en el análisis estático se pueden introducir.

- **Análisis espectral:** Una extensión del análisis modal, que se utiliza para el cálculo de tensiones y deformaciones debido a la un espectro de respuesta o una entrada PSD (vibraciones aleatorios).
- **Análisis del pandeo:** Se usa para calcular las cargas de pandeo y determinar las formas del modo de pandeo.
- **Análisis explícito dinámico:** este tipo de análisis estructural sólo está disponible en el LS-DYNA ANSYS del programa. ANSYS LS-DYNA proporciona una interfaz para el LS-DYNA de elementos finitos explícito para el análisis dinámico, que se utiliza para calcular soluciones rápidas para la dinámica de grandes deformaciones y los problemas complejos de contacto.

## 4.8. La herramienta SOLID EDGE

Presentado en 1996, fue desarrollado por Intergraph como uno de los primeros entornos basados en CAD para Windows NT, aunque actualmente pertenece a Siemens AG.

Solid Edge es un programa de parametrizado de diseño asistido por ordenador. Permite modelar piezas tridimensionalmente de distintos materiales, así como, ensamblar conjuntos, soldadura y funciones de dibujo en plano para ingenieros.

En el estudio de ménsulas ferroviarias, se hace uso de este software informático. Con este programa se ha realizado el modelado de los elementos 3D. Una vez se obtienen los elementos se realizará el ensamblado de las uniones que resulten más críticaS. Posteriormente, se exportará el modelo a Ansys y se estudiarán en detalle dichas unio-

nes aplicando el método MEF.

## Modelado de la Ménsula

### 5.1. Modelo simplificado

Para llevar a cabo una primera aproximación del modelo, se ha optado por diseñar la ménsula con elementos tipo barra. En este caso se eligieron elementos tipo *BEAM*. Este tipo de elementos son utilizados en modelos 3D, se emplean en el diseño de estructuras dado que son equivalentes a vigas. Poseen dos nodos y sus grados de libertad son:  $UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ$  y emplean una formulación de Timoshenko.

Para las secciones se han dispuesto secciones circulares para todos los elementos salvo el brazo de atirantado, este posee sección rectangular. En las uniones, cuyas secciones no son circulares, se han simplificado se han dado secciones circulares de mayor diámetro. Hay que recordar que el estudio en detalle de estos elementos, se realizará a posteriori.

En la Figura 5.1 se aprecia el modelo a través del display de Ansys.

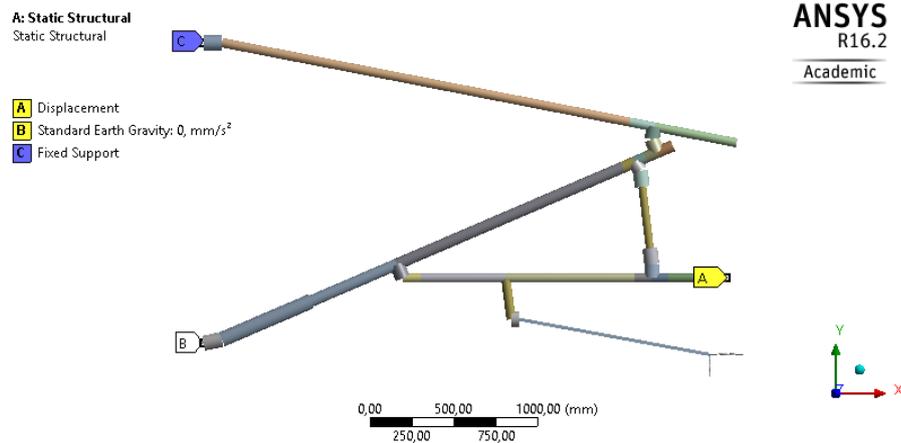


Figura 5.1: Modelo de ménsulas en elementos BEAM.

### 5.1.1. Introducción de cargas

En la Figura 5.2 puede apreciarse como se han introducido las cargas.

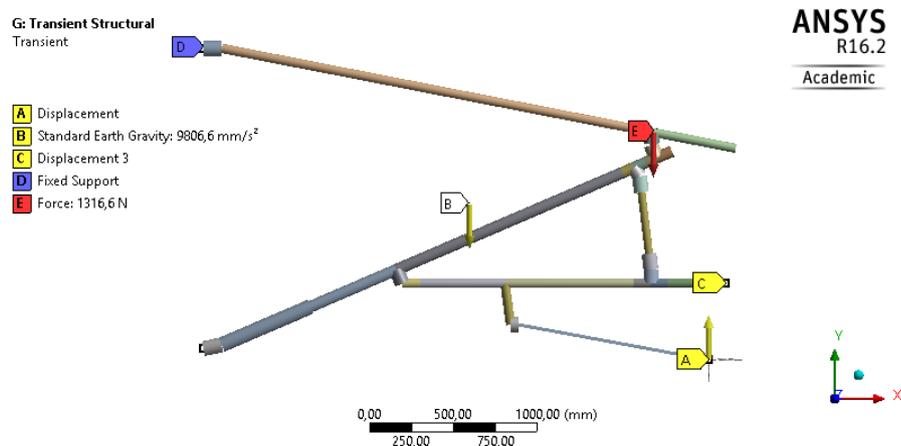


Figura 5.2: Modelo de barras con cargas aplicadas.

Como se explica en la sección 3.2.1, el brazo de atirantado se encuentra sometido a unas fuerzas dinámicas.

Teniendo en cuenta este fenómeno, la respuesta de la ménsula ante la interacción brazo atirantado-pantógrafo se asemeja a un sistema con dos muelles lineales, como

se muestra en la Figura 5.3 . Estos tendrán una rigidez equivalente resultado de las fuerzas estáticas anteriormente descritas y el paso del tren por la ménsula a lo largo del tiempo.

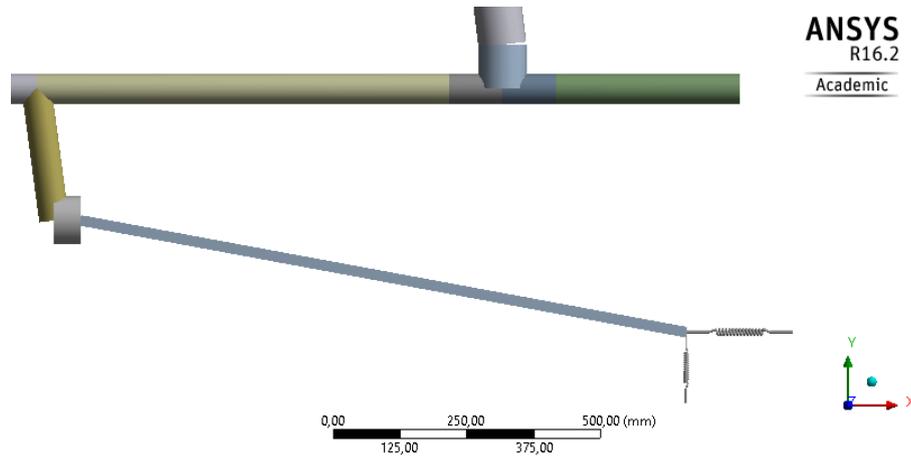


Figura 5.3: Introducción de cargas variables.

El paso del tren por la ménsula produce una variación de desplazamientos, los cuales se recogen en la Figura 5.4.

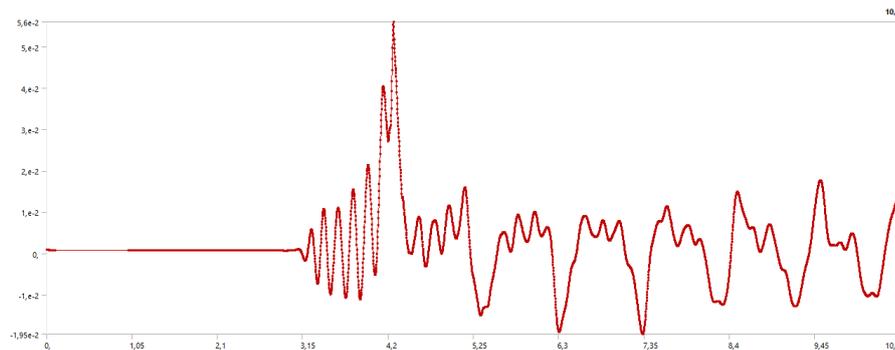


Figura 5.4: Acción del pantógrafo.

### **5.1.2. Condiciones de contorno**

Para determinar las condiciones de contorno, no hay más que fijarse en el comportamiento físico de una ménsula dentro de una instalación ferroviaria. Por ello, se determinó que la ménsula quedaba empotrada al poster de la catenaria.

Por otro lado, no todas sus uniones son rígidas, hay que subdividir las uniones en rígidas y articuladas, dependiendo de si permiten la rotación o no. En los casos en los que permiten la rotación, esta será mayoritariamente el giro en Z, dado que la carga portante está en el plano XY. La ménsula debe permitir fluctuaciones en el hilo de contacto, es decir, no poseer prácticamente rigidez en el plano YZ.

### **5.1.3. Mallado**

La red de elementos y nodos que “discretizan” una región se conoce como malla. Cuantos más elementos haya en una región dada, los resultados mejoran. Sin embargo, se obtendrán tiempos de cálculo mucho mayores cuanto más fina sea la malla, es decir, exista mayor densidad de elementos.

Generalmente, se realiza un estudio preliminar con una malla de elementos gruesos como primera aproximación, para ir afinándola en función de la concentración de esfuerzos. Por regla general, las zonas susceptibles de sufrir concentración de esfuerzos son entallas, aristas, agujeros, etc.

En este caso, como se aprecia en la Figura 5.5 se ha optado por una malla gruesa, puesto que las leyes de esfuerzos son lineales.



Figura 5.5: Modelo de malla.

## 5.2. Modelo real

Para el modelo real se ha aplicado la técnica de submodelos. Esta teoría se aplica con el objetivo de optimizar el estudio, puesto que resolver el problema mediante Elementos Finitos Tridimensionales de la ménsula completa, supondría un mayor tiempo de cálculo del proceso, además de necesitar una mayor potencia de cálculo del ordenador.

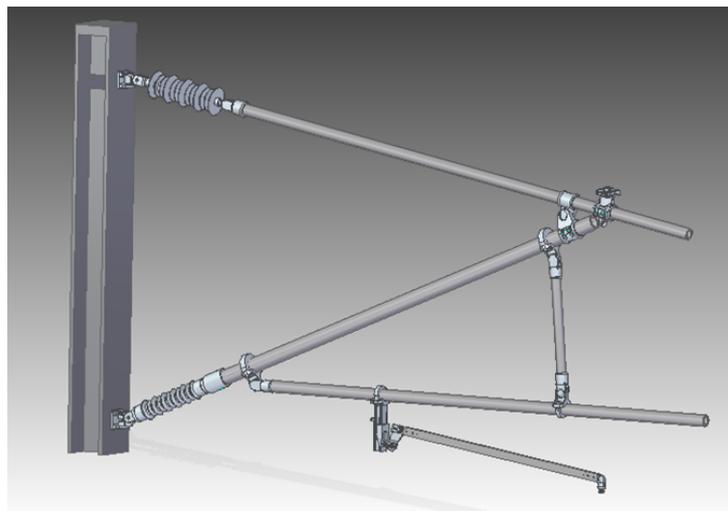


Figura 5.6: Modelado real de la ménsula.

Para aplicar esta teoría, se ha de haber calculado el primer modelo y validado los

resultados. Una vez llevado a cabo dicho paso, se ha de cortar las barras de los tubos por un punto próximo a la unión sobre la que se va a realizar el estudio. El objetivo de este paso es obtener una lista de resultados en un punto exacto del modelo. Dichos resultados se extrapolarán al modelo real para poder continuar con el estudio.

El modelo real completo realizado con Solid Edge se muestra en la Figura 5.6. De ahí se han obtenido los tres subconjuntos que se van a considerar de ahora en adelante en el estudio de fatiga. En la Figura 5.7 se muestran dichos conjuntos, los cuales han sido seleccionados por ser aquellos sometidos a mayor tensión o a una mayor variación de desplazamientos.

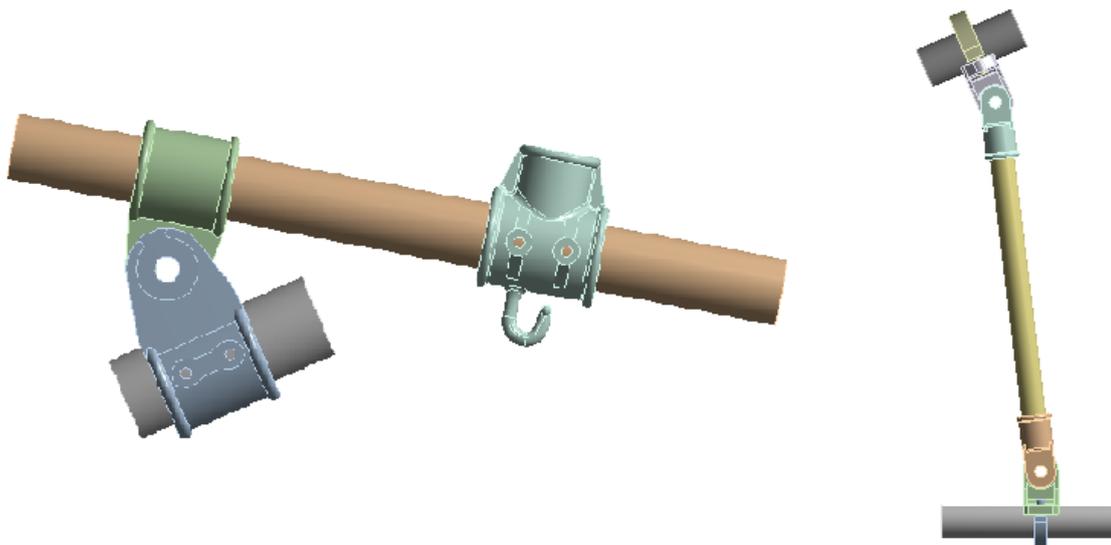


Figura 5.7: Uniones críticas de la ménsula.

### 5.2.1. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno aplicadas a cada una de las uniones que se han estudiado son el resultado de los cálculos del modelo anterior, modelo de barras. A partir de dicho modelo se han calculado los desplazamientos y giros en puntos localizados, para posteriormente asociarlos a los extremos de los modelos 3D.

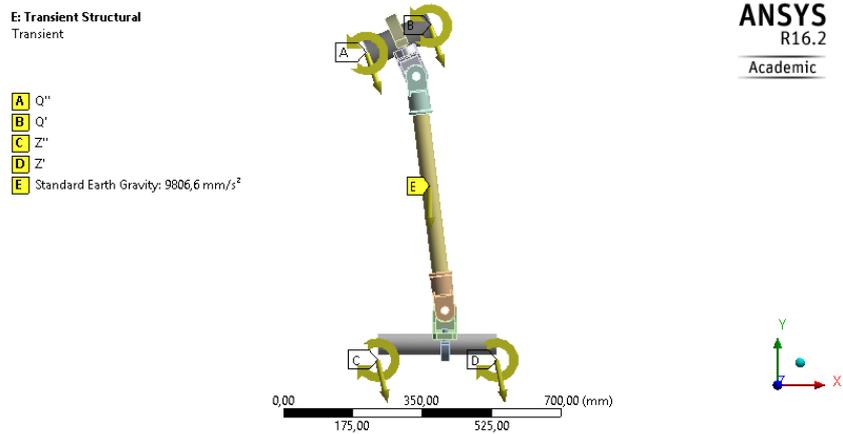


Figura 5.8: Condiciones de contorno asociadas a un Submodelo.

En la Figura 5.8, se muestra una de las uniones estudiadas, con las correspondientes condiciones de contorno. En este caso, estas están asociadas a las secciones planas de los tubos, los puntos por los que se cortó el modelo real.

Para llevar a cabo la resolución de las uniones 3D, también deberán tenerse en cuenta tanto el peso propio del modelo, como las cargas externas aplicadas en el caso de que las hubiera (peso del hilo sustentador, etc).

### 5.2.2. Mallado

Tal y como se explicó en la sección 5.1.3, a la hora de diseñar una malla en elementos finitos, es recomendable realizar un estudio preliminar con mallas gruesas como

primera aproximación. Estas deberán ajustarse en función de los resultados obtenidos.

Además se debe tener en cuenta la geometría de la pieza porque en función de la misma es recomendable utilizar un tipo de elemento u otro. Por ejemplo, en la unión que muestra la Figura 5.9, se ha empleado dos tipos de mallas. La primera, se ha aplicado a los tubos de sección circular hueca. En este tipo de elementos, al tener una sección alargada y continua, se emplean elementos hexaédricos. La segunda malla, ha sido utilizada en el resto de piezas, ya que posee un elemento tetraédrico, debido a sus geometrías irregulares. En ambos casos las funciones de interpolación son cuadráticas.

En el caso de la Figura 5.9, ya se había realizado una malla previa, de ahí que el tamaño de los elementos de cada malla sean distintos. Se llegó a la solución mostrada porque un tubo presentaba una distribución de tensiones mayor y por lo tanto requería una mayor precisión.

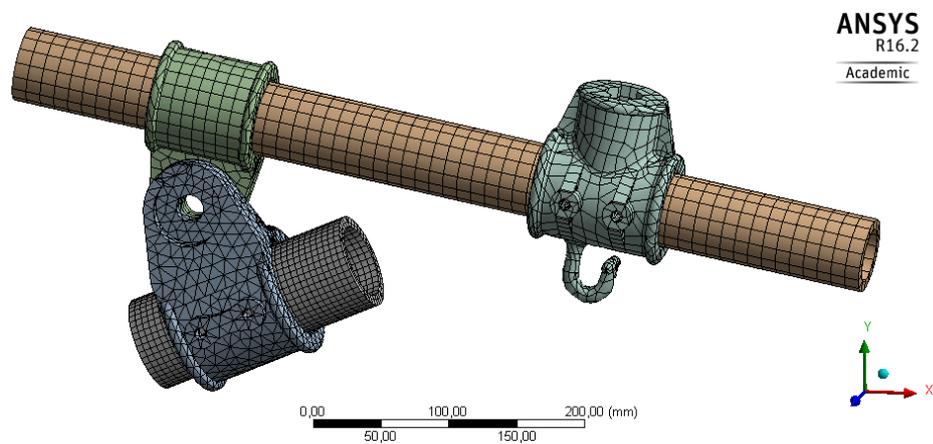


Figura 5.9: Malla de un submodelo.

## Resultados

### 6.1. Fundamentos teóricos

Las cargas cuyas amplitudes son variables a lo largo del tiempo producen sobre las estructuras una rotura a valores de tensión inferior a las producidas por cargas de amplitud constante, es decir, cargas estáticas. Este fenómeno recibe el nombre de fatiga.



Figura 6.1: Ejemplo de rotura por fatiga.

La fatiga es la causante de la mayor parte de las roturas de las piezas en servicio. Cualquier estructura que esté sometida a un régimen dinámico con cargas repetitivas,

es susceptible de sufrir dicho fenómeno. Además de las ménsulas ferroviarias, existen numerosos ejemplos como serían los ejes mecánicos, los cigüeñales, etc.

El estudio de la fatiga exige comprender que no es un fenómeno asociado al concepto clásico de plasticidad del material. Concretamente se produce una pérdida de resistencia en función del número de ciclos que induce a un posterior rebase de la resistencia máxima, provocando un problema de plasticidad y/o daño secundario.

Las roturas por fatiga son especialmente peligrosas porque no suelen presentar indicios de fallo inminente. Este se produce de modo repentino y sin observar deformaciones plásticas de conjunto. Se trata pues de roturas frágiles que se caracterizan por presentar zonas bien diferenciadas, tal y como se muestra en la Figura 6.3. Una de textura lisa como muestra de rotura dúctil y otra de textura gruesa rugosa brillante que es donde se localiza la rotura final al rebasar la resistencia máxima disminuida por el fenómeno de fatiga.

Hay que recordar que normalmente la fatiga no se produce de forma aislada, siempre está acompañada de otros efectos mecánicos. En un principio pueden parecer secundarios pero al final se vuelven determinantes en la vida de servicio de las piezas.

## **6.2. Análisis de tensiones**

Una vez resuelto el sistema se calculan las tensiones equivalentes aplicando el criterio de Von-Mises. Dichos datos son los datos de entrada para el análisis a fatiga de cada una de las uniones.

### 6.2.1. Unión 1

La unión 1 se localiza en la parte superior de la ménsula. En ella, se encuentran tanto el tubo de la ménsula como el anclaje superior, según se aprecia en la Figura 6.2.

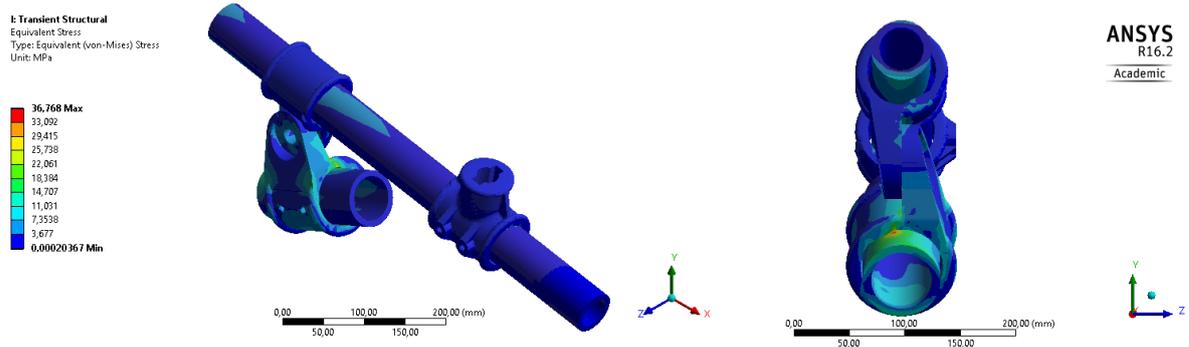


Figura 6.2: Distribución de tensiones.

A continuación se muestran las Figuras 6.3 y 6.4, donde se aprecia la distribución de tensiones desde diferentes perspectivas.

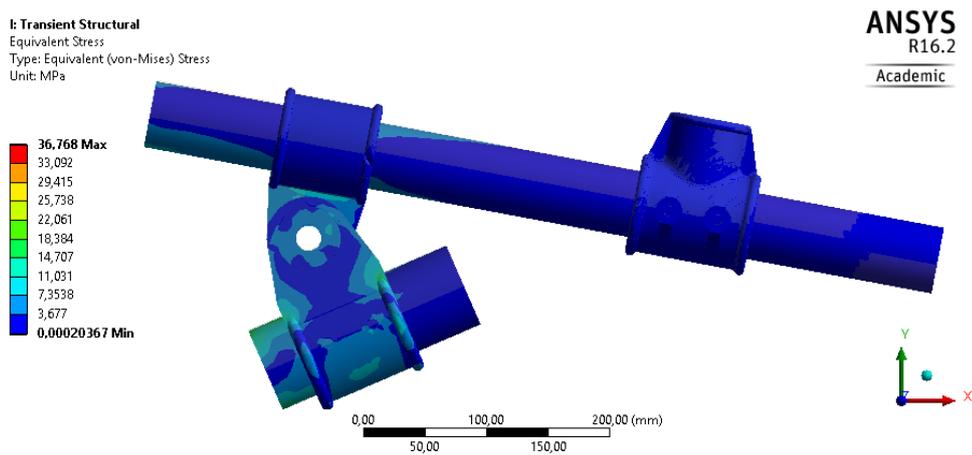


Figura 6.3: Vista frontal distribución de tensiones.

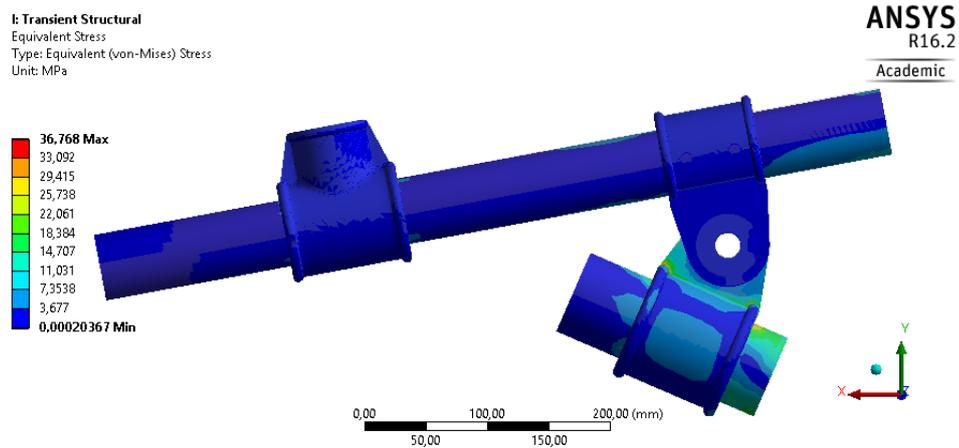


Figura 6.4: Vista trasera distribución de tensiones.

## 6.2.2. Unión 2

La unión 2 se localiza en la zona intermedia de la ménsula. En ella, se encuentran el tirante y sus respectivas uniones. Por un lado, el tirante se une al tubo de la ménsula y por el otro, se une al tubo estabilizador.

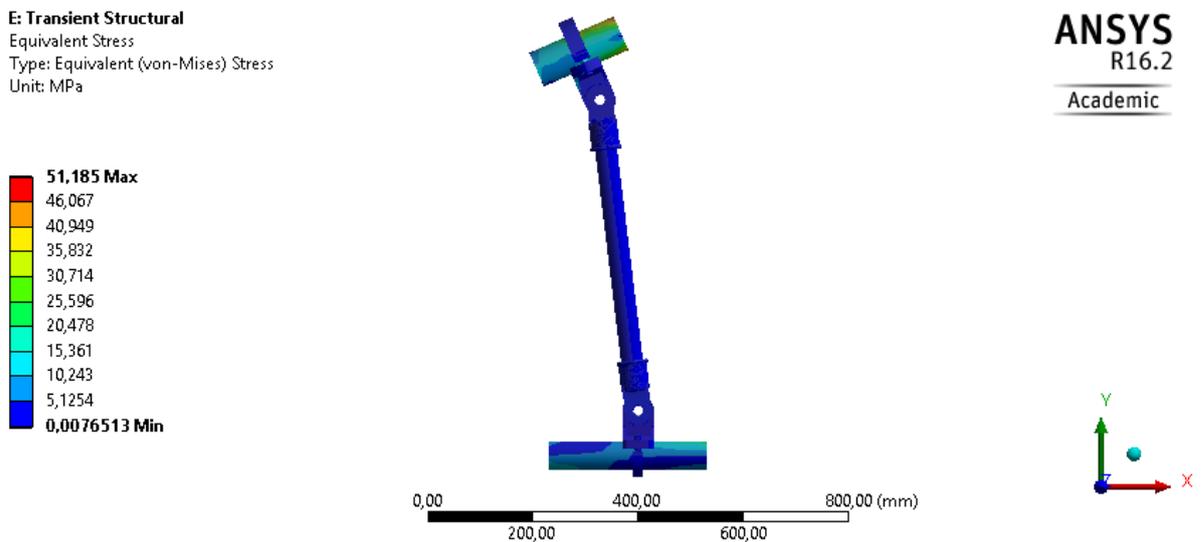


Figura 6.5: Distribución de tensiones.

Tal y como se muestra en la Figura 6.5, se determina que la zona que presenta mayor distribución de tensiones es la zona superior. Por ello, se ha incluido la Figura 6.6 para mostrar la zona con mayor detalle.

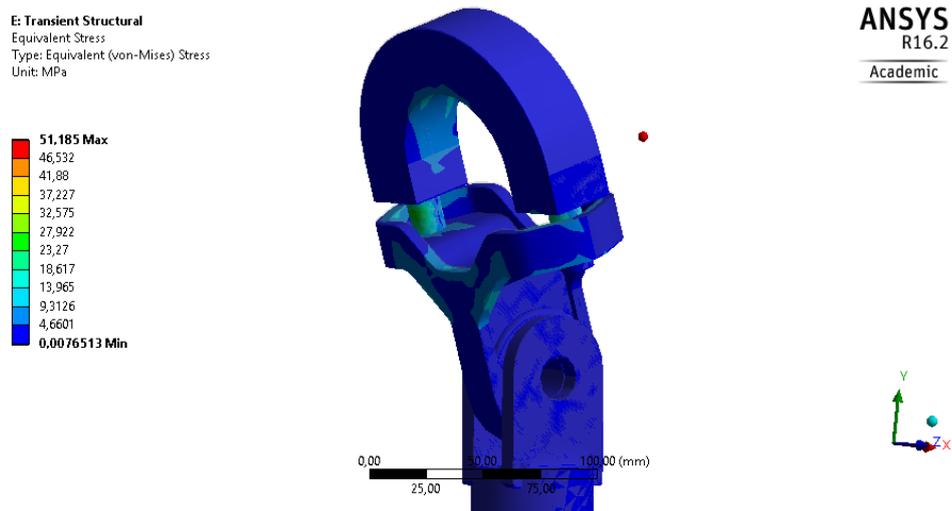


Figura 6.6: Detalle de distribución de tensiones.

### 6.3. Análisis del daño acumulado

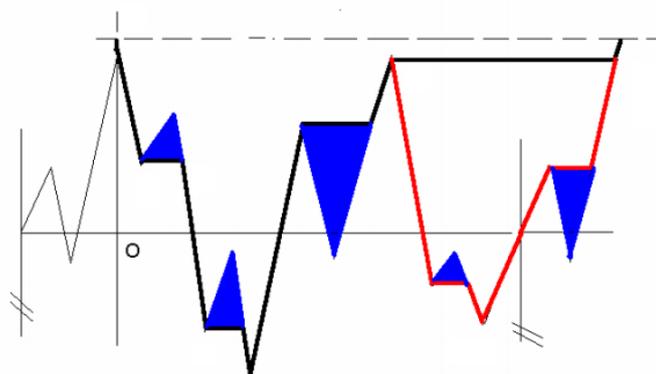


Figura 6.7: Determinación del número de ciclos mediante Rain Flow.

Una vez que se han obtenido el histórico de tensiones, se procede al recuento de ciclos. Al tener un esfuerzo no lineal se ha realizado el estudio aplicando el método de Rain Flow. Para aplicar dicha técnica se deben seguir los siguientes pasos:

1. Reordenar la historia comenzando por el pico más alto.
2. Continuar hacia abajo hasta el punto donde cambia la pendiente, a partir de ahí seguir una trayectoria horizontal hasta el próximo cambio de pendiente. Repetir el procedimiento hasta llegar al valle más profundo D. Para poder definir el ciclo completo se debe repetir el procedimiento de manera ascendente.
3. El paso anterior deberá aplicarse repetidamente para obtener el número total de ciclos.
4. Por último, se sumarán los picos que no hemos tenido en cuenta en el conteo de ciclos anterior (corresponden a los tramos horizontales).

La Figura 6.7 muestra gráficamente los pasos descritos anteriormente.

Mediante el uso del Software Matlab utilizaremos varias subrutinas donde se aplica el principio descrito. La gráfica obtenida se corresponde con la Figura 6.8. Para facilitar el análisis visual de la gráfica, se ha incluido la Figura 6.9 donde se muestra una región de la gráfica ampliada.

Una vez se han calculado el número de ciclos, se concluye el estudio aplicando la regla de Palmgren-Miner. Es un proceso simple que fue propuesto por Palmgren y representado por Miner. De acuerdo con esta regla, el daño que la pieza sufrió bajo la acción de una dada amplitud de la tensión cíclica es directamente proporcional al número de ciclos actuantes en que actuó aquella amplitud de tensión. La expresión se define según la Ecuación 6.1, donde  $n_i$  representa el número de ciclos ante la acción de una tensión determinada y  $N_i$  representa la resistencia a la fatiga del material ante dicho rango de tensión.

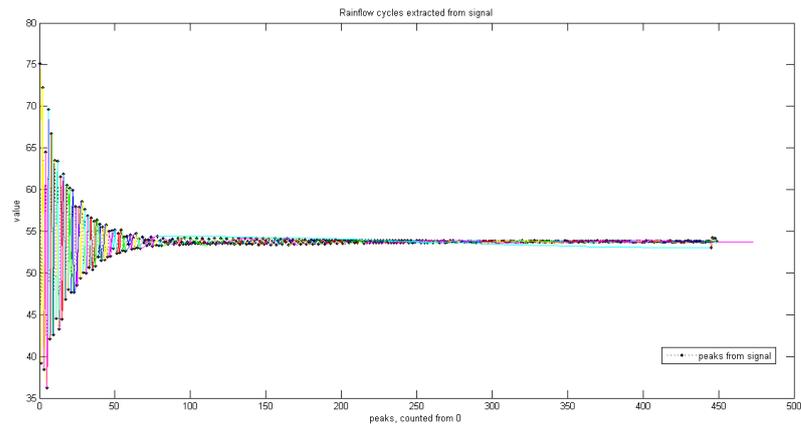


Figura 6.8: Aplicación del método Rain Flow.

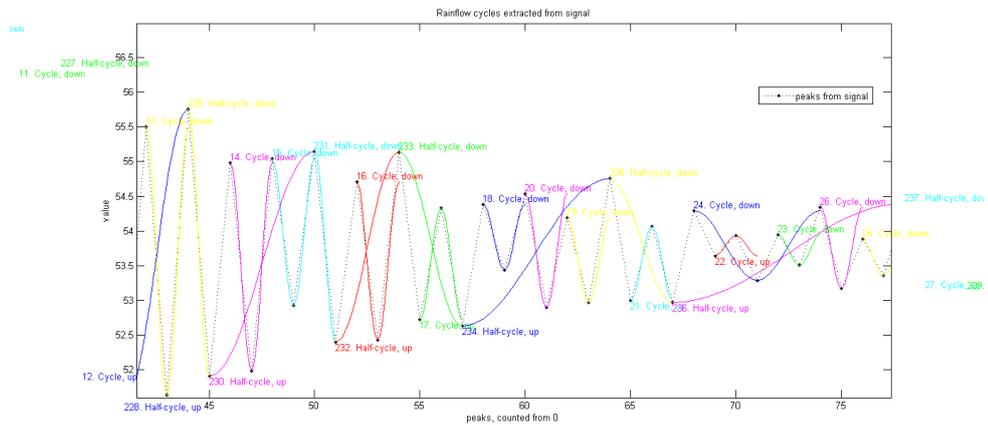


Figura 6.9: Detalle de la aplicación del método Rain Flow.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots \leq 1 \quad (6.1)$$

### 6.3.1. Unión 1

Una vez se han obtenido los ciclos equivalentes y haciendo uso de Matlab, se obtiene el número de ciclos respecto del histograma del valor medio de los ciclos, ver Figura 6.11.

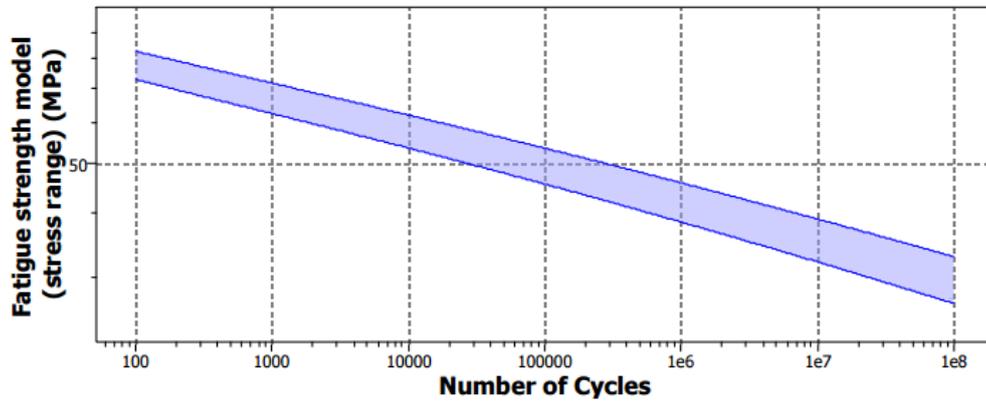


Figura 6.10: Comportamiento a fatiga del material AlMg0,7Si.

Además, para poder aplicar la regla de Miner necesitaremos la curva de comportamiento del material para poder relacionar el número de ciclos que aguantará el material ante la acción de una tensión. El material es una aluminio aleado, concretamente AlMg0,7Si, ver Figura 6.10.

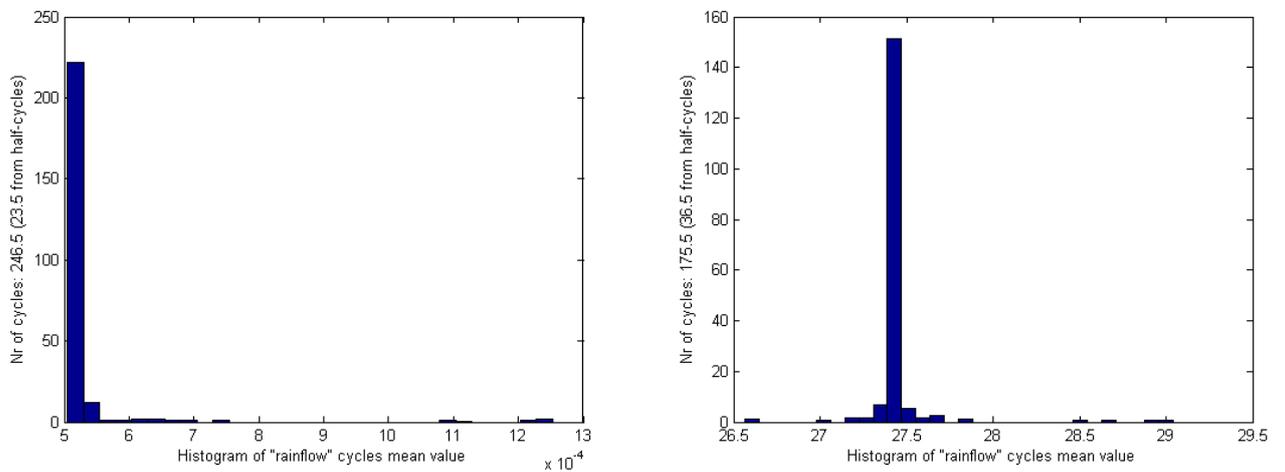


Figura 6.11: Resultados para la Unión 1.

Por lo tanto, aplicando la Fórmula 6.1 el daño a fatiga producido por el tráfico ferroviario considerado es del 0.02 %.

### 6.3.2. Unión 2

En esta unión se procede de la misma forma que en el apartado anterior. La gráfica obtenida en este caso se corresponde con la Figura 6.12.

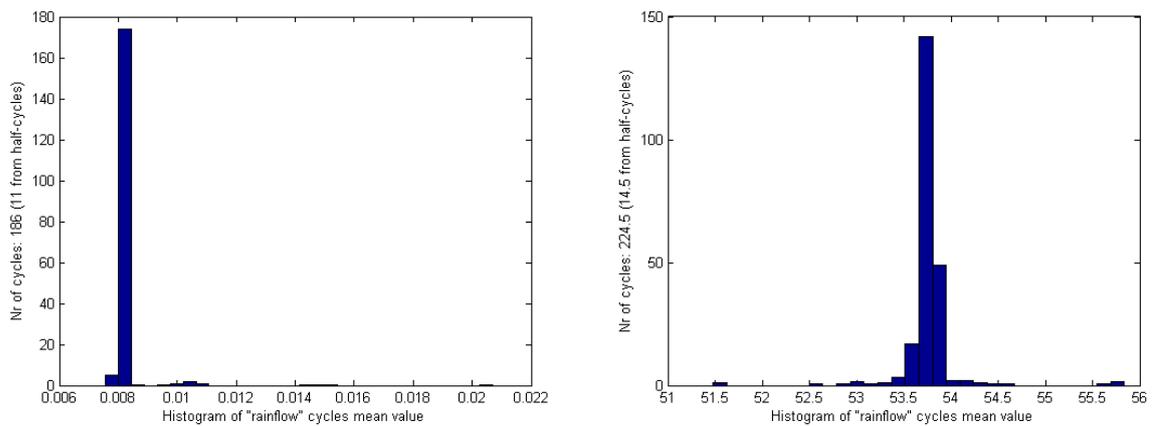


Figura 6.12: Resultados para la Unión 2.

Para poder aplicar la regla de Miner necesitaremos la curva de comportamiento del material, ver Figura 6.10.

Por lo tanto, aplicando la Fórmula 6.1 el daño a fatiga producido por el tráfico ferroviario considerado es del 3 %.

## Conclusiones

Haciendo referencia a la primera parte del proyecto, se ha realizado una introducción a los sistemas de sustentación ferroviarios y el método utilizado para la resolución del problema. El método de elementos finitos no es sencillo y requiere de un hardware y un software suficientemente potente como para poder obtener las tensiones y deformaciones que se generan en una pieza al someterla a una carga.

Del estudio de tensiones se confirma que para la situación considerada, los elementos trabajan a una tensión por debajo de su límite elástico.

La distribución de tensiones en la unión 1 entra dentro del rango de valores esperado, el estudio queda validado. Como se pudo apreciar en el capítulo de Resultados, la zona superior del conjunto está sometida a mayor esfuerzo que la inferior.

En la unión 2 el máximo se localiza en la zona de contacto entre dos piezas. Hay que tener en cuenta que en el contacto considerado las piezas se encuentran adheridas entre si. Sin embargo, en la realidad la unión es roscada. Otro aspecto a considerar, es que la zona de máximos no se encuentra en una zona de concentración de esfuerzos, como sería lo esperado. Por ello, es necesario hacer un estudio en profundidad del contacto, al menos, con una malla más fina.

Del estudio de fatiga se deduce que el daño acumulado en la unión 1 entra dentro del rango de valores esperado por lo que el estudio queda validado. Ello garantizará que la unión no va a deteriorarse por fenómenos de fatiga. Sin embargo, siguiendo con el razonamiento del párrafo anterior, no sucede lo mismo para la unión 2 puesto que el daño acumulado queda muy por encima de los valores esperados.

Por último, hay que destacar que los problemas derivados de los tamaños de las mallas quedan fuera del alcance de este proyecto. La licencia de Ansys con la que ha contado tiene limitado el número de elementos. Además, serían necesarios mayores recursos computacionales.

# Bibliografía

- [1] Julen Vega Apezetxea. Generación y cálculo de ménsulas tubulares para infraestructura ferroviaria. 2014.
- [2] Alberto Carnicero López, Isaac Centellas García, Jesús Ángel García Arias Villareal, and Jesús Ramón Jiménez Octavio. Mecánica de catenaria. 2015.
- [3] Augustus Edward Hough Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, volume 1. Cambridge University Press, 2013.
- [4] José-María Fornons. *El método de los elementos finitos en la ingeniería de estructuras*. Marcombo, 1982.
- [5] Natalia García Gayol. Simulación de un proceso de embutición mediante ansys ls-dyna. 2009.
- [6] Adrián Martín Rodríguez. Simulación mediante el método de los elementos finitos de una estructura metálica. 2010.