



FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS y ADE

FRACATALES EN FINANZAS: UNA TRIPLE APLICACIÓN

Contraste de la aleatoriedad, la gestión de cisnes negros, y el *Behavioral Finance*

Autor: Ldo. D. Ignacio Prieto Funes

Directora Dra. D^a Teresa Corzo Santamaría

Madrid

Septiembre 2016

“La historia no se repite, pero rima.”

Samuel Langhorne Clemens.

Mark Twain (1873, pp. 465).

Escritor.

“La tecnología moderna de computación ha demostrado que los precios no son necesariamente aleatorios, pero también que no son perfectamente predecibles.”

Charles D. Kirk Patrick II (2010, pp. 31).

Profesor y analista técnico.

Nota del autor.

A lo largo del documento, todos los gráficos y tablas han correspondido a una elaboración propia a partir de la información disponible. No obstante, en aquellos casos en los que el origen de los mismos es diferente, esta situación ha sido convenientemente indicada.

Índice de contenidos.

	Pag.
Abstract y palabras clave en español.	13
Abstract y palabras clave en inglés.	14
Cuadro resumen de la estructura de la tesis.	15
Capítulo 1. Introducción.	17
1.1 Presentación.	18
1.2 Contribuciones al estado de la cuestión de este estudio.	21
1.3 Justificación de la línea de investigación.	23
1.4 Hipótesis del investigador consideradas.	24
1.5 Estructura del documento.	30
Capítulo 2. Mapa conceptual de Teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados.	33
2.1 Objetivos y justificación de la revisión bibliográfica.	34
2.2 Estado de la cuestión.	35
2.3 Desarrollo de la revisión bibliográfica.	37
a) Teoría Financiera Clásica.	37
b) Análisis Técnico.	52
c) Finanzas del comportamiento o <i>Behavioral Finance</i> .	61
d) Estudios sobre la gestión de eventos extremos: enfoque del cisne negro.	69
e) Aplicaciones del área de la Física en la gestión de carteras: matemáticas fractales.	73
• Desarrollo matemáticos de los fractales.	76
• Formación de los fractales.	78
• Aplicaciones prácticas no financieras de los fractales.	82
• Uso de fractales en los mercados financieros: hipótesis fractal del mercado.	83
2.4 Consideraciones a la revisión de la literatura: mapa de evolución de las teorías aplicadas a la toma de decisiones de inversión.	86
Capítulo 3. Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente.	89
3.1 Introducción: análisis exploratorio previo a la aplicación de la matemática fractal.	90
a) Selección y tratamiento de las variables.	91
b) Análisis estadístico descriptivo de las variables.	94

c) Análisis de correlaciones entre los activos.	96
3.2 Contrastación hipótesis del investigador #1 : análisis de la normalidad de la distribución.	99
a) Análisis de la curtosis de la distribución.	100
b) Análisis de la distribución de frecuencias.	101
c) Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.	102
d) Análisis gráfico Q-Q.	103
3.3 Contrastación hipótesis del investigador #2 : aplicación de los fractales al mercado financiero.	105
a) Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad.	106
b) Construcción del coeficiente de Hurst.	109
c) Valores que puede adoptar el coeficiente de Hurst.	112
d) Construcción del índice de fractalidad.	114
e) Paralelismo entre el estudio fractal y el análisis econométrico de las series temporales.	114
3.4 Cálculo del coeficiente de Hurst e índice fractal por activo.	115
3.5 Contraste del índice fractal según las clasificaciones de los activos.	122
a) Criterio 1: clasificación según la naturaleza financiera.	123
b) Criterio 2: clasificación según el análisis de conglomerados o clúster.	124
c) Criterio 3: clasificación según el análisis factorial.	127
d) Criterio 4: clasificación según la aleatoriedad del activo.	132
e) Conclusiones de la relación del índice de fractalidad y la clasificación de los activos.	141
3.6 Creación de un índice en base a la estructura fractal de cada activo.	142
a) Composición del Índice de Eficiencia Fractal (IEF).	147
• Componente #1: aleatoriedad.	147
• Componente #2: consistencia.	148
b) Cálculo del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) para los distintos activos financieros seleccionados.	149
c) Implicaciones del uso del Índice de Eficiencia Fractal para los distintos activos financieros.	150
Capítulo 4. Metodología y análisis empírico de los casos atípicos: cisnes negros.	153
4.1 Justificación del análisis de los casos atípicos.	154
4.2 Propiedades y ejemplos de los cisnes negros.	156
4.3 Contrastación hipótesis del investigador #3 : implicaciones de los valores atípicos.	157

4.4 Relación de los casos atípicos con el índice de fractalidad.	165
4.5 Conclusión de la perspectiva fractal aplicada a los cisnes negros.	168
Capítulo 5. Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento del inversor.	169
5.1 Tipos de indicadores de sentimiento del inversor.	170
a) Basados en opciones y volatilidad.	170
b) Basados en datos estadísticos de evolución de productos.	173
c) Basados en encuestas.	175
5.2 Análisis exploratorio del índice del sentimiento del inversor: encuesta de AAII.	177
5.3 Contrastación hipótesis del investigador #4 : análisis de aleatoriedad de las variables del sentimiento del inversor.	183
5.4 Análisis fractal del sentimiento del inversor.	188
5.5 Contrastación hipótesis del investigador #5 : relación entre el sentimiento del inversor y la evolución del mercado.	190
a) Análisis de normalidad del índice de sentimiento del inversor y los valores de mercado con observación semanal.	191
• Análisis de la curtosis de la distribución.	191
• Análisis de la distribución de frecuencias.	192
• Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.	193
• Análisis gráfico Q-Q.	195
b) Análisis correlación y regresión entre variables de mercado y sentimiento del inversor.	197
• Correlación entre las variables del sentimiento del inversor y los activos financieros.	198
• Correlación entre las variables del sentimiento del inversor y el VIX.	201
c) Cálculo de los modelos de regresión entre la encuesta AAII y el S&P 500.	203
5.6 Cálculo del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) para las variables del sentimiento del inversor.	206
Capítulo 6. Síntesis comparada.	207
6.1 Análisis descriptivo comparativo.	208
6.2 Diferencias de las variables de mercado y del sentimiento del inversor sobre el ajuste a la distribución normal.	209
6.3 Correlaciones existentes entre las variables de mercado y del sentimiento del inversor.	211
6.4 Comparación del índice de fractalidad de los activos financieros y de la encuesta de	212

sentimiento del inversor.	
6.5 Comparación del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) de las variables financieras y de sentimiento del inversor.	216
Capítulo 7. Conclusiones.	219
7.1 Conclusión general y novedades aportadas.	220
a) Índice fractal de las variables financieras y del sentimiento del inversor.	221
b) Relación entre el índice de fractalidad y los cisnes negros.	225
c) Nuevo indicador en la selección de activos: Índice de Eficiencia Fractal (IEF).	226
d) Índice de fractalidad de la encuesta de sentimiento, y su relación con la cualidad de ser un indicador predictivo del mercado.	227
e) Revisión bibliográfica de las teorías relacionadas con la gestión de carteras.	229
7.2 Resultado de las cinco hipótesis del investigador propuestas.	231
7.3 Debilidades del estudio.	233
7.4 Futuras líneas de investigación: nuevo modelo de gestión de carteras.	236
Bibliografía: referencias.	243
Índice tablas.	260
Índice gráfico.	266
Anexos.	277
AI. Relacionados con el contraste de la Teoría Financiera Clásica a través de fractales.	277
AI-1. Descripción de activos seleccionados.	278
AI-2. Análisis gráfico sobre el histograma de la rentabilidad diaria de los activos.	280
AI-3. Análisis de la rentabilidad diaria de los activos en base a los valores logarítmicos.	282
AI-4. Detalle cálculos contrastación de hipótesis del investigador #1 : análisis gráfico sobre el ajuste a la distribución normal y análisis de Kolgomorov-Smirnov de los valores logarítmicos.	283
AI-5. Detalle cálculos contrastación de hipótesis del investigador #2 : Detalle del coeficiente de Hurst.	288
a) Cálculos sobre S&P 500.	290
b) Cálculos sobre NASDAQ 100.	292
c) Cálculos sobre Eurostoxx 50.	294
d) Cálculos sobre FTSE 100.	296

e) Cálculos sobre IBEX 35.	298
f) Cálculos sobre SMI.	300
g) Cálculos sobre NIKKEI 225.	302
h) Cálculos sobre HSI.	304
i) Cálculos sobre UBS.	306
j) Cálculos sobre Telefónica.	308
k) Cálculos sobre el tipo de cambio Euro / Dólar.	310
l) Cálculos sobre bono emitido por Estado Unidos con vto. a 5 años.	312
m) Cálculos sobre bono emitido por Estado Unidos con vto. a 30 años.	314
n) Cálculos sobre VIX.	316
AI-6. Detalle del análisis fractal por la clasificación de conglomerados.	318
AI-7. Detalle del análisis fractal por la clasificación factorial.	321
AI-8. Detalle del análisis según la aleatoriedad mediante el estimador de rachas.	325
AII. Relacionados con el análisis de los casos atípicos.	327
AII-1. Detalle cálculos contrastación de hipótesis del investigador #3 : Análisis gráfico de casos atípicos.	328
AII-2. Simulación del impacto de los casos atípicos.	331
a) Caso 2: Eurostoxx 50.	331
b) Caso 3: FTSE.	332
c) Caso 4: NASDAQ 100.	333
d) Caso 5: S&P 500.	334
e) Caso 6: SMI.	335
f) Caso 7: UBS.	336
g) Caso 8: NIKKEI 225.	337
h) Caso 9: HSI.	338
i) Caso 10: VIX.	339
j) Caso 11: Telefónica.	340
k) Caso 12: Bono EE.UU. de 5 años.	341
l) Caso 13: Bono EE.UU. de 30 años.	342
m) Caso 14: Tipo de cambio Euro / Dólar.	343
AII-3. Relación entre el índice de fractalidad y la sensibilidad a los valores extremos.	344
AII-4. Contrastación para el IBEX 35 de la validez de la propuesta de inversión contraria referida a la consideración de los casos atípicos.	344
AIII. Relacionados con el análisis de la encuesta de sentimiento del inversor.	347

AIII-1. Estadísticos de las variables semanales de los activos financieros y el sentimiento de mercado.	348
AIII-2. Análisis gráfico de la normalidad de las variables semanales de los activos financieros y el sentimiento de mercado.	350
AIII-3. Detalle de cálculo del coeficiente de Hurst para las variables relacionadas con el sentimiento del inversor.	358
a) Variable de sentimiento optimista, comprador, o <i>bulling</i> .	358
b) Variable de sentimiento pesimista, vendedor, o <i>bearing</i> .	360
c) Variable de sentimiento neutral.	362
d) Variable de diferencia entre el valor optimista y pesimista.	364
AIII-4. Indicadores sentimiento vs mercado. Escenario de correlación.	366
AIV. Otros anexos	373
AIV-1. Contexto: Mercado financiero actual.	374
AIV-2. Cálculo de la rentabilidad MWR y TWR.	377
AIV-3. Ciclos de mercado.	379
AIV-4. Gestión de las series históricas de datos.	381
AIV-5. Análisis de la bibliografía.	383
AIV-6. Programación de herramienta de cálculo del índice de Hurst.	388
AV. Glosario de Términos	391

Abstract.

Los fractales son figuras geométricas en cuya estructura se repite el mismo diseño de la figura original. Su estudio en elementos ubicados en la naturaleza ha permitido significativos avances en disciplinas como la medicina o la informática. Continuando la línea de investigación iniciada en la década de los 80 por el matemático polaco Benoît B. Mandelbrot, la presente tesis pretende trasladar esta metodología utilizada en otras áreas al análisis de los mercados financieros. El objetivo principal será su aplicación a tres diferentes materias. En primer lugar, y de forma alternativa a los estudios estadísticos clásicos, se contrasta la validez del axioma de la Teoría de Mercados Eficientes referido a la existencia de una aleatoriedad en la evolución de las rentabilidades. En segundo lugar, se propone un estudio que relacione la existencia e impacto de los eventos extremos, o cisnes negros (Taleb 2005), con las características fractales de cada activo. En tercer lugar, se aplica el cálculo fractal en el estudio de las respuestas obtenidas por las encuestas de sentimiento del inversor, y en la posible relación con su utilización como indicador adelantado del mercado. Tras centrar el estudio en la resolución de cinco hipótesis de investigación, la aportación más relevante del análisis corresponde a la elaboración de un nuevo indicador basado en el componente fractal de los activos, que se ha denominado Índice de Eficiencia Fractal (IEF). Esta herramienta permite, en los procesos asignación de activos, seleccionar las inversiones en base a sus propiedades fractales así como la asignación de cada activo al método de análisis más conveniente (Análisis Técnico o Análisis Fundamental). Constituye, según la revisión bibliográfica realizada sobre el área de toma de decisiones durante el siglo XX y el comienzo del siglo XXI, una novedad dentro del campo de la gestión de carteras.

Palabras clave: gestión carteras, mercados financieros, fractal, Teoría Mercados Eficientes, indicadores de sentimiento de mercado, revisión literatura, Mandelbrot, Taleb.

Abstract.

Fractals are geometric figures that keep unmodified its shape and structure at different scales according to some mathematical properties. Initial studies based on nature have enabled significant advances in disciplines such as medicine and computing. Following the studies initiated in the 80s by the polish mathematician Benoît B. Mandelbrot, present thesis intends to apply same methodology to the financial markets. Specifically, there are three areas of application.

Firstly, and as an alternative to the classical theory, the use of fractals calculation to contrast Market's Efficiency Theory axiom with regards financial assets random pricing behaviour. Secondly, a method that relates extreme events denominated as "black swans" (Taleb 2005) with each financial asset's fractal features. Thirdly, fractals calculation are applied in the analysis of investor sentiment surveys and its potential as market leading indicators.

Following the thesis' focus on 5 research hypothesis, its highest contribution is the definition of a market indicator based on financial assets' fractals component. This statistic tool has been named Fractal Efficiency Index (IEF) and provides with an asset allocation and underlyings selection Portfolio Management methodology based on investments' fractals features. Based on the decision-making existing literature review it could be considered as a portfolio management novelty.

Keywords: Portfolio Management, Financial markets, Fractal, Efficiency Markets Theory, Stock Market Sentiment indicators, Literature review, Mandelbrot, Taleb.

Cuadro resumen de la estructura de la tesis

	Índice de contenidos Abstract español e inglés Cuadro resumen de la estructura	
Capítulo 1 Introducción	Presentación Contribución al estado de la cuestión Justificación de la línea de investigación Hipótesis del investigador Estructura del documento	Principales aportaciones Mapa de las teorías de gestión de carteras
Capítulo 2 Mapa conceptual de Teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados	Teoría Financiera Clásica Análisis Técnico Behavioural Finance Gestión de casos extremos: cisnes negros Matemáticas fractales	
Aplicación del índice de fractalidad	Capítulo 3 Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente	Índice de Eficiencia Fractal IEF
	Capítulo 4 Metodología y análisis empírico de los casos atípicos: cisnes negros	
	Capítulo 5 Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento inversor	Fractales vs Cisnes negros: previsión vs caos
	Tipo de indicadores de sentimiento del inversor Encuesta AAI, definición y composición. Hipótesis #4: estudio de la aleatoriedad de la encuesta Patrones fractales en las encuestas Hipótesis #5: uso de la encuesta como indicador	Patrón fractal de la encuesta de sentimiento
Capítulo 6 Síntesis comparada	Análisis descriptivo conjunto del mercado y sentimiento Comparativa del ajuste a la distribución normal Correlaciones entre mercado y sentimiento Comparación del Índice de Fractalidad Comparación del Índice de Eficiencia Fractal	Relación entre mercados y sentimientos
Capítulo 7 Conclusiones	Conclusión general del estudio Novedades aportadas por la investigación Resultado de las cinco hipótesis de investigación Debilidades del estudio Futuras líneas de investigación	Modelo de gestión de carteras FCNB
Bibliografía	Detalle de las referencias utilizadas	
Anexo	Índice de tablas y gráficos Datos base correspondientes a los capítulos 3,4,5 y 6 Programación de la herramienta para el cálculo del coeficiente de Hurst Glosario de términos	

Capítulo 1

Introducción.

“Los mercados financieros son las máquinas en las que se decide buena parte del bienestar humano, pero conocemos mejor el funcionamiento de los motores de nuestros automóviles que el de nuestro sistema financiero global.”

Benoît B. Mandelbrot y Richard L. Hudson (2006, pp 36).

Sinopsis del capítulo

Tras una definición del concepto de fractal, se establece como objetivo la aplicación a ámbitos financieros de los modelos establecidos para el estudio de estas figuras geométricas. La tesis se estructura en torno a cinco hipótesis de investigación desarrolladas a lo largo de siete capítulos. Entre los hallazgos destaca la creación de una novedosa herramienta estadística denominada Índice de Eficiencia Fractal (IEF), así como los resultados obtenidos al aplicar esta herramienta a diferentes ámbitos.

1. Introducción.

1.1 Presentación.

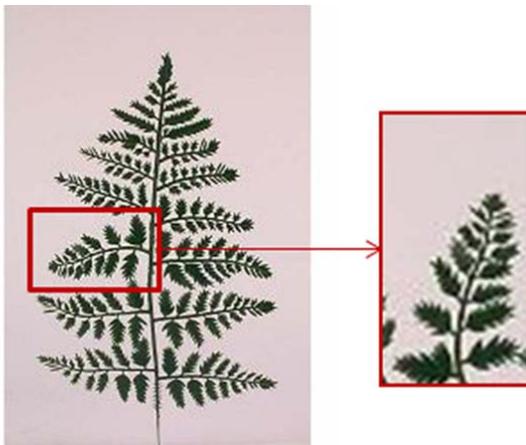
Los fractales son figuras geométricas cuya estructura se puede descomponer en fragmentos que, a una escala menor y respetando diversas propiedades matemáticas, mantienen el mismo diseño que el elemento original. Esta característica fue observada en la antigüedad en elementos propios de la naturaleza tales como plantas, estructuras montañosas o fenómenos meteorológicos, pero no fue hasta finales de la década de los años 60 cuando se desarrolló un modelo matemático que permitió estudiar su comportamiento (Mandelbrot 2006). Este avance impulsado por la disciplina de la física tuvo su aplicación en áreas tan diversas como la medicina, la electrónica, o la industria cinematográfica.

La aplicación de esta metodología en el área de los mercados financieros planteada en la presente tesis tiene su origen en los trabajos iniciados en la década de los 80 por el matemático polaco Benoît B. Mandelbrot, en los que advirtió, como muestra el gráfico 1.1, la semejanza entre diversas formas geométricas encontradas en la naturaleza y los gráficos obtenidos en la evolución de las cotizaciones de las acciones.

Gráfico 1.1 Identificación de fractales en la naturaleza y en los mercados financieros.

a) Fractal en la **naturaleza**.

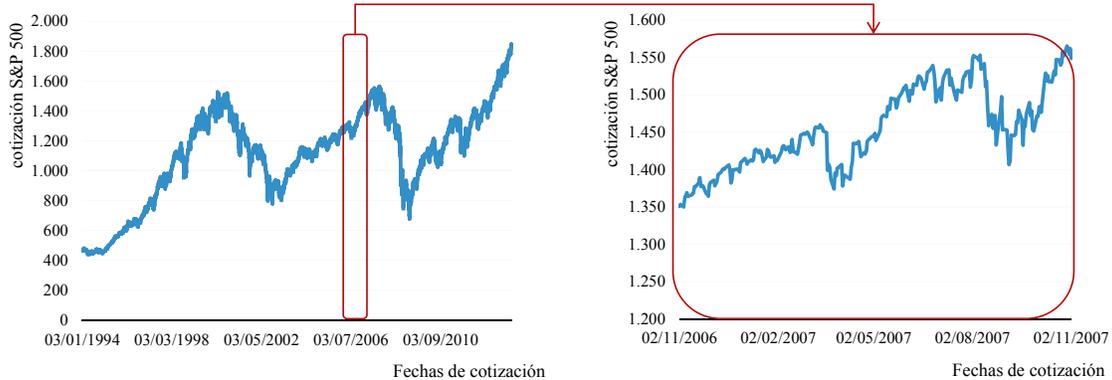
Cada hoja de un helecho recuerda la forma de la planta en su conjunto.



b) Fractal en los **mercados financieros**.

La evolución de los precios durante un período seleccionado (02/11/2006 a 20/10/2007) recuerda la estructura del período completo (01/01/1994 a 14/04/2014).

Evolución diaria del S&P 500 en el período 01/01/1994 hasta el 14/04/2014 Evolución diaria del S&P 500 en el período 02/11/2006 hasta el 20/10/2007



Ambos gráficos del índice S&P 500, y a pesar de corresponder a períodos temporales diferentes (20 años vs 11 meses), mantienen una estructura similar con tres períodos de crecimiento intercalados por dos crisis pronunciadas.

La aplicación de la mecánica fractal al mercado financiero constituyó desde el primer momento una profunda novedad dentro de los modelos predictivos. Paul Cootner (1964) describió en su artículo la revolución que suponía el primer trabajo dedicado por Mandelbrot al mercado financiero (1963).

“Mandelbrot (...) si está en lo cierto, casi todas nuestras herramientas estadísticas (mínimos cuadrados, análisis espectral, soluciones de máxima verosimilitud, toda nuestra teoría muestral establecida, distribuciones cerradas) han quedado obsoletas. Casi sin excepción, toda la obra econométrica del pasado carece de sentido.”

Paul Cootner (1964).

El objetivo principal de la tesis es trasladar los avances alcanzados en el mecanismo de identificación de esquemas fractales a dos ámbitos muy diferentes entre sí: al análisis de la evolución de las cotizaciones de diversos activos financieros y, al estudio de las respuestas dadas a las encuestas que miden el sentimiento del inversor.

Los resultados y conclusiones se organizan en torno a cinco hipótesis de investigación en tres áreas principales: el análisis de la validez del axioma de la aleatoriedad de rentabilidades de la Teoría Financiera Clásica, el uso de los valores extremos en el estudio financiero, y el uso de las encuestas de sentimiento de inversor como herramienta de predicción.

Como base para el desarrollo de las líneas de investigación propuestas se establece un marco teórico mediante la revisión bibliográfica de las teorías relacionadas con la gestión de carteras desde principios del siglo XX hasta nuestros días. El hilo conductor se desarrolla a lo largo de cinco apartados, en base al origen académico de las mismas: Teoría Financiera Clásica, Análisis Técnico, *Behavioral Finance*, modelos basados en la gestión de los casos extremos (también denominados “cisnes negros”), y por último, teorías inspiradas en la consideración fractal del mercado. El análisis del marco de referencia se concluye con la elaboración de un mapa cronológico que muestra la evolución temporal de las teorías analizadas, así como un registro de las fechas de publicación de las fuentes revisadas.

Tras el establecimiento del marco teórico, se inicia el estudio de los activos financieros mediante un enfoque fractal en el contraste de la validez de la propuesta de la Teoría Financiera Clásica¹ sobre la existencia real de un mercado eficiente. Este tipo de mercado implica que la evolución de las cotizaciones de los activos es aleatoria, y por tanto ausente de memoria estadística. El contraste de esta hipótesis central se realiza mediante un enfoque diferente al establecido en la literatura especializada, no solo por el espectro y la amplitud de la información utilizada, sino fundamentalmente por la metodología aplicada. Esta misma metodología se traslada posteriormente a la búsqueda de patrones que expliquen el diverso grado de impacto que tienen los activos ante eventos extremos, o cisnes negros.

El uso de las encuestas de sentimiento es un tema recurrente en los estudios de predictibilidad del mercado (North y Stevens 2015). La novedad que pretende aportar esta tesis es no solo

¹ A los efectos de este trabajo, la Teoría Financiera Clásica y Teoría de los Mercados Eficientes se utilizan de manera indistinta.

determinar la validez del uso de una encuesta en particular, sino establecer si el grado de correlación del estudio con el mercado está relacionado con una mayor o menor estructura fractal de la misma. Se busca, mediante este enfoque alternativo, la identificación de patrones en el comportamiento de los individuos que interactúan en los mercados financieros.

El método seleccionado corresponde al uso de dos indicadores que establecen el grado de existencia de estructuras fractales en una serie histórica de datos. En primer lugar, se adopta el coeficiente de Hurst como indicador para cuantificar la interdependencia a largo plazo de las variables observadas (Hurst 1951 y Mandelbrot 1969). En segundo lugar, y con el objetivo de medir el nivel de complejidad del patrón analizado, se utiliza el índice de fractalidad (Mandelbrot 2006).

En definitiva, la presente investigación busca establecer una base teórica sobre la que proponer un nuevo modelo de gestión de carteras que permita, al margen de incorporar los conocidos criterios básicos de coste de transacción, riesgo del activo, adecuación al perfil inversor, horizonte temporal, volatilidad, liquidez, y volumen a invertir, la consideración de variables tales como la magnitud de la fractalidad en las series históricas o el aprovechamiento sistemático de los casos atípicos. Una línea de investigación posterior sería, por tanto, modelar una estrategia de inversión, cuya exposición a los riesgos financieros fuera más eficiente que los esquemas actuales.

1.2 Contribuciones al estado de la cuestión de este estudio.

La contribución más relevante del estudio consiste en la elaboración de un nuevo indicador que permite, dentro del proceso de construcción de carteras, establecer una selección en base al componente fractal. En virtud del estudio histórico realizado, el modelo de inversión resultante de la integración de este nuevo indicador aplicado a la selección de activos, constituye una novedad en relación al estudio sobre la construcción de carteras de inversión.

El denominado Índice de Eficiencia Fractal (IEF) toma en consideración en primer lugar la consistencia fractal mostrada por el activo con independencia de la escala considerada, y en segundo lugar, valora las probabilidades de que su comportamiento futuro sea o no aleatorio. La información aportada por este indicador es muy relevante permitiendo su utilización en ámbitos tan diversos como la asignación de cada activo a un tipo diferenciado de análisis

para estudiar su comportamiento futuro (Análisis Técnico o Análisis Fundamental), o para la estructuración de una cartera seleccionando los activos a considerar atendiendo a su comportamiento fractal.

Existe una gran diversidad de estudios previos que rebaten de forma empírica los axiomas propuestos por la teoría de mercados eficientes (p.ej., Goetzmann y Jorion 1999). El uso de la perspectiva fractal en el estudio de la evolución de los mercados financieros ha sido ya considerado, tal y como muestra el artículo elaborado por Andrew W. Lo (1991) titulado *Long-Term Memory in Stock Market Prices*, donde el autor analizó la posible existencia de patrones fractales, y memoria estadística, en las series históricas del mercado bursátil norteamericano. La selección de este mercado es común a lo largo de las referencias bibliográficas, en las que se confirma el análisis a través de un único mercado financiero relevante y representativo (Fama 1991 y 1995). La nacionalidad de la mayor parte de los investigadores, así como el fácil acceso a la información y existencia de una serie histórica representativa, provoca que el mercado sobre el que se realizan dichos trabajos empíricos corresponda a la evolución de los índices Dow Jones o S&P 500 (ver anexo AI-1).

El presente análisis amplía significativamente el espectro de estudio analizando la evolución de catorce activos de diferente naturaleza (renta variable, renta fija, divisas, e indicadores de volatilidad) seleccionados por su representatividad en los diferentes mercados. Con el objetivo de proporcionar una base empírica representativa, el período de estudio se remonta a mediados de la década de los 90 (etapa en la que se globalizaron los mecanismos de contratación²) y concluye, con más de 5.200 observaciones diarias, con finalización el día 14 de abril del año 2014.

El resultado obtenido en esta tesis coincide con los trabajos realizados por Andrew Lo sobre la validez del axioma de aleatoriedad de los precios de la Teoría Clásica. No obstante, añade a la consistencia de sus resultados la utilización de una selección de activos financieros más amplia y heterogénea, así como en el uso de una metodología matemática fractal que localiza patrones con un mayor número de escalas. Por tanto, y dentro de las aportaciones enfocadas en el análisis financiero, cabe destacar, al no contar con antecedentes en la literatura, el uso

² P.ej., el Sistema *Electronic Communication Network* (ECN) conectó electrónicamente las bolsas de valores más importantes de EE.UU. después de su implantación en el año 1996.

de la aproximación fractal al estudio de los activos de renta fija y el índice de volatilidad VIX (ver glosario).

Continuando con las novedades incorporadas en el presente documento, no debe olvidarse el uso de la aproximación fractal en la búsqueda de patrones en la naturaleza de los eventos extremos o cisnes negros.

Por último, se amplía el ámbito de estudio al comportamiento del individuo reflejado a través de las encuestas de sentimiento. La consideración de estas variables, típicamente asignadas al análisis del *Behavioral Finance*, permite que ambas corrientes dominantes en el campo académico financiero sean tratadas en este trabajo.

1.3 Justificación de la línea de investigación.

A diferencia de otras disciplinas académicas más cercanas a las ciencias físicas o exactas, la falsación de los resultados de la Teoría del Mercado Eficiente no ha provocado un proceso de reemplazo de la misma. Un ejemplo de la simultaneidad de enfoques aceptados tanto por el mundo académico como el profesional se puede encontrar en la otorgación del premio Nobel en Economía del año 2013. Bajo el epígrafe común del análisis empírico sobre la evolución de precios, el galardón fue concedido a tres investigadores (Eugene Fama, Lars Peter Hansen, y Robert J. Shiller). Estos académicos son reconocidos expertos en dos teorías que pretenden explicar la evolución de los mercados financieros a través de enfoques y conclusiones divergentes.

La creencia dentro del área académica en la existencia de un mercado eficiente ha sido predominante hasta la década de 1980. Su desarrollo se inició con el trabajo de Louis Bachelier, quien dedicó su tesis doctoral titulada “La teoría de la especulación” al estudio de la evolución de los precios de las acciones en la Bolsa de París (Bachelier 1900). El investigador no tuvo reconocimiento por sus contemporáneos (Dimson y Mussavian 1998) y debió esperar a que décadas después sus estudios fueran rescatados por diversos economistas (Markowitz 1952) para el desarrollo de sus propios modelos. Diversos autores posteriores han continuado apoyando sus enunciados, destacando aquellos que argumentaban cómo los mercados se autorregulan por las fuerzas de la oferta y demanda (p.ej., Fama 1998, o Fama y

French 1988), o aquéllos que proporcionaban estudios empíricos sobre la tesis de la evolución aleatoria del precio de las acciones (p.ej., Samuelson 1965).

No obstante, el número de publicaciones que han analizado la evolución de las cotizaciones bajo ópticas diferentes a la Teoría Financiera Clásica se ha incrementado en las últimas décadas (p.ej., Mandelbrot 1997, 1999, 2001a, 2005). Estas aproximaciones críticas están encabezadas por el desarrollo del Análisis Técnico, así como por el área del *Behavioral Finance*. El primer enfoque busca las ineficiencias del mercado, mientras que el segundo incorpora el comportamiento humano a la determinación de los precios. Adicionalmente a estas dos grandes propuestas alternativas, existe últimamente un mayor número de estudios cuantitativos basados en criterios extraídos de la Teoría del Caos, u otras propuestas cuyo origen debe buscarse en la disciplina académica de las ciencias físicas.

El motivo de la proliferación de nuevos enfoques, en el que se incluye la presente investigación con la aplicación de las matemáticas fractales como vía de estudio de la evolución del precio de los activos, se encuentra fundamentalmente en la búsqueda de nuevos modelos que se ajusten de forma más eficiente a la evolución real de los mercados financieros, y entre otros objetivos, ayuden a tomar mejores decisiones relacionadas con la inversión patrimonial.

1.4 Hipótesis del investigador consideradas.

Para estudiar los objetivos enunciados, se establecen cinco hipótesis del investigador que abarcan diferentes ámbitos, tales como la validez del axioma de aleatoriedad establecido en la Teoría Financiera Clásica, la relevancia de los casos atípicos en la cotización de los precios, o el uso del resultado de las encuestas como indicador adelantado o retrasado de la evolución real de los mercados.

Las cinco líneas de investigación se establecen de acuerdo a una consideración generalmente aceptada, determinando una hipótesis nula, así como un método de contraste diferente e individualizado con una regla de decisión prefijada³.

Hipótesis del investigador #1.

Marco teórico y contexto	La definición del mercado como eficiente es la base en la que se apoya la Teoría Financiera Clásica (Fama 1965). Una de sus consecuencias es el ajuste a una distribución normal de los rendimientos obtenidos en la inversión en un activo.
Hipótesis del investigador	La rentabilidad en base diaria obtenida en el análisis de la serie histórica de los precios no se comporta como una distribución normal.
Variables	Rentabilidad diaria de la serie histórica de los activos financieros seleccionados.
Método de contraste	Para obtener una mayor consistencia en la respuesta a la hipótesis del investigador, se realiza un contraste mediante el uso de cuatro perspectivas diferentes: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis de la curtosis de la distribución. • Análisis de la distribución de frecuencias. • Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov. • Análisis gráfico Q-Q.
Hipótesis nula	H_0 : las variables siguen una distribución normal.
Hipótesis alternativa	H_1 : las variables no siguen una distribución normal.

³ En el contraste de las hipótesis del investigador principal, en ocasiones ha sido preciso la consideración de hipótesis de segundo nivel, cuyo detalle no ha sido incluido en los siguientes cuadros resumen.

Resolución | Los cálculos para el contraste se realizan en el **capítulo 3**.

Hipótesis del investigador #2.

Marco teórico y contexto	En la evolución del precio en los mercados financieros podrían existir patrones que se repiten a lo largo del tiempo.
Hipótesis del investigador	Existe memoria estadística en la evolución histórica de las cotizaciones de los activos negociados en los mercados financieros, y por tanto no se puede afirmar que el precio de los activos se comporte de forma aleatoria.
Variables	Rentabilidad diaria de la serie histórica de los activos financieros seleccionados.
Método de contraste	El contraste se realiza mediante una aproximación fractal aplicando los principios matemáticos desarrollados por Benoît B. Mandelbrot y Murad S. Taqqu (1979). Este contraste se realiza mediante el uso del índice de fractalidad y del coeficiente de Hurst. Posteriormente se compara este indicador con la clasificación de los activos en cuatro perspectivas diferentes: naturaleza del activo, aplicación de análisis de conglomerados, aplicación de análisis factorial, y según la aleatoriedad establecida por el estimador de rachas.
Hipótesis nula	H_0 : la rentabilidad diaria de los activos seleccionados no permite establecer un comportamiento fractal (no aleatorio).
Hipótesis alternativa	H_1 : la rentabilidad diaria de los activos seleccionados permite establecer un comportamiento fractal (no aleatorio).
Resolución	Los cálculos para el contraste se realizan en el capítulo 3 .

Hipótesis del investigador #3.

Marco teórico y contexto	Las cotizaciones muestran valores extremos alejados de la distribución normal del precio de los activos financieros. Estas desviaciones deben considerarse en los modelos de gestión de carteras (p.ej., Mandelbrot 1997, 2005; Taleb 2005, 2007, 2009).
Hipótesis del investigador	Los eventos de cola (extremos) deben ser considerados en el análisis. El análisis financiero clásico, que no considera un porcentaje de los casos atípicos, implica la pérdida de información relevante en la toma de decisiones. La sensibilidad a los casos atípicos de cada activo podría estar relacionada con su estructura fractal.
Variables	Los valores extremos de las rentabilidades diarias observadas en la serie histórica de los activos financieros seleccionados.
Método de contraste	Considerando las aportaciones de Nassim Nicholas Taleb sobre la relevancia de los grandes eventos de cola, coloquialmente denominados cisnes negros (Taleb 2005, 2007), se mide el impacto de los valores atípicos en la rentabilidad final de la serie histórica, y posteriormente se comparan los resultados con el índice de fractalidad de cada activo.
Hipótesis nula	H_0 : las series históricas no se ven alteradas por los casos atípicos.
Hipótesis alternativa	H_1 : las series históricas se ven alteradas por los casos atípicos.
Resolución	Los cálculos para el contraste se realizan en el capítulo 4 .

Hipótesis del investigador #4.

Marco teórico y contexto	Existe gran variedad de indicadores y encuestas que recogen el sentimiento del inversor de los individuos que forman el mercado, con la intención de adelantar la evolución futura de los mercados (p.ej., De
--------------------------	---

	Bondt 1993, 1998).
Hipótesis del investigador	Los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor no corresponden a una distribución aleatoria, existiendo un grado de memoria estadística en su evolución.
Variables	Resultados semanales publicados de una encuesta de sentimiento del inversor elaborada por una asociación americana con amplia utilización en el mercado. La encuesta seleccionada en el estudio corresponde a la elaborada semanalmente por la AAI (American Association Individual Investors), cuya definición, composición y restricciones se detallan en el capítulo 5.
Método de contraste	Tras seleccionar una publicación, y en busca de evidencias sobre la ausencia de aleatoriedad en la evolución de los resultados de la encuesta, se aplica sobre sus resultados históricos un doble contraste: el estadístico de identificación de rachas, y el cálculo del índice de fractalidad usando el coeficiente de Hurst.
Hipótesis nula	H_0 : la secuencia de aparición de dos valores posibles de una variable dicotómica que refleje el signo de la rentabilidad diaria es aleatoria.
Hipótesis alternativa	H_1 : la secuencia de aparición de dos valores posibles de una variable dicotómica que refleje el signo de la rentabilidad diaria no es aleatoria.
Resolución	Los cálculos para el contraste se realizan en el capítulo 5 .

Hipótesis del investigador #5.

Marco teórico y contexto	Las encuestas de sentimiento del inversor forman parte del análisis financiero. Se considera que las opiniones de los individuos recogidas
--------------------------	--

	en ellas pueden permitir predecir la evolución futura de los mercados (Solt y Statman 1988).
Hipótesis del investigador	No existe relación directa significativa entre los resultados de la encuesta de sentimiento inversor y la evolución de los mercados, y esta situación está originada por la diferencia de estructura fractal de cada variable.
Variables	Se utilizan dos tipos de variables: en la primera parte del contraste se consideran la evolución semanal de los resultados publicados por la encuesta AAI, así como la evolución en el mismo período de los activos financieros seleccionados. En la segunda parte del contraste se incorporan los índices de fractalidad obtenidos de las variables de la encuesta y del S&P 500.
Método de contraste	En primer lugar se calcula la correlación de las variables de la encuesta con la evolución real de los distintos activos. En segundo lugar, se evalúa si los resultados de la encuesta permiten analizar la evolución del índice S&P 500 mediante el establecimiento de cinco escenarios de comparación (consideración contemporánea, adelantada en una o cuatro semanas, y retrasada en una o cuatro semanas). Finalmente se analiza si la bondad del ajuste obtenido guarda relación con el índice de fractalidad de cada una de las variables consideradas.
Hipótesis nula	H_0 : la evolución de las variables de la encuesta de sentimiento inversor y los mercados analizados no tiene correlación de forma significativa.
Hipótesis alternativa	H_1 : la evolución de las variables de la encuesta de sentimiento del inversor y los mercados analizados sí tiene correlación de forma significativa.
Resolución	Los cálculos para el contraste se realizan en el capítulo 5 .

1.5 Estructura del documento.

El documento comprende siete capítulos. Tras el abstract y cuadro resumen, el primer capítulo introduce las líneas generales del estudio, y establece, como objetivo inicial del mismo, el cuestionamiento de los axiomas básicos utilizados por la teoría financiera predominante aplicada en la toma de decisiones de inversión. Así mismo, se acota el ámbito del mismo, se plantean las hipótesis de trabajo y se aporta un primer marco contextual histórico.

A continuación, en el segundo capítulo, se realiza un análisis histórico de las escuelas económico-financieras relacionadas con la toma de decisiones de inversión; no solo aquellas más representativas provenientes del área económica, sino también de aquellas teorías correspondientes a otras disciplinas. A modo de conclusión, se incorpora un análisis cronológico comparativo entre las mismas, así como, un estudio histórico de la bibliografía empleada (recogido en anexo AIV-5).

Tras la obtención y el tratamiento de los datos necesarios, y como medio para contrastar las dos primeras hipótesis planteadas en la introducción, el tercer capítulo establece dos enfoques metodológicos diferenciados de contraste de la existencia de mercados eficientes: el uso de la estadística descriptiva clásica, y el uso de los enunciados matemáticos fractales a través del coeficiente de Hurst y del índice de fractalidad. Al término de este capítulo, y con base en los resultados obtenidos en el análisis de los catorce activos financieros considerados, se propone y desarrolla un nuevo indicador para la selección de activos denominado “Índice de Eficiencia Fractal (IEF)”.

El cuarto capítulo se dedica al estudio del impacto de los casos extremos observados a lo largo de una serie histórica. Si bien existen valores atípicos en todas las series históricas consideradas, el impacto en la rentabilidad final de cada uno de los activos difiere. El objetivo de este apartado es determinar si existe una relación entre el grado de impacto y el valor obtenido por el índice de fractalidad.

Para finalizar la sección dedicada a la metodología y cálculo, el quinto capítulo se inicia con el estudio de las diferentes fuentes relacionadas con el sentimiento del inversor. Posteriormente se argumenta la selección de una de ellas para su estudio. Replicando el análisis descriptivo y fractal del capítulo anterior, se realiza un cálculo de correlaciones entre los resultados de la encuesta y la evolución del mercado, permitiendo evaluar el sentimiento

del inversor como indicador adelantado o retrasado de los movimientos reales observados en el mercado.

Con la información obtenida hasta ese momento, el capítulo sexto compara los valores obtenidos por los diversos indicadores fractales, en relación a la evolución de los activos financieros y de las variables provenientes de la percepción psicológica de los inversores.

El capítulo séptimo contiene los resultados generales de los análisis divididos en cuatro grandes epígrafes. Entre otras conclusiones, se aporta la síntesis del estudio sobre la posible existencia de una estructura fractal en la evolución de la cotización de los activos, así como en el índice de sentimiento del inversor.

En la parte final de este apartado se recogen diversas debilidades identificadas a lo largo de la elaboración del presente estudio, y se establecen las futuras líneas de investigación en torno a la aplicación práctica del uso del Índice de Eficiencia Fractal en un nuevo modelo de inversión. Este modelo combinará la selección de activos mediante la identificación de fractales con los trabajos realizados por Nassim Nicholas Taleb dedicados a la gestión de eventos con muy baja probabilidad de ocurrencia, o también denominados cisnes negros (Taleb 2005, 2007, 2012).

Por último, se listan las referencias bibliográficas utilizadas y se traslada al anexo el detalle de los cálculos realizados, extensión de referencias en el desarrollo teórico, así como el código informático elaborado para el desarrollo de la herramienta de cálculo del coeficiente de Hurst.

Capítulo 2

Mapa conceptual de teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados.

“Hay una vieja broma, ampliamente conocida por los economistas, sobre un economista paseando por la calle con un compañero. Al encontrarse con un billete de 100 dólares, el compañero se agacha a recogerlo del suelo, pero el economista le dice que no se moleste, que si fuera verdadero ya habría habido alguien que lo hubiera recogido antes. Este ejemplo de humor de lógica económica es una interpretación bastante exacta de la Teoría de los Mercados Eficientes. Después de muchas décadas de investigación y literalmente miles de estudios, los economistas no han alcanzado un consenso sobre si los mercados, particularmente los mercados financieros, son, de hecho, eficientes.”

Andrew W. Lo (2004, pp.4).

Sinopsis del capítulo

La revisión bibliográfica se desarrolla en el período que abarca desde el año 1900, con los primeros estudios publicados por Louis Bachelier, hasta las últimas publicaciones referidas a los desarrollos de la neurociencia realizadas en el año 2015 o el uso de las encuestas de confianza del consumidor elaboradas en el año 2016. El contenido se estructura en cinco apartados, en base al origen de la teoría analizada: Teoría Financiera Clásica, Análisis Técnico, *Behavioral Finance* o economía del comportamiento, modelos basados en la gestión de los casos extremos, y por último, las teorías basadas en la perspectiva fractal del mercado. Al término de cada teoría se incluye una reflexión en relación a la validez y relevancia de la misma en la disciplina de gestión de carteras. El análisis se concluye con un mapa histórico que muestra la evolución e interrelación de los distintos modelos.

2. Mapa conceptual de Teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados.

2.1 Objetivos y justificación de la revisión bibliográfica.

La elaboración de un estudio que resuma y compare las principales teorías en el área de gestión de carteras permitirá contextualizar las hipótesis de investigación planteadas, y valorar la singularidad de los nuevos indicadores y modelos desarrollados en esta tesis. Con este objetivo se realiza un análisis retrospectivo de las teorías más relevantes en el ámbito de las decisiones de inversión financiera desde los comienzos del siglo XX hasta la actualidad, señalando los motivos por los que el mundo académico y profesional fueron modificando los enunciados incorporando nuevos axiomas

En el mundo económico actual resulta difícil encontrar un entorno más globalizado e inmediato que el protagonizado por la gestión de activos en los mercados financieros. Las repercusiones de su gestión van mucho más allá de los rendimientos obtenidos por los inversores (Haldane 2011) y se trasladan de forma directa, y amplificada, a la economía real, tal y como ha demostrado la contracción económica iniciada en el año 2007 surgida del impacto de la crisis subprime (ver glosario). Esta relación ha provocado que en las últimas décadas se haya incrementado el reconocimiento académico sobre el análisis de la gestión de carteras de inversión, tal y como demuestra el número de investigadores que han logrado el premio Nobel en economía con estudios relacionados con esta disciplina (Dimson y Mussavian 1998).

El análisis se inicia con los estudios matemáticos de Louis Bachelier en 1900 sobre la evolución de precios en los mercados financieros, y concluye con las últimas aportaciones de la neurociencia acerca del modo en el que los individuos toman decisiones financieras. No se aborda la revisión bibliográfica de forma exhaustiva no sistemática, sino poniendo énfasis en las principales características de las diversas teorías que inciden o tienen repercusión directa en la forma de gestionar activos financieros. Entendemos que la recopilación de todo lo escrito hasta ahora en este campo excede el objetivo de este trabajo. Se concluye este capítulo 2 con un cuadro resumen que muestra la evolución histórica de las distintas teorías y las posibles relaciones entre ellas.

Además de los artículos académicos citados a lo largo del capítulo, cabe destacar los trabajos realizados por Fama (1970), Dimson y Mussavian (1998), Malkiel (2003, 2015) o Sewell (2011) entre otros referentes a la evolución de la Teoría de Mercados Eficientes. Por otro lado, los libros divulgativos publicados por los premios Nobel en economía Kahneman (2011) y Shiller (2003), han permitido difundir los avances realizados en el área del *Behavioral Finance* o economía del comportamiento. En relación al desarrollo teórico del Análisis Técnico se concede especial relevancia a la obra elaborada por Kirkpatrick y Dalquist (2010), mientras que gran parte de los enunciados sobre la relevancia de los valores atípicos han sido basados en la obra de Nicholas Taleb, en concreto en sus libros *Fooled by randomness: The hidden role of chance in life and in the markets* (Taleb 2005) y *The black swan: The impact of the highly improbable* (Taleb 2007). Por último, los conceptos básicos de la perspectiva fractal han sido extraídos del libro de divulgación *Fractales y Finanzas* publicado por Benoît B. Mandelbrot y Richard L. Hudson en el año 2006.

2.2 Estado de la cuestión.

Durante el siglo XX, la Teoría Financiera Clásica ha sido la referencia predominante en relación al análisis de la evolución de los mercados financieros. El desarrollo teórico ha estado basado en la elaboración de modelos matemáticos⁴ que, utilizando la relación entre los precios de los distintos activos, pretendían maximizar los rendimientos en las inversiones.

A medida que la accesibilidad a la información financiera y la calidad de las herramientas estadísticas mejoraban, los modelos de construcción de carteras iban incrementando su complejidad en busca de la mejor combinación, en términos de rentabilidad, riesgo consumido (Fama y French 1993), o volatilidad de las inversiones realizadas. Las desviaciones entre los valores observados y los propuestos por la teoría, impulsaron la

⁴ Sirva la polémica creada en la defensa de la tesis elaborada por Harry Markowitz como ejemplo para mostrar la controvertida frontera existente durante el siglo XX entre el área de economía y el de las matemáticas aplicadas. El departamento de finanzas de su universidad se negó a evaluar su estudio pretendiendo desviar su análisis y defensa a la facultad de ciencias exactas (Mandelbrot 2006, Bernstein 2005).

aparición de nuevos enfoques, que establecían como parte fundamental el componente no-racional, económicamente hablando, de los inversores.

La aparición de los modelos económicos basados en el comportamiento de los inversores (*Behavioral Finance*) aportó diversas respuestas a algunas de las desviaciones entre los valores teóricos esperados en la aplicación de los enunciados propuestos por los estudios previos y los realmente observados. Cabe destacar en este sentido las explicaciones aportadas a las formaciones de las burbujas financieras (Shiller 2000), como las aportadas en el caso de la crisis bursátil de empresas tecnológicas del año 2000⁵. Si bien la disciplina se origina en el área de la psicología social o sociología, sus análisis se añaden posteriormente a los modelos económicos tradicionales.

Los análisis más relevantes de esta disciplina han estado basados en el análisis de encuestas realizadas a inversores, así como diversos trabajos de campo. No obstante, en la actualidad las últimas investigaciones provienen del área de la neurociencia, y más concretamente, de las implicaciones bioquímicas en el cerebro en el proceso de toma de decisiones financieras.

En paralelo a la irrupción de líneas de investigación basadas en el comportamiento no-racional de los inversores, la disciplina de la física comenzaba a traspasar su marco teórico de acción y proponía la aplicación de modelos más generales al estudio de los mercados financieros, tales como el desarrollo de la Teoría del Caos al movimiento de las cotizaciones de los activos o la aplicación de las matemáticas fractales al análisis gráfico de la evolución del precio de las acciones.

No solo el objetivo último de las teorías se ha adaptado, sino también se ha ampliado el origen académico de los diversos autores. En la actualidad, y debido a los períodos de alta volatilidad experimentados en los mercados financieros, las últimas tendencias han

⁵ En el año 2000 las acciones correspondientes a las empresas relacionadas con el sector de internet perdieron de forma abrupta todo el beneficio que habían consolidado en el año anterior. El índice Nasdaq 100 (ver anexo AI-1) redujo su cotización desde los 5.000 puntos en el año 2000 hasta aproximadamente 1.300 puntos apenas dos años después. Este movimiento es considerado como ejemplo paradigmático de burbuja bursátil, y en él confluyen dos características comunes a este tipo de sucesos: 1) La caída del valor se realiza de forma igual de violenta que el período de subida. 2) El impacto se limitó a un tipo de activo; el resto de mercados bursátiles no se vieron afectados por este movimiento.

establecido como objetivo fundamental la reducción del riesgo comprometido en la asignación de activos, dentro del proceso de construcción de carteras de inversión. Esta evolución ha generado una heterogeneidad en cuanto a las metodologías cuantitativas utilizadas. Dentro de este desarrollo proliferaron, por ejemplo, los modelos que utilizaban la posible correlación entre diversos datos como precios de activos, variables contables de las empresas, y magnitudes macroeconómicas, en busca de indicadores o patrones que permitieran optimizar la distribución de activos (Levine y Zervos 1996).

En resumen, el análisis de las diversas revisiones de la literatura analizadas muestra como las teorías clásicas del mercado eficiente están dejando paso a modelos ligados a la psicología y a teorías cuyo origen debe buscarse en las ciencias físicas. En consecuencia el presente análisis se divide en cinco apartados: Teoría Financiera Clásica, Análisis Técnico, teorías basadas en el comportamiento humano, aquellas investigaciones que hacen uso de enfoques alternativos derivados de la gestión de las volatilidades, y por último, aplicación de las matemáticas fractales a la gestión de carteras.

2.3 Desarrollo de la revisión bibliográfica.

A continuación, y en apartados diferenciados, se expondrán cada una de las cinco áreas teóricas principales relacionadas con el desarrollo teórico, matemático y conceptual, que se expondrá en capítulos posteriores, y que juntas se establecen como el marco teórico en el que se encuadra el presente trabajo de investigación.

a) Teoría Financiera Clásica.

También denominada Teoría de los Mercados Eficientes, corresponde al modelo dominante en el área de inversiones durante la mayor parte del siglo XX. Es imposible entender la industria de la gestión de activos hoy día, sin mencionar a varios académicos, premios nobeles muchos de ellos, que a finales de los años cincuenta y principios de los sesenta realizaron avances teóricos en finanzas de gran aplicabilidad y repercusión en la industria.

El origen de esta teoría se remonta al siglo XVI a través de diversos textos dedicados a la evolución de los precios y las relaciones entre los mercados (Sewell 2011). No obstante, a

efectos de la limitación del marco conceptual analizado, se establecen como base inicial los trabajos publicados por el matemático francés Louis Bachelier. Este autor dedicó su tesis doctoral publicada en 1900, y titulada “La teoría de la especulación”, al estudio de la evolución de los precios de las acciones en la Bolsa de París a finales del siglo XIX (Bachelier 1900).

Su análisis fue la primera aproximación matemática a la evolución de los mercados financieros, incluyendo un completo estudio sobre el movimiento browniano (ver glosario) enfocado a la evolución del precio de las acciones. La principal aportación de Bachelier fue considerar un patrón aleatorio en la evolución de los precios, defendiendo que las cotizaciones futuras no estaban influenciadas por la evolución pasada de las mismas⁶. Parte de su argumentación se centró en el estudio de la esperanza matemática en la distribución de los movimientos especulativos. Al igual que el economista Paul Samuelson manifestó en 1965, concluyó que la esperanza matemática del ruido de esta distribución debía establecerse como valor nulo debido a la aleatoriedad de las cotizaciones.

El trabajo inicial de Louis Bachelier (1900) sirvió de base para el desarrollo de la Teoría de los Mercados Eficientes. Esta corriente sostiene, bajo dos hipótesis básicas, que la evolución de los precios de los activos sigue un comportamiento aleatorio.

John Maynard Keynes, en su análisis dedicado a los mercados de productos, manifestó que la aleatoriedad del precio implicaba que la rentabilidad final de los inversores no provenía de sus capacidades de predecir los precios futuros de los activos, sino de la gestión de riesgos de sus inversiones (Keynes 1923). Años después, y dentro de su obra más relevante, tras el descenso dramático de la cotización bursátil del año 1929, el autor se volvió a referir a los mecanismos de autoajuste del mercado financiero dando por bueno alguno de los parámetros de la Teoría Clásica (Keynes 1936). Keynes sostuvo que, ante la evolución aleatoria de los

⁶ Esta aproximación al movimiento aleatorio adelantó en 5 años a los estudios sobre el comportamiento de la materia realizado por Albert Einstein (1956). Aunque el premio Nobel de física nunca conoció el trabajo del economista francés, éste podría ser considerado un primer ejemplo de la interrelación entre ambas disciplinas.

precios, las decisiones de inversión estaban basadas en las expectativas de los inversores sobre las decisiones financieras del resto de inversores⁷

Louis Bachelier no tuvo reconocimiento por sus contemporáneos (Dimson y Mussavian 1998), y debió esperar a que décadas después su tesis fuera rescatada por diversos economistas, quienes la utilizaron como base para el estudio del comportamiento de la bolsa (Markowitz 1952; Cootner 1964) así como para la teoría de eficiencia informacional de los mercados (Fama 1965, 1970).

Maurice G. Kendall y A. Bradford Hill (1953) encontraron que no había ninguna pauta de comportamiento predecible en los precios de las acciones; los precios evolucionaban aleatoriamente. Una variable se llama aleatoria cuando su comportamiento se puede describir por medio de una función llamada de distribución de probabilidad. Antes de que una observación sea generada, el valor de la variable a obtener es aleatorio y solo en términos de la distribución de probabilidad de la variable, podemos caracterizar lo que vamos a observar. Cuando el término aleatorio se aplica al mercado de valores quiere decir que nos se pueden predecir a corto plazo los cambios en las cotizaciones.

Fama (1970) realiza un gran trabajo para reducir a símbolos operativos la noción de mercado de capitales eficiente. Entendemos aquí por mercado financiero eficiente o mercado de capitales eficiente aquel que es eficiente procesando información. En su artículo de 1970 Fama define tres tipos de eficiencia, que respetan y reproducen todos los investigadores del ámbito. Cada nivel de eficiencia está basado en una noción distinta del tipo de información que se considera relevante.

En la segunda mitad del siglo XX, y tras las aportaciones de Markowitz (1952) en relación a la construcción de carteras en base a la existencia de una frontera eficiente, los economistas contemporáneos aceptaron sus enunciados. Entre las obras que respaldaron la existencia de

⁷ Dentro de este enfoque en el que la evolución de los precios no era predecible a priori, Keynes comparó la predicción de la valoración futura de las acciones que cotizaban en el mercado, con el mecanismo de apuestas en un concurso de belleza (Keynes 1936). El autor defendía que la apuesta que cada persona hacía sobre la posible ganadora del concurso no estaba basada en sus preferencias personales, sino en su expectativa de cuál sería el voto real de los jueces.

un mercado eficiente destacaron aquellas que argumentaban cómo los mercados se autorregulan por las fuerzas de oferta y demanda (Fama 1965), y aquellas que proporcionaban estudios empíricos sobre la tesis de la evolución aleatoria del precio de las acciones (Samuelson 1965).

No obstante, a lo largo de las décadas siguientes a la publicación de Markowitz diversos economistas han ido matizando las apreciaciones originales, destacando las observaciones realizadas por Fama (1970) en las que flexibilizaba los enunciados iniciales, definiendo en su lugar tres niveles progresivos de eficiencia en el mercado.

Cada nivel de eficiencia está basado en una noción distinta del tipo de información que se considera relevante:

Eficiencia en forma débil. Las series de precios históricos recogen toda la información contenida en las transacciones anteriores. Ningún inversor puede ganar más que el mercado desarrollando reglas de negociación basadas en los datos de precios o rendimientos históricos. La consideración de este escenario hace irrelevante el Análisis Técnico⁸, debido a que el movimiento aleatorio de los mismos no permite que el estudio de la evolución pasada permita pronosticar la evolución futura.

En segundo lugar, estableció una hipótesis semifuerte, donde el precio de los activos estaba correctamente valorado, al incluir toda la información pública. A diferencia de la hipótesis débil, esta afirmación implicaba que no solo no existe valor añadido en el Análisis Técnico, sino tampoco en el Análisis Fundamental⁹ de los indicadores de las empresas. Todos los inversores conocen al mismo tiempo la información relativa de las empresas y, debido a esta situación, no se pueden anticipar a la evolución futura del precio para tomar una decisión de inversión.

⁸ El Análisis Técnico cree en la memoria estadística y en la existencia de tendencias que permiten la obtención de beneficios al predecir la evolución futura de los precios.

⁹ El Análisis Fundamental se basa en el estudio comparado de la información financiera disponible de una empresa, así como del sector al que pertenece. Por ejemplo, se establecen decisiones de compra o venta en virtud del análisis sobre la previsión de beneficios futuros, o del precio del activo comparado con la media del sector.

Por último, propuso un tercer nivel de eficiencia, al que denominó hipótesis fuerte. En este escenario el precio refleja toda la información pasada, pública y privada; es decir también la información poseída por los gestores de la empresa, lo que se conoce como información privilegiada está contenida en el precio. Esta hipótesis implicaría que salvo por una elección de activos debida al azar, no sería posible obtener rendimientos superiores a los del mercado en su conjunto, con información pública disponible o sin ella.

El modelo siguió evolucionando, así como las críticas expuestas por diferentes autores. En la década de los años 70 se publicaron estudios en los que, a través de diferentes desarrollos matemáticos, se cuestionaba la existencia de mercados eficientes (Jensen y Benington 1970), así como de la posibilidad de que la información sea compartida de forma homogénea en el mercado (Grossman y Stiglitz 1980). En este último estudio los autores argumentaban que el elevado coste del acceso a la información permitía la diferencia de resultados obtenidos por los distintos tipos de inversores¹⁰.

Con la mejora en la accesibilidad a la información diaria de los mercados y la disponibilidad de nuevos paquetes estadísticos, se sucedieron diversos estudios que trataban de contrastar en la evolución reciente de los mercados la ausencia o no de memoria estadística (Borges 2010). En su estudio, realizado entre el 1 de enero de 1993 hasta el 31 de diciembre de 2007, se concluyó que existía una disparidad de resultados dependiendo del mercado analizado¹¹.

A continuación, y debido a su relevancia, se comentan los siguientes modelos desarrollados a la gestión de carteras desarrollados a raíz del trabajo previo de Louis Bachelier en 1900. Su inclusión e interés en esta revisión de la literatura está motivada por el grado y modo de impacto en la toma de decisiones en la construcción de carteras. Se considera la Moderna

¹⁰ Nota del autor: debido a la interconexión electrónica de los mercados, la disponibilidad de recursos computacionales abiertos, y a la rebaja en los costes de transacción, esta observación defendida en el año 1980 podría no tener sentido en el momento actual. El tiempo necesario para la toma de decisiones se sigue reduciendo dramáticamente y en ello reside una ventaja competitiva entre las diferentes casas de análisis.

¹¹ En el estudio (Borges 2010) se rechazó la existencia de un mercado eficiente para los mercados de Portugal, Grecia, Francia y Reino Unido. Por otro lado, los mercados de Alemania y España fueron considerados los más eficientes al no rechazar la hipótesis de distribución normal de los resultados.

Teoría de Carteras, el Modelo de mercado y el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) fundamentalmente por la revolución teórica que ha supuesto, y se comenta la Teoría del Arbitraje y Modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory*), el modelo de valoración e opciones de Black-Scholes y el modelo de estimación de pérdida máxima (*Value at Risk*), por su aplicación práctica en el contexto de carteras.

Harry Markowitz, economista y premio Nobel en 1990, junto a Merton Miller y William Sharpe, completó en la década de los años cincuenta uno de los trabajos más relevantes y citados en toda la literatura dedicada al estudio de la modelización de decisiones de inversión (Markowitz 1952). Las conclusiones expuestas en dicho artículo siguen siendo hoy, más de 60 años después de su publicación, aplicadas por las casas de análisis en la configuración de modelos de construcción de carteras, y utilizadas como base en análisis académicos (Cunningham 1993).

Su artículo de referencia publicado en 1952 en el *Journal of Finance*, y titulado *Portfolio Selection*, fue muy innovador en su época. Un claro indicador de la revolución que representó este enfoque estadístico en la época, fue el hecho de que el autor tuvo serias dificultades para poder defender la tesis doctoral en la que se basa el artículo. La cátedra de economía no quiso encargarse de la formación del tribunal de defensa de la misma, y derivó su petición a la facultad de ciencias exactas, considerando que debía de ser esta quien valorara el trabajo realizado en base al trabajo estadístico desarrollado en la misma. Milton Friedman, catedrático entonces en la universidad de Chicago, consideró en un principio que el doctorado no debía concederse a Markowitz en economía, sino en el área de matemáticas (Bernstein 2005, Mandelbrot y Hudson 2006).

Markowitz dedicó su trabajo inicial al estudio sobre la búsqueda de una composición eficiente de un conjunto de inversiones, utilizando la combinación entre riesgo y rentabilidad. Markowitz introduce medidas tomadas de la estadística y las aplica por primera vez en carteras de valores: la media y la varianza de la cartera. La varianza es lo que le sirve para estimar el riesgo de la cartera, y el ingrediente crítico de esa varianza de la cartera es la covarianza. A su vez en el corazón de la covarianza hay un concepto estadístico: la correlación.

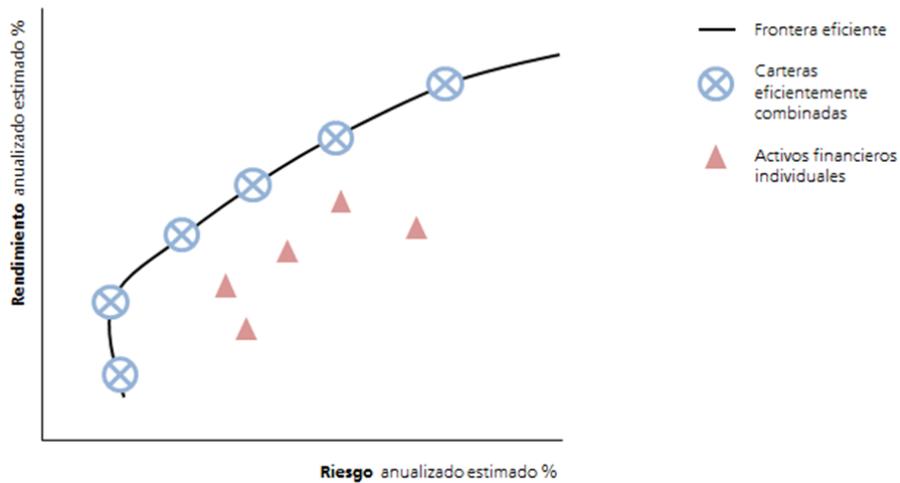
Se reproducen aquí por su repercusión las hipótesis en las que se sustenta este trabajo seminal (hipótesis que los modelos posteriores relajaran).

- La evolución de la rentabilidad obtenida de una inversión es aleatoria (recordando los conceptos establecidos por Bachelier medio siglo antes).
- El riesgo se determina por la varianza y la covarianza existente entre los distintos activos. En base a ello se establece la combinación precisa de los activos que permite obtener una cartera óptima en términos de rentabilidad - riesgo.
- El inversor adopta decisiones de inversión racionales; estableciendo la existencia de la aversión al riesgo: entre dos activos con la misma rentabilidad esperada prefiere aquel con menor riesgo.
- La diversificación de la inversión permite reducir el riesgo de la cartera.
- El inversor pretende maximizar la rentabilidad obtenida por su patrimonio.
- El horizonte temporal de los distintos inversores es homogéneo.
- El mercado, donde cotizan los activos que compondrán la cartera óptima tiene como características principales: la ausencia de costes o impuestos derivados por cada transacción, la ausencia de ventas en corto, así como una profundidad tal que permite siempre encontrar un punto de equilibrio entre la oferta y la demanda.
- Los activos son infinitamente divisibles y permiten por tanto ser comprados por los inversores con independencia del volumen a invertir.

El descubrimiento más relevante de su obra fue el análisis de las implicaciones que existen en la correlación entre los activos. Lo importante no es agregar títulos en una cartera, sino encontrar valores cuya correlación no sea perfecta, porque eso reducirá el riesgo de la cartera.

A través de este modelo se calcula el conjunto de combinaciones en las que se maximiza el rendimiento y volatilidad. Estas combinaciones reciben el nombre de carteras eficientes y maximizan la rentabilidad esperada, dado un análisis previo del riesgo obtenido por la combinación de sus inversiones (Fama y French 2004). La unión de estas combinaciones óptimas entre sí corresponde a la denominada frontera eficiente de inversión (ver gráfico 2.1).

Gráfico 2.1 Frontera eficiente de Markowitz.



Fuente: elaboración propia con la información del artículo.

Este modelo permite la asignación eficiente de los activos de una cartera de inversión para cada individuo según su tolerancia al riesgo.

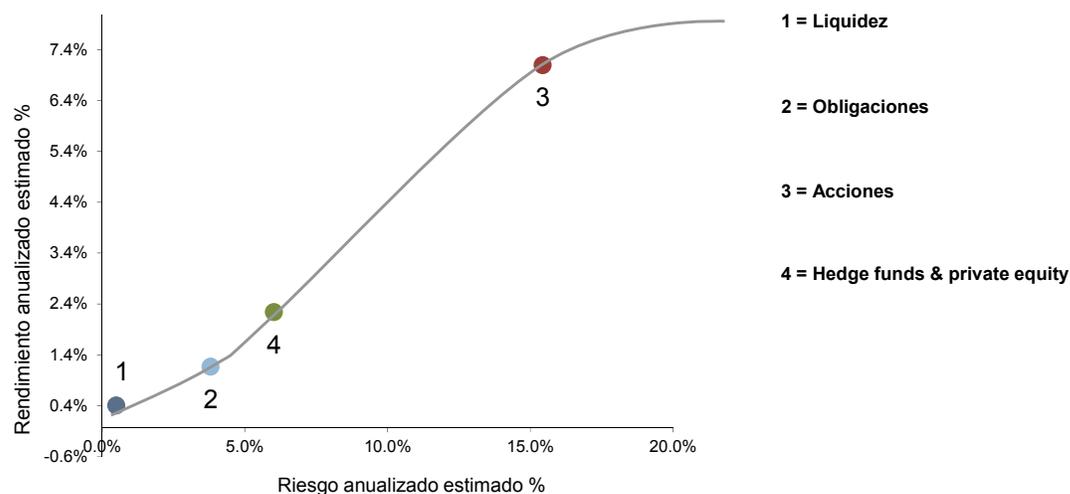
En este punto es clave mencionar la teoría de la utilidad desarrollada por Von Neumann y Mongerstern en su trabajo *“The theory of games and economic behavior”* publicado en 1944 y que fue revolucionario en todos los sentidos. Gracias a este trabajo se mide la utilidad en términos de satisfacción y se desarrollaron los axiomas de la utilidad cardinal que subyacen en toda la Teoría Financiera Clásica. Los individuos, que realizaran siempre decisiones racionales en términos de maximización de los rendimientos o minimización del riesgo, se posicionaran en alguno de los puntos de la frontera eficiente en función de su curva de utilidad.

Entre las distintas formas que puede tomar la curva de utilidad, se impondrá en los estudios financieros la función de utilidad cuadrática, por sus propiedades (se define por los dos primeros momentos de su función). Si la distribución de rentabilidades ofrecida por los activos financieros es normal, entonces podemos maximizar la utilidad esperada simplemente seleccionando la mejor combinación en términos de media y varianza. Esto es muy sencillo para realizar modelos financieros en la práctica, pero nos obliga a asumir la distribución normal de los rendimientos, distribución que no se ajusta a la realidad financiera, como tendremos ocasión de comprobar.

Actualmente, el de composición de carteras eficientes desarrollado por Harry Markowitz sigue siendo utilizado por la mayoría de gestores profesionales de inversión para el diseño de las carteras de los clientes. No obstante, y debido a las correlaciones existentes en los mercados, su forma se ha visto modificada pasando de un modelo cóncavo, en el que en los tramos iniciales se obtenía una cartera más eficiente en términos de rentabilidad y volatilidad en la combinación adecuada de activos con y sin riesgo, a una distribución más lineal.

A modo de ejemplo se muestra la síntesis del cálculo utilizado por el departamento de asignación de activos de la empresa financiera UBS con la información disponible en el mercado a 31/12/2015. En el gráfico 2.2 se muestra cual es la estimación en términos de volatilidad y rentabilidad para los activos en un horizonte temporal a 3 años. El departamento de análisis establece una rentabilidad mínima de 0,4% a los valores pertenecientes a la categoría de activos monetarios. En la parte contraria de la distribución se encuentran los activos relacionados con la renta variable en los que de forma agregada se establece una volatilidad anual esperada de un 15,8% para un rendimiento anual del 7,1%.

Gráfico 2.2 Frontera eficiente calculada por UBS a 31/12/2015.



Fuente: aplicación de gestión de carteras gestionada por el departamento de *Asset Allocation* de UBS con datos a 31/12/2015.

Será William F. Sharpe, que acabaría compartiendo el galardón del premio Nobel en economía junto a Harry Markowitz en el año 1990, doctorando del propio Markowitz, quien popularizase el modelo de su maestro. Sharpe simplificó los cálculos precisos para su elaboración, eliminando el pormenorizado cálculo de covarianzas entre activos que precisaba la formación de la frontera eficiente (Sharpe 1963, 1964). La revisión realizada por el autor, casi 30 años después de la publicación de aquel primer artículo, sigue manteniendo esta característica como uno de sus avances más relevantes (Fama y French 2004).

Adicionalmente a las hipótesis ya señaladas en el desarrollo de Markowitz, se propone como el modelo también precisa de un mercado con diversas restricciones. En primer lugar, debe existir la posibilidad de obtener liquidez ilimitada a un coste igual a la tasa libre de riesgo, tal y como propone Tobin (1958). En segundo lugar, se establece la imposibilidad de realizar ventas en corto de cualquier activo, lo que implica que el inversor no podría vender activos que no estuvieran ya en su cartera, con el objetivo de comprarlos en un futuro a un precio inferior al de venta, logrando de este modo una plusvalía en su inversión.

Aunque este modelo de cartera eficiente adaptado, y sus contribuciones al desarrollo del CAPM, fueron los motivos principales de la concesión del galardón de la academia sueca, en el mundo profesional Sharpe es conocido por la elaboración de diversos ratios que permiten la comparación de la rentabilidad obtenida por los inversores profesionales, y el nivel de riesgo asumido (Sharpe 1966).

A mediados de los 60 llegó el CAPM o *Capital Asset Pricing Model* que fue contemporáneamente desarrollado por tres académicos: Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966).

El CAPM se diferencia de lo anterior en que predice los rendimientos que se esperan de los activos arriesgados en una situación de equilibrio (asumiendo funciones de utilidad cuadráticas). Y, sobre todo a efectos prácticos, en que el riesgo de los activos es medido por beta y no por la varianza de los activos. Beta es una medida que solo tiene en cuenta como covaría un título con el mercado, o lo que llamamos riesgo sistemático, que depende del sistema, del mercado. Esto tiene numerosas implicaciones: si incluyendo valores en una cartera se puede eliminar gran parte del riesgo de los títulos (riesgo específico o diversificable), y nos quedamos solo con el riesgo no diversificable o sistemático, entonces la relación entre rentabilidad y riesgo solo debe recompensar por este riesgo de mercado.

Estadísticamente hablando beta es la covarianza entre un título y el mercado dividido por la varianza del mercado, por lo cual, de nuevo, en su construcción encontramos como piedra angular la correlación. A mayor correlación con el mercado, mayor beta y a menor, menor.

Es relevante mencionar una medida de calidad de la gestión que surge a raíz de beta y que, tal vez por contraposición toma del alfabeto griego la letra alfa. La utiliza por vez primera Michael C. Jensen (1967) y se reconoce también por el apellido “alfa de Jensen”. Es el exceso de rentabilidad conseguido por un gestor en una cartera, sobre la rentabilidad esperada aplicando estrictamente el CAPM.

La contrastación empírica del CAPM ha dado lugar a numerosísimos estudios. Tantos, que es imposible mencionarlos todos. A modo ilustrativo mencionamos algunos trabajos de gran relevancia: Black, Jensen y Scholes (1972), Fama y Macbeth (1973), Litzenberger y Ramaswamy (1979), Shanken (1985b), Lo y Mackinlay (1990), etc.

Los abundantes trabajos realizados ponen de manifiesto que hay tres problemas asociados al CAPM. Primero que el CAPM se refiere a relaciones ex-ante entre las primas de riesgo y la beta, relaciones que no son directamente observables. En segundo lugar los tests empíricos usan series temporales para calcular las primas de riesgo y las betas, pero es muy improbable que las primas de riesgo y las betas sean estacionarias en el tiempo. Tercero, muchos activos no son negociables y por lo tanto no están incluidos en nuestras aproximaciones a la cartera de mercado. A esto hay que añadir la hipótesis realizada sobre el comportamiento de los activos financieros conforme a una distribución estadística normal, hipótesis sobre la que volveremos más adelante.

Formulado por Ross (1976) el *Arbitraje Pricing Theory* o APT constituye una alternativa al CAPM. El APT se basa en hipótesis muy similares al CAPM pero es mucho más general. La rentabilidad de un activo es una función lineal de un conjunto de n factores.

Para que se verifique el APT se necesita un mercado donde no perduren las oportunidades de arbitraje. El precio de un activo es función de los n factores, y si dicho precio esperado no era el definitivamente alcanzado, se produce un proceso de arbitraje entre los diferentes agentes del mercado hasta el equilibrio previamente calculado (Dybvig y Ross 1985).

Su modelización corresponde a la siguiente igualdad:

$$E(R_j) = r_f + \beta_{j1} F_1 + \dots + \beta_{jn} F_n + \varepsilon_j$$

Donde

$E(R_j)$: corresponde a la rentabilidad esperada del activo j .

r_f : rentabilidad esperada para el activo libre de riesgo al plazo determinado.

F_1 : factor del mercado 1.

β_{j1} : variación del activo j respecto a movimientos del factor F_1 .

ε_j : ruido (con media 0) del activo 1.

F_n : factor del mercado n .

β_{jn} : variación del activo j respecto a movimientos del factor F_n .

Entre otras razones, el APT es una teoría más robusta que el CAPM por dos motivos especialmente relevantes en esta tesis: no implica hipótesis acerca de la distribución empírica de los rendimientos de los activos financieros y no realiza hipótesis acerca de las funciones de utilidad de los individuos. Además permite que haya un mayor número de factores (no solo el mercado) que influyen en la rentabilidad de los títulos y no exige que la cartera de mercado sea eficiente.

Existen numerosas contrastaciones empíricas del modelo APT (p.ej., Gehr 1975, Roll y Ross 1980, Chen 1983, o Chen, Roll y Ross 1986, entre otros). El artículo de Chen (1983) realiza una comparación entre el APT y el CAPM demostrando que el APT explica de mejor forma las rentabilidades de los activos.

El punto débil del APT radica en que es imposible identificar de forma inequívoca cuáles son los factores que afectan a las rentabilidades de los activos. Dependerá de la muestra y del período histórico considerado, así como de la técnica econométrica usada para identificar esos factores. Este hecho complica sustancialmente su aplicación empírica y hace que en los mercados financieros su aplicación sea mucho más marginal que la del CAPM.

No quedaría completa la revisión la revisión de las aplicaciones de las finanzas clásicas sin mencionar al matemático Fisher Black y al economista Myron Scholes que incorporaron al análisis de las inversiones financieras la valoración de los productos derivados. Hasta 1972, este tipo de productos no habían sido incorporados a los modelos de valoración a pesar de la relevancia que suponían sobre el total de los activos negociados. La valoración individual de

cada opción estaba en manos de la entidad emisora y respondía al estudio del precio del subyacente y a diferentes componentes subjetivas.

El modelo Black-Scholes (1972, 1973) se basó en el desarrollo de un marco teórico en el que se utilizaba el proceso de arbitraje entre el activo libre de riesgo, el subyacente y el derivado, como medio de valoración de activos. El contraste empírico necesario para la formulación de este nuevo modelo de valoración se desarrolló, en el mercado de Chicago de derivados financieros, durante la década de 1970.

La hipótesis clave que permite la formulación de las ecuaciones diferenciales de Black-Scholes se basa en el principio de que el precio de la opción del activo y la valoración del propio activo están sujetos a la misma volatilidad, que no es estocástica (Black, Jensen y Scholes 1972), además de suponer que los rendimientos del activo subyacente siguen una distribución de probabilidad normal y los precios una lognormal. De este modo, el desarrollo matemático permite la valoración del precio de la opción en cualquier momento, incluyendo el momento de su vencimiento.

Aunque inicialmente el modelo solo permitía la valoración de opciones simples Call y Put del tipo europeo (ver glosario), los desarrollos posteriores permitieron la inclusión de productos derivados de mayor complejidad.

Este avance en los procesos de valoración revolucionó la utilización de las opciones, y dio lugar a la aparición de la llamada ingeniería financiera y al desarrollo de todo tipo de productos financieros derivados. La amplia repercusión de sus hallazgos les valió el premio Nobel en economía a Myron Scholes y Robert Merton en el año 1997 (Fisher Black murió el año 1995 pero su contribución clave fue mencionada por la academia en la concesión del galardón), y sus ecuaciones siguen siendo utilizadas hoy en día, como forma comúnmente aceptada para la valoración de productos derivados.

Por último, dedicamos unos párrafos a comentar una técnica de gestión del riesgo desarrollada a partir de los modelos de las finanzas clásicas y ampliamente aplicada en la industria. Se trata del *Value at Risk*, o VaR desarrollado por JP Morgan (1995).

Tras la caída de la bolsa del año 1987¹², los defensores de los modelos de mercados eficientes centraron sus esfuerzos en la medición del riesgo asumido por las inversiones. El principio que subyace en este modelo es la estimación de las cotizaciones extremas en que puede incurrir un activo, en un período de tiempo fijado.

Frente a otras medidas de riesgo, el análisis VaR permite extrapolar escenarios en base a simulaciones estadísticas que tienen en cuenta el comportamiento futuro de las distintas clases de activo. Esta medida de riesgo permite tener en consideración el efecto de diversificación de la cartera, al considerar en su cálculo la correlación existente entre los distintos activos (Jorion 2007).

El sistema de control del riesgo basado en el VaR (acrónimo del término valor en riesgo), permite estimar la pérdida máxima esperada que se podría sufrir en condiciones normales de mercado, en un intervalo de tiempo fijado y con un cierto nivel de probabilidad o de confianza. Su uso permite facilitar la selección de la estrategia, al permitir constatar la tolerancia a un escenario de pérdidas para la cartera, dentro de un determinado horizonte temporal y con un nivel de confianza o probabilidad en la estimación.

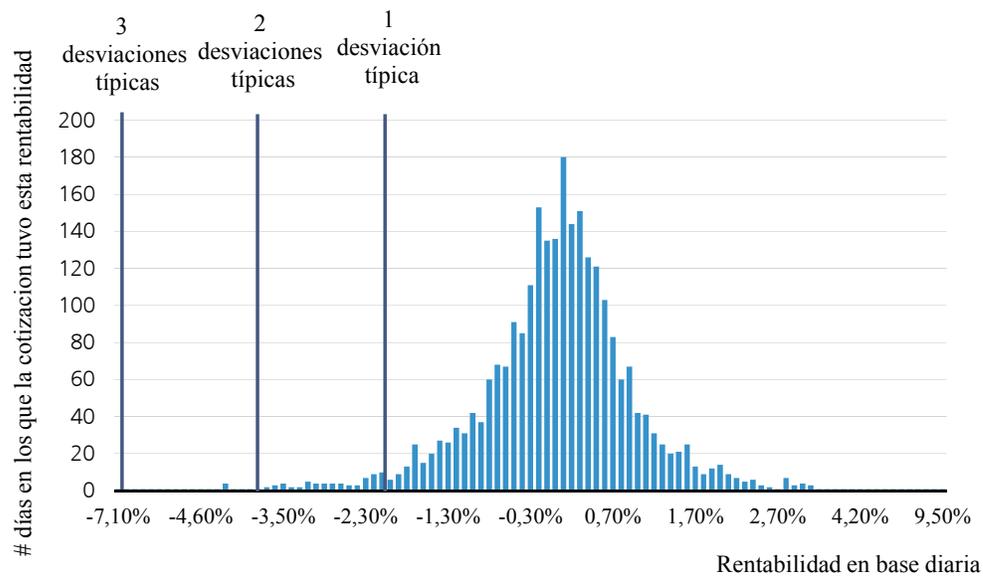
El modo de estimar este dato determina el tipo de modelo VaR utilizado. Fundamentalmente existen 3 tipos básicos de estimación:

- a) Considerando los valores históricos de precio y volatilidad de un activo o mercado dado. Tal y como muestra el gráfico 2.3 correspondiente al índice MSCI World (ver glosario), el valor de pérdida máxima que se encuentra a “n” desviaciones típicas sobre el valor medio observado.
- b) Considerando las correlaciones y covarianzas establecidas entre los valores históricos observados de los diversos activos.
- c) Considerando modelos de Montecarlo que simulen los posibles valores futuros de cada activo, así como la relación entre ellos.

¹² El lunes 19 de octubre de 1987 el mercado americano registró la caída diaria más elevada de su historia (-22,6%). A modo de comparación, la variación experimentada el “jueves negro” de 1929 tan solo mostró un retroceso del 9% diario.

Tras la consideración de los posibles resultados que puede adoptar mediante el uso de cualquiera de los 3 mecanismos mencionados anteriormente, el modelo establece el valor de pérdida máxima, el rendimiento esperado, así como el valor más optimista con un nivel de confianza dado.

Gráfico 2.3 Distribución de los resultados diarios en el índice MSCI World Index desde el 02/01/2006 hasta el 02/02/2016.



El modelo de gestión de riesgo VaR se popularizó en los años previos a la crisis subprime (ver glosario). No obstante, dentro de la propia teoría existieron diversos autores que cuestionaban los modelos de gestión de la volatilidad (Black 1986).

La caída generalizada de los mercados del año 2008, con rentabilidades diarias negativas no contempladas en la distribución normal, adoptada por la mayoría de los modelos utilizados, contribuyó a que los clientes abandonaran los fondos gestionados bajo este modelo de control de riesgos.

Conclusión sobre la Teoría Financiera Clásica

En definitiva, la Teoría Financiera Clásica ha representado para la disciplina de gestión de carteras un pilar básico sobre el que se han ido desarrollando herramientas, que han permitido diseñar los diferentes modelos de valoración y asignación de activos. Muchos de los primeros hallazgos obtenidos de la aplicación de sus diferentes modelos, como por ejemplo la relevancia de la diversificación de las inversiones para la reducción del riesgo global de la cartera, siguen siendo utilizados hoy en día.

A continuación nos centraremos en los modelos de construcción de carteras que no aceptaron alguna o varias de las hipótesis que subyacen en la Teoría de Mercados Eficientes, que defendía, entre otros puntos, la aleatoriedad de los precios de los activos y, más concretamente, la ausencia de memoria estadística en la evolución de las series históricas, que desarrollaron diferentes técnicas para obtener beneficios en virtud de dichas ineficiencias.

b) Análisis Técnico.

Las diferencias entre el Análisis Técnico y el Fundamental, así como los resultados obtenidos, han sido objeto de múltiples estudios previos (p.ej., Fama 1970). A diferencia del Análisis Fundamental, el Análisis Técnico pretende determinar las oportunidades de inversión a través del estudio de los gráficos e indicadores de evolución de precios, así como de los volúmenes de contratación. En este tipo de gestión, la identidad de la empresa o activo analizado es irrelevante, presuponiendo que toda la información necesaria para la toma de decisiones de inversión está resumida en el precio de la acción.

Si bien es una disciplina compleja y en continuo desarrollo, la globalización de los mercados, la creación de nuevos tipos de activos, y el progreso en la capacidad de gestión de la información han abierto nuevas oportunidades para su aplicación en los modelos de gestión de carteras.

Su origen, al igual que en el caso de la Teoría Financiera Clásica, es anterior al comienzo del siglo XX, existiendo evidencias de la traslación de precios a gráficos en la antigua Babilonia. No obstante, los primeros registros asimilables a un Análisis Técnico complejo corresponden a Sokyō Honma, en el siglo XVIII, que fue un comerciante de arroz que analizó la evolución

de los precios y estableció las reglas básicas para la predicción de los precios de la materia prima en los días sucesivos. Redactó la “Constitución Sakata”, en la que se incluyen métodos de análisis que siguen hoy vigentes (Shimizu 1986).

Los principios del Análisis Técnico se basan en el estudio de cinco componentes básicos:

1. La identificación de la tendencia.
2. El análisis del sentimiento de mercado.
3. Los indicadores de mercado.
4. El impacto de los ciclos.
5. La información sobre el volumen del activo líquido.

Las hipótesis aceptadas de la teoría básica (Edwards, Mage, y Bassetti 2007) son:

- El precio de las acciones está determinado únicamente por la interacción entre demanda y oferta.
- El precio de las acciones suele moverse por tendencia.
- Cambios en la demanda y la oferta causan cambios en la tendencia.
- Cambios en la demanda y la oferta pueden ser detectados en los gráficos.
- Patrones de gráficos tienden a repetirse.

En lugar de analizar los factores intrínsecos de las causas de la demanda o la oferta, el desarrollo teórico sostiene que “el mercado siempre es correcto” y considera que todos los componentes relevantes están ya integrados en el precio de la acción. La implicación más importante de este planteamiento es romper con la premisa de la Teoría Financiera Clásica que consideraba la evolución del precio de las acciones como aleatoria. Una vez establecido este principio, la consecuencia es muy atractiva desde el punto de vista de gestión de carteras: al no ser aleatoria la evolución de los precios, el estudio de la evolución histórica permite predecir el comportamiento futuro. A raíz de esta tesis inicial se desarrollaron una serie de indicadores no estocásticos (ver glosario), en busca de la maximización del binomio rentabilidad riesgo.

Por otro lado, el Análisis Técnico está intensamente ligado al estudio de las tendencias del mercado. Una tendencia es un movimiento direccional de los precios, que tiene una duración suficiente como para ser identificada y que aún continúe su movimiento. Este enfoque está sostenido por la observación histórica de que la economía evoluciona a base de ciclos de

expansión y de contracción (ver en el anexo AIV-3 los distintos tipos ciclos económicos generalmente admitidos).

Basados principalmente en la disciplina del Análisis Técnico, hay diversos indicadores para determinar la evolución de una tendencia en los mercados financieros. Existen dos grandes tipos de indicadores; aquellos basados en la amplitud del mercado y los que introducen como variable el volumen negociado de cada activo.

En el primer grupo destaca el indicador de la amplitud de mercado o la línea de avances/pérdidas, que responde al siguiente cálculo que representa una suma acumulativa de la diferencia entre el número de activos en positivo y activos en negativo. Dentro de los indicadores básicos incluidos en esta categoría cabe reseñar el cálculo de la media móvil simple de los valores del índice original de amplitud, y también el Índice de Haurlan. Este último calcula medias móviles exponenciales en diversos períodos; 3, 20 y 200 días, que va comparando con el oscilador (ver glosario) para determinar los momentos de compra y venta (Haurlan 1968 en Kirkpatrick II y Dahlquist 2010).

El desarrollo de indicadores continuó con diversos instrumentos dirigidos a relativizar los datos en relación al tamaño de la muestra, como el índice de amplitud absoluta, el cual considera las diferencias entre el número de activos positivos y negativos, en términos absolutos, y lo divide por el número de activos negociados. De forma paralela se enfocó el análisis en el rendimiento obtenido por los diferentes activos incluidos en el índice, tal y como nos muestra, tanto el índice de pluralidad, compuesto por la suma acumulativa de los resultados, en términos absolutos, de los últimos 25 días de negociación, como el índice de activos sin cambio en el precio. Este indicador se calcula considerando el número de activos sin cambios en una jornada dividido por el número de activos totales. Ante un mercado de alta volatilidad y con una tendencia marcada este indicador debería disminuir.

La complejidad de los indicadores utilizados se fue incrementando, a medida que el acceso a los datos y la capacidad de cálculo se generalizaba entre los inversores profesionales, pero su utilización seguía manteniendo restricciones generales:

- a) La composición de los activos considerados en cada índice varía regularmente y por tanto su comparación histórica no es homogénea.
- b) A partir del año 2000 la relación entre los tipos de interés a largo plazo y la evolución bursátil se modifica, pasando a ser una relación inversamente proporcional

(Kirkpatrick II y Dahlquist 2010). Esta característica impacta en los resultados obtenidos por este indicador, debido al gran número de activos relacionados con los tipos de interés que no están incluidos en los índices.

- c) El número de activos diferentes negociados se ha duplicado en los años recientes, por lo que aumentan los resultados posibles en la relación entre activos en positivo y activos en negativo.

En el segundo grupo de clasificación, los índices de tendencia están enfocados en el volumen negociado de cada índice o activo en particular. La métrica previa le confería el mismo valor a un activo en positivo sin apenas volumen, que a otro cuyo volumen negociado fuera muy superior al importe medio contratado.

Dentro de esta clasificación, destaca el indicador que mide el número de ocasiones en las que el volumen de uno de los dos tipos de activos (activos en positivo o en negativo) supone más del 90% del mercado, pero quizás el más generalizado corresponda al desarrollado por Richard W. Arms que establece la relación entre el ratio de activos en positivo o negativo según el volumen de los mismos.

Los resultados de este indicador muestran la fortaleza o debilidad de un mercado, y el contraste con la evolución de los mercados muestra como sus resultados han identificado de forma correcta los valores máximos y mínimos de la evolución de los mercados. El resultado fundamental de estos indicadores es que el volumen negociado decae en los períodos de caída de precios.

Por último, en relación a los indicadores de ciclos existe abundante literatura referida al intento de buscar una correlación entre diversos eventos y la evolución de los mercados financieros (p.ej., Dewey y Mandino 1971). El objetivo fundamental de este tipo de indicador es la determinación de la fase actual de un ciclo y la proyección de la evolución futura del mismo, obteniendo de este modo un indicador adelantado que permita la toma de decisiones.

Normalmente la evolución de los ciclos se mide al identificar, y comparar, los mínimos de los mercados financieros. Dentro de los diversos indicadores desarrollados para la identificación de ciclos cabe destacar el análisis de Fourier (también denominado análisis espectral). El análisis de Fourier busca la descomposición de la serie de datos en varias ecuaciones más simples integradas por la función del seno y el coseno, así como un valor entero para determinar una frecuencia. El objetivo de este enfoque es la identificación de los

ciclos, al encontrar evoluciones similares en períodos de tiempo idénticos. Sin duda alguna la mayor crítica que se puede realizar a la exposición de este tipo de ciclos en el mercado financiero es la dificultad de encontrar estrictos criterios en la relación causal entre diversos acontecimientos y su reflejo en la valoración de los activos.

A pesar de estos estudios iniciales sobre el estudio de las representaciones gráficas de la evolución del precio, es Charles H. Dow la persona reconocida como el padre del Análisis Técnico.

Popularizó el uso de índices bursátiles a través de la publicación de los mismos en el periódico financiero *The Wall Street Journal* que él mismo fundó en el año 1889.



Charles Henry Dow
1851 – 1902

En 1884 diseñó el primer índice compuesto por once activos (nueve empresas de ferrocarril y dos industriales), pero no sería hasta el 26 de mayo de 1896 cuando decidió publicarlo en su periódico. Posteriormente, en 1916 el índice se expandió a dieciséis compañías, incrementándose a treinta en 1928. Este número sigue hoy vigente (si bien las empresas que constituyen el índice han ido cambiando).

La teoría del Dow se resume en los siguientes seis principios básicos (Edwards, Mage, y Bassetti 2007).

1. La variación de los valores medios e índices incorporan toda la información disponible.
2. Existen tres tipos de tendencias principales en el mercado¹³:
 - a. La tendencia principal. Duración superior a un año. Determina la clasificación del mercado en tendencias alcistas o bajistas.
 - b. La tendencia secundaria. Duración entre tres semanas y varios meses. Supone una corrección de movimiento sobre la tendencia principal.
 - c. La tendencia menor. Duración entre seis días y tres semanas.

¹³ La duración de la tendencia a considerar se determina por el horizonte temporal del inversor, por lo que adicionalmente a las ya descritas existen tendencias de un período inferior (p.ej., diaria o intradiaria).

3. Existen varias fases en la tendencia de los mercados:
 - a. Mercado alcista. Este tipo de evolución positiva de los mercados está compuesto por tres fases: fase de acumulación, la fase de incremento de la actividad, y por último la fase generalista.
 - b. Mercado bajista. El descenso general y sostenido de los precios se divide también en tres fases: período de distribución, la fase de pánico, y finalmente aparece una fase de caída moderada.
4. Principio de confirmación. Establece que las tendencias se mantienen si dos índices se encuentra en la misma fase de tendencia.
5. El volumen de negociación acompaña a la tendencia del mercado, característica esta que implica que en las fases alcistas el volumen se incrementa, a medida que aumentan los precios de los activos.
6. La vigencia de las tendencias está limitada por cambios absolutos en la dirección de la misma. Quizás sea esta la observación más relevante realizada por Dow ya que propone que el movimiento natural de una tendencia es continuar con su dirección actual siendo el cambio de tendencia un movimiento con una menor probabilidad de ocurrir¹⁴.

La redacción de la Teoría del Dow corrió a cargo de los discípulos de Charles Dow. Si bien el enunciado formal de la teoría se debe a William Peter Hamilton en la publicación de diversos estudios (en su mayoría como editoriales en el periódico *The Wall Street Journal*) estableciendo las directrices principales de la teoría, destaca el análisis realizado por Robert Rea (1932), quien determinó que si bien la tendencia menor podía ser en cierto modo manipulada por los agentes del mercado, la tendencia principal discurría de forma autónoma. Se extrae a continuación un párrafo del artículo publicado por dicho autor, en referencia a la representatividad real de un índice.

“Las medias descuentan todo, las fluctuaciones diarias del precio de cierre de los mercados del índice del Dow Jones representa una composición del índice de esperanzas, decepciones, y conocimiento de todo aquel que sabe algo de finanzas, y por esa razón el

¹⁴ Esta afirmación resulta fundamental en la Teoría de Dow, y quedará rebatida en el análisis del coeficiente de Hurst utilizado en el análisis de la fractalidad de los activos financieros.

efecto de los próximos eventos (excluidos los actos de Dios) estarán siempre correctamente anticipados en su movimiento. La media siempre se evalúa como las calamidades, los fuegos o los terremotos.”

Robert Rhea (1932, pp. 12).

Los primeros tests formales¹⁵ de la Teoría del Dow se realizaron al comienzo de la década de 1930 (Cowles 1934), pero sus resultados concluyeron que la rentabilidad obtenida utilizando esta metodología eran inferiores a la inversión directa en los activos.

El mecanismo utilizado para el contraste fue la comparación de los resultados obtenidos por una cartera invertida en todas las acciones del índice con los resultados obtenidos por una cartera que se hubiera formado de acuerdo a la estrategia marcada por la Teoría del Dow. Dicha cartera tuvo, durante el período analizado, la siguiente exposición al mercado: largo en las acciones en un 55% del período, corto durante el 16%, y finalmente no invertido durante el 29%. Es importante señalar que los datos utilizados en el desarrollo teórico correspondían siempre a los establecidos al término de la sesión.

Análisis posteriores encontraron diversos desajustes en los resultados obtenidos por Cowles debidos fundamentalmente a la incorrecta gestión del riesgo (Brown, Goetzmann y Kumar 1998), y concluyeron con un resultado distinto a las conclusiones negativas que obtuvo el primer contraste.

En definitiva, las críticas más comunes al modelo del Dow se centran en los siguientes aspectos (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010):

1. La aplicación de la teoría implica el reconocimiento tardío de los movimientos, y la identificación a posteriori de los máximos y mínimos de la evolución de precios.
2. La definición e identificación de tendencia no es estricta y admite interpretaciones.
3. El uso únicamente de los precios de cierre de la sesión limita la identificación de tendencias, que comienzan en el movimiento intradía.

¹⁵ Los datos utilizados correspondían a la información previamente preparada y calculada por William Peter Hamilton durante las primeras tres décadas del siglo XX.

Por otro lado, y como ejemplo de otros instrumentos desarrollados por esta disciplina, cabe remontarse a 1948, fecha en la que Robert Edwards publicó *Technical analysis of stock trends* demostrando la existencia de patrones en cientos de activos. Esta obra es considerada aún en nuestros días el documento de referencia del Análisis Técnico (prueba de ello es su última reedición en el año 2007).

En la década de los 60 se generalizó la herramienta más extendida dentro del Análisis Técnico: la media móvil. En concreto, Joseph Granville publicó sus primeros resultados sobre el uso de la media móvil de 20 observaciones (Granville 1960) aplicados a la inversión en el mercado bursátil norteamericano, confirmando la validez de la misma.

Los desarrollos posteriores se basaron fundamentalmente en la mejora de las herramientas estadísticas necesarias para el análisis de series temporales. Dentro de esta evolución cabe destacar la aparición en el año 1960 del Ratio de Cambio o Momentum, así como la formulación en el año 1970 por parte de Welles Wilder del RSI, o índice de fortaleza relativa del mercado (ver glosario), que ponían en relación los precios máximos y mínimos de cierre de un activo durante un período concreto (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010), en busca de indicadores que mostraran la sobrecompra o sobreventa del mercado analizado.

El desarrollo de herramientas dedicadas al Análisis Técnico en las décadas posteriores provino de la generalización de los productos derivados, y por tanto del uso de los mismos como indicador adelantado de la evolución de los mercados. El mejor ejemplo de esta evolución se encuentra en el ratio put-call publicado por Martin Zweig (1973), y cuyo objetivo era la medición de la relación entre las opciones de compra y venta negociadas en un determinado mercado en busca de señales adelantadas del movimiento futuro del activo.

En la década de los 80 se incorporó de forma generalizada al Análisis Técnico la consideración de la volatilidad de los activos. John Bollinger planteó un nuevo indicador, al que además dio nombre, basado en la desviación típica de la media móvil aplicada a un activo durante un período concreto (generalmente se adopta el período de 20 días). Bollinger estableció una serie de reglas de actuación amparadas en la observación de los casos en los que el precio del activo se encontraba fuera de las bandas¹⁶. Adicionalmente, existen diversos

¹⁶ Bandas establecidas como $+ / - 2$ desviaciones típicas de la serie.

indicadores derivados de esta primera aportación teórica como son las bandas de Keltner o la banda de STARC (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010).

Por último, y con especial relevancia para el estudio que desarrollará la presente tesis en el capítulo 5, se dedica un análisis especial a la perspectiva del Análisis Técnico en relación a los indicadores de sentimiento del inversor. Estas nuevas variables están representadas por diversos índices que tratan de detectar el componente emocional de los inversores, en su relación con el mercado. Generalmente este tipo de indicadores muestran la posición neta del optimismo o pesimismo de los inversores (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010), estableciendo cómo los puntos de valoración más alta del mercado corresponden a los estados de máximo optimismo y viceversa.

A comienzos de la década de los 50 se expuso por primera vez la modelización de la teoría de pensamiento contrario (Neill 2007). Este acercamiento estaba basado en las propuestas previas de la sociología y psicología y determinaba cómo se comportan los individuos a nivel agregado. La idea principal era comprobar la hipótesis que establecía que las masas siguen más sus emociones que a los dictámenes de la razón.

La vertiente económica de la teoría de la inversión contraria fue presentada posteriormente por Paul Cootner, profesor del MIT en 1962 (Davis 2003) y pretendía explicar el movimiento de los precios en un mercado, en el que la mayor parte de sus inversores se consideran no profesionales (Lee et al 2003). Si la evolución del mercado es alcista, el inversor no profesional apuesta (y retroalimenta) por una tendencia que considera sin final a corto plazo.

Los inversores no profesionales se dejan llevar por la euforia y asignan paulatinamente el total de su patrimonio a dicha inversión. En ese momento de total inversión deja de existir la misma presión compradora para mantener la tendencia positiva y el incremento de los precios comienza a reducirse, iniciando de forma abrupta una tendencia bajista. La teoría de inversión contraria defiende que es en este punto en el que el inversor profesional ha anticipado la situación de cambio de ciclo y comienza a tomar una posición adecuada en el mercado (Ikenberry, Lakonishok y Vermaelen 1995).

Conclusión sobre el Análisis Técnico.

En contraposición al análisis por fundamentales, en el que se basaban las decisiones de inversión en el estudio de la composición de las principales magnitudes financieras de una empresa (cuenta de pérdidas y ganancias, balance, etc.) y se buscaba obtener beneficios identificando las oportunidades de inversión, aprovechando las posibles diferencias entre los precios reales y teóricos de los activos, el Análisis Técnico, defendiendo la no aleatoriedad de la evolución del precio de los activos, se abstrae de la identidad del propio valor analizado y pasa a estudiar su tendencia en base a una serie de indicadores.

En definitiva, tras su desarrollo a comienzos del siglo XX, la aportación del Análisis Técnico a la gestión de carteras ha sido tan relevante como la de la Teoría Financiera Clásica. Hoy en día existen multitud de modelos que son aplicados por inversores profesionales en busca no solo de mejores rendimientos que los obtenidos por la media del mercado, a través de la identificación de tendencia, sino también como herramienta para anticipar movimientos drásticos de mercado y servir por tanto para la gestión de riesgos. En este sentido, cabe destacar como recientemente, y recopilados en su enciclopedia de Análisis Técnico, Thomas N. Bulkowski (2010) incluyó un extenso análisis, en el que se recogía la identificación de patrones sobre la evolución de más de 700 activos y su evolución diaria durante más de 10 años. Gran parte de sus estudios están disponibles en internet¹⁷.

c) Finanzas del comportamiento o *Behavioral Finance*.

El nuevo enfoque de la economía conductual incorporó al análisis de las finanzas las implicaciones psicológicas de los inversores. Si bien el Análisis Técnico incorporaba ya la psicología de masas en la formación de tendencias, predicciones (Kahneman y Tversky 1973a y 1973b) y en el estudio del sentimiento del inversor, hasta la aparición de esta nueva escuela económico-financiera la valoración de activos se centraba únicamente en el análisis econométrico de las rentabilidades esperadas.

El origen de esta disciplina se puede establecer en el siglo XVIII. En 1759 Adam Smith publicó un primer análisis que relacionaba la economía con la psicología de masas, pero no fue hasta el período 1970 - 1980 cuando irrumpió una nueva corriente liderada por

¹⁷ www.thepatternsite.com

académicos del área de la psicología y centrados en la modelización del comportamiento del inversor y el estudio de la toma de decisiones financieras.

Los mayores exponentes de esta escuela han sido Daniel Kahneman y Amos Tversky quienes plasman en la Teoría de las Prospectivas (*Prospect Theory*) sus estudios sobre el proceso mental seguido por los individuos en la toma de decisiones (Kahneman y Tversky 1979), desviándose notablemente de las hipótesis asumidas por la Teoría Financiera Clásica.



Daniel Kahneman

Tel Aviv 1934 -

El desarrollo de esta teoría clave dentro del área del *Behavioral Finance* les valió el premio Nobel, que recibieron conjuntamente, en la disciplina de economía el año 2002.

La Teoría de las Prospectivas, enunciada en 1979, tiene una gran relevancia en la gestión de inversiones centrándose en la importancia de las percepciones sobre la pérdida y las ganancias en el comportamiento del inversor, así como en su dependencia de distintas referencias.

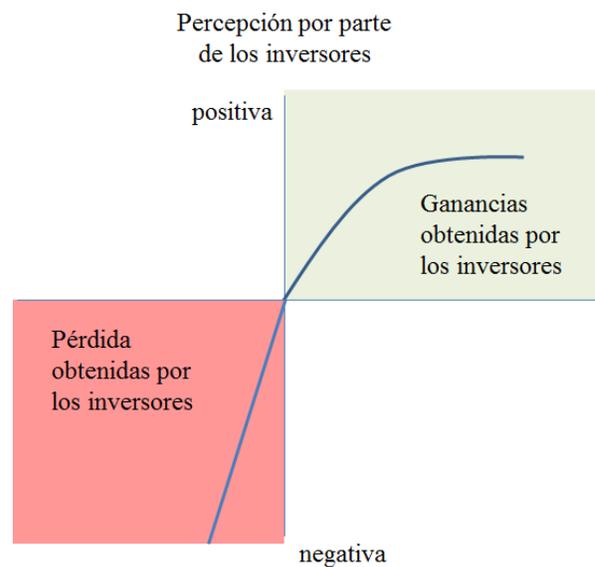
De acuerdo con la Teoría Financiera Clásica la toma de decisiones está marcada por el concepto de maximización de la utilidad para el inversor, tal y como se establecía en los trabajos de Daniel Bernoulli en 1738. Mientras este pensamiento clásico defendía que la toma de decisiones trataba de maximizar la utilidad de la riqueza, Daniel Kahneman y Amos Tversky determinaron en sus estudios que la relación entre la aversión al riesgo y la búsqueda del rendimiento no es explicada por la función de utilidad clásica.

Los autores demostraron mediante diversos experimentos empíricos que, para los inversores, la relación entre el riesgo de pérdida y la probabilidad de beneficio no es simétrica, derivando en un comportamiento distinto al establecido en la propuesta racional. En concreto, se estableció la relación entre riesgo y ganancia de 2 a 2,5 veces. Es decir, un individuo precisa para compensar un evento negativo, una ganancia de magnitud doble al evento experimentado previamente.

La respuesta de los inversores ante una situación de ganancia o pérdida no guarda una relación simétrica, tal y como se muestra en el gráfico 2.4. Una situación de pérdida o

ganancia con el mismo importe (aunque con signo opuesto), es percibida por el inversor de forma asimétrica; la situación de pérdida es más intensa que la situación de ganancia equivalente. Es decir, la utilidad no puede separarse de las emociones, y las emociones están dirigidas por los cambios y las referencias.

Gráfico 2.4 Teoría de las Prospectivas: relación entre las pérdidas y las ganancias.



Fuente: Kahneman (1979).

El economista Robert J. Shiller, quien recibió el premio de la academia sueca en el año 2013, constituye otro gran referente dentro de esta escuela. Centró su trabajo en el desarrollo de diversos modelos explicativos de la evolución real de los mercados. Entre sus artículos y libros de divulgación destacan aquellos referidos al estudio de la creación de burbujas financieras (Shiller 1999). Estos análisis tuvieron gran repercusión dentro del ámbito académico y profesional, al ser publicados con anterioridad al estallido de la burbuja tecnológica, así como la detallada explicación de diversos comportamientos de los inversores. En paralelo a los modelos de construcción de burbujas y de definición de sesgos ya expuestos, Shiller (2003) repasó el desarrollo de las teorías de gestión de carteras e incluyó nuevas perspectivas relacionadas con el comportamiento agregado de los inversores: la teoría de la retroalimentación, y la teoría de las diferentes clases de inversores.

La teoría de la retroalimentación (*Feedback Theory*) identifica cómo el inversor sigue las tendencias del mercado amplificando de este modo los movimientos del mismo. Este comportamiento respalda la causa psicológica de los períodos de subida y bajada en las burbujas financieras (Shiller 2000) y el efecto manada (*Herding Behaviour*).

La teoría de las diferentes clases de inversores (*Smart Money*), directamente relacionada con la teoría de la inversión contraria presentada en el epígrafe anterior dedicado al Análisis Técnico, propone la existencia de dos tipos de inversores en el mercado; los inversores particulares y aquéllos clasificados como profesionales. Estos últimos compran en los momentos donde el resto de inversores están vendiendo sus posiciones motivados por una caída de mercado y viceversa.

No obstante, artículos posteriores pertenecientes a autores de la misma escuela económica, identifican varios problemas que hacen de este enunciado más una quimera que un comportamiento real (Hirshleifer 2001). Dentro de los argumentos aportados por los críticos destacamos uno centrado en las limitaciones reales de los mercados financieros. El tipo de mercado que permite la aplicación de esta teoría, y en el que es posible comprar y vender sin limitaciones, implica la necesidad de disponer no solo de una profundidad ilimitada del mercado, sino también la posibilidad para tomar una posición de venta contraria al mercado sin restricciones. Ambas situaciones no responden a la evolución real del mercado: las situaciones de discontinuidad en las negociaciones en momentos de estrés, así como los diversos ejemplos de prohibición de la operativa de venta en descubierto¹⁸, limitan su viabilidad en la práctica.

Así mismo, se destaca el enfoque de Andrew W. Lo (2004) en su crítica a la Teoría Financiera Clásica. El autor expone que, aun asumiendo como válidas todas las premisas iniciales de la Teoría de Mercados Eficientes, existe un componente fundamental y que no se encuentra parametrizado: la diferente aversión al riesgo de cada uno de los agentes, así como su evolución a lo largo del tiempo (expectativas heterogéneas). Este enfoque se une al *Behavioral Finance* en relación a la debilidad de las hipótesis clásicas, en concreto ahora la

¹⁸ A partir del año 2008, diversos países incluyeron períodos de restricción en la venta en corto. A modo de ejemplo, España prohibió temporalmente esta práctica en el año 2011 coincidiendo con períodos de alta volatilidad y movimientos especulativos apostando por la salida de la economía de la moneda Euro.

de expectativas homogéneas y la de horizonte uni-periodo para realizar la inversión: en el mercado existen diversos tipos de inversores con diferentes objetivos de rentabilidad así como horizontes temporales.

Por otro lado, existen diversas investigaciones que sostienen que la toma de decisiones en los mercados financieros no está dirigida únicamente a criterios de racionalidad o de maximización de resultados, sino que tienen además un componente biológico (Lo, Repin, y Steenbarger 2005). Actualmente se han identificado más de 108 neurotransmisores que interactúan en el cerebro. Los estudios registran una relación directa entre las decisiones financieras y diversos estados patológicos, condiciones neurológicas o desordenes impulsivos. Por ejemplo la depresión está asociada con la aversión al riesgo, las manías con la confianza en las inversiones, la ansiedad con la parálisis por el análisis, y los estados de compulsión con los sistemas de compraventa continuos (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010).

Los estudios tratan de identificar patrones en las reacciones químicas experimentadas en el cerebro como consecuencia de los procesos estándar de toma de decisión en los mercados financieros (Peterson 2005). Los resultados muestran la relación existente entre las recompensas a nivel económico y los procesos de stress en la toma de decisiones, con la activación de ciertas áreas del cerebro. El instrumento utilizado es la aplicación de equipos de resonancia magnética a diversos individuos, mientras adoptan decisiones relacionadas con el mercado financiero, para poder analizar posteriormente las imágenes de los puntos neurálgicos activados. Este tipo de mediciones se viene realizando desde principios de la década de los años 90. La activación neuronal focalizada se muestra al identificar el contraste denominado BOLD (Dependencia del nivel de oxígeno en la sangre) introducido por Siji Ogawa.

Adicionalmente al enfoque de la Teoría de las Prospectivas, Kahneman amplió sus estudios en relación a la toma de decisiones y estableció que existen dos sistemas mentales diferenciados de toma de decisiones (Kahneman 2011). Estos dos sistemas pueden aplicar soluciones diferentes ante el mismo problema rompiendo, al igual que lo hacía la Teoría de las Prospectivas, con el principio de racionalidad constante establecido en la Teoría Financiera Clásica.

A través de diferentes estudios de campo, determinó que la mente disponía de dos modelos que diferían en la velocidad de respuesta, tal y como se muestra en la tabla 2.1. El mismo

problema propuesto al mismo individuo obtenía soluciones distintas, dependiendo de la velocidad a la que era generada la respuesta, o el sistema que intervenía en la misma. El modelo sostiene que siempre es el sistema basado en la intuición el que pretende tomar la decisión de forma acelerada, y que es el segundo sistema soportado por el razonamiento el que trata de frenar este primer impulso. El ratio de éxito de esta revisión realizada por el segundo sistema en relación a la decisión a tomar es el que diferencia el comportamiento de los diferentes inversores.

Tabla 2.1 Sistemas mentales diferenciados.

	Reflejos	Intuición	Razonamiento
Procesos	Rápidos, automáticos y sin esfuerzo		Lentos, controlados y con esfuerzo
Contenido	Estimulación exterior	Soluciones verbales	

Fuente: elaboración propia a partir del contenido del artículo.

Por último, y de especial relevancia para las conclusiones del presente análisis, se destaca la identificación de diferentes sesgos en el comportamiento humano durante el proceso de construcción y gestión de inversiones financieras (Kahneman 2011).

En primer lugar se identifican aquellas situaciones de tipo cognitivo, y por tanto relacionadas con la estructura mental que el inversor adopta en el momento de la toma de decisiones. En la tabla 2.2 se resumen algunos de los más relevantes.

Tabla 2.2 Sesgos cognitivos.

Sesgo	Implicaciones
Contabilidad mental.	La conformación de la inversión obedece a diferentes apartados ligados a un objetivo de inversión concreto. La inversión preparada para el

ahorro a largo plazo, como la jubilación, o aquella planificada para su utilización en el corto plazo como el pago de las próximas vacaciones, es mentalmente clasificada en grupos distintos.

Representatividad. El inversor considera como extraordinarios ciertos acontecimientos, sin realmente analizar estadísticamente la probabilidad de ocurrencia.

Conservadurismo. Las noticias relativas al mercado no son procesadas por el inversor de forma inmediata, existiendo cierto retraso entre su análisis y la ejecución de la toma de decisiones.

Confirmación. El inversor tiende a considerar más relevante la información positiva y acorde con su visión de mercado, que aquella que contradice su visión.

Por otro lado se encuentran las situaciones con un sesgo emocional, en las que el inversor se comporta de forma alejada a la racionalidad. En la tabla 2.3 se resumen algunos de los más relevantes.

Tabla 2.3 Sesgos emocionales.

Sesgo	Implicaciones
Aversión a pérdidas.	Las pérdidas experimentadas por la cartera tienen mayor impacto para el inversor que las ganancias del mismo importe. Este sesgo implica que el inversor tiende a conservar sus inversiones en pérdidas y suele preferir la venta de aquéllas que han tenido un rendimiento positivo.
Exceso de confianza.	El inversor considera que su análisis de la información proveniente del mercado es mejor que la realizada por la media de los inversores.
Sesgo del Status quo.	Una vez constituida la cartera de inversión, los inversores tienden a mantenerla sin movimientos de compra o venta.
Aversión al arrepentimiento.	La toma de decisiones financieras implica inevitablemente el acierto o fallo en los resultados finales. El inversor trata de evitar las pérdidas y sobrepondera la inversión en activos de bajo riesgo o volatilidad.

Conclusión sobre el *Behavioral Finance*.

En resumen, los estudios de *Behavioral Finance* establecen diversas características generales del ser humano que inciden en la toma de decisiones de inversión. Dentro de las aportaciones más relevantes cabe destacar la importancia adjudicada a la heurística, y a las reglas no formales seguidas por los inversores como medio para simplificar los modelos seguidos en la toma de decisiones, así como la diversidad de resultados obtenidos al alterar la presentación de las opciones sobre las que se debe tomar las decisiones financieras (Kahneman 2003).

La misma aceptación de la relevancia del componente psicológico de los inversores pone de manifiesto cómo los principios básicos de utilidad, y más concretamente de las decisiones adoptadas por los agentes para maximizar la misma, no puede separarse de las emociones lo que los hace no previsibles. La Teoría Financiera Clásica incorpora en sus principios fundamentales la racionalidad de los inversores, y por tanto la predictibilidad de sus elecciones ante los diferentes dilemas presentados.

Con especial relevancia para el presente documento se establece cómo esta teoría confirma en primer lugar que los individuos tienen la tendencia de reconocer la existencia de patrones dentro de datos ordenados de forma aleatoria. Adicionalmente a este sesgo identificado en los trabajos empíricos, se constató como el cerebro humano decide omitir los principios básicos de la estadística (Kahneman 2011) y adopta decisiones en el ámbito financiero considerando los hechos más recientes minusvalorando la información histórica.

Por último, cabe realizar un comentario sobre la validez actual de esta teoría en el entorno actual. Mientras el origen de la misma está basada en el estudio del comportamiento humano en su relación con los mercados, actualmente la implantación creciente de sistemas automáticos de contratación (que en esencia buscaban maximizar el ratio coste-beneficio de las transacciones, pero que también trataban de evitar los sesgos humanos anteriormente descritos) repercute en el impacto real en el mercado de los efectos expuestos en esta teoría. Es decir, esta teoría se expone desde el punto de vista del inversor particular, pero los profesionales presentan diferencias en sus motivaciones y sesgos. Además sufren controles y disponen de tecnologías de apoyo a la decisión que les cambian el entorno de decisión (y sus grados de libertad).

d) Estudios sobre la gestión de eventos extremos: enfoque del cisne negro.

Hasta la aparición de las nuevas teorías de gestión de las volatilidades, los modelos de evolución del precio se planteaban asumiendo escenarios de comportamiento del mercado normalizados. Es decir, con el objetivo de adecuar los modelos a la realidad del mercado se excluían desde las propias hipótesis iniciales las situaciones atípicas que eran observadas en las cotizaciones de los activos.

No obstante, tal y como se menciona en la introducción, a medida que los mercados financieros incrementaban su complejidad, también lo hacía la volatilidad de las cotizaciones de los activos y la ocurrencia de casos atípicos ampliando la diferencia entre los valores teóricos esperados y los finalmente obtenidos.

La consideración de la volatilidad es clave en el análisis financiero, destacando su impacto en la valoración de los productos derivados que, desde los niveles más simples (ver glosario: tipo de opciones) hasta los más complejos, cuentan en su arquitectura un diseño intrínsecamente ligado a las volatilidades de los mercados (p.ej., Derman, Emanuel y Taleb 2005; Goldstein y Taleb 2007).

En el año 2007 Nassim Nicholas Taleb publicó un libro de gran repercusión titulado *The black swan: The impact of the highly improbable*, siendo su contenido una síntesis evolucionada de diversas publicaciones previas (Taleb 2005), todas ellas referidas al estudio de casos atípicos y las repercusiones de su no consideración en los análisis económicos.



Nassim Nicholas Taleb

Líbano 1960 -

Este libro tuvo una gran repercusión en el área profesional que lo consideró una explicación plausible del colapso financiero del año 2008. El impacto en los mercados bursátiles de la crisis financiera de ese año quedó explicado por diversos indicadores, de los que se selecciona el descenso del ratio que representaba el total de los activos financieros en relación al PIB mundial. Este indicador se redujo desde un 117,20% en el año 2007 hasta apenas un 58,01% un año después (ver anexo IV-1).

El concepto de “cisne negro” sirvió como base al libro homónimo, pero el desarrollo inicial proviene del economista John Stuart Mill, quien estableció en el siglo XIX el problema del cisne negro en los términos extractados a continuación (Taleb 2005).

“Ningún número de observaciones de cisnes blancos nos permite inferir que todos los cisnes son blancos, pero la observación de un único cisne negro basta para refutar dicha conclusión.”

John Stuart Mill, citado en Nassim Nicholas Taleb (2005, pp.100).

El ejemplo que más recurrentemente se utiliza en la literatura como “cisne negro” se refiere al atentado de las torres gemelas de Nueva York el día 11 de septiembre de 2001 (Taleb 2007). Previo a esta fecha la probabilidad de que sucediera un ataque combinado aéreo no era contemplada y por tanto no había una estimación a priori de probabilidad. Tras el atentado surgieron múltiples explicaciones y argumentos que explicaban los motivos de su realización y consideraban como razonablemente probable su desenlace. Cabe señalar que los acontecimientos que responden a esta clasificación de cisne negro tienen también connotaciones positivas. Sirva de ejemplo el desarrollo exponencial del uso de internet o el descubrimiento de una vacuna para una enfermedad mortal.

Existe abundante referencia en la bibliografía en la que se analizan los motivos por los cuales los estudios enfocados a la confirmación de la existencia de un mercado eficiente retiran de los cálculos los casos atípicos (p.ej., Mandelbrot 2001a; Taleb 2009). En este aspecto cabe destacar el argumento esgrimido por Davis Nathan (2003) quien argumentaba la conveniencia de excluir los valores alejados del comportamiento normal del análisis financiero desde la defensa de la teoría contraria de Análisis Técnico. Expuso que los movimientos del mercado causantes de los valores atípicos se ven compensados en el corto plazo de acuerdo al ajuste que experimenta el propio mercado. Esta propuesta implicaría que en el largo plazo estos valores atípicos no tienen relevancia en el resultado final haciendo recomendable su omisión en busca de la simplificación del análisis económico. El artículo recoge el valor de los índices americanos tras un período después de los grandes eventos

sucedidos a lo largo del siglo XX demostrando como en la mayor parte de las ocasiones el índice efectivamente recuperó el valor que tenía antes de la caída.

Dentro de los estudios de las distribuciones que reflejan la importancia de los casos extremos cabe destacar los últimos trabajos de Benoît B. Mandelbrot (2001a) referidos al impacto en los valores medios de los casos atípicos, así como diversos estudios sobre la posibilidad de usar estas herramientas de forma predictiva (Timmermann y Granger 2004), o los más recientes dedicados a establecer los ajustes en los estimadores estadísticos necesarios para el análisis de estos eventos (Chichilnisky 2010). Aunque de forma previa el mismo autor publicó en 1997 un análisis comparado de los resultados obtenidos en el uso de los datos históricos en base diaria del índice de Dow Jones Industriales en relación con los que se debiera haber observado en un mercado con una distribución normal. Para este ejercicio, reflejado en la tabla 2.4, tuvo en consideración la distribución real de la evolución del mencionado índice durante el período 1920 - 1997, y calculó la diferencia existente entre los días que, de acuerdo a la teoría, podría haber sucedido la observación de esos valores extremos, y los días que realmente sucedieron.

Tabla 2.4 Diferencia entre los valores esperados y los valores observados del Dow Jones para el período 1920-1997.

Rentabilidad diaria del índice Dow Jones	Frecuencia de observación teórica	Frecuencia de observación real
	58 días	1.001 días
	6 días	366 días
	1 día / 300.000 años	48 días

Fuente: elaboración propia basado en Benoît B. Mandelbrot y Richard L. Hudson (2006) referido a la aplicación de fractales a los mercados financieros.

Como complemento al análisis realizado por Mandelbrot, en la tabla 2.5 se detallan, y ordenados de mayor a menor caída, los casos en los que el selectivo español IBEX 35 experimentó también un retroceso superior al 7% en base diaria (por tanto, sin añadir los casos en los que esta rentabilidad se obtuvo en el intradía de la sesión).

Tabla 2.5 Caídas diarias del IBEX 35 superiores al 7% desde 01/01/1987 hasta 30/09/2015.

Fecha	Valor inicial del día	Máximo intradiario	Mínimo intradiario	Valor final del día	Diferencia	% diferencia
10/10/2008	9.443,10	9.462,30	8.835,00	8.997,70	-905,20	-9,1%
19/08/1991	2.502,80	2.657,01	2.437,48	2.502,80	-232,30	-8,5%
22/10/2008	9.584,10	9.594,50	8.927,50	8.995,30	-799,70	-8,2%
21/10/1987	2.981,00	2.981,00	2.981,00	2.981,00	-250,80	-7,8%
21/01/2008	13.477,10	13.494,40	12.625,80	12.625,80	-1029,60	-7,5%
27/10/1987	2.574,20	2.574,20	2.574,20	2.574,20	-198,40	-7,2%
29/10/1987	2.322,60	2.322,60	2.322,60	2.322,60	-178,10	-7,1%
01/10/1998	7.530,70	8.166,90	7.126,10	7.133,30	-543,20	-7,1%
10/09/1998	8.561,60	8.638,00	7.740,40	7.904,00	-600,90	-7,1%

La literatura destaca como caso paradigmático el incidente bursátil ocurrido el día 19 de octubre de 1987, y denominado posteriormente por los periodistas como “martes negro”. Ese día el índice Dow Jones sufrió una pérdida de 22,6%. La probabilidad asignada a este evento de acuerdo a la Teoría Financiera Clásica fue calculada por Didier Sornette (2009) estableciendo que una caída diaria en la valoración de este índice con esta magnitud solo debería haberse producido en una sesión bursátil cada 520 millones de años de contratación. El estudio proseguía en su cálculo comparado al mencionar como la situación atípica se incrementaba exponencialmente al considerar no solo la sesión del día 19 de octubre sino también las tres precedentes en las que el índice concatenó tres descensos (-3,8%, -2,4%, y -4,6%). Estadísticamente, y de acuerdo a la normalidad de resultados propuestos por la Teoría Financiera Clásica, una caída durante cuatro sesiones continuas de una magnitud superior al 30% solo debería ocurrir una vez cada 4.000 millones de años de negociación¹⁹.

¹⁹ En el caso del índice de referencia de la economía española, el IBEX 35 (ver anexo AII-4) las fluctuaciones de los precios también se comportan fuera de la normalidad. En el mismo anexo se encuentra disponible un estudio sobre los movimientos superiores al 5% y 7% diarios en el período

Conclusión sobre los modelos de gestión de volatilidad.

A pesar de las diferencias existentes entre los modelos de gestión de carteras propuestos basados en la existencia de mercados eficientes, todos compartían el requisito inicial de que la evolución de las rentabilidades obtenidas por los distintos activos se comporta de acuerdo a una distribución de probabilidades normal. El análisis de la volatilidad real experimentada por los activos financieros confirma que esta premisa no se ajusta a la realidad, lo que cuestiona la validez de los modelos ante los eventos atípicos del mercado.

En base a los estudios mencionados, en el capítulo cuatro se profundiza en el impacto real que para el análisis financiero tiene la no consideración de los casos atípicos en el estudio de la evolución histórica de los activos.

e) Aplicaciones del área de la Física en la gestión de carteras: matemáticas fractales.

Mientras el uso de ecuaciones diferenciales se remonta a Isaac Newton, no fue hasta el siglo XX cuando se generalizó la resolución de problemas bajo desarrollos matemáticos distintos de la aproximación lineal. Hasta ese momento los modelos lineales proporcionaban una herramienta de cálculo simple y efectivo de cara a afrontar los problemas presentados por las ciencias experimentales, pero aportaba conclusiones erróneas ante la variación significativa de los componentes considerados.

En paralelo al desarrollo de la Teoría Financiera Clásica, la disciplina de la física teórica experimentaba una gran revolución. Un nuevo campo de estudio emergió al proponer modelos de comportamiento aleatorios de los componentes físicos, tal y como realizó Albert Einstein (1956) en sus estudios sobre evoluciones brownianas de partículas a principio del siglo XX.

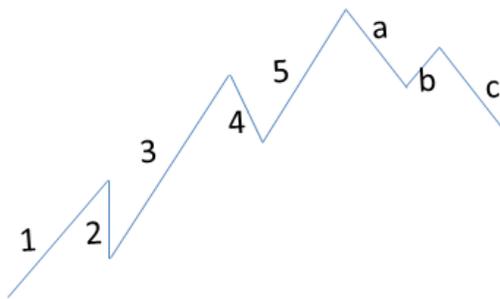
De forma previa a los trabajos sobre geometría fractal realizados desde el área de la matemática, Ralph Nelson Elliot (1938) realizó la primera propuesta de explicación fractal del mercado (Mandelbrot, Fisher y Calvet 1997) al tratar de identificar patrones en el desarrollo del precio de una acción. Si bien el autor solo consideró en su estudio la

1987 y 2015 así como el período de recuperación que precisó el mercado para volver a niveles similares a los anteriores.

representación gráfica de las cotizaciones, es importante señalar como elemento clave de su investigación el cuestionamiento de la aleatoriedad defendida por la Teoría Financiera Clásica. Recordemos que dicha corriente académica constituía la línea principal de pensamiento existente en ese momento, y establecía la no dependencia estadística en el movimiento del precio de las acciones. No obstante, el trabajo de Elliot tuvo que esperar a ser reeditado en la década de los 70 para convertirse en un referente en la disciplina del Análisis Técnico y ser comentado por diferentes autores (Ross 1973).

Ralph Nelson Elliot defendió la existencia de una mecánica interna del mercado que hacía evolucionar la cotización de los activos siguiendo un patrón estable. Este modelo establece la existencia de 5 ondas (indicadas en el gráfico 2.5 con los números del 1 al 5) en la tendencia principal y 3 ondas (indicadas en el gráfico 2.5 con las letras a-b-c) en una fase correctiva posterior (Elliott 1938).

Gráfico 2.5 Distribución de las ondas de Elliot.



Fuente: elaboración propia en base al artículo publicado por Elliot (1938)

Aunque el artículo de Elliot fue publicado en 1938, la base del trabajo se encuentra en los estudios del siglo XIII realizados por el matemático italiano Fibonacci y en el desarrollo de su famosa secuencia numérica²⁰ (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010). El origen de estos estudios

²⁰ La serie de Fibonacci se forma por la suma recursiva de los dos elementos precedentes de la serie, quedando de este modo una secuencia donde los primeros integrantes son 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, y 55.

preliminares estaba lejos del análisis financiero, ya que fue formulada inicialmente en relación al crecimiento potencial orgánico de la población de conejos.

Mientras en el mundo financiero se comenzaba de forma rudimentaria a identificar patrones en la evolución de los mercados (Elliott 1938), el área de la física buscaba mejorar los instrumentos de medición aplicados a los entornos aleatorios. Los primeros planteamientos dentro de ese campo se establecieron dentro del desarrollo de la Teoría del Caos. Este modelo se enunció a partir del trabajo del meteorólogo Edward Lorenz quien dedicó sus estudios a identificar la relación entre las diferentes variables que inciden en el comportamiento de la atmósfera, así como del impacto en los pronósticos de pequeñas modificaciones en las observaciones iniciales.

El trabajo original de Lorenz analizaba como el estudio de los sistemas caóticos de ecuaciones formadas por la evolución climatológica tenían en realidad diferentes patrones de comportamiento (Lorenz 1963). El autor llegó a la conclusión de que los campos considerados hasta la fecha como caóticos, aleatorios o impredecibles no podían ser considerados como tal de forma absoluta. Es decir, existían, en mayor o menor medida, patrones de comportamiento en el aparente caos. De forma simétrica determinaba como los sistemas en perfecto equilibrio y orden están sujetos a cambios drásticos y caóticos.

Tras determinar que los modelos caóticos, o aparentemente aleatorios como era considerado el mercado financiero, mantenían un cierto nivel de orden en su estructura, diversos autores buscaron el modo de aportar mecanismos matemáticos para establecer dicho orden. Los avances más relevantes se dieron con la incorporación de las estructuras fractales que unían el concepto de caos, volatilidad, leyes potenciales (ver glosario) y orden (Mandelbrot y Goldenfeld 1998), e incluso trataban de explicar las recientes crisis bajo un enfoque fractal de los acontecimientos (Topper y Lagadec 2013).

No obstante, también surgieron autores que, si bien no rechazaban la posible existencia de patrones como resultado del estudio de las series históricas, criticaban la posible aplicación práctica de las mismas. En este grupo cabe destacar la figura de Robert Lucas (1972) cuyo análisis sobre la racionalidad en el uso de patrones y el desarrollo de las hipótesis de las expectativas racionales le valió la concesión del premio Nobel en el año 1995.

Desarrollo matemático de los fractales.

Benoît B. Mandelbrot desarrolló toda una disciplina matemática basada en la observación de diversos elementos de la naturaleza y sobre todo en la convicción de que tras el aparente caos de algunos sistemas debía existir algún patrón.

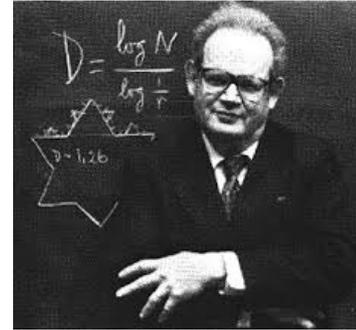
Un fractal es un elemento geométrico en el que al dividirse, cada una de las partes refleja el mismo diseño original. Mientras su denominación académica se debe al matemático Benoît Mandelbrot, el origen etimológico corresponde al término latino “*fractum*” que define la ruptura de un objeto. El propio autor define el concepto del siguiente modo:

“Un fractal es una clase especial de invariancia o simetría que relaciona un todo con sus partes: el todo puede descomponerse en partes que evocan el todo.”

Benoît B. Mandelbrot (2006, pp.26).

La identificación de los fractales se realizó inicialmente observando las figuras de algunos elementos de la naturaleza tales como rayos o helechos. La formulación de los principios geométricos de los fractales se inició en la década de los 60 (Mandelbrot 1963^a, 1963b) pero su completa elaboración debe asignarse al artículo más citado de la disciplina que, con el título *La geometría fractal de la naturaleza* (Mandelbrot 1982), constituyó una revolución en el área de la geometría y la física aplicada.

La aplicación de las figuras fractales a la modelización del caos y de los modelos no lineales se debe a sus características intrínsecas. Estas pueden resumirse en sus cuatro propiedades principales:



Benoît B. Mandelbrot
(1924 Varsovia –2010 Massachusetss)

- **Autosimilitud:** El objeto geométrico fractal repite el mismo diseño a lo largo de toda la escala de forma recurrente. Su forma no varía con independencia de la escala utilizada.
- **Autoafinidad:** Proceso por el que la forma geométrica inicial del fractal permite la creación de figuras de mayor tamaño aplicando una iteración del modelo de forma aleatoria.
- **Multifractalidad:** El mismo objeto puede tener diferentes desarrollos en base a evoluciones temporales distintos. Es decir, en el desarrollo del propio fractal existen zonas con una evolución suave mientras que en otras partes su composición se convierte en vertiginoso y altamente volátil (Mandelbrot 2006). Esta característica modela, por ejemplo, la distribución de las grandes reservas de petróleo a lo largo de la corteza terrestre.
- **Dimensión Fractal:** Es un indicador que permite clasificar a cada fractal en relación a la escala de complejidad clásica euclídea en la que se diferencian los elementos según su aproximación a la forma de un punto, línea o volumen.

El cálculo más simple de la dimensión fractal corresponde al propuesto por Hausdorff-Besicovitch (Mandelbrot 2006).

$$\text{Dimensión fractal} = \frac{\log S}{\log L}$$

Dónde:

S = cantidad de segmentos, o elementos precisos para completar el fractal.

L = longitud, escala de medición, o razón de cambios de escala.

El valor de este indicador oscila entre 0 y 3 permitiendo clasificar cada cuerpo geométrico de acuerdo a la fractalidad, o complejidad, de su estructura interna. A medida que su índice de fractalidad aumenta, se incrementa la complejidad de la forma del objeto.

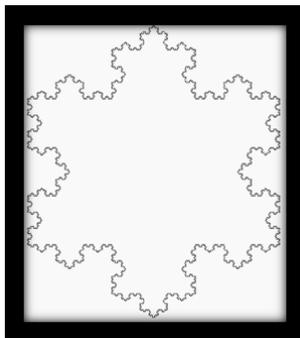
La forma geométrica más sencilla corresponde al punto aislado siendo su índice de fractalidad igual a 0. El índice de fractalidad correspondiente a las líneas rectas es igual a 1,

pasando a un índice de 2 en las figuras que representan superficies planas. Aquellos cuerpos de tres dimensiones, y que por tanto incorporan volumen a su estructura, disponen de un índice de fractalidad de 3.

Formación de los fractales.

La formación de fractales sigue un proceso definido y está compuesto por 3 fases consecutivas. Para mostrar su evolución se utilizará un fractal clásico denominado Curva de Koch mostrado en el gráfico 2.6.

Gráfico 2.6 Curva de Koch.



Fuente: Mandelbrot (2006).

A continuación se definen cada una de las tres fases de generación que se deben seguir para la obtención de la Curva de Koch.

Elemento / fase	Descripción	Ejemplo
Iniciador	Objeto geométrico básico (p.ej., segmentos, triángulos o circunferencias).	 Segmento de línea recta.
Generador	Corresponde a la estructura simple que se	

	<p>obtiene de la combinación de las figuras simples previamente descritas como iniciadores.</p>	 <p>El segmento de la línea recta se divide en tres, retirando el intermedio y añadiendo dos segmentos iguales según la figura.</p>
<p>Regla de Recursión</p>	<p>Instrucciones para la iteración del modelo.</p>	 <p>Subdivisión de cada tramo con la estructura básica marcada por el generador. Cada línea se cambia por el modelo establecido por el generador.</p>

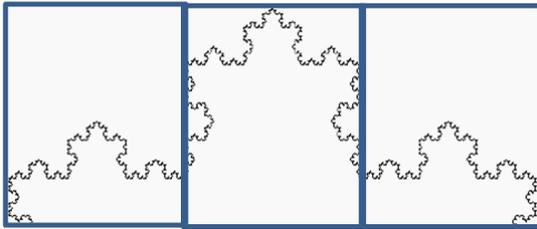
Como se indicaba, esta simple estructura da como resultado un fractal clásico denominado Curva de Koch, cuyo desarrollo en 1905 se debió al matemático Helge von Koch. La forma final recuerda a la estructura común de un copo de nieve, siendo este el nombre que recibe esta composición en algunos estudios.

A pesar de la simple construcción del mismo, en su perímetro confluyen dos características notables: por un lado su contorno es continuo y, al mismo tiempo, infinito. Es decir, si el proceso de iteración se continuara de forma indefinida la longitud final será infinita aunque su perímetro no superaría el cuadrado que delimita la figura.

Al considerar que la razón de cambio de escala en este patrón es de uno a tres (ver gráfico 2.7), y que el número de elementos necesarios para completar el fractal inicial es cuatro (número de líneas incluidas en el generador), la dimensión fractal de la Curva de Koch quedaría por tanto establecida del siguiente modo:

$$\text{dimensión fractal} = \frac{\log(4)}{\log(3)} = 1,2618$$

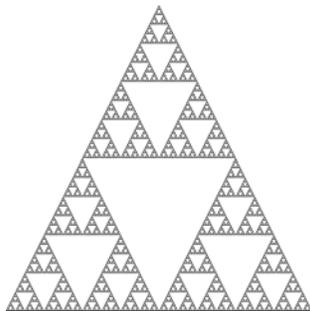
Gráfico 2.7 Razón de cambio de escala de la Curva de Koch.



Fuente: Mandelbrot (2006).

A lo largo de la literatura se encuentran numerosos ejemplos de estructura similar a la anteriormente descrita en el caso de la Curva de Koch. En este apartado cabe destacar el modelo desarrollado por el matemático polaco Sierpinski (Mandelbrot 2006) y al que dio nombre bajo la denominación de Triángulo de Sierpinski mostrado en el gráfico 2.8.

Gráfico 2.8 Triángulo de Sierpinski.



Fuente: base de imágenes de Google.

A diferencia del diseño anterior, en esta ocasión el gráfico tiene delimitado su línea exterior de acuerdo al triángulo original, y es el trameado incluido en su perímetro al que la iteración del generador hace que tienda a infinito.

Al igual que la curva de Koch, se establece como iniciador un segmento de línea recta, pero su estructura se desarrolla en esta ocasión en base a un generador en forma de triángulo (y por tanto con un número de elementos o iniciadores igual a 3), aunque mantiene la razón de

cambio de escala en 2. Su dimensión fractal queda establecida de acuerdo a la siguiente ecuación demostrando la incidencia de contar con un límite finito.

$$\text{dimensión fractal} = \frac{\log(3)}{\log(2)} = 1,5849$$

Una vez establecido el primer indicador de fractalidad, Mandelbrot dedicó parte de sus trabajos posteriores a calcular el índice de fractalidad (Mandelbrot 2006) de muy diversos objetos, empezando por un análisis de la longitud real de la costa de Gran Bretaña (Mandelbrot 1967) en lo que constituyó uno de sus artículos más citados en la disciplina de físicas siendo publicado en la revista *Science*.

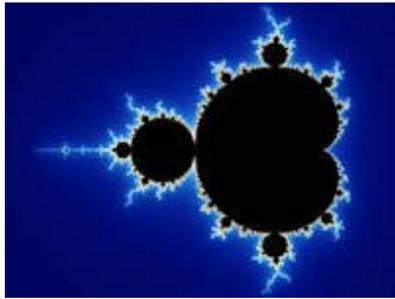
Al aplicar las mediciones sobre los mapas disponibles pudo calcular y jerarquizar el índice de fractalidad de gran parte de los países europeos. En primer lugar estableció un índice de fractalidad de 1,25 para la costa oeste de la isla de Inglaterra. A continuación estableció este indicador para el contorno de Alemania así como la frontera entre España y Portugal siendo 1,15 y 1,14 respectivamente. Determinó con 1,13 el índice para la costa australiana y definió a la costa de Sudáfrica como el país, de aquellos que fueron analizados, con un índice de fractalidad inferior: 1,02.

No obstante, quizás el análisis gráfico más representativo del estudio fractal corresponda al desarrollado por el propio Benoît B. Mandelbrot y al que el propio autor dio su nombre. Su desarrollo se basa en la iteración de la siguiente ecuación:

$$Z = z^2 + c$$

Tal y como muestra el gráfico 2.9 el desarrollo de este generador permite obtener un complejo patrón fractal en el que cada una de las partes repite el formato original.

Gráfico 2.9 Conjunto de Mandelbrot.



Fuente: Mandelbrot (2006).

Aplicaciones prácticas no financieras de los fractales.

Durante las últimas décadas, el análisis de las propiedades de los fractales ha permitido el desarrollo de multitud de aplicaciones en diferentes áreas (Mandelbrot 2006). Cabe destacar los siguientes ejemplos de evolución en los campos de la medicina, biología, física o ingeniería tal y como se indica en la tabla 2.6.

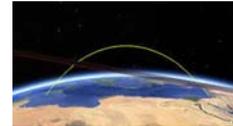
Tabla 2.6 Aplicaciones prácticas no financieras de los fractales.

Aplicación	Explicación	Ejemplo
Compresión de archivos.	La transferencia de archivos a través de las redes precisa la optimización en su almacenamiento. La aproximación fractal a estos archivos permite reducir el tamaño de los ficheros al identificar patrones repetidos en su estructura (p.ej., Voss 1989).	 WhatsApp
Cálculo de la edad de los árboles.	El crecimiento de las plantas en ocasiones sigue un patrón fractal. La identificación del modelo inicial y el cálculo de las repeticiones desarrolladas a una fecha permiten la determinación de la edad del organismo (p.ej., Sugihara y May 1990).	

Análisis El estudio de las vías coronarias ha mostrado estructuras fractales en su desarrollo. El análisis de las mismas permite prever la evolución de diversas patologías (p.ej., Schepers, Van Beek y Bassingthwaighte 1992).



Cálculos La matemática fractal permite contrastar las trayectorias de diversos dispositivos móviles tales como proyectiles o desplazamientos de submarinos (p.ej., Mantzaras, Felton y Bracco 1989).



Construcción. En el proceso de galvanización de una superficie el material se expande de acuerdo a una distribución fractal (p.ej., Vyzantiadou, Avdelas y Zafiropoulos 2007).



Análisis La distribución de los alveolos en los pulmones es un claro ejemplo de estructura fractal (p.ej., Goldberger y West 1987).



Fuente: elaboración propia con gráficos disponibles en la biblioteca de imágenes de Google.

Uso de fractales en los mercados financieros: hipótesis fractal del mercado.

Como ya se ha mencionado, la discrepancia de los valores esperados por la Teoría Financiera Clásica y los valores obtenidos por la observación de la realidad se vuelve aún más marcada cuando se aplican los modelos lineales que presuponen una distribución normalizada de los resultados. Por este motivo algunos economistas como Mandelbrot (2005) comenzaron a buscar en los postulados de la física las respuestas que no les proporcionaban ni las teorías vigentes, ni aquellas surgidas como contraposición al enfoque determinista de los mercados financieros.

La aplicación de fractales al estudio de la evolución del rendimiento de los activos se inició con los estudios de Benoît B. Mandelbrot. En esencia, sus análisis preliminares mostraron cómo el mercado financiero había dado ya evidencias sobre la existencia de un

comportamiento en la variación de precios que distaba de la evolución browniana aleatoria (ver glosario), y de cómo la distribución de los mismos se ajustaba en mayor medida a un esquema de Pareto-Levy (Mandelbrot 1963a). Paradójicamente, esta observación no tuvo lugar al amparo de un análisis sobre el comportamiento de los mercados financieros sino durante su etapa de asesor de IBM tras la publicación de un informe enfocado en la cuantificación de los errores experimentados en los circuitos telefónicos (Berger y Mandelbrot 1963).

Tras la formulación de los principios geométricos de los fractales en la naturaleza (Mandelbrot 1982), el autor propuso aplicar una metodología que uniera el movimiento browniano y los patrones fractales para el diseño de un modelo que explicara los comportamientos extremos que experimentan los mercados financieros (Sewell 2011). Esta aplicación de la matemática fractal a la medición de la volatilidad en el mundo financiero es una de las más relevantes aportaciones del matemático (Mandelbrot, Fisher y Calvet 1997), y puede encontrarse en los estudios descriptivos actuales sobre la volatilidad de los mercados (Anderson y Noss 2013).

Por otro lado, y como un paso adicional al comportamiento fractal de los activos, la consideración de patrones dentro de la evolución de precios ha dado lugar a la formulación de una Teoría Fractal del conjunto de los mercados financieros. La hipótesis fractal del mercado fue enunciada en primer lugar por Ed Peters (1994), y determina que el equilibrio en el mercado se obtiene al existir diferentes horizontes temporales entre los distintos inversores.

Las hipótesis en las que se apoya la teoría quedaron desarrolladas en artículos posteriores (Peters 1996) así como en diversas revisiones (Weron y Weron 2000), y quedaron establecidas en las siguientes apreciaciones:

1. El mercado está constituido por multitud de inversores con horizontes temporales diversos.
2. La información que proporciona el mercado tiene una relevancia subjetiva para cada inversor.
3. La estabilidad del mercado está basada en el acceso a la liquidez.
4. Los precios reflejan la combinación entre las conclusiones del Análisis Técnico y el Análisis Fundamental.

- Si una empresa no evoluciona según el ciclo económico no seguirá una tendencia principal, y por tanto en su precio predominan decisiones de inversión obtenidas por Análisis Técnico.

En definitiva, la Teoría Fractal del mercado supone un enfoque alternativo en relación a los estudios realizados sobre las fuerzas existentes en los mercados financieros (McCulloch 2012) e incorpora en su desarrollo el análisis de dos variables muy relevantes:

- Origen de la liquidez en el mercado.
- Impacto en el mercado de la información y su diferente apreciación según el tipo de inversor, tipo de gestión, y sobre todo, según su horizonte temporal.

A continuación, en la tabla 2.7, se muestra un ejemplo de ajuste de mercado. En él se puede observar cómo la regulación del propio mercado se realiza debido a la diferente actuación de los inversores con horizonte temporal a corto plazo y aquéllos cuya estrategia de inversión responde a un plazo más largo.

Tabla 2.7 Mecanismo del ajuste fractal del mercado.

Evento	Inversor a Corto Plazo		Inversor a Largo Plazo		Efecto Final
	Tipo de análisis	Acción	Tipo de análisis	Acción	
Noticia negativa en el mercado	Técnico	Vender la posición El precio cae	Fundamental	Toma como oportunidad de compra la bajada de la acción	El inversor a largo plazo aporta liquidez al mercado y estabiliza el precio de la acción
Noticia negativa en la empresa	Técnico	Vender la posición El precio cae	Fundamental	Cuestiona su valoración sobre la empresa y vende su inversión	El mercado carece de contrapartida lo que provoca un descenso relevante en la cotización del mercado

Fuente: elaboración propia en base al artículo de Peters (1994).

Conclusión sobre la aplicación de matemáticas fractales al análisis financiero.

La matemática fractal aplicada a los mercados financieros surge de la necesidad de buscar respuestas al comportamiento aparentemente caótico del precio de los activos. Inicialmente propuesto por Benoît B. Mandelbrot, su utilidad práctica se ha demostrado en el estudio de las volatilidades y ajustes del mercado.

La consideración de la fractalidad permite modelizar gráficamente un concepto intensamente utilizado en la econometría como es el ruido. Establece un parámetro, el indicador de fractalidad, que permite clasificar a los activos según la complejidad de la figura que representa el gráfico de su serie temporal.

2.4 Consideraciones a la revisión de la literatura: mapa de evolución de las teorías aplicadas a la toma de decisiones de inversión.

A través del análisis realizado hemos tratado de mostrar cómo se ha enriquecido el marco teórico de esta disciplina económica con la incorporación del enfoque proporcionado por las áreas de la psicología y la física.

No obstante, y a pesar de la mejora sustancial de herramientas matemáticas aplicadas provenientes del área de la física, o de la constatación de la relevancia del estudio psicológico de los inversores, en la actualidad no hay indicadores que permitan vislumbrar un modelo de toma de decisiones de inversión consolidado y que incluya los eventos atípicos.

Esta limitación tiene dos claros impactos en el desarrollo futuro de una línea de investigación dentro de esta disciplina:

1. La ausencia de un modelo consolidado se debe a la dificultad de diseñar un modelo en torno al comportamiento de la interacción de los mecanismos más complejos conocidos: los seres humanos.
2. A diferencia de otro tipo de ciencia, la falsación de modelos de construcción de carteras se ha demostrado que, en el caso de no ajustarse a la realidad, no conlleva la retirada de la teoría. El foco de la investigación varía, pero las teorías anteriores no se desechan por dos motivos; falta de reciclaje por parte del sector académico y

profesional, pero fundamentalmente porque cada nueva teoría tiene una mayor complicación en cuanto a su desarrollo matemático, que hace muy difícil su explicación al inversor y su implantación eficaz.

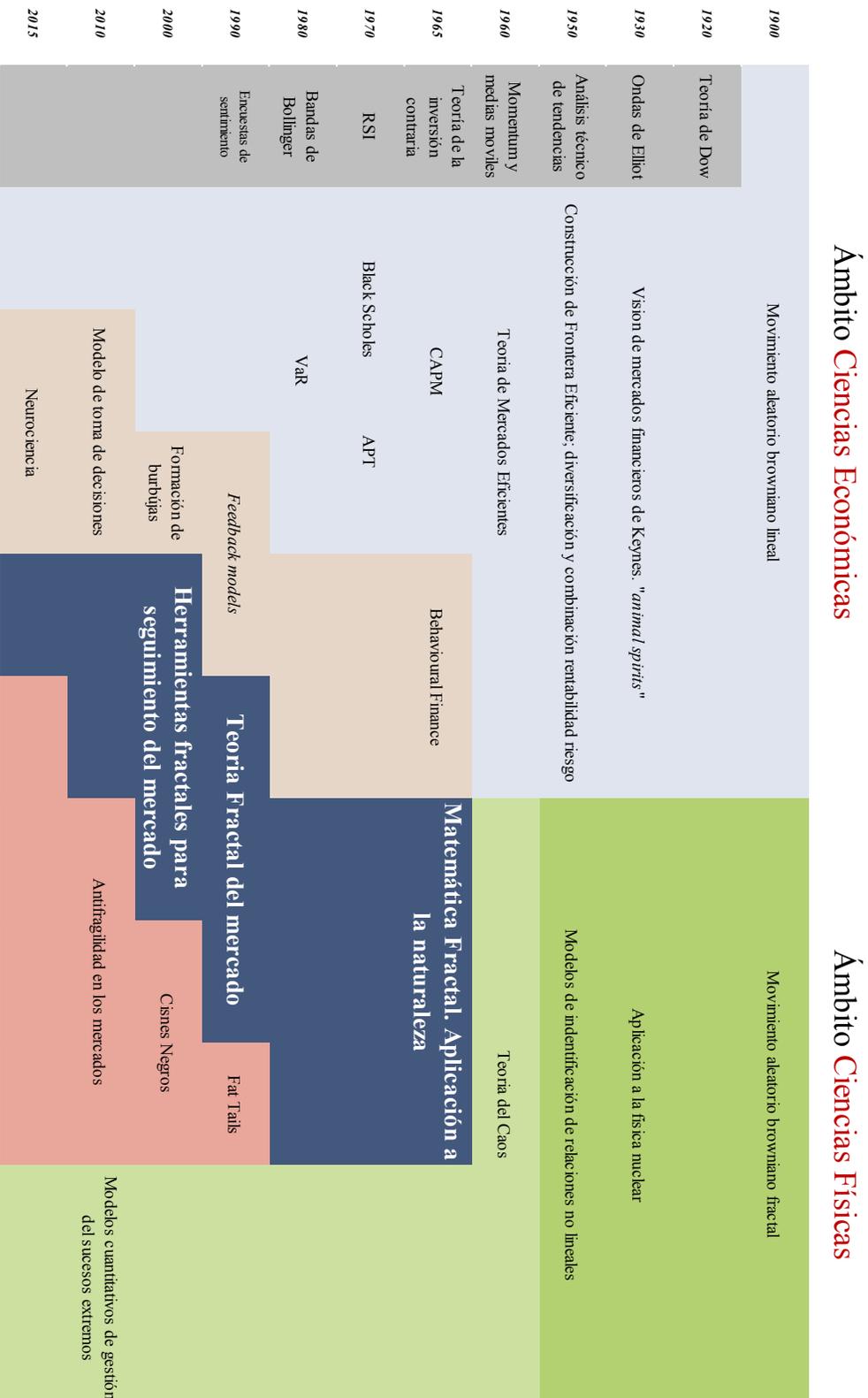
El estudio comparado de las teorías relacionadas con la toma de decisiones también ha permitido identificar como las críticas a las mismas han ido evolucionando a lo largo del tiempo. Si al inicio de la década de los 80 los argumentos se enfocaban en la diferencia entre el modelo de mercado teórico y el real en términos tales como la accesibilidad o el coste de la información, y por tanto la imposibilidad de que estuviera disponible para todos los agentes al mismo tiempo, tal y como apuntaban Grossman y Stiglitz (1980), posteriormente fue el argumento de la irracionalidad de los individuos el más empleado para desacreditar los modelos establecidos. En la actualidad las críticas a la racionalidad del individuo se combinan con los argumentos sobre la dificultad de modelización de los entornos caóticos.

Por último, cabe destacar como la aplicación en los mercados financieros constituye un perfecto ejemplo de colaboración y permeabilidad entre las ciencias físicas y económicas. Tal y como la aproximación realizada por Maury F. Osborne (1977), quien publicó un artículo en el que analizaba el mercado financiero bajo la perspectiva de un físico, estableciendo diversas similitudes entre los tipos de análisis realizados en ambas disciplinas, destacando sus reflexiones sobre las implicaciones de considerar los mercados completamente aleatorios.

A continuación, y utilizando el gráfico 2.10, se muestra de forma secuencial, y diferenciada según el origen académico del autor, cómo los estudios relacionados sobre la toma de decisiones financieras se han ido realizando de forma paralela²¹. Destaca como en los últimos años el desarrollo de enfoques, en principio con origen diferenciado, ha iniciado un proceso de convergencia.

²¹ De forma complementaria, el anexo AIV-5 incluye un estudio comparativo de las fuentes basado en el año de publicación de cada una de las fuentes utilizadas así como la disciplina de origen.

Gráfico 2.10 Mapa de evolución de las teorías aplicadas en la toma de decisiones de inversión.



Capítulo 3

Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente.

“Benoît Mandelbrot es el poeta de la aleatoriedad.”

Nassim Nicholas Taleb (2007, pp. 254).

“Iterar la simplicidad es un truco que genera aparente complejidad: los fractales.”

Jorge Wagensberg (2006, pp. 66).

Sinopsis del capítulo

El análisis se inicia con un estudio descriptivo de los activos financieros seleccionados correspondientes a los mercados de renta variable, renta fija, divisas y volatilidades relacionadas con productos derivados. Se rechaza la **hipótesis del investigador #1** referida al ajuste a una distribución normal de la evolución de las rentabilidades diarias de los activos considerados. A continuación se definen los indicadores de fractalidad a utilizar (coeficiente de Hurst e índice de fractalidad) y se calculan para cada uno de los activos. La **hipótesis del investigador #2** queda confirmada, mediante el uso del índice de fractalidad, al existir patrones no aleatorios en la evolución diaria de la rentabilidad en 10 de los 14 activos estudiados durante el período de análisis. Posteriormente se analiza el grado de relación entre los valores fractales obtenidos y diversas características y agrupaciones de los activos. Como conclusión al estudio, se desarrolla un nuevo indicador aplicable a la selección de activos denominado Índice de Eficiencia Fractal (IEF).

3. Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente.

3.1 Introducción. Análisis exploratorio previo a la aplicación de la matemática fractal.

A continuación se realiza un estudio para contrastar la existencia de un mercado eficiente tal y como propone la Teoría Financiera Clásica. El análisis se inicia aplicando técnicas estadísticas comúnmente utilizadas en el contraste de las condiciones de normalidad y aleatoriedad, principios establecidos sobre la evolución del precio de los activos determinados en la Teoría de Mercados Eficientes (Cunningham 1994), pasando a continuación a realizar dicho contraste aplicando la metodología correspondiente a la matemática fractal previamente presentada.

Dentro del enfoque clásico, en primer lugar se realizará un análisis estadístico descriptivo de cada una de las series históricas obtenidas para cada activo considerado. A continuación se procederá a contrastar si los rendimientos históricos de un activo siguen efectivamente una distribución normal, tal y como propone la Teoría Financiera Clásica. Este estudio se instrumentaliza bajo la **hipótesis del investigador #1** donde se considera como hipótesis nula que las rentabilidades diarias se ajustan a una distribución normal.

Para la contrastación de esta hipótesis se utilizan cuatro métodos distintos: análisis de la curtosis de la distribución, análisis de la distribución de frecuencias, estimador Kolmogorov-Smirnov, y análisis gráfico Q-Q. De este modo, se busca una consistencia en el resultado final que palíe las consecuencias que causa el uso de un elevado número de observaciones (efecto tamaño). Esta incidencia se debe a que las muestras con un elevado número de registros pueden provocar que se declaren como significativas aquellas pequeñas diferencias entre los valores teóricos y observados. Un motivo de este comportamiento no deseado es que la media calculada que considera una extensa muestra no tiene apenas variabilidad, y por tanto, cualquier diferencia encontrada con respecto al valor teórico se clasificaría como significativa.

La segunda parte del capítulo está dedicada a la resolución de la **hipótesis del investigador #2**. Mediante la búsqueda de patrones en cada uno de los activos seleccionados se comienza estableciendo una base teórica con la introducción del coeficiente de Hurst y el índice de

fractalidad como herramienta para la identificación de la naturaleza fractal. Esta metodología, aplicada a cada uno de los activos para el período establecido, permite la confirmación, o no, del comportamiento aleatorio de las rentabilidades diarias.

Posteriormente se desarrolla un análisis sobre la relación de los patrones calculados en base a la matemática fractal, y al agrupamiento de los activos en cuatro clasificaciones diferentes. Primero se propone una clasificación básica en virtud del tipo de mercado en el que se negocian los activos, pero posteriormente se incrementa la complejidad de dichas agrupaciones considerando una aproximación factorial, un estudio de clústeres, así como mediante el uso del estimador de rachas.

Como resultado final al estudio realizado en este capítulo se propondrá la elaboración de una nueva herramienta estadística dirigida a la selección de activos considerando sus condicionantes fractales.

a) Selección y tratamiento de las variables.

En primer lugar, definimos la variable fundamental que se empleará en el capítulo tercero, y que será la base de la contrastación de las hipótesis del investigador #1 y #2, así como para el cálculo posterior de los indicadores fractales.

Variable	Rentabilidad porcentual diaria obtenida de las series históricas de cada uno de los activos considerados.
Fuente	Series históricas extraídas de las bases de datos financieras de Bloomberg, Reuters y Yahoo.com.
Medición	$\text{Rentabilidad diaria} = \frac{\text{Cotización día } t + 1 - \text{Cotización día } t}{\text{Cotización día } t}$

A continuación se seleccionan para el análisis catorce activos²² representativos de diferentes mercados financieros. El objetivo de elegir una base heterogénea es poder contrastar las hipótesis en diferentes entornos. Para incrementar los diferentes escenarios en los que realizar

²² En los casos del tipo de cambio Euro / Dólar y el índice de volatilidad VIX no pueden considerarse como activos en sí mismos, ya que su composición depende de la relación entre otras variables, pero a efectos de simplificación serán denominados activos a lo largo de la presente tesis.

el proceso de contraste combinamos la selección de índices de elevada contratación con diversos activos individuales. Se detallan en la tabla 3.1 los activos financieros considerados en la realización de este estudio, estableciendo una descripción más extensa en el anexo AI-1.

Tabla 3.1 Listado de activos considerados.

Activos de renta variable

Selección de algunos de los índices bursátiles más representativos a nivel mundial.

• S&P 500	Índice bursátil más representativo de la bolsa estadounidense.
• NASDAQ 100	Índice bursátil de la bolsa estadounidense que engloba las empresas tecnológicas.
• Eurostoxx 50	Índice bursátil más representativo del mercado europeo de la zona euro.
• FTSE 100	Índice bursátil más representativo del mercado del Reino Unido.
• IBEX 35	Índice bursátil más representativo del mercado español.
• SMI	Índice bursátil más representativo del mercado suizo.
• NIKKEI 225	Índice bursátil más representativo del mercado japonés.
• HSI	Índice bursátil más representativo del mercado chino.

Activos de renta variable directa

Selección de acciones negociadas de empresas. En el caso de estos activos los datos tienen un rango más restringido de observaciones. El dato inicial de la serie histórica corresponde al día 01.01.2000. Las rentabilidades de estos activos han sido calculadas sin el dividendo.

• UBS	Banco global especializado en la gestión de altos patrimonios.
• Telefónica	Empresa multinacional de telecomunicaciones.

Activos de renta fija directa

Selección de los bonos²³ soberanos con mayor negociación.

²³ Durante este período el bono distribuye un cupón anual no recogido en el precio.

-
- **Bono con vencimiento a 5 años** Bono emitido y respaldado por el gobierno de EE.UU. con vencimiento a 5 años.
 - **Bono con vencimiento a 30 años** Bono emitido y respaldado por el gobierno de EE.UU. con vencimiento a 30 años.

Evolución de divisas

Selección del tipo de cambio con mayor negociación.

-
- **Tipo de cambio entre el Euro y el Dólar norteamericano** Evolución diaria de la proporción que existe entre el valor del Euro y Dólar de EE.UU.

Indicador de volatilidad del mercado

Selección de un índice formado por la evolución de productos derivados sobre el índice más representativo del mercado norteamericano.

-
- **VIX** Indicador de volatilidad de los futuros del S&P 500 (ver glosario). La consideración en el análisis del índice VIX, que mide las volatilidades existentes en el mercado de derivados sobre el S&P 500, proporciona un punto de contraste adicional al comparar la evolución del propio activo con la cotización de la volatilidades de las expectativas.

Las fechas de análisis elegidas empiezan con el uso intensivo de la coordinación electrónica entre las bolsas. El período comprendido queda, por tanto, delimitado entre el 1 de enero del año 1994 y el 14 de abril del año 2014. El detalle diario en relación al valor de cierre y volumen contratado de cada activo ha sido extraído de las principales bases de datos financieras: Bloomberg y Reuters.

En segundo lugar, y una vez que disponemos de la serie histórica de todos los activos seleccionados, se procede a homogeneizar los días de cotización a través de un proceso standard de Access²⁴. Al utilizar activos cuya cotización se realiza en diferentes países

²⁴ Ver modo de consolidación en el anexo AIV-4.

existen diversas incidencias en relación a los días de cotización disponibles (p.ej., vacaciones nacionales en las que los mercados de referencia del activo no se encuentran operativos por lo que los datos precisan ser tratados para obtener una tabla única).

Tras la depuración de la información realizada, se preparan las series históricas de cada activo para ser tratadas estadísticamente. La tabla resultante que aglutina toda la información de todos los activos seleccionados tiene las siguientes características:

- El rango máximo muestra **5.292** observaciones diarias (cotización tipo de cambio Euro / Dólar) de los precios de cierre de los activos desde el 01/01/1994 hasta 14/04/2014.
- El rango mínimo comprende **3.500** observaciones diarias (caso: cotización UBS) considerando los precios de cierre de los activos desde el 01/01/2000 hasta 14/04/2014.

b) Análisis estadístico descriptivo de las variables.

En base a la variable ya definida anteriormente, se realiza un análisis estadístico descriptivo de las rentabilidades diarias de los activos. Los resultados más relevantes quedan reflejados en la tabla 3.2.

Tabla 3.2 Estadísticos simples de la rentabilidad diaria de los activos.

Rentabilidad en base diaria	Número observaciones	Rango (diferencia entre el valor mínimo y máximo)	Mínimo	Máximo	Rentabilidad diaria media
Tipo de cambio Euro - Dólar	5.292	6,1%	-2,5%	3,5%	0,006%
Bono de EEUU con vencimiento a 30 años	5.091	16,0%	-8,2%	7,8%	-0,004%
FTSE 100	5.292	18,7%	-8,8%	9,8%	0,019%
Eurostoxx 50	5.194	18,9%	-7,9%	11,0%	0,025%
SMI	5.132	19,2%	-7,8%	11,4%	0,027%
S&P 500	5.108	20,6%	-9,0%	11,6%	0,034%
IBEX 35	5.115	23,6%	-9,1%	14,4%	0,031%
NIKKEI 225	4.991	25,6%	-11,4%	14,2%	0,007%
NASDAQ 100	5.108	29,3%	-10,5%	18,8%	0,060%
HSI	5.054	32,5%	-13,7%	18,8%	0,027%
Telefónica	3.705	33,2%	-15,4%	17,8%	0,007%
Bono de EEUU con vencimiento a 5 años	5.091	42,5%	-23,4%	19,1%	0,009%
UBS	3.500	54,0%	-22,6%	31,4%	0,036%
Indicador VIX	3.593	93,8%	-29,6%	64,2%	0,192%
Número de casos válidos (*)	3.117				

(*) Número de casos en los que existe un valor válido de todos los activos analizados para el mismo día.

El análisis del estudio estadístico muestra cómo, si bien los índices y activos de renta variable pueden ser clasificados como activos de alta volatilidad, es la rentabilidad del bono a 5 años la que ostenta la primera posición en cuanto al valor mínimo diario en su rentabilidad durante el período de análisis (-23,4%).

Esta rentabilidad negativa del rendimiento corresponde al 18 de marzo del año 2009, fecha en la que la FED anuncia las medidas de expansión monetaria que se adoptan para paliar la crisis de liquidez iniciada en los meses anteriores. Las medidas implicaban una compra centralizada en ese momento de 300.000 millones de dólares en deuda gubernamental y privada, para posteriormente incrementar la cifra en 750.000 millones de dólares adicionales. La medida expansiva se complementó con el mantenimiento del tipo de interés del mercado en el 0% - 0,25%²⁵.

Por otro lado, si bien el indicador de volatilidad VIX mantiene el rango más amplio entre los valores máximos y mínimos (93,8%), dentro de los activos financieros considerados es la acción de UBS quien ostenta la mayor amplitud de rango (54%).

Por último, cabe resaltar cómo el único activo cuyo valor medio de rentabilidad durante todo el período es negativo, corresponde a la evolución del bono de EE.UU. a 30 años. La evolución de los tipos de interés durante este período, junto al posicionamiento de la curva de tipos, ha provocado una caída consistente en el rendimiento de activos de renta fija con elevada duración²⁶.

De forma complementaria, y tras considerar las diferencias significativas en la evolución histórica de los rendimientos, se realiza el mismo análisis sobre el logaritmo de las rentabilidades. Esta modificación de la variable original permite en el apartado siguiente realizar un contraste sobre el ajuste de la serie bajo una distribución log normal. Los resultados obtenidos quedan reflejados en el anexo AI-3.

²⁵ Esta medida sigue vigente en el momento de elaboración de la tesis (junio 2016).

²⁶ La duración de un activo de renta fija mide la sensibilidad en su valoración a los movimientos del tipo de interés de referencia.

c) Análisis de correlaciones entre los activos.

Los activos seleccionados provienen de tres mercados diferentes: renta variable, renta fija, y divisas, así como un indicador híbrido de volatilidad. Esta heterogeneidad explica la relevancia de completar el análisis descriptivo de las variables, así como de estudiar el grado de relación existente entre los activos seleccionados (Ding, Granger, y Engle 1993).

Para realizar el estudio de correlación entre las rentabilidades obtenidas por cada activo seleccionamos el estimador de correlación no paramétrica de Spearman bajo el indicador Tau-b de Kendall. El motivo de esta elección es que, al no disponer aún de la información necesaria para afirmar que las rentabilidades diarias de todos los activos se ajustan a una distribución normal, se debe utilizar un estimador no paramétrico.

A diferencia de la correlación de Pearson donde la distribución de los elementos es fundamental²⁷, el estimador seleccionado no establece como condición inicial que los valores se comporten como una distribución normal, y por tanto adecuado al análisis a realizar.

Los valores teóricos que proporciona el cálculo varían entre -1 y 1 dando de este modo, para aquellos casos en el que el grado de significación cumple la regla de decisión establecida, una indicación sobre la magnitud de la correlación entre las variables, así como si ésta se trata de una relación directa o inversa.

A continuación se establece la hipótesis nula y alternativa:

- H_0 . Las variables no están correlacionadas de forma significativa.
- H_1 . Las variables están correlacionadas de forma significativa.

Se establece la siguiente regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza ($1 - \alpha$) = 0,95.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

²⁷ Debido a esta restricción, el coeficiente de Pearson corresponde a un modelo paramétrico mientras que la correlación de Spearman es una aproximación no paramétrica.

Si bien los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.3, para facilitar el análisis de los resultados, se adjunta, en la tabla 3.4 un análisis cromático sobre la intensidad y dirección de la correlación entre los activos. Las correlaciones no significativas no tienen asignada ninguna tonalidad.

Tabla 3.3 Correlaciones estimadas entre las rentabilidades diarias de los activos.

	IBEX 35	Euros toxx 50	FTSE 100	NASDAQ 100	S&P500	SMI	UBS	NIKKEI 225	HSI	VIX	Telefónica	Bono 5A EE.UU.	Bono 30A EE.UU.	Euro / Dólar
IBEX 35		,671**	,528**	,240**	,302**	,499**	,358**	,144**	,193**	-,276**	,673**	,130**	,113**	-0,0077
Euros toxx50	,671**		,628**	,273**	,346**	,588**	,385**	,164**	,226**	-,303**	,577**	,155**	,137**	-,027**
FTSE 100	,528**	,628**		,245**	,325**	,541**	,340**	,156**	,228**	-,285**	,454**	,136**	,124**	-0,0155
NASDAQ 100	,240**	,273**	,245**		,649**	,214**	,378**	,061**	,082**	-,492**	,244**	,134**	,105**	-0,0018
S&P500	,302**	,346**	,325**	,649**		,280**	,481**	,073**	,098**	-,589**	,282**	,132**	,099**	,020*
SMI	,499**	,588**	,541**	,214**	,280**		,373**	,173**	,206**	-,244**	,423**	,121**	,107**	-,052**
UBS	,358**	,385**	,340**	,378**	,481**	,373**		,085**	,119**	-,390**	,286**	,170**	,161**	,199**
NIKKEI 225	,144**	,164**	,156**	,061**	,073**	,173**	,085**		,327**	-,054**	,128**	,053**	,055**	0,0022
HSI	,193**	,226**	,228**	,082**	,098**	,206**	,119**	,327**		-,075**	,168**	,059**	,054**	0,0137
VIX	-,276**	-,303**	-,285**	-,492**	-,589**	-,244**	-,390**	-,054**	-,075**		-,230**	-,189**	-,168**	-,061**
Telefónica	,673**	,577**	,454**	,244**	,282**	,423**	,286**	,128**	,168**	-,230**		,170**	,160**	,046**
Bono 5A EE.UU.	,130**	,155**	,136**	,134**	,132**	,121**	,170**	,053**	,059**	-,189**	,170**		,652**	-,028**
Bono 30A EE.UU.	,113**	,137**	,124**	,105**	,099**	,107**	,161**	,055**	,054**	-,168**	,160**	,652**		-0,0052
Euro / Dólar	-0,0077	-,027**	-0,0155	-0,0018	,020*	-,052**	,199**	0,0022	0,0137	-,061**	,046**	-,028**	-0,0052	

** La correlación es significativa al nivel 0,01.

* La correlación es significativa al nivel 0,05.

Tabla 3.4 Interpretación de las correlaciones estimadas entre las rentabilidades diarias de los activos.

	IBEX 35	Euros tox50	FTS E 100	NASDAQ 100	S & P 500	S M	UBS	NIKKEI 225	HSI	VIX	Telefónica	Bono 5A EE.UU	Bono 30A EE.UU	Euro / Dólar
IBEX 35		0,671	0,528	0,24	0,302	0,499	0,358	0,144	0,193	-0,27	0,673	0,13	0,113	-0,007
Euros tox50	0,671		0,628	0,273	0,346	0,588	0,385	0,164	0,226	-0,3	0,577	0,155	0,137	-0,02
FTS E 100	0,528	0,628		0,245	0,325	0,541	0,34	0,156	0,228	-0,28	0,454	0,136	0,124	-0,015
NASDAQ 100	0,24	0,273	0,245		0,649	0,214	0,378	0,061	0,082	-0,49	0,244	0,134	0,105	-0,001
S & P 500	0,302	0,346	0,325	0,649		0,28	0,481	0,073	0,098	-0,58	0,282	0,132	0,099	0,02
S MI	0,499	0,588	0,541	0,214	0,28		0,373	0,173	0,206	-0,24	0,423	0,121	0,107	-0,05
UBS	0,358	0,385	0,34	0,378	0,481	0,373		0,085	0,119	-0,39	0,286	0,17	0,161	0,199
NIKKEI 225	0,144	0,164	0,156	0,061	0,073	0,173	0,085		0,327	-0,05	0,128	0,053	0,055	0,0021
HSI	0,193	0,226	0,228	0,082	0,098	0,206	0,119	0,327		-0,07	0,168	0,059	0,054	0,01
VIX	-0,27	-0,3	-0,28	-0,49	-0,58	-0,24	-0,39	-0,05	-0,07		-0,23	-0,18	-0,16	-0,06
Telefónica	0,673	0,577	0,454	0,244	0,282	0,423	0,286	0,128	0,168	-0,23		0,17	0,16	0,046
Bono 5A EE.UU	0,13	0,155	0,136	0,134	0,132	0,121	0,17	0,053	0,059	-0,18	0,17		0,652	-0,02
Bono 30A EE.UU	0,113	0,137	0,124	0,105	0,099	0,107	0,161	0,055	0,054	-0,16	0,16	0,652		-0,005
Euro / Dólar	-0,007	-0,02	-0,015	-0,001	0,02	-0,05	0,199	0,0021	0,01	-0,06	0,046	-0,02	-0,005	

El primer resultado que resalta en el análisis corresponde a la correlación negativa (tonos rojizos) que muestra el índice VIX con todos los activos considerados. Si bien su cálculo está basado en la volatilidad implícita de las opciones de compra y venta sobre el mercado estadounidense de S&P 500, la correlación negativa se manifiesta también en su relación con el resto de activos demostrando la relación existente entre los diferentes mercados.

Tal y como muestra la tabla 3.5, esta correlación del índice VIX con los diferentes activos cuenta con un p-valor de 0,01. En relación a su magnitud destaca aquella que mantiene con el S&P 500 como la relación inversa más relevante (-0,58). En el lado opuesto, su relación con el NIKKEI 225 se establece en el -0,05.

Tabla 3.5 Correlación del índice VIX con el resto de activos.

	VIX
S&P 500	-0,58
NASDAQ 100	-0,49
UBS	-0,39
Eurostoxx 50	-0,30
FTSE 100	-0,28
IBEX 35	-0,27
SMI	-0,24
Telefónica	-0,23
Bono EE.UU. Vto. 5 años	-0,18
Bono EE.UU. Vto. 30 años	-0,16
HSI	-0,07
Euro / Dólar	-0,06
NIKKEI 225	-0,05

3.2 Contrastación hipótesis del investigador #1: análisis de la normalidad de la distribución.

Tras el análisis descriptivo de la serie de la muestra, se procede al contraste de la primera hipótesis de investigación propuesta. Esta línea de investigación está relacionada con el axioma establecido por la Teoría Financiera Clásica sobre la distribución de los rendimientos.

Debido al tamaño de la muestra, y los efectos que el uso de un número tan elevado de observaciones puede tener en el contraste estadístico, tal y como quedó comentado en la introducción del presente capítulo, se realiza el contraste de la normalidad bajo cuatro aproximaciones diferentes:

- Análisis de la curtosis de la distribución.
- Análisis de la distribución de frecuencias.
- Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.
- Análisis gráfico Q-Q.

a) Análisis de la curtosis de la distribución.

El indicador de curtosis (ver glosario) indica la forma de la distribución. Un valor más elevado de este indicador implica una concentración de valores con respecto a la media de la distribución.

El contraste bajo este indicador consiste en la comparación del valor obtenido con el coeficiente que correspondería a una distribución normal, y que se establece en 3.

En la tabla 3.6 se puede comprobar cómo ninguna de las mediciones realizadas para cada uno de los activos corresponde a un valor de 3, por lo que se confirma la ausencia de normalidad en las series diarias de rentabilidad de todos los activos. En concreto, de los 15 activos analizados, catorce de ellos corresponden a una distribución leptocúrtica al obtener un valor superior a tres. Por el contrario, solo uno de los activos mantiene una distribución platicúrtica al haber obtenido un coeficiente de 1,482.

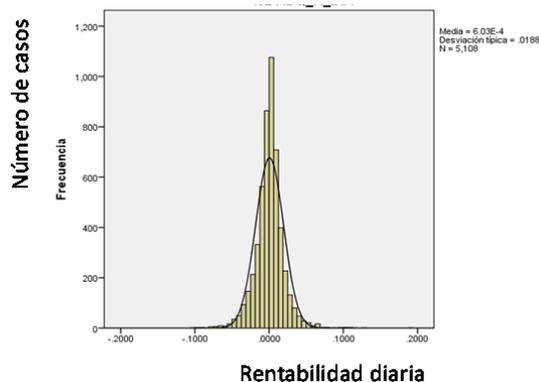
Tabla 3.6 Contraste de normalidad. Uso del indicador de Curtosis.

Rentabilidad en base diaria	Número observaciones	Desviación típica	Asimetría	Curtosis	Diferencia sobre la normalidad Curtosis = 3
UBS	3.500	0,027	0,606	15,953	12,953
HSI	5.054	0,017	0,359	10,136	7,136
S&P 500	5.108	0,012	-0,057	8,351	5,351
Telefónica	3.705	0,019	0,353	8,223	5,223
Bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	5.091	0,025	0,342	6,854	3,854
VIX	3.593	0,065	1,224	6,782	3,782
FTSE 100	5.292	0,012	-0,014	6,329	3,329
NASDAQ 100	5.108	0,019	0,294	5,880	2,880
SMI	5.132	0,012	0,074	5,827	2,827
NIKKEI 225	4.991	0,015	-0,112	5,470	2,470
IBEX 35	5.115	0,015	0,160	5,252	2,252
Eurostoxx 50	5.194	0,014	0,097	5,018	2,018
Bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	5.091	0,012	0,131	4,177	1,177
Tipo de cambio Euro - Dólar	5.292	0,006	0,094	1,482	-1,518
Número de casos válidos (*)	3.117				

b) Análisis de la distribución de frecuencias.

El estudio gráfico de las distribuciones de cada uno de los activos²⁸ muestra un comportamiento diferente al que obtendría una distribución normal. A modo de ejemplo incorporamos la representación gráfica del análisis de frecuencias correspondiente a la evolución histórica del NASDAQ 100. Las columnas del gráfico 3.1 reflejan los valores reales observados, mientras que la línea negra corresponde al ajuste teórico correspondiente a una distribución normal.

Gráfico 3.1 Distribución de frecuencias de las rentabilidades diarias del índice NASDAQ 100.



Por último, se destaca cómo en el análisis gráfico de la distribución de frecuencias del resto de activos realizado en el anexo se identifica la existencia de valores extremos de acuerdo a su representación a ambos lados de la distribución. Su impacto en los análisis sobre la evolución de cada una de las series históricas de precios será objeto de estudio en el contraste de la **hipótesis del investigador #3** realizado en el cuarto capítulo.

Todos estos indicadores nos indican, tal y como veremos en un apartado posterior, la existencia de valores extremos muy alejados de los valores esperados en la aplicación de una distribución normal.

²⁸ En el anexo AI-2 se adjunta el histograma de frecuencias de las rentabilidades de todos los activos desde el 01/01/1994 hasta el 14/04/2014.

c) Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.

Con el objetivo de analizar el ajuste a la distribución normal de los elementos considerados, y al igual que en la elección del estimador no paramétrico de correlaciones de Spearman, al desconocer la distribución que mantienen los rendimientos diarios de los activos debemos seleccionar un estimador no paramétrico.

Dentro de esta categoría, y teniendo en cuenta el número mínimo de observaciones de cada activo (3.500 elementos en el caso de la cotización de UBS) se elige la prueba de Normalidad Kolmogorov-Smirnov en lugar del estimador de Shapiro-Wilk (recomendado para los análisis de menos de 50 elementos).

A continuación se establecen la hipótesis nula y alternativa:

H_0 . Las variables siguen una distribución normal.

H_1 . Las variables no siguen una distribución normal.

En paralelo, se establece la regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza ($1 - \alpha$) = 0,95.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

Los resultados, recogidos en la tabla 3.7, indican que, en contra de la propuesta defendida por la Teoría Financiera Clásica que indica cómo la distribución de los resultados se ajusta a una distribución normal, en todos los casos el p-valor es inferior²⁹ al nivel de significación (α) establecido, llevando por tanto en todos los casos a rechazar la hipótesis nula³⁰, y aceptando por tanto la hipótesis alternativa.

²⁹ El valor más elevado del estimador es el del tipo de cambio Euro / Dólar con $1,11 \times 10^{-9}$.

³⁰ En el anexo AI-3 se encuentra un análisis utilizando el logaritmo natural de las series de la muestra con el objetivo de suavizar el movimiento de los activos. Este enfoque alternativo se basa en la hipótesis de que el rechazo de la hipótesis de normalidad se deba a que las rentabilidades diarias se comporten de un modo muy volátil.

Tabla 3.7 Resultados de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov.

Rentabilidad diaria	Kolmogorov-Smirnov ^a		
	Estadístico	Grados de libertad (gl)	P-valor
UBS	0,109	3.117	9,46E-102
Telefónica	0,077	3.117	2,29E-49
Tipo de cambio Euro - Dólar	0,035	3.117	1,11E-09
Bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	0,062	3.117	7,89E-32
Bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	0,092	3.117	1,99E-71
S&P 500	0,083	3.117	1,57E-57
NASDAQ 100	0,086	3.117	1,30E-62
Eurostoxx 50	0,066	3.117	1,51E-35
FTSE 100	0,075	3.117	4,76E-47
IBEX 35	0,063	3.117	2,85E-32
SMI	0,073	3.117	1,10E-44
NIKKEI 225	0,052	3.117	5,79E-22
HSI	0,074	3.117	4,33E-45

a. Corrección de la significación de Lilliefors

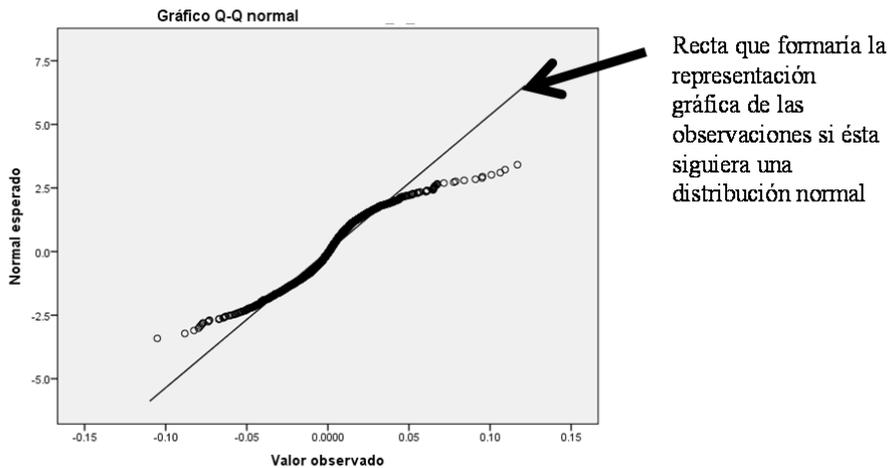
d) Análisis gráfico Q-Q.

Este tipo de análisis permite realizar una aproximación gráfica al contraste de normalidad de una serie. En esencia, el gráfico plantea la diferencia entre el valor observado en la serie histórica con el valor que se debería haber obtenido si la evolución de resultados en esa serie siguiera la forma de una distribución normal

En el anexo AI-4 se incorporan las conclusiones sobre el ajuste a la distribución normal basado en el análisis gráfico considerando los estudios Q-Q normales y sin tendencia para cada uno de los activos.

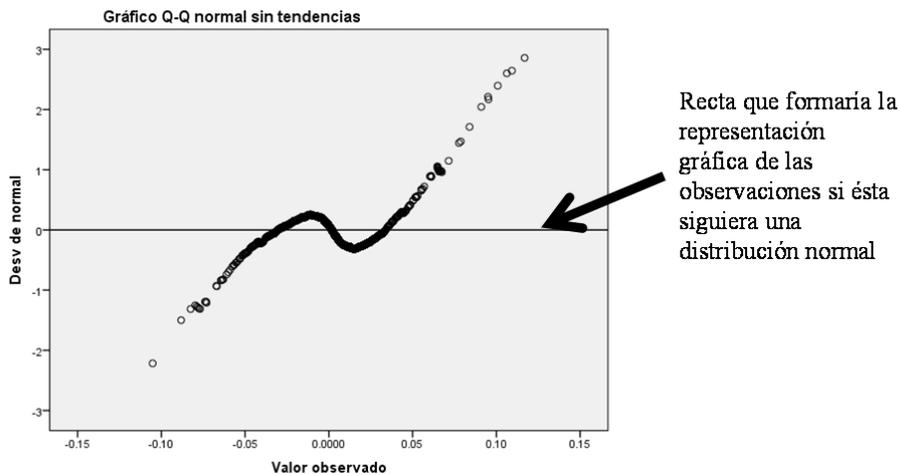
Para explicar las conclusiones obtenidas, y manteniendo el ejemplo utilizado en el contraste realizado en el análisis gráfico de la distribución de las frecuencias, se muestra como ejemplo el análisis gráfico Q-Q de la evolución histórica del NASDAQ 100.

Gráfico 3.2 Gráfico Q-Q sobre NASDAQ 100.



En el gráfico 3.2 se comprueba cómo los puntos, en lugar de formar una línea recta encima de la línea que sirve de referencia al ajuste perfecto de los valores a una distribución normal, se dispersan a ambos lados de la misma.

Gráfico 3.3 Gráfico Q-Q sin tendencias sobre NASDAQ 100.



A diferencia del gráfico 3.2, el análisis presentado en el gráfico 3.3 muestra la información de un modo diferente recogiendo en el eje de ordenadas la diferencia existente entre los valores normales y los esperados. Si la distribución correspondiera a una normal esta diferencia sería igual a 0, y por tanto todos los valores se encontrarían formando una línea recta.

Resumen del análisis de la normalidad.

Los resultados obtenidos a través de las cuatro aproximaciones utilizadas (análisis de la curtosis de la distribución, análisis de la distribución de frecuencias, estimador Kolmogorov-Smirnov, y análisis gráfico Q-Q) coinciden en el rechazo del ajuste de la serie histórica de las rentabilidades de cada uno de los activos a una distribución normal.

Esta consistencia en las conclusiones obtenidas permite concluir cómo la hipótesis de investigación #1 rechaza, para los activos seleccionados y en el período de datos analizado, la existencia de normalidad en las rentabilidades diarias.

3.3 Resolución de la hipótesis del investigador #2: aplicación de los fractales al mercado financiero.

Comenzando con el establecimiento de la importancia que para la toma de decisiones financieras tiene potencialmente el enfoque fractal de la evolución de los mercados, a continuación se aplicará a las series históricas de precios de cada uno de los activos indicados en capítulos anteriores el método de cálculo correspondiente a la matemática fractal.

La herramienta estadística fractal seleccionada para formalizar la contrastación es el coeficiente de Hurst (Anderson y Noss 2013). Este indicador permite aportar al análisis de la evolución de los precios de las acciones una indicación sobre la interdependencia de los valores del pasado en la cotización actual, permitiendo por tanto verificar la hipótesis inicial que establece que los precios se mueven de forma aleatoria (Davis, Bachelier, Etheridge y Samuelson 2011).

La definición y desarrollo del coeficiente de Hurst ocupa un apartado de especial relevancia dentro del capítulo. En él se analiza su uso para identificar la posible existencia de modelos aleatorios. Los resultados obtenidos tras su aplicación permiten determinar el grado de tendencia en la evolución de los valores en una serie. De este modo, se establece un criterio de comparación entre cada uno de los activos, según la estructura caótica establecida en la serie de sus precios diarios. En la literatura también adopta el nombre de análisis del rango reescalado (R/S).

Tras el cálculo del indicador de fractalidad de cada uno de los activos, se procederá a la clasificación de acuerdo a cuatro categorías:

- Clasificación clásica según el componente geográfico y de **naturaleza financiera** de cada activo.
- Clasificación de los activos tras la aplicación de un **análisis de conglomerados** de los activos según compartan características comunes en relación a la evolución diaria de sus precios. Es decir, el objetivo es contrastar si los conglomerados creados según su diferente evolución en precios guardan también una diferencia en el valor medio de sus índices de fractalidad.
- Clasificación de los activos tras la aplicación de un **análisis factorial** que, una vez reducidos los activos a un número de factores, determine si el criterio de reducción de los grupos está relacionado con los índices de fractalidad de los elementos incluidos.
- Clasificación de los activos según el **comportamiento aleatorio** en la sucesión de valores positivos y negativos en la serie de rentabilidades diarias.

a) Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad.

Su origen, tal y como indica Benoît B. Mandelbrot (1968, 1969, 1979, 2001), se encuentra en la figura del experto en hidrología Edwin Hurst. Sus estudios se centraron en el análisis de la evolución del caudal del río Nilo. Esta dedicación le valió posteriormente el apelativo de “*Abu Nil*” o padre del Nilo.

Analizó y amplió las series disponibles de las históricas crecidas del río y buscó un patrón que le permitiera diseñar una presa eficiente desde el punto de vista de la regulación del volumen de reservas. Sus primeros trabajos de campo incluían tareas de registro y comunicación al Observatorio de Ciudad de El Cairo.



Harold Edwin Hurst
1880 – 1978

La primera presa de Asuán fue construida durante el protectorado británico y concluida en el año 1902. Desde entonces los esfuerzos de Edwin Hurst se dirigieron a diseñar un modo de gestionar su caudal y prevenir los períodos de sequía, determinando con exactitud el volumen embalsado necesario. Gracias a sus aportaciones, la segunda presa tuvo que ser elevada en dos fases, concluyendo esta última en el año 1933.

Para poder cuantificar la persistencia de las crecidas del río diseñó un indicador basado en la media de la varianza. Esta herramienta estadística fue publicada en primer lugar en un estudio de campo sobre las previsiones de crecida del Nilo (Hurst 1951), aunque el desarrollo más detallado se encuentra en su libro *Long-Term Storage: An Experiment Study* (1965). La actual presa de Asuán se proyectó en 1952 teniendo en consideración los cálculos obtenidos por Hurst y su construcción se completó en 1970 tras diez años de trabajo.

Dentro de la disciplina del estudio de los mercados financieros siempre ha destacado el análisis de la posible relación de los datos en el largo plazo, es decir, la identificación de una suerte de memoria estadística en la evolución del valor de las observaciones. A lo largo de la literatura se han utilizado diversos indicadores estadísticos de carácter estocástico (su comportamiento no es determinista) como detallan Andre Gabor y Clieve Granger (1966).

Aunque no recibieron la terminología de fractal, es habitual encontrar en los estudios realizados por los expertos en historia económica la identificación de períodos en los que existe un mismo patrón de comportamiento. Estos períodos se denominan ciclos económicos (ver anexo AIV-3) y suponen una primera aproximación en la posible perspectiva fractal de la economía.

El coeficiente de Hurst pretende determinar la existencia de persistencia en una serie dada. Su aplicación a la disciplina financiera fue introducida por Mandelbrot (1971) al redescubrir el trabajo de Harold Edwin Hurst (1951) y fue presentada como un indicador adecuado para el análisis de la evolución de los precios de los activos.

Mandelbrot dedica diversos estudios a destacar las bondades del indicador en oposición a métodos convencionales de identificación de persistencia tales como los modelos de análisis de varianza, la descomposición espectral, e incluso el estudio de las auto-correlaciones de los valores. Quizás uno de los apoyos más firmes proviene del contraste de los valores calculados con este indicador sobre una serie de datos generados a través del método de Montecarlo (Mandelbrot y Taqu 1979).

Podemos encontrar diversos ejemplos del uso del indicador, destacando el realizado por Greene y Fielitz (1977). El estudio fue realizado aplicando el coeficiente de Hurst sobre una serie histórica de 200 observaciones diarias correspondiente al Dow Jones concluyendo con la no aleatoriedad de la evolución de los precios.

A pesar de la aplicabilidad del indicador, hay diferentes estudios que argumentan la existencia de algunas limitaciones en su utilización, como el realizado por Lo y Mackinlay (1988, 1990). En su estudio se duda sobre la validez de los valores cuando se trata de identificar relaciones en el largo plazo.

Dentro de esta línea crítica con los postulados defendidos por Mandelbrot (1971), Lo (1991) añade una variación en el coeficiente de Hurst que incrementa los requisitos para determinar la no aleatoriedad de la evolución de una serie³¹. Con la aplicación de este nuevo indicador rechaza los resultados obtenidos por diferentes estudios previos (Granger y Joyeux 1980) y determina como no representativa la persistencia de diversos activos y mercados.

En este ejercicio de contraste, Lo (1991) utilizó un rango de 6.409 observaciones de la rentabilidad diaria del índice preparado por CRSP (Centro de Investigación del Precio de los Activos) desde el 30 de enero de 1926 hasta el 31 de diciembre de 1987. El algoritmo es aplicado atendiendo a intervalos mensuales (744 agrupaciones) y realizando tramos de 90, 180, 270 y 360 días.

A diferencia del análisis de Andrew Lo, el presente estudio aplica un análisis más amplio, no solo por el número de activos analizados (catorce activos en lugar de un único índice), sino porque aumenta el número de intervalos considerados al proponer siete aproximaciones temporales (diaria, semanal, mensual, 50 particiones, 100 particiones, 150 particiones, y anual).

Resaltar también como diferencia con trabajos de investigación ya mencionados, la incorporación en la presente tesis de la aplicación de este indicador a los resultados obtenidos

³¹ No obstante, este enfoque alternativo del coeficiente de Hurst no ha sido secundado por autores posteriores, siendo la acepción más compartida el uso del indicador en su fórmula original tal y como será expuesto en el próximo apartado (Benassi, Albert, et al 2000, o Daley 1999).

por la encuesta de sentimiento del inversor publicada por la AAII³² en busca de un patrón fractal en las respuestas aportadas por los individuos.

Por último, se ha constatado cómo últimamente la literatura especializada incluye estudios en los que se aplica el coeficiente de Hurst en el análisis econométrico sobre variables tan diversas como la evolución del IPC o la masa monetaria (Domínguez, Ardila y Moreno 2010).

b) Construcción del coeficiente de Hurst.

Como ya se ha introducido, el origen de esta herramienta estadística se encuentra en el intento de Edwin Hurst de encontrar un indicador de ciclos simplificado que permitiera modelar sus observaciones sobre la evolución del Nilo. Si bien existían instrumentos previos que ya permitían identificar tendencias o ciclos, estos conllevaban un desarrollo matemático muy complejo, tal y como sucedía con el desarrollo del análisis de Fourier.

A diferencia de las metodologías precedentes, la formulación del coeficiente de Hurst se realiza a través de un procedimiento compuesto por seis pasos:

Paso 1. Dada una serie histórica de valores, se obtienen las diferencias en escala logarítmica natural de cada valor con el anterior.

Paso 2. La serie de datos obtenidos se divide en “n” rangos de igual tamaño.

Tal y como se indicaba en relación a la utilización del coeficiente por parte de Andrew Lo, generalmente la partición de las series históricas se realiza en base mensual, no obstante en el presente estudio se amplifica significativamente este enfoque incorporando siete tipos de partición: desde el valor mínimo diario hasta el máximo nivel de agrupación establecido en el rango anual.

La consideración de siete particiones en lugar de un único rango permite analizar la consistencia del fractal, y por tanto reforzar las conclusiones que se derivan de su estudio, al mantener su comportamiento con independencia del rango utilizado. Esta opción se basa en

³² AAII. *American Asociation Individual Investors*. En el capítulo 5 se realiza un extenso análisis de su composición y funciones.

las propiedades de autoafinidad y autosimilitud expuestas en el apartado referido a la matemática fractal incluido en el capítulo 2, y que defienden que el diseño de un fractal permanece inalterado con independencia de la escala utilizada.

Paso 3. En cada intervalo se deben calcular los siguientes estadísticos:

- Media.
- Desviación típica.
- Diferencia de cada dato con respecto a la media.
- Dato acumulado de la diferencia de cada dato con respecto a la media.
- Rango del intervalo al calcular la diferencia entre el valor máximo y el mínimo.

Paso 4. A continuación se obtiene el rango estandarizado de cada partición de la serie al dividir los valores del tramo por su desviación estándar.

Paso 5. Tras el paso anterior, obtenemos la media de los rangos estandarizados para cada una de las particiones de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\frac{R}{S}n = C(n^H)$$

Dónde:

C: constante de proporcionalidad.

R: rango, diferencia entre el valor máximo y mínimo de la partición.

S: desviación típica de los elementos de la partición.

n: número de datos por intervalo.

H: coeficiente de Hurst.

Con el objeto del tratamiento posterior de la información se aplica una aproximación logarítmica en ambos lados de la igualdad.

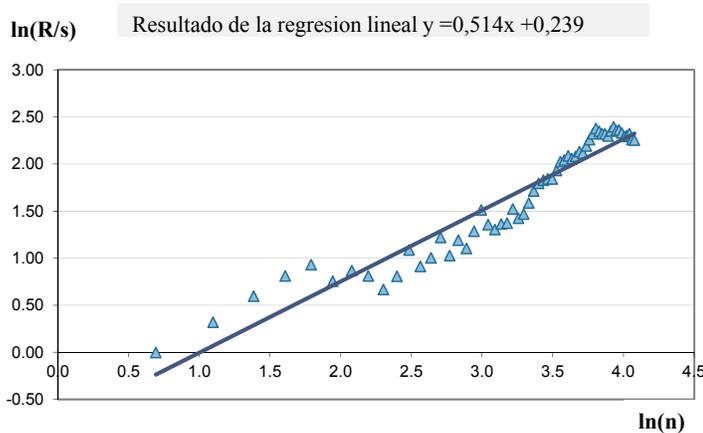
$$\ln\left(\frac{R}{S}n\right) = \ln(Cn^H)$$

Despejando la ecuación previa, el coeficiente de Hurst (H) se relaciona con el logaritmo de los rangos estandarizados así como con el número de datos y la constante de proporcionalidad.

$$\ln\left(\frac{R}{S}n\right) = \ln(C) + H \ln(n)$$

Paso 6. Finalmente, el valor del coeficiente de Hurst (H) se obtiene de la regresión lineal de los valores calculados³³. Se adjunta un ejemplo del método gráfico de obtención del valor en el caso del IBEX 35 en el gráfico 3.4.

Gráfico 3.4 Ejemplo de la estimación del coeficiente de Hurst mediante la regresión lineal del IBEX 35.



El coeficiente de Hurst será por tanto la pendiente de la recta obtenida en esta regresión lineal (en el ejemplo utilizado, coeficiente de Hurst = 0,514).

³³ Si bien existen diferentes paquetes estadísticos que permiten el cálculo del coeficiente de Hurst de una serie histórica, el presente trabajo aporta en el anexo AIV-6 una solución alternativa con el desarrollo de una aplicación basada en Excel. Esta aplicación realiza los cálculos necesarios permitiendo además configurar el número de particiones de cada análisis. Utilizando los módulos de Visual Basic de Excel, se elaboran dos macros que permiten: a) proceso en bucle para el cálculo del rango y desviación típica de cada una de las particiones aplicadas, y b) cálculo por regresión lineal del coeficiente de Hurst de los valores previamente obtenidos.

c) Valores que puede adoptar el coeficiente Hurst.

El coeficiente de Hurst nos permite medir la persistencia en los movimientos en la serie. La definición de persistencia empleada en este estudio corresponde a la establecida por la Real Academia Española de la Lengua, que define persistir como el mantenimiento firme o constante en una acción.

El valor del indicador toma valores de 0 a 1³⁴ determinando de este modo tres posibles escenarios:

- Escenario 1: coeficiente Hurst (H) entre los valores 0,5 y 1.
- Escenario 2: coeficiente Hurst (H) entre los valores 0 y 0,5.
- Escenario 3: coeficiente Hurst (H) igual a 0,5.

Escenario 1: el índice se encuentra entre 0,5 y 1 ($0,5 > H > 1$).

Una serie con un coeficiente de Hurst en este rango establece que un periodo en el que se incrementa el valor de la serie será seguido, con mayor probabilidad, por otro periodo en el que siga incrementándose esta tendencia en lugar de un cambio de la misma. Es decir, la distribución no es aleatoria sino persistente. Ejemplo: en una serie persistente a un movimiento bajista sucederá con mayor probabilidad otro movimiento bajista.

Series con este valor de coeficiente son típicamente clasificadas como evoluciones con ruido negro (Domínguez, Ardila y Moreno 2010) y son características de los procesos cíclicos a largo plazo, como la formación de burbujas en la valoración de activos inmobiliarios.

Si una tendencia es registrada en un período t , la probabilidad de que en $t+1$ se reproduzca es mayor que la de que no suceda. En concreto un valor de $H = 0,6$ determina que, con un porcentaje del 60%, la tendencia se mantenga.

³⁴ El coeficiente calculado por Edwin Hurst sobre la evolución de las crecidas del Nilo fue de 0,7. Este dato determina como fuertemente persistente la cadencia de sequías y desbordamientos, y le permitió mejorar el procedimiento de aprovisionamiento establecido hasta la fecha. Este resultado establecía una persistencia superior al obtenido usando el modelo estocástico normal.

El caso extremo $H=1$ implicaría que todos los valores de una serie se comportaran de forma persistente. Un incremento inicial como diferencia entre los dos primeros valores de la serie se verá acompañado por un incremento constante del resto de observaciones.

Escenario 2: el índice se encuentra entre 0 y 0,5 ($0 < H < 0,5$).

En contraposición con el modelo persistente de los valores 0,5 a 1, los valores por debajo del 0,5 describen un activo que cambia su tendencia con más probabilidad que el mantenimiento de la misma.

La evolución de las series en las que el coeficiente de Hurst obtiene un valor dentro de este rango suelen ser denominadas como series con reversión a la media. La literatura también describe la volatilidad experimentada en este tipo de movimientos como ruido rosa (Domínguez, Ardila y Moreno 2010) y es característico de algunos procesos que se suceden en la naturaleza tales como episodios de tormenta y calma atmosférica, o relajación y extensión de los músculos en los organismos.

Un valor del $H = 0,3$ representaría un valor donde la probabilidad de que a una tendencia positiva le siga una tendencia negativa es del 70% ($1 - 0,3$).

El caso extremo $H = 0$ implicaría que todos los valores de la serie se comportaran de forma antipersistente. Un incremento inicial como diferencia entre los dos primeros valores de la serie, se verá acompañado por un cambio de tendencia constante del resto de observaciones.

Escenario 3: el índice obtiene un valor de 0,5 ($H = 0,5$).

Establece un comportamiento independiente y aleatorio³⁵ similar al descrito por el movimiento browniano. Los incrementos o reducciones en los datos de la serie son independientes y no correlacionados, implicando de este modo la ausencia de memoria estadística.

³⁵ En el desarrollo del análisis se considerará aleatorio todo valor que se encuentre dentro del rango +/- 5% del resultado de $H = 0,5$. Este nivel de tolerancia del 5% es el valor estándar en los estudios de sensibilidad. Este rango, por tanto, queda determinado por los valores del coeficiente de Hurst de 0,525 y 0,475.

d) Construcción del índice de fractalidad.

El índice de fractalidad corresponde a la dimensión fractal ya expuesta en el apartado cinco dedicado a las matemáticas fractales del capítulo dos. Asimismo, la dimensión fractal se relaciona con el coeficiente de Hurst (H), previamente definido, mediante la siguiente expresión (Feder 1988):

$$D_f = D_e - H$$

Dónde:

D_f = dimensión fractal.

D_e = dimensión euclídea.

H = coeficiente de Hurst.

El valor de la dimensión fractal depende de las formas geométricas de la figura a analizar. En el caso de objetos con volumen su dimensión inicial es 3. La evolución de la cotización corresponde a una figura de dos dimensiones por lo que el valor de su dimensión euclídea es 2.

Por tanto, al considerar gráficos de dos dimensiones (con los ejes determinados por las variables de precio y tiempo), el índice de fractalidad calculado en el análisis de evolución de los activos fluctuará entre $1 < D < 2$.

El índice de fractalidad permite por tanto medir la propiedad de homogeneidad de un elemento geométrico. Es la base de los diversos estudios de física (Mandelbrot 1967) dirigidos al estudio del volumen de los objetos.

e) Paralelismo entre el estudio fractal y el análisis econométrico de las series temporales.

La estimación de la persistencia en la evolución de las observaciones en una serie temporal dada forma parte de una importante disciplina de la teoría econométrica. La aplicación de diversos modelos estadísticos al estudio de variables económicas es recurrente en la literatura en los que, al igual que en el enfoque fractal previamente expuesto, se busca la potencial

condicionalidad de sucesos (Elliott, Rothenberg y Stock 1996), así como identificar los casos en los que esta relación es espúrea (Granger y Newbold 1974).

Típicamente los análisis se inician determinando si los procesos estocásticos (definidos como secuencias aleatorias) mantienen una estructura estacionaria o no. Para ello se aplican diversos estimadores entre los que destacan los siguientes modelos.

Los modelos ARIMA (Phillips y Perron 1988) determinan la estacionalidad de la serie, y por tanto la persistencia en las observaciones, a través del estudio de la autoregresión ARIMA (1,0,0) o de la media móvil ARIMA (0,0,1).

Por otro lado los modelos ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) desarrollado por Engle (1982), o GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) publicado por Bollerslev (1986), son aproximaciones en los que se busca medir la reversión a la media que pueden tener las observaciones de una serie dada. Su utilización en los modelos económicos de gestión de carteras es constante, al integrar dos variables fundamentales en la toma de decisión: la rentabilidad pasada y la volatilidad del activo.

Por último, y dentro del análisis de búsqueda de tendencia estadística, cabe destacar el modelo de Dickey-Fuller (1979), el cual corresponde a un modelo multivariante no estacionario que se basa en el contraste de raíces unitarias.

En definitiva, el contraste realizado a través del estudio del coeficiente de Hurst e índice de fractalidad en búsqueda de patrones en la evolución de las series históricas de rentabilidad de los activos supone una perspectiva alternativa al análisis estadístico clásico.

3.4 Cálculo del coeficiente de Hurst e índice fractal por activo.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el cálculo del coeficiente de Hurst para cada uno de los catorce activos seleccionados. La aplicación diseñada permite el tratamiento de series históricas con diferente número de elementos.

Para realizar el cálculo del coeficiente de Hurst se realiza la operativa detallada en el anexo AI-5, utilizando la aplicación desarrollada ad-hoc, y estableciendo siete tipos de particiones de cada serie histórica analizada:

- **Diaria:** se realiza una partición por cada día laborable.
- **Semanal:** adoptamos particiones de 5 días en línea con el calendario bursátil.
- **Mensual:** consideramos una partición de 22 días como resultado del valor medio de días laborables por mes durante el período 01/01/1994 hasta 14/04/2014.
- **Corte 50** particiones.
- **Corte 100** particiones.
- **Corte 150** particiones.
- **Anual:** consideramos una partición de 256 días como resultado del valor medio de días laborables por año durante el período 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

A continuación, a modo de ejemplo e ilustración, incluimos el cálculo y gráficos correspondientes al análisis del índice IBEX 35. El análisis se inicia con la representación gráfica de la evolución del activo a lo largo del período analizado (ver gráfico 3.5), así como la muestra histórica de la rentabilidad diaria (ver gráfico 3.6) que permite aproximarse de forma visual a la volatilidad del activo y determinar los períodos de máxima agitación del precio del activo.

Gráfico 3.5 Ejemplo de evolución de la cotización histórica del IBEX 35.

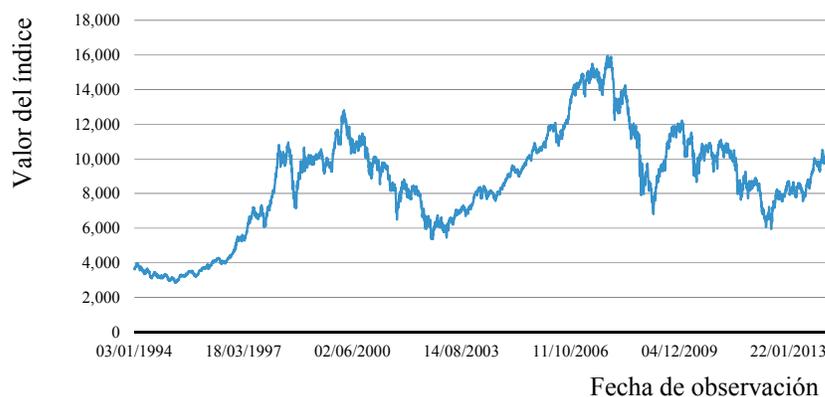
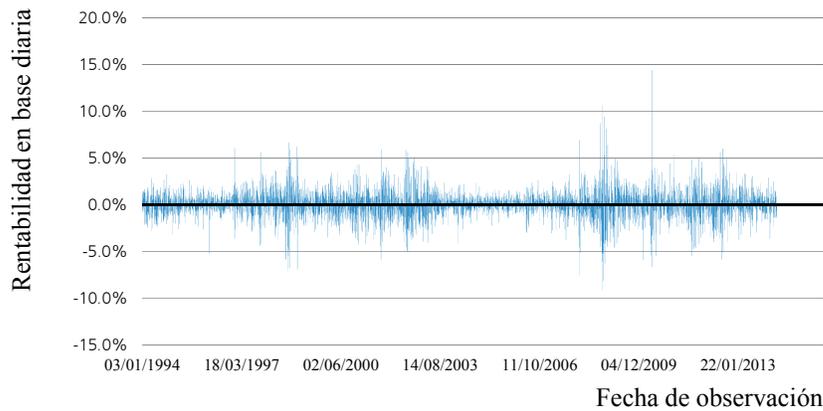


Gráfico 3.6 Ejemplo en la evolución de las rentabilidades diarias del IBEX 35.



Tal y como se menciona en el apartado previo, los parámetros utilizados en el cálculo del coeficiente de Hurst y en el índice de fractalidad son: el rango entre el valor máximo y mínimo de cada partición (ver gráfico 3.7), el valor medio acumulado de cada partición, así como su desviación típica (ver gráfico 3.8).

Gráfico 3.7 Ejemplo de la representación del rango a medida que se incorporan observaciones del IBEX 35.

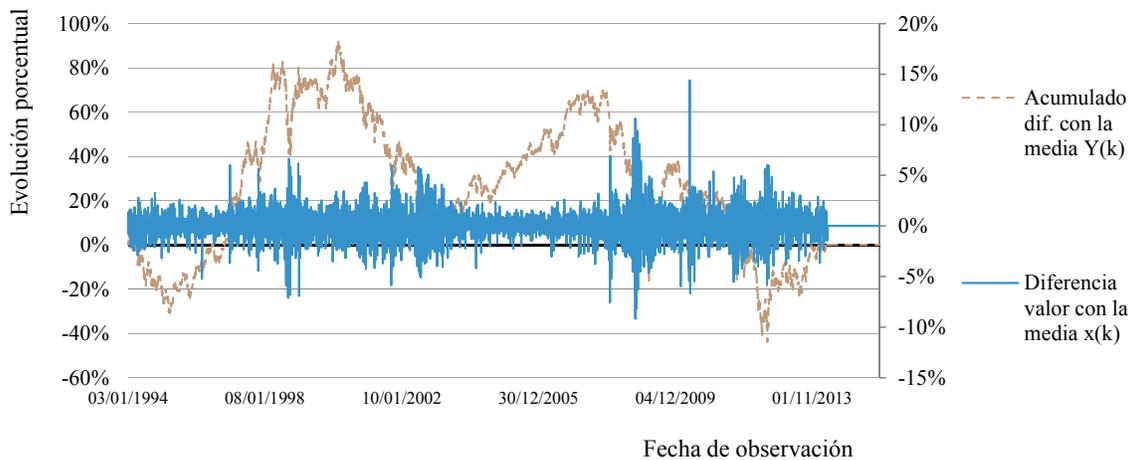
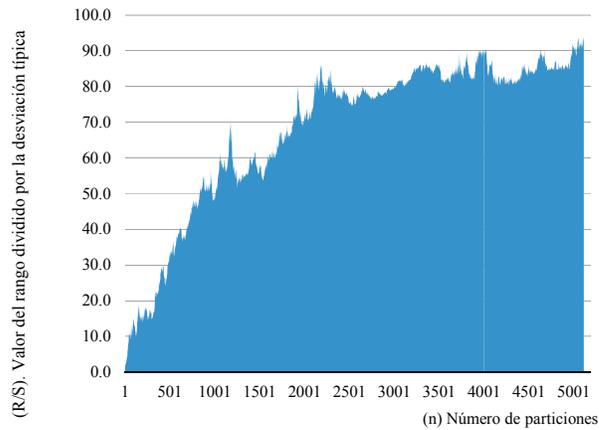
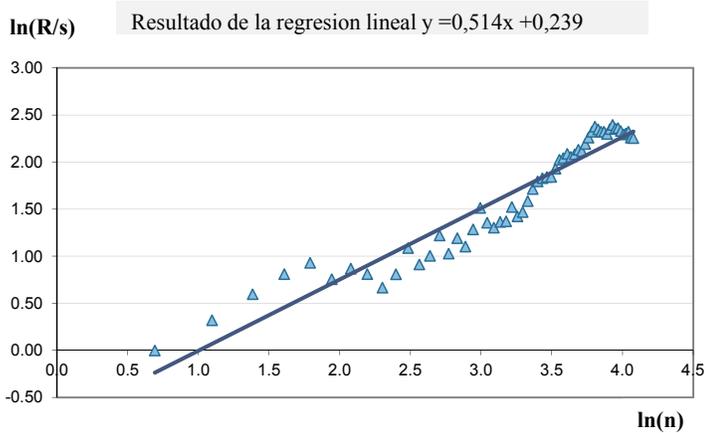


Gráfico 3.8 Ejemplo de la representación del rango dividido por la desviación típica del IBEX 35.



Se concluye el apartado gráfico con la regresión simple (ver gráfico 3.9) que permite obtener el coeficiente de Hurst en una partición diaria.

Gráfico 3.9 Ejemplo de la estimación del coeficiente de Hurst mediante la regresión lineal del IBEX 35.



El método de cálculo del coeficiente de Hurst para los diversos activos seleccionados se encuentra en el apartado AI-5 del anexo. A modo de ejemplo, la tabla 3.8 representa el cálculo correspondiente a las diferentes particiones realizadas de la serie histórica de los precios de cada activo.

A efectos del presente estudio, y considerando el grado de tolerancia establecido en la definición de aleatoriedad (5% sobre el valor $H=0,5$), se recuerda cómo la clasificación de activos, en relación al valor obtenido en el coeficiente de Hurst, queda establecida del siguiente modo:

- Coeficiente de Hurst (H) $>0,525$: activos persistentes.
- Coeficiente de Hurst $0,475 < (H) <0,525$: activos aleatorios.
- Coeficiente de Hurst (H) $<0,475$: activos antipersistentes.

Tabla 3.8 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad por activo.

	diaria	semanal	mensual	corte 50	corte 100	corte 150	anual	valor medio
Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,367	0,362	0,353	0,337	0,324	0,311	0,272	0,332
Bono EE.UU. Vto. 30 años	0,405	0,401	0,398	0,379	0,376	0,362	0,351	0,382
VIX	0,395	0,394	0,390	0,388	0,371	0,375	0,377	0,384
HSI	0,432	0,429	0,427	0,417	0,423	0,423	0,355	0,415
NIKKEI 225	0,473	0,469	0,465	0,458	0,441	0,440	0,426	0,453
FTSE 100	0,500	0,499	0,504	0,489	0,483	0,475	0,493	0,492
IBEX 35	0,557	0,514	0,507	0,487	0,492	0,484	0,524	0,510
UBS AG	0,514	0,514	0,513	0,520	0,537	0,503	0,528	0,518
SMI	0,527	0,525	0,525	0,513	0,515	0,519	0,506	0,518
S&P 500	0,588	0,588	0,584	0,594	0,589	0,602	0,651	0,600
Telefónica	0,579	0,578	0,592	0,602	0,614	0,657	0,685	0,615
Eurostoxx 50	0,615	0,614	0,619	0,625	0,641	0,625	0,654	0,627
Euro - Dólar	0,647	0,649	0,652	0,648	0,672	0,634	0,647	0,650
NASDAQ 100	0,670	0,673	0,677	0,694	0,682	0,722	0,737	0,694
valor medio	0,519	0,515	0,515	0,511	0,511	0,509	0,515	0,514

	Antipersistente
	Persistente
	Aleatorio

En definitiva, tras el cálculo de los índices fractales de cada uno de los activos, el contraste formal de la hipótesis del investigador quedaría del siguiente modo:

Se establece en primer lugar la hipótesis nula y alternativa:

H_0 : la rentabilidad diaria de los activos seleccionados no permite establecer un comportamiento fractal no aleatorio.

H_1 : la rentabilidad diaria de los activos seleccionados permite establecer un comportamiento fractal no aleatorio.

En paralelo, se establece la regla de decisión:

- Se acepta H_0 si todos activos tienen un índice de fractalidad medio en todos los rangos determinados correspondiente a un comportamiento aleatorio de la rentabilidad diaria ($0,475 < H < 0,525$).
- Se rechaza H_0 si algún activo tiene un índice de fractalidad medio en todos los rangos determinados correspondiente a un comportamiento distinto al aleatorio de la rentabilidad diaria ($H < 0,475$ o $H > 0,525$).

Los resultados previamente calculados, y resumidos en la tabla 3.8, muestran como diez de los catorce activos tienen un coeficiente de Hurst medio que señala, en diferente grado, la existencia de un patrón persistente o antipersistente. Esta situación permite el rechazo de la hipótesis nula que defiende un movimiento aleatorio de la rentabilidad diaria para todos los activos.

Comentario sobre el resultado del índice de fractalidad

Un análisis detallado permite afirmar que, al igual que en el estudio realizado por Greene y Fielitz (1977) y Mitra (2012), los resultados diarios muestran un comportamiento no aleatorio de todos los activos (excepto el del índice inglés FTSE 100 y UBS cuya desviación sobre el comportamiento aleatorio no resulta significativa). Esta conclusión sobre la no aleatoriedad de los mercados fue también compartida en el artículo de Andrew Lo mencionado anteriormente (Lo 1991).

El valor medio del coeficiente de Hurst para todos los activos analizados en base diaria se sitúa en el 0,519 lo que denotaría un comportamiento persistente agregado ($H > 0,5$, o Índice de fractalidad $< 1,5$), aunque dentro de la tolerancia establecida en el +/- 5% del 0,5.

Dentro de la literatura, y tal como se mencionaba en capítulos anteriores, existen diversas referencias al uso de este coeficiente para realizar estudios sobre la aleatoriedad de los activos. A modo de contraste de los resultados obtenidos destacamos un reciente estudio sobre el índice HSI (Wen et al 2012). El análisis se realizó desde el 19 de diciembre de 1990 hasta el 1 de Julio del 2010, siendo el número de elementos considerados para establecer las particiones de 10, el coeficiente de Hurst para el HSI quedó establecido en el 0,6298. La

diferencia con el valor obtenido a través del presente estudio se debe a dos componentes: el período analizado, y el distinto número de elementos tomados para realizar la partición.

Para obtener una clasificación que amplíe el detalle diario anteriormente establecido, y que abarque los cálculos realizados según las siete diferentes particiones, se elabora un valor medio del coeficiente de Hurst. De este modo, la clasificación de los mercados analizados en virtud a la persistencia de los resultados en la serie histórica queda tal y como muestra la tabla 3.9. Por número de activos, las clasificaciones de activos persistentes y antipersistentes empatan con cinco activos cada uno, y los activos clasificados como aleatorios son cuatro.

Resulta de igual modo reseñable cómo el valor medio de los catorce activos seleccionados obtiene un coeficiente de Hurst de 0,514. Esta situación que indicaría que, a pesar del comportamiento no independiente de la mayor parte de los activos, el conjunto agregado de los activos obtiene una clasificación próxima al comportamiento aleatorio.

Tabla 3.9 Clasificación fractal de los mercados según los valores medios de las diferentes particiones.

Activos	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Categoría según índice de fractalidad
Bono EEUU vto. 5 años	0,332	1,668	Antipersistente
Bono EEUU vto. 30 años	0,382	1,618	
VIX	0,384	1,616	
HSI	0,415	1,585	
NIKKEI 225	0,453	1,547	
FTSE 100	0,492	1,508	Aleatorio
IBEX 35	0,510	1,490	
SMI	0,518	1,482	
UBS	0,518	1,482	
S&P 500	0,600	1,400	Persistente
Teléfonica	0,615	1,385	
Eurostoxx 50	0,627	1,373	
Euro / Dólar	0,650	1,350	
NASDAQ 100	0,694	1,306	
Media variables	0,514	1,486	

3.5 Contraste del índice fractal según las clasificaciones de los activos.

Tras el cálculo de los índices de fractalidad de cada uno de los activos, se propone la búsqueda de la relación entre el patrón identificado con la clasificación de cada uno de los mercados según cuatro criterios alternativos:

Criterio	Contraste	Objetivo
#1	Según la naturaleza financiera.	¿El índice de fractalidad varía según el tipo de mercado en el que se encuentra cotizando el activo?
#2	Según el resultado de un análisis de conglomerados o clúster.	¿Cada uno de los agrupamientos obtenidos, tras realizar un análisis de clúster sobre los catorce activos, tiene un índice de fractalidad característico?
#3	Según el resultado de un análisis factorial de los activos analizados.	¿Los componentes obtenidos en un análisis factorial de los activos poseen un índice de fractalidad representativo?
#4a	Según la clasificación de aleatoriedad de la aparición de valores positivos o negativos en las series históricas.	¿El índice de fractalidad guarda relación con la aleatoriedad de resultados positivos y negativos de una serie?
#4b	Según la clasificación de aleatoriedad representados por el coeficiente de Hurst.	
#4c	Combinando Rachas (4a) y fractalidad (4b).	

a) Criterio 1: clasificación según la naturaleza financiera.

Los catorce activos seleccionados³⁶ para el estudio se clasifican de acuerdo a cuatro criterios en virtud de su naturaleza: activos de renta variable, índices de renta variable, activos de renta fija y tipos de cambio.

El valor medio de cada una de estas clasificaciones permite obtener información sobre el comportamiento de los activos incluidos. La tabla 3.10 muestra cómo el mercado de divisas (tipo de cambio Euro / Dólar) cuenta con el valor medio del coeficiente de Hurst más elevado (coeficiente de Hurst: 0,650, Índice de fractalidad 1,350) siendo por tanto el activo que mantiene mayor nivel de persistencia en la evolución de sus precios. Por el contrario, los activos de renta fija poseen un nivel de antipersistencia más elevada (coeficiente de Hurst: 0,357, Índice de fractalidad 1,643).

Tabla 3.10 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad por tipo de activo.

	Promedio de Valores medios del coeficiente de Hurst	Promedio de Valores medios del índice de fractalidad
Renta Fija	0,357	1,643
Renta variable, activos	0,567	1,433
Renta variable, índices	0,539	1,461
Tipo de cambio	0,650	1,350
Indicador volatilidad	0,384	1,616
Media mercados	0,514	1,486

El análisis combinado entre la clasificación entre la naturaleza del activo y su clasificación en términos de persistencia no permiten concluir que exista una relación directa entre ambas características tal y como muestra la tabla 3.11.

³⁶ El VIX es considerado como un activo para el análisis a pesar de que su composición corresponde a la evolución de la relación entre las opciones de compra y venta del índice S&P 500.

Tabla 3.11 Clasificación de activos según el criterio de persistencia.

	Aleatorio	Antipersistente	Persistente	Total general
Renta Fija		2		2
Renta variable, activos	1		1	2
Renta variable, índices	3	2	3	8
Tipo de cambio			1	1
Indicador volatilidad		1		1
Total	4	5	5	14

b) Criterio 2: clasificación según el análisis de conglomerados o clúster.

Tras obtener el índice de fractalidad según la clasificación clásica en virtud del tipo de mercado y naturaleza financiera, se procede a calcular los valores medios del índice de fractalidad de cada uno de los grupos obtenidos a través de la aplicación del análisis de conglomerados o clúster de los activos en relación a la evolución diaria de sus precios.

La técnica de identificación de conglomerados permite determinar grupos de elementos con elevada similitud entre sí, al tiempo que mantienen la mayor distancia posible con otras agrupaciones. El uso del estimador de K-medias indica el número de conglomerados a identificar.

Para reducir la heterogeneidad existente, el estudio se inicia con una tipificación de la variable utilizada: rentabilidad diaria de cada uno de los activos. A continuación se realiza un estudio para 2, 3, 4 y 5 (ver anexo AI-6 el detalle de los diferentes clúster identificados) conglomerados siendo elegido el correspondiente a 4 por la relación entre el nivel de información aportada y el número de agrupaciones establecidas.

En el análisis destaca la relación entre la distribución de los centros de los conglomerados y la situación del VIX en cada uno de ellos³⁷ con el resto de los activos analizados. Es importante reseñar que este indicador no muestra la relación causal entre ambas variables sino simplemente las características de su agrupación.

³⁷ Centro del VIX en cada uno de los conglomerados. clúster 1: -0,506, clúster 2: -1,581, clúster 3: 3,894, y clúster 4: 4,743.

La adopción de cuatro conglomerados diferentes (ver tabla 3.12) en base al indicador de volatilidad permite clasificar la evolución de los mercados en los siguientes escenarios:

- **Clúster 1:** en esta agrupación el indicador del VIX adopta su valor más próximo a 0, determinando un período estable de volatilidad en el mercado. No obstante el resto de activos cuentan con sus rentabilidades más elevadas defendiendo, de este modo, la existencia en el mercado de forma simultánea de niveles de volatilidad estables y rentabilidades positivas. O expresado de forma opuesta, este resultado podría indicar cómo las volatilidades se incrementan en los mercados bajistas.
- **Clúster 2:** en este conglomerado la volatilidad representada por el VIX se reduce, mientras también lo hacen los centros de la agrupación de cada uno de los activos. Determina una situación de mercado en la que se combina una menor variación de precios con una volatilidad inferior.
- **Clúster 3:** el valor central del indicador del VIX se incrementa, reduciéndose los valores centrales del resto de activos.
- **Clúster 4:** a diferencia de la estructura del conglomerado número 3, en esta agrupación los activos tienen un centro del conglomerado que reduce su valoración negativa a pesar de incluir un centro para el VIX superior al correspondiente al clúster número 3.

Tabla 3.12 Centro de cada conglomerado.

Rentabilidad diaria tipificada	Cluster			
	1	2	3	4
IBEX 35	5,870	-0,139	-3,444	1,769
Eurostoxx 50	5,875	-1,907	-4,554	2,557
FTSE 100	7,625	-2,114	-6,206	2,585
NASDAQ 100	1,460	2,484	-4,721	-4,419
S&P 500	3,295	5,193	-7,487	-4,091
SMI	5,040	-2,572	-4,674	2,576
UBS	11,498	4,371	-4,169	-1,308
NIKKEI 225	2,457	1,762	0,688	-3,307
HSI	5,639	1,709	-2,932	-2,063
VIX	-0,506	-1,581	3,894	4,743
Telefónica	3,045	-1,175	-1,985	4,355
Bono EE.UU. Vto. 5 años	7,529	1,012	-0,935	-4,106
Bono EE.UU. Vto. 30 años	5,160	-0,878	-0,188	-0,446
Euro / Dólar	1,327	1,738	-1,441	0,696

El cálculo del coeficiente de Hurst para cada uno de los cuatro conglomerados establecidos se realiza en base a la distribución de cada uno de los centros establecidos de cada activo en relación al grupo³⁸ y queda reflejado en la tabla 3.13.

Tabla 3.13 Resultados del Coeficiente de Hurst por clúster identificado.

	Cluster			
	1	2	3	4
Coeficiente de Hurst	0,502	0,563	0,554	0,399
Índice de fractalidad	1,498	1,437	1,446	1,601

Las conclusiones muestran cómo el índice de fractalidad difiere según la naturaleza de cada uno de los conglomerados. En el caso del primer clúster, cuya característica principal eran la alta rentabilidad de cada activo unida a la reducida volatilidad del mercado indicada por el

³⁸ En el anexo AI-6 se encuentra el desarrollo matemático utilizado para el cálculo del coeficiente de Hurst e índice de fractalidad para cada uno de los clúster establecidos.

valor del índice de VIX, el coeficiente de Hurst se encuentra próximo a la aleatoriedad exacta.

En el segundo clúster, en el que la volatilidad se incrementa levemente al mismo tiempo que las rentabilidades empiezan a dar valores negativos, el coeficiente de Hurst alcanza el valor más alto de los cuatro conglomerados. Con un valor de 0,563, los movimientos dentro de este grupo se definen como persistentes.

A efectos del índice de fractalidad en el tercer grupo, cuya característica principal era el aumento significativo de la volatilidad así como la existencia como punto central de cada activo de las rentabilidades más bajas, es también persistente al obtener un coeficiente de Hurst del 0,554.

Por último, el clúster número cuatro, en el que confluye el indicador más elevado de la volatilidad del mercado con valores medios en el resto de los activos, adquiere un patrón distinto a los tres grupos anteriores ya que muestra una evolución fundamentalmente antipersistente con un coeficiente de Hurst del 0,399.

c) Criterio 3: clasificación según el análisis factorial.

El tercer contraste del índice de fractalidad en virtud a una clasificación alternativa a su naturaleza financiera comprende la realización de un análisis factorial.

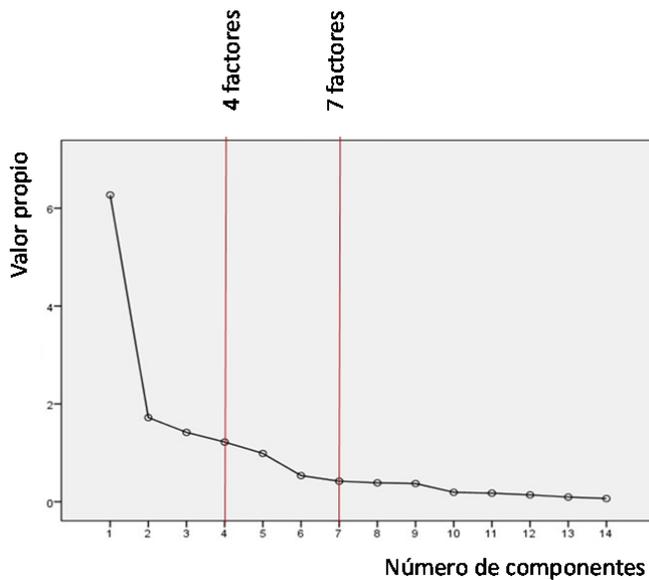
Para realizar este análisis factorial se establecen los siguientes ajustes:

- Para mejorar la distribución de las ponderaciones de cada factor se utiliza una rotación del tipo Varimax.
- Para facilitar el análisis de los resultados, se retiran de la representación en la tabla los coeficientes por encima de 0,4.
- Se admiten autovalores superiores a 1.

El detalle de los cálculos iniciales se encuentra en el anexo AI-8 la información más relevante queda resumida en los siguientes resultados:

- La medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin es de 0,846, lo que representa un valor superior al 0,5 que se establece como nivel mínimo para la significación de un análisis factorial.
- El análisis inicial propone cuatro factores con un nivel de explicación de la varianza del 76% tal y como se aprecia en los cálculos incluidos en el anexo AI-8 así como en el gráfico 3.10 de sedimentación, no obstante, para incrementar el nivel de ajuste en la distribución, se fuerza al cálculo a la búsqueda de siete factores con los que se roza el 90% de la varianza³⁹ a pesar de que este escenario implica la asimilación de 2 activos a 2 factores de forma individual.

Gráfico 3.10 Sedimentación del análisis factorial.



De este modo, la distribución de los componentes por cada factor queda establecida de acuerdo a la tabla 3.14 donde se distribuyen los activos, así como se denomina cada uno de los factores resultantes mostrando de este modo como el análisis factorial obtiene unos resultados en relación a la clasificación de los activos distintos a los que establece la propia naturaleza del tipo de mercado de cada uno de ellos.

³⁹ Porcentaje acumulado de la varianza con cinco componentes = 75,929%. Porcentaje acumulado de la varianza con siete componentes = 89,801%.

Tabla 3.14 Matriz de componentes por activos.

	Componentes						
	1	2	3	4	5	6	7
IBEX 35	0,89	0,24					
Eurostoxx 50	0,89	0,29					
FTSE 100	0,84	0,24				0,22	
Telefónica	0,83					-0,40	
SMI	0,82					0,33	
UBS	0,36	0,56			0,28	0,51	
S&P 500	0,32	0,87					
HSI	0,20	0,00		0,83			0,40
Nasdaq 100		0,89					
NIKKEI 225				0,90			-0,26
Bono EEUU 5 años			0,92				
Bono EEUU 30 años			0,92				
Euro / Dólar					0,98		
VIX	-0,24	-0,80					0,34

Método de extracción: análisis del componente principal

Método de rotación: Varimax con la normalización de Kaiser

Rotación obtenida tras 8 iteraciones

En el anexo AI-7 se realiza adicionalmente un análisis estadístico simple sobre las características de las particiones factoriales obtenidas, donde se establece cómo cada uno de los factores determinados comparten una media con valor 0 y una desviación típica de 1.

No obstante, la información más relevante extraída de este análisis corresponde al valor adoptado por el indicador de rango de cada uno de los factores. A diferencia de los resultados iniciales obtenidos en el apartado 1 del presente capítulo, donde de forma individual se establecían unos rangos elevados entre el valor mínimo y máximo de la rentabilidad, en la tabla de resultados del análisis descriptivo de los factores el rango de cada uno de las siete agrupaciones recogidas en la anexo AI-6 se mantienen en valores significativamente inferiores. Este efecto guarda relación con la reducción de volatilidades en las carteras diversificadas.

El resultado final es la obtención de siete factores cuya composición en los que, a pesar de haber incrementado en tres factores el análisis (incluso dos de ellos corresponden a dos

variables originales), y por tanto la sacrificar el beneficio de la reducción de factores, la identificación y denominación de los factores en virtud de dos perspectivas; naturaleza de activo y su procedencia geográfica.

En primer lugar se establece un factor cuyos valores representativos son los índices IBEX 35, Eurostoxx 50, FTSE 100, y SMI. Esta composición permite denominar a este factor como índices de renta variable europeos.

La composición del factor número dos se establece con la participación de los índices S&P 500 y NASDAQ 100. El tipo de activo incluido en estos índices, así como nuevamente su origen geográfico, permite su denominación de índices de renta variable norteamericanos.

El tercer factor se compone de un tipo de activo diferente a los dos factores previos; inversión directa en activos de renta fija. La inclusión en este factor de los bonos de EE.UU. permite denominar a éste como activos de renta fija norteamericanos.

En el cuarto factor quedan representado el comportamiento de los índices de renta variables provenientes de Asia: NIKKEI 225 y HSI. Su denominación queda por tanto establecida como índices asiáticos de renta variable.

El tipo de cambio de las divisas monopoliza al quinto factor del análisis, lo que permite fácilmente su denominación.

El sexto factor, denominado activos directos de renta variable, está compuesto por los activos de renta variable directos: UBS y Telefónica.

El séptimo, y último factor, corresponde a la evolución del índice VIX por lo que se ha procedido a clasificar este factor como indicador de volatilidad.

Tabla 3.15 Denominación de los factores obtenidos.

Factor	Componentes	Denominación
1	IBEX 35, Eurostoxx 50, FTSE 100, y SMI.	Índices de renta variable europeos.
2	S&P 500 y NASDAQ 100.	Índices de renta variable norteamericanos.

3	Bono EE.UU. vto. a 5 y 30 años.	Activos de renta fija norteamericanos.
4	NIKKEI 225 y HSI.	Índices asiáticos de renta variable.
5	Euro / Dólar.	Tipo de cambio entre la divisa Euro y el Dólar americano.
6	UBS y Telefónica.	Activos directos de renta variable.
7	VIX.	Indicador de volatilidad.

Por último, se establece una aproximación al cálculo del índice de fractalidad de cada uno de los factores determinando el mismo según la ponderación de cada activo en cada componente. El desarrollo matemático seguido se encuentra en el anexo AI-7, dando como resultado definitivo los valores mostrados en la tabla 3.16. En este resumen se muestra cómo el coeficiente de Hurst medio difiere en cada uno de los factores establecidos.

Tabla de 3.16 Resultados del coeficiente de Hurst por factor identificado.

	Factores						
	1	2	3	4	5	6	7
Coefficiente de Hurst	0,5513	0,6593	0,3868	0,4531	0,6172	0,4766	0,3765
Índice de fractalidad	1,4487	1,3407	1,6132	1,5469	1,3828	1,5234	1,6235

En esta dispersión de resultados destaca el valor máximo del coeficiente de Hurst de 0,66 obtenido por el factor número 2, y que indica una fuerte persistencia en la evolución diaria de los precios. Tal y como se exponía en la tabla 3.14, este factor está marcado por el comportamiento de los índices norteamericanos de renta variable: S&P 500 y NASDAQ 100. Por el contrario, es el factor séptimo, cuyo exponente es el VIX⁴⁰, aquel que dispone del comportamiento más antipersistente de todos los grupos establecidos.

⁴⁰ En el séptimo factor se encuentra el índice HSI como activo relevante, pero ha sido previamente asignado al cuarto factor.

Finalmente, corresponde al grupo integrado por los activos de renta variable no índices el valor del coeficiente de Hurst más cercano al comportamiento aleatorio en la evolución diaria de sus precios de cierre (0,4766).

d) Criterio 4: clasificación según la aleatoriedad del activo.

El análisis desarrollado hasta este momento en relación a la aleatoriedad de los activos se complementa con la introducción del indicador (estimador de rachas) y de la relación entre los resultados obtenidos entre el índice de fractalidad y el obtenido utilizando este nuevo indicador.

Perspectiva 4A: utilización del estimador de Rachas (Z).

Este criterio de contraste determina la aleatoriedad de un activo según un estimador de la distribución sesgada del resultado positivo y negativo en las series denominado análisis de rachas. A efectos estadísticos, una racha se determina por un rango de valores extraídos de una serie histórica que respetan un componente idéntico al valor anterior.

El análisis de rachas está basado en la determinación de la independencia en relación a la secuencia de observaciones tomadas de la serie histórica de datos. Se trata de un estadístico no paramétrico que permite contrastar si la sucesión de rentabilidades positivas o negativas a lo largo de una serie histórica responde a un patrón aleatorio o no.

El indicador establece un umbral sobre el número de repeticiones que permiten clasificar la serie como aleatoria en relación a la frecuencia de ocurrencia y de este modo poder rechazar la hipótesis nula que establece que se trata de una secuencia aleatoria. Si el estimador muestra un número reducido o excesivo de rachas podría implicar una sucesión no aleatoria de resultados.

El desarrollo teórico que se utiliza para el contraste propone que una distribución aleatoria cumple la estructura siguiente:

$$\mu_R = \frac{2n_1}{n} + 1 \quad ; \quad \delta_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n)}{n^2(n-1)}}$$

Dónde:

R = distribución del número de rachas.

N = número total de observaciones.

n1 = número de observaciones del tipo 1.

n2 = número de observaciones del tipo 2.

De este modo, el indicador de rachas (Z) queda establecido de acuerdo a la siguiente relación

$$Z = \frac{R + c - \mu_R}{\delta_R}$$

Al establecer los valores para δ_R y μ_R , la ecuación determina si la variable C se encuentra en el rango de 0,5 y -0,5 dependiendo de si la distribución del número de rachas (R) es superior o inferior a μ_R .

El cálculo se completa al tipificar el número de rachas asignando por tanto al estimador una distribución normal (0,1), siendo el nivel establecido como indicador el resultante de multiplicar por dos la probabilidad teórica de observar intervalos semejantes.

A efectos de analizar la aleatoriedad en la evolución del signo de los rendimientos diarios se crea, para cada uno de los activos, una variable dicotómica que establezca como “1” los valores positivos y “-1” los valores negativos de la rentabilidad diaria obtenida. Esta transformación de la variable se muestra en el anexo AI-8 donde figuran los estadísticos más representativos de esta nueva variable.

Para realizar el contraste se establece la hipótesis nula y alternativa:

- H_0 : La secuencia de aparición de los dos valores posibles de una variable dicotómica es aleatoria.
- H_1 : La secuencia de aparición de los dos valores posibles de una variable dicotómica no es aleatoria.

Adicionalmente se establece la regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05

- Intervalo de confianza $(1-\alpha) = 0,95$
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se no se rechaza H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

Tras la aplicación del estadístico de rachas a las series históricas de las variables dicotómicas para cada uno de los activos su resultado se expone en la tabla 3.17.

Tabla 3.17 Resultados del estimador Z para rachas.

Variable dicotómica 1 para rentabilidad positiva 2 para rentabilidad negativa	Valor Test	Casos por debajo del valor de Test	Casos por encima del valor de Test	Total Casos analizados	Número de rachas	Estimador de rachas	P-valor	Regla de contraste	Decisión del contraste	Implicación
Tipo de cambio Euro / Dólar	1,485	2.727	2.564	5.291	2.774	3,578	0,000	<0,05	se rechaza H_0	no aleatoria
NIKKEI 225	1,494	2.523	2.467	4.990	2.610	3,237	0,001	<0,05	se rechaza H_0	no aleatoria
S&P500	1,461	2.751	2.356	5.107	2.629	2,528	0,011	<0,05	se rechaza H_0	no aleatoria
VIX	1,533	1.677	1.915	3.592	1.854	2,175	0,030	<0,05	se rechaza H_0	no aleatoria
Bono EEUU 5 años	1,460	2.749	2.342	5.091	2.469	- 1,728	0,084	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
SMI	1,465	2.745	2.386	5.131	2.523	- 0,868	0,385	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
Nasdaq 100	1,459	2.762	2.345	5.107	2.563	0,719	0,472	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
Eurostoxx50	1,477	2.716	2.478	5.194	2.614	0,597	0,551	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
IBEX 35	1,469	2.715	2.399	5.114	2.528	- 0,568	0,570	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
Telefónica	1,464	1.986	1.719	3.705	1.829	- 0,492	0,623	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
Bono EEUU 30 años	1,474	2.677	2.414	5.091	2.553	0,374	0,709	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
UBS	1,488	1.790	1.709	3.499	1.756	0,218	0,828	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
FTSE 100	1,464	2.837	2.454	5.291	2.625	- 0,211	0,833	>0,05	se acepta H_0	aleatoria
HSI	1,482	2.616	2.437	5.053	2.517	- 0,206	0,836	>0,05	se acepta H_0	aleatoria

De acuerdo al estimador de rachas se acepta la hipótesis nula asociada a la existencia de aleatoriedad en la sucesión de rentabilidades positivas y negativas en todos los activos excepto en el caso de los mercados del S&P 500, NIKKEI 225, Tipo de cambio del Euro-Dólar, así como la evolución diaria del indicador de volatilidad del VIX.

Análisis gráfico del indicador de rachas.

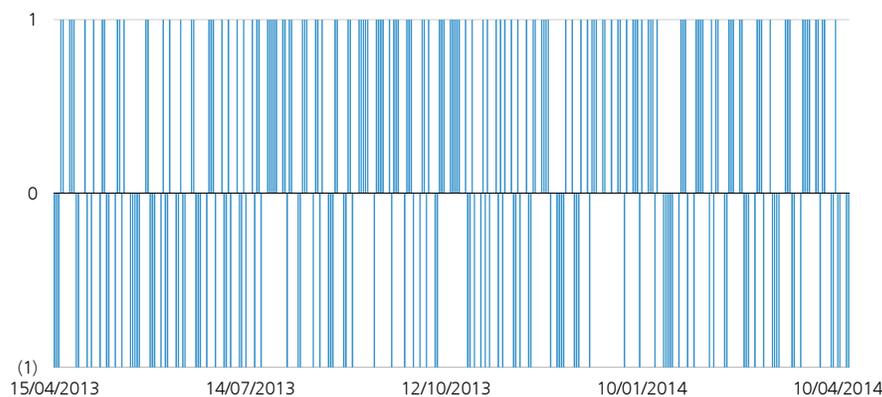
En paralelo al cálculo estadístico realizado tras la aplicación del estimador de rachas, se realiza un contraste mediante la representación gráfica de la evolución del signo de la

rentabilidad diaria⁴¹. Debido al número de observaciones de cada uno de los activos las herramientas gráficas disponibles no permiten la identificación visual de la existencia o no de aleatoriedad. Tomemos por ejemplo la representación gráfica 3.11 y 3.12 correspondiente a los datos diarios del período anual desde 14/04/2013 a 14/04/2014 de un índice donde el grado de significación del estimador Z no rechaza la hipótesis de que la secuencia de aparición sea aleatoria como el IBEX 35 ($Z = -0,568$ y nivel de significación de 0,570), y otro caso donde se haya rechazado la hipótesis nula como el NIKKEI 225 ($Z = 3,237$ y nivel de significación de 0,001).

Para resaltar gráficamente la evolución de las diferentes rachas se trata la serie de tal modo que se asigna un valor 1 para todos los rendimientos diarios positivos, y un valor -1 para los rendimientos negativos. De este modo se comprueba cómo las rachas son más uniformes en el caso del NIKKEI 225 que en el del selectivo español.

Gráfico 3.11 Rachas IBEX 35 en el período desde 14/04/2013 a 14/04/2014.

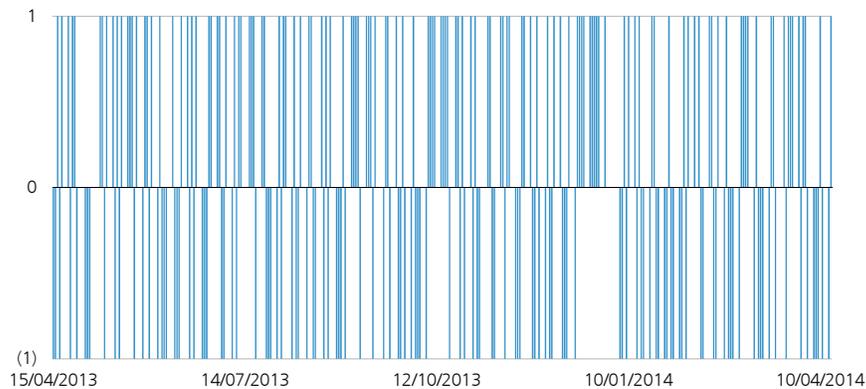
Ejemplo de activo que ha resultado aleatorio en el test de rachas



⁴¹ El gráfico se forma representando los resultados de forma dicotómica: 1 para resultados diarios con rentabilidad positiva y -1 para resultados diarios con rentabilidad negativa.

Gráfico 3.12 Rachas NIKKEI 225 en el período desde 14/04/2013 a 14/04/2014.

Ejemplo de activo que ha resultado no aleatorio en el test de rachas



En definitiva, las implicaciones de esta diferencia, tal y como se profundizará en el apartado de resultados, es la existencia de diversos grados de eficiencia entre los distintos mercados. Existen series históricas donde la cadencia de datos sigue un patrón aleatorio, es decir, cumplen la hipótesis de independencia de los precios al no existir ningún patrón en la cadencia de resultados. Por el contrario se identifican activos donde se rechaza la hipótesis de aleatoriedad dado el nivel de significación establecido.

Desde el punto de vista práctico de la toma de decisiones en la gestión de carteras la no aleatoriedad permite la búsqueda de situaciones donde es posible realizar arbitraje o establecer precios futuros en virtud de los datos históricos.

Perspectiva 4B: uso del indicador fractal de cada activo.

El cálculo se inicia con la consideración de los valores obtenidos en el coeficiente de Hurst de cada uno de los activos. Como se detalla en el apartado 3 del presente capítulo, la distribución del coeficiente de Hurst se encuentra entre 0 y 1, siendo el valor 0,5 el representativo de una distribución aleatoria.

De este modo, y teniendo en consideración nuestro objetivo de clasificación de la aleatoriedad de los activos, tanto si el activo ha obtenido una valoración propia de una distribución persistente (valor superior al 0,5), o antipersistente (valor inferior al 0,5), debe

quedar igualmente clasificado como no aleatorio. Esta consideración de no aleatoriedad será mayor cuanto mayor sea su distancia con el valor de equilibrio 0,5.

En definitiva, a efectos de clasificar a los activos en virtud de su comportamiento aleatorio se debe transformar el resultado del coeficiente de Hurst previamente obtenido en una nueva variable construida como la diferencia, en valor absoluto, entre el coeficiente y 0,5.

Los valores obtenidos se encuentran en la tabla 3.18 que ordena a los activos según la diferencia, en valor absoluto, entre 0,5 y el coeficiente de Hurst medio calculado.

Tabla 3.18 Ranking de aleatoriedad de los activos según su coeficiente medio de Hurst.

Orden	Activo	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Valor medio de aleatoriedad (diferencia H vs 0.5 en valor absoluto)
1	FTSE 100	0,492	1,508	0,008
2	IBEX 35	0,510	1,490	0,010
3	UBS AG	0,518	1,482	0,018
4	SMI	0,518	1,482	0,018
5	NIKKEI 225	0,453	1,547	0,047
6	HSI	0,415	1,585	0,085
7	S&P 500	0,600	1,400	0,100
8	Telefónica	0,615	1,385	0,115
9	VIX	0,384	1,616	0,116
10	Bono EE.UU. Vto. 30 años	0,382	1,618	0,118
11	Eurostoxx 50	0,627	1,373	0,127
12	Euro - Dólar	0,650	1,350	0,150
13	Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,332	1,668	0,168
14	NASDAQ 100	0,694	1,306	0,194
Media activos financieros		0,514	1,486	0,014

Perspectiva 4C: análisis comparado de aleatoriedad utilizando el estimador de rachas y el índice de fractalidad.

El uso del indicador de rachas responde a la necesidad de identificar la aleatoriedad diaria en los resultados obtenidos, mientras que el índice fractal, obtenido a partir del coeficiente de Hurst, aporta información sobre la persistencia de los movimientos.

En la literatura analizada hasta la fecha no se menciona un análisis combinado de ambos criterios de aleatoriedad, por lo que el estudio comparado que se definirá a continuación supone una novedad.

El detalle de la comparación entre la característica de aleatoriedad comparada según los valores obtenidos a través del estimador de rachas y el índice de fractalidad se encuentra en el anexo AI-8.

Tal y como se determina en los cálculos, el análisis comparado muestra cómo el índice de fractalidad medio correspondiente a los activos en los que no se rechaza la hipótesis de aleatoriedad de rachas es prácticamente idéntico a la media del índice de fractalidad de aquéllos en los que sí se rechaza esta hipótesis.

En concreto, el índice de fractalidad de aquellos activos en los que la secuencia de valores positivos y negativos en la rentabilidad diaria puede corresponder a un patrón aleatorio dispone de un índice de fractalidad del 1,481, mientras que aquellos en los que se rechaza esta hipótesis tienen un índice de fractalidad medio de 1,477.

Matriz de aleatoriedad. Relación entre el posicionamiento de los activos.

Con el objetivo de identificar las relaciones existentes entre los activos según la aleatoriedad de los activos en base al estimador de rachas y el coeficiente de Hurst, se establece una matriz que posiciona a cada uno de los valores en relación a dos ejes.

Eje X: nivel de significación del estimador de rachas en orden creciente.

Eje Y: diferencia en valor absoluto entre el coeficiente de Hurst y 0,5. En la representación gráfica este valor se muestra en orden decreciente.

Al representar los distintos activos en la matriz de aleatoriedad expuesta anteriormente se comprueba cómo, de acuerdo a los parámetros utilizados, un activo será más eficiente desde el punto de vista de aleatoriedad cuanto más arriba se encuentre en el eje Y, y más a la derecha se encuentre en relación al eje X.

Queda por tanto la clasificación de los activos en virtud del cuadrante en el que han quedado posicionados en la representación gráfica del siguiente modo:

3	4
1	2

- **Cuadrante número 1** (inferior izquierdo): corresponde a los activos donde de acuerdo a los dos indicadores de aleatoriedad, la evolución de sus precios sucede de forma menos independiente.
- **Cuadrante número 2** (inferior derecho): corresponde a los activos donde la evolución de sus rentabilidades tampoco puede ser considerada aleatoria. En esta ocasión el factor que contribuye al rechazo de la independencia de sus precios es la existencia de una potencial estructura fractal determinada por el valor medio de su coeficiente de Hurst. Por otro lado, la evolución diaria de las rentabilidades positivas y negativas sí responde a un esquema aleatorio dada el nivel de significación establecido.
- **Cuadrante número 3** (superior izquierdo): en este cuadrante se continúa rebatiendo la hipótesis de aleatoriedad de los activos al encontrar un patrón no independiente en la sucesión de valores positivos y negativos. No obstante, en relación al coeficiente de Hurst, no se observa un comportamiento fractal que permita identificar la persistencia o no de las series.
- **Cuadrante número 4** (superior derecho): en esta zona se sitúan los activos cuyos indicadores de aleatoriedad se encuentran más cerca de aceptar la hipótesis de aleatoriedad. No solo la evolución de la secuencia de los signos corresponde a un patrón aleatorio, sino también existe una ausencia de estructura fractal.

Los activos quedan distribuidos en la matriz de aleatoriedad tal y como se refleja el gráfico 3.13. En el cuadrante inferior izquierdo se encuentran los activos con menor aleatoriedad considerando su componente fractal así como la cadencia de resultados positivos y negativos mostrado a través del estimador de rachas (bono EE.UU. vto. 5 años y tipo de cambio Euro / Dólar).

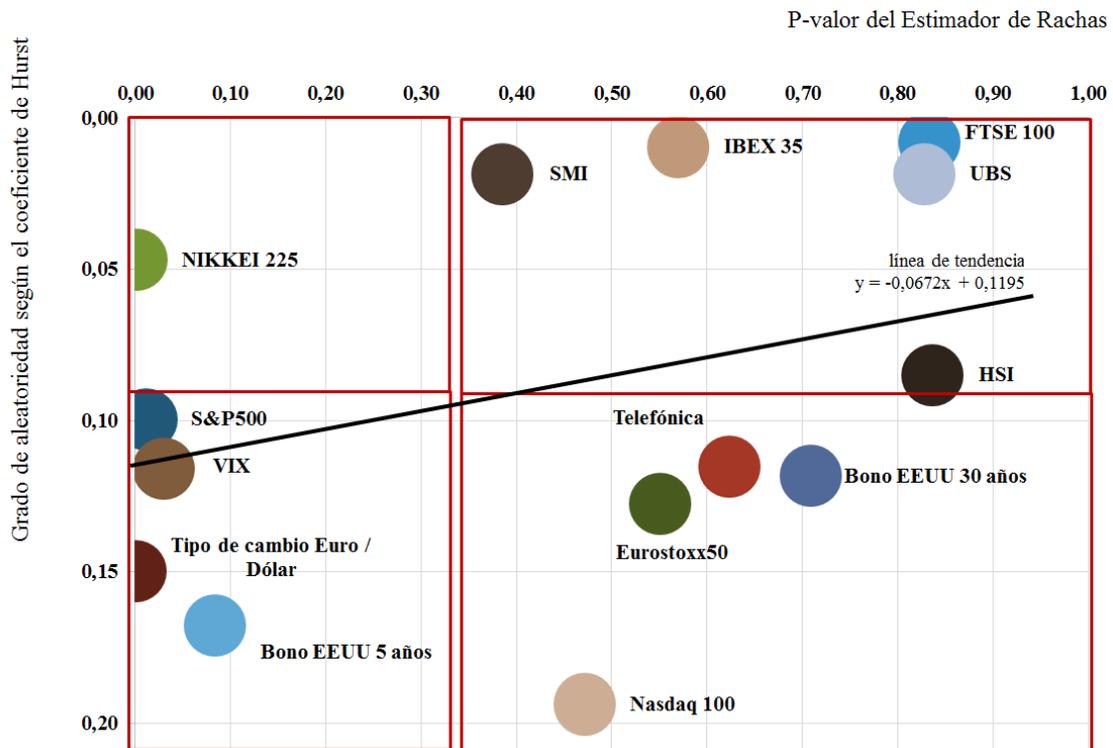
En el cuadrante superior izquierdo se encuentran los activos con aleatoriedad en cuanto a la evolución de su estructura fractal, pero que sin embargo mantienen una no aleatoriedad en

cuanto a la probabilidad de obtención de resultados diarios positivos o negativos (NIKKEI 225, S&P 500, e índice VIX).

En el cuadrante inferior derecho se encuentran los activos en los que podría existir una estructura fractal correspondiente a un movimiento persistente o no persistente en su evolución (y por tanto predecible y arbitrable), pero con una aleatoriedad en cuanto a la evolución del signo considerando las observaciones diarias (NASDAQ 100, Eurostoxx 50, Telefónica, y bono EE.UU. con vencimiento a 30 años).

Por último, en el cuadrante superior derecho se encuentran los activos que en ambos indicadores obtienen los resultados que más se ajustan al comportamiento de un activo aleatorio (SMI, IBEX 35, FTSE 100, UBS y HSI).

Gráfico 3.13 Relación entre aleatoriedad según el estimador de rachas y el correspondiente al coeficiente de Hurst.



Los resultados muestran que, dentro de los activos seleccionados y para el rango de fechas establecido, el activo más eficiente desde el punto de vista de aleatoriedad y ausencia de memoria estadística es el selectivo bursátil inglés FTSE 100.

Cabe destacar la segunda posición ocupada por la acción de UBS, ya que en los estudios previos sobre la existencia de valores atípicos, así como la no distribución normal de sus rendimientos diarios, mostraba unos de los resultados más alejados del axioma de aleatoriedad propuesto por la Teoría Financiera Clásica.

Por el contrario, es el índice NASDAQ 100 el que muestra los indicadores más alejados del comportamiento aleatorio tanto en el indicador de rachas como en coeficiente de Hurst.

La comparativa muestra además cómo, al ordenar los activos para los que el estimador de rachas no ha rechazado la hipótesis nula, la relación entre la aleatoriedad mostrada por el índice de fractalidad y el nivel de significación del estimador de rachas guardan una relación directa, permitiendo incluso establecer, de modo exploratorio, una regresión simple estimada con la recta $y = -0,0672x + 0,1195y$, con un indicador de bondad del ajuste $R^2 = 0,134$

En resumen, al considerar los indicadores de rachas así como el índice de fractalidad para establecer la aleatoriedad de los resultados de los activos financieros, se rechaza la hipótesis de investigación que establece como aleatoria la evolución individual de los activos financieros.

e) Conclusiones de la relación del índice de fractalidad y las clasificaciones realizadas.

Tras el estudio del índice de fractalidad de cada uno de los activos bajo cuatro criterios alternativos, las conclusiones quedan reflejadas en la tabla 3.19. El presente estudio encuentra cómo cada uno de los criterios aplicados para la diferenciación de los activos ha permitido, con diferente grado de significatividad, encontrar patrones en el índice de fractalidad de cada una de las clasificaciones.

Tabla 3.19 Relación entre el índice de fractalidad y la clasificación de los activos.

#	Contraste realizado	Índice de fractalidad máximo	Índice de fractalidad mínimo	Comentario
1	Según la naturaleza financiera	Renta fija EE.UU. 1,643 Bonos EE.UU. con vencimiento 5 y 30 años	Mercado de divisas 1,350 Tipo de cambio Euro-Dólar	Existe una diferencia en el índice de fractalidad dependiendo de la naturaleza del activo
2	Según el resultado del análisis de conglomerados o clúster	Conglomerado #4 1,601 Este cluster corresponde a los valores establecidos en el mercado con mayor volatilidad. Es decir, aquel conglomerado que recoge los valores mas elevados del VIX	Conglomerado #2 1,437 Este clúster corresponde a los valores establecidos en el mercado con menor volatilidad. Es decir, aquel conglomerado que recoge los valores mas reducidos del VIX	A mayor volatilidad mayor índice de fractalidad.
3	Según el resultado del análisis factorial de los activos analizados	Factor #7 1,624 corresponde principalmente a la aportación del indicador de volatilidad VIX	Factor #2 1,341 corresponde principalmente a la aportación de los índices bursátiles norteamericanos S&P 500 y NASDAQ 100	A mayor volatilidad mayor índice de fractalidad.
4	Según la clasificación de aleatoriedad de la aparición de valores positivos o negativos en las series históricas (estimador de rachas)	Valores con secuencia aleatoria 1,490 ver detalle en la tabla AI-33 del anexo	Valores sin secuencia aleatoria 1,478 ver detalle en la tabla AI-33 del anexo	La secuencia aleatoria de los resultados positivos no tiene implicaciones en la diferencia del índice de fractalidad de cada activo

3.6 Creación de un índice en base a la estructura fractal de cada activo.

A partir de los resultados obtenidos tras el cálculo del coeficiente de Hurst para cada uno de los activos considerando las siete diferentes particiones temporales (diarias, semanales, mensuales, 50 días, 100 días, 150 días y anuales), se pretende construir un índice que permita jerarquizar a cada tipo de activo en relación a su propiedades fractales de aleatoriedad y consistencia. De acuerdo a la propiedad de auto similitud de los fractales, cualquier intervalo

de la serie histórica recoge la misma estructura que otro intervalo de la misma serie con independencia del rango de fechas seleccionado.

Tras obtener el índice de fractalidad⁴² de cada uno de los activos, se procede a analizar la consistencia de la propiedad de persistencia, antipersistencia o aleatoriedad en relación con los resultados obtenidos según las particiones establecidas.

Para establecer la consistencia de los resultados se calcula la desviación típica y varianza del índice de fractalidad obtenido, procediendo posteriormente a ordenar los activos según la dispersión de resultados obtenidos. Los resultados, ordenados de menor a mayor desviación típica, quedan tal y como se muestra en la tabla 3.20.

Tabla 3.20 Desviación típica del índice de fractalidad por activo.

Activo	Índice de Fractalidad				
	Valor Máximo	Valor Mínimo	Valor Medio	Desviación típica	Varianza
Telefónica	1,422	1,315	1,385	0,041	0,00168
Bono EE.UU. Vto. 5 años	1,728	1,633	1,668	0,034	0,00113
HSI	1,645	1,568	1,585	0,027	0,00073
NASDAQ 100	1,330	1,263	1,306	0,026	0,00068
IBEX 35	1,516	1,443	1,490	0,026	0,00066
S&P 500	1,416	1,349	1,400	0,024	0,00056
Bono EE.UU. Vto. 30 añc	1,649	1,595	1,618	0,021	0,00043
NIKKEI 225	1,574	1,527	1,547	0,018	0,00031
Eurostoxx 50	1,386	1,346	1,373	0,015	0,00022
Euro - Dólar	1,366	1,328	1,350	0,011	0,00013
UBS	1,497	1,463	1,482	0,011	0,00012
FTSE 100	1,525	1,496	1,508	0,010	0,00011
VIX	1,629	1,605	1,616	0,010	0,00010
SMI	1,494	1,473	1,482	0,008	0,00006
Valor medio	1,728	1,263	1,486	0,110	0,01216

⁴² El índice de fractalidad, al tratarse de un objeto con únicamente dos dimensiones, se obtiene como resultado de aplicar la relación ya expuesta en el apartado 5 del capítulo 33: índice de fractalidad = 2 – coeficiente de Hurst.

La desviación típica muestra cómo el activo en el que el resultado obtenido a través del coeficiente de Hurst se mantiene más constante con independencia del intervalo adoptado es el índice bursátil del mercado suizo (SMI).

En el gráfico 3.14 adjunto se incluye su evolución para el período de análisis y se muestra cómo, a pesar de la intensidad del fractal identificado, el desarrollo de sus precios ha experimentado fuertes variaciones históricas.

Gráfico 3.14 Evolución diaria del SMI desde el 01/04/1994 hasta el 14/04/2014.



El estudio de esta clasificación en virtud de la robustez de los cálculos en relación al intervalo adoptado se completa con la relación entre ésta, y el grado de aleatoriedad de la serie. El objetivo es el estudio de la potencial relación entre la consistencia de los fractales y cada una de las grandes clasificaciones obtenidas mediante el coeficiente de Hurst: activos persistentes, activos antipersistentes y activos aleatorios.

Si bien en el anexo AI-8 se encuentra la tabla comparativa para cada uno de los activos de las variables aleatoriedad y consistencia, el gráfico 3.16 permite observar la relación existente entre aleatoriedad (mayor independencia a medida que el índice de fractalidad se aproxima al valor 1,5 mostrado en el eje de abscisas), y la consistencia (mayor consistencia fractal en la medida que la desviación típica de los coeficientes de Hurst según el tramo se reduzca).

En la distribución de los activos destacan 2 subconjuntos:

- **Cuadro verde:** activos próximos a la aleatoriedad (Índice de fractalidad próximo a 1,5), y cuyos resultados se mantienen con independencia del rango de la partición

realizada (desviación típica próximo a 0). En esta categoría se encuentran los mercados del SMI, FTSE, así como la acción de UBS.

- **Cuadro rojo:** activos alejados a la aleatoriedad (Índice de fractalidad alejado de 1,5) tanto por seguir una estructura persistente como antipersistente, y cuyos resultados varían significativamente según el rango de la partición realizada (desviación típica alejada del 0). En esta categoría se encuentran los mercados del NASDAQ 100, Bono EE.UU. vto. a 5 años, así como la acción de Telefónica.

Por otro lado, al aplicar una regresión lineal sobre la posición de los activos con respecto a ambos ejes se obtiene un ajuste a la recta siguiente:

$$y = 2,4906x + 0,0411 \text{ siendo la bondad del ajuste de esta regresión lineal es } R^2 = 0,1638.$$

El gráfico 3.15 permite extraer una relevante conclusión considerando el rango del período y tipo de activos analizados. Aquellos activos con una evolución más aleatoria en sus rentabilidades disponen también de un fractal más consistente. Esta afirmación refuerza por tanto la propiedad de autosimilitud expuesta en las características fundamentales de los fractales.

a) Composición del Índice de Eficiencia Fractal (IEF).

El índice de Eficiencia Fractal propuesto en el presente estudio se basa en dos indicadores. En primer lugar se considera la **aleatoriedad** de la evolución de precios proporcionada por el índice de fractalidad y coeficiente de Hurst, y posteriormente, y como forma de ponderar la **consistencia** de la estructura fractal que ha permitido analizar la aleatoriedad del activo, se establece una medición que permita valorar si la dependencia del fractal varía en virtud del rango o partición temporal aplicada para el cálculo.

Componente #1: aleatoriedad.

Considerando el desarrollo matemático del coeficiente de Hurst mostrado en el capítulo tres, el valor del mismo se obtiene como la regresión lineal de los valores calculados para el modelo de partición establecido.

Partiendo de la ecuación que permite la obtención del coeficiente de Hurst.

$$\ln\left(\frac{R}{S}\right)n = \ln(c) + H \ln(n)$$

Se procede a despejar el indicador.

$$H = \frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}$$

Al adoptar diferentes intervalos, se obtiene la media del valor del coeficiente de Hurst obtenidos.

$$\bar{H} = \sum_{n=1}^n \frac{\frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}}{n}$$

Considerando la propiedad que establece 0,5 como el valor que determina la evolución aleatoria de la serie, se calcula la diferencia del coeficiente de Hurst medio con este valor⁴³.

⁴³ Aquellos valores con un indicador de aleatoriedad próximo a 0 el análisis de la serie histórica no permitirá establecer la evolución a corto plazo bajo un nivel mínimo de certidumbre estadística. Por el

Esta diferencia debe ser adoptada en valor absoluto ya que las estructuras persistentes ($H > 0,5$) y antipersistentes ($H < 0,5$) deben ser consideradas igualmente alejadas a la evolución aleatoria del activo financiero.

$$\text{Aleatoriedad} = 0,5 - \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^n \frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}^2}{n}}$$

Considerando si el activo se comporta de forma no aleatoria de acuerdo al coeficiente de Hurst o índice de fractalidad se pueden desarrollar diversas técnicas de inversión basadas en la existencia de diferente probabilidad en la posible evolución futura de un activo tales como la inversión apalancada o técnicas de arbitraje⁴⁴.

Componente #2: consistencia.

El otro pilar del indicador se encuentra en el establecimiento de la consistencia del fractal inherente a la evolución de la serie precios analizados.

Como se ha constatado en el desarrollo matemático expuesto en el cálculo del coeficiente de Hurst, el valor obtenido variaba dependiendo de cada uno de los tramos utilizados. Esta situación mostraba cómo el fractal inherente a cada una de las series históricas no era único, ni entre los distintos activos, ni a lo largo del período de observación de cada activo.

No obstante, esta dispersión de resultados no era homogénea. Existen activos en los que el coeficiente de Hurst es prácticamente idéntico con independencia del tramo adoptado, mientras que en otros casos los resultados de cada una de las particiones son tan dispares que llegan a ser contrarios en cuanto a la definición de persistencia que realizan del activo, dando

contrario, a medida que el indicador de aleatoriedad obtenga un valor más alejado de 0 establecerá la existencia de un grado más elevado de dependencia o memoria estadística en la cotización del activo.

⁴⁴ En el apartado dedicado a la exposición de conclusiones, y dentro de las futuras líneas de investigación, se desarrollan ambas técnicas dentro de un nuevo modelo de gestión de carteras.

valores de persistencia en particiones diarias y de antipersistencia en particiones en particiones de más de 100 observaciones.

Para calibrar esta consistencia del fractal en la dispersión de los resultados obtenidos se calcula la desviación típica de los mismos.

$$\text{Consistencia } H = \sigma \frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}$$

La ecuación del índice de eficiencia fractal (IEF) quedaría por tanto expuesto del siguiente modo:

$$IEF = \frac{0.5 - \sqrt{\sum_{n=1}^n \frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}^2}}{\sigma \frac{\ln(R/S)n - \ln(c)}{\ln(n)}}$$

Los valores obtenidos permiten establecer una regla de selección de los activos en la posterior toma de decisiones en la gestión de carteras. Aquellos valores con un Índice de Eficiencia Fractal permiten tomar posiciones alcistas o bajistas a corto plazo con mayor probabilidad de obtener un resultado positivo.

b) Cálculo del Índice de Eficiencia Fractal para los distintos activos financieros seleccionados.

Tras aplicar la ecuación desarrollada, se aplica el Índice de Eficiencia Fractal a los activos financieros considerados en el estudio quedando, ordenados de acuerdo a esta variable, en la tabla 3.21.

Tabla 3.21 Índice de Eficiencia Fractal para cada activo financiero.

Activos	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Valor medio de aleatoriedad (diferencia H vs 0.5 en valor absoluto)	Desviación típica de índice de fractalidad	Índice de Eficiencia Fractal (IEF)
Euro - Dólar	0,650	1,350	0,150	0,011	13,164
VIX	0,384	1,616	0,116	0,010	11,814
Eurostoxx 50	0,627	1,373	0,127	0,015	8,614
NASDAQ 100	0,694	1,306	0,194	0,026	7,415
Bono EE.UU. Vto. 30 años	0,382	1,618	0,118	0,021	5,719
Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,332	1,668	0,168	0,034	4,998
S&P 500	0,600	1,400	0,100	0,024	4,206
HSI	0,415	1,585	0,085	0,027	3,133
Telefónica	0,615	1,385	0,115	0,041	2,812
NIKKEI 225	0,453	1,547	0,047	0,018	2,656
SMI	0,518	1,482	0,018	0,008	2,442
UBS	0,518	1,482	0,018	0,011	1,685
FTSE 100	0,492	1,508	0,009	0,010	0,908
IBEX 35	0,510	1,490	0,020	0,026	0,777
Valor medio	0,514	1,486	0,092	0,110	0,833

De este modo, el índice de eficiencia fractal más elevado corresponde al tipo de cambio Euro / Dólar, mientras que son los índices inglés y español los activos que obtienen un valor más reducido.

c) Implicaciones del uso del Índice de Eficiencia Fractal para los distintos activos financieros.

Tras el estudio realizado para cada uno de los activos en relación a la existencia de una estructura fractal en la evolución de sus cotizaciones, y fundamentalmente si este fractal establece una evolución aleatoria de la misma, o si por el contrario existe algún grado de dependencia o memoria estadística, la aplicación de este nuevo Índice de Eficiencia Fractal (IEF) permite establecer una clasificación alternativa de los activos.

El Índice de Eficiencia Fractal permite ordenar cualquier tipo de activo en relación a las probabilidades de predecir su evolución a corto plazo. Aquellos activos con un mayor Índice de Eficiencia Fractal corresponderán a series históricas en los que existe una memoria estadística (no aleatorio) bajo un patrón que se repite con independencia del rango considerado (reducida desviación típica en los valores del coeficiente de Hurst).

En el gráfico 3.16 se representa, dado unos valores predeterminados para el Coeficiente de Hurst y su desviación típica la relación existente con el valor final del IEF.

Gráfico 3.16 Índice de Eficiencia Fractal en relación con aleatoriedad y consistencia.

		Consistencia	
		Mayor Desviación típica próxima a 0	Menor Desviación típica alejándose de 0
Aleatoriedad	Mayor diferencia en valor absoluto (0,5 - Hurst). Valor próximo a 0	IEF	IEF
	Menor diferencia en valor absoluto (0,5 - Hurst). Valor alejándose de 0	IEF	IEF

Esta clasificación podría tener una aplicación directa en la selección de activos a la hora de la formación de una cartera de inversión. Ante la decisión de incluir un activo nuevo entre un conjunto de candidatos se deberá seleccionar aquel con mayor Índice de Eficiencia Fractal, ya que existe mayor probabilidad de acertar la evolución futura del mismo. E inversamente este indicador permite tomar la decisión de retirar un activo de una cartera.

Capítulo 4

Metodología y análisis empírico del análisis de los casos atípicos: cisnes negros

“La historia no gatea, da saltos.”

Nassim Nicholas Taleb (2007, pp. 42).

Sinopsis del capítulo

Se justifica la relevancia del estudio de los casos atípicos (o cisnes negros) en el análisis de las rentabilidades históricas de los activos. A continuación se incorpora un estudio descriptivo de los eventos extremos observados en los activos seleccionados, y cuyos cálculos permitirán completar la **hipótesis del investigador #3** que busca la relación entre el índice de fractalidad y la sensibilidad de los activos a los casos atípicos. Se concluye con la no existencia de una relación significativa entre la sensibilidad histórica de los activos a movimientos extremos y el índice de fractalidad obtenido.

Capítulo 4. Metodología y análisis empírico del análisis de los casos atípicos: cisnes negros.

4.1 Justificación del análisis de casos atípicos.

En la literatura elaborada por las escuelas que critican la existencia de un mercado eficiente, es sin duda el rechazo al ajuste de los rendimientos a una distribución normal a lo que más páginas se ha dedicado. Estos trabajos tratan de demostrar de forma empírica y teórica que la Teoría Financiera Clásica infravalora las probabilidades y efectos de los grandes eventos catastróficos⁴⁵.

Con el objeto de establecer el debate sobre la problemática de la consideración de los casos atípicos, se extrae un breve párrafo correspondiente al libro *Fooled by Randomness: The Hidden Role of Chance in life an in the markets* (Taleb 2005).

“La gente, en la mayoría de los campos fuera de la economía financiera, no tiene problemas suprimiendo los valores extremos de sus muestras cuando la diferencia de los distintos resultados no es significativa, que suele ser el caso en educación y medicina. El profesor que calcula la media de las notas de sus alumnos suprime las observaciones más altas y más bajas, a las que podría llamar periféricas, y hace la media con las demás, sin que esto sea una práctica poco rigurosa. El meteorólogo aficionado hace lo mismo con las temperaturas extremas, un suceso poco habitual podría sesgar el resultado general. Así, la gente en el mundo de las finanzas adopta la técnica e ignora los sucesos con poca frecuencia, sin darse cuenta que el efecto de un suceso raro puede arruinar una empresa.”

Nassim Nicholas Taleb (2005, pp. 91).

La síntesis de esta consideración quedó reflejada posteriormente en un artículo publicado por Taleb en 2009 en el que identificaba como las distribuciones esperadas de los mercados no

⁴⁵ Consultar p.ej., Mandelbrot (1997, 2005) y Taleb (2012).

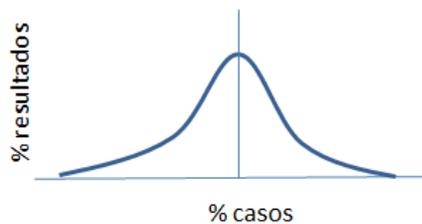
segúan una distribución normal sino que los casos atípicos se presentaban con mayor frecuencia alejándose de una distribución normal y confluyendo en un esquema más próximo al establecido en la distribución de Frechet.

Esta diferencia había sido también apuntada en los trabajos sobre los mercados financieros de Benoît B. Mandelbrot (2006).

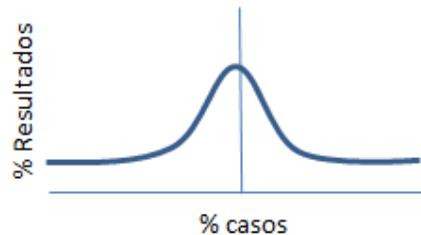
En la distribución normal, los casos atípicos (valores alejados varias desviaciones típicas del valor medio o moda de la distribución) son muy raros y apenas tienen relevancia en el cálculo de la probabilidad media. Por otro lado, la distribución de Frecher refleja mejor la existencia del incremento de la probabilidad de los casos atípicos (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010) a través de la representación de unas colas de la distribución más gruesas. A continuación se muestra la diferente estructura existente ente las distribuciones normales y la distribución de Frecher en el gráfico 4.1.

Gráfico 4.1 Distribución normal vs. Distribución de Frechet.

Distribución normal (o gaussiana)



Distribución de Frechet



La existencia de estos casos atípicos ha ampliado la diferencia entre los valores esperados de acuerdo a la Teoría Financiera Clásica y los finalmente obtenidos. Esta divergencia puede deberse a los siguientes motivos:

- La exclusión dentro del modelo teórico del análisis de los valores atípicos por considerarlos a priori no modelables o de muy baja probabilidad de ocurrencia.
- Las hipótesis sobre las que se basó la Teoría Financiera Clásica se establecieron en períodos de mercado con características muy diferentes a las actuales. En especial, estas diferencias se encuentran en la naturaleza de los activos, el acceso globalizado a la información, y los cambios en el marco regulatorio aplicable.

4.2 Propiedades y ejemplos de cisne negro.

Tras la adaptación realizada por Nassim Nicholas Taleb de la apreciación de John Stuart Mill acerca de la existencia de cisnes negros (Taleb 2005), en relación con las implicaciones de describir a un evento como un suceso imposible, la utilización del término comenzó a generalizarse en los mercados financieros.

A pesar de asociarse comúnmente a sucesos atípicos negativos, la definición de un evento clasificado como “cisne negro” comparte una serie de características:

- a) Previo a que suceda el evento, no existía un análisis de probabilidad de ocurrencia del mismo porque ni siquiera se planteaba como posibilidad.
- b) Después de que suceda el evento, la explicación de los motivos que lo han originado se consideran lógicos y previsibles.
- c) El impacto del evento es de gran magnitud. Si bien suelen estar ligados con eventos de sesgo negativo, la misma definición debe ser aplicada para aquellos eventos extraordinarios positivo.

Podríamos considerar como ejemplos de “cisne negro” los siguientes eventos:

- El descubrimiento de la penicilina.
- El colapso del mercado inmobiliario en España.
- Hundimiento del Titanic en 1912.
- La crisis bursátil del 6 de mayo del año 2010 (también conocido como *Flash Crash*⁴⁶).
- Atentado terrorista del 11 de septiembre del año 2001.
- Desarrollo de Internet.

⁴⁶ El 6 de mayo del año 2010 el Dow Jones sufrió una pérdida superior al 10% de forma repentina. Aunque las primeras investigaciones indicaron que el error provenía de uno de los algoritmos instalados en diversas computadoras pertenecientes a varios bancos de inversión, en septiembre del año 2015 se logró identificar al culpable, quien resultó ser el propietario de una pequeña empresa de inversión que había identificado un error de seguridad informática en el software que gestiona la operativa del mercado americano.

4.3 Contrastación hipótesis del investigador #3: Implicaciones de los valores atípicos.

Tal y como se exponía en el capítulo dedicado a la revisión bibliográfica, el estudio de las series históricas generalmente no concede la importancia que merece el impacto que tienen los valores atípicos sobre la evolución de las misma. Esta situación tiene importantes implicaciones en el diseño de los modelos de gestión de carteras al diferir sus resultados teóricos del comportamiento real de los mercados financieros.

Haldane (2010) expuso cómo los mercados financieros cuentan con multitud de ejemplos donde las propias restricciones del mercado conllevan intensas crisis en la valoración de los activos. Esta mención a las consecuencias en la economía real de los movimientos drásticos de los mercados financieros puede recogerse en otras publicaciones (Sharpe 1991). La situación de iliquidez generalizada del mercado en el mes de septiembre del año 2008 con la liquidación del banco de inversión Lehman constituye un claro exponente de la no validez de los axiomas generales, así como de la importancia de incorporar al análisis los valores atípicos.

Para el contraste de esta hipótesis de investigación, y aplicando criterios extraídos de la literatura existentes (p.ej., Mandelbrot, 2001; Taleb, 2005, 2007, 2009) en relación a las teorías enfocadas en la gestión de la volatilidad de los mercados, procederemos a contrastar el impacto en las rentabilidades históricas de cada activo de la consideración o no de los valores atípicos.

Con el objetivo de realizar un análisis homogéneo aplicable a los activos considerados en el análisis, se procede a replicar el estudio realizado por Benoît B. Mandelbrot en su análisis sobre el impacto de los valores correspondientes a las colas de la distribución (Mandelbrot 1997). Para ello se identificarán, para cada activo, los valores extremos tanto máximos como mínimos.

No existe en la literatura especializada una definición estándar de lo que supone el rango de valores extremos de una serie histórica, por lo que adoptamos la establecida en diversos trabajos relacionados con la Teoría del Valor Extremo en su aplicación al mercado financiero (p.ej., Embrechts, Resnick y Samorodnitsky 1999; McNeil y Frey 2000; Carvalhal da Silva y Mendes 2003). En estos estudios se establece como extremo las observaciones con un valor superior o inferior al 99,9% de una distribución. Esta definición trasladada al estudio implica

que, al contar con una media de aproximadamente 5.000 observaciones, el número de casos atípicos para cada activo se establece en 5.

Las conclusiones de este estudio descriptivo nos permitirán valorar si existe una relación entre el índice de fractalidad de los activos y la sensibilidad de estos a la consideración de los casos extremos. Es decir, se busca la relación entre la existencia de un patrón consistente y la sensibilidad en la evolución histórica de cada activo a los valores extremos.

El análisis de sensibilidad a los casos extremos está basado en los estudios sobre volatilidad realizados por Nassim Nicholas Taleb (2007). En ellos planteó las implicaciones en las rentabilidades finales de la consideración o no de los valores atípicos mostrados en las colas de las distribuciones.

En primer lugar queda definida la variable fundamental del análisis del siguiente modo:

Variable	Rentabilidad porcentual diaria obtenida de las series históricas de cada uno de los activos considerados.
Fuente	Series históricas extraídas de las bases de datos financieras de Bloomberg, Reuters y Yahoo.com.
Medición	$\text{Rentabilidad diaria} = \frac{\text{Cotización día } t + 1 - \text{Cotización día } t}{\text{Cotización día } t}$

Se inicia el proceso definiendo como valor atípico aquellas rentabilidades que suponen un porcentaje reducido de las rentabilidades observadas. Tal y como se adelantaba en el apartado anterior, el estudio establece este valor como el 0,1% de los rendimientos observados. Los activos analizados disponen de media 5.000 días de cotización estableciendo el número de casos extremos en cinco observaciones para cada activo.

La representación de la tabla 4.1 muestra como se establece los valores máximos de cada activo, así como se establece una comparación entre todos ellos. Posteriormente, y en la tabla 4.2, se muestran los resultados para los 5 valores mínimos de cada uno de los activos. La tonalidad del verde y rojo representan la magnitud del valor, y en gris aquéllos valores correspondientes a la evolución diaria del VIX.

Tabla 4.1 Identificación cinco valores máximos por activo.

Valores Máximos							
		Valor	Fecha			Valor	Fecha
Rentabilidad en base diaria de la acción de UBS	1	31,36%	19/09/2008	Rentabilidad en base diaria del índice EUROSTOXX 50	1	11,00%	13/10/2008
	2	24,24%	18/09/2008		2	10,35%	10/05/2010
	3	23,92%	24/11/2008		3	9,90%	24/11/2008
	4	21,28%	21/01/2009		4	8,76%	08/12/2008
	5	17,01%	18/03/2008		5	8,42%	19/09/2008
Rentabilidad en base diaria de la acción de Telefónica	1	17,80%	10/07/2000	Rentabilidad en base diaria del índice FTSE 100	1	9,84%	24/11/2008
	2	14,12%	25/07/2002		2	8,84%	19/09/2008
	3	13,51%	25/07/2000		3	8,26%	13/10/2008
	4	11,97%	10/05/2010		4	8,05%	29/10/2008
	5	10,84%	29/10/2008		5	6,19%	08/12/2008
Rentabilidad en base diaria del tipo de cambio Euro - Dolar	1	3,53%	18/03/2009	Rentabilidad en base diaria del índice IBEX 35	1	14,4%	10/05/2010
	2	2,99%	17/12/2008		2	10,6%	13/10/2008
	3	2,91%	24/11/2008		3	9,4%	29/10/2008
	4	2,67%	04/11/2008		4	8,7%	19/09/2008
	5	2,67%	31/03/1995		5	8,1%	24/11/2008
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	1	7,80%	05/01/2009	Rentabilidad en base diaria del índice SMI	1	11,39%	13/10/2008
	2	7,14%	27/10/2011		2	7,75%	06/10/1998
	3	7,06%	11/08/2011		3	6,70%	24/09/2001
	4	6,44%	21/01/2009		4	6,66%	17/10/2008
	5	6,36%	13/02/2009		5	6,48%	25/07/2002
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	1	19,1%	19/09/2008	Rentabilidad en base diaria del índice NIKKEI 225	1	14,15%	14/10/2008
	2	17,1%	19/06/2013		2	9,96%	30/10/2008
	3	15,1%	07/12/2010		3	7,96%	17/11/1997
	4	14,4%	14/03/2012		4	7,84%	31/01/1994
	5	13,8%	27/07/2012		5	7,74%	29/10/2008
Rentabilidad en base diaria del índice S&P 500	1	11,58%	13/10/2008	Rentabilidad en base diaria del índice HSI	1	18,8%	29/10/1997
	2	10,79%	28/10/2008		2	14,3%	28/10/2008
	3	7,08%	23/03/2009		3	14,3%	02/02/1998
	4	6,92%	13/11/2008		4	12,8%	30/10/2008
	5	6,47%	24/11/2008		5	10,7%	23/01/2008
Rentabilidad en base diaria del índice NASDAQ 100	1	18,77%	03/01/2001	Evolución en base diaria del índice VIX	1	64,22%	27/02/2007
	2	12,58%	13/10/2008		2	50,00%	08/08/2011
	3	11,68%	05/12/2000		3	43,20%	15/04/2013
	4	10,92%	28/10/2008		4	35,41%	04/08/2011
	5	10,82%	05/04/2001		5	35,12%	18/08/2011

Tabla 4.2 Identificación cinco valores mínimos por activo.

Valores mínimos							
		Valor	Fecha			Valor	Fecha
Rentabilidad en base diaria de la acción de UBS	1	-22,63%	29/09/2008	Rentabilidad en base diaria del índice EUROSTOXX 50	1	-7,88%	10/10/2008
	2	-17,94%	15/09/2008		2	-7,86%	06/10/2008
	3	-16,07%	20/01/2009		3	-7,31%	21/01/2008
	4	-15,61%	14/11/2008		4	-6,48%	15/10/2008
	5	-15,51%	17/09/2008		5	-6,42%	08/10/2008
Rentabilidad en base diaria de la acción de Telefónica	1	-15,36%	24/07/2000	Rentabilidad en base diaria del índice FTSE 100	1	-8,85%	10/10/2008
	2	-13,56%	07/07/2000		2	-7,85%	06/10/2008
	3	-12,13%	11/05/2000		3	-7,16%	15/10/2008
	4	-9,09%	10/10/2008		4	-5,72%	11/09/2001
	5	-8,82%	22/10/2008		5	-5,70%	06/11/2008
Rentabilidad en base diaria del tipo de cambio Euro - Dolar	1	-2,54%	15/08/1995	Rentabilidad en base diaria del índice IBEX 35	1	-9,1%	10/10/2008
	2	-2,49%	03/01/2001		2	-8,2%	22/10/2008
	3	-2,40%	24/10/2008		3	-7,5%	21/01/2008
	4	-2,38%	11/08/2010		4	-7,1%	10/09/1998
	5	-2,38%	30/09/2008		5	-6,9%	13/01/1999
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	1	-8,22%	22/09/2011	Rentabilidad en base diaria del índice SMI	1	-7,79%	10/10/2008
	2	-7,32%	17/12/2008		2	-6,12%	06/10/2008
	3	-7,16%	01/12/2008		3	-5,62%	22/03/2001
	4	-6,80%	20/11/2008		4	-5,60%	19/07/2002
	5	-6,53%	31/10/2001		5	-5,57%	15/10/2008
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	1	-23,35%	18/03/2009	Rentabilidad en base diaria del índice NIKKEI 225	1	-11,41%	16/10/2008
	2	-14,68%	09/08/2011		2	-10,55%	15/03/2011
	3	-12,80%	08/08/2011		3	-9,62%	10/10/2008
	4	-12,16%	15/09/2008		4	-9,60%	24/10/2008
	5	-11,34%	01/12/2008		5	-9,38%	08/10/2008
Rentabilidad en base diaria del índice S&P 500	1	-9,03%	15/10/2008	Rentabilidad en base diaria del índice HSI	1	-13,70%	28/10/1997
	2	-8,93%	01/12/2008		2	-12,70%	27/10/2008
	3	-8,81%	29/09/2008		3	-10,41%	23/10/1997
	4	-7,62%	09/10/2008		4	-8,87%	12/09/2001
	5	-6,87%	27/10/1997		5	-8,70%	12/01/1998
Rentabilidad en base diaria del índice NASDAQ 100	1	-10,52%	29/09/2008	Evolución en base diaria del índice VIX	1	-29,57%	10/05/2010
	2	-9,86%	31/08/1998		2	-26,96%	09/08/2011
	3	-9,73%	14/04/2000		3	-25,91%	15/06/2006
	4	-9,09%	02/01/2001		4	-24,68%	20/10/2008
	5	-8,82%	15/10/2008		5	-23,15%	18/09/2007

A continuación se procede a simular la rentabilidad que habría obtenido cada uno de los activos teniendo en consideración los casos atípicos previamente identificados, y realizando las siguientes modificaciones sobre la serie histórica:

- **Escenario #1** No considerar las cinco rentabilidades positivas más elevadas.
- **Escenario #2** No considerar las cinco rentabilidades negativas más elevadas.
- **Escenario #3** No considerar las cinco rentabilidades positivas y negativas más elevadas.

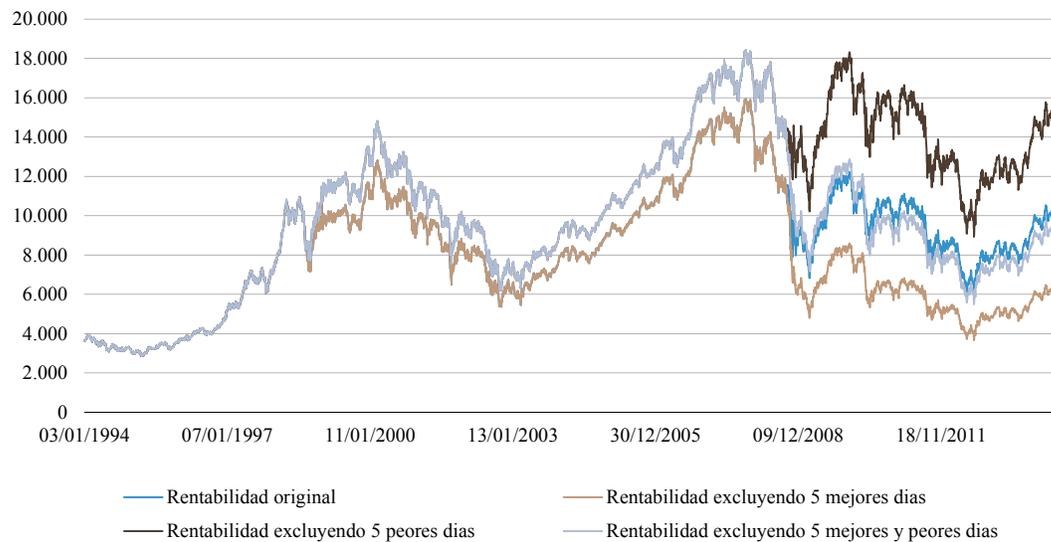
La rentabilidad de cada uno de los activos es calculada considerando los ajustes sobre la rentabilidad histórica anteriormente expuesta. A modo de ejemplo, consideremos el índice IBEX 35 para explicar los resultados obtenidos con este análisis⁴⁷.

Los datos considerados para este activo se inician en la cotización del día 3 de enero del año 1994 y concluyen el 15 de abril del año 2014. Este período comprende, por tanto, 7.407 observaciones durante más de 20 años.

La comparación en el caso del IBEX 35 entre la rentabilidad total original y aquellas que habría obtenido el índice si se considerara los tres escenarios propuestos anteriormente queda representada en el gráfico 4.2.

⁴⁷ El anexo AII-2 incluye el detalle gráfico y numérico de los cálculos realizados para el resto de los activos.

Gráfico 4.2 Comparación de evolución del IBEX 35 según la consideración de los casos atípicos.



La disparidad de las rentabilidades obtenidas de acuerdo al gráfico 4.2 muestra el impacto de la consideración o no de estos valores extremos en el estudio de la evolución de este índice. Esta divergencia queda también reflejada en el análisis numérico expuesto en la tabla 4.3. De acuerdo a los cálculos realizados, se establece como la rentabilidad histórica del IBEX 35 durante el período fue del 176% (9% en términos anuales), y como la misma se habría visto reducida en un 60% si se hubiera retirado del análisis los 5 mejores días de cotización, o hubiera mejorado por el contrario su rendimiento en un 78% si se hubiera retirado los 5 peores días de cotización a lo largo de estos 20 años.

La tesis expuesta por los autores que defienden la no consideración de los mismos tampoco queda justificada por la retirada al unísono de los valores máximos y mínimos ya que el resultado total se habría visto alterado en un 13%.

Tabla 4.3 Impacto en la rentabilidad histórica del IBEX 35 considerando la inclusión o exclusión de los cinco valores atípicos en relación a su rentabilidad positiva o negativa.

	Situación original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
	Valores	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	3.654,5	3.654,5	-	0%	3.654,50	-	0%	3.654,50	-	0%
Valor Final	10.103,5	6.203,8	- 3.899,7	-39%	15.132,82	5.029,3	50%	9.291,87	- 811,6	-8%
Rentabilidad total	176%	70%	-107%	-60%	314%	138%	78%	154%	-22%	-13%
Rentabilidad anual	9%	3%	-5%		15%	7%		8%	-1%	

El cálculo realizado para todos los activos queda resumido en la tabla 4.4, en la que se puede comprobar cómo los valores finales de rentabilidad efectivamente se ven alterados por la consideración o no del 0,1% de los casos atípicos.

Tabla 4.4 Simulación de rentabilidades considerando los valores atípicos.

	Fecha inicio	Fecha Fin	Rentabilidad Original del activo en el período	Escenario #1	Escenario #2	Escenario #3
				Excluyendo los mejores 5 resultados diarios	Excluyendo los peores 5 resultados diarios	Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios
Rentabilidad en base diaria del índice NASDAQ 100	03/01/1994	15/04/2014	782%	380%	1361%	696%
Rentabilidad en base diaria del índice S&P 500	03/01/1994	15/04/2014	296%	163%	509%	304%
Rentabilidad en base diaria del índice IBEX 35	03/01/1994	15/04/2014	176%	70%	314%	154%
Rentabilidad en base diaria del índice SMI	03/01/1994	15/04/2014	176%	90%	279%	161%
Rentabilidad en base diaria del índice Eurostoxx 50	03/01/1994	07/04/2014	121%	39%	221%	102%
Rentabilidad en base diaria del índice FTSE 100	03/01/1994	14/04/2014	93%	30%	178%	87%
Rentabilidad en base diaria del índice HSI	03/01/1994	15/04/2014	88%	-3%	234%	72%
Rentabilidad en base diaria del tipo de cambio Euro - Dólar	03/01/1994	14/04/2014	23%	6%	39%	20%
Rentabilidad en base diaria del activo UBS	16/05/2000	15/04/2014	-4%	-67%	152%	-12%
Rentabilidad en base diaria del índice NIKKEI 225	04/01/1994	15/04/2014	-19%	-13%	37%	-13%
Evolución en base diaria del índice VIX	03/01/2000	15/04/2014	-36%	-90%	192%	-55%
Rentabilidad en base diaria del activo TELEFÓNICA	03/01/2000	14/04/2014	-36%	-66%	20%	-36%
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	03/01/1994	14/04/2014	-46%	-61%	-21%	-44%
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	03/01/1994	14/04/2014	-70%	-86%	-32%	-67%

El impacto en la rentabilidad original diverge entre los diferentes activos tal y como se refleja en la tabla 4.5 que se forma por la diferencia entre la rentabilidad obtenida por la serie histórica y la rentabilidad de la serie aplicando cada una de las restricciones, así como el porcentaje que representa esta diferencia en términos absolutos.

Tabla 4.5 Diferencia en las valoraciones obtenidas por las simulaciones.

	<i>Escenario #1</i>		<i>Escenario #2</i>		<i>Escenario #3</i>	
	Diferencia en relación a la rentabilidad original de excluir los mejores 5 resultados diarios		Diferencia en relación a la rentabilidad original de excluir los peores 5 resultados diarios		Diferencia en relación a la rentabilidad original de excluir los mejores y peores 5 resultados diarios	
	Absoluta	en % vs original	Absoluta	en % vs original	Absoluta	en % vs original
Rentabilidad en base diaria del índice IBEX 35	107%	60%	-138%	78%	22%	13%
Rentabilidad en base diaria del activo Telefónica	30%	85%	-56%	157%	1%	2%
Rentabilidad en base diaria del índice Eurostoxx 50	82%	68%	-100%	83%	19%	16%
Rentabilidad en base diaria del índice FTSE 100	63%	68%	-85%	92%	6%	6%
Rentabilidad en base diaria del índice NASDAQ 100	401%	51%	-579%	74%	86%	11%
Rentabilidad en base diaria del índice S&P 500	133%	45%	-213%	72%	-8%	3%
Rentabilidad en base diaria del índice SMI	86%	49%	-103%	58%	15%	9%
Rentabilidad en base diaria del índice NIKKEI 225	-7%	34%	-57%	292%	-7%	34%
Rentabilidad en base diaria del índice HSI	91%	104%	-146%	167%	15%	18%
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vto. a 5 años	16%	23%	-38%	54%	-2%	3%
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vto. a 30 años	16%	34%	-25%	54%	-2%	5%
Rentabilidad en base diaria del tipo de cambio Euro - Dólar	17%	73%	-16%	70%	3%	12%
Evolución en base diaria del índice VIX	54%	153%	-228%	641%	19%	54%
Rentabilidad en base diaria del activo UBS	62%	1487%	-156%	3725%	8%	189%

Los resultados muestran el diferente impacto que experimenta no solo según el tipo de activo considerado, sino también el tipo de simulación aplicada. En el caso en el que se extraen las cinco rentabilidades más elevadas de la serie, si excluimos del análisis la evolución de UBS así como del VIX, es el índice de chino HSI quien muestra el impacto en porcentaje más relevante. Esta diferencia se cuantifica en el 104% y es el resultado de haber obtenido un 3% en lugar del 81% de la serie original. En el otro extremo de la distribución se encuentra la evolución diaria del precio del bono de 5 años de EE.UU. en el que la retirada de sus 5 rentabilidades más elevadas implica solo una modificación de la rentabilidad total del período del 23%.

La segunda restricción, que considera para el cálculo de la serie histórica la retirada de los 5 peores resultados diarios, también provoca diferencias relevantes en relación a la rentabilidad original. El caso en el que esta diferencia es más relevante corresponde al índice japonés NIKKEI 225. A lo largo de más de 20 años de cotización, la retirada de la serie histórica de los cinco días ya identificados modifica el resultado final en un 292% lo que representa un 57% en términos absolutos.

Finalmente, cuando se retiran el 0,1% de los mejores y peores resultados de las series históricas la desviación en relación con la rentabilidad original se reduce, siendo el caso de la

evolución de la acción de Telefónica la que obtiene un resultado final más próximo con la rentabilidad original obtenida en el período. Apenas existe un 1% de diferencia sobre la rentabilidad de -36% que experimenta la acción durante el período.

Con la información expuesta en este apartado se procede contrastar la segunda hipótesis de investigación establecida en la introducción, para ello se establece la hipótesis nula y alternativa:

H_0 : las series históricas no se ven alteradas por los casos atípicos.

H_1 : las series históricas se ven alteradas por los casos atípicos.

Al no encontrar un estudio similar en la literatura, se adopta en la regla de decisión un grado de tolerancia en un 5% como diferencia entre el valor original y el modificado, en base al standard establecido en la estadística inferencial (Fisher 1955).

- Se rechaza H_0 si la diferencia es inferior al 5% entre el valor original y el obtenido tras la retirada de los casos atípicos.
- Se acepta H_0 si la diferencia es superior al 5% entre el valor original y el obtenido tras la retirada de los casos atípicos.

A la vista de los datos obtenidos en la tabla 4.5 debemos concluir que la hipótesis de investigación referida al no-impacto de los casos atípicos en la evolución de los precios debe ser rechazada. Esta clasificación de los activos en virtud a la diferencia obtenida será contrastada con los valores fractales de cada serie con el objeto de analizar si existe relación entre la naturaleza fractal de los activos y su dependencia a los valores extremos.

4.4. Relación de los casos atípicos con el índice de fractalidad.

El contraste de la hipótesis #3 concluyó que los casos atípicos tienen una relevancia tal que debe evitarse su exclusión en el análisis de las series históricas. A continuación se procederá a relacionar el grado de sensibilidad de cada uno de los activos a la consideración o no de sus valores extremos con los valores obtenidos sobre su índice de fractalidad y el indicador de aleatoriedad (como distancia al valor 0,5 del coeficiente de Hurst). Los valores de ambos análisis se consolidan en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Comparación entre la sensibilidad a los casos atípicos y la aleatoriedad calculada por el coeficiente de Hurst.

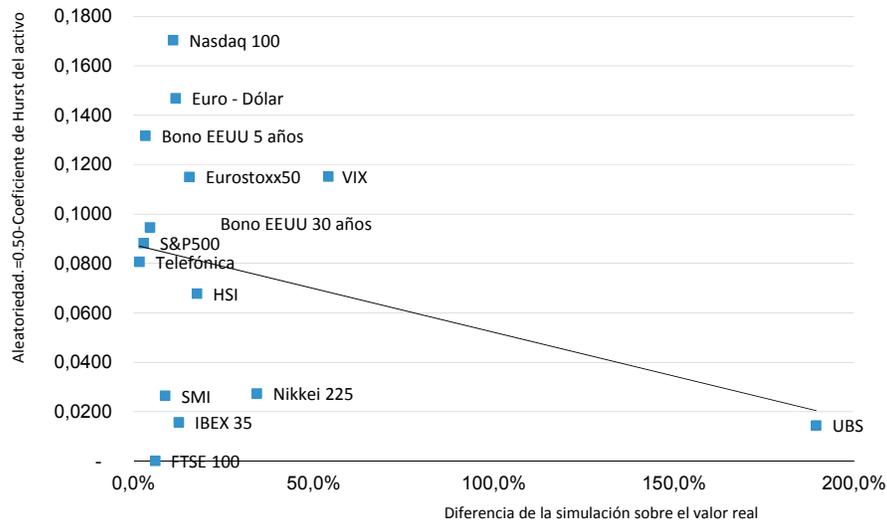
	<i>Escenario #3</i>		Coeficiente de Hurst	Índice de Fractalidad	Aleatoriedad (distancia al coeficiente de hurst=0.5)
	Diferencia en relación a la rentabilidad original de excluir los mejores y peores 5 resultados diarios				
	En valor absoluto	En %			
Rentabilidad en base diaria del activo Telefónica	1%	2%	0,581	1,419	0,081
Rentabilidad en base diaria del índice S&P 500	-8%	3%	0,588	1,412	0,088
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vto. a 5 años	-2%	3%	0,368	1,632	0,132
Evolución en base diaria del bono de EE.UU. con vto. a 30 años	-2%	5%	0,405	1,595	0,095
Rentabilidad en base diaria del índice FTSE 100	6%	6%	0,500	1,500	0,000
Rentabilidad en base diaria del índice SMI	15%	9%	0,526	1,474	0,026
Rentabilidad en base diaria del índice NASDAQ 100	86%	11%	0,670	1,330	0,170
Rentabilidad en base diaria del tipo de cambio Euro - Dólar	3%	12%	0,647	1,353	0,147
Rentabilidad en base diaria del índice IBEX 35	22%	13%	0,516	1,484	0,016
Rentabilidad en base diaria del índice Eurostoxx 50	19%	16%	0,615	1,385	0,115
Rentabilidad en base diaria del índice HSI	15%	18%	0,432	1,568	0,068
Rentabilidad en base diaria del índice NIKKEI 225	-7%	34%	0,473	1,527	0,027
Evolución en base diaria del índice VIX	19%	54%	0,385	1,115	0,115
Rentabilidad en base diaria del activo UBS	8%	189%	0,514	1,486	0,014

Por otro lado, y para calibrar la sensibilidad a los casos atípicos, se recogen los resultados de la simulación en la que se extraían de la serie histórica tanto los 5 mejores como los 5 peores resultados en términos de rentabilidad diaria.

La columna que muestra el diferencial en porcentaje incluye una tonalidad verde que se va intensificando a medida que dicha diferencia se incrementa, dejando el caso de la acción de UBS fuera del análisis debido a la gran diferencia existente. Por otro lado, la columna en la que se muestra la aleatoriedad del activo en relación a la persistencia de la evolución de precios recoge un color rojo, el cual se intensifica en los valores con evoluciones menos aleatorias (persistentes o antipersistentes).

En el gráfico 4.3 se puede observar como la distribución de los activos al considerar los ejes de aleatoriedad y de impacto porcentual de la exclusión de los casos extremos no guardan una relación directa. De forma exploratoria se realiza un ajuste lineal simple con el propósito de ver la bondad del ajuste. Se obtiene un indicador de R^2 igual a 0,1013, siendo la recta estimada que se aplica a este ajuste de $y = -0,0354x + 0,0876$.

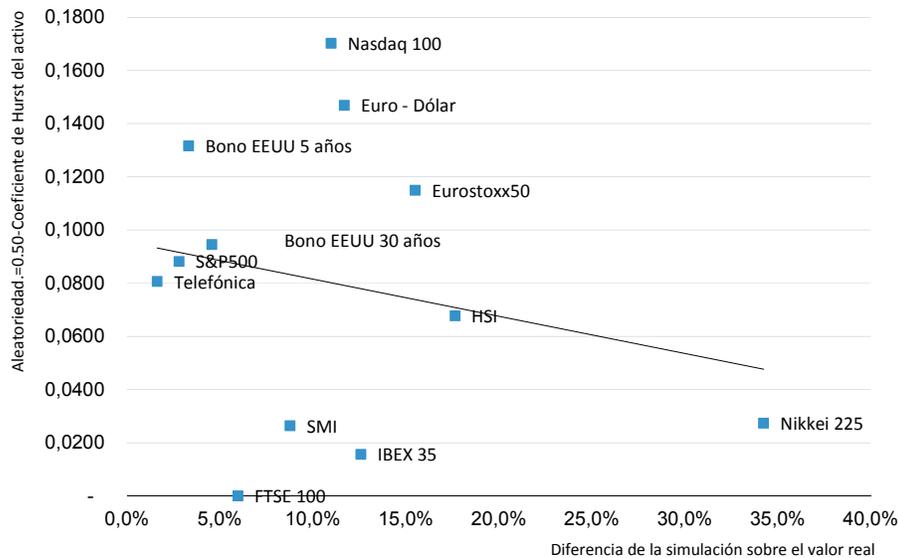
Gráfico 4.3 Relación entre impacto de casos atípicos e índice de fractalidad (columnas 2 y 5 de la tabla 4.6)



No obstante, si se excluyeran del análisis los dos valores cuya diferencia entre la simulación y el valor real es más relevante: la acción de UBS y el indicador de volatilidad VIX, el resultado no permite obtener un mejor ajuste de la línea de tendencia.

En el gráfico 4.4 se puede observar cómo la distribución de los activos al considerar los ejes de aleatoriedad y de impacto porcentual de la exclusión de los casos extremos no guardan una relación directa. En concreto, un ajuste lineal simple obtiene un indicador de R^2 igual a 0,0525, siendo la recta que se aplica a este ajuste de $y = -0,1396x + 0,0955$.

Gráfico 4.4 Relación entre impacto de casos atípicos e índice de fractalidad sin la acción de UBS y el VIX.



4.5 Conclusión de la perspectiva fractal aplicada a los cisnes negros.

En la revisión de la bibliografía ya se manifestaba las diferencias existentes entre los valores reales y aquellos valores teóricos obtenidos de los modelos que defendían la existencia de un mercado eficiente y cuyos rendimientos se ajustaban a la distribución normal. En este capítulo se ha profundizado sobre la existencia recurrente de esos casos extremos así como el diferente impacto en cada uno de los activos analizados.

El análisis conjunto de fractalidad y casos extremos aporta un nuevo enfoque, en el que bajo una misma metodología, se trata de integrar la posible existencia de un patrón en la evolución de los mercados financieros con la evidencia de que existen eventos extremos, o de muy baja probabilidad, con un alto impacto en la rentabilidad obtenida.

En definitiva, y de acuerdo al análisis exploratorio realizado, la relación entre el índice de fractalidad, y por tanto la existencia de un patrón más o menos intensos de evolución persistente, no guarda relación significativa con la consideración o no de capítulos atípicos en las series históricas. El índice de fractalidad de cada uno de los activos no está relacionado con los efectos de la consideración de los casos atípicos en el estudio de las series históricas.

Capítulo 5

Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento inversor

“El mercado es como un péndulo que siempre oscila entre el optimismo insostenible (que hace que los activos sean demasiado caros) y el pesimismo injustificado (que hace que los activos sean demasiado baratos). El inversor inteligente es una persona realista, que vende a optimistas y compra a pesimistas.”

Graham, Benjamin y Jason Zweig (2009, pp. 12).

Sinopsis del capítulo

En este capítulo se realiza un análisis considerando la evolución de las expectativas mostradas por los inversores a través de una encuesta sobre el sentimiento del inversor. Tras considerar diversas fuentes disponibles sobre estas variables se selecciona la encuesta semanal publicada por la asociación americana de inversores institucionales (AAII). De forma análoga al capítulo 3, se realiza un estudio descriptivo de las variables consideradas. Tras la aplicación de las mismas herramientas fractales utilizadas con los activos financieros, se estudia la validez de la hipótesis que propone considerar el resultado de la encuesta como indicador adelantado o retrasado de la evolución de los mercados. Los cálculos sobre la correlación y bondad del ajuste rechazan esta hipótesis. El análisis es completado con un estudio que compara la predictibilidad de cada variable con su composición fractal.

5.1 Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento inversor.

5.1 Tipos de indicadores de sentimiento del inversor.

La variable denominada Sentimiento del Inversor corresponde a la cuantificación de la predicción que realiza el inversor en relación a la evolución de los mercados financieros a corto o medio plazo.

El estudio del sentimiento del inversor es relevante fundamentalmente para identificar la existencia de la correlación entre la evolución real de los mercados y las expectativas que tienen sobre los mismos los inversores. La cuantificación de esta relación permite utilizar o no el sentimiento de mercado como un indicador adelantado de precios futuros.

A diferencia del resultado intuitivo que indicaría que el momento clave en el seguimiento del sentimiento del inversor corresponde al cambio de la tendencia de la opinión de los inversores, los estudios sobre el mercado americano desde julio de 1987 a julio 1998 demuestran cómo esta información no es el indicador más relevante en la predicción de los mercados (Fisher y Statman 2000).

Existen diversos tipos de indicadores de sentimiento del inversor en virtud del tipo de magnitud analizada. En el presente estudio se resumen en tres tipos caracterizados por su objeto de estudio: volatilidad en la contratación de productos derivados, evolución en el tipo de productos financieros elegidos por los inversores, y por último, encuestas realizadas a los distintos tipos de inversores.

a) Basados en opciones y volatilidad.

Las opciones son productos derivados que permiten, al margen de establecer coberturas de cartera, negociar sobre un activo sin tener la titularidad directa del mismo (en el caso de las opciones de compra), o la posibilidad de vender el activo a un precio establecido (en el caso de las opciones de venta). La negociación de opciones (tanto en sus modos simples como en las más complejas estructuras) está ligada a un mercado especulativo al que se une el

componente de apalancamiento existente en cada uno de los contratos formalizados (ver glosario tipo de opciones).

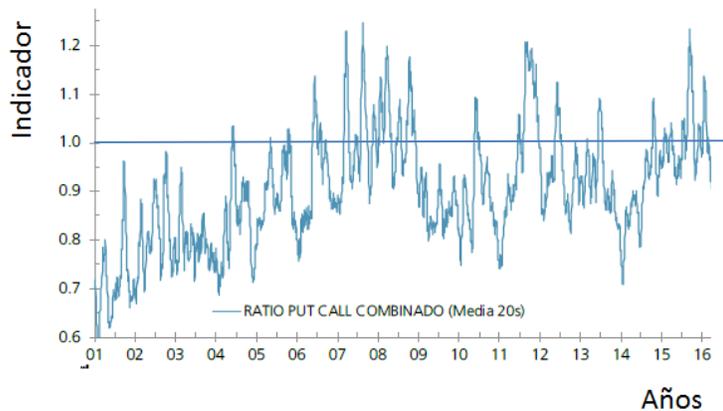
Existen diversos indicadores formados con base en el análisis de las transacciones en opciones existentes en el mercado, y que permite extraer una conclusión sobre el sentimiento del inversor. Dentro de esta clasificación se encuentra el ratio PUT / CALL. Este indicador se puede calcular de diversas formas:

1. Precio de la opción CALL en relación al precio de la opción PUT de un determinado activo con un vencimiento idéntico.
2. Volumen del subyacente afectado por las opciones CALL en relación al volumen comprometido con las opciones PUT de un mismo activo.
3. El número de opciones PUT negociadas durante un día en relación con las opciones CALL negociadas durante el mismo período.

Este tercer método de cálculo constituye la medición más extendida. Aquellos valores del indicador superiores a 1 muestran mercados en los que los agentes preparan sus carteras para futuras caídas en el precio de las acciones y viceversa. En el gráfico 5.1 se muestran las oscilaciones de este indicador en relación al valor indicativo 1 durante el período 2001-2016.

Si bien su uso se encuentra muy extendido entre las empresas de análisis financiero, este indicador cuenta con el hándicap de que los productos derivados sobre los que se realiza la medición suelen estar operados principalmente por inversores profesionales, que utilizan estos instrumentos, entre otros objetivos, para realizar coberturas o inversiones apalancadas de carteras. Esta inversión precisa un conocimiento financiero elevado, así como un seguimiento de la inversión muy detallada, que normalmente está fuera del alcance de los inversores no profesionales. En definitiva, los resultados obtenidos a través de este ratio no pueden considerarse como un indicador completo del mercado ya que no considera la evolución del resto de inversores que no utilizan estos instrumentos.

Gráfico 5.1 Evolución ratio PUT / CALL en mercado bursátil EE.UU. (período de 2001 a 2016).



Fuente: CBOT, Bloomberg Finance LP, UBS.

Para terminar esta clasificación de indicadores, se destaca el uso de la evolución del índice VIX. El fundamento para su uso como indicador de sentimiento se basa en que la volatilidad determina la magnitud de las oscilaciones en la variación del precio de los activos. La medición estándar de este indicador consiste en el cálculo de la desviación típica de la serie histórica de rentabilidades obtenidas por un determinado activo o índice.

Se recuerda que el VIX, también denominado el “índice del miedo del inversor” (Chang et al 2011) corresponde a un indicador creado por el CBOE (Mercado de Opciones de Chicago) en 1993. Esta medida representa la volatilidad implícita de las opciones sobre el índice del Standard & Poors 500 con vencimiento a 30 días.

La evolución de los resultados oscila entre valores cercanos al 10 y el 90. El mercado establece en 20 el límite para describir al mercado como estable o con expectativas futuras de volatilidad bajas, mientras que los momentos en los que el indicador supera los 30 puntos sugieren un escenario futuro de incremento de la volatilidad.

La tabla 5.1 expone los valores estadísticos más relevantes para el período 01/01/2005 y 02/09/2015.

Tabla 5.1 Estadística descriptiva de la evolución del VIX desde el 01/01/2005 a 02/09/2015.

	Valores	Fecha en la que sucedió el caso extremo
# Observaciones	2.686	
Valor medio	19,766	
Valor máximo	80,86	
Valor mínimo	9,89	
Media variación diaria (%)	0,23%	
Máximo variación positiva diaria (%)	41,99%	07/05/2010
Máximo variación negativa diaria (%)	-39,10%	26/02/2007
Media variación diaria (absoluta)	-0,004	
Máxima variación positiva diaria (absoluta)	17,360	17/10/2008
Máxima variación negativa diaria (absoluta)	-16,549	21/10/2008

b) Basados en datos estadísticos de evolución de productos.

El más común es el seguimiento de las grandes masas de fondos de inversión por tipología. La relación de fondos conservadores de renta fija sobre los considerados más agresivos de renta variable en la composición de la cartera, permite extraer información sobre las expectativas de evolución futura del mercado por parte de los inversores.

Existen diversos organismos que elaboran estadísticas con el seguimiento de los flujos existentes entre los diversos fondos de inversión. Entre todas ellas destaca el seguimiento que realiza el *Investment Company Institute* (ICI) sobre los movimientos del mercado. Sus estudios semanales permiten obtener información relevante sobre la evolución del sentimiento del inversor atendiendo al cambio del perfil de inversión de la composición de su cartera.

Aunque existen diversas estadísticas, la base general es el estudio de aproximadamente 8.000 fondos de inversión disponibles en el mercado estadounidense. Se adjunta en la tabla 5.2 la síntesis del último análisis semanal realizado a fecha de elaboración del presente estudio⁴⁸. La tabla permite comprobar cómo se incrementa la inversión en activos de renta fija en detrimento de los fondos de renta variable. Tras este movimiento se encuentra un sentimiento pesimista sobre la evolución futura de los índices de renta variable, aunque es también reseñable como esta evolución se está suavizando en las últimas semanas. Por otro lado, el

⁴⁸ <https://www.ici.org/research/stats>.

organismo dispone también de un acceso libre a la información consolidada mes a mes. El resultado se adjunta en la tabla 5.3.

Tabla 5.2 Evolución movimiento semanal y mensual de fondos de inversión según clase de activo a fecha 11/05/2016 (ICI).

	11.05.2016	<i>diferencia semana anterior</i>	04.05.2016	<i>diferencia semana anterior</i>	27.04.2016	<i>diferencia semana anterior</i>	20.04.2016	<i>diferencia semana anterior</i>	13.04.2016
Renta variable	-7.432	5.987	-13.419	-10.238	-3.181	974	-4.155	-691	-3.464
Renta fija	3.675	-111	3.786	-5.449	9.235	3.508	5.727	2.336	3.391
Materias primas	1.058	-299	1.357	1.485	-128	14	-142	475	-617

Dato en millones de dólares

Tabla 5.3 Evolución movimiento mensual enero 2014 - marzo 2016.

Fecha	Dato en millones de dólares			
	Total	Renta variable	Renta fija	Otros
2014 enero	29.214	23.761	2.490	2.963
2014 febrero	33.608	19.032	8.778	5.798
2014 marzo	28.257	10.440	13.807	4.010
2014 abril	19.962	6.260	8.784	4.918
2014 mayo	15.550	-229	12.036	3.743
2014 junio	13.948	-2.273	11.727	4.494
2014 julio	7.928	-6.465	10.419	3.974
2014 agosto	8.473	1.161	5.237	2.075
2014 septiembre	-22.640	-5.211	-19.372	1.943
2014 octubre	-2.985	5.195	-6.244	-1.936
2014 noviembre	13.429	-2.507	14.945	991
2014 diciembre	-47.066	-23.948	-19.142	-3.976
2015 enero	25.665	13.010	9.988	2.667
2015 febrero	29.511	8.966	17.156	3.389
2015 marzo	14.755	5.063	6.308	3.384
2015 abril	5.537	-1.471	6.733	275
2015 mayo	2.977	-3.844	5.474	1.347
2015 junio	5.284	-2.996	8.238	42
2015 julio	-19.155	-9.581	-8.194	-1.380
2015 agosto	-39.317	-9.391	-23.535	-6.391
2015 septiembre	-34.442	-9.405	-20.006	-5.031
2015 octubre	-7.594	-9.810	4.603	-2.387
2015 noviembre	-30.079	-20.572	-5.050	-4.457
2015 diciembre	-76.278	-36.818	-27.209	-12.251
2016 enero	-20.767	-4.973	-5.156	-10.638
2016 febrero	8.475	8.810	1.123	-1.458
2016 marzo	14.958	-9.605	21.396	3.167

La información aportada por este organismo ha servido como base para diversos estudios que usan esta estadística como reflejo del sentimiento del inversor, e incluso su aplicación como indicador adelantado de la evolución de los mercados financieros. Dentro de esta categoría cabe destacar el reciente estudio realizado por Ben-Rephael, Kandel y Wohl (2012). El análisis de la información del ICI en el período 1984-2008 sobre treinta y tres categorías de fondos permitió a los autores demostrar una correlación positiva significativa entre el flujo de fondos dirigidos a renta variable y la evolución del índice S&P 500.

Anteriormente, otros artículos utilizaron ya este indicador como base empírica de contrastes relacionados con el *Behavioral Finance*, tal y como el estudio de Alexander, Gjergji, y Scott (2007) el cual analizaban los mecanismos de negociación utilizados por los gestores de fondos de inversión, o incluso la base de datos ICI sirvió como fuente para el estudio en la identificación de perfiles de inversión entre los partícipes de instrumentos financieros en Estados Unidos (O'Neal 2004).

c) Basados en encuestas.

Existen fundamentalmente cuatro tipos de encuestas de sentimiento: Encuestas publicadas generadas desde organismos independientes y cuyos participantes suelen ser inversores no profesionales, encuestas publicadas cuyo origen son los inversores profesionales, las encuestas privadas generadas por las propias empresas de inversión dentro de sus departamentos de análisis y gestión, y por último encuestas basadas en el nivel de confianza de los consumidores.

Dentro del apartado de encuestas publicadas cuyo origen son las opiniones de profesionales, se encuentra por ejemplo el estudio mensual realizado por la empresa *Investors Intelligence*⁴⁹. Desarrolla un índice construido con la síntesis de más de 120 análisis independientes. Se puede acceder a esta información a través de un pago anual, y existe otra modalidad que permite consultar los resultados históricos desde su creación en 1963.

⁴⁹ www.investorsintelligence.com.

Existe un análisis que chequea los resultados obtenidos siguiendo los resultados de esta encuesta (Solt y Statman 1988). El resultado del documento no muestra una relación entre los valores observados en el sentimiento de mercado y las rentabilidades del mercado.

Otro ejemplo reseñable de este tipo de encuestas se puede encontrar en los estudios generados por el organismo independiente *Consensus, Inc*⁵⁰. Esta empresa, además de consolidar en una única base de datos todos los estudios preparados por diversos agentes financieros sobre las expectativas de evolución del mercado, introduce una serie de parametrizaciones que ponderan la importancia de las publicaciones. Dispone de una serie histórica que se inicia en 1983, no obstante los recursos estadísticos no son de carácter público y precisan del pago de una cuota anual.

Por otro lado, las encuestas realizadas dentro de las propias compañías de inversión difícilmente pueden ser utilizadas en ámbitos académicos ya que al componente interno de las mismas hay que añadir la reducida cantidad de intervinientes así como el sesgo de las mismas ya que suelen compartir una visión de mercado general establecida de forma centralizada en la entidad.

En relación a las encuestas basadas en las expectativas de los inversores sobre la evolución del mercado, cabe destacar aquellas cuyo origen se encuentran en el análisis de amplias consultas masivas a inversores profesionales y no profesionales. A modo de ejemplo se menciona la encuesta semanal preparada por la empresa alemana *Sentix*⁵¹ que recaba la opinión de mercado de más de 3.000 inversores profesionales y no profesionales sobre diversos índices o activos en un horizonte temporal de un mes y 6 meses. Dentro de esta clasificación, y con un interés especial para el desarrollo del presente estudio, se encuentra la publicada semanalmente por la Asociación de inversores individuales de Estados Unidos (AII) en la que a través de encuestas semanales se elabora un panel de información en el que se establece el porcentaje de inversores optimistas, pesimistas, y neutrales.

Por último, se debe señalar la existencia de otras encuestas cuyo objetivo principal no se encuentra directamente ligado con la evolución de los mercados financieros, pero que son

⁵⁰ www.consensus-inc.com.

⁵¹ www.sentix.de.

seguidas por los agentes financieros como indicador de la actividad económica en general. En esta clasificación destacan las encuestas sobre la confianza del consumidor. Los estudios realizados en búsqueda de la correlación entre sus resultados en general⁵² y la evolución de los mercados, no son concluyentes (Ferrer, Salaber, y Zalewska 2016).

5.2 Análisis exploratorio del índice del sentimiento del inversor: encuesta de AAI.

Tras el análisis de las diferentes opciones se ha decidido elegir esta última encuesta como fuente de datos para la realización del presente estudio debido a su carácter público⁵³ y gratuito, y a contar con una muestra histórica muy amplia permitiendo consultar su evolución semanal desde el año 1987. Muestra de la relevancia de sus resultados para el mundo financiero es que actualmente se ha convertido en accesible desde los gestores de información Bloomberg y Barron's. Esta fuente ha sido ya utilizada para contrastar la correlación entre los mercados financieros y el sentimiento de mercado por diversos estudios (p.ej., De Bondt 1993).

La formación de la encuesta establece que cada semana todos los miembros de la asociación son consultados en relación a sus expectativas para los próximos 6 meses. En concreto se les solicita que clasifiquen dicha expectativa como netamente compradora (*bullish*), vendedora (*bearish*) o neutral. La encuesta se realiza desde el jueves a las 12:01 AM, hasta el miércoles siguiente a las 11:59 PM. Si bien suele dirigirse a dos mil miembros seleccionados aleatoriamente entre los 160.000 miembros inscritos, la media de respuestas obtenidas oscila entre 100 y 350.

El análisis del perfil del encuestado tipo corresponde a un hombre, con una edad de entre 60 y 70 años, cuenta con estudios universitarios, dispone de un porfolio de inversión personal

⁵² En el estudio de Ferrer, Salaber, y Zalewska (2016) se destacó un tipo de encuesta que contaba con un nivel de correlación superior a la media con la evolución de los mercados financieros: financiación hipotecaria de viviendas.

⁵³ La extracción de la información se realiza directamente desde la página web de la asociación. La confiabilidad y validez de los datos descansa en la auditoría realizada por la propia asociación antes de su publicación.

por encima de 1 millón de dólares americanos, conocimiento medio financiero, y preferencia por el enfoque fundamental en el estudio bursátil en lugar del Análisis Técnico.

El organismo, de forma semanal, publica los resultados de la encuesta, incluyendo la serie histórica de la misma en la que se detalla la evolución de 3 variables:

- Porcentaje de inversores con intención compradora en los próximos 6 meses, también denominados optimistas o *bulling*.
- Porcentaje de inversores con intención vendedora en los próximos 6 meses, también denominados pesimistas o *bearing*.
- Porcentaje de inversores con intención neutral en los próximos 6 meses.

Adicionalmente a lo ya expuesto, la encuesta incorpora un elemento diferencial muy relevante. En paralelo a la elaboración de la encuesta, este instituto obtiene mensualmente cierta información de su base de afiliados sobre la evolución de la distribución de la cartera de inversión. Esta información es muy relevante ya que permite comprobar si los inversores actúan en el mercado de acuerdo al sentimiento de inversión que exponen en las encuestas, y es utilizado para ajustar los resultados obtenidos por la encuesta principal.

Tras la comparación de las diversas fuentes sobre encuestas relacionadas con el inversor se selecciona esta vía al cumplir con los criterios de libre acceso, amplia serie histórica, y uso previo en estudios de investigación como los realizados por David S. North, y Stevens Jerry (2015) sobre las bondades predictivas del indicador obtenido a través del uso de esta encuesta.

Los resultados de la encuesta constituyen también parte de la base del amplio estudio realizado por Roger G. Clarke y Meir Statman (1998) sobre los indicadores disponibles para la identificación de tendencias en el mercado.

No obstante el estudio que en mayor profundidad analizó la formación de la encuesta y sus posibles sesgos corresponde a Werner De Bondt (1993) en el que contrastaba los resultados de la encuesta con la evolución posterior de los mercados realizando un detallado análisis sobre la relación entre los resultados obtenidos en la encuesta y la psicología del inversor. A modo de contraste de los resultados obtenidos a través de la encuesta de la AAI, realizó una encuesta durante el período octubre 1994 y marzo 1995 entre un número de inversores más reducido (45) seleccionados por un club de inversores de Wisconsin de un perfil similar al

utilizado por AAI. Los resultados del análisis comparativo demostraron que el patrón de ligero sobre optimismo de la encuesta de AAI se repetía.

Finalmente, el artículo más citado en la bibliografía con referencias al uso de esta encuesta como fuente de datos para su análisis posterior corresponde al estudio realizado por Kenneth Fisher y Meir Statman (2000). El análisis incorpora una interesante revisión de los resultados sobre el sentimiento de mercado de tres poblaciones diferenciadas: aquella obtenida a través de las respuestas aportadas por inversores particulares representada por la encuesta de la AAI, inversores profesionales y estrategias de firmas de análisis financiero de Wall Street, e inversores que publican sus predicciones financieras a través de diversos medios. Los resultados muestran una correlación positiva y significativa (0,47 con un p-valor de 0,01) entre las opiniones mostradas por los tres grupos, pero no ocurre así con los resultados reales de la evolución de los mercados financieros.

Antes de proceder al estudio de la correlación de los resultados de la encuesta y la evolución real de los mercados, se realiza un análisis descriptivo de la evolución de las cuatro variables fundamentales.

En primer lugar se determinan las variables que serán consideradas en el análisis:

Variables	<p>Evolución semanal en porcentaje de la composición de la encuesta de sentimiento del inversor AAI.</p> <p>La encuesta determina sus resultados en 3 componentes fundamentales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Inversores optimistas sobre la evolución del mercado los próximos 6 meses. 2. Inversores pesimistas sobre la evolución del mercado los próximos 6 meses. 3. Inversores neutrales sobre la evolución del mercado los próximos 6 meses. <p>Adicionalmente, para profundizar en el estudio de los datos de comportamiento, se incluye una variable derivada que mide el diferencial existente, en valor absoluto, entre las dos primeras variables (compradores y vendedores).</p>
Fuente	<p>Serie histórica disponible en la base de datos de acceso público de la AAI.</p>

Medición | Evolución semanal = (% de inversores de un tipo en la encuesta publicada en t+1 - % de inversores de un tipo en la encuesta publicada en t) / % de inversores de un tipo en la encuesta publicada en t+1

Se representa la distribución de resultados de cada una de las variables durante el período analizado que comprende los resultados publicados por la encuesta desde 24/07/1987 hasta 5/03/2015, es decir, se cuenta con 1.441 observaciones semanales en las que se distribuyen los resultados en tres clasificaciones: inversores optimistas, pesimistas, neutros, y a adicionalmente incorporamos un indicador adicional que muestra el porcentaje de inversores optimistas sobre los inversores pesimistas.

Un primer estudio gráfico de los resultados en base mensual muestra la alta variabilidad de los resultados en los cuatro indicadores seleccionados tal y como se indica en los gráficos del 5.2 al 5.7.

Gráfico 5.2 Porcentaje de respuestas de inversores optimistas.

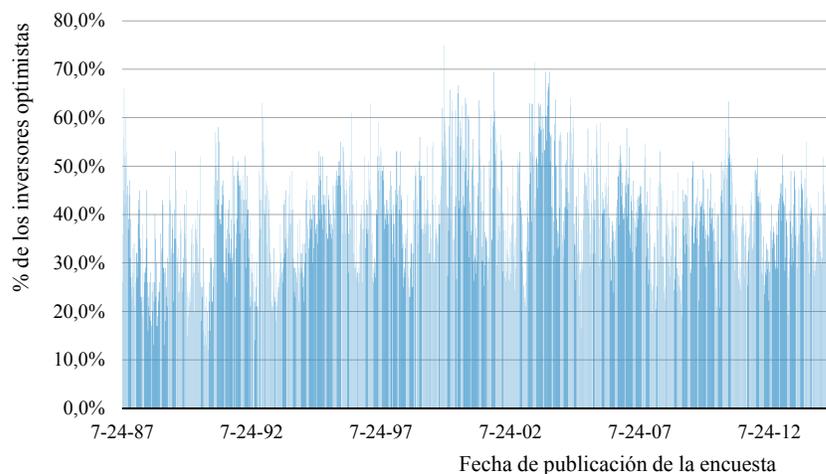


Gráfico 5.3 Porcentaje de respuestas de inversores neutrales.

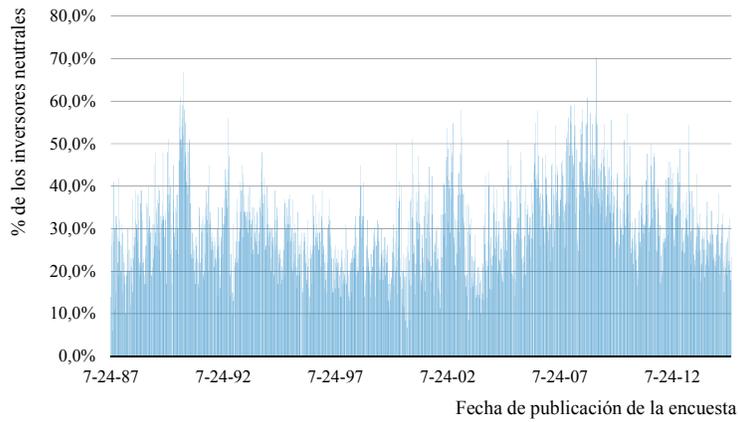


Gráfico 5.4 Porcentaje de respuestas de inversores pesimistas.

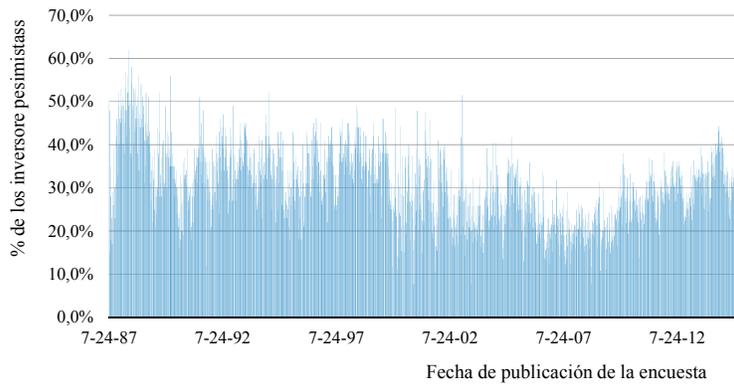
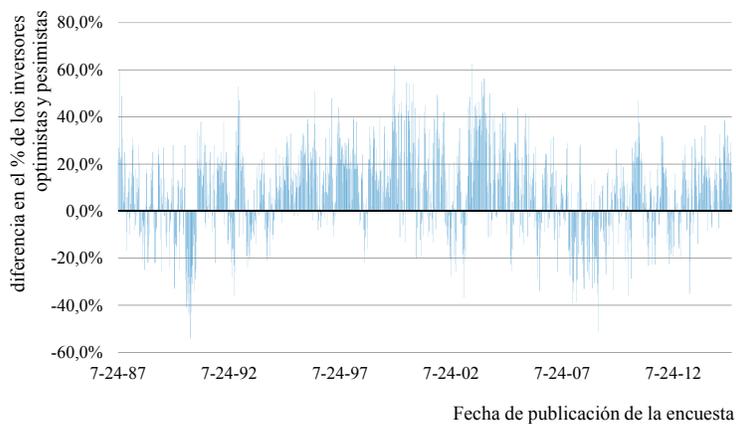
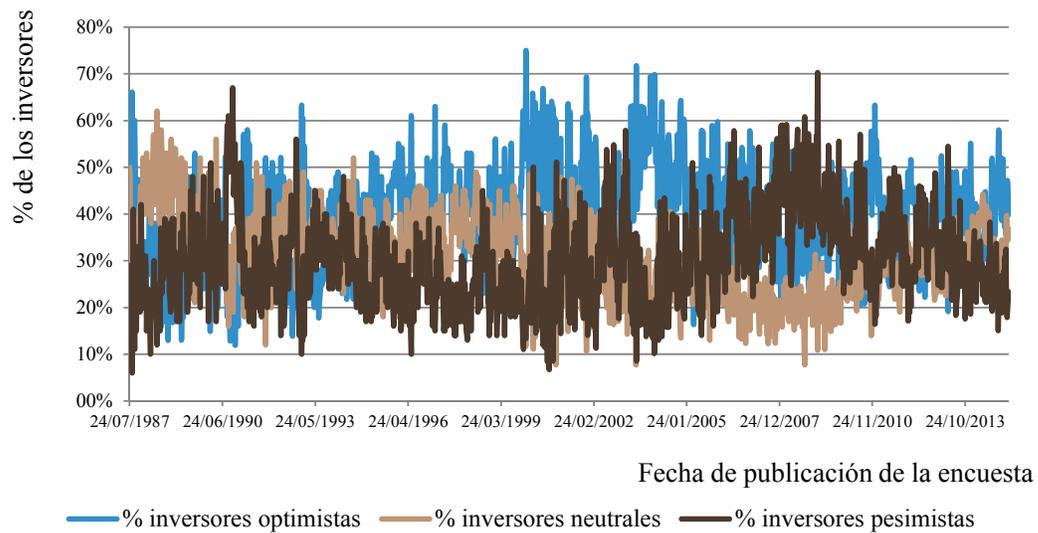


Gráfico 5.5 Diferencia de resultados entre porcentaje de respuestas de inversores optimistas y pesimistas.



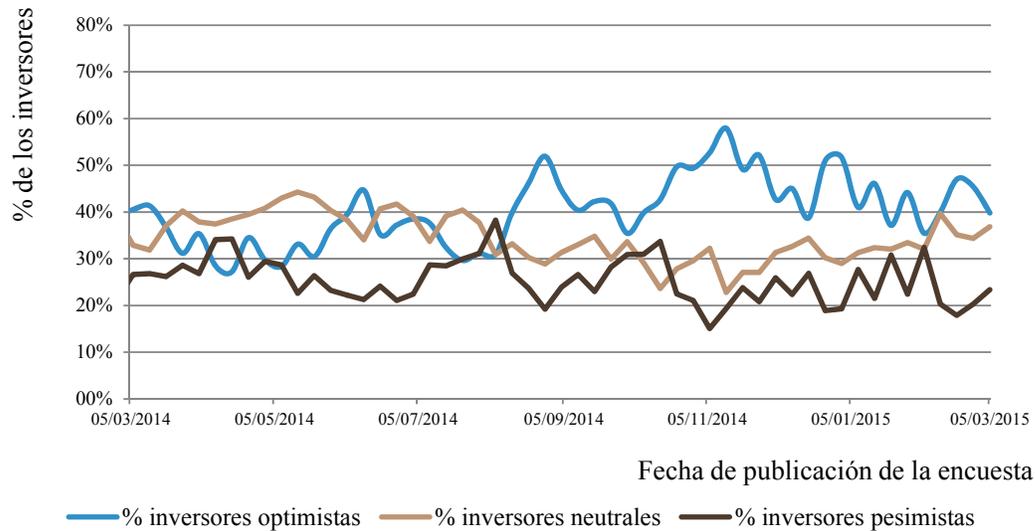
La relación entre las variables tal y como muestra el gráfico 5.6, indican cómo la evolución en la distribución de las tres variables no es estática a lo largo del tiempo. El contenido del gráfico muestra la evolución de las tres variables primarias (optimismo, pesimismo y neutralidad) en los resultados obtenidos.

Gráfico 5.6 Evolución comparativa entre los resultados obtenidos en el período 24/07/1987 a 5/03/2015.



Este comportamiento se mantiene tanto si se considera todo el período analizado como si únicamente se analiza un período reducido desde 5/03/2014 a 5/03/2015 tal y como muestra el gráfico 5.7. En ambos casos se puede comprobar cómo la alternancia de las variables recuerda a la evolución del precio de los activos.

Gráfico 5.7 Evolución comparativa de los resultados obtenidos en el período 5/03/2014 a 5/03/2015.



5.3 Contrastación hipótesis del investigador #4: análisis de aleatoriedad de las variables del sentimiento del inversor.

Para establecer si la evolución semanal de los resultados obtenidos corresponde a un comportamiento aleatorio aplicamos el estimador no paramétrico denominado análisis de rachas, como ya hicimos en el capítulo 3 en el caso de diversos activos financieros.

En primer lugar se añade un nuevo parámetro que traslade los resultados de la encuesta a una variable de naturaleza dicotómica. Para ello se codifican con el valor 1 todos los resultados que, con respecto a la observación de la semana anterior, se incrementan, y con 0 el caso contrario. Un análisis posterior de la serie histórica modificada permite confirmar la correcta transformación de las cuatro variables analizadas.

Establecemos una hipótesis nula y alternativa.

H_0 : la secuencia de aparición de dos valores posibles de una variable dicotómica que refleje el signo de la rentabilidad diaria es aleatoria.

H_1 : la secuencia de aparición de dos valores posibles de una variable dicotómica dicotómica

que refleje el signo de la rentabilidad diaria no es aleatoria.

Se determina la siguiente regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza $(1-\alpha) = 0,95$.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

A continuación se utiliza el estimador de rachas para el contraste de las hipótesis establecidas cuyos resultados quedan recogidos en la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Resultados del estimador de rachas.

	Optimista signo	Neutral signo	Pesimista signo	Diferencia optimista y pesimista signo
Valor del test (media)	0,49	0,49	0,51	0,41
Casos < caso de test	379	378	364	439
Casos \geq caso de test	359	360	374	299
Casos totales	738	738	738	738
Número de rachas	429	448	457	420
Z	4,37	5,77	6,42	4,84
P-valor. (2-colas)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

De este modo se obtienen las siguientes conclusiones:

- Respuestas optimistas a la encuesta de sentimiento: p-valor = 0,000 y por tanto inferior al nivel de significación (α) = 0,05 establecido. Se rechaza la hipótesis de que la secuencia de aparición sea aleatoria.
- Respuestas neutrales a la encuesta de sentimiento: p-valor = 0,000 y por tanto inferior al nivel de significación (α) = 0,05 establecido. Se rechaza la hipótesis de que la secuencia de aparición sea aleatoria.

- Respuestas pesimistas a la encuesta de sentimiento: p-valor = 0,000 y por tanto inferior al nivel de significación (α) = 0,05 establecido. Se rechaza la hipótesis de que la secuencia de aparición sea aleatoria.
- Diferencia entre el porcentaje de respuestas optimistas y porcentaje de respuestas pesimistas a la encuesta de sentimiento: p-valor = 0,000, y por tanto inferior al nivel de significación (α) = 0,05 establecido. Se rechaza la hipótesis de que la secuencia de aparición sea aleatoria.

Concluyendo que, ninguna de las cuatro variables analizadas dispone de una secuencia en relación al signo de evolución diaria que corresponda a un patrón aleatorio.

Análisis Gráfico de aleatoriedad del índice de sentimiento del inversor.

De forma adicional al estudio estadístico utilizando el estimador de rachas, y buscando incrementar la consistencia del resultado del contraste, se realiza un análisis gráfico que permita concluir si la secuencia seguida por las variables es aleatoria.

En primer lugar trasladamos el dato de variación diaria de la encuesta a un esquema dicotómico: 1 si la variación con respecto al día anterior ha sido positiva y a 0 si ha sido negativa.

A continuación trasladamos los resultados a un gráfico con dos dimensiones: siendo el eje X la correspondencia de las observaciones semanales de las variables de sentimiento, y el eje Y la respuesta dicotómica aportada por los inversores. Los gráficos 5.8 a 5.11 corresponden a la distribución de inversores optimistas, pesimistas, neutrales, así como a la diferencia existente entre inversores optimistas y pesimistas.

Gráfico 5.8 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores optimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.

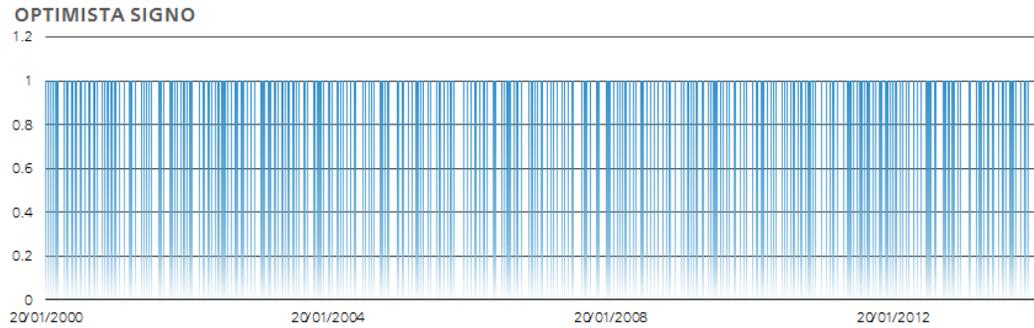


Gráfico 5.9 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores neutrales en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.

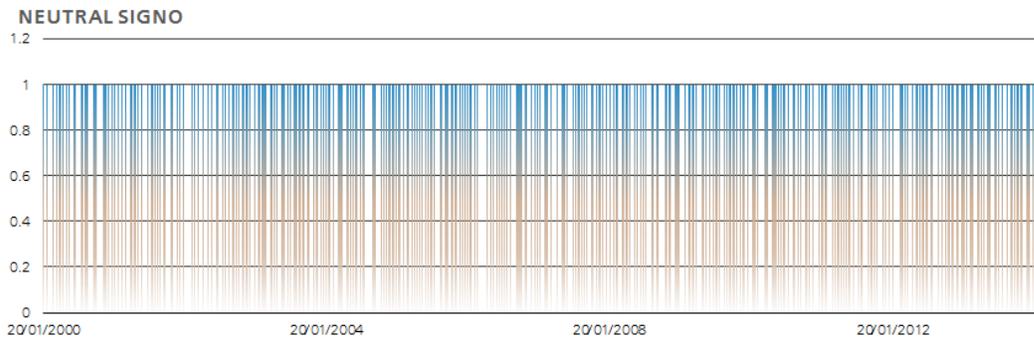


Gráfico 5.10 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores pesimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.

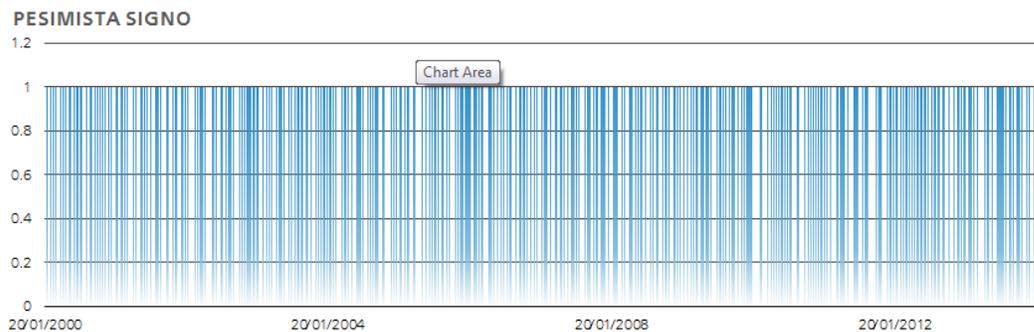
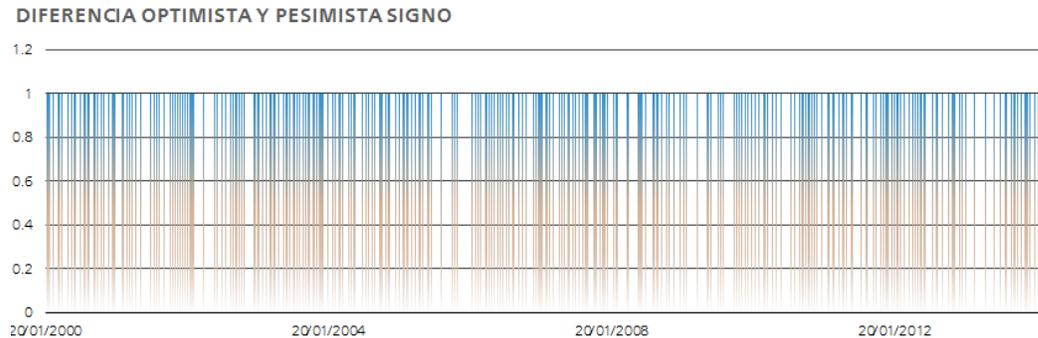


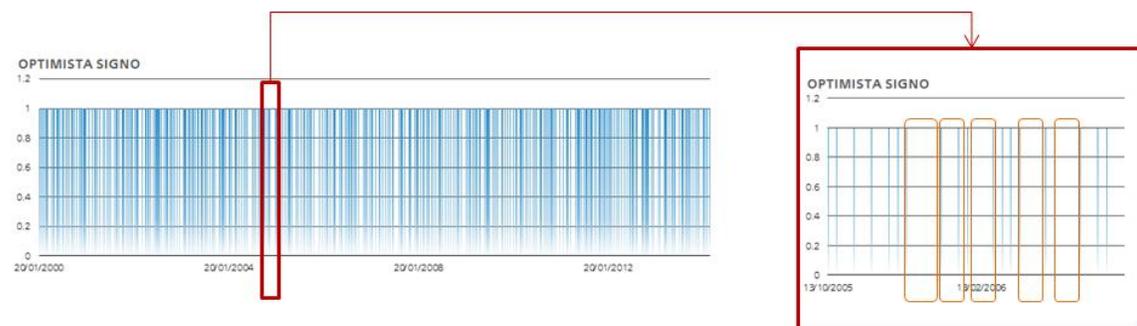
Gráfico 5.11 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal de la diferencia entre inversores optimistas y pesimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.



En ninguno de los cuatro análisis se puede aceptar la hipótesis de que la secuencia de variaciones es aleatoria y uniforme. Existen períodos muy extensos en los que se muestra una persistencia en el signo de la variación que contradicen la ausencia de dependencia y memoria estadística.

A modo de ejemplo, este comportamiento no aleatorio se identifica en la secuencia del signo en la evolución de los inversores optimistas. En el gráfico 5.12 se extrae un rango de 55 observaciones semanales en la que de forma consistente se identifican cinco tramos en los que la secuencia de evolución negativa se mantiene durante un período entre seis y cinco observaciones.

Gráfico 5.12 Detalle de la evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores optimistas en el período 13/10/2005 y 08/06/2006.



5.4. Análisis fractal del sentimiento del inversor.

Continuando con el estudio de la hipótesis de investigación #4, y tras establecer la no aleatoriedad de los resultados obtenidos por la encuesta de sentimiento en base a la consideración del estimador de rachas (Z), se procede a obtener el coeficiente de Hurst medio de cada una de las variables analizadas.

Se aplican los cálculos expuestos en el capítulo 3 para la obtención del coeficiente de Hurst e índice de fractalidad a la serie histórica de la encuesta de sentimiento del inversor. A diferencia de los 7 rangos utilizados en el análisis de los activos financieros, y atendiendo a la regularidad de la publicación de la encuesta, este estudio se reduce a cuatro particiones:

- **Semanal.** Partición cada elemento de la serie.
- **Mensual.** Partición cada 4 elementos de la serie.
- **Anuales.** Partición cada 52 elementos de la serie.
- **Trienios.** Partición cada 156 elementos de la serie.

Cálculo del coeficiente de Hurst de las variables del sentimiento inversor.

Si bien el resumen de los resultados para cada una de las cuatro particiones de cada variable se encuentra en la tabla 5.5, el detalle de cálculo y resultados obtenidos se encuentran en el anexo AIII-3.

Los resultados muestran cómo tanto el coeficiente de Hurst para cada una de las particiones, cómo el obtenido como valor medio de los mismos obtenidos para cada una de las cuatro variables analizadas, muestran un nivel de persistencia al contar en todos los casos con un coeficiente de Hurst superior a 0,5.

La misma clasificación de persistencia se debe asignar a la media de todos los coeficientes calculados. A diferencia del cálculo que se realizó en el capítulo 3 para el análisis de los activos financieros donde el valor medio agregado correspondía a una evolución aleatoria (coeficiente de Hurst de 0,5161), el coeficiente de Hurst medio de las variables obtenidas de la encuesta de sentimiento ha resultado ser de 0,607.

Tabla 5.5 Coeficiente de Hurst para las variables del sentimiento inversor de la encuesta AAIL.

Sentimiento optimista

tipo	# Valores por partición	Número de casos	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	5,984	0,233	0,536	1,464
mensual	4	1.441	360	5,984	0,233	0,540	1,460
anual	52	1.405	27	5,883	0,235	0,593	1,407
3 años	156	1.249	8	5,521	0,243	0,698	1,302
Valor medio						0,592	1,408

Sentimiento pesimista

tipo	# Valores por partición	Número de casos	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	13,791	0,341	0,580	1,420
mensual	4	1.441	360	13,791	0,341	0,581	1,419
anual	52	1.405	27	13,697	0,343	0,599	1,401
3 años	156	1.405	9	13,697	0,343	0,626	1,374
Valor medio						0,597	1,403

Sentimiento neutral

tipo	# Valores por partición	Número de casos	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	8,842	0,258	0,578	1,422
mensual	4	1.441	360	8,842	0,258	0,582	1,418
anual	52	1.405	27	8,507	0,261	0,613	1,387
3 años	156	1.405	9	8,507	0,261	0,713	1,287
Valor medio						0,622	1,378

Diferencia optimista y pesimista

tipo	# Valores por partición	Número de casos	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	148,253	3,490	0,591	1,409
mensual	4	1.441	360	148,353	3,490	0,591	1,409
anual	52	1.405	27	162,161	3,515	0,599	1,402
3 años	156	1.405	9	162,161	3,525	0,700	1,300
Valor medio						0,620	1,380

Valor medio 4 variables de la encuesta del sentimiento del inversor **0,607** **1,393**

5.5 Contrastación hipótesis #5: relación entre el sentimiento del inversor y la evolución del mercado.

El objetivo de este apartado es dar respuesta a la hipótesis número 5 planteada al comienzo del estudio. Dicha hipótesis proponía la no relación directa entre la evolución de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor y los valores observados en la cotización de los activos, y en caso de existir alguna relación, determinar si está relacionada con el valor en el índice fractal obtenido por cada uno de ellos.

El estudio establece un rango de fechas desde el 20 de enero del año 2000 hasta el 6 de marzo del año 2014. A diferencia del estudio realizado para los activos financieros en los que existía la posibilidad de realizar observaciones diarias, en este caso la restricción proviene de la publicación semanal de la encuesta⁵⁴. Esta restricción tiene dos implicaciones:

1. El número de observaciones para el período queda reducido a 738 observaciones tanto para las respuestas a la encuesta como para los activos financieros.
2. El estudio estadístico exploratorio realizado en el capítulo 3 para los activos financieros debe realizarse de nuevo considerando esta restricción semanal (p.ej., la conclusión sobre la distribución normal de los resultados en base diaria podría diferir si la base de las observaciones fuera semanal).

Posteriormente, y con el objetivo de estudiar la relación entre mercado y encuestas, se realiza un estudio correlacional. Adicionalmente, y con el objetivo de diluir la diferencia en la composición de sus series históricas, se realiza nuevamente el estudio con los valores ya normalizados.

Tras el análisis de correlación general de las variables, y aprovechando el origen norteamericano de la encuesta de sentimiento, se realiza un estudio en profundidad sobre la posibilidad de usar los resultados de la encuesta como indicador adelantado o retrasado de la evolución del índice bursátil más representativo de esta región, el S&P 500.

El capítulo finaliza con la búsqueda de una potencial relación entre el uso como indicador adelantado o retrasado de la encuesta y su estructura fractal.

⁵⁴ Los estadísticos más representativos para cada una de las variables se recogen en el anexo AIII-1.

a) Análisis de normalidad del índice de sentimiento del inversor y los valores de mercado.

Con el objetivo de establecer la herramienta adecuada en el análisis de correlaciones se debe determinar si las variables analizadas corresponden a una distribución normal.

Al igual que en el capítulo 3, se procede a establecer un análisis de contraste de la normalidad de las variables en base a cuatro indicadores.

- Análisis de la curtosis de la distribución.
- Análisis de la distribución de frecuencias.
- Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.
- Análisis gráfico Q-Q.

Análisis de la curtosis de la distribución.

A diferencia del estudio realizado sobre las variables financieras, los valores obtenidos del indicador de curtosis de algunas variables si se encuentran próximos a la distribución normal. La tabla 5.6 muestra todas las variables consideradas, y ordenadas por la diferencia del indicador de curtosis obtenido y el representativo de una distribución normal (3). Aunque no existe ningún valor con un valor exacto de 3 si se aprecia como algunas de ellas se encuentran próximas (Curtosis NASDAQ 100 = 2,92, o Curtosis FTSE 100 = 3,12).

En la apreciación contraria (diferencia sobre una curtosis de 3) se encuentran los valores alcanzados por UBS (29,28) y la diferencia entre los porcentajes entre inversores optimistas y pesimistas (17,26)

Tabla 5.6 Estadísticos de valores de mercado y valores de sentimiento de mercado con observaciones semanales.

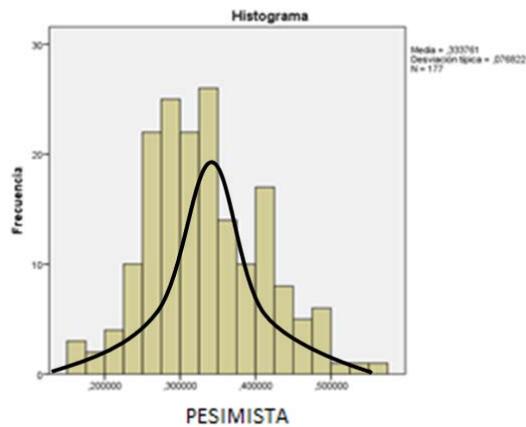
Evolución semanal de las variables	# Casos	Desviación estándar	Varianza	Asimetría	Curtosis	diferencia con distribución normal (Curtosis =3)
UBS	720	6,34%	40,2	-1,92	32,28	29,28
diferencia % positivo y negativo	738	268,61%	72.151,0	0,03	20,26	17,26
% pesimista a la encuesta	738	34,92%	1.219,3	2,60	15,63	12,63
S&P 500	738	2,56%	6,6	-0,74	10,16	7,16
% neutral a la encuesta	738	28,19%	794,5	1,68	6,68	3,68
Bono EE.UU. Vto. 30 años	738	3,05%	9,3	-0,39	5,01	2,01
Tipo de cambio Euro / Dólar	738	1,39%	1,9	0,01	1,05	1,95
VIX	738	12,18%	148,4	1,26	4,69	1,69
IBEX 35	738	3,06%	9,4	-0,09	1,40	1,60
HSI	738	3,20%	10,2	0,08	1,71	1,29
Telefónica	738	3,90%	15,2	0,12	1,77	1,23
SMI	738	2,39%	5,7	-0,50	4,09	1,09
NIKKEI 225	738	3,08%	9,5	-0,46	2,21	0,79
Eurostoxx 50	738	2,95%	8,7	-0,23	2,29	0,71
Bono EE.UU. Vto. 5 años	738	6,14%	37,7	0,36	2,80	0,20
% positivo a la encuesta	738	22,81%	520,4	1,03	2,84	0,16
FTSE 100	738	2,40%	5,7	-0,49	3,12	0,12
NASDAQ 100	738	3,80%	14,4	-0,41	2,92	0,08
Valores validos	720					

Análisis de la distribución de frecuencias.

Como segundo contraste de la normalidad de las series se propone un análisis de frecuencias en los valores semanales. A modo de ejemplo, se muestra en el gráfico 5.13 la distribución de frecuencias de los valores observados del porcentaje de inversores pesimistas, así como la diferencia existente en su forma a la correspondiente con una distribución normal.

Se incorporan en el anexo AIII-1 el resto de gráficos correspondientes a la evolución de las variables de sentimiento

Gráfico 5.13 Distribución de frecuencias de la variable semanal del sentimiento pesimista sobre la evolución futura del mercado.



Utilización del estimador Kolmogorov-Smirnov.

Utilizando los mismos criterios para seleccionar el método de contraste indicado en el capítulo 3, el estudio se realizará en base al coeficiente de Kolmogorov-Smirnov. El contraste se inicia estableciendo la hipótesis nula y alternativa:

H_0 : Las variables analizadas siguen una distribución normal.

H_1 : Las variables no siguen una distribución normal.

Se determina la siguiente regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza $(1-\alpha) = 0,95$.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

Los valores obtenidos en el proceso se recogen en la tabla 5.7. El resultado del test indica que únicamente en el caso de la evolución semanal de la cotización del tipo de cambio Euro /

Dólar podemos no rechazar la hipótesis nula de que la distribución de esta variable sigue una distribución normal⁵⁵.

Tabla 5.7 Test de normalidad utilizando el indicador de Kolmogorov-Smirnov para las de variables de mercado y de sentimiento con observaciones semanales.

Rentabilidad / Evolución Semanal	Kolmogorov-Smirnov		
	Estadístico	Grados de libertad (gl)	P-valor
IBEX 35	0,0492	720	0,0003
Eurostoxx 50	0,0573	720	0,0000
FTSE 100	0,0838	720	0,0000
NASDAQ 100	0,0813	720	0,0000
S&P 500	0,0807	720	0,0000
SMI	0,0809	720	0,0000
UBS	0,1363	720	0,0000
Telefonica	0,0608	720	0,0000
NIKKEI 225	0,0393	720	0,0103
HSI	0,0474	720	0,0006
Bono EE.UU. con vencimiento a 5 años	0,0868	720	0,0000
Bono EE.UU. con vencimiento a 30 años	0,0799	720	0,0000
Tipo de cambio Euro - Dólar	0,0243	720	0,2000
VIX	0,0894	720	0,0000
Evolucion del % de respuestas optimistas	0,0654	720	0,0000
Evolucion del % de respuestas neutrales	0,0838	720	0,0000
Evolucion del % de respuestas pesimistas	0,0963	720	0,0000
Evolucion de la diferencia entre el % de respuestas optimistas y	0,1891	720	0,0000

⁵⁵ El análisis correspondiente a todos los activos se encuentra en el apartado AIII-2 del anexo. Se dedica un especial detalle a aquellas representaciones cuya distribución se aleja más del comportamiento de una normal (acción de UBS), y a aquél en el que no se puede rechazar la hipótesis de comportamiento normal (tipo de cambio Euro / Dólar).

Análisis gráfico Q-Q.

De forma análoga al estudio realizado en el capítulo 3 sobre la normalidad de las distribuciones diarias de la rentabilidad de los activos, este análisis gráfico muestra la diferencia entre el valor observado con el valor que debería haber obtenido si la evolución de resultados siguiera la forma de una distribución normal

Para explicar las conclusiones obtenida, y continuando con el ejemplo el porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado, se muestra su análisis Q-Q en los gráficos 5.14 y 5.15.

Gráfico 5.14 Gráfico Q-Q sobre el porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.

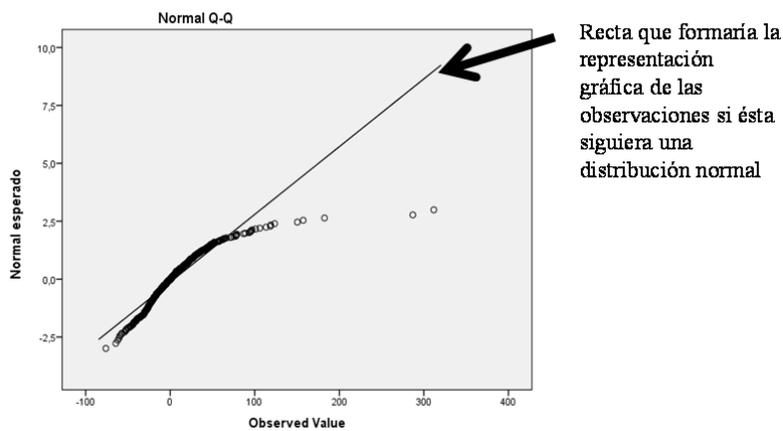
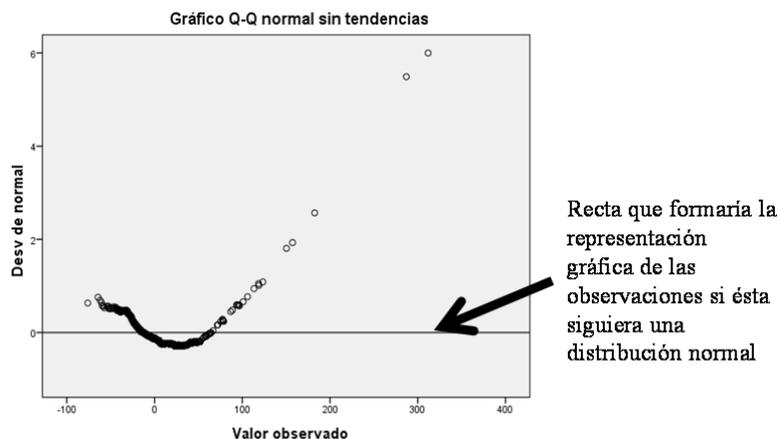


Gráfico 5.15 Gráfico Q-Q sin tendencia sobre el porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.

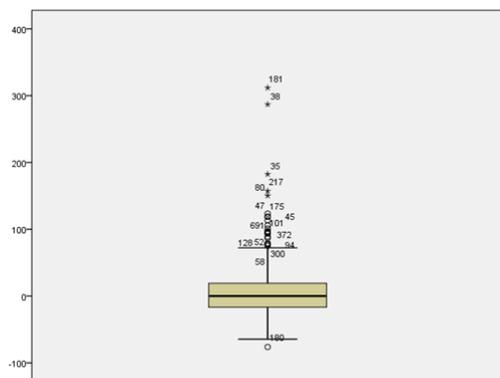


Esta diferencia encontrada en el posible ajuste a la distribución normal de esta variable de inversores pesimistas confirma el resultado de los 3 criterios previos utilizados:

- Curtosis = 15,63.
- Distribución de frecuencias = forma alejada de la distribución normal.
- Estimador Kolmogorov-Smirnov = rechazo de la hipótesis nula.

En el caso particular de esta variable se puede añadir al estudio realizado el número y relevancia de los casos atípicos tal y como muestra el gráfico 5.16.

Gráfico 5.16 Casos atípicos en la evolución del porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.



Evolución semanal del porcentaje de inversores pesimistas

Se incorpora en el anexo AIII-2 las conclusiones sobre el ajuste a la distribución normal basado en el análisis gráfico considerando los estudios Q-Q normales y sin tendencia para cada uno de los activos.

Conclusión sobre la normalidad de las variables.

El contraste efectuado a través de los cuatro indicadores sobre las dieciocho variables (catorce financieras y cuatro correspondientes a la encuesta de sentimiento del inversor) indica que ningún activo cumple las condiciones para su clasificación como normal impuestas en las 4 perspectivas a la vez. (p.ej., la evolución semanal del tipo de cambio Euro

/ Dólar cumple los requisitos del estimador de Kolgomorov-Smirnov, pero incumple el ajuste al valor teórico de la curtosis).

b) Análisis correlación y regresión entre variables de mercado y sentimiento del inversor.

Tal y como se mencionaba en la introducción de la presente tesis, el empleo de las encuestas del sentimiento del inversor como indicador predictivo de la evolución del mercado es recurrente en la literatura existente (North y Stevens 2015).

En primer lugar se valora el uso de la encuesta seleccionada como indicador adelantado o retrasado del movimiento del mercado. Para ello se establecen cinco escenarios tal y como se expone a continuación:

- **Escenario 1** (t): La evolución de los datos del mercado guarda relación con los resultados de la encuesta publicada esa misma semana (efecto contemporáneo).
- **Escenario 2** (t+1): La evolución de los datos del mercado guarda relación con los resultados de la encuesta publicada una semana después (diferencia semanal adelantada).
- **Escenario 3** (t+4): La evolución de los datos del mercado guarda relación con los resultados de la encuesta publicada cuatro semanas después (diferencia mensual adelantada).
- **Escenario 4** (t-1): La evolución de los datos del mercado guarda relación con los resultados de la encuesta publicada una semana antes (diferencia semanal retrasada).
- **Escenario 5** (t-4): La evolución de los datos del mercado guarda relación con los resultados de la encuesta publicada cuatro semanas antes (diferencia mensual retrasada).

Tras analizar las correlaciones existentes en la evolución de ambos tipos de variables (mercado y sentimiento inversor), se procederá a realizar un análisis de regresión que permita evaluar la bondad del ajuste y determinar cuál de las variables extraídas de la encuesta de sentimiento inversor (esperanza de evolución positiva, neutral, pesimista, o diferencia entre positivas y negativas) permite un mejor ajuste a la evolución de los mercados en cada uno de los cinco escenarios planteados.

Correlación entre las variables del sentimiento del inversor y los activos financieros.

Debido a que las distribuciones de rentabilidad de los activos estudiados, incluyendo los índices de sentimiento, no se ajustan a la distribución normal, se estiman las correlaciones mediante el estimador de Spearman.

Las hipótesis a contrastar son:

H_0 : la evolución de las variables de la encuesta de sentimiento del inversor y los mercados analizados no tiene correlación de forma significativa.

H_1 : la evolución de las variables de la encuesta de sentimiento del inversor y los mercados analizados si tiene correlación de forma significativa.

Se determina la siguiente regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza $(1-\alpha) = 0,95$.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

El detalle de los cálculos representados por la tabla de correlación entre la evolución semanal de los activos financieros y el resultado de la encuesta de sentimiento del inversor para cada uno de los cinco escenarios se encuentran en el apartado AIII-4 del anexo. Del mencionado análisis de correlación se extrae la tabla 5.8, la cual constituye un estudio de las correlaciones de cada activo con los resultados de la encuesta.

De este modo, al considerar el número total de casos en los que existe un nivel de significación superior al establecido en la regla de decisión, así como el signo de dicha correlación, se podrá conocer la viabilidad de la consideración de la encuesta de sentimiento del inversor como indicador adelantado o retrasado de la evolución de los mercados financieros.

Tabla 5.8 Resumen de las correlaciones existentes entre la evolución de los mercados y los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor AAI y el VIX.

	S&P 500		Nasdaq 100		IBEX 35		Eurostoxx 50		FTSE 100		SMI		Nikkei 225		HSI		UBS		Telefonica		Bono EEUU 5 años		Bono EEUU 30 años		Tipo de cambio Euro /Dólar					
Rentabilidad en base semanal del activo																														
VIX																														
% positivo a la encuesta	Coef. correlación	-0,730**	-0,621**	-0,573**	-0,638**	-0,624**	-0,601**	-0,568**	-0,504**	-0,372**	-0,409**	-0,375**	-0,495**	-0,385**																
	p-valor	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000																
% neutral a la encuesta	Coef. correlación	,272**	,241**	,243**	,250**	,238**	,231**	,274**	,181**	,220**	,248**	,266**	,153**	,215**																
	p-valor	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000																
% neutral a la encuesta	Coef. correlación	,047	-0,022	,009	,003	,016	,043	,067	,021	-0,059	-0,029	-0,035	,043	-0,042																
	p-valor	,202	,547	,807	,927	,660	,242	,068	,566	,107	,434	,347	,253	,258																
% pesimista a la encuesta	Coef. correlación	-0,225**	-0,226**	-0,187**	-0,195**	-0,194**	-0,220**	-0,218**	-0,152**	-0,114**	-0,181**	-0,201**	-0,106**	-0,168**																
	p-valor	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,002	,000	,000	,004	,000																
diferencia % positivo y negativo	Coef. correlación	-0,001	,042	-0,009	,023	,019	,032	,013	,016	,041	,019	,057	,022	,020																
	p-valor	,984	,252	,806	,541	,601	,384	,734	,672	,271	,599	,121	,556	,587																
% positivo a la encuesta T+1	Coef. correlación	,039	,018	,021	,039	,051	,026	,008	,001	-0,10	-0,042	-0,033	,056	-0,009																
	p-valor	,284	,626	,564	,287	,166	,482	,827	,971	,790	,255	,365	,133	,799																
% neutral a la encuesta T+1	Coef. correlación	-0,070	-0,007	-0,051	-0,068	-0,094*	-0,078*	-0,078*	-0,003	-0,107	-0,028	-0,006	-0,034	-0,020																
	p-valor	,057	,840	,170	,066	,011	,034	,035	,932	,640	,452	,881	,360	,580																
% pesimista a la encuesta T+1	Coef. correlación	-0,037	-0,063	-0,003	-0,026	-0,042	-0,004	-0,003	-0,035	-0,037	,033	-0,002	-0,071	,009																
	p-valor	,321	,089	,930	,486	,255	,922	,928	,346	,310	,368	,957	,057	,803																
diferencia % positivo y negativo T+1	Coef. correlación	,004	,000	,002	-0,008	,006	-0,016	-0,007	,003	-0,111	-0,031	-0,003	-0,093*	,024																
	p-valor	,907	,995	,962	,827	,860	,662	,860	,925	,768	,396	,941	,012	,523																
% positivo a la encuesta T+4	Coef. correlación	-0,071	-0,017	-0,069	-0,065	-0,077*	-0,064	-0,076*	-0,018	-0,016	,006	,005	-0,049	-0,062																
	p-valor	,055	,648	,061	,079	,036	,084	,039	,617	,671	,878	,894	,189	,090																
% neutral a la encuesta T+4	Coef. correlación	-0,003	,022	-0,041	-0,022	-0,040	-0,025	-0,011	-0,059	,002	,006	-0,001	,018	-0,029																
	p-valor	,936	,551	,262	,549	,274	,494	,771	,107	,966	,881	,986	,634	,439																
% pesimista a la encuesta T+4	Coef. correlación	,086*	,013	,092*	,083*	,096**	,088*	,072	,065	,022	,015	-0,007	,040	,083*																
	p-valor	,020	,723	,013	,024	,009	,017	,050	,079	,547	,679	,852	,287	,025																
diferencia % positivo y negativo T+4	Coef. correlación	-0,005	-0,043	,006	,040	,029	,022	,060	-0,024	,005	,016	-0,039	,001	,012																
	p-valor	,888	,239	,864	,276	,434	,539	,103	,517	,884	,661	,287	,754	,074																
% positivo a la encuesta T-1	Coef. correlación	-0,005	-0,015	-0,021	-0,023	-0,010	-0,003	-0,060	,032	-0,019	,032	-0,033	-0,024	-0,025																
	p-valor	,900	,675	,569	,537	,784	,942	,381	,388	,604	,381	,574	,504	,523																
% neutral a la encuesta T-1	Coef. correlación	-0,040	-0,045	-0,034	-0,013	-0,002	-0,034	-0,004	-0,040	,057	-0,023	-0,028	-0,028	-0,022																
	p-valor	,272	,221	,353	,719	,963	,361	,279	,388	,122	,533	,452	,750	,550																
% pesimista a la encuesta T-1	Coef. correlación	-0,015	-0,004	-0,011	-0,003	-0,005	-0,022	,050	-0,012	,018	-0,059	-0,005	-0,043	-0,028																
	p-valor	,681	,918	,788	,943	,896	,542	,177	,752	,082	,107	,894	,454	,246																
diferencia % positivo y negativo T-1	Coef. correlación	,047	,038	,005	,013	,009	,024	-0,012	-0,004	-0,030	,013	,029	,000	,003																
	p-valor	,207	,308	,893	,716	,801	,523	,911	,911	,421	,732	,437	,996	,933																
% positivo a la encuesta T-4	Coef. correlación	,023	-0,006	,022	,042	,026	,039	,063	,050	-0,039	-0,042	-0,016	,006	,057																
	p-valor	,534	,877	,551	,235	,488	,294	,088	,178	,287	,252	,658	,868	,121																
% neutral a la encuesta T-4	Coef. correlación	-0,031	,005	-0,048	-0,036	-0,038	-0,029	-0,044	,007	-0,026	-0,003	-0,007	,001	-0,021																
	p-valor	,398	,898	,195	,233	,297	,430	,844	,844	,489	,944	,845	,985	,572																
% pesimista a la encuesta T-4	Coef. correlación	-0,007	-0,004	,007	-0,018	-0,018	-0,010	-0,033	-0,050	,013	-0,049	-0,061	-0,028	-0,013																
	p-valor	,859	,914	,844	,624	,629	,795	,375	,171	,730	,799	,592	,625	,223																
diferencia % positivo y negativo T-4	Coef. correlación	,042	,010	-0,022	-0,022	-0,043	-0,018	-0,022	,013	-0,049	-0,023	-0,061	-0,028	-0,013																
	p-valor	,251	,787	,558	,555	,246	,628	,555	,722	,186	,537	,099	,455	,727																

Por otro lado, en la tabla 5.9 se cuantifica el número de casos en los que se rechaza la hipótesis nula de no correlación significativa entre los activos y los resultados de cada una de las variables de la encuesta de sentimiento del inversor. En el apartado AIII-4 del anexo se encuentra la tabla que contiene el detalle del cálculo del número de relaciones significativas así como el signo de la correlación.

Tabla 5.9 Resumen de casos sobre correlaciones y signos.

		Correlación positiva	Correlación negativa	Casos en los que el nivel de significación es relevante
mercado en T encuesta en T	% positivo a la encuesta	13	0	12
	% neutral a la encuesta	5	8	0
	% pesimista a la encuesta	0	13	12
	diferencia % positivo y negativo	11	2	1
mercado en T encuesta en T+1	% positivo a la encuesta T+1	10	3	6
	% neutral a la encuesta T+1	6	7	0
	% pesimista a la encuesta T+1	2	11	4
	diferencia % positivo y negativo T+1	10	3	0
mercado en T encuesta en T+4	% positivo a la encuesta T+4	1	12	6
	% neutral a la encuesta T+4	6	7	0
	% pesimista a la encuesta T+4	12	1	4
	diferencia % positivo y negativo T+4	9	4	1
mercado en T encuesta en T-1	% positivo a la encuesta T-1	1	12	0
	% neutral a la encuesta T-1	6	7	0
	% pesimista a la encuesta T-1	11	2	2
	diferencia % positivo y negativo T-1	7	6	0
mercado en T encuesta en T-4	% positivo a la encuesta T-4	8	5	0
	% neutral a la encuesta T-4	2	11	1
	% pesimista a la encuesta T-4	5	8	0
	diferencia % positivo y negativo T-4	12	1	1

Al ordenar la tabla anterior por el criterio de número de casos en los que el nivel de significación puede considerarse significativa considerando el umbral mínimo establecido, se establece la aceptación de la hipótesis de investigación propuesta únicamente en dos de los dieciséis casos propuestos.

La correlación más significativa entre la evolución de las respuestas de la encuesta y el movimiento real del mercado se encuentra entre las variables optimista y pesimista publicadas en la misma semana que la observación del mercado y la evolución de este. En este caso se identifican como significativas 12 de las 13 correlaciones posibles. Esta relación

es, además directa en el caso de las respuestas optimistas, y negativa en el caso de las pesimistas.

En segundo lugar de significación se encuentra la evolución de los resultados positivos recogidos en la encuesta publicada una semana posterior a los datos del mercado analizado, existiendo una correlación significativa en un 46% de los casos (6 de 13). Es relevante señalar, que a diferencia del signo observado en la correlación de los dos indicadores mencionados anteriormente, en el caso de las contestaciones publicadas con una semana posterior el signo varía, existiendo 10 activos en los que la relación sigue siendo directa pero apareciendo 3 en los que esta relación es negativa (aunque en ningún caso su nivel de significación permite considerar la relación como significativa). En concreto, estos activos tal y como se indican en el anexo AIII-4 son el índice NIKKEI 225, el índice HSI y la evolución del tipo de cambio entre el Euro y el Dólar.

Con el mismo porcentaje de casos en los que se encuentra una correlación significativa está la evolución de las respuestas positivas a la encuesta de sentimiento del inversor con un decalaje en esta ocasión de cuatro semanas. Al igual que el indicador con una semana de retraso, existen casos en los que la correlación tiene un signo negativo, pero a diferencia del caso anterior, esta relación sí dispone de un nivel de significación relevante. Los casos en los que la evolución positiva de la encuesta guarda una correlación significativa y de signo opuesto son: los índices europeos analizados (IBEX 35, FTSE 100, Eurostoxx 50, y SMI), así como la evolución de ambos bonos emitidos por Estados Unidos (bono con vencimiento a 5 años y bono con vencimiento a 30 años).

Correlación entre las variables del sentimiento del inversor y el VIX.

Continuando con el análisis descriptivo de las variables, se realiza un estudio de las posibles correlaciones existentes entre las cuatro variables descritas anteriormente. Atendiendo al resultado del análisis sobre la normalidad que demostraba el rechazo de la hipótesis de comportamiento de acuerdo a una distribución normal de los indicadores de sentimientos, se establece el estimador de correlaciones de Spearman. El contraste a través de este estimador de correlación se inicia estableciendo la hipótesis nula y alternativa:

H_0 : La evolución de las variables de la encuesta y el índice VIX no tiene correlación de

forma significativa.

H_1 : La evolución de las variables de la encuesta y el índice VIX sí tiene correlación de forma significativa.

Se determina la siguiente regla de decisión:

- Nivel de significación (α) = 0,05.
- Intervalo de confianza $(1-\alpha) = 0,95$.
- Se rechaza H_0 si el p-valor es inferior o igual al nivel de significación.
- Se acepta H_0 si el p-valor es superior al nivel de significación.

De este modo, y tal y como se expone en la tabla 5.10, se rechaza la hipótesis nula, y se constata la correlación existente entre la mayor parte de las variables. Tan solo en el caso de la relación entre las respuestas neutrales de la encuesta la diferencia entre las respuestas positivas y negativas, y la evolución del VIX, el grado de significación (0,943 y 0,167 respectivamente) permite rechazar la hipótesis que propone una correlación entre ambas.

Tabla 5.10. Tabla de correlación entre las variables del sentimiento del inversor y el índice VIX.

Evolución en base semanal del activo		Índice VIX	% Positivo a la encuesta	% Neutral a la encuesta	% Pesimista a la encuesta	Diferencia % positivo y negativo
Índice VIX	Coef. correlación	1,000	-0,177	0,003	0,150	-0,051
	<i>p-valor</i>		0,000	0,943	0,000	0,167
% Positivo a la encuesta	Coef. correlación	-0,177	1,000	-0,298	-0,712	0,144
	<i>p-valor</i>	0,000		0,000	0,000	0,000
% Neutral a la encuesta	Coef. correlación	0,003	-0,298	1,000	-0,304	-0,090
	<i>p-valor</i>	0,943	0,000		0,000	0,014
% Pesimista a la encuesta	Coef. correlación	0,150	-0,712	-0,304	1,000	-0,194
	<i>p-valor</i>	0,000	0,000	0,000		0,000
Diferencia % positivo y negativo	Coef. correlación	-0,051	0,144	-0,090	-0,194	1,000
	<i>p-valor</i>	0,167	0,000	0,014	0,000	

Por otro lado, destaca la magnitud y signo de la correlación entre la evolución de las respuestas positivas y negativas. Con una relación inversa del -0,712 se describe una situación en la que los cambios en una variable tienen un reflejo directo en la otra.

c) Cálculo de los modelos de regresión entre la encuesta AAI y el S&P 500.

Tras analizar el nivel de correlación existente entre los distintos activos y el resultado de la encuesta de sentimiento del inversor, se procede a valorar los resultados de la encuesta, bajo los cinco escenarios ya descritos, como información válida para la estimación del valor futuro de un activo. Solo dos variables consideradas (% inversores optimistas y pesimistas publicados en la misma semana que los datos del mercado) mantienen un nivel de correlación significativa, siendo no significativas la relación entre la combinación del resto de variables correspondientes para cada una de los cinco escenarios con la evolución del S&P 500

La encuesta se desarrolla por parte de los inversores norteamericanos lo que sugiere la selección de la evolución del índice más representativo de ese mercado como variable dependiente de la regresión. Los resultados del cálculo realizado sobre el modelo de regresión simple no ofrecen un nivel predictivo significativo tal y como se puede apreciar en la tabla 5.11, que ordena de mayor a menor la bondad del ajuste en base al indicador R^2 obtenido en la regresión lineal simple.

Por orden de relevancia, el valor que mejor se ajusta a la estimación de la evolución del índice es la evolución de la propia semana del porcentaje de inversores optimistas ($R^2 = 0,074$) seguido por la evolución en la propia semana del porcentaje de inversores pesimistas ($R^2 = 0,050$) y la evolución de 4 semanas previas del porcentaje de inversores pesimistas ($R^2 = 0,007$) tal y como se muestra en la tabla 5.11.

Tabla 5.11 Ranking de cada variable considerada en base a la bondad del ajuste obtenido en el modelo de regresión simple sobre la predicción de evolución del S&P 500.

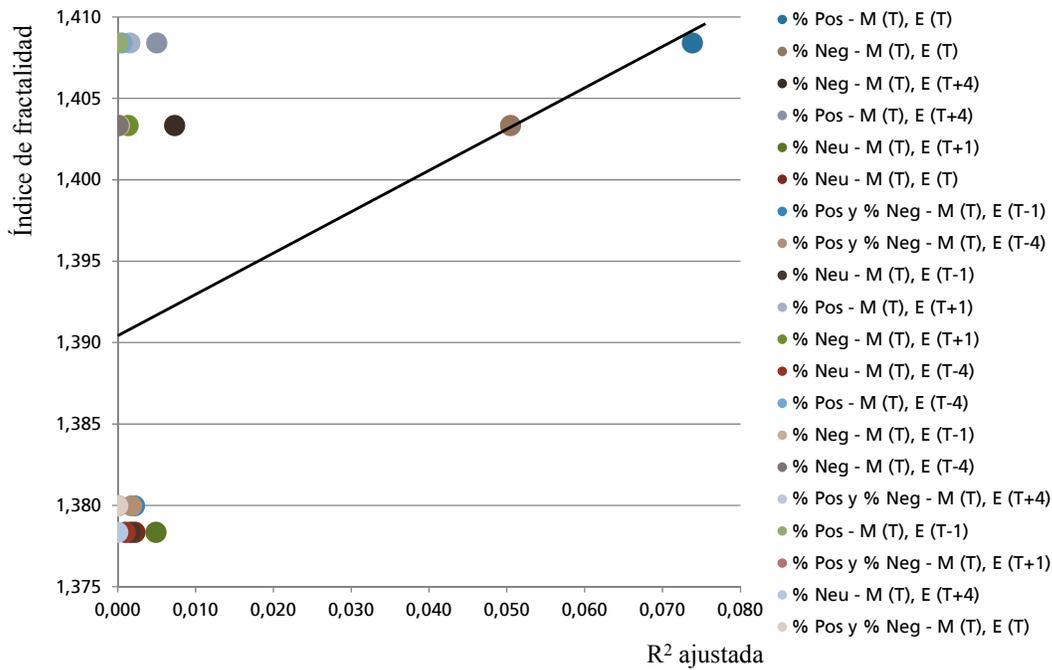
Variable considerada - relación temporal con el S&P 500	R	R ²	R ² ajustada	Error estándar de la estimación
% positivo en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,272	0,074	0,073	2,466%
% negativo en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,225	0,050	0,049	2,497%
% negativo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,086	0,007	0,006	2,553%
% positivo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,071	0,005	0,004	2,556%
% neutral en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,070	0,005	0,004	2,556%
% neutral en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,047	0,002	0,001	2,560%
Diferencia entre el % positivo y negativo con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,047	0,002	0,001	2,560%
Diferencia entre el % positivo y negativo con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,042	0,002	0,000	2,560%
% neutral en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,040	0,002	0,000	2,561%
% positivo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,039	0,002	0,000	2,561%
% negativo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,037	0,001	0,000	2,561%
% neutral en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,031	0,001	0,000	2,561%
% positivo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,023	0,001	-0,001	2,562%
% negativo en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,015	0,000	-0,001	2,562%
% negativo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,007	0,000	-0,001	2,563%
Diferencia entre el % positivo y negativo con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,005	0,000	-0,001	2,563%
% positivo en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,005	0,000	-0,001	2,563%
Diferencia entre el % positivo y negativo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,004	0,000	-0,001	2,563%
% neutral en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,003	0,000	-0,001	2,563%
Diferencia entre el % positivo y negativo en la misma semana que la evolución del mercado	0,001	0,000	-0,001	2,563%

A continuación se analizará si existe alguna relación entre indicador R² obtenido en el modelo de regresión lineal propuesto para la explicación del índice de S&P 500 anteriormente desarrollado y el índice de fractalidad de cada uno de las variables consideradas en la encuesta de sentimiento del inversor.

De forma general, no se puede identificar ninguna relación entre la magnitud del valor del R² obtenido y el índice de fractalidad de la variable. Su representación gráfica muestra cómo la distribución de los valores se divide de forma pareja entre aquellas variables con un índice de fractalidad superior al 1,39 y aquellas con un valor inferior. No obstante se puede apreciar en el gráfico 5.17 cómo los valores que, aunque de forma insuficiente, mejor explican la evolución del índice S&P 500 (evolución de las respuestas positivas y negativas publicadas en la misma semana que se observa los precios del mercado), se encuentran en el grupo de aquellas variables con un índice de fractalidad más elevado.

$$Y = 0,2511x + 1,3906 \text{ y } R^2 = 0,1201$$

Gráfico 5.17 Relación entre el valor de R^2 y el índice de fractalidad.



Leyenda:

M = evolución semanal del mercado (S&P500).

E = encuesta de sentimiento del inversor.

T = período (T mismo período, T+1 una semana después, T+4 cuatro semanas después, T-1 una semana antes, y T-4 cuatro semanas antes).

% Pos = evolución del porcentaje de inversores optimistas.

% Neu = evolución del porcentaje de inversores neutrales.

% Neg = evolución del porcentaje de inversores pesimistas.

% Pos y % Neg = evolución de la diferencia entre el porcentaje de inversores optimistas y pesimistas.

Adicionalmente al cálculo del indicador R^2 , existe otro indicador que debe tenerse en consideración. A pesar de que el comportamiento de las variables de sentimiento y el índice de S&P 500 obtuvieron una clasificación de persistencia de acuerdo al coeficiente de Hurst ($H > 0,525$), la diferencia entre ellos respaldan la baja calidad del ajuste del modelo.

5.6 Cálculo del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) para las variables del sentimiento del inversor.

Aplicando el indicador IEF desarrollado en el capítulo 3 a las variables correspondientes al sentimiento del inversor se obtiene los valores recogidos en la tabla 5.12.

Tabla 5.12 Índice de Eficiencia Fractal (IEF) para las variables del sentimiento de mercado.

	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Valor medio de aleatoriedad (diferencia H vs 0.5 en valor)	Desviación típica de índice de fractalidad	Índice de Eficiencia Fractal (IEF)
Sentimiento pesimista	0,597	1,403	0,097	0,022	4,474
Diferencia optimista y pesimista	0,620	1,380	0,120	0,053	2,257
Sentimiento neutral	0,622	1,378	0,122	0,063	1,936
Sentimiento optimista	0,592	1,408	0,092	0,075	1,214
Valor medio	0,607	1,393	0,107	0,053	2,038

Los resultados obtenidos permiten establecer la evolución semanal del indicador del sentimiento pesimista de la encuesta como el valor con el Índice de Eficiencia Fractal más elevado, y por tanto constituye la variable en la que la relación entre su consistencia y su aleatoriedad, permite predecir su evolución futura con mayor probabilidad.

Esta situación se obtiene fundamentalmente por la gran diferencia existente en relación a la desviación típica del índice de fractalidad obtenido según las diferentes particiones para esta variable. En concreto, la desviación típica de los resultados obtenidos para la evolución del sentimiento negativo (0,021) es al menos 3 veces inferior al de las otras dos opciones establecidas en la encuesta (0,628 para el sentimiento neutral, y 0,754 para el sentimiento optimista).

En referencia al componente de medición de aleatoriedad de indicador, en los tres casos se constata el carácter persistente en su evolución en términos similares, si bien es el indicador relacionado con el sentimiento neutro sobre la evolución futura del mercado el que experimenta una mayor persistencia (coeficiente de Hurst de 0,621).

Capítulo 6

Síntesis comparada

“El valor de la obra del gran Benoît Mandelbrot se debe a que nos dice que hay un tipo de azar “salvaje” del que nunca sabremos bastante (debido a sus propiedades inestables).”

Nassim Nicholas Taleb (2005, pp. 225).

Sinopsis del capítulo

Los resultados obtenidos en los capítulos 3 (activos financieros), 4 (cisnes negros), y 5 (sentimiento del inversor extraído de una encuesta semanal) se analizan en conjunto bajo cinco grandes epígrafes. En ellos se establecen las diferencias y semejanzas en relación a las siguientes áreas; descripción estadística del comportamiento de las variables, resultados del contraste sobre si las variables siguen una distribución normal, correlación existente entre las variables, los resultados obtenidos en el cálculo individualizado del índice de fractalidad, y, los resultados de la aplicación del Índice de Eficiencia Fractal a cada variable.

6. Síntesis comparada.

Con los resultados obtenidos a lo largo de los capítulos 3, 4, y 5, a continuación se realiza un análisis comparado entre los activos del mercado financiero y las expectativas de los inversores. Este estudio se realiza en base a 5 grandes epígrafes:

- Descripción comparada de las variables financieras y de expectativas.
- Resultados del contraste de la distribución normal.
- Correlación entre las variables.
- Índice de fractalidad.
- Índice de Eficiencia Fractal.

6.1 Análisis descriptivo comparativo.

El estudio trata las variables correspondientes al mercado financiero y al sentimiento del inversor como series históricas. En el primer grupo se han considerado 13 activos financieros más un indicador adicional de volatilidad (VIX), mientras que en el estudio del sentimiento del inversor se realiza con el análisis de los tres tipos de respuestas admitidas en la encuesta más una variable calculada como diferencia entre las contestaciones optimistas y pesimistas.

El período de análisis en caso de los resultados de la encuesta comprende el período 24/07/1987 – 14/05/2015, mientras que para el análisis de los mercados el primer registro corresponde al 01/01/1994, siendo la última observación el día 14/04/2014.

Por la diferencia en el rango del período analizado, y al no disponer de valores diarios en el caso de la encuesta pero sí en el caso de los mercados financieros, el número de observaciones difiere en ambos análisis. En el caso de la mayor parte de los activos financieros se analiza la rentabilidad diaria a lo largo de más de 5.200 observaciones, mientras que en el caso de la evolución de las respuestas publicadas en la encuesta semanal, el número de observaciones válidas se reduce a 1.400 (que, a su vez, se reduce a 720 observaciones válidas cuando se realiza el contraste entre el sentimiento del inversor y la base de datos previa en la que se recogían los precios de los activos financieros desde el año 1994, en lugar del año 1987).

Si se consideran todos los indicadores analizados (financieros y de comportamiento), la evolución del VIX incluye los valores máximos y mínimos de la variación diaria: +64,2% y -29,6%. En el caso de la encuesta, los valores máximo y mínimo corresponden a la evolución de la diferencia semanal entre los registros de las respuestas positivas y negativas con unas cifras de +1.991,01% y -2.125,20%.

Al considerar únicamente los activos financieros (sin el VIX) el valor máximo lo registra una variación diaria de la rentabilidad diaria del +31,4% correspondiente a UBS y una caída diaria de la rentabilidad del -23,4% del bono EE.UU. con vencimiento a 5 años. En el grupo de variables del sentimiento inversor, la variación máxima y mínima corresponde a la evolución semanal del sentimiento pesimista con un valor de +311,79% y -76,13%⁵⁶.

6.2 Diferencias de las variables de mercado y del sentimiento del inversor sobre el ajuste a la distribución normal.

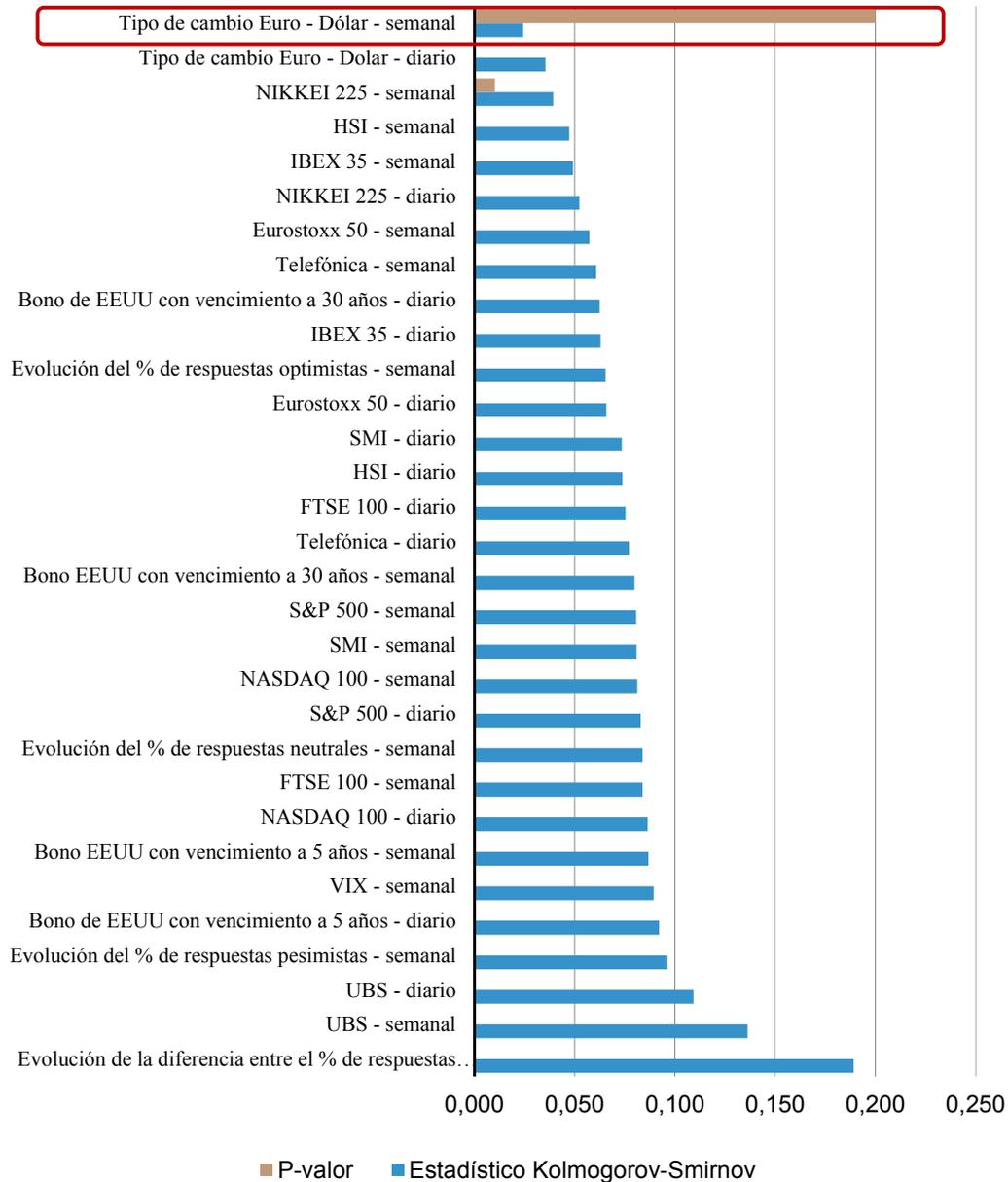
Tanto el análisis realizado de cada activo financiero con base diaria, como el análisis combinado de la evolución semanal de los activos financieros y la evolución de la encuesta, han obtenido como resultado un rechazo de la hipótesis de investigación #1 que establecía que los resultados obtenidos mantenían una distribución normal.

Tan solo existe un caso para el que el indicador seleccionado (Kolgomorov-Smirnov) ha obtenido un nivel de significación superior al límite establecido y que por tanto impide rechazar que el activo se distribuya de acuerdo a esta forma. Este caso corresponde a la evolución de la rentabilidad semanal del tipo de cambio Euro / Dólar que ha obtenido un p-valor del 0,2. En el gráfico 6.1 se muestra, ordenados sus resultados de menor a mayor, el valor del estadístico, así como el nivel de significación de todas las variables estudiadas.

⁵⁶ Las variaciones de +311,79% y -76,13% corresponden al drástico cambio experimentado en la evolución del porcentaje de inversores pesimistas entre las observaciones del día 19/06/2003 y el 03/07/2003. En apenas 2 semanas, el porcentaje de inversores que se declaraban pesimistas sobre la evolución futura del mercado varió del siguiente modo: 19/06/2003 (35,9%), 26/06/2003 (8,6%) y 03/07/2003 (35,3%). En la revisión de la hemeroteca de los acontecimientos acaecidos en ese período destacan las informaciones provenientes del desarrollo de la ofensiva de EE.UU. en Irak iniciada el 19 de marzo del año 2003.

Adicionalmente, el análisis gráfico Q-Q de cada una de las variables se encuentran en los anexos AIII-2.

Gráfico 6.1 Comparación del p-valor obtenido por cada distribución en el test de normalidad Kolmogorov-Smirnov.



6.3 Correlaciones existentes entre las variables de mercado y del sentimiento del inversor.

Las correlaciones entre las variables han sido analizadas de forma individual y agregada. Si bien en el estudio realizado de forma individual para cada tipo de variable los resultados han mostrado un nivel de correlación muy elevado, el estudio realizado sobre la viabilidad del uso de las variables del sentimiento del inversor como indicador adelantado o retrasado de la evolución real de los mercados ha mostrado una correlación más débil.

En la tabla 6.1 se muestra cómo la correlación más intensa entre los dos grupos de variables se establece entre la evolución de los distintos mercados y la evolución semanal de los datos de las respuestas positivas y negativas correspondientes a la misma semana. Esta correlación se va diluyendo a medida que la comparación se realiza entre los resultados obtenidos en la encuesta en períodos anteriores a la semana en la que está siendo medida la evolución del mercado.

Tabla 6.1 Análisis consolidado de la correlación existente y signo entre las variables.

Resultados de la encuesta	Correlación positiva	Correlación negativa	Casos en los que el nivel de significación es relevante	% Casos en los que existe una relación significativa	Signo predominante en la correlación
% positivo a la encuesta	13	0	12	92%	Positiva
% pesimista a la encuesta	0	13	12	92%	Negativa
% positivo a la encuesta T+1	10	3	6	46%	Positiva
% positivo a la encuesta T+4	1	12	6	46%	Negativa
% pesimista a la encuesta T+1	2	11	4	31%	Negativa
% pesimista a la encuesta T+4	12	1	4	31%	Positiva
% pesimista a la encuesta T-1	11	2	2	15%	Positiva
diferencia % positivo y negativo	11	2	1	8%	Positiva
diferencia % positivo y negativo T+4	9	4	1	8%	Positiva
% neutral a la encuesta T-4	2	11	1	8%	Negativa
diferencia % positivo y negativo T-4	12	1	1	8%	Positiva
% neutral a la encuesta	5	8	0	0%	Negativa
% neutral a la encuesta T+1	6	7	0	0%	Negativa
diferencia % positivo y negativo T+1	10	3	0	0%	Positiva
% neutral a la encuesta T+4	6	7	0	0%	Negativa
% positivo a la encuesta T-1	1	12	0	0%	Negativa
% neutral a la encuesta T-1	6	7	0	0%	Negativa
diferencia % positivo y negativo T-1	7	6	0	0%	Positiva
% positivo a la encuesta T-4	8	5	0	0%	Positiva
% pesimista a la encuesta T-4	5	8	0	0%	Negativa

La conclusión de este análisis es que el reducido número de correlaciones significativas existentes indican que la encuesta seleccionada no permite su utilización como indicador adelantado o retrasado de la evolución del mercado financiero. Es más, aquellas estadísticamente significativas corresponden a los resultados contemporáneos, en los que la respuesta emitida en la encuesta sucede a la vez que los movimientos del mercado.

6.4 Comparación del índice de fractalidad de los activos financieros y de la encuesta de sentimiento del inversor.

La aplicación del cálculo del coeficiente de Hurst en estos dos grupos de variables permite el análisis de la evolución persistente o no de la serie histórica. En la tabla 6.2 se muestran, ordenados de forma creciente por este indicador, los resultados de los valores medios (considerando todos los resultados obtenidos de las diferentes particiones aplicadas) del coeficiente de Hurst calculados en los capítulos 3 y 5. Esta tabla muestra el predominio de los casos en los que la serie histórica evoluciona de forma persistente⁵⁷. En concreto, del análisis de las dieciocho variables, más los tres valores medios de cada uno de los grupos así como el valor medio total, once casos fueron clasificados como persistentes, cinco fueron clasificados como aleatorios y otras cinco variables fueron determinados como antipersistentes.

⁵⁷ Se tiene en consideración un grado de tolerancia del 5% sobre el valor de Hurst de 0,5 que define la aleatoriedad completa. Este grado de tolerancia establece como antipersistente todo valor que cuente con un coeficiente de Hurst inferior a 0,475, y persistente los casos en los que este indicador supere el valor de 0,525.

Tabla 6.2 Comparación índice de fractalidad de variables financieras y de sentimiento del inversor.

Tipo	VARIABLES	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Categoría
MF	Bono EE.UU. 5 años	0,332	1,668	Antipersistente
MF	Bono EE.UU. 30 años	0,382	1,618	
MF	VIX	0,384	1,616	
MF	HSI	0,415	1,585	
MF	NIKKEI 225	0,453	1,547	
MF	FTSE 100	0,492	1,508	Aleatorio
MF	IBEX 35	0,510	1,490	
Media	Media activos Mercado financiero	0,514	1,486	
MF	UBS AG	0,518	1,482	
MF	SMI	0,518	1,482	
Total	Media todos los valores	0,527	1,473	Persistente
SI	Sentimiento optimista	0,592	1,408	
SI	Sentimiento pesimista	0,597	1,403	
MF	S&P 500	0,600	1,400	
Media	Media variables encuesta sentimiento	0,607	1,393	
MF	Telefónica	0,615	1,385	
SI	Diferencia optimista y pesimista	0,620	1,380	
SI	Sentimiento neutral	0,622	1,378	
MF	Eurostoxx 50	0,627	1,373	
MF	EUR/USD	0,650	1,350	
MF	NASDAQ 100	0,694	1,306	

Adicionalmente al estudio realizado sobre los datos medios, se procede a exponer las conclusiones del análisis comparado de los resultados obtenidos por cada uno de los activos para cada una de las particiones propuestas: siete tramos en el caso de las variables financieras (diaria, semanal, mensual, 50 días, 100 días, 150 días, y anual), y cuatro en el caso de las variables relacionadas con el sentimiento del inversor (semanal, mensual, anual y trienal).

La tabla 6.3 presenta, ordenado en sentido decreciente, el indicador de aleatoriedad fractal (diferencia en valor absoluto del coeficiente de Hurst calculado con el valor 0,5). El ranking está encabezado por el coeficiente de Hurst obtenido por la partición anual del índice NASDAQ 100 ($H=0,737$), mientras que el valor mínimo corresponde al coeficiente de Hurst obtenido por el análisis del FTSE 100 con particiones diarias ($H=0,500$).

Dentro del orden establecido, los indicadores relacionados con las variables provenientes de la encuesta de sentimiento del inversor corresponden, en primer lugar, a las mediciones de la

evolución semanal de las variables de respuestas neutrales, seguido por las diferencia entre respuestas optimistas y pesimistas, y finalmente por las respuestas optimistas, todas ellas en el cálculo con particiones tomando tramos de tres años. Obteniendo respectivamente un coeficiente de Hurst de 0,713, 0,700, y 0,698, lo que indica la fuerte persistencia en la evolución de estos indicadores. Este modelo de evolución permite predecir con alta probabilidad cual será la evolución del resultado de la encuesta (en el rango considerado) según el valor que haya adoptado en la última observación disponible.

De forma contraria, los dos indicadores no financieros más próximos a la aleatoriedad son la evolución semanal del indicador optimista calculado con particiones semanales ($H = 0,535$) y con particiones mensuales ($H = 0,539$).

Tabla 6.3. Ranking de aleatoriedad de todas las variables según el coeficiente de Hurst.

#	Variable - Partición	C. Hurst	L.Fractalidad	Hurst. Aleatoriedad	#	Variable - Partición	C. Hurst	L.Fractalidad	Hurst. Aleatoriedad
1	FTSE 100 diaria	0,500	1,500	0,000	58	S&P 500 corte 50	0,594	1,406	0,094
2	FTSE 100 semanal	0,499	1,501	0,001	59	Bono EE.UU. 30 años diaria	0,405	1,595	0,095
3	UBS corte 150	0,503	1,497	0,003	60	Diferencia optimista y pesimista anual	0,599	1,402	0,099
4	FTSE 100 mensual	0,504	1,496	0,004	61	Bono EE.UU. 30 años semanal	0,401	1,599	0,099
5	SMI anual	0,506	1,494	0,006	62	Sentimiento pesimista anual	0,599	1,401	0,099
6	FTSE 100 anual	0,493	1,507	0,007	63	Telefónica corte 50	0,602	1,398	0,102
7	IBEX 35 mensual	0,507	1,493	0,007	64	Bono EE.UU. 30 años mensual	0,398	1,602	0,102
8	IBEX 35 corte 100	0,492	1,508	0,008	65	S&P 500 corte 150	0,602	1,398	0,102
9	FTSE 100 corte 50	0,489	1,511	0,011	66	VIX diaria	0,395	1,605	0,105
10	UBS mensual	0,513	1,487	0,013	67	VIX semanal	0,394	1,606	0,106
11	IBEX 35 corte 50	0,487	1,513	0,013	68	VIX mensual	0,390	1,610	0,110
12	SMI corte 50	0,513	1,487	0,013	69	VIX corte 50	0,388	1,612	0,112
13	UBS semanal	0,514	1,486	0,014	70	Sentimiento neutral anual	0,613	1,387	0,113
14	UBS diaria	0,514	1,486	0,014	71	Telefónica corte 100	0,614	1,386	0,114
15	IBEX 35 semanal	0,514	1,486	0,014	72	EURSTOXX 50 semanal	0,614	1,386	0,114
16	SMI corte 100	0,515	1,485	0,015	73	EURSTOXX 50 diaria	0,615	1,385	0,115
17	IBEX 35 corte 150	0,484	1,516	0,016	74	EURSTOXX 50 mensual	0,619	1,381	0,119
18	FTSE 100 corte 100	0,483	1,517	0,017	75	Bono EE.UU. 30 años corte 50	0,379	1,621	0,121
19	SMI corte 150	0,519	1,481	0,019	76	VIX anual	0,377	1,623	0,123
20	UBS corte 50	0,520	1,480	0,020	77	Bono EE.UU. 30 años corte 100	0,376	1,624	0,124
21	IBEX 35 anual	0,524	1,476	0,024	78	EURSTOXX 50 corte 150	0,625	1,375	0,125
22	SMI mensual	0,525	1,475	0,025	79	VIX corte 150	0,375	1,625	0,125
23	SMI semanal	0,525	1,475	0,025	80	EURSTOXX 50 corte 50	0,625	1,375	0,125
24	FTSE 100 corte 150	0,475	1,525	0,025	81	Sentimiento pesimista 3 años	0,626	1,374	0,126
25	SMI diaria	0,527	1,473	0,027	82	VIX corte 100	0,371	1,629	0,129
26	NIKKEI 225 diaria	0,473	1,527	0,027	83	Bono EE.UU. 5 años diaria	0,367	1,633	0,133
27	UBS anual	0,528	1,472	0,028	84	EUR/USD corte 150	0,634	1,366	0,134
28	NIKKEI 225 semanal	0,469	1,531	0,031	85	Bono EE.UU. 30 años corte 150	0,362	1,638	0,138
29	NIKKEI 225 mensual	0,465	1,535	0,035	86	Bono EE.UU. 5 años semanal	0,362	1,638	0,138
30	Sentimiento optimista semanal	0,536	1,464	0,036	87	EURSTOXX 50 corte 100	0,641	1,359	0,141
31	UBS corte 100	0,537	1,463	0,037	88	HSI anual	0,355	1,645	0,145
32	Sentimiento optimista mensual	0,540	1,460	0,040	89	EUR/USD anual	0,647	1,353	0,147
33	NIKKEI 225 corte 50	0,458	1,542	0,042	90	EUR/USD diaria	0,647	1,353	0,147
34	IBEX 35 diaria	0,557	1,443	0,057	91	Bono EE.UU. 5 años mensual	0,353	1,647	0,147
35	NIKKEI 225 corte 100	0,441	1,559	0,059	92	EUR/USD corte 50	0,648	1,352	0,148
36	NIKKEI 225 corte 150	0,440	1,560	0,060	93	EUR/USD semanal	0,649	1,351	0,149
37	HSI diaria	0,432	1,568	0,068	94	Bono EE.UU. 30 años anual	0,351	1,649	0,149
38	HSI semanal	0,429	1,571	0,071	95	S&P 500 anual	0,651	1,349	0,151
39	HSI mensual	0,427	1,573	0,073	96	EUR/USD mensual	0,652	1,348	0,152
40	NIKKEI 225 anual	0,426	1,574	0,074	97	EURSTOXX 50 anual	0,654	1,346	0,154
41	HSI corte 100	0,423	1,577	0,077	98	Telefónica corte 150	0,657	1,343	0,157
42	HSI corte 150	0,423	1,577	0,077	99	Bono EE.UU. 5 años corte 50	0,337	1,663	0,163
43	Sentimiento neutral semanal	0,578	1,422	0,078	100	NASDAQ 100 diaria	0,670	1,330	0,170
44	Telefónica semanal	0,578	1,422	0,078	101	EUR/USD corte 100	0,672	1,328	0,172
45	Telefónica diaria	0,579	1,421	0,079	102	NASDAQ 100 semanal	0,673	1,327	0,173
46	Sentimiento pesimista semanal	0,580	1,420	0,080	103	Bono EE.UU. 5 años corte 100	0,324	1,676	0,176
47	Sentimiento pesimista mensual	0,581	1,419	0,081	104	NASDAQ 100 mensual	0,677	1,323	0,177
48	Sentimiento neutral mensual	0,582	1,418	0,082	105	NASDAQ 100 corte 100	0,682	1,318	0,182
49	HSI corte 50	0,417	1,583	0,083	106	Telefónica anual	0,685	1,315	0,185
50	S&P 500 mensual	0,584	1,416	0,084	107	Bono EE.UU. 5 años corte 150	0,311	1,689	0,189
51	S&P 500 semanal	0,588	1,412	0,088	108	NASDAQ 100 corte 50	0,694	1,306	0,194
52	S&P 500 diaria	0,588	1,412	0,088	109	Sentimiento optimista 3 años	0,698	1,302	0,198
53	S&P 500 corte 100	0,589	1,411	0,089	110	Diferencia optimista y pesimista 3 años	0,700	1,300	0,200
54	Diferencia optimista y pesimista semanal	0,591	1,409	0,091	111	Sentimiento neutral 3 años	0,713	1,287	0,213
55	Diferencia optimista y pesimista mensual	0,591	1,409	0,091	112	NASDAQ 100 corte 150	0,722	1,278	0,222
56	Telefónica mensual	0,592	1,408	0,092	113	Bono EE.UU. 5 años anual	0,272	1,728	0,228
57	Sentimiento optimista anual	0,593	1,407	0,093	114	NASDAQ 100 anual	0,737	1,263	0,237

6.5 Comparación del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) de las variables financieras y de sentimiento del inversor.

El nuevo indicador permite su aplicación a cualquier serie histórica, y fruto de esta flexibilidad se ha podido aplicar a todas las variables analizadas. La tabla 6.4 recoge los resultados obtenidos ordenados en sentido decreciente de este indicador para cada una de las variables incluidas en el estudio.

Tabla 6.4 Comparación Índice de Eficiencia Fractal de las variables financieras y de las expectativas del inversor.

Tipo	Variables	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad	Valor medio de aleatoriedad (diferencia H vs 0.5 en valor absoluto)	Desviación típica de índice de fractalidad	Índice de Eficiencia Fractal (IEF)
MF	EUR/USD	0,650	1,350	0,150	0,011	13,164
MF	VIX	0,384	1,616	0,116	0,010	11,814
MF	Eurostoxx 50	0,627	1,373	0,127	0,015	8,614
MF	NASDAQ 100	0,694	1,306	0,194	0,026	7,415
MF	Bono EE.UU. 30 años	0,382	1,618	0,118	0,021	5,719
MF	Bono EE.UU. 5 años	0,332	1,668	0,168	0,034	4,998
SI	Sentimiento pesimista	0,597	1,403	0,097	0,022	4,474
MF	S&P 500	0,600	1,400	0,100	0,024	4,206
MF	HSI	0,415	1,585	0,085	0,027	3,133
MF	Telefónica	0,615	1,385	0,115	0,041	2,812
MF	NIKKEI 225	0,453	1,547	0,047	0,018	2,656
MF	SMI	0,518	1,482	0,018	0,008	2,442
SI	Diferencia optimista y pesimista	0,620	1,380	0,120	0,053	2,257
Media	Media variables encuesta sentimiento	0,607	1,393	0,107	0,053	2,038
SI	Sentimiento neutral	0,622	1,378	0,122	0,063	1,936
MF	UBS	0,518	1,482	0,018	0,011	1,685
SI	Sentimiento optimista	0,592	1,408	0,092	0,075	1,214
MF	FTSE 100	0,492	1,508	0,008	0,010	0,786
MF	IBEX 35	0,510	1,490	0,010	0,026	0,371
Total	Media todos los valores	0,527	1,473	0,027	0,109	0,246
Media	Media activos Mercado financiero	0,514	1,486	0,014	0,110	0,124

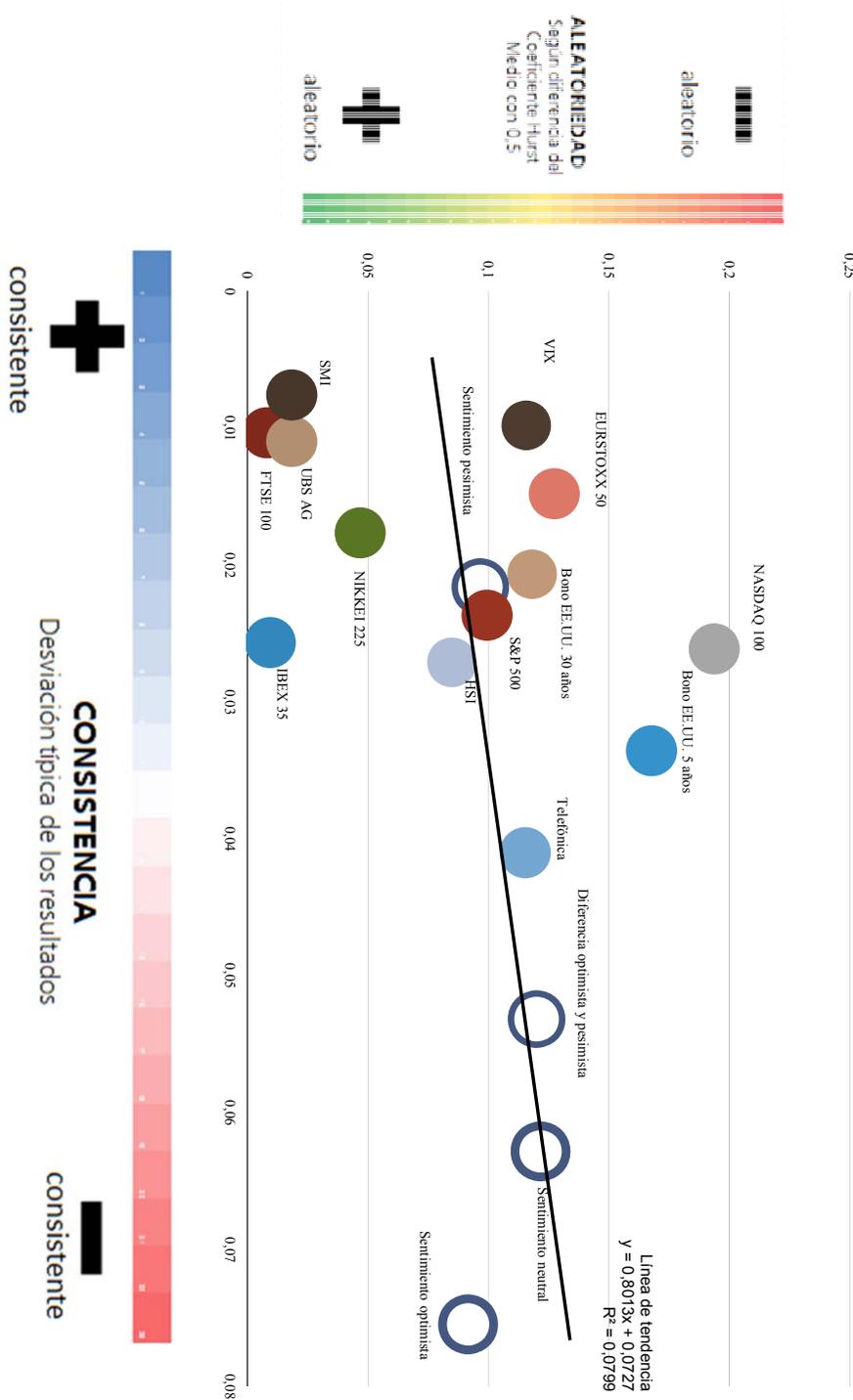
MF Activos analizados del mercado financiero
SI Resultados de la encuesta del sentimiento del inversor AAIL

El análisis realizado mediante el estudio del valor medio del coeficiente de Hurst obtenido por las variables financieras y de las variables de sentimiento indica que el resultado del Índice de Eficiencia Fractal es superior en aquellas relacionadas con el sentimiento del inversor (IEF= 2,038), mientras que la media de la puntuación obtenida por los activos financieros es de 0,124. Esta diferencia existente entre los valores medios se debe a la

reducida desviación típica existente en los resultados obtenidos, a medida que el número de variables estudiadas crece (catorce vs. cuatro) así como a que el número de particiones se incrementa (siete vs cuatro).

Por otro lado, el análisis gráfico consolidado entre variables financieras y de sentimiento permite analizar a través de una regresión múltiple la relación entre las variables tal y como muestra el gráfico 6.2. La recta de regresión obtenida es $y = 0,8013x + 0,0727$, manteniendo un estimador de bondad de ajuste significativamente bajo, $R^2 = 0,0799$.

Gráfico 6.2. Comparación por activo de la consistencia fractal y aleatoriedad de activos financieros y variables de sentimiento del inversor.



Capítulo 7

Conclusiones del estudio.

“Mientras que en teoría, la aleatoriedad es una propiedad intrínseca, en la práctica, es información incompleta.”

Nassim Nicholas Taleb (2007, pp. 198).

Sinopsis del capítulo

El estudio de la bibliografía desarrollada en el capítulo 2, los resultados de los capítulos 3, 4 y 5, así como su análisis consolidado realizado en el capítulo 6, se completan con un último apartado donde se recogen las conclusiones generales del estudio. Comenzando por el resumen de los resultados de las cinco hipótesis de investigación, a continuación se ponen de relieve las novedades y aportaciones desarrolladas en la elaboración de la tesis, tales como el uso de la aproximación fractal a un rango más amplio de activos que los estudios recogidos en la literatura, el desarrollo de un nuevo indicador (IEF) que permite clasificar a los activos en relación a su estructura fractal, las reflexiones sobre la relación entre las propiedades fractales de los activos y su sensibilidad a cisnes negros, o su aplicación a los índices de sentimiento. Después se detallan algunas de las debilidades identificadas sobre la validez universal de la investigación realizada, y por último se establecen las pautas para un nuevo modelo de gestión basado en el indicador de eficiencia fractal, la gestión de los cisnes negros, y las implicaciones del componente psicológico de aversión a las pérdidas del inversor.

7. Conclusiones del estudio.

7.1 Conclusión general y novedades aportadas.

La tesis parte de la integración de dos disciplinas en principio diferentes como son la Teoría Financiera Clásica, y la modelización matemática relacionada con los fractales. El objetivo principal es la aplicación de algunas de las soluciones desarrolladas en el ámbito de la física para el estudio de la geometría de los elementos que se encuentran en la naturaleza al análisis del comportamiento de los activos financieros.

El uso de los principios de la geometría fractal para la identificación de patrones en el comportamiento de los precios no puede considerarse por sí solo una novedad dentro de la literatura existente, pero sí lo es su aplicación en variables directamente relacionadas con *Behavioral Finance* o el estudio de los cisnes negros.

La amplitud del número y heterogeneidad de los activos seleccionados, así como el período de estudio, confieren a esta tesis un carácter generalista superior a trabajos previos (p.ej., Lo 1991, Fenghua, Li, Xie y Shaw 2012, Mitra 2012). Adicionalmente al estudio de los índices más representativos de renta variable, supone una novedad en la literatura existente la incorporación al análisis de activos de renta fija, divisas, así como índices de estimación de volatilidad (VIX).

Dentro de las aportaciones del presente documento, destaca el rechazo de la hipótesis que establece la aleatoriedad de los mercados, permitiendo la clasificación de los activos en virtud de su componente fractal, así como la confirmación de la existencia de patrones en los casos extremos o cisnes negros.

En segundo lugar, y debido al uso de un amplio esquema de particiones, sobresale la elaboración de una nueva herramienta de selección de activos denominada Índice de Eficiencia Fractal que permite la selección de activos según su naturaleza fractal. Este indicador permite, entre otras aplicaciones, que los esfuerzos y recursos dedicados en la gestión de carteras puedan dirigirse a aquellos activos cuya estructura y consistencia fractal impliquen una evolución de precios no aleatoria y, por tanto, sean susceptibles de ser

utilizados en la identificación de situaciones de arbitraje, al permitir una más acertada predicción de situaciones futuras.

En tercer lugar, constituye una novedad en la literatura existente la aplicación de la metodología de cálculo fractal al estudio de la evolución de las series históricas de las encuestas de sentimiento del inversor publicadas por la AAI. La metodología fractal ha demostrado cómo estas variables, en teoría sujetas a las respuestas libres y sin restricciones de los individuos, mantienen una marcada estructura fractal. Obtener los valores correspondientes al coeficiente de Hurst e índice de fractalidad de los resultados de las encuestas del sentimiento del inversor incorpora una valiosa información sobre la existencia de patrones en el comportamiento de los agentes del mercado.

En resumen, el contraste de las cinco hipótesis de investigación con los activos y períodos seleccionados, permiten mostrar un escenario alternativo al propuesto por las hipótesis del mercado eficiente. La identificación de diversos activos que, para el período de estudio analizado, han mostrado una estructura fractal en su cotización parece contradecir la aleatoriedad en los resultados establecidos en la Teoría Financiera Clásica.

a) Índice fractal de las variables financieras y del sentimiento del inversor.

El cálculo del coeficiente medio⁵⁸ de Hurst para cada variable permite, en relación al punto de aleatoriedad fijado en el 0,5, la clasificación de los activos en tres categorías diferentes en virtud de la evolución aleatoria⁵⁹ o persistencia de la serie histórica tal y como muestra el gráfico 7.1.

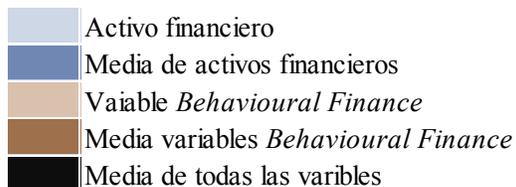
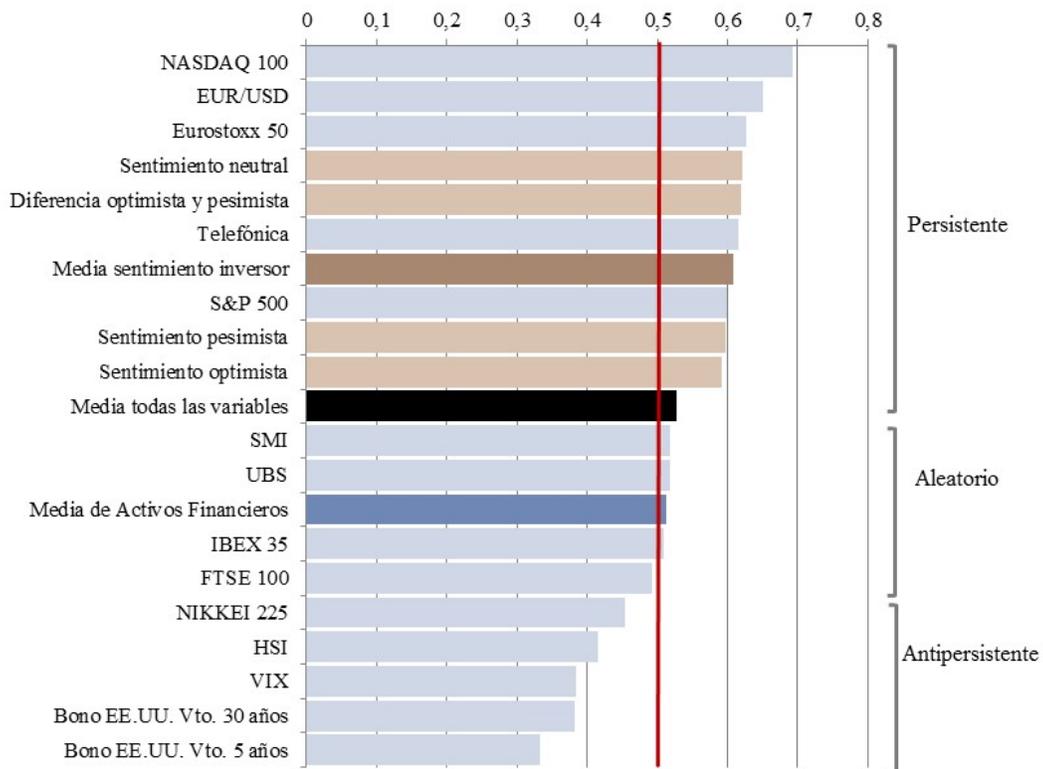
Los resultados muestran cómo, durante el período considerado, el activo más alejado de la aleatoriedad, y que por tanto permite mejor la predicción de su futura evolución, ha sido NASDAQ 100, tomando rangos de observación anuales ($H = 0,7373$), mientras que por otro

⁵⁸ El cálculo se ha realizado para cada activo tras la consideración de siete particiones diferentes (1, 5, 22, 5, 100, 150 y 256 días).

⁵⁹ En el estudio se ha establecido un grado de tolerancia en los valores incluidos en el rango +/-5% de 0,5, lo que clasifica como aleatorio todos los activos cuyo coeficiente de Hurst se encuentra dentro del rango 0,475 y 0,525.

lado ha sido la observación diaria del FTSE 100 la que representa el comportamiento más semejante al movimiento browniano ($H = 0,5004$). Es interesante remarcar que, aun habiendo analizado activos de muy distinta naturaleza (renta variable, renta fija, divisas o indicadores de volatilidad), estos dos activos con el comportamiento más diferente corresponden a índices de renta variable de mercados desarrollados.

Gráfico 7.1 Coeficiente de Hurst medio obtenido para cada variable.



En relación al análisis de los cálculos obtenidos sobre el índice fractal de las variables financieras caben al menos tres consideraciones. En primer lugar la tabla 7.1 muestra cómo la característica de persistencia, antipersistencia o aleatoriedad se mantiene de forma general

con independencia del intervalo utilizado. En concreto, de los catorce activos financieros analizados solo cuatro (FTSE 100, IBEX 35, UBS y SMI) adoptan clasificaciones distintas dependiendo del intervalo adoptado para la partición.

Tabla 7.1 Clasificación de persistencia de los activos financieros seleccionados según la partición utilizada durante el período de análisis.

Activo	Clasificación homogénea	Diaria	Semanal	Mensual	Corte 50	Corte 100	Corte 150	Anual
Bono EEUU 5 años	SI	AP	AP	AP	AP	AP	AP	AP
Bono EEUU 30 años	SI	AP	AP	AP	AP	AP	AP	AP
VIX	SI	AP	AP	AP	AP	AP	AP	AP
HSI	SI	AP	AP	AP	AP	AP	AP	AP
NIKKEI 225	SI	AP	AP	AP	AP	AP	AP	AP
FTSE 100	NO	AL	AL	AL	AL	AL	AP	AL
IBEX 35	NO	PE	AL	AL	AL	AL	AL	AL
UBS	NO	AL	AL	AL	AL	PE	AL	PE
SMI	NO	PE	PE	AL	AL	AL	AL	AL
S&P 500	SI	PE	PE	PE	PE	PE	PE	PE
Telefónica	SI	PE	PE	PE	PE	PE	PE	PE
Eurostoxx 50	SI	PE	PE	PE	PE	PE	PE	PE
EUR/USD	SI	PE	PE	PE	PE	PE	PE	PE
NASDAQ 100	SI	PE	PE	PE	PE	PE	PE	PE

AP	Antipersistente
PE	Persistente
AL	Aleatorio

Debido a su relevancia para el contraste de la existencia de eficiencia en el mercado, debe mencionarse que ninguno de los activos mantiene una clasificación de aleatoriedad en todas las particiones realizadas. Incluso los dos índices que mantienen mayor homogeneidad en su clasificación como activo aleatorio (FTSE 100 e IBEX 35) tienen dos particiones correspondientes a una evolución no aleatoria. Tal y como indica la tabla 7.1, el FTSE 100 mantiene un coeficiente de Hurst de 0,475 para la partición de 150 (antipersistente), el IBEX 35 muestra un coeficiente de Hurst de 0,557 para la partición diaria (persistente).

La segunda consideración la proporciona el estudio comparativo entre el esquema fractal del VIX y el del índice sobre el que se calcula la cotización de sus opciones de compra y venta: el S&P 500. Si bien el coeficiente medio de Hurst para el VIX es de 0,385, lo que permitiría catalogarlo como antipersistente, la evolución del S&P 500 es opuesta obteniendo un

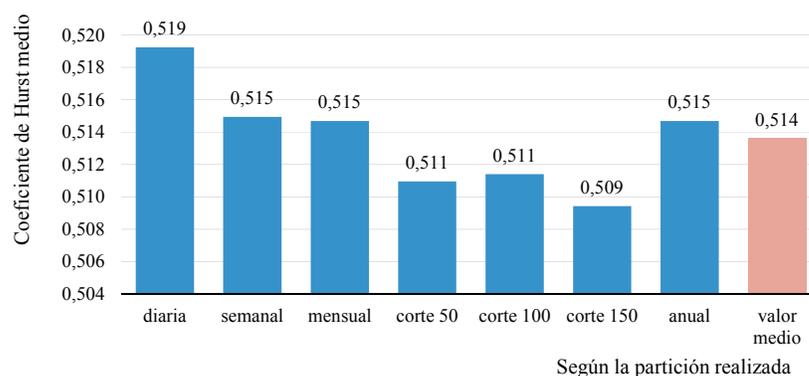
coeficiente medio de Hurst de 0,600. Destaca el efecto por el cual el valor obtenido se acerca o aleja de la aleatoriedad a medida que se toman rangos de observación más amplios.

La diferente naturaleza de ambos activos podría permitir extraer una conclusión en relación a este movimiento opuesto. La persistencia en el signo de un valor diario, y por tanto el incremento de probabilidad de que el próximo valor tenga el mismo signo, es inversamente proporcional a la volatilidad que el mercado le confiere, ya que no debemos olvidar que el indicador de VIX identifica las expectativas de evolución de los individuos plasmadas en la relación entre opciones compradoras y vendedoras sobre el S&P 500.

Pero es quizás la tercera consideración la que merece mayor atención. A pesar de establecer en la hipótesis de investigación #2 la existencia de memoria histórica en la práctica totalidad de los activos analizados, el estudio agregado de los activos obtiene una conclusión diferente.

Tal y como resume el gráfico 7.2, al considerar los valores medios de los catorce activos de forma agregada, y a excepción de la partición correspondiente a rango diario de observaciones, las otras seis particiones permiten observar cómo el coeficiente de Hurst se mantiene dentro de los parámetros correspondientes a un modelo aleatorio.

Gráfico 7.2 Comparación por partición del coeficiente de Hurst medio agregado de los activos financieros durante el período de análisis.



Si bien cada activo por separado mantiene una característica diferente en relación a la persistencia experimentada a lo largo de su serie histórica, cuando el objeto observado corresponde al agregado de estos mercados considerados, tanto el valor medio de todas las

particiones como cada una de ellas se aproximan a un esquema de evolución aleatoria de precio y rentabilidades. La aleatoriedad que sostiene la Teoría Financiera Clásica parece confirmarse a través del uso del coeficiente de Hurst, pero solo en un limitado número de activos, y en la consideración agregada de los mismos.

b) Relación entre el índice de fractalidad y los cisnes negros.

El cuarto capítulo da un paso adicional en la aplicación de la mecánica fractal y explora la posible existencia de un patrón en la ocurrencia de casos extremos en la evolución histórica de los activos analizados.

Dentro de los resultados obtenidos, destaca la relación entre el índice de fractalidad y el impacto en la serie histórica de la consideración de los casos atípicos⁶⁰. El estudio muestra cómo el grupo de activos donde los valores extremos tienen más relevancia para el resultado histórico de rentabilidad son también aquellos que, de media, poseen un índice de fractalidad más reducido (1,37 vs 1,50).

Al mismo tiempo se constata cómo el índice de fractalidad del grupo en el que los casos atípicos tienen menos incidencia corresponde exactamente al valor de una distribución aleatoria (índice fractalidad = 1,50 o coeficiente de Hurst = 0,50).

Esta situación combinada podría indicar, por un lado, que en los activos en los que la evolución de precios es más aleatoria, los casos atípicos se suceden a lo largo de la historia pero son compensados por eventos extremos del signo contrario. Por otro lado, aquellos activos en los que su evolución corresponde al tipo persistente, la sucesión de casos atípicos no se ven compensados sino que más bien van acumulando sus efectos.

⁶⁰ Se consideran como valores atípicos o extremos aquellos que suponen el 0,1% de las observaciones máximas o mínimas de cada serie histórica de rendimientos diarios (p.ej., Embrechts, Resnick y Samorodnitsky 1999; McNeil y Frey 2000; Carvalhal da Silva y Mendes 2003).

c) Nuevo indicador en la selección de activos: Índice de Eficiencia Fractal (IEF).

El indicador propuesto supone una novedad en el análisis de la eficiencia del mercado. Permite la comparación homogénea entre los distintos activos en relación a la consistencia y aleatoriedad de la distribución de las rentabilidades tomando como base el índice de fractalidad previamente calculado.

El índice considera, en primer lugar, la consistencia del fractal inherente a cada serie histórica con independencia del intervalo escogido para la elaboración del índice de fractalidad. El segundo elemento se basa en el resultado de la aleatoriedad del activo según el valor adoptado por el coeficiente de Hurst. El desarrollo de la ecuación del Índice de Eficiencia Fractal (IEF) queda establecido en el capítulo 3. El resumen del cálculo realizado de este indicador para los valores financieros y de *Behavioral Finance* considerados se encuentra en la tabla 7.2.

Tabla 7.2 Índice de Eficiencia Fractal de activos financieros y encuesta de sentimiento.

Índice de Eficiencia Fractal (IEF) aplicado a los activos financieros.		Índice de Eficiencia Fractal (IEF) aplicado a los resultados de la encuesta del sentimiento inversor.	
EUR/USD	13,16	Sentimiento pesimista	4,47
VIX	11,81	Diferencia optimista y pesimista	2,26
Eurostoxx 50	8,61	Sentimiento neutral	1,94
NASDAQ 100	7,41	Sentimiento optimista	1,21
Bono EE.UU. 30 años	5,72	Media IEF variables encuesta sentimiento	2,04
Bono EE.UU. 5 años	5,00		
S&P 500	4,21		
HSI	3,13		
Telefónica	2,81		
NIKKEI 225	2,66		
SMI	2,44		
UBS	1,68		
FTSE 100	0,79		
IBEX 35	0,37		
Media IEF activos mercado financiero	0,12		

El Índice de Eficiencia Fractal (IEF) también permite extraer una conclusión sobre la aplicación del enfoque fractal dentro del mercado financiero. Aquellos activos en los que el índice de fractalidad medio se aproxima más a 1,5 (SMI, FTSE 100 y UBS), el fractal del activo se ha mostrado más consistente a lo largo de su evolución histórica del precio. Por el

contrario, aquellos activos cuya evolución resulta más persistente o antipersistente poseen una mayor desviación típica asociada a los cálculos obtenidos dependiendo de las siete particiones realizadas.

Expresado de otra forma; a medida que el resultado es más aleatorio, el fractal que explica la evolución del precio del activo se repetirá de forma más estable con independencia del período observado.

Adicionalmente a lo expuesto sobre su utilidad dentro de un nuevo modelo de gestión de carteras, el enfoque en el análisis de la aleatoriedad de la serie de precios efectuado por el Índice de Eficiencia Fractal permitiría proponer en qué medida un activo debe ser analizado bajo la perspectiva del Análisis Técnico, y cuál bajo el enfoque del Análisis Fundamental. Es decir, aquellos activos con mayor aleatoriedad e independencia de esta clasificación del intervalo considerado pueden ser considerados más eficientes desde el punto de vista de la Teoría Financiera Clásica, y por tanto carentes de memoria estadística. Esta situación disminuye la utilidad del Análisis Técnico ya que el estudio de la serie histórica del activo no permite anticipar un movimiento futuro. Dentro de este enfoque en el que el Análisis Técnico quedaría penalizado en relación al enfoque fundamental, destacarían los activos con un menor IEF, en concreto IBEX 35 y FTSE 100. Por el contrario, la evolución del tipo de cambio Euro / Dólar norteamericano dispone de una estructura fractal de persistencia y consistencia que aconseja el uso de las herramientas del Análisis Técnico para el pronóstico de su evolución futura.

d) Índice de fractalidad de la encuesta de sentimiento, y su relación con la calidad de ser un indicador predictivo del mercado.

Aplicar los cálculos fractales a los resultados de las encuestas de sentimiento del inversor supone una novedad dentro de la literatura existente. Los resultados obtenidos muestran la fuerte persistencia en la evolución de las respuestas. Esta persistencia se ve incrementada a medida que se adoptan particiones con un mayor rango de observaciones tal y como muestra la tabla 7.3.

Tabla 7.3 Coeficiente de Hurst de las variables de la encuesta de sentimiento.

Variable	Semanal	Mensual	Anual	3 años	Media
Diferencia optimista y pesimista	0,591	0,591	0,599	0,700	0,620
Sentimiento neutral	0,578	0,582	0,613	0,713	0,622
Sentimiento optimista	0,536	0,540	0,593	0,698	0,592
Sentimiento pesimista	0,580	0,581	0,599	0,626	0,597
Valor medio Coeficiente de Hurst	0,571	0,573	0,601	0,684	0,607

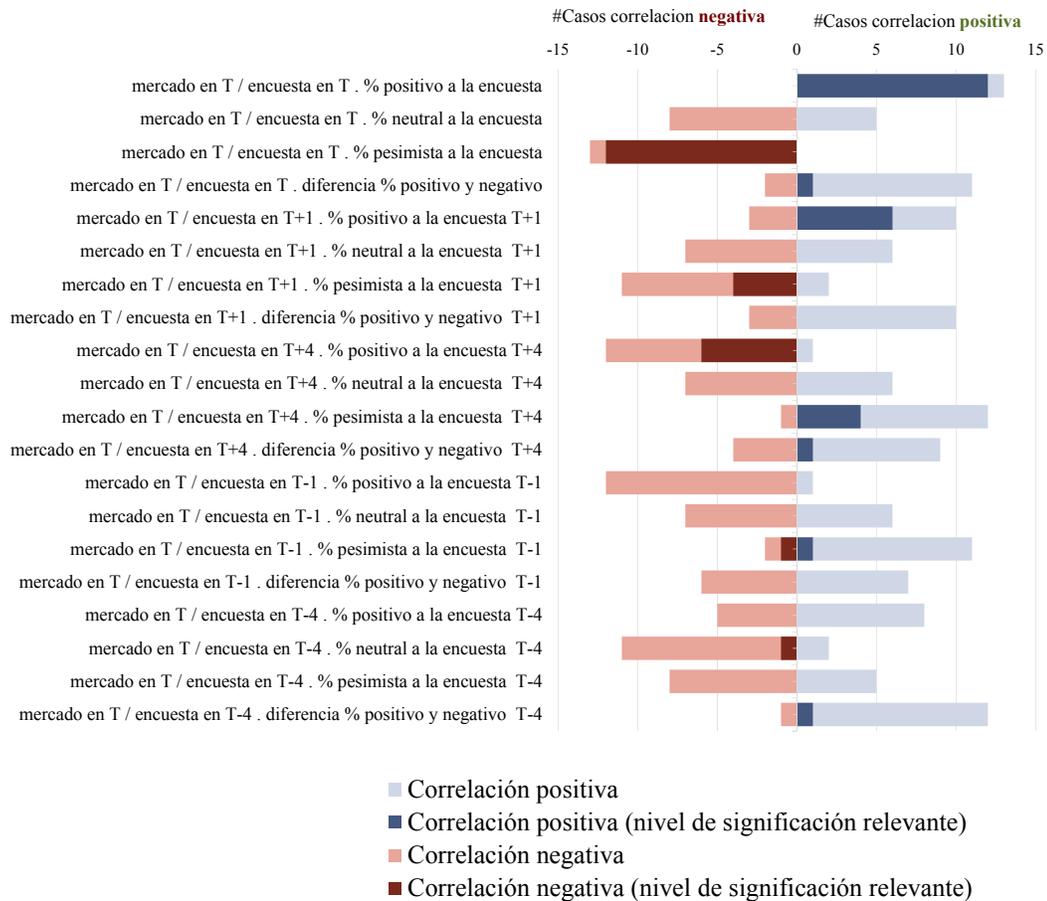
El estudio se completa con el análisis de la relación entre el esquema fractal de persistencia de las variables y el uso de las encuestas de sentimiento como indicadores adelantados o retrasados del mercado financiero (p.ej., De Bondt 1998). Para ello se realizó inicialmente un análisis de correlación entre la evolución del mercado y los resultados de la encuesta, bajo cinco supuestos diferentes: comparación con los resultados de la encuesta de la misma semana, y con aquéllos publicados una semana o un mes antes y después.

La primera parte del análisis dirigido al estudio de las correlaciones existentes entre las variables según los cinco escenarios propuestos desveló que la correlación no era significativa de forma general, siendo decreciente a medida que el escenario propuesto se alejaba de la fecha de observación del mercado financiero.

El gráfico 7.3 recoge, para cada una de las cuatro variables relacionadas con el resultado de la encuesta de sentimiento del inversor en cada uno de los 5 escenarios, el número de casos en los que existe una correlación de signo positivo o negativo (tono de color claro), así como las ocasiones en las que la misma es significativa según el criterio adoptado⁶¹ (tono color oscuro).

⁶¹ Nivel de significación considerado es superior a 0,05.

Gráfico 7.3 Resumen de las correlaciones significativas entre el mercado y el resultado de la encuesta de sentimiento del inversor.



e) Revisión bibliográfica de las teorías relacionadas con la gestión de carteras.

El mapa sobre la evolución y conexión entre las diferentes teorías predominantes (gráfico 2.10) permite resaltar dos conceptos fundamentales. En primer lugar, muestra cómo la Teoría Financiera Clásica debe convivir cada día con un mayor número de enfoques alternativos.

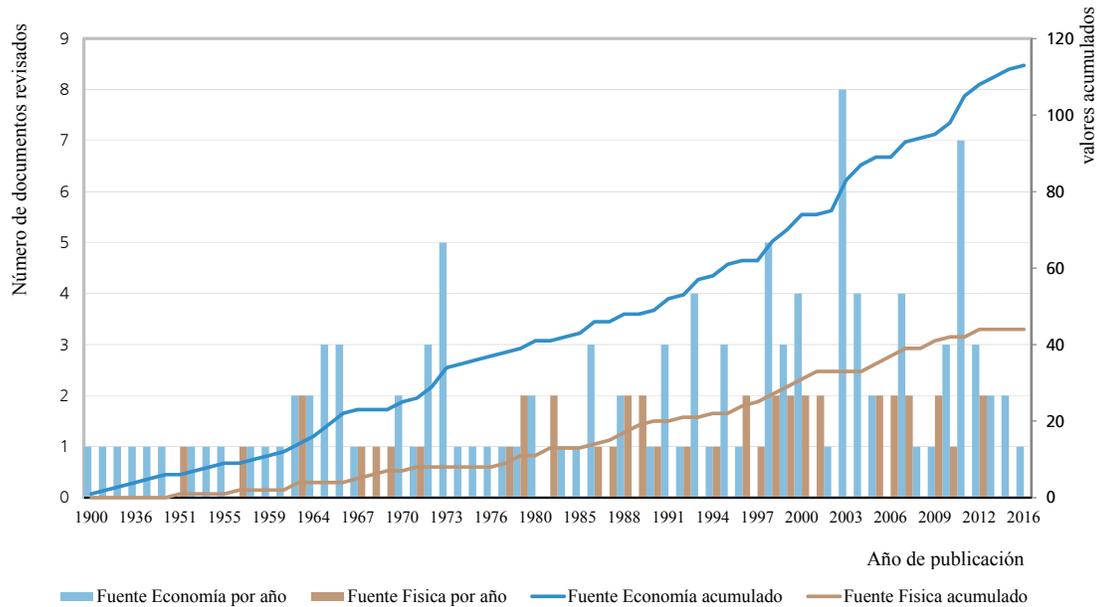
No obstante, la base teórica que sostiene la existencia de un mercado eficiente, en el que la evolución de los precios se realiza bajo un modelo aleatorio, ha sido ampliamente utilizada por el ámbito profesional para el diseño de carteras de inversión y gestión de riesgos. Esta aplicación se ha enfocado tanto en la construcción de carteras de inversión para clientes, como para el control del propio balance de las entidades financieras. Esta vigencia actual se debe a los intuitivos principios en los que se asienta, así como a la aceptación general de las

bondades de la diversificación de activos mostradas en los primeros estudios (p.ej., Markowitz 1952, 1959).

En segundo lugar, destaca la permeabilidad a partir de mediados del siglo XX de las ciencias físicas y económicas. La prueba de esta relación se encuentra, no solo en el incremento de la complejidad matemática de algunos enunciados económicos, sino también en el desembarco de profesionales con perfiles cuantitativos en las empresas dedicadas al asesoramiento de inversiones.

El análisis histórico de las referencias bibliográficas resumido en el gráfico 7.4, y cuyo desglose por tipo de documento y detalle por décadas se encuentra en el anexo AIV-5, indica cómo en los próximos años es razonable esperar que los avances técnicos logrados por la ciencia física, en relación a la gestión y predicción de modelos caóticos no lineales, acabe repercutiendo en la forma de tomar decisiones en la gestión de carteras de inversión. Los avances publicados sobre los límites actuales de la identificación de patrones en línea con las carencias técnicas de procesamiento de datos, más que en la propia dificultad del diseño del modelo (p.ej., Kirkpatrick II y Dahlquist 2010), permiten confiar en la mejora de las predicciones financieras a medida que el sector de la tecnología incrementa la capacidad de cálculo.

Gráfico 7.4 Fecha de publicación de la documentación utilizada.



7.2 Resultado de las cinco hipótesis de investigación propuestas.

A continuación se sintetizan las conclusiones obtenidas para cada una de las cinco hipótesis del investigador establecidas para considerar la conveniencia de introducir la perspectiva fractal en el estudio de la existencia de mercados eficientes, el impacto de los casos atípicos, y la utilidad de las encuestas de sentimiento.

Cuestión planteada	Hipótesis del investigador	Conclusión
¿El mercado se comporta de acuerdo a una distribución normal?	H#1: El rendimiento de los activos financieros no se comportan como una distribución normal.	A través de cuatro contrastes diferentes (curtosis, distribución de frecuencias, estimador Kolmogorov-Smirnov, y análisis gráfico Q-Q), se rechaza la hipótesis nula que mantiene que los rendimientos diarios de los activos seleccionados corresponde a una distribución normal en el período de análisis.

<p>¿La evolución de las rentabilidades de los activos es aleatoria o existe el concepto de memoria estadística?</p>	<p>H#2: Existen patrones y por tanto no se puede afirmar que el precio de los activos se mueva de forma aleatoria.</p>	<p>A través del índice de fractalidad, y del estimador de rachas, se rechaza la hipótesis nula que determina la aleatoriedad de las rentabilidades diarias de los activos seleccionados, y se demuestra la existencia de memoria estadística, o patrones de persistencia, en el período de análisis.</p>
<p>¿Deben ser considerados los valores extremos en el diseño de los modelos de predicción?</p>	<p>H#3: Los grandes eventos en la cola de la distribución deben ser considerados en el análisis.</p>	<p>Considerando los activos seleccionados durante el período de análisis, se rechaza la hipótesis nula al considerarse significativa la diferencia entre la rentabilidad histórica real y la obtenida de acuerdo a la simulación generada en la que se excluyen los casos extremos.</p>
<p>¿La evolución temporal de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor es aleatoria o está condicionada?</p>	<p>H#4: La evolución temporal de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor corresponden a una serie aleatoria.</p>	<p>Tanto los resultados del estimador de rachas, como el índice de fractalidad de las variables de la encuesta, permiten rechazar la hipótesis de aleatoriedad de la evolución de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor AAI en el período observado.</p>
<p>¿Existe alguna relación entre el índice de fractalidad del sentimiento del inversor y su capacidad predictiva?</p>	<p>H#5: No existe relación directa significativa entre los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor y la</p>	<p>Tras plantear cinco simulaciones (consideración contemporánea, adelantada en una o cuatro semanas, y retrasada en una o cuatro semanas) en la relación entre la evolución de los mercados y los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor, el modelo de regresión propuesto entre las</p>

evolución de los variables de la encuesta y el S&P500 no mercados, y esta permite obtener una relación significativa de situación está ni identificar un motivo originado por la originada por la estructura fractal de las variables. diferencia de estructura fractal de cada variable.

7.3 Debilidades del estudio.

A lo largo de la elaboración y redacción del estudio no fueron pocas las ocasiones en las que aparecieron restricciones que impedían adoptar los resultados como parte de una teoría general. Parte de estos problemas fueron solventados mediante el cambio de la técnica seleccionada para realizar el contraste, el período de análisis considerado o directamente por la no consideración del caso objeto de estudio.

Fundamentalmente los problemas que no permiten generalizar directamente los resultados obtenidos en este estudio se deben a la dependencia del tipo de activo y período temporal seleccionado. A diferencia de los análisis previos en los que el estudio fractal se realizaba sobre una única serie histórica, la primera decisión fue ampliar de forma significativa el espectro de activos analizados. En principio esta decisión debía enriquecer el análisis al estudiar activos de naturaleza heterogénea, pero al mismo tiempo demostraba cómo la selección previa de los mismos contribuía a obtener resultados finales divergentes.

En línea con el problema de selección de los activos, no se debe olvidar cómo la simplificación realizada al seleccionar índices representativos de cada mercado incorpora una distorsión adicional, ya que por la forma en la que estos se forman los activos incluidos en los mismos se van actualizando. Es decir, se trata de índices basados en la evolución de acciones activas en el mercado excluyendo, por ejemplo, aquéllas que hayan sufrido un proceso de quiebra con la consecuente implicación en la cotización.

Dentro de las debilidades relacionadas con la selección efectuada de los activos financieros, cabe señalar las divergencias que se obtendrían al considerar los activos ajustados con los

dividendos distribuidos. Los índices de renta variable seleccionados corresponden a su consideración más simple, y por tanto sin haber realizado el ajuste en su valoración histórica de los dividendos percibidos por un inversor que hubiera mantenido en cartera dicho activo.

Otra perspectiva no cubierta en el presente estudio reside en la no consideración de unidades de medida inferiores a la partición diaria. Es decir, para completar la traslación de las conclusiones del estudio a las inversiones reales que puede realizar un inversor privado o institucional, no solo debería tenerse en cuenta la divergencia entre la rentabilidad obtenida según la variable utilizada para su ponderación tal y como se muestra en el análisis diferencial entre los modelos TWR y MWR que se realiza en el apartado AIV-2 del anexo, sino también la evolución real de los mercados donde los agentes no transaccionan únicamente sobre la cotización existe al término de la sesión, sino que realizan sus operaciones de compra y venta de activos a lo largo de diferentes momentos durante el día. Las bases de datos profesionales como Bloomberg o Reuters proporcionan la posibilidad de acceder a la información de cotización correspondiente a una observación cada cinco segundos, pero debido al volumen de datos a gestionar, solo disponen de históricos que representan las cotizaciones sobre los últimos tres meses en lugar de los más de veinte años utilizados en el presente estudio.

Continuando con las debilidades relacionadas con el espectro de activos estudiados, se es consciente de cómo contribuye a la debilidad del rigor académico la selección arbitraria de los dos activos individuales representados por las acciones de UBS y Telefónica. En un estudio que pretende obtener conclusiones aplicables a nivel global, la selección de activos que no responde a criterios objetivos del tipo capitalización, volumen de los dividendos distribuidos o la generación de beneficios empresariales, sino a criterios personales podrían entenderse como no justificados. La selección de los mismos se debe al interés profesional del autor. A fecha de elaboración del presente estudio, el primero correspondía a la empresa en la que desarrolla su actividad profesional. Mientras que la selección de la acción de Telefónica está basada en la situación singular de exposición relevante de este activo como subyacente en diversos productos estructurados emitidos por esta misma firma financiera.

Como consideración final a las restricciones identificadas en relación a la selección de activos, cabe mencionar una reflexión sobre el período de análisis considerado. Si bien el inicio de las series temporales se establece en el momento en que se generaliza la interconexión electrónica de los diferentes mercados financieros a mediados de la década de

los años 90, la aparición de nuevos métodos institucionales de inversión como los procesos HFT⁶² hace que el mercado se exponga cada vez más a nuevos eventos que modifican su comportamiento. Estos cambios no corresponden tanto a su definición o composición, sino a los efectos causados por los nuevos mecanismos de inversión⁶³.

Por otro lado, y construyendo sobre los criterios previamente utilizados, el cálculo del coeficiente de Hurst ha sido basado en los estudios de Andrew W. Lo (1991) y Benoît B. Mandelbrot (2006), aunque posteriormente se decidió aumentar el número de particiones consideradas, hasta establecer siete escenarios distintos.

No obstante, al igual que en el comentario previo sobre las consecuencias de incrementar el espectro de activos analizados, a medida que se aumentaba el número de particiones, los cálculos finales del índice de fractalidad medio de algunos activos variaban. Si bien este hecho ha sido utilizado precisamente para conformar el nuevo Índice de Eficiencia Fractal al incorporar la dispersión de los resultados en las diferentes particiones, no deja de ser evidente que de haber continuado incrementando el número rangos, el resultado final se habría visto modificado.

Dentro de la mecánica de contraste estadístico, y con el objetivo de enriquecer las conclusiones alcanzadas en este trabajo de investigación, habría resultado muy interesante el uso de un modelo de generación de resultados de Montecarlo (p.ej., Lo 1998, Ding, Granger y Engle 1993, o Glasserman 2003) en el que se hubiera aplicado el algoritmo de cálculo del índice de fractalidad a cada una de las series generadas de forma aleatoria.

También hay limitaciones en relación al estudio generalista de la revisión bibliográfica de las teorías relacionadas con la toma de decisiones en la gestión de inversiones. En particular, no han sido generalmente consideradas las bases previas datadas antes de la tesis defendida por

⁶² El acrónimo HFT corresponde al término *High Frequency Trade*. Son mecanismos de inversión en los que se realizan operaciones de compra venta masiva, y prácticamente instantánea, por parte de sistemas desarrollados por las propias empresas dedicadas a la gestión de carteras.

⁶³ Ver capítulo 4, en concreto el apartado relativo al ejemplo de evento denominado cisnes negros experimentado por el mercado el 6 de mayo de 2010, en el que una operativa originada por un proceso de HFT provocó una caída superior al 10% de la valoración del Dow Jones en un período inferior a una hora.

Bachelier, ni se ha desarrollado en profundidad la línea alternativa basada en la teoría fractal del mercado expuesta por Edgar Peters (1994).

En relación al uso de la aproximación fractal al estudio de los valores extremos, el estudio debe resolver un primer conflicto que reside en la propia definición de cisne negro. Si bien la literatura existente define cualitativamente las características que debe recoger un cisne negro, no determina con exactitud la magnitud mínima del evento para tener dicha consideración. Ante esta limitación, se optó por la utilización del valor estándar empleado para la identificación de valores extremos (p.ej., Embrechts, Resnick y Samorodnitsky 1999; McNeil y Frey 2000; Carvalhal da Silva y Mendes 2003).

Con respecto al análisis de las variables del sentimiento del inversor, también se han encontrado diversas dificultades en el tratamiento de la información disponible. En primer lugar, la propia naturaleza de la encuesta en la que el porcentaje de respuesta debe dar una suma constante del 100% implica un movimiento diferente a la evolución de las series históricas de precios de activos. En el caso de los resultados de la encuesta, las variables están directamente relacionados y son dependientes entre sí, situación distinta a la que podrían experimentar dos activos financieros en los que, en teoría su evolución es independiente.

Esta interdependencia de las variables relacionadas con el sentimiento del inversor tiene una serie de implicaciones, entre las que destaca los valores tan elevados que experimenta la medición de la evolución semanal del porcentaje de cada tipo de inversor. Si bien se valoró y aplicó una primera versión de los cálculos en los que se transformaba logarítmicamente cada variable, se decidió utilizar los resultados directos de la encuesta ante la dificultad de explicar, de forma homogénea, los resultados obtenidos en relación con los experimentados por los mercados financieros.

7.4 Futuras líneas de investigación: nuevo modelo de gestión de carteras.

Si bien una tesis puede ser ya considerada de por sí una meta en una línea de investigación, se pretende que la misma forme parte de la base de un trabajo posterior de mayor envergadura dirigido, no al cuestionamiento únicamente de una teoría establecida, sino a la

proposición de un nuevo modelo de gestión de carteras y control de riesgos unido a su contraste teórico y comparación con los modelos actuales.

En relación a la reducción de las debilidades identificadas, y tal y como se indicaba en el apartado dedicado a las debilidades identificadas en el desarrollo de la investigación realizada, es importante señalar cómo las conclusiones del análisis están sujetas no solo a la restricción del número de activos, períodos y granularidad de las observaciones seleccionadas, sino también a los condicionantes de trasladar los resultados obtenidos a la gestión de una cartera real de un inversor, donde debe tenerse en consideración la diferencia existente entre las medidas de cálculo de rentabilidad MWR y TWR descritas en el anexo AIV-2. Esta consideración puede hacer variar significativamente las rentabilidades y conclusiones anteriormente descritas.

Una primera línea básica de trabajo sería tratar de reducir las debilidades anteriormente mencionadas con la ampliación del abanico de los activos seleccionados, así como de la amplitud de la serie histórica empleada. Incidiendo en la primera parte de la sugerencia sobre el incremento de activos, se sugiere incorporar activos de diferente naturaleza como las materias primas, valores inmobiliarios o incluso los CDS (*Credit Default Swaps* o seguros de riesgo de impago). Estos últimos permitirían, en su vertiente de cobertura de la deuda soberana, ampliar el estudio a la evolución fractal de las consideraciones que sobre cada nación realizan los inversores.

Adicionalmente a esta mejora en la base de la información tratada en el estudio, y en busca de la obtención de conclusiones con independencia del activo considerado, podría ser muy relevante la aplicación de modelos de Montecarlo que permitiría, al igual que el estudio planteado por Andrew W. Lo (1991), la obtención de diversos escenarios calculados en base a un modelo no determinista. Esta técnica permite el análisis agregado de múltiples simulaciones en relación a la evolución de diferentes activos.

Líneas futuras de investigación.

A continuación se desarrollan brevemente dos enfoques futuros de estudio basados en la aplicación práctica del Indicador de Eficiencia Fractal (IEF): la aplicación al contraste del

mercado eficiente a una escala superior, y el diseño de un nuevo modelo de gestión de carteras.

Caso 1: Aplicación del contraste de la existencia de un mercado eficiente.

Una primera línea de investigación futura podría derivarse de la aplicación del Índice de Eficiencia Fractal como método de selección de activos para su consideración por parte de las casas de análisis.

Los valores obtenidos sobre el grado de ineficiencia de cada activo permitirían establecer un orden de asignación de recursos internos por parte de las entidades de asesoramiento financiero. Aquellos mercados más eficientes, y por tanto efectivamente aleatorios, resultan en teoría impredecibles debiendo consumir menos atención que aquellos en los que es posible establecer con mayor probabilidad pautas sobre su evolución futura.

En definitiva, el desarrollo del Índice de Eficiencia Fractal permite la asignación eficiente de los recursos empleados para la investigación de la evolución de los mercados por parte de las entidades financieras especializadas.

Caso 2: Nuevo modelo de gestión (FCNB).

Una segunda aplicación del estudio realizado reside en el uso de las conclusiones e indicadores obtenidos como base para el desarrollo de un nuevo modelo de gestión de inversiones. Utilizando el nombre de los tres grandes apartados analizados se podría denominar a este nuevo modelo como FCNB (Fractales, Cisne Negro y *Behavioral Finance*).

En este modelo se deben fijar cinco conceptos:

1. Estructura y operativa de la cartera de inversión (relación con el *Behavioral Finance*).
2. Activo sobre el que realizar la inversión (relación con la fractalidad).
3. Movimiento esperado del mercado (relación con los cisnes negros).
4. Nivel de apalancamiento realizado.
5. Comisión a aplicar (en caso de delegar la gestión del modelo).

La estructura y operativa de la cartera de inversión se basa en la revisión bibliográfica realizada en el capítulo 2 en los que mostraba cómo los modelos de *Behavioral Finance* (como la Teoría de las Prospectivas) conceden una gran relevancia a la asimetría que tiene para el inversor la obtención de pérdidas o ganancias significativas. El modelo por tanto debe primar la preservación del capital exponiendo a la evolución del mercado un porcentaje muy reducido del mismo. En esencia, la estructura de la cartera se dividiría en 2 componentes fundamentales:

- a) Posición mayoritaria en inversiones de activos libres de riesgo, lo que permitiría no obtener rendimientos negativos significativos de forma independiente a la evolución del mercado.
- b) Porcentaje muy reducido de posiciones abiertas, pero fuertemente apalancadas al riesgo del mercado, en las que el beneficio se obtendría por la ocurrencia de un evento extremo.

El segundo componente está dirigido a la selección de activos sobre los que invertir a la espera del evento extremo. El modelo no busca saber el motivo ni la dirección del próximo movimiento drástico en la valoración de los mercados, ya que basta con estar expuesto a la ocurrencia del mismo. Aunque por propia definición el cisne negro no puede ser previsto por medio de cálculos de probabilidades (una de sus características es que antes de que ocurra no existe ninguna previsión sobre su existencia), el indicador fractal desarrollado permite seleccionar qué tipos de activos son más propensos a tener una evolución aleatoria y cuáles suelen mantener la persistencia o antipersistencia de su movimiento.

Existen instrumentos que permiten recoger los efectos de los valores extremos en los mercados financieros mediante dos vías básicas: el precio de los activos y la valoración de la volatilidad. En este sentido, se destaca la oportunidad de continuar la línea de investigación establecida por Nicholas Taleb (2012) al desarrollar el concepto de antifragilidad dentro del área de las inversiones. En su obra apuesta por la búsqueda de sistemas de composición de carteras de inversión que asuman un entorno cada vez más volátil (Gropp, Vesala y Vulpes 2002) y por tanto predispuestos a la ocurrencia de eventos de cola, o cisnes negros.

El precio de las opciones destaca como componente fundamental la volatilidad que se confiere al activo subyacente. Considerando esta propiedad, aquellos activos que tengan un Índice de Eficiencia Fractal más elevado, y por tanto un fractal con mayor consistencia y

persistencia, mantendrán una infravaloración en la volatilidad realizada por el mercado⁶⁴. A diferencia de la posición de venta de opciones en las que la apuesta está dirigida a la no ocurrencia del evento, la instrumentalización de la inversión se debería realizar en base a la compra de opciones muy fuera del dinero (ver glosario tipos de opciones) que permitirán la exposición positiva a un suceso en la dirección previamente fijada en la consideración del IEF. Esta diferencia tiene también una repercusión en el tipo de rentabilidad esperada para el modelo. Mientras en el caso de la venta de opciones fuera del dinero se establece una línea de ingresos recurrente, en el caso de la compra de opciones fuera de dinero el modelo de generación de rendimientos responde a la espera del cumplimiento de un caso de éxito que compense de forma significativa las apuestas realizadas.

Recordando que la ocurrencia del cisne negro no está descontada en los precios de los activos, aquellos valores en los que su evolución muestra una persistencia en la volatilidad de sus precios deberían verse más afectados ante un movimiento drástico del mercado. El indicador, por tanto, busca seleccionar estos activos a la espera de que el precio de la opción no recoja correctamente el riesgo futuro de mercado.

Aplicando los resultados obtenidos en la presente tesis, dentro de los activos disponibles seleccionaremos aquéllos en los que el Índice de Eficiencia Fractal resulte más elevado ya que nos permitirá predecir con mayor probabilidad la tendencia en los futuros movimientos en el precio de su cotización. Por tanto, el activo sobre el que realizar la inversión corresponde al **tipo de cambio Euro / Dólar**, que al margen de ser el mercado con mayor profundidad y liquidez de los activos estudiados, dispone de un indicador 13,160 siendo este valor el más elevado de los catorce activos financieros considerados en el estudio. La valoración de este indicador está relacionada con una contenida desviación típica del 0,011 con el persistente valor del coeficiente medio de Hurst obtenido de 0,650.

El reducido valor de la desviación típica muestra cómo el patrón repite su comportamiento con independencia del intervalo considerado, y por otro lado, el coeficiente medio de Hurst muestra que su desarrollo es muy persistente: tras un movimiento de tendencia al alza en la rentabilidad, el siguiente movimiento tiene un 65% de probabilidades de ser también en esta dirección. Estas características permiten abandonar la concepción de un mercado eficiente y

⁶⁴ La esperanza matemática a considerar en la toma de decisiones de inversión es el resultado de la multiplicación del importe expuesto por la probabilidad de acertar en el movimiento del activo.

sin memoria estadística, e identifica activos que se retroalimentan en los movimientos (persistentes).

Por último, cabe mencionar como la aplicación de este modelo en la gestión profesional de carteras implicaría la utilización de un modelo de comisiones ajustado a su operativa. A diferencia de los modelos tradicionales en los que el uso mayoritario de mercado es el cobro porcentual sobre el patrimonio gestionado, en esta ocasión se deberían aunar dos características diferentes. Por un lado, debido a lo irregular de los rendimientos a obtener, la comisión debería instrumentalizarse únicamente como un porcentaje sobre los beneficios, ya que el cobro regular sobre el patrimonio de gestión sobre largos períodos en los que no se experimente un evento de cola en el mercado, tendría un efecto perjudicial no solo para el valor total de la cartera, sino fundamentalmente sobre la predisposición del cliente a mantener el modelo. Asimismo, la estructura de comisiones debería tener en consideración la existencia de una marca de agua (ver glosario) que permitiera no diluir las primeras ganancias con la comisión de éxito a lo largo del período.

Bibliografía

Referencias empleadas.

Adicionalmente al detalle de las referencias bibliográficas utilizadas que se encuentra a continuación, en el anexo AIV-5 está disponible un estudio comparativo cronológico de las mismas clasificadas por tipología y origen.

Alexander, Gordon J., Gjergji Cici, y Scott Gibson. 2007. Does motivation matter when assessing trade performance?. An analysis of mutual funds. *Review of Financial Studies* 20, no. 1:125-150.

Anderson, Nicola, y Joseph Noss. 2013. The fractal market hypothesis and its implications for the stability of financial markets. *Bank of England Financial Stability Paper* 23, 1-21.

Bachelier, Louis. 1900. Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de Ecole Normale Supérieure, III-17, tesis para obtención del título de doctor en matemáticas (defendida 29 marzo 1900). l' Ecole Normale Supérieure. Francia* 17, 21-86.

Davis, Mark, Louis Bachelier, Alison Etheridge, y Paul A. Samuelson. 2011. *Louis Bachelier's Theory of Speculation*. Nueva Jersey: Princeton University Press.

Bank, JP M. 1995. *Risk Metrics technical manual*. Nueva York: JP Morgan Bank.

Benassi, Albert, Pierre Bertrand, Serge Cohen, y Jacques Ista. 2000. Identification of the Hurst index of a step fractional Brownian motion. *Statistical Inference for Stochastic Processes* 3, no. 1-2:101-111.

Ben-Rephael, Azi, Shmuel Kandel, y Avi Wohl. 2012. Measuring investor sentiment with mutual fund flows. *Journal of Financial Economics* 104, no. 2:363-382.

- Berger, JM, y Benoît Mandelbrot. 1963. A new model for error clustering in telephone circuits. *IBM Journal of Research and Development* 7, no. 3:224-236.
- Bernstein, Peter L. 2005. *Capital ideas: the improbable origins of modern Wall Street*. Nueva Jersey: John Wiley & Sons.
- Black, Fischer. 1986. Noise. *Journal of Finance* 41, no. 3:529-543.
- Black, Fischer, et al. 1972. *Studies in the theory of capital markets*. Nueva York: Praeger Publishers Inc.
- Black, Fischer, y Myron Scholes. 1972. The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *Journal of Finance* 27, no. 2:399-417.
- Black, Fischer, y Myron Scholes. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy* 81, no. 3:637-654.
- Bollerslev, Tim. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31, no. 3:307-327.
- Borges, Maria R. 2010. Efficient market hypothesis in European stock markets. *European Journal of Finance* 16, no. 7:711-726.
- Brown, Stephen J., William N. Goetzmann, y Alok Kumar. 1998. The Dow Theory: William Peter Hamilton's track record re-considered. *Journal of Finance* 53, no. 4:1311-1333.
- Bulkowski, Thomas N. 2011. *Encyclopedia of chart patterns*. 2 ed. Nueva Jersey: John Wiley & Sons.
- Carvalho da Silva, Andre, y Beatriz V. Mendes. 2003. Value-at-risk and extreme returns in Asian stock markets. *International Journal of Business* 8, no. 1:17-40.
- Chen, Nai-Fu. 1983. Some empirical tests of the Theory of Arbitrage Pricing. *Journal of Finance* 38, no. 5:1393-1414.
- Chen, Nai-Fu, Richard Roll, y Stephen A. Ross. 1986. Economic forces and the stock market. *Journal of Business* 3, 383-403.

- Chichilnisky, Graciela. 2010. The foundations of statistics with black swans. *Mathematical Social Sciences* 59, no. 2:184-192.
- Clarke, Roger G., y Meir Statman. 1998. Bullish or bearish? *Financial Analysts Journal* 54, no. 3:63-72.
- Cootner, Paul H. 1964. The random character of stock market prices. *MIT Press, Cambridge, MA*.
- Cunningham, Lawrence A. 1993. From random walks to chaotic crashes: the linear genealogy of the Efficient Capital Market Hypothesis. *Washington and Lee Law Review* 62, 546.
- Cunningham, Lawrence A. 1994. Capital Market Theory, mandatory disclosure, and price discovery. *Washington and Lee Law Review* 51, 843-877.
- Daley, Daryl J. 1999. The Hurst Index of long-range dependent renewal processes. *Annals of Probability* 27, no. 4:2035-2041.
- Davis, Nathan E. 2003. *Triumph of contrarian investing*. Nueva York: McGraw-Hill.
- De Bondt, Werner. 1993. Betting on trends: Intuitive forecasts of financial risk and return. *International Journal of Forecasting* 9, no. 3:355-371.
- De Bondt, Werner. 1998. A portrait of the individual investor. *European Economic Review* 42, no. 3:831-844.
- Derman, Emanuel, y Nassim N. Taleb. 2005. The illusions of dynamic replication. *Quantitative Finance* 5, no. 4:323-326.
- Dewey, Edward R., y Mandino, Og. 1971. *Cycles: the mysterious forces that trigger events*. Nueva York: Hawthorn Books.
- Dickey, David A., y Wayne A. Fuller. 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association* 74, no. 366a:427-431.

- Dimson, Elroy, y Massoud Mussavian. 1998. A brief history of market efficiency. *European Financial Management* 4, no. 1:91-103.
- Ding, Zhuanxin, Clive W. Granger, y Robert F. Engle. 1993. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* 1, no. 1:83-106.
- Domínguez, Diego L., Esperanza Ardila, y John F. Moreno. 2010. Metodología e interpretación del coeficiente de Hurst. *Odeon* 1, no. 5:265-290.
- Dybvig, Philip H., y Stephen A. Ross. 1985. Yes, the APT is testable. *Journal of Finance* 40, no. 4:1173-1188.
- Edwards, Robert D., Magee, John, y Bassetti, WHC. 2007. *Technical analysis of stock trends*. 9 ed. Florida: CRC Press.
- Einstein, Albert. 1956. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Nueva York: Courier Corporation.
- Elliott, Graham, Thomas J. Rothenberg, y James H. Stock. 1996. Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica* 64, no. 4:813-836.
- Elliott, Ralph N. 1938. *The wave principle*. Nueva York: Collins.
- Embrechts, Paul, Sidney I. Resnick, y Gennady Samorodnitsky. 1999. Extreme value theory as a risk management tool. *The North American Actuarial Journal* 3, no. 2:30-41.
- Engle, Robert F. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 987-1007.
- Fama, Eugene F. 1965. The behavior of stock-market prices. *Journal of Business* 38, no. 1:34-105.
- Fama, Eugene F. 1970. Efficient capital markets: a review of theory and empirical Work. *Journal of Finance* 25, no. 2:383-417.
- Fama, Eugene F. 1991. Efficient capital markets: II. *Journal of Finance* 46, no. 5:1575-1617.

- Fama, Eugene F. 1995. Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal* 51, no. 1:75-80.
- Fama, Eugene F. 1998. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. *Journal of Financial Economics* 49, no. 3:283-306.
- Fama, Eugene F., y Kenneth R. French. 1988. Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy* 96, no. 2:246-273.
- Fama, Eugene F., y Kenneth R. French. 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics* 33, no. 1:3-56.
- Fama, Eugene F., y Kenneth R. French. 2004. The capital asset pricing model: theory and evidence. *Journal of Economic Perspectives* 18, no. 3:25-46.
- Feder, Jens. 1988. *Fractals*. Nueva York: Springer.
- Ferrer, Elena, Julie Salaber, y Anna Zalewska. 2016. Consumer confidence indices and stock markets' meltdowns. *European Journal of Finance* 22, no. 3:195-220.
- Fisher, Ronald. 1955. Statistical methods and scientific induction. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 17, no. 1:69-78.
- Gabor, Andre, y Clive W. Granger. 1966. Price as an indicator of quality: report on an enquiry. *Economics* 33, 43-70.
- Gehr Jr, Adam. 1975. Some tests of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of the Midwest Finance Association* 7, 91-107.
- Glasserman, Paul. 2003. *Monte Carlo methods in financial engineering*. Vol. 53. Nueva York: Springer Science & Business Media.
- Goetzmann, William N., y Philippe Jorion. 1999. A century of global stock markets. *Journal of Finance* 54, no. 3:953-980.
- Goldberger, A. L., y B. J. West. 1987. Fractals in physiology and medicine. *Yale Journal of Biology and Medicine* 60, no. 5:421-435.

- Goldstein, Daniel, y Nassim N. Taleb. 2007. We don't quite know what we are talking about when we talk about volatility. *Journal of Portfolio Management* 33, no. 4:84-86.
- Graham, Benjamin, y Zweig, Jason. 2009. *The intelligent investor*. 4 ed. Nueva York: Harper Business Essentials.
- Granger, Clive W., y Paul Newbold. 1974. Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics* 2, no. 2:111-120.
- Granger, Clive W., y Roselyne Joyeux. 1980. An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis* 1, no. 1:15-29.
- Granville, Joseph E. 1960. *A strategy of daily stock market timing for maximum profit*. Nueva Jersey: Prentice-Hall.
- Greene, Myron T., y Bruce D. Fielitz. 1977. Long-term dependence in common stock returns. *Journal of Financial Economics* 4, no. 3:339-349.
- Gropp, Reint, Jukka Vesala, y Giuseppe Vulpes. 2002. Equity and bond market signals as leading indicators of bank fragility. *European Central Bank* 150, no. 1:1-58.
- Grossman, Sanford J., y Joseph E. Stiglitz. 1980. On the impossibility of informationally efficient markets. *American Economic Review* 70, no. 3:393-408.
- Haldane, Andrew G. 2011. The race to zero. In *The global macro economy and finance*. Nueva York: Springer.
- Hirshleifer, David. 2001. Investor psychology and asset pricing. *Journal of Finance* 56, no. 4:1533-1597.
- Hurst, Harold E. 1951. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, 770-808.
- Ikenberry, David, Josef Lakonishok, y Theo Vermaelen. 1995. Market underreaction to open market share repurchases. *Journal of Financial Economics* 39, no. 2:181-208.

- Jensen, Michael C. 1967. The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *Journal of Finance* 23, no. 2:389-416.
- Jensen, Michael C., y George A. Benington. 1970. Random walks and technical theories: some additional evidence. *Journal of Finance* 25, no. 2:469-482.
- Jorion, Philippe. 2007. *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. Vol. 3. Nueva York: McGraw-Hill.
- Kahneman, Daniel. 2003. Maps of bounded rationality: psychology for behavioral economics. *American Economic Review* 93, no. 5:1449-1475.
- Kahneman, Daniel. 2011. *Thinking, fast and slow*. Londres: Penguin Books Ltd.
- Kahneman, Daniel, y Amos Tversky. 1973a. On the psychology of prediction. *Psychological review* 80, no. 4:237-251.
- Kahneman, Daniel, y Amos Tversky. 1973b. Availability: a heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive psychology* 5, no. 2:207-232.
- Kahneman, Daniel, y Amos Tversky. 1979. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 47, no. 2:263-292.
- Kendall, Maurice G., y A. B. Hill. 1953. The analysis of economic time-series-part I: prices. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 116, no. 1:11-34.
- Kenneth, Fisher, y Meir Statman. 2000. Investor sentiment and stock returns. *CFA (Chartered Financial Advisory) Digest* 30, no. 4:50-51.
- Keynes, John M. 1923. Some aspects of commodity markets. *Manchester Guardian Commercial: European Reconstruction Series* 13, 784-786.
- Keynes, John M., ed. 1936. *The general theory of interest, employment and money*. Londres: Macmillan.
- Kirkpatrick II, Charles D., y Dahlquist, Julie. 2010. *Technical analysis: the complete resource for financial market technicians*. 2 ed. Nueva Jersey: FT press.

- Lee, Darren D., Howard Chan, Robert W. Faff, y Petko S. Kalev. 2003. Short-term contrarian investing—is it profitable?... Yes and No. *Journal of Multinational Financial Management* 13, no. 4:385-404.
- Levine, Ross, y Sara Zervos. 1996. Stock market development and long-run growth. *World Bank Economic Review* 10, no. 2:323-339.
- Lintner, John. 1965. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics* 47, no. 1:13-37.
- Chang, Chia-lin, Juan-Ángel Jiménez-Martín, Michael McAleer, y Teodosio Pérez-Amaral. 2011. Risk management of risk under the Basel Accord: Forecasting value-at-risk of VIX futures. *Managerial Finance* 37, no. 11:1088-1106.
- Lo, Andrew W. 1991. Long-term memory in stock market prices. *Econometrica* 59 (5), 1279–1313.
- Lo, Andrew W. 2004. The adaptive markets hypothesis: market efficiency from an evolutionary perspective. *Journal of Portfolio Management* 30, no. 5:15-29.
- Lo, Andrew W., y Craig MacKinlay. 1988. Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies* 1, no. 1:41-66.
- Lo, Andrew W., y Craig MacKinlay. 1990. Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models. *Review of Financial Studies* 3, no. 3:431-467.
- Lo, Andrew W., Dmitry V. Repin, y Brett N. Steenbarger. 2005. Fear and greed in financial markets: a clinical study of day-traders. *American Economic Review* 95, no. 2:352-359.
- Lorenz, Edward N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences* 20, no. 2:130-141.
- Lucas, Robert E. 1972. Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory* 4, no. 2:103-124.
- Malkiel, Burton G. 2003. The efficient market hypothesis and its critics. *The Journal of Economic Perspectives* 17, no. 1:59-82.

- Malkiel, Burton G. 2015. *A random walk down Wall Street: the time-tested strategy for successful investing*. 11 ed. Nueva York: Northon and Company inc.
- Mandelbrot, Benoît B. 1963a. The variation of certain speculative prices. *Journal of Business* 36, no. 4:394-419.
- Mandelbrot, Benoît B. 1963b. New methods in statistical economics. *Journal of Political Economy* 71, 421-440.
- Mandelbrot, Benoît B. 1967. How long is the coast of Britain. *Science* 156, no. 3775:636-638.
- Mandelbrot, Benoît B. 1971. A fast fractional Gaussian noise generator. *Water Resources Research* 7, no. 3:543-553.
- Mandelbrot, Benoît B. 1982. *The fractal geometry of nature*. San Francisco: Freeman.
- Mandelbrot, Benoît B. 1999. A multifractal walkdown Wall Street. *Scientific American* Febrero, 71-73.
- Mandelbrot, Benoît B. 2001a. Scaling in financial prices: I. Tails and dependence. *Quantitative Finance* 1, 113-123.
- Mandelbrot, Benoît B. 2001b. Harold Edwin Hurst. In *Statisticians of the Centuries*. Nueva York: Springer.
- Mandelbrot, Benoît B. 2005. The inescapable need for fractal tools in finance. *Annals of Finance* 1, no. 2:193-195.
- Mandelbrot, Benoît B., Adlai J. Fisher, y Laurent E. Calvet. 1997. A multifractal model of asset returns. *Cowles foundation discussion papers, Cowles Foundation, Yale University*.
- Mandelbrot, Benoît B., y Nigel Goldenfeld. 1998. Fractals and scaling in finance: discontinuity and concentration. *Physics Today* 51, 59-59.

- Mandelbrot, Benoît B., y Murad S. Taqqu. 1979. Robust R/S analysis of long run serial correlation. *Bulletin of the International Statistical Institute* 2, 59-104.
- Mandelbrot, Benoît B., y James R. Wallis. 1968. Noah, Joseph, and operational hydrology. *Water Resources Research* 4, no. 5:909-918.
- Mandelbrot, Benoît B., y James R. Wallis. 1969. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence. *Water Resources Research* 5, no. 5:967-988.
- Mandelbrot, Benoît B., y Hudson, Richard L. 2006. *Fractales y finanzas: una aproximación matemática a los mercados: arriesgar, perder y ganar*. Barcelona: Tusquets editores.
- Mantzaras, J., PG Felton, y FV Bracco. 1989. Fractals and turbulent premixed engine flames. *Combustion and Flame* 77, no. 3:295-310.
- Markowitz, Harry. 1952. Portfolio selection. *Journal of Finance* 7, no. 1:77-91.
- Markowitz, Harry. 1959. *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- McCulloch, James. 2012. Fractal market time. *Journal of Empirical Finance* 19, no. 5:686-701.
- McNeil, Alexander J., y Rüdiger Frey. 2000. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance* 7, no. 3:271-300.
- Mitra, Sanjit K. 2012. Is Hurst exponent value useful in forecasting financial time series? *Asian Social Science* 8, no. 8:111-120.
- Mossin, Jan. 1966. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica* 34, no. 4:768-783.
- Neill, Humphrey B. 2007. *The art of contrary thinking*. 14 ed. Idaho: Caxton Press.
- North, David S., y Jerry L. Stevens. 2015. Investment performance of AAIL stock screens over diverse markets. *Financial Services Review* 24, no. 2:157-177.

- O'Neal, Edward S. 2004. Purchase and redemption patterns of US equity mutual funds. *Financial Management* 33, no. 1:63-90.
- Osborne, Maury F. 1977. *Stock market and finance from a physicist's viewpoint*. Minneapolis: Crossgar Pr.
- Peters, Edgar E. 1994. *Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics*. Vol. 24. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Peters, Edgar E. 1996. *Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility*. 2 ed. Vol. 1. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Peterson, Richard L. 2005. The neuroscience of investing: FMRI of the reward system. *Brain Research Bulletin* 67, no. 5:391-397.
- Phillips, Peter C., y Pierre Perron. 1988. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika* 75, no. 2:335-346.
- Rhea, Robert. 1932. *The Dow Theory: an explanation of its development and an attempt to definite its usefulness as an aid in speculation*. Nueva York: Barron.
- Roll, Richard, y Stephen A. Ross. 1980. An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. *Journal of Finance* 35, no. 5:1073-1103.
- Ross, Stephen A. 1976. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* 13, no. 3:341-360.
- Ross, Stephen A. 1973. Return, risk and arbitrage. *Wharton School Rodney L. White Center for Financial Research*.17-73.
- Samuelson, Paul A. 1965. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review* 6, no. 2:41-49.
- Schepers, Hans E., Johannes H. Van Beek, y James B. Bassingthwaighte. 1992. Four methods to estimate the fractal dimension from self-affine signals (medical application). *Engineering in Medicine and Biology Magazine* 11, no. 2:57-64.

- Sewell, Martin. 2011. History of the Efficient Market Hypothesis. *University College of London Department of Computer Science* 11, no. 04:01-14.
- Sharpe, William F. 1963. A simplified model for portfolio analysis. *Management Science* 9, no. 2:277-293.
- Sharpe, William F. 1964. Capital Asset Prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance* 19, no. 3:425-442.
- Sharpe, William F. 1966. Mutual fund performance. *Journal of Business* 39, no. 1:119-138.
- Sharpe, William F. 1991. Capital Asset Prices with and without negative holdings. *Journal of Finance* 46, no. 2:489-509.
- Shiller, Robert J. 1999. Human behavior and the efficiency of the financial system. In *Handbook of macroeconomics*. Amsterdam: Elsevier.
- Shiller, Robert J. 2000. *Irrational exuberance*. Nueva Jersey: Princeton University Press.
- Shiller, Robert J. 2003. From Efficient Markets Theory to behavioral finance. *Journal of Economic Perspectives* 17, no. 1:83-104.
- Shimizu, Seiki. 1986. *The japanese chart of charts*. Tokio: Tokyo Futures Trading Publishing Company.
- Solt, Michael E., y Meir Statman. 1988. How useful is the sentiment index? *Financial Analysts Journal* 44, no. 5:45-55.
- Sornette, Didier. 2009. *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*. Nueva Jersey: Princeton University Press.
- Sugihara, George, y Robert M. May. 1990. Applications of fractals in ecology. *Trends in Ecology & Evolution* 5, no. 3:79-86.
- Taleb, Nassim N. 2005. *Fooled by randomness: the hidden role of chance in life and in the markets*. 3 ed. Nueva York: Random House.

- Taleb, Nassim N. 2007. *The black swan: the impact of the highly improbable*. Nueva York: Random House.
- Taleb, Nassim N. 2009. Errors, robustness, and the fourth quadrant. *International Journal of Forecasting* 25, no. 4:744-759.
- Taleb, Nassim N. 2012. *Antifragile: Things That Gain From Disorder*. Londres: Penguin.
- Timmermann, Allan, y Clive W. Granger. 2004. Efficient market hypothesis and forecasting. *International Journal of Forecasting* 20, no. 1:15-27.
- Tobin, James. 1958. Liquidity preference as behavior towards risk. *Review of Economic Studies* 25, no. 2:65-86.
- Topper, Benjamin, y Patrick Lagadec. 2013. Fractal crises—a new path for crisis theory and management. *Journal of Contingencies and Crisis Management* 21, no. 1:4-16.
- Twain, Mark, y Charles Dudley, Warner. 1873. *The gilded age: a tale of today*. Estados Unidos: American Publishing Company.
- Von Neumann, J., y Morgenstern, O. 1944. *Theory of games and economic behavior*. Nueva Jersey: Princeton University Press.
- Voss, Richard F. 1989. Random fractals: self-affinity in noise, music, mountains, and clouds. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 38, no. 1:362-371.
- Vyzantiadou, MA, AV Avdelas, y S. Zafiropoulos. 2007. The application of fractal geometry to the design of grid or reticulated shell structures. *Computer-Aided Design* 39, no. 1:51-59.
- Wagensberg, Jorge. 2006. *A más cómo, menos por qué. 747 reflexiones con la intención de comprender lo fundamental, lo natural y lo cultural*. Barcelona: Tusquets Editores.
- Wen, Fenghua, Zhong Li, Chaohua Xie, y David Shaw. 2012. Study on the fractal and chaotic features of the Shanghai composite index. *Fractals* 20, no. 2:133-140.

Weron, Aleksander, y Rafał Weron. 2000. Fractal market hypothesis and two power-laws. *Chaos, Solitons & Fractals* 11, no. 1:289-296.

Zweig, Martin E. 1973. An investor expectations stock price predictive model using closed-end fund premiums. *Journal of Finance* 28, no. 1:67-78.

Índice de Tablas y Gráficos

Índice de tablas.

	Pag.
Capítulo 1. Introducción.	
Capítulo 2. Mapa conceptual de Teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados.	
Tabla 2.1 Sistemas mentales diferenciados.	66
Tabla 2.2 Sesgos cognitivos.	66
Tabla 2.3 Sesgos emocionales.	67
Tabla 2.4 Diferencia entre los valores esperados y los valores observados del Dow Jones para el período 1920-1997.	71
Tabla 2.5 Caídas diarias del IBEX 35 superiores al 7% desde 01/01/1987 hasta 30/09/2015.	72
Tabla 2.6 Aplicaciones prácticas no financieras de los fractales.	82
Tabla 2.7 Mecanismo del ajuste fractal del mercado.	85
Capítulo 3. Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente.	
Tabla 3.1 Listado de activos considerados.	92
Tabla 3.2 Estadísticos simples de la rentabilidad diaria de los activos.	94
Tabla 3.3 Correlaciones estimadas entre las rentabilidades diarias de los activos.	97
Tabla 3.4 Interpretación de las correlaciones estimadas entre las rentabilidades diarias de los activos.	98
Tabla 3.5 Correlación del VIX con el resto de activos.	99
Tabla 3.6 Contraste de normalidad. Uso del indicador de Curtosis	100
Tabla 3.7 Resultados de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov.	103
Tabla 3.8 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad por activo.	119
Tabla 3.9 Clasificación fractal de los mercados según los valores medios de las diferentes particiones.	121
Tabla 3.10 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad por tipo de activo.	123
Tabla 3.11 Clasificación de activos según el criterio de persistencia.	124
Tabla 3.12 Centro de cada conglomerado.	126
Tabla 3.13 Resultados del Coeficiente de Hurst por clúster identificado.	126
Tabla 3.14 Matriz de componentes por activos.	129
Tabla 3.15 Denominación de los factores obtenidos.	130
Tabla 3.16 Resultados del coeficiente de Hurst por factor identificado.	131

Tabla 3.17 Resultados del estimador Z para rachas.	134
Tabla 3.18 Ranking de aleatoriedad de los activos según su coeficiente medio de Hurst.	137
Tabla 3.19 Relación entre el índice de fractalidad y la clasificación de los activos.	142
Tabla 3.20 Desviación típica del índice de fractalidad por activo.	143
Tabla 3.21 Índice de Eficiencia Fractal para cada activo financiero.	150

Capítulo 4. Metodología y análisis empírico de los casos atípicos: cisnes negros.

Tabla 4.1 Identificación cinco valores máximos por activo.	159
Tabla 4.2 Identificación cinco valores mínimos por activo.	160
Tabla 4.3 Impacto en la rentabilidad histórica del IBEX 35 considerando la inclusión o exclusión de los cinco valores atípicos en relación a su rentabilidad positiva o negativa.	163
Tabla 4.4 Simulación de rentabilidades considerando los valores atípicos.	163
Tabla 4.5 Diferencia en las valoraciones obtenidas por las simulaciones.	164
Tabla 4.6 Comparación entre la sensibilidad a los casos atípicos y la aleatoriedad calculada por el coeficiente de Hurst.	166

Capítulo 5. Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento inversor.

Tabla 5.1 Estadística descriptiva de la evolución del VIX desde el 01/01/2005 a 02/09/2015.	173
Tabla 5.2 Evolución movimiento de fondos de inversión según clase de activo a fecha 11.05.2016 (ICI).	174
Tabla 5.3 Evolución movimiento mensual enero 2014- marzo 2016 (ICI).	174
Tabla 5.4 Resultados del estimador de rachas.	184
Tabla 5.5 Coeficiente de Hurst para las variables del sentimiento inversor de la encuesta AAI.	189
Tabla 5.6 Estadísticos de valores de mercado y valores de sentimiento de mercado con observaciones semanales.	192
Tabla 5.7 Test de normalidad utilizando el indicador de Kolmogorov-Smirnov para las de variables de mercado y de sentimiento con observaciones semanales.	194
Tabla 5.8 Resumen de las correlaciones existentes entre la evolución de los mercados y los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor AAI.	199
Tabla 5.9 Resumen de casos sobre correlaciones y signos.	200
Tabla 5.10. Tabla de correlación entre las variables del sentimiento del inversor y el índice VIX.	202
Tabla 5.11 Ranking de cada variable considerada en base a la bondad del ajuste obtenido en el modelo de regresión simple sobre la predicción de evolución del S&P 500.	204
Tabla 5.12 Índice de Eficiencia Fractal (IEF) para las variables del sentimiento de mercado.	206

Capítulo 6. Síntesis comparada.

Tabla 6.1 Análisis consolidado de la correlación existente y signo entre las variables.	211
Tabla 6.2 Comparación índice de fractalidad de variables financieras y de sentimiento del inversor.	213
Tabla 6.3 Ranking de aleatoriedad de todas las variables según el coeficiente de Hurst.	215
Tabla 6.4 Comparación Índice de Eficiencia Fractal de las variables financieras y de las del sentimiento del inversor.	216

Capítulo 7. Conclusiones.

Tabla 7.1 Clasificación de persistencia de los activos financieros seleccionados según la partición utilizada durante el período de análisis.	223
Tabla 7.2 Índice de Eficiencia Fractal de activos financieros y encuesta de sentimiento.	226
Tabla 7.3 Coeficiente de Hurst de las variables de la encuesta de sentimiento.	228

Anexos.

Tabla AI-1 Estadísticos simples del logaritmo de las rentabilidades diarias de los activos.	282
Tabla AI-2 Prueba Kolgomorov-Smirnov del logaritmo de las rentabilidades diarias de los activos.	288
Tabla AI-3 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst del S&P 500.	291
Tabla AI-4 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para NASDAQ 100.	293
Tabla AI-5 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para Eurostoxx 50.	295
Tabla AI-6 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para FTSE 100.	297
Tabla AI-7 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para IBEX 35.	299
Tabla AI-8 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst del SMI.	301
Tabla AI-9 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para NIKKEI 225.	303
Tabla AI-10 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para HSI.	305
Tabla AI-11 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización de UBS.	307
Tabla AI-12 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización de Telefónica.	309
Tabla AI-13 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el tipo de cambio Euro / Dólar.	311
Tabla AI-14 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.	313
Tabla AI-15 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.	315
Tabla AI-16 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el índice VIX.	317
Tabla AI-17 Cálculos del conglomerado con 2 grupos.	318
Tabla AI-18 Cálculos del conglomerado con 3 grupos	318

Tabla AI-19 Cálculos del conglomerado con 4 grupos.	318
Tabla AI-20 Cálculos del conglomerado con 5 grupos.	318
Tabla AI-21 Ponderación media de cada activo según el valor de rentabilidad tipificada.	319
Tabla AI-22 Multiplicación de la ponderación media de cada activo por su coeficiente medio de Hurst.	320
Tabla AI-23 Coeficiente de Hurst e Índice de fractalidad por clúster.	320
Tabla AI-24 Varianza total explicada con análisis factorial original (4 factores).	321
Tabla AI-25 Varianza total explicada con análisis factorial final (7 factores).	321
Tabla AI-26 Suma de los componentes de cada uno de los 7 factores.	322
Tabla AI-27 Distribución de los componentes de cada uno de los 7 factores.	323
Tabla AI-28 Aportación al coeficiente de Hurst de cada activo para cada una de los componentes.	323
Tabla AI-29 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad de cada factor.	324
Tabla AI-30 Estadísticos descriptivos para los factores.	324
Tabla AI-31. Prueba de KMO del estudio factorial.	324
Tabla AI-32 Descripción de la variable dicotómica para el estimador de rachas.	325
Tabla AI-33 Índice de Fractalidad según el resultado del estimador de rachas.	325
<hr/>	
Tabla AII-1 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Eurostoxx 50.	331
Tabla AII-2 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del FTSE 100.	332
Tabla AII-3 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del NASDAQ 100.	333
Tabla AII-4 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del S&P 500.	334
Tabla AII-5 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del SMI.	335
Tabla AII-6 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos de UBS.	336
Tabla AII-7 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del NIKKEI 225.	337
Tabla AII-8 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del HSI.	338
Tabla AII-9 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos	339

del VIX.

Tabla AII-10 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos de Telefónica.	340
Tabla AII-11 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Bono EE.UU. de 5 años.	341
Tabla AII-12 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Bono EE.UU. de 30 años.	342
Tabla AII-13 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del tipo de cambio Euro / Dólar.	343
Tabla AII-14 Valores medios de cada tramo según la diferencia entre la rentabilidad acumulada original y la simulación.	344
Tabla AII-15 Caídas diarias superiores al 5% y la evolución del índice 15/30/60 días después desde el 01/01/1987 hasta el 30/09/2015.	346
<hr/>	
Tabla AIII-1 Estadísticos de valores de mercado en base semanal.	348
Tabla AIII-2 Estadísticos de valores del sentimiento de mercado en base semanal.	348
Tabla AIII-3 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento comprador.	359
Tabla AIII-4 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.	361
Tabla AIII-5 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.	363
Tabla AIII-6 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.	365
Tabla AIII-7 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la misma semana.	366
Tabla AIII-8 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la semana siguiente.	367
Tabla AIII-9 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de 4 semanas siguientes.	368
Tabla AIII-10 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la semana anterior.	369
Tabla III-11. Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de hace 4 semanas.	370
Tabla III-12 Resumen de las correlaciones según el nivel de significación así como el signo	371

de la misma.

Tabla AIII-13. Coeficiente de Hurst medio de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor. 372

Tabla AIII-14 R2 de las variables vs índice de fractalidad. 372

Tabla AIV-1 Porcentaje de la capitalización total sobre el PIB mundial. 374

Tabla AIV-2 Capitalización en el mercado de las compañías que cotizan en Bolsa (US\$ a precios actuales). 374

Tabla AIV-3 Porcentaje sobre el PIB de la capitalización en el mercado de las compañías que cotizan en Bolsa (porcentaje del PIB medido en US\$ a precios actuales). 374

Tabla AIV-4 Evolución histórica de la capitalización total del mercado y el porcentaje sobre el PIB mundial. 375

Tabla AIV-5 Clasificación de ciclos económicos. 379

Tabla AIV-6 Número de documentos por disciplina y formato. 383

Tabla AIV-7 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 1900 – 1969. 384

Tabla AIV-8 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 1970 – 1989. 385

Tabla AIV-9 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 1990 - 1999. 386

Tabla AIV-10 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 2000 - 2009. 387

Tabla AIV-11 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 2010 - 2016. 388

Tabla AV-1 Tipo de opciones básicas. 395

Índice de gráficos.

	Pag.
Capítulo 1. Introducción.	
Gráfico 1.1 Identificación de fractales en la naturaleza y en los mercados financieros.	18
Capítulo 2. Mapa conceptual de Teorías financieras que explican el comportamiento de los mercados.	
Gráfico 2.1 Frontera eficiente de Markowitz.	44
Gráfico 2.2 Frontera eficiente calculada por UBS a 31/12/2015.	45
Gráfico 2.3 Distribución de los resultados diarios en el índice MSCI World Index desde el 02/02/2006 hasta el 02/02/2016.	51
Gráfico 2.4 Teoría de las Prospectivas: relación entre las pérdidas y las ganancias.	63
Gráfico 2.5 Distribución de las ondas de Elliot.	74
Gráfico 2.6 Curva de Koch.	78
Gráfico 2.7 Razón de cambio de escala de la Curva de Koch.	80
Gráfico 2.8 Triangulo de Sierpinski.	80
Gráfico 2.9 Conjunto de Mandelbrot.	82
Gráfico 2.10 Mapa de evolución de las teorías aplicadas en la toma de decisiones de inversión.	88
Capítulo 3. Metodología y análisis empírico del contraste de la hipótesis del mercado eficiente.	
Gráfico 3.1 Distribución de frecuencias de las rentabilidades diarias del índice NASDAQ 100.	101
Gráfico 3.2 Gráfico Q-Q sobre NASDAQ 100.	104
Gráfico 3.3 Gráfico Q-Q sin tendencias sobre NASDAQ 100.	104
Gráfico 3.4 Ejemplo de la estimación del coeficiente de Hurst mediante la regresión lineal del IBEX 35.	111
Gráfico 3.5 Ejemplo de evolución de la cotización histórica del IBEX 35.	116
Gráfico 3.6 Ejemplo en la evolución de las rentabilidades diarias del IBEX 35.	117
Gráfico 3.7 Ejemplo de la representación del rango a medida que se incorporan observaciones del IBEX 35.	117
Gráfico 3.8 Ejemplo de la representación del rango dividido por la desviación típica del IBEX 35.	118
Gráfico 3.9 Ejemplo de la estimación del coeficiente de Hurst mediante la regresión lineal	118

del IBEX 35.

Gráfico 3.10 Sedimentación del análisis factorial.	128
Gráfico 3.11 Rachas IBEX 35 en el período desde 14/04/2013 a 14/04/2014.	135
Gráfico 3.12 Rachas NIKKEI 225 en el período desde 14/04/2013 a 14/04/2014.	136
Gráfico 3.13 Relación entre aleatoriedad según el estimador de rachas y el correspondiente al coeficiente de Hurst.	140
Gráfico 3.14 Evolución diaria del SMI desde el 01/04/1994 hasta el 14/04/2014.	144
Gráfico 3.15 Comparación por activo de la consistencia fractal y aleatoriedad.	146
Gráfico 3.16 Índice de Eficiencia Fractal en relación con aleatoriedad y consistencia.	151

Capítulo 4. Metodología y análisis empírico de los casos atípicos: cisnes negros.

Gráfico 4.1 Distribución Normal vs. Distribución de Frechet.	155
Gráfico 4.2 Comparación de evolución del IBEX 35 según la consideración de los casos atípicos.	162
Gráfico 4.3 Relación entre impacto de casos atípicos e índice de fractalidad (columnas 2 y 5 de la tabla 4.6).	167
Gráfico 4.4 Relación entre impacto de casos atípicos e índice de fractalidad sin la acción de UBS y el VIX.	168

Capítulo 5. Metodología y análisis empírico de la variable del sentimiento inversor.

Gráfico 5.1 Evolución ratio PUT / CALL en mercado bursátil EE.UU. (período de 2001 a 2016).	172
Gráfico 5.2 Porcentaje de respuestas de inversores optimistas.	180
Gráfico 5.3 Porcentaje de respuestas de inversores neutrales.	181
Gráfico 5.4 Porcentaje de respuestas de inversores pesimistas.	181
Gráfico 5.5 Diferencia de resultados entre porcentaje de respuestas de inversores optimistas y pesimistas.	181
Gráfico 5.6 Evolución comparativa entre los resultados obtenidos en el período 24/07/1987 a 5/03/2015.	182
Gráfico 5.7 Evolución comparativa entre los resultados obtenidos en el período 5/03/2014 a 5/03/2015.	183
Gráfico 5.8 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores optimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.	186
Gráfico 5.9 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores neutrales en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.	186
Gráfico 5.10 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de	186

inversores pesimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.	
Gráfico 5.11 Evolución dicotómica del signo en la evolución semanal de la diferencia entre inversores optimistas y pesimistas en el período 01/01/2000 y 14/04/2014.	187
Gráfico 5.12 Detalle de la evolución dicotómica del signo en la evolución semanal del porcentaje de inversores optimistas en el período 13/10/2005 y 08/06/2006.	187
Gráfico 5.13 Distribución de frecuencias de la variable semanal del sentimiento pesimista sobre la evolución futura del mercado.	193
Gráfico 5.14 Gráfico Q-Q sobre el porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.	195
Gráfico 5.15 Gráfico Q-Q sin tendencia sobre el porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.	195
Gráfico 5.16 Casos atípicos en la evolución del porcentaje de inversores pesimistas sobre la evolución futura del mercado.	196
Gráfico 5.17 Relación entre el valor de R2 y el índice de fractalidad.	205
 Capítulo 6. Síntesis comparada.	
Gráfico 6.1 Comparación del estimador obtenido por cada distribución en el test de normalidad Kolmogorov-Smirnov.	210
Gráfico 6.2. Comparación por activo de la consistencia fractal y aleatoriedad de activos financieros y variables de sentimiento del inversor.	218
 Capítulo 7. Conclusiones.	
Gráfico 7.1 Coeficiente de Hurst medio obtenido para cada variable.	222
Gráfico 7.2 Comparación por partición del coeficiente de Hurst medio agregado de los activos financieros durante el período de análisis.	224
Gráfico 7.3 Resumen de las correlaciones significativas entre el mercado y el resultado de la encuesta de sentimiento del inversor.	229
Gráfico 7.4 Fecha de publicación de la documentación utilizada.	231
 Anexos.	
Gráfico AI-1 Histograma de la variable: rentabilidad diaria de UBS.	280
Gráfico AI-2 Histograma de la variable: rentabilidad diaria de Telefónica.	280
Gráfico AI-3 Histograma de la variable: cambio diario del Euro / Dólar.	280
Gráfico AI-4 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del bono EE.UU. a 30 años.	280
Gráfico AI-5 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del bono EE.UU. a 5 años.	280

Gráfico AI-6 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del S&P 500.	280
Gráfico AI-7 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del NASDAQ 100.	281
Gráfico AI-8 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del Eurostoxx 50.	281
Gráfico AI-9 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del FTSE 100.	281
Gráfico AI-10 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del IBEX 35.	281
Gráfico AI-11 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del SMI.	281
Gráfico AI-12 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del NIKKEI 225.	281
Gráfico AI-13 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del HSI	281
Gráfico AI-14 Histograma de la variable: evolución diaria del VIX.	281
Gráfico AI-15 Q-Q sobre UBS.	283
Gráfico AI-16 Q-Q sin tendencias sobre UBS.	283
Gráfico AI-17 Q-Q sobre Telefónica.	283
Gráfico AI-18 Q-Q sin tendencias sobre Telefónica.	283
Gráfico AI-19 Q-Q sobre Euro / Dólar.	284
Gráfico AI-20 Q-Q sin tendencias sobre Euro / Dólar.	284
Gráfico AI-21 Q-Q sobre bono EE.UU. vto. a 30 años.	284
Gráfico AI-22 Q-Q sin tendencias sobre bono EE.UU. vto. a 30 años.	284
Gráfico AI-23 Q-Q sobre bono EE.UU. vto. a 5 años.	284
Gráfico AI-24 Q-Q sin tendencias sobre bono EE.UU. vto. a 5 años.	284
Gráfico AI-25 Q-Q sobre S&P 500	285
Gráfico AI-26 Q-Q sin tendencias sobre S&P 500.	285
Gráfico AI-27 Q-Q sobre NASDAQ 100.	285
Gráfico AI-28 Q-Q sin tendencias sobre NASDAQ 100.	285
Gráfico AI-29 Q-Q sobre Eurostoxx 50.	285
Gráfico AI-30 Q-Q sin tendencias sobre Eurostoxx 50.	285
Gráfico AI-31 Q-Q sobre FTSE 100.	286
Gráfico AI-32 Q-Q sin tendencias sobre FTSE 100.	286
Gráfico AI-33 Q-Q sobre IBEX 35.	286
Gráfico AI-34 Q-Q sin tendencias sobre IBEX 35.	286
Gráfico AI-35 Q-Q sobre SMI.	286
Gráfico AI-36 Q-Q sin tendencias sobre SMI.	286
Gráfico AI-37 Q-Q sobre NIKKEI 225	287
Gráfico AI-38 Q-Q sin tendencias sobre NIKKEI 225.	287
Gráfico AI-39 Q-Q sobre HSI.	287
Gráfico AI-40 Q-Q sin tendencias sobre HSI.	287
Gráfico AI-41 Evolución de la cotización del S&P 500.	290

Gráfico AI-42 Evolución de las rentabilidades diarias del S&P 500.	290
Gráfico AI-43 Evolución de la serie en relación a la media del S&P 500.	290
Gráfico AI-44 Evolución del rango reescalado de la cotización del S&P 500.	290
Gráfico AI-45 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del S&P 500.	291
Gráfico AI-46 Evolución de la cotización del activo NASDAQ 100.	292
Gráfico AI-47 Evolución de las rentabilidades diarias del activo NASDAQ 100.	292
Gráfico AI-48 Evolución de la serie en relación a la media NASDAQ 100.	292
Gráfico AI-49 Evolución del rango reescalado NASDAQ 100.	292
Gráfico AI-50 Regresión lineal para el cálculo de Hurst NASDAQ 100.	293
Gráfico AI-51 Evolución de la cotización del activo Eurostoxx 50.	294
Gráfico AI-52 Evolución de las rentabilidades diarias del activo Eurostoxx 50.	294
Gráfico AI-53 Evolución de la serie en relación a la media Eurostoxx 50.	294
Gráfico AI-54 Evolución del rango reescalado Eurostoxx 50.	294
Gráfico AI-55 Regresión lineal para el cálculo de Hurst Eurostoxx 50.	295
Gráfico AI-56 Evolución de la cotización del activo FTSE 100.	296
Gráfico AI-57 Evolución de las rentabilidades diarias del activo FTSE 100.	296
Gráfico AI-58 Evolución de la serie en relación a la media FTSE 100.	296
Gráfico AI-59 Evolución del rango reescalado FTSE 100.	296
Gráfico AI-60 Regresión lineal para el cálculo de Hurst FTSE 100.	297
Gráfico AI-61 Evolución de la cotización del activo IBEX 35.	298
Gráfico AI-62 Evolución de las rentabilidades diarias del activo IBEX 35.	298
Gráfico AI-63 Evolución de la serie en relación a la media IBEX 35.	298
Gráfico AI-64 Evolución del rango reescalado IBEX 35	298
Gráfico AI-65 Regresión lineal para el cálculo de Hurst IBEX 35.	299
Gráfico AI-66 Evolución de la cotización del SMI.	300
Gráfico AI-67 Evolución de las rentabilidades diarias del SMI.	300
Gráfico AI-68 Evolución de la serie en relación a la media del SMI.	300
Gráfico AI-69 Evolución del rango reescalado de la cotización del SMI.	300
Gráfico AI-70 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del SMI.	301
Gráfico AI-71 Evolución de la cotización del activo NIKKEI 225.	302
Gráfico AI-72 Evolución de las rentabilidades diarias del activo NIKKEI 225.	302
Gráfico AI-73 Evolución de la serie en relación a la media NIKKEI 225.	302
Gráfico AI-74 Evolución del rango reescalado NIKKEI 225.	302
Gráfico AI-75 Regresión lineal para el cálculo de Hurst. NIKKEI 225.	303
Gráfico AI-76 Evolución de la cotización del activo HSI.	304
Gráfico AI-77 Evolución de las rentabilidades diarias del activo HSI.	304

Gráfico AI-78 Evolución de la serie en relación a la media HSI.	304
Gráfico AI-79 Evolución del rango reescalado HSI.	304
Gráfico AI-80 Regresión lineal para el cálculo de Hurst HSI.	305
Gráfico AI-81 Evolución de la cotización de UBS.	306
Gráfico AI-82 Evolución de las rentabilidades diarias de UBS.	306
Gráfico AI-83 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización de UBS.	306
Gráfico AI-84 Evolución del rango reescalado de la cotización de UBS.	306
Gráfico AI-85 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización de UBS.	307
Gráfico AI-86 Evolución de la cotización de Telefónica.	308
Gráfico AI-87 Evolución de las rentabilidades diarias de Telefónica.	308
Gráfico AI-88 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización de Telefónica.	308
Gráfico AI-89 Evolución del rango reescalado de la cotización de Telefónica.	308
Gráfico AI-90 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización de Telefónica.	309
Gráfico AI-91 Evolución de la cotización del tipo de cambio €/\$.	310
Gráfico AI-92 Evolución de las rentabilidades diarias del tipo de cambio €/\$.	310
Gráfico AI-93 Evolución de la serie en relación a la media del tipo de cambio €/\$.	310
Gráfico AI-94 Evolución del rango reescalado del tipo de cambio €/\$.	310
Gráfico AI-95 Regresión lineal para el cálculo de Hurst tipo de cambio €/\$.	311
Gráfico AI-96 Evolución de la cotización del bono EE.UU. voto. a 5 años.	312
Gráfico AI-97 Evolución de las rentabilidades diarias del bono EE.UU. voto. a 5 años.	312
Gráfico AI-98 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización del bono EE.UU. voto. a 5 años.	312
Gráfico AI-99 Evolución del rango reescalado de la cotización del bono EE.UU. voto. a 5 años.	312
Gráfico AI-100 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización bono EE.UU. voto. a 5 años.	313
Gráfico AI-101 Evolución de la cotización del bono EE.UU. voto. a 30 años.	314
Gráfico AI-102 Evolución de las rentabilidades diarias del bono EE.UU. voto. a 30 años.	314
Gráfico AI-103 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización del bono EE.UU. voto. a 30 años.	314
Gráfico AI-104 Evolución del rango reescalado de la cotización del bono EE.UU. voto. a 30 años.	314
Gráfico AI-105 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del bono EE.UU. voto. a 30 años.	315
Gráfico AI-106 Evolución de la cotización del índice VIX.	316
Gráfico AI-107 Evolución de las rentabilidades diarias del índice VIX.	316

Gráfico AI-108 Evolución de la serie en relación a la media del índice VIX.	316
Gráfico AI-109 Evolución del rango reescalado del índice VIX.	316
Gráfico AI-110 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del índice VIX.	317
<hr/>	
Gráfico AII-1 Valores atípicos UBS.	328
Gráfico AII-2 Valores atípicos Telefónica.	328
Gráfico AII-3 Valores atípicos Euro / Dólar.	328
Gráfico AII-4 Valores atípicos bono EE.UU. vto. 30 años.	328
Gráfico AII-5 Valores atípicos bono EE.UU. vto. 5 años.	329
Gráfico AII-6 Valores atípicos S&P 500.	329
Gráfico AII-7 Valores atípicos NASDAQ 100.	329
Gráfico AII-8 Valores atípicos Eurostoxx 50.	329
Gráfico AII-9 Valores atípicos FTSE 100.	329
Gráfico AII-10 Valores atípicos IBEX 35.	329
Gráfico AII-11 Valores atípicos SMI.	330
Gráfico AII-12 Valores atípicos NIKKEI 225.	330
Gráfico AII-13 Valores atípicos HSI.	330
Gráfico AII-14 Evolución comparada de valores atípicos Eurostoxx 50.	331
Gráfico AII-15 Evolución comparada de valores atípicos del FTSE.	332
Gráfico AII-16 Evolución comparada de valores atípicos del NASDAQ 100.	333
Gráfico AII-17 Evolución comparada de valores atípicos del S&P 500.	334
Gráfico AII-18 Evolución comparada de valores atípicos del SMI.	335
Gráfico AII-19 Evolución comparada de valores atípicos del UBS.	336
Gráfico AII-20 Evolución comparada de valores atípicos del NIKKEI 225.	337
Gráfico AII-21 Evolución comparada de valores atípicos del HSI.	338
Gráfico AII-22 Evolución comparada de valores atípicos del VIX.	339
Gráfico AII-23 Evolución comparada de valores atípicos de Telefónica.	340
Gráfico AII-24 Evolución comparada de valores atípicos del bono EE.UU. vto. a 5 años.	341
Gráfico AII-25 Evolución comparada de valores atípicos del bono EE.UU. vto. a 30 años.	342
Gráfico AII-26 Evolución comparada de valores atípicos del tipo de cambio Euro – Dólar.	343
Gráfico AII-27 Evolución diaria de la cotización del IBEX 35 desde 01/01/1987 hasta 30/09/2015.	345
<hr/>	

Gráfico AIII-1 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores optimistas.	349
Gráfico AIII-2 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores neutrales.	349
Gráfico AIII-3 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores pesimistas.	349
Gráfico AIII-4 Distribución resultados diferencia del porcentaje entre inversores optimistas y pesimistas.	349
Gráfico AIII-5 Q-Q sobre evolución semanal de UBS.	350
Gráfico AIII-6 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de UBS.	350
Gráfico AIII-7 Valores atípicos de evolución semanal de UBS.	350
Gráfico AIII-8 Q-Q sobre evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.	351
Gráfico AIII-9 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.	351
Gráfico AIII-10 Valores atípicos de evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.	351
Gráfico AIII-11 Q-Q sobre evolución semanal de NASDAQ 100.	352
Gráfico AIII-12 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de NASDAQ 100.	352
Gráfico AIII-13 Valores atípicos de evolución semanal de NASDAQ 100.	352
Gráfico AIII-14 Q-Q sobre evolución semanal de IBEX 35.	352
Gráfico AIII-15 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de IBEX 35.	352
Gráfico AIII-16 Valores atípicos de evolución semanal de IBEX 35.	352
Gráfico AIII-17 Q-Q sobre evolución semanal de Eurostoxx50.	352
Gráfico AIII-18 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de Eurostoxx50.	352
Gráfico AIII-19 Valores atípicos de evolución semanal de Eurostoxx50.	352
Gráfico AIII-20 Q-Q sobre evolución semanal de FTSE 100.	353
Gráfico AIII-21 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de FTSE 100	353
Gráfico AIII-22 Valores atípicos de evolución semanal de FTSE 100.	353
Gráfico AIII-23 Q-Q sobre evolución semanal de S&P 500.	353
Gráfico AIII-24 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de S&P 500.	353
Gráfico AIII-25 Valores atípicos de evolución semanal de S&P 500.	353
Gráfico AIII-26 Q-Q sobre evolución semanal de SMI.	353
Gráfico AIII-27 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de SMI.	353
Gráfico AIII-28 Valores atípicos de evolución semanal de SMI.	353
Gráfico AIII-29 Q-Q sobre evolución semanal de Telefónica.	354
Gráfico AIII-30 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de Telefónica.	354
Gráfico AIII-31 Valores atípicos de evolución semanal de Telefónica.	354
Gráfico AIII-32 Q-Q sobre evolución semanal de NIKKEI 225.	354
Gráfico AIII-33 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de NIKKEI 225.	354
Gráfico AIII-34 Valores atípicos de evolución semanal de NIKKEI 225.	354

Gráfico AIII-35 Q-Q sobre evolución semanal de HSI.	354
Gráfico AIII-36 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de HSI.	354
Gráfico AIII-37 Valores atípicos de evolución semanal de HSI.	354
Gráfico AIII-38 Q-Q sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.	355
Gráfico AIII-39 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.	355
Gráfico AIII-40 Valores atípicos de evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.	355
Gráfico AIII-41 Q-Q sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.	355
Gráfico AIII-42 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.	355
Gráfico AIII-43 Valores atípicos de evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.	355
Gráfico AIII-44 Q-Q sobre evolución semanal del VIX.	355
Gráfico AIII-45 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del VIX.	355
Gráfico AIII-46 Valores atípicos de evolución semanal del VIX	355
Gráfico AIII-47 Q-Q sobre evolución semanal del porcentaje de inversores optimistas.	356
Gráfico AIII-48 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de inversores optimistas.	356
Gráfico AIII-49 Valores atípicos de evolución semanal de inversores optimistas.	356
Gráfico AIII-50 Q-Q sobre evolución semanal del porcentaje de inversores neutrales.	356
Gráfico AIII-51 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de inversores neutrales.	356
Gráfico AIII-52 Valores atípicos de evolución semanal de inversores neutrales.	356
Gráfico AIII-53 Q-Q sobre evolución semanal del porcentaje de inversores pesimistas.	356
Gráfico AIII-54 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de inversores pesimistas.	356
Gráfico AIII-55 Valores atípicos de evolución semanal de inversores pesimistas.	356
Gráfico AIII-56 Q-Q sobre evolución semanal de la diferencia entre porcentaje inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.	357
Gráfico AIII-57 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de la diferencia entre porcentaje inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.	357
Gráfico AIII-58 Valores atípicos de evolución semanal de la diferencia entre porcentaje inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.	357
Gráfico AIII-59 Evolución de porcentaje de inversores con sentimiento comprador.	358
Gráfico AIII-60 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento comprador.	358
Gráfico AIII-61 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.	358
Gráfico AIII-62 Evolución del rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.	358

Gráfico AIII-63 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.	359
Gráfico AIII-64 Evolución del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.	360
Gráfico AIII-65 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento vendedor.	360
Gráfico AIII-66 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.	360
Gráfico AIII-67 Evolución del rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor	360
Gráfico AIII-68 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.	361
Gráfico AIII-69 Evolución del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.	362
Gráfico AIII-70 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento neutral.	362
Gráfico AIII-71 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.	362
Gráfico AIII-72 Evolución del Rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.	362
Gráfico AIII-73 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.	363
Gráfico AIII-74 Evolución de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista	364
Gráfico AIII-75 Cambio diario de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.	364
Gráfico AIII-76 Evolución de la serie en relación a la media de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.	364
Gráfico AIII-77 Evolución del rango reescalado de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.	364
Gráfico AIII-78 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.	365
<hr/>	
Gráfico AIV-1. Evolución del índice Dow Jones Industrial Average (enero 1900 –diciembre 2013) en la evolución de las inversiones.	376
Gráfico AIV-2 Gestión datos en Access.	381

Gráfico AIV-3 Constitución datos en SPSS.	382
Gráfico AIV-4 Tipo de documentación analizada.	383

Gráfico V-1 Evolución del índice MSCI World Index desde 02/01/2006 hasta 02/02/2016.	394
Gráfico V-2 Evolución del índice VIX desde 01/01/2007 hasta 12/06/2014.	398

Anexo I

Relacionados con el análisis de activos financieros

AI-1. Descripción de activos seleccionados.

Los activos seleccionados en el estudio son:

- **S&P 500:** índice bursátil compuesto por las 500 empresas de mayor capitalización de mercado de EE.UU. Sin bien los primeros datos se remontan al año 1923, en la actualidad es considerado el índice de referencia en los mercados, tanto por la liquidez y profundidad del mismo, como por el espectro cubierto por los diferentes sectores.
ISIN⁶⁵: US78378X1072.
- **NASDAQ 100:** índice bursátil compuesto por las 100 empresas de mayor capitalización correspondientes al sector tecnológico. En este índice es global, por lo que no está limitado a las empresas con origen en EE.UU.
ISIN: XC0009694271.
- **EUROSTOXX 50:** creado en 1998, está compuesto por las 50 empresas de mayor capitalización del mercado con la moneda Euro como referencia. Existe representación de 7 de los 18 países que forman la eurozona.
ISIN: EU0009658145.
- **FTSE 100:** incluye a los 100 principales valores de la bolsa de Londres, existiendo datos desde el año 1984.
ISIN: GB0001383545.
- **IBEX 35:** índice más representativo del mercado español bursátil. Formado por las 35 empresas con mayor capitalización y liquidez del mercado se formó en el año 1992.
ISIN: ES0SI0000005.
- **SMI:** incluye a las 20 acciones con mayor capitalización del mercado suizo. El índice se creó en el año 1988.
ISIN: CH0009980894.

⁶⁵ Ver glosario la definición y composición del código ISIN.

- **NIKKEI 225:** disponible desde 1971, está compuesto por las 225 empresas más líquidas del mercado. A diferencia que los índices europeos y americanos (a excepción del Dow Jones donde la representación es bajo una media aritmética), la ponderación no se realiza por capitalización sino por precio.
ISIN: JP9010C00002.
- **HSI:** el Hang Seng Index creado en 1964, representa en la actualidad a las 33 empresas de mayor capitalización de la bolsa china. El número de empresas varía ya que se incorporan de forma automática todas aquellas empresas que cumplan ciertos parámetros.
ISIN: HK0000004322.
- **UBS:** entidad financiera global con base en Zurich especializada en la gestión de grandes patrimonios. Actualmente mantiene el primer puesto mundial en cuanto a activos bajo gestión dentro de las entidades enfocadas a la banca privada. Sus acciones cotizan en la bolsa suiza, de Nueva York, y Tokio.
ISIN: CH0244767585.
- **TELEFÓNICA:** empresa de telecomunicaciones global creada en 1924 y cuya sede se encuentra en Madrid.
ISIN: ES0178430E18.
- **TIPO DE CAMBIO Euro / Dólar:** cambio fijado entre la divisa Euro y el Dólar americano. Este mercado es considerado el más líquido y eficiente del mundo donde, por la propia naturaleza del activo, no existe ningún momento en el que no exista un mercado regulado donde esté abierta su cotización.
ISIN: EU0009652759.
- **BONO EE.UU. 5 y 30 AÑOS:** deuda soberana emitida por el departamento del tesoro de EE.UU. La variable considerada en el estudio no corresponde a la evolución directa del precio del activo sino a la rentabilidad del mismo, también denominada *yield*. Este indicador proviene del cálculo realizado por la bolsa de opciones de Chicago.

ISIN: no aplica ya que cada emisión realizada tiene un código identificativo diferente.

- **VIX:** Índice desarrollado en el glosario.

AI-2. Análisis gráfico sobre el histograma de la rentabilidad diaria de los activos.

Gráfico AI-1 Histograma de la variable: rentabilidad diaria de UBS.

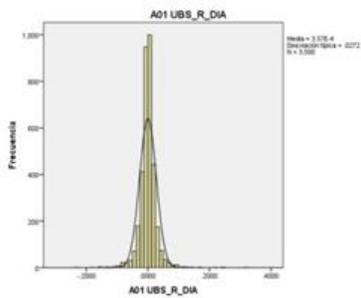


Gráfico AI-2 Histograma de la variable: rentabilidad diaria de Telefónica.

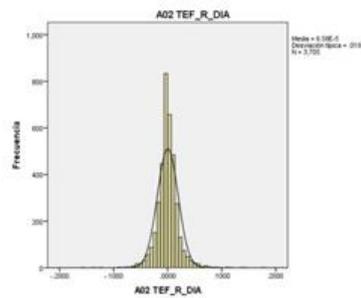


Gráfico AI-3 Histograma de la variable: cambio diario del Euro / Dólar.

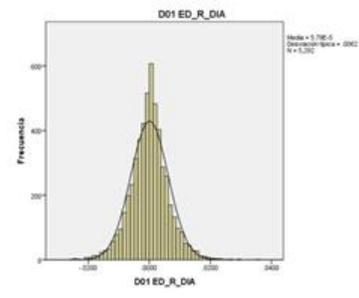


Gráfico AI-4 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del bono EE.UU. a 30 años.

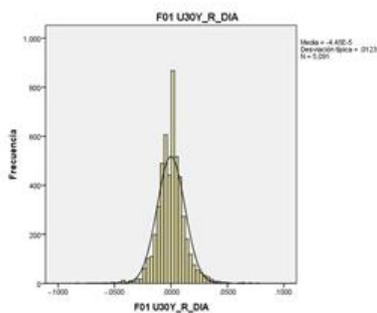


Gráfico AI-5 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del bono EE.UU. a 5 años.

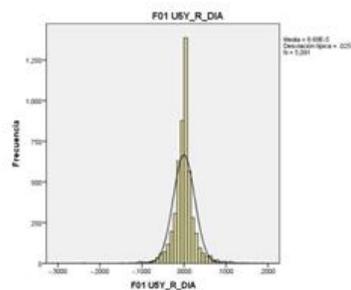


Gráfico AI-6 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del S&P 500.

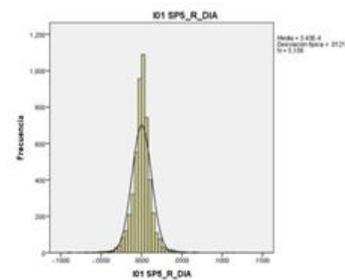


Gráfico AI-7 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del NASDAQ 100.

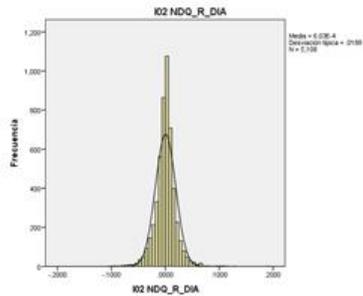


Gráfico AI-8 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del Eurostoxx 50.

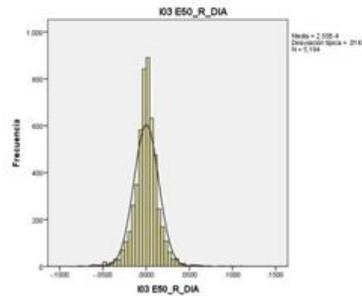


Gráfico AI-9 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del FTSE 100.

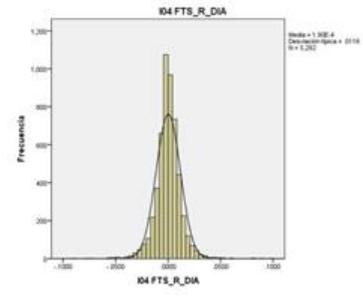


Gráfico AI-10 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del IBEX 35.

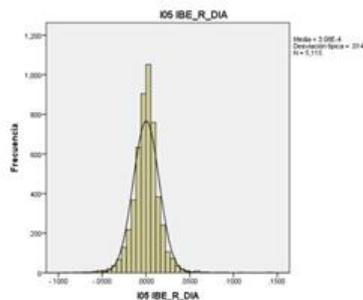


Gráfico AI-11 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del SMI.

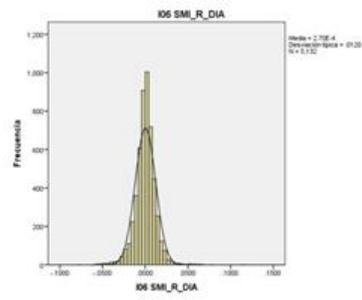


Gráfico AI-12 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del NIKKEI 225.

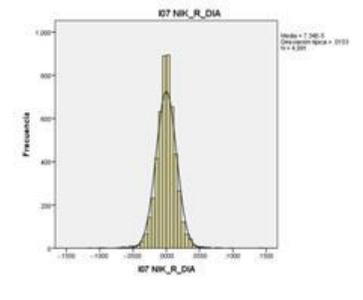


Gráfico AI-13 Histograma de la variable: rentabilidad diaria del HSI

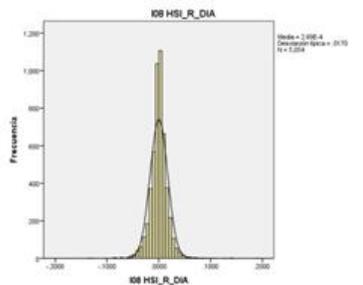
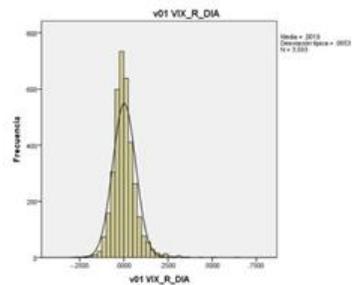


Gráfico AI-14 Histograma de la variable: evolución diaria del VIX



AI-3. Análisis de la rentabilidad diaria de los activos en base a los valores logarítmicos.

Las propiedades de los logaritmos permiten comprobar como los valores reflejan una dispersión menor a los mostrados en el análisis previo. Asimismo, se modifica el orden de los activos en relación a los valores máximos registrados.

Tabla AI-1 Estadísticos simples del logaritmo de las rentabilidades diarias de los activos.

	Estadísticos descriptivos							
	N	Rango	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típica	Asimetría	Curtosis
Logaritmo de rentabilidad diaria								
UBS	3.500	866,3%	0,0%	866,3%	457,7%	1,216	-,075	1,440
Telefónica	3.705	749,7%	0,0%	749,7%	444,6%	1,480	-1,277	2,566
Tipo de cambio Euro - Dólar	5.292	966,2%	0,0%	966,2%	574,2%	1,323	-,649	4,592
Bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	5.091	670,3%	0,0%	670,3%	456,7%	1,589	-1,774	2,976
Bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	5.091	666,8%	0,0%	666,8%	412,2%	1,578	-1,233	1,442
S&P 500	5.108	1197,0%	0,0%	1197,0%	536,8%	1,257	1,017	2,438
NASDAQ 100	5.108	1150,7%	0,0%	1150,7%	489,7%	1,261	1,006	2,394
Eurostoxx50	5.194	1255,5%	0,0%	1255,5%	514,5%	1,272	,945	3,038
FTSE 100	5.292	1108,9%	0,0%	1108,9%	514,0%	1,502	-,592	3,617
IBEX 35	5.115	1150,2%	0,0%	1150,2%	503,7%	1,207	,917	2,901
SMI	5.132	1131,7%	0,0%	1131,7%	526,9%	1,251	,510	2,884
NIKKEI 225	4.991	1205,0%	0,0%	1205,0%	500,3%	1,201	,991	2,362
HSI	5.054	1387,5%	0,0%	1387,5%	498,4%	1,326	,442	2,921
VIX	3.593	840,4%	0,0%	840,4%	352,2%	1,150	0,695	1,324
Número de casos válidos (según lista)	3.117							

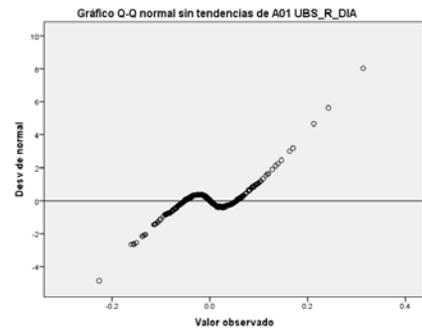
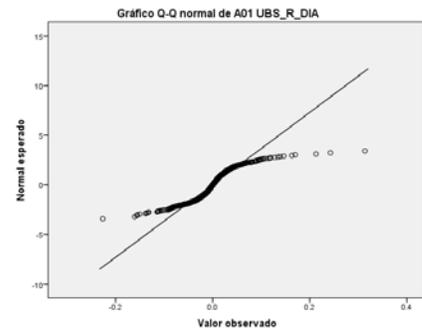
AI-4. Detalle cálculos contrastación de hipótesis del investigador #1: Análisis gráfico sobre el ajuste a la distribución normal y análisis de Kolgomorov-Smirnov de los valores logarítmicos.

En ninguna de las observaciones, los gráficos obtenidos muestran que la distribución de los rendimientos en base diaria no corresponde a una distribución normal al no ajustarse a la línea marcada que relaciona los valores esperados con los observados. Esta divergencia se da tanto en los gráficos Q-Q normales, como en el análisis sin tendencia.

Activo	Gráfico Q-Q	Gráfico Q-Q sin tendencias
--------	-------------	----------------------------

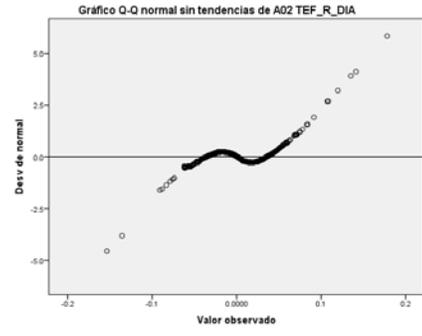
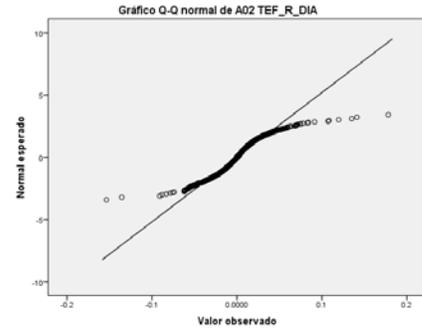
UBS. Gráfico AI-15 Q-Q sobre UBS.

Gráfico AI-16 Q-Q sin tendencias sobre UBS.

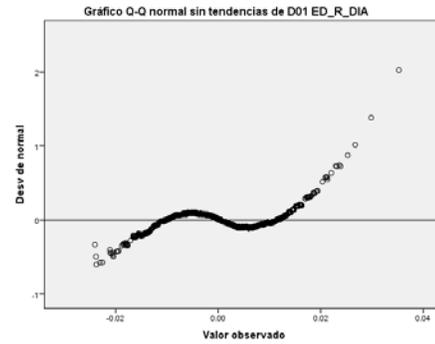
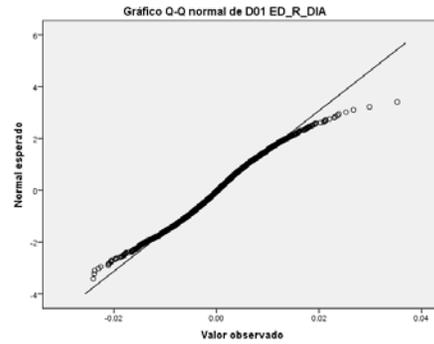


Telefónica. Gráfico AI-17 Q-Q sobre Telefónica.

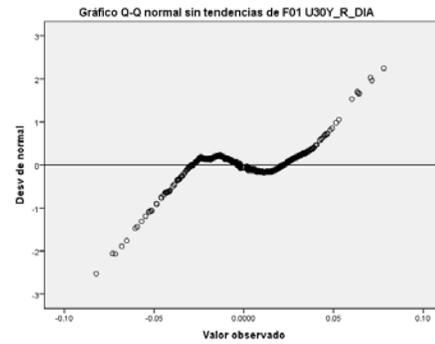
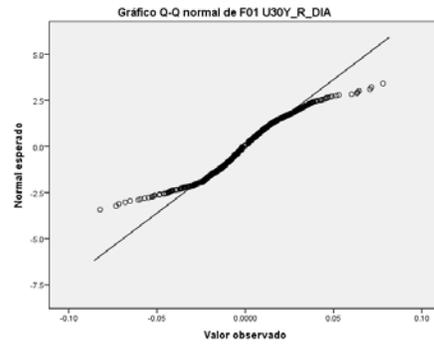
Gráfico AI-18 Q-Q sin tendencias sobre Telefónica.



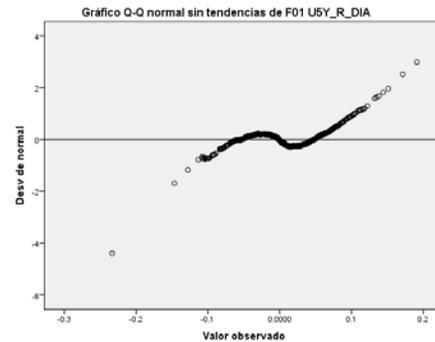
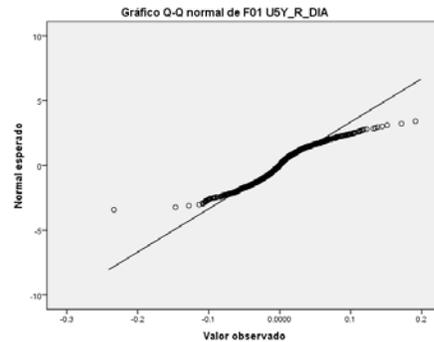
EUR / Dólar. Gráfico AI-19 Q-Q sobre Euro / Gráfico AI-20 Q-Q sin tendencias sobre Euro / Dólar.



Bono EE.UU. a 30 años. Gráfico AI-21 Q-Q sobre bono EE.UU. vto. a 30 años. Gráfico AI-22 Q-Q sin tendencias sobre bono EE.UU. vto. a 30 años.



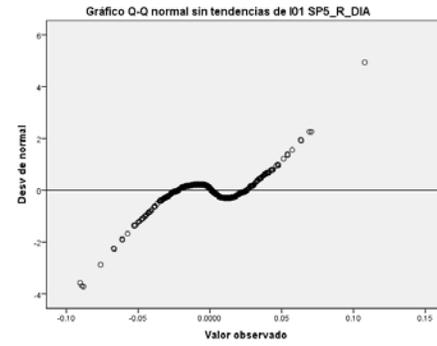
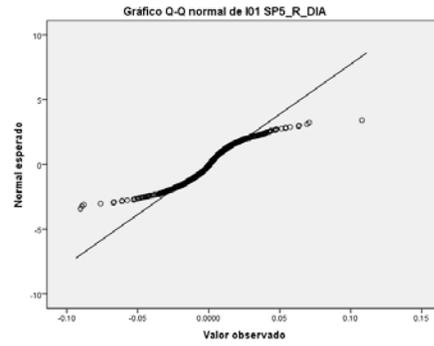
Bono EE.UU. a 5 años. Gráfico AI-23 Q-Q sobre bono EE.UU. vto. a 5 años. Gráfico AI-24 Q-Q sin tendencias sobre bono EE.UU. vto. a 5 años.



S&P 500.

Gráfico AI-25 Q-Q sobre S&P 500

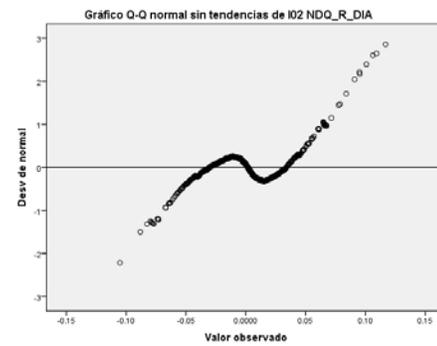
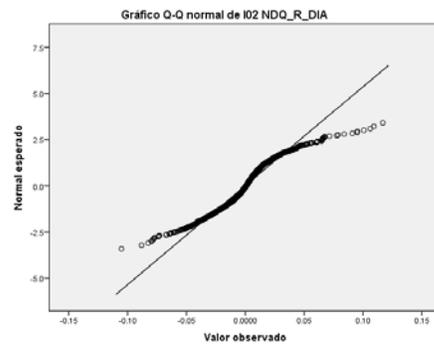
Gráfico AI-26 Q-Q sin tendencias sobre S&P 500.



**NASDAQ
100.**

Gráfico AI-27 Q-Q sobre NASDAQ
100.

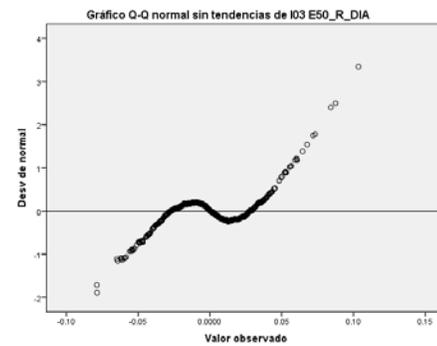
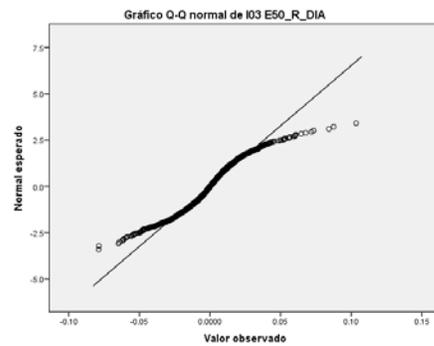
Gráfico AI-28 Q-Q sin tendencias
sobre NASDAQ 100.



Eurostoxx 50.

Gráfico AI-29 Q-Q sobre Eurostoxx
50.

Gráfico AI-30 Q-Q sin tendencias
sobre Eurostoxx 50.



FTSE 100. Gráfico AI-31 Q-Q sobre FTSE 100.

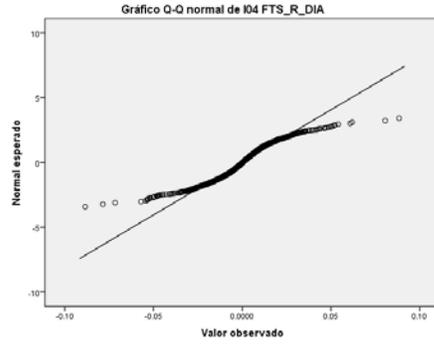
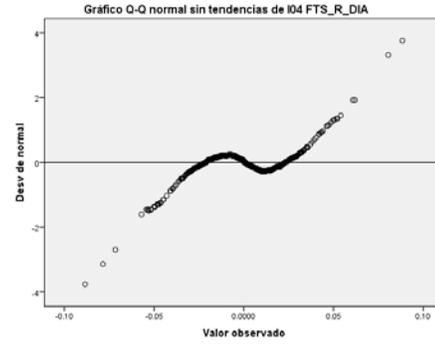


Gráfico AI-32 Q-Q sin tendencias sobre FTSE 100.



IBEX 35. AI-33 Q-Q sobre IBEX 35.

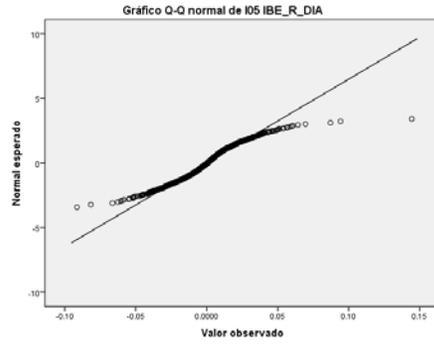
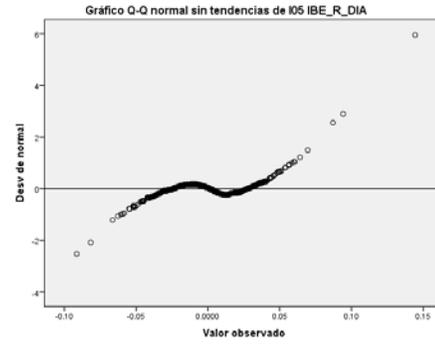


Gráfico AI-34 Q-Q sin tendencias sobre IBEX 35.



SMI. Gráfico AI-35 Q-Q sobre SMI.

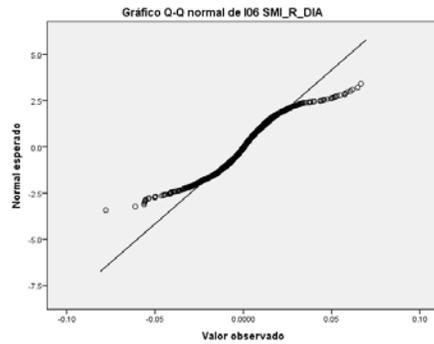
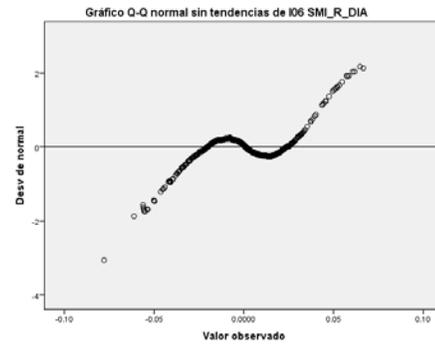


Gráfico AI-36 Q-Q sin tendencias sobre SMI.



NIKKEI 225. Gráfico AI-37 Q-Q sobre NIKKEI 225.

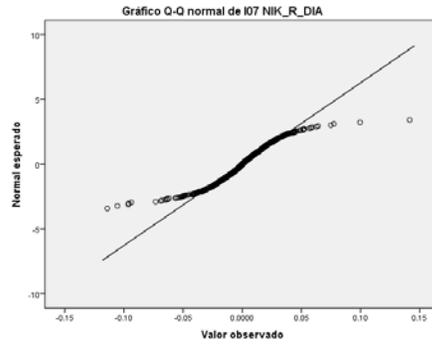
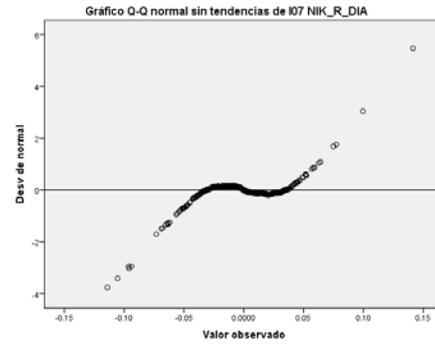


Gráfico AI-38 Q-Q sin tendencias sobre NIKKEI 225.



HSI. Gráfico AI-39 Q-Q sobre HSI.

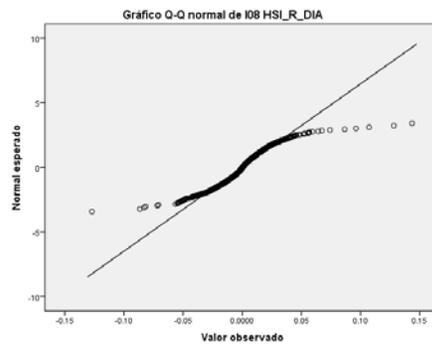


Gráfico AI-40 Q-Q sin tendencias sobre HSI.

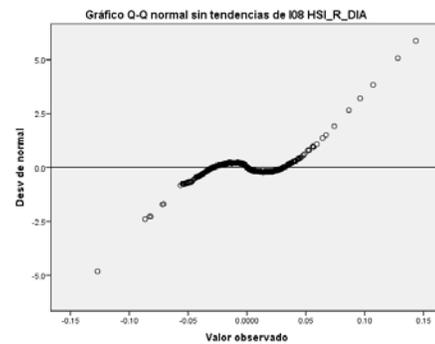


Tabla AI-2 Prueba Kolmogorov-Smirnov del logaritmo de las rentabilidades diarias de los activos.

Pruebas estadísticas de normalidad

Logaritmo natural de la rentabilidad diaria	Kolmogorov-Smirnov ^a		
	Estadístico	Grados de libertad (gl)	P-valor
UBS	0,043	3.117	2,64E-14
Telefónica	0,089	3.117	6,11E-67
Tipo de cambio Euro - Dolar	0,072	3.117	4,12E-43
Bono de EE.UU. con vencimiento a 30 años	0,169	3.117	1,56E-247
Bono de EE.UU. con vencimiento a 5 años	0,104	3.117	4,38E-91
S&P 500	0,071	3.117	6,57E-42
NASDAQ 100	0,060	3.117	5,56E-29
Eurostoxx 50	0,072	3.117	2,40E-43
FTSE 100	0,070	3.117	8,43E-40
IBEX 35	0,070	3.117	7,38E-41
SMI	0,069	3.117	9,77E-39
NIKKEI 225	0,085	3.117	6,97E-61
HSI	0,064	3.117	1,00E-33

a. Corrección de la significación de Lilliefors

AI-5. Detalle del resultado de cálculos del coeficiente de Hurst.

El análisis se inicia con una representación gráfica no solo de la evolución bursátil durante el período de análisis seleccionado, sino también de la evolución de las rentabilidades diarias de forma histórica.

Para realizar el cálculo del coeficiente de Hurst se realiza la operativa detallada en el capítulo 3 utilizando siete tipos de particiones de cada serie histórica analizada:

- Diaria: se realiza una partición por cada día laborable.
- Semanal: adoptamos particiones de 5 días en línea con el calendario típico bursátil.
- Mensual: consideramos una partición de 22 días como resultado del valor medio de días laborables por mes durante el período 01/01/1994 hasta 14/04/2014.
- Corte 50 observaciones.
- Corte 100 observaciones.
- Corte 150 observaciones.

- Anual: consideramos una partición de 256 días como resultado del valor medio de días laborables por año durante el período 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

En cada uno de los activos se adjunta una representación gráfica⁶⁶, correspondiente a la partición diaria, tanto del cálculo sobre la media y media acumulada como la amplitud del rango y desviación típica. Se concluye el apartado gráfico con la regresión simple que permite obtener el coeficiente de Hurst es representada gráficamente.

Por último, se incorpora una tabla resumen que incorpora las magnitudes más relevantes de cada una de las siete particiones realizadas así como un valor medio de los resultados obtenidos en relación al coeficiente de Hurst y al índice de fractalidad.

⁶⁶ Para simplificar la representación se remite al capítulo 3 para obtener la denominación y descripción de los ejes de los gráficos correspondientes al análisis de cada activo.

Cálculos sobre S&P 500.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-41 Evolución de la cotización del S&P 500.

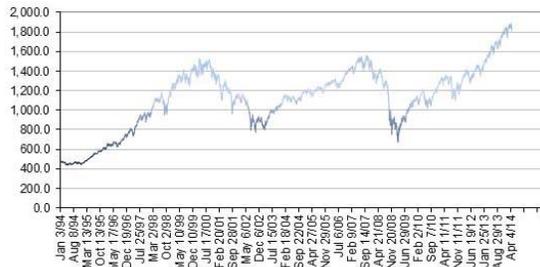
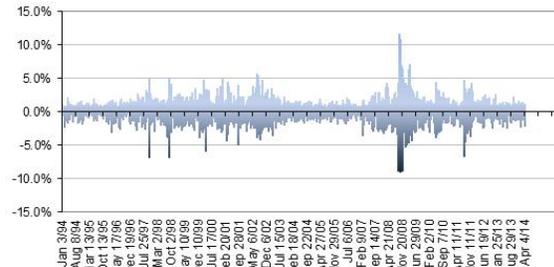


Gráfico AI-42 Evolución de las rentabilidades diarias del S&P 500.

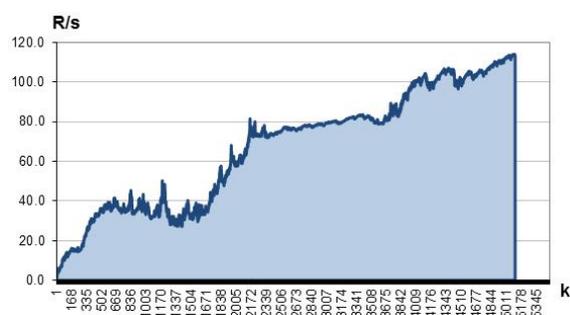


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-43 Evolución de la serie en relación a la media del S&P 500.

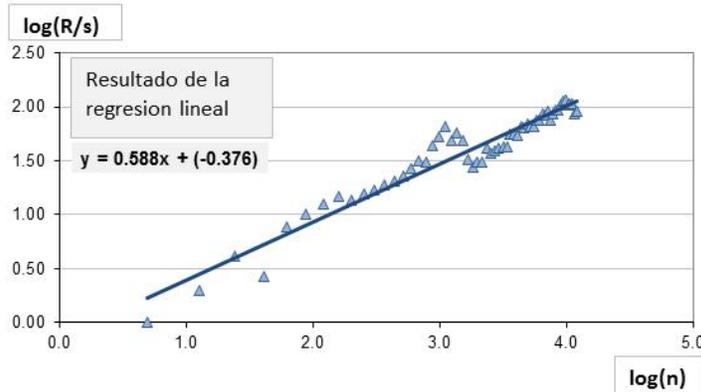


Gráfico AI-44 Evolución del rango reescalado de la cotización del S&P 500.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-45 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del S&P 500.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-3. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst del S&P 500.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.098	5.097	1,381	0,012	0,588	1,412
semanal	5	5.096	1.019	1,375	0,012	0,588	1,412
mensual	22	5.083	231	1,379	0,012	0,584	1,416
corte 50	50	5.051	101	1,374	0,012	0,594	1,406
corte 100	100	5.001	50	1,367	0,012	0,589	1,411
corte 150	150	4.951	33	1,339	0,012	0,602	1,398
corte 256	256	4.865	19	1,338	0,012	0,651	1,349
Valores medios				1,364	0,012	0,600	1,400

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,584 - 0,651 indica que existe un cierto patrón dentro de la evolución del índice, donde se establece la existencia de movimientos persistentes alejados de la distribución aleatoria.

Cálculos sobre NASDAQ 100.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-46 Evolución de la cotización del activo NASDAQ 100.

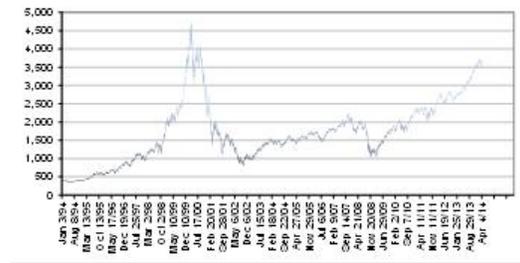
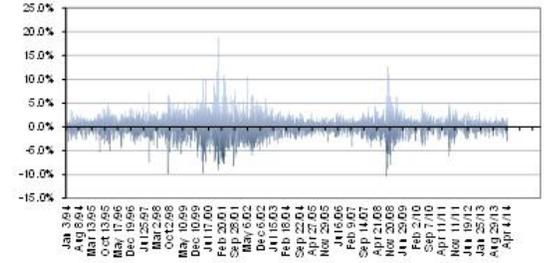


Gráfico AI-47 Evolución de las rentabilidades diarias del activo NASDAQ 100.

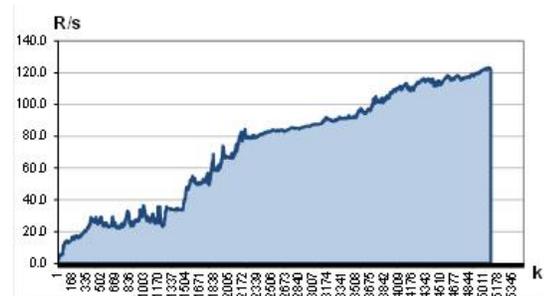


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-48 Evolución de la serie en relación a la media NASDAQ 100.

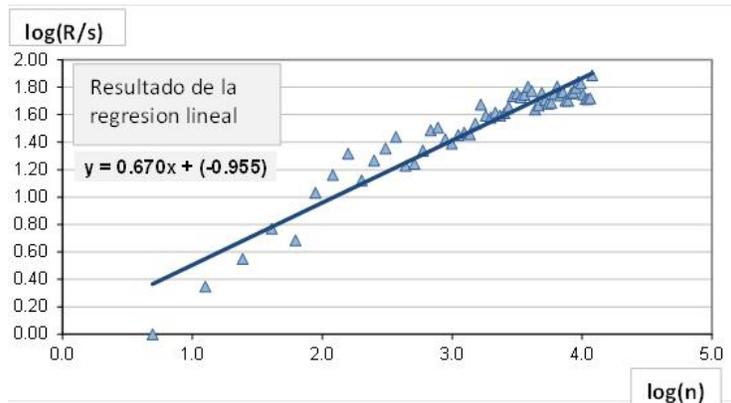


Gráfico AI-49 Evolución del rango reescalado NASDAQ 100.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-50 Regresión lineal para el cálculo de Hurst NASDAQ 100.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-4. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para NASDAQ 100.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.098	5.097	2,311	0,019	0,670	1,330
semanal	5	5.096	1.019	2,300	0,019	0,673	1,327
mensual	22	5.083	231	2,318	0,019	0,677	1,323
corte 50	50	5.051	101	2,317	0,019	0,694	1,306
corte 100	100	5.001	50	2,298	0,019	0,682	1,318
corte 150	150	4.951	33	2,273	0,019	0,722	1,278
corte 256	256	4.865	19	2,260	0,019	0,737	1,263
Valores medios				2,297	0,019	0,694	1,306

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,670 - 0,737 indica que existe un cierto patrón dentro de la evolución del índice, donde se establece la existencia de movimientos persistentes alejados de la distribución aleatoria.

Cálculos sobre Eurostoxx 50.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-51 Evolución de la cotización del activo Eurostoxx 50.

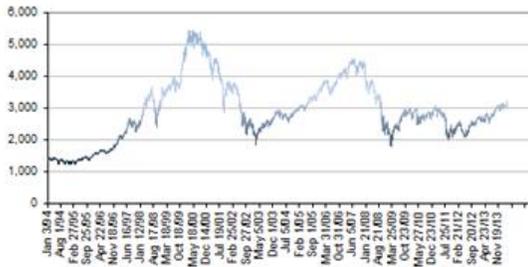
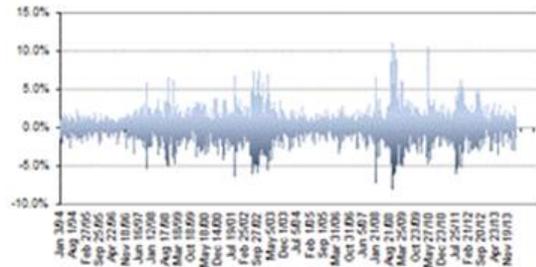


Gráfico AI-52 Evolución de las rentabilidades diarias del activo Eurostoxx 50.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-53 Evolución de la serie en relación a la media Eurostoxx 50.

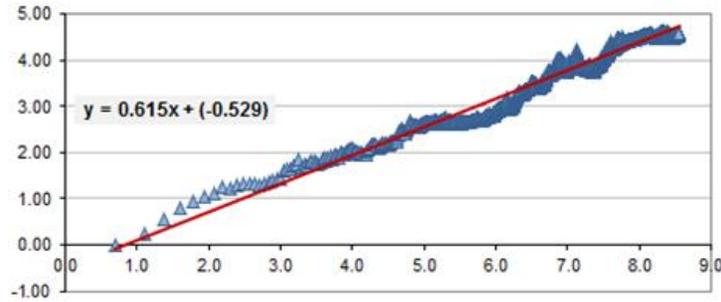


Gráfico AI-54 Evolución del rango reescalado Eurostoxx 50.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-55 Regresión lineal para el cálculo de Hurst Eurostoxx 50.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-5. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para Eurostoxx 50.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.193	5.192	1,395	0,014	0,615	1,385
semanal	5	5.191	1.038	1,394	0,014	0,614	1,386
mensual	22	5.193	236	1,395	0,014	0,619	1,381
corte 50	50	5.151	103	1,374	0,014	0,625	1,375
corte 100	100	5.101	51	1,384	0,014	0,641	1,359
corte 150	150	5.101	34	1,384	0,014	0,625	1,375
corte 256	256	5.121	20	1,366	0,014	0,654	1,346
Valores medios				1,385	0,014	0,627	1,373

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,614 – 0,654 indica que existe un cierto patrón dentro de la evolución del índice, donde se establece la existencia de movimientos persistentes alejados de la distribución aleatoria.

Cálculos sobre FTSE 100.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-56 Evolución de la cotización del activo FTSE 100.

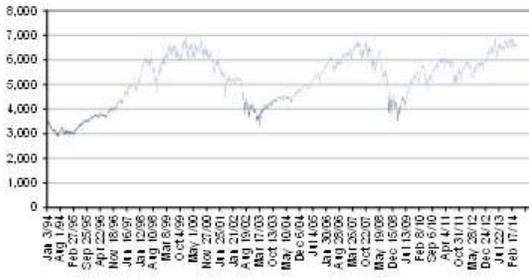
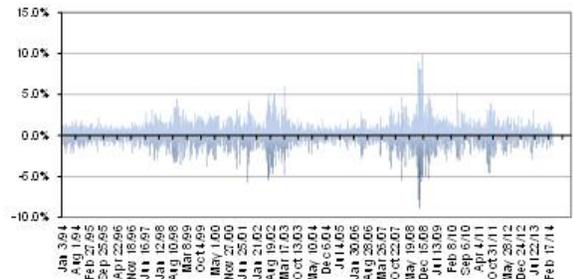


Gráfico AI-57 Evolución de las rentabilidades diarias del activo FTSE 100.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-58 Evolución de la serie en relación a la media FTSE 100.

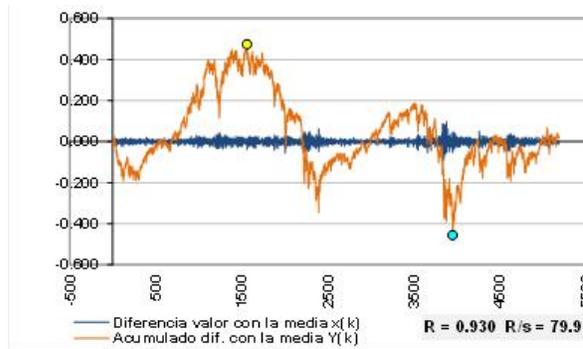
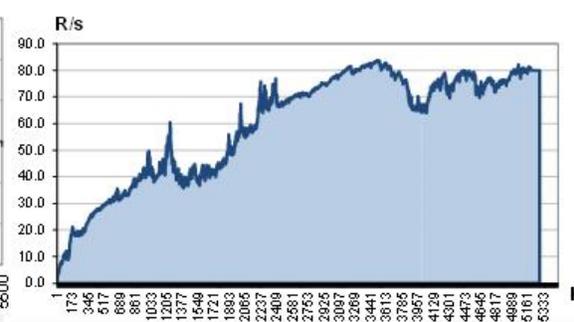
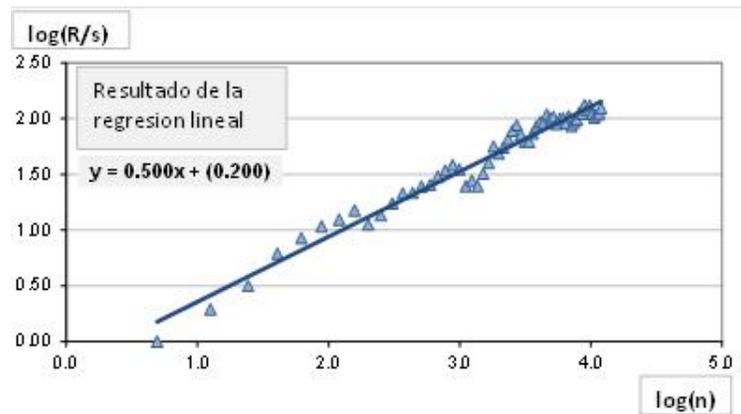


Gráfico AI-59 Evolución del rango reescalado FTSE 100.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-60 Regresión lineal para el cálculo de Hurst FTSE 100.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-6. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para FTSE 100.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.282	5.281	0,932	0,012	0,500	1,500
semanal	5	5.281	1.056	0,928	0,012	0,499	1,501
mensual	22	5.281	240	0,928	0,012	0,504	1,496
corte 50	50	5.251	105	0,940	0,012	0,489	1,511
corte 100	100	5.201	52	0,932	0,012	0,483	1,517
corte 150	150	5.251	35	0,940	0,012	0,475	1,525
corte 256	256	5.121	20	0,932	0,012	0,493	1,507
Valores medios				0,933	0,012	0,492	1,508

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,474 - 0,500 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución prácticamente aleatoria.

Cálculos sobre IBEX 35.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-61 Evolución de la cotización del activo IBEX 35.

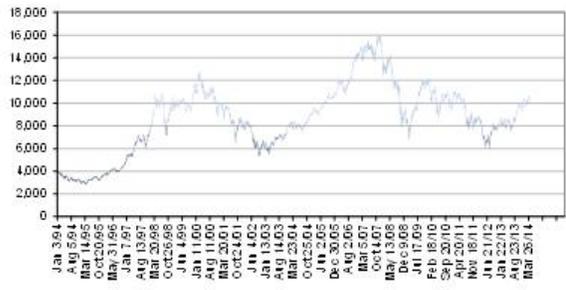
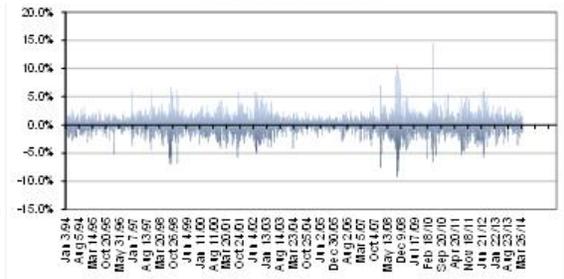


Gráfico AI-62 Evolución de las rentabilidades diarias del activo IBEX 35.

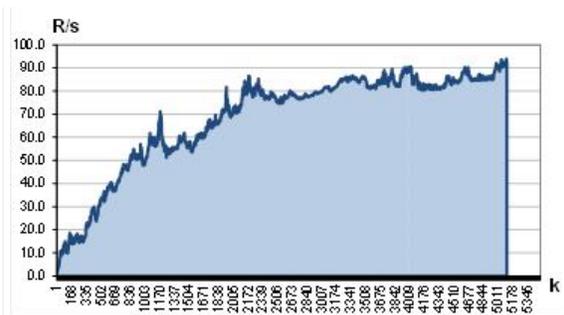


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-63 Evolución de la serie en relación a la media IBEX 35.

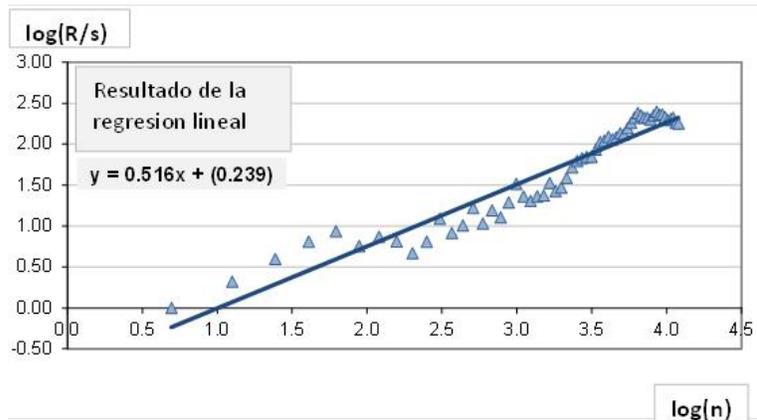


Gráfico AI-64 Evolución del rango reescalado IBEX 35.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-65 Regresión lineal para el cálculo de Hurst IBEX 35.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-7. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para IBEX 35.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	4.077	4.076	1,233	0,014	0,557	1,443
semanal	5	5.101	1.020	1,359	0,015	0,514	1,486
mensual	22	5.105	232	1,377	0,015	0,507	1,493
corte 50	50	5.101	102	1,359	0,015	0,487	1,513
corte 100	100	5.101	51	1,359	0,015	0,492	1,508
corte 150	150	5.101	34	1,359	0,015	0,484	1,516
corte 256	256	4.865	19	1,275	0,015	0,524	1,476
Valores medios				1,331	0,015	0,510	1,490

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,484 – 0,524 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución prácticamente aleatoria.

Cálculos sobre SMI.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-66 Evolución de la cotización del SMI.

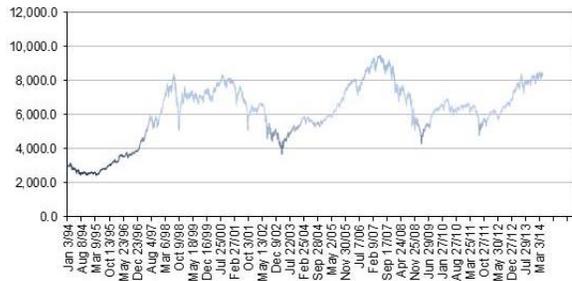
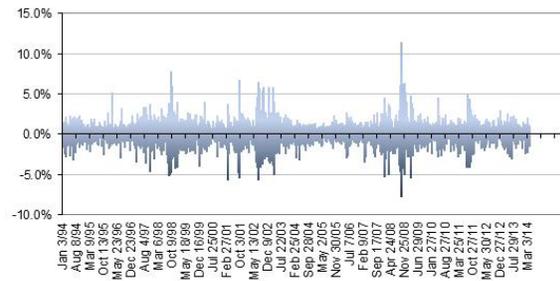


Gráfico AI-67 Evolución de las rentabilidades diarias del SMI.

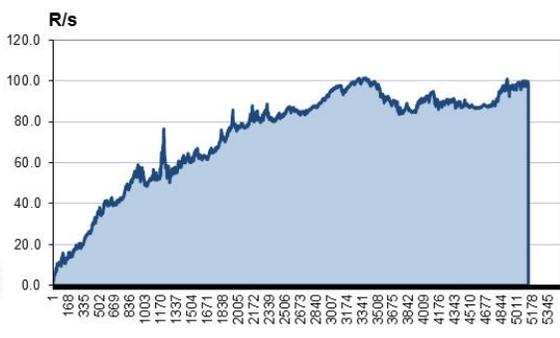


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-68 Evolución de la serie en relación a la media del SMI.

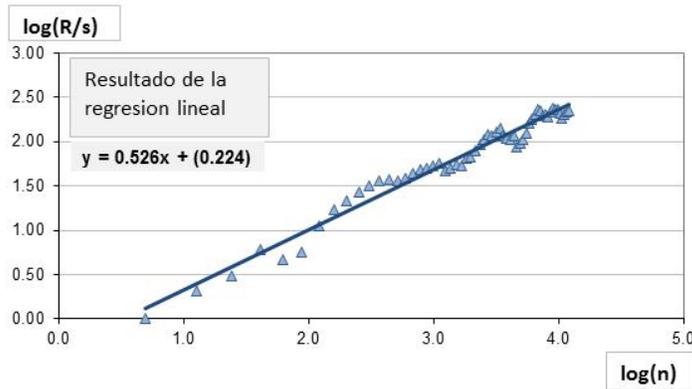


Gráfico AI-69 Evolución del rango reescalado de la cotización del SMI.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-70 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del SMI.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-8. Cuadro resumen del coeficiente de Hurst del SMI.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.122	5.121	1,192	0,012	0,527	1,473
semanal	5	5.121	1.024	1,192	0,012	0,525	1,475
mensual	22	5.105	232	1,189	0,012	0,525	1,475
corte 50	50	5.101	102	1,182	0,012	0,513	1,487
corte 100	100	5.101	51	1,182	0,012	0,515	1,485
corte 150	150	5.101	34	1,182	0,012	0,519	1,481
corte 256	256	5.121	20	1,192	0,012	0,506	1,494
Valores medios				1,187	0,012	0,518	1,482

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,506 – 0,526 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución aleatoria.

Cálculos sobre NIKKEI 225.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-71 Evolución de la cotización del activo NIKKEI I225.

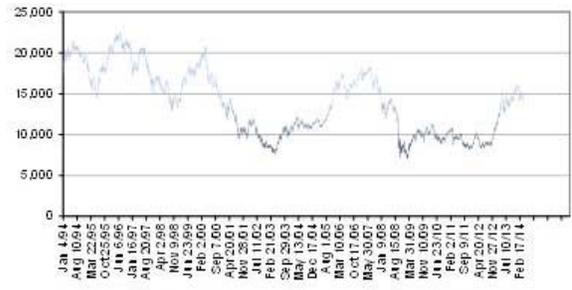
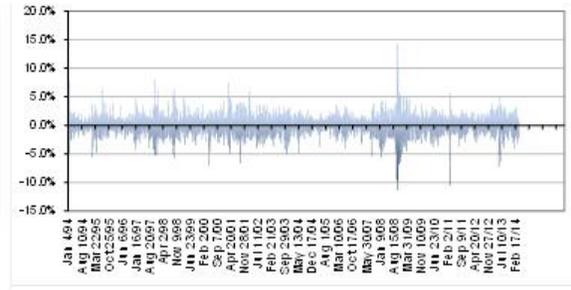


Gráfico AI-72 Evolución de las rentabilidades diarias del activo NIKKEI I 225.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-73 Evolución de la serie en relación a la media NIKKEI I225.

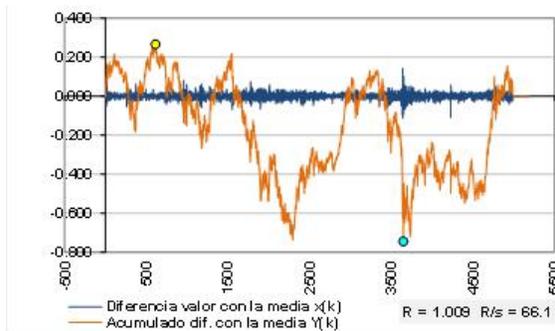
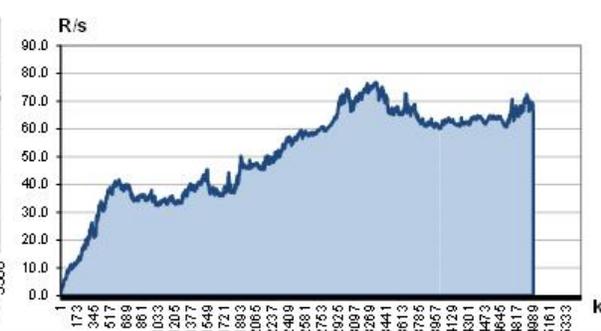
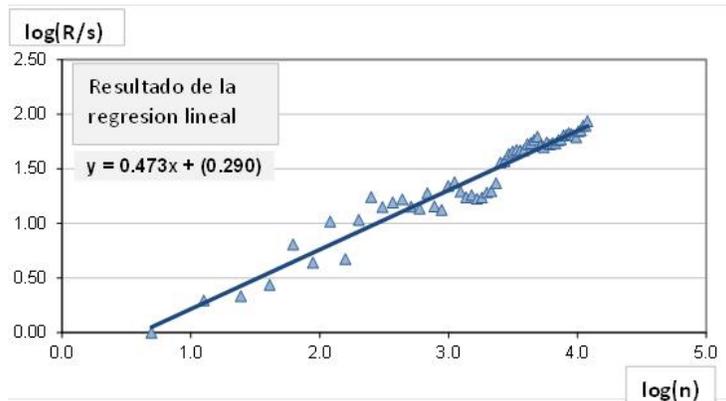


Gráfico AI-74 Evolución del rango reescalado NIKKEI 225.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-75 Regresión lineal para el cálculo de Hurst. NIKKEI 225.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-9 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para NIKKEI 225.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	4.981	4.980	1,047	0,015	0,473	1,527
semanal	5	4.981	996	1,047	0,015	0,469	1,531
mensual	22	4.973	226	1,033	0,015	0,465	1,535
corte 50	50	4.951	99	1,030	0,015	0,458	1,542
corte 100	100	4.901	49	1,080	0,015	0,441	1,559
corte 150	150	4.951	33	1,030	0,015	0,440	1,560
corte 256	256	4.865	19	1,020	0,015	0,426	1,574
Valores medios				1,041	0,015	0,453	1,547

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido $0,4259 - 0,4726$ indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución antipersistente.

Cálculos sobre HSI.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-76 Evolución de la cotización del activo HSI.

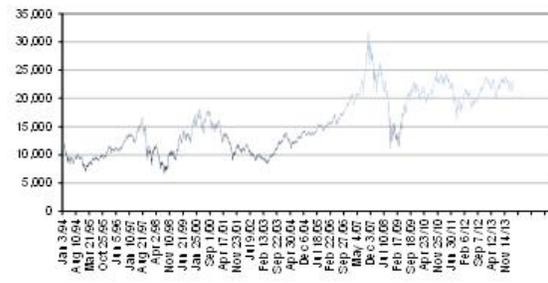
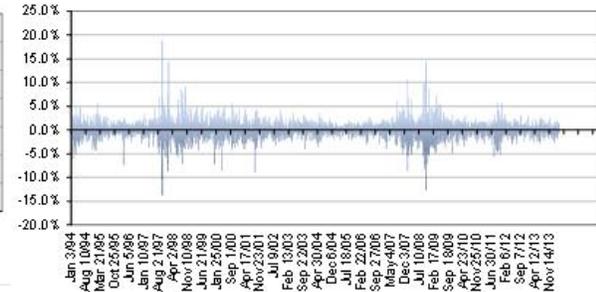


Gráfico AI-77 Evolución de las rentabilidades diarias del activo HSI.

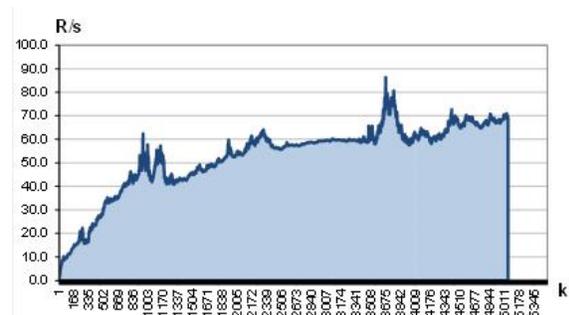


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-78 Evolución de la serie en relación a la media HSI.

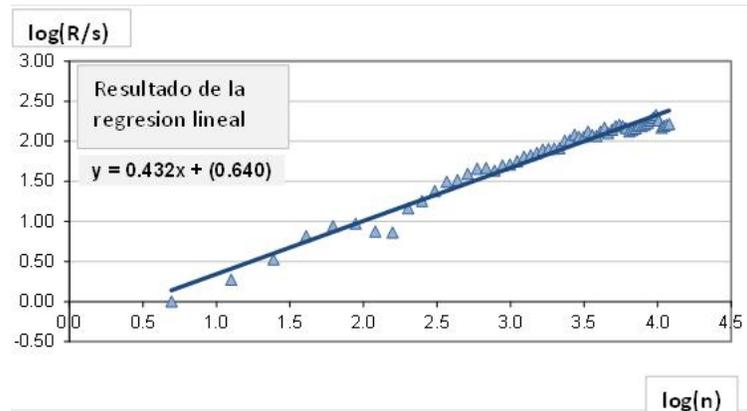


Gráfico AI-79 Evolución del rango reescalado HSI.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-80 Regresión lineal para el cálculo de Hurst HSI.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-10 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para HSI.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.044	5.043	1,183	0,017	0,432	1,568
semanal	5	5.041	1.008	1,195	0,017	0,429	1,571
mensual	22	5.039	229	1,197	0,017	0,427	1,573
corte 50	50	5.001	100	1,189	0,017	0,417	1,583
corte 100	100	5.001	50	1,189	0,017	0,423	1,577
corte 150	150	4.951	33	1,169	0,017	0,423	1,577
corte 256	256	4.865	19	1,189	0,017	0,355	1,645
Valores medios				1,187	0,017	0,415	1,585

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,417 – 0,432 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución antipersistente.

Cálculos sobre UBS.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/2000 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-81 Evolución de la cotización de UBS.

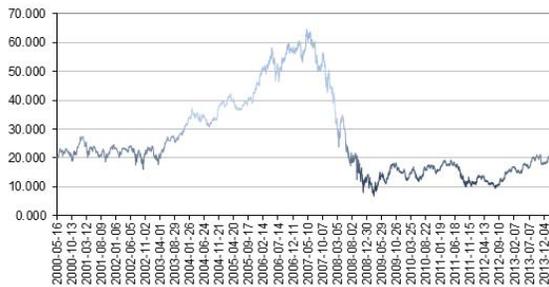
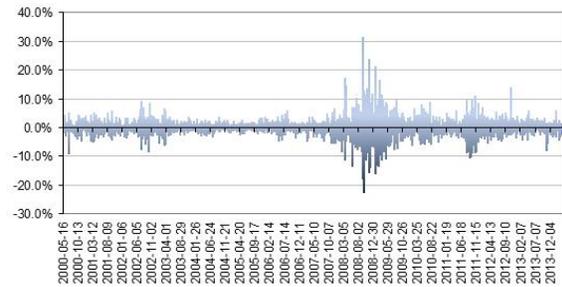


Gráfico AI-82 Evolución de las rentabilidades diarias de UBS.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-83 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización de UBS.

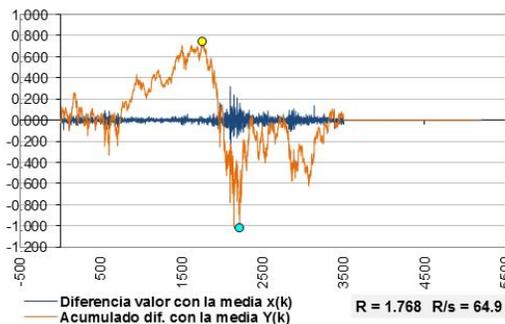
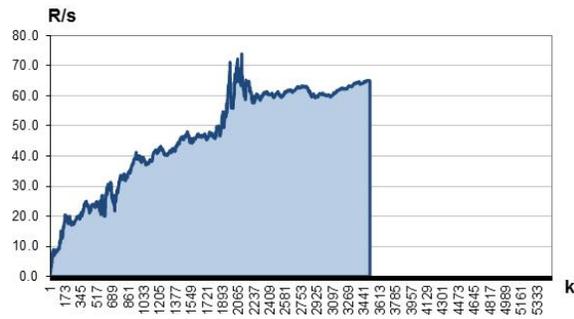
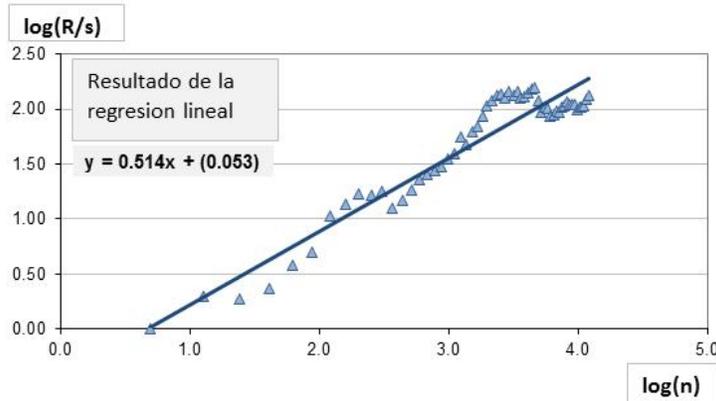


Gráfico AI-84 Evolución del rango reescalado de la cotización de UBS.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-85 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización de UBS.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-11 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización de UBS.

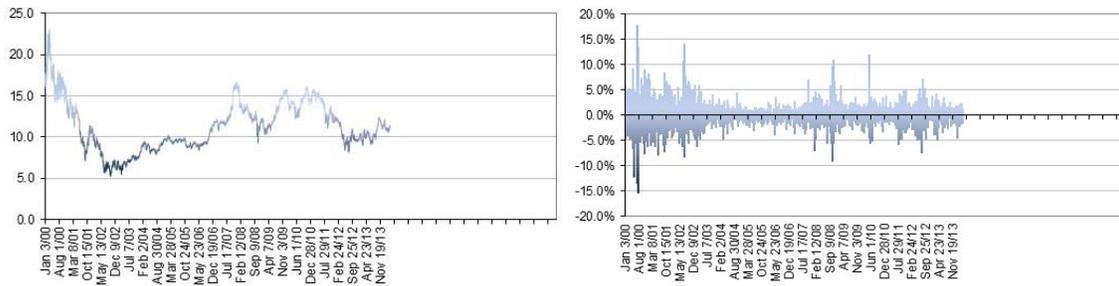
Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	3.499	3.498	1,768	0,337	0,514	1,486
semanal	5	3.496	699	1,774	0,341	0,514	1,486
mensual	22	3.499	156	1,768	0,337	0,513	1,487
corte 50	50	3.451	69	1,773	0,343	0,520	1,480
corte 100	100	3.401	34	1,758	0,333	0,537	1,463
corte 150	150	3.451	23	1,773	0,343	0,503	1,497
corte 256	256	3.329	13	1,778	0,354	0,528	1,472
Valores medios				1,770	0,341	0,518	1,482

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,503 – 0,536 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución aproximadamente aleatoria.

Cálculos sobre Telefónica.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/2000 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-86 Evolución de la cotización de Telefónica. Gráfico AI-87 Evolución de las rentabilidades diarias de Telefónica.



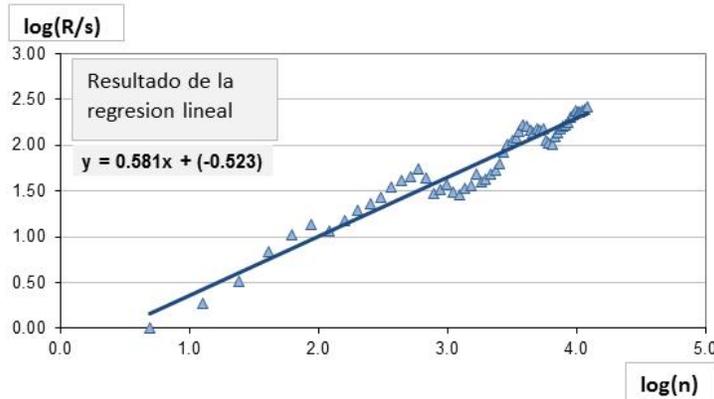
A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-88 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización de Telefónica. Gráfico AI-89 Evolución del rango reescalado de la cotización de Telefónica.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-90 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización de Telefónica.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-12 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización de Telefónica.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	3.696	3.695	1,217	0,019	0,579	1,421
semanal	5	3.691	738	1,238	0,019	0,578	1,422
mensual	22	3.675	167	1,251	0,019	0,592	1,408
corte 50	50	3.651	73	1,223	0,019	0,602	1,398
corte 100	100	3.601	36	1,208	0,019	0,614	1,386
corte 150	150	3.601	24	1,208	0,019	0,657	1,343
corte 256	256	3.585	14	1,210	0,019	0,685	1,315
Valores medios				1,222	0,019	0,615	1,385

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,578 – 0,685 indica que existe un cierto patrón dentro de la evolución del índice, donde se establece la existencia de movimientos persistentes alejados de la distribución aleatoria.

Cálculos sobre el tipo de cambio Euro / Dólar.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014

Gráfico AI-91 Evolución de la cotización del tipo de cambio €/\\$.

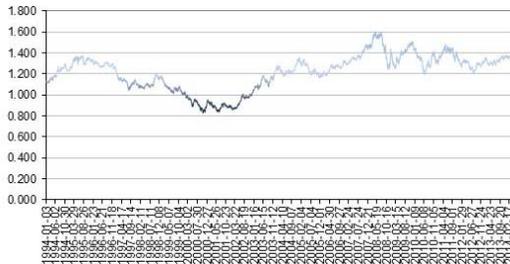
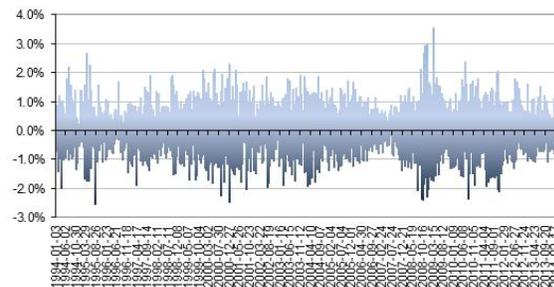


Gráfico AI-92 Evolución de las rentabilidades diarias del tipo de cambio €/\\$.

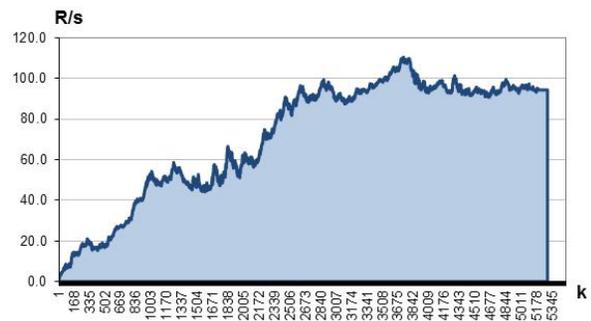


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-93 Evolución de la serie en relación a la media del tipo de cambio €/\\$.

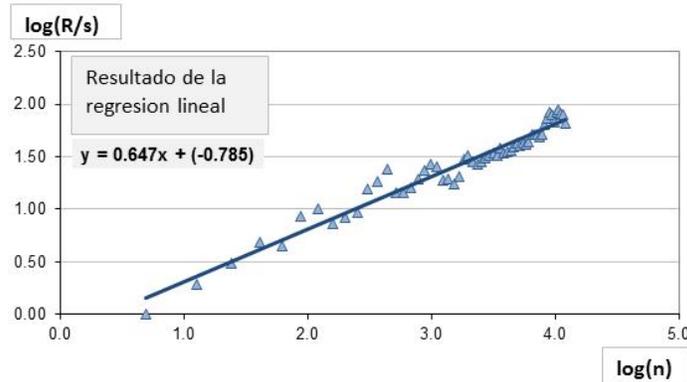


Gráfico AI-94 Evolución del rango reescalado del tipo de cambio €/\\$.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-95 Regresión lineal para el cálculo de Hurst tipo de cambio €/\\$.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-13 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el tipo de cambio €/\\$.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.291	5.290	0,580	0,006	0,647	1,353
semanal	5	5.291	1.058	0,580	0,006	0,649	1,351
mensual	22	5.281	240	0,581	0,006	0,652	1,348
corte 50	50	5.251	105	0,582	0,006	0,648	1,352
corte 100	100	5.201	52	0,581	0,006	0,672	1,328
corte 150	150	5.251	35	0,582	0,006	0,634	1,366
corte 256	256	5.121	20	0,591	0,006	0,647	1,353
Valores medios				0,583	0,006	0,650	1,350

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,633 - 0,672 indica que existe un cierto patrón dentro de la evolución del índice, donde se establece la existencia de movimientos persistentes alejados de la distribución aleatoria.

Cálculos sobre bono emitido por Estado Unidos con vencimiento a 5 años.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-96 Evolución de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.

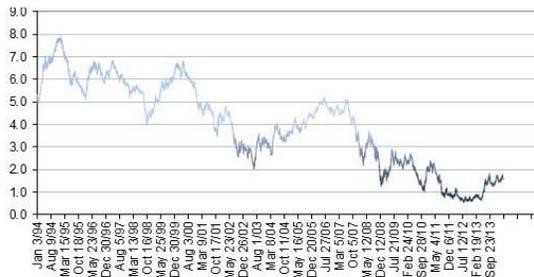
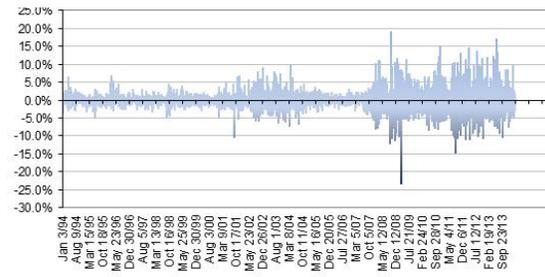


Gráfico AI-97 Evolución de las rentabilidades diarias del bono EE.UU. vto. a 5 años.

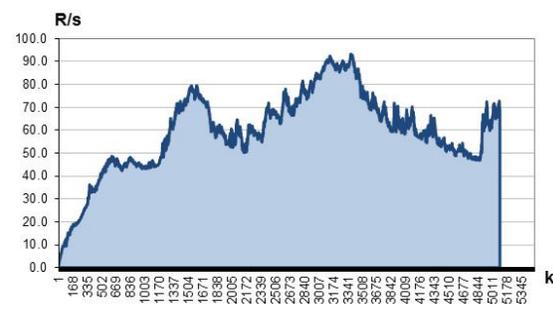


A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-98 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.

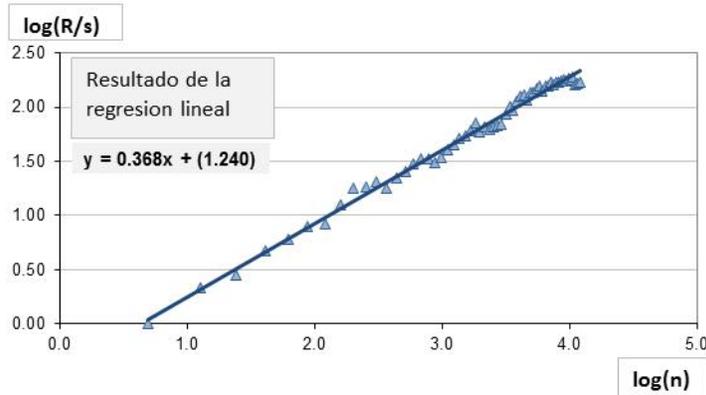


Gráfico AI-99 Evolución del rango reescalado de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-100 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-14 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 5 años.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.082	5.081	1,818	0,025	0,367	1,633
semanal	5	5.081	1.016	1,814	0,025	0,362	1,638
mensual	22	5.061	230	1,660	0,025	0,353	1,647
corte 50	50	5.051	101	1,696	0,025	0,337	1,663
corte 100	100	5.001	50	1,600	0,025	0,324	1,676
corte 150	150	4.951	33	1,631	0,025	0,311	1,689
corte 256	256	4.865	20	1,188	0,025	0,272	1,728
Valores medios				1,630	0,025	0,332	1,668

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,272– 0,367 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución antipersistente.

Cálculos sobre bono emitido por Estado Unidos con vencimiento a 30 años.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-101 Evolución de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.

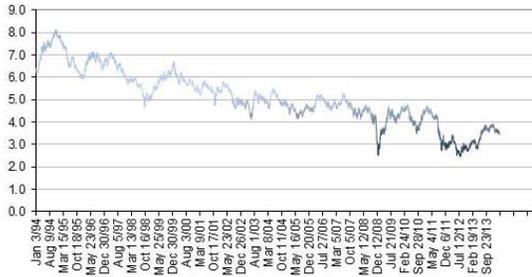
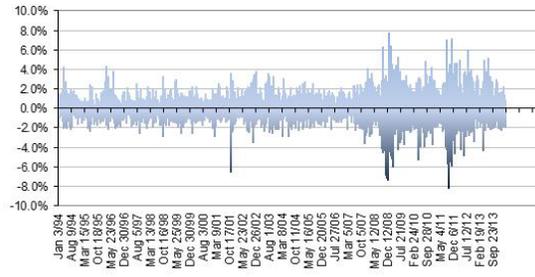


Gráfico AI-102 Evolución de las rentabilidades diarias del bono EE.UU. vto. a 30 años.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-103 Evolución de la serie en relación a la media de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.

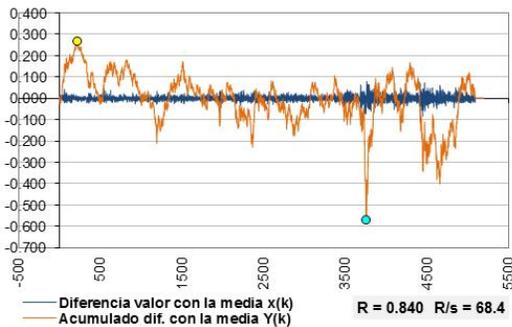
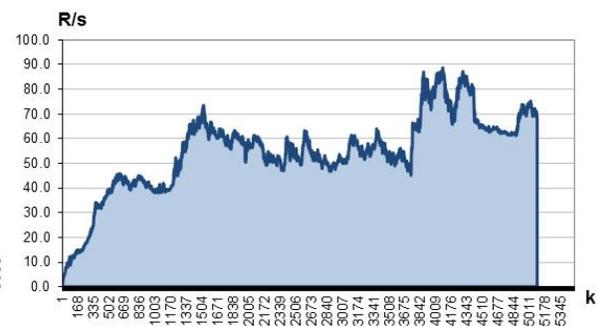
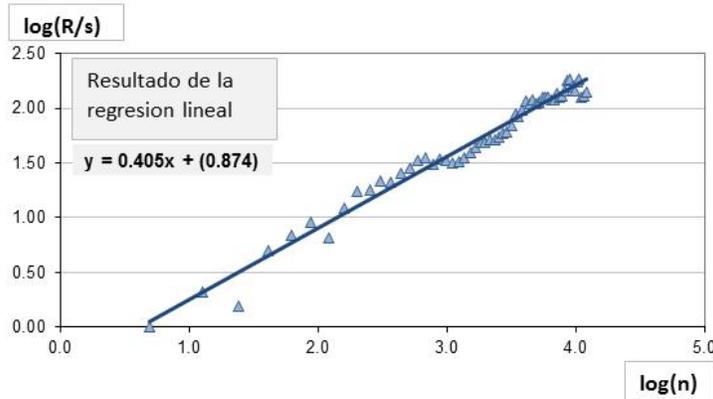


Gráfico AI-104 Evolución del rango reescalado de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-105 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados

Tabla AI-15 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst de la cotización del bono EE.UU. vto. a 30 años.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.082	5.081	0,865	0,012	0,405	1,595
semanal	5	5.081	1.016	0,857	0,012	0,401	1,599
mensual	22	5.061	230	0,855	0,012	0,398	1,602
corte 50	50	5.051	101	0,882	0,012	0,379	1,621
corte 100	100	5.001	50	0,905	0,012	0,376	1,624
corte 150	150	4.951	33	0,884	0,012	0,362	1,638
corte 256	256	4.865	19	0,755	0,012	0,351	1,649
Valores medios				0,858	0,012	0,382	1,618

Resumen de resultados obtenidos: Con independencia del número de particiones realizadas, el índice obtenido 0,351 – 0,405 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución antipersistente.

Cálculos sobre VIX.

Periodicidad de datos: cotización diaria. Extraemos en la serie el valor obtenido por el activo al cierre de la sesión de negociación durante el período entre 01/01/1994 hasta 14/04/2014.

Gráfico AI-106 Evolución de la cotización del índice VIX.

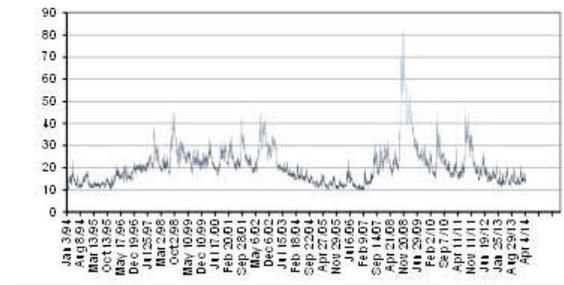
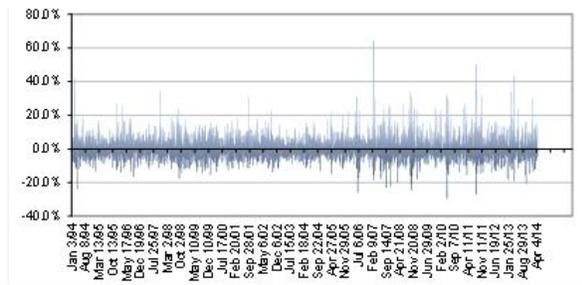


Gráfico AI-107 Evolución de las rentabilidades diarias del índice VIX.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AI-108 Evolución de la serie en relación a la media del índice VIX.

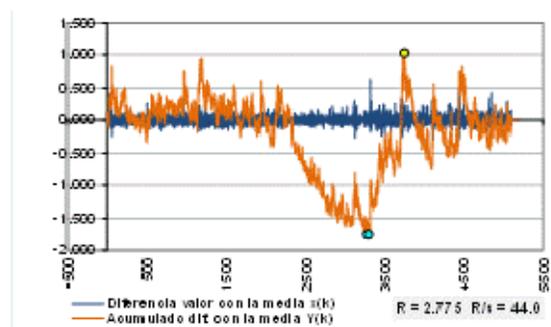
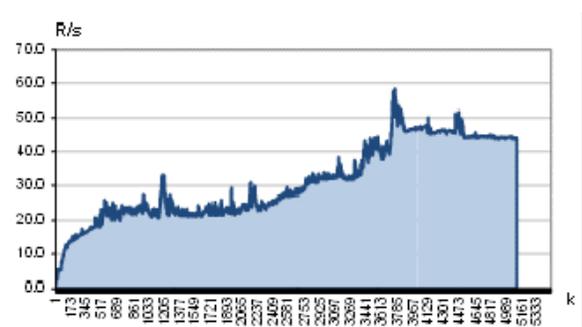
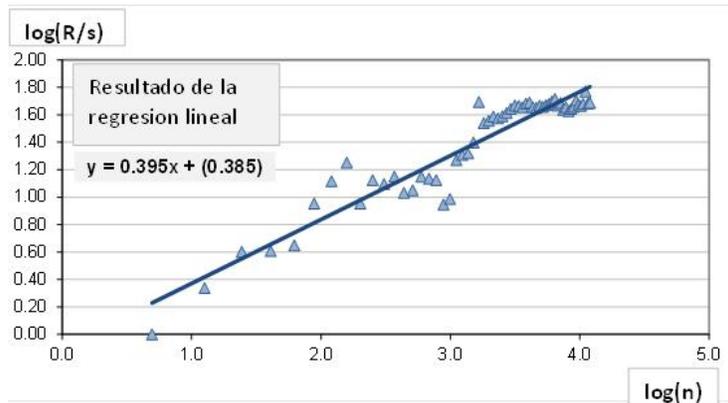


Gráfico AI-109 Evolución del rango reescalado del índice VIX.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AI-110 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del índice VIX.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AI-16 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el índice VIX.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
diaria	1	5.098	5.097	2,795	0,063	0,395	1,605
semanal	5	5.096	1.019	2,786	0,063	0,394	1,606
mensual	22	5.083	231	2,784	0,063	0,390	1,610
corte 50	50	5.051	101	2,796	0,063	0,388	1,612
corte 100	100	5.001	50	2,798	0,063	0,371	1,629
corte 150	150	4.951	33	2,774	0,063	0,375	1,625
corte 256	256	4.865	19	2,790	0,063	0,377	1,623
Valores medios				2,789	0,063	0,384	1,616

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,371 – 0,395 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución antipersistente.

AI-6. Detalle del análisis fractal por la clasificación de conglomerados.

Se adjuntan los detalles del cálculo relacionado de los activos financieros en virtud del análisis por el resto de conglomerados (2, 3, 4 y 5 clúster) establecido en el capítulo 3.

Tabla AI-17 Cálculos del conglomerado con 2 grupos.

Rentabilidad diaria tipificada	Centros finales del conglomerado	
	Cluster	
	1	2
IBEX 35	0,501	-0,814
Eurostoxx 50	0,529	-0,883
FTSE 100	0,482	-0,794
NASDAQ 100	0,334	-0,608
S&P 500	0,419	-0,727
SMI	0,436	-0,722
UBS	0,354	-0,566
NIKKEI 225	0,225	-0,353
HSI	0,196	-0,319
VIX	-0,406	0,630
Telefónica	0,422	-0,660
Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,355	-0,563
Bono EE.UU. Vto 30 años	0,334	-0,542
Euro / Dólar	0,071	-0,070

Tabla AI-18 Cálculos del conglomerado con 3 grupos.

Rentabilidad diaria tipificada	Centros finales del conglomerado		
	Cluster		
	1	2	3
IBEX 35	-0,903	1,769	-6,201
Eurostoxx 50	2,687	2,557	-5,532
FTSE 100	1,640	2,585	-7,666
NASDAQ 100	5,775	-4,419	-0,253
S&P 500	8,878	-4,091	-0,999
SMI	0,548	2,576	-6,521
UBS	4,926	-1,308	-0,495
NIKKEI 225	4,194	-3,307	-6,309
HSI	8,423	-2,063	-4,245
VIX	-2,536	4,743	1,416
Telefónica	-0,879	4,355	-4,719
Bono EE.UU. Vto. 5 años	1,186	-4,106	-0,841
Bono EE.UU. Vto 30 años	1,194	-0,446	0,399
Euro / Dólar	2,461	0,696	-2,338

Tabla AI-19 Cálculos del conglomerado con 4 grupos.

Rentabilidad diaria tipificada	Centros finales del conglomerado			
	Cluster			
	1	2	3	4
IBEX 35	5,870	-0,139	-3,444	1,769
Eurostoxx 50	5,875	-1,907	-4,554	2,557
FTSE 100	7,625	-2,114	-6,206	2,585
NASDAQ 100	1,460	2,484	-4,721	-4,419
S&P 500	3,295	5,193	-7,487	-4,091
SMI	5,040	-2,572	-4,674	2,576
UBS	11,498	4,371	-4,169	-1,308
NIKKEI 225	2,457	1,762	0,688	-3,307
HSI	5,639	1,709	-2,932	-2,063
VIX	-0,506	-1,581	3,894	4,743
Telefónica	3,045	-1,175	-1,985	4,355
Bono EE.UU. Vto. 5 años	7,529	1,012	-0,935	-4,106
Bono EE.UU. Vto. 30 años	5,160	-0,878	-0,188	-0,446
Euro / Dólar	1,327	1,738	-1,441	0,696

Tabla AI-20 Cálculos del conglomerado con 5 grupos.

Rentabilidad diaria tipificada	Centros finales del conglomerado				
	Cluster				
	1	2	3	4	5
IBEX 35	-0,903	5,870	0,123	-2,646	-0,698
Eurostoxx 50	2,687	5,875	0,224	-3,305	-0,457
FTSE 100	1,640	7,625	-1,184	-4,599	-0,361
NASDAQ 100	5,775	1,460	0,627	-5,624	-0,681
S&P 500	8,878	3,295	1,694	-7,298	-1,172
SMI	0,548	5,040	-0,551	-3,884	0,325
UBS	4,926	11,498	2,112	-8,321	-0,724
NIKKEI 225	4,194	2,457	0,185	-0,829	1,194
HSI	8,423	5,639	1,076	-2,539	-0,678
VIX	-2,536	-0,506	-0,308	5,253	-0,002
Telefónica	-0,879	3,045	-0,140	-1,117	-0,795
Bono EE.UU. Vto. 5 años	1,186	7,529	-9,200	-3,916	6,749
Bono EE.UU. Vto 30 años	1,194	5,160	-4,930	-3,736	1,712
Euro / Dólar	2,461	1,327	5,718	-1,999	-1,186

Cálculo del coeficiente de Hurst por cada conglomerado.

El número de conglomerados determinados para el análisis corresponde a la división en 4 grupos. Se obtiene la ponderación de cada tipo de activo en virtud del punto central obteniendo los resultados mostrados en la tabla AI-21.

Tabla AI-21 Ponderación media de cada activo según el valor de rentabilidad tipificada.

	Cluster			
	0,089	-0,015	0,082	-0,340
Eurostoxx50	0,089	-0,201	0,108	-0,492
FTSE 100	0,116	-0,223	0,148	-0,497
NASDAQ 100	0,022	0,262	0,112	0,850
S&P 500	0,050	0,547	0,178	0,786
SMI	0,077	-0,271	0,111	-0,495
UBS	0,175	0,461	0,099	0,251
NIKKEI 225	0,037	0,186	-0,016	0,636
HSI	0,086	0,180	0,070	0,397
Telefónica	0,046	-0,124	0,047	-0,837
Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,114	0,107	0,022	0,789
Bono EE.UU. Vto. 30 años	0,078	-0,093	0,004	0,086
Euro / Dólar	0,020	0,183	0,034	-0,134

A continuación aplicamos los valores medios del coeficiente de Hurst de cada uno de los activos multiplicados por la ponderación calculada anteriormente. Obteniendo como suma de los valores el coeficiente de Hurst e índice de fractalidad (Índice de fractalidad = 2 – coeficiente de Hurst) asignado a cada conglomerado.

Tabla AI-22 Multiplicación de la ponderación media de cada activo por su coeficiente medio de Hurst.

	Cluster			
	1	2	3	4
IBEX 35	0,046	-0,008	0,042	-0,175
Eurostoxx50	0,055	-0,124	0,067	-0,302
FTSE 100	0,058	-0,111	0,074	-0,249
NASDAQ 100	0,015	0,176	0,075	0,569
S&P 500	0,029	0,322	0,105	0,463
SMI	0,040	-0,143	0,059	-0,261
UBS	0,090	0,237	0,051	0,129
NIKKEI 225	0,018	0,088	-0,008	0,300
HSI	0,037	0,078	0,030	0,171
Telefónica	0,027	-0,072	0,027	-0,486
Bono EE.UU. Vto. 5 años	0,042	0,039	0,008	0,291
Bono EE.UU. Vto. 30 años	0,032	-0,038	0,002	0,035
Euro / Dólar	0,013	0,119	0,022	-0,087

El resultado del análisis del coeficiente de Hurst es la suma, para cada uno de los clúster, del valor obtenido. El índice de fractalidad se obtiene aplicando la relación existente en el coeficiente de Hurst y este indicador para los cuerpos geométricos de dos dimensiones ($IF = 2 - \text{Coeficiente de Hurst}$).

Tabla AI-23 Coeficiente de Hurst e Índice de fractalidad por clúster.

	Cluster			
	1	2	3	4
Coeficiente de Hurst	0,502	0,563	0,554	0,399
Índice de fractalidad	1,498	1,437	1,446	1,601

AI-7. Detalle del análisis fractal por la clasificación factorial.

Tabla AI-24 Varianza total explicada con análisis factorial original (cuatro factores).

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	6,271	44,791	44,791	6,271	44,791	44,791	4,048	28,917	28,917
2	1,721	12,291	57,082	1,721	12,291	57,082	3,056	21,832	50,749
3	1,418	10,131	67,213	1,418	10,131	67,213	1,868	13,341	64,091
4	1,220	8,716	75,929	1,220	8,716	75,929	1,657	11,838	75,929
5	0,987	7,053	82,982						
6	0,534	3,816	86,798						
7	0,420	3,003	89,801						
8	0,386	2,755	92,556						
9	0,372	2,660	95,216						
10	0,193	1,379	96,595						
11	0,175	1,253	97,849						
12	0,140	0,997	98,846						
13	0,096	0,686	99,531						
14	0,066	0,469	100,000						

Tabla AI-25 Varianza total explicada con análisis factorial final (siete factores).

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	6,271	44,791	44,791	6,271	44,791	44,791	4,104	29,313	29,313
2	1,721	12,291	57,082	1,721	12,291	57,082	2,825	20,179	49,492
3	1,418	10,131	67,213	1,418	10,131	67,213	1,878	13,417	62,909
4	1,220	8,716	75,929	1,220	8,716	75,929	1,614	11,525	74,434
5	0,987	7,053	82,982	0,987	7,053	82,982	1,088	7,773	82,207
6	0,534	3,816	86,798	0,534	3,816	86,798	0,637	4,547	86,754
7	0,420	3,003	89,801	0,420	3,003	89,801	0,427	3,047	89,801
8	0,386	2,755	92,556						
9	0,372	2,660	95,216						
10	0,193	1,379	96,595						
11	0,175	1,253	97,849						
12	0,140	0,997	98,846						
13	0,096	0,686	99,531						
14	0,066	0,469	100,000						

A continuación se desarrolla el cálculo del coeficiente de Hurst e índice de fractalidad para cada uno de los siete factores identificados. El resultado final está en relación con el peso de cada uno de los componentes en el Factor establecido.

Tabla AI-26 Suma de los componentes de cada uno de los 7 factores.

	Matriz de componentes factoriales						
	Componentes						
	1	2	3	4	5	6	7
IBEX 35	0,89	0,24					
Eurostoxx 50	0,89	0,29					
FTSE 100	0,84	0,24				0,22	
Telefónica	0,83					-0,40	
SMI	0,82					0,33	
UBS	0,36	0,56			0,28	0,51	
S&P 500	0,32	0,87					
HSI	0,20			0,83			0,40
Nasdaq 100		0,89					
NIKKEI 225				0,90			-0,26
Bono EEUU 5 años			0,92				
Bono EEUU 30 años			0,92				
Euro / Dólar					0,98		
VIX	-0,24	-0,80					0,34
suma de valores	4,91	2,29	1,84	1,73	1,26	0,67	0,48

Método de extracción: análisis del componente principal

Método de rotación: Varimax con la normalización de Kaiser

Rotación obtenida tras 8 iteraciones

A continuación, en la tabla AI-27, distribuimos cada uno de los valores como un porcentaje sobre el componente total obtenido.

Tabla AI-27 Distribución de los componentes de cada uno de los 7 factores.

	Matriz de componentes factoriales						
	Componentes						
	1	2	3	4	5	6	7
IBEX 35	0,18	0,10					
Eurostoxx 50	0,18	0,12					
FTSE 100	0,17	0,10				0,33	
Telefónica	0,17					-0,59	
SMI	0,17					0,50	
UBS	0,07	0,25			0,22	0,77	
S&P 500	0,07	0,38					
HSI	0,04			0,48			0,84
Nasdaq 100		0,39		0,00			
NIKKEI 225				0,52			-0,55
Bono EEUU 5 años			0,50				
Bono EEUU 30 años			0,50				
Euro / Dólar					0,78		
VIX	-0,05	-0,35					0,71

Por último se multiplica cada una de las ponderaciones obtenidas por el valor medio del coeficiente de Hurst para cada activo.

Tabla AI-28 Aportación al coeficiente de Hurst de cada activo para cada una de los componentes.

	Matriz de componentes factoriales						
	Componentes						
	1	2	3	4	5	6	7
IBEX 35	0,11	0,08					
Eurostoxx 50	0,10					-0,34	
FTSE 100	0,09	0,05					
Telefónica	0,09					0,26	
SMI	0,09	0,05				0,16	
UBS	0,04	0,22					
S&P 500	0,04	0,13			0,12	0,39	
HSI	0,02			0,21			0,36
Nasdaq 100		0,26					
NIKKEI 225				0,24			-0,26
Bono EEUU 5 años			0,18				
Bono EEUU 30 años			0,20				
Euro / Dólar					0,50		
VIX	-0,02	-0,13					0,27

El resultado del análisis del coeficiente de Hurst es la suma, para cada uno de los clúster, del valor obtenido. El índice de fractalidad se obtiene aplicando la relación existente en el coeficiente de Hurst y este indicador para los cuerpos geométricos de 2 dimensiones (IF = 2- Coeficiente de Hurst).

Tabla AI-29 Coeficiente de Hurst e índice de fractalidad de cada factor.

	Factores						
	1	2	3	4	5	6	7
Coeficiente de Hurst	0,5513	0,6593	0,3868	0,4531	0,6172	0,4766	0,3765
Índice de fractalidad	1,4487	1,3407	1,6132	1,5469	1,3828	1,5234	1,6235

Tabla AI-30 Estadísticos descriptivos para los factores.

		Índices de	Índices	Activos de	Índices	Tipo de	Activo	Índice de
		renta	EE.UU. de	renta fija de	asiáticos de	cambio	directo	volatilidad
		variable	renta	EE.UU.	renta	entre la		
		europea	variable		variable	divisa Euro y		
						el Dólar		
						americano		
		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Factor 6	Factor 7
Media		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	-0,035	-0,035	-0,035	-0,035	-0,035	-0,035	-0,035
	Límite superior	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035
Media recortada al 5%		-0,004	0,006	-0,014	0,009	0,000	0,002	-0,015
Mediana		-0,002	0,056	-0,030	0,018	0,007	0,011	-0,016
Varianza		1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Desv. típ.		1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Mínimo		-6,522	-6,154	-6,871	-6,302	-3,722	-6,932	-5,830
Máximo		6,669	6,788	4,881	8,040	5,263	9,151	6,962
Rango		13,191	12,942	11,752	14,343	8,986	16,084	12,792
Amplitud intercuartil		1,063	1,043	1,024	1,080	1,172	0,952	1,145
Asimetría		0,250	-0,135	0,223	-0,146	0,074	0,203	0,364
Curtosis		4,609	3,862	3,024	5,862	1,207	7,649	3,802

El proceso de factorización queda justificado con un elevado valor (0,846) en la prueba KMO, tal y como muestra la tabla AI-31.

Tabla AI-31. Prueba de KMO del estudio factorial.

Medida de adecuación		0,846
Prueba de Chi-cuadrado aproximado		34.031,789
esfericidad de Bartlett	Grados de libertad	91
	Nivel de significación	0,000

AI-8. Detalle del análisis según la aleatoriedad mediante el estimador de rachas.

Tabla AI-32 Descripción de la variable dicotómica para el estimador de rachas.

Activo	Estadístico descriptivo				Valor Mínimo	Valor Máximo
	Número de Observaciones	Media	Desviación estándar			
IBEX 35	5.114	1,469	0,499	1	2	
Eurostoxx50	5.194	1,477	0,500	1	2	
FTSE 100	5.291	1,464	0,499	1	2	
NASDAQ 100	5.107	1,459	0,498	1	2	
S&P 500	5.107	1,461	0,499	1	2	
SMI	5.131	1,465	0,499	1	2	
UBS	3.499	1,488	0,500	1	2	
NIKKEI 225	4.990	1,494	0,500	1	2	
HSI	5.053	1,482	0,500	1	2	
VIX	3.592	1,533	0,499	1	2	
Telefónica	3.705	1,464	0,499	1	2	
Bono EE.UU. vto. 5 años	5.091	1,460	0,498	1	2	
Bono EE.UU. vto. 30 años	5.091	1,474	0,499	1	2	
Tipo de cambio Euro / Dólar	5.291	1,485	0,500	1	2	

Tabla AI-33 Índice de Fractalidad según el resultado del estimador de rachas.

	Índice de Fractalidad medio
Aleatoria según estimador de rachas	1,490
Bono EE.UU. Vto. 30 años	1,618
Bono EE.UU. Vto. 5 años	1,668
Eurostoxx50	1,373
FTSE 100	1,508
HSI	1,585
IBEX 35	1,490
NASDAQ 100	1,306
SMI	1,482
Telefónica	1,385
UBS	1,482
No aleatoria según estimador de rachas	1,478
NIKKEI 225	1,547
S&P500	1,400
Tipo de cambio Euro / Dólar	1,350
VIX	1,616
Total	1,486

Anexo II

Relacionados con el análisis de los casos atípicos o cisnes negros

AII-1. Detalle cálculos contrastación de hipótesis del investigador #3: Análisis gráfico de casos atípicos.

Los gráficos muestran la existencia de valores extremos, y como en muchos activos, su dispersión corresponde a más de 3 veces la desviación típica de la serie.

Gráfico AII-1 Valores atípicos UBS.

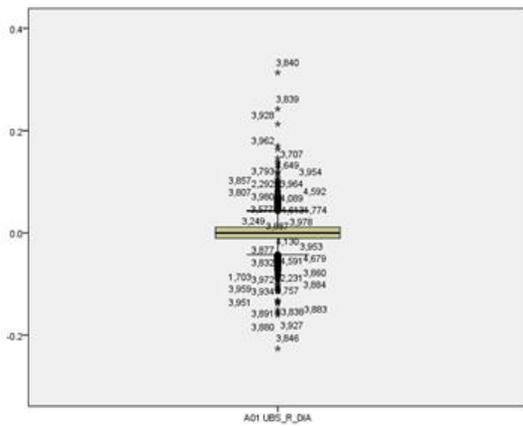


Gráfico AII-2 Valores atípicos Telefónica.

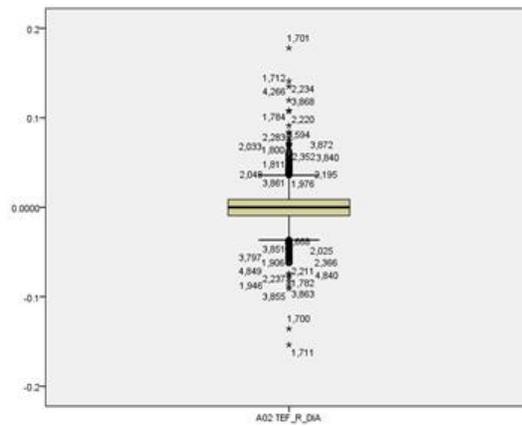


Gráfico AII-3 Valores atípicos Euro / Dólar.

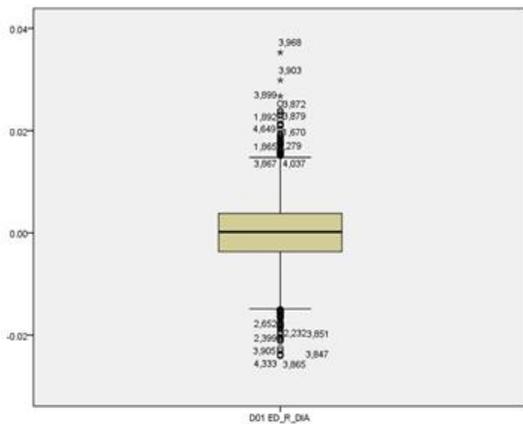


Gráfico AII-4 Valores atípicos bono EE.UU. vto. a 30 años.

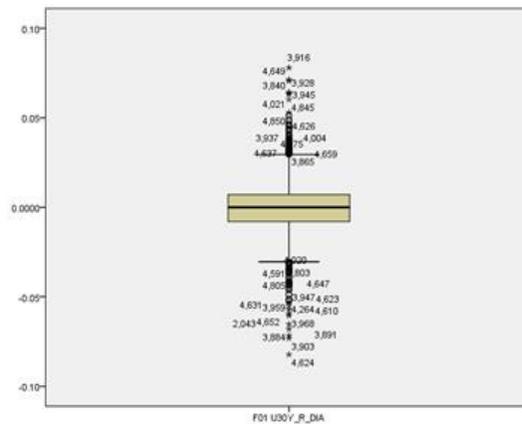


Gráfico AII-5 Valores atípicos bono EE.UU. vto. a 5 años. Gráfico AII-6 Valores atípicos S&P 500.

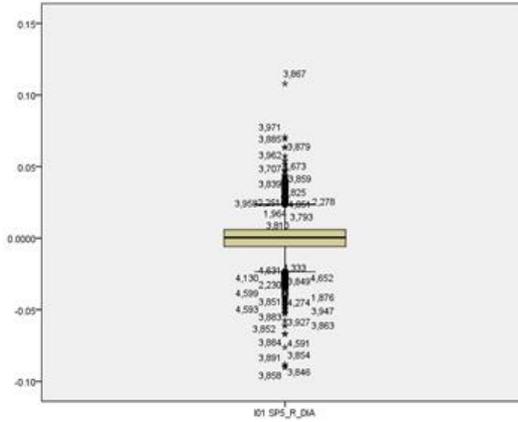
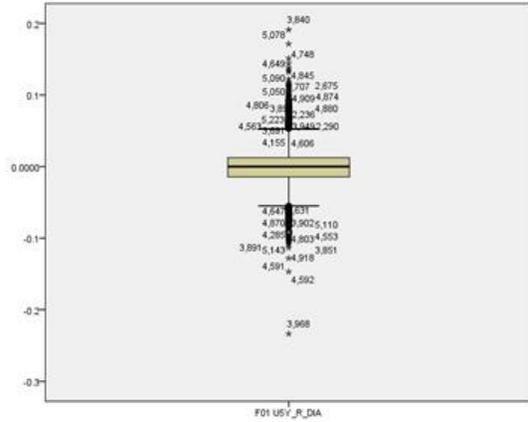


Gráfico AII-7 Valores atípicos NASDAQ 100. Gráfico AII-8 Valores atípicos Eurostoxx 50.

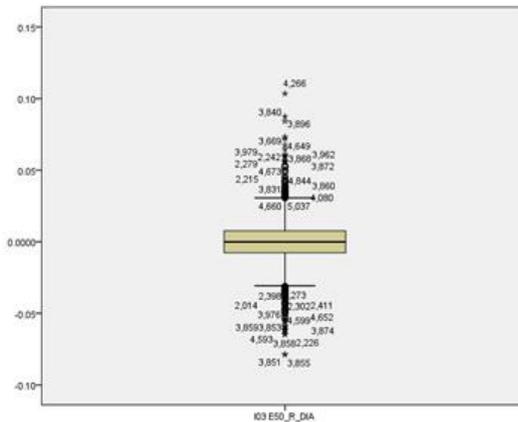
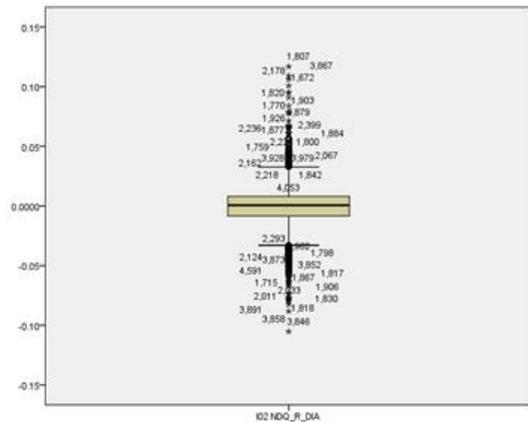


Gráfico AII-9 Valores atípicos FTSE 100. Gráfico AII-10 Valores atípicos IBEX 35.

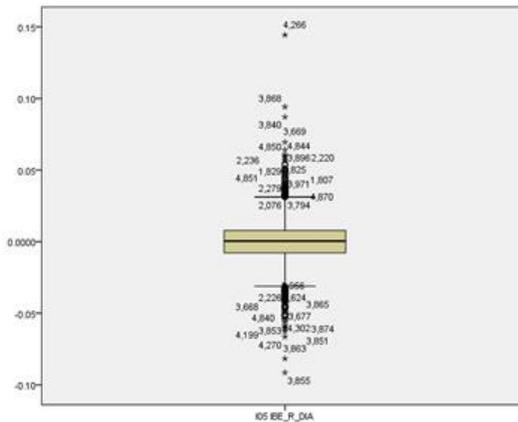
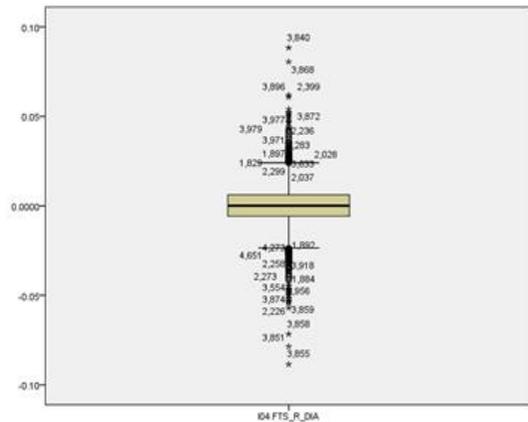


Gráfico AII-11 Valores atípicos SMI.

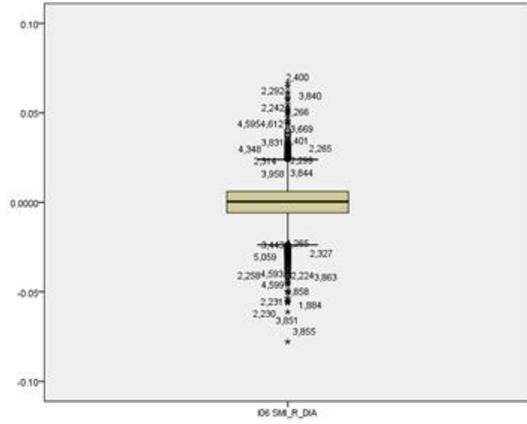


Gráfico AII-12 Valores atípicos NIKKEI 225.

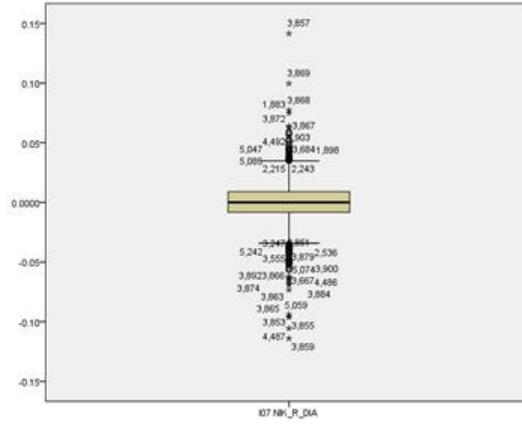
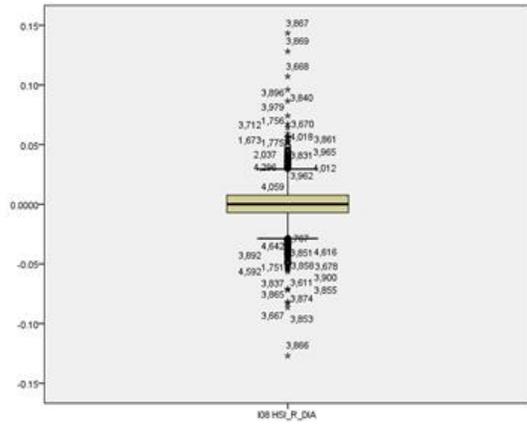


Gráfico AII-13 Valores atípicos HSI.



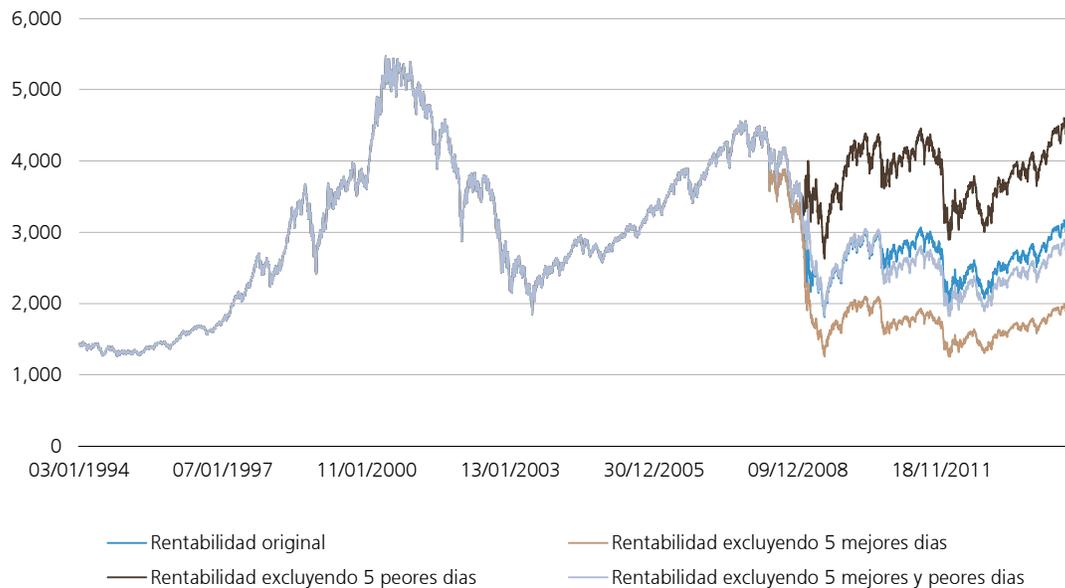
AII-2. Simulación del impacto de los casos atípicos⁶⁷.

Caso 2: Eurostoxx 50.

Tabla AII-1 % Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Eurostoxx 50.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	1.440,9	1.440,9	-	0%	1.440,91	-	0%	1.440,91	-	0%
Valor Final	3.186,0	2.007,2	- 1.178,8	-37%	4.627,62	1.441,6	45%	2.915,47	- 270,5	-8%
Rentabilidad total	121%	39%	-82%	-68%	221%	100%	83%	102%	-19%	-16%
Rentabilidad anual	6%	2%	-4%		11%	5%		5%	-1%	

Gráfico AII-14 Evolución comparada de valores atípicos Eurostoxx 50.



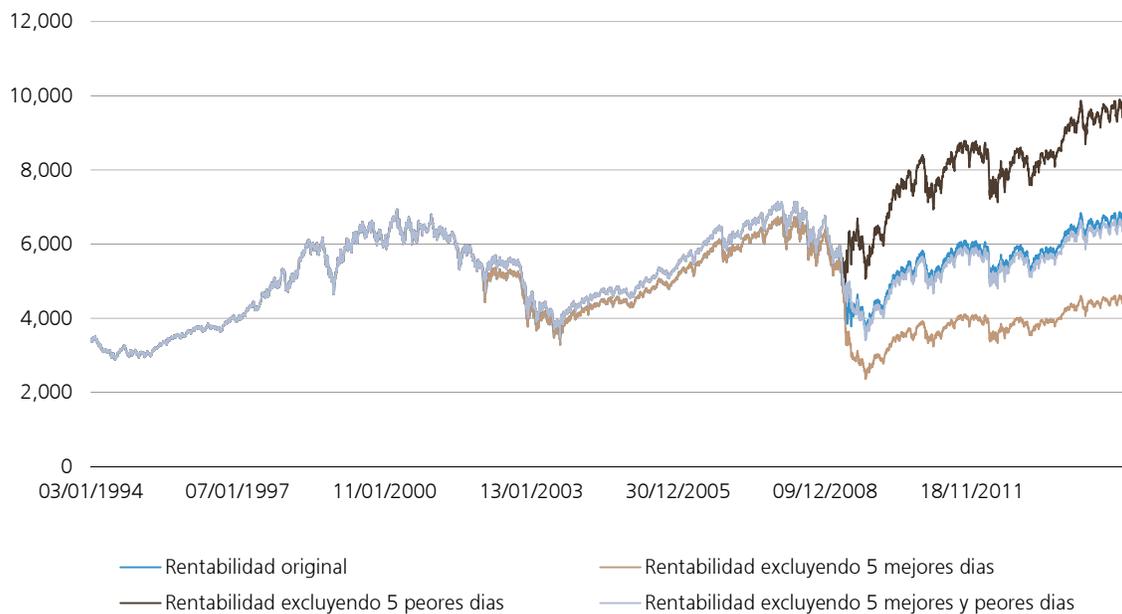
⁶⁷ El caso #1 correspondiente a la simulación en el IBEX 35 se encuentra ya incluido y comentado en el apartado 3 del capítulo 4.

Caso 3: FTSE 100.

Tabla AII-2 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del FTSE 100.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	3.418,4	3.418,4	-	0%	3.418,40	-	0%	3.418,40	-	0%
Valor Final	6.583,8	4.433,6	- 2.150,2	-33%	9.496,11	2.912,3	44%	6.394,78	- 189,0	-3%
Rentabilidad total	93%	30%	-63%	-68%	178%	85%	92%	87%	-6%	-6%
Rentabilidad anual	5%	1%	-3%		9%	4%		4%	0%	

Gráfico AII-15 Evolución comparada de valores atípicos del FTSE 100.

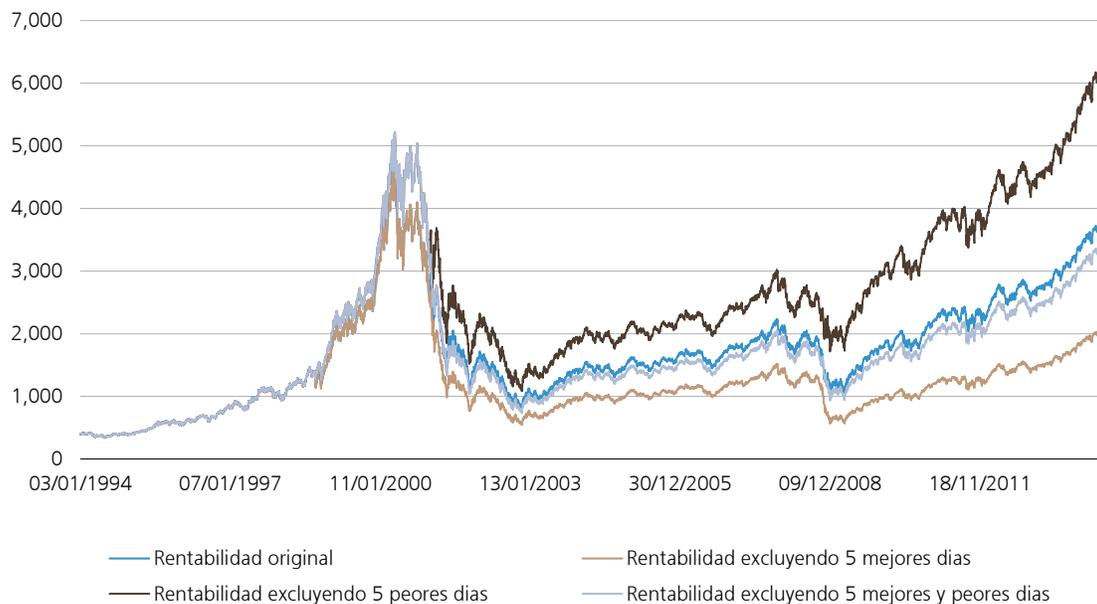


Caso 4: NASDAQ 100.

Tabla AII-3 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del NASDAQ 100.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	395,5	395,5	-	0%	395,53	-	0%	395,53	-	0%
Valor Final	3.487,9	1.900,0	- 1.587,9	-46%	5.779,18	2.291,3	66%	3.148,19	- 339,7	-10%
Rentabilidad total	782%	380%	-401%	-51%	1361%	579%	74%	696%	-86%	-11%
Rentabilidad anual	39%	19%	-20%		67%	29%		34%	-4%	

Gráfico AII-16 Evolución comparada de valores atípicos del NASDAQ 100.

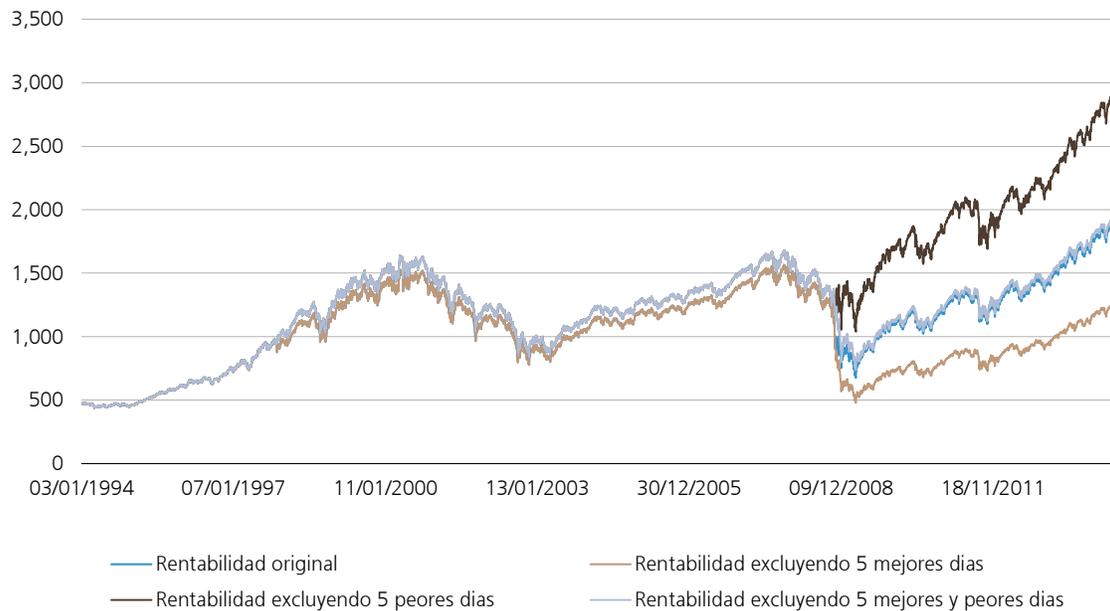


Caso 5: S&P 500.

Tabla AII-4 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del S&P 500.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	465,4	465,4	-	0%	465,44	-	0%	465,44	-	0%
Valor Final	1.843,0	1.223,1	- 619,9	-34%	2.835,33	992,3	54%	1.881,60	38,6	2%
Rentabilidad total	296%	163%	-133%	-45%	509%	213%	72%	304%	8%	3%
Rentabilidad anual	15%	8%	-7%		25%	11%		15%	0%	

Gráfico AII-17 Evolución comparada de valores atípicos del S&P 500.

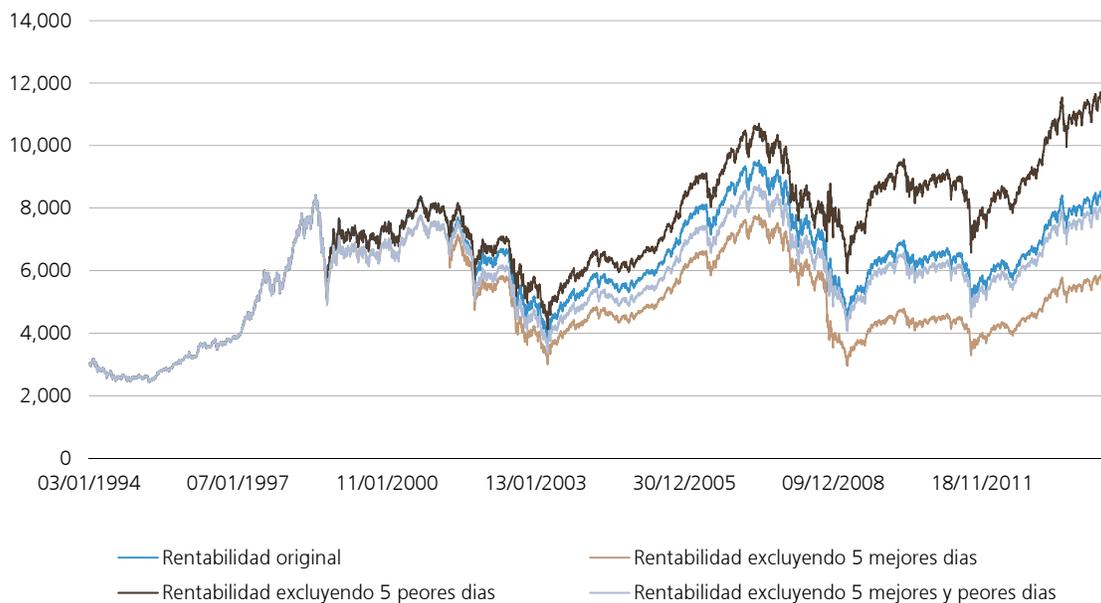


Caso 6: SMI.

Tabla AII-5 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del SMI.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	2.996,2	2.996,2	-	0%	2.996,20	-	0%	2.996,20	-	0%
Valor Final	8.280,5	5.693,0	- 2.587,5	-31%	11.369,54	3.089,0	37%	7.816,83	- 463,7	-6%
Rentabilidad total	176%	90%	-86%	-49%	279%	103%	58%	161%	-15%	-9%
Rentabilidad anual	9%	4%	-4%		14%	5%		8%	-1%	

Gráfico AII-18 Evolución comparada de valores atípicos del SMI.

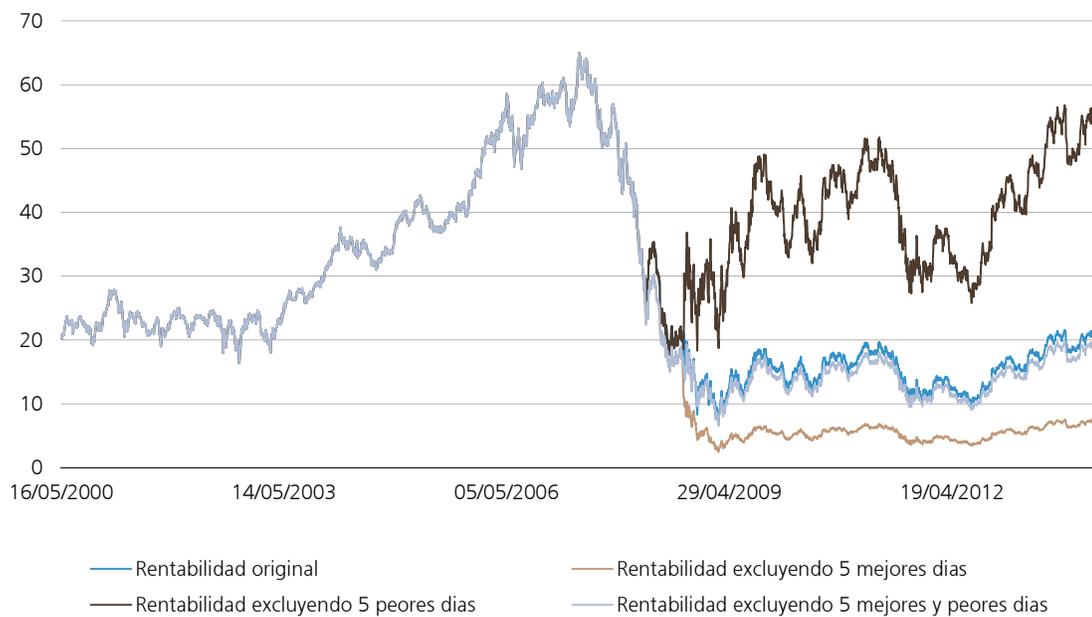


Caso 7: UBS.

Tabla AII-6 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos de UBS.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios				
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %		
Valor Inicial	20,7	20,7	-	0%	20,73	-	0%	20,73	-	0%		
Valor Final	19,9	6,9	-	12,9	-65%	52,27	32,4	163%	18,21	-	1,6	-8%
Rentabilidad total	-4%	-67%	-62%	1487%	152%	156%	-3725%	-12%	-8%	189%		
Rentabilidad anual	0%	-5%	-4%		11%	11%		-1%	-1%			

Gráfico AII-19 Evolución comparada de valores atípicos del UBS.

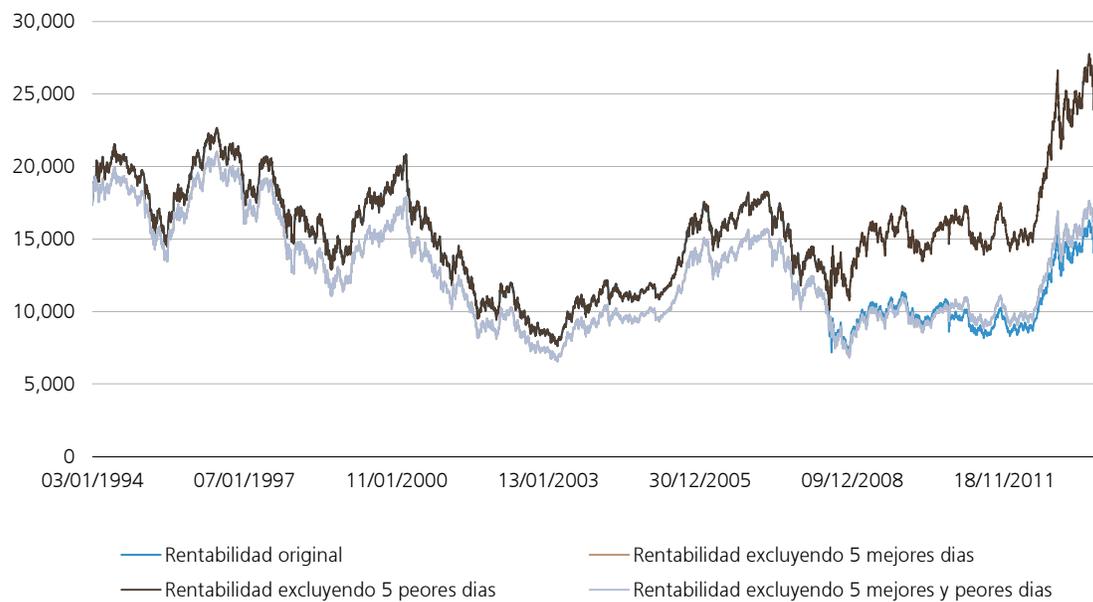


Caso 8: NIKKEI 225.

Tabla AII-7 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del NIKKEI 225.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	17.370,0	17.370,0	-	0%	17.370,00	-	0%	17.370,00	-	0%
Valor Final	13.996,8	15.151,7	1.154,9	8%	23.855,26	9.858,4	70%	15.151,67	1.154,9	8%
Rentabilidad total	-19%	-13%	7%	-34%	37%	57%	-292%	-13%	7%	-34%
Rentabilidad anual	-1%	-1%	0%		2%	3%		-1%	0%	

Gráfico AII-20 Evolución comparada de valores atípicos del NIKKEI 225.

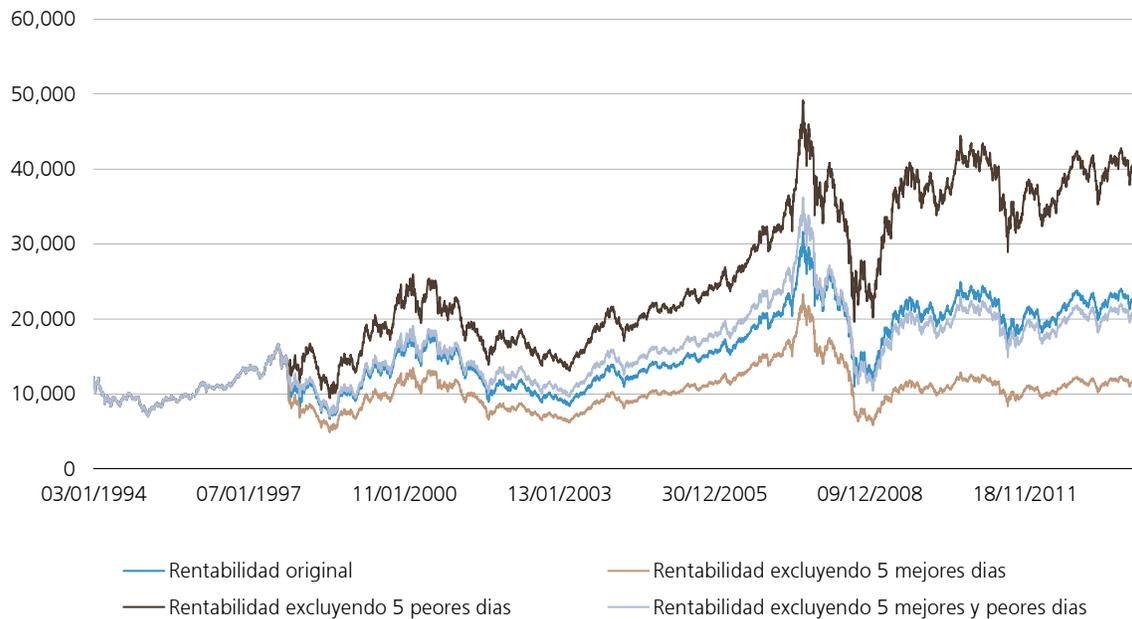


Caso 9: HSI.

Tabla AII-8 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del HSI.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	12.086,5	12.086,5	-	0%	12.086,50	-	0%	12.086,50	-	0%
Valor Final	22.671,3	11.683,7	- 10.987,6	-48%	40.367,43	17.696,2	78%	20.803,39	- 1.867,9	-8%
Rentabilidad total	88%	-3%	-91%	-104%	234%	146%	167%	72%	-15%	-18%
Rentabilidad anual	4%	0%	-4%		12%	7%		4%	-1%	

Gráfico AII-21 Evolución comparada de valores atípicos del HSI.

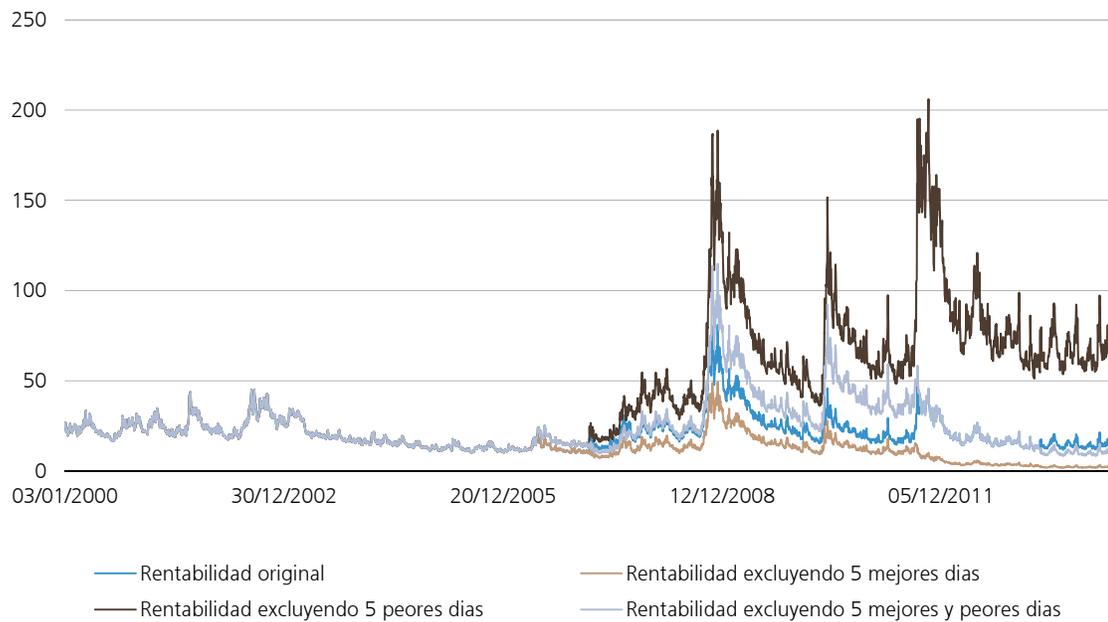


Caso 10: VIX.

Tabla AII-9 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del VIX.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios				
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %		
Valor Inicial	24,2	24,2	-	0%	24,21	-	0%	24,21	-	0%		
Valor Final	15,6	2,4	-	13,2	-85%	70,76	55,1	353%	10,96	-	4,6	-30%
Rentabilidad total	-36%	-90%	-54%	153%	192%	228%	-641%	-55%	-19%	54%		
Rentabilidad anual	-2%	-6%	-4%		13%	16%		-4%	-1%			

Gráfico AII-22 Evolución comparada de valores atípicos del VIX.

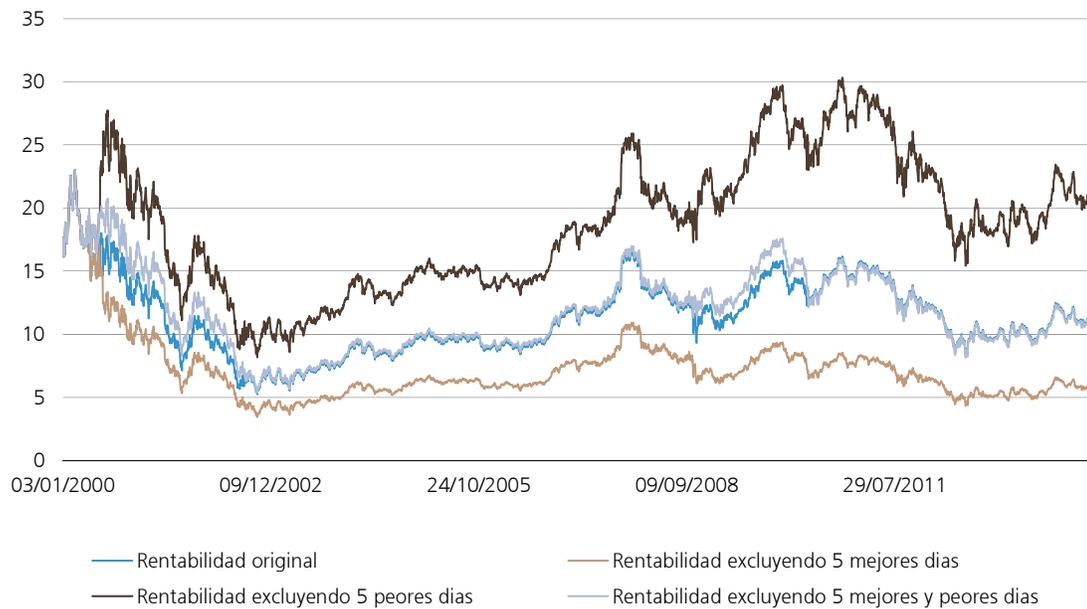


Caso 11: Telefónica.

Tabla AII-10 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos de Telefónica

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios				
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %		
Valor Inicial	17,7	17,7	-	0%	17,66	-	0%	17,66	-	0%		
Valor Final	11,3	6,0	-	5,4	-47%	21,28	9,9	88%	11,24	-	0,1	-1%
Rentabilidad total	-36%	-66%	-30%	85%	20%	56%	-157%	-36%	-1%	2%		
Rentabilidad anual	-3%	-5%	-2%		1%	4%		-3%	0%			

Gráfico AII-23 Evolución comparada de valores atípicos de Telefónica.

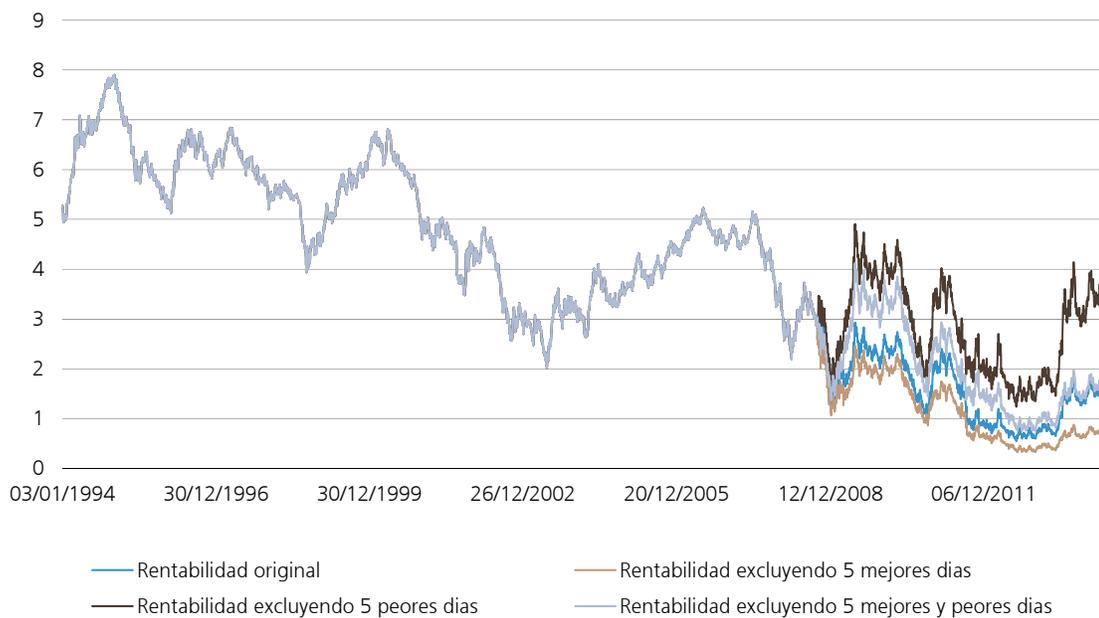


Caso 12: Bono EE.UU. con vencimiento a 5 años.

Tabla AII-11 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Bono EE.UU. con vencimiento a 5 años.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	5,3	5,3	-	0%	5,28	-	0%	5,28	-	0%
Valor Final	1,6	0,8	-0,8	-52%	3,60	2,0	125%	1,72	0,1	8%
Rentabilidad total	-70%	-86%	-16%	23%	-32%	38%	-54%	-67%	2%	-3%
Rentabilidad anual	-3%	-4%	-1%		-2%	2%		-3%	0%	

Gráfico AII-24 Evolución comparada de valores atípicos del Bono EE.UU. con vencimiento a 5 años

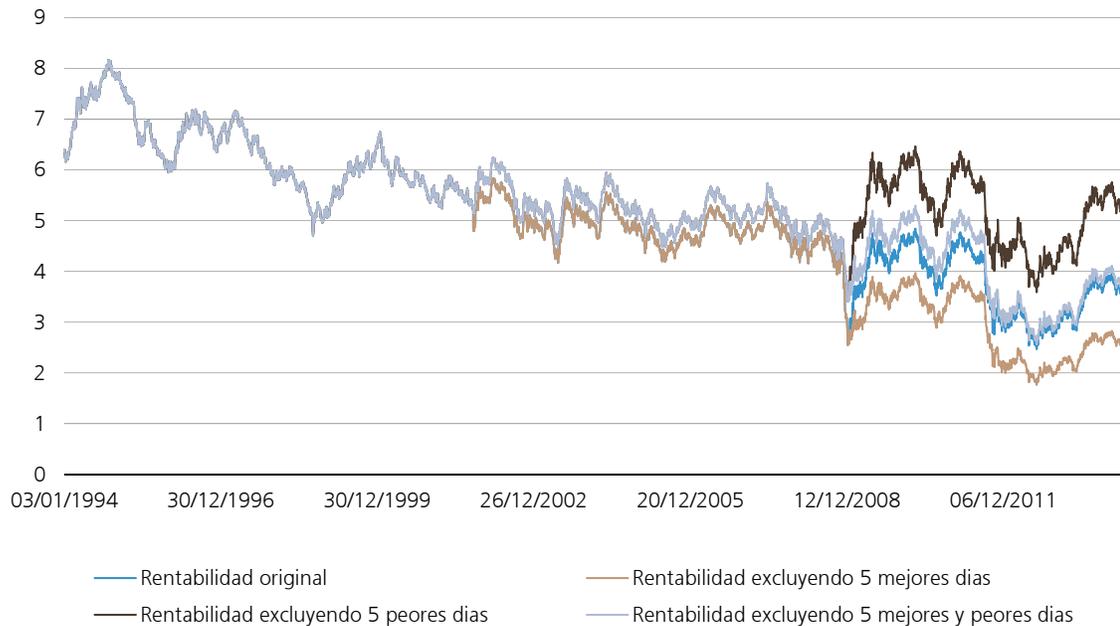


Caso 13: Bono EE.UU. con vencimiento a 30 años.

Tabla AII-12 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del Bono EE.UU. con vencimiento a 30 años.

	Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios			Excluyendo los peores 5 resultados diarios			Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios		
		Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %	Valores	diferencia abs	diferencia %
Valor Inicial	6,4	6,4	-	0%	6,40	-	0%	6,40	-	0%
Valor Final	3,5	2,5	1,0	-29%	5,06	1,6	45%	3,61	0,1	4%
Rentabilidad total	-46%	-61%	-16%	34%	-21%	25%	-54%	-44%	2%	-5%
Rentabilidad anual	-2%	-3%	-1%		-1%	1%		-2%	0%	

Gráfico AII-25 Evolución comparada de valores atípicos del Bono EE.UU. con vencimiento a 30 años

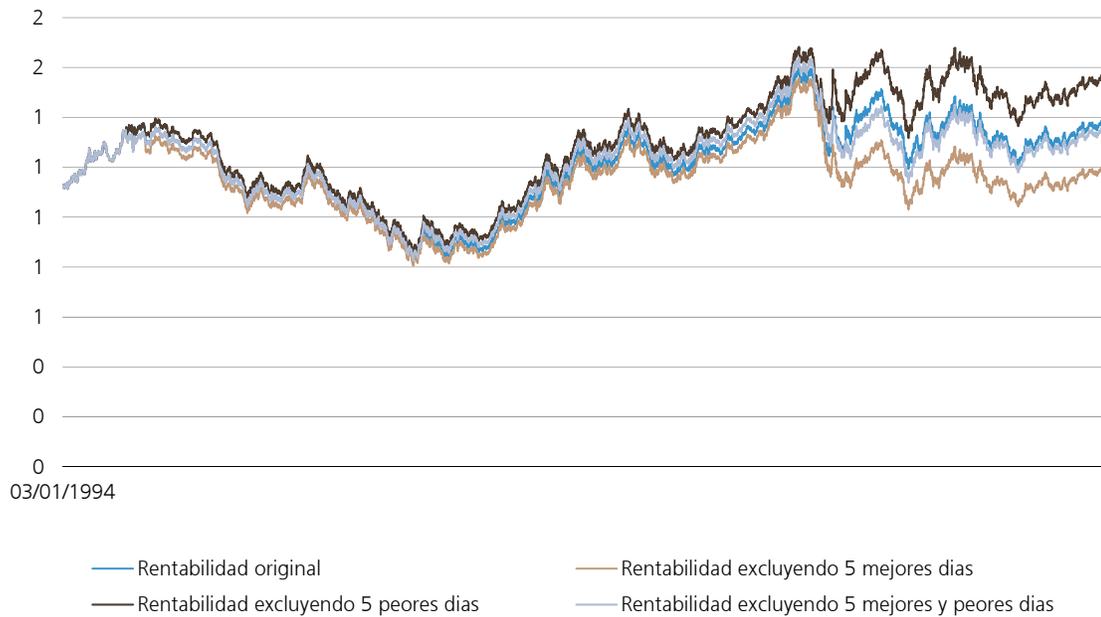


Caso 14: Tipo de cambio Euro / Dólar.

Tabla AII-13 Porcentaje del impacto en la rentabilidad original excluyendo valores extremos del tipo de cambio Euro / Dólar.

Rentabilidad original	Excluyendo los mejores 5 resultados diarios				Excluyendo los peores 5 resultados diarios				Excluyendo los mejores y peores 5 resultados diarios			
	Valores	diferencia abs	diferencia %		Valores	diferencia abs	diferencia %		Valores	diferencia abs	diferencia %	
1,1	1,1	-	0%		1,12	-	0%		1,12	-	0%	
1,4	1,2	-	0,2	-14%	1,56	0,2	13%		1,35	-	0,0	-2%
Rentabilidad total	23%	6%	-17%	-73%	39%	16%	70%		20%	-3%	-12%	
Rentabilidad anual	1%	0%	-1%		2%	1%			1%	0%		

Gráfico AII-26 Evolución comparada de valores atípicos del tipo de cambio Euro / Dólar.



AII-3. Relación entre el índice de fractalidad y la sensibilidad a los valores extremos.

Tabla AII-14 Valores medios de cada tramo según la diferencia entre la rentabilidad acumulada original y la simulación excluyendo los casos atípicos.

Tramos según la diferencia entre la rentabilidad original y la obtenida al excluir casos atípicos	# Activos considerados	Promedio de la diferencia de la rentabilidad original vs excluir los mejores y peores 5 resultados diarios %	Promedio de Coeficiente de Hurst	Promedio de Índice de Fractalidad
0%-10%	6	5%	0,495	1,505
10%-20%	5	14%	0,576	1,424
>20%	3	93%	0,457	1,376
Total general	14	27%	0,516	1,449

AII-4. Contrastación para el IBEX 35 de la validez de la propuesta de inversión contraria referida a la consideración de los casos atípicos.

La teoría contraria referida al Análisis Técnico establece que los inversores institucionales aprovechan los episodios de caídas pronunciadas para tomar posiciones en el mercado, lo que permite en el corto plazo recuperar el nivel de precios anterior a la caída.

Esta propuesta sirve también como base a la no consideración de los valores atípicos en el análisis histórico de la evolución de los precios (Nathan 2003). En su estudio analizaba, para el mercado bursátil americano, la evolución posterior de los precios tras los grandes eventos geopolíticos del siglo XX.

Con el objetivo de reforzar la línea de investigación desarrollada en el presente trabajo en el que se defiende la relevancia de la consideración de los casos atípicos se realiza un breve análisis de contraste aplicado al IBEX 35 sobre la validez de la propuesta de no consideración de estos valores alejados del valor medio. Para ello se consideran los precios y rentabilidades diarias del período comprendido entre 1986 y 2015 y cuya evolución queda reflejada en el gráfico AII-26.

Gráfico AII-27 Evolución diaria de la cotización del IBEX 35 desde 01.01.1987 hasta 30.09.2015.



Considerando los valores que establece una distribución normal de los resultados de la rentabilidad, se establece como superior a dos veces la desviación típica aquellos días con una caída superior al 5%. Esta rentabilidad está calculada considerando el cierre del día en relación al cierre del día anterior. Deja por tanto fuera del análisis los casos en los que la rentabilidad negativa superior al 5% se obtiene en el período intradía.

Posteriormente se analiza la rentabilidad obtenida durante tres rangos posteriores al día de la caída. Se calcula la evolución experimentada por el IBEX 35 transcurridos 15, 30 y 60 días y se contrasta en qué casos el precio del activo se ha recuperado. Tal y como muestra la tabla AII-15, se clasifican los resultados de acuerdo a tres grupos:

- En rojo los casos en los que tras el período establecido el mercado mantiene una caída superior al 5%.
- En amarillo los casos en los que tras el período establecido el mercado mantiene una situación +/- 5% al valor inicial.
- En verde los casos en los que tras el período establecido el mercado mantiene una rentabilidad superior al 5% comprada con el valor inicial.

Tabla AII-15. Caídas diarias superiores al 5% y la evolución del índice IBEX 35, 15/30/60 días después desde el 01.01.1987 hasta el 30.09.2015.

15			30			60		
dia	VL_dia T1	RtB	dia	VL_dia T2	RtB	dia	VL_dia T3	RtB
05/11/1987	111,59	-18%	20/11/1987	101,39	-25%	20/12/1987	112,13	-17%
11/11/1987	103,63	-11%	26/11/1987	102,36	-12%	26/12/1987	113,83	-3%
13/11/1987	108,08	2%	28/11/1987	103,65	-2%	28/12/1987	108,64	3%
25/11/1987	102,54	-3%	10/12/1987	102,94	-3%	09/01/1988	117,62	11%
31/10/1989	141,76	1%	15/11/1989	135,77	-4%	15/12/1989	139,34	-1%
21/08/1990	108,86	-5%	05/09/1990	109,60	-4%	05/10/1990	99,04	-13%
03/09/1991	126,45	11%	18/09/1991	126,72	11%	18/10/1991	125,37	10%
19/03/1996	170,24	1%	03/04/1996	176,96	5%	03/05/1996	184,50	9%
05/09/1998	378,80	-11%	20/09/1998	346,60	-19%	20/10/1998	393,20	-8%
11/09/1998	350,20	-10%	26/09/1998	362,08	-7%	26/10/1998	384,72	-1%
25/09/1998	362,08	1%	10/10/1998	335,36	-7%	09/11/1998	413,22	15%
06/10/1998	343,79	5%	21/10/1998	385,89	18%	20/11/1998	428,53	31%
16/10/1998	384,16	19%	31/10/1998	399,82	23%	30/11/1998	438,23	35%
28/01/1999	446,72	5%	12/02/1999	442,50	4%	14/03/1999	458,64	8%
29/09/2001	332,30	6%	14/10/2001	343,17	9%	13/11/2001	380,88	21%
14/08/2002	277,36	-3%	29/08/2002	289,45	1%	28/09/2002	255,82	-11%
05/02/2008	582,22	1%	20/02/2008	594,29	4%	21/03/2008	589,01	3%
20/02/2008	594,29	2%	06/03/2008	581,70	0%	05/04/2008	629,10	8%
21/10/2008	445,02	-9%	05/11/2008	442,74	-9%	05/12/2008	385,79	-21%
23/10/2008	400,33	-14%	07/11/2008	424,51	-9%	07/12/2008	385,79	-18%
25/10/2008	379,52	-7%	09/11/2008	424,51	4%	09/12/2008	411,77	1%
30/10/2008	400,86	-9%	14/11/2008	401,28	-9%	14/12/2008	407,79	-8%
06/11/2008	414,99	2%	21/11/2008	362,31	-11%	21/12/2008	421,10	3%
08/11/2008	424,51	12%	23/11/2008	362,31	-5%	23/12/2008	412,02	9%
21/11/2008	362,31	-13%	06/12/2008	385,79	-7%	05/01/2009	438,17	6%
19/02/2010	485,08	4%	06/03/2010	500,67	8%	05/04/2010	502,86	8%
19/05/2010	426,01	-5%	03/06/2010	421,45	-6%	03/07/2010	420,30	-6%
29/05/2010	428,24	1%	13/06/2010	434,43	3%	13/07/2010	466,13	10%
14/07/2010	466,99	12%	29/07/2010	484,30	16%	28/08/2010	461,07	11%
25/08/2011	377,06	4%	09/09/2011	359,39	-1%	09/10/2011	399,75	10%
04/08/2012	306,94	8%	19/08/2012	343,53	21%	18/09/2012	366,12	29%
17/08/2012	343,53	19%	01/09/2012	337,14	16%	01/10/2012	353,66	22%
08/09/2015	448,26	1%	23/09/2015	456,06	3%	23/10/2015	456,06	3%

El análisis muestra como la evolución del IBEX 35 no responde a un patrón definido existiendo una proporción más elevada de casos amarillos, pero en los que también existen numerosos casos rojos y verdes.

Anexo III

Relacionados con el análisis del sentimiento del inversor

AIII-1. Estadísticos de las variables semanales de los activos financieros y el sentimiento de mercado.

Tabla AIII-1 Estadísticos de valores de mercado en base semanal.

		S&P 500	Nasda q 100	IBEX 35	Eurost oxx 50	FTSE 100	SMI	Nikke i 225	HSI	UBS	Telefó nica	Bono EEUU vto. 5 años	Bono EEUU vto. 30 años	Tipo cambi o Euro / Dólar	VIX
Número de Observaciones	Válidos	738	738	738	738	738	738	738	738	720	738	738	738	738	738
	Péridos	0	0	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0
Media		0,07%	0,08%	0,04%	-0,01%	0,03%	0,05%	0,02%	0,10%	-0,01%	0,02%	-0,01%	-0,03%	0,05%	0,63%
Mediana		0,28%	0,40%	0,25%	0,26%	0,19%	0,24%	0,22%	0,23%	0,20%	0,00%	-0,34%	-0,21%	0,10%	-0,78%
Moda		-18,3%	-16,5%	-10,4%	-12,6%	-11,4%	-13,9%	-17,9%	-12,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	-1,0%	-3,4%
Desviación típica		0,03	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03	0,06	0,04	0,06	0,03	0,01	0,12
Varianza		6,56	14,42	9,39	8,72	5,74	5,73	9,50	10,23	40,21	15,18	37,73	9,32	1,94	#####
Kurtosis		10,16	2,92	1,40	2,29	3,12	4,09	2,21	1,71	32,28	1,77	2,80	5,01	1,05	4,69
Rango de datos		36%	32%	22%	26%	22%	27%	28%	28%	120%	30%	52%	31%	12%	113%
Valor mínimo		-18,3%	-16,5%	-10,4%	-12,6%	-11,4%	-13,8%	-17,9%	-12,5%	-66,7%	-13,4%	-26,1%	-17,5%	-5,4%	-35,2%
Valor máximo		18,0%	15,1%	11,6%	13,5%	10,4%	13,0%	10,4%	15,6%	53,1%	16,1%	26,0%	13,6%	6,7%	77,9%
Percentiles	25	-1,1%	-1,7%	-1,7%	-1,6%	-1,1%	-1,0%	-1,7%	-1,8%	-2,3%	-2,0%	-3,1%	-1,6%	-0,9%	-7,0%
	50	0,3%	0,4%	0,3%	0,3%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,0%	-0,3%	-0,2%	0,1%	-0,8%
	75	1,5%	2,1%	1,8%	1,6%	1,3%	1,4%	2,1%	2,0%	2,5%	2,1%	2,6%	1,7%	1,0%	6,6%

Tabla AIII-2 Estadísticos de valores del sentimiento de mercado en base semanal.

		Evolución semanal sentimiento			
		% de respuestas optimistas	% de respuestas neutrales	% de respuestas pesimistas	diferencia entre las respuestas optimistas y pesimistas
Número de Observaciones	Válidos	738	738	738	738
	Péridos	0	0	0	0
Media		2,33%	3,41%	4,76%	-25,95%
Mediana		-0,76%	-0,61%	0,14%	-23,53%
Moda		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Desviación típica		0,228	0,282	0,349	2,686
Varianza		520,45	794,48	1.219,26	72.151,01
Kurtosis		2,84	6,68	15,63	20,26
Rango de datos		171,36%	263,08%	387,91%	4116,21%
Valor mínimo		-47,82%	-63,08%	-76,13%	-2125,20%
Valor máximo		123,54%	200,00%	311,79%	1991,01%
Percentiles	25	-12,66%	-13,83%	-16,81%	-100,00%
	50	-0,76%	-0,61%	0,14%	-23,53%
	75	15,19%	16,74%	19,59%	35,67%

Análisis de distribución de frecuencias

Gráfico AIII-1 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores optimistas.

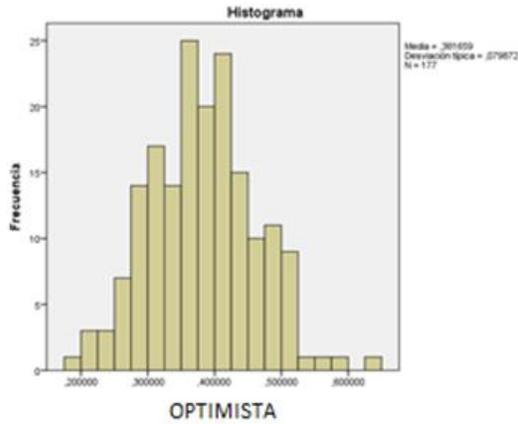


Gráfico AIII-2 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores neutrales.

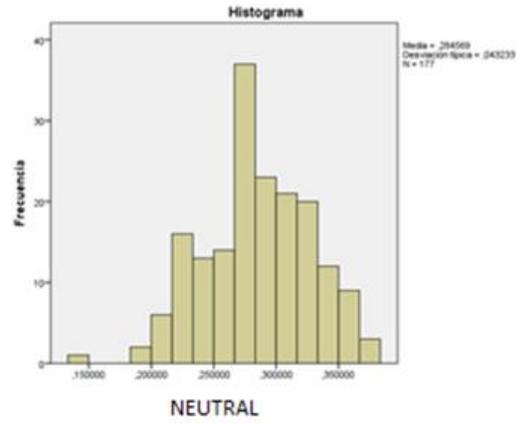


Gráfico AIII-3 Distribución resultados porcentaje de respuestas de inversores pesimistas.

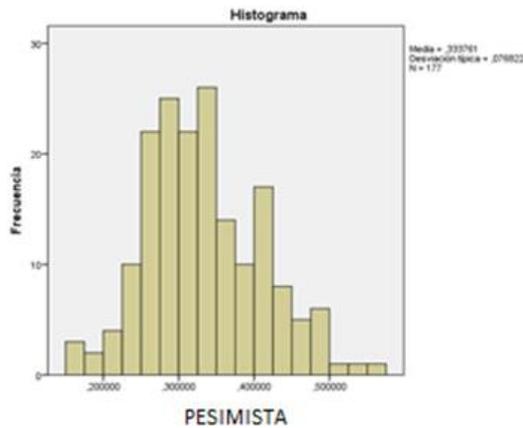
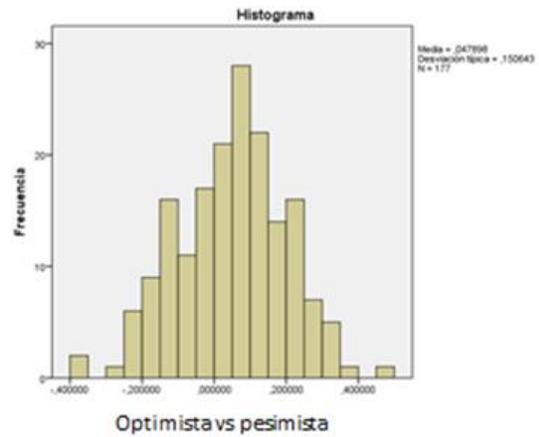


Gráfico AIII-4 Distribución resultados diferencia del porcentaje entre inversores optimistas y pesimistas.



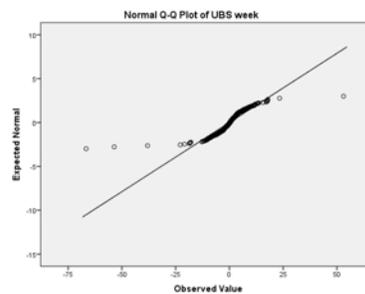
AIII-2. Análisis gráfico de la normalidad de las variables semanales de los activos financieros y el sentimiento de mercado.

En primer lugar se analizan los gráficos correspondientes a los dos activos cuyos resultados han obtenido los valores más divergentes en el estudio sobre la adecuación a la distribución normal; UBS AG y tipo de cambio Euro / Dólar.

Acción de UBS.

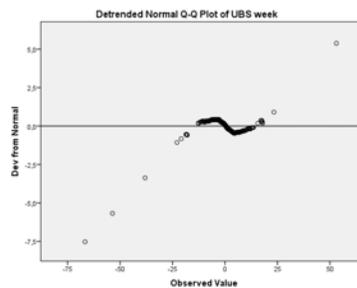
Existen numerosos valores que no se encuentran alineados con la línea que corresponden a la distribución normal.

Gráfico AIII-5 Q-Q sobre evolución semanal de UBS.



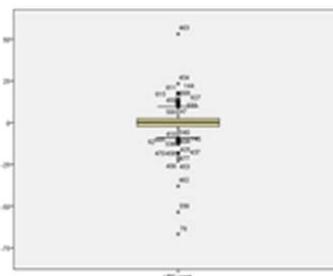
Existen numerosos valores que no se encuentran alineados con la línea que corresponden a la distribución normal en la que se encuentra neutralizada las tendencias.

Gráfico AIII-6 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de UBS.



El gran número de casos atípicos, así como la distancia relativa a la media de la distribución explican este comportamiento

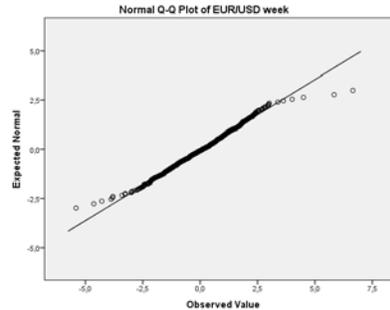
Gráfico AIII-7 valores atípicos de evolución semanal de UBS.



Evolución tipo de cambio Euro / Dólar

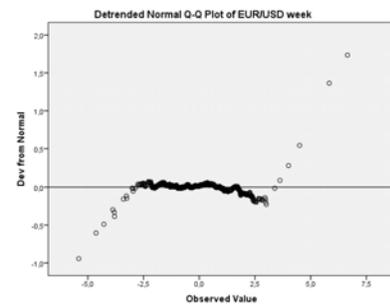
La mayor parte de las observaciones se encuentran junto a la línea que corresponde a la distribución normal.

Gráfico AIII-8 Q-Q sobre evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.



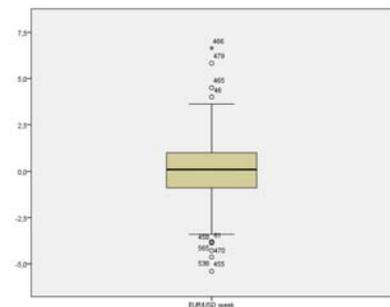
La mayor parte de las observaciones se encuentran junto a la línea que corresponde a la distribución normal.

Gráfico AIII-9 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.



Existe poca cantidad de casos atípicos al tiempo que los mismos no distan en exceso de los valores medios de la serie.

Gráfico AIII-10 valores atípicos de evolución semanal del tipo de cambio Euro / Dólar.



Detalle del resto de activos.

Gráfico AIII-11 Q-Q sobre evolución semanal de NASDAQ 100.

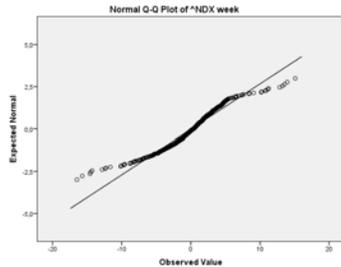


Gráfico AIII-12 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de NASDAQ 100.

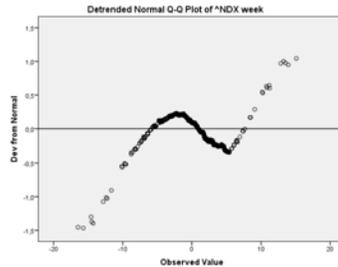


Gráfico AIII-13 valores atípicos de evolución semanal de NASDAQ 100.

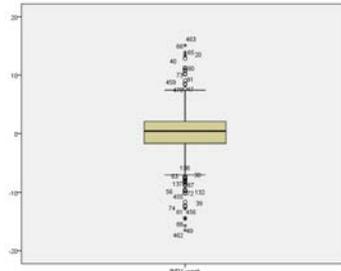


Gráfico AIII-14 Q-Q sobre evolución semanal de IBEX 35.

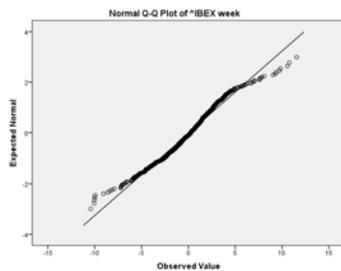


Gráfico AIII-15 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de IBEX 35.

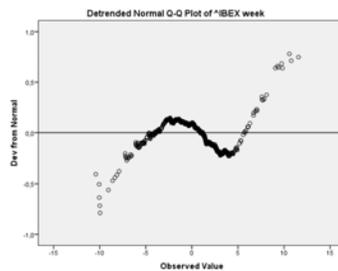


Gráfico AIII-16 valores atípicos de evolución semanal de IBEX 35.

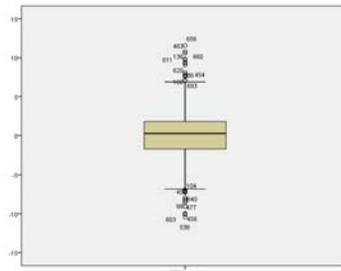


Gráfico AIII-17 Q-Q sobre evolución semanal de Eurostoxx 50.

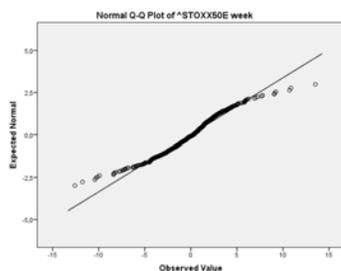


Gráfico AIII-18 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de Eurostoxx 50.

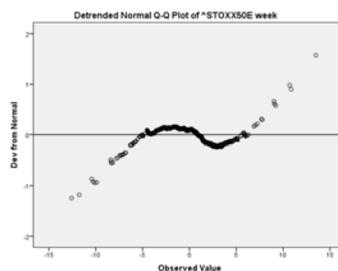


Gráfico AIII-19 valores atípicos de evolución semanal de Eurostoxx 50.

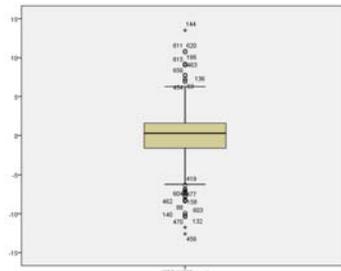


Gráfico AIII-20 Q-Q sobre evolución semanal de FTSE 100.

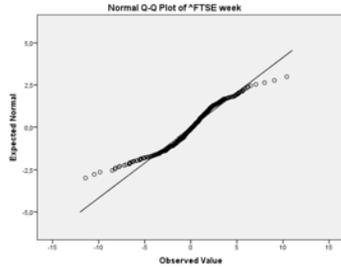


Gráfico AIII-21 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de FTSE 100

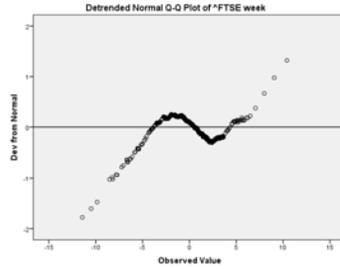


Gráfico AIII-22 valores atípicos de evolución semanal de FTSE 100.

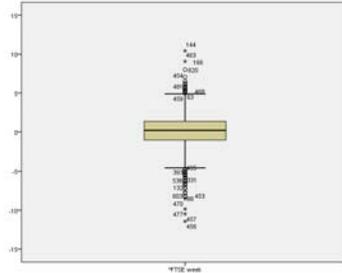


Gráfico AIII-23 Q-Q sobre evolución semanal de S&P 500.

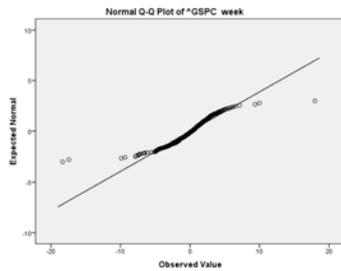


Gráfico AIII-24 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de S&P 500.

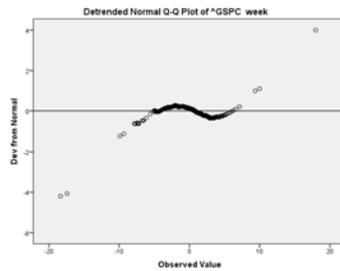


Gráfico AIII-25 valores atípicos de evolución semanal de S&P 500.

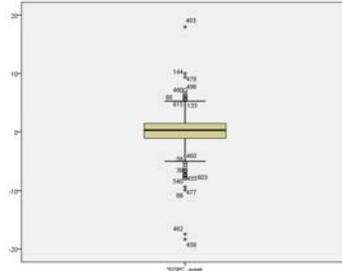


Gráfico AIII-26 Q-Q sobre evolución semanal de SMI.

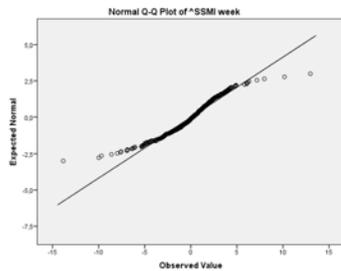


Gráfico AIII-27 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de SMI.

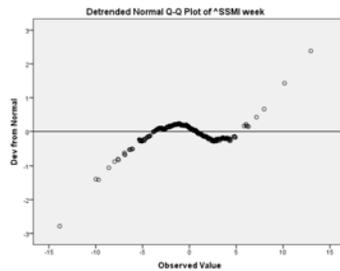


Gráfico AIII-28 valores atípicos de evolución semanal de SMI.

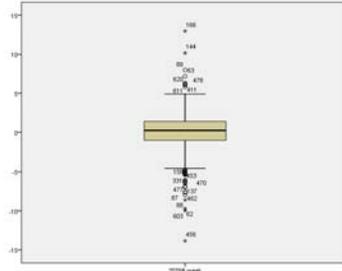


Gráfico AIII-29 Q-Q sobre evolución semanal de Telefónica.

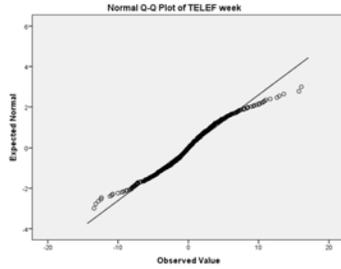


Gráfico AIII-30 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de Telefónica.

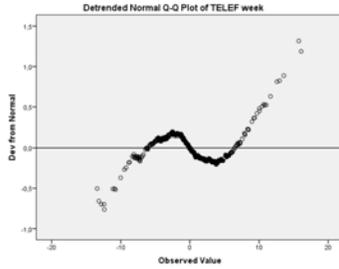


Gráfico AIII-31 valores atípicos de evolución semanal de Telefónica.

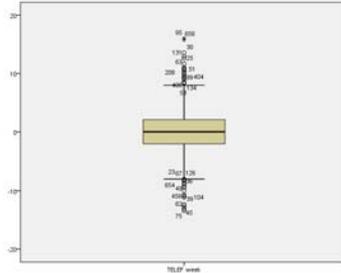


Gráfico AIII-32 Q-Q sobre evolución semanal de NIKKEI 225.

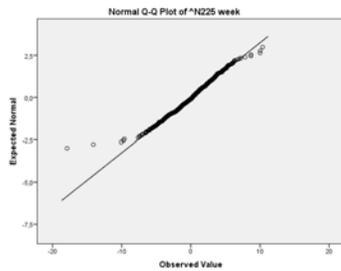


Gráfico AIII-33 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de NIKKEI 225.

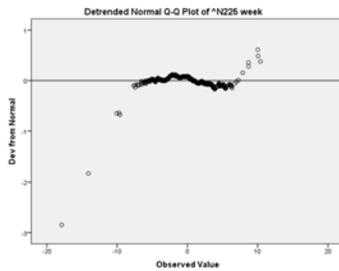


Gráfico AIII-34 valores atípicos de evolución semanal de NIKKEI 225.

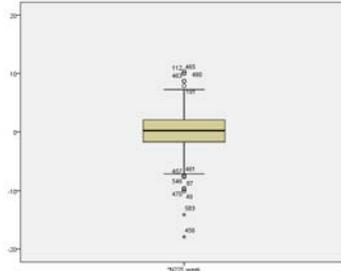


Gráfico AIII-35 Q-Q sobre evolución semanal de HSI.

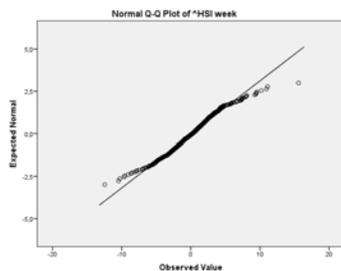


Gráfico AIII-36 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de HSI.

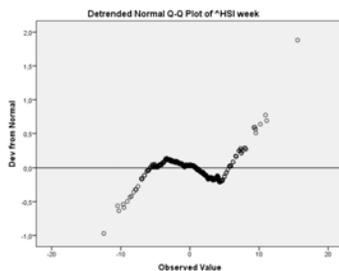


Gráfico AIII-37 valores atípicos de evolución semanal de HSI.

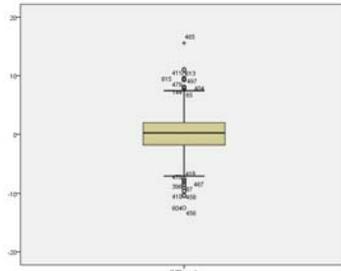


Gráfico AIII-38 Q-Q sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.

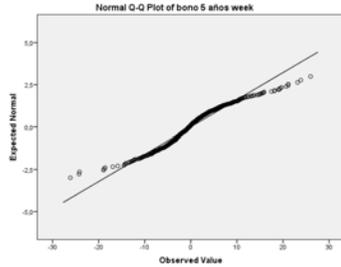


Gráfico AIII-39 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.

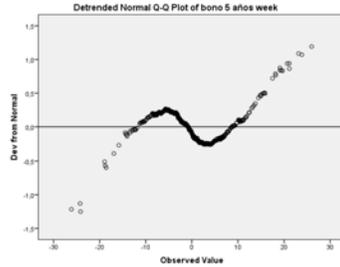


Gráfico AIII-40 valores atípicos de evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 5 años.

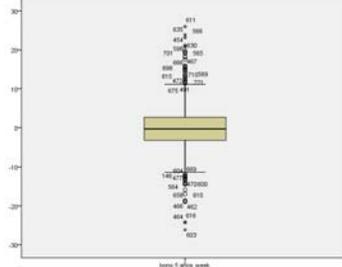


Gráfico AIII-41 Q-Q sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.

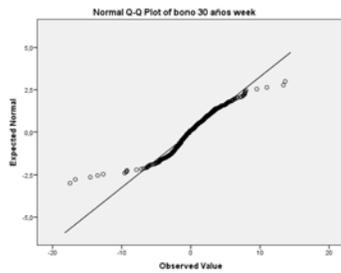


Gráfico AIII-42 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.

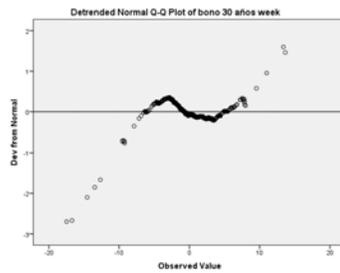


Gráfico AIII-43 valores atípicos de evolución semanal del bono EE.UU. vto. a 30 años.

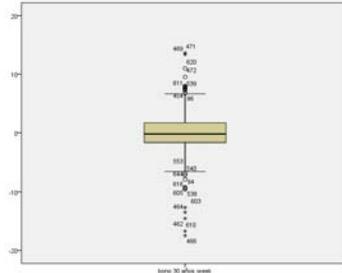


Gráfico AIII-44 Q-Q sobre evolución semanal de VIX.

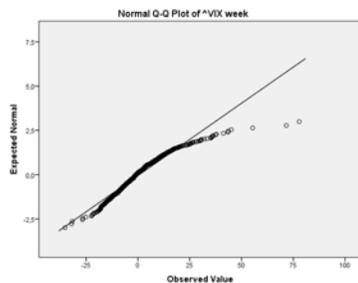


Gráfico AIII-45 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de VIX.

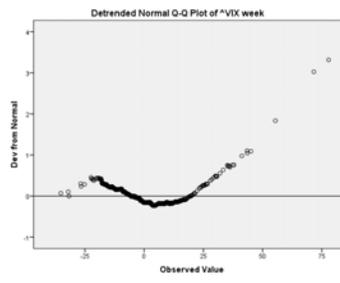


Gráfico AIII-46 valores atípicos de evolución semanal de VIX.

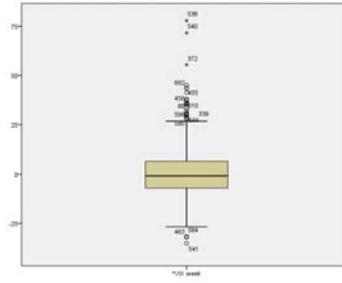


Gráfico AIII-47 Q-Q sobre evolución semanal de porcentaje inversores optimistas.

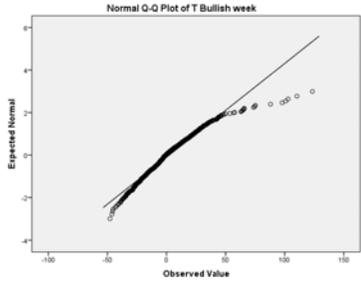


Gráfico AIII-48 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de porcentaje inversores optimistas.

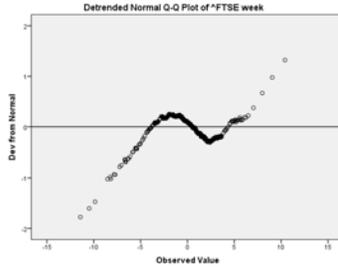


Gráfico AIII-49 valores atípicos de evolución semanal de porcentaje inversores optimistas.

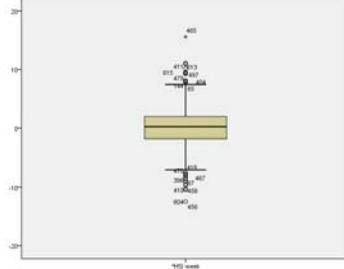


Gráfico AIII-50 Q-Q sobre evolución semanal de porcentaje inversores neutrales.

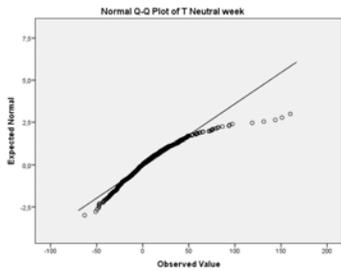


Gráfico AIII-51 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de porcentaje inversores neutrales.

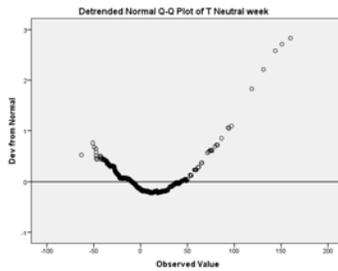


Gráfico AIII-52 valores atípicos de evolución semanal de porcentaje inversores neutrales.

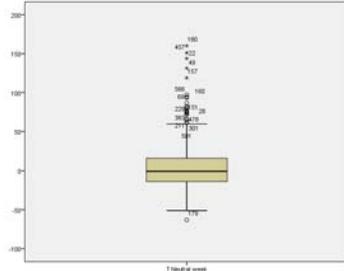


Gráfico AIII-53 Q-Q sobre evolución semanal de porcentaje inversores pesimistas.

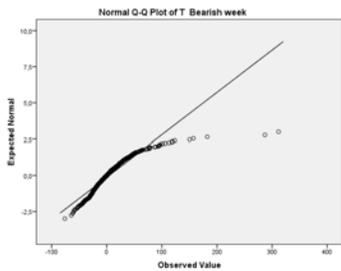


Gráfico AIII-54 Q-Q sin tendencias sobre evolución semanal de porcentaje inversores pesimistas.

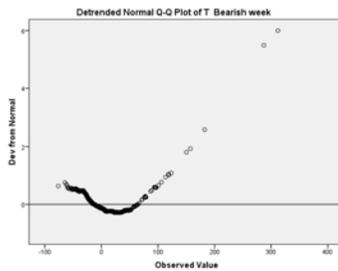


Gráfico AIII-55 valores atípicos de evolución semanal de porcentaje inversores pesimistas.

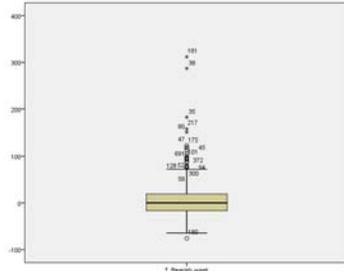


Gráfico AIII-56 Q-Q sobre evolución semanal de la diferencia entre inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.

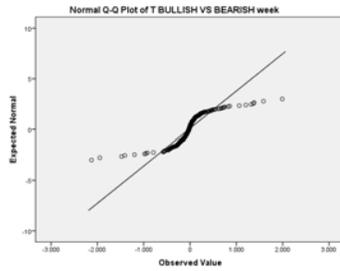


Gráfico AIII-57 Q-Q sin tendencias sobre evolución de la diferencia entre inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.

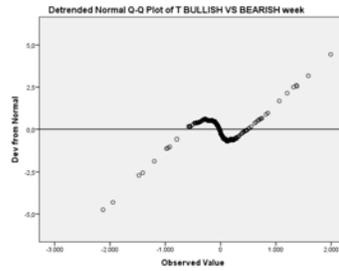
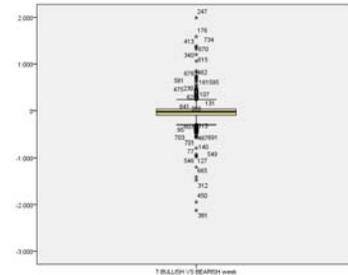


Gráfico AIII-58 valores atípicos de evolución semanal de la diferencia entre inversores optimistas y el porcentaje de inversores pesimistas.



AIII-3. Detalle de cálculo del coeficiente de Hurst para las variables relacionadas con el sentimiento del inversor.

Variable de sentimiento optimista, comprador, o *bulling*.

Gráfico AIII-59 Evolución de porcentaje de inversores con sentimiento comprador.

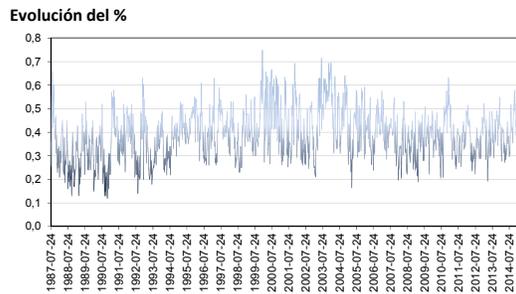
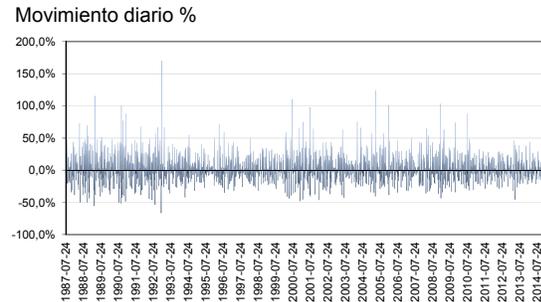


Gráfico AIII-60 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento comprador.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AIII-61 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.

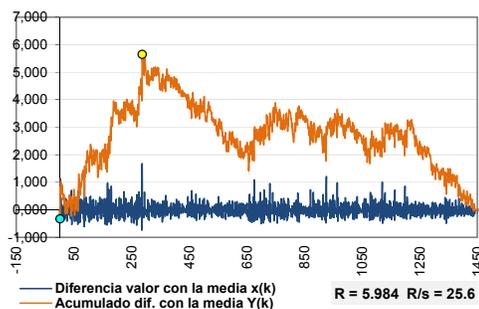
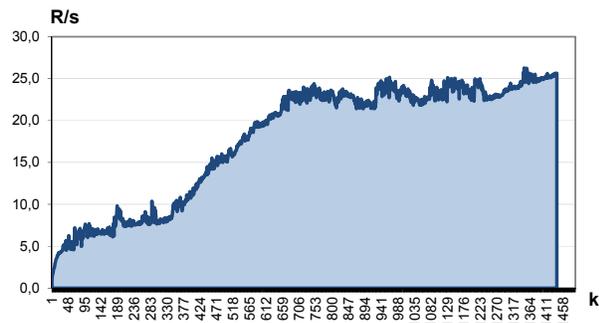
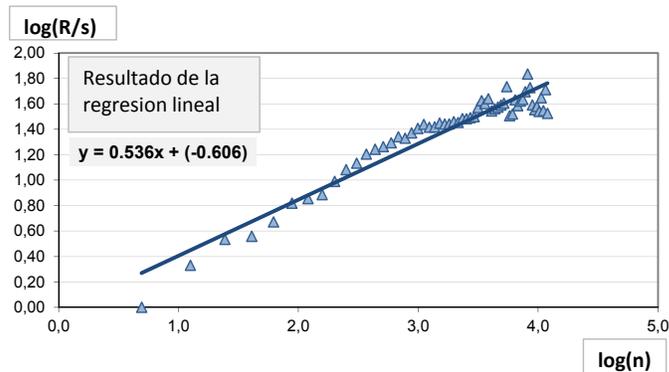


Gráfico AIII-62 Evolución del Rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AIII-63 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento comprador.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AIII-3 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento comprador.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	5,984	0,233	0,536	1,464
mensual	4	1.441	360	5,984	0,233	0,540	1,460
anual	52	1.405	27	5,883	0,235	0,593	1,407
3 años	156	1.249	8	5,521	0,243	0,698	1,302
Valores medios				5,843	0,236	0,592	1,408

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,536 – 0,698 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución persistente.

Variable de sentimiento pesimista, vendedor, o *bearing*.

Gráfico AIII-64 Evolución de porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.

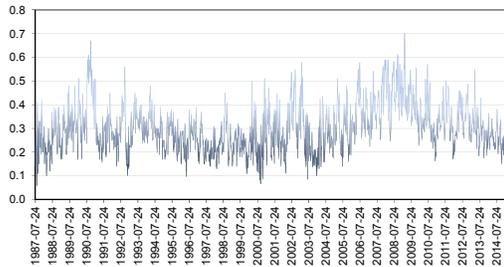
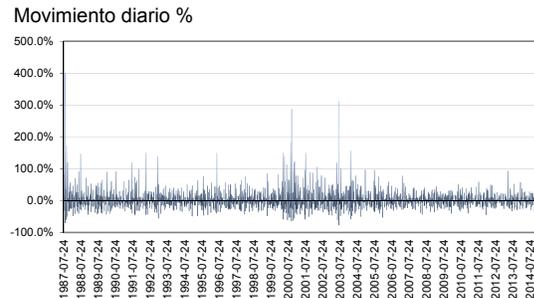


Gráfico AIII-65 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento vendedor.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AIII-66 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.

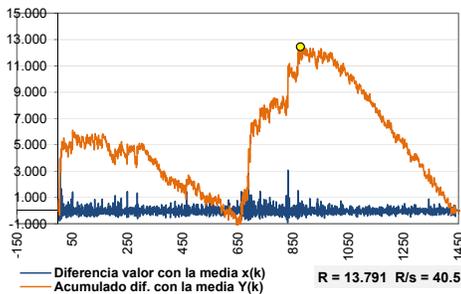
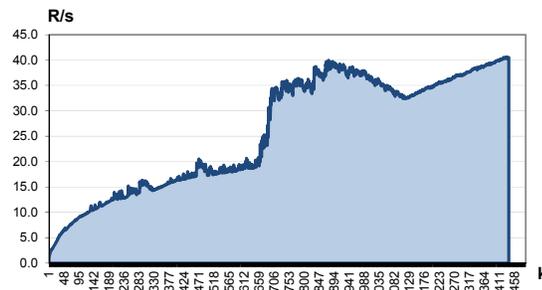
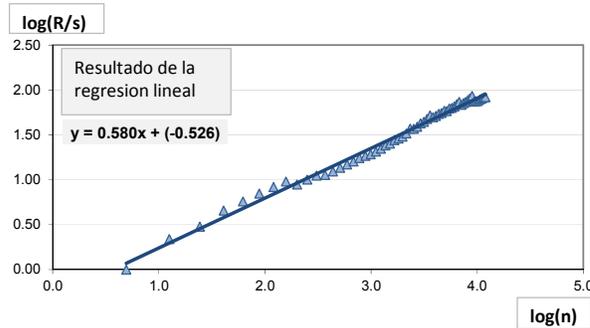


Gráfico AIII-67 Evolución del Rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AIII-68 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AIII-4 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coefficiente de Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	13,791	0,341	0,580	1,420
mensual	4	1.441	360	13,791	0,341	0,581	1,419
anual	52	1.405	27	13,697	0,343	0,599	1,401
3 años	156	1.405	9	13,697	0,343	0,626	1,374
Valores medios				13,744	0,342	0,597	1,403

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,580 – 0,626 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución persistente.

Variable de sentimiento neutral.

Gráfico AIII-69 Evolución de porcentaje de inversores con sentimiento neutral.

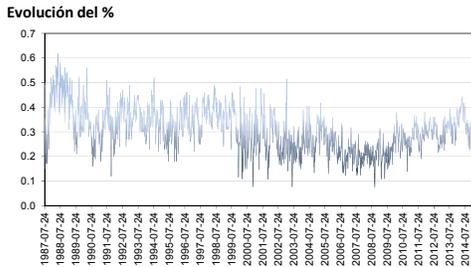
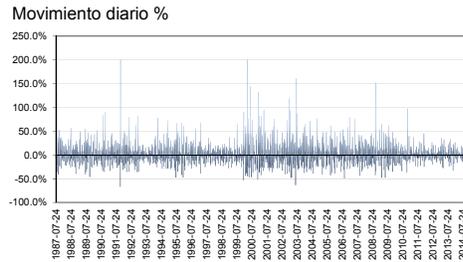


Gráfico AIII-70 Evolución de evolución del cambio diario de inversores con sentimiento neutral.



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

Gráfico AIII-71 Evolución de la serie en relación a la media del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.

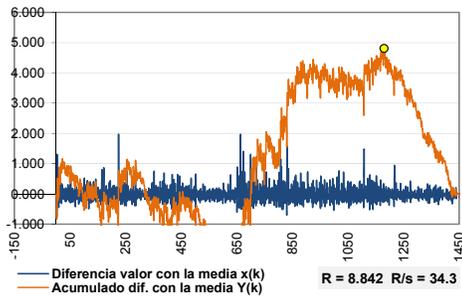
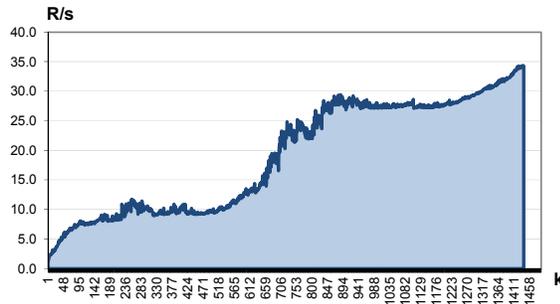
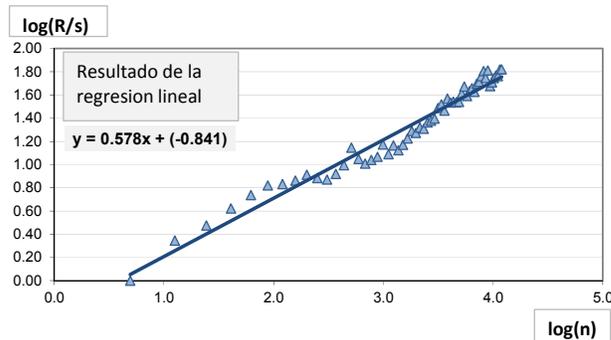


Gráfico AIII-72 Evolución del Rango reescalado del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AIII-73 Regresión lineal para el cálculo de Hurst del porcentaje de inversores con sentimiento neutral.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AIII-5 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para el porcentaje de inversores con sentimiento vendedor.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	8,842	0,258	0,578	1,422
mensual	4	1.441	360	8,842	0,258	0,582	1,418
anual	52	1.405	27	8,507	0,261	0,613	1,387
3 años	156	1.405	9	8,507	0,261	0,713	1,287
Valores medios				8,675	0,259	0,622	1,378

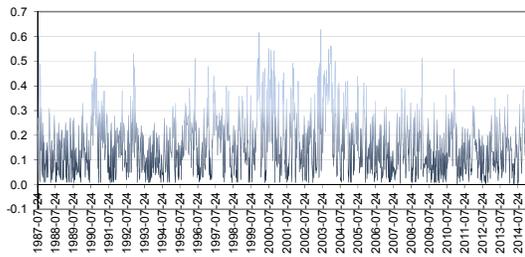
Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,578 – 0,713 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución persistente.

Variable de diferencia entre el valor optimista y pesimista.

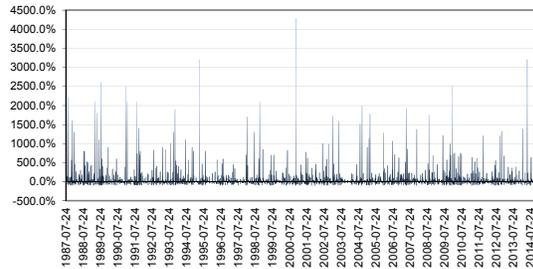
Gráfico AIII-74 Evolución de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.

Gráfico AIII-75 cambio diario de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.

Evolución del %



Movimiento diario %



A continuación mostramos la representación gráfica para la partición más completa analizada (regularidad diaria), los gráficos correspondientes a la evolución de la serie en relación a la media y a la media acumulada, así como la evolución del rango reescalado de la serie.

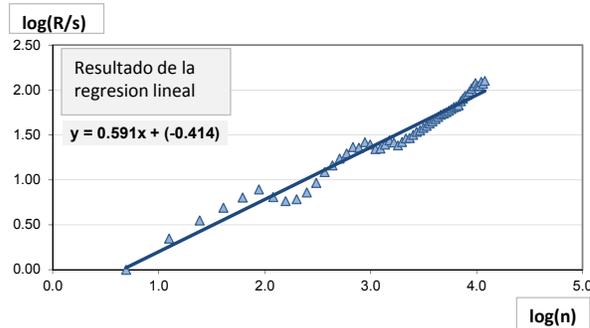
Gráfico AIII-76 Evolución de la serie en relación a la media de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.

Gráfico AIII-77 Evolución del Rango reescalado de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.



Como paso final al cálculo del indicador para este activo adjuntamos la representación del resultado de la regresión simple que permite la obtención del coeficiente de Hurst de la partición.

Gráfico AIII-78 Regresión lineal para el cálculo de Hurst de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.



Por último, utilizando la aplicación desarrollada (ver anexo AIV-6) se realiza el mismo ejercicio para cada uno de las particiones de la serie obteniendo el siguiente cuadro de resultados.

Tabla AIII-6 Cuadro resumen del coeficiente de Hurst para de la diferencia entre el porcentaje de inversores con sentimiento optimista y pesimista.

Tipo	Número de valores por partición	Número de elementos analizados	# Particiones	Rango	Desviación típica	Coeficiente de Hurst	Índice de fractalidad
semanal	1	1.441	1.440	148,253	3,490	0,591	1,409
mensual	4	1.441	360	148,353	3,490	0,591	1,409
anual	52	1.405	27	162,161	3,515	0,599	1,402
3 años	156	1.405	9	162,161	3,525	0,700	1,300
Valores medios				155,232	3,505	0,620	1,380

Resumen de resultados obtenidos: A través de los resultados obtenidos por las diversas particiones realizadas, el índice obtenido 0,591 – 0,700 indica que el comportamiento del índice mantiene una distribución persistente.

AIII-4. Indicadores sentimiento vs mercado. Escenario de correlación

Tabla AIII-7 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la misma semana.

Rentabilidad en base semanal del activo	Rentabilidad en base semanal del activo										Fecha de la encuesta sentiment igual que los datos de mercado								
	S&P500	Nasdaq	IBEX 35	Eurost 5xx50	FTSE 100	SMI	Nikei 225	HSI	UBS	Telefonica	Bono EEUU 5 años	Bono EEUU 30 años	VIX	% positivo a la encuesta	% neutral a la encuesta	% pesimista a la encuesta	diferencia % positivo y negativo		
S&P500	Coef: 1.000	0.844	0.618	0.752	0.721	0.650	0.476	0.544	0.668	0.503	0.341	0.346	0.164	-0.755	0.306	-0.027	-0.257	0.050	
NASDAQ 100	p-valor: 0.000	Coef: 0.844	0.550	0.666	0.592	0.530	0.446	0.530	0.539	0.474	0.322	0.313	0.107	0.000	0.265	0.467	0.000	0.177	
IBEX 35	p-valor: 0.000	Coef: 0.618	Coef: 0.550	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	-0.641	0.265	-0.036	-0.219	0.075	
Eurostoxx50	p-valor: 0.000	Coef: 0.752	0.666	Coef: 0.666	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
FTSE 100	p-valor: 0.000	Coef: 0.721	0.691	0.838	Coef: 0.838	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SMI	p-valor: 0.000	Coef: 0.650	0.653	0.767	0.733	Coef: 0.733	0.514	0.588	0.580	0.547	0.339	0.330	0.088	-0.586	0.273	0.020	-0.260	0.036	
NIKEI 225	p-valor: 0.000	Coef: 0.476	0.463	0.541	0.514	0.459	Coef: 0.521	0.596	0.504	0.302	0.260	0.260	0.022	-0.531	0.292	0.027	-0.266	0.020	
HSI	p-valor: 0.000	Coef: 0.544	0.546	0.546	0.546	0.546	Coef: 1.000	0.471	0.444	0.226	0.232	0.000	0.047	0.000	0.000	0.000	-0.209	0.043	
UBS	p-valor: 0.000	Coef: 0.530	0.545	0.604	0.588	0.521	0.546	Coef: 1.000	0.471	0.444	0.226	0.232	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.209	0.043	
Telefonica	p-valor: 0.000	Coef: 0.668	0.539	0.587	0.630	0.596	0.347	0.471	0.435	0.232	0.280	0.356	0.000	-0.563	0.233	0.846	0.000	0.273	
Bono EEUU 5 años	p-valor: 0.000	Coef: 0.503	0.474	0.818	0.697	0.504	0.336	0.444	0.435	0.245	0.249	0.133	-0.434	0.000	0.216	-0.051	-0.096	0.000	
Bono EEUU 30 años	p-valor: 0.000	Coef: 0.341	0.332	0.348	0.398	0.302	0.281	0.226	0.232	0.245	0.100	0.000	-0.124	0.000	0.117	0.801	0.000	0.167	
Tipo de cambio Euro / Dólar	p-valor: 0.000	Coef: 0.164	0.107	0.150	0.051	0.088	0.022	0.073	0.180	-0.124	-0.003	0.934	1.000	0.000	0.009	0.018	0.799	0.000	
VIX	p-valor: 0.000	Coef: -0.755	-0.641	-0.535	-0.617	-0.586	-0.531	-0.351	-0.365	-0.434	-0.288	-0.268	-0.131	1.000	-0.177	0.003	0.150	-0.051	
% positivo a la encuesta	Coef: 0.306	0.265	0.248	0.270	0.273	0.292	0.252	0.256	0.233	0.216	0.117	0.115	0.050	-0.177	0.000	-0.298	-0.712	0.144	
% neutral a la encuesta	p-valor: 0.000	Coef: -0.027	-0.001	0.003	0.020	0.027	-0.020	0.039	0.007	-0.051	-0.009	-0.010	-0.030	0.003	-0.298	1.000	-0.304	-0.090	
% pesimista a la encuesta	p-valor: 0.000	Coef: 0.467	0.331	0.972	0.930	0.591	0.456	0.587	0.290	0.846	0.801	0.791	0.409	0.943	0.000	-0.304	1.000	0.014	
diferencia % positivo y negativo	p-valor: 0.000	Coef: 0.050	0.075	-0.012	0.029	0.036	0.043	0.041	0.043	0.041	0.002	0.002	0.026	-0.051	0.144	-0.090	-0.194	1.000	
		0.177	0.041	0.747	0.431	0.328	0.595	0.241	0.154	0.273	0.997	0.957	0.482	0.167	0.000	0.014	0.000		

Tabla AIII-8. Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la semana siguiente.

		Rendibilidad en base semanal del activo											Fecha de la encuesta: sentimiento una semana después que los datos de mercado						
Rendibilidad en base semanal del activo		S&P500	Nasdaq	IBEX 35	Eurostoxx50	FTSE 100	SMI	Nikkei 225	HSI	UBS	Telefonica	Bono EEUU 5 años	Bono EEUU 30 años	Tipo de cambio Euro / Dólar	VIX	% positivo a la encuesta T+1	% neutral a la encuesta T+1	% pesimista a la encuesta T+1	diferencia % positivo y negativo T+1
S&P500	Coef. correlación	1.000	0.844	0.618	0.752	0.721	0.650	0.476	0.544	0.668	0.503	0.341	0.346	0.164	-0.755	0.119	0.012	-0.118	0.024
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.753	0.001	0.519	
NASDAQ 100	Coef. correlación	0.844	1.000	0.550	0.666	0.592	0.530	0.446	0.530	0.539	0.474	0.322	0.313	0.107	-0.641	0.088	0.059	-0.127	0.003
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.017	0.107	0.003	0.930	
IBEX 35	Coef. correlación	0.618	0.550	1.000	0.850	0.691	0.633	0.463	0.545	0.587	0.818	0.348	0.302	0.150	-0.535	0.058	-0.003	-0.055	0.015
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.088	0.936	0.003	0.055	
Eurostoxx50	Coef. correlación	0.752	0.666	0.850	1.000	0.838	0.767	0.541	0.604	0.630	0.697	0.398	0.371	0.051	-0.617	0.091	-0.024	-0.071	0.012
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.058	0.936	0.003	0.055	
FTSE 100	Coef. correlación	0.721	0.592	0.691	0.838	1.000	0.733	0.514	0.588	0.580	0.547	0.339	0.330	0.088	-0.586	0.101	-0.035	-0.069	0.040
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.091	0.936	0.003	0.062	
SMI	Coef. correlación	0.650	0.530	0.633	0.767	0.733	1.000	0.459	0.521	0.596	0.504	0.302	0.260	0.022	-0.531	0.051	-0.044	-0.040	0.020
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.166	0.237	0.277	0.277	
NIKKEI 225	Coef. correlación	0.476	0.446	0.463	0.541	0.514	0.459	1.000	0.456	0.347	0.336	0.281	0.264	0.073	-0.351	-0.006	0.022	-0.009	0.018
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.862	0.557	0.804	0.626	
HSI	Coef. correlación	0.544	0.530	0.545	0.604	0.588	0.521	0.546	1.000	0.471	0.444	0.226	0.232	0.180	0.365	-0.031	-0.032	0.052	-0.039
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.394	0.383	0.155	0.294	
UBS	Coef. correlación	0.668	0.539	0.587	0.630	0.580	0.596	0.347	0.471	1.000	0.335	0.232	0.280	0.356	-0.563	0.050	-0.029	-0.014	-0.071
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.184	0.443	0.700	0.056	
Telefonica	Coef. correlación	0.503	0.474	0.818	0.697	0.547	0.504	0.336	0.444	0.435	1.000	0.245	0.249	0.133	-0.434	0.022	0.023	-0.053	0.042
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.548	0.525	0.152	0.256	
Bono EEUU 5 años	Coef. correlación	0.341	0.322	0.348	0.398	0.339	0.302	0.281	0.226	0.232	0.245	1.000	0.754	-0.124	-0.288	0.084	0.027	-0.105	0.008
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.023	0.469	0.004	0.834	
Bono EEUU 30 años	Coef. correlación	0.346	0.313	0.302	0.371	0.330	0.260	0.264	0.232	0.280	0.249	0.754	1.000	-0.003	-0.268	0.095	0.042	-0.112	0.004
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.010	0.257	0.002	0.903	
Tipo de cambio Euro / Dólar	Coef. correlación	0.164	0.107	0.150	0.051	0.088	0.022	0.073	0.180	0.356	0.133	-0.124	-0.003	1.000	-0.131	-0.012	-0.022	0.011	-0.041
	p-valor	0.000	0.004	0.000	0.168	0.017	0.550	0.047	0.000	0.000	0.000	0.001	0.934	0.000	0.741	0.546	0.767	0.261	0.261
VIX	Coef. correlación	-0.755	-0.641	-0.535	-0.617	-0.586	-0.531	-0.351	-0.365	-0.563	-0.434	-0.288	-0.268	-0.131	1.000	-0.124	-0.013	0.400	-0.054
	p-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.732	0.000	0.146	
% positivo a la encuesta T+1	Coef. correlación	0.001	0.017	0.114	0.014	0.006	0.166	0.862	0.394	0.184	0.548	0.084	0.023	0.010	-0.124	1.000	0.000	-0.712	0.000
	p-valor	0.012	0.059	-0.003	-0.024	-0.035	-0.044	0.022	-0.032	-0.029	0.023	0.027	0.042	-0.022	-0.298	0.000	0.000	-0.304	-0.090
% neutral a la encuesta T+1	Coef. correlación	0.753	0.107	0.936	0.512	0.342	0.237	0.557	0.383	0.443	0.525	0.469	0.257	0.546	-0.298	1.000	0.000	-0.304	-0.090
	p-valor	-0.118	-0.127	-0.055	-0.071	-0.069	-0.040	-0.009	-0.052	-0.043	-0.043	-0.105	-0.112	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000	0.014
% pesimista a la encuesta T+1	Coef. correlación	0.001	0.003	0.139	0.055	0.062	0.277	0.804	0.155	0.004	0.152	0.004	0.002	0.767	-0.712	0.000	0.000	1.000	-0.194
	p-valor	0.001	0.003	0.015	0.012	0.040	0.020	0.018	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.144	0.000	-0.090	-0.194	1.000
diferencia % positivo y negativo T+1	Coef. correlación	0.024	0.930	0.677	0.740	0.283	0.590	0.626	0.294	0.071	0.056	0.008	0.004	0.261	0.146	0.000	0.014	0.000	0.000
	p-valor	0.519	0.677	0.740	0.283	0.590	0.626	0.294	0.071	0.056	0.008	0.004	0.261	0.146	0.000	0.014	0.000	0.000	0.000

Tabla AIII-9 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de 4 semanas siguientes.

		Rentabilidad en base semanal del activo											Rentabilidad en base semanal del activo que los datos de mercado						
		S&P500	Nasdaq	IBEX 35	Eurostoxx 50	FTSE 100	SMI	Nikei 225	HSI	UBS	Telefónica	Bono EREU 5 años	Bono EREU 30 años	Tipo de cambio Euro / Dólar	VIX	% positivo a la encuesta T+4	% neutral a la encuesta T+4	% pesimista a la encuesta T+4	diferencia % positivo y negativo T+4
S&P500	Coef. correlación	1.000	0,844	0,618	0,752	0,721	0,650	0,476	0,544	0,668	0,503	0,341	0,346	0,164	-0,735	-0,066	0,002	0,069	-0,009
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,073	-0,041	0,009	0,799
NASDAQ 100	Coef. correlación	0,844	1.000	0,550	0,666	0,592	0,530	0,446	0,530	0,539	0,474	0,322	0,313	0,107	-0,641	-0,041	0,009	0,027	-0,006
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,002	0,027	0,009	0,799
IBEX 35	Coef. correlación	0,618	0,550	1.000	0,850	0,691	0,633	0,463	0,545	0,587	0,302	0,313	0,302	0,150	-0,535	-0,076	0,413	0,093	0,011
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,051	0,000	0,009	0,027	0,009	0,799
Eurostoxx50	Coef. correlación	0,752	0,666	0,850	1.000	0,838	0,767	0,541	0,604	0,697	0,398	0,371	0,371	0,150	-0,617	-0,079	0,683	0,079	0,038
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,051	0,000	0,009	0,079	0,038	0,799
FTSE 100	Coef. correlación	0,721	0,592	0,691	0,838	1.000	0,733	0,514	0,588	0,580	0,547	0,399	0,330	0,088	-0,586	-0,076	0,683	0,079	0,038
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,168	0,000	0,009	0,079	0,038	0,799
SMI	Coef. correlación	0,650	0,530	0,633	0,767	0,733	1.000	0,459	0,521	0,596	0,504	0,302	0,260	0,177	-0,531	-0,095	0,580	0,079	0,038
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,222	0,000	0,009	0,079	0,038	0,799
NIKKEI 225	Coef. correlación	0,476	0,446	0,463	0,541	0,514	0,459	1.000	0,546	0,347	0,336	0,281	0,264	0,073	-0,331	-0,012	0,399	0,020	0,020
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,550	0,000	0,010	0,020	0,020	0,666
HSI	Coef. correlación	0,544	0,530	0,545	0,604	0,588	0,521	0,546	1.000	0,471	0,444	0,226	0,232	0,180	-0,365	-0,042	0,409	0,046	0,046
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,447	0,000	0,025	0,046	0,046	0,404
UBS	Coef. correlación	0,668	0,539	0,587	0,630	0,580	0,596	0,347	0,471	1.000	0,435	0,232	0,280	0,356	-0,563	-0,065	0,409	0,046	0,046
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Telefónica	Coef. correlación	0,503	0,474	0,818	0,697	0,547	0,504	0,336	0,444	0,435	1.000	0,245	0,133	0,000	-0,434	-0,041	0,447	0,031	0,031
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Bono EREU 5 años	Coef. correlación	0,341	0,322	0,348	0,398	0,339	0,302	0,281	0,226	0,232	0,245	1.000	0,754	-0,124	-0,288	-0,091	0,107	0,056	0,056
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Bono EREU 30 años	Coef. correlación	0,346	0,313	0,302	0,371	0,330	0,260	0,264	0,232	0,280	0,249	0,754	1.000	-0,003	-0,268	-0,077	-0,004	0,031	0,027
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Tipo de cambio Euro / Dólar	Coef. correlación	0,164	0,107	0,150	0,051	0,088	0,022	0,073	0,180	0,356	0,133	-0,124	-0,003	1.000	-0,131	0,041	0,034	-0,049	-0,040
	p-valor	0,000	0,004	0,000	0,168	0,017	0,550	0,047	0,000	0,000	0,000	0,001	0,934	0,000	0,000	0,270	0,359	0,180	0,280
VIX	Coef. correlación	-0,735	-0,641	-0,535	-0,617	-0,586	-0,531	-0,331	-0,365	-0,563	-0,434	-0,288	-0,268	-0,131	1.000	0,062	0,042	-0,089	0,035
	p-valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,259	0,015	0,945
% positivo a la encuesta T+4	Coef. correlación	-0,066	-0,041	-0,076	-0,079	-0,085	-0,095	-0,032	-0,042	-0,065	-0,041	-0,091	-0,077	0,041	0,062	1.000	-0,298	-0,711	0,145
	p-valor	0,002	0,073	0,038	0,015	0,020	0,010	0,379	0,251	0,081	0,081	0,013	0,004	0,270	0,092	0,000	0,000	0,000	0,000
% neutral a la encuesta T+4	Coef. correlación	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,012	0,005	0,040	0,051	0,031	0,031	0,034	0,009	0,000	0,000	0,000	0,000
	p-valor	0,939	0,798	0,413	0,683	0,580	0,735	0,886	0,886	0,280	0,215	0,521	0,521	0,460	0,014	0,000	0,000	0,000	0,000
% pesimista a la encuesta T+4	Coef. correlación	0,069	0,027	0,093	0,093	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086
	p-valor	0,069	0,470	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093	0,093
diferencia % positivo y negativo T+4	Coef. correlación	-0,009	-0,006	0,011	0,038	0,030	0,016	0,026	0,079	-0,042	0,031	0,024	0,027	-0,040	0,003	0,145	-0,091	-0,194	1,000
	p-valor	0,799	0,872	0,767	0,302	0,422	0,666	0,488	0,031	0,260	0,404	0,521	0,460	0,280	0,945	0,000	0,014	0,000	0,000

Tabla AIII-10 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de la semana anterior.

Remanibilidad en base semanal del activo	Remanibilidad en base semanal del activo										VIX	Fecha de la encuesta sentimiento una semana anterior que los datos de mercado							
	S&P 500	Nasdaq	IBEX 35	Eurosto xx50	FTSE 100	SMI	Nikei 225	HSI	UBS	Telefonica		Bono EEUU 5 años	Bono EEUU 30 años	Tipo de cambio Euro / Dólar	% positivo a la encuesta T-1	% neutral a la encuesta T-1	% pesimista a la encuesta T-1	diferencia % positivo y negativo T-1	
S&P500	Coef. correlación	1.000	0.844	0.618	0.752	0.721	0.650	0.476	0.544	0.668	0.503	0.341	0.346	0.164	-0.755	-0.001	-0.013	0.031	0.022
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.969	0.730	0.407	0.552
NASDAQ 100	Coef. correlación	0.844	1.000	0.550	0.666	0.592	0.530	0.446	0.530	0.539	0.474	0.322	0.313	0.107	-0.641	-0.020	0.005	0.038	0.032
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.000	0.581	0.887	0.302	0.381
IBEX 35	Coef. correlación	0.618	0.550	1.000	0.850	0.691	0.633	0.463	0.545	0.587	0.818	0.348	0.302	0.150	-0.535	-0.018	-0.001	0.043	0.009
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.939	0.244	0.803
Eurostoxx50	Coef. correlación	0.752	0.666	0.850	1.000	0.838	0.767	0.541	0.604	0.650	0.398	0.371	0.051	0.008	-0.617	-0.020	0.003	0.043	0.008
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.991	0.241	0.827
FTSE 100	Coef. correlación	0.721	0.592	0.691	0.838	1.000	0.733	0.514	0.588	0.547	0.339	0.330	0.000	0.000	-0.586	-0.006	0.003	0.037	-0.006
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.017	0.000	0.880	0.944	0.313	0.870
SMI	Coef. correlación	0.650	0.530	0.633	0.767	0.733	1.000	0.459	0.521	0.596	0.504	0.302	0.260	0.022	-0.531	-0.048	-0.001	0.074	-0.006
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.191	0.986	0.043	0.554
NIKKEI 225	Coef. correlación	0.476	0.446	0.463	0.541	0.514	0.459	1.000	0.546	0.347	0.336	0.281	0.264	0.073	-0.351	-0.010	-0.011	0.040	-0.035
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.047	0.000	0.792	0.775	0.278	0.346
HSI	Coef. correlación	0.544	0.530	0.545	0.604	0.588	0.521	0.546	1.000	0.471	0.444	0.226	0.232	0.180	-0.365	0.028	-0.019	-0.018	0.019
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.444	0.605	0.623	0.603
UBS	Coef. correlación	0.668	0.539	0.587	0.630	0.580	0.596	0.347	0.471	1.000	0.435	0.232	0.280	0.356	-0.563	-0.019	-0.006	0.032	0.007
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.619	0.873	0.399	0.846
Telefonica	Coef. correlación	0.503	0.474	0.818	0.697	0.547	0.504	0.336	0.444	0.435	1.000	0.245	0.249	0.133	-0.434	-0.031	0.004	0.044	-0.001
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.406	0.910	0.237	0.987
Bono EEUU 5 años	Coef. correlación	0.341	0.322	0.348	0.398	0.339	0.302	0.281	0.226	0.232	0.245	1.000	0.754	-0.124	-0.288	-0.053	-0.030	0.076	-0.044
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.150	0.413	0.040	0.238
Bono EEUU 30 años	Coef. correlación	0.346	0.313	0.302	0.371	0.330	0.260	0.264	0.232	0.280	0.249	0.245	1.000	0.003	-0.268	-0.039	0.001	0.037	-0.039
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.294	0.983	0.317	0.296
Tipo de cambio Euro / Dólar	Coef. correlación	0.164	0.107	0.150	0.051	0.088	0.022	0.073	0.180	0.356	0.133	-0.124	-0.003	1.000	-0.131	-0.025	0.031	-0.014	0.001
	P-valor	0.000	0.004	0.000	0.168	0.017	0.550	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.934	0.000	0.000	0.492	0.406	0.701	0.980
VIX	Coef. correlación	-0.755	-0.641	-0.535	-0.617	-0.586	-0.531	-0.351	-0.365	-0.563	-0.434	-0.288	-0.268	-0.131	1.000	0.001	-0.014	-0.024	0.039
	P-valor	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.977	0.700	0.522	0.294
% positivo a la encuesta T-1	Coef. correlación	-0.001	-0.020	-0.018	-0.020	-0.006	-0.048	-0.010	0.028	-0.019	-0.031	-0.053	-0.025	-0.025	0.001	1.000	0.000	-0.713	0.144
	P-valor	0.969	0.635	0.991	0.880	0.880	0.191	0.792	0.444	0.619	0.406	0.150	0.294	0.492	0.977	0.000	0.000	0.000	0.000
% neutral a la encuesta T-1	Coef. correlación	-0.013	0.005	-0.001	0.003	0.003	-0.001	-0.011	-0.019	-0.006	0.004	-0.030	0.001	0.031	-0.014	-0.300	1.000	-0.299	-0.090
	P-valor	0.730	0.887	0.975	0.939	0.944	0.775	0.605	0.873	0.910	0.413	0.083	0.983	0.700	0.000	0.000	0.000	0.000	0.014
% pesimista a la encuesta T-1	Coef. correlación	0.031	0.038	0.043	0.037	0.074	0.040	-0.018	0.032	0.032	0.044	0.076	0.037	-0.014	-0.024	-0.713	-0.299	1.000	-0.194
	P-valor	0.407	0.302	0.244	0.241	0.313	0.043	0.278	0.623	0.399	0.237	0.040	0.317	0.701	0.522	0.000	0.000	0.000	0.000
diferencia % positivo y negativo T-1	Coef. correlación	0.022	0.032	0.009	0.008	-0.006	-0.022	-0.035	0.019	0.007	-0.001	-0.044	-0.039	0.001	0.039	0.144	-0.090	-0.194	0.000
	P-valor	0.552	0.381	0.803	0.827	0.870	0.554	0.846	0.980	0.987	0.238	0.296	0.980	0.294	0.000	0.000	0.014	0.000	0.000

Tabla AIII-11 Tabla de correlación entre la evolución del mercado con los resultados de la encuesta de hace 4 semanas.

Rentabilidad en base semanal del activo	Rentabilidad en base semanal del activo										Fecha de la encuesta sentimiento cuatro semanas anteriores que los datos de mercado								
	S&P500	Nasdaq	IBEX 35	Eurostoxx 50	FTSE 100	SMI	Nickel 225	HSI	UBS	Telefonica	Bono EETU 5 años	Bono EETU 30 años	Tipo de cambio Euro/ Dólar	VIX	% positivo a la encuesta T- 4	% neutral a la encuesta T-4	% pesimista a la encuesta T-4	% positivo y negativo T-4	diferencia % positivo y negativo T-4
S&P500	1,000	0,844	0,618	0,752	0,721	0,650	0,476	0,544	0,668	0,503	0,341	0,346	0,164	-0,755	-0,001	-0,033	-0,003	0,096	0,009
NASDAQ 100	0,844	1,000	0,000	0,000	0,592	0,530	0,446	0,530	0,539	0,474	0,322	0,313	0,107	0,000	0,988	0,368	0,925	0,009	-0,006
IBEX 35	0,618	0,000	1,000	0,850	0,691	0,633	0,463	0,545	0,587	0,318	0,348	0,302	0,150	-0,535	0,408	-0,016	0,055	0,056	0,000
Eurostoxx50	0,752	0,666	0,850	1,000	0,838	0,767	0,541	0,604	0,630	0,697	0,398	0,371	0,051	0,000	0,599	0,041	-0,027	0,058	0,000
FTSE 100	0,721	0,592	0,691	0,838	1,000	0,733	0,514	0,588	0,580	0,547	0,330	0,330	0,088	-0,586	0,408	-0,051	-0,010	0,057	0,000
SMI	0,650	0,530	0,633	0,767	0,733	1,000	0,459	0,521	0,596	0,504	0,302	0,260	0,022	-0,531	0,555	-0,051	-0,046	0,032	0,000
NICKEL 225	0,476	0,446	0,463	0,541	0,514	0,459	1,000	0,546	0,347	0,336	0,281	0,264	0,073	-0,351	0,134	0,163	0,215	0,383	0,000
HSI	0,544	0,530	0,545	0,604	0,514	0,521	0,546	1,000	0,471	0,444	0,226	0,249	0,180	-0,365	0,122	-0,065	0,059	0,023	0,000
UBS	0,668	0,539	0,587	0,630	0,580	0,596	0,347	0,471	1,000	0,435	0,232	0,280	0,356	-0,565	0,019	-0,019	-0,024	0,072	0,000
Telefonica	0,503	0,474	0,818	0,697	0,547	0,504	0,336	0,444	0,435	1,000	0,245	0,249	0,133	-0,434	0,042	-0,048	-0,015	0,022	0,000
Bono EETU 5 años	0,341	0,322	0,348	0,398	0,339	0,302	0,281	0,226	0,232	0,245	1,000	0,754	-0,124	-0,288	0,029	-0,007	-0,018	0,032	0,000
Bono EETU 30 años	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,427	0,886	0,617	0,383	0,000
Tipo de cambio Euro/ Dólar	0,164	0,107	0,150	0,051	0,088	0,022	0,047	0,180	0,133	-0,124	-0,003	0,934	1,000	-0,131	0,912	0,813	0,795	0,711	0,000
VIX	-0,755	-0,641	-0,535	-0,617	-0,586	-0,531	-0,351	-0,365	-0,565	-0,434	-0,288	-0,268	-0,131	1,000	0,010	0,011	-0,006	-0,054	0,000
% positivo a la encuesta T-4	-0,001	-0,030	0,022	0,040	0,006	0,055	-0,022	-0,057	0,019	0,042	0,029	0,004	-0,056	0,010	1,000	-0,302	-0,712	0,150	0,000
% neutral a la encuesta T-4	-0,033	-0,016	-0,075	-0,051	-0,051	-0,051	-0,065	-0,019	-0,048	-0,007	-0,009	0,066	0,011	0,778	0,000	1,000	-0,298	0,000	0,000
% pesimista a la encuesta T-4	0,368	0,659	0,041	0,168	0,165	0,163	0,079	0,504	0,611	0,195	0,856	0,813	0,075	0,769	0,000	-0,298	1,000	-0,198	0,000
diferencia % positivo y negativo T-4	0,096	0,056	0,049	0,058	0,057	0,215	0,108	0,149	0,312	0,692	0,617	0,795	0,703	0,861	0,000	-0,095	-0,198	1,000	0,000
	0,009	0,128	0,186	0,118	0,123	0,383	0,530	0,153	0,552	0,588	0,383	0,711	0,824	0,140	0,000	0,010	0,000	0,000	0,000

Tabla AIII-12 Resumen de las correlaciones según el nivel de significación así como el signo de la misma.

	S & P-500	Nasdaq	IBEX 35	Eurostoxxx5 0	FTSE 100	SMI	Nikkei 225	HSI	UBS	Telefonica	Bono EEUU 5 años	Bono EEUU 30 años	Tipo de cambio Euro / Dólar
mercado en T encuesta en T	% positivo a la encuesta	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	% neutral a la encuesta	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no
	% pesimista a la encuesta	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	diferencia % positivo y negativo	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
mercado en T encuesta en T+1	% positivo a la encuesta T+1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	% neutral a la encuesta T+1	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no
	% pesimista a la encuesta T+1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	diferencia % positivo y negativo T+1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
mercado en T encuesta en T+4	% positivo a la encuesta T+4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	% neutral a la encuesta T+4	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no
	% pesimista a la encuesta T+4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	diferencia % positivo y negativo T+4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
mercado en T encuesta en T-1	% positivo a la encuesta T-1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	% neutral a la encuesta T-1	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no
	% pesimista a la encuesta T-1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	diferencia % positivo y negativo T-1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
mercado en T encuesta en T-4	% positivo a la encuesta T-4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	% neutral a la encuesta T-4	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no
	% pesimista a la encuesta T-4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	diferencia % positivo y negativo T-4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Tabla AIII-13. Coeficiente de Hurst medio de los resultados de la encuesta de sentimiento del inversor.

	Valores medios del coeficiente de Hurst	Valores medios del índice de fractalidad
Sentimiento pesimista	0,597	1,403
Diferencia optimista y pesimista	0,620	1,380
Sentimiento neutral	0,622	1,378
Sentimiento optimista	0,592	1,408
Valor medio	0,607	1,393

Al unir esta información con la tabla de resultados de la regresión simple efectuada anteriormente para estudiar la relación entre los resultados de la encuesta de sentimiento con la evolución semanal del índice de S&P 500 se obtienen los resultados incluidos en la tabla AIII-14.

Tabla AIII-14 R^2 de las variables vs índice de fractalidad..

Variable considerada - relación temporal con el S&P 500	R	R ²	R ² ajustada	Error estándar de la estimación	Índice de fractalidad
% positivo en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,272	0,074	0,073	2,466%	1,408
% negativo en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,225	0,050	0,049	2,497%	1,403
% negativo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,086	0,007	0,006	2,553%	1,403
% positivo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,071	0,005	0,004	2,556%	1,408
% neutral en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,070	0,005	0,004	2,556%	1,378
% neutral en la encuesta en la misma semana que la evolución del mercado	0,047	0,002	0,001	2,560%	1,378
Diferencia entre el % positivo y negativo con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,047	0,002	0,001	2,560%	1,380
Diferencia entre el % positivo y negativo con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,042	0,002	0,000	2,560%	1,380
% neutral en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,040	0,002	0,000	2,561%	1,378
% positivo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,039	0,002	0,000	2,561%	1,408
% negativo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,037	0,001	0,000	2,561%	1,403
% neutral en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,031	0,001	0,000	2,561%	1,378
% positivo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,023	0,001	-0,001	2,562%	1,408
% negativo en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,015	0,000	-0,001	2,562%	1,403
% negativo en la encuesta con cuatro semanas de diferencia anterior con respecto al mercado	0,007	0,000	-0,001	2,563%	1,403
Diferencia entre el % positivo y negativo con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,005	0,000	-0,001	2,563%	1,380
% positivo en la encuesta con una semana de diferencia anterior con respecto al mercado	0,005	0,000	-0,001	2,563%	1,408
Diferencia entre el % positivo y negativo en la encuesta con una semana de diferencia posterior con respecto al mercado	0,004	0,000	-0,001	2,563%	1,380
% neutral en la encuesta con cuatro semanas de diferencia posterior con respecto al mercado	0,003	0,000	-0,001	2,563%	1,378
Diferencia entre el % positivo y negativo en la misma semana que la evolución del mercado	0,001	0,000	-0,001	2,563%	1,380

Anexo IV

Otro tipo de contenidos

AIV-1. Contexto: Mercado financiero actual.

A nivel mundial, el dato agregado sobre la representatividad de los mercados de valores sobre el PIB a cierre del año 2012 permite comprender la magnitud que adquiere la correcta aplicación de los modelos de toma de decisiones financieras.

El dato agregado sobre la representatividad de los mercados sobre el PIB a cierre del año 2012 mostrado en la tabla AIV-1 permite estimar la magnitud que adquiere la correcta aplicación de los modelos de toma de decisiones financieras.

Tabla AIV-1 Porcentaje de la capitalización total sobre el PIB mundial.

Capitalización total (en millones \$)	53.163.894
Porcentaje sobre PIB	75,28%
Valor acciones contratadas	71,90%
Número de compañías cotizadas	47.520

Fuente: información del Banco Mundial.

A continuación, y con la ayuda de la tabla AIV-2 y AIV-3 mostramos los valores de este indicador para una serie de años. La evolución de este indicador muestra una alta volatilidad pero su valor absoluto siempre representa a un porcentaje elevado dentro de la economía real.

Tabla AIV-2 Capitalización en el mercado de las compañías que cotizan en Bolsa (en Dólar \$ a precios actuales).

Año	Total
2012	USD 53.163.893.848.165
2011	USD 46.499.122.204.875
2010	USD 54.164.793.555.895
2009	USD 47.380.718.189.093
2008	USD 34.871.853.194.187

Tabla AIV-3 Porcentaje sobre el PIB de la capitalización en el mercado de las compañías que cotizan en Bolsa (porcentaje del PIB medido en Dólar \$ a precios actuales).

Año	% PIB
2012	75,28
2011	67,15
2010	86,60
2009	82,68
2008	58,01

2007	USD 64.471.812.116.979	2007	117,20
2006	USD 53.317.497.549.491	2006	108,39
2005	USD 43.209.735.832.265	2005	94,97
2000	USD 32.187.124.264.980	2000	99,66
1990	USD 9.403.525.123.264	1990	46,76

Fuente: elaboración propia a partir de las bases de datos del Banco Mundial.

Fuente: elaboración propia a partir de las bases de datos del Banco Mundial.

A continuación, y con los datos anteriormente expuestos, en la tabla AIV-4 se realiza un análisis comparado sobre la capitalización total del mercado y el porcentaje que representa el mismo respecto al PIB.

Tabla AIV-4 Evolución histórica de la capitalización total del mercado y el porcentaje sobre el PIB mundial.

Año	% PIB	Total capitalización US\$ a precios actuales	PIB mundial US\$ a precios actuales	% variación PIB	% variación capitalización
2012	75,28	53.163.893.848.165	7.062.006.255.23	2%	14%
2011	67,15	46.499.122.204.875	6.925.153.616.85	11%	-14%
2010	86,6	54.164.793.555.895	6.254.619.693.51	9%	14%
2009	82,68	47.380.718.189.093	5.730.738.126.26	-5%	36%
2008	58,01	34.871.853.194.187	6.011.735.724.65	9%	-46%
2007	117,2	64.471.812.116.979	5.501.098.173.52	12%	21%
2006	108,39	53.317.497.549.491	4.918.860.206.14	8%	23%
2005	94,97	43.209.735.832.265	4.549.761.204.01		
2000	99,66	32.187.124.264.980	3.229.808.447.70		
1990	46,76	9.403.525.123.264	2.011.079.830.59		

Fuente: elaboración propia a partir de las bases de datos del Banco Mundial.

Como muestran los cuadros anteriores, en el año 2008 la crisis financiera tuvo un impacto muy sensible en ambos indicadores, aunque al comparar la evolución de los porcentajes de variación se pueden extraer dos conclusiones:

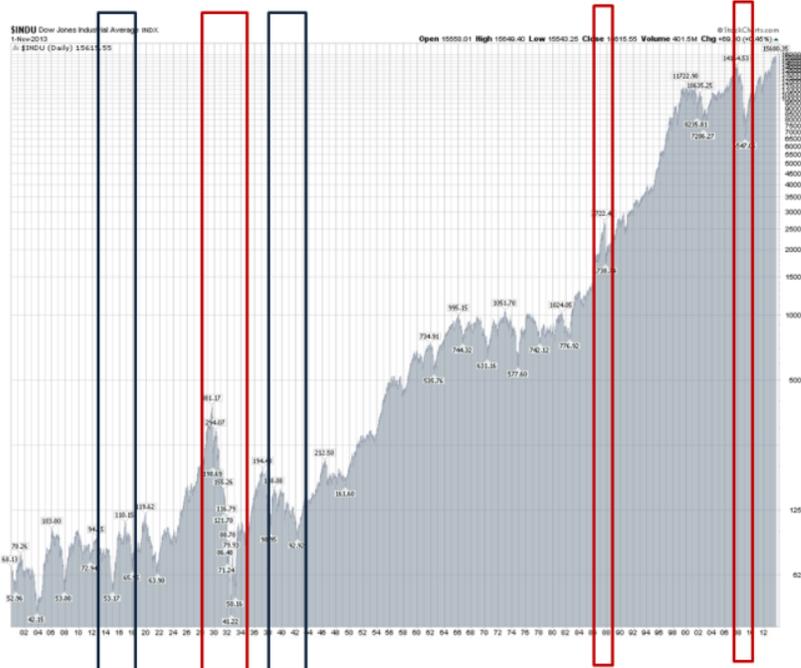
1. La evolución del valor total de los activos en las bolsas es mucho más volátil que la evolución del PIB en sí.

2. De existir correlación entre las cifras del PIB y la cotización de los activos de las bolsas, el primero tiene un retardo aproximado de un año.

Existen numerosos estudios que determinan que existe efectivamente una relación entre el ciclo económico y los mercados financieros (Levine y Zervos 1996), pero el análisis detallado de la evolución de los mercados muestra cómo pueden existir otros factores distintos a la propia evolución económica con mayor incidencia en su evolución y que permitiría cuestionar por tanto la visión de los mercados financieros como fiel reflejo de la información disponible en el sistema.

A modo de ejemplo, si consideramos el rendimiento del índice de referencia del mercado americano, Dow Jones de Industriales, desde 1900 hasta diciembre 2013, se puede comprobar como los movimientos más violentos no coinciden con las épocas más teóricamente recesivas como fueron las correspondientes a las guerras mundiales (1914-1918, y 1939-1945) sino con episodios de volatilidad generados por diversos factores asociados a la teoría de gestión de carteras.

Gráfico AIV-1 Evolución del índice Dow Jones Industrial Average (enero 1900 –diciembre 2013).



Fuente: <http://stockcharts.com/>

Período guerra mundiales (correspondientes a los recuadros azules del gráfico)

- Primera guerra mundial: 1914-1918.
- Segunda guerra mundial: 1939-1945.

Período otros factores (correspondientes a los recuadros rojos del gráfico)

- 1929: Crash bursátil iniciado en EE.UU.
- 1987: Mayor caída porcentual diaria del índice (el día 19 de octubre 1987 la bolsa cayó un 22,6%).
- 1998: Quiebra del hedge fund LTCM y su rescate por la FED.
- 2008: Quiebra de Lehman Brothers.
- 2010: “Flash Crash”. El 6 de mayo, y motivado por el colapso del sistema de contratación causado por la existencia de inversiones automáticas, el índice Dow Jones experimentó el mayor recorte intradía de su valoración = 1.000 puntos.

En definitiva, la comparativa gráfica de la evolución entre los períodos de guerra, como ejemplo paradigmático de los períodos puntuales de crisis económica, y aquellos identificados como crisis financieras provocadas por otros factores (problemas de liquidez, sobre apalancamiento, noticias distorsionadas, etc.) muestra que son estos últimos los que conllevan mayor impacto en la evolución de las inversiones.

AIV-2. Cálculo de la rentabilidad MWR y TWR.

Si bien la rentabilidad de un activo queda establecida por la diferencia entre los precios del mismo, en el caso de la rentabilidad obtenida por un cliente existe una variable adicional que es el importe de la inversión. Por este motivo los análisis de rentabilidad o volatilidad que se realizan de forma teórica y basada en la evolución del precio de un activo encuentran en ocasiones dificultad para ser trasladados a los procesos reales de inversión.

Este componente se encuentra en la base de la diferencia entre estas dos medidas de cálculo; TWR, (*Time Weighted Return*), y MWR (*Money Weighted Return*). Los resultados entre ambas rentabilidades realizadas bajo una misma inversión varían en cuanto se realizan diferentes aportaciones o retiradas a lo largo del período.

En la rentabilidad bajo el esquema de MWR se pondera según el saldo invertido y se calcula bajo el siguiente esquema:

$$MWR = \frac{\text{Beneficios}}{\text{Capital medio invertido en el periodo}}$$

$$= \frac{\text{Posición Final} - \text{Posición Inicial} - \text{total entradas} + \text{total salidas}}{\text{Saldo medio ponderado}}$$

En la rentabilidad bajo el esquema de TWR el efecto del saldo invertido es neutralizado y se calcula bajo el siguiente esquema:

$$TWR = \text{composición de las rentabilidades diarias}$$

$$= 1 + \left(\frac{\text{Posición Final día} - \text{Posición Inicial día} - \text{entradas día} + \text{salidas día}}{\text{Saldo medio ponderado}} \right) * 1$$

$$+ (R2)$$

La diferencia fundamental entre ambos enfoques se encuentra en asimetría existente en la rentabilidad obtenida por un fondo de inversión y la obtenida por el inversor que accede a dicho activo. Mientras la rentabilidad TWR corresponde a la evolución del valor liquidativo publicado de forma diaria por el fondo, la rentabilidad MWR muestra la rentabilidad real que el cliente ha obtenido con dicha inversión si durante el período de análisis ha comprado o vendido participaciones del fondo. En el ejemplo planteado en el gráfico A 4-2.1 existe una divergencia entre los valores calculados para MWR y TWR. Esta misma potencial desviación se experimenta en la inversión a través de índices o inversión directa.

AIV-3. Ciclos de mercado.

La tabla siguiente establece los ciclos económicos más relevantes identificados (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010).

Tabla AIV-5 Clasificación de ciclos económicos.

Ciclo	Período	Descripción
Ciclo de Kondratieff.	50-60 años.	<p>El origen de este ciclo se sitúa en la observación del mercado de bienes agrícolas por parte de su autor. Posteriormente, el análisis fue trasladado a ciclos completos de la economía en los que confluían una serie de características comunes tales como el origen en una innovación técnica relevante, una localización inicial en un lugar determinado, o el impacto posterior en la estructura económica del mundo.</p> <p>A nivel empírico el ciclo teórico de Kondratieff no ha demostrado ajustarse a la evolución de los mercados. A modo de contraste, cabe destacar como el colapso bursátil del año 1929 no tuvo una réplica comparable tras sesenta años sino que más bien el mercado experimento un fuerte crecimiento en la década de los años 80.</p>
Ciclo de 34 años.	34 años divididos en 2 períodos de 17 años.	<p>El patrón se repite con cierta exactitud en la evolución de los índices más relevantes de Estados Unidos.</p> <p>El valor del Índice Dow Jones el 31 de diciembre de 1964 era de 874,12 puntos mientras que 17 años después y tras varias fases de elevada volatilidad, su valor se mantenía en 875 puntos a pesar de que el Producto Nacional Bruto de EE.UU. había experimentado un fuerte aumento del 373% durante dicho período</p> <p>Concluida la primera parte del ciclo, el valor del Índice Dow Jones el 31 de diciembre de 1998 fue de 9.181,43 puntos. En</p>

		relación con el Producto Nacional Bruto, y en contraposición con el período anterior de extremo crecimiento, este indicador experimento un incremento de 177%.
Ciclo decenal.	10 años.	<p>Edgar Lawrence Smith publicó en 1939 un primer análisis que exponía la validez de los ciclos de 10 años divididos en tramos de 5 años de subida y 5 años de caída o estabilización. No obstante, esta teoría solo se sostiene a partir de la observación de la evolución real de los índices bursátiles.</p> <p>En este aspecto, cabe desatacar su cumplimiento en la evolución del índice Dow Jones desde el año 1950 hasta el año 2010. Las doce observaciones quinquenales confirman el patrón por el que cada decenio existe 5 años de crecimiento continuado.</p>
Ciclo presidencial.	4 años.	Su identificación en los mercados financieros fue directamente ligada al período presidencial de EE.UU., no obstante, el patrón también se repite en otras economías cuyo mandato no está restringido a 4 años como en el caso del Reino Unido.
Años electorales.	2 años.	<p>El estudio correlativo del mercado norteamericano en relación con el proceso electoral también establece como las rentabilidades obtenidas durante los dos años iniciales del mandato representan únicamente cerca de la séptima parte de las rentabilidades obtenidas en los dos últimos años del mandato.</p> <p>Yales Hirsh, editor del almanaque del inversor en acciones analizó el período desde 1832 mostrando como el resultado medio de los dos primeros años era del 81% mientras que los años cerca de la finalización del mandato el resultado se incrementaba hasta el 557% (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010).</p>

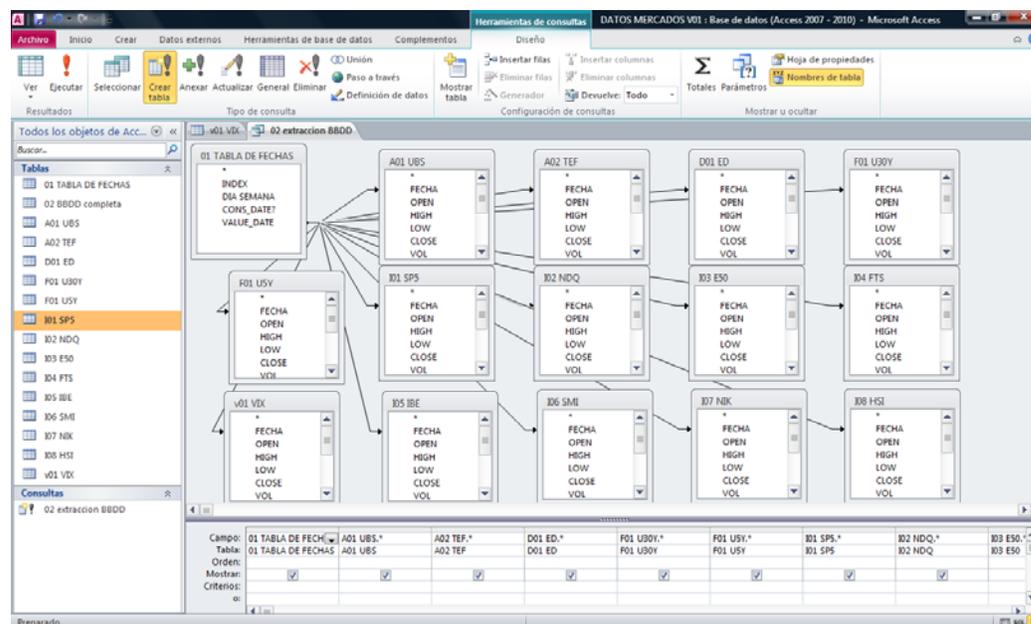
Estacionales. 3 meses. La primera identificación de este ciclo proviene de la agricultura. Su traslación posterior al mercado financiero se debe, no solo de la cotización de activos con este origen, sino también a los instrumentos financieros utilizados para la financiación de los mismos.

AIV-4. Gestión de las series históricas de datos.

Con el objetivo de obtener una tabla consolidada con la información de todos los activos, pero atendiendo a la heterogeneidad de los activos seleccionados debemos solventar el problema que surge al tratar de unificar los datos de cotización de activos con calendarios de cotización distintos.

Para solventar este problema creamos una base de datos de Access en la que definimos una tabla por cada uno de los activos considerados y definimos la creación de una tabla única tal y como mostramos en el gráfico AIV-2.

Gráfico AIV-2 Gestión datos en Access.

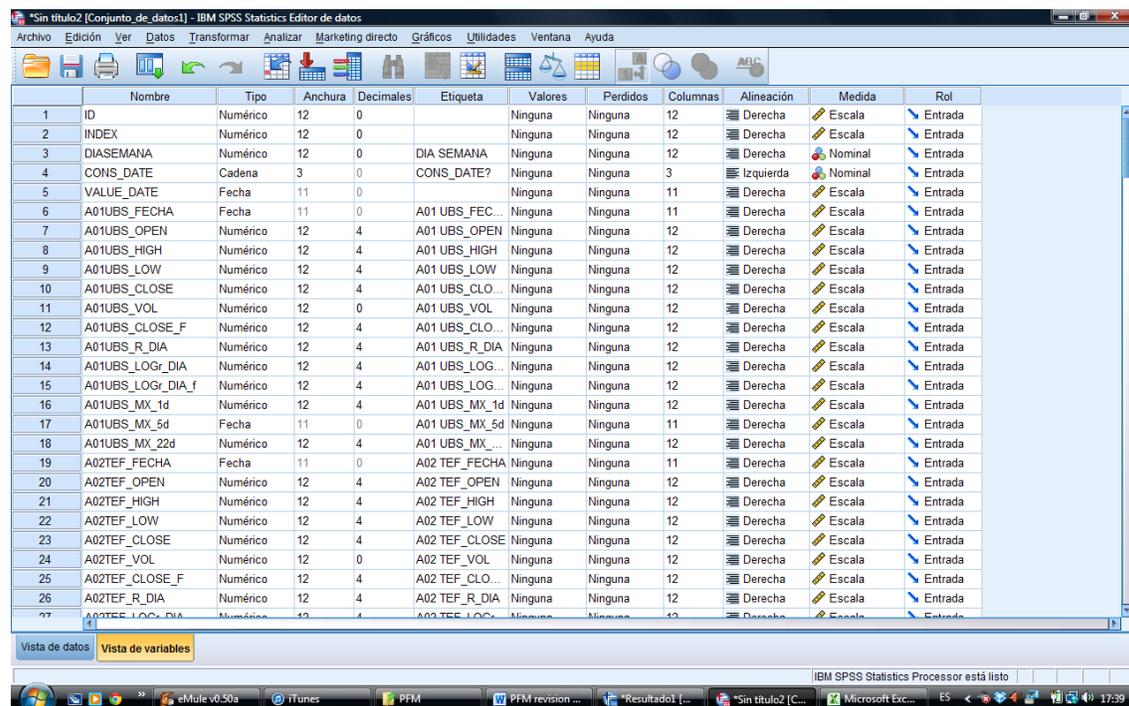


Adjuntamos la programación en SQL para la formación de la tabla consolidada a través de la información individual de cada uno de los catorce activos seleccionados.

```
SELECT [01 TABLA DE FECHAS].*, [A01 UBS].*, [A02 TEF].*, [D01 ED].*, [F01 U30Y].*, [F01 U5Y].*,
[01 SP5].*, [I02 NDQ].*, [I03 E50].*, [I04 FTS].*, [I05 IBE].*, [I06 SMI].*, [I07 NIK].*, [I08 HSI].*, [v01
VIX].* INTO [02 BBDD completa]
FROM [v01 VIX] RIGHT JOIN (((((((((((([01 TABLA DE FECHAS] LEFT JOIN [A01 UBS] ON [01
TABLA DE FECHAS].VALUE_DATE = [A01 UBS].FECHA) LEFT JOIN [A02 TEF] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [A02 TEF].FECHA) LEFT JOIN [D01 ED] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [D01 ED].FECHA) LEFT JOIN [F01 U30Y] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [F01 U30Y].FECHA) LEFT JOIN [F01 U5Y] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [F01 U5Y].FECHA) LEFT JOIN [I01 SP5] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I01 SP5].FECHA) LEFT JOIN [I02 NDQ] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I02 NDQ].FECHA) LEFT JOIN [I03 E50] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I03 E50].FECHA) LEFT JOIN [I04 FTS] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I04 FTS].FECHA) LEFT JOIN [I05 IBE] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I05 IBE].FECHA) LEFT JOIN [I06 SMI] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I06 SMI].FECHA) LEFT JOIN [I07 NIK] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I07 NIK].FECHA) LEFT JOIN [I08 HSI] ON [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE = [I08 HSI].FECHA) ON [v01 VIX].FECHA = [01 TABLA DE
FECHAS].VALUE_DATE
WHERE ((([01 TABLA DE FECHAS].[CONS_DATE?]="yes"));
```

La tabla resultante de la unión por la variable fecha de cada uno de los activos es importada desde SPSS para comenzar el análisis descriptivo tal y como se muestra el gráfico AIV-3.

Gráfico AIV-3 Constitución datos en SPSS.



AIV-5. Análisis de la bibliografía.

Gráfico AIV-4 Tipo de documentación analizada.

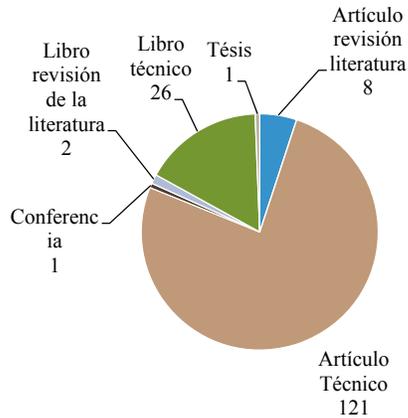


Tabla AIV-6 Número de documentos por disciplina y formato.

	Artículo revisión literatura	Artículo Técnico	Conferencia	Libro revisión de la literatura	Libro técnico	Tesis	Total
Finanzas	7	84	1	2	20	1	115
Física	1	37			6		44
Total	8	121	1	2	26	1	159

A continuación se establece un análisis temporal de las fuentes utilizadas para la realización del presente estudio incorporando una síntesis del contenido del mismo así como incorporando una descripción de cada una de las fuentes siendo:

- Tesis** Tesis doctoral publicada.
- Art T** Artículo técnico de investigación.
- Art R** Artículo dedicado a la revisión de la literatura.
- Conf** Conferencia transcrita.
- Lib T** Libro técnico de investigación.
- Lib R** Libro dedicado a la revisión de la literatura.

Tabla AIV-7 Distribución temporal comparada de publicación por área. Año 1900 – 1969.

<i>Economía</i> Gestión carteras y <i>Behavioral Finance</i>					<i>Física & otros</i> Fractales, caos y fragilidad			
Década	publicación	Autor	Síntesis	Tipo	publicación	Autor	Síntesis	Tipo
1900	1900	Bachelier	Primer análisis sobre evolución precios independientes en bolsa	Tesis				
1910								
1920	1926	Keynes	Comportamiento mercado de productos	Lib T				
	1932	Rhea	Teoría del Dow	Art T				
1930	1936	Keynes	Teoría general de la economía	Lib T				
	1938	Elliott	Modelo de Ondas	Art T				
1940	1944	Von Neumann y Morgenstern	Estudio de la teoría de la utilidad y las decisiones racionales	Lib T				
					1951	Hurst	Diseño de la primera versión del Coeficiente de Hurst	Art T
	1952	Markowitz	Creación teoría moderna de gestión de carteras. Frontera eficiente	Art T				
	1953	Kendall	Análisis de precio de activos con el uso de series temporales	Art T				
1950	1954	Neill	Uso del pensamiento contrario	Art T				
	1955	Ficher	Estándar en la estadística inferencial	Art T				
					1956	Einstein	Uso del movimiento browniano	Art T
	1958	Tobin	Estudio sobre la relación entre la demanda de liquidez y el tipo de	Art T				
	1959	Markowitz	Revisión y ampliación de su artículo sobre la gestión de carteras	Lib T				
	1960	Granville	Descripción de media móvil	Art T				
					1963	Lorenz	Teoría del Caos	Art T
					1963	Berger y Mandelbrot	Primer estudio de aplicación del coeficiente de Hurst	Art T
	1963	Sharpe	Conclusiones de la aplicación del modelo de Markowitz	Art T	1963	Mandelbrot	Modelo para seguir la evolución de los precios	Art T
	1964	Sharpe	Desarrollo del modelo CAPM	Art T				
	1964	Cootner	Conjunto de artículos de diferentes autores sobre aleatoriedad	Lib T				
	1965	Samuelson	Trabajo empírico sobre mercados eficientes	Art T				
1960	1965	Fama	Movimiento aleatorio. Existencia del mercado eficiente	Art T				
	1965	Lintner	Métodos para la selección de un portfolio de acciones	Art T				
	1966	Sharpe	Estudio sobre la rentabilidad de los fondos de inversión	Art T				
	1966	Gabor y Granger	Análisis del comportamiento del precio de los activos	Art T				
	1966	Mossin	Revisión del concepto rentabilidad - riesgo	Art T				
	1967	Jensen	Análisis de la rentabilidad de los fondos de inversión	Art T	1967	Mandelbrot	Aplicación de fractales para medir la costa de Inglaterra	Art T
					1968	Mandelbrot y Wallis.	Aplicación de fractales a la naturaleza	Art T
					1969	Mandelbrot y Wallis.	Análisis de la memoria estadística utilizando un reescalado R/S	Art T

Tabla AIV-8 Distribución temporal comparada de publicación por área. Año 1970 – 1989.

<i>Economía</i> Gestión carteras y <i>Behavioral Finance</i>					<i>Física & otros</i> Fractales, caos y fragilidad			
Década	publicación	Autor	Síntesis	Tipo	publicación	Autor	Síntesis	Tipo
1970	1970	Fama	Teoría del mercado eficiente y contrastes empíricos	Art T				
	1970	Jensen y Benington	Contraste de la aleatoriedad del mercado	Art T				
	1971	Dewey y Mandino	Análisis de los ciclos económicos	Lib T	1971	Mandelbrot	Revisión del uso del índice de Hurst como indicador hidrológico	Art T
	1972	Jensen, Black y Scholes	CAPM y cálculo de opciones Black-Scholes	Art T				
	1972	Lucas	Análisis de la Teoría Clásica	Art T				
	1973	Ross	Relación entre riesgo y rentabilidad	Art T				
	1972	Black y Scholes.	Consideraciones sobre el precio de las opciones y test del mercado eficiente	Art T				
	1973	Black y Scholes.	Desarrollo del modelo Black - Scholes	Art T				
	1973	Zweig	Indicador adelantado basado en expectativas del mercado	Art T				
	1973	Kahneman y Tversky	Análisis de los sesgos de los individuos	Art T				
	1973	Kahneman y Tversky	Predicción de las acciones de los individuos	Art T				
	1974	Granger y Newbold	Determinar persistencia vs relación espúrea	Art T				
	1975	Gehr	Aplicación del modelo APT	Art T				
	1976	Ross	Desarrollo del APT	Art T				
	1970	1977	Greene, Myron y Fielitz	Existencia de memoria estadística en las series temporales	Art T	1977	Osborne	Visión del mercado por parte de un físico
1979		Kahneman y Tversky	Teoría de las perspectivas	Art T	1979	Mandelbrot y Taqqu	Uso del coeficiente de Hurst en una serie temporal	Art T
					1979	Dickey y Fuller	Modelo de estimación a través de indicadores autoregresivos	Art T
1980	1980	Grossman y Stiglitz.	Estudio sobre el impacto del coste de la información en el mercado	Art T				
	1980	Roll, Richard, y Ross	Aplicación del modelo APT	Art T				
	1980	Granger y Joyeux	Estudio de memoria estadística en las series históricas	Art T				
	1982	Engle	Descripción modelos ARCH	Art T	1982	Mandelbrot	Artículo de referencia en el cálculo fractal	Art T
	1983	Chen	Aplicación del modelo APT	Art T				
	1985	Dybig y Ross	Estudio sobre la validez del APT	Art T				
	1986	Black	Análisis de la volatilidad del mercado	Art T				
	1986	Chen, Roll y Ross	Relación entre riesgo y rentabilidad del mercado	Art T				
	1986	Shimizu, Seiki and Gregory S.	Análisis gráfico de los precios de en los mercados	Art T				
	1986	Bollerslev	Descripción modelos GARCH	Art T				
					1987	Goldberger y West	Aplicación de fractales en la medicina	Art T
	1988	Solt y Statman	Uso de encuestas de sentimiento del inversor	Art T				
	1988	Fama y French	Análisis del período 1926 - 1985 del uso de las series históricas	Art T	1988	Phillips y Perron	Test de autoregresión de series	Art T
	1988	Lo y MacKinlay	Crítica a la teoría de mercados eficientes	Art T	1988	Feder	Ejemplo de identificación de fractales	Lib T
					1989	Mantzaras, Felton y Bracco	Aplicación de los fractales para usos militares	Art T
				1989	Voss	Uso de fractales en la música	Art T	

Tabla AIV-9 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 1990 - 1999.

Economía
Gestión carteras y *Behavioral Finance*

Física & otros
Fractales, caos y fragilidad

Década	publicación	Autor	Síntesis	Tipo	publicación	Autor	Síntesis	Tipo
1990	1990	Lo y MacKinlay	Problemas en el uso de datos en los análisis financieros	Art T	1990	Sugihara y May	Aplicación de los fractales para la medición de la edad de los árboles	Art T
	1991	Fama	Revisión del artículo de 1970 sobre la teoría de mercados eficientes	Art T				
	1991	Sharpe	Argumentarios sobre los mercados eficientes	Art T				
	1991	Lo	Uso del coeficiente de Hurst para el contraste de la memoria del mercado	Art T				
	1992	Bernstein	Resumen de teorías aplicadas en Wall Street	Lib T	1992	Scherpes y Bassingthwaighte	Aplicación de los fractales en medicina e ingeniería	Art T
	1993	Cunningham	Crítica a la teoría de mercados eficientes	Art T				
	1993	De Bondt	Análisis Técnico; identificando las tendencias	Art T				
	1993	Fama y French	5 factores en la composición de la rentabilidad de los activos	Art T				
	1993	Ding, Granger, y Engle	Estudio de la correlación de los mercados y aplicación de Montecarlo	Art T				
	1994	Cunningham	Revisión de la literatura sobre la teoría de mercados eficientes	Art R	1994	Peters	Enunciado de la teoría fractal de los mercados	Art T
	1995	Fama	Modelo y evidencias de evolución aleatoria de las acciones	Art T				
	1995	JP Morgan Bank	Manual de gestión de riesgos	Lib T				
	1995	Ikenberry, David, et all	Ejemplos de comportamientos irracionales en el mercado financiero	Art T				
	1996	Ross y Zervos.	Impacto de los mercados financieros en la economía	Art T	1996	Peters	Aplicación de la teoría del caos a los mercados financieros	Lib T
					1996	Elliott, Rothenberg y Stock	T est de autoregresión de series	Art T
	1997	Goetzmann y Jorion.	Revisión de la literatura	Art R				
					1997	Mandelbrot et all	Modelo de cálculo de rendimientos usando fractales	Art T
	1998	Fama	Teoría de Mercados Eficientes y crítica a Behavioural Finance	Art T	1998	Mandelbrot	Nuevos instrumentos estadísticos de medición	Art T
	1998	Dimson y Mussavian	Revisión de la literatura sobre Mercados Eficientes	Art R				
	1998	Brown	Consideraciones sobre la Teoría del Dow	Art R				
1998	Clarke y Statman	Desarrollo análisis técnico	Art T					
1998	De Bondt	Uso de encuestas de sentimiento del inversor	Art T					
1999	Shiller	Aplicación Behavioural Finance a la toma de decisiones	Art T	1999	Daley	Aplicación a mercados del índice de Hurst	Art T	
1999	Embrechts, Resnick, y Samorodnitsky	Ejemplo establecimiento valor extremo en herramientas de gestión	Art T					
1999	Goetzmann y Jorion.	Revisión de la literatura	Art R	1999	Mandelbrot	Uso de fractales para determinar el movimiento de los objetos	Art T	

Tabla AIV-10 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 2000 - 2009.

Economía
Gestión carteras y *Behavioral Finance*

Física & otros
Fractales, caos y fragilidad

Década	publicación	Autor	Síntesis	Tipo	publicación	Autor	Síntesis	Tipo
2000	2000	Shiller	Análisis de formación de burbujas	Lib T	2000	Benassi et all	Teoría calculo índice de Hurst	Art T
	2000	Fisher y Statman	Uso del sentimiento del inversor para adelantar movimientos de mercado	Art T	2000	Weron y Weron.	Revisión literaria del modelo fractal de mercados y de las leyes potenciales	Art R
	2000	Hirshleifer	Revisión de la relevancia del componente psicológico del inversor	Art T				
	2000	McNeil	Ejemplo de valor extremo en series históricas de activos financieros	Art T				
					2001	Mandelbrot	Impacto de los casos extremos	Art T
					2001	Mandelbrot	Estudio sobre índice de Hurst	Art T
	2002	Gropp et all	Indicadores adelantados y fragilidad financiera	Art T				
	2003	Gasserman	Utilización de la técnica estadística de Montecarlo en los mercados	Lib T				
	2003	Shiller	Revisión de la literatura de Mercados Eficientes y Behavioural Finance	Art R				
	2003	Graham	Libro con consejos sobre la gestión en la bolsa (1ª edición 1959)	Lib T				
	2003	Malkiel	Argumentos ante la crítica a los mercados eficientes	Art T				
	2003	Kahneman	Teoría de Behavioural Finance	Art T				
	2003	Carvalho da Silva y Mendes	Ejemplo establecimiento valor extremo en mercados asiáticos	Art T				
	2003	Davis	Teoría de sentimiento contrario	Lib T				
	2003	Lee et all	Contraste de la teoría del sentimiento contrario	Art T				
	2004	Fama y French.	Teoría y evidencias del modelo CAPM	Art T				
	2004	Timmermann y Granger	Uso de las hipótesis del Mercado Eficiente	Art T				
	2004	Lo	Contraste del Mercado Eficiente	Art T				
	2004	O'Neal	Uso de la encuesta ICI: identificación de perfiles de inversión	Art T				
	2005	Lo et all	Conclusiones del análisis de la neurociencia aplicada al mercado	Art T	2005	Mandelbrot	Herramientas fractales para finanzas	Art T
	2005	Peterson	Análisis de la neurociencia en la toma de decisiones	Art T	2005	Derman y Taleb	La importancia de la aleatoriedad en los mercados	Art T
					2006	Mandelbrot y Hudson	Análisis de la relación entre Fractales y finanzas	Lib T
					2006	Wagensberg	Reflexiones sobre conceptos de física	Lib T
	2007	Neill	Uso del pensamiento contrario	Lib T				
	2007	Edwards, Robert D. et all	Manual de análisis técnico	Lib T	2007	Goldstein y Taleb	Estudio sobre la infravaloración de la volatilidad en los mercados	Art T
					2007	Vyzantiadou y Zafiroopoulos	Aplicación del uso de fractales en la construcción	Art T
2007	Gordon, Gjergji y Scott	Uso de la encuesta ICI: análisis del comportamiento de los gestores de	Art T					
2007	Philippe Jorion	Manual de aplicación del modelo VaR	Lib T					
2008	Taleb, Nassim Nicholas	Estudio sobre la medición de la volatilidad en los mercados	Lib T					
2009	Sornette, Didier	Estudio de casos de Crash de mercado	Lib T	2009	Chichilnisky	Modelos estadísticos aplicados a cisnes negros	Art T	
				2009	Taleb	Desarrollo matemático de las colas gruesas de la distribución	Art T	

Tabla AIV-11 Distribución temporal comparada de publicación por área. Años 2010 - 2016.

<i>Economía</i> Gestión carteras y <i>Behavioral Finance</i>					<i>Física & otros</i> Fractales, caos y fragilidad			
Década	publicación	Autor	Síntesis	Tipo	publicación	Autor	Síntesis	Tipo
2010	2010	Kirkpatrick II y Dahlquist	Manual de análisis técnico. Evolución de la disciplina	Lib R	2010	Taleb	Desarrollo del concepto de Cisne negro	Lib T
	2010	Borges	Test de eficiencia de mercados europeos	Art T				
	2010	Dominguez, Ardilla y Moreno	Aplicaciones del coeficiente de Hurst	Art T				
	2011	Sewell	Revisión bibliográfica de la Teoría Clásica	Art R				
	2011	Kahneman	Revisión de sus estudios en Behavioural Finance	Lib T				
	2011	Haldane	Implicaciones del Flash Crash	Conf				
	2011	Davis, Bachelier, Etheridge y Bulkowski	Retrospectiva de la obra de Bachelier	Lib T				
	2011	Chang et all	Análisis del VIX como indicador de mercado	Art T				
	2011	Liu	Uso del índice VIX como indicador adelantado	Art T				
	2012	Mitra	Uso del coeficiente de Hurst aplicado al mercado	Art T	2012	Taleb	Concepto de antifragilidad y del uso ventajista de la volatilidad	Lib T
	2012	Fenghua, Li, Xie y Shaw	Cálculo coeficiente de Hurst del índice HSI	Art T	2012	McCulloch	Calculo del tiempo bajo la geometría fractal	Art T
	2012	Ben-Rephael, Kandel y Wohl	Uso del movimiento de las masas en los fondos de inversión	Art T				
	2013	Tooper y Lagadec	Explicaciones fractales a sucesos históricos	Art T				
	2013	Anderson y Noss	Revisión literaria de la teoría fractal de mercados	Art R				
	2015	North y Stevens.	Uso de la encuesta de AAIH como indicador de sentimiento	Art T				
	2015	Malkiel	Alegato del movimiento aleatorio de los mercados	Lib T				
	2016	Ferrer, Salaber y Zalewska	Uso de las encuestas de confianza del consumidor como indicador	Art T				

AIV-6. Programación de herramienta de cálculo del coeficiente de Hurst.

Con el objetivo de poder replicar el análisis bajo otros activos o series temporales se adjunta el desarrollo informático preparado para el cálculo del coeficiente de Hurst.

La programación⁶⁸ permite automatizar el proceso de obtención del coeficiente de Hurst a través de una rutina que realiza el cálculo de los componentes básicos dependiendo de la partición de la serie histórica en los rangos adoptados; diarios, semanales, mensuales, 50 días, 100 días, 150 días y anuales.

⁶⁸ La programación no permite el uso de acentos en los campos descriptivos de las rutinas.

Con los cálculos de media, diferencia acumulada, máximo, mínimo, y rango generados en el Excel, se procede a crear una macro que recorra el proceso durante las “n” particiones aplicadas a la serie histórica en las que se establece por programación un número máximo de 10.000 registros.

```
Sub calculoHurst()  
  
' cálculo del coeficiente de Hurst  
  
' Macro recorded 15/04/2014 by fractal_ipf  
  
'Define las variables a utilizar  
  
Dim i As Integer  
Dim j As Integer  
Dim n As Integer  
Dim m As Integer  
Dim stp As Integer  
Dim savei As Integer  
  
Range("O1") = Range("O1") + Range("O2")  
i = Range("S1")  
Cells(7 + i, 19) = Range("O1")  
Cells(7 + i, 20) = Range("T2")  
Cells(7 + i, 21) = Range("Q6")  
Cells(7 + i, 22) = Range("S6")  
Range("S1") = Range("S1") + 1  
  
End Sub  
  
' cálculo del coeficiente de Hurst para cada particion  
  
Sub many_Hurst()  
' Macro recorded 15/04/2014 by fractal_ipf  
  
' proceso de bucle del calculo  
  
Dim i As Integer  
  
' define el numero de particiones  
  
Clear  
  
For i = 1 To Range("I3")
```

```
Hurst  
  
Next i  
  
End Sub  
Sub clear()  
  
' clear Macro  
' Macro recorded 15/04/2014 by fractal_ipf  
  
Range("S8:v10000").Select  
Selection.ClearContents  
Range("O1") = Range("O3")  
Range("S1") = 1  
Range("A1").Select  
End Sub
```

Siendo el valor recogido en las celdas:

CELDA O1 = días de la serie histórica.

CELDA O2 = días considerados en el intervalo.

CELDA S1 = número de cálculos a realizar.

CELDA T2 = logaritmo natural (CELDA O1).

CELDA S6 = (R/s) .

CELDA Q6 = logaritmo natural (CELDA S6).

CELDA S4 = pendiente de la función.

CELDA S5 = constante de la función.

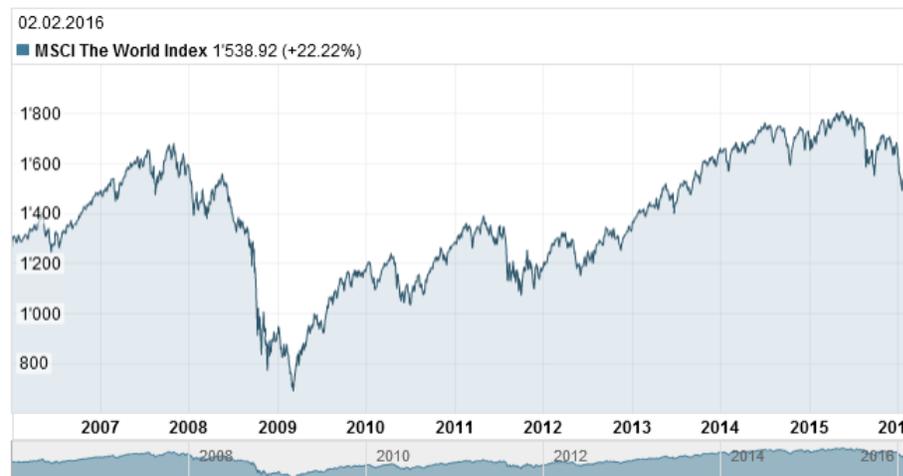
Anexo V

Glosario de términos

Término	Definición
Alfa	Rendimiento ajustado por el riesgo obtenido por un activo que es calculado como diferencial de rentabilidad sobre un índice de referencia.
Crisis subprime	En el verano del año 2007 se inicia una crisis financiera, debido al colapso en la negociación de instrumentos derivados con subyacente en deuda hipotecaria. Si bien, este episodio se inicia en el mercado norteamericano, rápidamente sus efectos tuvieron réplica en el resto de economías mundiales.
Curtosis	<p>Corresponde al coeficiente de apuntamiento (K) en la forma de la distribución de resultados de un conjunto, y permite clasificar los resultados en base a la concentración de datos a la distribución.</p> <p>El cálculo preciso para su determinación se desarrolla a través del cuarto momento con respecto a la media de las observaciones.</p> $K = \left(\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \right) \sum \left(\frac{x_j - \bar{x}}{s} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$ <p>De acuerdo al valor adoptado por este indicador se establecen 3 formas básicas en la distribución de resultados obtenidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Curtosis > 3. Forma leptocúrtica: valores centrados alrededor de la media (figura apuntada), dejando colas de la distribución menos relevantes. • Curtosis < 3. Forma platicúrtica: menos valores alrededor de la media y distribuidos más que proporcionalmente en las colas. • Curtosis = 3. Forma mesocúrtica: distribución normal (ver glosario).
ISIN	Acrónimo de <i>International Standards Identification Number</i> . Corresponde a la numeración de doce caracteres que identifica los valores de forma unívoca a

	<p>nivel global. Los dos primeros dígitos identifican al país que asigna el código, los nueve siguientes es el código que identifica el activo, y el último registro corresponde a un dígito de control. La asignación de cada activo corresponde a las Agencias Nacionales de Codificación.</p>
Marca de agua	<p>Valor que representa el valor máximo que alcanza la cotización de un activo durante un período. Este indicador está relacionado con las mediciones de rentabilidad de diversos activos, y en especial, con las reglas de cálculo aplicadas para el devengo de comisiones en la gestión de inversiones. Este indicador normalmente se combina con la medición del tiempo que transcurre entre que el activo alcanza por primera vez este valor máximo y, tras experimentar un retroceso en su cotización, vuelve de nuevo a alcanzar esa valoración. Este período se denomina “tiempo debajo del agua”.</p>
Movimiento Browniano	<p>Oscilación aleatoria de los elementos. La primera descripción en base científica fue desarrollada por el biólogo Robert Brown en 1827 y sirvió de base posterior a los estudios de Louis Bachelier para el análisis del comportamiento de la bolsa (Bachelier 1900), así como a Albert Einstein en sus primeros análisis sobre las implicaciones de la teoría atómica (Einstein 1956).</p>
MSCI World Index	<p>El MSCI World Index es un índice denominado en dólares americanos que actualmente recoge 1.653 activos pertenecientes a 23 mercados desarrollados. Se estima que los activos considerados constituyen aproximadamente el 85% de la capitalización del mercado financiero de cada país. Debido a esta amplitud es habitual su uso como aproximación al mercado bursátil desde la perspectiva mundial. Su elaboración correspondía originalmente a la casa de análisis Morgan Stanley Capital International. En la actualidad su gestión la realiza una empresa distinta llamada MSCI.</p>

Gráfico AV-1 Evolución del índice MSCI World Index desde 02/01/2006 hasta 02/02/2016.



Fuente: UBS Quotes, base de datos financieros gestionada por UBS.

Opciones,
tipo de

En los mercados financieros se negocian los activos en directo, y también los derechos de propiedad sobre los mismos que se denominan opciones.

En la valoración de las mismas deben considerarse 6 componentes fundamentales; el precio del activo sobre el que se establece la opción (subyacente), el precio establecido como referencia, el tipo de interés de la divisa en la que se emite el activo, el importe acumulado de los dividendos a recibir por parte del subyacente, el tiempo restante hasta el vencimiento del contrato, y la estimación de la volatilidad actual y futura experimentada por el activo.

Si bien existen multitud de tipos de opciones formadas por la combinación de sus enunciados más simples, destacamos por su relevancia las correspondientes a la valoración de la posibilidad de comprar un activo en un momento futuro a un precio pactado (CALL), o la de vender el mismo activo, a un precio pactado, en un momento posterior (PUT).

Las opciones de compra (CALL) permiten a los inversores beneficiarse de los resultados que habrían obtenido en la evolución positiva de un valor con la

compra de un derecho de un importe muy inferior. La diferencia entre este precio pagado y el volumen sobre el que estamos negociando corresponde al apalancamiento del producto. Permite, por tanto, servir como instrumento a los inversores que tienen expectativas de encontrarse en un mercado alcista para multiplicar su apuesta en lugar de la compra directa del activo.

Por el contrario, las opciones de venta (PUT) permiten a los inversores beneficiarse de la evolución negativa de un valor con la compra de un derecho. Este instrumento es utilizado por los inversores que tienen expectativas de encontrarse en un mercado bajista y que desean invertir en base a esa evolución, o precisan cubrir su posición compensando con el beneficio obtenido con la opción de venta las pérdidas que sufriría el resto de su cartera si no decidiera venderla.

Tabla AV-1 Tipos de opciones básicas.

Descripcion	Opción de compra (Call)	Opción de Venta(Put)
Opción "In the money" (ITM)	Precio de ejercicio < Precio Spot del Subyacente	Precio de ejercicio > Precio Spot del Subyacente
Opción "At the money" (ATM)	Precio de ejercicio = Precio Spot del Subyacente	Precio de ejercicio = Precio Spot del Subyacente
Opción "Out of the money" (OTM)	Precio de ejercicio > Precio Spot del Subyacente	Precio de ejercicio < Precio Spot del Subyacente

Adicionalmente al tipo de opción en relación a la posición que adopta el individuo, cabe destacar la clasificación de las mismas en virtud del modelo de vencimiento.

- Opciones europeas: el vencimiento está establecido en una fecha determinada.
- Opciones americanas: el vencimiento puede desencadenarse en

cualquier momento a lo largo de la vida teórica de la opción

- Opciones bermuda: el vencimiento puede realizarse, cumpliendo una serie de restricciones, en diversas fechas determinadas a priori.

Oscilador
estocástico

Indicador estadístico aplicado a muestras o poblaciones cuya restricción reside en la consideración inicial de una evolución aleatoria de las mismas.

Potencial,
ley

A diferencia de los entornos lineales, donde las relaciones de causalidad se determinan a través de funciones lineales, los modelos potenciales establecen que la relación entre variables sigue una función del siguiente tipo:

$$Y = a X^k$$

Siendo:

a = constante de proporcionalidad.

K = exponente de la potencia.

De este modo, aplicando las propiedades básicas logarítmicas se obtiene la siguiente igualdad:

$$\log(Y) = K \log(X) + \log(a)$$

RSI, o índice
de fortaleza
relativa

Indicador correspondiente al Análisis Técnico que analiza la relación entre las ganancias y pérdidas obtenidas en un activo en concreto durante un período determinado. El valor del indicador (entre 0 y 100) se obtiene de la aplicación de esta ecuación:

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + RS}$$

Donde RS corresponde, dado un período establecido, a la relación de los días con ganancias observados dividido por los días que terminaron en pérdidas. La práctica de mercado establece en los valores superiores al 70 como aquellas situaciones en las que el mercado se encuentra sobre comprado y que, por tanto, tienen riesgo a corto plazo de experimentar una corrección negativa para

adecuar su valor a la media histórica (Kirkpatrick II y Dahlquist 2010). De forma simétrica, un valor del RSI inferior a 30 indicará una situación de sobreventa en el mercado con una previsión contraria a la establecida con la sobre compra.

Regresión
Lineal o
múltiple,
análisis

Corresponde a una técnica estadística utilizada para analizar la relación existente, así como el grado de la misma, entre las diversas variables.

Siendo en su modelo:

$$y = a + \sum_{i=0}^n b_i x_i + e$$

y = variable dependiente.

x = variable independiente o regresores.

a = ordenada en el origen.

b = pendiente de la recta.

e = error residual y muestra la diferencia entre el valor observado y el obtenido a través de la regresión.

Volatilidad

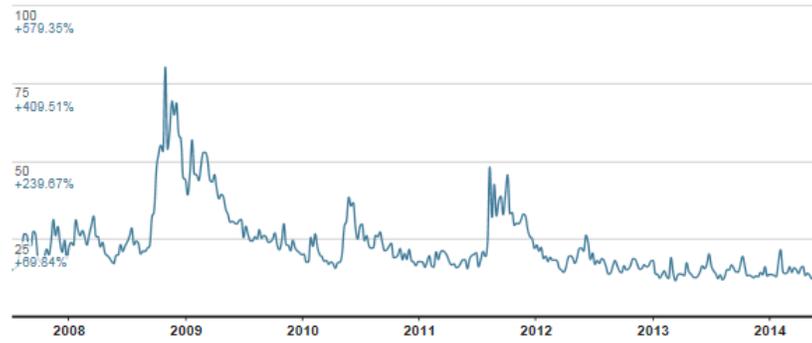
El concepto de volatilidad dentro del área financiera corresponde a una medida que identifica la magnitud de los cambios en la evolución de un activo. Su estimador matemático más común corresponde a la desviación estándar sobre la media aritmética.

VIX, índice
de

Corresponde al índice de volatilidad proporcionado por el mercado de opciones de la bolsa de Chicago, y es uno de los indicadores más reconocidos en la medición de la volatilidad general del mercado.

Su cálculo se basa en la cotización diaria del índice S&P 500 a través del valor implícito promedio de las opciones de compra y venta considerando el plazo de un mes.

Gráfico AV-2 Evolución del índice VIX desde 01/01/2007 hasta 12/06/2014.



Fuente: UBS Quotes, base de datos financieros gestionada por UBS.

A mis padres por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, y por su incondicional apoyo mantenido a través de todos estos años.

A Rebeca, Daniel y Alejandro por permitirme que asignara a este proyecto un recurso irremplazable como es el tiempo.

A Teresa y Antonio por la calidad de las sesiones dedicadas a la orientación y revisión de este estudio.

A Miriam por comprender como nadie este reto y apoyarlo desde el primer día, a Jorge por aportar en cada debate surgido de las primeras versiones, y a Fernando por su modo de entender la vida y al modo en que lo comparte.

Y por último, dedico este trabajo a todos mis pasados y futuros alumnos.

Madrid a 5 de Septiembre 2016