



Trabajo de Fin de Grado

# Diseño y construcción de un levitador magnético

Autor:

Pedro Sánchez Bas

Director:

Juan Luis Zamora

Firma del autor:

VºBº del director:

11 de julio de 2018



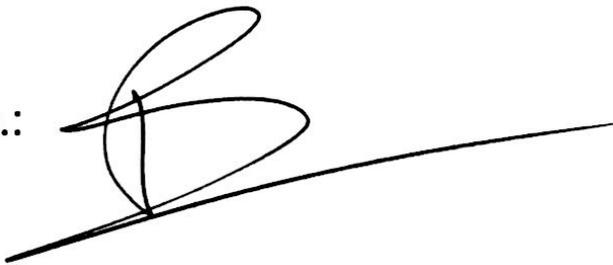
Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título

...DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN.....  
.....LEVITADOR.....MAGNÉTICO.....

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el  
curso académico 2017 - 2018... es de mi autoría, original e inédito y

no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es  
plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada  
de otros documentos está debidamente referenciada.

Fdo.:



Fecha: 10 / 7 / 2018

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO

Fdo.:



Fecha: 10 / 7 / 2018

# AUTORIZACIÓN PARA LA DIGITALIZACIÓN, DEPÓSITO Y DIVULGACIÓN EN RED DE PROYECTOS FIN DE GRADO, FIN DE MÁSTER, TESINAS O MEMORIAS DE BACHILLERATO

## 1º. Declaración de la autoría y acreditación de la misma.

El autor D. PEDRO SÁNCHEZ BAS

DECLARA ser el titular de los derechos de propiedad intelectual de la obra: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN LEVITADOR MAGNÉTICO que ésta es una obra original, y que ostenta la condición de autor en el sentido que otorga la Ley de Propiedad Intelectual.

## 2º. Objeto y fines de la cesión.

Con el fin de dar la máxima difusión a la obra citada a través del Repositorio institucional de la Universidad, el autor CEDE a la Universidad Pontificia Comillas, de forma gratuita y no exclusiva, por el máximo plazo legal y con ámbito universal, los derechos de digitalización, de archivo, de reproducción, de distribución y de comunicación pública, incluido el derecho de puesta a disposición electrónica, tal y como se describen en la Ley de Propiedad Intelectual. El derecho de transformación se cede a los únicos efectos de lo dispuesto en la letra a) del apartado siguiente.

## 3º. Condiciones de la cesión y acceso

Sin perjuicio de la titularidad de la obra, que sigue correspondiendo a su autor, la cesión de derechos contemplada en esta licencia habilita para:

- a) Transformarla con el fin de adaptarla a cualquier tecnología que permita incorporarla a internet y hacerla accesible; incorporar metadatos para realizar el registro de la obra e incorporar "marcas de agua" o cualquier otro sistema de seguridad o de protección.
- b) Reproducir la en un soporte digital para su incorporación a una base de datos electrónica, incluyendo el derecho de reproducir y almacenar la obra en servidores, a los efectos de garantizar su seguridad, conservación y preservar el formato.
- c) Comunicarla, por defecto, a través de un archivo institucional abierto, accesible de modo libre y gratuito a través de internet.
- d) Cualquier otra forma de acceso (restringido, embargado, cerrado) deberá solicitarse expresamente y obedecer a causas justificadas.
- e) Asignar por defecto a estos trabajos una licencia Creative Commons.
- f) Asignar por defecto a estos trabajos un HANDLE (URL *persistente*).

## 4º. Derechos del autor.

El autor, en tanto que titular de una obra tiene derecho a:

- a) Que la Universidad identifique claramente su nombre como autor de la misma
- b) Comunicar y dar publicidad a la obra en la versión que ceda y en otras posteriores a través de cualquier medio.
- c) Solicitar la retirada de la obra del repositorio por causa justificada.
- d) Recibir notificación fehaciente de cualquier reclamación que puedan formular terceras personas en relación con la obra y, en particular, de reclamaciones relativas a los derechos de propiedad intelectual sobre ella.

## 5º. Deberes del autor.

El autor se compromete a:

- a) Garantizar que el compromiso que adquiere mediante el presente escrito no infringe ningún derecho de terceros, ya sean de propiedad industrial, intelectual o cualquier otro.
- b) Garantizar que el contenido de las obras no atenta contra los derechos al honor, a la intimidad y a la imagen de terceros.
- c) Asumir toda reclamación o responsabilidad, incluyendo las indemnizaciones por daños, que pudieran ejercitarse contra la Universidad por terceros que vieran infringidos sus derechos e

intereses a causa de la cesión.

- d) Asumir la responsabilidad en el caso de que las instituciones fueran condenadas por infracción de derechos derivada de las obras objeto de la cesión.

**6º. Fines y funcionamiento del Repositorio Institucional.**

La obra se pondrá a disposición de los usuarios para que hagan de ella un uso justo y respetuoso con los derechos del autor, según lo permitido por la legislación aplicable, y con fines de estudio, investigación, o cualquier otro fin lícito. Con dicha finalidad, la Universidad asume los siguientes deberes y se reserva las siguientes facultades:

- La Universidad informará a los usuarios del archivo sobre los usos permitidos, y no garantiza ni asume responsabilidad alguna por otras formas en que los usuarios hagan un uso posterior de las obras no conforme con la legislación vigente. El uso posterior, más allá de la copia privada, requerirá que se cite la fuente y se reconozca la autoría, que no se obtenga beneficio comercial, y que no se realicen obras derivadas.
- La Universidad no revisará el contenido de las obras, que en todo caso permanecerá bajo la responsabilidad exclusiva del autor y no estará obligada a ejercitar acciones legales en nombre del autor en el supuesto de infracciones a derechos de propiedad intelectual derivados del depósito y archivo de las obras. El autor renuncia a cualquier reclamación frente a la Universidad por las formas no ajustadas a la legislación vigente en que los usuarios hagan uso de las obras.
- La Universidad adoptará las medidas necesarias para la preservación de la obra en un futuro.
- La Universidad se reserva la facultad de retirar la obra, previa notificación al autor, en supuestos suficientemente justificados, o en caso de reclamaciones de terceros.

Madrid, a 11 de julio de 2018

**ACEPTA**

Fdo. PEDRO SÁNCHEZ BAS



Motivos para solicitar el acceso restringido, cerrado o embargado del trabajo en el Repositorio Institucional:



# DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN LEVITADOR MAGNÉTICO

Autor: Sánchez Bas, Pedro

Director: Juan Luis Zamora Macho

Entidad colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

## 1. Introducción

La levitación magnética es un campo de investigación emergente que incorpora en su estudio numerosas herramientas del campo de la ingeniería. Como se aprecia en el título, este proyecto consiste en el diseño de un levitador magnético con la posterior implementación de los diseños en un modelo físico.

Un levitador magnético es un dispositivo capaz de mantener una carga magnética en suspensión en un rango de alturas determinado. El funcionamiento del levitador es el siguiente: se le aplica tensión a un electroimán, apareciendo una corriente, esta corriente genera un campo magnético y este campo provoca una fuerza vertical en la carga que contrarresta su peso. A partir de un control en lazo cerrado se puede generar la tensión adecuada en cada momento para que la carga se mantenga en una posición determinada.

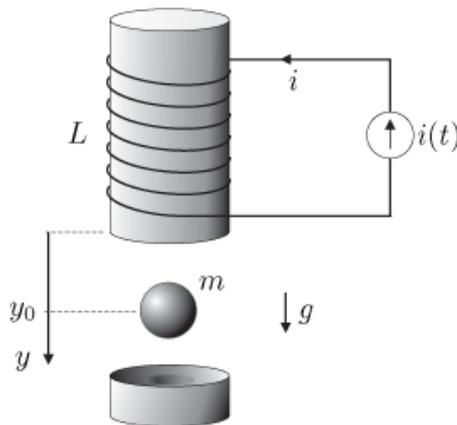


Fig. 1 Esquema del levitador

La levitación magnética tiene numerosas aplicaciones a nivel industrial [1]. Un ejemplo son los reactores nucleares de fisión donde las elevadas temperaturas no permiten que ningún recipiente contenga el plasma [2], con la consiguiente necesidad de mantenerlo levitando. Otra aplicación práctica son los trenes de levitación magnética, como el tren MagLev, o el Hyperloop One, de Space X.

Este proyecto consiste en el diseño del dispositivo con un énfasis en el control, que se implementará en un microcontrolador Raspberry Pi a través del entorno de Matlab/Simulink. Una vez diseñado se especificarán los distintos retos que depara la implementación física, así como sus respectivas soluciones.

Los objetivos principales de este proyecto son los siguientes:

1: La elaboración de un modelado preciso de la planta

2: El diseño de un simulador en el entorno de Matlab/Simulink que permita obtener una respuesta del sistema lo más parecida posible a la respuesta real.

3: El diseño de un control que permita fijar la posición vertical de un objeto.

4: La construcción del levitador, junto con el ensamblaje de todos los

elementos requeridos para su funcionamiento.

## 2. Metodología

Para la consecución de los objetivos de este proyecto se ha empleado la siguiente metodología: modelado de la planta, diseño del control y simulación e implementación.

El modelado de la planta tiene como objetivo obtener el comportamiento del sistema en forma de una serie de ecuaciones matemáticas, cuya información está contenida en una función de transferencia. Para la obtención de estas ecuaciones se parte de las ecuaciones más básicas que describen el electromagnetismo, llegando posteriormente a la ecuación que describe la fuerza sufrida por la carga en función de la corriente (Ec. 1), y terminando en un modelo en espacio de estados (con su consiguiente función de transferencia).

$$F_m = K_m \frac{i}{z^4} \quad (\text{Ec. 1})$$

En esta ecuación  $i$  es la corriente que circula por la bobina,  $z$  es la distancia entre el CDG del electroimán y el de imán,  $K_m$  es una constante y  $F_m$  es la fuerza sufrida por la carga.

El modelo en espacio de estados tiene en cuenta 3 variables de estado:  $i(t)$ ,  $z(t)$  y  $v_z(t)$ , siendo la entrada la tensión aplicada a la bobina  $V_i(t)$  y la salida  $z(t)$ .

Con el modelo en espacio de estados es posible obtener de forma analítica la función de transferencia de la planta, pero para diseñar el control es preciso una forma numérica. Para obtener esta forma de la función de

transferencia son precisos una serie de ensayos, de los cuales el más importante es el que permite la obtención del valor de  $K_m$ .

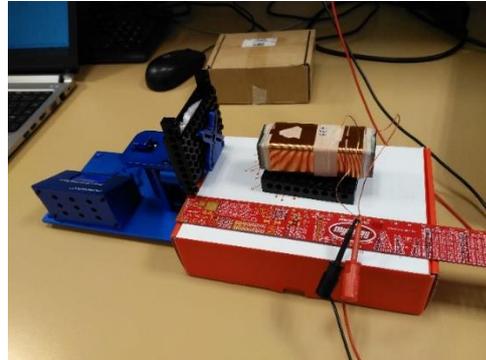


Fig. 2 Ensayo de fuerza para obtener  $K_m$

El diseño del control en lazo cerrado tiene como objetivo obtener una respuesta temporal rápida, lo suficientemente amortiguada y estable.

El primer diseño consiste en un PID, el control más utilizado en la industria por su sencillez, versatilidad y por la fácil interpretación de sus parámetros [3]. El diseño del PID se realiza típicamente por respuesta en frecuencia utilizando el criterio del reverso y especificando un determinado margen de fase, aunque en el caso del levitador la dinámica de la planta es oscilatoria, imposibilitando el diseño de un control PID utilizando este método.

Después del control PID se procedió a un diseño de control por realimentación de estado. Este control se utiliza con plantas cuyo diagrama de Black es prácticamente vertical, plantas con varios integradores o plantas inestables.

La respuesta del control por realimentación de estado, como normal general, suele ser cualitativamente mejor que la del PID,

puesto que incorpora la información de las variables de estado del sistema. Una ventaja clara con respecto al PID es la posibilidad de establecer la dinámica (lugar de los polos) deseada en el sistema en lazo cerrado.

Para aprovechar las ventajas de este control sin renunciar a la sencillez del PID se optó finalmente por implantar el control por realimentación de estado a través de un control en cascada. Este control consiste en 2 o más PIDs donde la salida de un lazo de control es la referencia del siguiente. Para el caso concreto del levitador este control en cascada se traduce en un PID para controlar la posición seguido de un control P para controlar la corriente.

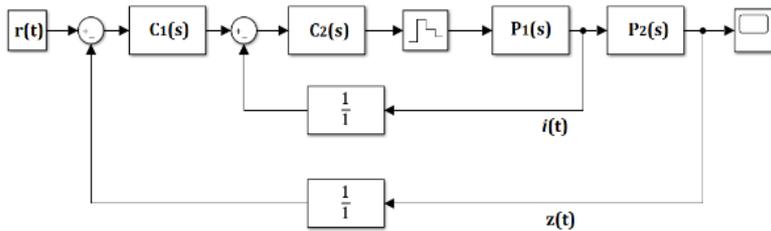


Fig. 3 Esquema del control en cascada

Para el funcionamiento de este control hace falta medir tanto la corriente como la posición, y esto se consigue con una serie de sensores que se describen más adelante. El problema que se plantea es que los sensores incorporan una serie de ruidos y no tienen una fiabilidad absoluta. Para resolver este problema se emplea un estimador de estado, que utiliza las medidas de los sensores así como las ecuaciones de la planta para estimar las variables de estado del sistema.

En este proyecto el estimador de estado que se ha empleado se conoce

como filtro de Kalman. La particularidad de esta configuración reside en la utilización de herramientas estadísticas para optimizar la estimación. El filtro de Kalman consta de dos etapas: una de predicción, donde se emplea el modelo de la planta para estimar el estado futuro; y una de corrección, en la que se emplean las medidas de los sensores para corregir las estimaciones futuras.

Una vez diseñado el control y el estimador de estado se procede a la simulación. El objetivo es ajustar los parámetros del control para obtener la mejor respuesta posible en lazo cerrado (mínimo error), además de asegurar que los rangos de funcionamiento de los sensores y actuadores no se ve sobrepasado.

Después de ajustar el control se llegó a una configuración de polos en lazo cerrado tipo Butterworth [4] de orden 3, con un cuarto polo real (debido a la acción integral del control) alejado varios órdenes de magnitud. La salida del sistema para esta última configuración se observa en la siguiente gráfica:

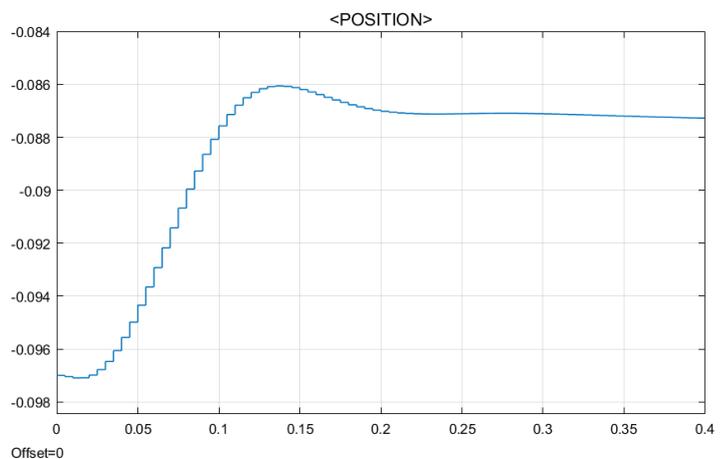


Fig. 4 Respuesta a un escalón (1 cm)

La implementación es el paso posterior a la simulación. Consiste en traducir en elementos físicos los componentes del control diseñado. Los elementos del sistema final se agrupan en actuador, sensores y microcontrolador.

El actuador del sistema es el electroimán cuya tensión es el mando, es decir, la variable que podemos controlar para cambiar la salida. La sensorización tiene como objetivo obtener medidas de la corriente y la posición que el EKF utiliza para estimar el estado.

El microcontrolador elegido para este proyecto es el Raspberry Pi 3 Modelo B. Las principales ventajas de este residen en su gran potencia y velocidad de cálculo, así como en su sistema operativo en tiempo real. La programación del micro se realiza a través del entorno Matlab/ Simulink.



*Fig. 5 Raspberry Pi 3 Model B*

### 3. Resultados

Los resultados de este proyecto se pueden resumir brevemente:

- Por una parte, se ha construido un prototipo funcional, que se puede utilizar para implantar controles en el futuro.

- Se ha diseñado satisfactoriamente un simulador en el entorno de Matlab/Simulink.
- Se ha realizado un modelado de la planta, que junto con los respectivos ensayos supone un mayor entendimiento sobre el fenómeno de la levitación magnética

Cabe mencionar que, pese a los resultados satisfactorios, el control implementado no ha sido capaz de controlar la posición de la carga prevista debido a la enorme influencia del ruido en la medida de la corriente.

### 4. Conclusiones

En cuanto a las contribuciones de este proyecto cabe destacar por una parte la aportación de una forma diferente de abordar la problemática del levitador magnético por un lado; y el enfoque exhaustivo en entender desde una perspectiva básica las ecuaciones que rigen la fuerza magnética.

En cuanto a las posibles líneas futuras de investigación se teoriza sobre la posibilidad de incorporar actuadores adicionales en direcciones perpendiculares de cara a controlar la posición de forma tridimensional. También se podrían optimizar algunos aspectos del modelo actual del levitador incorporando mejores materiales o sensores de mayor rango

## 5. Referencias

- [1] Gabriel Perren, Estudio de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética, FCEIA, Universidad Nacional del Rosario, 2003
  
- [2] D. Samsonov, Levitation and agglomeration of magnetic grains in a complex (dusty plasma with magnetic field, Pag. 3, New J. Phys, 2003
  
- [3] T.H. Wong, Design of a Magnetic Levitation Control System: An Undergraduate Project, IEEE, Nov. 1986, Pag. 196
  
- [4] Sedra Smith, Microelectronics circuits, Filters and tuned amplifiers, pág. 1091



# MAGNETIC LEVITATION SYSTEM: CONTROL AND DESIGN

Author: Sánchez Bas, Pedro

Director: Juan Luis Zamora Macho

Entity: ICAI – Comillas Pontifical University

## 1. Introduction

Magnetic levitation is an emerging field that involves the use of many tools and applications within the engineering environment. As the title of this paper suggests this Project covers both the design and construction of a magnetic levitation device, with its corresponding control system.

A magnetic levitator is a device which is capable of sustaining a certain magnetic load suspending in the air in a certain height. This device operates by applying voltage to an electromagnet, which creates a magnetic field proportional to its current. This magnetic field induces a vertical force in the load, opposite to the direction of gravity, which balances its weight. With a closed loop control system we can generate the appropriate voltage in order to maintain the load at a certain height.

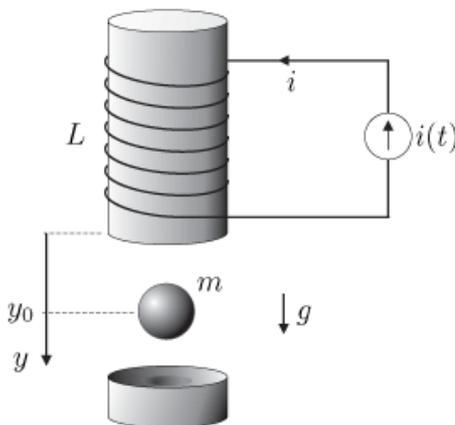


Fig. 1 Levitator schematic

Magnetic levitation can be applied in many industrial applications [1]. A good example is the use of this technology in nuclear fusion reactors, where the high plasma temperatures make it impossible to confine it in a closed recipient [2]. Another practical application is the magnetic levitation trains, like MagLev, or Hyperloop One, from Space X.

In this project the design of the whole device is covered, with a particular emphasis in control, which will be implemented in a Raspberry Pi through the MATLAB/Simulink environment. Once designed, the challenges that physical implementation involves will be described, as well as its corresponding management.

The main goals for this project are the following:

- 1: Describing plant equations and transfer function modelling.
- 2: Designing a functional simulator in the MATLAB/Simulink environment, that allows us to obtain the most realistic system response.
- 3: Designing a position control that can maintain a reference value
- 4: Construction of the physical device, with the assembly of all the required components for its operation

## 2. Methodology

To achieve the main goals in this project the following methodology has been applied: plant equations and modeling, control design, simulation and physical implementation.

The main reason for modeling the plant equations into a transfer functions lays on the necessity of understanding plant dynamics in order to design the control system. To find these mathematical relations we start off from Maxwell's equations which describe electromagnetism in its basics, to the equations that relate forces between load and electromagnet (Ec. 1). After a mathematical model is found we can create a state-space model, among with its corresponding transfer function

$$F_m = K_m \frac{i}{z^4} \quad (\text{Ec. 1})$$

In this equation  $i$  stands for inductor current,  $z$  is the distance between electromagnet's center of mass and load center of mass,  $K_m$  is constant and  $F_m$  is the force between them.

The state space model considers 3 state variables:  $i(t)$ ,  $z(t)$  y  $v_z(t)$ , with the coil voltage  $V_i(t)$  being the input and the output would be the position  $z(t)$ .

With the state space model it is possible to obtain the system transfer function in an analytical form. Nonetheless a numerical for is required in order to set control parameters, therefore a series of tests are required to actually measure Plant parameters. The most important one between these parameters is  $K_m$ .

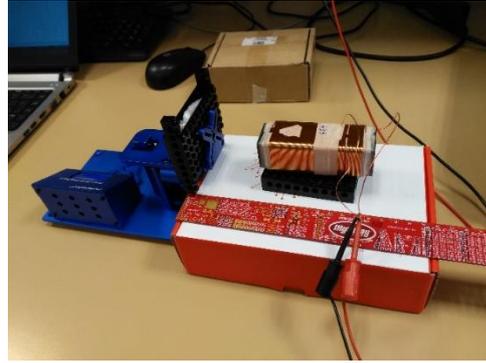


Fig. 2 Force test to obtain  $K_m$

The main goal of the closed loop control design is to achieve the fastest and least error time response. Also, stability requirements are a matter of interest in this subject.

The simplest design is a PID controller, which is the simplest one and the most used control in industrial applications [3]. The main advantage of PID control is the simplicity when it comes to understanding the effect of it's parameters in time response. Usually the tool used for PID design is the reverse criteria, which involves the frequency response of the plant. The problem of the magnetic levitator is that the transfer function of the plant  $P(s)$  has an infinite gain at a certain frequency, therefore it is an oscillator, making it impossible to analyze its design using the reverse criteria.

After PID, the next control considered was the state space control. This controller is used for plant whose Black diagram is too horizontal or unstable plants, like MagLev.

Time response in this control is usually, from performance perspective, qualitatively better than PID's time response. This is due to the fact that State space control involves the use of some state variables,

therefore the control action is more complete (with more information we can control faster and better). We can also specify the dynamics (pole locations) of the time response signal.

To implement State space dynamics without renouncing PID's simplicity when it comes to parameters interpretation, it was finally a cascade control what was implemented. This control consists of 2 PID controllers in series. In the MagLev case, this is a position PID controller, followed by a current P controller.

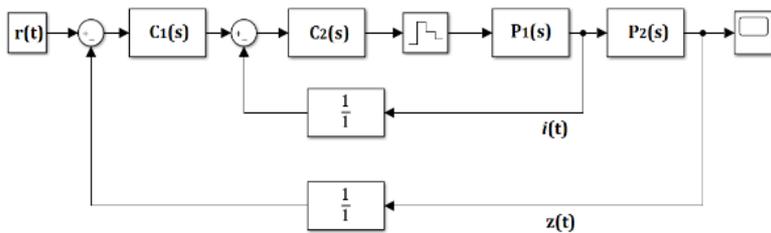


Fig. 3 Cascade control diagram

For this control to operate both current and position must be measured, and this is achieved by a series of sensors that will be described in the following chapters. The problem with using sensors to measure physical signal is the noisy outputs those may include, also the fact that these are not 100% reliable when it comes to precision. To solve this problem a Kalman filter is used.

EKF (Extended Kalman Filter) includes both the information from sensors and plant equations to estimate state value in every sampling time. Also, it includes some statistical information about the errors and noise variances to optimize estimation.

Filtering is achieved in 2 stages: the first one calculates the theoretical output based on plant modelling, and the second one uses information from sensors to correct errors and optimize future outputs.

Once both control and EKF have been designed we can proceed with simulation. Simulations have 2 main functions: make sure that physical limits of sensors and actuators (like power limitations) are not surpassed and improving time response by optimizing control parameters.

After adjusting control parameters, the closed loop pole configuration which came up to give the best time response was a Butterworth configuration [4] (order 3), and the pole due to integrator located in the real axis, far away from the others to minimize it's effect. System output can be seen in the next figure:

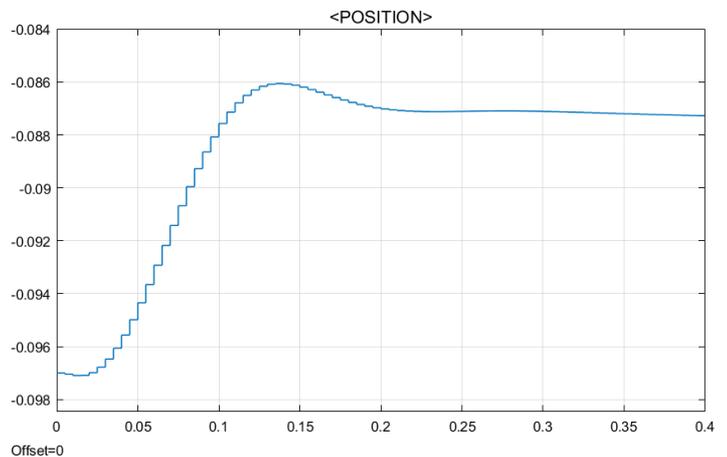


Fig. 4 Step response (1 cm)

Implementation is the following step after simulation. This consists in translating design into physical hardware elements. Final elements are classified into: actuators, sensors and microcontroller.

The actuator for the MagLev system is the electromagnet, whose voltage is the command signal for the control system, this is, the variable which we can change in time.

There are 2 sensors in the system: a current sensor (which really is a voltage sensor, with a preamplifier in series with a small resistance) and a position sensor, which is an optical sensor.

The microcontroller used for this project is a Raspberry Pi Model B. The main advantages that this micro includes are its great computational power, and its speed when it comes to computational load (internal clock reaches 1 GHz). Microcontroller programming has been performed through MATLAB / Simulink environment.



*Fig. 5 Raspberry Pi 3 Model B*

### 3. Results

The results of this project can be summarized as follows:

- First, a functional prototype has been built, which can be

used in future research and developments.

- A simulator in the MATLAB/ Simulink environment has been designed
- A mathematical model has been created, and, with its corresponding parameters tests, translates into a better understanding of magnetic levitation phenomena.

Anyway, it should be mentioned that even despite these satisfactory results, the implemented control wasn't able to control mass position due to increasing noise levels in current measuring.

### 4. Conclusions

Regarding the contributions of this project, the most important ones are both the particular perspective taken into account when facing the Maglev's challenging dynamics in order to design the control system, also the construction of a functional prototype which can be used in future research applications.

Regarding possible future designs and research, it is possible to include additional actuators in X and Y axis in order to control position in a 3-dimensional environment. Also, power limitations make it hard to expand control operating ranges, so more powerful electromagnets will make a much better application range.

## 5. References

- [1] Gabriel Perren, Estudio de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética, FCEIA, Universidad Nacional del Rosario, 2003
  
- [2] D. Samsonov, Levitation and agglomeration of magnetic grains in a complex (dusty plasma with magnetic field, Pag. 3, New J. Phys, 2003
  
- [3] T.H. Wong, Design of a Magnetic Levitation Control System: An Undergraduate Project, IEEE, Nov. 1986, Pag. 196
  
- [4] Sedra Smith, Microelectronics circuits, Filters and tuned amplifiers, pág. 1091





# Trabajo de Fin de Grado: Diseño y construcción de un levitador magnético

## Memoria descriptiva

11 de julio de 2018



# Índice

1. Introducción.....	5
1.1 Motivación y planteamiento.....	5
1.2 Estado del arte.....	6
1.3 Objetivos.....	10
1.4 Estructura de la memoria.....	10
2. Modelado de la planta.....	11
2.1 Fuerza magnética.....	11
2.2 Modelado en espacio de estados.....	12
2.3 Función de transferencia de la planta.....	15
2.4 Obtención de los parámetros característicos.....	17
3. Control.....	21
3.1 Control PID.....	21
3.2 Control por realimentación de estado.....	23
3.3 Control en cascada.....	25
3.4 Estimador de estado.....	26
3.5 Simulación.....	29



4. Implementación.....	35
5. Resultados.....	45
6. Conclusiones.....	46
6.1 Aportaciones.....	46
6.2 Futuros desarrollos.....	46
7. Anexos.....	48
7.1 Desarrollo de las ecuaciones de fuerza magnética...48	
7.2 Filtro de Kalman en Matlab.....	56
8. Referencias.....	59



## Índice de figuras

<i>Fig. 1.1 Esquema básico de un levitador</i> .....	5
<i>Fig. 1.2 Esquema básico del PID</i> .....	6
<i>Fig. 1.3 Ecuaciones de Maxwell en forma integral y diferencial</i> .....	7
<i>Fig. 1.4 Levitador magnético de Quanser</i> .....	8
<i>Fig. 1.5 Levitador magnético de Bytronic</i> .....	8
<i>Fig. 1.6 Levitador magnético del MIT</i> .....	9
<i>Fig. 1.7 Modelo de la Universidad de Zaragoza</i> .....	9
<i>Fig. 2.1 Imagen del electroimán</i> .....	11
<i>Fig. 2.2 Esquema eléctrico de la planta</i> .....	13
<i>Fig. 2.3 Diagrama del cuerpo libre</i> .....	14
<i>Fig. 2.4 Modelo de la planta en Simulink</i> .....	16
<i>Fig. 2.5 Ensayo de fuerza</i> .....	18
<i>Fig. 2.6 Resultados del ensayo de fuerza</i> .....	19
<i>Fig. 2.7 Ensayo eléctrico</i> .....	19
<i>Fig. 2.8 Resultados del ensayo eléctrico</i> .....	20
<i>Fig. 3.1 Diagrama de Black de un sistema estable</i> .....	21
<i>Fig. 3.2 diagrama de Black de la planta del levitador</i> .....	22
<i>Fig. 3.3 Control por realimentación de estado digital</i> .....	23
<i>Fig. 3.4 Control por realimentación de estado digital con integrador</i> .....	24
<i>Fig. 3.5 Control digital en cascada</i> .....	25
<i>Fig. 3.6 Control en cascada para el levitador magnético</i> .....	26
<i>Fig. 3.6 Esquema general del filtro de Kalman</i> .....	27
<i>Fig. 3.7 Localización de los polos en lazo cerrado</i> .....	29
<i>Fig. 3.8 Salida de posición para <math>\omega_n = 0,787\omega_u</math></i> .....	30
<i>Fig. 3.9 Señal de corriente para <math>\omega_n = 0,787\omega_u</math></i> .....	31
<i>Fig. 3.10 Señal de corriente para <math>\omega_n = 0,45\omega_u</math></i> .....	31
<i>Fig. 3.11 Señal de posición para <math>\omega_n = 0,45\omega_u</math></i> .....	32
<i>Fig. 3.12 Señal de velocidad para <math>\omega_n = 0,45\omega_u</math></i> .....	32
<i>Fig. 3.13 Señal de tensión para <math>\omega_n = 0,45\omega_u</math></i> .....	33
<i>Fig. 3.14 Salida de corriente con ruido y estimador de estado</i> .....	33
<i>Fig. 3.15 Salida de posición con estimador de estado y ruido</i> .....	34
<i>Fig. 4.1 Características técnicas del núcleo del electroimán</i> .....	35
<i>Fig. 4.2 Generador de PWM</i> .....	36
<i>Fig. 4.3 Imán de neodimio</i> .....	36
<i>Fig. 4.4 Imanes de ferrita</i> .....	36



<i>Fig. 4.5 Microcontrolador Raspberry Pi 3 Modelo B</i> .....	37
<i>Fig. 4.6 Pi 3 Click Shield</i> .....	37
<i>Fig. 4.7 Arduino nano para el sensado de la corriente</i> .....	38
<i>Fig. 4.8 Sensor óptico de posición</i> .....	39
<i>Fig. 4.9 Sensor de efecto Hall</i> .....	39
<i>Fig. 4.10 Convertidor AC/DC LRS-75-12</i> .....	39
<i>Fig. 4.11 Convertidor DC/DC KREE-12-24</i> .....	40
<i>Fig. 4.12 Estructura física del levitador</i> .....	40
<i>Fig. 4.13 Nivel superior del programa principal</i> .....	41
<i>Fig. 4.14 Bloque de función de Matlab</i> .....	42
<i>Fig. 4.15 Bloque I2C de Simulink</i> .....	42
<i>Fig. 4.16 Bloque SPI de Simulink</i> .....	43
<i>Fig. 4.17 Bloque PWM de Simulink</i> .....	43
<i>Fig. 4.18 Máquina de estados</i> .....	43
<i>Fig. 6.1 Esquema de levitación de elemento rotativo</i> .....	47
<i>Fig. 7.1 Electroimán</i> .....	48
<i>Fig. 7.2 Campo de una espira circular en su eje</i> .....	49
<i>Fig. 7.3 Cálculo del campo magnético de un solenoide</i> .....	50
<i>Fig. 7.4 Distribución de campo en un solenoide</i> .....	51



# 1. Introducción

## 1.1 Motivación y planteamiento

La levitación magnética es un campo emergente que abarca numerosas disciplinas en el mundo de la ingeniería, y que tiene diversas aplicaciones industriales [1]. Gracias a los últimos avances en el mundo de la electrónica ha sido posible desarrollar técnicas de control lo bastante precisas como para llegar a diseñar dispositivos capaces de controlar la posición de un objeto suspendido en el aire con la tecnología que se presenta a continuación en este trabajo.

En este proyecto se pretende diseñar y construir el dispositivo en cuestión, con un énfasis en el controlador. El principio de funcionamiento es sencillo: se tiene un electroimán por el cual se hace pasar una corriente, lo cual a su vez genera un campo magnético; este campo genera una fuerza atractiva en materiales magnéticos que aprovecharemos para que contrarreste la fuerza del peso del objeto que queremos levitar. El motivo por el cual se emplea un electroimán es porque al estar este provisto de un núcleo de material magnético se produce una amplificación natural del campo producido.

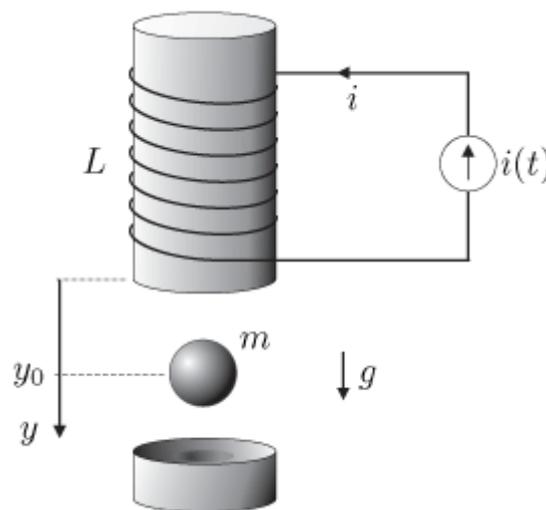


Fig. 1.1 Esquema básico de un levitador

Con una serie de sensores podemos medir la altura del objeto (que es la variable que queremos controlar), y enviar esta información a un microcontrolador, que puede cambiar la tensión sobre el electroimán para que el objeto mantenga su posición en caso de que se produzca alguna perturbación. La presencia de un lazo cerrado de control es necesaria por la naturaleza inestable del sistema [2]. Este control se implantará mediante el entorno de Matlab/Simulink.

Algunas de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética son el tren Maglev o el Hyperloop One (de SpaceX) en temas de transporte, los rodamientos magnéticos o la levitación del plasma en aplicaciones de fisión nuclear [3].

Los principales motivos por los que se realiza este proyecto son los siguientes:

- La posibilidad de realizar un proyecto multidisciplinar que incluye la aplicación práctica de muchos de los conocimientos aprendidos en asignaturas del grado (Campos Electromagnéticos, Regulación Automática, Ampliación de Control y Electrónica entre otras)
- Proporcionar a la escuela experiencia en este campo, y la disponibilidad de un prototipo que puede ser utilizado en las demostraciones y sesiones prácticas de asignaturas de control.

## 1.2 Estado del arte

Durante el siglo XX y hasta hoy en día se ha ido produciendo un avance progresivo en el mundo de la electrónica [4]. Gracias a los últimos avances en este campo se han podido crear controles cada vez más rápidos y más robustos, los cuales utilizaremos para el diseño del levitador.

El control más básico que se puede utilizar para hacer un levitador magnético es el PID [5], que se asentó de forma definitiva a lo largo del siglo XX. Este control está basado en aplicar 3 acciones distintas al error: proporcional, diferencial e integral. El mando es, pues, una combinación de estas 3 acciones de control. La principal ventaja del PID es su sencillez a la hora de ser implantado.

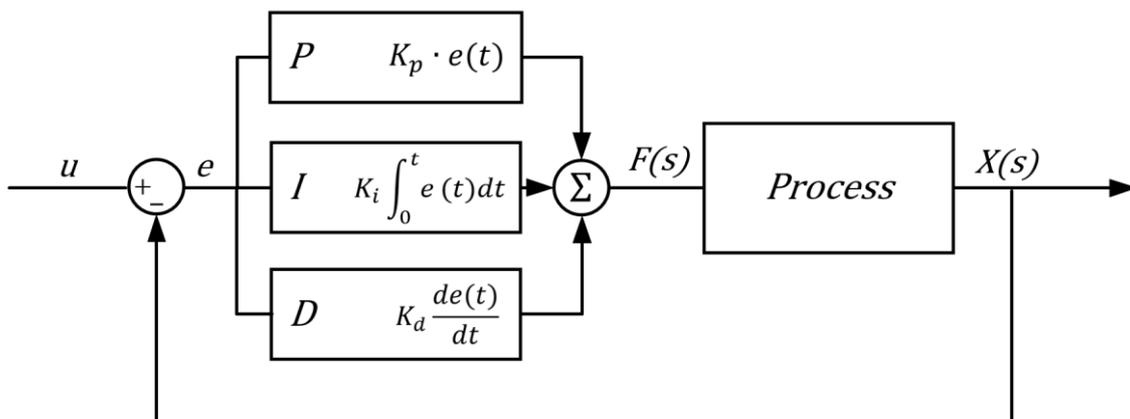


Fig. 1.2 Esquema básico del PID

En la década de 1960 aparecieron nuevas estrategias de control como consecuencia de la demanda de controles cada vez más precisos y potentes. El que mayor importancia tiene en este TFG es el control por realimentación de estado. La idea principal de este control es obtener más información del sistema, de forma que aparte de la salida o variable a controlar, también se obtiene información de una serie de variables de estado. Gracias a esta información extra la acción de control puede ser más rápida que la del PID, sobretodo en plantas con varios integradores.

Otra ventaja del control en espacio de estados es que permite controlar varias variables al mismo tiempo (MIMO).

Otra disciplina muy importante en el diseño de los levitadores magnéticos es el electromagnetismo. Los fenómenos de la electricidad y el magnetismo se conocen desde La Antigüedad, aunque no es hasta el siglo XVII cuando algunos científicos trataron de buscar una explicación a estos fenómenos. Destacan los trabajos de Ampère, Ohm y Faraday, que durante los siglos XVII y XVIII desarrollaron una serie de leyes matemáticas que describían físicamente el comportamiento de las cargas eléctricas y los imanes.

En el siglo XIX James Clerk Maxwell sintetizó todas las ecuaciones que hasta ese momento describían el electromagnetismo en 4 elegantes fórmulas matemáticas que describen al fenómeno electromagnético como una serie de campos vectoriales. También fue Maxwell quien propuso la existencia de las ondas electromagnéticas.

$\oiint E \, dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\oiint B \, dA = 0$	$\nabla \cdot B = 0$
$\oint E \, dl = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$	$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$
$\oint B \, dl = \mu_0 \left( I + \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \right)$	$\nabla \times B = \mu_0 J + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

Fig. 1.3 Ecuaciones de Maxwell en forma integral (izquierda) y diferencial (derecha) [5]

Gracias a estas ecuaciones ha sido posible la aparición de las máquinas eléctricas y actualmente son la herramienta fundamental en el estudio de cualquier elemento eléctrico o magnético, por lo que serán fundamentales en el modelado de la planta del levitador.

Actualmente los levitadores magnéticos gozan de una amplia popularidad entre fabricantes de equipos del sector de la electrónica y el control. Su particular dinámica no lineal lo convierte en un dispositivo perfecto para probar y desarrollar todo tipo de controles de amplio interés industrial. A continuación se muestran algunos ejemplos concretos:



Fig. 1.4 Levitador magnético de Quanser [6]

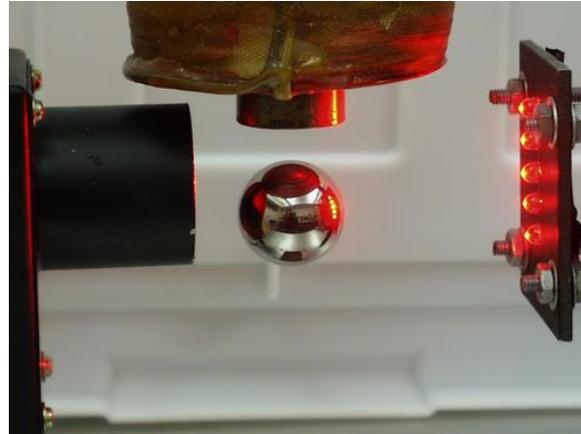


Fig. 1.5 Levitador magnético de Bytronic [7]

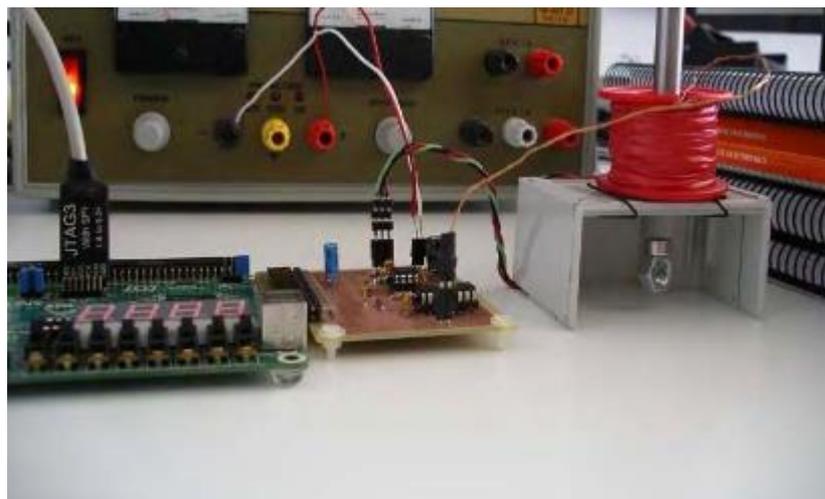
En la figura 1.4 se puede ver el levitador magnético de *Quanser Consulting*, una compañía dedicada a la fabricación de hardware para aplicaciones de investigación y docencia. Este modelo se caracteriza por tener un núcleo de ferrita, así como una columna situada en la parte de abajo del dispositivo, en línea con el eje, que sirve para guiar al fotosensor de posición.

En la figura 1.5 se aprecia al modelo de *Bytronic*, empresa dedicada a la fabricación de dispositivos de control con finalidades didácticas. Este modelo se caracteriza por implementar técnicas de control adaptativo.

Cabe decir que la popularidad de los levitadores magnéticos no sólo es palpable en la industria: también es bastante significativa en los laboratorios de asignaturas de control de numerosas universidades. A continuación se muestran a modo de ejemplo algunos proyectos concretos:



*Fig. 1.6 Levitador magnético del MIT [8]*



*Fig. 1.7 Modelo de la Universidad de Zaragoza [9]*

En la figura 1.6 se aprecia un dispositivo construido en el MIT (Massachusetts Institute of Technology) utilizado para demostraciones prácticas en los laboratorios de asignaturas del área de control, con un énfasis en el hardware empleado para la implementación.

En la figura 1.7 se observa el modelo del levitador de la universidad de Zaragoza, que cuenta con la particularidad de haber sido implantado en una FPGA y no en un microcontrolador, como suele ser el caso. Además el proyecto persigue como objetivo que el coste total sea reducido para que los alumnos puedan diseñar sus propios modelos.

## 1.3 Objetivos

Los objetivos a alcanzar son los siguientes:

- 1: La elaboración de un modelado preciso de la planta
- 2: El diseño de un simulador en el entorno de Matlab/Simulink que permita obtener una respuesta del sistema lo más parecida posible a la respuesta real.
- 3: El diseño de un control que permita fijar la posición vertical de un objeto.
- 4: La construcción del levitador, junto con el ensamblaje de todos los elementos requeridos para su funcionamiento.

## 1.4 Estructura de la memoria

La memoria descriptiva del proyecto pretende guiar al lector en el proceso más lógico e inductivo posible para entender el proceso de construcción del dispositivo. El orden de los capítulos sigue aproximadamente la estructura cronológica de los pasos necesarios para finalizar el proyecto.

La estructura general de la memoria tiene 4 partes:

- 1) Obtención de las ecuaciones matemáticas y cálculos teóricos. Capítulo 2 y parte del 3.
- 2) Traducir el esquema teórico en elementos de hardware reales. Primera parte del capítulo 4.
- 3) Integrar el modelo obtenido en la primera parte con los elementos de hardware para construir el prototipo final. Segunda parte del capítulo 4.
- 4) Resultados. Capítulo 5

Se incluye además un apartado final de conclusiones generales y reflexiones sobre el aporte de este proyecto, así como posibles líneas futuras de investigación. Capítulo 6.

## 2. Modelado de la planta

### 2.1 Fuerza magnética

Haciendo un pequeño análisis del desarrollo del modelado de la planta en otros proyectos de levitadores magnéticos se aprecia que esta es una sección a la que se le suele conceder escasa importancia. Sin embargo, la presencia de tiempos de muestreo elevados, el error de cuantización, o la poca fiabilidad de algunos sensores y componentes analógicos hacen que se requiera una mayor precisión en otras variables sobre las que tenemos más control, como puede ser la exactitud del modelo de la planta.



Fig. 2.1 Imagen del electroimán

Por este motivo en este proyecto la obtención de las ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento del sistema se lleva a cabo con especial precisión, comenzando por un análisis general del campo producido por el electroimán y finalizando por la expresión de la fuerza sobre nuestra carga en función de las variables del sistema.

Para entender correctamente los cálculos descritos en los apartados siguientes se precisan una serie de conocimientos previos relativos al electromagnetismo, así como conocimientos de cálculo propios de la ingeniería.

La estructura de este aparatado, que se desarrolla en el **Anexo 1** es la siguiente:

- 1) Cálculo de  $\vec{m}_e = f(i_L)$ , el dipolo magnético del electroimán en función de la corriente
- 2) Expresión del campo producido por  $\vec{m}_e$
- 3) Expresión de la fuerza de un campo magnético sobre un dipolo

- 4) Expresión de  $\vec{F}_m = f(i_L, z)$ , fuerza sobre la carga en función de su altura y la corriente

Como resultado del desarrollo teórico se obtiene la ecuación que rige el comportamiento del sistema:

$$F_z = K_m \frac{i_L}{z^4} \quad (2.1)$$

En esta ecuación  $F_z$  es la fuerza en la dirección  $z$  sufrida por la carga con sentido contrario a la gravedad.  $i_L$  es la corriente de la bobina,  $z$  es la distancia entre en el centro de gravedad del electroimán y el centro de gravedad de la carga. Por último  $K_m$  es la constante que relaciona la fuerza con la corriente y la posición.

Como se comenta en el **Anexo 1**, se aprecia una fuerte sensibilidad con respecto a la distancia ( $z$ ). Cabe decir que esta ecuación sólo es válida cuando el objeto que estamos levitando es un imán, en el caso de que quisiéramos levitar un elemento de ferrita no polarizado [10] la ecuación a emplear sería la siguiente:

$$F_z = K_m \frac{i_L^2}{z^2} \quad (2.2)$$

Para pequeñas distancias se aprecia que la fuerza es varios órdenes de magnitud mayor en el caso de levitación de imanes, motivo por el cual se ha elegido la primera configuración.

Por último, cabe decir que para simplificar el modelo de la planta y debido a que esta no provoca cambios significativos en la función de transferencia se ha omitido la fuerza de fricción con el aire en el modelo.

## 2.2 Modelado en espacio de estado

El control por realimentación de estado surgió a finales de los años 60 como respuesta a la necesidad de controles más potentes. Para obtener el mejor comportamiento del sistema se ha optado por uno de estos controles, por lo tanto se precisa un modelo del sistema en espacio de estado. La **representación de estado** de un sistema es el conjunto de ecuaciones que permiten entender el comportamiento del sistema, es decir, que salidas obtendremos para determinadas entradas.

El **vector de estado** es el que contiene la información del sistema y permite calcular la salida para una entrada dada. Este vector lo componen una serie de **variables de estado**, que se pueden escoger de infinitas maneras, siendo la más natural escoger las variables relacionadas con el almacenamiento de energía. En el caso del levitador el vector de estado es el siguiente:

$$X(t) = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ z(t) \\ Vz(t) \end{pmatrix}$$

La bobina almacena energía en forma de campo magnético a través de su corriente, la posición almacena energía potencial y la velocidad energía cinética.

La **salida** es la variable que queremos controlar y en el levitador magnético queremos controlar la posición  $z(t)$  :

$$Y(t) = (z(t))$$

La **entrada** es la variable sobre la que tenemos un control directo, en nuestro caso es la tensión de la bobina:

$$U(t) = V_{in}(t) \quad (2.3)$$

El modelado en espacio de estados del sistema debe satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = F(X(t), U(t)) \\ Y(t) = G(X(t), U(t)) \end{cases} \quad (2.4)$$

Para:

$$F(X, U) = \begin{pmatrix} f_1(X, U) \\ f_2(X, U) \\ f_3(X, U) \end{pmatrix} \quad y \quad G(X, U) = (g_1(X, U))$$

Siendo el modelo eléctrico de la planta acorde con el siguiente esquema podemos deducir las primeras ecuaciones de estado.

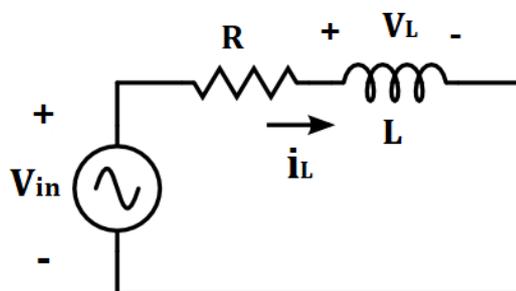


Fig. 2.2 Esquema eléctrico de la planta

A partir de la ecuación fundamental de una inductancia  $V_L = L \frac{di_L}{dt}$  (2.5) y planteando Kirchoff en toda la malla podemos despejar la primera ecuación de estado:

$$V_{in} = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \qquad \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}(V_{in} - Ri_L)$$

De forma que:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}(V_{in} - Ri_L) = f_1(X, U)$$

A partir del diagrama del cuerpo libre de la carga que se desea levitar podemos obtener las siguientes ecuaciones:

$$\sum F = K_m \frac{i_L}{z^4} - mg = m \frac{d^2 z}{dt^2} \qquad (2.6)$$

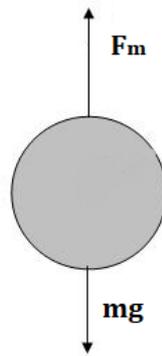


Fig. 2.3 Diagrama del cuerpo libre

Teniendo en cuenta la relación entre velocidad y posición podemos deducir las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = V_z = f_2(X, U) \qquad \frac{dV_z}{dt} = \frac{dx_3}{dt} = \frac{1}{m} \left( K_m \frac{i_L}{z^4} - mg \right) = f_3(X, U)$$

Si tenemos en cuenta que  $y = x_2$  entonces  $g_1(X, U) = f_3(X, U)$ . Es importante destacar que para obtener la ecuación (2.6) se ha supuesto el origen de coordenadas en el centro de gravedad del electroimán con sentido positivo de  $z$  en dirección contraria a la gravedad, por lo que la carga se moverá en el rango negativo de valores de  $z(t)$ .

## 2.3 Función de transferencia de la planta

La función de transferencia se define como la relación entre la entrada y la salida de un sistema lineal e invariante en el tiempo. El problema que se nos presenta es que el modelado en espacio de estados del levitador magnético contiene ecuaciones no lineales, por lo tanto tenemos que linealizar [11] el sistema. Para ello se define un punto de operación  $X_0, U_0$  de la siguiente manera:

$$\frac{dX_0}{dt} = F(X_0, U_0) = 0 \quad Y_0 = G(X_0, U_0)$$

Se aprecia que la derivada del estado en un punto de operación determinado es nula, de forma que el control tendrá como objetivo mantener dicho punto de operación. Para hallar el punto de operación con Matlab se emplea el comando *trim* de la siguiente manera:

```
[X0,U0,Y0,DX0]=trim('MODEL',Xini,Uini,Yini,IX,IU,IY);
```

Los valores *ini* especifican el punto a partir del cual se comienza la búsqueda, por lo que tenemos que localizarlos lo más próximos al punto deseado. El punto de operación más cercano encontrado por Matlab es el siguiente:

$$X_0 = \begin{pmatrix} 1,736 \text{ A} \\ -8,79 \text{ cm} \\ 0 \text{ m/s} \end{pmatrix} \quad U_0 = 6,264 \text{ V}$$

A un sistema MIMO (*multiple input multiple output*) lineal le corresponde una representación de estado de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases} \quad (2.7)$$

En nuestro caso para obtener las matrices A, B, C y D tendríamos que calcular las derivadas parciales de cada una de las salidas con respecto a cada una de las entradas (la derivada del estado sería una salida más) de la siguiente manera:

$$A = \frac{\partial F(X, U)}{\partial X} \quad B = \frac{\partial F(X, U)}{\partial U} \quad C = \frac{\partial G(X, U)}{\partial X} \quad D = \frac{\partial G(X, U)}{\partial U}$$

De todas estas matrices la más importante es la matriz A, llamada matriz de estado del sistema, cuyos autovalores se corresponden con los polos de la dinámica del sistema [12].

Para calcular la función de transferencia a través de Matlab es necesario un modelo de Simulink del sistema con sus inputs y outputs especificados. Las ecuaciones no lineales que definen al sistema se introducen como relaciones entre las entradas y salidas de una función de Matlab, que permite introducir en un diagrama de Simulink un script de Matlab.

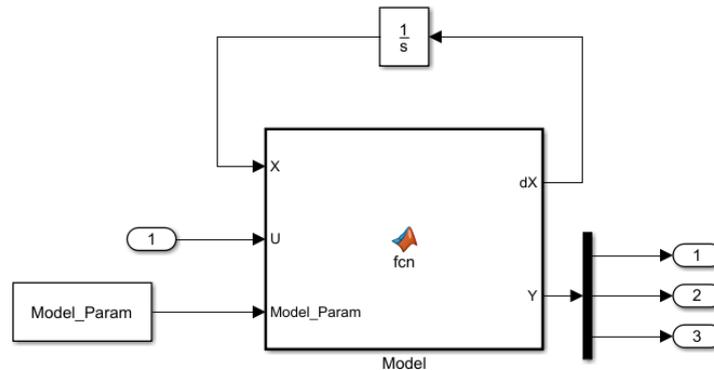


Fig. 2.4 Modelo de la planta en Simulink

Teniendo un modelo de Simulink de la planta y el punto de operación de ésta el comando linmod de Matlab devuelve las matrices del sistema de la siguiente manera:

```
[matA,matB,matC,matD]=linmod('MODEL',X0,U0);
```

Obteniendo así la representación de estado linealizada en el punto de operación:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_m}{mx_{20}^4} & \frac{-4K_mx_{10}}{mx_{20}^5} & 0 \end{pmatrix}_{[x_0, u_0]}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{[x_0, u_0]}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{[x_0, u_0]}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{[x_0, u_0]}$$

Se aprecia que las matrices C y D son respectivamente la identidad y el elemento neutro. Esto se debe a que en modelo hemos establecido que salida sea igual al estado.

Una vez calculadas las matrices tenemos que obtener la matriz de transferencia, cuyos elementos  $(i, j)$  representan la función de transferencia entre la entrada  $j$  y la

salida  $i$ . Para obtener esta matriz de transferencia aplicamos la transformada de Laplace en las ecuaciones de estado del sistema:

$$\begin{cases} sX(s) = AX(s) + BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (2.8)$$

Operando las matrices:

$$Y(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)U(s) = F(s)U(s)$$

Como queremos conocer la función de transferencia entre la tensión del electroimán y la posición de la carga buscamos el elemento (2,1), obteniendo la siguiente función:

$$P(s) = \frac{K_m x_{20}}{(R + Ls)(mx_{20}^5 s^2 + 4K_m x_{10})} \quad (2.9)$$

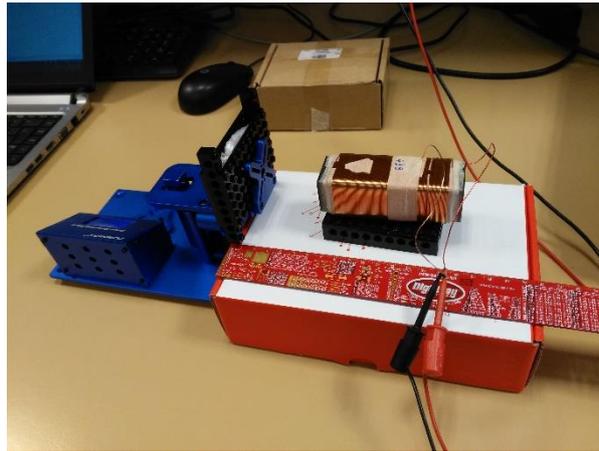
## 2. 4 Obtención de los parámetros característicos

Para obtener la función de transferencia de la planta es necesario conocer el valor de los parámetros que caracterizan la planta, como pueden ser  $R$ ,  $L$  y  $K_m$ . Estos valores se podrían calcular de forma teórica conociendo el tipo de material [13] del que está hecho el núcleo, los cables del arrollamiento y otros parámetros físicos, pero este planteamiento tiene dos problemas: el primero es la imposibilidad de conocer con absoluta precisión parámetros como el dipolo magnético de la carga o la permeabilidad del núcleo del electroimán. El segundo es la diferencia que hay entre el plano teórico y los sistemas reales.

Por ello en algunos sistemas complejos es más práctico y más preciso realizar una serie de ensayos sobre la planta real para obtener su función de transferencia. En el caso del levitador magnético necesitamos conocer el valor de  $R$ ,  $L$  y  $K_m$ , ya que los otros dos parámetros físicos que intervienen en las ecuaciones son la gravedad (parámetro conocido) y la masa de la carga (fácilmente medible).

- Ensayo de fuerza magnética

El objetivo de este primer ensayo es obtener  $K_m$  y  $R$ . Para ello se monta un banco de pruebas sobre el cual situamos al electroimán y un medidor de fuerza como se aprecia en la siguiente imagen (el elemento azul es el medidor):



*Fig. 2.5 Ensayo de fuerza*

La realización del ensayo consiste en alimentar el electroimán a una tensión constante, esperar a que se alcance un régimen permanente e ir tomando una serie de medidas de la fuerza sufrida por el imán conjuntamente con la distancia a la que se encuentra del centro de gravedad del núcleo [14]. En el ensayo se encapsuló el imán en el elemento de color negro para alinearlos correctamente con el eje del núcleo. El resultado de este ensayo se puede ver desglosado en el **Anexo 2**, que contiene todos los puntos que se tomaron.

Además de la medida de la constante de fuerza magnética, como la fuente de tensión utilizada proporcionaba medidas de tensión e intensidad se pudo realizar también el cálculo de resistencia del arrollamiento:

$$R = 3.6082 \Omega$$

Una observación interesante de este ensayo es la dependencia tanto de la constante de fuerza magnética como de la resistencia, de la temperatura, que aumenta bruscamente al poco tiempo de aplicar tensión [15].

Los resultados del ensayo se muestran en la siguiente gráfica. El eje X representa la fuerza en N y el eje Y representa  $i/z^4$  en  $A/m^4$ , de forma que la constante de proporcionalidad entre ambos debería ser  $K_m$ .

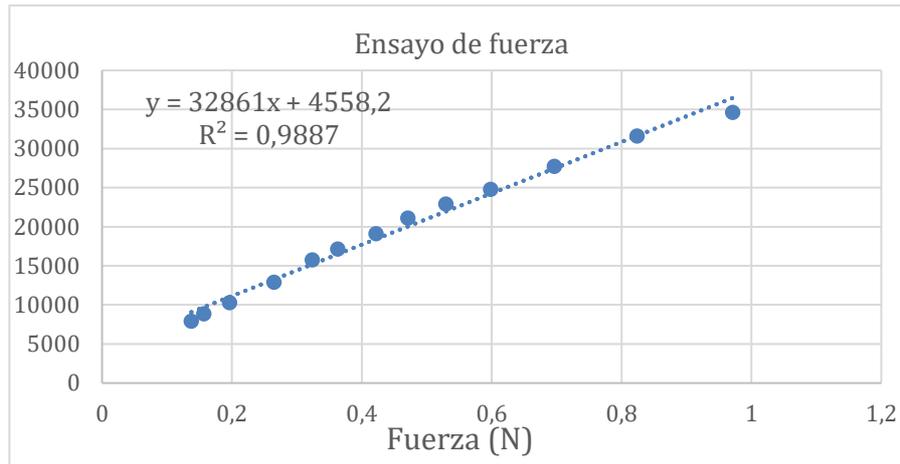


Fig. 2.6 Resultados del ensayo de fuerza

Se aprecia de forma bastante clara la linealidad que habíamos supuesto para el modelo, y esta linealidad la confirma el coeficiente de determinación  $R^2$ . Para obtener el valor de  $K_m$  se realiza un ajuste por mínimos cuadrados obteniendo el siguiente valor:

$$K_m = 2.4367 \times 10^{-5} \left( \frac{Nm^4}{A} \right)$$

- Ensayo eléctrico

El objetivo de este ensayo es determinar la inductancia del electroimán. Para ello se montó un circuito eléctrico con una resistencia de valor conocido en serie con el electroimán.

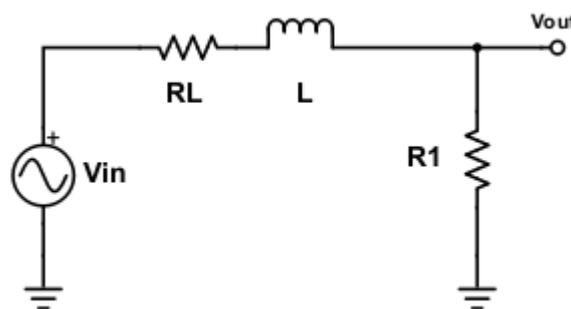


Fig. 2.7 Ensayo eléctrico

Para obtener el valor de  $L$  se procedió a introducir una señal senoidal en la entrada, se midió la salida con osciloscopio y a partir de la respuesta en frecuencia del circuito se despejó el valor de  $L$ . El módulo de dicha respuesta en frecuencia a una determinada  $\omega_e$  es el siguiente:

$$|F(j\omega_e)| = \frac{R_1}{\sqrt{(R_1 + R_L)^2 + (L\omega_e)^2}} \quad (2.10)$$

A partir del siguiente ensayo a 206.7 Hz, dividiendo las amplitudes de salida y entrada obtendríamos el módulo de la respuesta en frecuencia:

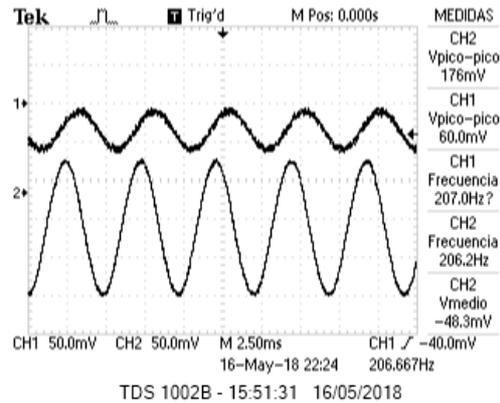


Fig. 2.8 Resultados del ensayo eléctrico (entrada= CH2)

Ahora despejamos el valor de L de la ecuación 2.9:

$$L = 21.49 \text{ mH}$$

Después del ensayo a 206,7 Hz se realizaron otros a 108'5, 1400 y 2130 Hz, obteniendo resultados ligeramente dispares a las frecuencias mayores, sin embargo, el ensayo más fiable es el del 206,7 Hz por conocer con mayor precisión la frecuencia (el generador de señales tiene un rango muy limitado).

## 3. Control

### 3.1 Control PID

El control PID es el control de uso más generalizado en la industria por su sencilla implantación. Su estructura general está basada en aplicar acciones proporcional, integral y diferencial al error  $e(t)$  definido como la diferencia entre la salida  $y(t)$  y el valor de consigna o referencia  $r(t)$ . El mando  $u(t)$  es la variable de entrada de la planta o actuador y se obtendría aplicando una combinación de las acciones anteriormente mencionadas al error:

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3.1)$$

Diseñar el control, por tanto, consiste en calcular los parámetros  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$  para obtener la mejor respuesta temporal del sistema en lazo cerrado posible atendiendo a criterios de rapidez, robustez y error en régimen permanente. Para realizar este diseño normalmente se emplea una variante del criterio de estabilidad de Nyquist, el criterio del reverso, que consiste en analizar la respuesta en frecuencia del lazo abierto del sistema.

El criterio del reverso [16] establece que un sistema será estable si la pulsación de cruce  $\omega_o$  (que verifica  $|G(\omega_o)| = 0 \text{ dB}$ ) la fase del lazo abierto es menor de 180 grados (siendo la diferencia de fase el margen de fase). También será estable si la magnitud del lazo abierto a la frecuencia de oscilación  $\omega_u$  (que verifica  $\varphi(G(\omega_u)) = 180^\circ$ ) es menor que 0 dB, siendo la diferencia el margen de ganancia.

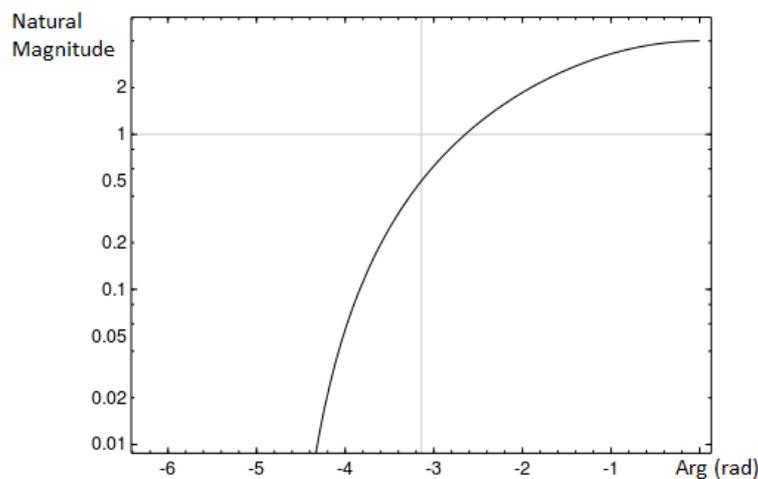


Fig. 3.1 Diagrama de Black de un sistema estable

El diseño por respuesta en frecuencia consiste por lo tanto es especificar un margen de fase o de ganancia, obteniendo los parámetros a implementar para obtener dicha estabilidad. El problema que presentan algunas plantas con retardos o demasiado horizontales es la imposibilidad de estabilizar el sistema siguiendo este método de diseño. La planta del levitador magnético presenta un problema para diseñar el control PID por métodos de respuesta en frecuencia, y es que se trata de una planta oscilante, al tener dos polos complejos puros conjugados.

El hecho de que la planta sea oscilante implica que a una determinada frecuencia  $\omega_u$  la magnitud de la respuesta en frecuencia tiene un valor infinito. Esta característica de la planta se observa en su diagrama de Black:

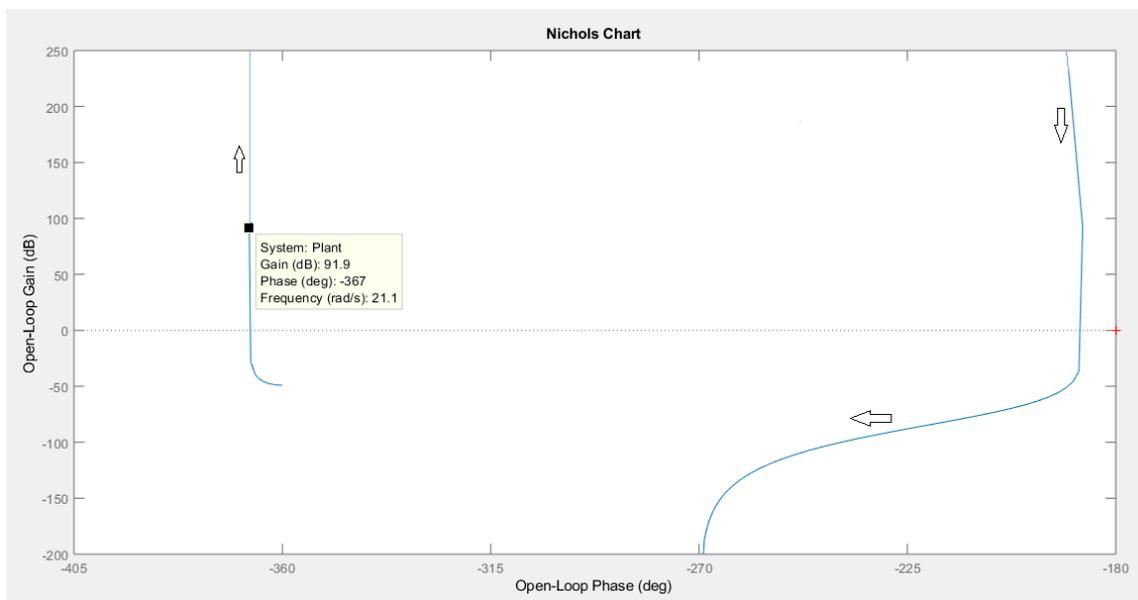


Fig. 3.2 diagrama de Black de la planta del levitador

Como se aprecia en la figura 3.2 la planta presenta una ganancia infinita a una frecuencia de 21,1 rad/s, que podríamos haber calculado analíticamente a partir de la función de transferencia, igualando el denominador a 0 en la respuesta en frecuencia:

$$|P(j\omega)| = \infty \quad \omega_u = \sqrt{\frac{4K_m x_1}{m x_2^5}} = 21,1 \text{ rad/s}$$

Al no poder diseñar un PID por respuesta en frecuencia se realizará el diseño de forma analítica ajustando los parámetros de la respuesta temporal del sistema en lazo cerrado, con el objetivo de minimizar la función de coste. No obstante se partirá de un diseño inicial basado en un control por realimentación de estado.

## 3.2 Control por realimentación de estado

El control por realimentación de estado presenta una serie de ventajas con respecto al PID. Por una parte permite controlar sistemas MIMO (*multiple input multiple output*), a diferencia del PID que sólo permitía controlar sistemas SISO. Otra ventaja importante de este tipo de controles es que tienen en cuenta la información proporcionada por las variables de estado del sistema, por lo que la acción de control en muchos casos será más completa. Por último cabe destacar que teóricamente este tipo de control permite fijar todos los polos del sistema en lazo cerrado, es decir, la dinámica del sistema.

La estructura general del control se muestra a continuación:

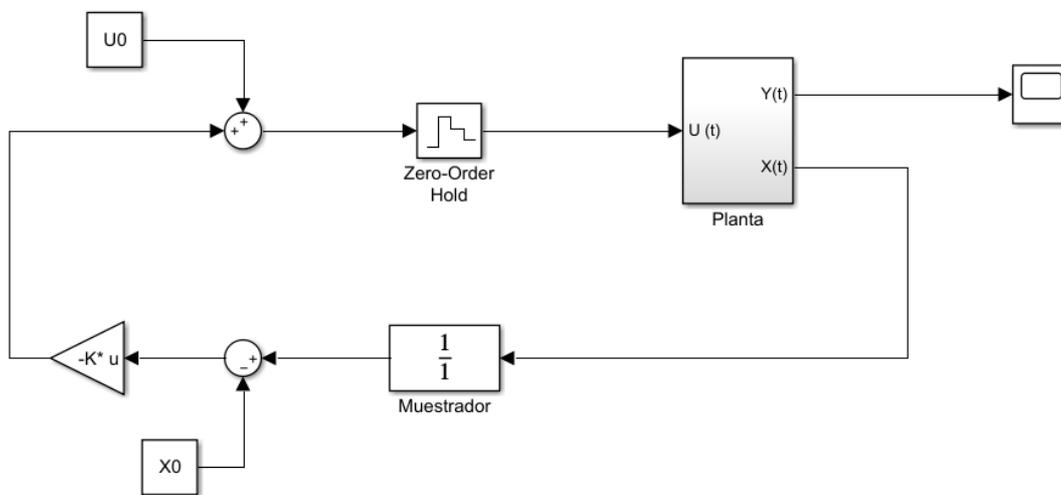


Fig. 3.3 Control por realimentación de estado digital

Como el control del levitador magnético se implantará con un microprocesador (como se detalla en capítulos posteriores), el diseño se realizará teniendo en cuenta esta digitalización. La principal diferencia radica en el análisis en tiempo discreto en vez de tiempo continuo, por lo que las señales  $y[k]$  tienen valores sólo en determinadas muestras  $k$ .

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de la planta en el espacio de estados pasarían a ser las siguientes:

$$\begin{cases} X[k + 1] = A_d X[k] + B_d U[k] \\ Y[k] = C_d X[k] + D_d U[k] \end{cases} \quad (3.2)$$

El planteamiento general del control es mantener un punto de operación determinado en el que las derivadas de las variables de estado se anulan. Esto se

consigue multiplicando el estado  $X(t)$  por una matriz de ganancias  $K$ , obteniendo así el mando  $U(t)$ .

La ley de control es, por tanto:  $U(t) = -KX(t)$ , obteniendo la siguiente dinámica del estado:

$$X[k + 1] = (A_d - B_d K)X[k] = MX[k] \quad (3.3)$$

La matriz  $M$  por tanto gobierna la evolución del estado, por lo tanto, diseñando correctamente la matriz  $K$  podemos conseguir que se mantenga un punto de operación. En Matlab este diseño se realiza con un sencillo comando:

```
K=place(matAd,matBd,polos_lc);
```

Las entradas del comando `place` son las matrices  $A_d$  y  $B_d$ , que son las matrices de la planta en tiempo discreto, y un vector que contiene los polos del sistema, uno por cada autovalor de la matriz  $A$ .

De esta forma teóricamente se obtendría la dinámica deseada, pero muchas veces en la implantación real del control los sensores proporcionan medidas poco fiables, o los errores de calibración de estos proporcionan una salida no deseada en régimen permanente. Para resolver este problema se debe incluir un integrador después del cálculo del error para que este se anule, pero al añadir un integrador estamos añadiendo también una variable de estado que hay que tener en cuenta en el diseño del control. Además de anular el error esta nueva configuración también nos permite cambiar el punto de operación y seguir una referencia externa. El esquema del control es el siguiente:

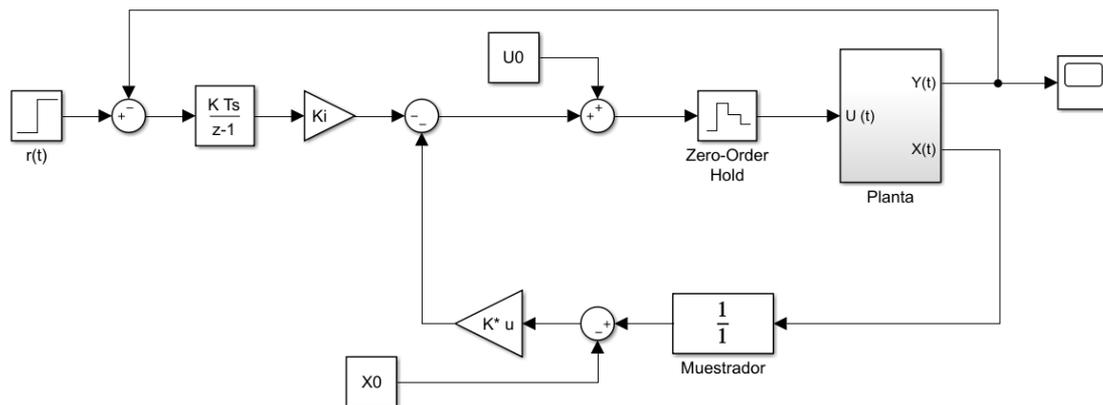


Fig. 3.4 Control por realimentación de estado digital con integrador

Las matrices ampliadas del sistema con control integral son las siguientes (se muestran A y B, que son las que afectan al diseño del control):

$$A_{ad} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} A_d & \\ & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 & -ts & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_{ad} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} B_d \\ \\ \\ 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

Siendo  $A_d$  y  $B_d$  las matrices que gobiernan el estado en tiempo discreto.

El problema del control por realimentación de estado es que su implantación no es tan intuitiva como la del PID, además de que sus parámetros no se pueden ajustar de forma independiente. Para no renunciar a la potencia del control por realimentación de estado, y tratar de explotar la sencillez del PID se procede a implementar el control por realimentación de estado a través de un control en cascada.

### 3.3 Control en cascada

El control en cascada tiene dos o más lazos de control cerrados, y se emplea cuando tenemos un único mando y varias variables de estado medibles del sistema. El planteamiento general de este control es convertir la salida del primer lazo (externo) en la referencia del segundo (interno). El esquema general se muestra a continuación:

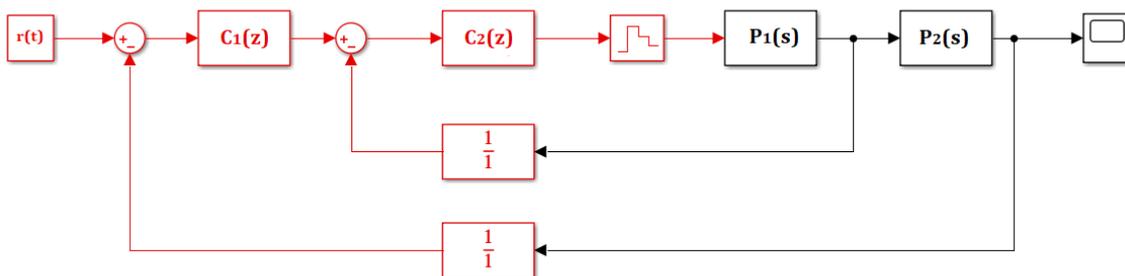


Fig. 3.5 Control digital en cascada

La ventaja de este control es que podemos implantar la dinámica calculada por el control por realimentación de estado con dos PID. En el caso concreto del levitador, como queremos sustituir al control por realimentación de estado la implementación final debería proporcionar el siguiente mando:

$$u(t) = K(1)i(t) + K(2)z(t) + K(3)V_z(t) + K_i \int e(t)dt \quad (3.4)$$

Siendo  $K(i)$  el elemento  $i$  del vector  $K$  de ganancias.

Para obtener un mando equivalente con un control en cascada sería necesaria la siguiente configuración:

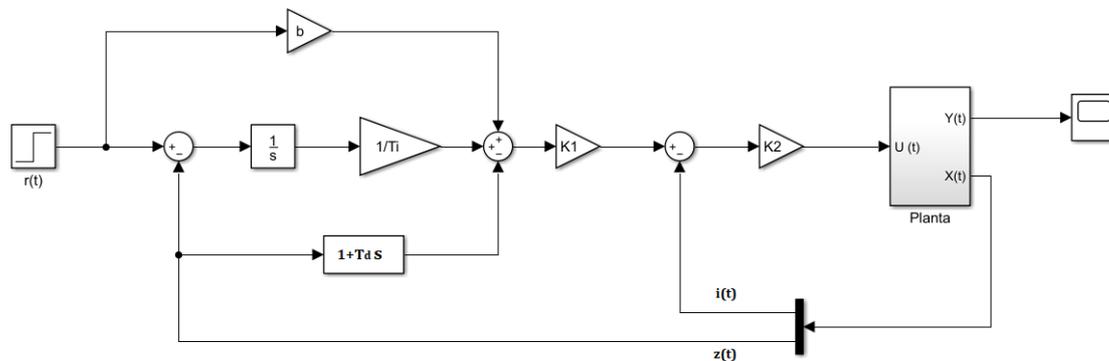


Fig. 3.6 Control en cascada para el levitador magnético

En este caso obtendríamos el siguiente mando en función de los parámetros del control:

$$u(t) = K_2 \left( K_1 \left( br(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt - T_d V_z - z(t) \right) - i(t) \right) \quad (3.5)$$

Igualando esta expresión a la ecuación 3.4 obtendríamos los valores que tenemos que asignar a los parámetros del control en cascada para implementar el control por realimentación de estado:

$$K_1 = \frac{K(2)}{K(1)} \quad K_2 = K(1) \quad T_i = \frac{-K(2)}{K_i} \quad T_d = \frac{K(3)}{K(2)} \quad b = 0$$

### 3.4 Estimador de estado

La implantación del control descrita previamente requiere una medición de las variables de estado del sistema. Dicha medición se realiza a través de una serie de sensores, que poseen una fiabilidad limitada en sus medidas, otorgando un cierto grado de incertidumbre al proceso de realimentación.

Otra fuente de errores destacable que puede empeorar el funcionamiento del control es el modelado de la planta, ya que los parámetros característicos medidos del sistema se estimaron con una precisión finita, además de que estos pueden cambiar de valor con la temperatura.

Para mitigar el efecto de estas fuentes de incertidumbre en la práctica se emplea un estimador de estado, cuya función es corregir el valor de las medidas de los sensores y en algunos casos estimar el valor de algunas variables de estado que no se miden directamente. Para estimar el estado se utilizan como fuentes de información las medidas de los sensores y el valor de la entrada, que resulta de gran utilidad de forma conjunta con el modelado de la planta. Las principales ventajas del estimador son una mayor fiabilidad en las medidas de las variables del sistema y un menor coste en el caso de estimar variables no medidas. En función de la confianza que tengamos en el modelo de la planta o en las medidas de los sensores podemos configurar el estimador para que tenga más en cuenta una cosa u otra.

Cabe decir que el estimador de estado tiene una dinámica con unos polos determinados que se añaden a los polos del lazo cerrado del sistema, por lo que hay que tener en cuenta esta dinámica a la hora de diseñar el control.

El estimador de estado empleado en este proyecto se denomina filtro de Kalman, que presenta la peculiaridad de incluir criterios estadísticos en su diseño. La estructura general se muestra a continuación:

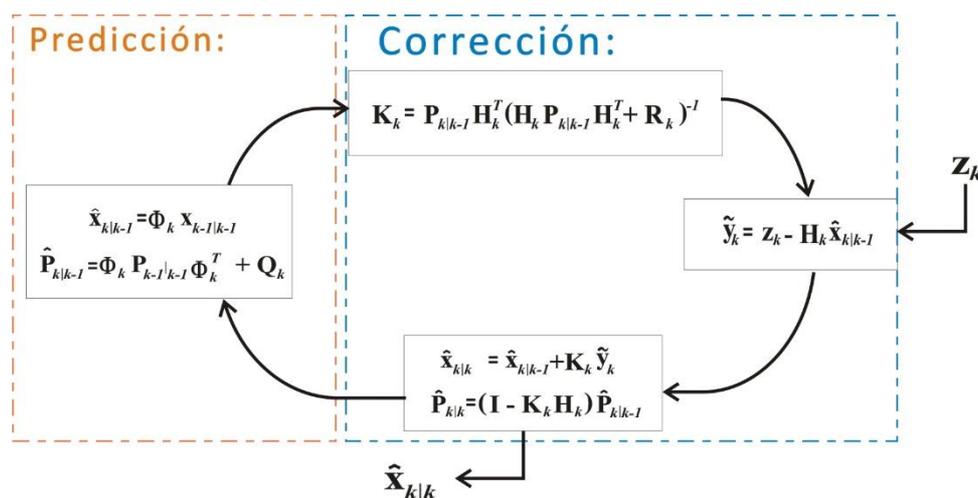


Fig. 3.6 Esquema general del filtro de Kalman

Como se aprecia en la figura el estimador presenta 2 etapas: predicción y corrección. La etapa de predicción usa la información del modelado para predecir el estado futuro y la etapa de corrección emplea las medidas de los sensores para calcular errores de estimación.

El filtro de Kalman tiene un carácter recursivo, es decir, una vez que el estimador predice el estado en un momento determinado añade un término de corrección, y emplea el nuevo estado corregido como condición inicial para el siguiente cálculo. Para modelar el comportamiento del filtro son necesarias dos ecuaciones: la dinámica del estado en función de muestras anteriores del estado y de la entrada (3.6), y la relación entre variables medidas y variables de estado (3.7).

$$X[k] = A_d X[k-1] + B_d U[k] + \omega[k-1] \quad (3.6)$$

$$Z[k] = HX[k] + v[k] \quad (3.7)$$

Siendo  $Z[k]$  el vector de variables medidas,  $\omega[k]$  un ruido gaussiano del proceso de media nula y matriz de covarianza  $Q$  y  $v[k]$  el ruido de las medidas, también gaussiano de media nula y matriz de covarianza  $R$ .

La etapa de predicción consiste por lo tanto en el cálculo a priori del estado  $\hat{X}[k]$  a partir de su dinámica y el cálculo a priori de la matriz de correlación del error  $P[k]$ :

$$\hat{X}[k] = A_d \hat{X}[k-1] + B_d U[k]$$

$$P[k] = A_d P[k-1] A_d^H + Q$$

La parte de corrección incluye la información de los errores de estimación previos para calcular la estimación del estado a posteriori  $\hat{X}[k]$  de la siguiente manera:

$$\hat{X}[k] = \hat{X}[k] + K[k](z[k] - HX[k])$$

Además de corregir el estado se corrige la matriz de covarianza del estado estimado:

$$P[k] = (I - K[k]H)P[k]$$

La matriz  $K$  se denomina ganancia de Kalman y es el factor que multiplica al error. Su diseño es tal que minimiza la matriz de correlación del error  $P[k]$ . El diseño matemático de la ganancia de Kalman garantiza que, si los ruidos son gaussianos, el estado seguirá también una distribución normal con media  $\hat{X}[k]$  y varianza  $P[k]$ .

El caso concreto del levitador magnético, al ser la planta de carácter no lineal, es preciso emplear un filtro de Kalman extendido, que presenta como particularidad la linealización de las ecuaciones del sistema en cada muestra  $k$ , de forma que:

$$A_d[k] = \frac{\partial f(\hat{X}[k-1], U[k], 0)}{\partial X} \quad H[k] = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{X}[k], 0)$$

Siendo:  $X[k] = f(X[k-1], U[k], \omega)$  y  $z[k] = h(X[k], v)$

Una vez diseñado el estimador para que este pueda funcionar es preciso especificar condiciones iniciales para la estimación del estado y la matriz de covarianza  $P$ , así como las matrices  $Q$  y  $R$ , cuyo valor se obtiene por ajuste manual.

### 3.5 Simulación

El objetivo de la simulación es ajustar los parámetros del control para asegurar el mejor comportamiento posible del sistema real en lazo cerrado. Podríamos decir que la simulación tiene un doble objetivo: por una parte reducir al máximo el error teórico en la respuesta temporal del sistema, que se logra cambiando la localización de los polos; y por otra parte asegurar que las variables del sistema no superan los límites físicos de los componentes del sistema, en el caso del levitador es especialmente importante no superar los límites de tensión máxima de mando y de corriente máxima de actuador.

Para simular el comportamiento del sistema se ha empleado el entorno de Matlab/Simulink, anteriormente mencionado. En este entorno se ha creado un modelo similar al de la figura 2.4, con un bloque de gráficas para visualizar la respuesta temporal así como los bloques necesarios para gestionar las distintas señales de control y salidas del sistema. Estas señales son gestionadas por una red de buses, que se explica con más detalle en el capítulo 4. Una vez diseñado el bloque de Simulink es necesario diseñar el control con una localización de polos determinada.

El primer factor a tener en cuenta es el número de polos. En el caso del levitador la matriz de estado del sistema ( $A_d$ ) tiene 4 filas y 4 columnas, por lo tanto tiene 4 autovalores, de forma que tenemos que localizar 4 polos para el lazo cerrado. Cabe decir también que todos los polos del sistema deben encontrarse en el semiplano izquierdo del plano complejo para que se dé la condición de estabilidad.

Una configuración habitual para colocar 4 polos es localizar 3 de ellos en configuración Butterworth [17] y el polo restante en la recta real a una distancia significativa (lo bastante lejos del 0) para mitigar su efecto:

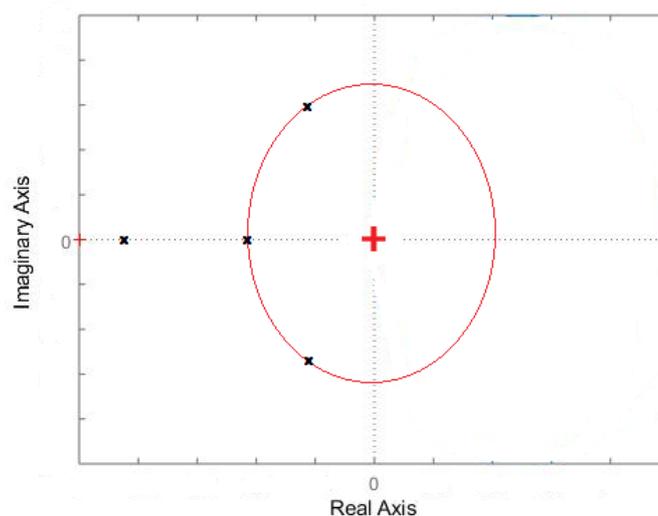


Fig. 3.7 Localización de los polos en lazo cerrado

En esta configuración los 3 polos Butterworth se sitúan en una circunferencia de radio  $\omega_n$ , presentando los 2 polos complejos un amortiguamiento  $\xi = 0,5$ . La  $\omega_n$  se debe elegir teniendo en cuenta la frecuencia más significativa de la planta, que en el caso del levitador es la frecuencia de oscilación  $\omega_u = 21,1 \text{ rad/s}$ . El parámetro a variar, por tanto, es esta frecuencia natural que determinará la velocidad de la respuesta temporal.

El primer diseño se realizó con  $\omega_n = 0,787\omega_u = 16,61 \text{ rad/s}$ , situando el cuarto polo en  $s = -15\omega_n$ . Las condiciones iniciales para la simulación se establecen de la siguiente manera:

$$X(0) = \begin{bmatrix} 1 \text{ A} \\ -9,7989 \text{ cm} \\ 0 \text{ m/s} \end{bmatrix}$$

De esta forma se simula una situación de perturbación en la que la diferencia entre la referencia y la salida es de 1 cm, con una cierta corriente inicial y en parado. La respuesta del sistema en estas condiciones es la siguiente (eje horizontal en segundos):

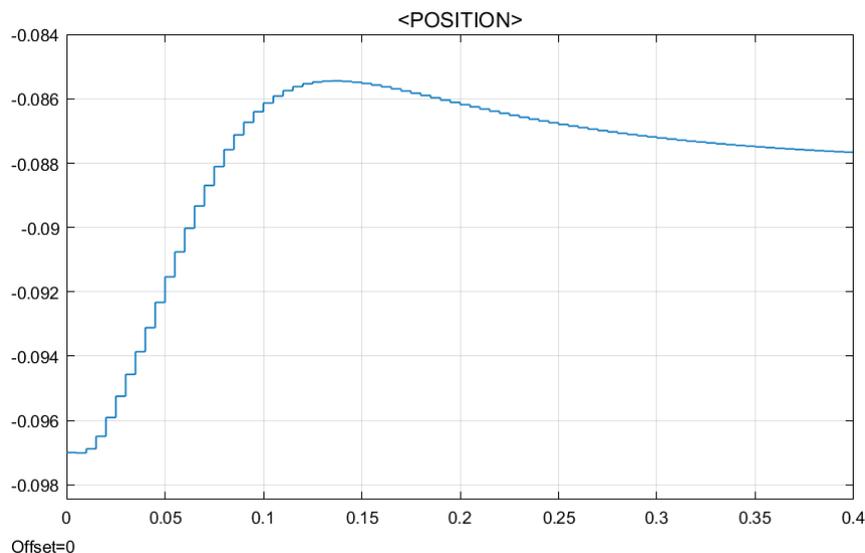


Fig. 3.8 Salida de posición para  $\omega_n = 0,787\omega_u$

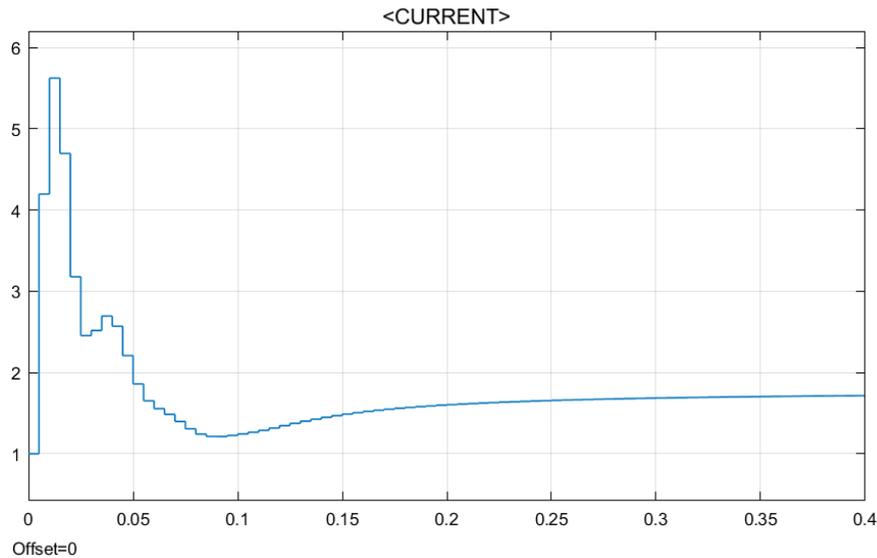


Fig. 3.9 Señal de corriente para  $\omega_n = 0,787\omega_u$

Se observa una rápida respuesta del control que estabiliza la posición en el punto de operación especificado. Se aprecia también como la corriente tiende al punto de operación en régimen permanente, sin embargo durante el régimen transitorio se llega a los 5,6 Amperios, que superan los 3,5 A que puede dar como máximo la etapa de potencia (Como se comenta en el capítulo 4). Es necesario un control más lento (menor  $\omega_n$ ) para que el mando no sea tan brusco y la corriente no sea tan elevada.

Después de varias iteraciones buscando una respuesta temporal que no superase los rangos de operación del hardware, se llegó a un diseño con  $\omega_n = 0,45\omega_u = 9,49 \text{ rad/s}$ , obteniendo la siguiente respuesta del sistema:

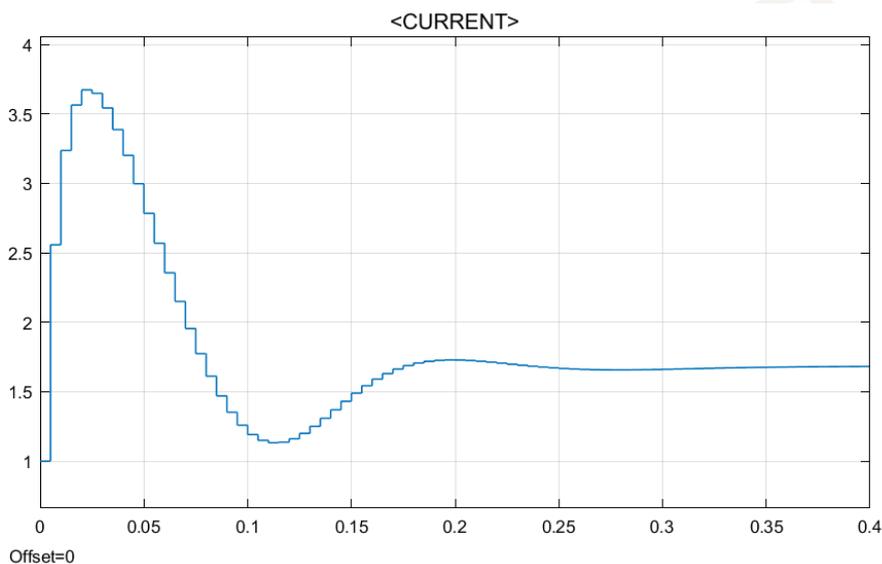


Fig. 3.10 Señal de corriente para  $\omega_n = 0,45\omega_u$

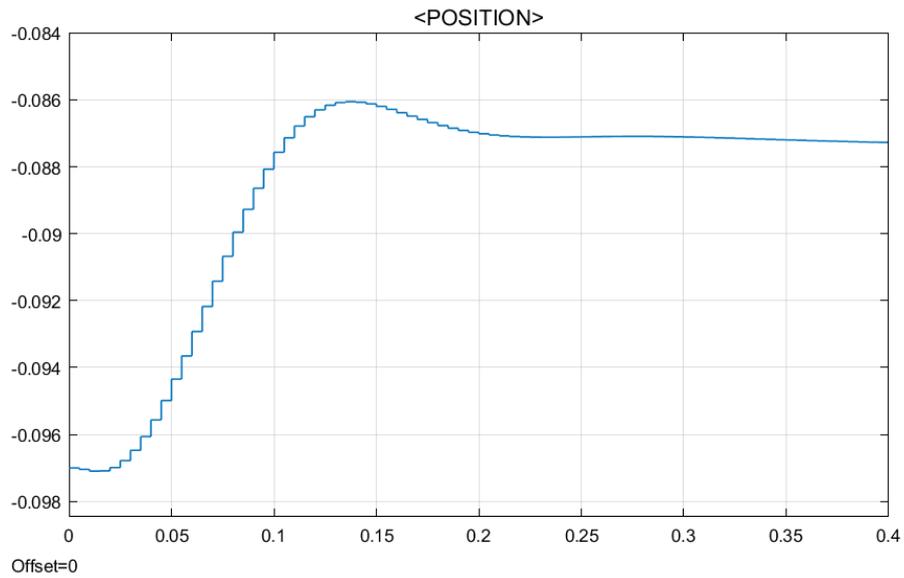


Fig. 3.11 Señal de posición para  $\omega_n = 0,45\omega_u$

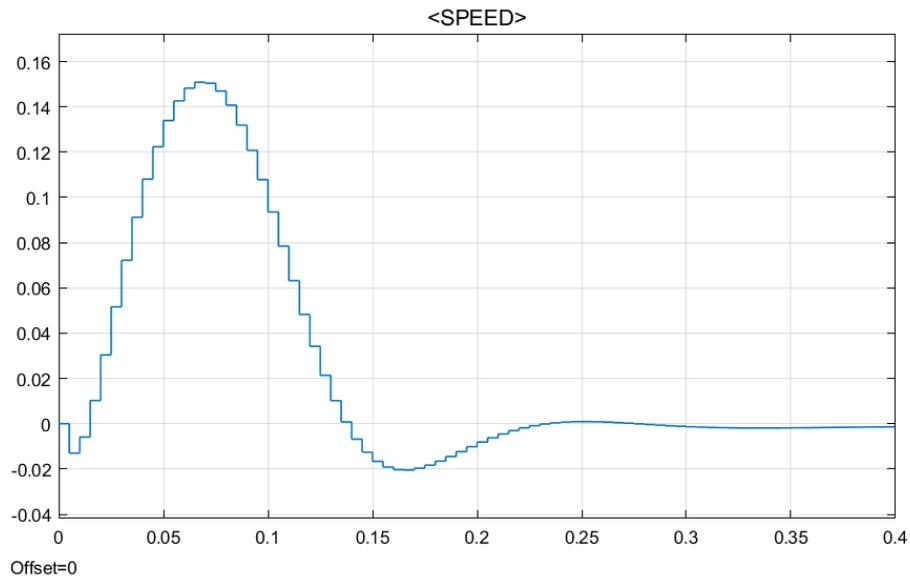


Fig. 3.12 Señal de velocidad para  $\omega_n = 0,45\omega_u$

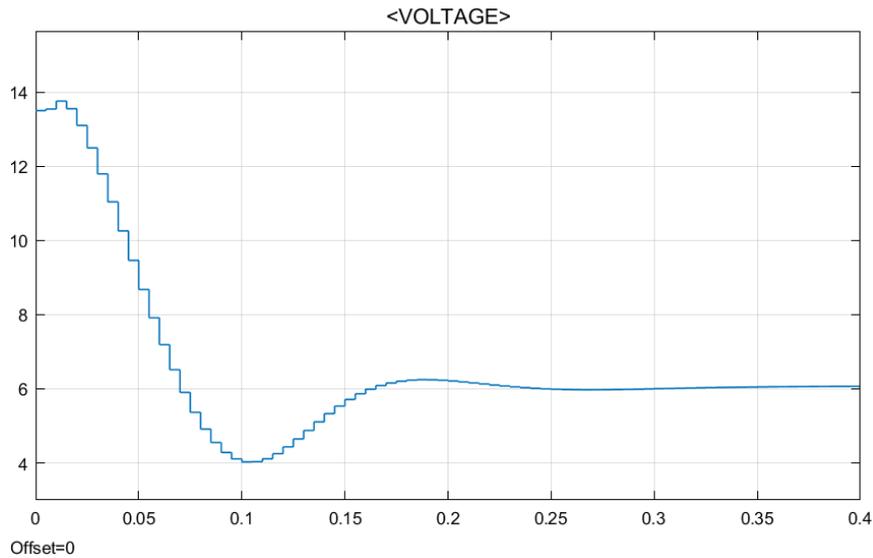


Fig. 3.13 Señal de tensión para  $\omega_n = 0,45\omega_u$

Se aprecia una señal de corriente más lenta, aunque la posición tarda menos en alcanzar el régimen permanente. Esta vez la corriente se encuentra prácticamente en el rango de operación del hardware (en la implantación real habría un instante de saturación), y la tensión de mando no supera los 14 V, por lo que se encuentra dentro de rango.

- Simulación con ruido y filtro de Kalman

Una vez comprobado que la simulación normal converge en las señales deseadas es conveniente incorporar el efecto del estimador de estado, así como una serie de ruidos gaussianos. La salida del sistema incorporando estos dos elementos es la siguiente:

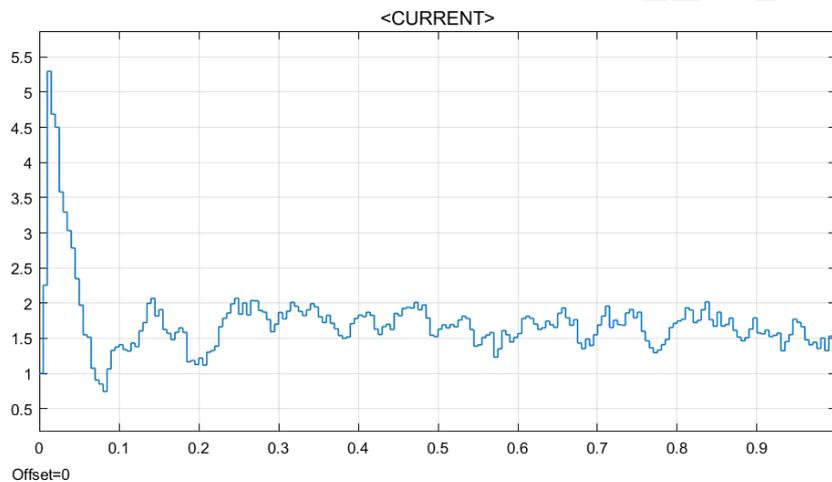
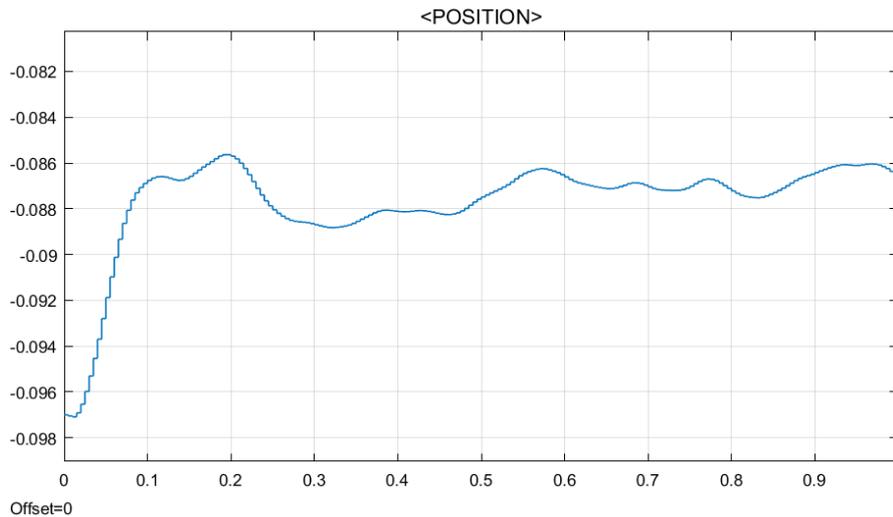


Fig. 3.14 Salida de corriente con ruido y estimador de estado



*Fig. 3.15 Salida de posición con estimador de estado y ruido*

Se aprecia de forma general que las señales pierden la precisión que tenían sin ruido, aunque tanto en el caso de la posición como de la corriente la señal se mantiene en el entorno del punto de operación. En la posición las variaciones tienen un rango de unos 2,5 mm lo cual debería ser prácticamente imperceptible en la implementación. Cabe decir que el tiempo de simulación se ha alargado con respecto al apartado anterior para apreciar el efecto del ruido en régimen permanente.

## 4. Implementación

### 4.1 Actuador

El actuador del sistema es el electroimán, que genera un campo magnético proporcional a su corriente. Dicho electroimán está constituido por un núcleo de transformador de los que ofrece la empresa *RS Components*. A continuación se detallan las características técnicas más importantes:

■ For power transformers >1 kW (20 kHz)

Magnetic characteristics (per set)

	UU 93/152/30	UI 93/104/30	
$\Sigma I/A$	0.42	0.31	$\text{mm}^{-1}$
$I_e$	354	258	mm
$A_e$	840	840	$\text{mm}^2$
$A_{\min}$	840	840	$\text{mm}^2$
$V_e$	297000	217000	$\text{mm}^3$
m	1500	1100	g/set

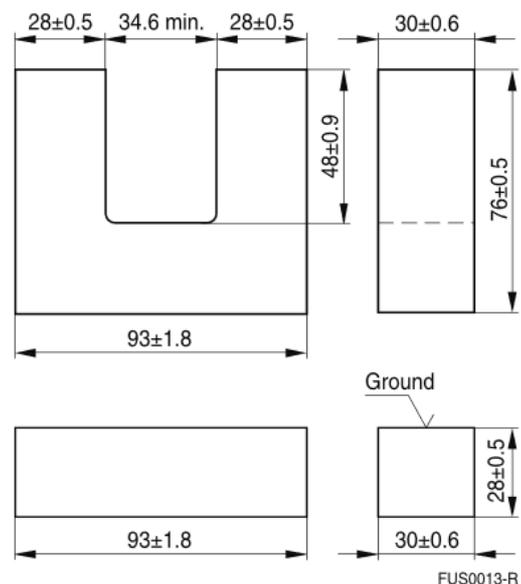


Fig. 4.1 Características técnicas del núcleo del electroimán

Alrededor de este núcleo se procedió a realizar un bobinado de 438 vueltas con hilo de cobre de 0,6 mm de diámetro, obteniendo así el electroimán final. Cabe destacar de este elemento la gran dependencia existente entre su permeabilidad magnética y su temperatura. Presentando una resistencia de 3,6 Ohmios a una corriente nominal de alrededor de 2 Amperios la potencia disipada puede ascender hasta 14.4 W, lo cual produce grandes incrementos de temperatura del núcleo.

La saturación magnética es un problema habitual que surge en elementos magnéticos y consiste en la pérdida de linealidad de la característica de magnetización del material en cuestión. Normalmente es un efecto no deseado, ya que introduce no linealidades en el modelo, además de suponer un límite físico para la intensidad del campo creado, ya que después de darse la saturación es imposible aumentar este. En el caso del electroimán para el levitador magnético no se observaron fenómenos de saturación en el rango de operación habitual (2 Amperios).

La tensión de entrada del electroimán se obtiene con un generador de PWM compatible con la Click Shield: el DC Motor 3 Click de MikroE. El rango de operación de este generador de PWM es de 0 a 30 V de tensión de salida y de 0 a 3.5 A de corriente de salida, por lo que supera el rango de funcionamiento de diseño del levitador.



Fig. 4.2 Generador de PWM

## 4.2 Carga

La carga es elemento que se pretende levitar. Como se mencionó en el capítulo 2 se ha preferido que esta carga sea un imán para aumentar la fuerza en el punto de trabajo y poder obtener un mayor rango de posiciones donde el regulador es capaz de mantener la carga. Para este proyecto se emplean dos tipos de cargas distintas, de cara a observar los resultados obtenidos en cada una. El primer tipo de carga es un imán esférico de ferrita, con 24 gramos de masa, y el segundo un disco de neodimio, con 72 gramos de masa.



Fig. 4.3 Imán de neodimio



Fig. 4.4 Imanes de ferrita

Cabe destacar como observación que en el proceso de medida de la constante  $K_m$  el valor obtenido con el imán de neodimio es del orden de 10 veces mayor que el obtenido con el imán de ferrita. Esto se debe a que el neodimio [18] presenta un mayor rango de saturación magnética que la ferrita, motivo por el cual se emplea más en aplicaciones industriales específicas.

### 4.3 Microcontrolador

El microprocesador elegido inicialmente fue el STM-32 F407. El motivo por el cual se eligió este microprocesador radica en su potencia de cálculo, así como en la facilidad para implementar sensores y actuadores junto con la *Discovery Shield*. Más tarde se procedió a utilizar una Raspberry Pi 3, con su correspondiente Pi 3 Click Shield, que se diferencia del STM por presentar una mayor velocidad de cálculo, así como un sistema operativo en tiempo real. Este sistema operativo permite realizar tareas a distintos tiempos de muestreo.



Fig. 4.5 Microcontrolador Raspberry Pi 3 Modelo B

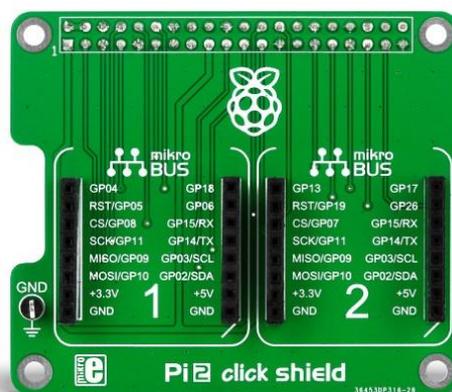


Fig. 4.6 Pi 3 Click Shield

## 4.4 Sensores

- Sensor de corriente

Para medir la corriente se ha optó inicialmente por un conversor AD de 12 bits, pero finalmente se decidió emplear un Arduino nano, que tiene un conversor AD integrado y a través de comunicación UART transmite la información correspondiente a la Raspberry Pi. El problema que se encontró en la práctica fue la enorme cantidad de ruido que incorporaba en las medidas, lo cual obligó a incluir un filtro digital para mitigarlo.



*Fig. 4.7 Arduino nano para el sensado de la corriente*

- Sensor de posición

Para medir la posición se optó inicialmente por la utilización de un sensor de efecto Hall, cuya salida es (en tensión) proporcional a la intensidad del campo magnético incidente. La tensión de salida del sensor de efecto Hall se mide posteriormente con el conversor A/D. Con una calibración de tensión de salida- posición se puede obtener una medida fiable, el problema es que el rango de medida de estos sensores es pequeño y en la práctica habría que situarlo en una posición muy cercana al punto de operación del imán.

Por este motivo se optó por utilizar un sensor óptico de mayor rango, que se sitúa en la parte inferior de la estructura. Este sensor emite pulsos de luz y mide el tiempo que tardan estos pulsos en volver al propio sensor



Fig. 4.8 Sensor óptico de posición



Fig. 4.9 Sensor de efecto Hall

## 4.5 Etapa de potencia

El objetivo de estos componentes es proporcionar una tensión continua al generador de PWM del actuador. Esta etapa está formada por un convertidor AC/DC y un convertidor DC/DC. El primer convertidor tiene como entrada la tensión de red de un enchufe doméstico y como salida una tensión continua de 12 V, con una corriente máxima de 6 A. El segundo convertidor tiene como entrada la salida del anterior y a la salida una tensión continua de 24 V, con una corriente máxima de 3 amperios.



Fig. 4.10 Convertidor AC/DC LRS-75-12



Fig. 4.11 Convertidor DC/DC KREE-12-24

## 4.6 Estructura física

La estructura física está compuesta por una plancha gruesa de metacrilato que hace de suelo, seguida de una lámina superior que contiene toda la electrónica y el electroimán y encima del todo una tercera de protección. Estas láminas están sujetas por 4 columnas de hierro y su altura es ajustable mediante el apriete de unas tuercas.

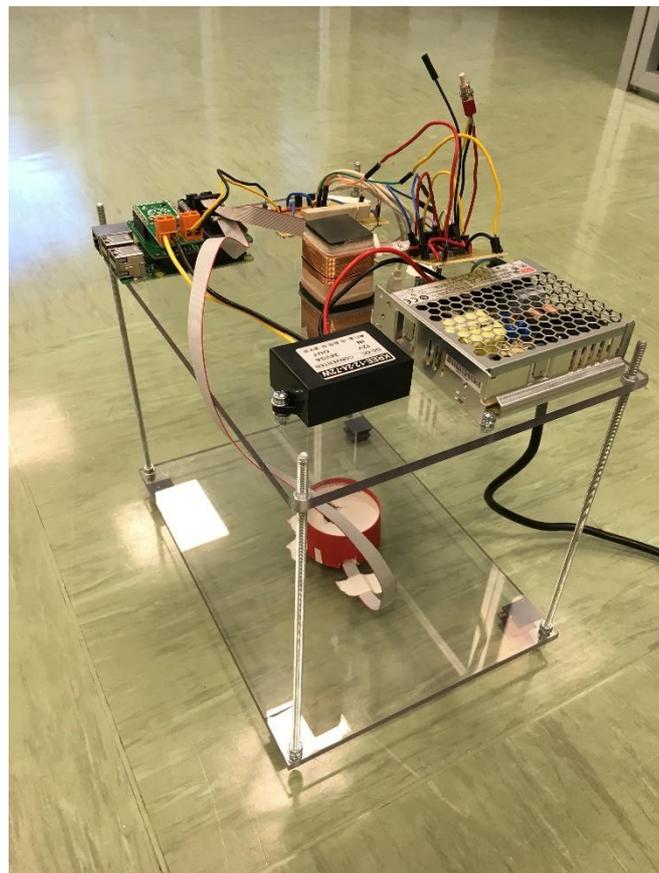
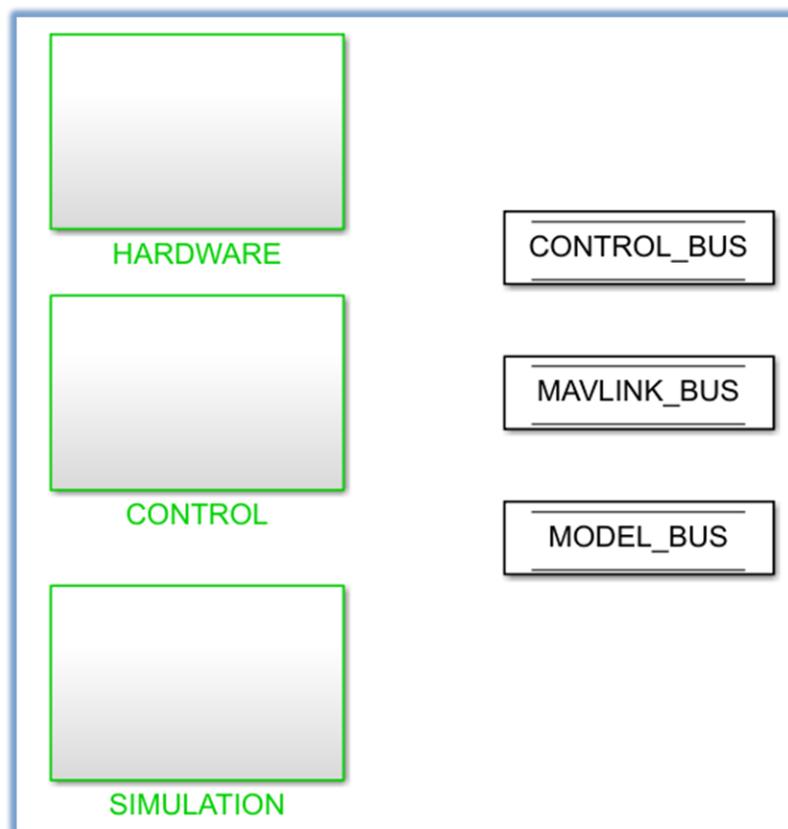


Fig. 4.12 Estructura física del levitador

## 4.7 Software

Como se ha mencionado previamente, la implantación software del proyecto se realiza a través del entorno Matlab/ Simulink, concretamente la versión 2018a. Simulink es una herramienta de Matlab basada en bloques, cuya utilidad reside en las simulaciones de sistemas de control (entre otras aplicaciones). En este proyecto Simulink además de ser la herramienta de simulación del control también se utiliza para implementar el programa principal que precisa para su funcionamiento de varios scripts (códigos) de Matlab.

La estructura del programa principal está ramificada por niveles, siendo los 3 niveles principales las 3 áreas de implementación del programa. El primero de estos niveles es el de control, cuya función es calcular el mando necesario para seguir una referencia. El segundo nivel es de hardware y su función es controlar el funcionamiento de cada uno de los sensores y actuadores. El último nivel es el de simulación, que contiene la planta del sistema, así como bloques para visualizar la respuesta temporal. En la siguiente imagen se muestra el nivel superior del programa:



*Fig. 4. 13 Nivel superior del programa principal*

Los bloques de la derecha hacen referencia a una serie de buses, que se encargan de transportar las señales entre los distintos bloques.

El motivo por el cual se ha organizado el programa de esta manera está en la facilidad de cargar el programa en el microcontrolador comentando únicamente el bloque de simulación y manteniendo el bloque de control; así como de realizar simulaciones comentando el bloque de hardware. El bloque de control se mantiene siempre descomentado, de forma que la respuesta obtenida en simulación es la misma que se obtendría en la implantación para las mismas entradas, proporcionando mayor cercanía con la realidad física.

- Control:

Dentro del bloque de control se calculan los mandos de ambos PIDs, así como la salida del EKF. Esto se consigue con funciones de Matlab, que son bloques de código que relacionan entradas con salidas.

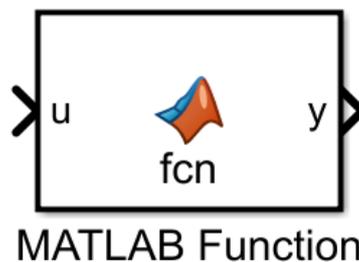


Fig. 4.14 Bloque de función de Matlab

- Hardware:

En este nivel se encuentran los bloques cuya función es leer la información de los sensores y cargarla en el bus correspondiente y leer la información de los buses para controlar el actuador. Los bloques más importantes son los de comunicación I2C y SPI, así como el generador de PWM. Todos estos bloques pertenecen a la toolbox de soporte para Raspberry Pi de Simulink.

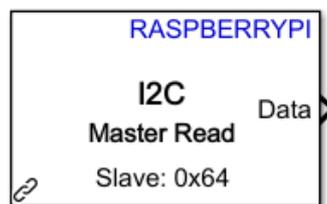


Fig. 4.15 Bloque I2C de Simulink

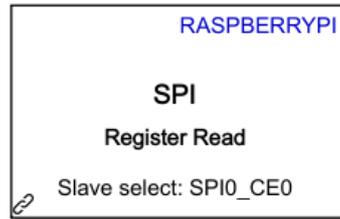


Fig. 4.16 Bloque SPI de Simulink



Fig. 4.17 Bloque PWM de Simulink

- Máquina de estados:

Una máquina de estados en un programa encargado de realizar una serie de tareas de forma secuencial. En el caso del levitador magnético es necesario contar con una máquina de estados para implementar distintos modos de funcionamiento. Estos modos de funcionamiento tienen como objetivo que el usuario pueda inicializar el sistema, colocar la carga y una vez el EKF tenga medidas satisfactorias activar el control de posición. La secuencia de estados se muestra a continuación.

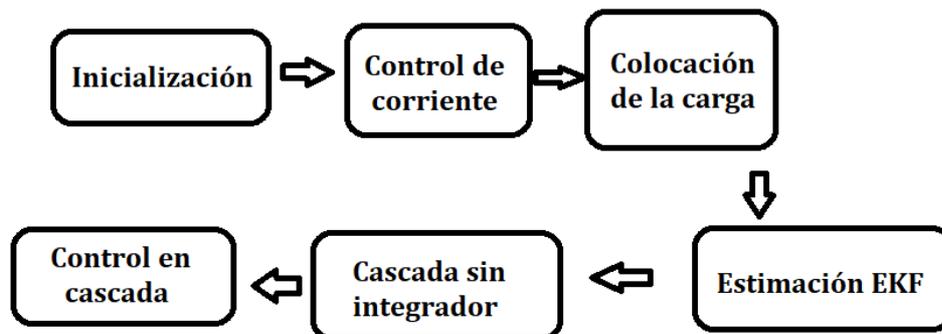


Fig. 4.18 Máquina de estados

Durante la inicialización todos los controles están desactivados, así como el EKF. En el segundo estado se activa únicamente el control proporcional de corriente, teniendo como referencia la corriente del punto de operación. Posteriormente el usuario deberá colocar la carga en el punto de operación. Una vez colocada se inicia la estimación de estado y en cuanto esta estimación empieza a converger se procede a activar el control en cascada con la parte integral desactivada. En este momento el



usuario suelta la carga. Por último y una vez alcanzada la estabilidad se puede proceder a activar el integrador.

El motivo por el cual se activa primero el control sin integrador reside en el hecho de que durante unos instantes de tiempo el control estará activado y el usuario seguirá sujetando la carga manualmente. El control leerá una diferencia entre referencia y salida y el integrador empezará a acumular error, de forma que producirá un mando mucho mayor del necesario, pudiendo incluso llegar a saturar mando e impidiendo el funcionamiento correcto del dispositivo.

Cabe por último destacar que la transición entre los estados viene marcada por la pulsación de un botón (con flanco de subida). De esta manera el usuario marca manualmente la transición de todos los estados. Si se pulsa este mismo botón en el estado final se volvería al modo de inicialización.



## 5. Resultados

Los resultados de este proyecto se pueden resumir brevemente:

- Se ha construido satisfactoriamente un prototipo físico funcional, fácil de programar y empleable para implementar controles en el futuro.
- Se ha diseñado satisfactoriamente una simulación en el entorno de Matlab / Simulink plenamente funcional, que incorpora elementos como ruidos, estimación con EKF y no linealidades en la planta, así como saturaciones de mandos. Estos elementos hacen de la simulación una herramienta muy útil para diseñar controles.
- Se ha realizado un modelado de la planta, que junto con los respectivos ensayos supone un mayor entendimiento sobre el fenómeno de la levitación magnética, así como la planta concreta del levitador.

Cabe mencionar, de todas formas, que pese a haber logrado resultados muy satisfactorios, el control de posición del levitador falló en la práctica debido principalmente al ruido de medida incorporado por el Arduino, que provocaba fluctuaciones de mando amplificadas. Este mando ruidoso es incapaz de mantener la carga en una posición fija debido a la enorme sensibilidad de la dinámica del levitador, por lo que este objetivo queda pendiente para futuros proyectos basados en este.

## 6. Conclusiones

### 6.1 Aportaciones

Las principales aportaciones de este proyecto son las siguientes:

- El diseño de un modelo propio, lo que conlleva un enfoque único y una forma propia de enfrentarse a la problemática del levitador magnético. Esto implica la utilización de sensores, actuadores, microcontroladores y demás componentes diferentes a los presentes en los dispositivos ya existentes.
- Un modelo más desarrollado de la planta. Como se mencionó previamente en el capítulo 2 la mayor parte de los proyectos de levitadores magnéticos dedican muy poca importancia al modelado, limitándose a explicar la ecuación fundamental que rige la fuerza magnética (Ec. 2.1). En este trabajo, al llegar a esta ecuación a partir de las ecuaciones fundamentales del electromagnetismo, se puede analizar la influencia de los distintos parámetros en la constante de fuerza magnética. De esta manera se puede realizar un diseño para adaptar los parámetros del levitador a una carga determinada.

### 6.2 Futuros desarrollos

El hecho de que la levitación magnética sea un campo de estudio relativamente emergente permite que exista una gran variedad de posibles futuros diseños que incorporen mejoras con respecto a las prestaciones actuales de este proyecto. Las principales limitaciones que se han encontrado en la práctica durante la construcción del levitador han sido: la limitación de rango debida a corriente máxima y saturación del núcleo, la imposibilidad de realizar un control tridimensional de la posición y la limitación impuesta por la sensorización de la posición (no puede haber elementos interfiriendo entre el sensor de posición y la carga).

En este sentido un posible diseño incluiría un material en el núcleo del electroimán con mayor rango de saturación, una mayor limitación de corriente máxima (tal vez con etapas de potencia mayores) y en general un dimensionado de los componentes menos restrictivo en términos de potencia.

Otro posible diseño consistiría en incluir electroimanes adicionales en los ejes  $X$  e  $Y$  para controlar la posición de la carga en un cierto rango tridimensional. También podría ser factible un diseño similar al de este proyecto donde exista un sistema para mover físicamente el electroimán en el plano perpendicular al eje  $z$  (similar al mecanismo de un plotter, o una impresora 3D).

Una mejora de la medida de la posición puede venir de la utilización de cámaras o sensores de efecto Hall de mayor rango, así como la combinación de varios métodos distintos para mejorar la estimación de la posición.

Una línea de diseño interesante y poco explotada dentro de la levitación magnética consiste en utilizar la estabilidad que proporciona la conservación del momento de inercia de una carga que está girando. Este principio fue usado por Roy Harrigan en el diseño de su *Levitron* [19] en 1995, aunque desde entonces no se ha presentado ningún nuevo diseño con relativo interés a nivel industrial que lo emplee.

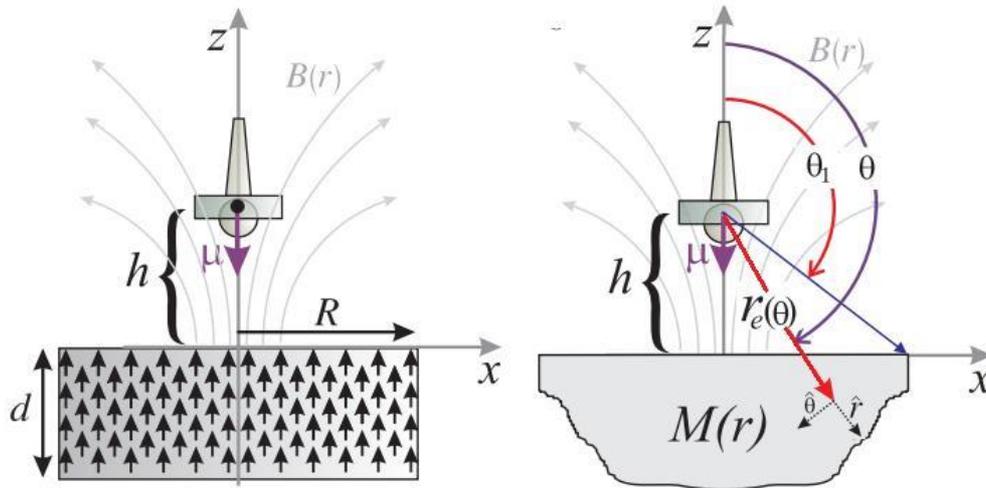


Fig. 6.1 Esquema de levitación de elemento rotativo

# Anexo 1: Modelado de la planta

## Índice

1. Dipolo magnético del electroimán
2. Campo producido por un dipolo
3. Fuerza de un campo sobre un dipolo
4. Expresión de fuerza magnética sobre la carga

### 1. Expresión del dipolo magnético del electroimán

Para calcular el momento magnético del electroimán trabajaremos con la hipótesis de linealidad del material, es decir que el campo que aparece en el material magnético es proporcional al campo  $\vec{H}$  que se le aplica. Este campo  $\vec{H}$  es el campo magnético producido por las corrientes del bobinado que rodea el núcleo magnético.

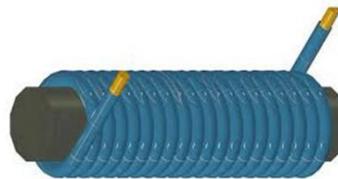


Fig. 7.1 Electroimán. En azul el bobinado exterior, en negro el núcleo magnético

Si consideramos el campo producido por las corrientes del bobinado tenemos que:

$$B_c = H_c \mu_0 \quad (7.1)$$

Al tener en cuenta sólo las corrientes exteriores la relación entre H y B es la permeabilidad magnética del vacío. Buscamos pues este campo  $H_c$  y para ello calcularemos  $B_c$ . Para calcular  $B_c$  realizaremos una aproximación: supondremos que el núcleo del electroimán es un cilindro en vez de un prisma rectangular. El motivo de esta aproximación está en la enorme dificultad de calcular el campo en cualquier punto del espacio producido por una espira rectangular.

Definimos pues el radio efectivo ( $r_e$ ) como el radio que proporciona una misma área de sección que el cilindro.

$$A_c = A_e = \pi r_e^2 = ab$$

$$r_e = \sqrt{\frac{ab}{\pi}} \quad (7.2)$$

Ahora calculamos el campo magnético producido por una espira circular en su eje:

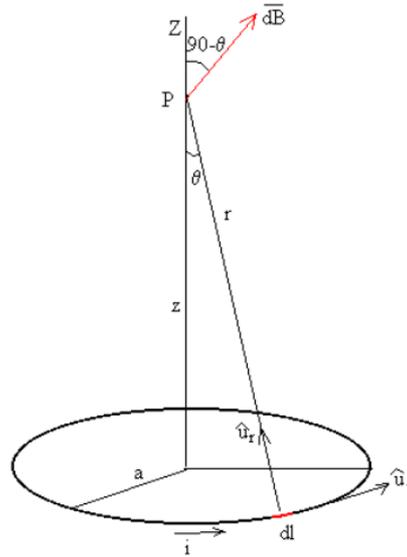


Fig. 7.2 Campo de una espira circular en su eje ( $a=r_e$ ) [20]

Siendo  $\mathbf{i}$  la corriente de la espira,  $d\mathbf{l}$  el elemento diferencial de corriente, y  $\mathbf{r}$  el vector que va desde el elemento diferencial hasta el punto de interés, tenemos la ley de Ampere:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} \quad (7.3)$$

Operando el producto vectorial y desarrollando el módulo:

$$|\vec{r}|^2 = r_e^2 + z^2 \quad (7.4) \quad d\vec{l} \times \vec{u}_r = \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (7.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones 7.4 y 7.5 en la 7.3 obtenemos el elemento diferencial de campo magnético (7.6).

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{(r_e^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.6)$$

Desarrollando el producto vectorial de 7.6 e integrando la contribución de un elemento diferencial de corriente obtenemos el campo total:

$$d\vec{l} \times \vec{r} = r_e dl \vec{k}$$

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{r_e \vec{k}}{(r_e^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \int dl = \frac{\mu_0 i r_e \vec{k}}{4\pi (r_e^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} 2\pi r_e = \frac{\mu_0 i r_e^2 \vec{k}}{2(r_e^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.7)$$

Habiendo obtenido ya la expresión del campo producido por una espira tenemos que incluir el efecto de las  $N$  espiras del electroimán. Hay que tener en cuenta una dificultad añadida, debida al hecho de que estas espiras no están localizadas en el mismo punto del espacio. Para ello definimos el parámetro  $n$  como número de vueltas partido por longitud.

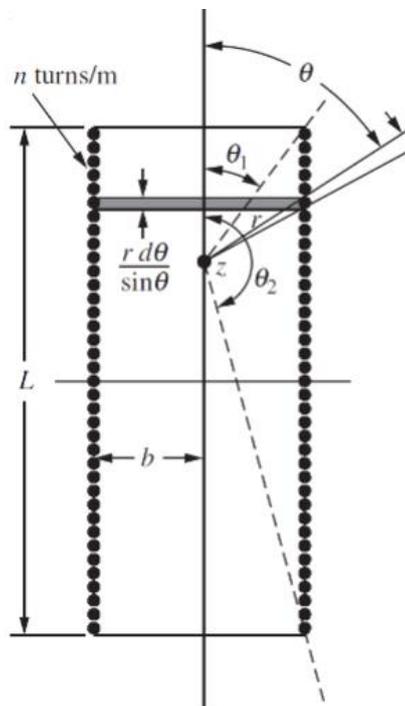


Fig. 7.3 Cálculo del campo magnético de un solenoide

Si tenemos que la distribución de espiras a lo largo del bobinado es lo bastante continua podemos asumir que tenemos una corriente que circula por la superficie exterior del cilindro. Integrando el campo producido por cada elemento diferencial de corriente, esta vez superficial, a lo largo del eje obtendremos la expresión final del campo magnético total.

$$B_z = \frac{\mu_0 n i}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin(\theta) d\theta = \frac{\mu_0 n i}{2} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (7.8) \quad \text{siendo } \theta_1, \theta_2 = f(z)$$

Si representamos esta función de campo en función de  $z$  obtenemos la siguiente gráfica:

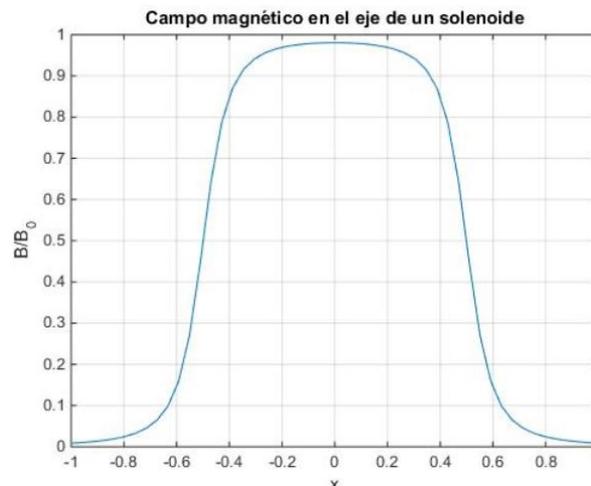


Fig. 7.4 Distribución de campo en un solenoide [21]

Se aprecia claramente como el campo es prácticamente constante en torno al eje, por lo que podemos hacer la aproximación de que efectivamente es constante (en caso de no querer aproximar habría que multiplicar por un factor de devanado a obtener experimentalmente). Evaluando  $B_z(z)$  en  $z = 0$ :

$$(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \frac{L}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + r_e^2}} = \xi \quad (7.9)$$

$$B_z(0) = \frac{1}{2} \xi i n \mu_o \quad (7.10)$$

El término obtenido en la ecuación 1.9 es un factor de forma que depende únicamente de las dimensiones del electroimán. Ahora que tenemos el valor del campo total en el eje podemos calcular  $H_z(z)$ :

$$H_z = \frac{B_z}{\mu_o}$$

Ahora que tenemos calculado el campo  $H$  podemos calcular cuánto se va a magnetizar el núcleo de ferrita en función de la corriente externa aplicada. En este material la característica de magnetización es lineal (hasta que llega a un punto de saturación) tal y como se muestra en la siguiente ecuación. A la relación entre magnetización y campo externo aplicado se la llama susceptibilidad magnética ( $X_m$ ).

$\vec{M} = X_m \vec{H}_{ext}$ , siendo  $H_{ext}$  el campo provocado por las corrientes externas.

Esta susceptibilidad magnética está intrínsecamente relacionada con el parámetro que más se emplea en la industria para definir la característica de magnetización de

un material, la permeabilidad magnética ( $\mu$ ). La relación que existe entre ambos parámetros viene dada por la siguiente expresión:

$$\mu_r = 1 + X_m$$

Siendo  $\mu_r$  la permeabilidad relativa del medio, es decir, la relación entre el campo total producido y el campo H que induce a este. Apréciase que para valores elevados de  $X_m$  ambos parámetros se pueden emplear de forma indistinta.

Tenemos, por tanto que el campo la magnetización a lo largo de eje queda de la siguiente manera:

$$\vec{M}_z = \frac{1}{2} X_m \xi n i \vec{k} \quad (7.11)$$

Cada elemento diferencial del núcleo se magnetiza según la ecuación 7.12:

$$\frac{d\vec{m}}{dv} = \vec{M}_z \quad (7.12)$$

Como la superficie del núcleo es constante:  $dv = Adl \rightarrow d\vec{m} = \vec{M}_z Adz$ , obteniendo así la expresión del momento magnético del núcleo:

$$\vec{m}_e = A \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \vec{M}_z dz = L A \vec{M}_z = \frac{1}{2} L A X_m \xi n i \vec{k}$$

De esta ecuación es importante destacar que el dipolo es directamente proporcional a la corriente, ya que todos los parámetros que la multiplican son constantes que dependen de la geometría del núcleo y los arrollamientos.

## 2. Campo producido por el dipolo

Partimos de la expresión del vector potencial magnético que produce un dipolo:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{m}_e \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

Siendo  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  el vector que apunta a cualquier punto del espacio. Desarrollando el producto vectorial obtenemos la expresión de  $\vec{A}$ :

$$\vec{m}_e \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & m_e \\ x & y & z \end{vmatrix} = m_e x \vec{j} - m_e y \vec{i} \quad r^3 = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\vec{A}(x, y, z) = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$

El campo magnético en función del vector potencial magnético viene dado por la siguiente expresión:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \frac{\partial A_y}{\partial z} \vec{i} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \vec{j} + \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \vec{k}$$

$$\frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\mu_0 m_e (2y^2 - x^2 - z^2)}{4\pi (y^2 + x^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad \frac{\partial A_y}{\partial x} = \frac{-\mu_0 m_e (2x^2 - y^2 - z^2)}{4\pi (y^2 + x^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}$$

Como la carga se va a situar en el propio eje z podemos ignorar las coordenadas x e y, así como las componentes perpendiculares al eje del campo, quedando la siguiente expresión:

$$\vec{B}(z) = B_z = -\frac{\mu_0 m_e}{2\pi z^3} \vec{k} \quad (7.13)$$

### 3. Fuerza de un campo sobre un dipolo

Ahora que ya tenemos el campo producido por el electroimán tenemos que calcular la fuerza que ejerce sobre un dipolo magnético (esta vez el dipolo de la carga,  $\vec{m}_c$  no el del núcleo). La expresión general de la fuerza de un campo es la siguiente:

$$\vec{F} = \vec{m}_c (\vec{\nabla} \otimes \vec{B})$$

Siendo  $\otimes$  el producto tensorial, es decir, el resultado es una matriz de 3x3. Desarrollando la expresión teniendo en cuenta que  $\vec{B}(z) = B_z \hat{z}$  :

$$F_z = \vec{m}_c \circ (\vec{\nabla} B_z) \quad (7.14)$$



#### 4. Expresión de la fuerza magnética sobre la carga

Continuando la ecuación 7.14:

$$\vec{m}_c \circ (\vec{\nabla} B_z) = m_c \frac{\partial}{\partial z} (B_z) \qquad \frac{\partial}{\partial z} (B_z) = \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{\mu_0 m_e}{2\pi z^3} \right) = 3 \frac{\mu_0 m_e}{2\pi z^4}$$

De forma que:

$$F_z = \frac{3\mu_0 m_c m_e}{2\pi z^4} \quad (7.15)$$

Como sabemos que  $m_e = K i_L$  y  $m_c$  es constante, podemos reescribir la ecuación 7.15 de la siguiente manera:

$$F_z = K_m \frac{i_L}{z^4}$$

Se observa una fuerte sensibilidad a la distancia, así como una relación de proporcionalidad directa para una distancia dada, ya que  $K_m$  es una constante que depende únicamente de la geometría y material del núcleo, así como del arrollamiento, y de la geometría y material de imán que hace de carga.



## Anexo 2: EKF en Matlab

```
function EKF_OUT = EKF(EKF_IN)

%-----
% MODEL: Process
%  $x[k] = f(x[k-1], u[k]) + w[k]$ 
% MODEL: Measurement
%  $z[k] = h(x[k]) + v[k]$ 
%-----

% EKF: Prediction stage
%  $x[k|k-1] = f(x[k-1|k-1], u[k])$ 
%  $P[k|k-1] = F[k]*P[k-1|k-1]*F[k]' + Q[k]$ 
% EKF: Update stage
%  $e = z[k] - h(x[k|k-1])$ 
%  $S[k] = H[k]*P[k|k-1]*H[k]' + R[k]$ 
%  $K[k] = P[k|k-1]*H[k]'\text{inv}(S[k])$ 
%  $x[k|k] = x[k|k-1] + K[k]*e[k]$ 
%  $P[k|k] = (I - K[k]H[k])*P[k|k-1]$ 
%-----

% DEFINITIONS:
% State covariance matrix
%  $P[k|k] = \text{cov}(x\_true[k]-x[k|k])$ 
% Process-noise covariance matrix
%  $Q[k] = \text{cov}(w[k]) = \text{diag}(\text{var}(w[k]))$ 
% Measurement-noise covariance matrix
%  $R[k] = \text{cov}(v[k]) = \text{diag}(\text{var}(v[k]))$ 
% State-transition matrix
%  $F[k] = df(x, u)/dx$  for  $x = x[k-1|k-1]$  and  $u = u[k]$ 
% Observation matrix
%  $H[k] = dh(x)/dx$  for  $x = x[k|k-1]$ 
%-----

% Non-additive formulation
%  $x[k] = f(x[k-1], u[k], w[k])$ 
%  $z[k] = h(x[k], v[k])$ 
%  $P[k|k-1] = F[k]*P[k-1|k-1]*F[k]' + L[k]*Q[k]*L[k]'$ 
%  $S[k] = H[k]*P[k|k-1]*H[k]' + M[k]*R[k]*M[k]'$ 
%  $L[k] = df(x, u, w)/dw$  for  $x = x[k-1|k-1]$  and  $u = u[k]$ 
%  $M[k] = dh(x, v)/dx$  for  $x = x[k|k-1]$ 
%-----

%% INPUT EKF BUS
EKF_MODE = EKF_IN.EKF_MODE;
if EKF_MODE == uint8(0) % NOT ENABLED
    EKF_OUT = EKF_IN;
    return
end
T = EKF_IN.PARAM.SAMPLING_TIME;
x = EKF_IN.STATE; %  $x[k-1|k-1]$ 
u = EKF_IN.INPUT; %  $u[k]$ 
z = EKF_IN.OUTPUT; %  $z[k]$ 
P = EKF_IN.COV_MATRIX; %  $P[k-1|k-1]$ 
Q = EKF_IN.INPUT_NOISE_VAR; %  $\text{var}(w[k])$ 
R = EKF_IN.OUTPUT_NOISE_VAR; %  $\text{var}(v[k])$ 
Nx = length(x);
Nz = length(z);
ind_z = logical([1 1]');

% MODEL PARAMETERS
```



```

L=EKF_IN.PARAM.INDUCTANCE;
Km=EKF_IN.PARAM.Km;
g=EKF_IN.PARAM.GRAVITY;
Rr=EKF_IN.PARAM.RESISTANCE;
m=EKF_IN.PARAM.MASS;

% EKF MODE:
% / 0. NOT ENABLED / 1. WORKING
% STATE = [CURRENT; POSITION; SPEED ];
switch EKF_MODE
    case 0 % NOT_ENABLED
        ind_x = logical([0 0 0]);
    case 1 % WORKING
        ind_x = logical([1 1 1]);
    otherwise % NOT_ENABLED
        ind_x = logical([0 0 0]);
end
% State-variable selection as function of EKF mode
x = x.*ind_x(:);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PASTE SYMBOLIC EQUATIONS FROM HERE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% State variables
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
% Input variables
u1 = u(1);
u2 = u(2);
u3 = u(3);
% State-noise covariance matrix
Q1 = Q(1);
Q2 = Q(2);
Q3 = Q(3);
% State equations
f1 = (T*u1)/L - x1*((Rr*T)/L - 1);
f2 = u2 + x2 + T*x3;
f3 = u3 + x3 - T*g + (Km*T*x1)/(m*x2^4);
f = [ f1 f2 f3 ]';
% State-transition matrix
F1_1 = 1 - (Rr*T)/L;
F2_2 = 1;
F2_3 = T;
F3_1 = (Km*T)/(m*x2^4);
F3_2 = -(4*Km*T*x1)/(m*x2^5);
F3_3 = 1;
% Input-noise transition matrix
L1_1 = T/L;
L2_2 = 1;
L3_3 = 1;
% Covariance-matrix prediction
Pk = zeros(Nx,Nx,'single');
Pk(1,1) = F1_1^2*P(1,1) + L1_1^2*Q1;
Pk(1,2) = F1_1*F2_2*P(2,1) + F1_1*F2_3*P(3,1);
Pk(1,3) = F1_1*F3_1*P(1,1) + F1_1*F3_2*P(2,1) + F1_1*F3_3*P(3,1);

```



```

Pk(2,1:1) = Pk(1:1,2);
Pk(2,2) = L2_2^2*Q2 + F2_2*(F2_2*P(2,2) + F2_3*P(3,2)) +
F2_3*(F2_2*P(3,2) + F2_3*P(3,3));
Pk(2,3) = F3_1*(F2_2*P(2,1) + F2_3*P(3,1)) + F3_2*(F2_2*P(2,2) +
F2_3*P(3,2)) + F3_3*(F2_2*P(3,2) + F2_3*P(3,3));
Pk(3,1:2) = Pk(1:2,3);
Pk(3,3) = L3_3^2*Q3 + F3_1*(F3_1*P(1,1) + F3_2*P(2,1) + F3_3*P(3,1)) +
F3_2*(F3_1*P(2,1) + F3_2*P(2,2) + F3_3*P(3,2)) + F3_3*(F3_1*P(3,1) +
F3_2*P(3,2) + F3_3*P(3,3));
% Output equations
H = zeros(Nz,Nx,'single');
e = zeros(Nz,1,'single');
if ind_z(1)
    h1 = f1;
    e(1) = z(1) - h1;
    H(1,1) = 1;
end
if ind_z(2)
    h2 = f2;
    e(2) = z(2) - h2;
    H(2,2) = 1;
end

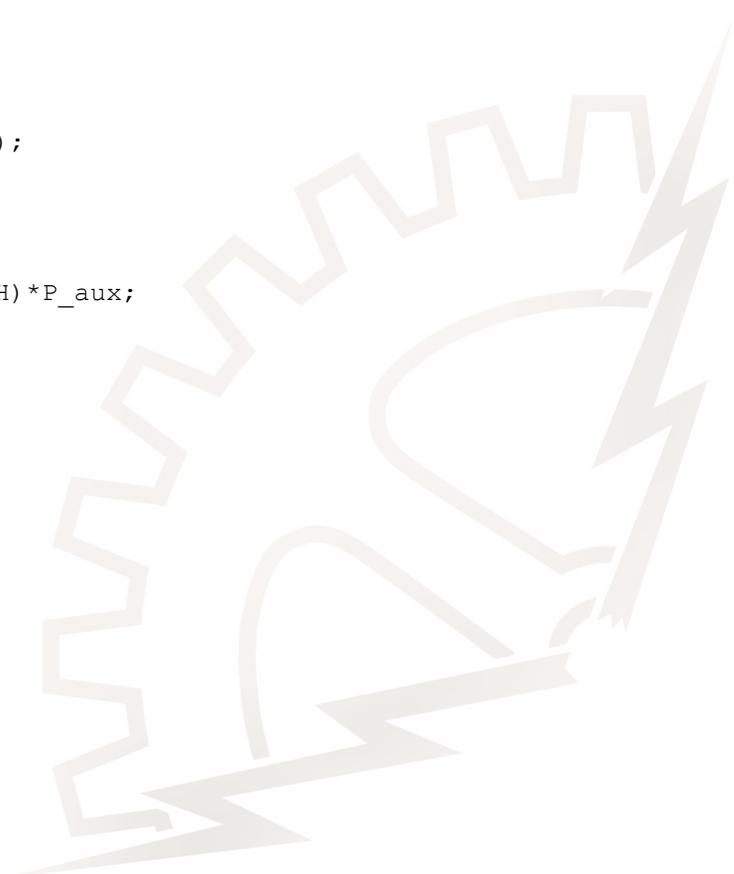
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PASTE SYMBOLIC EQUATIONS TO HERE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% State and covariance matrix update
% Near-optimal Kalman gain
H_aux = H(ind_z,ind_x);
P_aux = Pk(ind_x,ind_x);
PHT = P_aux*H_aux';
K = PHT/(H_aux*PHT + diag(R(ind_z)));
% Updated state estimate
x(ind_x) = f(ind_x) + K*e;
% Updated covariance estimate
KH = K*H_aux;
P(ind_x,ind_x) = (eye(size(KH)) - KH)*P_aux;

%% EKF BUS UPDATE
EKF_OUT = EKF_IN;
EKF_OUT.STATE = x; % x[k|k]
EKF_OUT.COV_MATRIX = P; % P[k|k]

return

```



## 8. Referencias

- [1] Gabriel Perren, Estudio de las aplicaciones prácticas de la levitación magnética, FCEIA, Universidad Nacional del Rosario, 2003
- [2] Samuel Earnshaw, Teorema de Earnshaw, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 6, 1837
- [3] D. Samsonov, Levitation and agglomeration of magnetic grains in a complex (dusty plasma with magnetic field, Pag. 3, New J. Phys, 2003
- [4] Scott E. Thompson and Srivatsan Parthasarathy, Moore's law: the future of Si microelectronics, SWAMP Center, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Florida, Junio 2006
- [5] T.H. Wong, Design of a Magnetic Levitation Control System: An Undergraduate Project, IEEE, Nov. 1986, Pag. 196
- [6] Datasheet:  
<https://www.quanser.com/wpcontent/uploads/2017/03/MAGLEV-Datasheet.pdf>
- [7] Datasheet:  
<http://www.bytronic.net/wp-content/uploads/2015/06/MLS-PL0111.pdf>
- [8] Enlace del proyecto:  
<http://web.mit.edu/2.737/www/MagLev/>
- [9] Enlace del proyecto:  
<http://romulo.det.uvigo.es/ticai/libros/2010/2010/cap9.pdf>
- [10] Joan Pau Borrás Marne, Diseño, estudio y construcción de un levitador magnético con Arduino, Universidad Politécnica de Barcelona, Pág. 21
- [11] Universidad de Valladolid, Linealización de modelos. Enlace:  
[https://alojamientos.uva.es/guia\\_docente/uploads/2013/512/46642/1/Documento3.pdf](https://alojamientos.uva.es/guia_docente/uploads/2013/512/46642/1/Documento3.pdf)
- [12] Ion Zaballa, Universidad del País Vasco, Apuntes de la asignatura de Control, Capítulo 4, Página 71
- [13] J.J. Croat, Current status and future outlook for bonded neodymium permanent magnets, Journal of Applied Physics **81**, 4804 (1997)
- [14] Wikipedia, fuerza magnética,  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza\\_magn%C3%A9tica](https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza_magn%C3%A9tica)
- [15] Joan Pau Borrás Marne, Diseño, estudio y construcción de un levitador magnético con Arduino, Universidad Politécnica de Barcelona, Pág. 37



- [16] VH del Valle Muñoz, 1989, Universidad Católica Boliviana, Sistemas de Control moderno, Capítulo 9, Página 516
- [17] Sedra Smith, Microelectronics circuits, Filters and tuned amplifiers, pág. 1091
- [18] Adam Hill, What are neodimium magnets?, Wise Geek, 4 de junio de 2018
- [19] Michael V. Berry, Frequent questions about Levitron:  
<https://web.archive.org/web/19961109065520/http://www.lauralee.com/physics.htm>
- [20] Imagen de Albert Agraz Sánchez, Santiago Clúa, Detector de movimiento por inducción magnética. Universidad de Lérida, 2007
- [21] Ángel Franco García, Campo magnético producido por un solenoide, Universidad del País Vasco.

