



Facultad de CC. EE. y Empresariales

LIQUIDEZ Y RIESGO DE MERCADO: Propuesta de Definición y Metodología de Cuantificación.

Autor: César Yéboles García
Directora: María Coronado Vaca

MADRID | Abril 2020

Liquidez y Riesgo de Mercado: Propuesta de Definición y Metodología de Cuantificación.

CÉSAR YÉBOLES GARCÍA

Universidad Pontificia Comillas - ICADE

Resumen.

En el presente trabajo reviso la literatura referida a la medición del riesgo y los conceptos de liquidez y riesgo de mercado, proponiendo una definición acotada de lo que es la liquidez, la diferencia entre la liquidez y el riesgo de liquidez y una reinterpretación del riesgo de precio.

Posteriormente desarrollo los métodos adecuados para medir estos fenómenos bajo la definición propuesta y planteo las posibles extensiones a los modelos propuestos.

Palabras clave: liquidez, riesgo de liquidez, riesgo de mercado, riesgo de precio, microestructura de mercado, análisis técnico.

Abstract.

In this thesis I review the literature regarding risk assesment and the concepts of liquidity and market risk, proposing a clearly bounded definition of liquidity, the difference between liquidity and liquidity risk and a reinterpretation of price risk.

Then, I propose adequate methods to measure those concepts under the proposed definition and potential extensions to the model.

Key words: liquidity, liquidity risk, market risk, price risk, market microstructure, technical analysis.

Índice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introducción | 5 |
| 2 | Planteamiento del Problema | 6 |
| 2.1 | LA NOCIÓN DE RIESGO FINANCIERO | 7 |
| 2.1.1 | De la incertidumbre al riesgo | 7 |
| 2.1.2 | El riesgo para las finanzas | 8 |
| 2.2 | DEFINICIONES INICIALES Y CONCEPTOS | 9 |
| 2.2.1 | Definiciones de liquidez en la literatura | 9 |
| 2.2.2 | Liquidez del activo frente a liquidez del mercado | 10 |
| 2.2.3 | Definición de liquidez | 11 |
| 2.2.4 | Definición del riesgo de liquidez | 12 |
| 3 | Investigación del Problema: Conceptos Básicos | 12 |
| 3.1 | CAUSAS DE LA ILIQUIDEZ | 12 |
| 3.2 | MECANISMOS DE MEDICIÓN DEL RIESGO | 16 |
| 3.2.1 | Inferencia bayesiana | 16 |
| 3.2.2 | El Value at Risk | 18 |
| 3.2.3 | Del Value at Risk al Valor Seguro | 21 |
| 3.2.4 | Visualización del Valor Seguro | 23 |
| 3.2.5 | El “Conditional Value at Risk” | 25 |
| 3.3 | MICROESTRUCTURA DEL MERCADO | 27 |
| 3.3.1 | Tipos de órdenes | 27 |
| 3.3.2 | Limit Order Book (LOB) | 28 |
| 3.3.3 | El impacto de precio | 30 |
| 3.3.4 | Bid-Ask spread | 32 |
| 4 | Investigación del Problema: Estrategia de Liquidación y Modelo de Mercado | 35 |
| 4.1 | ESTRATEGIAS DE LIQUIDACIÓN | 37 |
| 4.1.1 | Estrategias resultado de optimización sobre un modelo de mercado | 38 |
| 4.1.2 | Estrategias de trading algorítmico | 41 |
| 4.2 | MODELOS DE IMPACTO DE PRECIO DEL MERCADO | 43 |
| 4.2.1 | El impacto de precio temporal | 43 |
| 4.2.2 | Modelo de LOB | 44 |
| 4.2.3 | El impacto no lineal | 45 |
| 4.2.4 | El modelo I-Asterisco | 46 |
| 5 | Metodologías de Cuantificación | 48 |

| | |
|---|-----------|
| ÍNDICE | 3 |
| 5.1 MEDICIÓN DE LA LIQUIDEZ | 49 |
| 5.1.1 Nota sobre el origen conceptual de la propuesta | 49 |
| 5.1.2 Estructura del modelo | 50 |
| 5.1.3 Unidades y magnitudes de medida del objetivo | 52 |
| 5.1.4 Medida del coste | 55 |
| 5.1.5 Consideraciones sobre la unidad temporal | 59 |
| 5.1.6 Ejemplo numérico | 60 |
| 5.1.7 Consideraciones finales y aplicaciones | 63 |
| 5.2 MEDICIÓN DEL RIESGO DE PRECIO | 64 |
| 5.2.1 El impacto permanente como componente del riesgo de precio | 64 |
| 5.2.2 Especificación de un modelo de riesgo de precio | 66 |
| 5.2.3 Cálculo de las distribuciones y parámetros | 67 |
| 5.2.4 Conclusión | 68 |
| 5.3 MEDICIÓN DEL RIESGO DE LIQUIDEZ | 68 |
| 5.3.1 Estructura de salida de datos: la variable dependiente | 69 |
| 5.3.2 Estrategia de liquidación | 70 |
| 5.3.3 Definición del modelo de mercado | 71 |
| 5.3.4 Las variables independientes | 72 |
| 5.3.5 Procedimiento | 72 |
| 5.3.6 Conclusión | 73 |
| 6 Extensiones | 73 |
| Bibliografía | 73 |
| Anexos | 77 |

Índice de figuras

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Función de densidad de la distribución normal (arriba), función de distribución acumulada (centro) y VaR relativo dados Δt y σ (abajo). Elaboración propia. | 22 |
| 2 | Representación gráfica tridimensional de $SV_{\mathbf{X}}$ vista desde dos ángulos distintos. Elaboración propia. | 24 |
| 3 | Representación gráfica bidimensional de $SV_{\mathbf{X}}$ para distintos niveles de λ . Elaboración propia. | 25 |
| 4 | Representación gráfica de la estrechez y profundidad de un LOB. Elaboración propia a partir de las diapositivas del profesor Alexander Schied, Mannheim University, para el Workshop PRisMa, Viena, 2009. | 29 |
| 5 | Representación gráfica de una transacción y la resiliencia de un LOB. Elaboración propia a partir de las diapositivas del profesor Alexander Schied, Mannheim University, para el Workshop PRisMa, Viena, 2009. | 31 |
| 6 | Representación gráfica del impacto de precio temporal y del permanente. Elaboración propia a partir de la figura 4.4 de Kissell (2013, p. 139). | 33 |
| 7 | Representación gráfica del bid-ask spread de un LOB y sus características. Elaboración propia. | 35 |
| 8 | Representación gráfica de dos LOB sin bid-ask spread temporal, sin deriva (arriba) y con deriva (abajo). Se puede observar que el bid-ask spread, en el caso con deriva, es constante aunque se desplace. Elaboración propia. | 36 |
| 9 | Representación gráfica de un LOB con impacto de precio total lineal (arriba) y no lineal (abajo). Elaboración propia. | 47 |
| 10 | Representación de la eficiencia de los mercados de guitarras Fender (izquierda) y Gibson (derecha) del Ejemplo 1. Elaboración propia | 52 |
| 11 | Representación del cálculo de la antiderivada de la función BA.S(t) exacto (arriba) y su aproximación (abajo). Elaboración propia | 57 |
| 12 | BA.S cada cinco minutos de las acciones del Banco Bilbao Vizcaya Argentaria S.A a lo largo del día 27 de abril de 2020. Elaboración propia. | 61 |

1. Introducción

Si en finanzas, como acostumbra a decirse, ‘cash is king’, la liquidez debe ser la monarquía. El tan utilizado dicho no sólo busca escindir la noción estricta de la contabilidad de la preeminencia práctica de los flujos de caja, sino que señala indefectiblemente la relevancia de la liquidez para las finanzas. El efectivo es el rey por su certeza, versatilidad e inmediatez. Es rey porque puede ser lo que quiera y todos quieren ser él.

El análisis de la liquidez remonta al origen de la ciencia económica, y especialmente desde 2007, no ha hecho sino ganar relevancia con el paso del tiempo como uno de los factores más significativos del análisis financiero. Y, sin embargo, el estudio de la liquidez se mantiene como probablemente una de las áreas más oscuras del estudio financiero.

El problema radica en lo esquivo de la noción. Al contrario que la volatilidad o el riesgo de reinversión, que se manifiestan de un modo claramente delimitable y medible, la liquidez se manifiesta generalmente de un modo indirecto, sutil, difícilmente adscribible a la misma a primera vista¹.

El método científico es la herramienta que se ha desarrollado para explorar la realidad de un modo sistemático, ordenado, veraz y eficiente. La ciencia financiera no debe ser una excepción a la aplicación de este método, si bien su naturaleza de ciencia social y el enfoque propositivo de una característica sintética (la liquidez de los activos financieros no es un fenómeno natural, sino definido por el ser humano para reflejar artificialmente y de un modo holístico una parte del comportamiento de los mercados) hacen que dicho método científico deba amoldarse a estas características. La propuesta de modelo seguirá la siguiente estructura:

1. Planteamiento de la cuestión. Un análisis conceptual que parte de la literatura y delimitación de la noción de qué es la liquidez (y, necesariamente, qué no lo es) para poder identificar inequívocamente sus manifestaciones para plantear la pregunta correcta.
2. Investigación del problema. Problemas similares o conexos y las soluciones que han recibido en la literatura financiera.
3. Proposición de una hipótesis. Exposición de las metodologías propuestas para medir la liquidez, el riesgo de liquidez y el riesgo de precio, así como consideraciones relevantes a respecto de éstas. La comprobación de la misma depende de su corrección lógica y la aceptación conceptual que reciba.

¹ En este sentido véase Amihud (2002, p. 33), Sarr y Lybek (2002, pp. 4-5), Goyenko et al. (2009, pp. 155-156), Morawski (2009, p. 10) o Horcher (2011, p. 44) entre otros.

4. Extensiones. Posibles ámbitos de profundización de la investigación que resultan el desarrollo natural de lo expuesto en apartados anteriores.

El trabajo prepondera el análisis de las acciones frente al resto de activos financieros por dos motivos: es el activo paradigmático en el análisis cuantitativo de la liquidez en la literatura y ofrece un encuadre conceptual relativamente simple, permitiendo centrar el análisis en las características propias de la liquidez y ofreciendo la posibilidad de un posterior desarrollo conceptual que incorpore el resto de activos. En cualquier caso, el grueso del análisis es fácilmente adaptable, cuando no directamente aplicable, a otros activos financieros negociados en un mercado regulado.

El objetivo de este trabajo es doble. Por un lado, busca arrojar claridad sobre el concepto de liquidez, los elementos que la componen, la forma natural de medirla y la diferencia frente al riesgo de liquidez. Por otro, busca proponer un enfoque que permita tratar de un modo integral y coherente el riesgo de mercado de una inversión, explorando particularmente la relación entre el riesgo de precio y el riesgo de liquidez.

2. Planteamiento del Problema

El concepto de liquidez en el ámbito de las finanzas recuerda a la noción de justicia en Derecho: todo el mundo tiene una idea aproximada y semejante de lo que significa pero no existe una definición dogmática del término. Esta idea queda reflejada en Acerbi y Scandolo (2008, pp. 681-682) al señalar que en 2007 la investigación financiera aún estaba lejos de encontrar una definición y cuantificación apropiada del evasivo concepto de liquidez, que acostumbra a recibir tres acepciones: (1) el riesgo de quedarse sin efectivo, (2) el riesgo de que la oferta y demanda en el mercado sean escasas y (3) el riesgo de que el dinero en circulación no sea suficiente, siendo esta última una acepción más económica que financiera, si bien de innegable relevancia también para las finanzas. Sobre la definición de liquidez incidiré ampliamente más adelante.

En los últimos trece años la literatura referida a la liquidez ha avanzado notablemente en las técnicas de cuantificación al beneficiarse de la abundancia y accesibilidad de la información, el exponencial incremento de la capacidad de procesamiento de los ordenadores y la sofisticación de la econometría; pero sigue sin existir un consenso respecto a la definición de liquidez. Más aún, es frecuente encontrar los términos liquidez y riesgo de liquidez siendo utilizados de modo casi indistinto, arbitrario, o al menos siendo poco evidente por qué el autor utiliza uno y no el otro. Sin duda es común una

cierta intuición sobre cuál es el adecuado en cada contexto, pero la línea que los diferencia no es obvia.

2.1. LA NOCIÓN DE RIESGO FINANCIERO

2.1.1. *De la incertidumbre al riesgo*

El primer paso en el análisis conceptual es identificar la noción de riesgo y sus características. Knight (1921 en Spikin, 2013, p. 92) señala la posibilidad de distinguir entre riesgo e incertidumbre, pudiendo entenderse por riesgo “la inseguridad sobre lo que efectivamente va a suceder” y la incertidumbre como “aquello de lo que desconoces incluso las probabilidades de lo que puede suceder”. Esta separación identifica como elemento consustancial al riesgo la posibilidad de medir el mismo, frente a la inconmensurabilidad de la incertidumbre.

De la anterior distinción podemos inferir las cuatro características esenciales de un riesgo: (1) un evento subyacente, (2) la separación cronológica entre el momento de medición del riesgo y el momento de concreción del evento arriesgado, (3) probabilidad de que efectivamente el riesgo se concrete y (4) efectos e implicaciones de la concreción.

La naturaleza del riesgo parece exigir una separación temporal entre el momento en que se mide el riesgo y el momento en que el evento arriesgado cuyo riesgo se pretende medir se concretará (o no). Aparece, sin embargo, la cuestión del riesgo por desconocimiento: es posible medir el riesgo de un evento que ya ha tenido lugar pero cuya concreción se desconoce, incluso sabiendo que ya ha tenido lugar, mientras se desconozca el sentido de la concreción. Aunque aparentemente contradictorio, no lo es necesariamente. Por un lado, puede justificarse que el desconocimiento de lo pasado no supone un auténtico riesgo porque es un desconocimiento salvable: si no sé que ha pasado es porque estoy insuficientemente informado, no porque esa información sea imposible de conocer al tiempo de medir el riesgo, mientras que es imposible conocer con absoluta certeza el futuro. Por otro lado, se puede entender que el evento arriesgado no es el evento pasado en sí, sino la adquisición del conocimiento sobre la concreción del mismo. Así, el momento de concreción del riesgo medido será aquel en que me informe sobre lo acontecido y no el momento en que aconteció.

La idea de que el riesgo sea medible por naturaleza implica la posibilidad de cuantificar la probabilidad de que el evento subyacente concrete, incluso aunque no se sepa cómo cuantificarlo. Es por naturaleza cuantificable, pero no necesariamente necesita estar cuantificado para ser riesgo.

Finalmente, no puede desligarse del riesgo de aquello que está en riesgo, el impacto. Íntimamente ligados con la naturaleza del evento subyacente, los efectos que se desprenden de la concreción del evento arriesgado son esenciales para valorar la dimensión del riesgo. Es por esto que el riesgo acostumbra a representarse como el producto de la probabilidad de que acontezca un evento por los efectos que se desprendan de su acontecimiento.

2.1.2. El riesgo para las finanzas

Vaughan (1997 en Spikin, 2013, p. 92) plantea que lo que caracteriza a un riesgo como financiero es “la relación entre un individuo (o una organización) y un activo o mera expectativa de rédito que pueda perderse o dañarse”. Es mi opinión que la inclusión del activo en la definición es innecesaria. Si se entiende la posibilidad de liquidar un activo (siendo esto perder el derecho de propiedad sobre el mismo por su enajenación o destrucción a cambio de una cuantía de dinero en efectivo) como una expectativa sobre el mismo, el único valor intrínseco a un activo que no depende de las expectativas de beneficio sobre dicho activo es el valor sentimental que el activo pueda tener para su dueño. Podemos entender, por tanto, el riesgo financiero como la probabilidad de que una expectativa económica de un sujeto sufra un perjuicio de una dimensión determinada en un momento futuro. Esta definición no es en ningún caso exhaustiva, sino de mínimos, es decir, presenta lo que necesita tener un riesgo para ser riesgo y financiero pero no agota todas las posibilidades.

Para el análisis del riesgo financiero al que está expuesto un sujeto existen dos aproximaciones: por su origen (el evento subyacente) o por sus efectos (la forma y grado en que se perjudican las expectativas del sujeto). Más aún, en la mayoría de casos las clasificaciones de los riesgos no se atienen únicamente a uno de estos criterios, sino que los combinan de formas poco ordenadas, resultando así la noción de riesgo confusa y peligrosa. Cuando se aborda el análisis de una manifestación de riesgo financiero es esencial entender su encaje global, cómo interactúa con el resto de riesgos, para evitar omitir interacciones relevantes entre los mismos.

Atendiendo al origen del riesgo financiero, identifica Horcher (2011, p. 3) tres posibilidades: (1) los cambios del mercado, (2) las relaciones directas con otros actores económicos y (3) las decisiones internas y fallos del sujeto.

Una clasificación más orientada a las manifestaciones de los distintos riesgos que a los eventos que los generan, si bien no exclusivamente, puede encontrarse en Sethi et al. (2013, pp. 189 y ss.):

1. Riesgo de Crédito: entendido como el incumplimiento de una obligación por un tercero.

2. Riesgo de Mercado: identificado como la pérdida de valor de una cartera de negociación o inversión por su exposición al mercado en su conjunto.
3. Riesgo Operacional: la pérdida en las operaciones de una organización por cualquier razón que impida a ésta llevar a cabo el negocio esperado.
4. Riesgo de Liquidez: La imposibilidad de vender un activo rápidamente para evitar una pérdida o generar un beneficio necesario.
5. Riesgo Reputacional: la pérdida de credibilidad de una organización destruye el valor percibido de la misma.

2.2. DEFINICIONES INICIALES Y CONCEPTOS

2.2.1. *Definiciones de liquidez en la literatura*

En la literatura encontramos multitud de definiciones de lo que es la liquidez que señalan aproximadamente hacia la misma idea, si bien de un modo notablemente ambiguo: “liquidez evoca la facilidad con que los activos financieros pueden ser comprados y vendidos, o la posibilidad de intercambiarlos sin causar cambios importantes en su precio”, (Gökay et al., 2011, p.333); “Un activo es líquido si puede convertirse en efectivo rápido y con un coste bajo”, (Gopalan et al., 2012, p. 333); o “Los activos financieros líquidos son aquellos que se caracterizan por tener costes de transacción pequeños, facilidad de negociación y liquidación puntual”, (Sarr y Lybek, 2002, p. 4).

Por otro lado, otros autores abordan la liquidez como un riesgo, incluso aunque utilicen el término liquidez y no riesgo de liquidez, como por ejemplo Sethi et al. (2013, p. 192) “[El riesgo de liquidez es aquel que] aparece cuando un activo no puede ser intercambiado rápidamente en el mercado para evitar una pérdida u obtener un beneficio necesario” o Almgren y Chriss (1999, p. 61) “Liquidez es la disposición de un activo a convertirse en efectivo. Disposición describe el grado de costes de transacción, tiempo e incertidumbre que debe tolerarse para llevar a cabo la transacción”.

Acerbi y Scandolo (2008, p. 681) plantean una distinción entre tres acepciones de liquidez: liquidez de los mercados, liquidez de la organización y liquidez de la economía. Podemos completar esta clasificación con la propuesta de Morawski (2009, p. 13), que distingue entre la liquidez de un activo, la liquidez de los mercados y la liquidez de una organización, siendo la primera la diferencia fundamental entre ambas.

La acepción de la liquidez referida a las organizaciones se refiere a la capacidad de una organización para cumplir sus obligaciones de pago en el momento en que surgen. Es fundamentalmente una cuestión de “timing”:

tener el efectivo necesario cuando es necesario tenerlo. En esta cuestión es esencial analizar los flujos de caja: las cuantías y tiempos de las entradas y salidas de efectivo, junto al riesgo de que las entradas no se produzcan, generan una serie de diferencias o desequilibrios claves para la gestión financiera. Si el desequilibrio temporal es positivo, es decir, mi efectivo se ve engrosado en exceso temporalmente, puedo reinvertir temporalmente ese efectivo para obtener mayor rentabilidad. Si el desequilibrio es negativo, necesito tener suficiente caja para absorber dicho desequilibrio cuando se produce.

Cuando se habla del riesgo de liquidez de una organización se hace referencia a la posibilidad de que la organización no tenga suficiente efectivo para absorber un posible desequilibrio negativo. Esto es una combinación del riesgo de impago de los créditos a favor de la organización y el riesgo de liquidez de los activos de la misma. El riesgo de liquidez de una organización es, por tanto, un resumen de terceros riesgos de la organización que se identifica como riesgo por su relevancia práctica pese a no representar un fenómeno individual, sustantivo o autónomo.

La acepción económica referida a la cantidad de dinero en circulación no será abordada en este trabajo por exceder del ámbito de estudio del mismo.

2.2.2. Liquidez del activo frente a liquidez del mercado

La definición de Morawski de liquidez de los activos se plantea a partir de la conocida definición aportada por Keynes en su obra de 1930 “*Treatise on Money*”, recogida en Morawski (2009, p. 10). Keynes señala que los depósitos bancarios son “...más líquido que las inversiones, es decir, más fácilmente liquidables a corto plazo sin pérdida...”. Para ambos autores la liquidez de los activos es la facilidad para convertirlos en efectivo.

Por otro lado, Morawski argumenta que la liquidez del mercado es un concepto diferente a la liquidez de los activos. Define mercado líquido como “aquel en que es posible intercambiar en cualquier momento y que, con independencia del volumen, no sufre cambios de precio injustificados.” (Morawski, 2009, p. 18).

Sin embargo, entendiendo por “mercado” el concepto económico amplio del término como el espacio figurado competitivo de convergencia entre demandantes y oferentes de bienes y servicios (sentido empleado por el propio Morawski al hacer referencia al mercado inmobiliario) en lugar del sentido orgánico o institucional del término (que se referiría a los mercados regulados o reglados), puede observarse que ambas definiciones de liquidez responden a una misma realidad: la posibilidad de liquidación del activo. Pero lo hacen desde dos puntos de vista distintos.

Mientras la acepción referida a los activos tiene un enfoque individual de lo que es la liquidez (aunque pretenda ser universalmente aplicable), la acepción referida a los mercados tiene un enfoque colectivo. En otras palabras: la primera acepción mira el problema como un conjunto de realidades singulares mientras que la segunda acepción identifica el problema como una única realidad compleja. Esto es especialmente patente si se tiene en cuenta que, salvo algunos casos de auto-consumo que son poco relevantes para la cuestión (piense en el ganadero que mata una de sus vacas para saciar su hambre en lugar de venderla y comprar comida), para liquidar un activo es necesario un intercambio que lo convierta en dinero efectivo, y este intercambio es, por definición, el elemento constituyente del mercado.

Decir que en esencia son lo mismo no implica, sin embargo, decir que la distinción sea vacua. Al contrario, la distinción resulta relevante porque la forma de recoger los datos empíricos vertidos por la realidad financiera depende de cómo se enfoque el problema, y habrá de tenerse en cuenta a la hora de modelizar la liquidez. Sin embargo, es necesario tener presente que ambas acepciones no hablan de cosas diferentes, sino que son diferentes maneras de entender lo mismo.

Finalmente, es especialmente interesante incidir en lo que significa “no sufre cambios de precio injustificados”. Una primera interpretación hace evidente que el autor pretende expeler los cambios de precio provocados por cambios fundamentales de la noción de liquidez, es decir, que aquellos cambios de precio fruto del cambio de expectativas del mercado sobre el subyacente a causa de una noticia sobre la situación del mismo son propios del ámbito de la liquidez. Llevando este razonamiento a su máxima expresión, una de las tesis defendida en este trabajo, y que se desarrolla en mayor profundidad en subsiguientes apartados, es que el cambio de expectativas del mercado sobre el valor del subyacente, cualquiera que sea su origen, no es un elemento propio de la liquidez.

2.2.3. *Definición de liquidez*

Es reseñable que una amplia mayoría de las definiciones de liquidez propuestas por la literatura no afrontan la cuestión frontalmente: no definen lo que es la liquidez en sí, sino cuándo un activo o un mercado son líquidos. Esto dificulta la abstracción conceptual y el planteamiento de cómo puede medirse.

La definición que propongo es la siguiente:

***Liquidez** es la eficiencia del mercado en que se negocia un activo para permitir el intercambio de dicho activo por su precio justo, entendiendo*

como tal aquel que refleje la valoración económica que el propio mercado haga del activo.

La definición de liquidez exige una reflexión sobre lo que significa en última instancia la eficiencia de un mercado en términos de liquidez. Este análisis puede encontrarse en el apartado 5.2, siendo por ahora suficiente entender que se refiere al coste en términos de liquidez que tienen las transacciones que se realizan.

De este modo se recoge la idea de que la liquidez de un activo es la liquidez del mercado en que se negocia. Cuestión distinta sería la liquidez de una inversión, que haría referencia al riesgo de liquidez de dicha inversión y que se aborda en el siguiente apartado.

2.2.4. Definición del riesgo de liquidez

Definida la liquidez, resulta más sencillo entender la diferencia entre ésta y el riesgo de liquidez. Burdamente, a modo de intuición, la liquidez es al riesgo de liquidez lo que la volatilidad al riesgo de precio.

Cuando se habla de riesgo, es esencial que exista algo en riesgo, que en el caso de los riesgos financieros son las expectativas sobre las inversiones (sea de réditos futuros o de liquidación de la propia inversión). Así, el riesgo de liquidez es la dimensión o proporción de las expectativas sobre una inversión que con una cierta probabilidad pueden perderse a causa de un evento subyacente, que es la eficiencia con que el mercado sea capaz de liquidar dicha inversión.

Resulta evidente que el riesgo de liquidez es complejo, pues no sólo depende de un elemento externo (la liquidez de los activos que conforman la inversión cuando se quiera liquidar), sino que la estrategia que se emplee para realizar la liquidación juega un papel crucial en la dimensión del riesgo de liquidez y de la exposición al resto de riesgos de mercado.

3. Investigación del Problema: Conceptos Básicos

A continuación se recogen sucintamente los enfoques y respuestas dados por la literatura a algunas cuestiones necesarias para comprender los elementos fundamentales de las cuestiones que se discutirán posteriormente.

3.1. CAUSAS DE LA ILIQUIDEZ

Existen numerosas propuestas en la literatura sobre el origen de la iliquidez. Para explorar dichas propuestas es preferible realizar un análisis que

empiece con asunciones fuertes e ir relajándolas, tal que se pueda analizar dónde surgen los problemas.

Un buen primer punto de partida son las tan conocidas hipótesis de mercado eficiente de Malkiel y Fama (1970). Partiendo de la hipótesis fuerte y cumpliéndose las asunciones que convertirían el mercado en eficiente, la iliquidez parece desaparecer. En un mercado sin costes de transacción, en que el precio refleja toda la información que existe sobre un activo y si el conjunto de inversores tiene expectativas homogéneas y actúan de forma racional, la fluidez de los activos es total o casi total, pues a cualquier inversor le resulta indiferente tener el dinero en efectivo que el activo.

Esto se debe a que dadas todas las condiciones mencionadas, el precio que el inversor estaría pagando por el activo sería el adecuado al valor de este activo (pues contiene toda la información), no hay coste de oportunidad porque cualquier oportunidad futura también va a estar adecuadamente valorada y no se pierde ningún valor en la transacción.

Evidentemente, estas condiciones no se cumplen en la realidad, dando lugar a varias fuentes de iliquidez:

1. Costes de transacción. Entendidos stricto sensu como los costes propios asociados a realizar una transacción (comisiones, gastos legales etc.), los costes de transacción causan que si el precio fuese justo en ausencia de costes, éste precio deje de serlo con la aparición de los mismos. Este caso ilustra de un modo burdo el componente más básico del "bid-ask spread": la separación entre el precio que se pide y el que se ofrece en el mercado es, por lo menos, un reflejo de la separación que causan frente al precio justo los costes de realizar la transacción. En este sentido se manifiesta gran parte de la literatura, por ejemplo Bertsimas y Lo (1998, pp. 1-2) o Almgren y Chriss (1999, pp. 61-62). Si un sujeto tiene especial interés en liquidar sus activos, habrá de asumir el coste de la liquidación tal que el comprador indiferente pague el precio justo por los mismos.
2. El agotamiento coyuntural de la provisión de liquidez. Los mercados tienen un tamaño limitado, pues hay un número limitado de participantes en el mismo en un momento dado, y estos tienen una cantidad limitada de activos y efectivo con los que están dispuestos a negociar. El desequilibrio temporal entre oferta y demanda de liquidez, es decir, el desequilibrio entre quienes ofrecen sus activos al mercado y quienes los demandan, afecta al nivel de precio al que se puede acceder en un momento dado por la abundancia o escasez temporales de una u otra. Esto ha dado pie al estudio de la llamada microestructura de los mercados, que analiza el efecto de estos desequilibrios de oferta

- y demanda y el orden de ejecución de las transacciones sobre el precio. Hay mucha literatura a este respecto, siendo algunas obras de referencia O'Hara (1995), o más reciente Obizhaeva y Wang (2013).
3. El escepticismo por la información incompleta. El mercado refleja con gran precisión las variaciones de los precios pagados por un activo, pero no hace un buen trabajo explicando el por qué de estas variaciones. Así, un vendedor que oferta una cantidad muy grande de un activo puede ser porque tenga necesidad de efectivo apremiante o porque sepa algo que los demás participantes del mercado no. Esta sospecha de asimetría de información hace que se invierta en muchos casos la causalidad en la mente de quienes observan la variación: algo debe de ir mal porque baja el precio, en lugar de bajar el precio porque algo va mal. La naturaleza conservadora de muchos inversores hace que este miedo no sólo cause un mero cambio en lo que el mercado considera precio justo (que también sucede), sino que también agote la disponibilidad de niveles de precio, pues quienes proveen liquidez no quieren asumir dicho riesgo.
 4. El coste de inventario. Los denominados "market makers" son entidades destinadas a aportar liquidez a un mercado. Cuando adquieren una acción de alguien que desea venderla y hasta que pueden venderla ellos a otro actor que participe en el mercado, asumen el riesgo de precio sin tener la intención o expectativa de obtener beneficio por la revalorización de la acción. La asunción de este riesgo la debe compensar el vendedor original ofreciendo un menor precio para que el market maker esté dispuesto a realizar la transacción. En este sentido lo defiende Glosten y Harris (1988).
 5. Las expectativas heterogéneas. La pluralidad de valoraciones que hacen los agentes sobre el valor económico de un activo y el coste de oportunidad dan lugar a diferencias dentro del mercado sobre cuál se considera el valor justo de ese activo y por ende a cuánto están dispuestos a pagar los distintos actores por él. Es por esto que no todos los actores se encuentran reunidos entorno a un mismo nivel de precio sino que están repartidos entre varios.

Por otro lado, hay una serie de causas que suelen argumentarse como fuentes de iliquidez, pero que a mi juicio no son tales:

1. La asimetría de información. El miedo a la asimetría de información a raíz de las transacciones sí juega un rol en la liquidez, pero no así la asimetría de información per sé. Este fenómeno considero más adecuado adscribirlo a la determinación del precio en general y no a la liquidez en particular, pues es un escepticismo que no se manifiesta

- exclusivamente en relación a los intercambios sino que es una sospecha constante sobre los activos. Una empresa parca en su distribución de información se valorará como más arriesgada que otra clara y transparente porque existe la posibilidad de que haya información escondida, pero poco o nada tiene que ver con la liquidación del activo como tal.
2. La imperfecta valoración del precio justo. En la realidad, la valoración que los mercados hacen de los activos no es perfecta: no es totalmente objetiva ni posee la totalidad de la información. Esto lleva a que el precio justo que se fije en el mercado rara vez sea exactamente el precio justo que habría determinado un ser racional y omnisciente. Si las expectativas fuesen homogéneas, esta imprecisión no tendría ningún impacto sobre la liquidez, pues se confundiría el precio imperfecto con uno perfecto. Es la heterogeneidad de las expectativas y no la imprecisión de la valoración del mercado lo que causa la iliquidez. Una cuestión distinta es si el grado de imprecisión tiene un efecto sobre la heterogeneidad de las expectativas (cuanto más se equivoca el mercado, mayor es el disenso entre los actores que lo componen), y, aunque razonable e interesante, ni es obvia la respuesta ni excesivamente relevante en tanto a que ya se está teniendo en cuenta la heterogeneidad de las expectativas como causa de la iliquidez.
 3. Coste de oportunidad. Intercambiar tu efectivo por los activos de otro supone adquirir sus expectativas de remuneración a cambio de renunciar a tus posibilidades de acción. La posibilidad de que aparezca una opción anormalmente lucrativa que requiera tener efectivo para aprovecharla es un riesgo que asume quien invierte en un activo, pues no es obvia la facilidad que podrá tener el inversor en el futuro para deshacer su posición y aprovecharse de la oportunidad, si es que puede. Esta expectativa de potencial renuncia a retornos anormales causa que se exija un descuento. Parece entonces que es más acertado señalar que la liquidez de un activo es una de las causas o factores determinantes del descuento que se exige por el coste de oportunidad pero no al revés, pues en definitiva el descuento por la renuncia no es otra cosa que la valoración del rendimiento de un activo frente al resto del mercado y no un impacto sobre el precio derivado de su transmisión en sí. Sí es adscribible el coste de oportunidad a la liquidez, en cambio, en los términos que lo hacen Bertsimas y Lo (1998, p. 2) como aquello que dejas de ganar por no acelerar la liquidación.

3.2. MECANISMOS DE MEDICIÓN DEL RIESGO

El riesgo de mercado de una inversión es la dimensión o proporción de la inversión que con una cierta probabilidad puede perderse a causa de la exposición de dicha inversión a las vicisitudes del mercado. Sus principales componentes son el riesgo de precio y el riesgo de liquidez. La inclusión del riesgo de reinversión es discutible, pues no explica el peligro para una parte de la inversión realizada como tal, pero sí explica el riesgo asociado al coste de oportunidad, que en un sentido amplio de lo que es una inversión, es parte de la misma. En cualquier caso, el coste de reinversión, que sin duda es relevante, no será objeto de análisis en este trabajo.

El riesgo de precio, por su alto impacto y aparente obviedad métrica (es sencillo recoger variaciones del precio) ha sido uno de los riesgos financieros más y mejor estudiados. El riesgo de Precio mide la variación del precio (efecto de la concreción del riesgo) que sufrirá la acción como resultado del equilibrio de oferta y demanda (evento subyacente) en un momento futuro (elemento temporal) para un intervalo de confianza (elemento probabilístico). La concepción común del riesgo de precio pone énfasis en conocer cuánto se puede perder y qué probabilidad hay de perderlo en un periodo de tiempo como consecuencia de las fluctuaciones del mercado, si bien el cálculo para cuánto se puede esperar ganar es relativamente simétrico.

Para medir este riesgo uno de los métodos más difundidos, tanto en el estudio académico como en la práctica profesional, es el llamado “Value at Risk” (VaR), que en términos simples muestra la pérdida máxima que va a soportar una inversión en un periodo de tiempo y a un nivel de confianza determinado. Este análisis lo completa el “Conditional Value at Risk” al recoger no sólo la cantidad de capital expuesto al riesgo, sino cuantificando la exposición al riesgo de ese capital expuesto.²

3.2.1. Inferencia bayesiana

Considero relevante aportar una breve nota sobre la utilidad de la inferencia bayesiana para la medición del riesgo³ por su extraordinaria relevancia.

La discusión científica entre la estadística frecuentista y la bayesiana es tan extraordinariamente rica e interesante como poco atingente. Lo relevante a efectos de este trabajo es tener una somera noción sobre qué proponen cada una de ellas y por qué es importante tener en cuenta esta distinción.

² Como referencias de consulta sirvan para el VaR Duffie y Pan (1997), Best y Best (1998) o Linsmeier y Pearson (2000) y para el CVaR Artzner et al. (1999), Rockafellar et al. (2000) o Krokmal et al. (2002), por ejemplo.

³ Sirva como referencia Sisson et al. (2018).

Sucintamente, puede entenderse que el frecuentismo entiende la probabilidad como la frecuencia de la posible repetición de un evento y el bayesianismo entiende la probabilidad como un grado de certeza sobre los valores estimados. Esto es, los frecuentistas toman el valor de los parámetros del modelo como fijos y los datos como aleatorios, e inversamente los bayesianos toman los datos como fijos y el valor de los parámetros como aleatorios.

La estadística frecuentista, la más “común”, parte de la idea de que los parámetros de los modelos estadísticos tienen un único valor verdadero y cierto. Al calcular el modelo, el enfoque más común consiste en tratar de hallar el valor que resulta más probable para este parámetro (“maximum likelihood”), devolviendo tanto ese valor más probable como los intervalos de confianza para distintos porcentajes. Una interpretación muy común y errónea es que el intervalo de confianza, por ejemplo del 95 %, significa que “hay un 95 % de probabilidad de que el valor verdadero se encuentre en este intervalo”. Lo que afirma la estadística frecuentista no es esto, sino que de repetirse el experimento independientemente infinitas veces, el 95 % de los intervalos de confianza contendrían el valor verdadero del parámetro. Esto hace de la concepción frecuentista un enfoque contraiuntuitivo.

La estadística bayesiana afronta el problema de un modo distinto. En vez de afirmar conocer el valor y determinar “cuántos datos se equivocan”, asume que los datos resultado de los experimentos son siempre ciertos y por tanto la variación, el componente aleatorio, se encuentra en los parámetros. En lugar de afirmar un parámetro, estima una distribución de probabilidad de los valores que adopta ese parámetro. Así, el equivalente al intervalo de confianza, llamado intervalo de credibilidad, tiene la interpretación intuitiva de ser el intervalo más pequeño en el cual, con una cierta probabilidad, se encuentra el parámetro aún no observado.

La inferencia bayesiana parte de esta concepción de qué es la probabilidad y utiliza el teorema de Bayes para corregir una distribución del parámetro a priori a través de los datos observados, obteniendo una distribución a posteriori. Empleando para evitar ambigüedad la notación inglesa, el Teorema de Bayes es:

$$\underbrace{P(H|d)}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(d|H)}^{\text{Likelihood}} \cdot \overbrace{P(H)}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(d)}_{\text{Marginal}}}$$

El Posterior es lo que se busca conocer: la probabilidad del parámetro a partir de una hipótesis inicial que se ve condicionada por los datos observados.

El Prior es la hipótesis inicial que se tiene sobre la forma que adoptará la distribución de probabilidad del parámetro. Si se desconoce completamente, es común utilizar una distribución uniforme. Es un mecanismo especialmente útil para introducir conocimiento práctico que un experto en el tema de fondo pueda incorporar al modelo desde su experiencia.

El Likelihood en los procesos de inferencia bayesiana se sustituye por un “modelo generador”, un modelo que produzca los resultados que se observan en los datos empíricos cuando se le dan los valores de los parámetros que se quieren estimar.

El Marginal son los datos efectivamente observados empíricamente.

Esta tosca descripción del proceso de inferencia bayesiana permite comprender el valor de la misma: permite adaptar las hipótesis iniciales a los datos observados empíricamente y produce un modelo cuyos parámetros adoptan la forma de distribuciones de probabilidad, lo que permite utilizarlos para realizar proyecciones más realistas.

3.2.2. *El Value at Risk*

El Value at Risk consiste, fundamentalmente, en obtener la distribución de probabilidad del valor que puede adoptar una inversión en un momento futuro y a partir de esta calcular la diferencia entre el valor de la inversión⁴ y valor mínimo que adopta la distribución obtenida para el mejor $\alpha \cdot 100\%$ de los casos, o que es lo mismo, el valor máximo para el peor $1 - \alpha \cdot 100\%$ de los casos, donde α indica el intervalo de confianza. La descripción que realizo a continuación recoge cómo suele ponerse en práctica y cómo a mi juicio es mejor hacerlo, pero no es imprescindible para el cálculo del VaR, pues esta metodología no es dogmática: distintas organizaciones emplean diversas versiones adaptadas a sus necesidades y son correctas mientras no tengan defectos lógicos y respeten las premisas básicas del análisis.

Para el cálculo del VaR comúnmente se utiliza una distribución de probabilidad de pérdidas en lugar de la distribución de probabilidad del valor final de la inversión, quedando las pérdidas como valores positivos y las ganancias como negativos. Así, lo que se modeliza sigue siendo conceptualmente idéntico.

⁴ Existe cierta discusión sobre si es preferible hacerlo sobre el valor de la inversión en el momento inicial o el valor esperado en el momento final. A mi juicio, que coincide con la mayoría, es preferible hacerlo sobre el valor inicial, pues es una postura más conservadora y a mi entender adecuada al contexto del análisis de riesgos. En definitiva, es decidir si consideras que el valor que arriesgas es el que inviertes o el que esperas obtener.

co, pero se hace obteniendo el valor del percentil $\alpha \cdot 100$ de la distribución de pérdidas.

El punto esencial es, por tanto, cómo se obtiene esta distribución de pérdidas. Existen multitud de métodos para ello, pudiendo distinguir entre dos enfoques:

1. **Métodos Paramétricos.** Entre los que destaca el método varianza-covarianza, desarrollado inicialmente en JPMorgan (1996) y Simons (1996), y generalmente aceptado por su facilidad y accesibilidad. A partir de la distribución histórica \mathbf{X} de variaciones del precio de una acción en términos porcentuales para un periodo dado (comúnmente diarias pero no necesariamente) y con signo opuesto (todos los datos multiplicados por -1 para reflejar su naturaleza de distribución de pérdidas) se calculan dos parámetros estadísticos: la media μ_0 , que sirve como expectativa de decrecimiento (si es negativa significará crecimiento), y la varianza σ_0^2 , que permite conocer la volatilidad σ_0 de la acción.

Posteriormente se calcula un valor λ , que es el número de desviaciones típicas que separan el percentil $\alpha \cdot 100$ de la media (percentil 50) en una distribución normal estándar \mathbf{Z} ($\mu = 0, \sigma = 1$).

A continuación se asume que en un momento futuro $t_f > t_0$ las posibles pérdidas se distribuirán de acuerdo a una distribución normal \mathbf{X}_t con media $\mu_t = \mu_0 \cdot \Delta t$ y una varianza $\sigma_t^2 = \sigma_0^2 \cdot \Delta t$, siendo $\Delta t = t_f - t_0$ y estando en las mismas unidades temporales que el periodo de variación empleado en los datos históricos.

El VaR en términos proporcionales lo hallamos al sustituir λ en \mathbf{X}_t de la siguiente manera:

$$VaR(\mathbf{X}) = \mu_t + \lambda \cdot \sigma_t = \mu_0 \cdot t + \lambda \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\Delta t}$$

Adicionalmente, si se desea, se puede multiplicar este VaR proporcional por el precio de la acción en el momento inicial P_0 para obtener cuánto puede caer la acción y esta caída máxima a su vez se puede multiplicar por el número de acciones que se tienen en cartera Q_0 para conocer el valor en términos absolutos de pérdida máxima de la inversión.

2. **Métodos No-Paramétricos.** En lugar de asumir normalidad en la distribución, estos métodos se basan en construir la distribución que puede adoptar \mathbf{X} en el momento t aplicando diversos métodos y una vez hallado \mathbf{X}_t simplemente calcular el percentil $\alpha \cdot 100$. Dentro de esta categoría encontramos dos sub-categorías.

Por un lado el cálculo mediante simulación histórica. Para hallar \mathbf{X}_t se emplea un cálculo de bootstrap sobre los datos históricos: se "sitúa" la cartera en distintos momentos del tiempo, se comprueba la evolución que tuvo durante un periodo de tiempo igual al que se quiera predecir en el futuro y se repite este proceso para la misma duración empezando en distintos puntos aleatorios el número de veces que sea deseado. Cuantas más iteraciones, más se ajustará \mathbf{X}_t a la realidad histórica. Suele hacerse en términos relativos para normalizar los distintos periodos.

Por otro lado, está la simulación Montecarlo, que requiere en cualquier caso una modelización de los procesos subyacentes. Se plantea un modelo de evolución de los precios y la situación actual, y se realizan el número de ensayos aleatorios que se considere oportuno para garantizar el ajuste de los resultados al modelo. Este tipo de modelos acostumbra a hacer asunciones como "random walks" para incorporar algunos movimientos relevantes para el modelo de difícil explicación. \mathbf{X}_t se construye a partir de los resultados de los ensayos.⁵

Es mi opinión que el VaR cumple de forma excelente todas las características que debe tener una medida de un riesgo:⁶ (1) recoge la relación entre el tiempo, la naturaleza probabilística del evento subyacente y el efecto sobre el activo; (2) es fácilmente reproducible, tanto por la abundancia de los datos que utiliza como por la relativa sencillez de las operaciones que es necesario llevar a cabo para obtenerlo; y (3) presenta la información de tal modo que es a la vez fácil entender, comparativamente relevante y representativa de la realidad subyacente.

La reproducibilidad del análisis es esencial para considerar como adecuada una medida. Un análisis demasiado complejo y difícil de replicar, como sucede en algunos de los procesos de "machine learning", plantea graves problemas de control y fiscalización de los resultados, pudiendo poner en entredicho el valor de los mismos. Más relevante incluso es la accesibilidad y abundancia de los datos requeridos. Un modelo que requiera datos genéricos y públicos, como aperturas y cierres diarios de cotizaciones, será fácil que se popularice, pues reunir los datos será un proceso rápido y barato, y además será posible obtener dichos datos de un gran número de activos distintos

⁵ A este respecto resulta especialmente ilustrativa la explicación contenida en JPMorgan (1996, pp. 26 y ss.).

⁶ Aunque es común encontrar críticas al VaR por haberse visto superado en la actualidad por métodos más sofisticados, como el CVaR, que analizo posteriormente en el epígrafe 3.1.5, es mi opinión que precisamente la simplicidad del VaR permite utilizarlo como punto de partida al ofrecer un marco analítico nítido que considera robustamente las dimensiones más importantes del riesgo.

de un modo normalizado, posibilitando la esencial función comparativa del modelo. Si en cambio los datos fuesen escasos, no estuviesen normalizados y/o estuviesen esparcidos, resultaría caro y poco útil aplicar el modelo.

Para entender adecuadamente el funcionamiento del VaR es necesario entender la función de densidad y la acumulada de la distribución normal. La función de densidad representa la probabilidad de que la variable distribuida de acuerdo a esa normal adopte el valor dado por $\mu + \lambda \cdot \sigma$. El área bajo la curva (obtenida integrando la función de densidad entre los dos puntos del intervalo deseado) representa la probabilidad de que el valor que adopte la variable distribuida se encuentre entre aquellos puntos que marquen los extremos del área seleccionada. En caso del intervalo $(-\infty, \infty)$ este área es igual a 1, pues representa el 100 % de probabilidad.

El valor del área bajo la curva de la función de densidad a la izquierda de un punto representa la probabilidad de que un elemento de la distribución adopte un valor igual o inferior al de ese punto. Ese área es también el dato que se obtiene al sustituir el punto en la función de distribución acumulada. Así, si lo que se distribuyen son las pérdidas, la función de distribución acumulada $F_{\mathbf{X}}(\lambda)$ devuelve el valor α , que representa el nivel de confianza, correspondiente a cada valor de λ tal que $\alpha = F_{\mathbf{X}}(\lambda)$. La Figura 1 recoge un ejemplo visual de este mecanismo.

3.2.3. Del Value at Risk al Valor Seguro

De los términos de la ecuación del VaR, observamos que hay dos exógenos, μ_0 y σ_0 , y dos endógenos, λ y $\sqrt{\Delta t}$. μ_0 y σ_0 incorporan la expectativa de decrecimiento y la volatilidad como factores definitorios de la acción, que la identifican en el modelo, siendo factores que obtenemos de los datos históricos. Por otro lado, λ y $\sqrt{\Delta t}$ son propiamente las variables independientes en la función que permita calcular el riesgo de la acción definida por sus expectativas de crecimiento y la volatilidad, pues son los dos términos que puede definir arbitrariamente quien construya el modelo. Se puede así plantear una variación al VaR en que se recoja el porcentaje de inversión segura para cada nivel de riesgo y tiempo de exposición al riesgo:

$$f(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}} = 1 - VaR(\mathbf{X}) = 1 - \mu_0 \cdot \Delta t - \lambda \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\Delta t}$$

$$f : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\mathbf{Y} = \{(\Delta t, \lambda) \in \mathbb{R}^2 \mid \Delta t \geq 0, \lambda \geq 0\}$$

Siguiendo la misma notación que el VaR. Es necesario restringir el dominio de la función tal que Δt y λ no puedan adoptar valores negativos, pues

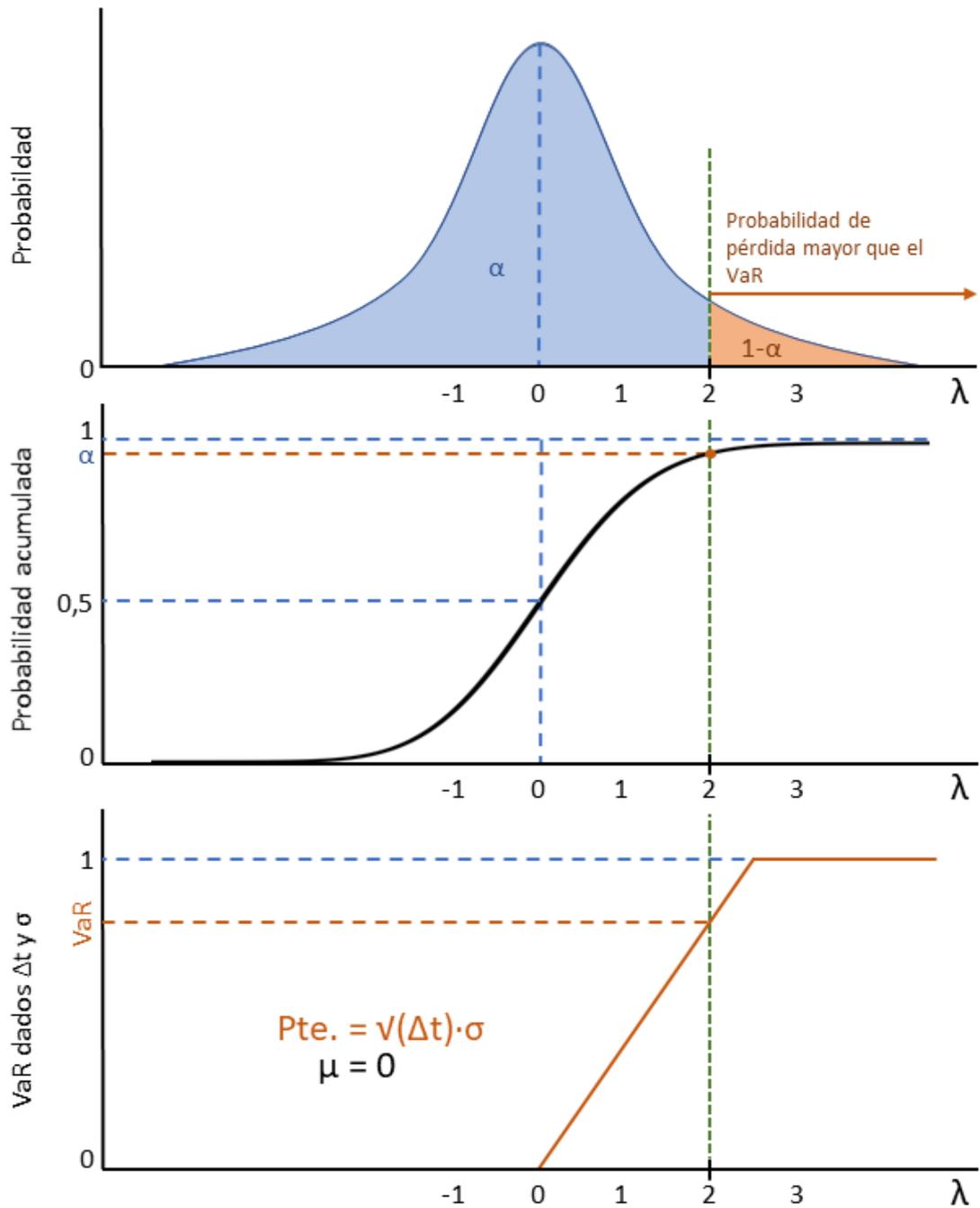


Figura 1. Función de densidad de la distribución normal (arriba), función de distribución acumulada (centro) y VaR relativo dados Δt y σ (abajo). Elaboración propia.

un Δt negativo equivaldría a un retroceso en el tiempo y un λ negativo representaría la probabilidad de “obtener un beneficio al menos igual a una cierta cantidad”, lo que excede el ámbito del análisis del riesgo, como se señalaba antes. De asumir la normalidad se desprende necesariamente que con un intervalo de confianza del 50 % $\alpha = 0,5$ (equivalente a $\lambda = 0$) se va a obtener, al menos la media, y consecuentemente, para el caso $\mu_0 = 0$ de expectativa de evolución neutra se afirma riesgo cero. Un λ negativo con expectativa de evolución neutra implicaría que con un intervalo de confianza inferior al 50 % se va a obtener al menos un cierto beneficio, es decir, el signo negativo en λ invierte el análisis, pasando de pérdidas máximas a beneficio mínimo.

La función $f(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}}$ podría, por sus términos matemáticos, adoptar cualquier valor del intervalo $[1, -\infty)$, pues tanto λ como Δt pueden adoptar valores suficientemente altos como para tornar negativo el resultado de la función si el periodo de tiempo es muy extenso o el intervalo de confianza se acerca mucho al 100 % respectivamente. Esto se puede resolver fácilmente tomando sólo la parte positiva de la función, lo que restringe el rango al intervalo $[1, 0]$. Quedaría definido el “Valor Seguro” (“Safe Value”, SV) de la siguiente manera:

$$SV_{\mathbf{X}} = f^+(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}} = \max(f(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}}, 0)$$

3.2.4. Visualización del Valor Seguro

Existen dos maneras de representar visualmente el Valor Seguro. Los siguientes ejemplos utilizan $\mu_0 = 0$ y $\sigma_0 = 0,11$, arbitrariamente seleccionados, con el único propósito de ilustrar el concepto y facilitar el desarrollo de una adecuada intuición del concepto de Valor Seguro.

La primera forma de representación, más evidente, es la representación tridimensional de la superficie dada por la función. La figura 2 muestra desde ángulos distintos un ejemplo de esta representación tridimensional del valor seguro. Tiene la ventaja de ser relativamente intuitiva y capturar con gran precisión toda la función en su conjunto. Sin embargo plantea las dificultades comunes a las representaciones tridimensionales para su elaboración y representación.

La segunda forma de representación consiste en la superposición de las representaciones gráficas bidimensionales de la función para una λ dada, de los distintos niveles de λ (por ejemplo, $\lambda = \{1, 2, \dots, N\}$). Este método recoge menos información, pues no se recoge ninguna información de SV para los valores de λ que se encuentran entre los niveles representados. Este inconveniente no es muy sustancial, pues la información presente es suficiente

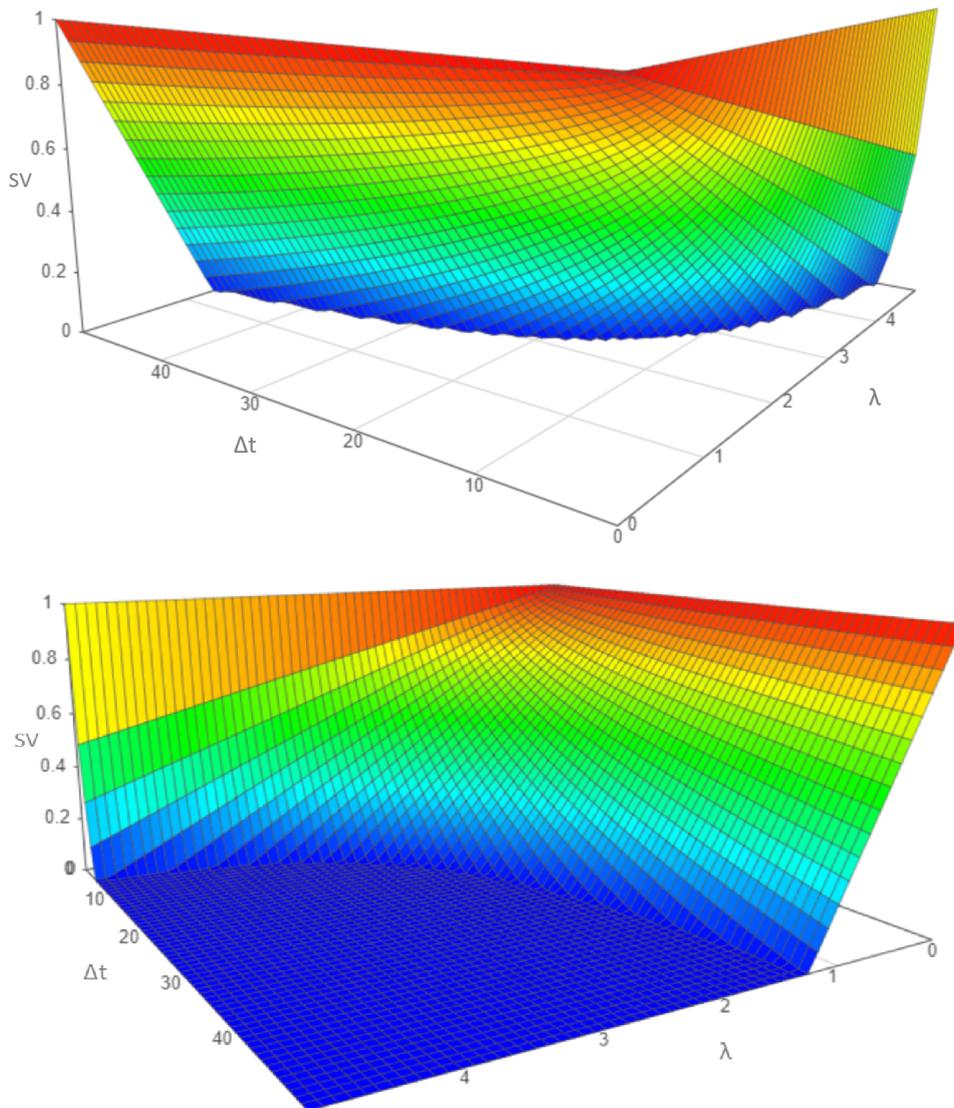


Figura 2. Representación gráfica tridimensional de SV_X vista desde dos ángulos distintos. Elaboración propia.

para aportar una idea general del comportamiento de la función, la cantidad omitida se puede ajustar modificando el intervalo que separa los distintos niveles representados y, en caso de precisarse un dato concreto, siempre puede calcularse individualmente. Por otro lado, la principal ventaja de esta

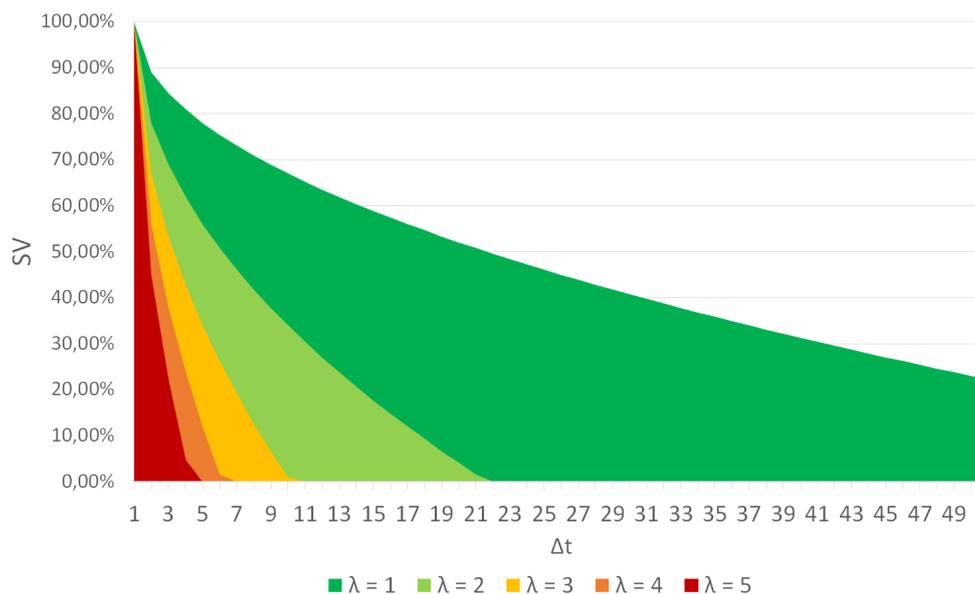


Figura 3. Representación gráfica bidimensional de SV_X para distintos niveles de λ . Elaboración propia.

forma de representación es su bidimensionalidad, exigiendo una menor visión espacial para interpretarla y resultando más sencilla de generar. Un ejemplo podemos encontrarlo en la Figura 3.

3.2.5. El “Conditional Value at Risk”

El VaR nos ofrece una frontera, una línea entre la certidumbre y la incertidumbre. Señala la cantidad de valor expuesta al riesgo pero no cuantifica ese riesgo más allá. El “Conditional Value at Risk” (CVaR) aparece para cuantificar el riesgo en el tramo que el VaR señala como arriesgado.

Al igual que el VaR, el CVaR puede definirse de varias maneras. La más común es definir CVaR como la pérdida esperada del valor en riesgo. Otra manera equivalente de expresar la idea es definir $CVaR_\alpha$ como la media del VaR_β para $\beta \in (\alpha, 1]$ (Kisiala, 2015). Esto puede calcularse mediante la integral de Acerbi (Chatterjee, 2014) tal que el CVaR de una distribución \mathbf{X} que representa pérdidas, con un intervalo de confianza α se puede expresar como:

$$CVaR_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_\beta(X) d\beta$$

Un caso de especial interés es el del CVaR para un VaR de $\lambda = 0$, es decir, $\alpha = F_{\mathbf{X}}(0)$. Este es el caso que calcula la pérdida esperada condicionada a que haya pérdida de cualquier dimensión. El VaR medio de todos los que se encuentran en el intervalo $[0, \infty)$ será, por tanto, dada una distribución normal $Pr_{\mathbf{X}}(\lambda)$ con desviación típica σ y media μ , el VaR para el valor λ_s que satisfaga la condición:

$$\int_0^{\lambda_s} Pr_{\mathbf{X}}(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_s}^{\infty} Pr_{\mathbf{X}}(\lambda) d\lambda = \frac{1-\alpha}{2}$$

Donde α es el área en el intervalo $\lambda = (-\infty, 0)$ y λ_s se encuentra en el punto que divide en dos partes iguales el área bajo $Pr_{\mathbf{X}}(\lambda)$ en el intervalo $[0, \infty)$. Puesto que la función de distribución normal acumulada $F_{\mathbf{X}}(\lambda)$ es la integral de la función de densidad de la normal, se deduce que:

$$\beta = F_{\mathbf{X}}(\lambda_s) = 1 - \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1+\alpha}{2} \rightarrow CVaR_\alpha(\mathbf{X}) = VaR_\beta(\mathbf{X})$$

Lamentablemente, no se puede dar una respuesta exacta y analítica en forma cerrada a este problema⁷. Existen muchos métodos para aproximar el resultado numéricamente, siendo algunos de los más comunes la integración de Riemann o el uso de las denominadas “z-table”, tablas de distribución.

Finalmente, podemos definir el Valor Seguro Condicional (“Conditional Safe Value”, CSV), mediante el CVaR de un modo análogo al Valor Seguro con el VaR, como el valor que se espera conservar en caso de pérdida para un intervalo de confianza $\alpha = F_{\mathbf{X}}(\lambda_s)$ y un tiempo t :

$$g(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}} = 1 - CVaR_\alpha(\mathbf{X}) = 1 - \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_\beta(X) d\beta$$

$$g : \mathbf{Y} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\mathbf{Y} = \{(\Delta t, \lambda) \in \mathbb{R}^2 | \Delta t \geq 0, \lambda \geq 0\}$$

$$CSV_{\mathbf{X}} = g^+(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}} = \max(g(\Delta t, \lambda)_{\mathbf{X}}, 0)$$

⁷ Para más información referirse a la literatura sobre integrales gaussianas. Sirva como ejemplo Karagiannidis y Lioumpas (2007).

Y el valor seguro condicional para cualquier pérdida (CSV*) como el $CSV_{\mathbf{X}}$ para $\alpha = F_{\mathbf{X}}(0)$ como el valor que se espera conservar en caso de cualquier pérdida:

$$CSV^* = g^+(\Delta t, 0)_{\mathbf{X}} = \max(g(\Delta t, 0)_{\mathbf{X}}, 0)$$

3.3. MICROESTRUCTURA DEL MERCADO

Se entiende por microestructura del mercado la forma en que las distintas órdenes que lo componen se relacionan entre sí para conformar las manifestaciones que suelen recogerse como expresiones del mercado.

3.3.1. Tipos de órdenes

Entendiendo por orden la manifestación de un actor en el mercado de su voluntad de realizar una transacción según unas determinadas condiciones, existen dos formas de entender y clasificar estas órdenes: como oferta/demanda del activo y como provisión de liquidez.

La primera interpretación señala que pueden ser órdenes de compra (bid), que constituyen en términos económicos la demanda del activo, u órdenes de venta (ask), que en términos económicos constituyen la oferta del activo.

Más interesante es la clasificación como provisión de liquidez. Las órdenes pueden ser de límite (limit order) o de mercado (market order)(Gökay et al., 2011, p. 344). Una orden de límite es aquella en que el comprador (vendedor) fija el precio al que ofrece comprar (vender) las acciones y lo publica en el mercado. Así, tienen consideración de oferta en términos formales de negociación, sea de compra o de venta, pues ofrecen la disponibilidad de sus activos al mercado. Inversamente, las órdenes de mercado son órdenes de comprar (vender) al mejor precio disponible en un momento determinado. Son, por tanto, aceptaciones de las ofertas hechas mediante órdenes de límite.

Son de especial relevancia los llamados mejor precio de compra (best bid price, B_t), que es la orden de límite de compra con un precio más alto; y mejor precio de venta (best ask price, A_t), que es la orden de límite de venta con un precio más bajo. Prácticamente siempre debe cumplirse que $B_t < A_t$, pues de ser igual o mayor se podrían casar las órdenes, se llevaría a cabo la transacción y desaparecerían del mercado⁸. Por ende, normalmente existe

⁸ Podría darse que el best bid price sea más alto que el best ask price en algunos casos extremos, como que alguno de los dos viniese dado por un Fill or Kill (FOK) limit order y el otro no fuese capaz de satisfacer la orden en su totalidad pese a tener un precio adecuado. En la práctica no sucede.

una diferencia positiva y medible entre B_t y A_t en cualquier momento del tiempo, conocida como bid-ask spread.

Las órdenes de límite, por tanto, pueden entenderse como una provisión de liquidez al mercado: cuantas más ofertas haya cerca del precio justo del mercado, más líquido será este, pues se podrán realizar más transacciones sin cambios injustificados en el precio que se paga en la transacción. En este sentido Panayi y Peters (2015, p. 3). Quienes emiten las órdenes de límite, sea por obligación por ser Market Makers o voluntariamente como participantes del mercado, ofrecen la disponibilidad de sus activos a quien desee realizar la transacción, pero a cambio exigen una “prima”, que es la separación entre el precio justo y el precio solicitado en la orden de límite. Inversamente, quien emite una orden de mercado está consumiendo la liquidez del mercado, está agotando órdenes de límite por su interés en realizar la transacción, y por ello paga una prima a quien le provee de esa liquidez que necesita.

Un ejemplo muy similar son los locales de cambio de divisa para turistas. Hay una separación (y normalmente bastante sustantiva) entre el tipo de cambio en un sentido y en el opuesto entre dos divisas. Esta suerte de spread es similar al de los activos negociados: hay un precio justo entre ambos y el proveedor de liquidez cobra una prima en cualquiera de los dos sentidos a quienes, por necesitar la liquidez que provee, estén dispuestos a pagarla.

Esta concepción encaja perfectamente con la noción de la liquidez como una característica de eficiencia del mercado: un mercado ilíquido es un mercado con “escasa” liquidez, y esa “escasez” se traduce en un aumento de precio que beneficia a quien provee del recurso escaso y perjudica a quien lo demanda. A medida que ese recurso, la liquidez, es más abundante la cuantía de la prima se reduce, y con ello el mercado es más eficiente en términos de las transacciones que lleva a cabo y el coste que generan. Todo esto con independencia de los desplazamientos producidos por las variaciones en el valor del subyacente: si se produce una modificación en el tipo de cambio, el local de cambio de divisa desplaza sus precios paralelamente para ajustarse, pero la prima (sea en términos relativos o absolutos) permanece. Esta concepción la recogen Panayi y Peters (2015, pp. 3-9).

3.3.2. *Limit Order Book (LOB)*

El llamado libro de órdenes de límite (limit order book, LOB) recoge las órdenes de límite, tanto de compra como de venta, que existen en el mercado en un momento dado. Este libro nos ofrece una imagen de la oferta y demanda que existe en un mercado en un momento determinado para un activo concreto, como señalan Obizhaeva y Wang (2013, p. 6).

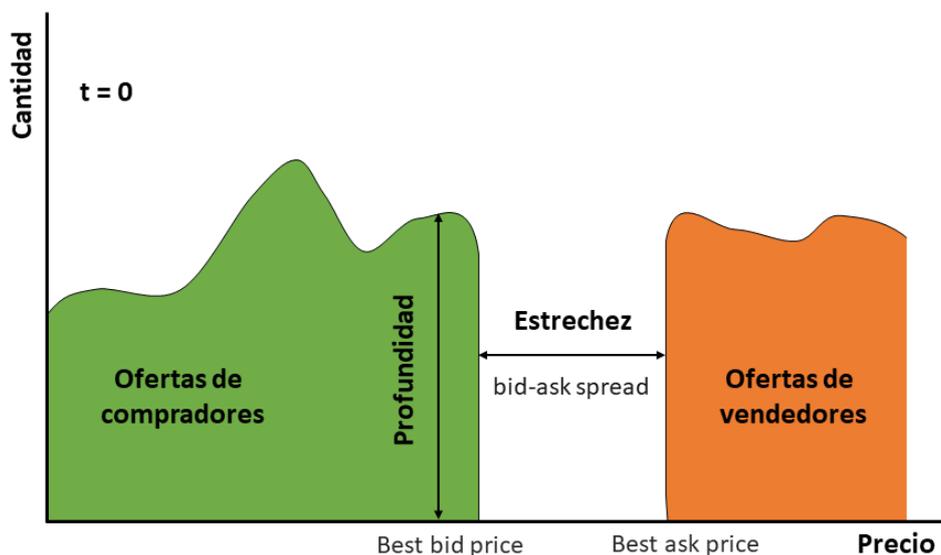


Figura 4. Representación gráfica de la estrechez y profundidad de un LOB. Elaboración propia a partir de las diapositivas del profesor Alexander Schied, Mannheim University, para el Workshop PRisMa, Viena, 2009.

El LOB es, por tanto, una construcción fluida, constantemente cambiante, caracterizada por las cantidades ofrecidas y el precio al que se ofrecen. Dentro del análisis del LOB la literatura suele analizar tres dimensiones: el bid-ask spread, el volumen para cada unidad de precio y la velocidad y manera en que responde el mercado tras una transacción. La terminología, sin embargo, no es común ni pacífica.

En el contexto de este trabajo, considero relevante destacar tres elementos como definitorios del LOB: (1) profundidad (depth), (2) estrechez (tightness) y (3) resiliencia (resilience).

Profundidad se puede definir como el volumen de ofertas del LOB para un nivel de precios en un momento del tiempo. El acumulado de niveles de precio desde el best bid price (best ask price) hasta el nivel señalado de precios sería entonces la profundidad acumulada (cumulative depth). En este sentido lo emplean Goldstein y Kavajecz (2000, pp. 128 y ss.) entre otros⁹. La profundidad del mercado tiene un efecto claro y directo sobre el impacto que las transacciones tienen sobre el precio: cuanta más oferta hay

⁹ Estos conceptos los abordan Sarr y Lybek (2002, pp. 5-6) bajo términos distintos. Identifican depth como breadth y cumulative depth como depth, pero son minoría en la

para cada nivel de precios, menos impacto tiene una transacción sobre el mismo.

Sarr y Lybek (2002, p. 5) emplean estrechez y resiliencia, en términos generalmente aceptados. Definen estrechez como la distancia entre las ofertas de compra y las ofertas de venta, es decir, el tamaño del bid-ask spread en un momento dado. Glosten y Harris (1988) proponen que sus principales causas son la asimetría de información y los costes de inventario, mientras Huang y Stoll (1997) reconocen la falta de consenso sobre su origen, añadiendo a los anteriores los costes de investigación de mercados y costes de transacción.

Resiliencia lo definen como “la característica del mercado por la cual las nuevas órdenes corrigen los desequilibrios del mercado que alejan el precio de lo señalado por sus indicadores fundamentales”. La resiliencia es clave a la hora de determinar la estrategia de liquidación y calcular el coste de liquidar.

Las figuras 4 y 5 ilustran gráficamente estos conceptos, permitiendo desarrollar la intuición conceptual sobre el funcionamiento del mercado.

3.3.3. *El impacto de precio*

Por impacto de precio se conoce la variación que una transacción produce sobre el precio de ese activo.

Una transacción consume una cantidad de ofertas de compra o venta al mejor precio disponible. Inmediatamente después, ha desaparecido ese volumen a ese precio del LOB, ampliándose el bid-ask spread, y posteriormente la oferta y la demanda en términos económicos (ofertas de venta y ofertas de compra respectivamente) se adaptan a esta nueva situación. Esta adaptación, como ya se ha señalado, es la resiliencia.

Si se consumen parte de las ofertas de compradores mediante una orden de mercado de venta, en el momento inmediatamente posterior las ofertas de vendedores se mantendrán idénticas (oferta) y las ofertas de compradores se habrán visto reducidas (demanda). Si el precio de la transacción P_t era el justo con la oferta y demanda anteriores, habiendo ahora menos demanda y la misma oferta debe cumplirse que $P_{t+1} < P_t$.

Posteriormente, ante el nuevo bid-ask spread injustificadamente mayor, el mercado reacciona. Si la percepción del mercado fuese con certeza que el vendedor de la transacción t se equivocó al vender al precio P_t , la demanda se volverá a reconstituir en su totalidad hasta los términos anteriores y la oferta no sufrirá variaciones. Si, en cambio, el mercado considerase con certeza que en t la oferta y demanda se equivocaban y el vendedor acertó

literatura los que emplean esa nomenclatura y puede inducir a confusión con el término de análisis técnico market breadth, por lo que emplearé depth y cumulative depth.

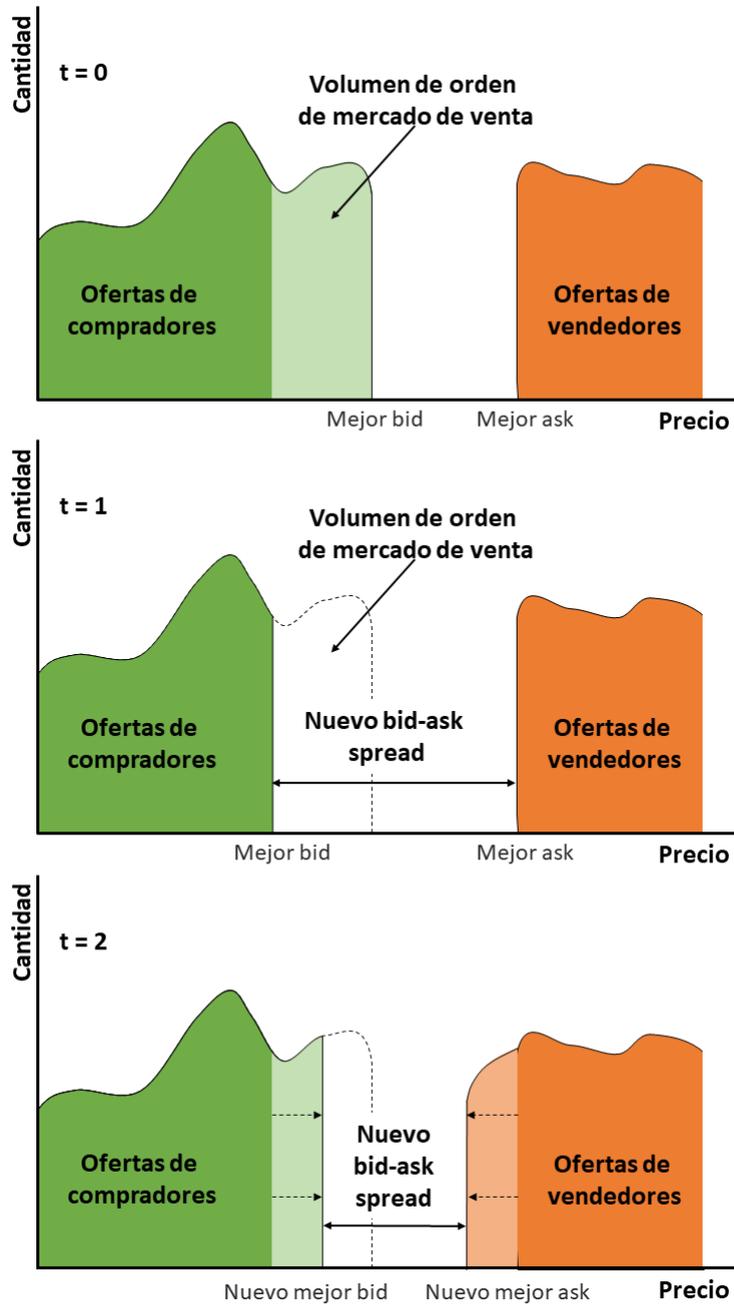


Figura 5. Representación gráfica de una transacción y la resiliencia de un LOB. Elaboración propia a partir de las diapositivas del profesor Alexander Schied, Mannheim University, para el Workshop PRisMa, Viena, 2009.

totalmente al vender, la menguada demanda no variará en precio (tal vez sí en profundidad) y la oferta se desplazará hacia niveles de precio inferiores para corregirse, reajustando el bid-ask spread.

Lo normal es que no se dé ninguno de los dos casos extremos, sino una combinación de ambos: una parte de la demanda reaparece y la oferta se desplaza parcialmente. El tiempo necesario para que esto suceda es el ámbito de estudio de la resiliencia.

En estos términos, la teoría de microestructura de mercado distingue entre el impacto de precio temporal y el permanente. El impacto permanente es aquel causado por la alteración en la percepción del mercado sobre el valor de la acción y corresponde al desplazamiento lateral, paralelo, del bid-ask spread, y el impacto temporal es aquel producido por el desequilibrio temporal entre oferta y demanda de liquidez, que va desapareciendo a medida que la demanda (o la oferta, según el caso) se recupera. Esta distinción se puede ver ejemplificada en la Figura 6.

Cabe añadir que las transacciones se suelen identificar como compras-ventas, siendo su calificación como compra o venta subjetiva, dependiente de la perspectiva que se adopte. En muchas ocasiones, sin embargo, cuando se analiza el mercado es útil distinguir entre “compras” y “ventas” netas bajo un criterio objetivo, siendo que una transacción que consume las ofertas de compra que hay en el mercado, reduciendo el precio, se suele calificar como venta neta y viceversa (Kempf y Korn, 1999, p. 33).

3.3.4. *Bid-Ask spread*

El bid-ask spread (BA.S) merece algunas consideraciones particulares. El BA.S representa aquellos niveles de precio no disponibles para intercambiar en un momento determinado. Es un vacío en la provisión de liquidez. Considero que se deben contemplar tres elementos fundamentales en el BA.S: (1) el BA.S temporal, (2) el BA.S permanente y (3) la deriva.

Suponga un LOB en un momento inicial. No se ha producido ninguna orden de mercado, por lo que la provisión de liquidez es toda de la que naturalmente goza ese mercado. La totalidad del BA.S será identificable con el BA.S permanente, la parte del total que es independiente de las transacciones y que depende de factores propios del mercado y del activo: las comisiones, costes fijos o la volatilidad. Es sin duda discutible si existe y, de existir, qué dimensión tiene; pero parece una hipótesis razonable asumir que existe un cierto nivel de iliquidez fijo en condiciones ordinarias. Son los niveles de precio entorno al precio justo que los proveedores de liquidez bajo circunstancias ordinarias no ofrecen.

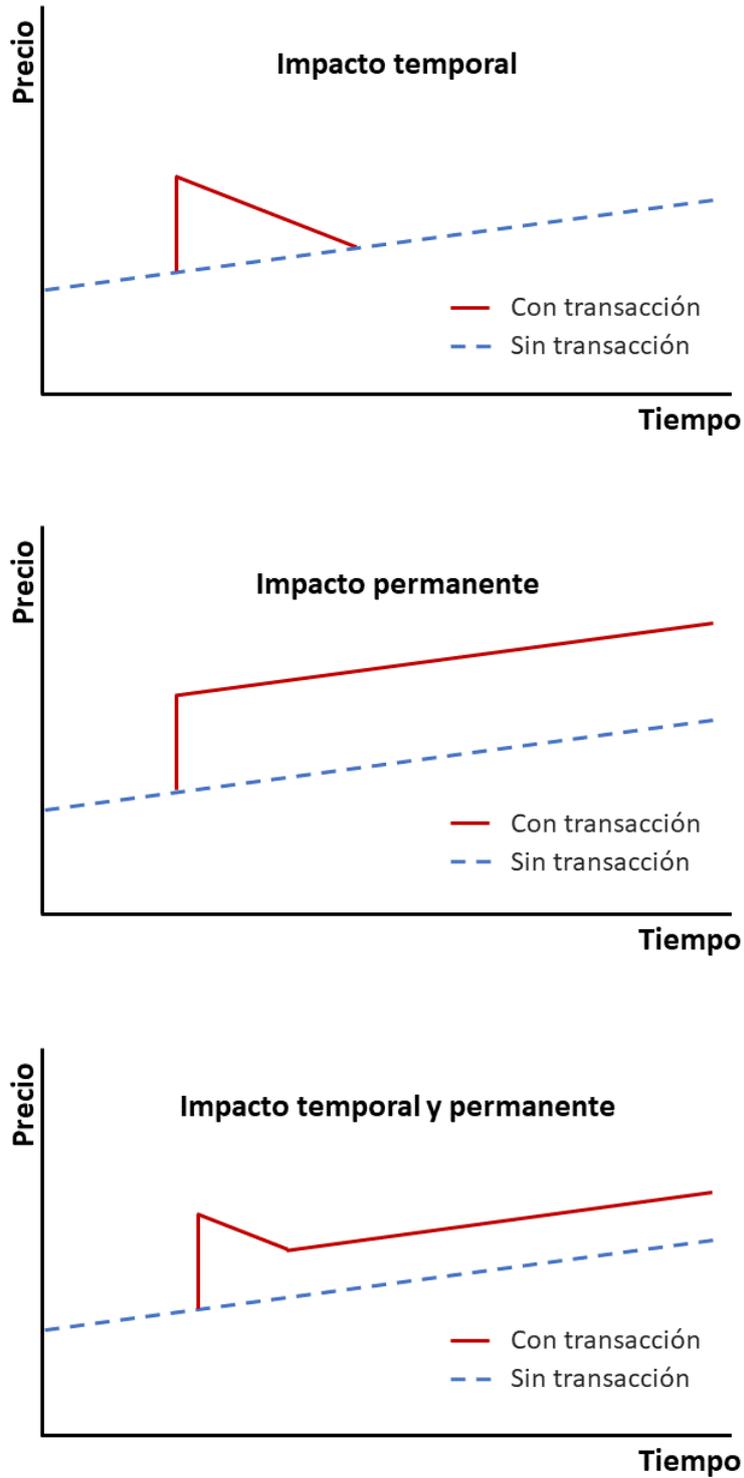


Figura 6. Representación gráfica del impacto de precio temporal y del permanente. Elaboración propia a partir de la figura 4.4 de Kissell (2013, p. 139).

Si sobre este hipotético LOB se produce una orden de mercado, agotará una cantidad de niveles de precio, que se irán rellenando a medida que pase el tiempo. Durante este tiempo, habrá una parte del BA.S adscribible al efecto de la transacción realizada y que, además de del tamaño de la transacción, dependerá de la profundidad y de la resiliencia del LOB. Una mayor profundidad hace que el impacto temporal de precio sea más pequeño y una mayor resiliencia hace que se recupere más rápido. Este BA.S temporal es la suma del impacto temporal que queda acumulado, en un momento del tiempo, de todas las transacciones anteriores. Son los niveles de precio entorno al precio justo que los proveedores de liquidez bajo circunstancias normales estarían dispuestos a ofrecer pero coyunturalmente no ofrecen.

Encontramos por tanto un precio justo, que es una valoración económica de la información disponible, entorno al cual se produce una suerte de “franja” vacía, el BA.S permanente, y más allá del cual hay variaciones y oscilaciones temporales, el BA.S temporal. Un movimiento del precio justo, por tanto, provoca un desplazamiento del BA.S permanente, pero no del BA.S temporal: la variación del precio modifica la disposición estructural de los proveedores de liquidez a proveer a ciertos niveles de precio, pero no supone un ajuste automático del elemento coyuntural, sino que este tenderá a la estabilidad del nuevo BA.S permanente en lugar del antiguo a medida que transcurra el tiempo y si no hay posteriores transacciones. Este desplazamiento del precio justo, que se ve acompañado por el BA.S, es la deriva. La figura 7 recoge una representación gráfica ejemplificativa de estas características en un LOB.

En cuanto a las causas de la deriva, la valoración económica que un mercado racional hace de un activo cambia cuando se adquiere nueva información que altera la conclusión del valor que tiene dicho activo. Esta información puede tener cualquier origen, siempre que el mercado la considere sustantiva para la valoración. El análisis que la literatura financiera ha realizado sobre qué causa que cambie el precio de un activo es extraordinariamente extenso y se han propuesto innumerables clasificaciones de las causas. Para el presente trabajo sólo resulta pertinente una distinción: si el cambio lo produce el impacto permanente de una transacción o no. Como ya se señalaba, realizar una transacción puede causar que el mercado, suspicaz por lo que puede desconocer, altere su percepción sobre el valor de un activo. Las transacciones se producen a ambos lados del BA.S, pues hay órdenes de mercado de compra y de venta, por lo que el factor determinante para este impacto temporal es el desequilibrio entre ambas: si están en equilibrio el mercado percibe tantas compras netas como ventas netas, por lo que su suspicacia se “compensa” o “anula”.

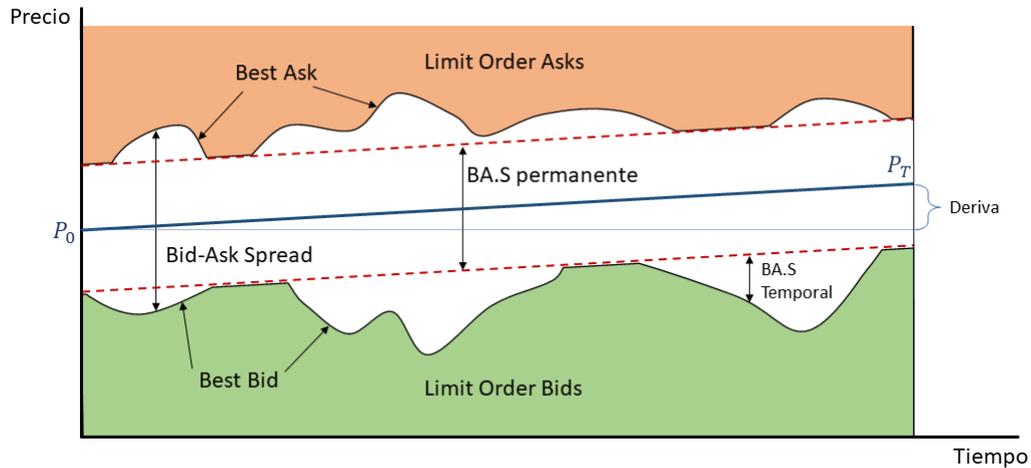


Figura 7. Representación gráfica del bid-ask spread de un LOB y sus características. Elaboración propia.

Lo más relevante es que, con indiferencia de si lo que causó la deriva fue el impacto permanente de una transacción o una noticia que afecta a la subyacente, la deriva afecta a la posición del BA.S, pero no a su tamaño. Por tanto, el impacto permanente de las transacciones afecta a cuáles son los niveles de precio que no están disponibles en un momento del tiempo, pero en ningún caso afecta a cuántos son. La deriva modifica el “dónde” pero no el “cuánto”. La figura 8 representa gráficamente este concepto.

4. Investigación del Problema: Estrategia de Liquidación y Modelo de Mercado

Ante la pregunta de cuál es el valor de una cartera de acciones en un momento dado, la respuesta más común e intuitiva parece ser “el número de acciones que tenga la cartera por el precio de mercado actual de cada una de ellas”. Por supuesto se puede argumentar que están sobrevaloradas o infravaloradas por el mercado, pero lo cierto es que la evolución de los precios es un indicador difícilmente discutible para la evolución de la cartera. Sin embargo, una cosa es evidente: si jamás se liquidase una acción, su precio de mercado resultaría en todo momento irrelevante (descartando efectos mediatos como el impacto que el precio de mercado pueda tener sobre la capacidad de financiación de la empresa). Así pues, el riesgo de mercado está íntimamente relacionado con la posibilidad de liquidación y suele medirse por la evolución del precio.

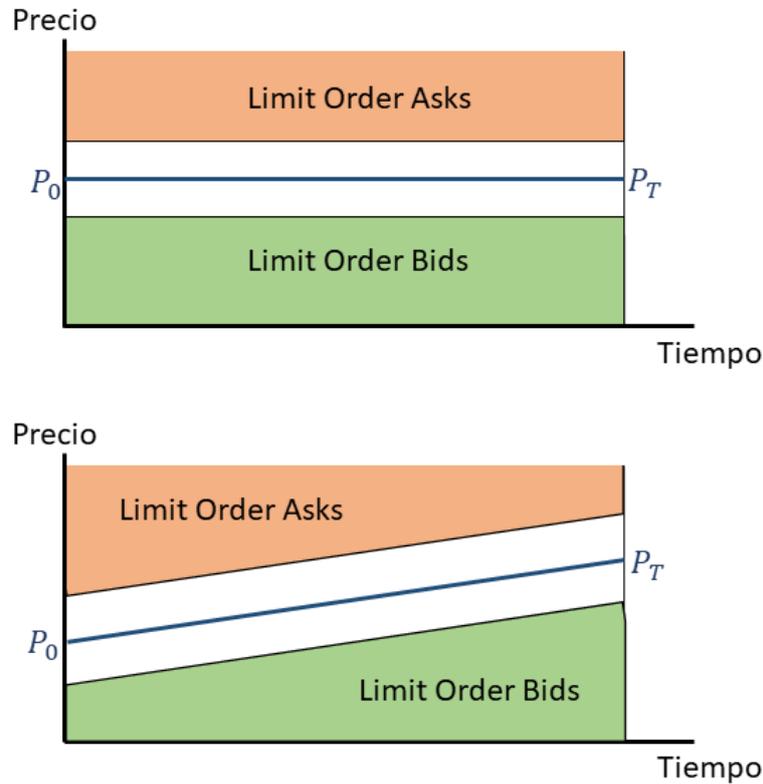


Figura 8. Representación gráfica de dos LOB sin bid-ask spread temporal, sin deriva (arriba) y con deriva (abajo). Se puede observar que el bid-ask spread, en el caso con deriva, es constante aunque se desplace. Elaboración propia.

No se puede obviar que el precio de mercado no es el único factor relevante para la liquidación de una cartera de acciones, sino que ha de tenerse en cuenta la pérdida derivada del acto de liquidar las acciones: el coste de liquidación. Esta pérdida comparte con el precio de mercado, entendido como aquel del que el inversor no participa en su modificación por no haber realizado transacciones, sus dos características fundamentales: (1) es determinante para conocer el valor que retendría de mi inversión si la liquidase y (2) sólo tiene impacto sobre el valor de la inversión si se liquida.

Sin embargo, existen dos diferencias fundamentales: (1) el precio de mercado es unitario mientras que el coste de liquidación necesita tener en cuenta la dimensión de la inversión (el número de acciones), pues el precio de merca-

do no depende directa y estrechamente del volumen que posea el inversor¹⁰ mientras que este volumen es crucial para el coste de liquidación; y (2) el precio de mercado es eminentemente exógeno, pues viene determinado fundamentalmente por terceros, mientras que el coste de liquidación tiene una variable exógena, ya que sigue dependiendo del mercado, pero también un enorme componente endógeno o autónomo: la estrategia de liquidación.

A la hora de liquidar una inversión, *caeteris paribus*, dos estrategias de liquidación diferentes pueden llevar a resultados radicalmente distintos. Por tanto, el riesgo de liquidez de una inversión no dependerá sólo del horizonte temporal, la dimensión de la inversión y el comportamiento del mercado, sino también del comportamiento del inversor a la hora de liquidar. En otras palabras: la elección de la estrategia de liquidación es un elemento determinante del riesgo de liquidez.

Aparecen así dos preguntas clave en el análisis de este riesgo y la medición del mismo:

1. ¿Cuál es la mejor forma de liquidar una inversión? Será la estrategia que mejor satisfaga el objetivo del inversor en las condiciones de éste.
2. ¿Cuál es el coste que puedo esperar? Para poder responder se debe desarrollar un modelo de mercado que permita estimar el coste esperado.

Este apartado recoge las respuestas más relevantes dadas por la literatura a estas dos cuestiones.

4.1. ESTRATEGIAS DE LIQUIDACIÓN

Podemos definir estrategia de liquidación como el conjunto de criterios de decisión que informan al inversor sobre la cantidad, tiempo y condiciones que deben adoptar sus órdenes de venta para liquidar una posición alcanzando un objetivo secundario, comúnmente maximizar el efectivo que obtiene de la liquidación, si bien no necesariamente.

Existen dos enfoques preeminentes para determinar la estrategia de liquidación: (1) construir previamente un modelo que recoja el funcionamiento esperado del mercado y resolver un problema de optimización para maximizar o minimizar el criterio que se considere apropiado o (2) utilizar principios generalmente aceptados y/o intuiciones racionales para formular una estrategia y después comprobarla y refinarla empíricamente, enfoque común en trading algorítmico.

¹⁰ Se puede entrar a valorar el impacto que tiene la retención de acciones de los grandes inversores sobre el precio de las mismas, pero no es un efecto evidente o directo.

Aunque en apariencia es más “científico” el primer método, hay que entender que lo que en realidad hace es trasladar y explicitar las asunciones, colocándolas en el modelo de mercado en lugar de en la estrategia. De hecho, en la actualidad resulta más común el segundo método debido a la popularización de algunos algoritmos de trading relativamente robustos y sencillos, como el POV (Percentage of Volume) o TWAP (Time-Weighted Average Price).

4.1.1. Estrategias resultado de optimización sobre un modelo de mercado

Estas estrategias se obtienen al resolver un problema de optimización sobre un modelo previo que emule las respuestas del mercado a las diferentes decisiones que puede tomar el inversor. Evidentemente, el principal inconveniente es que requiere un modelo funcional que emule el mercado y que la estrategia planteada sólo podrá ser, como máximo, tan buena como el modelo de mercado. Esta sería la categoría de los conocidos como modelos de déficit de implementación (implementation shortfall). Este tipo de modelos miden la distancia entre el denominado valor de llegada (arrival value), definido como el valor dado por el precio (definido como punto medio del bid-ask spread) en el momento de iniciar la liquidación; y la captura, que es el valor que efectivamente se obtiene de la liquidación.

El problema de optimización puede resolverse a su vez de dos maneras:

1. Analítica en forma cerrada: el modelo de mercado permite señalar una respuesta exacta, una estrategia que puede depender de factores externos conocidos como la volatilidad de la acción. Es una conclusión matemáticamente necesaria de las condiciones dadas por el modelo. Una vez calculada se puede utilizar de un modo extraordinariamente sencillo y rápido con cualquier activo que se desee, siempre que esté contemplado por el modelo. El principal problema es que es extraordinariamente complicado, cuando no imposible, dar esta respuesta en modelos complejos.
2. Numérica: se aproxima la solución numéricamente. Matemáticamente es mucho más simple, pero no da una respuesta exacta ni universal y es computacionalmente muy exigente. La creciente sofisticación de los algoritmos de optimización unida al aumento de la capacidad computacional son factores que han impulsado el uso de este tipo de soluciones.

El ejemplo paradigmático de estas estrategias, en este caso optimizada analíticamente, es el problema del Orden Óptimo de Ejecución (Optimal

Execution Order). Este problema fue planteado en primer lugar por Bertsimas y Lo (1998), que en términos de venta de acciones es el siguiente:¹¹

En un momento $t = 0$, un inversor desea vender \bar{Q} número de acciones, habiendo de venderlas todas antes del momento final $t = T$. Sea el tiempo medido en N intervalos discretos de duración unitaria $\tau = \frac{T}{N} = 1$, pudiendo ser un valor arbitrario que se adapte a la granularidad deseada. Nótese Q_t el número de acciones vendidas en un periodo t a un precio P_t , donde $t = 1, 2, \dots, T$. Entonces el objetivo de maximizar la captura en términos absolutos puede expresarse como:

$$\text{Max}_{\{St\}} E_1 \left[\sum_{t=1}^T P_t Q_t \right]$$

sujeto a la restricción:

$$\sum_{t=1}^T Q_t = \bar{Q}$$

Pudiendo imponer también una restricción de “no adquisición” $Q_t \geq 0$ si se desea, aunque Bertsimas y Lo la ignoran en su análisis inicial.

Se debe establecer también una “norma de movimiento” (“law of motion”) que refleje las dinámicas de evolución de P_t , que consta de dos componentes: (1) las dinámicas propias del mercado de P_t en ausencia de actuación del inversor y (2) el impacto que la venta de Q_t acciones tiene sobre el precio P_t . En aras de la simplicidad, Bertsimas y Lo asumen que el primer componente (1) responde a un paseo aleatorio aritmético¹², y el segundo componente (2) una función lineal del tamaño de la transacción tal que un número de acciones Q_t puede venderse al precio previo P_{t-1} más un impacto de precio θQ_t , $\theta < 0$. En estos términos se puede expresar la norma de movimiento de P_t como:

$$P_t = P_{t-1} + \theta Q_t + \epsilon_t, \quad \theta > 0, E[\epsilon_t | Q_t, P_{t-1}] = 0$$

Donde ϵ_t es ruido blanco (variable aleatoria de media cero independiente e idénticamente distribuida). Este planteamiento expresa el impacto de precio

¹¹ El problema se define como lo hicieron Bertsimas y Lo (1998), pero los términos empleados se han adaptado y se ha planteado desde la perspectiva de una venta de acciones en lugar de una compra, caso que los propios autores señalan como casi simétrico, para facilitar la integración de subsecuentes modelos planteados por otros autores y mantener una coherencia terminológica que no confunda al lector.

¹² Sirva Spitzer (2013) como referencia al respecto.

de la transacción realizada por el sujeto en términos de su cantidad por un lado y la evolución del mercado por otro, separado, que se halla precisamente en los movimientos de ϵ . En oposición a esto, Huberman y Stanzl (2005) proponen un modelo en que el impacto de precio en cada momento t se expresa en función de todas las transacciones: las de terceros y las del sujeto. Si bien esto parece más exhaustivo a primera vista, relega el término ϵ a un término de error. Es un planteamiento alternativo que en principio no debería alterar notablemente el resultado, pues no parece que haya una diferencia sustancial entre calcular las variaciones de precio causadas por el mercado en función del tiempo frente a calcular las transacciones esperadas para un periodo y posteriormente la variación de precio derivada de esas transacciones.

La ecuación de estado expresa el número de acciones que resta vender en cualquier momento tal que:

$$W_t = W_{t-1} - Q_{t-1}, \quad W_1 = \bar{Q}, \quad W_{T+1} = 0$$

Pudiendo añadir a las planteadas por Bertsimas y Lo una última ecuación que refleja el nivel de efectivo que se posee en cada momento tal que:

$$M_t = M_0 + \sum_{t=1}^{t-1} P_t Q_t$$

Donde M_0 denota una cantidad cualquiera de efectivo inicial no derivado de la venta de las acciones.

El problema de optimización que proponen es el siguiente: encontrar la secuencia de intercambios $\{Q_t\}$ que maximiza la expectativa de captura $E_0 \left[\sum_{t=1}^T P_t Q_t \right]$ sujeto a la restricción $\sum_{t=1}^T Q_t = \bar{Q}$ y dado la función de impacto de precio incorporada a la norma de movimiento de P_t .

Bertsimas y Lo resuelven este problema mediante programación estocástica dinámica, aplicando recursivamente la ecuación de Bellman. Llegan a la conclusión que, en los términos dados por el problema, la solución óptima es $Q_t = \frac{\bar{Q}}{T}$, llamada “estrategia ingénuo” (naive strategy). Es sencillo entender que dado que el factor adscrito al mercado en el ruido blanco tiene en cualquier momento media cero y la captura en cualquier momento es

$$C_t = P_t \cdot Q_t \rightarrow C_t = (P_{t-1} + \theta Q_t + \epsilon_t) \cdot Q_t \rightarrow C_t = \theta Q_t^2 + P_{t-1} Q_t + \epsilon_t Q_t$$

el factor cuadrático de θQ_t^2 hace que el mínimo del sumatorio de capturas se alcance cuando todos los valores de Q_t para los distintos valores de t son iguales entre sí.

Bertsimas y Lo plantean que la estrategia óptima es aquella que minimiza los costes de ejecución. Posteriormente Almgren y Chriss (2001) señalan que ese criterio, minimizar los costes esperados, no tiene en cuenta la varianza en los resultados, lo que sería equivalente a elegir comprar una acción por su expectativa de crecimiento sin tener en cuenta su volatilidad. Cuando se calculan los posibles costes de ejecución los resultados forman una distribución de probabilidad, que depende del modelo, y el criterio de óptimo debe tener en cuenta no sólo el resultado esperado sino también el riesgo al que le expone esa estrategia.

Así, para un inversor la estrategia óptima puede ser adoptar aquella que minimice la probabilidad de que los costes asciendan a cierta cantidad que considera inaceptable, aunque el coste esperado sea mayor; mientras para otro la estrategia óptima puede ser aquella que maximice el resultado esperado sin que las probabilidades de perder una cierta cantidad superen un porcentaje determinado.

Inicialmente se consideraba que aquellos inversores con mayor aversión al riesgo tenderían a intercambiar un mayor volumen al principio del periodo de liquidación para minimizar su exposición al riesgo de precio. Sin embargo, se ha demostrado que determinadas condiciones del mercado penalizan (o favorecen) determinados ritmos de liquidación (Almgren, 2003, p. 10), por lo que no siempre es evidente que un menor tiempo de exposición suponga una menor exposición al riesgo en su conjunto.

Una de las principales ventajas de las soluciones sobre un Modelo de Mercado, y especialmente de las soluciones numéricas, es la completa flexibilidad que ofrecen, que permite imponer cualquier restricción que se desee y utilizar cualquier criterio de óptimo que se tenga a bien utilizar, logrando que la estrategia resultado de la optimización responda exactamente a lo que el inversor desee.

4.1.2. Estrategias de trading algorítmico

Es relevante hacer una desambiguación del modo en que se está realizando la distinción. Estrictamente, trading algorítmico representa la informatización de la ejecución de instrumentos financieros (Kissell, 2013, p. 1). Por tanto las estrategias obtenidas por el método de optimización sobre un modelo de mercado, en tanto su ejecución estuviese informatizada, podrían clasificarse como trading algorítmico e inversamente, las estrategias que se expondrán a continuación no lo serían si fuesen manualmente ejecutadas.

Sin embargo, la clasificación de las estrategias expuestas a continuación es pertinente como estrategias de trading algorítmico no por la necesidad o exclusividad de su relación, sino porque estas estrategias se desarrollaron junto al trading algorítmico como una respuesta al avance de de las herramientas informáticas a medida que éstas evolucionaban. Son por tanto estrategias de trading algorítmico porque se concibieron junto a éste como una forma de aprovechar las oportunidades que brindaba.

A continuación se presentan algunas de las estrategias más relevantes para el caso de la liquidación de activos, dejándose de lado aquellas orientadas al arbitraje o la especulación, como los algoritmos de regresión a la media (“regression to the mean”) o comparación de emplazamientos (“venue comparison”).

El algoritmo más sencillo es el llamado TWAP (“Time-Weighted Average Price”) en su forma básica, que consiste en dividir el volumen que se quiere liquidar de un modo homogéneo a lo largo del periodo de liquidación. Coincide con la solución ingenua de Bertsimas y Lo (1998) cuando τ adopta un valor muy pequeño.

Otro algoritmo destacable es el llamado VWAP (“Volume-Weighted Average Price”). Este algoritmo toma los datos históricos del volumen intercambiado de una acción y agenda las cantidades de las órdenes de venta ponderándolas para cada momento del día proporcionalmente al volumen esperado. Asume que el patrón de volumen histórico se repetirá (aproximadamente, evidentemente) y trata de minimizar el impacto de mercado participando más cuando espera que haya más volumen y menos cuando espera que haya menos (Mandes, 2016, pp. 4-6).

Una evolución del VWAP es el llamado POV (“Percentage of Volume”). El objetivo es el mismo que en el VWAP: mantener constante la proporción entre el volumen participado y el volumen total del mercado tal que

$$POV = \frac{Q_t}{V_t + Q_t}, \quad POVcte.$$

donde Q_t es la cantidad participada en un periodo de tiempo y V_t el volumen del mercado en ese periodo. La diferencia es que a la hora de ejecutar la estrategia utiliza los datos en tiempo real de volumen del mercado en lugar de esperar que se mantengan los datos históricos (Kissell, 2013, pp. 238-239). Sin embargo, para realizar proyecciones, si la estimación se hace con datos históricos, ambos algoritmos son iguales.

Estas estrategias parten de intuiciones sobre cómo minimizar el impacto de mercado (repartir los intercambios en el tiempo, ajustarlos para que reflejen el volumen...) en lugar de utilizar modelos con un enorme núme-

ro de variables. Son respuestas pragmáticas y de fácil implementación que dan resultados competitivos (Zhou et al., 2017). Sin embargo, en sus formas básicas tienen el mismo defecto que la solución ingenua de Bertsimas y Lo, pues están orientadas a disminuir el coste esperado pero no consideran el riesgo.

4.2. MODELOS DE IMPACTO DE PRECIO DEL MERCADO

Los modelos de impacto de precio del mercado son construcciones matemáticas que emulan la respuesta del mercado ante diferentes situaciones o actuaciones. Tienen dos funciones básicas: (1) utilizarlos en problemas de optimización para determinar la estrategia óptima y (2) pronosticar los resultados de las estrategias adoptadas.

El caso básico de modelo de mercado es el propuesto por Bertsimas y Lo (1998), que ya se ha expuesto en el apartado anterior, y en el que los propios autores reconocen que se ha obviado el impacto temporal, que es un aspecto esencial del impacto de precio.

4.2.1. El impacto de precio temporal

Almgren y Chriss (2001) proponen un modelo relativamente simple para incorporar el impacto temporal, estableciendo una distinción entre la evolución del precio permanente dada por una función casi idéntica a la norma de movimiento de Bertsimas y Lo, y un precio de ejecución para cada momento \tilde{P}_t determinado por el precio del periodo anterior P_{t-1} y un impacto total dado como una función de la velocidad de venta $v_t = \frac{Q_t}{\tau}$ tal que

$$\tilde{P}_t = P_{t-1} - h(v)$$

El precio permanente P recoge la evolución de los precios y el precio de ejecución \tilde{P}_t señala el precio al que se venden las acciones en cada periodo t , de lo que se deduce (y así lo explicitan en su artículo los autores) que el impacto temporal sólo afecta al periodo t y la demanda (u oferta) se recupera plenamente al inicio del siguiente periodo. En este artículo proponen como posible v_t un modelo de impacto lineal

$$h\left(\frac{Q_t}{\tau}\right) = \psi \cdot \text{sgn}(Q_t) + \eta \frac{Q_t}{\tau}$$

donde $\text{sgn}(Q_t)$ es la función de signo (devuelve 1 o -1 según si el valor que se introduce es positivo o negativo respectivamente), que resulta innecesaria si se impone la condición de no adquisición; ψ sería un valor en términos de

euros/acción que representaría los costes fijos de venta, pudiendo estimarse como la mitad del bid-ask spread más los gastos de transacción pertinentes; y η tiene la unidades de impacto de precio por unidad de velocidad de transacción, es decir, $\frac{\text{euros/acción}}{v} = \frac{\text{euros/acción}}{\text{acciones/tiempo}}$.

Huberman y Stanzl (2005) proponen que el precio del que se parte en un periodo es una proporción entre el precio inicial y el precio de ejecución del periodo anterior, más un random walk, expresándose como

$$P_t = \gamma P_{t-1} + (1 - \gamma) \tilde{P}_{t-1} + \epsilon_t, \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

Es sencillo probar que este modelo no aporta información nueva, sino que expresa una característica del modelo anterior tal que $\theta = \eta(1 - \gamma)$, es decir, γ es el porcentaje del impacto de precio total que es temporal, o lo que es lo mismo, la capacidad del mercado para recuperarse de la transacción: γ es una medida de la resiliencia.

Este modelo es de especial interés porque proporciona un paso intermedio entre los modelos presentados hasta el momento y el modelo conocido como I-Asterisco que se expondrá posteriormente.

4.2.2. Modelo de LOB

La aportación de Obizhaeva y Wang (2013) es más exhaustiva y sofisticada. En lugar de modelizar directamente el impacto total y el temporal proponen modelizar el LOB y sus dinámicas, obteniendo así una suerte de “simulación” de mercado. De un modo sucinto, definen el LOB como una función de densidad $q_A(P)$ que relaciona la cantidad de órdenes de venta a un precio determinado no inferior al mejor ask y $q_B(P)$ simétricamente para las órdenes de compra. Para un momento t , B_t el mejor bid y A_t el mejor ask. Asumen que el LOB tiene forma de bloque, definido como una cantidad constante q_B para cualquier nivel de precio inferior a B_t , lo que hacen a través de una función indicadora $1_{\{z \geq a\}}$ que devuelve 1 si se cumple la condición $z \leq a$ y 0 si no para órdenes de compra. Queda entonces que para órdenes de compra $q_t(P) = q1(\{P \leq B_t\})$. Simétricamente para las órdenes de venta. $s = A_0 - B_0$ el bid-ask spread propio del modelo, que en principio permanece constante; $V_t = \frac{A_t + B_t}{2}$ el punto medio del bid-ask spread; F_t el valor fundamental de la acción. En ausencia de transacciones el LOB mantiene la misma estructura salvo por el valor central del spread, que se mantiene igual al fundamental tal que $V_t = F_t$, dicho de otro modo, el LOB se mantiene la misma forma pero va desplazando su posición siguiendo el valor fundamental de la acción (o, mejor dicho, la percepción que tiene el mercado de este).

Supongamos una transacción en un momento t en que se venden Q_t acciones. El mejor bid antes de la transacción era B_t y el mejor bid inmediatamente después de consumir las órdenes de compra será

$$B_{t+} = F_t - s/2 - Q_t/q$$

y el precio medio de la transacción

$$\tilde{P}_t = F_t - s/2 - \frac{Q_t}{2q}$$

Finalmente, Obizhaeva y Wang modelan también la resiliencia del mercado. Por un lado expresan el impacto permanente en los mismos términos que anteriores autores, como una función lineal de la cantidad intercambiada, pero en lugar de señalar genéricamente que impacta sobre el precio, indican que impacta sobre el punto medio del spread tal que

$$V_{t+} = F_t - \theta Q_t, \quad 0 \leq \theta \leq 1/q$$

Dado suficiente tiempo el LOB vuelve a su estado natural, manteniendo sólo el impacto de precio $B_\infty = F_t - s/2 - \theta Q_t$, por lo que el impacto temporal, la diferencia entre el impacto total y el permanente, es

$$B_{t+} - B_\infty = \theta Q_t - \frac{Q_t}{q} = Q_t(\theta - 1/q)$$

Asumiendo que el impacto temporal decaiga exponencialmente, para una transacción que suceda en $t = 0$ se puede expresar el valor del mejor bid en cualquier momento como

$$B_t = F_0 - \theta Q_0 - s/2 - Q_0 k e^{-\rho t}, \quad k = \theta - 1/q$$

Donde $\rho \geq 0$ indica la velocidad de recuperación o convergencia y es una medida de resiliencia del mercado, y $V_t = V_{0+}$ ausencia de más transacciones o variaciones del valor fundamental.

De esta forma, el modelo de Obizhaeva y Wang logra plantear un impacto temporal que en lugar de impactar exclusivamente el periodo siguiente, va decayendo exponencialmente con el tiempo.

4.2.3. *El impacto no lineal*

Hasta ahora tanto el impacto permanente como el total se han dado como una función lineal de la cantidad intercambiada. Esto se debe a que resulta

más sencillo de operar y encontrar soluciones a problemas de optimización en forma cerrada con esta asunción, pero no es intuitivamente cierta y mucho menos evidente.

El caso de la linealidad del impacto total es sencillo de comprender en los términos del LOB. Si, como asumían Obizhaeva y Wang, el LOB tiene forma de “bloque”, es decir, una cantidad igual para cualquier nivel de precio inferior al mejor bid en el caso de las ofertas de compra, es evidente que el impacto de precio es una función lineal de la cantidad. Si en cambio la cantidad es máxima en el mejor bid y se reduce a medida que desciende el precio, el impacto total crecerá más que proporcionalmente al aumento de la cantidad y viceversa. La intuición es que si cada nivel de precios contiene menos ofertas que el anterior, las ofertas de cada nivel se agotan más rápido y se acelera el paso de un nivel al siguiente. Este concepto queda ilustrado en la Figura 9.

En estos términos, la función de densidad del LOB del modelo de Obizhaeva y Wang puede expresarse como

$$q_t(P) = \max(a + b \cdot P^c 1(\{P \leq B_t\}), 0)$$

donde a , b y c son variables que definen la forma de la función, que no puede adoptar un valor negativo. Otra solución alternativa es sustituir la definición analítica por una numérica, tal que la forma del LOB venga dada empíricamente a partir de datos históricos en forma de distribuciones de probabilidad.

Las consideraciones sobre el impacto permanente son fundamentalmente análogas, no es evidente la relación que hay entre el desplazamiento del centro del bid-ask spread y la cantidad intercambiada, ni que siga la misma relación que el impacto total con la cantidad intercambiada. Queda así

$$V_{t+} = F_t - \theta Q_t^d$$

donde d define el orden de la relación entre el impacto permanente y la cantidad intercambiada.

4.2.4. *El modelo I-Asterisco*

Como ya se señaló, el riesgo asumido por mantener en inventario una acción es una de las causas de la iliquidez. Evidentemente, cuanto mayor es la cantidad de acciones mayor es el riesgo, incluso en términos de unidad por las posibles correlaciones con el resto de la cartera, pero este efecto

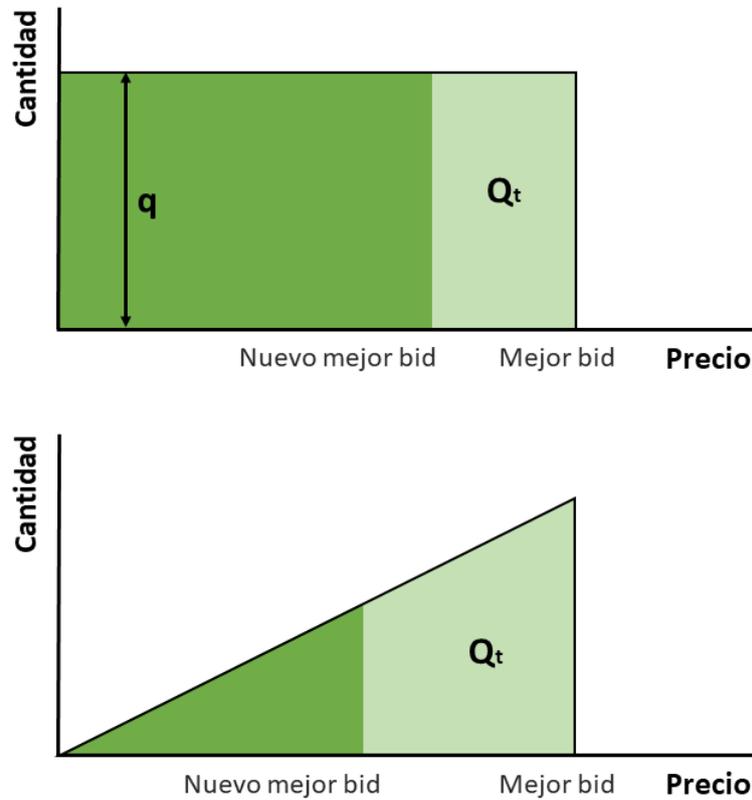


Figura 9. Representación gráfica de un LOB con impacto de precio total lineal (arriba) y no lineal (abajo). Elaboración propia.

ya es capturado por la relación entre el impacto de precio y la cantidad intercambiada.

El efecto que no es capturado es el que tiene la volatilidad. Una acción más volátil incrementa el riesgo de inventario más que otra menos volátil, por lo que el market maker estará dispuesto a comprar la más volátil sólo si es más barata, ya que adquirirla incrementa, caeteris paribus, el riesgo de la cartera que tiene en inventario en mayor medida. Este efecto permite utilizar la volatilidad como un proxy de la elasticidad de una acción (Kissell, 2013, p. 140).

Kissell et al. (2003) plantean un modelo desarrollado en varias publicaciones posteriores y recogido en Kissell (2013) que enfoca la cuestión del coste de liquidación de un modo distinto a los modelos anteriormente expuestos y que incorpora la volatilidad. El modelo, denominado I-Asterisco, plantea

que el coste de liquidez es un coste derivado de un desequilibrio entre la oferta y la demanda agregadas del mercado y puede calcularse la parte que ha de soportar el sujeto proporcionalmente a su participación en el mismo.

Plantea lo que denomina un impacto instantáneo teórico, I_{bp}^* , que equivaldría a lo que en este trabajo se ha denominado impacto total si se vendiese \bar{Q} en una única transacción, tal que

$$I_{bp}^* = a_1 \cdot \left(\frac{Q}{ADV} \right)^{a_2} \cdot \sigma^{a_3}$$

donde Q es el desequilibrio del mercado, ADV la media de volumen diario de los últimos 30 días, σ la volatilidad diaria de los últimos 30 días y a_1 , a_2 y a_3 parámetros del modelo calculados a nivel de mercado (son comunes a todas las acciones).

Kissell señala que se puede reescribir la función para una acción k como

$$I_k^* = \underbrace{(a_1 \cdot \sigma_k^{a_3})}_{\text{Sensibilidad}} \cdot \underbrace{\left(\frac{Q_k}{ADV_k} \right)^{a_2}}_{\text{Forma}}$$

Kissell plantea también un modelo de impacto de mercado MI_{bp} que es la cantidad que se espera que soporte el sujeto que intercambia:

$$MI_{bp} = b_1 \cdot I^* \cdot POV^{a_4} + (1 - b_1) \cdot I^*, \quad POV = \frac{Q}{Q + V}$$

donde POV es una constante que representa la participación en el volumen de mercado de la estrategia explicada anteriormente bajo el mismo nombre, b_1 el parámetro de impacto temporal y a_4 otro parámetro de modelo.

Así encontramos que $b_1 \cdot I^* \cdot \left(\frac{Q}{Q+V} \right)^{a_4}$ es el coste del impacto temporal y $(1 - b_1) \cdot I^*$ el del permanente.

Es evidente la similitud conceptual de este modelo con el presentado por Huberman y Stanzl (2005) que fue analizando anteriormente.

5. Metodologías de Cuantificación

En el presente apartado se expondrán las metodologías de cuantificación propuestas para medir la liquidez, el riesgo de precio y el riesgo de liquidez.

Es común a todas ellas su flexibilidad. Se expondrán los elementos esenciales de la metodología y se propondrán las alternativas preferidas para aquellos que no son esenciales, presentando una variedad de opciones via-

bles y justificando por qué se considera más adecuada la preferida que el resto. El resto de alternativas, así como alternativas razonables distintas a las presentadas, pueden ser opciones no sólo viables, sino incluso preferibles en ciertas condiciones.

Esa es la razón de que se presenten como metodologías y no como métodos: se pretende establecer un enfoque del problema en que la clave sea la sistemática y no el resultado concreto, de tal manera que quienes la implementen puedan elegir utilizar el método propuesto o utilizar una variación que resulte más adecuada a sus intereses.

5.1. MEDICIÓN DE LA LIQUIDEZ

Retomando la definición que se propuso en el apartado 2.2.3 de liquidez como la eficiencia del mercado en que se negocia un activo para permitir el intercambio de dicho activo por su precio justo, entendiendo como tal aquel que refleje la valoración económica que el propio mercado haga del activo, surge indefectiblemente la cuestión de cómo se mide.

5.1.1. *Nota sobre el origen conceptual de la propuesta*

Esta sección pretende exponer brevemente de dónde extrae la inspiración el modelo posteriormente presentado, con el doble objetivo de reconocer el trabajo de aquellos autores que han inspirado el presente modelo e introducir de un modo progresivo la intuición del mismo.

La primera inspiración del modelo propuesto en este trabajo fue la explicación de Kissell (2013) sobre su inspiración para el modelo I-Asterisco. Kissell explica su amplia experiencia laboral en el sector energético y presenta que un problema relativamente común era el de atribución de costes: resulta muy sencillo saber cuánto consume en total una red de distribución (sea de gas, electricidad etc.) pero resulta sustancialmente más complicado determinar a qué actor resulta atribuible qué consumo. A partir de esta premisa desarrolla un modelo en que determina el coste total en términos de liquidez que genera una transacción, el impacto total, y después propone un método para determinar la parte de ese coste que soportará cada actor del mercado como la proporción de su participación en el mismo.

Este enfoque resulta muy interesante porque supone una reducción de la granularidad en lugar de un incremento de la misma. En lugar de aumentar el número de parámetros y modelos, buscando “crear un microcosmos en una pecera” simulando cada sutileza del mercado, se centra en el resultado agregado sin tener que explorar las aristas de cómo se llega hasta este resultado.

Si lo que se desea es medir la liquidez durante un periodo, en lugar de la liquidez o efectos sobre la misma causados por una transacción concreta, es posible realizar un nivel incluso mayor de abstracción. Del mismo modo que puede medirse el gas consumido durante un periodo sin saber ni quién ni cuándo lo ha consumido, resulta atractiva la idea de que puede medirse el consumo de la liquidez durante un periodo de un modo más sencillo si no se intenta saber quién ni exactamente cuándo la ha consumido, sino observando el efecto acumulado. En lugar de contar cuánto consume cada extremo de la red en cada momento, resulta más simple observar lo que sucede en el tanque que alimenta la red.

La segunda intuición tiene que ver con la relación entre los elementos definitorios del mercado: el bid-ask spread, la profundidad y la resiliencia. Imagine una pelota en el aire de la que puedo conocer la altura a la que se encuentra. Supongamos que desconozco lo que pesa y la tracción gravitatoria. Supongamos también que sé que la pelota es golpeada porque su altura no es constante, sube y baja de modos irregulares, y sé cuantos golpes recibe durante un periodo, pero no sé cuándo exactamente es golpeada ni con qué fuerza. Pese a todo el desconocimiento que tengo del sistema, sigo teniendo una cierta información de la relación entre cuánto tiempo pasa a qué altura y número de golpes que ha recibido, aunque desconozca si la altura se debe a que el balón pesa muy poco, la gravedad es poco intensa o los golpes muy fuertes.

Estas intuiciones se combinan en la idea de que el bid-ask spread en cada momento recoge información sobre las transacciones que han sucedido, la profundidad de los distintos niveles de precio en el LOB y la resiliencia del mercado, pero la recoge de un modo complejo, enrevesado. Si se desiste de la intención de discernir qué parte de lo que se ve es atribuible a qué causa, el bid-ask spread contiene toda la información necesaria para saber cuánta iliquidez hay, aunque no se sepa señalar de dónde viene.

5.1.2. Estructura del modelo

El modelo se basa en la definición de liquidez presentada en la sección 2.2.3 y, como se señalaba en ésta, la clave de bóveda de la definición es el concepto de eficiencia. En términos genéricos, podemos entender que eficiencia es la proporción entre el resultado que se obtiene y el coste en que se incurre para obtenerlo: la luz que emite una bombilla y la electricidad que consume o la nota de un examen y las horas de estudio, por ejemplo.

El resultado que se busca obtener como producto de realizar un proceso no suele plantear demasiada controversia en su identificación: es el producto final, el objetivo del proceso. Si forjo herraduras, será el número de herra-

duras, y si cocino croquetas, el número de croquetas. Por supuesto se puede modular esta cantidad final en función de la calidad exigida, pero sigue sin plantear un problema sustantivo.

La identificación de los costes puede ser relativamente sencilla si se toma la eficiencia del producto respecto de la materia prima: los gramos de ingredientes para las croquetas o los kilos de hierro para las herraduras.

El problema surge cuando lo que se desea conocer es la eficiencia para unidades del coste cuya medida no es tan obvia. Por ejemplo, la medida de cuánto trabajo supone algo, no es inmediatamente aparente. Para medir el trabajo es común en análisis de costes emplear la llamada “hora-hombre”: el trabajo de una persona durante una hora. Esta medida recoge la doble dimensión personal y temporal. Nótese que esta unidad de medida recoge el trabajo que debe realizarse y no el precio del mismo.

En el caso de la liquidez el objetivo es evidente: realizar transacciones. El coste, en cambio, no es tan aparente. Bajo los términos de las definiciones anteriores, podemos deducir que la iliquidez se produce por la indisponibilidad temporal de niveles de precio a causa de haber realizado transacciones. Esto lleva a la conclusión de que la medida adecuada de coste para la liquidez es la unidad de nivel de precio indisponible multiplicada por unidad de tiempo: cuántos niveles de precio no están disponibles durante cuánto tiempo. Un ejemplo para clarificar el concepto:

Ejemplo 1. *Supongamos que tengo dos guitarras: una de marca Fender y una de marca Gibson. Vender la guitarra de marca Fender causa que el precio al que se pueda vender la siguiente guitarra Fender sea 100 euros más bajo durante 1 día y se recupere para el segundo. Vender la guitarra de marca Gibson hace que el precio al que se pueda vender la siguiente guitarra sea 25 euros más bajo durante 2 días y se recupere para el tercero; podemos afirmar que:*

$$Eficiencia = \frac{Transacciones}{Niveles\ de\ precio\ perdidos\ durante\ un\ día}$$

$$Eficiencia_f = \frac{1}{100 + 0} = \frac{1}{100}$$

$$Eficiencia_g = \frac{1}{25 + 25} = \frac{1}{50}$$

$$\frac{Eficiencia_f}{Eficiencia_g} = \frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{50}} = \frac{1}{2}$$

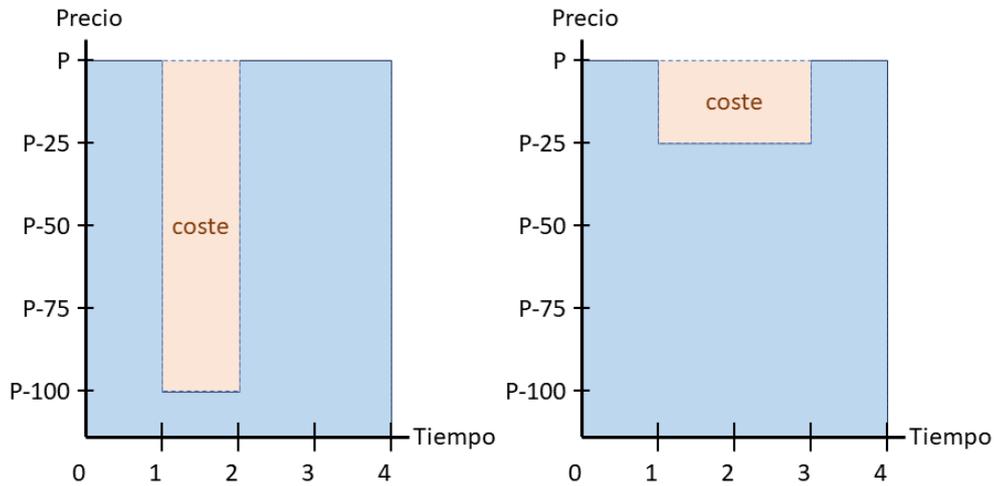


Figura 10. Representación de la eficiencia de los mercados de guitarras Fender (izquierda) y Gibson (derecha) del Ejemplo 1. Elaboración propia

Se hace evidente que el mercado de guitarras Gibson es el doble de eficiente que el mercado de guitarras Fender en términos de guitarras intercambiadas por unidad de precio-hora perdido, es decir, en términos de guitarras el mercado de Gibson es el doble de líquido que el de Fender y por ende la guitarra Fender es la mitad de líquida que la Gibson.

Bajo las definiciones anteriores, podemos notar la liquidez de un activo/mercado durante un periodo T de tiempo delimitado por un momento inicial $t_0 = 0$ y un momento final $t_f = T$ como:

$$Lq = \frac{VA_T}{\int_0^T BA.S(t)dt}$$

Donde VA_T es el volumen acumulado de transacciones durante el periodo T y $\int_0^T BA.S(t)dt$ la antiderivada de la función que devuelve el valor del bid-ask spread para cada momento del tiempo respecto del tiempo definida para el periodo T .

5.1.3. Unidades y magnitudes de medida del objetivo

La medida del objetivo del mercado en términos de liquidez es el volumen de transacciones acumuladas durante un periodo. Las transacciones suceden

en un instante del tiempo, no son un estado que se prolongue en el mismo, por lo que de forma natural se miden las transacciones que acontecen en un periodo acumulándolas.

Lo que se desea es conocer el total de transacciones acumuladas durante el periodo cuya liquidez se desea medir. Esto puede lograrse recogiendo directamente ese dato o sumando el volumen acumulado de los periodos en que se puede dividir el periodo objetivo. Por ejemplo: si el periodo objetivo es el día, se puede recoger el dato del volumen acumulado durante todo el día o recogerlo cada media hora durante todo el día y sumar todos los datos de volumen acumulado durante media hora correspondientes al día.

En cuanto a la unidad adecuada, existen tres formas preeminentes de medir el volumen de un activo: por su valor en divisa, por sus unidades funcionales (acción, barril de brent, onzas de metal, etc.) o como proporción de unidades funcionales frente a una dimensión que sea representativa de un total relevante (porcentaje de capitalización, porcentaje de producción diaria etc.). Cualquier selección ofrece una visión de la liquidez que puede ser adecuada, pero su interpretación será distinta y habrá de tenerse presente.

La opción más natural es utilizar la unidad funcional, pues es absolutamente inequívoca en su reflejo de la realidad (no hay duda ni debate sobre el número de activos que se intercambian) al no entrar a realizar valoraciones sobre las unidades. Es así como se recoge el volumen en la mayoría de plataformas y es la opción más sencilla tanto a nivel conceptual como funcional.

La unidad funcional es la unidad preferida para comparar la liquidez de un mismo activo entre dos periodos de tiempo distintos, siempre que la unidad haya permanecido constante (no se haya desdoblado la acción o cambiado la unidad de medida de la commodity), por su sencillez y accesibilidad.

El problema surge cuando se desea comparar activos distintos e incluso de distinta naturaleza. En este caso debe hallarse la manera de convertir a una unidad común la unidad funcional, que no puede ser otra que a divisa. Esto, además de posibilitar la comparación de distintos activos, ofrece una cuantificación más intuitiva al mantener un punto de referencia conocido y relativamente constante¹³, que facilita comprender la dimensión de la medida. Debe señalarse la necesidad de ajustar el valor nominal a la inflación si se van a comparar periodos muy distantes en el tiempo.

La dificultad se plantea a la hora de determinar qué precio debe utilizarse para realizar la conversión. Debe señalarse que la diferencia entre los siguien-

¹³ Ciertamente el valor de una divisa no es constante, especialmente si se compara con el resto de divisas o puntos muy separados en el tiempo. Sin embargo, resulta más sencillo suponer con precisión el valor que tiene un dólar a el valor que tiene una acción de Microsoft.

tes métodos, generalmente, va a ser reducida, por lo que los resultados no serán dramáticamente distintos.

Una primera solución es utilizar el precio al que se producen las transacciones. Este volumen es efectivamente el número de unidades de divisa que el mercado ha intercambiado en el periodo de tiempo. Tiene la ventaja de que es una observación aséptica, que minimiza las asunciones que se insertan en la cuantificación. Plantea el problema de que en caso de que esta métrica no sea así recogida explícitamente por el proveedor de datos, exige conocer el volumen y precio de cada una de las transacciones que se llevan a cabo, lo cuál es en muchos casos imposible y siempre inconveniente.

Una posibilidad, especialmente congruente con el marco teórico, es emplear el precio justo de mercado de cada momento. El cálculo de este precio justo, sin embargo, resulta extraordinariamente engorroso, pues exige desentrañar el BA.S distinguiendo entre su parte permanente y temporal para poder calcular el punto medio de la permanente, por lo que esta solución no es viable si se desea mantener el proceso ágil y simple.

Otra solución, más sencilla, es tomar el punto medio del BA.S total como proxy del precio justo de mercado. El factor que causa una diferencia entre el punto medio del BA.S permanente y el BA.S total es el desequilibrio entre los dos lados (lado del bid y lado del ask) del BA.S temporal, pues si ambos lados del BA.S temporal son iguales, éste no provoca un cambio del punto medio respecto al BA.S permanente.

Por tanto, el punto medio del BA.S total es un proxy razonable cuando ambos lados del BA.S temporal están equilibrados o la diferencia no es significativa. Esto acostumbra a cumplirse por las siguientes razones:

1. El tamaño del BA.S total en relación al nivel de precio acostumbra a ser relativamente pequeño y por ende más pequeño aún el tamaño del BA.S temporal, por lo que la capacidad que tiene para inducir un cambio en el precio es, generalmente, pequeña.
2. Un aparente desequilibrio sustancial entre ambos lados del BA.S temporal es sintomático de fuerte deriva. Si hay mucha actividad pero sólo en uno de los lados del LOB significa que quienes demandan liquidez sólo quieren comprar o sólo quieren vender. Esto indica un cambio en la valoración que hace el mercado del activo subyacente y resulta evidente que los proveedores de liquidez responderán de esta nueva consideración modificando los niveles a los que ofrecen la liquidez, por lo que el grueso del desequilibrio es atribuible al cambio del precio justo y de nuevo el BA.S temporal permanecerá en relativo equilibrio.

Esta solución no acarrea un problema funcional sustancial, pues el cálculo puede integrarse con facilidad para realizarlo paralelamente al cálculo del

coste, que se recoge en el apartado siguiente, empleando la misma información.

Una última posibilidad, algo más burda pero con fundamento lógico, es tomar como precio el cierre del día anterior. Este enfoque renuncia a recoger las variaciones de precio del día a cambio de una solución sencilla y basada en la práctica de la valoración de carteras bajo la premisa de que lo relevante no es la cantidad de dinero exacta que se transmite, sino el valor de las inversiones que se liquidan, y el precio de cierre del día anterior, o incluso la media móvil de los últimos N días, ofrecen una visión adecuada y completa de dicho valor. Además, es un enfoque que simplifica enormemente el cálculo.

5.1.4. Medida del coste

Como se ha señalado, la unidad de coste en términos de liquidez es la indisponibilidad de niveles de precio durante un tiempo. Al contrario que el volumen, que por ser instantáneo ya tiende a medirse como volumen acumulado de forma natural, la indisponibilidad de niveles de precio en cada momento la recoge el bid-ask spread, que tiene una naturaleza continua, no instantánea. No es un evento puntual, como una transacción, sino un estado. Pero la forma en que se mide sí es instantánea: se toma el valor que adopta en un momento del tiempo concreto, la indisponibilidad en un instante. Por tanto, para conocer la indisponibilidad a lo largo del periodo, debe tomarse la función acumulada del valor que adopta el BA.S en cada momento desde el inicio del periodo hasta el final del mismo. En otras palabras, la antiderivada de la función que da el valor del BA.S en función del tiempo.

El valor que puede adoptar el BA.S no es continuo, sino discreto en función del tamaño del “tick”, por lo que para obtener el número de niveles de precio indisponibles durante unidad de tiempo habría que registrar cada cambio de valor (paso a un tick inferior o superior al presente) y multiplicar cada valor del BA.S por el tiempo que ha permanecido a ese nivel y realizar el sumatorio de todos los fragmentos. Matemáticamente se puede conceptuar de la siguiente manera:

Sean u la unidad temporal seleccionada y T el periodo de tiempo total que se desea analizar formado por k unidades temporales y delimitado por un momento inicial $t_0 = 0$ y un momento final $t_f = ku$. Sea $\mathbf{T} = \{t_0 = 0, t_1, t_2, \dots, t_N, t_{N+1} = ku\}$ el conjunto de valores t_n de t que recoge del principio y final del periodo total y el valor de t de los N cambios de valor del bid-ask spread durante T . Sea $BA.S(t)$ la función que recoge el valor del bid-ask spread en cada momento del tiempo. Entonces

$$\int_0^{ku} BA.S(t)dt = \frac{1}{k} \sum_{n=0}^N (BA.S(t_n) \cdot (t_{n+1} - t_n))$$

Los cambios en el BA.S son generalmente de poca envergadura pero muy frecuentes, por lo que este modo de recoger la información es muy ineficiente. Lo más común es que se divida el periodo total T en N periodos iguales de duración τ tal que $T = N\tau$, dependiendo de la granularidad de la información de que se disponga o se desee emplear. Huelga decir que u y τ deben estar en las mismas unidades de tiempo. Entonces se puede aproximar el coste como

$$\int_0^{ku} BA.S(t)dt \approx \frac{\tau}{u} \sum_{n=0}^{N-1} (BA.S(n \cdot \tau))$$

Evidentemente, cuanto más pequeño sea τ , es decir, cuantas más entradas de información existan en el periodo total, más precisa será la aproximación. La decisión de qué duración de τ utilizar depende eminentemente de la frecuencia de los datos a los que se tenga acceso, pues, salvo periodos extraordinariamente breves (inferiores a un segundo), el volumen de información que exige el modelo no parece suficiente como para plantear la necesidad de renunciar a información por limitación de memoria o capacidad de computación, especialmente si se tiene en cuenta que el algoritmo que calcula el valor total del coste es de orden $\mathcal{O}(n)$, es decir, sólo utiliza los datos una vez.

Respecto a las unidades adecuadas para medir el BA.S, se debe señalar que la respuesta intuitiva y natural es la unidad de precio, divisa/ud. funcional. En el caso de una acción del IBEX, esto sería €/acción. Esta unidad, como sucedía con la unidad funcional para el objetivo, es conveniente porque es la utilizada por las plataformas de recolección y provisión de datos y es objetiva: no introduce ninguna consideración propia sino que se limita a observar el mercado. Es adecuada en los mismos términos que lo era la unidad funcional para el objetivo, sirviendo para comparar la liquidez de un mismo activo en distintos periodos.

Sin embargo, de nuevo, esta unidad es absolutamente inidónea para la que probablemente sea la aplicación más interesante de esta métrica: comparar distintos activos. Es evidente que una indisponibilidad de un euro por acción no es igual de relevante para un activo cuyo precio es de dos euros que para otro cuyo precio sea de dos mil: para el primero es una indisponibilidad abrumadora y para el segundo minúscula. Es por esto que la forma adecuada de

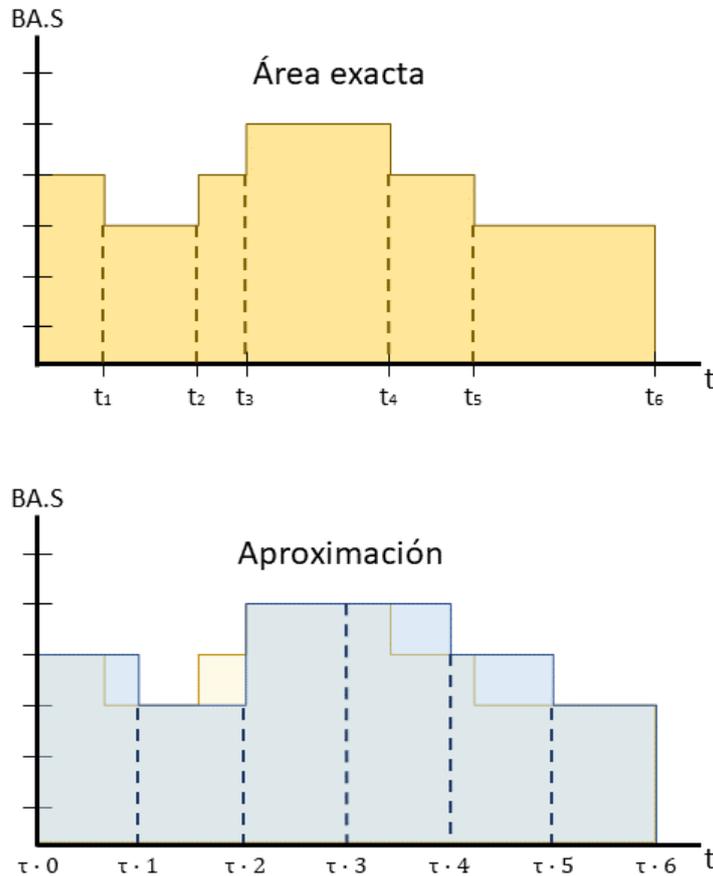


Figura 11. Representación del cálculo de la antiderivada de la función $BA.S(t)$ exacto (arriba) y su aproximación (abajo). Elaboración propia

comparar la indisponibilidad de niveles de precio no es en términos absolutos, sino relativos: qué proporción del precio de un activo no está disponible durante cuánto tiempo. La forma de calcular esta proporción es dividir el $BA.S$ por el precio del activo. Esto inicia, de nuevo, la discusión de qué valor emplear como precio del activo, para la cuál me refiero a lo expuesto en el apartado anterior. Pero surge una nueva cuestión: ¿Debe emplearse el mismo criterio para determinar qué se considera el precio para el objetivo y para el coste?

La elección que se hace de qué valor se utiliza como precio incorpora al resultado, inevitablemente, las consideraciones implícitas que tiene esa

elección. Parece por tanto que la posición más razonable es utilizar el mismo criterio de precio para el objetivo que para el coste, pues al ser las mismas implicaciones no rompe la coherencia interna. Esto no significa, sin embargo, que utilizar criterios distintos sea necesariamente erróneo. Lo que significa es que si no se utiliza el mismo, habrá de justificarse no sólo por qué la elección de cada uno por separado, sino también el porqué de la separación.

Ya se ha señalado por qué se propone una unidad no sustantiva, sino que es una proporción. Resta tratar la magnitud que es recomendable utilizar para dicha proporción. Las siguientes consideraciones carecen de relevancia cuantitativa: se escoja la magnitud que se escoja el resultado será exactamente el mismo. Por ende, la decisión deberá basarse en un criterio estrictamente funcional: qué magnitud resulta más intuitiva, clara, y es más fácil interpretar.

Las posibles magnitudes para una proporción son tres: (1) la proporción en unidades (típicamente entre 0 y 1 si no supera la totalidad), (2) el tanto por ciento y (3) el punto básico. De entre las tres, considero que la más adecuada es el punto básico por dos razones.

La primera tiene que ver con la interpretación del resultado. La fórmula para calcular la liquidez devuelve, cuando, por ejemplo, la unidad de divisa son euros y la unidad de tiempo $u =$ una hora, “ $X\text{€}$ intercambiados por cada unidad de precio no disponible durante una hora”. La proporción en unidades causa la interpretación de “ $X\text{€}$ intercambiados por cada totalidad del precio no disponible durante una hora”, que resulta poco gráfica y muy extrema. Con el porcentaje, esta unidad se vuelve sustancialmente más natural: “ $X\text{€}$ intercambiados por cada 1 % del precio no disponible durante una hora”, y similarmente el punto básico “ $X\text{€}$ intercambiados por cada punto básico no disponible durante una hora”. A nivel de interpretación el porcentaje y el punto básico son ambos intuitivos, si bien considero ligeramente más inequívoco el punto básico.

La segunda razón tiene que ver con la dimensión de la magnitud. El coste se encuentra en el denominador de la fórmula. En el numerador se encontrará un número positivo relativamente grande¹⁴, por lo que el valor de la proporción en unidades devolverá un valor incluso mayor si se encuentra entre 0 y 1. En el caso del porcentaje el orden del resultado será dos magnitudes inferior, y el punto básico otras dos inferior respecto al porcentaje. Por tanto, el punto básico además de tener una interpretación clara y sencilla reduce el orden de las magnitudes del resultado a cifras más cómodas.

¹⁴ El orden depende completamente del activo y del día. Por ejemplo, los barriles de crudo se encuentran en el orden de las unidades de millón, con lo que su precio las sitúa entre las decenas y centenas de millón, Reuters (2019).

Finalmente, debe decidirse qué tipo de bid-ask spread se utiliza para calcular el coste. Lo que hasta ahora se ha denominado bid-ask spread en el presente trabajo es, en realidad, lo que se conoce como “quoted” bid-ask spread (BA.Sq). Es la noción más común, tradicional, del BA.S y consiste en la diferencia entre el best bid y el best ask. Es la diferencia entre los precios que ofrecen para compras y para ventas los proveedores de liquidez.

Sin embargo, señalan Bessembinder y Venkataraman (2010, pp. 188 y ss.) que esta concepción del BA.S ignora que en muchos casos el LOB se utiliza como simple referencia para negociaciones entre agentes y que puede existir liquidez “latente” que no se manifiesta en el LOB pero de hecho sí está presente a la hora de realizar transacciones. Estos problemas se corrigen mediante el uso del “effective” bid-ask spread (BA.Se) que se define como la diferencia entre el precio al que se realizó la compra neta inmediatamente anterior y el precio al que se realizó la venta neta inmediatamente anterior.

La ventaja del BA.Se frente al BA.Sq es que considera “la liquidez que ciertamente hay” en lugar de la liquidez que “se dice haber”. Esto permite que recoja los efectos que se señalaban anteriormente de liquidez latente de aquellos proveedores de liquidez que de hecho existen pero no se manifiestan, información que de otra manera se perdería. Sin embargo, presenta la desventaja de que tomar el uso que se hace de la liquidez como proxy de su disponibilidad también puede adolecer de su propia disponibilidad latente: aquella que se ofrece pero aún no se ha utilizado.

No existe una respuesta absoluta a cuál de las dos opciones es mejor. Un primer criterio es, evidentemente, utilizar aquella información de que se disponga, si no se dispone de ambas alternativas. En caso de poder elegir sin repercusión sustancial sobre la calidad y accesibilidad de la información, parece que la abundancia de actividad en un mercado incentiva el uso del BA.Se y su escasez el del BA.Sq, pues la presencia de liquidez no ofrecida en el LOB será más abundante y la liquidez ofrecida y no utilizada menos en aquellos mercados con mucha actividad y viceversa. Puede incluso plantearse utilizar una ponderación de ambas posibilidades.

Cabe señalar que el conocido como “realized” bid-ask spread es idéntico al BA.Se cuando se suman ambos lados del spread, pues la diferencia entre ambos es que el realized tiene en cuenta el impacto permanente, que siguiendo los razonamientos anteriormente expuestos, se sumaría de un lado para restarlo del otro, por lo que el efecto neto en el total del spread es cero.

5.1.5. Consideraciones sobre la unidad temporal

Se emplean tres periodos distintos para el cálculo de la liquidez. El primero es el periodo total, el periodo de tiempo que se observa y desea medir. El

segundo es el periodo de la unidad temporal, aquel en que se expresan las unidades de coste: unidades de precio indisponibles por segundo, minuto, hora, etc. El tercero es el periodo correspondiente a la frecuencia de los datos, τ .

La selección del primero, evidentemente, depende enteramente de lo que se desee observar. Señalar que la metodología se ha desarrollado considerando que la unidad natural de periodo a medir es el día, pues coincide con la unidad que “discretiza” los mercados (las aperturas y cierres del mercado son diarios), pero nada impide medir conjuntamente periodos más largos.

Respecto a la selección de la unidad temporal en que se expresa la unidad de coste, depende enteramente de las condiciones del activo o mercado que se esté midiendo y la preferencia del analista.

Finalmente, el criterio de selección para el periodo correspondiente a la frecuencia de los datos, τ , dependerá de la frecuencia de datos a que se tenga acceso y el volumen de datos que se esté dispuesto a gestionar.

5.1.6. Ejemplo numérico

Para ilustrar el procedimiento anterior, a continuación se desarrolla un ejemplo numérico a partir de cotizaciones reales. Para el ejemplo se han escogido las acciones de dos grandes compañías del IBEX 35, el Banco Bilbao Vizcaya Argentaria S.A. e Iberdrola S.A.

Para empezar, se ilustrará el cálculo de la liquidez de las acciones del BBVA durante el día 27 de abril de 2020.¹⁵

El volumen acumulado del día puede extraerse directamente en términos de número de acciones, siendo $VA_{BBVA-sh:27-abr} = 20908592$ acciones. Aplicando la técnica señalada de tomar como valor de la acción el precio de cierre del día anterior, el 24 de abril, que fue $P_{BBVA:24-abr} = 2,593 \text{ €}$ por acción, el volumen en euros es:

$$\begin{aligned} VA_{BBVA- eur:27-abr} &= VA_{BBVA-sh:27-abr} \cdot P_{BBVA:24-abr} = \\ &= 20908592 \cdot 2,593 = 54215979,06 \end{aligned}$$

En la sesión del 27 de abril se habrán intercambiado acciones del BBVA por valor total de 54.215.979,06 €.

Para el cálculo del BA.S se dispone del valor del mejor ask y el mejor bid cada cinco minutos. Para calcular el BA.S es necesario comenzar por restar al mejor ask el mejor bid en cada periodo. Este BA.S estará expresado en euros. La Figura 12 recoge los valores que adopta BA.S. en euros de las

¹⁵ Todos los datos han sido extraídos del Terminal Bloomberg.

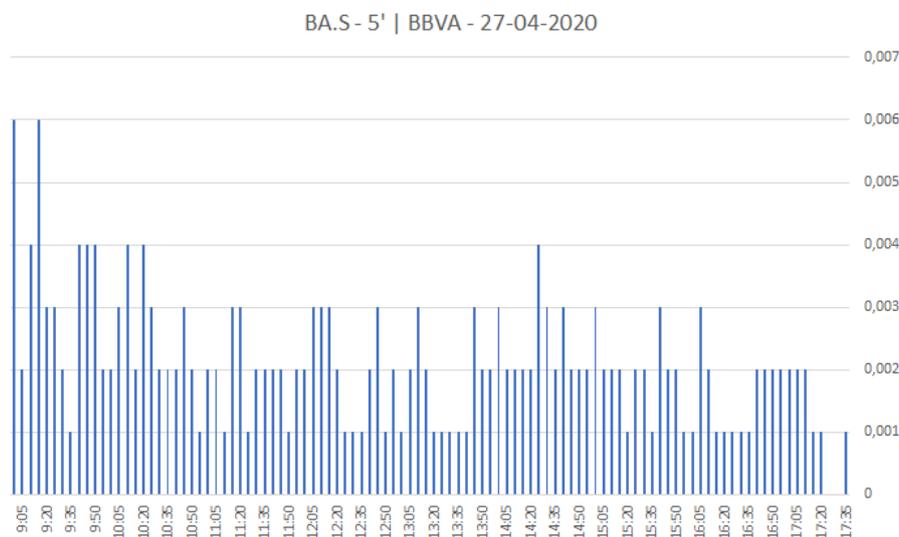


Figura 12. BA.S cada cinco minutos de las acciones del Banco Bilbao Vizcaya Argentaria S.A a lo largo del día 27 de abril de 2020. Elaboración propia.

acciones del BBVA cada cinco minutos a lo largo de la sesión del 27 de abril de 2020.

Como se ha señalado anteriormente, el BA.S en euros no es la forma más adecuada de expresarlo. Para pasar a puntos básicos, se debe dividir el BA.S. en euros entre el precio seleccionado, en este caso el precio de cierre del día anterior, y se multiplica el resultado por 10.000 para realizar el ajuste aritmético. El Cuadro 1 recoge algunos de estos valores para ilustrar el procedimiento.

Como unidad temporal para la medida de coste se empleará la hora $u = 1h = 60mins$. El valor $\tau = 5mins$ es la frecuencia de los datos y el número de periodos de 5 minutos en la sesión es $N = 103$. Por tanto, los niveles de precio indisponibles en términos de $pb \cdot h$ será:

$$\int_0^{ku} BA.S(t)dt \approx \frac{\tau}{u} \sum_{n=0}^{N-1} (BA.S(n \cdot \tau)) = \frac{5}{60} \sum_{n=0}^{102} (BA.S(n \cdot 5))$$

Como puede apreciarse, n representa el número de entrada de los datos que se han obtenido, N el total de entradas de datos durante el periodo que se observa y $\tau \cdot n$ los minutos que han pasado desde el inicio del periodo.

Cuadro 1 Mercado continuo: acciones del BBVA el 27 de abril de 2020

| Nº de periodo | Hora inicial | Best Bid | Best ask | BA.S. € | BA.S.pb |
|---------------|--------------|----------|----------|---------|---------|
| 1 | 09:00 | 2,678 | 2,684 | 0,006 | 23,139 |
| 2 | 09:05 | 2,698 | 2,7 | 0,002 | 7,713 |
| 3 | 09:10 | 2,693 | 2,697 | 0,004 | 15,426 |
| 4 | 09:15 | 2,684 | 2,69 | 0,006 | 23,139 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 103 | 17:30 | 2,686 | 2,686 | 0 | 0 |

Fuente: elaboración propia a partir de datos del Terminal Bloomberg.

La suma del valor de los distintos BA.S.pb al principio de cada periodo de cinco minutos se calcula de un modo sencillo, resultando una vez ajustado en el número de puntos básicos perdidos durante una hora en el periodo observado:

$$\frac{5}{60} \sum_{n=0}^{102} (BA.S(n \cdot 5)) = \frac{5}{60} \cdot 836,868 = 69,739 \text{ pb} \cdot h$$

Finalmente, puede calcularse de modo sencillo la liquidez:

$$Lq_{BBVA:27-abr} = \frac{VA_T}{\int_0^T BA.S(t) dt} = \frac{54215979,06}{69,739} = 777412,1679$$

A lo largo de la sesión del 27 de abril de 2020, la liquidez de las acciones del BBVA fue de 777.412,1679 euros intercambiados por cada punto básico que no estuvo disponible durante una hora.

Si se pretende comparar la liquidez durante el día 27 de abril del BBVA con otra compañía sólo es necesario realizar un análisis idéntico al anterior para las acciones de dicha compañía. Por ejemplo, si se calcula la liquidez de las acciones de Iberdrola S.A. durante también la sesión del 27 de abril de 2020, en términos idénticos a los anteriores, se obtiene que la liquidez es $Lq_{IBE:27-abr} = 1658024,97$ euros intercambiados por cada punto básico que no estuvo disponible durante una hora. Calculando la relación entre ambos hallamos que

$$\frac{Lq_{IBE:27-abr}}{Lq_{BBVA:27-abr}} = \frac{1658024,97}{777412,1679} = 2,1327$$

Las acciones de Iberdrola fueron 2,13 veces más líquidas que las del BBVA durante la sesión del 27 de abril de 2020.

Para realizar una comparación más precisa, es más adecuado tomar un estadístico de la distribución formada por los resultados de aplicar este análisis a las sesiones de un periodo de tiempo. Si se toman por ejemplo, las sesiones entre el 27 de marzo y el 27 de abril, podemos comparar las medianas de dichas distribuciones para las distintas compañías, hallando así que

$$\frac{\text{Mediana } LqIBE : 27 - \text{mar al } 27 - \text{abr}}{\text{Mediana } LqBBVA : 27 - \text{mar al } 27 - \text{abr}} = \frac{2958855,638}{1089322,825} = 2,7162$$

Se utiliza la mediana y no la media para evitar el fuerte efecto que tendrían sobre la media los outliers causados por la extraordinaria volatilidad actual del mercado. Todos los resultados pueden encontrarse en el Anexo I.

5.1.7. Consideraciones finales y aplicaciones

Es importante tener en cuenta que, como en cualquier otro modelo, la propuesta de cuantificación de la liquidez está limitada por la calidad y abundancia de la información disponible así como por el uso que del modelo haga quien lo emplee. Entre los elementos que caracterizan este modelo y redundan positivamente en su utilidad podemos encontrar los siguientes:

1. Sencillez: el modelo cumple su objetivo de un modo relativamente simple, ofreciendo una respuesta fundamentada de la liquidez que presenta un mercado durante un periodo de tiempo, realizando operaciones elementales sobre información relativamente básica y abundante. Esto lo convierte en un modelo accesible para quien desee implementarlo, posibilita utilizarlo con casi cualquier activo negociado públicamente y resulta intuitivo y fácil de explicar, permitiendo justificar las conclusiones que del uso del modelo se deriven.
2. Versatilidad: si bien es cierto que se ha desarrollado con especial atención a las acciones como activo paradigmático de la negociación reglada, se puede utilizar para cualquier activo del que se posea información semejante a la señalada como necesaria modificando pocos elementos del modelo, siquiera alguno. Además, la estructura general es fácil de adaptar a las necesidades concretas de quien lo implemente.
3. Empirismo: el modelo incorpora una cantidad muy reducida de asunciones, siendo casi la totalidad de la información obtenida directamente de datos observables. En lugar de modelizar un mercado y modelizar los actores que en él interactúan, el modelo recoge el efecto de la interacción real de los actores y el mercado a cambio de renunciar a

distinguir a qué parte es adscribible qué efecto de la interacción. Esto permite no sólo una total (o casi total) certeza en las aseveraciones que se hacen del pasado, sino que aporta una base sólida sobre la que poder realizar proyecciones, pues el resultado de aplicar el modelo es información casi tan empírica como aquella de la que éste bebe.

A nivel teórico, esta medida de la liquidez logra superar la dificultad planteada por el artículo seminal Kyle (1985) de recoger la totalidad de la liquidez de un modo comprensivo en una sola métrica.

A nivel práctico, es una herramienta de comparación, sea de un activo en distintos periodos o entre distintos activos, ofrece una forma de identificar cuál es objetivamente más líquido y cuánto más líquido es. Resulta sencillo utilizar el modelo para construir distribuciones estadísticas (la liquidez diaria de un activo durante un mes o la liquidez de todos los elementos de un índice durante un periodo de tiempo, por ejemplo) de cuyo análisis pueden extraerse conclusiones adicionales útiles sobre el comportamiento de los mercados.

Potencialmente, incluso, permite monitorear la actividad del mercado en tiempo real y compararla con datos históricos, pudiendo servir como indicador para alertar sobre cambios inminentes.

5.2. MEDICIÓN DEL RIESGO DE PRECIO

Es común adscribir al riesgo de precio las variaciones en el precio de un activo producidas exclusivamente por terceros agentes en el mercado y considerar el impacto de precio de nuestras propias transacciones como enteramente adscribible al riesgo de liquidez.

Considero que este enfoque es incorrecto, pues un mercado puede ser perfectamente líquido a cualquier nivel de precio. Mientras cualquier volumen de transacciones se pueda llevar a cabo a niveles de precio marginales del precio justo de mercado en cualquier momento, no podrá considerarse que exista iliquidez.

5.2.1. *El impacto permanente como componente del riesgo de precio*

El impacto permanente de precio es el cambio que se produce en la valoración que hace el mercado de un activo como consecuencia de haber sido intercambiado. Es una variación de lo que se considera precio justo del activo a partir de las observaciones que el mercado hace de la realidad, y alcanzado el nuevo nivel de precio, el mercado puede seguir siendo totalmente líquido.

La noción tradicional de riesgo de precio considera dicho riesgo como una potencial variación del precio respecto al tiempo. Sin embargo, el paso del tiempo en un artificial vacío no parece suficiente para justificar ningún cambio. El paso del tiempo se toma como un proxy del potencial de los sucesos que en ese tiempo puedan acontecer, pero son en última instancia los sucesos y no el tiempo al pasar los que inducen los cambios.

La noción de economía más fundamental es suficiente para entender que el precio lo fija un equilibrio entre oferta y demanda agregadas. Un cambio de precio es, por tanto, el reequilibrio que se produce cuando cambia el agregado de uno de los lados (o ambos), que se conoce como un desplazamiento lateral de la oferta o la demanda o, en caso de que cambie la elasticidad, un cambio en la pendiente de estas.

Y más aún, es evidente que lo determinante para este equilibrio es la percepción que tenga el mercado sobre el valor del activo subyacente. Aquellos fenómenos que revelan mayor valor, como la publicación de un resultado positivo en las cuentas anuales, acrecientan el valor que el mercado percibe. De modo similar, un desequilibrio entre las compras y las ventas netas afecta a la percepción que el mercado tiene del activo subyacente, induciendo un cambio sobre lo que considera como precio justo y por tanto desplazando el equilibrio.

Parece por tanto más sensato definir el riesgo de precio no en estrictos términos de tiempo, sino de los cambios que se espere que sufran oferta y demanda del activo en un periodo y la sensibilidad del precio a este desequilibrio. Así, el impacto permanente de liquidar debe considerarse como uno de los elementos del riesgo de precio, pues consiste en alterar la percepción que el mercado tiene del subyacente, variando el precio, pero no afectando necesariamente a la capacidad para intercambiar en los niveles de precio cercanos a este nuevo precio justo.

De esta manera, se puede distinguir tres elementos en el riesgo de precio, además de evidentemente el tiempo y la cantidad de la inversión: (1) un shock fundamental, el conjunto de variaciones en la valoración que el mercado hace del activo independientes de las transacciones que se hayan llevado a cabo (por ejemplo, la publicación de los resultados trimestrales); (2) el desequilibrio entre la oferta y la demanda del activo en términos de la diferencia entre compras netas y ventas netas; y (3) la sensibilidad del precio a este desequilibrio de las transacciones.

5.2.2. Especificación de un modelo de riesgo de precio

Para medir el riesgo de precio propongo un modelo que permite calcular la distribución de pérdidas por Montecarlo, fuertemente inspirado en el modelo I-Asterisco.

Sea Δt el periodo de tiempo delimitado por un tiempo inicial t_0 y un tiempo final $t_f = T$ para el que se quiere conocer el riesgo de precio. Sea $\mathbf{Qm}_{\Delta t}$ la distribución de probabilidad que recoge los posibles desequilibrios de oferta y demanda del periodo Δt definidos como las ventas netas acumuladas del periodo menos las compras netas acumuladas del periodo y Qp el desequilibrio provocado por el inversor al vender parte de su inversión, expresado en las mismas unidades que la proporción de la inversión inicial cuya exposición al riesgo de precio, de estar expuesta esta proporción durante la totalidad del periodo analizado, sería equivalente a la exposición sufrida por la inversión. Sea $\mathbf{Fs}_{\Delta t}$ la distribución de probabilidad del shock fundamental en términos porcentuales que puede experimentar el activo durante el periodo.

Sea Ex el factor de exposición al riesgo igual a la proporción de la inversión inicial cuya exposición al riesgo de precio, de estar expuesta esta proporción durante la totalidad del periodo analizado, sería equivalente a la exposición sufrida por la inversión. Sea $\mathbf{tv} = \{t_1, \dots, t_N\}$ el conjunto de N valores t_n de t en que el inversor vende un porcentaje Qv_{t_n} de la inversión inicial:

$$Ex = 1 - \sum_{n=1}^N \left(Qv_{t_n} \cdot \frac{(T - t_n)}{T} \right)$$

Entonces puede notarse $\mathbf{L}_{\Delta t} = \{L_1, \dots, L_i\}$ el conjunto de i pérdidas en términos porcentuales resultado de repetir i veces el proceso L :

$$L = Ex \cdot (Fs + b_1(Qm + Qp)^{b_2})$$

$$Fs \sim \mathbf{Fs}_{\Delta t}$$

$$Qm \sim \mathbf{Qm}_{\Delta t}$$

Donde b_1 y b_2 son parámetros del modelo.

El tamaño de i lo debe determinar el analista teniendo en cuenta diversos criterios, como la varianza de $\mathbf{Qm}_{\Delta t}$ y $\mathbf{Fs}_{\Delta t}$ (si los datos son muy dispersos es necesario realizar más iteraciones para asegurarse de que son representativos) o la capacidad de computación y tiempo del que disponga (o esté dispuesto a disponer) para realizar el análisis.

5.2.3. Cálculo de las distribuciones y parámetros

La cuestión clave es cómo se hallan b_1 , b_2 , $Qm_{\Delta t}$ y $Fs_{\Delta t}$.

La distribución $Qm_{\Delta t}$ puede calcularse paramétricamente de modo muy similar al método utilizado para calcular la distribución de pérdidas del VaR, empleando los datos históricos de las compras netas y ventas netas.

Los parámetros b_1 y b_2 pueden calcularse asumiendo que $Fs = 0$ mediante una regresión no lineal. Para ello es necesario disponer de abundantes datos históricos, siendo generalmente insuficientes los datos recientes de un sólo activo. Surge así el dilema de si es preferible utilizar datos más antiguos de un mismo activo, pudiendo ser necesario remontarse años, o si es preferible calcular b_1 y b_2 como parámetros transversales al mercado, utilizando sólo datos recientes pero de diversos activos de igual naturaleza (acciones con acciones, opciones con opciones etc.) negociados en un mismo mercado.

Esta cuestión es equivalente a realizarse la siguiente pregunta: ¿se parecen más dos inversores actuales de distintas empresas del mismo mercado en su percepción del mercado y provisión de liquidez al mismo, o se parece más dos inversores de una misma empresa pero separados uno, dos o tres años?.

De nuevo, no hay una respuesta universalmente correcta, dependerá del activo concreto, del mercado concreto y de la necesidad de datos. Parece, en cualquier caso, razonablemente sólido el argumento de que el mercado en términos agregados tiende a actuar “en bloque” y por “modas”, por lo que los parámetros perfectamente pueden ser transversales. Kissell (2013, pp. 163-192) realiza un análisis profundo tanto de esta cuestión concreta como de estrategias, precauciones y posibles dificultades a la hora de estimar parámetros similares a los del modelo propuesto.

Debe señalarse que Kissell (2013) incorpora en el modelo con que calcula el impacto total (diferente del impacto permanente propuesto en el presente apartado) el parámetro σ^{b_3} , la volatilidad σ ajustada por un parámetro b_3 del modelo, como proxy de la elasticidad de los distintos activos. Es un mecanismo de distinción entre distintos activos, relevante si se calculan los parámetros del modelo como transversales. Este parámetro es innecesario si los parámetros del modelo se calculan empleando datos de un sólo activo, pues el efecto de la elasticidad quedaría implícitamente subsumido en los parámetros del modelo. No obstante, incorporar la volatilidad sí parece razonable y sensato cuando los parámetros se calculen para el mercado y no para un sólo activo.

Respecto a la unidad en que expresar las cantidades del desequilibrio, el análisis es prácticamente idéntico al del volumen intercambiado de la sección anterior, debiendo destacar que es irrelevante la elección de unidad si sólo se utilizan datos de un mismo activo y no se producen alteraciones de la unidad

funcional durante el periodo. Kissell propone que la medida de referencia para el cálculo relativo sea la media móvil de 30 días.

Finalmente, el shock fundamental $\mathbf{Fs}_{\Delta t}$ resulta extraordinariamente difícil de aislar por su origen cualitativo y manifestaciones implícitas. Entre las soluciones más comunes a problemas análogos destacan asumir que tanto su media como desviación típica son 0, que ambas coinciden con la distribución del error de aplicar el modelo estimado al activo correspondiente o que sólo una coincide y la otra es 0. Dado que una parte de las variaciones fundamentales sí se recogen mediante el impacto de precio, pues dicha variaciones fundamentales induce un desequilibrio entre las compras netas y ventas netas debido al tiempo que tarda el mercado en ajustarse a la nueva realidad (lo que se conoce como el coste de intercambiar con agentes informados), el efecto restante que se recoge propiamente como fundamental shock tendrá generalmente una dimensión reducida.

5.2.4. *Conclusión*

La distribución de pérdidas $\mathbf{L}_{\Delta t}$ puede analizarse de modo idéntico a la distribución de pérdidas del apartado 3.2, pudiendo calcularse el VaR, CVaR, etc.

La novedad del método propuesto no radica en una nueva aplicación de la distribución obtenida, sino en el método para hallarla, explicitando la forma en que el precio se ve modificado en lugar de recurrir a la caja negra del tiempo. Además, permite incorporar cohesivamente el efecto que tiene la enajenación de parte (o incluso la totalidad) de la inversión cuyo riesgo se analiza durante un periodo, tanto por el incremento del desequilibrio causado por el inversor como por la reducción de la exposición al riesgo derivada de vender parte de la inversión.

5.3. MEDICIÓN DEL RIESGO DE LIQUIDEZ

El riesgo de liquidez de una inversión es la potencial pérdida que las expectativas del inversor pueden experimentar a causa de la posible incapacidad del mercado en que se negocian los activos que componen la inversión para liquidar las posiciones en cualquier momento a un precio marginal al precio justo de mercado.

El objetivo de esta sección es presentar una estructura que permita realizar un análisis coherente del riesgo de liquidez al tiempo que ofrece la flexibilidad suficiente para acomodar las diversas consideraciones que un analista pueda tener por adecuadas para su situación concreta.

El modelo propuesto se compone de los siguientes elementos:

1. Una estructura de salida de datos: la variable dependiente.
2. Una estrategia de liquidación.
3. Las variables independientes.
4. Un modelo de impacto de precio del mercado.

El orden escogido atiende a un criterio didáctico.

5.3.1. *Estructura de salida de datos: la variable dependiente*

Siendo lo que se desea modelizar un riesgo, el resultado debe ser una distribución de probabilidad para distintas duraciones del periodo de liquidación y de la cantidad liquidada. El modelo propuesto se basa en el método de Montecarlo, por lo que la distribución será el conjunto de resultados producto de realizar un número determinado de iteraciones, que dependerá de la granularidad deseada, la capacidad de computación y tiempo de ejecución del modelo de mercado y de si dicho modelo permite el uso de algún algoritmo que facilite obtener la distribución de un modo más eficiente.

La distribución de probabilidad debe ser una distribución de pérdidas atribuibles a la iliquidez del mercado. Esto debe destacarse porque el grueso de modelos de mercado miden el impacto total, pero, como ya se ha expuesto a lo largo del trabajo, el impacto permanente debe tenerse como correspondiente al riesgo de precio y no al de liquidez. Por ello, al impacto total se le debe sustraer el impacto permanente, tal que recoja exclusivamente la parte de las pérdidas derivadas del impacto temporal.¹⁶

Una vez obtenida la distribución es posible, de nuevo, realizar todo el análisis ya expuesto en la sección 3.2. sobre distribuciones de pérdidas (VaR, CVaR, SV, etc.), permitiendo comparar las diferencias de riesgo según el tiempo que se dedique a la liquidación y la cantidad que se liquide.

En cuanto a las unidades se vuelve a recomendar, como se recoge en la explicación del VaR y como se propone para el Riesgo de Precio, utilizar la unidad relativa de preferencia, si bien en última instancia esto es sólo una recomendación y depende de cómo el analista desee configurar el modelo.

Debe señalarse que la distribución que se obtiene como resultado es una predicción a priori, por lo que a medida que se concreten los sucesos que en el análisis se tienen por posibilidades, los análisis anteriores dejan de ser representativos al quedar condicionados por la realidad. Un ejemplo para ilustrar la idea:

¹⁶ Si se desea, puede emplearse una metodología similar a la del riesgo de liquidez para calcular conjuntamente el riesgo de mercado, haciendo innecesaria la distinción de los distintos tipos de impacto.

Ejemplo 2. *Supongamos que se desea calcular el valor de sumar los resultados de lanzar un dado diez veces seguidas. A priori, el resultado esperado será*

$$E(R) = \frac{10}{6} \sum_{n=1}^6 (n) = 35$$

Si al realizar el primer lanzamiento d_1 el resultado es 6, la probabilidad queda condicionada tal que

$$E(R|d_1) = 6 + \frac{9}{6} \sum_{n=1}^6 (n) = 37,5$$

Por tanto, si durante el proceso de liquidación se desea mantener información actualizada en cada momento de la evolución del riesgo, habrá de actualizarse constantemente el análisis para incorporar el valor de la potencialidad cristalizada en hechos.

5.3.2. Estrategia de liquidación

La estrategia de liquidación es un factor determinante en el resultado. Distintas estrategias de liquidación pueden conllevar resultados radicalmente distintos aún siendo una misma cantidad de inversión liquidada en un mismo periodo.

La estrategia a adoptar no puede ser universalmente prescrita, pues la forma óptima de ejecutar la liquidación depende de lo que se quiera lograr (además de liquidar la inversión). El grueso de las cuestiones sobre lo que puede buscar la estrategia de liquidación y las formas de lograrlo ya han sido exploradas en la sección 4.1. En el presente apartado se abordarán cuestiones específicas de la implementación de la estrategia de liquidación al modelo.

Una cuestión relevante es señalar que, aunque la estrategia de liquidación es una suerte de variable independiente, al depender de la voluntad del inversor o gestor no es viable incorporarla como una variable numérica a causa de la complejidad que puede alcanzar dicha estrategia y por el enorme condicionamiento que impone sobre cómo se construye el resto del modelo. Sin embargo, no sólo es posible, sino un ejercicio necesario de sensatez, calcular el modelo empleando distintas estrategias para comprobar cómo afectan al resultado.

Finalmente, una breve nota sobre deontología. La estrategia que busca minimizar la pérdida esperada es perfectamente legítima, pero debe ser una

decisión consciente y voluntaria acorde a los principios y normas rectoras que cada analista deba seguir. Igual de inaceptable es la actuación del gestor que forma una cartera ignorando la volatilidad y correlación de los activos que el analista que decide una estrategia de liquidación ignorando la varianza de las posibles pérdidas. Medir el riesgo de utilizar una estrategia que no se debe implementar por exceder el riesgo aceptable es un análisis fútil en el mejor de los casos y fraudulento en el peor.

5.3.3. *Definición del modelo de mercado*

Para poder hallar las posibles pérdidas adscribibles a la iliquidez es necesario un modelo que simule el mercado, devolviendo dichas pérdidas en función de la cantidad y tiempo de las ventas que realizará el inversor.

Algunas de las respuestas más relevantes que se han dado a esta cuestión se han recogido en la sección 4.2, pudiendo servir de referencia para que el analista realice su propio modelo. En términos generales, pueden dividirse en dos grupos: modelos que buscan emular el mercado con la mayor minuciosidad posible y modelos que tratan de aproximar el resultado sin adentrarse en cómo o por qué exactamente surge ese resultado.

En el primer grupo encontramos autores como Almgren y Chriss u Obizhaeva y Wang. Estos modelos pueden alcanzar niveles de sofisticación extraordinariamente altos. Si se decide aplicar este enfoque, se recomienda partir del modelo de Sisson et al. (2018, pp. 437-480), en el que utiliza aproximación computacional bayesiana para predecir con minuciosa precisión la evolución del LOB. A partir de este modelo se puede calcular con facilidad el precio al que podría liquidarse la inversión, obteniendo la diferencia entre el precio de ejecución y el de llegada (arrival price), y permitiendo en el mismo modelo identificar la deriva del LOB, con lo que se puede detraer con facilidad el impacto permanente para aislar la pérdida adscribible a la iliquidez.

En el segundo grupo encontramos autores como Huberman y Stanzl o Kissell. Si se decide emplear este enfoque se recomienda una adaptación del modelo I-Asterisco que calcule la evolución del precio (en el modelo I-Asterisco identificada como "TR") en los términos descritos en la sección 5.2 del presente trabajo para el riesgo de precio y que adapte la incorporación que Kissell propone de la estrategia POV si se utiliza otra distinta.

En cualquier caso, el modelo seleccionado deberá permitir identificar la parte del impacto temporal que corresponderá soportar al inversor.

5.3.4. *Las variables independientes*

Dado que la solución no es analítica sino numérica, se debe limitar (1) hasta qué valor de las variables independientes se calculan resultados y (2) el número de valores para los que se calcula el resultado dentro del intervalo.

El número de valores dependerá completamente de criterios técnicos: capacidad de computación, memoria, tiempo disponible para el análisis, el número de iteraciones que se realicen en cada nivel, el tiempo de ejecución del modelo de mercado etc.

No es necesario distribuir de manera equidistante los valores a lo largo del intervalo: si se tiene un especial interés en un periodo y menos en otro puede poblarse con más valores el más interesante.

Para determinar el intervalo a calcular deben considerarse los valores que suscitan mayor interés al inversor y seleccionar un intervalo que los contenga.

Para la variable cantidad liquidada, podría ser la horquilla que se considere apropiada entorno a la cantidad actual de la inversión.

Para la variable tiempo de liquidación, una horquilla entorno al tiempo en que inicialmente se pretenda liquidar. Puede servir como referencia que de acuerdo con Huberman y Stanzl (2005, p. 169) el 95 % de las liquidaciones se completan en los cinco primeros días.

Respecto a las unidades, aquellas que sean coherentes con las unidades en que se desee el resultado final.

5.3.5. *Procedimiento*

El procedimiento para construir el modelo es relativamente sencillo una vez se tienen claros los elementos anteriores:

1. Selección de unidades de la variable dependiente.
2. Selección del modelo de mercado.
3. Determinación de las unidades de las variables independientes que devuelven la unidad seleccionada de la variable dependiente.
4. Selección de los valores de las variables independientes para los que se calculará la distribución de pérdidas.
5. Estimación de los parámetros del modelo de mercado.
6. Selección de la estrategia de liquidación: independiente o como resultado de optimizar sobre el modelo de mercado seleccionado.
7. Cálculo de las distribuciones de pérdidas para los valores seleccionados.

Una vez obtenidas las distribuciones pueden ser analizadas con normalidad con cualquier procedimiento aplicable a una distribución de pérdidas.

5.3.6. Conclusión

Un modelo para calcular el riesgo de liquidez está repleto de asunciones y decisiones que corresponden al inversor o, en su caso, gestor. A lo largo de la presente sección se ha buscado ofrecer un marco conceptual y guías funcionales que sirvan de referencia y orientación, pero en última instancia resulta imposible generalizar un único modelo, pues supondría imponer vocación de universalidad a decisiones que son necesariamente subjetivas.

A nivel práctico, uno de los factores determinantes para quien desee construir un modelo de estas características es el acceso a la información y a la infraestructura computacional. En muchos casos la decisión de qué modelo utilizar puede no depender de qué modelo se considere más completo o fidedigno, sino de qué modelo pueda construirse por disponer de los datos y la capacidad para estimar sus parámetros.

6. Extensiones

La principal extensión al trabajo aquí presentado consistiría en continuar el análisis de la liquidez modelizando la liquidez de las organizaciones en términos de sus necesidades de liquidez, pudiendo integrar el análisis del riesgo de mercado de los activos de una organización con sus necesidades de liquidez para lograr un modelo de gestión financiera cohesivo y sistemático.

Conocer la necesidad de efectivo y el coste de liquidar permite comparar el coste de oportunidad de mantener el dinero en efectivo con el posible coste de tener que liquidar activos programada y/o sobrevenidamente para afrontar pagos de un modo preciso.

Otro conjunto de extensiones relevantes es aquel formado por el desarrollo de los elementos que se han presentado como posibilidades abiertas en el análisis del riesgo de liquidez.

Bibliografía

- Acerbi, C. y Scandolo, G. (2008). Liquidity risk theory and coherent measures of risk. *Quantitative Finance*, 8(7):681–692.
- Almgren, R. y Chriss, N. (1999). Value under liquidation. *Risk*, 12(12):61–63.
- Almgren, R. y Chriss, N. (2001). Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*, 3:5–40.

- Almgren, R. F. (2003). Optimal execution with nonlinear impact functions and trading-enhanced risk. *Applied mathematical finance*, 10(1):1–18.
- Amihud, Y. (2002). Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of financial markets*, 5(1):31–56.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., y Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3):203–228.
- Bertsimas, D. y Lo, A. W. (1998). Optimal control of execution costs. *Journal of Financial Markets*, 1(1):1–50.
- Bessembinder, H. y Venkataraman, K. (2010). Bid-ask spreads: Measuring trade execution costs in financial markets. *Encyclopedia of quantitative finance*, pages 184–190.
- Best, P. y Best, P. (1998). *Implementing value at risk*. Wiley Online Library.
- Chatterjee, R. (2014). *Practical Methods of Financial Engineering and Risk Management Tools for Modern Financial Professionals*. Apress.
- Duffie, D. y Pan, J. (1997). An overview of value at risk. *Journal of derivatives*, 4(3):7–49.
- Glosten, L. R. y Harris, L. E. (1988). Estimating the components of the bid/ask spread. *Journal of financial Economics*, 21(1):123–142.
- Gökay, S., Roch, A. F., y Soner, H. M. (2011). Liquidity models in continuous and discrete time. En *Advanced mathematical methods for finance*, pages 333–365. Springer.
- Goldstein, M. A. y Kavajecz, K. A. (2000). Eighths, sixteenths, and market depth: changes in tick size and liquidity provision on the nyse. *Journal of Financial Economics*, 56(1):125–149.
- Gopalan, R., Kadan, O., y Pevzner, M. (2012). Asset liquidity and stock liquidity. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 47(2):333–364.
- Goyenko, R. Y., Holden, C. W., y Trzcinka, C. A. (2009). Do liquidity measures measure liquidity? *Journal of financial Economics*, 92(2):153–181.
- Horcher, K. A. (2011). *Essentials of financial risk management*, volume 32. John Wiley & Sons.
- Huang, R. D. y Stoll, H. R. (1997). The components of the bid-ask spread: A general approach. *The Review of Financial Studies*, 10(4):995–1034.

- Huberman, G. y Stanzl, W. (2005). Optimal liquidity trading. *Review of finance*, 9(2):165–200.
- JPMorgan (1996). *RiskMetrics™ Technical Document*.
- Karagiannidis, G. K. y Lioumpas, A. S. (2007). An improved approximation for the gaussian q-function. *IEEE Communications Letters*, 11(8):644–646.
- Kempf, A. y Korn, O. (1999). Market depth and order size. *Journal of Financial Markets*, 2(1):29–48.
- Kisiala, J. (2015). Conditional value-at-risk: Theory and applications. *arXiv preprint arXiv:1511.00140*.
- Kissell, R., Glantz, M., y Malamut, R. (2003). *Optimal trading strategies: quantitative approaches for managing market impact and trading risk*. PublicAffairs.
- Kissell, R. L. (2013). *The science of algorithmic trading and portfolio management*. Academic Press.
- Krokhmal, P., Palmquist, J., y Uryasev, S. (2002). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *Journal of risk*, 4:43–68.
- Kyle, A. S. (1985). Continuous auctions and insider trading. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1315–1335.
- Linsmeier, T. J. y Pearson, N. D. (2000). Value at risk. *Financial Analysts Journal*, 56(2):47–67.
- Malkiel, B. G. y Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The journal of Finance*, 25(2):383–417.
- Mandes, A. (2016). Algorithmic and high-frequency trading strategies: A literature review. MAGKS Joint Discussion Paper Series in Economics 25-2016, Marburg.
- Morawski, J. (2009). *Investment decisions on illiquid assets: A search theoretical approach to real estate liquidity*. Springer Science & Business Media.
- Obizhaeva, A. A. y Wang, J. (2013). Optimal trading strategy and supply/demand dynamics. *Journal of Financial Markets*, 16(1):1–32.
- O’Hara, M. (1995). *Market microstructure theory*. Cambridge, Mass. : Blackwell Publishers.
- Panayi, E. y Peters, G. W. (2015). Stochastic simulation framework for the limit order book using liquidity-motivated agents. *International Journal of Financial Engineering*, 2(02):1550013.

- Reuters (2019). Switzerland market report. <https://www.reuters.com/article/brief-vitol-says-2018-traded-volumes-of/brief-vitol-says-2018-traded-volumes-of-crude-oil-products-rose-to-74-mln-barrels-per-day-idUSFWN216023>. Accessed: 08-abril-2020.
- Rockafellar, R. T., Uryasev, S., et al. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2:21–42.
- Sarr, A. y Lybek, T. (2002). *Measuring liquidity in financial markets*, volume 2. International Monetary Fund.
- Sethi, N., Sahoo, K., Sucharita, S., et al. (2013). A survey of international financial risk management system. *Journal of Public Administration, Finance and Law*, 4(4):186–203.
- Simons, K. (1996). Value at risk-new approaches to risk management. *New England Economic Review*, pages 3–14.
- Sisson, S., Fan, Y., y Beaumont, M. (2018). *Handbook of Approximate Bayesian Computation*. Chapman & Hall/CRC Handbooks of Modern Statistical Methods. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Spitzer, F. (2013). *Principles of random walk*, volume 34. Springer Science & Business Media.
- Zhou, T.-m., Can, J., y LI, H.-d. (2017). The simulation analysis of optimal execution based on almgren-chriss framework. *DEStech Transactions on Computer Science and Engineering*, (cmsam).

ANEXO I:

Resultados analíticos de la liquidez del Banco Bilbao, Vizcaya, Argentaria S.A. e IBERDROLA S.A. entre el 27 de marzo y el 27 de abril de 2020

| BANCO BILBAO, VIZCAYA, ARGENTARIA S.A. | | | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|------------------|-------------------|-----------------------------|--------------|
| Índice | Fecha | P. Cierre | Volumen | Volumen en € | Sumatorio BA.S | BA.S ajustado | Liquidez |
| 1 | 27/04/2020 | 2,69 € | 20908592 | 54.215.979,06 € | 836,8685 | 69,7390 | 777.412,17 |
| 2 | 24/04/2020 | 2,59 € | 35728312 | 96.609.355,65 € | 902,4296 | 75,2025 | 1.284.656,71 |
| 3 | 23/04/2020 | 2,70 € | 38270928 | 98.930.348,88 € | 863,8642 | 71,9887 | 1.374.248,54 |
| 4 | 22/04/2020 | 2,59 € | 29273112 | 72.568.044,65 € | 813,7293 | 67,8108 | 1.070.155,11 |
| 5 | 21/04/2020 | 2,48 € | 31763400 | 84.427.117,20 € | 752,0247 | 62,6687 | 1.347.197,01 |
| 6 | 20/04/2020 | 2,66 € | 22937450 | 61.105.366,80 € | 929,4254 | 77,4521 | 788.943,81 |
| 7 | 17/04/2020 | 2,66 € | 48024968 | 126.017.516,03 € | 890,8600 | 74,2383 | 1.697.472,31 |
| 8 | 16/04/2020 | 2,62 € | 246182528 | 672.324.483,97 € | 967,9907 | 80,6659 | 8.334.680,73 |
| 9 | 15/04/2020 | 2,73 € | 252448864 | 740.937.415,84 € | 1072,1172 | 89,3431 | 8.293.168,57 |
| 10 | 14/04/2020 | 2,94 € | 32077676 | 96.361.338,70 € | 1075,9738 | 89,6645 | 1.074.687,96 |
| 11 | 09/04/2020 | 3,00 € | 22517280 | 66.628.631,52 € | 1446,2013 | 120,5168 | 552.857,73 |
| 12 | 08/04/2020 | 2,96 € | 31901910 | 93.376.890,57 € | 1527,1886 | 127,2657 | 733.715,99 |
| 13 | 07/04/2020 | 2,93 € | 28052328 | 83.343.466,49 € | 1581,1801 | 131,7650 | 632.515,93 |
| 14 | 06/04/2020 | 2,97 € | 31788688 | 87.355.314,62 € | 1079,8303 | 89,9859 | 970.767,13 |
| 15 | 03/04/2020 | 2,75 € | 38610040 | 103.243.246,96 € | 1122,2522 | 93,5210 | 1.103.957,69 |
| 16 | 02/04/2020 | 2,67 € | 286125696 | 780.264.772,99 € | 1025,8388 | 85,4866 | 9.127.337,85 |
| 17 | 01/04/2020 | 2,73 € | 272033728 | 793.114.333,98 € | 971,8473 | 80,9873 | 9.793.073,66 |
| 18 | 31/03/2020 | 2,92 € | 37374920 | 109.134.766,40 € | 1081,7586 | 90,1465 | 1.210.637,22 |
| 19 | 30/03/2020 | 2,92 € | 26931196 | 83.607.897,98 € | 1801,0027 | 150,0836 | 557.075,66 |
| 20 | 27/03/2020 | 3,10 € | 46217168 | 151.569.202,46 € | 1856,9225 | 154,7435 | 979.486,46 |
| | 26/03/2020 | 3,28 € | | | | | |
| | | | | | | Liquidez del periodo | |
| | | | | | | Media | 2.585.202,41 |
| | | | | | | Desv. Típica | 3.175.637,70 |
| | | | | | | Mediana | 1.089.322,83 |

| IBERDROLA S.A. | | | | | | | |
|----------------|------------|-----------|----------|------------------|-------------------|-----------------------------|--------------|
| Índice | Fecha | P. Cierre | Volumen | Volumen en € | Sumatorio BA.S | BA.S ajustado | Liquidez |
| 1 | 27/04/2020 | 8,91 € | 7512418 | 65.553.359,47 € | 474,4442 | 39,5370 | 1.658.024,97 |
| 2 | 24/04/2020 | 8,73 € | 11213496 | 99.239.439,60 € | 401,1002 | 33,4250 | 2.969.017,20 |
| 3 | 23/04/2020 | 8,85 € | 10044672 | 90.341.779,97 € | 467,5682 | 38,9640 | 2.318.595,21 |
| 4 | 22/04/2020 | 8,99 € | 10729807 | 93.821.432,41 € | 387,3482 | 32,2790 | 2.906.576,87 |
| 5 | 21/04/2020 | 8,74 € | 10809085 | 97.130.437,81 € | 460,6922 | 38,3910 | 2.530.030,45 |
| 6 | 20/04/2020 | 8,99 € | 8405585 | 75.515.775,64 € | 446,9402 | 37,2450 | 2.027.540,49 |
| 7 | 17/04/2020 | 8,98 € | 14883692 | 132.345.789,26 € | 451,5242 | 37,6270 | 3.517.307,69 |
| 8 | 16/04/2020 | 8,89 € | 8875328 | 78.990.419,20 € | 550,0802 | 45,8400 | 1.723.175,99 |
| 9 | 15/04/2020 | 8,90 € | 28546872 | 259.319.785,25 € | 444,6482 | 37,0540 | 6.998.426,12 |
| 10 | 14/04/2020 | 9,08 € | 17002056 | 154.854.726,05 € | 522,5762 | 43,5480 | 3.555.953,52 |
| 11 | 09/04/2020 | 9,11 € | 11180834 | 99.755.400,95 € | 586,7522 | 48,8960 | 2.040.153,82 |
| 12 | 08/04/2020 | 8,92 € | 17842996 | 161.407.741,82 € | 444,6482 | 37,0540 | 4.356.012,23 |
| 13 | 07/04/2020 | 9,05 € | 16990988 | 154.380.116,97 € | 623,4242 | 51,9520 | 2.971.590,22 |
| 14 | 06/04/2020 | 9,09 € | 11312452 | 102.377.690,60 € | 527,1602 | 43,9300 | 2.330.472,33 |
| 15 | 03/04/2020 | 9,05 € | 39878172 | 350.449.375,54 € | 517,9922 | 43,1660 | 8.118.640,49 |
| 16 | 02/04/2020 | 8,79 € | 17708914 | 155.307.175,78 € | 483,6122 | 40,3010 | 3.853.678,91 |
| 17 | 01/04/2020 | 8,77 € | 22069542 | 198.272.765,33 € | 632,5923 | 52,7160 | 3.761.148,15 |
| 18 | 31/03/2020 | 8,98 € | 19398420 | 168.960.238,20 € | 687,6003 | 57,3000 | 2.948.694,08 |
| 19 | 30/03/2020 | 8,71 € | 19180884 | 169.290.482,18 € | 987,8524 | 82,3210 | 2.056.466,93 |
| 20 | 27/03/2020 | 8,83 € | 22533448 | 205.189.577,49 € | 783,8643 | 65,3220 | 3.141.200,44 |
| | 26/03/2020 | 9,11 € | | | | | |
| | | | | | | Liquidez del periodo | |
| | | | | | | Media | 3.289.135,31 |
| | | | | | | Desv. Típica | 1.606.150,86 |
| | | | | | | Mediana | 2.958.855,64 |