

*Mario Bajo Traver\* y Ainhoa Diez-Caballero Pascual\*\**

# **Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA *butterflies***

## **Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA *butterflies***

*“No existe nada absoluto, todo es relativo. Por eso debemos juzgar de acuerdo con las circunstancias.”*

Dalai Lama

### RESUMEN

En tanto en cuanto se definan las operaciones de valor relativo como estrategias de inversión no correlacionadas con la dirección general del mercado, la capacidad del PCA de generar series temporales de factores de riesgo no correlacionados con el factor tendencial del mercado resulta clave para el gestor de carteras.

El presente artículo describe la aplicación de la herramienta de componentes principales en el área de operaciones de valor relativo sobre la curva de rendimientos, desde la detección de estrategias posibles de inversión hasta su implementación mediante estrategias *butterfly* ponderadas por PCA.

**Palabras claves:** análisis de componentes principales / estrategias de valor relativo / diferencial / gestión activa de carteras / renta fija / tipos de interés / factor de riesgo / curva de tipos / mariposas ponderadas por PCA.

**Código JEL:** G12

Mario Bajo Traver y Ainhoa Diez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA *butterflies*. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA *butterflies*

*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

## ABSTRACT

As long as we define relative value trades as trading strategies uncorrelated with the general direction of the market, the ability of PCA to generate time series of risk factors which are not correlated with the market trend is a key factor for the portfolio manager.

This article describes the use of the principal components tool within the scope of relative value trades on the yield curve, from the detection of possible investment strategies to their implementation through PCA-weighted butterfly strategies.

**Keywords:** principal component analysis / relative value strategies / spread / active portfolio management / fixed income / interest rate / risk factor / yield curve / PCA-weighted-butterflies.

**JEL Classification:** G12

Recibido: 14 de octubre de 2014

Aceptado: 2 de noviembre de 2014

- \* Licenciado en Ciencias Económicas por la Universidad Autónoma de Madrid. MSc en Economía por la *London School of Economics*. Actualmente es Responsable de la Unidad de Medición de Riesgos del Banco de España. Contacto: mariobajo@gmail.com
- \*\* Licenciada en Derecho y Administración de Empresas por la Universidad Pontificia Comillas de Madrid (E-3). MSc en Investigación en Economía por ICADE y Chartered Financial Analyst (CFA). Actualmente es Responsable de la Unidad de Mercados e Inversiones del Banco de España y Vicepresidenta de CFA Society Spain.

## 1. INTRODUCCIÓN

El análisis de componentes principales (*Principal Component Analysis* o *PCA*) es una técnica estadística de análisis multivariante que ha sido empleada desde hace tiempo en áreas muy diversas, entre las que se incluye el campo de las finanzas. En el área de análisis y gestión de carteras de renta fija, aunque su aplicación no está muy extendida, uno de los principales atractivos que aporta esta técnica de análisis es la de simplificar el estudio de la dinámica de la curva de rendimientos, al extraer, identificar y cuantificar un número relativamente pequeño de determinantes de la estructura temporal de tipos de interés (ETTI).

El PCA parte de un conjunto inicial de variables originales correlacionadas (como son los vértices de la curva de rendimientos) y reduce el análisis a los tres principales factores de riesgo: nivel, pendiente y curvatura, los cuales tienen, además, la característica de ser indepen-

dientes entre sí y explicar, en conjunto, la casi totalidad de la variabilidad de la ETTI<sup>1</sup>. A partir de la extracción de dichos factores de riesgo, y gracias a la ausencia de correlación entre los mismos, es posible analizar e implementar estrategias de inversión sobre alguno de estos factores aislando la exposición al resto.

En tanto en cuanto se definan las operaciones de valor relativo como estrategias de inversión no correlacionadas con la dirección general del mercado, la capacidad del PCA de generar series temporales de factores de riesgo no correlacionados con el factor tendencial del mercado resulta clave.

Dado que el primer componente principal (PC1) representa la dirección o tendencia de mercado (también conocido como *beta* o riesgo sistemático), el gestor de carteras de renta fija, con el objeto de generar valor añadido frente a su índice de referencia, puede centrarse principalmente en la identificación e implementación

**Mario Bajo Traver y Ainhoa Diez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA butterflies. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA butterflies**  
*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

de estrategias de inversión no correlacionadas con el mismo, focalizándose por lo tanto en el estudio de los otros dos factores: PC2 para estrategias de pendiente en curva (*flatteners* o *steepeners*) y PC3 para estrategias de curvatura (estrategias *butterfly*).

El presente artículo pretende describir de manera detallada la aplicación de la herramienta de componentes principales en el área de operaciones de valor relativo sobre la curva de rendimientos, desde la detección de estrategias posibles de inversión hasta su implementación mediante estrategias *butterfly* ponderadas por PCA.

## 2. PROCESO DE ANÁLISIS E IMPLEMENTACIÓN DE OPERACIONES DE VALOR RELATIVO MEDIANTE PCA

Tal y como hemos definido, las estrategias de valor relativo son aquellas que tratan de generar valor añadido en la gestión de carteras de renta fija aprovechando

desajustes o irregularidades temporales en la forma de la curva de tipos de interés (ETTI), mediante el establecimiento de estrategias de inversión que queden aisladas respecto de los movimientos generales de los tipos de interés o, lo que es lo mismo, la dirección del mercado.

Aunque a primera vista pueda parecer una tarea sencilla, inmunizar una estrategia de inversión del factor tendencial del mercado es complejo, dado que en la práctica la curva de rendimientos se desplaza mediante movimientos no paralelos: los cambios en el nivel van siempre acompañados de un cierto grado de variación de pendiente y curvatura. En la medida en que el análisis de PCA nos permite generar factores de riesgo incorrelacionados entre sí, esta labor se ve simplificada sustancialmente.

A continuación se expone el proceso a seguir para la aplicación de la técnica de componentes principales en el análisis de estrategias de valor relativo centradas en operaciones sobre curvatura, e implementadas a través de estrategias *butterfly*.

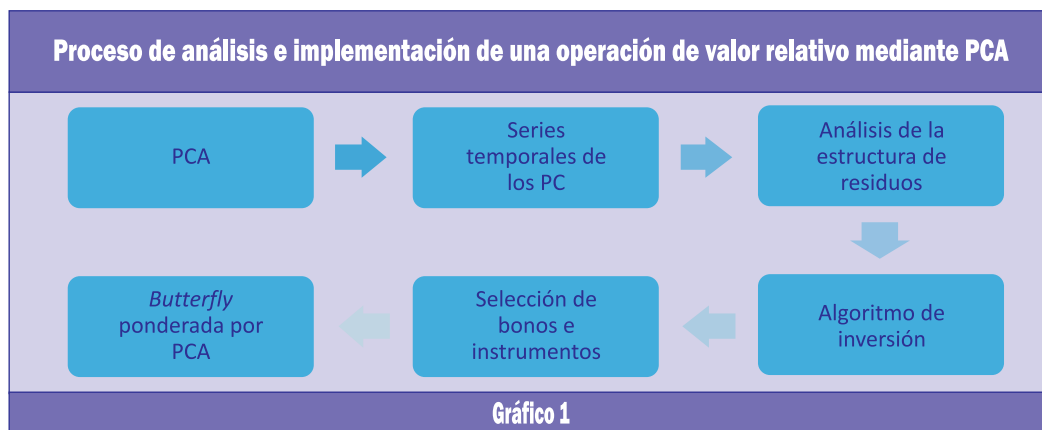


Gráfico 1

Fuente: *Elaboración propia*

- **Análisis de Componentes Principales.** El primer paso consiste en llevar a cabo el análisis de componentes principales sobre la curva de tipos de interés, seleccionando la periodicidad y número de observaciones deseado, y obteniendo los autovalores y autovectores correspondientes.
- **Evolución temporal de los componentes principales.** Una vez realizado el PCA, se lleva a cabo un primer análisis visual de las series temporales de los distintos componentes seleccionados, con el objeto de detectar sobre qué factor de riesgo se puede actuar con una mayor probabilidad de éxito y qué

Mario Bajo Traver y Ainhoa Díez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA *butterflies*. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA *butterflies* *Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

momento parece más adecuado para llevar a cabo dicha estrategia.

- **Análisis de la estructura de residuos.** Tras seleccionar el factor de riesgo sobre el que se quiere actuar (por ejemplo PC3 o curvatura), en un siguiente paso se analiza la estructura de residuos obtenidos para seleccionar, de entre todos los vencimientos empleados en el PCA, qué vértices en particular de la curva son los más adecuados y, por lo tanto, sobre los que se debería implementar la estrategia de inversión.
- **Definición de reglas o algoritmos de inversión.** A menudo se detectarán irregularidades en la estructura de los tipos de interés, lo cual implica que casi siempre se obtendrá del PCA una estructura determinada de residuos positivos y negativos. Sin embargo, esto no significa que siempre tenga sentido llevar a cabo la estrategia planteada, ni desde el punto de vista económico ni desde el punto de vista del momento adecuado de implementación. Así, es necesario establecer una serie de criterios de inversión que determinen la idoneidad de llevar a cabo dicha estrategia, en términos temporales y económicos. Dichos criterios de inversión se han de materializar en un algoritmo o conjunto de reglas de inversión compuesto principalmente por variables estadísticas, que tratan de capturar la reversión del diferencial a la media, y por indicadores técnicos de momento de mercado.
- **Selección de bonos e instrumentos.** Llegado este punto, el gestor ha de seleccionar los bonos o instrumentos (futuros, *swaps*, etc.) más adecuados dentro de cada tramo temporal seleccionado, ya que el PCA se suele llevar a cabo empleando series históricas de bonos genéricos a efectos de poder utilizar series suficientemente largas. Asimismo, el gestor ha de tener en cuenta qué bonos tiene ya en cartera así como aquellos instrumentos que desde un punto de vista de *carry* y *roll-down* se encuentran cotizando caros o baratos, para llevar a cabo la estrategia con los valores más idóneos.
- **Butterfly ponderada por PCA.** Basándose en los resultados obtenidos del PCA, a continuación se procede a calcular los pesos de los bonos que constituyen la *butterfly*. Con dicha estrategia, se pretende aislar la posición adoptada frente a los otros fac-

tores de riesgo frente a los cuales el gestor no quiere asumir una posición: nivel y pendiente.

### 3. DETECTANDO ESTRATEGIAS DE VALOR RELATIVO: UNA PRIMERA APROXIMACIÓN

El primer paso para identificar distintas estrategias de inversión sobre la curva de rendimientos consiste en la inspección visual de la evolución temporal de los tres primeros componentes principales generados por el PCA.

El objetivo es doble: por un lado, se pretende analizar el comportamiento de los factores en busca de patrones estadísticos y, por otro, detectar desviaciones respecto a su media que puedan ser aprovechadas por el gestor asumiendo la existencia de un proceso de reversión a la media de dicho factor, siempre y cuando la velocidad de reversión haga que la posición adoptada pueda mantenerse si el diferencial evoluciona de manera contraria.

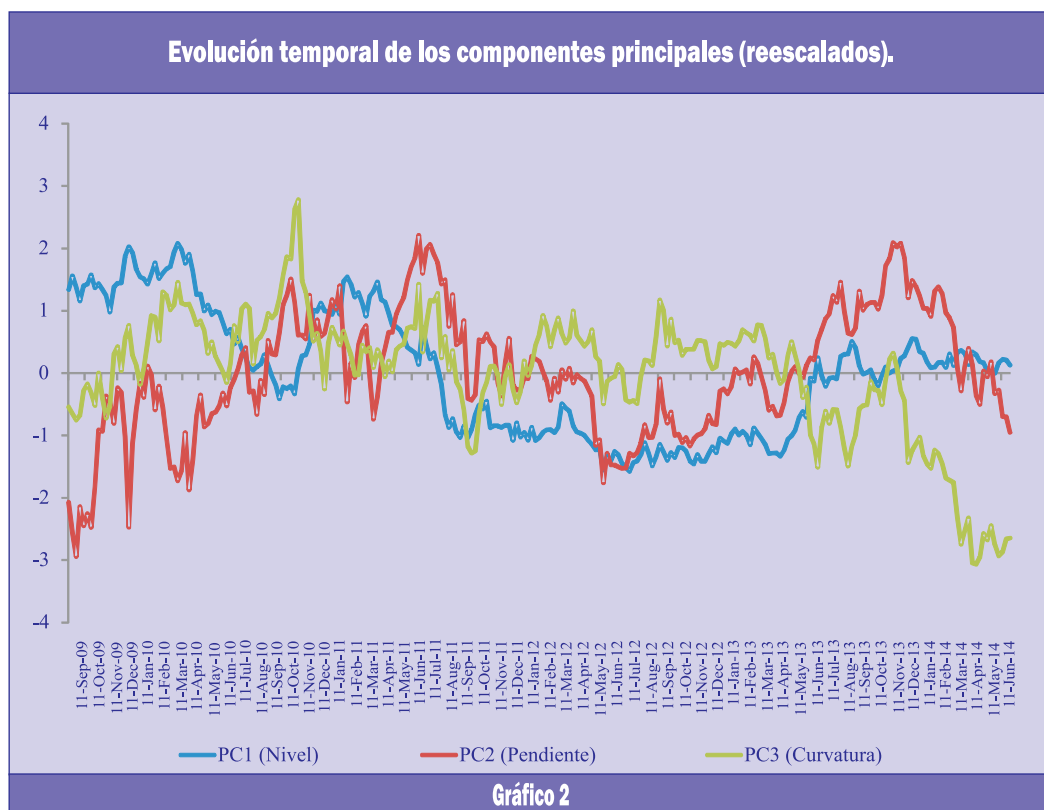
A continuación, se toman datos semanales de los tipos de interés de la curva de Tesoros estadounidense durante un periodo de cinco años (hasta principios de junio de 2014), y se lleva a cabo el análisis de componentes principales sobre dichas series de rendimientos. Los vencimientos oscilan entre 2 y 10 años para ser consistentes con la política de inversión de la cartera de renta fija. El gráfico 2 muestra la evolución temporal de los tres primeros componentes principales reescalados<sup>2</sup> derivados del análisis.

Como se aprecia en el gráfico 2, el primer componente principal se encuentra cerca de su media histórica por lo que desde un punto de vista estadístico<sup>3</sup> no estaría muy justificado apoyar estrategias direccionales. Por el contrario, tanto el segundo como el tercer componente principal (PC2 y PC3) se encuentran relativamente alejados de su media; no obstante, el componente de curvatura se encuentra más alejado visualmente que el de pendiente y muestra una velocidad de reversión a la media mucho mayor por lo que, en este caso, una estrategia de curvatura (*butterfly trade*) neutral a PC1 y PC2, sería una posible candidata como estrategia de valor relativo.

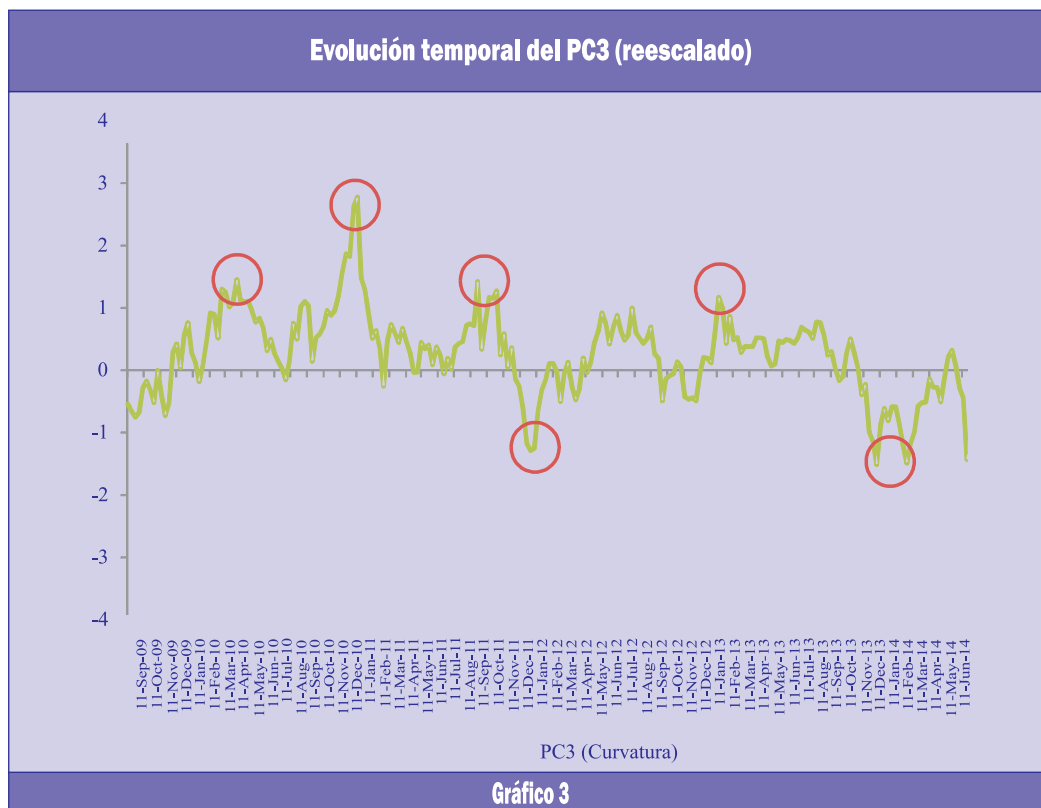
Recordemos que un *butterfly trade*<sup>4</sup> es una estrategia de inversión compuesta por la combinación de una posi-

ción *barbell* (las alas de la mariposa o *wings*) y una posición *bullet* (el cuerpo o *body*). De forma sencilla, una *butterfly* puede entenderse como una operación en donde vendemos (compramos) un bono con un determinado vencimiento para comprar (vender) simultáneamente una cartera compuesta por dos bonos distintos, el primero de ellos con un vencimiento menor y el segundo con un vencimiento mayor.

El gráfico 3 muestra la evolución temporal del tercer componente principal así como aquellos momentos del tiempo en que probablemente se hayan podido establecer estrategias de inversión en términos de curvatura durante los últimos cinco años, es decir, en los que el tercer componente presenta desviaciones relevantes respecto a su media.



Fuente: *Elaboración propia*



Fuente: *Elaboración propia*

#### 4. SELECCIÓN DE LOS VÉRTICES DE LA CURVA DE RENDIMIENTOS DE RESIDUOS

Tras determinar que se quiere actuar sobre la curvatura, el siguiente paso es concretar la estrategia *butterfly* mediante la selección de los vértices más idóneos. No olvidemos que el tercer componente principal representa el factor de riesgo de curvatura de la ETTI de una forma genérica, sin dar información detallada sobre qué puntos concretos de la curva hay que emplear.

Para solucionar este problema se emplea el análisis de residuos, el cual se apoya en el cálculo del valor teórico

de los tipos de interés derivados del PCA. De la misma manera en que un análisis de regresión genera un valor teórico o *fair value* (situado sobre la recta de regresión), que puede ser empleado como herramienta de análisis de valor relativo mediante el estudio de los residuos, el PCA también produce un valor ajustado para las variables analizadas, que puede emplearse con este mismo fin de una manera análoga. Recordemos que el PCA es una técnica que transforma la base de la matriz de varianzas y covarianzas sin introducir ningún tipo de proceso estocástico, de manera que partiendo de  $p$  variables iniciales ( $x_1, x_2, \dots, x_p$ ) obtenemos como resultado  $p$  componentes princi-

pales ( $y_1, y_2, \dots, y_p$ ) no correlacionados entre sí, y que se definen como una combinación lineal de todas y cada una de las variables iniciales.

La observación  $n$ -ésima del primer componente principal, por lo tanto, se definirá como:

$$y_{1n} = a_{11}x_{1n} + a_{12}x_{2n} + \dots + a_{1p}x_{pn}$$

De la misma manera, es posible expresar las variables iniciales (tipos de interés) en función de los autovectores y de los componentes principales (factores de riesgo). La observación  $n$ -ésima de la primera variable se definirá como:

$$x_{1n} = a_{11}y_{1n} + a_{21}y_{2n} + \dots + a_{p1}y_{pn}$$

En nuestro análisis para el mercado de renta fija, habitualmente se selecciona un número de componentes principales  $k$  inferior al número de variables empleadas ( $k < p$ ), por lo que, podemos incluir artificialmente en el modelo un residuo ( $\varepsilon_{1n}$ ) de manera que:

$$x_{1n} = a_{11}y_{1n} + a_{21}y_{2n} + \dots + a_{k1}y_{kn} + \varepsilon_{1n}$$

El residuo, por tanto, quedará definido como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1n} &= (x_{1n} - x_{1n}^*) \\ \text{en donde: } x_{1n}^* &= a_{11}y_{1n} + a_{21}y_{2n} + \dots + a_{k1}y_{kn} \\ \varepsilon_{1n} &= a_{k+1,1}y_{k+1,n} + a_{k+2,1}y_{k+2,n} + \dots + a_{p1}y_{pn} \end{aligned}$$

Ahora el modelo determinista de  $p$  factores se asemeja a un modelo estocástico de  $k$  factores más un término de error, en donde el residuo del modelo se define como el valor actual de la variable menos el valor ajustado basado en  $k$  factores.

Si además los autovalores decaen rápidamente, se cumple que:

$$\varepsilon_{1n} = a_{k+1,1}y_{k+1,n}$$

Por lo que, para cada una de las variables iniciales, el residuo del factor  $k$  equivale aproximadamente al factor  $(k+1)$  multiplicado por el autovector  $(k+1)$ . Por lo tanto, el residuo del componente principal  $k$  es relevante cuando el factor  $k+1$  es elevado en valor absoluto, información ésta que

arroja pistas al gestor acerca de posibles candidatos para llevar a cabo estrategias de inversión de valor relativo.

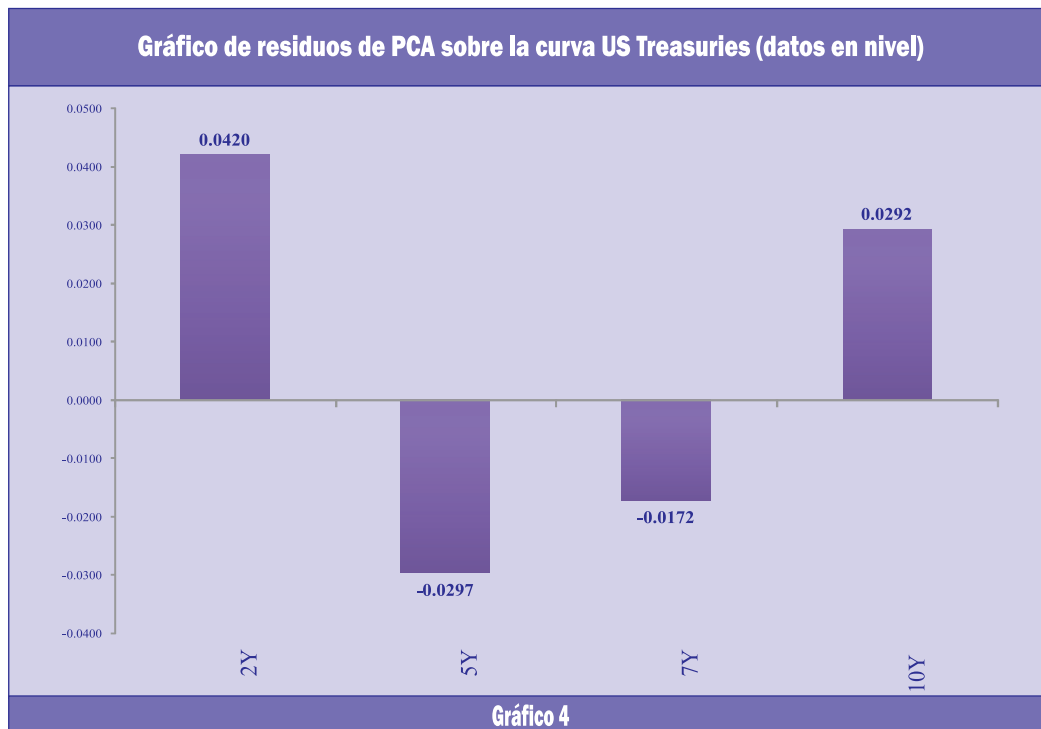
De esta manera, si analizamos una curva de rendimientos (sin riesgo de crédito) mediante PCA, podemos considerar exclusivamente los tres primeros componentes principales y tratar el resto de factores como un residuo estocástico del modelo. Esta estructura factorial significa en la práctica que, estudiando tan solo tres factores no correlacionados, el gestor puede monitorizar los movimientos más relevantes del mercado de una manera sencilla y estructurada.

La idea subyacente es que los *outliers* en la estructura de residuos pueden transformarse en estrategias de inversión al representar precisamente las diferencias existentes entre las rentabilidades de mercado y las rentabilidades teóricas o ajustadas por PCA dado que, con tan sólo tres factores, se explica prácticamente el 100% de la variabilidad de la ETTI.

En el caso de estrategias sobre curvatura se analiza la estructura de los residuos del modelo de dos factores. Dichos residuos contienen la información correspondiente al tercer factor de riesgo (PC3), que previamente hemos definido como el efecto de curvatura, el cual incluye además el componente de nivel y pendiente implícito en las variaciones de curvatura y no incluido en los componentes PC1 y PC2.

Tal y como se ha definido, un residuo positivo indicará que la TIR actual de mercado de un bono es superior a la TIR teórica derivada del modelo PCA, por lo que se concluye que dicho activo está cotizando “barato” frente a su nivel teórico; y viceversa, un residuo negativo será indicativo de que dicho activo se encuentra cotizando “caro” con una TIR menor a la derivada del PCA.

A continuación, se va a desarrollar un caso práctico mediante la implementación de una estrategia real de inversión en curvatura. Para ello, se supone que el gestor se encuentra en uno de los puntos detectados previamente en el análisis como posible candidato a constituirse como operación de valor relativo (ver gráfico 3). Concretamente, se selecciona el 14/Sep/12 como punto de partida y, a partir de esa fecha, se analizará la evolución de dicha estrategia durante los periodos siguientes (*out-of-sample*)<sup>5</sup>.



Fuente: *Elaboración propia.*

A continuación se calculan los residuos del modelo que servirán de base para el diseño de la estrategia. El gráfico 4 muestra dichos residuos obtenidos tras la aplicación de PCA sobre la curva de rentabilidades de Tesoros estadounidense, tomando los dos primeros factores ( $k=2$ ) y empleando una ventana de tres años (sep-2009 a sep-2013).

La estructura de residuos muestra las diferencias entre las rentabilidades actuales de mercado y las rentabilidades derivadas del PCA, detectando aquellos puntos de la curva en donde el mercado se encuentra cotizando con una TIR superior o inferior a su TIR teórica, es decir, aquellos tramos de la curva baratos o caros, respectivamente.

Atendiendo al análisis de la estructura de residuos mostrada en el gráfico 4, una operación potencial sería una estrategia *butterfly* +2/-5/+10, en donde adoptaríamos una

posición *barbell* larga comprando la zona del 2Y y del 10Y y una posición *bullet* corta vendiendo la zona del 5Y, jugando así al beneficio derivado de la desviación de estos tres vértices con respecto a su valor teórico.

## 5. REGLAS DE INVERSIÓN Y ANÁLISIS DE REVERSIÓN A LA MEDIA DEL DIFERENCIAL

Hasta ahora se ha empleado exclusivamente un análisis visual para determinar posibles puntos de entrada en una estrategia de valor relativo en curva. Sin embargo, el gestor ha de emplear una metodología más metódica y menos subjetiva para determinar si llevar a cabo o no una determinada estrategia de inversión, en términos del diferencial cotizado y del momento de entrada en la operación más adecuado. Para ello es aconsejable



establecer una serie de reglas de inversión basadas en criterios cuantitativos que garanticen que la estrategia es potencialmente rentable y que complemente a los criterios puramente subjetivos.

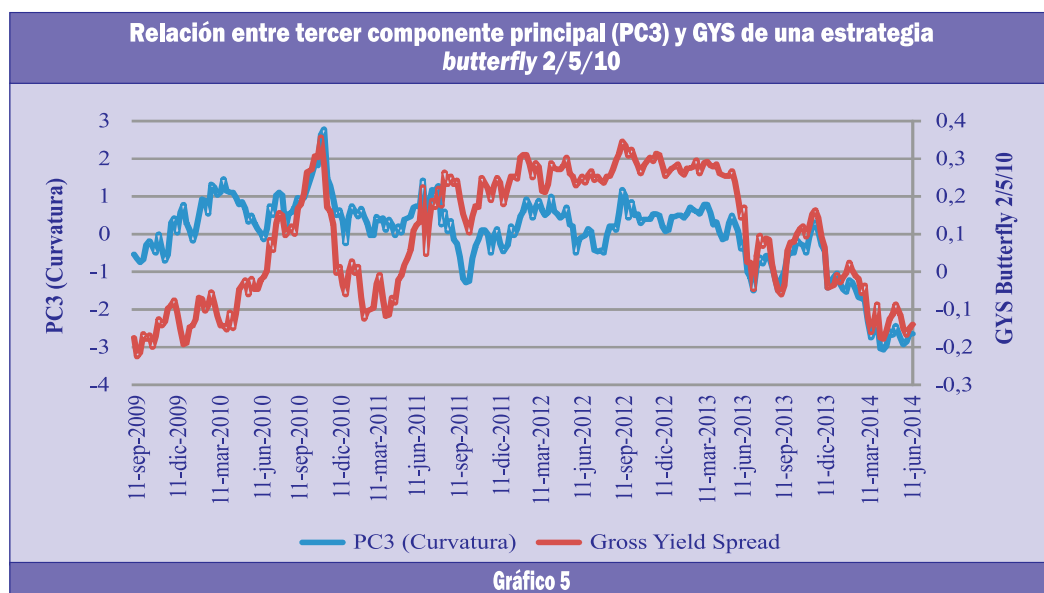
Recordemos que el PCA ha servido para determinar qué factor de riesgo es el más adecuado para llevar a cabo una estrategia, y el consiguiente análisis de residuos desvela aquellos vértices sobre los cuales la operación puede arrojar un diferencial más elevado. No obstante, si el gestor lleva a cabo un recálculo periódico del PCA (por ejemplo un *rolling* de 3 años con observaciones semanales), los autovectores, autovalores y series históricas de los componentes principales irán variando en el tiempo. Además, el componente principal (PC3 en este caso) refleja el concepto de curvatura sin especificar qué tipos de interés en concreto constituyen la estrategia.

Por lo tanto, para poder aplicar una serie de criterios cuantitativos durante el periodo muestral considerado y poder hacer un seguimiento de dicha estrategia a partir del momento de su implementación, tomamos como variable a analizar el *gross yield spread*<sup>6</sup> (GYS) de la posición en curvatura o *butterfly* generada a partir de los

tramos temporales seleccionados en el análisis de residuos. Dicha variable tiene la virtud de que su ponderación no varía a lo largo del tiempo y constituye una métrica homogénea de estrategia, independientemente del momento temporal considerado.

El análisis de la serie temporal del GYS de la *butterfly* servirá para:

- Determinar si la desviación respecto a su media es o no suficiente para tomar la decisión de llevar a cabo la estrategia, en términos del nivel de *spread* y momento de entrada.
- Estimar el periodo medio de reversión a su media a largo plazo, la velocidad de dicha convergencia a su media y el tiempo medio estimado.
- Ayudar a establecer, si el gestor así lo estima oportuno, los niveles en donde cerrar la posición abierta, ya sea porque la estrategia ha generado beneficios y se alcanza un cierto nivel de *profit-taking* o, en caso contrario, cuando el mercado ha ido en contra de la posición adoptada y se decide cerrar al tocar un determinado nivel de *stop-loss*.



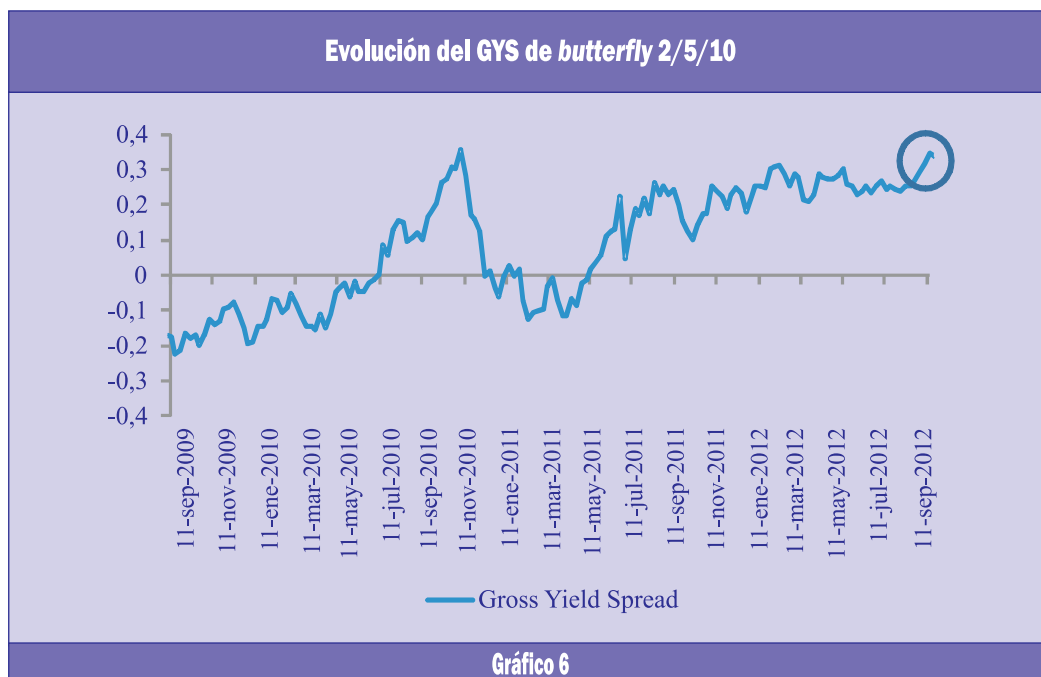
Fuente: *Elaboración propia.*

**Mario Bajo Traver y Ainhoa Díez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA butterflies. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA butterflies**  
*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

El gráfico 5 representa la evolución temporal del GYS de una *butterfly* 2/5/10 junto al tercer componente principal (PC3) desde septiembre de 2009 hasta junio de 2014.

Continuando con el ejemplo iniciado anteriormente, supongamos que el gestor ha llevado a cabo el análisis

de componentes principales en septiembre del 2012. Seguidamente, el gestor calcula la serie temporal del GYS de la *butterfly* 2/5/10 resultante del análisis de residuos empleando el mismo periodo muestral que se usó para el cálculo del PCA.



Fuente: *Elaboración propia.*

De la misma forma que ocurría al analizar la evolución temporal del PC3, la estrategia parece interesante a priori, al estar el GYS por encima de su media. Sin embargo, en este punto se hace necesario establecer una serie de criterios cuantitativos basados en el concepto de reversión a la media del diferencial de la *butterfly*. De este modo, para determinar que el momento de entrada en la estrategia *butterfly* es el adecuado se emplearán una serie de reglas de inversión que tratan de capturar y modelizar la tendencia del diferencial o GYS a revertir a su media.

La reversión a la media es un concepto clave en el análisis de valor relativo. Muchas variables financieras y, en especial, el diferencial de tipos de interés de una estrategia en curva como son las pendientes y, en mayor medida, la curvatura, tienden a regresar a su valor medio a largo plazo. De esta manera, cada desviación sucesiva respecto a la media a largo plazo aumenta la probabilidad de que el siguiente movimiento sea de reversión a su nivel tendencial, convirtiéndose en posible oportunidad de inversión para el gestor.

**Mario Bajo Traver y Ainhoa Diez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA *butterflies*. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA *butterflies***  
*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

Para analizar la tendencia del proceso de reversión a la media del GYS nos centraremos en dos herramientas: el *z-score* y el proceso de Ornstein-Uhlenbeck. No obstante, el gestor puede emplear cualquier otra técnica o indicador que considere útil a tal efecto, con el único requisito fundamental de que los criterios de entrada queden claramente definidos a priori para evitar entrar en operaciones sin un objetivo predefinido, imparcial y coherente.

### i) *Z-score*

El *z-score*<sup>7</sup> representa el número de desviaciones típicas que una observación se encuentra alejada de su media muestral. Si se asume que la variable original sigue una distribución  $N(\mu, \sigma)$ , la variable estandarizada sigue por lo tanto una distribución normal estándar  $N(0,1)$  a partir de la cual es posible determinar la probabilidad de reversión a la media.

## Z-score y probabilidad de reversión del GYS calculado a 6 meses

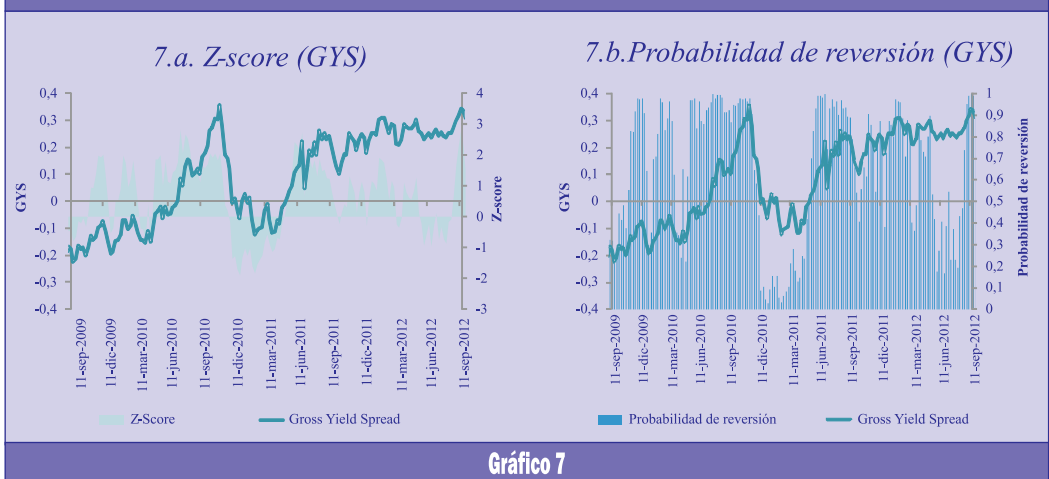


Gráfico 7

Fuente: *Elaboración propia.*

El gráfico 7 muestra el *z-score* y la probabilidad de reversión asociada del GYS de la *butterfly* 2-5-10, tomando observaciones semanales en ventanas *rolling* de 26 semanas. Es el gestor el que ha de definir los umbrales o *thresholds* a partir de los cuales considera que el GYS se encuentra cotizando en niveles suficientemente atractivos. En la fecha de análisis, el GYS es de 34pb, con un *z-score* de 2,84x y una probabilidad de reversión del 99,77%, lo cual parece indicar que el diferencial se encuentra en valores muy alejados de su media a largo plazo y es probable que revierta su movi-

miento comenzando un proceso de estrechamiento del *spread*.

### ii) Proceso de Ornstein-Uhlenbeck

Al analizar el proceso de reversión a la media del diferencial de la estrategia, es conveniente completar el análisis del *z-score* con alguna otra metodología que nos confirme que dicho proceso de reversión es probable y que permita además estimar la velocidad y el tiempo de

dicho proceso, de manera que el gestor pueda poner en relación el plazo previsto de reversión con su horizonte temporal de inversión y el nivel de ganancias y pérdidas que quiera asumir (en caso de que la estrategia no evolucione como se esperaba).

Uno de los modelos más empleados para analizar un proceso de reversión a la media es la técnica de **Orstein-Uhlenbeck** (O-U), la cual es frecuentemente utilizada para modelizar tipos de interés, diferenciales, tipos de cambio, precios de materias primas y modelos de *pairs trading*, en donde se produce una reversión a la media de la variable en cuestión.

El proceso de Orstein-Uhlenbeck<sup>8</sup> consiste en una ecuación diferencial estocástica, en donde “ $S_t$ ” (GYS de la *butterfly* en nuestro caso) se define como:

$$ds = \lambda(\mu - s_t)dt + \sigma dW_t$$

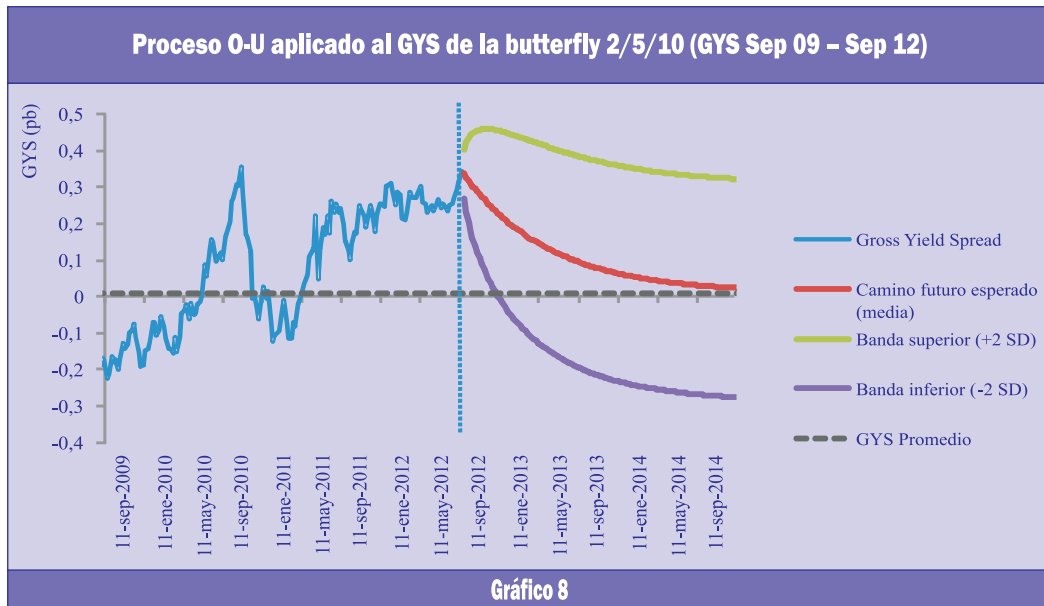
En donde:

- $\mu$  = media a largo plazo a la cual el proceso tiende a revertir
- $\lambda$  = parámetro que mide la velocidad de reversión ( $\lambda > 0$ )
- $\sigma$  = parámetro que mide la volatilidad del proceso ( $\sigma > 0$ )
- $W_t$  = movimiento browniano, de manera que

$$dw_t \sim N(0, \sqrt{dt})$$

El modelo indica que la siguiente variación en el diferencial es de dirección opuesta en signo a la desviación del *spread* frente a su media a largo plazo, con una magnitud que es proporcional a dicha desviación.

Un concepto muy importante dentro del proceso de O-U es el de “*half-life*” (H). Podemos definir el *half-life* de la variable S como el tiempo necesario para que el valor esperado de S(t) alcance el valor intermedio entre el valor actual S(0) y la media  $\mu$  a la cual la variable S converge en el largo plazo. Así, el factor H proporciona una idea del grado de “lentitud” de un proceso de reversión a la media, siendo una interpretación alternativa al parámetro de velocidad de reversión  $\lambda$ <sup>9</sup>.



Fuente: *Elaboración propia.*

**Mario Bajo Traver y Ainhoa Diez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA butterflies. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA butterflies**  
*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

Valores estimados de los parámetros del proceso O-U sobre el GYS		
<i>Spread</i> medio estimado	s	0,00979
Velocidad estimada de reversión	$\lambda$	0,02656
Sigma estimada	$\sigma$	0,00119
<i>Half-life</i> estimado	H	25,8
Tiempo para convergencia 90%		85,6

**Tabla 1**

Fuente: *Elaboración propia.*

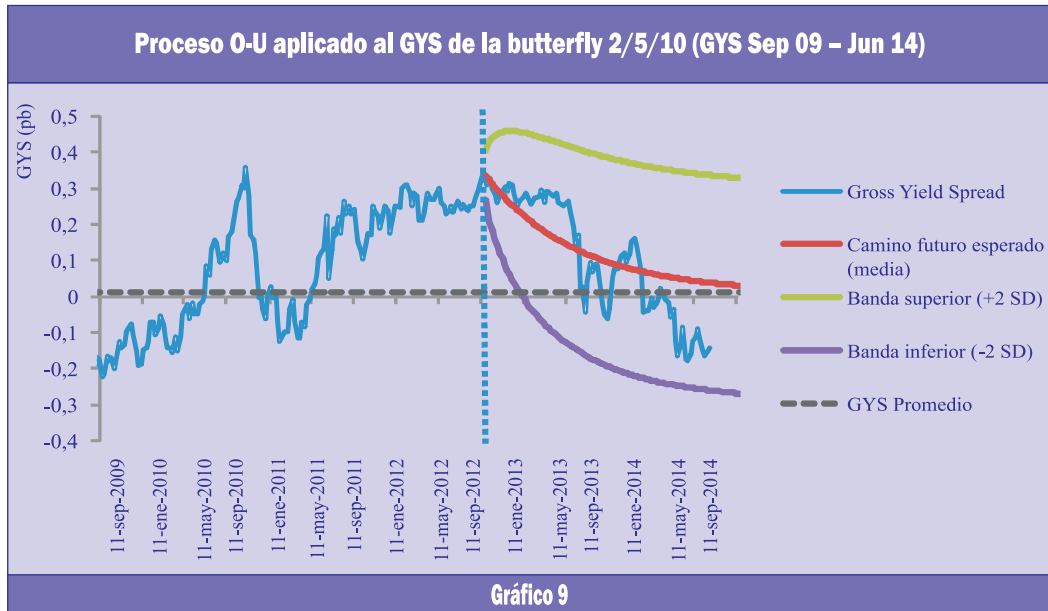
La tabla 1 muestra los resultados obtenidos de la aplicación del proceso de O-U a la serie temporal del GYS de la *butterfly* 2/5/10 que hemos determinado como posible estrategia de inversión. El gráfico 8 muestra el *path* medio estimado de la evolución del diferencial así como dicho camino medio con una variación de +/- dos desviaciones típicas. De los resultados de la tabla 1 se puede observar como la media a largo plazo del GYS tiene un valor aproximado de cero, con una velocidad de 0,026 y un *half-life* de 25,8 semanas, periodo medio necesario para que el diferencial a fecha de cálculo (sept. 12) se reduzca desde su valor actual al punto intermedio entre dicho valor y su media a largo plazo, es decir, el GYS tardaría unos 6 meses en reducirse de 34pb a 17pb. Dado que S tiende a la media de forma exponencial, el 90% de dicha convergencia se produciría tras 86 semanas.

Los resultados obtenidos a través del proceso O-U parecen apoyar, al igual que ocurría con el *z-score* y la probabilidad de reversión asociada, la idea del gestor de que el diferencial probablemente inicie un proceso de reversión a la media, y dicha tendencia en la reducción del *spread* es precisamente a lo que está apostando el gestor con la implementación de la estrategia *butterfly*. El gráfico 9 muestra la evolución real del GYS junto al *path* medio derivado del proceso de O-U desde septiembre de 2012 hasta junio de 2014.

En este caso, el diferencial efectivamente comienza un proceso de convergencia a la media a largo plazo, aunque la velocidad real de reversión no coincide con la velocidad estimada a priori. Entre septiembre de 2012 y mayo de 2013, el GYS presenta una mayor lentitud en el proceso de reversión, para posteriormente converger más rápido de lo previsto por el *path* medio.

Tomando como dato inicial la fecha de análisis del PCA (14/sep/12), el valor del *half-life* de 26 semanas indica que alrededor del 15/mar/13 el diferencial debería estar en torno a 17pb cuando el GYS cotizado es de 28pb. En este caso concreto, el *spread* tarda 42 semanas en converger a su valor promedio.

No obstante, es el propio gestor quien ha de definir durante cuánto tiempo y hasta que nivel desea mantener la posición abierta<sup>10</sup>, es decir, ha de operar en base a unos niveles predefinidos de toma de beneficios (*profit taking*) o cierre de pérdidas (*stop-loss*). El proceso O-U puede ayudar en esta tarea. A modo de ejemplo, la banda superior (*path* medio + 2 desviaciones típicas) puede servir para fijar un nivel de salida si el diferencial de la *butterfly* continúa subiendo y la estrategia comienza a generar pérdidas o, por el contrario, si tras N veces el *half-life* el *spread* aún no ha revertido al valor esperado, el gestor podría pensar que quizá se ha producido un



Fuente: *Elaboración propia.*

cambio de régimen y que el modelo calibrado de reversión ya no tiene validez, o que al menos el *spread* tiene ahora una media a largo plazo distinta de la inicial. En este último caso, si el diferencial de la *butterfly* no converge a la velocidad esperada pero tampoco aumenta generando pérdidas, el gestor puede decidir mantener la posición abierta ya que va devengando periódicamente en su cuenta de resultados el *yield-pick up* contratado al comienzo de la operación.

Tal y como apuntábamos anteriormente, el análisis de reversión a la media con herramientas estadísticas puede ser complementado con indicadores de **análisis técnico** que tratan de capturar el momento de mercado, como pueden ser las bandas de Bollinger o el RSI.

Sin entrar en profundidad en una explicación detallada, podemos recordar que las **bandas de Bollinger** son indicadores empleados en análisis técnico que envuelven la serie temporal de la variable en cuestión y se calculan a partir de una determinada media móvil sobre esos datos

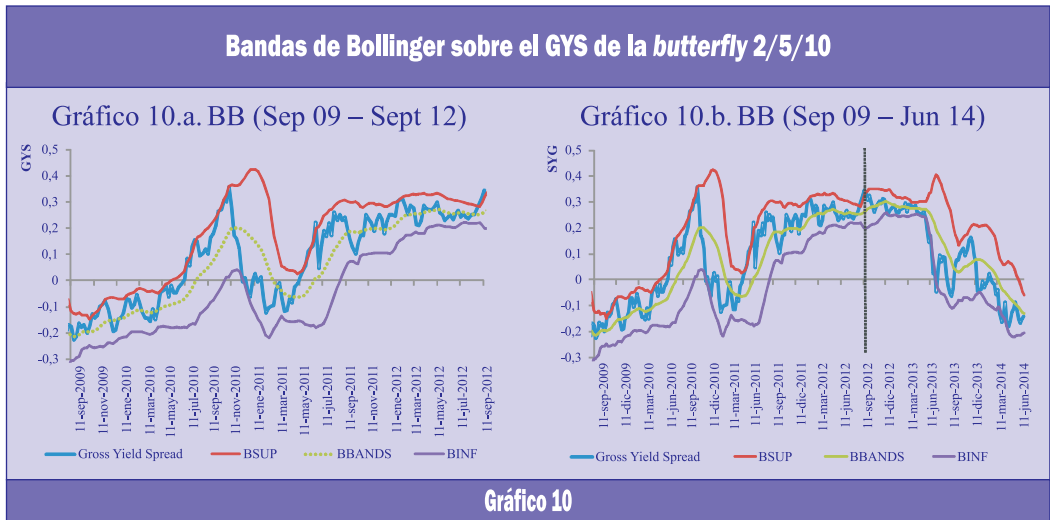
originales. A dicha media móvil (de un determinado tipo y calculada a un determinado periodo) se le suma y resta un cierto número de desviaciones típicas, habitualmente dos.

Llegado este punto sí merece la pena señalar que, a pesar de que el consenso de mercado es calcular la mayor parte de indicadores técnicos con una serie de parámetros preestablecidos (2 sigmas en las bandas de Bollinger, 14 periodos en el cálculo del RSI, etc.), lo más aconsejable es parametrizar todos los campos de manera que el indicador capture lo mejor posible la dinámica del activo en cuestión.

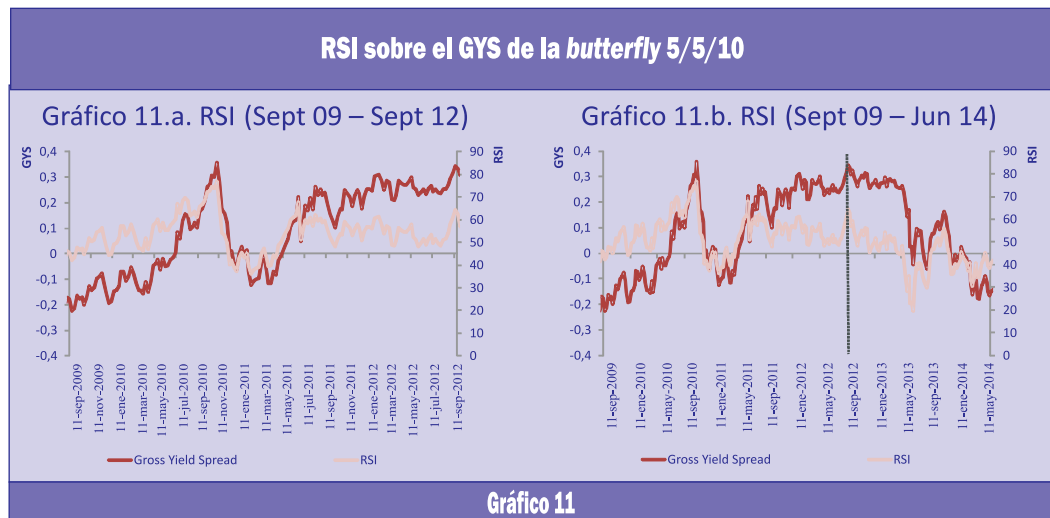
La distancia entre las bandas superior e inferior, igual al número total de desviaciones típicas, sirve como medida de la volatilidad de la variable y para establecer momentos de entrada y salida en estrategias de inversión. La interpretación más sencilla es que cuando la variable (el GYS en nuestro caso) sobrepase las bandas será una señal de que el mercado está sobrecomprado (si lo hace por arriba) o sobrevendido (si lo hace por abajo),

adoptando así la posición contraria de venta o de compra. El gráfico 10 incluye la evolución de nuestro diferencial desde un punto de vista técnico hasta la fecha de entrada en la operación, septiembre del 2012 (gráfica de

la izquierda), encontrándose por encima de dos desviaciones típicas respecto a su media, y hasta junio del 2014 (gráfico de la derecha), donde se aprecia cómo ha variado a lo largo del tiempo.



Fuente: *Elaboración propia.*



Fuente: *Elaboración propia.*

**Mario Bajo Traver y Ainhoa Díez-Caballero Pascual: Aplicaciones prácticas del Análisis de Componentes Principales en Gestión de Carteras de Renta Fija (III): Estrategias de valor relativo mediante el Análisis de Componentes Principales: PCA butterflies. Practical applications of Principal Component Analysis in Fixed Income Portfolio Management (III): Relative value strategies and Principal Component Analysis: PCA butterflies**  
*Análisis Financiero*, n.º 126. 2014. Págs.: 106-125

El **RSI o indicador de fuerza relativa** es un indicador técnico de tipo oscilador muy empleado ya que es relativamente fácil de interpretar. Con él se trata de calcular la fuerza en la evolución del precio (diferencial en nuestro caso) mediante la comparación de los movimientos al alza o a la baja de los sucesivos datos de cierre. Cuando el RSI alcanza niveles por encima de 70 hay que interpretar que el activo está sobrecomprado y el gestor debería plantearse vender; por el contrario, sobrevendido si el nivel es inferior a 30 donde la estrategia a seguir sería la de compra. El gráfico 11 demuestra cómo el diferencial se encontraba sobrecomprado y de hecho a la derecha se aprecia un comportamiento hacia el extremo contrario.

### 6. ESTRATEGIA BUTTERFLY PONDERADA POR COMPONENTES PRINCIPALES (PCA WEIGHTED BUTTERFLY)

Tras determinar la idoneidad del momento de entrada y los tramos temporales óptimos, el siguiente paso consiste en seleccionar los activos financieros concretos que constituyen la estrategia *butterfly*, así como los importes nominales necesarios.

Suponiendo que operamos con instrumentos de contado, varios son los enfoques que se pueden utilizar para la elección de los bonos a incluir en la estrategia. En este ejemplo se emplea un análisis de *carry* y *roll down*, de especial utilidad cuando el gestor no posee una visión concreta acerca de la evolución de la curva de rendimientos en el futuro, o cuando el mercado se encuentra en un entorno de baja volatilidad.

Situándonos en septiembre del 2012, para los tramos elegidos se seleccionan los siguientes *Treasuries* del gobierno estadounidense, en función de su *rolling yield*: T 0.5% 10-14, T 1.875% 09-17 y T 1.625% 08-22.

En cuanto a las ponderaciones concretas, existen muchas maneras diferentes de diseñar una estrategia *butterfly*, compartiendo todas ellas por lo general la peculiaridad de ser neutrales en duración, es decir, neutrales a los movimientos direccionales de mercado. El PCA permite diseñar una estrategia de inversión inmune a variaciones de nivel y pendiente, lo que facilita al gestor la posibilidad

de apostar únicamente por las variaciones en el grado de concavidad de la curva de rendimientos, que es el objetivo último de esta estrategia de valor relativo.

Partimos definiendo las siguientes variables:

- $N_S$  = Nominal del bono S (zona corta o menor vencimiento)
- $N_L$  = Nominal del bono L (zona larga o mayor vencimiento)
- $N_M$  = Nominal del bono M (zona central)
- $a_{i,S}$  = Elemento del autovector  $i$  ( $i=1,2,3$ ) del bono S
- $a_{i,M}$  = Elemento del autovector  $i$  ( $i=1,2,3$ ) del bono M
- $a_{i,L}$  = Elemento del autovector  $i$  ( $i=1,2,3$ ) del bono L
- $D_M$  = Duración modificada del bono M
- $P_i$  = Precio sucio del bono  $i$ , siendo éste el precio cotizado más el cupón corrido
- $E_i$  = Efectivo del bono  $i$ . ( $E_i = N_i \cdot P_i / 100$ )
- $Y_i$  = Rentabilidad del bono  $i$  (TIR)
- $PVBP_i$  = Valor en precio de 1 punto básico del bono  $i = E_i \cdot D_i \cdot 0,01\%$

El objetivo último al establecer los importes nominales es minimizar la correlación entre la estrategia y la variación en nivel y pendiente de la curva. Así, para construir la *butterfly* ponderada por PCA partimos de un importe nominal dado en el cuerpo de la *butterfly* ( $N_M$ ), e imponemos dos condiciones:

1. Que la estrategia no tenga impacto sobre el retorno de la cartera ante movimientos de nivel de la curva (PC1).
2. Que la estrategia no tenga impacto sobre el retorno de la cartera ante cambios en la pendiente de la curva no incluidos en PC1 (PC2).

De esta manera, obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas en donde resolvemos para  $N_S$  y  $N_L$ :

$$PC1 \Rightarrow PVPB_S a_{1,S} N_S + PVPB_L a_{1,L} N_L = -PVPB_M a_{1,M} N_M$$

$$PC2 \Rightarrow PVPB_S a_{2,S} N_S + PVPB_L a_{2,L} N_L = -PVPB_M a_{2,M} N_M$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} PVPB_S a_{1,S} & PVPB_L a_{1,L} \\ PVPB_S a_{2,S} & PVPB_L a_{2,L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_S \\ N_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -PVPB_M a_{1,M} N_M \\ -PVPB_M a_{2,M} N_M \end{bmatrix}$$



Invertiendo la primera matriz despejamos  $N_S$  y  $N_L$ :

$$\begin{bmatrix} N_S \\ N_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} PVPB_S a_{1,S} & PVPB_L a_{1,L} \\ PVPB_S a_{2,S} & PVPB_L a_{2,L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -PVPB_M a_{1,M} N_M \\ -PVPB_M a_{2,M} N_M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2023 & 0.5168 & 0.5828 \\ -0.6945 & -4.4136 & 0.5884 \\ 0.6789 & -0.4687 & 0.4814 \end{bmatrix}$$

Esta operación no es efectivo neutral por lo que el importe de los dos instrumentos de las alas ( $E_S$  y  $E_L$ ) no coincide con el importe del cuerpo de la *butterfly* ( $E_M$ ), surgiendo así una necesidad de inversión o financiación adicional por importe ( $E_0$ ) equivalente a la diferencia de efectivos<sup>11</sup> ( $E_0 + E_M = E_S + E_L$ ). Este hecho puede suponer un inconveniente para el gestor, ya que para la implementación de la estrategia podrían necesitarse más recursos de los generados, por lo que habría que tener en cuenta el coste de financiación.

Se parte de una venta por importe de 100 millones de dólares en el bono T 1.875% 09/17 (cuerpo de la *butterfly*), lo que supone una compra de 196 millones de dólares en el bono T 0.5% 10-14 y 29 millones en el bono T 1.625% 08-22 (posición *barbell*). Mediante la aplicación de la fórmula anterior, obtenemos los nominales correspondientes  $N_S$  y  $N_L$ .

$$\begin{bmatrix} N_S \\ N_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0155 \cdot 0.2023 & 0.0525 \cdot 0.5828 \\ 0.0155 \cdot -0.6945 & 0.0525 \cdot -0.5884 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.0292 \cdot 0.5168 \cdot 100 \text{ mill} \\ -0.0292 \cdot -0.4136 \cdot 100 \text{ mill} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N_S \\ N_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 196 \text{ mill} \\ 29 \text{ mil} \end{bmatrix}$$

Supongamos que el gestor decide implementar la estrategia a través de los bonos previamente seleccionados<sup>12</sup>. Para ello se utilizan los autovectores ( $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ ) obtenidos de la aplicación del modelo a datos semanales de la curva americana de tipos y durante un periodo de 3 años (hasta septiembre de 2012).

El gráfico 12 muestra la evolución de la estrategia *butterfly* en términos del beneficio obtenido (\$) y el diferencial de la operación, desde el momento de su implementación en septiembre de 2012 hasta junio de 2014.

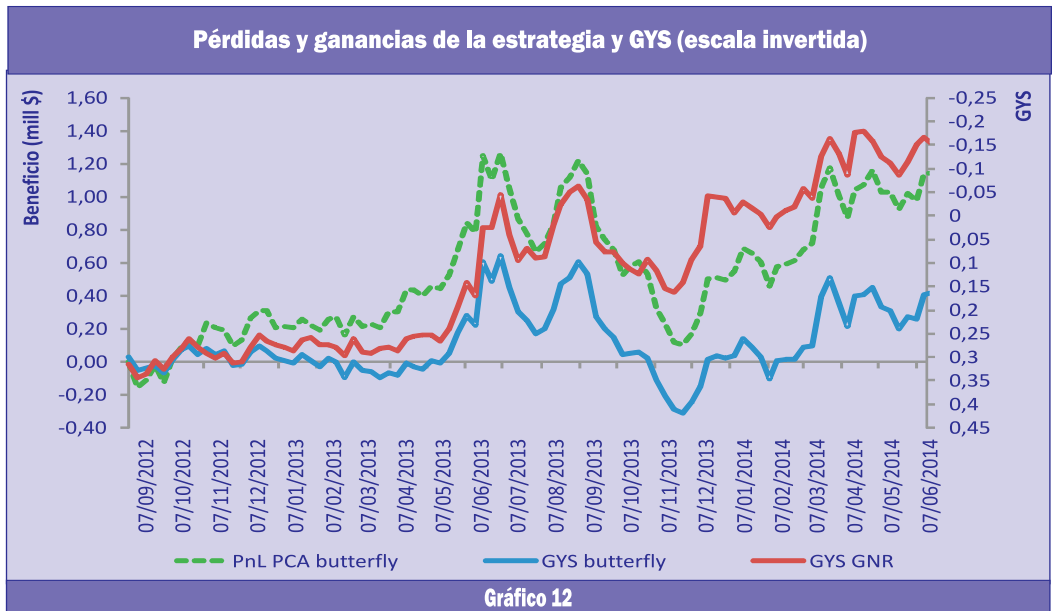
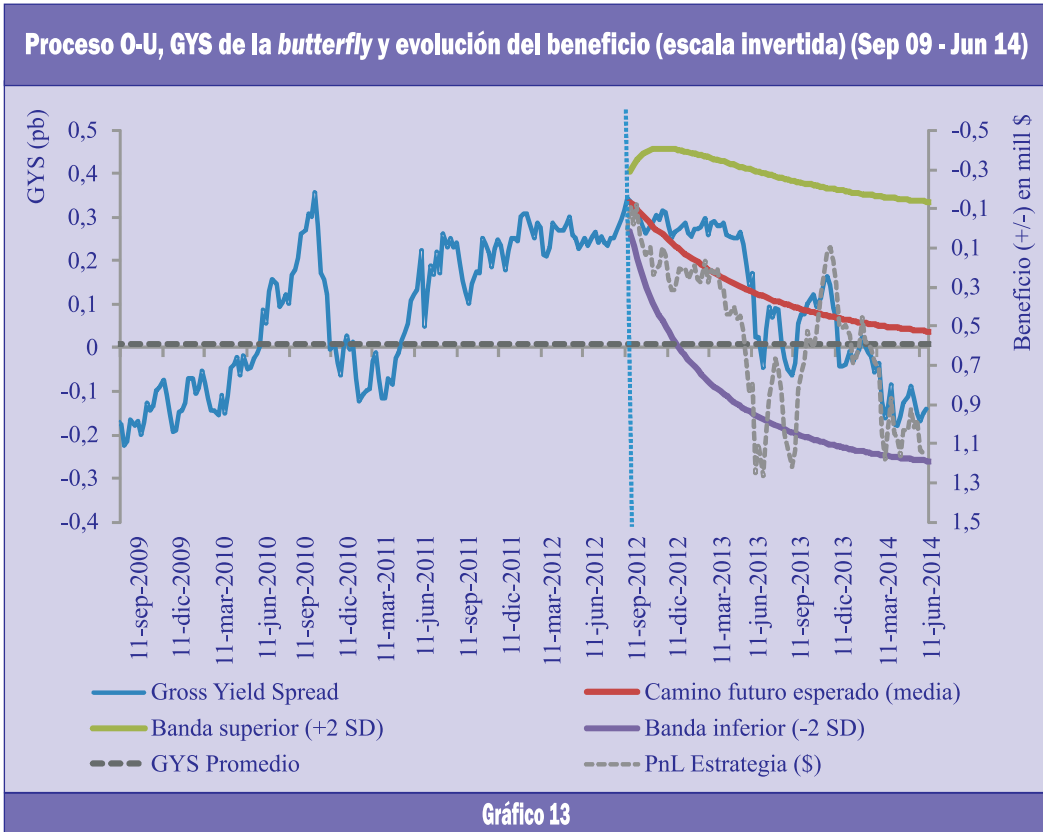


Gráfico 12

Fuente: Elaboración propia.



**Gráfico 13**

Fuente: *Elaboración propia.*

El gráfico 13 muestra conjuntamente el proceso O-U de reversión a la media generado previamente, la evolución de las pérdidas y ganancias de la butterfly (eje inverso) y el diferencial de la mariposa.

De los resultados obtenidos podemos observar:

- En este caso, el diferencial de la estrategia (GYS) converge a su media a largo plazo, aunque tras un periodo inicial de movimiento lateral y con una velocidad de reversión menor a la estimada a priori por el proceso O-U.
- Asimismo, se puede apreciar como la evolución del beneficio está íntimamente correlacionada con la

evolución, tanto del GYS de la butterfly, como del GYS calculado con tipos genéricos (diferencial empleado ex-ante en el diseño de la estrategia).

No obstante, el GYS podría haber evolucionado en una dirección distinta a la esperada por el gestor, por lo que dicha estrategia generaría pérdidas en caso de producirse un movimiento adverso de ampliación en el diferencial.

En manos del gestor está el decidir tanto la estrategia como el timing de salida adecuado que, en todo caso, deberá estar definida de antemano para evitar arbitrariedad. En última instancia, ha de decidir si aguantar la posición abierta ante un posible futuro movimiento de

reversión o, por el contrario, cerrar la estrategia basándose en *stop-losses* previamente definidos.

En el ejemplo considerado, si el gestor considerase como nivel óptimo de salida el valor medio histórico del diferencial, debería mantener la posición en la estrategia durante 42 semanas, desde la implementación hasta mediados de julio de 2013. Durante este periodo se produce un estrechamiento de dicho diferencial: el GYS pasa de 32.9pb a 8.5pb, con el consiguiente beneficio para la cartera. Por el contrario, si el gestor hubiera tomado como indicador de salida el *half life* esperado, cerraría la posición tras 26 semanas obteniendo en este caso un menor beneficio, dado que el diferencial se estrecha sólo 2.5pb, hasta los 30.5pb.

## CONCLUSIONES

En tanto en cuanto se definan las operaciones de valor relativo como aquellos *trades* independientes de la dirección del mercado, la técnica de PCA demuestra ser útil a la hora de diseñar estrategias de inversión en curvatura no correlacionadas con otros factores de riesgo (cambios de nivel y pendiente de la curva de rendimientos). Para ello, a lo largo del artículo, se deriva cómo calcular los importes nominales de los instrumentos que componen dicha estrategia en curvatura (PCA *weighted butterfly*).

El análisis de residuos del PCA, mediante la transformación de un modelo determinista a uno estocástico, ayuda al gestor a seleccionar cuáles son los tramos temporales de la ETTI más óptimos para el diseño de la estrategia *butterfly*.

Aunque es el gestor quien en última instancia ha de decidir tanto el nivel y momento de entrada como el de salida en la estrategia, el artículo presenta algunas herramientas a su disposición (resultados del proceso O-U, *z-score*, indicadores técnicos, etc.), es decir, reglas de inversión basadas en criterios técnicos y cuantitativos de reversión a la media que complementan el elemento de subjetividad siempre presente en el proceso de gestión de carteras.

A este respecto, es de especial interés el proceso O-U aplicado al diferencial de la estrategia *butterfly*, el cual

permite calcular el *path* esperado de dicho diferencial, la velocidad de reversión (o vida media) así como las bandas de desviación que pueden ser empleadas para la fijación de niveles de *profit-taking* o *stop-losses*.

En el caso práctico desarrollado se puede observar como el *gross yield spread* calculado a partir de rentabilidades genéricas sirve como variable *proxy* a utilizar para establecer estrategias concretas de inversión, demostrándose como la evolución de dicho GYS genérico mantiene una correlación muy alta con el beneficio/pérdida real de la operación.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alexander, C. 2009. *Market Risk Analysis, Value at Risk Models*. Wiley. com.
- Alexander, C. "Market Risk Analysis. Volumen II. Practical Financial Econometrics". John Wiley & Sons, Ltd. (2008).
- Bajo, M. y Rodríguez, E. "Gestión Activa de Carteras de Renta Fija: Un enfoque práctico". Colección Estudios & Investigación. Ed. Bolsa y Mercados Españoles (BME), Diciembre 2013.
- Barber, J.R. and Copper, M.L. "Immunization using principal component analysis." *The Journal of Portfolio Management*, 23(1), pp. 99-105. 1996.
- Canabarro, E. «Where Do One-Factor Interest-Rate Models Fail?». *The Journal of Fixed Income*, September 1995, pp. 31-52.
- Credit Suisse securities Research and Analytics. "PCA Unleashed". October 2013.
- Eric Falkenstein E. and Hanweck, J. Jr., «Minimizing Basis Risk from Non-Parallel Shifts in the Yield Curve, Part II: Principal Components». *The Journal of Fixed Income*, June 1997, pp. 85-90.
- Golub, B.W. and Tilman, L.M., 1997. "Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components, Analysis, Value, At Risk, And Key Rate Durations". *The Journal of Portfolio Management*, 23 (4), pp. 72-84.
- Ho, T. (1992). "Key rate durations: Measures of interest rate risks". *The Journal of Fixed Income*. September 1992, Vol. 2, No. 2: pp. 29-44.

- Litterman, R. y Scheinkman, J. “Common factors affecting bond returns”. *Journal of Fixed Income*, Junio 1991. pp. 54-61.
- Morgan Stanley Fixed Income Research. “PCA for interest rates”. May 20, 2005.
- Morgan Stanley Fixed Income Research. “A Historical Context for PCA Weightings of Butterflies”. August 19, 2005.
- Peña, C. “Técnicas de análisis multivariante de datos. Aplicaciones con SPSS”. Pearson, Prentice Hall, 2004.
- Salomon Smith Barney. Fixed Income Strategies. “Principles of Principal Components. A fresh look at risk, hedging and relative value”. January 31, 2000.
- Schofield, N. y Bowler, T. “Trading the Fixed Income, Inflation and Credit Markets: A Relative Value Guide”. Wiley Finance, October 2011.
- ser su visión fundamental, los flujos esperados, variables macroeconómicas, etc.
- 4.- Ver Bajo, M. y Rodríguez, E. (2013) para una explicación más detallada sobre distintas estrategias *butterfly*.
- 5.- El objetivo es disponer de un periodo *out-of-sample* suficiente y superior a los 12 meses para poder analizar *post-trade* el comportamiento de la estrategia.
- 6.- EL GYS se define como una media equiponderada de las rentabilidades de la posición *bullet* y la posición *barbell*.
- 7.- El *z-score* se obtiene restando dicha media al valor original y luego dividiendo esa diferencia por la desviación estándar. Este proceso se denomina “estandarización”.
- 8.- Para ver distintas metodologías de estimación de los parámetros de un proceso OU, ver Smith, W. (2010).
- 9.- La relación entre  $H$  y  $\lambda$  es directa y se define como  $H = \ln(2)/\lambda$
- 10.- Aquí influyen factores como los nominales comprometidos en la operación, el importe real del beneficio/pérdida obtenido, las restricciones de la cartera en términos de presupuesto de riesgo, costes de transacción asociados, etc.
- 11.- Esto hace que la *butterfly* se asemeje en cierto modo a una estrategia *box trade*, compuesta por cuatro activos en lugar de tres: los tres bonos iniciales más el componente de efectivo (de inversión o financiación) como cuarto componente de la operación. Así, se puede entender esta estrategia de valor relativo como una posición *barbell* comprada contra un *barbell* vendida.
- 12.- Por simplificar el ejemplo asumimos que el coste de financiación es cero.

#### Notas

- 1.- Ver Litterman, R. y Scheinkman, J. (1991).
- 2.- Reescalamos dividiendo cada componente principal por su desviación típica, con el objeto de representar en una misma escala todos los factores.
- 3.- No obstante, el gestor puede considerar una estrategia sobre la pendiente de la curva en base a otro tipo de razonamiento distinto al puramente estadístico, como puede