



## FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Ecuaciones Diferenciales
Código	DMA-GITT-212
Título	<a href="#">Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación por la Universidad Pontificia Comillas</a>
Impartido en	Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecom. y Grado en Análisis de Negocios/Business Analytics [Segundo Curso] Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación [Segundo Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Semestral
Créditos	6,0 ECTS
Carácter	Básico
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	Ángela Jiménez Casas
Horario de tutorías	Será acordado con los alumnos según sus necesidades

Datos del profesorado	
<b>Profesor</b>	
Nombre	Angela Jiménez Casas
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-202] 2386
Correo electrónico	ajimenez@comillas.edu
<b>Profesor</b>	
Nombre	Luis Miguel Anguas Márquez
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] 2377
Correo electrónico	lmanguas@icai.comillas.edu
<b>Profesores de laboratorio</b>	
<b>Profesor</b>	
Nombre	Alicia Castellano García
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] 2377



**Correo electrónico**

acastellano@icai.comillas.edu

## DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

### Contextualización de la asignatura

#### Aportación al perfil profesional de la titulación

El principal objetivo de la asignatura, como consecuencia de los aprendizajes a desarrollar en ésta, es entre otros, aportar al perfil profesional de los graduados en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación e Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación y Análisis de Negocios/Business Analytics; los siguientes conocimientos, destrezas, habilidades y capacidades:

1. Capacidad de modelar y resolver en términos de ecuaciones diferenciales o en derivadas parciales una gran variedad de problemas y fenómenos del campo de la física y la ingeniería.
2. Adquirir habilidad y soltura en la aplicación de técnicas de resolución exacta de ecuaciones diferenciales o en derivadas parciales, para resolver los problemas del área planteados.
3. Conocer y saber aplicar con suficiente fluidez, las principales técnicas de resolución aproximada de ecuaciones diferenciales.
4. Conocer y manejar con fluidez y soltura las principales técnicas de descomposición de funciones como suma de armónicos, sabiendo aplicar éstas a la resolución de problemas de contorno en ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales.
5. Saber obtener información cualitativa de muchas ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales, previo estudio de la estabilidad de algunas de sus soluciones.

#### Prerequisitos

Conocimientos básicos de Álgebra Lineal, Geometría y Cálculo:

1. Estructura de espacio vectorial, afín y euclídeo.
2. Concepto de base y coordenadas en un espacio vectorial.
3. Producto escalar. Concepto de ortogonalidad. Bases ortonormales.
4. Concepto de autovalor y autovector.
5. Cálculo de una forma canónica de Jordan de una matriz y de una matriz de paso asociada.
6. Expresión de una curva plana en forma explícita, implícita y paramétrica.
7. Derivabilidad: Interpretación geométrica, regla de la cadena y derivación implícita. Recta tangente y normal a una curva en un punto.
8. Derivadas parciales: Interpretación geométrica y cálculo de la matriz jacobiana de un campo vectorial.
9. Cálculo elemental de primitivas: integrales inmediatas, integración por cambio de variable, integración por partes, integración de funciones racionales y trigonométricas.

### Competencias - Objetivos

#### Competencias



## GENERALES

<b>CG03</b>	Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que le capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y tecnologías, así como que le dote de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
<b>CG04</b>	Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas, comprendiendo la responsabilidad ética y profesional de la actividad del ingeniero técnico de telecomunicación.

## ESPECÍFICAS

<b>CFBT01</b>	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.
---------------	---

## Resultados de Aprendizaje

<b>RA1</b>	Resolver los principales modelos de ecuaciones diferenciales de primer orden (variables separadas, homogéneas, exactas, lineales y de Bernoulli), así como modelar y resolver ciertos problemas técnicos (problemas de cinemática, dinámica, transferencia de calor, óptica, geometría, etc.) en términos de éstas.
<b>RA2</b>	Entender y saber aplicar a la resolución de problemas, las principales propiedades estructurales del conjunto de soluciones de una ecuación diferencial lineal (homogénea o completa) de orden genérico y de un sistema lineal (homogéneo o completo) de ecuaciones diferenciales.
<b>RA3</b>	Aplicar el método de Variación de Constantes y el Principio de Superposición de Soluciones para la obtención de una solución particular de una ecuación diferencial lineal completa o de un sistema lineal completo de ecuaciones diferenciales.
<b>RA4</b>	Resolver ecuaciones diferenciales lineales (homogéneas y completas) de coeficientes constantes y orden genérico, a partir de su polinomio característico asociado y de la aplicación (en el caso de ecuaciones lineales completas) de la Fórmula de Variación de Constantes y/o del Método de Coeficientes Indeterminados.
<b>RA5</b>	Obtener la solución general de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales homogéneo (completo) de coeficientes constantes, vía la obtención de una matriz fundamental (del sistema lineal homogéneo asociado) a partir de una forma canónica de Jordan de su matriz de coeficientes.
<b>RA6</b>	Identificar y resolver una ecuación diferencial lineal de coeficientes variables de Euler.
<b>RA7</b>	Modelar y resolver problemas del campo de la ingeniería (circuitos eléctricos RLC simples y multimalla, sistemas mecánicos masa-resorte, problemas de redes, problemas de movimiento,



	etc.) en términos de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden o de sistemas de ecuaciones diferenciales.
<b>RA8</b>	Aplicar las propiedades operativas básicas de la Transformada y Transformada Inversa de Laplace, a la resolución de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, así como de resolver aquellos problemas de ingeniería (circuitos eléctricos RLC, circuitos eléctricos multimalla, flexiones de vigas, sistemas masa-resorte, etc.) que vengan modelados por ecuaciones diferenciales o sistemas de ecuaciones diferenciales que deban ser resueltos por aplicación de la Transformada de Laplace.
<b>RA9</b>	Obtener una solución aproximada (con un error prefijado), de un problema de valor inicial que no sea posible resolver de forma exacta.
<b>RA10</b>	Obtener información cualitativa de las soluciones de sistemas autónomos planos y conocer la configuración de sus diagramas de fases, vía el estudio de la estabilidad de sus puntos críticos.
<b>RA11</b>	Comprender el significado físico de un sistema conservativo, y saber utilizar su función potencial para el estudio de la estabilidad de sus puntos críticos y para obtener un esbozo de su diagrama de fases.
<b>RA12</b>	Aplicar el concepto de estabilidad de puntos críticos de sistemas autónomos, a la resolución de problemas del campo de la física y la ingeniería (circuitos eléctricos, problemas de redes, sistemas masa-resorte, etc.)
<b>RA13</b>	Calcular autovalores y autofunciones normalizadas de problemas de contorno unidimensionales, así como de desarrollar una función dada en serie de autofunciones (serie de Fourier) de un problema de contorno dado.
<b>RA14</b>	Identificar los modelos básicos de ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden que más aparecen en las aplicaciones prácticas (ecuación del calor, ecuación de ondas y ecuación de Laplace-Poisson), así como de entender su modelado y la interpretación física de cada uno de sus elementos.
<b>RA15</b>	Aplicar el Método de Separación de Variables para la obtención (en serie de autofunciones de un problema de contorno adecuado) de la solución de la ecuación del calor y de la ecuación de ondas (en el caso unidimensional) y de la ecuación de Laplace-Poisson en rectángulos y dominios circulares del plano (discos, sectores y coronas circulares).

## BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

### Contenidos – Bloques Temáticos

#### ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS E INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Tema 1: Ecuaciones diferenciales de primer orden



- Conceptos generales de ecuaciones diferenciales: orden, linealidad, solución general y solución particular. Curvas solución.
- Ecuación diferencial asociada a una familia de curvas del plano. Trayectorias ortogonales y oblicuas.
- Ecuaciones en variables separadas.
- Ecuaciones homogéneas. Ecuaciones reducibles a homogéneas o variables separadas.
- Ecuaciones exactas.
- Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones de Bernoulli.
- Resolución de ecuaciones diferenciales de segundo orden por reducción de orden.
- Aplicaciones en el campo de la ingeniería: problemas de cinemática, dinámica, transferencia de calor, radiactividad, óptica, geometría, poblaciones, problemas de trayectorias, etc.

## Tema 2: Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico

- Estructura, ecuaciones diferenciales lineales homogéneas, completas, de coeficientes constantes y de coeficientes variables.
- Definiciones básicas. Solución general de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas.
- Solución particular y solución general de ecuaciones diferenciales lineales completas.
- Método de variación de constantes para el cálculo de una solución particular de una ecuación diferencial lineal completa. Ejemplos.
- Resolución de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. Polinomio característico. Método de los coeficientes indeterminados para la obtención de una solución particular de la ecuación lineal completa con coeficientes constantes. Ejemplos de aplicación del método de los coeficientes indeterminados.
- Resonancia. Aplicaciones en el campo de la ingeniería: sistemas mecánicos masa-resorte y circuitos eléctricos RLC. Resolución de ecuaciones diferenciales de Euler.

## Tema 3: Transformada de Laplace. Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales

- Definición y propiedades operativas básicas.
- Transformada de Laplace de funciones periódicas. Función de Heaviside.
- Transformada de Laplace de funciones salto unitario y de funciones a trozos.
- Transformada inversa de Laplace y principales propiedades operativas.
- Aplicación de la Transformada de Laplace a la resolución de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Aplicaciones en el campo de la ingeniería: resolución de circuitos eléctricos RL y RLC simples y de circuitos eléctricos multimalla, cálculo de la flexión de una viga, estudio de sistemas masa-resorte, etc.

## Tema 4: Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad de puntos críticos de sistemas autónomos

- Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales.
- Solución general de SEDOs lineales homogéneos.
- Cálculo de una solución particular y de la solución general de SEDOs lineales completos.
- Resolución de SEDOs lineales (homogéneos y completos) de coeficientes constantes. Ejemplos.
- Aplicaciones: resolución de problemas de movimiento en el plano y en el espacio y resolución de



problemas de redes.

- Sistemas de ecuaciones diferenciales autónomos lineales y no lineales. Puntos críticos y soluciones periódicas de sistemas autónomos. Propiedades de trayectorias de sistemas autónomos. Diagrama de fase.
- Concepto de estabilidad de un punto crítico. Estabilidad de puntos críticos de sistemas autónomos lineales. Estudio de la estabilidad de puntos críticos de sistemas cuasilineales. Método de linealización. Aplicación al estudio de la ecuación de Van der Pol para circuitos eléctricos con tubos de vacío.
- Sistemas conservativos, función potencial y estabilidad de los puntos críticos de un sistema conservativo. Diagrama de fases de un sistema conservativo. Ejemplos y aplicaciones: diagrama de fases del péndulo, etc.

## Tema 5: Autovalores y autofunciones de problemas de contorno. Series de Fourier. Desarrollos en series de autofunciones

- Introducción a problemas de contorno unidimensionales.
- Autovalores y autofunciones de problemas de contorno de Sturm-Liouville. Definición, cálculo y principales propiedades.
- Desarrollo de una función en serie de autofunciones de un problema de autovalores. Condiciones de contorno periódicas y sistema trigonométrico de Fourier. Series de Fourier. Ejemplos y aplicaciones.

## Tema 6: Introducción a Ecuaciones en Derivadas Parciales(EDP). EDP de evolución (calor y ondas) y EDP estacionarias (Laplace/Poisson)

- Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales. Conceptos generales y definiciones básicas.
- Problemas de contorno y valor inicial para ecuaciones de evolución.
- Ecuaciones de tipo parabólico: la ecuación del calor. Interpretación y aplicaciones.
- Ecuaciones de tipo hiperbólico: la ecuación de ondas. Interpretación y aplicaciones.
- Método de separación de variables para la resolución de ambas en el caso unidimensional acotado.
- Problemas de contorno para ecuaciones estacionarias. Ecuación de Laplace y ecuación de Poisson.
- Método de separación de variables para la resolución de ambas en dominios acotados del plano: rectángulos del plano y dominios circulares (disco, sector y corona circular). Aplicaciones: Potencial electrostático, potencial gravitatorio, soluciones estacionarias de ecuaciones de evolución, etc.

## Tema 7: Métodos numéricos para la resolución de problemas de valor inicial y de contorno en ecuaciones diferenciales (Prácticas 1 y 2)

**Práctica 1:** *Métodos de Euler y Runge-Kutta para la resolución numérica de problemas de valor inicial en ecuaciones diferenciales.*

**Práctica 2:** *Método de Diferencias Finitas para la resolución numérica de problemas de contorno.*

## METODOLOGÍA DOCENTE

### Aspectos metodológicos generales de la asignatura



Con el fin de conseguir el desarrollo de competencias propuesto, la materia se desarrollará teniendo en cuenta la actividad del alumno como factor prioritario. Ello implicará que tanto las sesiones presenciales como las no presenciales promoverán la implicación activa de los alumnos en las actividades de aprendizaje.

## Metodología Presencial: Actividades

**1. Lección expositiva:** El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema (26 horas).

CG03, CFBT01

**2. Resolución en clase de problemas propuestos:** En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno (30 horas, incluidas las horas dedicadas a pruebas cortas de evaluación continua y exámenes).

CG04, CFBT01

**3. Prácticas con ordenador:** Se realizarán en grupos reducidos. En ellas los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos de ecuaciones diferenciales o en derivadas parciales, con ayuda del software Matlab (4 horas, incluida 1 hora dedicada al control de prácticas).

CG03, CG04,  
CFBT01

## Metodología No presencial: Actividades

El objetivo principal del trabajo no presencial es que el alumno comprenda los conceptos teóricos y domine la aplicación de procedimientos, rutinas y metodologías de los diferentes temas de la asignatura, llegando a ser capaz de poner en práctica estos conocimientos, destrezas y habilidades en la resolución de los diferentes problemas planteados. Las principales actividades no presenciales a realizar serán:

**1. Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos por parte del alumno.** El alumno debe realizar un trabajo personal posterior a las clases teóricas para comprender e interiorizar los conocimientos aportados en la materia (44 horas, incluyendo horas de tutoría y las necesarias para la realización de la actividad *Quiz, desafío Ecuaciones Diferenciales*).

CG03, CFBT01

**2. Resolución de problemas prácticos.** El alumno, una vez estudiados los conceptos teóricos, debe ponerlos en práctica para resolver los problemas que se le plantean. Se aconseja la resolución de los problemas propuestos en grupos, para conseguir un mayor aporte de ideas y potenciar la capacidad de trabajo en equipo. Pasado un cierto tiempo desde su planteamiento, los alumnos dispondrán de la solución de dichos problemas, pudiendo pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) si lo requieren para aclaración de dudas (70 horas, incluyendo horas de

CG04, CFBT01



preparación de exámenes y pruebas cortas de seguimiento y horas de tutoría).

**3. Resolución de problemas con ordenador.** El alumno, una vez realizada cada práctica con ordenador, en clase, guiada por el profesor, deberá poner en práctica los conocimientos adquiridos para resolver con ordenador otros problemas similares a los ya desarrollados. Al igual que en el apartado anterior, se aconseja la realización por grupos de las prácticas con ordenador propuestas (6 horas, incluyendo horas de preparación de la prueba de evaluación del trabajo experimental-control de prácticas).

CG03, CG04,  
CFBT01

## RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES		
Clase magistral y presentaciones generales	Resolución de problemas de carácter práctico o aplicado	Prácticas de laboratorio
26.00	30.00	4.00
HORAS NO PRESENCIALES		
Estudio de conceptos teóricos fuera del horario de clase por parte del alumno	Resolución de problemas de carácter práctico o aplicado	Prácticas de laboratorio
44.00	70.00	6.00
<b>CRÉDITOS ECTS: 6,0 (180,00 horas)</b>		

## EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
<p><b>Exámenes de carácter teórico-práctico:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Examen Intercuatrimestral (25%)</li> <li>Examen Final (60%)</li> </ul> <hr/> <p><b>Nota:</b> Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4 puntos en el examen final de la asignatura y haber superado los test sobre conceptos básicos incluidos en la actividad <i>Quiz, desafío Ecuaciones Diferenciales</i>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprensión de conceptos.</li> <li>Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li> <li>Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>Presentación y comunicación escrita.</li> </ul>	85 %
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprensión de conceptos.</li> </ul>	



<p><b>Evaluación continua del rendimiento:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Pruebas cortas de evaluación continua</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li><li>• Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li><li>• Presentación y comunicación escrita.</li></ul>	<p>10</p>
<p><b>Evaluación del trabajo experimental:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Prueba de evaluación del trabajo experimental (control de prácticas con MATLAB)</li></ul> <hr/> <p><b>Nota:</b> El control de prácticas con MATLAB será considerado una prueba corta más de evaluación continua. Por ello, el peso conjunto de la evaluación continua del rendimiento y del trabajo experimental en la evaluación general de la asignatura será de un 15%.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Comprensión de conceptos.</li><li>• Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li><li>• Dominio en la resolución de problemas con ayuda del ordenador y del software específico.</li><li>• Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en los problemas resueltos con ordenador.</li></ul>	<p>5</p>

## Calificaciones

Con el objetivo de evaluar de forma continua el trabajo del alumno a lo largo del cuatrimestre, se realizarán **pruebas cortas de seguimiento**, en horas de clase, con las que se obtendrá una nota **PC**. Una de estas pruebas cortas de seguimiento consistirá en una prueba práctica con ordenador (**control de prácticas**), cuyo objetivo será evaluar la comprensión de las sesiones prácticas con ordenador realizadas a lo largo del cuatrimestre y el trabajo experimental desarrollado por el alumno en estas sesiones. Además de las pruebas cortas de seguimiento, se realizará una **prueba intercuatrimestral**, a mitad del cuatrimestre, con la que se obtendrá una nota **EI**, y un **examen al final del cuatrimestre**, con el que se obtendrá una nota **EF**. Además, con el objetivo de afianzar los conceptos básicos de la asignatura, los alumnos realizarán la actividad **Quiz, desafío Ecuaciones Diferenciales**. Esta actividad consiste en la realización de un cuestionario de Moodle, al final de cada tema, de 10 preguntas sobre conceptos fundamentales necesarios para una buena comprensión de la materia. Para superar cada test los alumnos tendrán que obtener al menos 9 preguntas correctas, pero dispondrán de todos los intentos necesarios. Se considerará la actividad realizada con éxito cuando se hayan superado todos los test del cuatrimestre. Dado que estos test se centran en el aprendizaje y no en la evaluación de los alumnos, la actividad se presentará como un juego que no tendrá peso en la nota final, pero sí será necesario superarla para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación.

### Evaluación en la convocatoria ordinaria:

La evaluación de la asignatura se compondrá de tres notas como se indicó anteriormente: **PC, EI y EF**.



- **Nota PC (sobre 10 puntos):** nota media obtenida por el alumno en todas las pruebas cortas de seguimiento realizadas durante el cuatrimestre (incluida la prueba práctica con ordenador).
- **Nota EI (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen intercuatrimestral.
- **Nota EF (sobre 10 puntos):** nota obtenida por el alumno en el examen final.

La calificación final del alumno en la **convocatoria ordinaria** de la asignatura **NF**, siempre que supere una **nota mínima de 4 puntos** en el examen final de la misma, es decir si la nota **EF**  $\geq 4$ , será **el máximo** entre el 90% del examen final, **0.90\*EF** y la nota de evaluación continua **NC** cuya composición es la siguiente: **NC=Q\*[(0.15\*PC) + (0.25\*EI) + (0.60\*EF)]**, siendo **Q=1** si se ha superado la actividad *Quiz, desafío Ecuaciones Diferenciales*, o **Q=0** en caso contrario.

**Observación:** Si la nota obtenida en el examen final de la asignatura es inferior a 4 puntos, la calificación del alumno será la nota obtenida en dicho examen, es decir **NF=EF**.

La asignatura se aprueba si **NF**  $\geq 5$ , y se suspende en caso contrario.

#### **Evaluación en la convocatoria extraordinaria:**

La calificación final del alumno en la **convocatoria extraordinaria** de la asignatura **NF**, siempre que supere una **nota mínima de 4 puntos** en el examen final extraordinario de la misma, es decir, si la nota **EF**  $\geq 4$ , será **el máximo** entre la nota del examen final extraordinario **EF** y la nota de evaluación continua **NC** cuya composición es de nuevo: **NC=Q\*[(0.15\*PC) + (0.25\*EI) + (0.60\*EF)]**.

**Observación:** Si la nota obtenida en el examen final de la asignatura es inferior a 4 puntos, la calificación del alumno será la nota obtenida en dicho examen, es decir **NF=EF**.

La asignatura se aprueba si **NF**  $\geq 5$ , y se suspende en caso contrario.

#### **Normas de la asignatura:**

- En el examen intercuatrimestral de la asignatura no se liberará materia.
- La asistencia a clase será controlada por el profesor de la asignatura. La falta de asistencia durante el curso a más de un **15% de las horas lectivas de la asignatura** (9 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de ésta en la convocatoria ordinaria en dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. En los exámenes intercuatrimestral y finales, el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color no blanco, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá incluir problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

## **BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS**



## Bibliografía Básica

- CANO CASANOVA, S. y JIMÉNEZ CASAS, A. Ecuaciones Diferenciales y en Derivadas Parciales (Apuntes del curso en el Portal de Recursos de Comillas). Departamento de Matemática Aplicada de la ETSI-ICAI.
- Presentaciones y transparencias de clase, elaboradas por los profesores de la asignatura (En Portal de Recursos de Comillas). Departamento de Matemática Aplicada de la ETSI-ICAI.
- GARCÍA, A. GARCÍA, F. LOPEZ, A. RODRÍGUEZ, G. VILLA, A. de la. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría y problemas. Métodos exactos, métodos numéricos, estudio cualitativo. CLAGSA, 2006
- BOYCE, W.E. y DIPRIMA, R.C. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, Wiley, 2013
- HABERMAN, R. Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems, Fifth edition. Pearson, 2013.

## Bibliografía Complementaria

- ZILL, D.G. y CULLEN, M.R. Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera (7ª edición). Cengage Learning.
- EDWARDS & PENNEY. Ecuaciones diferenciales con valores en la frontera. Pearson. Prentice Hall, 2008.
- POLKING, J., BOGGESE, A. and ARNOLD, D. Differential Equations with Boundary Value Problems, New International Edition. Pearson, 2014.

En cumplimiento de la normativa vigente en materia de **protección de datos de carácter personal**, le informamos y recordamos que puede consultar los aspectos relativos a privacidad y protección de datos [que ha aceptado en su matrícula](#) entrando en esta web y pulsando "descargar"

[https://servicios.upcomillas.es/sedelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792](https://servicios.upcomillas.es/sedeelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792)

Actividad						Dedicación (h)		Comentarios para el Profesor
Sesión	Contenido	Tem.	R. Aprendizaje	Activ. Format. Presen.	Activ. Format. no Presen.	Presenc.	No pres.	
1	<b>Presentación de la asignatura.</b> Fundamento, objetivos, funcionamiento y desarrollo de la asignatura.			Sesión expositiva de introducción y desarrollo de la asignatura	Revisión de normas de funcionamiento y desarrollo de la asignatura, así como de los criterios de evaluación de ésta	0,5		
<b>TEMA 1: ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN</b>								
1	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Introducción a las EDOs: definiciones básicas, orden y linealidad. Ejemplos.	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa	Busqueda de bibliografía e información en la plataforma virtual. Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos.	1	1	
2	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Introducción a las EDOs: solución general y solución particular. Ecuación diferencial asociada a una familia de curvas del plano.	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	2	

de tutorías.

3	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Ecuaciones en variables separadas, Ecuaciones homogéneas. Ecuaciones reducibles a homogéneas o variables separadas. Ejemplos y aplicaciones	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	2	2,5	Resolución individual o grupal de dudas en despacho, en horario c
4	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Ecuaciones exactas. Ejemplos y aplicaciones	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	
5	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Ecuaciones lineales de primer orden. Resolución, ejemplos y aplicaciones.	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos.	1	2	
6	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Ecuaciones de Bernoulli. Ejemplos y aplicaciones. Reducción de orden de una EDO de orden 2.	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 1B y aquellos otros propuestos por el profesor.</b>	1,5	2,5	

7	<b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b> Trayectorias ortogonales y oblicuas. Problemas de trayectorias. Ejemplos y aplicaciones.	1	RA1	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema de Tema 1.</b>	1,5	4,0	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 1 y de problemas de Hoja 1B
8	<b>Control Tema 1</b>			<b>Prueba individual 50'</b>	Revisión de la solución de la Prueba proporcionada por el profesor	1	1	
<b>TEMA 2: ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN GENÉRICO</b>								
9	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Estructura, ecuaciones diferenciales lineales homogéneas, completas, de coeficientes constantes y de coeficientes variables. Ejemplos	2	RA2	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos.	1,5	3	

9 y 10	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Solución general de ecuaciones lineales homogéneas, solución particular y solución general de ecuaciones lineales completas. Método de variación de las constantes para la obtención de una solución particular de una ecuación lineal completa.	2	RA2, RA3	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	3	Resolución individual o grupal de dudas en despacho, en horario de tutorías.
11	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Método de variación de las constantes para obtención de una solución particular de una ecuación lineal completa. Ejemplos. Principio de superposición de soluciones	2	RA2, RA3	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	

12	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Resolución de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas con coeficientes constantes. Polinomio característico.	2	RA4	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	
13	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Método de los coeficientes indeterminados para la obtención de una solución particular de una ecuación lineal completa con coeficientes constantes. Ejemplos	2	RA4	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	de dudas en despacho, en horario de tutorías.
14	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Ejemplos de aplicación del método de los coeficientes indeterminados . Resonancia.	2	RA4, RA7	Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	

15	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Aplicaciones en el campo de la ingeniería: sistemas mecánicos masa-resorte	2	RA7	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	Resolución individual o grupal
16	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Aplicaciones en el campo de la ingeniería. Circuitos eléctricos RLC	2	RA7	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 2B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	2	3	
17	<b>Ecuaciones diferenciales lineales de orden genérico.</b> Ecuación de Euler. Resolución y ejemplos. <b>(Opcional)</b>	2	RA6	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema de Tema 2.</b>	0,5	2,5	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales de los Temas 1 y 2 y de problemas de Hoja 2B

TEMA 7 (A): MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA RESOLUCIÓN PROBLEMAS DE VALOR INICIAL EN EDOs(ADELANTAR TODO LO POSIBLE)

18 y 19	<p><b>Práctica 1:- Resolución numérica de problemas de valor inicial en EDOs.</b> Introducción a la resolución numérica de problemas de valor inicial. Métodos unipaso: método de Euler y métodos de Runge-Kutta. Otros métodos numéricos de resolución de PVI.</p>	7	RA7, RA9	Implementación y resolución con ordenador en aula de informática de la Práctica 1A	Resolución de la Práctica 1B por grupos (COMO PREPARACIÓN AL CONTROL DE PRÁCTICAS)	2	2	
<b>TEMA 3: TRANSFORMADA DE LAPLACE</b>								
20 y 21	<p><b>Transformada de Laplace. Definición.</b> Cálculo de transformadas básicas de Laplace. Propiedades operativas básicas de la Transformada de Laplace.</p>	3	RA8	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	3	
21 y 22	<p><b>Transformada de Laplace.</b> Transformada inversa de Laplace. Definición, principales propiedades y ejemplos de cálculo de transformadas inversas.</p>	3	RA8	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	3	

23	<b>Transformada de Laplace.</b> Aplicación de la Transformada de Laplace a la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Ejemplos.	3	RA8	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 3B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	1	3	
24	<b>Transformada de Laplace.</b> Aplicaciones en el campo de la ingeniería: resolución de circuitos eléctricos RL y RLC simples y multimalla, cálculo de la flexión de una viga, estudio de sistemas masa-resorte, etc.	3	RA7, RA8	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema del Tema 3</b>	1	2,5	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 3 y de problemas de Hoja 3B

25-26	<b>EXAMEN INTERSEMESTRAL OCTUBRE(Temas 1-2-3)</b>	1,5	5	
-------	---	-----	---	--

**TEMA 4: SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. ESTABILIDAD**

26-27-28	<p><b>Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad.</b> Estructura de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Solución general de sistemas lineales homogéneos y completos. Resolución de sistemas lineales con coeficientes constantes.</p>	4	RA5	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	2	4	rías.
28-29-30	<p><b>Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad.</b> Aplicaciones a la resolución de problemas de movimientos, problemas de redes, etc.</p>	4	RA5, RA7	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	2	4	

30 -31	<b>Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad.</b> Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales por Transformada de Laplace. Aplicación a la resolución de circuitos eléctricos multimalla.	4	RA7, RA8	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	3	Tutoría individual o grupal de resolución de dudas en despacho, en horario de tuto
31-32	<b>Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad.</b> Sistemas autónomos de ecuaciones diferenciales. Puntos críticos de sistemas autónomos y soluciones periódicas. Propiedades de trayectorias de sistemas autónomos. Concepto de estabilidad de puntos críticos.	4	RA10	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	

32-33	<b>Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad.</b> Estabilidad de puntos críticos de sistemas autónomos planos lineales. Ejemplos y aplicaciones.	4	RA10, RA11	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1	2	
33-34	<b>Ecuaciones diferenciales no lineales. Estabilidad.</b> Estabilidad de los puntos críticos de sistemas cuasilineales. Método de Linealización. Ejemplos y aplicaciones.	4	RA10, RA11	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 4B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	1	3	
34-35	<b>Ecuaciones diferenciales no lineales. Estabilidad.</b> Sistemas conservativos y función potencial. Estabilidad de puntos críticos de sistemas conservativos. Diagrama de fases de un sistema conservativo. Ejemplos y aplicaciones. <b>(Tema optativo)</b>	4	RA11, RA12	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema del Tema 4.</b>	1	3	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 4 y de problemas de Hoja 4B

**TEMA 5: AUTOVALORES Y AUTOFUNCIONES DE PROBLEMAS DE CONTORNO Y SERIES DE FOURIER.**

36	<b>Autovalores y autofunciones de problemas de contorno. Serie de Fourier.</b> Introducción a problemas de contorno unidimensionales. Problemas de Sturn-Liouville.	5	RA12	Lección expositiva. Clase participativa.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos impartidos.	1	1,5	Resolución individual o grupal de dudas en despacho, en horario de tutorías.
36-37	<b>Autovalores y autofunciones de problemas de contorno. Serie de Fourier.</b> Problemas de autovalores. Cálculo de autovalores de problemas de contorno unidimensionales. Ejemplos.	5	RA12	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 5B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	1,5	2	

37-38	<b>Autovalores y autofunciones de problemas de contorno. Serie de Fourier.</b> Propiedades de autovalores y autofunciones de problemas de Sturm-Liouville. Desarrollo en serie de autofunciones. Condiciones de contorno periódicas y serie trigonométrica de Fourier.	5	RA12	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema del Tema 5.</b>	1	2,5	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 5 y de problemas de Hoja 5B
38-39	<b>Control Temas 4 y 5</b>			<b>Prueba individual 50'</b>	Revisión de la solución de la Prueba proporcionada por el profesor	1	1	
<b>TEMA 7 (B): MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CONTORNO</b>								
39-40	<b>Práctica 2: Método de Diferencias Finitas para la resolución numérica de problemas de contorno.</b>	7	RA9, RA12, RA14	Implementación y resolución con ordenador en aula de informática de la Práctica 2A	Resolución de la Práctica 2B por grupos (COMO PREPARACIÓN AL CONTROL DE PRÁCTICAS )	1	2	
<b>TEMA 6: 1º Parte INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. EDPs DE EVOLUCIÓN: LA ECUACIÓN DEL CALOR Y LA ECUACIÓN DE ONDAS</b>								

40-41	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales de Evolución.</b> Introducción a EDPs. EDPs elípticas (Ec. Laplace-Poisson), parabólicas (ec. Del calor) e hiperbólicas.(ec. de ondas).	6	RA13	Lección expositiva. Clase participativa.	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos.	1	2	Resolución individual o grupal de dudas en despacho, en horario de tutorías.
42-43	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales de Evolución.</b> EDPs de tipo parabólico. Modelado de la ecuación del calor. Interpretación y aplicaciones	6	RA13	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <i>Preparación y entrega de trabajo de prácticas (OPCIONAL YA QUE SE REALIZA UNA PRUEBA CORTA DE LA PRÁCTICA CON MATLAB)</i>	1	3	
43-44 y 45	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales de Evolución.</b> Método de separación de variables para la resolución de la ecuación del calor. Ejemplos y aplicaciones.	6	RA13	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 6-I B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	2	4,5	

45-46	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales de Evolución.</b> EDPs de tipo hiperbólico. Modelado de la ecuación de ondas. Interpretación y aplicaciones. Método de separación de variables para la resolución de la ecuación de ondas. Ejemplos y aplicaciones.	6	RA13	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema del Tema 6-I.</b>	2	3,5	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 6 1ª Parte y de problemas de Hoja 6-I B
47	<b>Control Tema 7(Exámen de Prácticas con Matlab)</b>			Prueba individual 50'	Revisión de la solución de la Prueba proporcionada por el profesor	1	1	
<b>TEMA 6: 2º parte ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES ESTACIONARIAS (ELÍPTICAS)</b>								

48-49	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales Estacionarias.</b> Conceptos Generales. Ecuación de tipo elíptico. La ecuación de Laplace-Poisson. Aplicaciones. Método de separación de variables para la resolución de la ecuación de Laplace-Poisson en un rectángulo del plano.	6	RA14	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos.	1,5	3	Resolución individual o grupal de dudas en despacho, en horario de tutorías.
49-50	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales Estacionarias.</b> Método de separación de variables para la resolución de la ecuación Laplace-Poisson en dominios circulares (resolución en un disco)	6	RA14	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos. <b>Terminar de resolver grupalmente los problemas de la Hoja 6-II B y aquellos otros propuestos por el profesor a lo largo del desarrollo del tema.</b>	1,5	4	

51- 52	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales Estacionarias.</b> Método de separación de variables para la resolución de la ecuación Laplace-Poisson en dominios circulares (resolución en un sector circular, corona circular y segmento circular)	6	RA7-RA14	Lección expositiva. Clase participativa. Resolución de problemas	Lectura y estudio de los contenidos teóricos y prácticos impartidos y resolución de problemas propuestos. <b>Elaboración de esquema del Tema 6-II.</b>	2	4,5	Tutoría grupal en aula para resolución conjunta de dudas generales del Tema 6 2ª Parte y de problemas de Hoja 6-II B
<b>FIN DEL CUATRIMESTRE</b>								
****	<b>EXAMEN FINAL (diciembre )</b>					3	8	

<b>Total</b>	<b>60</b>	<b>120</b>
--------------	-----------	------------

<b>Horas</b>	<b>180</b>
<b>ECTS</b>	<b>6,00</b>