

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA (ICAI)
Instituto de Investigación Tecnológica

MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA: CÁLCULO Y ACCIONES PARA SU MEJORA

Tesis para la obtención del grado de Doctor

Directores: Prof. Dr. D. Luis Rouco Rodríguez
Prof. Dr. D. Enrique Lobato Miguélez

Autor: Ing. D. Francisco Miguel Echavarren Cerezo



Madrid 2006

**CONSTANCIA REGISTRAL DEL TRIBUNAL DEL ACTO
DE LA DEFENSA DE TESIS DOCTORAL**

TÍTULO:

AUTOR:

DIRECTOR:

TUTOR-PONENTE:

DEPARTAMENTO:

FACULTAD O ESCUELA:


Miembros del Tribunal Calificador:

PRESIDENTE: Julio Usucola García Firma: 

VOCAL: José Luis Martínez Ramos Firma: 

VOCAL: José Antonio Aguado Sánchez Firma: 

VOCAL: Tomás Gómez San Román Firma: 

SECRETARIO: Julián Barquín Gil Firma: 

Fecha de lectura: 23- Octubre -- 2006

Calificación: Sobresaliente cum laude

A mi padre

Agradecimientos

Mi primer agradecimiento, como no podía ser de otra manera, va dirigido a mis directores, Luis Rouco y Enrique Lobato. A Luis le tengo que agradecer que durante los siete años que llevamos trabajando juntos me ha demostrado cada día su confianza en mi trabajo y en mi capacidad. En todo este tiempo he tenido la oportunidad de aprender de él cómo funciona este pequeño submundo universitario, tanto en la gestión y dirección de proyectos como en aspectos relativos a la docencia. A Enrique le tengo que agradecer que siempre ha estado ahí cuando le he necesitado, tanto para comentar con él cosas de la tesis, los artículos o los proyectos, como para simplemente tomar una cerveza juntos y hablar de cualquier cosa (lo cual se agradece tanto, sino más, que lo primero). Sin el apoyo y profesionalidad de ambos, esta tesis no hubiera sido posible.

Los cinco años que he trabajado en el IIT han sido posibles gracias al proyecto de investigación ARO (Análisis de Restricciones a la Operación), desarrollado conjuntamente por el Instituto de Investigación Tecnológica (IIT) de la Universidad Pontificia Comillas e Indra S.A., para Red Eléctrica de España. Mis agradecimientos más sinceros a toda la gente con la que he trabajado en este proyecto durante los últimos cinco años. A Marisa Navarrete, Rosa Casanova y Maribel García, de Indra S.A., tres personas que son sinónimo de trabajo bien hecho. A Fernando Cacho, Gerardo López, Juan Manuel Rodríguez y Fernando Blanco, de Red Eléctrica. Confío en poder seguir trabajando en este inmejorable grupo durante muchos años. También quiero agradecer a Red Eléctrica la cesión de los datos del sistema eléctrico peninsular español utilizados en los ejemplos presentados en esta tesis. Gracias también a todas las personas de Red Eléctrica con las que he tenido la oportunidad de discutir sobre voltios y amperios en un ambiente tan desenfadado como profesional: Tomás Domínguez, Mustafá Pezic, Juan Moreno, Eva Acosta, Maria Luisa Llorens, entre otros muchos.

En cinco años da tiempo no sólo a conocer a mucha gente, sino también a pasar de verlos como compañeros de trabajo a verlos como amigos, y no creo que haya un sitio mejor que el IIT para que eso ocurra. En primer lugar me gustaría agradecer a los inquilinos de la segunda planta que me acogieron cuando llegué: Eduardo Pilo, Javi Cimadevila, Nacho Egido, Pablo Centeno y Víctor Méndez. A los que posteriormente se fueron uniendo a nosotros, tanto en la segunda planta como en nuestra nueva casa en Quintana: Alberto Fabbri, Alex Ugedo, Alice Benati, Álvaro Franco, Andrés Causapé, Carlos Domingo, Carolina García, Dani Pérez, Deborah Koch, Gäel Wyssen, Jesús Jiménez, Jorge Muñoz, José Luis Maroño, Mariano Ventosa, M^a Pía Rodríguez, Miguel A. Gallego, Nacho Hierro, Pablo Frías, Pedro Linares, Pedro Sánchez, Raquel Chamochín, Santi López, Tomás Gómez.

No quiero olvidarme de aquellos del IIT con los que no he compartido planta, pero si charlas, café, algún congreso y alguna cañita: Andrés Ramos, Carlos Batlle, Efraim Centeno, Jesús Latorre, Juan Rivier, Julián Barquín, Michel Rivier, Nacho de la Fuente, Pablo García, Santi Cerisola. De aquellos con los que he compartido horas en ICAI, tanto de alumno (David Gallego, Jose Carlos Fernández, Jorge García, M^a Paz García) como de profesor (Teresa Sánchez, Damián Laloux).

El último agradecimiento a gente del IIT es para la gente de administración, sin la que el IIT en general y yo en particular andaríamos a la deriva: Carmen Jiménez, Isabel Tamudo, Julián Jiménez, Julián Martín, Mariló Rodríguez, Pilar Barrado.

Quiero dar las gracias a la gente de la “tribu”, que han estado ahí siempre que les he necesitado, y con los que he compartido lo bueno, lo malo y lo regular. Gracias a Nuri y a Sara, mis niñas preferidas. Gracias a Carlos, Chema, Javi, Nacho, de los que nunca podré decir que me han fallado cuando les he necesitado. Gracias a Alberto, Ana, Belén, Carmen, Ester, Jose, Laura, Leticia, Luis, María. A todos ellos les he tenido en ocasiones bastante abandonados durante estos años, y sin embargo ellos nunca me han abandonado a mí. Sois los mejores.

Un agradecimiento muy especial va dirigido a Juan María, miembro también de la “tribu” y un amigo de los que no quedan y que siempre ha estado a mi lado para compartir alegrías, penas, risas, cañas, fútbol (algún día el ORION resurgirá de sus cenizas cual Ave Fenix), conciertos, viajes, clases, exámenes y un montón de cosas más. Espero que esto perdure, y espero ver pronto mi nombre en los agradecimientos de tu tesis.

Un recuerdo al resto de amigos y amigas que, de una u otra manera, han colaborado a que la travesía de esta tesis fuese más llevadera. A Alberto, Emilio, Javi, Mariola, Miriam, Ruth, Santi. A la gente de Guadarrama, especialmente a Javi, un amigo como pocos con el siempre he podido y podré contar, y a Isa, Diego, Chuso, y un largo etcétera con los que he compartido muy buenos momentos.

A mi familia, que siempre han confiado en mí ciegamente. En primer lugar a mi padre Miguel Ángel, al que dedico esta tesis porque no ha podido ver cómo la termino, y que ha sido siempre un espejo en el que mirarme. De él aprendí, entre otras muchísimas cosas, la importancia de disfrutar de tu trabajo. A mi madre María, que desde que tengo uso de razón ha sido la persona que más se ha preocupado por mí y por mi futuro, y a la que debo lo que soy, lo que tengo y lo que hago. A mi hermana Eva, que desde pequeño ha sido para mí un apoyo y una amiga de verdad con la que siempre he podido contar, animándome si lo necesitaba y dándome capones cuando me lo merecía. A mi cuñado Jose, y a mis sobrinos Javi y Ana, a los que deseo que en un futuro tengan la misma suerte con todo que he tenido yo. Finalmente, un recuerdo también a mi familia “política”, que han confiado en mí ciegamente desde el principio de esta aventura.

Mi último y más especial agradecimiento va dirigido a Sara, que durante los últimos años se ha convertido en la persona más importante de mi vida. Ella ha sido la que más me ha tenido que aguantar durante este tiempo y la que siempre ha tenido una palabra, un gesto, una sonrisa, que me ha animado a continuar adelante y a terminar esta tesis. Sin ella hubiera sido imposible, por lo que espero que se sienta tan orgullosa de este trabajo como lo estoy yo de ella.

Resumen

Esta tesis doctoral aborda el problema del cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en sistemas de energía eléctrica en régimen permanente. En el análisis estático o de régimen permanente de los sistemas físicos en general, y de los sistemas de energía eléctrica en particular, se define como margen de funcionamiento a la distancia que separa al sistema desde un punto inicial de operación hasta un punto de funcionamiento límite. Atendiendo a esta definición, son muchos los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica que se pueden definir. La presente tesis doctoral se concentra en cuatro de los más importantes: el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados.

En la presente tesis se ha puesto de manifiesto que los cuatro márgenes de funcionamiento considerados presentan una definición matemática genérica similar, a pesar de su naturaleza y su propósito diferentes. Esta definición genérica está basada en un problema de optimización no lineal. La diferencia existente entre ellos tan solo radica en considerar unas ecuaciones u otras en la definición de la frontera de factibilidad de dicho problema de optimización. Basadas en esta definición, en esta tesis se ha desarrollado una novedosa metodología genérica para el cálculo de los márgenes y otra novedosa metodología genérica para su mejora empleando acciones de control.

En el caso de la metodología de cálculo de márgenes de funcionamiento, se han empleado tanto técnicas de continuación como técnicas de optimización, con la idea de poder combinar la robustez que proporcionan las técnicas de continuación con la precisión y las sensibilidades obtenidas mediante las técnicas de optimización. Se ha incluido un método basado en mínimos cuadrados para estimar multiplicadores de Lagrange, y que sirve de puente entre las técnicas de continuación y las técnicas de optimización en el caso particular de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.

En el caso de la metodología de mejora de márgenes de funcionamiento, se ha empleado programación lineal secuencial. De este modo, cada etapa de dicha metodología define un problema de programación lineal que determina el movimiento óptimo de los elementos de control considerados para la mejora del margen que se esté estudiando. Dicho problema de optimización lineal emplea sensibilidades de primer orden obtenidas a partir de los multiplicadores de Lagrange obtenidos en el proceso de cálculo del margen de funcionamiento considerado.

La tesis presenta resultados numéricos de la aplicación de los modelos desarrollados en esta tesis a casos reales del sistema eléctrico peninsular español. Los resultados presentados corresponden tanto al cálculo de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis como a su mejora mediante el empleo de los elementos de control del sistema. Los ejemplos propuestos en esta tesis responden a problemas reales que se dan en la operación del sistema eléctrico peninsular español, lo que demuestra la gran variedad de aplicaciones en las que se pueden emplear los novedosos algoritmos genéricos propuestos en esta tesis.

Índice

Índice general

1 INTRODUCCIÓN

1.1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	I-1
1.1.1	Definición de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica	I-1
1.1.2	Cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica.....	I-3
1.1.3	Motivación de la tesis.....	I-4
1.2	OBJETIVOS DE LA TESIS	I-5
1.3	ORGANIZACIÓN DE LA EXPOSICIÓN	I-6

2 MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO

2.1	INTRODUCCIÓN	II-1
2.2	MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS EN CASO BASE	II-3
2.2.1	Definición.....	II-3
2.2.2	Métodos de cálculo.....	II-4
2.2.2.1	Resolución de las ecuaciones del flujo de cargas.....	II-4
2.2.2.2	Margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas.....	II-5
2.2.3	Algoritmos de mejora.....	II-8
2.3	MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS BAJO HIPÓTESIS DE CONTINGENCIA	II-9
2.3.1	Definición.....	II-9
2.3.2	Métodos de cálculo.....	II-10
2.3.3	Algoritmos de mejora.....	II-12
2.4	MARGEN A LA INESTABILIDAD DE TENSIONES	II-16
2.4.1	Incidentes relacionados con la inestabilidad de tensiones.....	II-16
2.4.1.1	Dinamarca y Suecia, Septiembre del 2003	II-18
2.4.1.2	Italia, Septiembre del 2003	II-18
2.4.1.3	Canadá y Estados Unidos, Agosto 2003	II-18
2.4.1.4	España, Diciembre 2001	II-19
2.4.2	Definición.....	II-20
2.4.3	Índices de proximidad al colapso de tensiones	II-21
2.4.3.1	Descomposición en valores singulares.....	II-22
2.4.3.2	Análisis de autovalores	II-23
2.4.3.3	Funciones ‘test’	II-24
2.4.3.4	Determinante Reducido	II-25
2.4.3.5	Resumen.....	II-26
2.4.4	Factor crítico de carga	II-27
2.4.4.1	Técnicas de continuación.....	II-27
2.4.4.2	Técnicas directas.....	II-29
2.4.5	Algoritmos de mejora.....	II-30
2.5	CAPACIDAD DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA ENTRE SISTEMAS INTERCONECTADOS	II-31

2.5.1	Definiciones.....	II-31
2.5.1.1	<i>Total Transfer Capability (TTC)</i>	II-32
2.5.1.2	<i>Transmission Reliability Margin (TRM)</i>	II-33
2.5.1.3	<i>Capacity Benefit Margin (CBM)</i>	II-34
2.5.1.4	<i>Available Transfer Capability (ATC)</i>	II-35
2.5.2	Métodos de cálculo de la <i>TTC</i>	II-35
2.5.2.1	Técnicas de continuación.....	II-35
2.5.2.2	Técnicas basadas en <i>OPF</i>	II-36
2.5.2.3	Otras técnicas.....	II-37
2.5.3	Algoritmos de mejora.....	II-38
2.6	CONCLUSIONES.....	II-39
2.7	BIBLIOGRAFÍA.....	II-39

3 PROBLEMA GENÉRICO DE CÁLCULO DE MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO

3.1	INTRODUCCIÓN.....	III-1
3.2	ESTUDIO DEL PROBLEMA GENÉRICO DE CÁLCULO DE MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO.....	III-2
3.2.1	Formulación del problema genérico.....	III-2
3.2.2	Solución del problema genérico.....	III-4
3.2.2.1	Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema.....	III-4
3.2.2.2	Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.....	III-6
3.3	PARTICULARIZACIÓN DE LA FORMULACIÓN GENÉRICA PARA EL CÁLCULO DE LOS MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA.....	III-9
3.3.1	Margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base.....	III-10
3.3.1.1	Convergencia sin considerar límites de generación de potencia reactiva.....	III-12
3.3.1.2	Convergencia considerando límites de generación de potencia reactiva.....	III-13
3.3.2	Margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia.....	III-15
3.3.2.1	Contingencia de líneas.....	III-15
3.3.2.2	Contingencia de grupos de generación.....	III-17
3.3.2.3	Formulación final.....	III-18
3.3.3	Margen a la inestabilidad de tensiones.....	III-18
3.3.4	Capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (<i>Total Transfer Capability, TTC</i>).....	III-20
3.3.5	Resumen.....	III-21
3.4	CONCLUSIONES.....	III-22
3.5	BIBLIOGRAFÍA.....	III-23

4 CÁLCULO DE MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO

4.1	INTRODUCCIÓN.....	IV-1
4.2	VISIÓN GENERAL DEL PROCESO COMPLETO.....	IV-1
4.3	APROXIMACIÓN DEL ÓPTIMO: TÉCNICAS DE CONTINUACIÓN.....	IV-3
4.3.1	Predictor.....	IV-4

4.3.2	Parametrización	IV-7
4.3.3	Corrector.....	IV-9
4.3.4	Control de la longitud del paso.....	IV-13
4.4	AJUSTE DEL ÓPTIMO Y OBTENCIÓN DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE.....	IV-14
4.4.1	Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema	IV-15
4.4.2	Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.....	IV-15
4.4.2.1	Optimización.....	IV-16
4.4.2.2	Estimación de multiplicadores de Lagrange	IV-22
4.5	CONCLUSIONES	IV-24
4.6	BIBLIOGRAFÍA	IV-25

5 MEJORA DE LOS MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO

5.1	INTRODUCCIÓN	V-1
5.2	ANÁLISIS DE SENSIBILIDADES	V-1
5.2.1	Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema	V-2
5.2.2	Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.....	V-4
5.3	ESQUEMA GENERAL DE LOS ALGORITMOS DE MEJORA.....	V-4
5.3.1	Función objetivo: Minimizar acciones de control.....	V-5
5.3.2	Restricciones	V-6
5.3.2.1	Mejora obligada del margen de funcionamiento.....	V-7
5.3.2.2	Límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados	V-8
5.3.2.3	Control de la perturbación del sistema (pérdida de linealidad).....	V-8
5.3.3	Proceso iterativo	V-8
5.4	ESQUEMA PARTICULAR DE LOS ALGORITMOS DE MEJORA.....	V-9
5.4.1	Notación	V-10
5.4.1.1	Parámetros	V-10
5.4.1.2	Variables	V-11
5.4.2	Función objetivo.....	V-12
5.4.3	Restricciones	V-13
5.4.3.1	Mejora obligada del margen de funcionamiento.....	V-13
5.4.3.2	Límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados	V-14
5.4.3.3	Control de la perturbación del sistema (pérdida de linealidad).....	V-14
5.4.3.4	Restricciones adicionales	V-15
5.5	CONCLUSIONES	V-17
5.6	BIBLIOGRAFÍA	V-18

6 RESULTADOS

6.1	INTRODUCCIÓN	VI-1
6.2	DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO ESPAÑOL	VI-1
6.3	MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS EN CASO BASE	VI-3
6.3.1	Descripción del caso utilizado.....	VI-4
6.3.2	Cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base	VI-5

6.3.2.1	Reducción progresiva de los límites de generación de potencia reactiva.....	VI-6
6.3.2.2	P.O. 7.4 – Aplicación de los límites marcados por la banda obligatoria.....	VI-9
6.3.3	Mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base mediante acciones de control de tensiones	VI-10
6.3.3.1	Reducción de los límites de generación de potencia reactiva al 50%	VI-11
6.3.3.2	P.O. 7.4 – Aplicación de los límites marcados por la banda obligatoria.....	VI-13
6.3.4	Conclusiones	VI-15
6.4	MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS BAJO HIPÓTESIS DE CONTINGENCIA	VI-16
6.4.1	Descripción del caso utilizado.....	VI-16
6.4.2	Cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia.....	VI-17
6.4.2.1	Contingencia del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena.....	VI-19
6.4.2.2	Contingencia de los grupos de generación de San Roque.....	VI-19
6.4.2.3	Contingencia combinada del doble circuito y los grupos.....	VI-21
6.4.3	Mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia mediante acciones de control de tensiones	VI-23
6.4.3.1	Mejora del margen empleando tensiones de consigna de grupos, baterías de reactancias/condensadores y tomas de transformadores	VI-24
6.4.3.2	Mejora del margen empleando únicamente tensiones de consigna de grupos	VI-28
6.4.4	Conclusiones	VI-30
6.5	MARGEN A LA INESTABILIDAD DE TENSIONES	VI-30
6.5.1	Descripción del caso utilizado.....	VI-31
6.5.2	Cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones.....	VI-32
6.5.3	Mejora del margen a la inestabilidad de tensiones mediante deslastre de cargas	VI-36
6.5.4	Conclusiones	VI-43
6.6	CAPACIDAD DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA ENTRE SISTEMAS INTERCONECTADOS	VI-43
6.6.1	Descripción del caso utilizado.....	VI-43
6.6.2	Cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados	VI-45
6.6.2.1	Frontera formada por los flujos máximos de potencia por las líneas y límites de tensión en los nudos de las redes de 400 kV y 220 kV	VI-47
6.6.2.2	Frontera formada por los límites de tensión en los nudos de las redes a 400 kV y 220 kV	VI-48
6.6.2.3	Frontera formada por los límites de tensión en los nudos de la red a 400 kV	VI-49
6.6.3	Mejora de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados mediante redespacho de generación.....	VI-51
6.6.4	Conclusiones	VI-54
6.7	CONCLUSIONES FINALES	VI-55
6.8	BIBLIOGRAFÍA	VI-56

7 CONCLUSIONES, APORTACIONES Y SUGERENCIAS PARA POSTERIORES DESARROLLOS

7.1	INTRODUCCIÓN	VII-1
7.2	RESUMEN Y CONCLUSIONES	VII-1

7.2.1	Resumen y conclusiones de la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica.....	VII-3
7.2.2	Resumen y conclusiones del cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica	VII-4
7.2.3	Resumen y conclusiones de la mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica	VII-5
7.3	APORTACIONES ORIGINALES	VII-6
7.4	PUBLICACIONES	VII-7
7.4.1	Publicaciones en revistas internacionales.....	VII-7
7.4.2	Publicaciones en congresos internacionales.....	VII-8
7.4.3	Publicaciones en revistas nacionales.....	VII-8
7.5	SUGERENCIAS PARA POSTERIORES DESARROLLOS	VII-8

A BIFURCACIONES EN SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES

A.1	INTRODUCCIÓN	A-1
A.2	BIFURCACIONES EN SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES	A-1
A.3	LA BIFURCACIÓN SILLA-NODO.....	A-2
A.3.1	Autovector derecho v	A-5
A.3.2	Autovector izquierdo w	A-6
A.4	OTRAS BIFURCACIONES	A-7
A.4.1	Bifurcación de Hopf	A-7
A.4.2	Bifurcación causal	A-8
A.4.3	Bifurcación transcítica	A-8
A.5	CONCLUSIONES	A-9
A.6	BIBLIOGRAFÍA	A-10

B CONCEPTOS BÁSICOS DEL FENÓMENO DE COLAPSO DE TENSIONES

B.1	INTRODUCCIÓN	B-1
B.2	CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DEL FENÓMENO DE COLAPSO DE TENSIONES.....	B-1
B.2.1	Aspectos matemáticos	B-1
B.2.2	Curvas características	B-6
B.3	CONCLUSIONES	B-8
B.4	BIBLIOGRAFÍA	B-8

C EFECTO DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN LA ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA

C.1	INTRODUCCIÓN	C-1
C.2	EFFECTO DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA EN LA ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA	C-2
C.2.1	Análisis discreto	C-3
C.2.2	Análisis continuo	C-5
C.3	CASO EJEMPLO	C-8
C.3.1	Análisis preliminar	C-8
C.3.2	Caso 1: Saturación ESTABLE de la generación de potencia reactiva	C-10
C.3.3	Caso 2: Saturación INESTABLE de la generación de potencia reactiva	C-12
C.4	CONCLUSIONES	C-13
C.5	BIBLIOGRAFÍA	C-14

Índice de Figuras

FIGURA 2-1: CLASIFICACIÓN DE LOS DIFERENTES ESTADOS DE OPERACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA, EN ORDEN DE SEVERIDAD	II-1
FIGURA 2-2: RADIO DE CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEALES	II-6
FIGURA 2-3: POSIBILIDADES DE CAMBIO DE TRAYECTORIA AL PRODUCIRSE UNA CONTINGENCIA	II-11
FIGURA 2-4: CAMBIO DE TRAYECTORIA AL PRODUCIRSE UNA CONTINGENCIA FACTIBLE.....	II-13
FIGURA 2-5: CAMBIO DE TRAYECTORIA AL PRODUCIRSE UNA CONTINGENCIA INFECTIBLE.....	II-13
FIGURA 2-6: EVOLUCIÓN DE LA DEMANDA DEL SISTEMA ELÉCTRICO PENINSULAR ESPAÑOL DURANTE EL 17 DE DICIEMBRE DE 2001	II-19
FIGURA 2-7: EVOLUCIÓN DE LA DEMANDA DE LA ZONA CENTRO Y DE LA TENSIÓN EN SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES – 400 kV DURANTE EL 17 DE DICIEMBRE DE 2001	II-20
FIGURA 2-8: PASO COMPLETO DE LAS TÉCNICAS DE CONTINUACIÓN, PARA LA OBTENCIÓN DE UNA NUEVA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DE ESTADO, A PARTIR DE UNA ANTERIOR	II-28
FIGURA 2-9: TRM: CONCEPTO DE TTC COMO FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD	II-34
FIGURA 3–1: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PROBLEMA "CÁLCULO DEL MARGEN DE FUNCIONAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA", EN EL CASO EN QUE EL ÓPTIMO SE ENCUENTRE EN LOS LÍMITES DE FUNCIONAMIENTO DE LOS PARÁMETROS DE LA RED	III-4
FIGURA 3–2: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PROBLEMA "CÁLCULO DEL MARGEN DE FUNCIONAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA", EN EL CASO EN QUE EL ÓPTIMO SE ENCUENTRE EN LA BIFURCACIÓN SILLA-NODO DE LAS ECUACIONES DEL SISTEMA	III-7
FIGURA 3–3: DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO PROPUESTO PARA LA CONVERGENCIA DE LAS ECUACIONES DEL FLUJO DE CARGAS	III-11
FIGURA 3–4: SIMULACIÓN DE LA CONTINGENCIA DE UNA LÍNEA DE TRANSPORTE.....	III-16
FIGURA 3–5: PARAMETRIZACIÓN DE LAS ADMITANCIAS DE UNA LÍNEA DE TRANSPORTE PARA LA SIMULACIÓN DE SU CONTINGENCIA DE UNA MANERA CONTINUA.....	III-17
FIGURA 4–1: PROCESO COMPLETO DE CÁLCULO DE MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO EN LOS SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA	IV-2
FIGURA 4–2: PASO COMPLETO DE LAS TÉCNICAS DE CONTINUACIÓN, PARA LA OBTENCIÓN DE UNA NUEVA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DE ESTADO, A PARTIR DE UNA ANTERIOR	IV-4
FIGURA 4–3: APROXIMACIÓN LINEAL DE LAS ECUACIONES AUMENTADAS DEL FLUJO DE CARGAS	IV-6
FIGURA 4–4: COMPARATIVA GRÁFICA DE LOS PRINCIPALES MÉTODOS PREDICTORES EMPLEADOS EN LA LITERATURA	IV-6

FIGURA 4–5: AJUSTE DEL MÓDULO DEL VECTOR PREDICTOR PARA EVITAR VIOLACIONES DE LAS RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD H DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN GENÉRICO PARA EL CÁLCULO DE MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO.	IV-9
FIGURA 4–6: DETALLE DE LA DIFERENCIA CUALITATIVA ENTRE LAS DIRECCIONES ÓPTIMA Y PERPENDICULAR EN LA CONVERGENCIA DEL ALGORITMO CORRECTOR.....	IV-10
FIGURA 4–7: EXISTENCIA/NO EXISTENCIA DE LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DE ESTADO EN LA ETAPA CORRECTORA.....	IV-11
FIGURA 4–8: PASO CORRECTOR CON ACORTAMIENTO DE PASO	IV-12
FIGURA 4–9: TIPOS DE FUNCIONES BARRERA, SEGÚN EL TIPO DE PENALIZACIÓN QUE INFRINJAN A LA FUNCIÓN OBJETIVO.....	IV-17
FIGURA 5–1: ACOTACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL: DIFERENCIA ENTRE ACOTACIÓN INDIVIDUAL Y ACOTACIÓN CONJUNTA	V-9
FIGURA 5–2: DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO ITERATIVO DE MEJORA DEL MARGEN DE FUNCIONAMIENTO MEDIANTE ACCIONES DE CONTROL	V-10
FIGURA 6–1: ESQUEMA DE LA DIVISIÓN DE ÁREAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO PENINSULAR ESPAÑOL Y SISTEMAS LIMÍTROFES	VI-2
FIGURA 6–2: REPARTO POR TIPO DE GENERACIÓN DE LA CAPACIDAD DE GENERACIÓN INSTALADA EN EL SISTEMA ELÉCTRICO PENINSULAR ESPAÑOL	VI-3
FIGURA 6–3: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DEL NUDO DE VIC – 400 kV (ÁREA ESTE) PARA DIFERENTES NIVELES DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA	VI-6
FIGURA 6–4: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DEL NUDO DE RUBÍ – 400 kV (ÁREA ESTE) PARA DIFERENTES NIVELES DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA	VI-6
FIGURA 6–5: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DEL NUDO DE SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES – 400 kV (ÁREA CENTRO) PARA DIFERENTES NIVELES DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA.....	VI-7
FIGURA 6–6: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DEL NUDO DE CATADAU – 400 kV (ÁREA CENTRO) PARA DIFERENTES NIVELES DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA	VI-7
FIGURA 6–7: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DE LOS NUDOS DE VIC – 400 kV Y RUBÍ – 400 kV (ÁREA ESTE), APLICANDO LOS LÍMITES GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA OBLIGATORIOS RECOGIDOS EN EL P.O. 7.4	VI-10
FIGURA 6–8: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DE LOS NUDOS DE SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES – 400 kV Y CATADAU – 400 kV (ÁREA CENTRO), APLICANDO LOS LÍMITES GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA OBLIGATORIOS RECOGIDOS EN EL P.O. 7.4	VI-10
FIGURA 6–9: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DE LOS NUDOS DE VIC – 400 kV Y RUBÍ – 400 kV (ÁREA ESTE), PARA UN NIVEL DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA DEL 50%, ANTES Y DESPUÉS DE APLICAR LOS MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL DE TENSIONES	VI-13
FIGURA 6–10: EVOLUCIÓN DE LA TENSIÓN DE LOS NUDOS DE SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES – 400 kV Y CATADAU – 400 kV (ÁREA CENTRO), PARA UN NIVEL DE REDUCCIÓN DE LOS LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA	

REACTIVA DEL 50%, ANTES Y DESPUÉS DE APLICAR LOS MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL DE TENSIONES	VI-13
FIGURA 6-11: EVOLUCIÓN DEL MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS DURANTE LAS SUCEASIVAS ITERACIONES DEL ALGORITMO GENÉRICO DE MEJORA DE LOS MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO	VI-14
FIGURA 6-12: SINÓPTICO DE NUDOS SIMPLIFICADO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE DE ANDALUCÍA OCCIDENTAL	VI-17
FIGURA 6-13: MAPA ISOVOLTAICO DE LA RED DE 220 kV EN EL CASO BASE	VI-18
FIGURA 6-14: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA DEL DOBLE CIRCUITO	VI-20
FIGURA 6-15: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA DE LOS GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-21
FIGURA 6-16: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA CONJUNTA DEL DOBLE CIRCUITO Y LOS GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-21
FIGURA 6-17: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA CONJUNTA DEL DOBLE CIRCUITO Y LOS GRUPOS DE GENERACIÓN (SIN DETALLE)	VI-22
FIGURA 6-18: MAPA ISOVOLTAICO DE LA RED DE 220 kV EN EL CASO BASE, TRAS EL MOVIMIENTO ÓPTIMO DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL DE TENSIONES	VI-26
FIGURA 6-19: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA CONJUNTA DEL DOBLE CIRCUITO Y LOS GRUPOS DE GENERACIÓN, ANTES Y DESPUÉS DE APLICAR LOS MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LOS ELEMENTOS DE CONTROL DE TENSIONES	VI-27
FIGURA 6-20: MAPA ISOVOLTAICO DE LA RED DE 220 kV EN EL CASO BASE, TRAS EL MOVIMIENTO ÓPTIMO DE LAS TENSIONES DE CONSIGNA DE LOS GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-29
FIGURA 6-21: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, CONFORME SE APLICA PROGRESIVAMENTE LA CONTINGENCIA CONJUNTA DEL DOBLE CIRCUITO Y LOS GRUPOS DE GENERACIÓN, ANTES Y DESPUÉS DE APLICAR LOS MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS TENSIONES DE CONSIGNA DE LOS GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-30
FIGURA 6-22: MAPA ISOVOLTAICO DE LA RED DE 400 kV	VI-32
FIGURA 6-23: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS	VI-33
FIGURA 6-24: POTENCIA REACTIVA GENERADA POR LOS GRUPOS DE CASTELLÓN – LA PLANA Y COFRENTES	VI-34
FIGURA 6-25: BALANCE DE LA POTENCIA REACTIVA GENERADA Y CONSUMIDA POR LAS LÍNEAS DE TRANSPORTE	VI-35
FIGURA 6-26: PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA EN LAS LÍNEAS DE TRANSPORTE	VI-35
FIGURA 6-27: EVOLUCIÓN DEL MARGEN AL PUNTO DE COLAPSO DE TENSIONES DURANTE EL DESLASTRE	VI-36
FIGURA 6-28: MÓDULO DE LA TENSIÓN EN NUDOS, ANTES Y DESPUÉS DEL DESLASTRE	VI-39
FIGURA 6-29: EVOLUCIÓN DE LAS TENSIONES EN CASO BASE DURANTE EL DESLASTRE	VI-40
FIGURA 6-30: MAPA ISOVOLTAICO DE LA RED DE 400 kV, DESPUÉS DEL DESLASTRE	VI-40
FIGURA 6-31: POTENCIA REACTIVA GENERADA POR LOS GRUPOS DE CASTELLÓN – LA PLANA Y COFRENTES, ANTES Y DESPUÉS DEL DESLASTRE	VI-41

FIGURA 6–32: BALANCE DE LA POTENCIA REACTIVA GENERADA Y CONSUMIDA POR LAS LÍNEAS DE TRANSPORTE, ANTES Y DESPUÉS DEL DESLASTRE	VI-42
FIGURA 6–33: PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA EN LAS LÍNEAS DE TRANSPORTE, ANTES Y DESPUÉS DEL DESLASTRE	VI-42
FIGURA 6–34: SINÓPTICO DE NUDOS SIMPLIFICADO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE DE LEVANTE.....	VI-44
FIGURA 6–35: SINÓPTICO DE ÁREAS CON LOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA ACTIVA EN EL CASO BASE.....	VI-45
FIGURA 6–36: SINÓPTICO DE ÁREAS CON LOS INCREMENTOS EN LOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA ACTIVA EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA (FRONTERA COMPLETA).....	VI-48
FIGURA 6–37: SINÓPTICO DE ÁREAS CON LOS INCREMENTOS EN LOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA ACTIVA EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA (FRONTERA EN LÍMITES DE TENSIÓN EN NUDOS)	VI-50
FIGURA 6–38: SINÓPTICO DE ÁREAS CON LOS INCREMENTOS EN LOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA ACTIVA EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA (FRONTERA EN LÍMITES DE TENSIÓN EN NUDOS DE 400 kV)	VI-51
FIGURA 6–39: EVOLUCIÓN DE LA CAPACIDAD DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA DURANTE EL REDESPACHO DE GENERACIÓN DE POTENCIA ACTIVA	VI-52
FIGURA 6–40: SINÓPTICO DE ÁREAS CON LOS INCREMENTOS EN LOS INTERCAMBIOS DE POTENCIA ACTIVA EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA (FRONTERA COMPLETA), TRAS EL REDESPACHO ÓPTIMO DE GENERACIÓN	VI-54
FIGURA A-1: DIAGRAMA X-R DE LA BIFURCACIÓN SILLA-NODO	A-2
FIGURA A-2: PLANO COMPLEJO DE LOS AUTOVALORES: BIFURCACIÓN SILLA-NODO	A-3
FIGURA A-3: BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN EL ESPACIO DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA	A-3
FIGURA A-4: PASO POR LA BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN EL ESPACIO DE LAS VARIABLES DE ESTADO	A-4
FIGURA A-5: BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN EL ESPACIO DE LAS VARIABLES DE ESTADO	A-5
FIGURA A-6: BIFURCACIÓN SILLA-NODO EN EL ESPACIO DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA	A-7
FIGURA A-7: PLANO COMPLEJO DE LOS AUTOVALORES: BIFURCACIÓN DE HOPF.....	A-7
FIGURA A-8: PLANO COMPLEJO DE LOS AUTOVALORES: BIFURCACIÓN CAUSAL.....	A-8
FIGURA A-9: DIAGRAMA X-R DE LA BIFURCACIÓN TRANSCRÍTICA	A-9
FIGURA A-10: PLANO COMPLEJO DE LOS AUTOVALORES: BIFURCACIÓN TRANSCRÍTICA	A-9
FIGURA B-1: RED DE DOS NUDOS PARA EL ESTUDIO DE LOS ASPECTOS BÁSICOS DEL COLAPSO DE TENSIONES	B-1
FIGURA B-2: FRONTERA DE LA REGIÓN FACTIBLE EN EL PLANO P–Q	B-3
FIGURA B-3: FAMILIA DE CURVAS $U - P$ EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA DE LA CARGA.....	B-6
FIGURA B-4: FAMILIA DE CURVAS $\delta - P$ EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA DE LA CARGA.....	B-7

FIGURA B-5: FAMILIA DE CURVAS $Q_G - P$ EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA DE LA CARGA.....	B-7
FIGURA B-6: FAMILIA DE CURVAS $Q_{LOSS} - P$ EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA DE LA CARGA.....	B-8
FIGURA C-1: CAMBIO DE TRAYECTORIA QUE PROVOCA ALCANZAR EL LÍMITE SUPERIOR DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA DE UN GRUPO, PARA VARIOS VALORES DE DICHO LÍMITE SUPERIOR	C-2
FIGURA C-2: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS TRAYECTORIAS DE LAS VARIABLES DEL SISTEMA RESPECTO DE λ , PARA VARIOS VALORES DE μ	C-6
FIGURA C-3: POTENCIA REACTIVA GENERADA POR EL GENERADOR DE COFRENTES.....	C-9
FIGURA C-4: EVOLUCIÓN DEL INDICADOR DE ESTABILIDAD DE LA SATURACIÓN DE LA GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA DEL GENERADOR DE COFRENTES	C-9
FIGURA C-5: DETALLE DE LA EVOLUCIÓN DEL INDICADOR DE ESTABILIDAD DE LA SATURACIÓN DE LA GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA DEL GENERADOR DE COFRENTES	C-10
FIGURA C-6: POTENCIA REACTIVA GENERADA POR EL GENERADOR DE COFRENTES EN EL CASO 1 (SATURACIÓN ESTABLE)	C-10
FIGURA C-7: TENSIÓN EN EL NUDO DEL GENERADOR DE COFRENTES EN EL CASO 1 (SATURACIÓN ESTABLE)	C-11
FIGURA C-8: TENSIÓN EN NUDOS PILOTO EN EL CASO 1 (SATURACIÓN ESTABLE)	C-11
FIGURA C-9: POTENCIA REACTIVA GENERADA POR EL GENERADOR DE COFRENTES EN EL CASO 2 (SATURACIÓN INESTABLE)	C-12
FIGURA C-10: TENSIÓN EN EL NUDO DEL GENERADOR DE COFRENTES EN EL CASO 2 (SATURACIÓN INESTABLE)	C-13
FIGURA C-11: TENSIÓN EN NUDOS PILOTO EN EL CASO 2 (SATURACIÓN INESTABLE)	C-13

Índice de Tablas

TABLA 2-1: COMPARACIÓN DE ÍNDICES DE PROXIMIDAD AL COLAPSO DE TENSIONES	II-26
TABLA 3-1: ADAPTACIÓN DEL PROBLEMA GENÉRICO A LOS DIFERENTES MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO CONSIDERADOS	III-22
TABLA 6-1: DISTRIBUCIÓN DE LOS NUDOS DEL SISTEMA PENINSULAR ESPAÑOL POR NIVEL DE TENSIÓN Y ÁREA	VI-2
TABLA 6-2: CAPACIDAD DE CONSUMO Y GENERACIÓN DE REACTIVA A TRAVÉS DE REACTANCIAS Y CONDENSADORES EN EL SISTEMA	VI-3
TABLA 6-3: DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA POR ÁREAS	VI-4
TABLA 6-4: ESFUERZO COMPUTACIONAL EN EL CÁLCULO DEL MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS EN CASO BASE, CONSIDERANDO LÍMITES DE GENERACIÓN DE POTENCIA REACTIVA	VI-8
TABLA 6-5: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LA TENSIÓN DE CONSIGNA DE GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-12
TABLA 6-6: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS REACTANCIAS	VI-12
TABLA 6-7: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS TOMAS DE TRANSFORMADORES.....	VI-12
TABLA 6-8: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS TOMAS DE TRANSFORMADORES.....	VI-15
TABLA 6-9: CARACTERÍSTICAS DEL DOBLE CIRCUITO CONSIDERADO EN LA CONTINGENCIA	VI-19
TABLA 6-10: CARACTERÍSTICAS DE LOS GRUPOS DE GENERACIÓN CONSIDERADOS EN LA CONTINGENCIA	VI-20
TABLA 6-11: ESFUERZO COMPUTACIONAL EN EL CÁLCULO DEL MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS BAJO LA HIPÓTESIS DE CONTINGENCIA COMBINADA DEL DOBLE CIRCUITO Y LOS GRUPOS DE GENERACIÓN.....	VI-23
TABLA 6-12: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LA TENSIÓN DE CONSIGNA DE GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-24
TABLA 6-13: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS BATERÍAS DE CONDENSADORES.....	VI-24
TABLA 6-14: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS REACTANCIAS	VI-24
TABLA 6-15: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LAS TOMAS DE TRANSFORMADORES.....	VI-25
TABLA 6-16: RESUMEN DE LA PRIMERA ITERACIÓN DEL ALGORITMO DE MEJORA DEL MARGEN A LA FACTIBILIDAD DEL FLUJO DE CARGAS BAJO HIPÓTESIS DE CONTINGENCIA	VI-27
TABLA 6-17: MOVIMIENTOS ÓPTIMOS DE LA TENSIÓN DE CONSIGNA DE GRUPOS DE GENERACIÓN	VI-28
TABLA 6-18: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA EN CASO BASE.....	VI-31
TABLA 6-19: EFICIENCIA DEL DESLASTRE DE CARGAS.....	VI-36
TABLA 6-20: DISTRIBUCIÓN POR ÁREAS DE LA GENERACIÓN Y LA DEMANDA DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA	VI-37

TABLA 6-21: DISTRIBUCIÓN POR NUDOS DE LA CARGA ACTIVA Y REACTIVA DESLASTRADA	VI-37
TABLA 6-22: DISTRIBUCIÓN POR GRUPOS DE LA REDUCCIÓN DE POTENCIA ACTIVA GENERADA	VI-38
TABLA 6-23: INCREMENTO ABSOLUTO Y RELATIVO DE LAS TENSIONES EN CASO BASE A CAUSA DEL DESLASTRE	VI-39
TABLA 6-24: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA EN CASO BASE.....	VI-44
TABLA 6-25: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA, EN CASO BASE Y EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.....	VI-47
TABLA 6-26: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA, EN CASO BASE Y EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.....	VI-49
TABLA 6-27: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA, EN CASO BASE Y EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.....	VI-50
TABLA 6-28: REDESPACHO DE GENERACIÓN ÓPTIMO PARA LA MEJORA DE LA CAPACIDAD DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA	VI-53
TABLA 6-29: BALANCE DE POTENCIA ACTIVA DEL SISTEMA, EN CASO BASE Y EN EL PUNTO DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE ENERGÍA, TRAS EL REDESPACHO ÓPTIMO DE GENERACIÓN DE POTENCIA ACTIVA	VI-53
TABLA 7-1: ADAPTACIÓN DEL PROBLEMA GENÉRICO A LOS DIFERENTES MÁRGENES DE FUNCIONAMIENTO CONSIDERADOS	VII-3
TABLA C-1: PUNTOS DE ESTUDIO SELECCIONADOS	C-10

Lista de símbolos

Operadores

Símbolo	Descripción
∂	Derivada parcial
Δ	Incremento
Σ	Sumatorio
\mathbf{z}^T	Transpuesta del vector o matriz \mathbf{z}
$ z $	Valor absoluto de z

Símbolos genéricos

Símbolo	Descripción
α	Coefficiente de reducción del factor de acortamiento de paso
\mathbf{c}_u	Vector de costes de las acciones de control
c_H	Coste de la variable residual
d	Factor de acortamiento de paso
δ	Máxima perturbación admitida de las variables de estado y el factor de escala entre dos puntos del flujo de cargas de continuación
$\boldsymbol{\varepsilon}_g$	<i>Right-hand-side</i> de las restricciones de igualdad
ε_{hk}	<i>Right-hand-side</i> de la restricción de desigualdad activa
$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_g$	Perturbación en el <i>right-hand-side</i> de las restricciones de igualdad
$\Delta\varepsilon_{hk}$	Perturbación en el <i>right-hand-side</i> de la restricción de desigualdad activa
ϕ	Función barrera
ϕ_s	Gradiente de la función barrera respecto del vector de variables de holgura
ϕ_{ss}	Matriz Hessiana de la función barrera respecto del vector de variables de holgura
\mathbf{g}	Ecuaciones de estado / Restricciones de igualdad
g_i	i -ésima ecuación de estado
\mathbf{g}_x	Matriz jacobiana de las ecuaciones de estado respecto de las variables de estado
\mathbf{g}_λ	Matriz jacobiana de las ecuaciones de estado respecto del factor de escala
$\nabla^2 g_i$	Matriz Hessiana de la i -ésima ecuación de estado respecto del factor de escala y de las variables de estado
$g_{i,\lambda\lambda}$	Hessiano de la i -ésima ecuación de estado respecto del factor de escala dos veces
$\mathbf{g}_{i,\lambda x}$	Hessiano de la i -ésima ecuación de estado respecto del factor de escala y del vector de variables de estado

Símbolo	Descripción
$\mathbf{g}_{i,xx}$	Hessiano de la i -ésima ecuación de estado respecto de las variables de estado dos veces
γ	Factor de dimensionado del vector predictor asociado a la conservación de la factibilidad de las restricciones de desigualdad
\mathbf{h}	Restricciones de desigualdad
h_i	i -ésima restricción de desigualdad
\mathbf{h}_x	Matriz jacobiana de las restricciones de desigualdad respecto de las variables de estado
\mathbf{h}_λ	Matriz jacobiana de las restricciones de desigualdad respecto del factor de escala
$\nabla^2 h_i$	Matriz Hessiana de la i -ésima restricción de desigualdad respecto del factor de escala y de las variables de estado
$h_{i,\lambda\lambda}$	Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad respecto del factor de escala dos veces
$\mathbf{h}_{i,\lambda x}$	Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad respecto del factor de escala y del vector de variables de estado
$\mathbf{h}_{i,xx}$	Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad respecto de las variables de estado
H	Variable residual de la restricción de mejora obligada del factor de escala
λ	Factor de escala
λ_0	Valor inicial del factor de escala
λ_{sec}	Valor mínimo de seguridad del factor de escala
$\Delta\lambda$	Variación del factor de escala
$\Delta\lambda_p$	Incremento predictor del factor de escala
$\Delta\lambda^v$	Incremento corrector del factor de escala
\mathcal{L}	Lagrangiano del problema de optimización de cálculo de márgenes de funcionamiento
\mathcal{L}^{QP}	Lagrangiano del problema de estimación de multiplicadores de Lagrange mediante mínimos cuadrados

Símbolo	Descripción
μ	Vector de multiplicadores de Lagrange de las restricciones de igualdad
$\hat{\mu}$	Estimación del vector de multiplicadores de Lagrange de las restricciones de igualdad
$\Delta\mu$	Variación del vector de multiplicadores de Lagrange de las restricciones de igualdad
$\mathcal{O}(n)$	Infinitésimo de orden n
p	Parámetro de control de las funciones barrera
π	Vector de multiplicadores de Lagrange asociado a la restricción asociada a la hipótesis de singularidad del jacobiano de las ecuaciones de estado
ρ	Multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de estimación no nula
\mathbb{R}^n	Espacio de dimensión n
s	Vector de variables de holgura de las restricciones de desigualdad
\mathcal{S}_u	Vector de sensibilidades del factor de escala respecto de las acciones de control
σ	Factor de parametrización
u	Vector de acciones de control
u_0	Valor inicial del vector de acciones de control
u^+	Vector de límites máximos de las acciones de control
u^-	Vector de límites mínimos de las acciones de control
Δu	Variación del vector de acciones de control
Δu_s	Incremento del vector de acciones de control
Δu_b	Decremento del vector de acciones de control
x	Vector de variables de estado
Δx	Variación del vector de variables de estado
Δx_p	Incremento predictor del vector de variables de estado

Símbolo	Descripción
$\Delta \mathbf{x}^v$	Incremento corrector del vector de variables de estado
Ψ	Vector de multiplicadores de Lagrange de las restricciones de desigualdad
ψ_k	Multiplicador de Lagrange de la restricción de desigualdad activa
$\Delta \Psi$	Variación del vector de multiplicadores de Lagrange de las restricciones de desigualdad
ζ	Vector de error cometido en la hipótesis de singularidad del jacobiano de las ecuaciones de estado

Símbolos correspondientes al modelado de los sistemas de energía eléctrica

Símbolo	Descripción
B_{ij}	Parte imaginaria del elemento (i,j) de la matriz de admitancias nodales de la red
c_{PD}	Costes en la función objetivo del deslastre de carga de potencia activa
c_{PG}	Costes en la función objetivo del redespacho de generación
c_{QC}	Costes en la función objetivo del movimiento de las reactancias o los condensadores
c_{QD}	Costes en la función objetivo del deslastre de carga de potencia reactiva
c_t	Costes en la función objetivo del movimiento de tomas de transformadores
c_{VG}	Costes en la función objetivo del movimiento de las tensiones de consigna
$\cos\varphi$	Factor de potencia
\mathbf{F}	Potencias netas inyectadas en los nudos
F_i	Potencia neta inyectada en el nudo i
\mathbf{F}_e	Potencias netas especificadas en los nudos
\mathbf{FG}_e	Potencias generadas especificadas en los nudos
\mathbf{FD}_e	Potencias consumidas especificadas en los nudos
$\mathbf{F}_{e\lambda}$	Variación parametrizada del despacho de potencia del sistema
$\mathbf{FG}_{e\lambda}$	Variación parametrizada del despacho de potencia generada del sistema
$\mathbf{FD}_{e\lambda}$	Variación parametrizada del despacho de potencia demandada del sistema
G_{ij}	Parte real del elemento (i,j) de la matriz de admitancias nodales de la red
\mathbf{PD}_0	Potencia activa inicial demandada
$\Delta\mathbf{PDb}$	Redespacho de bajada de demanda de potencia activa
\mathbf{PG}_0	Potencia activa inicial generada

Símbolo	Descripción
\mathbf{PG}^+	Límites superiores de generación de potencia activa
\mathbf{PG}^-	Límites inferiores de generación de potencia activa
$\Delta\mathbf{PG}$	Variación de generación de potencia activa
$\Delta\mathbf{PGb}$	Redespacho de bajada de generación de potencia activa
$\Delta\mathbf{PGs}$	Redespacho de subida de generación de potencia activa
\mathbf{QC}_0	Potencia reactiva inicial generada por las reactancias o los condensadores
\mathbf{QC}^+	Límites superiores de generación de potencia reactiva de las reactancias o los condensadores
\mathbf{QC}^-	Límites inferiores de generación de potencia reactiva de las reactancias o los condensadores
$\Delta\mathbf{QC}$	Variación de la reactiva inyectada por las reactancias o los condensadores
$\Delta\mathbf{QCs}$	Incremento de la potencia reactiva inyectada por las reactancias o los condensadores
$\Delta\mathbf{QCb}$	Decremento de la potencia reactiva inyectada por las reactancias o los condensadores
$\boldsymbol{\theta}$	Vector de los ángulos de las tensiones de los nudos del sistema
θ_i	Ángulo de la tensión del nudo i
θ_{ij}	Diferencia de los ángulos de las tensiones de los nudos i y j
\mathbf{QD}_0	Potencia reactiva inicial demandada
$\Delta\mathbf{QDb}$	Redespacho de bajada de demanda de potencia reactiva
\mathbf{S}_ℓ	Flujos de potencia a través las líneas
\mathbf{S}_{PD}	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de la potencia activa inicial demandada
\mathbf{S}_{PG}	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de la potencia activa inicial generada
\mathbf{S}_{QC}	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de la potencia reactiva generada por las reactancias o los condensadores

Símbolo	Descripción
\mathcal{S}_{QD}	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de la potencia reactiva inicial demandada
\mathcal{S}_t	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de las tomas de los transformadores
\mathcal{S}_{VG}	Sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de las tensiones de consigna
t_0	Tomas iniciales de los transformadores
t^+	Tomas máximas de los transformadores
t^-	Tomas mínimas de los transformadores
Δt	Variación de la toma de los transformadores
Δt_s	Incremento de la toma de los transformadores
Δt_b	Decremento de la toma de los transformadores
V	Módulos de las tensiones de los nudos del sistema
V_i	Módulo de la tensión del nudo i
VG_0	Tensiones de consigna iniciales
VG^+	Límites superiores de las tensiones de consigna
VG^-	Límites inferiores de las tensiones de consigna
ΔVG	Variación de la tensión de consigna de los generadores
ΔVG_s	Incremento de la tensión de consigna de los generadores
ΔVG_b	Decremento de la tensión de consigna de los generadores

Acrónimos

Símbolo	Descripción
ARO	Análisis de Restricciones en la Operación
ATC	<i>Available Transfer Capability</i>
BOE	Boletín Oficial del Estado
CBM	<i>Capacity Benefit Margin</i>
FACTS	<i>Flexible Alternative Current Transmission System</i>
FDLF	<i>Fast Decoupled Load Flow</i>
HVDC	<i>High Voltage Direct Current</i>
IIT	Instituto de Investigación Tecnológica
LTC	<i>Load Tap Changer</i>
LTE	<i>Load Serving Entity</i>
OM	Operador del Mercado
OMEL	Operador del Mercado Electrico
OPF	<i>Optimal Power Flow</i>
OS	Operador del Sistema
PTDF	<i>Power Transfer Distribution Factor</i>
REE	Red Eléctrica de España
SCOPF	<i>Security Constrained Optimal Power Flow</i>
SVC	<i>Static Var Compensator</i>
TRM	<i>Transmission Reliability Margin</i>
TTC	<i>Total Transfer Capability</i>
UCTE	<i>Union for the Coordination of Transmission of Electricity</i>

Capítulo **1**

Introducción

Esta tesis doctoral aborda el problema del cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en sistemas de energía eléctrica en régimen permanente. Este capítulo introductorio plantea el problema que se aborda en la tesis, establece los objetivos y detalla cómo se encuentra organizada la exposición.

1.1 Planteamiento del problema

La presente sección plantea el problema que esta tesis aborda. La sección se ha organizado de la siguiente manera. En el apartado 1.1.1 se introduce el concepto de margen de funcionamiento en un sistema de energía eléctrica y se definen los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis. El apartado 1.1.2 introduce los problemas del cálculo y la mejora de los márgenes de funcionamiento. Finalmente, el apartado 1.1.3 contiene los factores que han motivado los desarrollos efectuados en la tesis.

1.1.1 Definición de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica

En el análisis estático o de régimen permanente de los sistemas físicos en general, y de los sistemas de energía eléctrica en particular, se define como margen de funcionamiento a la distancia que separa al sistema desde un punto inicial de operación hasta un punto de funcionamiento límite.

En el caso concreto de los sistemas de energía eléctrica, la definición de márgenes de funcionamiento está íntimamente ligada a los diferentes estados en los que se puede encontrar dicho sistema desde la perspectiva de la seguridad en la operación. Los sistemas de energía eléctrica pueden ser operados en diferentes estados, dependiendo de las condiciones en las que se encuentren. En orden de severidad, estos estados son “normal”, “alerta”, “emergencia” y “extremo”. En la gran mayoría de los casos, los sistemas de energía eléctrica se operan en estado “normal”, esto es, no sólo con todas las variables del sistema dentro de sus límites técnicos de funcionamiento, sino que además las reservas del sistema son suficientes para reaccionar ante cualquier incidente que pudiera ocurrir en el sistema. En ocasiones, si esta reserva se encuentra agotada, el sistema pasa al estado de “alerta” donde las variables del sistema continúan dentro de sus límites técnicos de funcionamiento y por tanto el sistema puede continuar funcionando, aunque se plantea la necesidad de acciones de control preventivas que devuelvan al sistema al estado “normal”. El siguiente estado, esto es, estado de “emergencia”, se puede alcanzar si las acciones de control preventivas fallan y el sistema sufre algún tipo de perturbación que provoca que una o varias variables del sistema se salgan de sus límites técnicos de funcionamiento. En estas condiciones, el sistema no puede ser operado, con lo que se hacen necesarias medidas correctivas que devuelvan al sistema al estado “normal” o en su defecto al estado de “alerta”. Finalmente, el estado “extremo” se alcanza cuando no sólo existen variables del sistema fuera de sus límites técnicos de funcionamiento, sino que además el sistema posee un desequilibrio severo en sus ecuaciones de estado, provocando la fragmentación del sistema en islas.

Los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica son por tanto los indicadores de lo lejos o cerca que se encuentra el sistema de los diferentes estados. Atendiendo a esta definición, son muchos los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica que se pueden definir. La presente tesis doctoral se concentra en cuatro de los más importantes: el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el margen a la convergencia de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de

energía entre sistemas interconectados. A continuación se realiza una introducción de cada uno de ellos.

El punto de partida en cualquier estudio relacionado con el funcionamiento de un sistema de energía eléctrica consiste en lo que se denomina caso base. El caso base queda definido por la topología del sistema, el despacho de potencia activa y reactiva demandada, el despacho de potencia activa generada y la posición de los elementos de control de tensiones. El caso base define por tanto la posición inicial del sistema. Sin embargo, es condición necesaria para comenzar cualquier tipo de análisis que el estado de dicho caso base esté definido. La forma de obtener el estado del sistema en el caso base es la resolución del flujo de cargas correspondiente a dicho caso base¹. El flujo de cargas constituye la herramienta básica en la simulación de la operación y en la planificación de los sistemas de energía eléctrica, ya sea como aplicación independiente o como subrutina de aplicaciones más complejas, tales como estabilidad transitoria, colapso de tensiones, etc. La resolución de las ecuaciones de estado (ecuaciones del flujo de cargas) proporciona las variables de estado del sistema, esto es, las tensiones de los nudos de la red, en módulo y argumento. Sin embargo, en dicha resolución puede ocurrir que la solución del flujo de cargas oscile e incluso diverja en el proceso iterativo de resolución. La no convergencia de la solución de un flujo de cargas puede ser motivada bien porque el sistema de ecuaciones del flujo de cargas es infactible (no existe solución, y por tanto el flujo de cargas no define ningún punto de operación), o bien porque el punto inicial desde el que se comienza a iterar está fuera del radio de convergencia de la solución. En el primero de los casos, desde el punto de vista de la seguridad, se dice que el sistema está en estado “extemo”. Es preciso en estos casos conocer lo cerca o lo lejos que se encuentra el sistema de presentar un sistema de ecuaciones de estado factible, esto es, un flujo de cargas que defina un punto de operación. Se puede definir por tanto como margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base a la distancia que separa el sistema de ecuaciones del flujo de cargas de la frontera de factibilidad.

Una vez se encuentra perfectamente definido el estado inicial del sistema, se puede proceder a realizar los diferentes análisis de seguridad necesarios para la correcta operación de los sistemas de energía eléctrica. Entre éstos, el análisis de contingencias es uno de los estudios más importantes que se realiza en los sistemas eléctricos de potencia, tanto en la planificación de la red, la programación de la explotación o la operación de la red en tiempo real. El análisis de contingencias consiste en el estudio de cómo se vería afectado el estado y la seguridad del sistema si en un momento dado fallaran uno o más elementos que conforman la red, tales como líneas de transporte o grupos de generación. La gran mayoría de métodos de análisis de contingencias dan por hecho que el flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia tiene solución. Sin embargo, en la gran mayoría de los casos, la pérdida de uno o varios elementos de la red de transporte perjudican el condicionamiento del sistema, pudiendo llegar en ocasiones a dejar un sistema de ecuaciones de flujo de cargas infactible, esto es, sin solución. Se puede definir por tanto el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia como el máximo porcentaje de la contingencia parametrizada que se puede aplicar sin salir de la zona factible.

Dentro de los análisis de seguridad de los sistemas de energía eléctrica, los estudios sobre estabilidad de tensiones han adquirido gran relevancia en las últimas décadas. La estabilidad de tensiones está relacionada con la capacidad de un sistema de energía eléctrica de mantener

¹ En realidad, la expresión “flujo de cargas” es aplicable únicamente a las ecuaciones de estado de los sistemas de energía eléctrica. Sin embargo, en la literatura técnica se suele extender el significado de la expresión también al problema de resolver dichas ecuaciones. En consecuencia, a lo largo de la presente tesis doctoral se hará referencia al “flujo de cargas” cuando se hable tanto de las ecuaciones de estado de los sistemas de energía eléctrica como del problema de obtener la solución de dichas ecuaciones

niveles aceptables de tensión en todos los nudos, tanto bajo condiciones normales de operación como tras sufrir perturbaciones. La estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica y su estudio requiere el modelado detallado de todos los elementos que conforman un sistema de energía eléctrica. Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, el grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y el punto de colapso de tensiones, a partir del cual el sistema de ecuaciones del flujo de cargas deja de tener solución. La medida más utilizada en esta clase de análisis es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, controlando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga. A este último se le define como margen a la inestabilidad de tensiones, y se puede considerar como otro margen de funcionamiento básico en los sistemas de energía eléctrica.

Las transferencias de energía a grandes distancias son fundamentales para la óptima operación de los sistemas de energía eléctrica, tanto desde un punto de vista técnico como económico. La capacidad de transferencia indica cuánto puede aumentar el flujo de energía sin afectar a la seguridad del sistema. La precisión y exactitud en el cálculo de esta capacidad de transferencia supone una información de vital importancia para la correcta operación y planificación de los sistemas y mercados eléctricos. La capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados se presenta por tanto como un margen de funcionamiento fundamental, sobre todo desde un aspecto económico, en la operación y planificación de los sistemas de energía eléctrica.

Como se puede comprobar, los cuatro márgenes de funcionamiento descritos anteriormente, y que serán los considerados a lo largo de la tesis, representan magnitudes físicas cualitativamente diferentes. Sin embargo, como se pondrá de manifiesto a lo largo de esta tesis doctoral, todos pueden ser modelados matemáticamente de la misma forma, bajo una única definición genérica. Esto permite el diseño de metodologías genéricas tanto para el cálculo como para la mejora de los márgenes de funcionamiento definidos anteriormente, y que serán los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis debido a la importancia que tienen todos ellos en los análisis de seguridad de los sistemas de energía eléctrica. Estas metodologías genéricas pueden ser aplicadas también a otros márgenes de funcionamiento en sistemas de energía eléctrica que entren dentro de la definición genérica que se presenta en esta tesis.

1.1.2 Cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

Tras haber definido qué margen de funcionamiento se desea estudiar, el segundo paso fundamental es obtener el valor de dicho margen. En este punto es donde se debe decidir, en primer lugar, si lo que se necesita es el margen exacto o basta con una estimación, y en el segundo caso qué precisión se le exige a dicha estimación. Una vez decidido qué es lo que se necesita, se debe decidir cual es el mejor método para su cálculo. En esta decisión, debe tenerse en cuenta para cada metodología la precisión y robustez que ofrece por un lado, y el coste computacional que acarrea por el otro.

La exhaustiva revisión bibliográfica realizada en el contexto de esta tesis pondrá de manifiesto la gran variedad de algoritmos presentes en la literatura diseñados específicamente para el cálculo de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis. Sin embargo, el inconveniente se presenta al tratar de adaptar estos algoritmos para el cálculo de algún otro margen de funcionamiento para el que no han sido diseñados. En esta tesis se presentará una novedosa metodología genérica basada en la definición matemática de un problema de

optimización que permite el cálculo de cualquiera de los márgenes de funcionamiento mediante el mismo algoritmo genérico.

Finalmente, el tercer paso fundamental, obtenido el valor del margen de funcionamiento considerado, es mejorar el valor de dicho margen, en caso de que éste no satisfaga los criterios mínimos de seguridad exigidos en cada caso. Obviamente, este tercer paso, aunque fundamental, es posible no abordarlo si el valor obtenido del margen correspondiente se puede considerar un valor seguro, y por tanto no se plantea la necesidad de mejorarlo. En caso contrario, si el valor obtenido es considerado no seguro, es necesario emplear los recursos que posea el sistema para lograr que el valor del margen de funcionamiento considerado alcance un valor mínimo que garantice la operación del sistema bajo condiciones seguras. Para ello, se debe comprobar qué recursos posee el sistema, si son lo suficientemente eficientes, y si se dispone de suficiente reserva de los mismos para lograr el objetivo de mejorar el margen de funcionamiento considerado hasta un valor determinado. Conocida la cantidad y calidad de los recursos del sistema, se debe decidir cual es el mejor método para calcular qué recursos se utilizarán y en qué cantidad. En esta decisión de nuevo debe tenerse en cuenta para cada metodología, la precisión y robustez que ofrece por un lado, y el coste computacional que acarrea por el otro.

De nuevo, la exhaustiva revisión bibliográfica realizada en el contexto de esta tesis mostrará la gran variedad de algoritmos existentes en la literatura técnica diseñados específicamente para lograr un aumento de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis, empleando para ello los recursos disponibles en el sistema. Sin embargo, el inconveniente se presenta al tratar de adaptar estos algoritmos para la mejora de algún otro margen de funcionamiento para el que no han sido diseñados, o para el empleo de acciones de control alternativas a las inicialmente consideradas en dichos algoritmos. En esta tesis se presentará una novedosa metodología genérica que permite la mejora de cualquiera de los márgenes de funcionamiento mediante el mismo algoritmo genérico, empleando para ellos cualquiera de los elementos de control disponibles en el sistema.

Los desarrollos efectuados en la presente tesis doctoral se aplican a cuatro márgenes concretos de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Sin embargo, las metodologías genéricas de cálculo y mejora desarrolladas en esta tesis también pueden ser aplicadas a todos aquellos márgenes de funcionamiento que puedan ser definidos mediante la formulación genérica propuesta en la tesis, ya sea en el contexto de los sistemas de energía eléctrica o en cualquier otro campo de la ingeniería.

1.1.3 Motivación de la tesis

El punto de partida de la presente tesis doctoral se sitúa a principios del año 2002. Semanas antes, el 17 de Diciembre de 2001, el sistema eléctrico peninsular español se vio envuelto en una situación cercana al colapso de tensiones, y que se solventó de forma certera mediante el deslastre selectivo de cargas². Este hecho motivó que se planteara el problema de obtener el deslastre óptimo de cargas para alejar un sistema de energía eléctrica del punto de colapso de tensiones. Para ello, se diseñó una metodología para el cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones, así como un algoritmo basado en programación lineal secuencial para la determinación de la estrategia óptima de deslastre de cargas correctivo que alejaba al sistema del punto de colapso.

² El incidente del sistema eléctrico peninsular español del 17 de Diciembre de 2001 se encuentra expuesto de forma más detallada en el subapartado 2.4.1.4 de esta tesis.

En este punto se apreció que la definición matemática empleada para medir la cercanía de un sistema al colapso de tensiones se podía generalizar a otros márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia, se planteó que ambas metodologías, tanto la de cálculo como la de mejora, se podían extender para otros de márgenes de funcionamiento. Asimismo, también se observó que el cálculo de las sensibilidades del margen con respecto de la carga del sistema también se podía realizar de forma genérica y ampliarlo de este modo a cualquier acción de control disponible en el sistema.

Dentro de este contexto, en esta tesis se plantean dos novedosas metodologías genéricas, una para calcular márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerado, y otra para poder mejorarlos empleando para ello cualquier elemento de control del sistema. De este modo, la metodología genérica de cálculo permitiría, mediante un único algoritmo, constatar la existencia o no de solución en un flujo de cargas, en caso base o bajo hipótesis de contingencia, determinar la cercanía de un sistema al punto de colapso de tensiones o conocer la capacidad de transferencia de energía existente entre sistemas eléctricos interconectados. Asimismo, la metodología genérica de mejora permitiría devolver la factibilidad a un caso de flujo de cargas sin solución, en caso base o bajo hipótesis de contingencia, alejar a un sistema de la zona de riesgo de inestabilidad de tensiones o aumentar la capacidad de transferencia de energía existente entre sistemas eléctricos interconectados, empleando para cualquiera de estos propósitos los elementos de control existentes en el sistema, esto es, redespacho de generación de potencia activa o deslastre de cargas, o bien elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos, tomas de transformadores y reactancias y baterías de condensadores).

1.2 Objetivos de la tesis

El principal objetivo de la presente tesis doctoral es la formulación de forma genérica de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis, así como la elaboración de sendas metodologías genéricas para su cálculo y su mejora. Como se comentó anteriormente en el apartado 1.1.1, los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis son el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen a la inestabilidad de tensiones y finalmente la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Por otro lado, los recursos considerados en esta tesis para la mejora de márgenes de funcionamiento son los elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos, tomas de transformadores y reactancias y baterías de condensadores), el redespacho de generación de potencia activa y finalmente el deslastre de cargas.

La revisión bibliográfica elaborada en esta tesis pone de manifiesto la existencia de algoritmos diversos diseñados tanto para el cálculo como para la mejora de los márgenes considerados. Sin embargo, la totalidad de los algoritmos revisados presentan una formulación muy particular que depende en cada caso del margen considerado y, en el caso de algoritmos de mejora, de las acciones de control consideradas. Este hecho propicia que no puedan ser empleados con otros márgenes de funcionamiento ni tampoco con otros elementos de control presentes en el sistema. Es por tanto objetivo prioritario de esta tesis formular un modelo matemático genérico en el que quepa la definición de los principales márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. A partir de esta formulación, se plantea el objetivo de diseñar una metodología que permita obtener el margen concreto que se esté estudiando. Asimismo, es objetivo de esta tesis plantear también una metodología basada en la definición genérica de los márgenes de funcionamiento que permita mejorar el margen considerado empleando de forma óptima los elementos de control disponibles en el sistema.

Con el objetivo de contrastar la eficiencia de las novedosas metodologías genéricas desarrolladas en la presente tesis doctoral, se buscaba poder aplicarlas en un sistema de energía eléctrica real. Para ello, se han aplicado las metodologías genéricas de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento desarrolladas en esta tesis a cuatro de los más importantes márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica: el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el margen a la convergencia de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Para estudiar cada uno de ellos, se han seleccionado diferentes supuestos reales de la operación y explotación del sistema eléctrico peninsular español.

Por último, en paralelo con el desarrollo de los modelos presentados en esta tesis, se ha estudiado de forma detallada el efecto que tiene la saturación de los límites de generación de potencia reactiva en la estabilidad de las tensiones de un sistema de energía eléctrica. Fruto de este exhaustivo estudio, recogido en el Apéndice C de esta tesis, se ha obtenido un indicador que permite conocer de antemano si la congelación de la generación de potencia reactiva en un grupo provocará la pérdida de la estabilidad de las tensiones del sistema o por el contrario tan sólo la empeorará. La utilidad de dicho índice también se ha puesto de manifiesto mediante su aplicación a un caso real de la operación del sistema eléctrico peninsular español.

1.3 Organización de la exposición

Esta tesis contiene cinco capítulos y tres apéndices cuyo contenido se detalla a continuación.

El capítulo 2 está dedicado a la revisión bibliográfica de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis. Dichos márgenes son el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen al colapso de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*). La revisión bibliográfica realizada recoge la definición de dichos márgenes, así como los principales algoritmos y metodologías empleados en su cálculo y en su mejora.

El capítulo 3 presenta la formulación del problema de optimización genérico empleado para el cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El capítulo se divide en dos partes fundamentales. En la primera parte se plantea dicho problema de optimización y se analizan los dos tipos de soluciones que puede presentar. En la segunda parte del capítulo se particulariza el problema de optimización genérico formulado en la primera parte del capítulo, y se adapta a cada uno de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis.

El capítulo 4 presenta la metodología para resolver el problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados, planteado en el capítulo anterior. Esta metodología está basada en técnicas de continuación y optimización. Dicha metodología incluye un novedoso método de estimación de multiplicadores de Lagrange, desarrollado en esta tesis.

El capítulo 5 expone la metodología genérica desarrollada en esta tesis para la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados. El capítulo se encuentra dividido en dos partes. En la primera parte del capítulo, se desarrolla el algoritmo de mejora de forma genérica, mientras que en la segunda parte del capítulo se particulariza en función del margen que se desee mejorar y las acciones de control empleadas para conseguirlo.

El capítulo 6 presenta resultados numéricos de la aplicación de los modelos desarrollados en esta tesis a casos reales del sistema eléctrico peninsular español. Los resultados presentados

corresponden tanto al cálculo de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis como a su mejora mediante el empleo de los elementos de control del sistema. Los ejemplos propuestos en este capítulo responden a problemas reales que se dan en la operación del sistema eléctrico peninsular español, lo que demuestra la gran variedad de aplicaciones en las que se pueden emplear los novedosos algoritmos genéricos propuestos en esta tesis.

En el capítulo 7 se presenta un breve resumen de la tesis y se destacan las principales conclusiones del trabajo realizado. Se indican las aportaciones originales más relevantes de la tesis y se enumeran las publicaciones a las que las investigaciones realizadas han dado lugar. El capítulo finaliza con las líneas de continuación sugeridas para posteriores desarrollos.

El apéndice A realiza una compilación de los conceptos básicos asociados a las bifurcaciones en los sistemas no lineales. Se hace además un especial análisis de la bifurcación silla-nodo, dada su importancia en el desarrollo de esta tesis.

El apéndice B presenta un análisis de los conceptos básicos asociados al colapso de tensiones. Dichos conceptos básicos se desarrollan a partir de una red simple, formada por un generador alimentando una carga de potencia constante, a través de una línea puramente inductiva.

En el apéndice C se analiza la estrecha relación existente entre la estabilidad de las tensiones de los sistemas de energía eléctrica y los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación. De este análisis, se obtienen respuestas a por qué un sistema puede volverse inestable al congelar la generación de potencia reactiva de un grupo y bajo qué circunstancias se produce este fenómeno. Fruto de dicho análisis, se presenta en este apéndice un novedoso índice que permite determinar de forma preventiva si la congelación de la generación de potencia reactiva en un grupo provocará la pérdida de la estabilidad de las tensiones del sistema o por el contrario tan sólo la empeorará.

Capítulo **2**

Márgenes de funcionamiento

2.1 Introducción

En el análisis estático o de régimen permanente de los sistemas físicos en general, y de los sistemas de energía eléctrica en particular, se define como margen de funcionamiento a la distancia que separa al sistema desde un punto inicial de operación hasta un punto de funcionamiento límite.

En el caso concreto de los sistemas de energía eléctrica, la definición de márgenes de funcionamiento está íntimamente ligada a los diferentes estados en los que se puede encontrar dicho sistema desde la perspectiva de la seguridad en la operación. Los sistemas de energía eléctrica pueden ser operados en diferentes estados, dependiendo de las condiciones en las que se encuentre [Dy Liacco, 1967; Elgerd, 1985]. Como muestra la Figura 2-1, estos estados pueden clasificarse son “normal”, “alerta”, “emergencia” y “extremo”, en orden de severidad.



Figura 2-1: Clasificación de los diferentes estados de operación de los sistemas de energía eléctrica, en orden de severidad

La diferencia entre los diferentes estados representados en la Figura 2-1 consisten en si se satisfacen o no las ecuaciones de estado (E) y las restricciones de desigualdad (I), esto es, los límites técnicos de funcionamiento de los componentes del sistema. En la gran mayoría de los casos, los sistemas de energía eléctrica se operan en estado “normal”, esto es, no sólo con todos los componentes del sistema dentro de sus límites técnicos de funcionamiento, sino que además las reservas del sistema son suficientes para reaccionar ante cualquier incidente que ocurriera en el sistema. En ocasiones, si esta reserva se encuentra agotada, el sistema pasa al estado de “alerta” donde los componentes del sistema continúan dentro de sus límites técnicos de funcionamiento y por tanto el sistema puede continuar funcionando, aunque se plantea la necesidad de acciones de control preventivas que devuelvan al sistema al estado “normal”. El siguiente estado, esto es, estado de “emergencia”, se puede alcanzar si las acciones de control preventivas fallan y el sistema sufre algún tipo de perturbación que provoca el que una o varios componentes del sistema se salgan de sus límites técnicos de funcionamiento. En estas condiciones, el sistema no puede ser operado, con lo que se hacen necesarias medidas correctivas que devuelvan al sistema al estado “normal” o en su defecto al estado de “alerta”. Finalmente, el estado “extremo” se alcanza cuando no sólo existan componentes del sistema fuera de sus límites técnicos de funcionamiento, sino que además el sistema posea un desequilibrio severo en sus ecuaciones de estado, provocando la fragmentación del sistema en islas. Los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica son los indicadores de lo lejos o cerca que se encuentra el sistema de los diferentes estados.

Abordar el problema de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica implica contestar a tres preguntas básicas: qué son, cómo se calculan y cómo se pueden mejorar. El primer paso fundamental por tanto es tener una definición clara del margen de funcionamiento con el que se está trabajando. Esta definición no sólo debe incluir una formulación del margen, sino que además debe incluir todos los aspectos que le rodean, es decir, qué modelo del sistema se está considerando, hasta qué nivel de detalle hay que modelar la red, cual es la frontera que delimita el funcionamiento seguro del sistema, etc. Existen por tanto diferentes márgenes de funcionamiento. Los márgenes de funcionamiento

en los sistemas de energía eléctrica que se consideran en esta tesis y sobre los que aplicarán la definición matemática genérica, así como las metodologías de cálculo y mejora, son cuatro:

- *Margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base*: mide lo cerca o lejos que se encuentra un problema de flujo de cargas en el caso base de ser factible, esto es, lo cerca o lo lejos que está de tener solución.
- *Margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia*: mide lo cerca o lejos que se encuentra un problema de flujo de cargas de ser factible, esto es, lo cerca o lo lejos que está de tener solución bajo hipótesis de contingencia.
- *Margen a la inestabilidad de tensiones*: mide lo cerca o lejos que se encuentra un punto de operación del punto de colapso de tensiones.
- *Capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados*: mide la cantidad de energía que pueden intercambiar dos sistemas interconectados sin alcanzar algún límite de funcionamiento del mismo.

En este punto es importante dejar constancia de que los cuatro márgenes de funcionamiento considerados en la presente tesis doctoral no son los únicos márgenes de funcionamiento que se pueden definir en el ámbito del estudio de los sistemas de energía eléctrica. La definición genérica que se presenta en este capítulo puede ser aplicada a otros márgenes de funcionamiento, tanto en los sistemas de energía eléctrica como en otros campos de la ingeniería. De la misma forma, las metodologías genéricas diseñadas tanto para el cálculo como para la mejora pueden ser aplicadas a cualquier margen de funcionamiento que entre dentro de la definición genérica presentada en esta tesis.

Como se comentó anteriormente, abordar el problema de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica implica contestar a tres preguntas básicas: qué son, cómo se calculan y cómo se pueden mejorar. El primer paso fundamental por tanto es tener una definición clara del margen de funcionamiento con el que se está trabajando. Esta definición no sólo debe incluir una formulación del margen, sino que además debe incluir todos los aspectos que le rodean, es decir, qué modelo del sistema se está considerando, hasta qué nivel de detalle hay que modelar la red, cual es la frontera que delimita el funcionamiento seguro del sistema, etc.

El segundo paso fundamental, definido el margen de funcionamiento considerado, es obtener el valor de dicho margen. En este punto es donde se debe decidir, en primer lugar, si lo que se necesita es el margen exacto o basta con una estimación, y en el segundo caso qué precisión se le exige a dicha estimación. Una vez decidido qué es lo que se necesita, se debe decidir cual es el mejor método para su cálculo. En esta decisión, debe tenerse en cuenta para cada metodología la precisión y robustez que ofrece por un lado, y el coste computacional que acarrea por el otro.

Finalmente, el tercer paso fundamental, obtenido el valor del margen de funcionamiento considerado, es aumentar el valor de dicho margen. Obviamente, este tercer paso, aunque fundamental, puede no abordarse si el valor obtenido del margen correspondiente es satisfactorio, y por tanto no se plantea la necesidad de mejorarlo. En caso contrario, si el valor obtenido es considerado no seguro, esto es, la seguridad del sistema operando en esas condiciones puede no estar garantizada, es necesario emplear los recursos que posea el sistema para lograr que el valor del margen de funcionamiento considerado alcance un valor mínimo que garantice la operación del sistema bajo condiciones seguras. En este punto es donde se debe comprobar, en primer lugar, qué recursos posee el sistema, si son lo suficientemente eficientes, y si se dispone de suficiente reserva de los mismos para lograr el objetivo de aumentar el margen de funcionamiento considerado hasta valores considerados seguros. Conocida la

cantidad y calidad de los recursos del sistema, se debe decidir cual es el mejor método para calcular qué recursos se utilizarán y en qué cantidad. En esta decisión de nuevo debe tenerse en cuenta para cada metodología la precisión y robustez que ofrece por un lado, y el coste computacional que acarrea por el otro.

El presente capítulo realiza una exhaustiva revisión bibliográfica en la que se ofrecen las respuestas que diversos autores han ido dando a lo largo de las últimas décadas a las tres preguntas (qué son, cómo se calculan y cómo se pueden mejorar) aplicadas a los cuatro márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis (margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados). Como se comprobará en la revisión, son innumerables los trabajos dedicados a estos márgenes de funcionamiento. Sin embargo, esta revisión también pondrá de manifiesto que no existe una forma genérica de abordar ni la definición ni el cálculo ni la mejora de dichos márgenes de funcionamiento. Como se demostrará a lo largo de esta tesis, el problema de los diferentes márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, sus definiciones, su cálculo y su mejora, pueden unificarse dentro de una formulación genérica. Empleando esta formulación genérica se han desarrollado en esta tesis dos metodologías genéricas, una aplicada al cálculo del margen correspondiente y la otra a su mejora empleando acciones de control del sistema.

El capítulo se ha organizado de la siguiente forma. La sección 2.2 aborda el problema del flujo de cargas en el caso base y su margen a la factibilidad. La sección 2.3 trata el problema de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia y su margen a la factibilidad. A continuación, la sección 2.4 analiza el problema de la estabilidad de tensiones en los sistemas de energía eléctrica, desde un punto de vista estático. La sección 2.5 aborda el estudio de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas de energía eléctrica interconectados. La estructura de las cuatro secciones anteriores es prácticamente idéntica. En primer lugar se realiza una compilación de las definiciones más importantes asociadas al margen de funcionamiento correspondiente. A continuación se realiza una revisión bibliográfica de las técnicas más importantes para su estimación y/o cálculo. Por último, se recopilan los algoritmos y técnicas presentes en la literatura técnica para la mejora del margen de funcionamiento considerado en la sección. Finalmente, la sección 2.6 presenta las conclusiones del capítulo.

2.2 Margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base

Esta sección está dedicada al estudio del problema de flujo de cargas en caso base. Este estudio incluye la definición del problema de flujo de cargas, la revisión de los métodos de cálculo y mejora de su convergencia y finalmente los algoritmos diseñados para devolver la factibilidad a las ecuaciones de estado del sistema.

La sección se encuentra dividida en los siguientes apartados. El apartado 2.2.1 define el problema de flujo de cargas. A continuación, el apartado 2.2.2 realiza una revisión de los algoritmos de solución del flujo de cargas, así como de las medidas de infactibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas cuando éstas no tienen solución. Finalmente, el apartado 2.2.3 describe los métodos existentes en la literatura técnica para devolver la factibilidad a las ecuaciones del flujo de cargas cuando éstas no tienen solución.

2.2.1 Definición

El problema conocido como flujo de cargas (*power flow* o *load flow* en literatura inglesa) consiste en obtener las condiciones de operación en régimen permanente de un sistema de

energía eléctrica [Gómez Expósito, *et al.*, 2002a]. De forma más específica, el problema consiste en obtener las tensiones de los nudos del sistema, en módulo y argumento, y los flujos de potencia por las líneas y transformadores, a partir de los consumos de los nudos de carga y la potencia generada por los grupos.

El flujo de cargas constituye la herramienta básica en la simulación de la operación y en la planificación de los sistemas de energía eléctrica, ya sea como aplicación independiente o como subrutina de aplicaciones más complejas, tales como análisis de estabilidad transitoria, colapso de tensiones, análisis de contingencias, etc. En la operación diaria constituye la base del análisis de seguridad del sistema. Esta herramienta se ejecuta periódicamente para identificar posibles problemas de sobrecargas o tensiones inaceptables, como consecuencia de la evolución de la carga, o cuando ocurre algún cambio brusco en la topología de la red. En la planificación, permite simular el estado en que se encontrarían los distintos escenarios que se están analizando ante una demanda estimada.

2.2.2 Métodos de cálculo

Sin duda, la etapa más importante y decisiva del problema de flujo de cargas consiste en la resolución de las ecuaciones de estado (ecuaciones del flujo de cargas) para la obtención de las variables de estado del sistema, esto es, las tensiones de los nudos del sistema, en módulo y argumento. La literatura técnica dedicada a la resolución del problema del flujo de cargas es muy extensa. Sin embargo, en ocasiones el flujo de cargas puede no tener solución. Por ello, existe en la literatura técnica trabajos dedicados a identificar problemas de flujo de cargas sin solución, esto es, infactibles. Por ello, el presente apartado se ha dividido en dos subapartados. El subapartado 2.2.2.1 está dedicado a revisar los métodos de resolución del flujo de cargas existentes en la literatura, mientras que el subapartado 2.2.2.2 está dedicado a revisar trabajos relacionados con el análisis de factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas.

2.2.2.1 Resolución de las ecuaciones del flujo de cargas

El problema del flujo de cargas consiste en la resolución de sus ecuaciones. Éstas constituyen un sistema de ecuaciones no lineales, que incluyen funciones parabólicas y trigonométricas. Debido a la no linealidad de las ecuaciones del flujo de cargas, todos los métodos de resolución desarrollados en la literatura han sido diseñados como procesos iterativos.

Las primeras técnicas de resolución de flujo de cargas estaban basadas en el método de Gauss-Seidel (GS) de resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales, y fueron desarrolladas durante los años cincuenta [Stott, 1974]. Sin embargo, la gran mayoría de técnicas de flujo de cargas desarrolladas en la literatura están basadas en el método de Newton-Rhapson (NR) de resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales [Tinney, *et al.*, 1967a; Tinney, *et al.*, 1971]. El método de NR está basado fundamentalmente en la resolución sucesiva de la aproximación lineal del sistema de ecuaciones, igualada a cero.

El método de NR presenta una convergencia más robusta y rápida que la que presenta el método de GS. Sin embargo, las técnicas basadas en NR tardaron en hacerse populares, debido fundamentalmente al trabajo computacional que suponía en cada iteración la triangularización de la matriz jacobiana de las ecuaciones del flujo de cargas en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de gran dimensión. Esto cambió con el desarrollo de las técnicas de matrices dispersas, que agilizaron el proceso de solución de grandes sistemas de ecuaciones lineales cuasi-vacíos [Tinney, *et al.*, 1967b], y reformulaciones simplificadas que permitían un mejor manejo de los jacobianos. Tal es el caso de las formulaciones desacopladas [Stott, *et al.*, 1974; van Amerongen, 1989], en las que se separan los ángulos de las tensiones y los

mismatches de potencia activa, de los módulos de las tensiones y los *mismatches* de potencia reactiva. Una segunda simplificación consiste en aproximar las submatrices jacobianas con el objetivo de hacerlas constantes. Como consecuencia de esto, la inversión mediante triangularización de dichas submatrices jacobianas es necesario realizarla una sola vez.

La formulación más popular del problema de flujo de cargas está realizada en coordenadas polares, esto es, considerando como variables el módulo y argumento de las tensiones del sistema. Sin embargo, existen también en la literatura formulaciones del problema de flujo de cargas en coordenadas rectangulares [Stott, 1974], esto es, considerando como variables la parte real e imaginaria de las tensiones del sistema [da Costa, *et al.*, 1999]. A. Gómez Expósito presenta en [Gómez Expósito, *et al.*, 2002b] una formulación más general del problema de flujo de cargas en coordenadas rectangulares, basada en inyecciones de corriente. Esto es, considerando un vector ampliado de variables de estado en el que se incluyen tanto las tensiones de los nudos como las corrientes netas inyectadas en la red. Estas técnicas alternativas cuentan con la ventaja de poseer una mayor robustez numérica en la matriz jacobiana al tratarse de ecuaciones cuadráticas linealmente ligadas. Por el contrario, presentan la desventaja fundamental de, al incluir también los vectores de corriente como variables de estado, presentar matrices jacobianas el doble de grandes de las que aparecen en el flujo de cargas convencional.

Todos estos métodos están contrastados tanto en sistemas mallados (transporte) como en sistemas radiales o cuasi-radiales (distribución). Sin embargo, en estos últimos se han desarrollado otros métodos más adecuados que explotan las peculiaridades que caracterizan a los sistemas radiales. Estos métodos pueden estar basados en inyecciones de corriente [Baran, *et al.*, 1989]. Otros se aprovechan del hecho de que, para una red de N nudos, en redes puramente radiales sólo existen $N-1$ ramas, planteando de este modo una formulación alternativa en la que entran como incógnitas la parte real e imaginaria del producto de las tensiones de los nudos que conecta cada rama de la red [Gómez Expósito, *et al.*, 1999]. Como consecuencia de la efectividad de estas técnicas aplicadas en redes radiales, existen también algoritmos desarrollados para “romper” redes muy poco malladas y convertirlas en redes radiales [Luo, *et al.*, 1990; Shirmohammadi, *et al.*, 1988]. De este modo, en la resolución del flujo de cargas en estas redes se pueden emplear estas técnicas especialmente ideadas para redes radiales.

2.2.2.2 Margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas

Las técnicas expuestas hasta ahora han evolucionado en el tiempo buscando una convergencia más rápida y robusta de las ecuaciones del flujo de cargas. Sin embargo, esta convergencia no se puede garantizar. Muy al contrario, la solución del flujo de cargas puede oscilar e incluso divergir en el proceso iterativo de resolución. Cuando esto ocurre, se dice que el caso está mal condicionado.

Desde el punto de vista del análisis de los sistemas de energía eléctrica, los factores que influyen en el mal condicionamiento de un sistema son diversos: tensiones de consigna de generadores mal ajustadas, el exceso de carga del sistema, grandes descuadres entre generación y demanda entre sistemas interconectados, elevados ratios r/x en las líneas, etc. Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, el mal condicionamiento de las ecuaciones de flujo de cargas de un sistema de energía eléctrica es debido a la naturaleza cuadrática y trigonométrica de las mismas. Esta naturaleza provoca que el problema de flujo de cargas pueda ser factible (dos soluciones reales diferentes) o infactible (dos soluciones complejas diferentes). Ambos casos se encuentran separados por una bifurcación silla-nodo, donde el problema del flujo de cargas tiene una única solución doble, y donde la matriz jacobiana de las ecuaciones

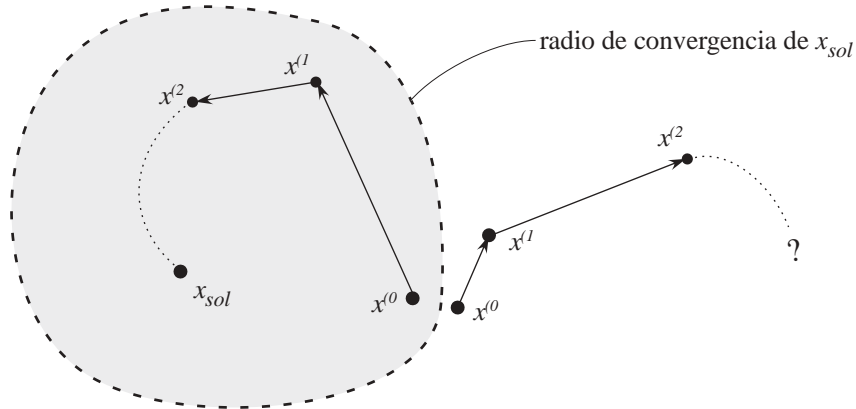


Figura 2-2: Radio de convergencia de la solución de un sistema de ecuaciones no lineales

del flujo de cargas es singular¹ [Cañizares, *et al.*, 2000]. De lo cerca o lejos que esté el punto de operación de dicha frontera de factibilidad dependerá que el radio de convergencia de la solución sea más pequeño o más grande, respectivamente.

Por lo tanto, la no convergencia de la solución de un flujo de cargas puede ser motivada bien porque el sistema de ecuaciones del flujo de cargas es infactible (no existe solución), o bien porque el punto inicial desde el que se comienza a iterar está fuera del radio de convergencia de la solución. La Figura 2-2 ofrece una idea cualitativa del concepto de radio de convergencia. La Figura 2-2 muestra la evolución de un algoritmo iterativo en la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales. Desde un punto inicial $x^{(0)}$ situado dentro del radio de convergencia se alcanza la solución x_{sol} . Sin embargo, desde un punto inicial $x^{(0)}$ fuera del radio de convergencia, el algoritmo iterativo diverge, a pesar de que ambos puntos iniciales están muy próximos el uno al otro. El radio de convergencia por tanto depende de la solución x_{sol} en sí misma y del algoritmo que se emplee para la resolución del sistema de ecuaciones².

Con objeto de evitar la no convergencia del método estándar de NR, se le han introducido algunas mejoras. Clements, *et al.*, incorporan en [Clements, *et al.*, 1982] un factor de aceleración/deceleración al vector de actualización de variables en la convergencia de las ecuaciones del flujo de cargas mediante NR. Dicho factor es controlado mediante la evolución de los *mismatches* durante el proceso de convergencia. En posteriores publicaciones, este factor de aceleración/deceleración ha sido optimizado, logrando no sólo acelerar la convergencia de la solución, sino además poder emplear el factor de aceleración/deceleración como un índice de factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas. En [Iwamoto, *et al.*, 1981] se desarrolla un método para la optimización del factor de aceleración/deceleración en la resolución del flujo de cargas mediante NR formulado en coordenadas rectangulares. El método consiste en expandir las ecuaciones del flujo de cargas formuladas en coordenadas rectangulares en serie de Taylor de segundo orden (términos cuadráticos). Tras añadir el factor de aceleración/deceleración al vector actualización de las variables de estado, plantea un problema de minimización de la suma de los cuadrados de los *mismatches* como función del factor de aceleración/deceleración. Por tanto, para obtener el mínimo se deriva la función objetivo y se iguala a cero, obteniéndose un polinomio de tercer grado. El factor de aceleración/deceleración óptimo se obtiene de una de las tres raíces de dicho polinomio (concretamente, en caso de que las tres sean reales, se escoge la menor). Posteriormente, Bijwe, *et al.*, amplían en [Bijwe, *et al.*, 2003] el método expuesto en

¹ La convergencia/oscilación/divergencia de la solución del flujo de cargas está estrechamente relacionada con el concepto de inestabilidad de tensiones, desarrollado en la sección 2.4 de esta tesis.

² Sólo es razonable hablar de radio de convergencia cuando la solución del sistema de ecuaciones existe.

[Iwamoto, *et al.*, 1981] para adaptarlo al caso en el que se utilice jacobiano constante o flujo de cargas desacoplado.

Braz, *et al.*, presenta en [Braz, *et al.*, 2000] una evaluación crítica de tres métodos de optimización del factor de aceleración/deceleración en la resolución del flujo de cargas formulado en coordenadas polares:

- El primer método, desarrollado en [Castro, *et al.*, 1997], consiste en expandir las ecuaciones del flujo de cargas en serie de Taylor de segundo orden (términos cuadráticos). Tras añadir el factor de aceleración/deceleración al vector actualización de las variables de estado, plantea un problema de minimización de la suma de los cuadrados de los *mismatches* como función del factor de aceleración/deceleración. Por tanto, para obtener el mínimo se deriva la función objetivo y se iguala a cero, obteniéndose un polinomio de tercer grado. El factor de aceleración/deceleración óptimo se obtiene de una de las tres raíces de dicho polinomio (concretamente, en caso de que las tres sean reales, se escoge la menor). Es por tanto prácticamente igual al desarrollado en [Iwamoto, *et al.*, 1981], con la salvedad de que en esta ocasión el flujo de cargas es formulado en coordenadas polares.
- El segundo método, desarrollado en [Dehnel, *et al.*, 1989], es similar al primero. La diferencia radica en que, una vez obtenido el vector actualización de las variables de estado en polares, le aplica una transformación para pasarlo a coordenadas rectangulares.
- El tercer método, desarrollado en [Scudder, 1981], plantea la resolución de las ecuaciones del flujo de cargas como la minimización de una función objetivo, construida a partir de la suma de los cuadrados de los errores. Tras añadir el factor de aceleración/deceleración al vector actualización de las variables de estado, obtiene el valor de la función objetivo para tres puntos: el inicial y el inicial más/menos un determinado incremento. Con estos tres puntos construye una parábola función del factor de aceleración/deceleración, y establece como valor óptimo de éste el correspondiente al mínimo de dicha parábola.

Los dos primeros están basados en el método desarrollado en [Iwamoto, *et al.*, 1981], mientras que el tercero parte de una idea diferente. Los dos primeros métodos presentan mejores resultados que el tercero en casos mal condicionados. Por otra parte, entre el primer y el segundo método, es preferible el primero por necesitar menos recursos computacionales, tanto de tiempo como de memoria.

Estos algoritmos garantizan la no divergencia de la solución de las ecuaciones del flujo de cargas. Sin embargo, para casos sin solución ninguno de éstos algoritmos devuelven una medida de lo lejos que se está de la región factible, esto es, una medida de lo infactible que es el sistema [Echavarren, *et al.*, 2006b]. En [Overbye, 1994] no sólo se presenta una metodología para resolver el problema de flujo de cargas, sino que además, en el caso de que no exista solución, proporciona una medida de lo infactible que es el sistema de ecuaciones. La metodología consiste en plantear el problema del flujo de cargas como la minimización de la suma de los cuadrados de los *mismatches*. De éste modo, la solución de este problema de optimización no lineal será la del problema original de flujo de cargas, en caso de que esta exista, o bien el punto de la frontera de factibilidad más cercano a la solución. El algoritmo plantea la resolución del flujo de cargas empleando técnicas de factor de aceleración/deceleración óptimo para alcanzar la frontera de factibilidad. Una vez alcanzada, se redefine el vector de potencias netas especificadas en función de la proyección de su diferencia con el despacho original sobre el vector normal a la frontera de factibilidad. Dicho vector normal es definido por el autovector izquierdo correspondiente con el autovalor singular de la matriz jacobiana.

2.2.3 Algoritmos de mejora

Tras lo expuesto en el apartado anterior, se concluye que un problema de flujo de cargas en un caso base puede no tener solución. Esto imposibilita cualquier tarea de operación, explotación y/o planificación de dicho sistema. Como consecuencia de esto, surge la necesidad de devolver la factibilidad a dicho caso base. Para lograr este objetivo, es preciso emplear acciones de control del sistema, tales como acciones de control de tensiones (tensiones de consigna de generadores, baterías de reactancias y/o condensadores, tomas de transformadores con regulación en carga...), redespachos de generación de potencia activa e incluso, llegado el caso extremo, deslastre de cargas. Sin embargo, estas acciones de control deben tomarse de forma óptima, especialmente los redespachos de generación y más aún el deslastre de cargas.

En [Overbye, 1995] se formula un método para devolver la factibilidad a un problema de flujo de cargas, basada en autovectores. El algoritmo comienza localizando en el plano de potencias el punto factible más cercano al despacho especificado, empleando el algoritmo descrito en [Overbye, 1994]. Dicho punto factible más cercano se establece mediante la norma euclídea, la cual también vale como medida de infactibilidad. El punto factible más cercano al despacho especificado se encuentra por tanto en la frontera de factibilidad, esto es, en el lugar geométrico de las bifurcaciones silla-nodo del sistema. De este modo, selecciona la dirección óptima de redespacho empleando el autovector izquierdo del autovalor singular del jacobiano en el punto factible más cercano al despacho especificado, proyectado sobre el espacio de acciones de control del sistema mediante la matriz jacobiana de las ecuaciones de flujo de cargas respecto de dichas acciones de control.

Basado también en la medida euclídea de infactibilidad propuesta en [Overbye, 1994], A. G. C. Conceição y C. A. Castro exponen en [Conceição, *et al.*, 2001] una metodología para devolver la factibilidad a las ecuaciones de flujo de cargas de un sistema de energía eléctrica. En esta ocasión, se presentan dos alternativas para la selección óptima de las acciones de control necesarias para devolver la factibilidad al flujo de cargas. La primera de ellas consiste en una metodología heurística, basada en factores de participación, calculados a partir de las sensibilidades de la distancia a la región factible respecto de las acciones de control del sistema, y la capacidad remanente de dichas acciones de control. La segunda, basada en programación no lineal, minimiza el montante total de acciones de control empleadas, escaladas mediante sus respectivos costes; las restricciones del problema consisten en la mejora (disminución) obligada de la distancia euclídea a la región factible y los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control.

S. Granville, J. C. O. Mello, y A. C. G. Melo desarrollan en [Granville, *et al.*, 1996] un algoritmo de mínimo deslastre de cargas para devolver la factibilidad a un problema de flujo de cargas, basado en técnicas de *OPF*. El algoritmo se plantea como un problema de optimización, en el que la función objetivo consiste en la minimización del total de carga deslastrada, controlada mediante un vector de parámetros de escala, uno por nudo de carga, acotados entre cero (no se deslastra nada) y uno (se deslastra todo). Las restricciones de igualdad son las ecuaciones del flujo de cargas. Finalmente, las restricciones de desigualdad son las cotas superiores e inferiores de los parámetros de escala del deslastre. Resolviendo por tanto este problema de optimización, la solución será un punto que satisfaga las ecuaciones del flujo de cargas (punto factible), obtenido mediante el mínimo deslastre de cargas posible. Se incluyen como variables del problema las acciones de control disponibles: tensiones de consigna en grupos de generación, transformadores con regulación en carga, redespacho de potencia activa en grupos, etc. El problema de optimización se resuelve mediante técnicas de punto interior y barreras logarítmicas.

La propuesta realizada por L. V. Barboza y R. Salgado en [Barboza, *et al.*, 2001] también se basa en técnicas de *OPF*. En esta ocasión, la función objetivo está formada por la suma de los cuadrados de las ecuaciones de balance de potencias en los nudos con carga deslastrable. Las restricciones de igualdad las constituyen las ecuaciones de balance de potencias en el resto de nudos del sistema, esto es, nudos de generación y nudos de potencia activa y reactiva neta especificada igual a cero. Finalmente, las restricciones de desigualdad las conforman los límites técnicos de funcionamiento del sistema (flujo límite por las líneas, límites de generación en los grupos, etc.). Estas últimas son restricciones adicionales, esto es, sólo son tenidas en cuenta si se desea que el nuevo punto de funcionamiento que se busca sea no sólo factible, sino también seguro. La resolución de este problema de optimización no lineal se resuelve mediante el algoritmo primal-dual predictor-corrector de punto interior [Wu, *et al.*, 1994].

2.3 Margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia

Esta sección está dedicada al estudio del problema de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Este estudio incluye la definición del análisis de contingencias, la revisión de los métodos de cálculo y finalmente los algoritmos diseñados para devolver la factibilidad a las ecuaciones del sistema bajo hipótesis de contingencia.

La sección se encuentra dividida en los siguientes apartados. El apartado 2.3.1 define el problema del análisis de contingencias. A continuación, el apartado 2.3.2 realiza una revisión de los algoritmos de solución del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, así como medidas de infactibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia cuando éstas no tienen solución. Finalmente, el apartado 2.3.3 describe los métodos existentes en la literatura técnica para garantizar la seguridad del sistema bajo hipótesis de contingencia.

2.3.1 Definición

El análisis de la seguridad de los sistemas de energía eléctrica puede ser dividido en tres tareas fundamentales:

- 1) Monitorización del estado del sistema que permita analizar su estado y el nivel de seguridad con el que está funcionando.
- 2) Análisis de contingencias para conocer el estado del sistema en caso del fallo simple o múltiple de los elementos que forman el sistema.
- 3) Análisis de las acciones preventivas/correctivas necesarias para garantizar el funcionamiento del sistema en condiciones seguras.

Por tanto, el análisis de contingencias es uno de los estudios más importantes que se realiza en los sistemas eléctricos de potencia, en la planificación de la red, la programación de la explotación y la explotación de la red en tiempo real [Riquelme, 1998; UCTE, 2004b]:

- En la planificación de la red se trata de determinar si la estructura de la red planificada para un determinado momento futuro es adecuada o requiere refuerzos.
- En la programación de la explotación se trata de determinar si la red, con la estructura de generación y descargos previstos, es capaz de asegurar el suministro a los consumidores aunque se produzca una serie de contingencias previstas, o si, por el contrario, se requiere modificar el plan de generación o de descargos.
- En la explotación de la red en tiempo real se desea saber si la red es capaz de soportar cualquier contingencia sin que se violen los límites de funcionamiento, o si, por el

contrario, la incidencia de alguna contingencia provocaría la violación de alguno de dichos límites, en cuyo caso el operador evaluará el riesgo existente y adoptará, en su caso, medidas preventivas.

En consecuencia, el análisis de contingencias supone una herramienta fundamental para la evaluación de la seguridad del sistema.

2.3.2 Métodos de cálculo

El problema fundamental del análisis contingencias es el tiempo de cálculo que acarrea. La eficiencia del análisis de contingencias depende por tanto de dos factores fundamentales: la selección de determinadas contingencias de interés en función de su severidad y la velocidad a la que se calculen dichas contingencias.

La selección de contingencias puede realizarse de forma manual, seleccionando todas las contingencias posibles del sistema (estudios $N-1$ o $N-2$), o bien determinadas contingencias en función de la experiencia de los operadores. Sin embargo, lo más eficiente en la mayoría de las ocasiones es acudir a sistemas de selección automática de contingencias. Estos sistemas emplean fundamentalmente dos familias de técnicas, *ranking* y *screening*:

- Los métodos de *ranking* basan la clasificación de las contingencias en un escalár, denominado índice de severidad, cuyo valor es proporcional a las sobrecargas (problemas de activa) [Ejebe, *et al.*, 1979], o bien a las violaciones de tensión en nudos y de potencia reactiva generada en grupos (problemas de reactiva) [Dabbaghachi, *et al.*, 1986]. Las contingencias que deberán ser tratadas en mayor profundidad serán por tanto las que tengan un índice de severidad más alto.
- Los métodos de *screening* se basan en la obtención de una aproximación del estado del sistema tras la aplicación de la contingencia [Albuyeh, *et al.*, 1982]. Una vez obtenida dicha aproximación, se comprueba si existen problemas de activa (sobrecargas) o de reactiva (violaciones de tensión y límites de generación de potencia reactiva en grupos), pasando a analizar con más profundidad aquellas contingencias en las que aparecen dichos problemas.

Una vez seleccionadas las contingencias de interés, se procede al estudio del estado del sistema bajo dichas contingencias. Para ello es necesario recalcular la solución del flujo de cargas, bajo la hipótesis de cada una de las contingencias consideradas. Esto en la gran mayoría de los casos implica un alto coste computacional, por lo que se suele utilizar el flujo de cargas desacoplado rápido (*FDLF*, ‘*Fast Decoupled Load Flow*’ en literatura inglesa) [Stott, *et al.*, 1974; van Amerongen, 1989]. El *FDLF* emplea matrices constantes \mathbf{B}' y \mathbf{B}'' como aproximaciones de la matriz jacobiana, permitiendo que éstas sean rápidamente actualizadas para cada contingencia mediante técnicas de matrices y vectores dispersos, como refactorización parcial [Chan, *et al.*, 1986] o compensación [Alsaç, *et al.*, 1983].

Con objeto de aumentar la velocidad de cálculo, se emplean también técnicas de zonificación (*bounding* en literatura inglesa) [Bacher, *et al.*, 1989; Ejebe, *et al.*, 1992]. Estas técnicas consisten en, para cada contingencia, determinar el conjunto de nudos y ramas que apenas se ven afectados por su aplicación, de modo que no son considerados en la actualización de la solución del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia.

Una de las desventajas de los métodos expuestos hasta ahora es que dan por hecho que el flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia tiene solución. En la gran mayoría de los casos, la pérdida de uno o varios elementos de la red de transporte perjudican el condicionamiento del sistema, pudiendo llegar en ocasiones a dejar un sistema de ecuaciones de flujo de cargas

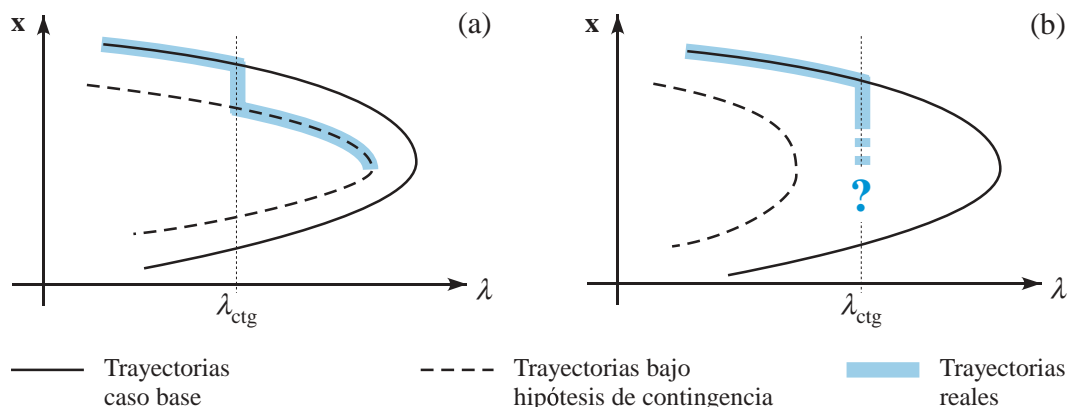


Figura 2-3: Posibilidades de cambio de trayectoria al producirse una contingencia

infactible, esto es, sin solución. En la Figura 2-3 se muestran las dos situaciones en las que desemboca típicamente un sistema de energía eléctrica al producirse una contingencia.

En los dos supuestos de la Figura 2-3 se representa una pareja de curvas características de las variables de estado x en función de un factor de carga λ . La primera de ellas (trazo continuo) corresponde al caso base, esto es, con el sistema intacto, mientras que la segunda (trazo discontinuo) corresponde al sistema tras haber sufrido alguna contingencia. Se representa también las trayectorias reales que seguirán las variables de estado x del sistema conforme aumenta el factor de carga λ , teniendo en cuenta que en $\lambda = \lambda_{ctg}$ se produce la contingencia.

Al producirse la contingencia en el primer caso, Figura 2-3a, las variables de estado x “saltan” de unas curvas a otras. Las nuevas curvas ofrecen un peor condicionamiento al encontrarse más cerca del punto de colapso, lo cual se traduce en tensiones más bajas, mayores flujos por las líneas y un aumento de las pérdidas del sistema. En efecto, esto ocurre en la gran mayoría de los casos. Sin embargo, conviene destacar que, en determinados casos, la apertura de una línea puede mejorar el condicionamiento del sistema, aumentando sus tensiones y disminuyendo los flujos por las líneas. Existen algoritmos en la literatura técnica para aliviar sobrecargas del sistema mediante la apertura de determinadas líneas de la red [Arya, *et al.*, 2000; Lobato, *et al.*, 2003; Wrubel, *et al.*, 1996].

Sin embargo, al producirse la contingencia en el segundo caso, Figura 2-3b, las variables de estado x no pueden “saltar” a unas nuevas curvas, ya que no existen. Como se puede observar, las curvas características correspondientes al sistema bajo hipótesis de contingencia alcanzan su punto de colapso para un valor del factor de carga λ menor que λ_{ctg} . Es decir, el flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, para el nivel de carga λ_{ctg} no tiene solución. Esto se traduce en que, si se produjera dicha contingencia, el sistema sufriría un colapso de tensiones inmediato.

A. J. Flueck y J. R. Dondeti emplean en [Flueck, *et al.*, 2000] técnicas de continuación para estudiar el efecto que produce en el sistema la variación progresiva de las admitancias de las ramas, desde sus valores iniciales (caso base) hasta cero (contingencia). Esto permite ilustrar la no linealidad existente entre las variables de estado del sistema (módulo y argumento de las tensiones) y los parámetros topológicos de la red de transporte (admitancias serie y *shunt* de las ramas). Además esta técnica permite observar cómo el sistema alcanza el punto de colapso antes de aplicar la contingencia en su totalidad, lo cual significa que la solución del flujo de cargas bajo la hipótesis de dicha contingencia no existe. La parametrización de la contingencia se realiza a través de un factor de escala μ , acotado entre 1 (caso base) y 0 (contingencia). Dicho factor de escala μ puede ser considerado como un margen a la factibilidad del flujo de

cargas bajo hipótesis de contingencia cuando el mínimo valor que puede tomar es mayor que 0, esto es, cuando no se puede aplicar la contingencia en su totalidad.

Con el objetivo de obtener una perspectiva más clara de la diferencia entre un flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia factible y uno infactible, se plantea en esta tesis una parametrización equivalente a la empleada en [Flueck, *et al.*, 2000], y desarrollada en [Echavarren, *et al.*, 2005]. La diferencia radica en considerar el factor de escala μ acotado entre 0 (caso base) y 1 (contingencia). Esto permite aplicar la formulación genérica del cálculo propuesta en esta tesis al cálculo del margen concreto a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. La Figura 2-4 y la Figura 2-5 representan la evolución de las variables de estado \mathbf{x} , conforme aumenta un factor de carga λ , y considerando que en un determinado valor λ_{ctg} se produce una contingencia, parametrizada a través del factor μ . Esto es, las Figura 2-4 y Figura 2-5 corresponden respectivamente con las Figura 2-3a y Figura 2-3b, tras añadir un tercer eje correspondiente al factor μ con el que se parametriza la contingencia.

La Figura 2-4 muestra el caso en el que la contingencia aplicada al sistema y parametrizada mediante el factor μ , no desemboca en un flujo de cargas infactible. Partiendo del punto *A*, las variables de estado del sistema \mathbf{x} evolucionan a través de unas determinadas trayectorias, a medida que el factor de carga λ aumenta. Esta evolución alcanza entonces el punto *B*, correspondiente a λ_{ctg} , momento en el que se produce la contingencia postulada. A partir de ese momento, las variables de estado \mathbf{x} evolucionan desde dicho punto a medida que la contingencia se va aplicando de forma progresiva, a través de la evolución del parámetro μ desde 0 (caso base) hasta 1 (contingencia). Como ya se ha indicado anteriormente, el flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia es factible en este caso. Por lo tanto, el sistema es capaz del alcanzar el punto *C*, correspondiente al valor $\mu = 1$. Finalmente, el sistema vuelve a evolucionar a medida que aumenta el factor de carga λ , hasta el punto de colapso *D*, correspondiente a λ_{crit} .

La Figura 2-5 muestra el caso contrario al representado en la Figura 2-4. En este caso, la contingencia aplicada al sistema y parametrizada mediante el factor μ , desemboca en un flujo de cargas infactible. Esto es, el máximo μ que se logra alcanzar es menor que 1. Partiendo del punto *A*, las variables de estado del sistema \mathbf{x} evolucionan a través de unas determinadas trayectorias, a medida que el factor de carga λ aumenta. Esta evolución alcanza entonces el punto *B*, correspondiente a λ_{ctg} , momento en el que se produce la contingencia postulada. A partir de ese momento, las variables de estado \mathbf{x} evolucionan desde dicho punto a medida que la contingencia se va aplicando de forma progresiva, a través de la evolución del parámetro μ desde 0 (caso base) hasta 1 (contingencia). Como ya se ha indicado anteriormente, el flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia es infactible en este caso. Por lo tanto, el sistema alcanza el punto *C*, correspondiente a un valor $\mu_{crit} < 1$, punto donde se produce el colapso de tensiones. Esto tiene como consecuencia que la contingencia aplicada en su totalidad degenera en un flujo de cargas sin solución real, y que el factor μ_{crit} puede ser considerado como medida de lo lejos o cerca que se encuentra el sistema de ser factible bajo hipótesis de contingencia.

2.3.3 Algoritmos de mejora

El problema de devolver la factibilidad a un problema de flujo de cargas infactible bajo hipótesis de contingencia constituye un problema prácticamente nuevo que no ha sido casi resuelto hasta el momento en la literatura. Resulta obvio apuntar que un posible método consiste en aplicar la contingencia infactible al sistema, considerarlo como un caso base y devolverle la factibilidad con las técnicas expuestas en el apartado 2.2.3 de esta tesis [Affonso, *et al.*, 2004]. Es el caso de [Overbye, *et al.*, 1998], donde los autores proponen emplear la

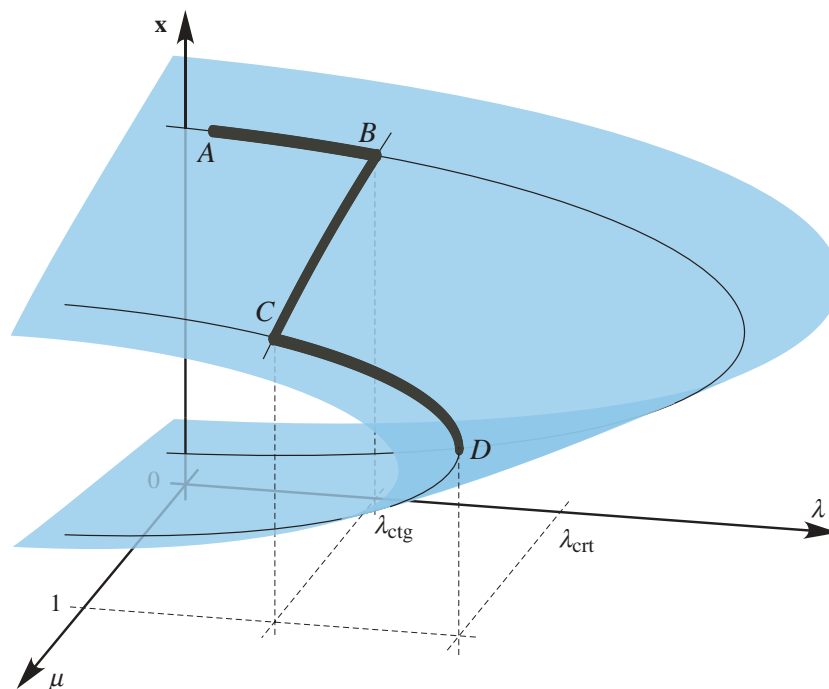


Figura 2-4: Cambio de trayectoria al producirse una contingencia *FACTIBLE*

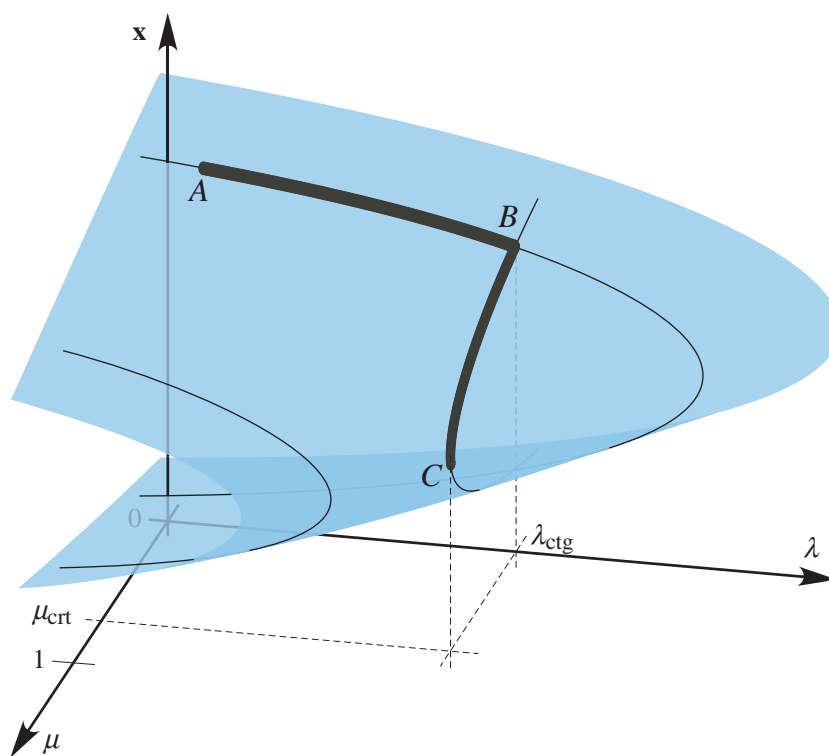


Figura 2-5: Cambio de trayectoria al producirse una contingencia *INFACTIBLE*

metodología desarrollada en [Overbye, 1995] para devolver la factibilidad a un sistema infactible bajo hipótesis de contingencia.

H. Song y B. Lee aportan en [Song, *et al.*, 2004] un algoritmo para devolver la factibilidad a un flujo de cargas infactible bajo hipótesis de contingencia. Para ello, emplean la parametrización de contingencias desarrollada por A. J. Flueck y J. R. Dondeti en [Flueck, *et al.*, 2000], para luego extraer las sensibilidades del factor que parametriza la contingencia con respecto de las

cargas del sistema, y formulan un problema de programación no lineal en el que se minimiza el total de carga deslastrada sujeto a que la contingencia sea de nuevo factible. Para resolver dicho problema de optimización no lineal, los autores emplean técnicas de punto interior.

Sin embargo, se han identificado en la literatura multitud de algoritmos para mejorar las condiciones de funcionamiento del sistema bajo hipótesis de contingencia. E. Lobato realiza en [Lobato, 2002] una exhaustiva revisión de todos estos algoritmos, agrupándolos en dos grandes familias: modelos de explotación generación-red y modelos de flujos de cargas óptimo con restricciones de seguridad.

- Modelos de explotación generación-red: los modelos de explotación tienen el objetivo de predecir, simular o reproducir el comportamiento de un sistema eléctrico para un conjunto de condiciones relevantes de funcionamiento. En [Ramos, 1990] se muestra una clasificación exhaustiva de distintos modelos de explotación y se indica el campo de aplicación de cada uno de ellos. En el corto plazo, que comprende el horizonte temporal desde un día a una semana, los modelos de explotación tradicionales tienen como objetivo encontrar la programación horaria óptima de los grupos térmicos, hidráulicos y de bombeo. Este problema determina por un lado los arranques y paradas de los grupos térmicos (denominado *'unit-commitment'* en la literatura inglesa), y por otro, los niveles de producción de cada unidad generadora en cada hora. La función objetivo a minimizar en un modelo de explotación tradicional se formula como el coste total de generación para el periodo considerado. Los modelos de explotación desarrollados con la reestructuración del sector eléctrico para un entorno de mercado, sustituyen la minimización del coste total de producción en el horizonte temporal considerado, por la maximización del margen que cada empresa generadora obtiene con sus grupos en el mercado [Baïllo, 2002; García González, 2001; Ventosa, 2001]. En ambos contextos, en un sistema con regulación tradicional o en un sistema eléctrico liberalizado, los modelos de explotación modelan el parque de generación térmica, hidráulica y de bombeo con el máximo detalle. Entre las restricciones formuladas se incluyen las restricciones de demanda, de reserva de generación, de producción máxima y mínima de cada grupo, y de rampas máxima de subida y bajada de carga de las unidades productoras. Las decisiones de arranque y parada de los grupos térmicos, así como las producciones de los grupos térmicos, hidráulicos y de bombeo están acopladas en los periodos del horizonte temporal considerado. Entre los factores que acoplan la solución en el tiempo, se citan las ecuaciones que ligan en nivel de los embalses entre dos periodos consecutivos, las rampas de subida y bajada de los grupos térmicos, y el impacto económico del coste de acoplamiento y parada de las unidades térmicas. Por otro lado, el suministro de energía en un sistema eléctrico depende además del funcionamiento adecuado de la red de transporte. La inclusión de la red de transporte añade gran complejidad a los modelos de explotación, debido a la gran dimensión del problema resultante, la gran no-linealidad de las ecuaciones del flujo de cargas, y la presencia de variables enteras que modelan el estado, la conexión y la desconexión de unidades. Dado el ámbito temporal y los objetivos para los que se utilizan, los modelos de explotación prescinden usualmente del modelado de la red de transporte. Los modelos de explotación que consideran explícitamente la red de transporte se denominan modelos de explotación generación-red. La formulación de la red de transporte elegida en la mayoría de los modelos de explotación generación-red desarrollados, corresponde a la formulación lineal del flujo de cargas en corriente continua (modelo DC) [Latorre, 1993; Rivier, 1998; Rivier, *et al.*, 1990]. En los modelos de flujo de cargas en corriente continua, el criterio preventivo ante hipótesis de contingencia se formula de forma lineal mediante los factores de sensibilidad de los flujos de potencia por las líneas [Sánchez, 1998]. El modelo de flujo de cargas en

corriente continua permite solucionar las restricciones técnicas debidas a sobrecargas que impone la red de transporte al despacho de generación, no así las restricciones técnicas debidas a problemas de tensión. Para solucionar las restricciones debidas a problemas de tensión, es necesario modelar la red transporte a través del modelo completo de flujo de cargas en corriente alterna (modelo AC).

- Modelos de flujos de cargas óptimo con restricciones de seguridad: Los modelos de flujo de cargas óptimo (*OPF*, ‘*Optimal Power Flow*’ en la literatura inglesa), tienen como objetivo determinar para un instante determinado las posiciones de las variables de control que optimizan la operación del sistema eléctrico. De la propia definición, se deduce que la red de transporte que rige la operación de un sistema eléctrico está siempre modelada en un *OPF*. Diferentes tipos de *OPF* pueden ser definidos con distintas funciones objetivo dependiendo de la aplicación específica para la que se destine [Huneault, *et al.*, 1991]. A su vez, el nivel de detalle del modelado de la red de transporte en un *OPF* también viene condicionado por la aplicación para la que se diseña. Un *OPF* considera la fotografía del sistema eléctrico para un único instante. De este modo, la optimización de un *OPF* se realiza sobre escenarios individuales, y no modela posibles acoplamientos temporales entre escenarios consecutivos. Dentro de los *OPF*, son de especial interés los algoritmos de flujo de cargas óptimo con restricciones de seguridad (*SCOPF*, ‘*Security Constrained Optimal Power Flow*’ en literatura inglesa). El objetivo de un *SCOPF* es determinar un punto de operación seguro del sistema mediante el ajuste de los elementos de control de los que dispone el sistema en funcionamiento normal, incluyendo el criterio de seguridad preventivo o correctivo ante hipótesis de contingencia. Entre las variables habituales de control consideradas en un *SCOPF* se pueden citar por un lado el redespacho de generación, y por otro el ajuste de elementos de control de tensión (tensiones de los generadores, tomas de los transformadores y posición de reactancias y condensadores). El método clásico utilizado para incluir el tratamiento de contingencias en modo preventivo dentro de un *SCOPF* consiste en añadir las restricciones linealizadas correspondientes a las magnitudes violadas de cada contingencia, haciendo uso de los factores de sensibilidad respecto a los elementos de control de tensión [Gómez San Román, 1989; Wood, *et al.*, 1984]. Los modelos *SCOPF* desarrollados en la literatura no consideran la conexión-desconexión de unidades generadoras como variables de control para conseguir un punto de operación seguro en el funcionamiento del sistema. A su vez, el modelado de los elementos de control de tensión se realiza en forma de variables continuas.

Sin embargo, la revisión bibliográfica efectuada en [Lobato, 2002] pone de manifiesto que el desarrollo de un método que contemple las distintas características y peculiaridades impuestas por la regulación española y por los criterios técnicos de operación del sistema, y que sea aplicable en la práctica a un sistema real de gran dimensión como es el sistema eléctrico peninsular español, no había sido resuelto satisfactoriamente hasta ese momento en la literatura. Para cubrir estas necesidades, E. Lobato desarrolla en [Lobato, 2002] y [Lobato, *et al.*, 2004a] un método de optimización de la solución centralizada de las restricciones técnicas en los 24 escenarios horarios de programación para un día en el mercado español de energía eléctrica, mediante el redespacho de la generación especificada en la casación inicial efectuada por el Operador del Mercado, incluyendo las variables de conexión de unidades inicialmente no casadas, y utilizando los elementos de control de tensión. La solución se obtiene considerando el criterio preventivo de operación del sistema eléctrico peninsular español, para las contingencias postuladas en los Procedimientos de Operación. En este método de solución de restricciones técnicas propuesto para el sistema eléctrico peninsular español, la solución de sobrecargas y de los problemas de tensión se efectúa separadamente.

- En primer lugar, se resuelven las restricciones técnicas debidas a sobrecargas detectadas en funcionamiento normal y ante hipótesis de contingencia con criterio preventivo [Lobato, *et al.*, 2004b]. La solución de restricciones debidas a sobrecargas de forma acoplada no es relevante en el sistema eléctrico español. La resolución desacoplada de cada escenario horario individual ofrece además mayor transparencia y claridad a la hora de efectuar la separación de redespachos en efectivos y de compensación. Por ello, la solución de restricciones técnicas debidas a sobrecargas se realiza en cada escenario horario de manera desacoplada. La conexión de unidades inicialmente no casadas para eliminar las restricciones debidas a sobrecargas supone una nueva fuente de inyección de reactiva en el sistema, y a su vez, una redistribución de los flujos de potencia activa entre áreas exportadoras e importadoras de energía. De este modo, el número y la severidad de las restricciones debidas a problemas de tensión que aparecen en el sistema pueden verse modificados, y por ello, la solución de restricciones técnicas debidas a sobrecargas se realiza antes que la solución de las restricciones debidas a problemas de tensión.
- Una vez solucionadas las restricciones técnicas debidas a sobrecargas, se solucionan las restricciones debidas a problemas de tensión [Lobato, *et al.*, 2005a; Lobato, *et al.*, 2005b]. Primeramente se resuelven desacopladamente en cada uno de los 24 escenarios horarios de programación. Seguidamente, se obtiene la solución acoplada de restricciones de tensión en los 24 escenarios horarios, integrando la información procedente de la solución desacoplada de cada escenario individual.

2.4 Margen a la inestabilidad de tensiones

Esta sección está dedicada al estudio de la estabilidad de tensiones a partir del modelo de régimen permanente de las ecuaciones de estado del sistema. Este estudio incluye la definición de colapso de tensiones, la revisión de los métodos de cálculo del margen al colapso de tensiones y finalmente los algoritmos diseñados para mejorar la estabilidad de las tensiones en un sistema de energía eléctrica.

La sección se encuentra dividida en los siguientes apartados. El apartado 2.4.1 realiza una revisión histórica de incidentes relacionados con la inestabilidad de tensiones, concentrándose fundamentalmente en los acaecidos más recientemente. Esta revisión da paso al apartado 2.4.2, donde se define el problema de inestabilidad y colapso de tensiones. A continuación, el apartado 2.4.3 realiza una compilación de índices de proximidad al punto de colapso utilizados en la literatura técnica. En el apartado 2.4.4 se realiza una revisión de los principales métodos de cálculo del factor crítico de carga. Finalmente, el apartado 2.4.5 describe los métodos existentes en la literatura técnica para mejorar la estabilidad de las tensiones en un sistema de energía eléctrica.

2.4.1 Incidentes relacionados con la inestabilidad de tensiones

En la literatura se encuentran grandes incidentes en sistemas de energía eléctrica directamente relacionados con la inestabilidad de tensiones [Barquin, 1993; Taylor, 1994]. Algunos incidentes históricos muy bien documentados son:

- Francia, Diciembre de 1978 [Cheimanoff, *et al.*, 1980]: El 19 de Diciembre de 1978 la red francesa sufrió su peor incidente desde la posguerra, el cual provocó un apagón que afectó a todo el país, excepto las zonas fronterizas. Un descenso de temperatura no previsto provoca un importante incremento de carga, concentrado principalmente en la zona de París. A esto se sumó la indisponibilidad de varios grupos térmicos de esa zona y alrededores. Como consecuencia, se produjo una sobrecarga de todo el sistema

de 400 kV, debido a la necesidad de traer potencia desde zonas alejadas del Este del país hasta la zona de París. Esto provocó tensiones bajas en toda la red. Se intenta solucionar el problema bloqueando los automatismos de los reguladores en carga de los transformadores de 400 kV, que habitualmente mantienen la tensión en valores constantes en la red de 230 kV. No se consigue controlar totalmente el descenso de tensión, y comienzan a operar protecciones de sobrecarga en diversas líneas del sistema. El resultado final es la salida de servicio de buena parte de la red y el funcionamiento “en isla” de los subsistemas que sobreviven, durante algo más de una hora. Un intento posterior de reenergización, trayendo potencia esta vez desde los Alpes hasta la zona occidental del país, provocó de nuevo grandes intensidades y caídas de tensión en las líneas de transporte que desembocaron en la apertura de dichas líneas y en que se produjera un segundo colapso de tensiones.

- Columbia Británica, Julio de 1979 [EPRI, 1989]: El incidente se inició con la pérdida de 100 MW en un horno eléctrico para aluminio en Kitimat. En ese momento, dicha carga estaba siendo suministrada por un generador próximo, situado en Kemano. Al no modificarse ni la consigna de potencia del grupo ni su tensión de consigna, todo el excedente de potencia se dirigió hacia la cercana subestación de Sekena. Todo este exceso de transporte innecesario tuvo como consecuencia grandes caídas de tensión y elevadas corrientes en las líneas de transporte entre Kemano y Sekena. A esto se sumó el hecho de que la carga de Kitimat se comportó como carga de impedancia constante, lo que produjo que la potencia consumida disminuyera aún más, agravando de este modo la situación. Finalmente, el aumento de la corriente motivado por la caída de las tensiones a potencia constante, provocó la actuación de los relés de sobreintensidad. Este incidente es digno de mencionarse porque fue iniciado por una disminución, y no por un aumento de la carga, como ocurre normalmente.
- Suecia, Diciembre de 1983 [CIGRE TF, 1986]: El 27 de Diciembre se produce una falta en la subestación de 400/220 kV de Hamra, una de las que alimentan la zona de Estocolmo. Esto provocó el disparo de la barra de 400 kV. En ese momento, todos los flujos que atravesaban la subestación de Hamra, procedentes de los grupos hidráulicos del norte del país, se redireccionan hacia la subestación de Halsberg. Esto provoca fuertes caídas de tensión y elevadas corrientes por las líneas. Como consecuencia, 55 segundos después del incidente se produce la apertura del resto de líneas que interconectaban Estocolmo con el norte de Suecia y Noruega por la acción de los relés de distancia. Esto desemboca en un colapso de tensiones que afecta al sur de Suecia, el cual quedó aislado del resto de Escandinavia durante aproximadamente una hora.
- Bretaña, Enero de 1987 [Harmand, *et al.*, 1990]: El 12 de Enero, entre las 10:55 y las 11:41, se produce el fallo simultáneo de tres unidades generadoras en la central de Cordennais. Trece segundos después, el último generador de la central sale de servicio al disparar el relé de máxima intensidad de rotor. Esta última falta inicia un fenómeno de colapso de tensiones en la zona que duró aproximadamente 8 minutos, durante los cuales se llegaron a registrar tensiones muy por debajo de sus valores nominales (180 kV en la subestación de 400 kV de Martyre). Dado que la frecuencia no varió significativamente, no actuaron los relés de desenganche de carga por subfrecuencia. El colapso se controla varios minutos después a costa del deslastre manual de cargas.

Existen también muy bien documentados incidentes más recientes directamente relacionados con la inestabilidad y el colapso de tensiones. En los próximos subapartados se realiza un breve resumen de algunos de los más importantes, incluyendo el acaecido en el sistema eléctrico peninsular español el 17 de Diciembre de 2001.

2.4.1.1 Dinamarca y Suecia, Septiembre del 2003

Es el caso del incidente acaecido en Septiembre del 2003 que afectó a los sistemas del este de Dinamarca y sur de Suecia [ELKRAFT, 2003; Larsson, *et al.*, 2004]. El 23 de Septiembre de 2003, a las 12:30, se produce un fallo en una unidad de la central de Oskarshamn, lo que supuso la pérdida de 1200 MW. Para compensar dicha pérdida, la generación se incrementó en otras centrales del norte de Suecia, Noruega, Finlandia y Dinamarca. Tan sólo cinco minutos después, a las 12:35, se produjo una doble falta en barras del circuito de 400 kV de la subestación de Horred, en el sur de Suecia. Como consecuencia de esto, se perdieron cuatro de las cinco líneas de 400 kV que posee la subestación. Dos de ellas conectaban la central de Ringhals con la red, por lo que se perdieron otros 1800 MW. Esto provocó un aumento desmesurado del transporte de energía desde el centro hacia el sur de Suecia. Todo esto trajo como consecuencia una caída incontrolada de las tensiones en todo el este de Dinamarca y sur de Suecia entre las 12:35 y las 12:37. De este modo, el efecto combinado de caída de tensión y aumento de transporte de energía condujo a los relés a interpretar que se había producido un cortocircuito en el sur de Suecia y, en consecuencia, dispararon y aislaron el sur del centro de Suecia. En este momento, el sur de Suecia, Bornholm, Zealand, Møn, Lolland y Falster quedaron aislados del resto del sistema nórdico, funcionando a muy bajas tensiones que siguieron cayendo hasta cero. En ese momento, los relés de Øresund desconectaron el este de Dinamarca del sur de Suecia.

2.4.1.2 Italia, Septiembre del 2003

Es el caso del incidente acaecido el 28 de Septiembre del 2003 que afectó a prácticamente la totalidad del sistema eléctrico italiano [UCTE, 2004a]. El origen del incidente fue la pérdida a las 3:01 en el sistema suizo de la línea de 380 kV Mettlen-Lavorgo, a causa de una falta a tierra por arco del conductor a un árbol, como consecuencia de un exceso de flecha. A raíz de ésta pérdida, ETRANS solicitó a GRTN la reducción de 300 MW en la importación de energía que Italia estaba haciendo de Suiza. Sin embargo, esta medida no fue suficiente para aliviar las sobrecargas en el sistema suizo, lo que originó un nuevo exceso de flecha en el conductor de la línea de 380 kV Sils-Soazzacon, provocando un nuevo arco de conductor a un árbol. Las sobrecargas producidas por la pérdida de ambas líneas produjo una apertura en cascada de todas las líneas de interconexión con el sistema italiano en tan sólo 12 segundos. En ese momento, las importaciones del sistema italiano ascendían a un total de 6900 MW, esto es, casi un tercio del total de la demanda del sistema italiano (21100 MW). Durante estos 12 segundos, la frecuencia se mantuvo aproximadamente en 50 Hz gracias al soporte que ofrecía la interconexión. Sin embargo, las tensiones del sistema cayeron de forma incontrolada durante estos segundos. Este hecho motivó que las centrales del sistema italiano, una vez desconectado de la UCTE, no pudieran soportar el sistema por sí solas. De este modo, a pesar de que los sistemas automáticos de deslastre de cargas desconectaron más de 3500 MW de bombeo y otros 7000 MW de carga, las centrales del sistema italiano fueron disparando sucesivamente hasta perder un total de 3700 MW de generación. Tan sólo 2 minutos y 30 segundos después de la desconexión del sistema italiano de la UCTE, la frecuencia había caído hasta los 47.5 Hz, produciéndose el colapso de forma definitiva en todo el sistema italiano.

2.4.1.3 Canadá y Estados Unidos, Agosto 2003

Es el caso del incidente acaecido el 14 de Agosto del 2003 que afectó al norte de la costa este de los Estados Unidos y Canadá [USA-CAN TF, 2003]. El incidente se inicia a las 13:31 cuando se desconecta el grupo 5 de la central de Eastlake en Ohio, perdiéndose un total de 597 MW de generación. Media hora más tarde, a las 14:02, se pierde la línea de 345 kV

Stuart-Atlanta a causa de un cortocircuito con un árbol. La pérdida de esta línea no fue crítica en los acontecimientos posteriores por la capacidad de evacuación perdida, sino porque su ausencia provocó errores de convergencia en los estimadores de estado. Entre las 15:05 y las 15:41 se pierden tres líneas del circuito de 345 kV que alimenta el norte de Ohio desde el este. Las tres líneas se perdieron por cortocircuitos con árboles. A medida que las líneas iban cayendo, las líneas cercanas, tanto del sistema de 345 kV como del de 138 kV se fueron sobrecargando y en consecuencia las tensiones comenzaron a caer. A partir de este momento y hasta las 16:10, la sucesión de líneas de los sistemas de 345 kV y 230 kV que se fueron desconectando dejaron prácticamente aislado a los sistemas del norte de Ohio y el este de Michigan, lo que significó una caída importante de las tensiones. Por otro lado, varios grupos del norte de Michigan fueron desconectados. En este momento, el único punto de paso posible fue a través del sistema de Ontario. Esto provocó que se produjera un transporte masivo de energía desde Pennsylvania a New York, de ahí a Ontario hasta Michigan. A raíz de este exceso de transporte, un total de cuatro líneas que conectaban Pennsylvania con New York se abrieron en tan sólo cuatro segundos. Esto dejó como únicos caminos posibles el sistema de Ontario y la interconexión desde New Jersey hasta New York. A partir de ahí, primero se perdió dicha interconexión desde New Jersey hasta New York. Después la interconexión de New York con New England, y las líneas que unían el este y el oeste de New York. Después, la interconexión entre Ontario y New York se perdió en Niagara y St. Lawrence, así como las líneas que mantenían conectado el este de Michigan con el sistema de Ontario. A las 16:13, prácticamente todo el norte de la costa este de los Estados Unidos y Canadá estaba afectada por el apagón.

2.4.1.4 España, Diciembre 2001

Una situación próxima al colapso de tensiones se produjo en el sistema eléctrico peninsular español el día 17 de Diciembre de 2001 [REE, 2002]. Se muestra a continuación en la Figura 2-6 la evolución de la demanda de potencia activa del sistema eléctrico peninsular español durante el 17 de Diciembre de 2001.

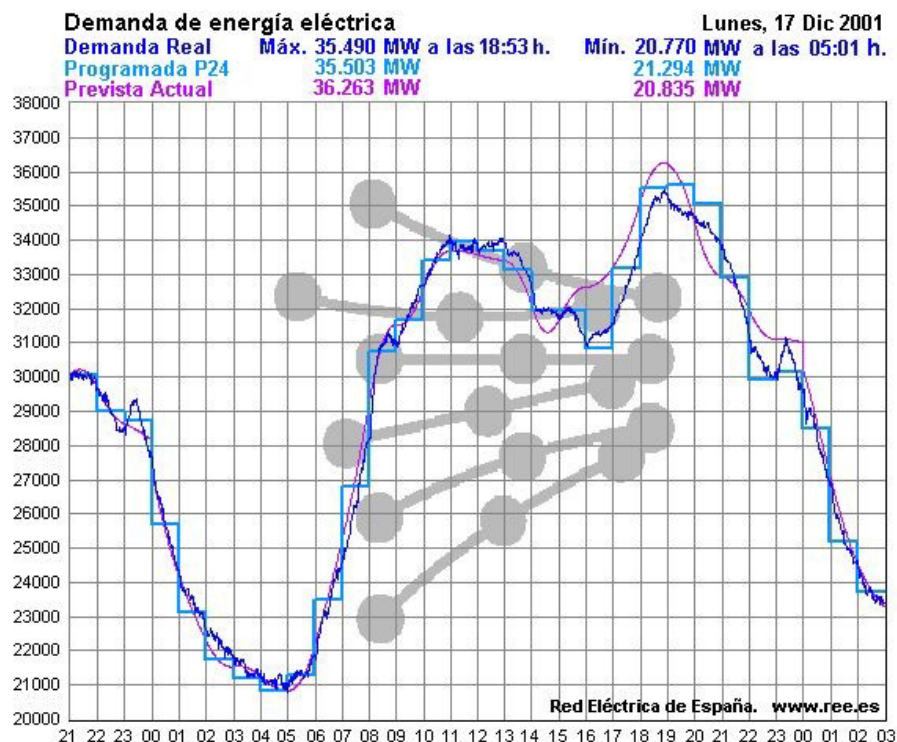


Figura 2-6: Evolución de la demanda del sistema eléctrico peninsular español durante el 17 de Diciembre de 2001

La ola de frío que afectaba a España provocó un aumento sin precedentes de la demanda de energía eléctrica, como muestra la Figura 2-6. Se alcanzó el récord histórico tanto de demanda punta a las 18:45 horas con 35500 MW, como de demanda media horaria a las 18 horas con 34930 MW. A la baja capacidad hidráulica motivada por un año muy seco, se sumó la indisponibilidad de algunos grupos térmicos. Todas estas circunstancias desembocaron en valores de tensión muy bajos a la hora de la punta, como los registrados en los nudos de 400 kV de San Sebastián de los Reyes con 348 kV en la zona Centro, o Catadau con 358 kV en la zona de Levante. Se muestra a continuación en la Figura 2-7 la evolución de la demanda de potencia activa de la zona centro y de la tensión en el nudo de 400 kV de San Sebastián de los Reyes durante el 17 de Diciembre de 2001.

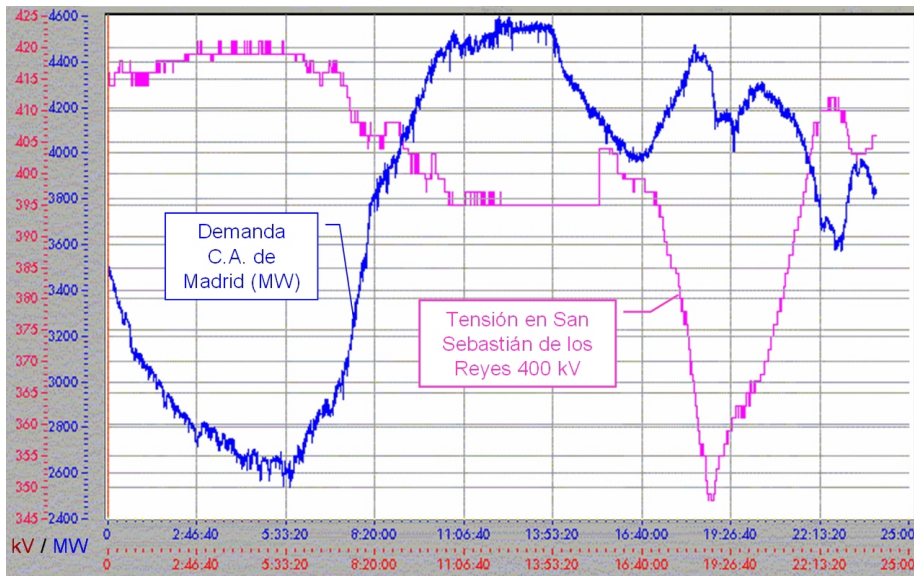


Figura 2-7: Evolución de la demanda de la zona centro y de la tensión en San Sebastián de los Reyes – 400 kV durante el 17 de Diciembre de 2001

Ante esta caída de las tensiones, el Operador del Sistema tomó la decisión cerca de las 19:00 de deslazar 500 MW de carga de las zonas Centro y Levante. Esta medida fue suficiente para frenar la caída de las tensiones y devolver al sistema a un punto de funcionamiento más seguro, como muestra en la Figura 2-7 la recuperación de la tensión en el nudo de 400 kV de San Sebastián de los Reyes a partir del momento del deslastre.

2.4.2 Definición

Como se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior, desde hace casi treinta años el fenómeno de la inestabilidad de tensiones tiene gran importancia en la explotación de sistemas de energía eléctrica. La inestabilidad de tensiones está relacionada con la capacidad de un sistema de energía eléctrica de mantener niveles aceptables de tensión en todos los nudos, tanto bajo condiciones normales de operación como tras sufrir perturbaciones [Kundur, 1994].

La estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica [Chiang, *et al.*, 1990; Dobson, *et al.*, 1992a; van Cutsem, *et al.*, 1998], y su estudio requiere el modelado detallado de todos los elementos que conforman un sistema de energía eléctrica: generadores, cargas, transformadores, reactancias, FACTS, interconexiones en corriente continua de alta tensión (*High Voltage Direct Current, HVDC*), etc. Desde un punto de vista físico, las causas fundamentales por las que un sistema puede alcanzar el colapso de tensiones son variadas [Bell, *et al.*, 2000; Chamorel, *et al.*, 1982]:

- Sistemas con gran demanda de potencia activa y/o reactiva: Cuanto mayor sea la carga del sistema, y por tanto mayor la generación, el transporte por las líneas será mayor, así como las pérdidas. Esto trae como consecuencia grandes corrientes por las líneas y bajas tensiones en los nudos.
- Sistemas con grandes desequilibrios generación–demanda en las áreas de intercambio (grandes transferencias de energía entre las áreas): El exceso de transporte de energía entre áreas de intercambio a través de las líneas de interconexión, provoca que en éstas las corrientes sean muy grandes, lo que contribuye a grandes caídas de tensión.
- Grupos en sus límites de generación o absorción de potencia reactiva: La saturación del límite máximo de generación de potencia reactiva en un generador, desemboca en una disminución de su tensión de consigna. Esto provoca que, para transportar la misma potencia a nudos cercanos, la corriente por las líneas debe crecer, aumentando la caída de tensión en dichas líneas (análogo en el caso del límite inferior).
- Pérdida de uno o más elementos de la red (líneas, generadores, transformadores, etc.): En el caso de líneas y/o transformadores, la pérdida de cualquiera de estos elementos conlleva por lo general la saturación de otras líneas de transporte al hacerse cargo éstas de la capacidad de transporte perdida. En el caso de generadores, si el reparto entre el resto de grupos de la generación perdida no se realiza de manera equilibrada, puede provocar que algunos grupos se vean obligados a generar más potencia que la que puede transportar el conjunto de líneas que los unen a la red.
- Tensión de consigna de generadores mal ajustadas: Un mal ajuste de las tensiones de consigna de los generadores puede derivar en corrientes por las líneas demasiado elevadas, que provocan grandes caídas de tensiones en las mismas.

Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, la cercanía a la inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y la bifurcación silla–nodo de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones. Dicha distancia se puede medir variando gradualmente uno o más parámetros de las ecuaciones de flujo de cargas (despachos de potencia en nudos, reactancias, tomas de transformadores, impedancias de líneas, etc.), hasta alcanzar dicha bifurcación. Entre las anteriores, la medida más utilizada es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, controlando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga.

El factor de carga no constituye la única manera de medir la proximidad de un sistema al colapso de tensiones. Existen definidos en la literatura técnica otros índices de gran interés en la operación de los sistemas de energía eléctrica, ya que también pueden ser utilizados como indicadores de lo cerca que se encuentra el sistema del colapso de tensiones. A continuación, en el apartado 2.4.3 se realiza un resumen de los principales índices de proximidad al colapso de tensiones recogidos en la literatura técnica, mientras que en el apartado 2.4.4 está dedicado exclusivamente al factor crítico de carga.

2.4.3 Índices de proximidad al colapso de tensiones

Sin considerar el factor crítico de carga, existen definidos en la literatura técnica otros índices de gran interés en la operación de los sistemas de energía eléctrica, ya que también pueden ser utilizados como indicadores de lo cerca que se encuentra el sistema del colapso de tensiones. Estos índices se basan en su gran mayoría en las propiedades matemáticas que caracterizan a las bifurcaciones silla-nodo. Estos índices en general se caracterizan por ser de fácil cálculo, por lo

que sobretodo son útiles en la operación en tiempo real de los sistemas de energía eléctrica. Sin embargo, el inconveniente de estos índices es que son índices “ciegos”, esto es, no tienen en cuenta posibles incidencias o cambios bruscos en el sistema en su evolución al punto de colapso, como podrían ser apertura de líneas, saturación de límites de generación de potencia reactiva, etc.

En los siguientes subapartados se presentan los índices más estudiados y empleados en la literatura técnica [Cañizares, *et al.*, 2000; Zambroni de Souza, 1995]. En el subapartado 2.4.3.1 se aborda la descomposición en valores singulares (*Singular Value Decomposition, SVD*) y su aplicación en la medida de proximidad al colapso de tensiones. A continuación, el subapartado 2.4.3.2 trata el análisis de autovalores y su utilidad en estudios de estabilidad de tensiones en sistemas de energía eléctrica. El subapartado 2.4.3.3 desarrolla una batería de funciones ‘test’ que miden la proximidad del sistema a la inestabilidad de sus tensiones. En el subapartado 2.4.3.4 se desarrolla la aplicación de la técnica del determinante reducido a la medida de la proximidad del punto de colapso. Finalmente, el subapartado 2.4.3.5 recoge un resumen de todos los índices tratados en los subapartados anteriores.

2.4.3.1 Descomposición en valores singulares

La descomposición ortogonal en valores singulares (*Singular Value Decomposition, SVD*) constituye una herramienta muy empleada en el análisis, tanto estático como dinámico, de los sistemas de energía eléctrica. Dada la matriz jacobiana \mathbf{J} de las ecuaciones de estado del sistema, la descomposición en valores singulares consiste en expresar dicha matriz como el producto de otras tres matrices de la siguiente forma:

$$\mathbf{J} = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}\mathbf{Y}^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i \mathbf{x}_i \mathbf{y}_i^T \quad (2.1)$$

donde:

- $\mathbf{\Sigma}$: Matriz diagonal de dimensión $n \times n$ que contiene los valores singulares σ_i de la matriz \mathbf{J} : $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}\{\sigma_1 \dots \sigma_n\}$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$.
- \mathbf{X} : Matriz ortogonal³ de dimensión $n \times n$ formada por los vectores singulares izquierdos \mathbf{x}_i asociados a los valores singulares σ_i : $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_n]$.
- \mathbf{Y} : Matriz ortogonal de dimensión $n \times n$ formada por los vectores singulares derechos \mathbf{y}_i asociados a los valores singulares σ_i : $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_n]$.

La descomposición en valores singulares es empleada habitualmente para determinar el rango de una matriz, que coincide con el número de sus valores singulares que son diferentes de cero. Por lo tanto, su aplicación en el análisis de estabilidad de tensiones de los sistemas de energía eléctrica consiste en el estudio de la evolución del valor singular que se anula en el punto de colapso de tensiones [Löf, *et al.*, 1992]. Dicho valor singular que se anula en el punto de colapso de tensiones se denomina valor singular crítico. Es importante tener en cuenta que, en puntos alejados del punto de colapso, el valor singular crítico puede no coincidir con el menor de los valores singulares. Se dice entonces que el valor singular crítico está “enmascarado”. Existen en la literatura técnica algoritmos para distinguir el valor singular crítico de los demás

³ Se dice que una matriz \mathbf{M} es ortonormal cuando sus columnas (y filas) son ortogonales y unitarias. Ésto es, el producto escalar de dos cualesquiera de ellas es igual a cero si son diferentes (ortogonales) e igual a la unidad si son la misma (unitarias). Se satisface por tanto que $\mathbf{M}^T = \mathbf{M}^{-1}$, o lo que es equivalente, $\mathbf{M}^T \mathbf{M} = \mathbf{M} \mathbf{M}^T = \mathbf{I}$.

[Barquín, *et al.*, 1995] para, de este modo, poder estudiar su evolución hacia el punto de colapso de tensiones.

La naturaleza ortogonal de la matrices \mathbf{X} e \mathbf{Y} , confieren a la *SVD* la siguiente propiedad:

$$\mathbf{J}^{-1} = \mathbf{Y}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{X}^T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{y}_i \mathbf{x}_i^T \quad (2.2)$$

Por lo que la formulación de los incrementos de módulo y ángulo de las tensiones en las ecuaciones del flujo de cargas ante incrementos en las inyecciones de potencia activa y reactiva en los nudos del sistema se puede formular de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\mathbf{V} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{y}_i \mathbf{x}_i^T \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Cuando el sistema está próximo al colapso, σ_n tiende a cero, y por tanto su inversa $1/\sigma_n$ tiende a infinito. De este modo, se puede realizar la siguiente aproximación:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\mathbf{V} \end{bmatrix} \approx \frac{1}{\sigma_n} \mathbf{y}_n \mathbf{x}_n^T \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Por lo tanto, los vectores singulares izquierdo y derecho (\mathbf{x}_n e \mathbf{y}_n , respectivamente) asociados a σ_n se pueden interpretar de la siguiente manera:

- Las máximas entradas (en valor absoluto) de \mathbf{x}_n indican aquellos nudos en los cuales un cambio en sus potencia netas inyectadas suponen mayores perturbaciones en las variables de estado del sistema.
- Las máximas entradas (en valor absoluto) de \mathbf{y}_n corresponden a aquellos nudos cuyas variables de estado asociadas son más sensibles a los cambios en las potencias netas inyectadas en el sistema (nudos críticos).

2.4.3.2 Análisis de autovalores

La descomposición de matrices en sus autovalores y autovectores supone una herramienta muy útil en el análisis de los sistemas de energía eléctrica, especialmente en el análisis de estabilidad de pequeña señal [CIGRE TF, 1996; IEEE/PES, 1990; Kundur, 1994; Rogers, 2000; Rouco, 1990]. Dada la matriz jacobiana \mathbf{J} de las ecuaciones de estado del sistema, la descomposición en autovalores consiste en expresar dicha matriz como el producto de otras tres matrices de la siguiente forma:

$$\mathbf{J} = \mathbf{W}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{w}_i \mathbf{v}_i^T \quad (2.5)$$

donde:

$\mathbf{\Lambda}$: Matriz diagonal de dimensión $n \times n$ que contiene los autovalores λ_i de la matriz \mathbf{J} : $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1 \dots \lambda_n\}$.

\mathbf{W} : Matriz de dimensión $n \times n$ formada por los autovectores izquierdos \mathbf{w}_i asociados a los autovalores λ_i : $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_n]$.

\mathbf{V} : Matriz de dimensión $n \times n$ formada por los autovectores derechos \mathbf{v}_i asociados a los autovalores λ_i : $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_n]$.

Conviene indicar que, a diferencia de la descomposición en valores singulares, en esta técnica tanto los autovalores λ_i como los autovectores izquierdos \mathbf{w}_i y derechos \mathbf{v}_i pueden tomar valores complejos. Los autovalores de $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$ corresponden con los valores singulares de \mathbf{J} , elevados al cuadrado⁴. Se cumple por tanto:

$$\mathbf{J}^T\mathbf{J} = \mathbf{Y}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{Y}^T \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J}\mathbf{J}^T = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{X}^T \quad (2.7)$$

Por tanto, al igual que ocurre con los valores singulares, la proximidad del sistema al punto de colapso estará íntimamente ligada a lo cerca que esté de ser nulo el menor de los autovalores de \mathbf{J} , en valor absoluto λ_n [Gao, *et al.*, 1992; Kundur, 1994]. Por lo tanto, los autovectores singulares izquierdo y derecho (\mathbf{w}_n e \mathbf{v}_n , respectivamente) asociados a λ_n se pueden interpretar de la siguiente manera [Dobson, 1992]:

- Las máximas entradas (en valor absoluto) de \mathbf{w}_n indican aquellos nudos en los cuales un cambio en sus potencia netas inyectadas suponen mayores perturbaciones en las variables de estado del sistema.
- Las máximas entradas (en valor absoluto) de \mathbf{v}_n corresponden a aquellos nudos cuyas variables de estado asociadas son más sensibles a los cambios en las potencias netas inyectadas en el sistema (nudos críticos).

2.4.3.3 Funciones ‘test’

En [Chiang, *et al.*, 1995] se propone el empleo de las funciones ‘test’, desarrolladas por Seydel en [Seydel, 1988c], en la detección del punto de colapso. Estas funciones ‘test’ se definen de la siguiente manera:

$$t_{lk} = \mathbf{e}_l^T \mathbf{J}\mathbf{J}_{lk}^{-1} \mathbf{e}_l \quad (2.8)$$

donde la matriz \mathbf{J} corresponde a la matriz jacobiana de las ecuaciones de estado del sistema, esto es, las ecuaciones del flujo de cargas, mientras que \mathbf{e}_l es un vector de ceros, excepto el elemento l -ésimo, que sería la unidad. Por su parte, la matriz \mathbf{J}_{lk} se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{J}_{lk} = (\mathbf{I} - \mathbf{e}_l \mathbf{e}_l^T) \mathbf{J} + \mathbf{e}_l \mathbf{e}_k^T \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) tan sólo representa una operación matricial en el Jacobiano \mathbf{J} , consistente en sustituir la fila l del Jacobiano \mathbf{J} por la fila \mathbf{e}_k^T .

Como ya se comentó anteriormente, la matriz jacobiana \mathbf{J} de las ecuaciones del flujo de cargas es singular en el punto de colapso de tensiones. Sin embargo, la versión modificada que se presenta en (2.9) tiene asegurada la no singularidad, siempre y cuando los índices l y k sean elegidos correctamente. Esto es, tanto l como k deben corresponder con entradas no nulas en los autovectores asociados al autovalor singular del Jacobiano \mathbf{J} . Incluso se sugiere hacer $l = k = c$, donde c corresponde con la mayor entrada en valor absoluto del autovector derecho

⁴ Y por tanto también de $\mathbf{J}^T\mathbf{J}$, ya que por definición $\text{eig}(\mathbf{J}^T\mathbf{J}) = \text{eig}(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)$.

correspondiente al autovalor singular de la matriz jacobiana \mathbf{J} . De éste modo se define la función ‘test’ crítica t_{cc} como:

$$t_{cc} = \mathbf{e}_c^T \mathbf{J} \mathbf{J}_{cc}^{-1} \mathbf{e}_c \quad (2.10)$$

Es importante indicar que el cálculo de la función ‘test’ t_{lk} descrita en la ecuación (2.8) no precisa del cálculo de la inversa de la matriz jacobiana modificada \mathbf{J}_{lk} . El cálculo de la función ‘test’ puede hacerse en dos pasos:

- 1) Resolver el sistema de ecuaciones lineal $\mathbf{J}_{lk} \mathbf{h} = \mathbf{e}_l$, y
- 2) evaluar el producto escalar del vector \mathbf{h} con la fila l de la matriz jacobiana \mathbf{J} .

La función ‘test’ definida en (2.10) es empleada por algunos autores para el cálculo de un índice de proximidad al colapso de tensiones: sea λ el factor de carga que controla el avance del sistema hacia el colapso de tensiones, entonces la función ‘test’ definida en (2.10) evoluciona aproximadamente de la siguiente forma:

$$t_{cc}(\lambda) \approx \frac{a}{(\lambda_{crit} - \lambda)^k} \quad (2.11)$$

donde a será una constante, k podrá ser 2 o 4 [Chiang, *et al.*, 1995] y λ_{crit} será el factor de carga crítico, para el cual el sistema alcanza el colapso de tensiones. Se define por tanto el siguiente índice de proximidad al colapso de tensiones τ :

$$\tau = -\frac{t_{cc}}{k \frac{dt_{cc}}{d\lambda}} \approx \lambda_{crit} - \lambda \quad (2.12)$$

El índice τ definido en (2.12) presenta por tanto una relación cuasi-lineal con respecto de las perturbaciones del factor de carga λ .

La mayor dificultad que acarrea el empleo de estas funciones ‘test’ es la elección del nudo crítico c . Una posible solución consistiría en la monitorización de varios nudos, basándose en el vector tangente de las curvas, esto es, el gradiente de las variables de estado del sistema \mathbf{x} respecto del factor de carga λ [Zambroni de Souza, 1995; Zambroni de Souza, *et al.*, 1996].

2.4.3.4 Determinante Reducido

Se considera una variación de carga en uno sólo de los nudos del sistema (léase nudo l). De este modo, reordenando las ecuaciones linealizadas del flujo de cargas, se obtiene [Chen, *et al.*, 2003; Zambroni de Souza, 1995]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \Delta P_l \\ \Delta Q_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta \theta_l \\ \Delta V_l \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donde las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} y \mathbf{D} son las correspondientes submatrices del Jacobiano \mathbf{J} . La ecuación (2.13) se puede reducir por tanto a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_l \\ \Delta Q_l \end{bmatrix} = \mathbf{D}_l \begin{bmatrix} \Delta \theta_l \\ \Delta V_l \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

donde:

$$\mathbf{D}_l = \mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \tag{2.15}$$

El nudo l debe ser seleccionado de tal forma que su correspondiente componente en el autovector singular sea no nula. Al igual que ocurría con las funciones ‘test’, se sugiere hacer $l = c$, donde c corresponde con la mayor entrada en valor absoluto del autovector derecho correspondiente al autovalor singular de la matriz jacobiana \mathbf{J} [Cañizares, *et al.*, 1996]. De este modo, se garantiza la no-singularidad de la submatriz \mathbf{A} . Esto permite que \mathbf{D}_l esté siempre bien definida. Por lo tanto, el determinante de \mathbf{D}_l :

$$|\mathbf{D}_l| = \frac{|\mathbf{J}|}{|\mathbf{A}|} \tag{2.16}$$

sólo será nulo en el punto de colapso de tensiones, es decir, cuando también lo sea la matriz jacobiana \mathbf{J} de las ecuaciones del flujo de cargas.

2.4.3.5 Resumen

La Tabla 2-1 recoge las características más importantes de los índices de proximidad al colapso de tensiones expuestos en los anteriores subapartados, así como las del factor crítico de carga.

Tabla 2-1: Comparación de índices de proximidad al colapso de tensiones

ÍNDICE	COSTE COMPUTACIONAL	PERFIL	COMENTARIOS
SVD	Medio	No lineal Discontinuo	No aporta información adicional sobre el punto de colapso
Autovalores	Medio	No lineal Discontinuo	No aporta información adicional sobre el punto de colapso
Funciones ‘test’	Bajo	Cuadrático Discontinuo	Requiere la identificación de zonas críticas
Determinante reducido	Bajo	Cuadrático Discontinuo	Requiere la identificación de zonas críticas
Factor crítico de carga	Alto	Lineal Continuo	Aporta información adicional muy útil

Como se puede observar en la Tabla 2-1, los índices presentados tienen como ventaja principal sobre el factor crítico de carga el bajo o medio coste computacional que requieren. Sin embargo, todos presentan un comportamiento no lineal a medida que el sistema se acerca al punto de colapso, así como discontinuo. Además, como ya se comentó anteriormente, todos estos índices no son capaces de tener en cuenta posibles discontinuidades en la evolución del sistema hacia el punto de colapso, tales como la saturación de límites de generación de potencia reactiva.

Estos índices se presentan por tanto como herramientas útiles en la fase previa del cálculo del factor crítico de carga. Especialmente las funciones ‘test’ y el determinante reducido, al

presentar una relación cuasi-cuadrática con el factor crítico de carga, se pueden emplear como estimadores del mismo, paso previo a su cálculo exacto.

2.4.4 Factor crítico de carga

El grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones. Dicha distancia se puede medir variando gradualmente uno o más parámetros de las ecuaciones de flujo de cargas (despachos de potencia en nudos, reactancias, tomas de transformadores, impedancias de líneas, etc.), hasta alcanzar dicha bifurcación. Entre las anteriores, la medida más utilizada es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, controlando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga. El valor máximo del factor de carga, correspondiente al punto de colapso, recibe por tanto el nombre de factor crítico de carga.

Existen en la literatura técnica dos grandes familias de técnicas para el cálculo del factor crítico de carga: las *técnicas de continuación* y las *técnicas directas*. En los siguientes subapartados se realiza una revisión bibliográfica de las dos familias de técnicas aplicadas en el cálculo del factor crítico de carga: el subapartado 2.4.4.1 recoge las principales aportaciones en el uso de técnicas de continuación en el cálculo del factor crítico de carga, mientras que el subapartado 2.4.4.2 se concentra en el empleo de técnicas directas y de optimización en el mismo cálculo.

2.4.4.1 Técnicas de continuación

Dado el siguiente sistema de ecuaciones de estado:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \quad (2.17)$$

Las técnicas de continuación [Seydel, 1988b] están pensadas para trazar la evolución de las variables de estado de un sistema \mathbf{x} a medida que un determinado parámetro λ evoluciona, como sucesión de puntos de equilibrio del sistema (2.17). En el caso de los sistemas de energía eléctrica, las técnicas de continuación están ampliamente extendidas en la literatura técnica, especialmente en el cálculo de curvas de tensión frente a la carga del sistema y la localización del punto de colapso de tensiones [Cañizares, *et al.*, 1993].

Las técnicas de continuación, ampliamente desarrolladas en el capítulo siguiente de esta tesis, se basan fundamentalmente en la idea de obtener sucesivos puntos de equilibrio $\{(\mathbf{x}_1, \lambda_1), (\mathbf{x}_2, \lambda_2), \dots\}$ de un sistema determinado, dependiente de un parámetro λ . En el caso de los sistemas de energía eléctrica y del cálculo de punto de colapso, dicho parámetro suele ser típicamente un factor de carga que parametriza la evolución de la generación y demanda de potencia, activa y reactiva.

El propósito por tanto de las técnicas de continuación consiste en, a partir de una solución $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ de las ecuaciones de estado del sistema, obtener una nueva solución $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$. Este proceso está dividido en dos pasos fundamentales, **predictor** y **corrector**. La Figura 2-8 muestra un paso completo de las técnicas de continuación para obtener $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ a partir de $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$.

La Figura 2-8 muestra cómo el paso predictor obtiene una primera aproximación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ del nuevo punto mediante un método predictor. Esta solución, por tanto, no satisface las ecuaciones

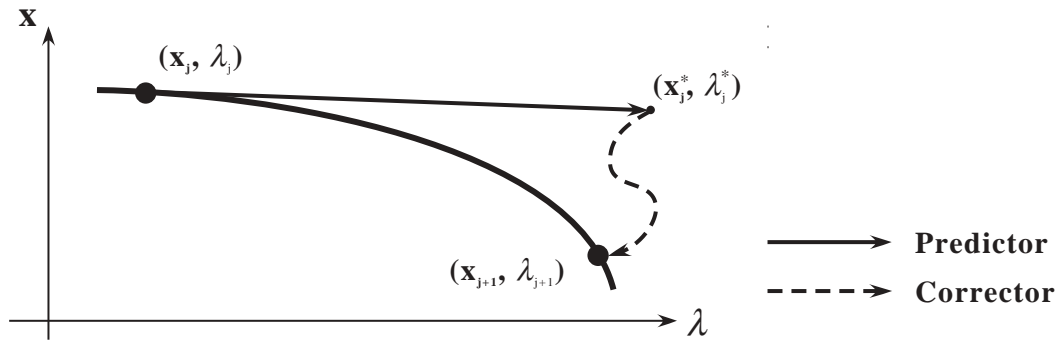


Figura 2-8: Paso completo de las técnicas de continuación, para la obtención de una nueva solución del sistema de ecuaciones de estado, a partir de una anterior

de estado del sistema, pero sí está cerca de hacerlo, y se toma como punto de partida para el paso corrector. A continuación, en el paso corrector, se resuelve el sistema de ecuaciones de estado del sistema partiendo de la solución que proporciona el método predictor. De este modo se obtiene $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ mediante un método corrector que se encarga de añadir ecuaciones adicionales que evitan que se obtengan sistemas mal condicionados en su resolución.

En [Ajarapu, *et al.*, 1992] se presenta el flujo de cargas de continuación como la mejor alternativa para localizar el punto de colapso de tensiones. El predictor empleado es tangente, mientras que el corrector está basado en Newton-Raphson, congelando una variable del sistema (λ o \mathbf{x}) como ecuación adicional. En la parametrización, añaden una ecuación adicional a las que definen el predictor tangente. En dicha ecuación adicional parametrizan el incremento de una de las variables del sistema. La variable escogida es aquella de mayor valor absoluto en el vector tangente (la misma variable que será “congelada” en la convergencia del corrector). K. Iba, por el contrario, aporta en [Iba, *et al.*, 1991] el empleo de un vector corrector perpendicular al predictor, con la consiguiente mejora de la convergencia del corrector, tanto en su velocidad como en su estabilidad.

En [Cañizares, *et al.*, 1994] se presentan determinadas mejoras en el flujo de cargas de continuación. En primer lugar, plantean el empleo de flujo de cargas desacoplado en el corrector, con el consiguiente ahorro de tiempo computacional, enfrentado a la ralentización de la convergencia. Esto es, por un lado, la formulación desacoplada rápida ahorra tiempo de cálculo al considerar el jacobiano constante. Sin embargo, a medida que el sistema se acerca al punto de colapso, las interacciones entre ángulos de las tensiones y potencia reactiva y entre módulos de las tensiones y potencia activa aumentan, hasta el punto de dejar de ser despreciables. Eso provoca que la pendiente que ofrece el jacobiano desacoplado rápido y el real sean cada vez más distintas, afectando de forma negativa a la velocidad y la estabilidad de la convergencia del corrector. En segundo lugar, plantean una doble reducción del sistema con el objetivo de ahorrar tiempo y recursos computacionales. Dicha reducción está basada en primer lugar en un análisis del vector tangente, esto es, del vector gradiente de las variables de estado \mathbf{x} con respecto del factor de carga λ . La segunda reducción está basada en técnicas de partición de la red (*network partition*).

Es D. A. Alves en [Alves, *et al.*, 2003] el primero en aplicar un predictor secante al flujo de cargas de continuación aplicado al cálculo del factor crítico de carga. En este mismo artículo, se emplean matrices simplificadas del flujo de cargas desacoplado. Sin embargo, el autor logra que el empleo del método desacoplado no afecte a la robustez y velocidad del flujo de cargas de continuación, utilizando como parámetro de continuación la inyección de potencia reactiva de determinados nudos PV en el sistema.

2.4.4.2 Técnicas directas

Las técnicas directas, también conocidas como técnicas de punto de colapso, fueron desarrolladas para el cálculo de bifurcaciones silla-nodo en sistemas no lineales. El método consiste en resolver el siguiente sistema de ecuaciones [Cañizares, *et al.*, 2000]:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) &= 0 \\ \mathbf{g}_x^T(\mathbf{x}, \lambda) \cdot \boldsymbol{\mu} &= 0 \\ \|\boldsymbol{\mu}\| &\neq 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

De este modo, la solución $(\mathbf{x}, \lambda, \boldsymbol{\mu})$ del sistema (2.18) corresponde con la bifurcación silla-nodo, esto es, con el punto de colapso del sistema $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$. El sistema (2.18) está formado por tres ecuaciones. La primera representa las ecuaciones propias del sistema, esto es, el punto de colapso debe ser en primer lugar punto de equilibrio del sistema. La segunda ecuación obliga a que, en el punto de colapso, exista un vector $\boldsymbol{\mu}$ que, multiplicado por la matriz jacobiana de las ecuaciones del sistema \mathbf{g}_x , sea igual a cero. Finalmente, la tercera ecuación obliga a que el vector $\boldsymbol{\mu}$ no sea un vector nulo. La combinación de estas dos últimas ecuaciones trae como consecuencia que la matriz jacobiana \mathbf{g}_x sea singular, y que el vector $\boldsymbol{\mu}$ sea su autovector izquierdo, correspondiente a dicho autovalor singular. La tercera ecuación del sistema (2.18) admite multitud de formulaciones: obligar a que la norma de $\boldsymbol{\mu}$ ($\|\boldsymbol{\mu}\|_1, \|\boldsymbol{\mu}\|_2, \dots, \|\boldsymbol{\mu}\|_\infty$) sea diferente de cero, o bien obligar a que lo sea una de sus componentes μ_k .

Ecuaciones análogas a las del sistema (2.18) pueden obtenerse reformulando el problema como un problema de optimización [van Cutsem, 1991]. El problema consistiría por tanto en maximizar el factor de carga λ , sujeto a que se satisfacen las ecuaciones de estado del sistema. Esto es:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Se plantea el Lagrangiano \mathcal{L} del problema de optimización (2.19):

$$\mathcal{L} = \lambda - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} \quad (2.20)$$

donde $\boldsymbol{\mu}$ corresponde con el vector de multiplicadores de Lagrange. Las condiciones de optimalidad se obtienen por tanto derivando el Lagrangiano \mathcal{L} e igualando a cero:

$$\mathcal{L}_\mu = -\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

$$\mathcal{L}_x = -\mathbf{g}_x^T(\mathbf{x}, \lambda) \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (2.22)$$

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g}_\lambda = 0 \quad (2.23)$$

Las ecuaciones (2.21), (2.22) y (2.23) conforman un sistema de ecuaciones equivalente al formulado en (2.18), excepto la tercera, que constituye otra forma de garantizar la no nulidad del vector $\boldsymbol{\mu}$. Además, corresponde con una de las condiciones de transversalidad de las bifurcaciones silla-nodo [Cañizares, 1995; Seydel, 1988a]. Esta reformulación en forma de problema de optimización permite utilizar multitud de técnicas de optimización no lineal [Bazaraa, *et al.*, 1993; Minoux, 1983], aplicadas a resolver el problema (2.19) [Cañizares, 1991; Cañizares, *et al.*, 1993; Cañizares, *et al.*, 1992; Rosehart, 2000]. La metodología más empleada consiste en resolver las condiciones de optimalidad mediante técnicas de resolución de

ecuaciones no lineales (Newton-Rhapson, cuasi-Newton, etc.). También existen aplicaciones de otras técnicas, tales como las técnicas de punto interior [Irisarri, *et al.*, 1997; Parker, *et al.*, 1996] o programación cuadrática [Obadina, *et al.*, 1988], las cuales se muestran como técnicas muy eficaces en el cálculo de punto de colapso.

La principal desventaja del empleo de este tipo de técnicas directas o de optimización es el alto coste computacional que implican, así como el hecho de que el número de ecuaciones a resolver se duplica con respecto al número de ecuaciones de estado que tenga el sistema. Además, la elección de un buen punto inicial es crítica en la convergencia de estas técnicas, especialmente si el punto inicial de funcionamiento se encuentra alejado del punto de colapso. Esta elección de las condiciones iniciales es especialmente crítica en el caso del vector μ .

2.4.5 Algoritmos de mejora

Como se ha comentado anteriormente, las consecuencias de operar un sistema de energía eléctrica cerca de su punto de colapso pueden ser desastrosas, como se ha podido ver en determinados incidentes históricos acaecidos en las últimas décadas en sistemas de energía eléctrica tan importantes como son el caso de los sistemas francés, sueco, estadounidense, o el sistema peninsular español (ver apartado 2.4.2). Se hace por tanto tan necesario el cálculo del margen que separa al sistema del punto de colapso como el empleo de acciones de control del sistema para, en el caso de que no sea lo suficientemente amplio, mejorar dicho margen y garantizar de este modo la estabilidad de las tensiones del sistema.

La mayoría de los trabajos desarrollados en esta área se basan en las propiedades geométricas y matemáticas de las bifurcaciones silla-nodo y, más concretamente, del autovector izquierdo asociado al autovalor singular de la matriz jacobiana de las ecuaciones de estado del sistema (ecuaciones del flujo de cargas) [Dobson, *et al.*, 1992b; Echavarren, *et al.*, 2006a; Echavarren, *et al.*, 2003]. Como se demuestra en el apéndice A de esta tesis, dicho autovector izquierdo tiene entre otras la propiedad de ser perpendicular a la frontera que delimita la región factible del flujo de cargas en el espacio de los parámetros del sistema. Indica por tanto la dirección óptima en la que deben avanzar los parámetros del sistema para alejarse lo más posible del punto de colapso. Es el caso de [Greene, *et al.*, 1997b], donde, como extensión del trabajo desarrollado en [Dobson, *et al.*, 1992b], se desarrolla una formulación para obtener sensibilidades del factor crítico de carga, tanto de primer como de segundo orden, con respecto de cualquier parámetro del sistema. En [Capitanescu, *et al.*, 2002] de nuevo se obtienen sensibilidades de primer orden del factor crítico de carga con respecto de acciones de control del sistema, a partir del autovector singular izquierdo de la matriz jacobiana de las ecuaciones de estado del sistema. En este caso, no sólo se considera el valor del factor crítico de carga en caso base, sino también bajo hipótesis de determinadas contingencias, calculadas mediante búsqueda binaria. En [Marano, *et al.*, 2006] los autores proponen un control preventivo de la distancia existente entre el punto de operación y el punto de colapso de tensiones, mediante la aplicación de OPF con restricciones de seguridad de tensiones. El algoritmo propuesto emplea sensibilidades de primer orden, así como un método de elección de las acciones de control a tomar por el Operador del Sistema basado en listas de mérito en función de la eficiencia de las mismas.

C. A. Cañizares presenta en [Cañizares, 1998] un algoritmo para minimizar la distancia euclídea entre el factor de carga crítico y un determinado valor considerado seguro. El algoritmo se plantea como un problema de optimización no lineal. La función objetivo, como ya se ha comentado, consiste en minimizar la distancia euclídea existente entre el factor crítico de carga y un valor del mismo considerado seguro. Las restricciones del problema están compuestas por las ecuaciones de estado del sistema y la condición de singularidad de la matriz

jacobiana de las ecuaciones de estado, esto es, que multiplicada por un vector no nulo da como resultado un vector nulo. Para resolver dicho problema de optimización, emplea técnicas de gradiente reducido [Bazaraa, *et al.*, 1993]. En [Wang, *et al.*, 2000] se plantea una metodología similar, en este caso concentrada únicamente en el redespacho de la generación. Se plantea por tanto un problema de optimización consistente en minimizar el redespacho de generación sujeto a que el nuevo punto sigue siendo punto de colapso. Para resolver dicho problema de optimización, se emplea el vector normal a la frontera de factibilidad, proyectado sobre el espacio de las potencias generadas por lo grupos del sistema.

El empleo del autovector izquierdo de la matriz jacobiana no constituye sin embargo el único modo de obtener acciones de control óptimas para alejar a un sistema de energía eléctrica del punto de colapso de tensiones. Existen en la literatura técnica metodologías diseñadas para alcanzar el mismo objetivo, pero basadas en otros índices de proximidad al punto de colapso, como los definidos en el apartado 2.4.3 de esta tesis. Es el caso de [Tiranuchit, *et al.*, 1988], donde el autor obtiene las sensibilidades del menor valor singular de la matriz jacobiana con respecto de los parámetros de control del sistema, empleándolas posteriormente para establecer cuáles son las acciones más efectivas para alejar la matriz jacobiana de la singularidad, esto es, alejar al sistema del punto de colapso de tensiones. Por el contrario, en [Kopcak, *et al.*, 2003] los autores emplean los factores de participación de los jacobianos reducidos, definiendo de este modo los factores de participación de activa y los factores de participación de reactiva. Estos factores de participación son empleados para determinar qué nudos son los más sensibles en la inyección de potencia, activa o reactiva según proceda, y de este modo decidir donde aplicar deslastre de cargas o aplicar acciones de control de compensación de potencia reactiva, respectivamente.

2.5 Capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados

Esta sección está dedicada al estudio de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Este estudio incluye las definiciones básicas asociadas a la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*TTC*, *ATC*, *TRM*, etc.), la revisión de los métodos de cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados y finalmente los algoritmos diseñados para mejorar dicha capacidad de transferencia.

La sección se encuentra dividida en los siguientes apartados. El apartado 2.5.1 compila las definiciones básicas asociadas a la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*TTC*, *ATC*, *TRM*, etc.). A continuación, el apartado 2.5.2 realiza una revisión de los métodos de cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Finalmente, el apartado 2.5.3 describe los métodos existentes en la literatura técnica para mejorar dicha capacidad de transferencia.

2.5.1 Definiciones

Las transferencias de energía a grandes distancias son fundamentales para la óptima operación de los sistemas de energía eléctrica, tanto desde un punto de vista técnico como económico. La capacidad de transferencia indica hasta cuánto puede aumentar el flujo de energía sin afectar a la seguridad del sistema. La precisión y exactitud en el cálculo de esta capacidad de transferencia supone una información de vital importancia para la correcta operación y planificación de los sistemas y mercados eléctricos: por un lado, un cálculo conservador trae como consecuencia una explotación ineficiente del sistema, mientras que un cálculo demasiado permisivo o blando en la definición de los límites de funcionamiento del sistema puede acarrear un riesgo excesivo en la explotación del sistema, derivando incluso en un colapso de tensiones.

La capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados se presenta por tanto como un elemento fundamental, sobre todo desde un aspecto económico, en la operación y planificación de los sistemas de energía eléctrica.

Es importante indicar que la capacidad de transferencia entre sistemas interconectados implica varios conceptos y definiciones asociados a la capacidad de transferencia. En los siguientes subapartados se presentan estos conceptos básicos. El subapartado 2.5.1.1 desarrolla el concepto de *Total Transfer Capability (TTC)*, el subapartado 2.5.1.2 presenta el concepto de *Transmission Reliability Margin (TRM)*, en el subapartado 2.5.1.3 se define el *Capacity Benefit Margin (CBM)*, y finalmente el subapartado 2.5.1.4 contiene la definición del *Available Transfer Capability (ATC)*⁵.

2.5.1.1 *Total Transfer Capability (TTC)*

La capacidad total de transferencia (*Total Transfer Capability, TTC*) se define como la capacidad total de intercambio de energía entre sistemas eléctricos interconectados, bajo determinadas condiciones de seguridad [NERC, 1995; NERC, 1996]. El *TTC* constituye por tanto una medida importante en los mercados eléctricos con grandes volúmenes de importaciones y/o exportaciones de energía.

El *TTC* es direccional por naturaleza, de forma que la capacidad de transmisión de un sistema *A* a un sistema *B* es generalmente distinta que la capacidad de transmisión del sistema *B* al sistema *A*. Por otra parte, su valor depende tanto de la configuración topológica (estado y características de las líneas de transporte, posición de las tomas de los transformadores, reactancias y condensadores, etc.), como de la situación y valor de la generación y la carga. Además, tiene una dependencia temporal ya que las condiciones de los sistemas interconectados cambian con el tiempo y, por lo tanto, la capacidad de intercambio entre dos áreas de la red varía de un instante a otro.

El valor de *TTC* entre dos áreas es normalmente inferior a la suma de las capacidades térmicas de los corredores que unen las áreas del sistema. Los flujos de energía entre dos áreas se distribuyen según las leyes del flujo de cargas, estando limitada la capacidad de transferencia de potencia por las características físicas y eléctricas de las líneas y del sistema. Así, los factores que limitan el *TTC* son la capacidad térmica de las líneas, los límites de tensión en los nudos del sistema y los límites de estabilidad, tanto en funcionamiento normal como ante hipótesis de contingencia.

Esta definición de *TTC* incluye tres elementos fundamentales para su cálculo [Dobson, *et al.*, 2001]:

- 1) **Caso base:** La selección de un caso base apropiado, convergido y seguro, constituye una tarea fundamental para el cálculo del *TTC*. Dicha selección depende en primer lugar del horizonte de tiempo considerado en el cálculo del *TTC* ya que el caso base seleccionado debe ser consistente y representativo de dicho horizonte de tiempo. En el caso de tratarse de un análisis de corto plazo, un ejemplo de caso base apropiado podría ser el más reciente caso de tiempo real obtenido del estimador de estado, actualizado si fuere necesario mediante desvíos programados, previsiones de demanda y/o generación, o alteraciones topológicas programadas por el Operador del Sistema. Sin embargo, en el caso del largo plazo, se requiere un caso base más representativo del sistema en un determinado intervalo de tiempo. Esto es, es necesario que el caso base escogido (o construido) posea perfiles de

⁵ Para algunos de los conceptos manejados en esta sección, se emplea la nomenclatura en inglés al no existir para ellos un criterio uniformizado de traducción.

demanda, generación, tensiones, etc., representativos del modelo de escenario que se quiere estudiar.

- 2) **Dirección de transferencia (origen, destino y pérdidas):** la transferencia de energía se especifica mediante modificaciones en las potencias inyectadas en los nudos. La transferencia precisa un origen (donde se especifica una subida de potencia inyectada) y un destino (donde se especifica una bajada de potencia inyectada). Tanto el origen como el destino pueden ser tanto generadores y/o cargas específicas, como áreas de intercambio. Las pérdidas adicionales asociadas a la modificación del despacho de potencia del sistema se pueden tratar de diversas formas: aumentando la potencia neta inyectada en el origen de la transferencia, dejando que sea el nudo *slack* el que asuma el descuadre, repartiéndolas entre el resto de generadores del sistema, etc.
- 3) **Límites:** Se considera que se ha alcanzado la máxima capacidad de transferencia cuando uno (o más) de los límites de funcionamiento de los elementos del sistema se ha alcanzado. Los límites considerados son los flujos de potencia por las líneas y transformadores, tensiones en nudos de carga, estabilidad del sistema, etc.

Existen determinados conceptos asociados al *TTC* que merecen ser revisados [Ou, *et al.*, 2002]. Estos son el *Transmission Reliability Margin (TRM)*, el *Capacity Benefit Margin (CBM)* y el *Available Transfer Capability (ATC)*.

2.5.1.2 *Transmission Reliability Margin (TRM)*

Transmission Reliability Margin (TRM) se define como la capacidad de transferencia reservada para garantizar la capacidad de la interconexión ante posibles desviaciones debidas a la incertidumbre en el estado del sistema.

El cálculo del *TTC* depende de multitud de parámetros del sistema, como puedan ser su configuración topológica (estado y características de las líneas de transporte), la posición de los elementos de control de tensiones (tomas de los transformadores, reactancias y condensadores, etc.), la situación y valor de la generación y la carga, etc. El valor de estos parámetros es habitualmente asumido como constante, pero es tan sólo una aproximación. El valor de estos parámetros responde a una distribución de probabilidad (uniforme, normal, etc.), con una media y una desviación típica. Por tanto, los valores asumidos por los parámetros del sistema suelen ser los valores medios. Cuando la volatilidad del valor de estos parámetros es alta, se corre el riesgo de que el *TTC* calculado diste mucho de ser el *TTC* real.

Si se designa \overline{TTC} al valor del *TTC* obtenido con los valores medios de los parámetros del sistema, el objetivo del *TRM* es garantizar, con un margen de confianza del $100(1-p)$ por ciento, que la pérdida de *TTC* real respecto del valor medio \overline{TTC} será menor que *TRM*. Esto es:

$$\mathbb{P}(\overline{TTC} - TTC \leq TRM) = 1 - p \quad (2.24)$$

En la Figura 2-9 se representa el concepto de *TTC* como función de densidad de probabilidad. La Figura 2-9 representa el *TTC* como variable aleatoria, con su correspondiente función de densidad de probabilidad. Muestra además, de forma cualitativa, el concepto de *TRM*: la probabilidad de que el valor real del *TTC* sea menor o igual que el valor medio \overline{TTC} menos un margen de funcionamiento (*TRM*) es p . Esto es, reordenando los términos de la ecuación (2.24):

$$\mathbb{P}(TTC \leq \overline{TTC} - TRM) = p \quad (2.25)$$

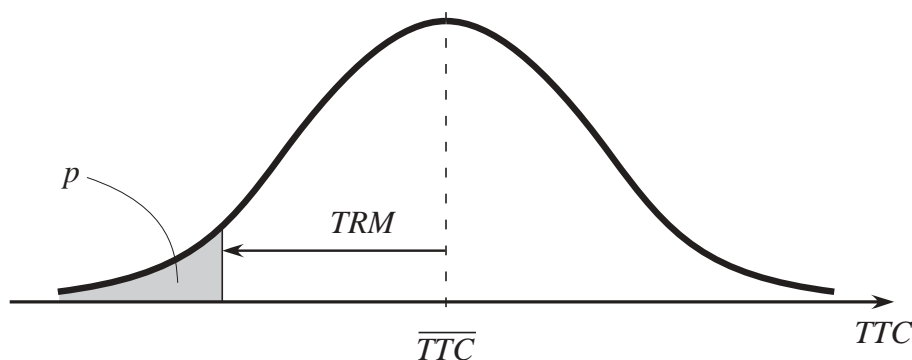


Figura 2-9: TRM: concepto de TTC como función de densidad de probabilidad

El valor del TRM será por tanto proporcional tanto a la volatilidad de los valores de los parámetros del sistema, como al margen de confianza del $100(1-p)$ por ciento establecido.

La forma más sencilla de calcular del TRM consiste en el recálculo del TTC aplicando una reducción en los límites de funcionamiento del sistema (por ejemplo, 5%). El TRM por tanto sería la diferencia entre los dos valores del TTC obtenidos. Sin embargo, este método es tan sencillo en su aplicación como impreciso en sus resultados. Con el objetivo de obtener resultados más precisos, existen algoritmos más sofisticados, agrupados fundamentalmente en dos familias:

- Aproximación determinista: cálculo de la varianza del TRM basado en sensibilidades de primer orden del TTC respecto de los parámetros del sistema [Su, *et al.*, 2005; Zhang, *et al.*, 2004]. Para el posterior cálculo del valor del TRM para un determinado margen de confianza del $100(1-p)$ por ciento, se asume distribución normal para el TTC.
- Simulación probabilística: obtención de la función de distribución del TTC y los correspondientes parámetros estadísticos (media, varianza, etc.) mediante simulación de Monte Carlo [Ou, *et al.*, 2003].

El TRM constituye por tanto un margen de seguridad en el cálculo del TTC, adoptado para garantizar que la desviación que pueda sufrir el TTC real respecto del calculado, por efecto de la volatilidad de los parámetros del sistema no afecte a la seguridad del sistema ni a la calidad del servicio de los clientes.

2.5.1.3 Capacity Benefit Margin (CBM)

Capacity Benefit Margin (CBM) se define como la capacidad de transferencia reservada por los *Load Serving Entities*⁶ (LSEs) para garantizar su suministro a través de las interconexiones, satisfaciendo los criterios de calidad de los generadores.

A diferencia del TRM, los beneficiarios directos del CBM son perfectamente identificables. Dichos beneficiarios son aquellos LTEs abastecidos por proveedores pertenecientes a otra u otras áreas de intercambio del sistema. El beneficio que recibe dicho LTE a través del CBM es el poder aprovechar reserva de capacidad instalada en cualquier parte de la interconexión, lo que revierte en disminuir la dependencia de la capacidad de la generación local. El CBM es por tanto un margen de transferencia más local que el TRM. El CBM por lo tanto no sólo incluye los

⁶ *Load Serving Entities (LSEs)* son aquellas entidades compradoras de energía, tanto en el mercado interno como a proveedores de otras áreas de intercambio. Esto es, empresas distribuidoras, consumidores cualificados y el(los) Operador(es) del Sistema. Se conserva en adelante la nomenclatura al no existir en español un nombre que los englobe a todos.

intercambios programados por los *LTEs* con entidades generadoras externas, sino que además debe incluir un margen de seguridad que garantice que dichos intercambios no se vean afectados por fallos en el sistema.

Al igual que el *TRM*, los métodos de cálculo del *CBM* están agrupados fundamentalmente en dos familias: métodos deterministas, y métodos probabilísticos [NERC, 1999; Ou, *et al.*, 2003]. La aplicación de una u otra familia de métodos depende fundamentalmente del horizonte temporal para el cual se realiza el cálculo. Por ejemplo, en un horizonte de tiempo muy cercano, la incertidumbre asociada a paradas programadas en grupos de generación o líneas en descargo por mantenimiento debería ser pequeña, por lo que los métodos deterministas serían más eficientes que los probabilísticos.

2.5.1.4 Available Transfer Capability (ATC)

Finalmente, el *Available Transfer Capability (ATC)* representa la capacidad remanente de intercambio de energía entre sistemas eléctricos interconectados, bajo determinadas condiciones de seguridad [NERC, 1995; NERC, 1999]. Esto es, supuesto un intercambio inicial TC_0 en el caso base, entonces se cumple:

$$ATC = TTC - TRM - CBM - TC_0 \quad (2.26)$$

2.5.2 Métodos de cálculo de la *TTC*

Existen en la literatura técnica dos grandes familias de técnicas para el cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados, *TTC*: las técnicas de continuación y las técnicas basadas en flujo de cargas óptimo (*Optimal Power Flow, OPF*). En los siguientes subapartados se realiza una revisión bibliográfica de las dos familias de técnicas aplicadas en el cálculo del *TTC*. El subapartado 2.5.2.1 recoge las principales aportaciones en el uso de técnicas de continuación en el cálculo del factor crítico de carga, mientras que el subapartado 2.5.2.2 se concentra en el empleo de técnicas directas y de optimización en el mismo cálculo. Finalmente, el subapartado 2.5.2.3 revisa una serie de técnicas para obtener aproximaciones del valor del *TTC*, sacrificando de este modo precisión en el resultado por velocidad en el cálculo.

2.5.2.1 Técnicas de continuación

Los algoritmos basados en técnicas de continuación obtienen el *TTC* mediante sucesivas resoluciones de las ecuaciones del flujo de cargas para diferentes valores de la transferencia de energía. El valor de la transferencia es representada mediante un escalar controlable, llamado típicamente factor de carga. La transferencia es aumentada gradualmente desde el caso base hasta alcanzar alguno de los límites de funcionamiento definidos en el sistema. Por tanto, en cada paso del algoritmo se debe resolver de nuevo las ecuaciones del flujo de cargas para un nuevo valor del factor de carga.

Este proceso se puede realizar de una manera convencional, considerando el factor de carga como parámetro de entrada. Esto es, re-convergiendo las ecuaciones del flujo de cargas en cada paso para un valor concreto del factor de carga, partiendo de la solución anterior [Gravener, *et al.*, 1999; Ou, *et al.*, 2002]. Sin embargo, si el sistema se acerca demasiado al punto de colapso de tensiones, el condicionamiento de las ecuaciones empeora notablemente, lo que provoca divergencia en la resolución de las ecuaciones del flujo de cargas mediante el Newton-Raphson convencional. Es en estos casos donde las técnicas de continuación se muestran más eficaces. Las técnicas de continuación mejoran el condicionamiento del sistema y la convergencia de las

ecuaciones [Ajjarapu, *et al.*, 1992; Seydel, 1988b]. Esta mejora se logra haciendo que el factor de carga sea una variable más del sistema de ecuaciones, y añadiendo ecuaciones adicionales que favorecen el condicionamiento del sistema.

Una de las ventajas más importantes que aportan las técnicas de continuación es la posibilidad de dar un tratamiento progresivo de las variables acotadas del sistema, tales como los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación. En [Flueck, *et al.*, 1996] se presenta el flujo de cargas de continuación como una herramienta de gran eficacia y robustez en el cálculo de la capacidad de transferencia entre sistemas interconectados. Se hace especial hincapié en el efecto que tienen los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación en el resultado final. En [Ejebe, *et al.*, 1998] se plantea de nuevo la eficacia del flujo de cargas de continuación en el cálculo del *TTC*. En este artículo además se plantea el *TTC* final como el mínimo de todos los valores del *TTC* obtenidos considerando diferentes contingencias en el escenario.

2.5.2.2 Técnicas basadas en OPF

El empleo de técnicas de flujo de cargas óptimo (*Optimal Power Flow, OPF*) en el cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados se encuentra muy extendido en la literatura técnica [Dobson, *et al.*, 2001], concretamente las formulaciones de flujo de cargas óptimo con restricciones de seguridad (*Security Constrained Optimal Power Flow, SCOPF*). En todas las formulaciones presentes en la literatura, el esquema es similar. La función objetivo consiste en maximizar la propia capacidad de transferencia, mientras que las restricciones de igualdad están conformadas por las ecuaciones de estado del sistema, esto es, las ecuaciones del flujo de cargas. Las diferencias surgen en el planteamiento de las restricciones de desigualdad, donde se determina cuál es la frontera que delimita la capacidad de transferencia de energía.

En [Shaaban, *et al.*, 2003] se presenta una formulación del problema de cálculo del *TTC* basada en un problema de optimización no lineal. La función objetivo consiste en maximizar la potencia activa generada por los grupos encargados de satisfacer el incremento de carga de determinados nudos del sistema. Las restricciones de igualdad están compuestas por las ecuaciones del flujo de cargas. Las restricciones de desigualdad las constituyen los límites de funcionamiento del sistema, donde se incluyen los límites de generación de los grupos, las cargas máximas de determinados consumidores, los límites de tensión de los nudos y los límites térmicos de las líneas, expresados en forma de corriente máxima. El autor emplea la programación cuadrática secuencial (*Sequential Quadratic Programming, SQP*) [Bazaraa, *et al.*, 1993; Boggs, *et al.*, 2000] para resolver el problema de optimización y obtener de este modo el *TTC*.

Dentro de la literatura técnica, el valor del *TTC* se encuentra casi siempre condicionado a los límites estáticos de funcionamiento, esto es, flujo máximo por las líneas, límites de tensión en los nudos y límite de estabilidad (colapso de tensiones). Sin embargo, es posible añadir restricciones adicionales que garantizan la seguridad dinámica del sistema. En [Yuan, *et al.*, 2003] se presenta una formulación del cálculo del *TTC* como problema de optimización no lineal, en el que se incluyen restricciones dinámicas para garantizar que el valor de *TTC* no se alcanza a costa de la inestabilidad de los ángulos del sistema. El algoritmo se plantea de forma dinámica, esto es, un *TTC* para cada instante, y para cada instante se resuelve el problema de optimización no lineal mediante técnicas de punto interior. La ventaja de esta formulación es por tanto que el valor dinámico obtenido del *TTC* garantiza que no se producirá inestabilidades de ángulos en el sistema. Sin embargo, implica un coste computacional elevado, que en la mayoría de los casos es innecesario debido a que la estabilidad de los ángulos en un sistema de

energía eléctrica se puede asumir mientras se respeten los límites de funcionamiento estático del mismo, especialmente los flujos por las líneas [Dobson, *et al.*, 2001].

2.5.2.3 Otras técnicas

Como se ha visto anteriormente, el cálculo exacto del *TTC*, esto es, considerando el modelo completo del sistema y todos los límites de funcionamiento existentes, conlleva un alto coste computacional [Ilic, *et al.*, 1998]. Motivado por esto, surgen en la literatura alternativas al cálculo exacto del *TTC*. Las dos alternativas más utilizadas son el empleo de factores de participación (*Power Transfer Distribution Factors, PTDFs*) y el uso del modelo simplificado de corriente continua del sistema [Gómez Expósito, *et al.*, 2002a; Wood, *et al.*, 1984]:

- Por un lado, los *PTDFs* constituyen las sensibilidades de los flujos de potencia activa por las líneas y transformadores, con respecto de la inyección en la red de potencia activa a través de los generadores del sistema [Dobson, *et al.*, 2001]. Empleando estas sensibilidades, se puede estimar cuál es el incremento mínimo de potencia activa inyectada por cada generador para saturar cada línea o transformador. Con estos incrementos mínimo, y estableciendo adecuadamente la fuente y el destino de la transferencia de energía, se obtiene el máximo de dicha transferencia, esto es, el *TTC*.
- Por otro lado, el empleo del modelo simplificado de corriente continua del sistema proporciona una formulación lineal del problema de optimización que devuelve el *TTC* del sistema [Sandrin, *et al.*, 1991]. Esta formulación en forma de problema de programación lineal permite no sólo resolverlo de forma directa, sin iteraciones, sino que además permite incluir las hipótesis de contingencias que fueren necesarias.

Sin embargo, una de las principales desventajas de emplear modelos simplificados en el cálculo del *TTC* es el hecho de obviar las circulaciones de potencia reactiva por las ramas del sistema, así como otros límites de funcionamiento seguro, como son los límites de las tensiones de los nudos o el punto de colapso de tensiones. Esto tiene dos consecuencias fundamentales:

- En primer lugar, el uso de aproximaciones lineales del sistema puede desembocar en que el valor obtenido del *TTC* puede alejarse mucho del valor real, dependiendo del punto del punto de operación del sistema [Sauer, 1997]. Si el sistema en su caso base se encuentra cerca del punto del colapso, la no linealidad de las ecuaciones del sistema es muy alta.
- En segundo lugar, el error cometido juega en contra de la seguridad del sistema, esto es, el valor obtenido del *TTC* resulta ser mayor que el real. Dicho en otras palabras, el valor aproximado es más permisivo que el real, lo que implica que alcanzar valores de transferencia de energía próximos al valor estimado puede resultar perjudicial para la seguridad del sistema.

S. Grijalva propone en [Grijalva, 1999] y en [Grijalva, *et al.*, 2003] un método para corregir los límites de flujo por las líneas, de tal forma que se consideren las posibles circulaciones de reactiva por dichas líneas en un modelo de corriente continua del sistema. Mediante ciertas simplificaciones, estima la máxima cantidad de potencia activa que puede circular por una línea determinada sin que se viole el límite térmico real de la misma. De esta forma, empleando estos límites de potencia en lugar de los especificados en las características técnicas de las líneas y los transformadores, se incorpora de forma aproximada la limitación a la circulación de potencia reactiva por las líneas y transformadores, sin necesidad de calcularla. Sin embargo, esta aproximación se realiza haciendo determinadas simplificaciones, como considerar que los módulos de las tensiones permanecerán constantes en el cálculo del *TTC*, lo que desvirtúa el valor obtenido de la capacidad de transferencia.

En [Gravener, *et al.*, 1999] primeramente se obtiene un primer valor del *TTC* impuesto por los límites térmicos de las líneas; los límites de tensión se consideran mediante un proceso de prueba en escalones; el valor de *ATC* es aquel último valor de capacidad de intercambio para el que no se producen violaciones de tensión. Un enfoque similar se considera en la herramienta CI3 de Red Eléctrica de España para la determinación de la capacidad de intercambio de las conexiones internacionales de España con Francia, Portugal y Marruecos [REE, 1999].

2.5.3 Algoritmos de mejora

Una vez calculada la capacidad de transferencia de energía existente entre dos sistemas interconectados, es posible que sea un valor inadmisibles desde el punto de vista de la seguridad en la operación del sistema. En este caso, se hace necesario contar con la posibilidad de incrementarlo hasta algún valor mínimo que garantice la operación del sistema bajo condiciones seguras.

Existen trabajos que abordan la mejora del *TTC* a partir de análisis de sensibilidades. Es el caso de [Greene, *et al.*, 1997a], donde se desarrolla un análisis de sensibilidades que obtiene como resultado la sensibilidad de primer orden del factor de carga que controla el *TTC* respecto de cualquier parámetro del sistema. Estas sensibilidades pueden ser empleadas posteriormente en identificar las acciones de control más efectivas para controlar el valor del *TTC* [Greene, *et al.*, 2002]. El cálculo de las sensibilidades se basa en incrementar los parámetros de control del sistema, forzando por otra parte a las variables de estado del sistema y al factor de carga que controla el *TTC* a que varíen de tal forma que se sigan conservando en equilibrio tanto las ecuaciones de estado del sistema como la restricción de desigualdad activada en el límite. Siguiendo con esta línea, en [Rajaraman, *et al.*, 1998] se realiza un análisis de sensibilidades destinado a mejorar el valor de la capacidad de transferencia mediante el empleo de tecnología de *FACTS* de compensación tanto serie como paralelo⁷. Obtenidas dichas sensibilidades, se determina cuál es la línea óptima en la que realizar la compensación, si debe ser serie o paralelo y en qué proporción del total de la impedancia serie o admitancia paralelo, respectivamente.

En otros trabajos se aborda la mejora de la capacidad de transferencia a través de la resolución de un flujo óptimo de cargas. En [Leite da Silva, *et al.*, 2002] se presenta un algoritmo diseñado para determinar la localización óptima de posibles nuevos grupos de generación o de posibles nuevos clientes de tal forma que se maximice el nuevo *TTC*. El planteamiento en realidad se plantea como maximización del *ATC*, incluyendo el término introducido por la incertidumbre en el valor de los parámetros del sistema. De este modo, la maximización de la capacidad de transferencia se realiza mediante la formulación de un *OPF*. Con el objetivo de simplificarlo, los autores emplean el modelo simplificado de corriente continua del sistema, lo que permite formular el *OPF* como un problema de programación lineal. Por otra parte, la función de probabilidad del *ATC* obtenida a partir de la incertidumbre de los parámetros del sistema se construye empleando simulación de Monte Carlo.

Existen también algoritmos que combinan las técnicas de continuación con las de flujo de cargas óptimo. En [Moyano, *et al.*, 2003] se propone una metodología para evaluar la participación de los nudos de carga en el valor final del *TTC*. Una vez obtenido el *TTC* inicial mediante una formulación basada en *OPF*, se divide el total de demanda incrementada en varias partes. Mediante técnicas de continuación, los autores van incrementando progresivamente

⁷ La compensación serie y la compensación paralelo (*series and shunt compensation* en literatura inglesa), es una tecnología basada en electrónica de potencia capaz de controlar de una forma continua el valor tanto de la impedancia serie como de la admitancia paralelo de una línea de transporte. De este modo, se consigue controlar los flujos de potencia activa y reactiva que circulan por la línea, así como sus pérdidas y las tensiones de sus nudos.

dicha demanda siguiendo el patrón de los cortes realizado al incremento total de demanda. En cada punto nuevo obtenido en el proceso de continuación, se resuelve un nuevo *OPF* que minimiza el total de potencia activa generada. De forma simultánea, se emplean los multiplicadores de Lagrange para calcular los factores de participación que representan el nivel de participación que tiene cada carga en el despacho de potencia activa generada.

2.6 Conclusiones

Los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica constituyen un elemento básico en el análisis, la operación y la planificación de dichos sistemas. Se considera margen de funcionamiento la distancia que separa al sistema desde un punto inicial de funcionamiento hasta un punto de *funcionamiento límite*. Atendiendo por tanto a cómo se mida dicha distancia y a qué se considere punto de funcionamiento límite, cabe hablar de varios márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica. Los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis por su importancia en los estudios de seguridad de los sistemas de energía eléctrica son cuatro: el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*). En este capítulo se ha realizado una exhaustiva revisión bibliográfica sobre la definición, métodos de cálculo y métodos de mejora de cada uno de ellos.

Toda la revisión bibliográfica realizada en este capítulo pone de manifiesto la existencia de numerosa literatura técnica que aborda de forma eficaz el problema de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, esto es, qué son, cómo se calculan y cómo se pueden mejorar. Sin embargo, de la revisión bibliográfica también se obtiene la conclusión de que no existe en la literatura técnica una formulación matemática genérica para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia, no existe una metodología genérica ni para su cálculo ni para su mejora.

Los siguientes capítulos recogen los modelos genéricos propuestos en esta tesis para el cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El capítulo 3 presenta el modelo genérico para la definición del problema del cálculo de los márgenes, así como su adaptación a los diferentes márgenes de funcionamiento considerados en la tesis. El capítulo 4 la metodología diseñada en esta tesis para la resolución del problema genérico de cálculo de los márgenes, basada en técnicas de continuación y optimización. Finalmente, el capítulo 5 expone la metodología genérica diseñada en esta tesis para mejorar los márgenes a partir de movimientos en los elementos de control del sistema, basada en programación lineal secuencial.

2.7 Bibliografía

[Affonso, *et al.*, 2004]

C. M. Affonso, L. C. P. da Silva, F. G. M. Lima, and S. Soares, "MW and MVar Management on Supply and Demand Side for Meeting Voltage Stability Margin Criteria", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n° 3, pp. 1538-1545, Aug 2004.

[Ajjarapu, *et al.*, 1992]

V. Ajjarapu and C. Christie, "The Continuation Power Flow: A Tool to Study Steady State Voltage Stability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 1, pp. 416-423, Feb 1992.

[Albuyeh, *et al.*, 1982]

F. Albuyeh, A. Bose, and B. Health, "Reactive Power Considerations in Automatic Contingency Selection", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 101, nº 1, pp. 107-112, Jan 1982.

[Alsaç, *et al.*, 1983]

O. Alsaç, B. Scott, and W. F. Tinney, "Sparsity-Oriented Compensation Methods for Modified Network Solutions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 102, pp. 1050-1060, May 1983.

[Alves, *et al.*, 2003]

D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro, and V. F. da costa, "Continuation Fast Decoupled Power Flow with Secant Predictor", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, nº 3, pp. 1078-1085, Aug 2003.

[Arya, *et al.*, 2000]

L. D. Arya, S. C. Choube, and D. P. Kothari, "Line switching for alleviating overloads under line outage condition taking bus voltage limits into account", *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, vol. 22, nº 3, pp. 213-221, Mar 2000.

[Bacher, *et al.*, 1989]

R. Bacher and W. F. Tinney, "Faster Local Power Flow Solutions: The Zero Mismatch Approach", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, nº 4, pp. 1343-1354, Nov 1989.

[Baillo, 2002]

A. Baillo, "A Methodology to Develop Optimal Schedules and Offering Strategies for a Generation Company Operating in a Short-Term Electricity Market", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Sep 2002.

[Baran, *et al.*, 1989]

M. E. Baran and F. F. Wu, "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, nº 1, pp. 735-743, Jan 1989.

[Barboza, *et al.*, 2001]

L. V. Barboza and R. Salgado, "Unsolvable Power Flow Analysis - an Approach based on Interior Point non-linear Optimization Methods", presented at *2001 IEEE Porto Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Sep 2001.

[Barquin, 1993]

J. Barquin, "Inestabilidad de Tensiones: Criterios de Seguridad", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Oct 1993.

[Barquín, *et al.*, 1995]

J. Barquín, T. Gómez San Román, and F. L. Pagola, "Estimating the Loading Limit Margin taking into account Voltage Collapse Areas", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, nº 4, pp. 1952-1962, Nov 1995.

- [Bazaraa, *et al.*, 1993]
M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1993.
- [Bell, *et al.*, 2000]
K. R. W. Bell and D. S. Kirschen, "Improved Sensitivities in MW dispatch for Control of Voltage", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 1034-1040, Aug 2000.
- [Bijwe, *et al.*, 2003]
P. R. Bijwe and S. M. Kelapure, "Nondivergent Fast Power Flow Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n° 2, pp. 633-638, May 2003.
- [Boggs, *et al.*, 2000]
P. T. Boggs and J. W. Tolle, "Sequential Quadratic Programming for Large-Scale Nonlinear Optimization", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 124, n° 1-2, pp. 123-137, Dec 2000.
- [Braz, *et al.*, 2000]
L. M. C. Braz, C. A. Castro, and C. A. F. Murari, "A critical Evaluation of step Size Optimization Based Load Flow Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 202-207, Feb 2000.
- [Cañizares, 1991]
C. A. Cañizares, "Voltage Collapse and Transient Energy Function Analyses of AC/DC Systems", Doctoral Thesis presented at *Department of Electrical and Computer Engineering* of University of Wisconsin-Madison, Madison, Wisconsin, U.S.A., 1991.
- [Cañizares, 1995]
C. A. Cañizares, "Conditions for Saddle-Node Bifurcations in AC/DC Power Systems", *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, vol. 17, n° 1, pp. 61-68, Feb 1995.
- [Cañizares, 1998]
C. A. Cañizares, "Calculating Optimal System Parameters to Maximize the Distance to Saddle-node Bifurcations", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 45, n° 3, pp. 225-237, Mar 1998.
- [Cañizares, *et al.*, 1993]
C. A. Cañizares and F. L. Alvarado, "Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, n° 1, pp. 1-8, Feb 1993.
- [Cañizares, *et al.*, 1992]
C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, and W. F. Long, "Point of Collapse Methods applied to AC/DC Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 2, pp. 673-683, May 1992.

[Cañizares, *et al.*, 2000]

C. A. Cañizares, I. Dobson, N. Miller, V. Ajjarapu, H. Hamadanizadeh, and F. Rahimi, "Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools", IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication (final document), Aug 2000.

[Cañizares, *et al.*, 1994]

C. A. Cañizares, A. C. Zambroni de Souza, and V. H. Quintana, "Improving Continuation Methods for Tracing Bifurcation Diagrams in Power Systems", presented at *Bulk Power System Voltage Phenomena III Seminar, NSF/ECC Inc.*, Davos, Switzerland, Aug 1994.

[Cañizares, *et al.*, 1996]

C. A. Cañizares, A. C. Zambroni de Souza, and V. H. Quintana, "Comparison of Performance Indices for Detection of Proximity to Voltage Collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, n° 3, pp. 1441-1450, Aug 1996.

[Capitanescu, *et al.*, 2002]

F. Capitanescu and T. van Cutsem, "Preventive Control of Voltage Security Margins: A Multicontingency Sensitivity-Based Approach", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 2, pp. 358-364, May 2002.

[Castro, *et al.*, 1997]

C. A. Castro and L. M. C. Braz, "A New Approach to the Polar Newton Power Flow using Step Size Optimization", presented at *29th North American Power Symposium (NAPS)*, Laramie, Wyoming, U.S.A., Oct 1997.

[Chamorel, *et al.*, 1982]

P. A. Chamorel and A. J. Germond, "An Efficient Constrained Power Flow Technique Based on Active - Reactive Decoupling and the Use of Linear Programming", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 101, n° 1, pp. 158-167, Jan 1982.

[Chan, *et al.*, 1986]

S. Chan and V. Brandwajn, "Partial Matrix Refactorization", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, n° 1, pp. 193-200, May 1986.

[Cheimanoff, *et al.*, 1980]

A. Cheimanoff and C. Corroyer, "The Power Failure of December 19th, 1978", *Revue Générale de l'Electricité*, vol. 89, n° 4, pp. 280-320, Apr 1980.

[Chen, *et al.*, 2003]

K. Chen, A. Hussein, M. E. Bradley, and H. Wan, "A Performance-Index Guided Continuation Method for Fast Computation of Saddle-Node Bifurcation in Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n° 2, pp. 753-760, May 2003.

[Chiang, *et al.*, 1990]

H. D. Chiang, I. Dobson, and R. J. Thomas, "On Voltage Collapse in Electric Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, n° 2, pp. 601-611, May 1990.

[Chiang, *et al.*, 1995]

H. D. Chiang and R. Jean-Jumeau, "Towards a Practical Performance Index for Predicting Voltage Collapse in Electric Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, n° 2, pp. 584-592, May 1995.

[CIGRE TF, 1986]

CIGRE TF, "Planning against Voltage Collapse", Paris, France, Technical Report, CIGRE Task Force 38-01-03 Report, Oct 1986.

[CIGRE TF, 1996]

CIGRE TF, "Analysis and Control of Power System Oscillations", Paris, France, Technical Report, CIGRE Task Force 38-01-07 Report, Dec 96.

[Clements, *et al.*, 1982]

K. A. Clements, B. P. Lam, D. J. Lawrence, T. A. Mikolinnas, N. D. Reppen, R. J. Reppen, R. J. Ringlee, and R. F. Wollenberg, "Transmission System Reliability Methods. Volume 1: Mathematical Models, Computing Methods, and Results", EPRI EL-2526, Volume 1, Final Report, Research Project 1530-1, Jul 1982.

[Conceição, *et al.*, 2001]

A. G. C. Conceição and C. A. Castro, "A new approach to defining Corrective Control Actions in case of Infeasible Operating Situations", presented at *2001 IEEE Porto Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Sep 2001.

[da Costa, *et al.*, 1999]

V. M. da Costa, N. Martins, and J. L. R. Pereira, "Developments in the Newton Raphson Power Flow Formulation based on Current Injections", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, n° 4, pp. 1320-1326, Nov 1999.

[Dabbaghachi, *et al.*, 1986]

I. Dabbaghachi and G. Irisarri, "AEP Automatic Contingency Selector: Branch Outage Impacts on Load Bus Voltage Profile", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, n° 1, pp. 37-47, May 1986.

[Dehnel, *et al.*, 1989]

M. Dehnel and H. W. Dommel, "A Method for Identifying Weak Nodes in Nonconvergent Load Flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, n° 2, pp. 801-807, May 1989.

[Dobson, 1992]

I. Dobson, "Observations on the geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, n° 3, pp. 240-243, Mar 1992.

[Dobson, *et al.*, 1992a]

I. Dobson, H. Glavitsch, C. C. Liu, Y. Tamura, and K. Vu, "Voltage Collapse in Power Systems", *IEEE Circuits and Devices Magazine*, vol. 8, n° 3, pp. 40-45, May 1992.

[Dobson, *et al.*, 2001]

I. Dobson, S. Greene, R. Rajaraman, C. L. DeMarco, F. L. Alvarado, and R. Zimmerman, "Electric Power Transfer Capability - Concepts, Applications, Sensitivity and Uncertainty", Power Systems Engineering Research Center publication 01-34, Cornell University, Nov 2001.

[Dobson, *et al.*, 1992b]

I. Dobson and L. Lu, "Computing an Optimum Direction in Control Space to Avoid Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electric Power Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, n° 10, pp. 1616-1620, Oct 1992.

[Dy Liacco, 1967]

T. E. Dy Liacco, "The Adaptive Reliability Control System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 86, n° 3, pp. 517-531, May 1967.

[Echavarren, *et al.*, 2005]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Contingency Analysis: A Feasibility Identification and Calculation Algorithm", *IEE Proceedings - Generation, Transmission & Distribution*, vol. 152, n° 5, pp. 645-652, Sep 2005.

[Echavarren, *et al.*, 2006a]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "A Corrective Load Shedding Scheme to Mitigate Voltage Collapse", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, n° 1, pp. 58-64, Jan 2006.

[Echavarren, *et al.*, 2006b]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "A Power Flow Solvability Identification and Calculation Algorithm", *Electric Power Systems Research*, vol. 76, n° 4, pp. 242-250, Jan 2006.

[Echavarren, *et al.*, 2003]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "A Load Shedding Algorithm for Improvement of Load Margin to Voltage Collapse", presented at *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun 2003.

[Ejebe, *et al.*, 1992]

G. C. Ejebe, R. F. Paliza, and W. F. Tinney, "An Adaptive Localization Method for Real-Time Security Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 2, pp. 777-783, May 1992.

[Ejebe, *et al.*, 1998]

G. C. Ejebe, J. Tong, J. G. Waight, J. G. Frame, X. Wang, and W. F. Tinney, "Available Transfer Capability Calculations", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, n° 4, pp. 1521-1527, Nov 1998.

[Ejebe, *et al.*, 1979]

G. C. Ejebe and B. F. Wollenberg, "Automatic Contingency Selection", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 98, pp. 92-104, Jan 1979.

[Elgerd, 1985]

O. I. Elgerd, *Electric Energy Systems Theory*, McGraw - Hill, 1985.

[ELKRAFT, 2003]

ELKRAFT, "Power Failure in Eastern Denmark and Southern Sweden on 23 September 2003 - Final Report on the Course of Events", Ballerup, Denmark, Elkraft System (Danish Transmission and System Operator, TSO) Special Report, Nov 2003.

[EPRI, 1989]

EPRI, "Bulk Power System Voltage Phenomena - Voltage Stability and Security", EPRI - EL 6183. Project 2473-21, Jan 1989.

[Flueck, *et al.*, 1996]

A. J. Flueck, H. D. Chiang, and K. S. Shah, "Investigating the Installed Real Power Transfer Capability of a Large Scale Power System Under a Proposed Multiarea Interchange Schelude Using CPFLOW", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, n° 2, pp. 883-889, May 1996.

[Flueck, *et al.*, 2000]

A. J. Flueck and J. R. Dondeti, "A New Continuation Power Flow Tool for Investigating the Nonlinear Effects of Transmission Branch Parameter Variations", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 1, pp. 223-227, Feb 2000.

[Gao, *et al.*, 1992]

B. Gao, G. K. Morrison, and P. Kundur, "Voltage Stability Evaluation using Modal analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 4, pp. 1529-1542, Nov 1992.

[García González, 2001]

J. García González, "Optimización de la Explotación en el Corto Plazo y Elaboración de Ofertas en un Sistema Eléctrico Liberalizado. Naturaleza del Problema y Métodos de Solución", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, 2001.

[Gómez Expósito, *et al.*, 2002a]

A. Gómez Expósito and F. L. Alvarado, "3 - Flujo de Cargas" in *Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica*, Mc. Graw-Hill, 2002.

[Gómez Expósito, *et al.*, 1999]

A. Gómez Expósito and E. Romero, "Reliable Load Flow Technique for Radial Distribution Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, n° 3, pp. 1063-1069, Aug 1999.

[Gómez Expósito, *et al.*, 2002b]

A. Gómez Expósito and E. Romero, "Augmented Rectangular Load Flow Model", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 2, pp. 271-276, May 2002.

[Gómez San Román, 1989]

T. Gómez San Román, "Localización y Dimensionamiento de Nuevos Elementos de Compensación de Potencia Reactiva en Redes Eléctricas de Transporte Atendiendo a Consideraciones de Carácter Técnico y Económico: Costes de Instalación y Explotación, y Criterios de Seguridad", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales* of Universidad Politécnica, Madrid, Spain, 1989.

[Granville, *et al.*, 1996]

S. Granville, J. C. O. Mello, and A. C. G. Melo, "Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, nº 2, pp. 1096-1103, May 1996.

[Gravener, *et al.*, 1999]

M. H. Gravener and C. Nwankpa, "Avaliable Transfer Capability and First Order Sensitivity", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, nº 2, pp. 512-518, May 1999.

[Greene, *et al.*, 1997a]

S. Greene, I. Dobson, and F. L. Alvarado, "Initial Concepts for Applying Sensitivity to Transfer Capability", presented at *NSF Workshop on Available Transfer Capability*, Urbana, Illinois, U.S.A., Jun 1997.

[Greene, *et al.*, 1997b]

S. Greene, I. Dobson, and F. L. Alvarado, "Sensitivity of the Loading Margin to Voltage Collapse with respect to Arbitrary Parameters", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, nº 1, pp. 262-272, Feb 1997.

[Greene, *et al.*, 2002]

S. Greene, I. Dobson, and F. L. Alvarado, "Sensitivity of Transfer Capability Margins with a Fast Formula", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, nº 1, pp. 34-40, Feb 2002.

[Grijalva, 1999]

S. Grijalva, "Reactive Power Considerations in Linear ATC Computation", presented at *32nd Hawaii International Conference on System Sciences*, Hawaii, U.S.A., Jan 1999.

[Grijalva, *et al.*, 2003]

S. Grijalva, P. W. Sauer, and J. D. Weber, "Enhancement of Linear ATC Calculations by the Incorporation of Reactive Power Flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, nº 2, pp. 619-624, May 2003.

[Harmand, *et al.*, 1990]

T. Harmand, M. Trotignon, J. F. Lesigne, J. M. Tesson, C. Lemaitre, and F. Bourgin, "Analysis of a Voltage Collapse Incident and Proposal for a Time-Based Hierarchical Containment Scheme", CIGRE Paper 38/39-02, 1990.

[Huneault, *et al.*, 1991]

M. Huneault and F. D. Galiana, "A Survey of the Optimal Power Flow Literature", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, nº 2, pp. 762-770, May 1991.

- [Iba, *et al.*, 1991]
 K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, and T. Watanabe, "Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, n° 2, pp. 584-590, May 1991.
- [IEEE/PES, 1990]
 IEEE/PES, "Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance", IEEE/PES Special Publication, 90TH0292-3-PWR, 1190.
- [Ilic, *et al.*, 1998]
 M. Ilic, F. Galiana, L. Fink, A. Bose, P. Mallet, and H. Othman, "Transmission Capacity in Power Networks", *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, vol. 20, n° 2, pp. 99-110, Feb 1998.
- [Irisarri, *et al.*, 1997]
 G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Mokhtari, "Maximum Loadability of Power Systems using Interior Point Non-Linear Optimization Method", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, n° 1, pp. 162-172, Feb 1997.
- [Iwamoto, *et al.*, 1981]
 S. Iwamoto and Y. Tamura, "A Load Flow Calculation Method for Ill-conditioned Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 100, n° 4, pp. 1736-1743, Apr 1981.
- [Kopcak, *et al.*, 2003]
 I. Kopcak, L. C. P. da Silva, V. F. da costa, and J. S. Naturesa, "Transmission Systems Congestion Management by Using Modal Participation Factors", presented at *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun 2003.
- [Kundur, 1994]
 P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw - Hill, 1994.
- [Larsson, *et al.*, 2004]
 S. Larsson and E. Ek, "The Blackout in Southern Sweden and Eastern Denmark, September 23th, 2003", presented at *IEEE/PES 2004 General Meeting*, Denver, Colorado, U.S.A., Jun 2004.
- [Latorre, 1993]
 G. Latorre, "Modelos Estáticos para la Planificación a Largo Plazo de la Red de Transporte de Energía Eléctrica", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Mar 1993.
- [Leite da Silva, *et al.*, 2002]
 A. M. Leite da Silva, J. G. de Carvalho Costa, L. A. da Fonseca Manso, and G. J. Anders, "Transmission Capacity: Availability, Maximum Transfer and Reliability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 3, pp. 843-849, Aug 2002.

[Lobato, 2002]

E. Lobato, "Gestión Centralizada de Restricciones Técnicas en Mercados de Energía Eléctrica. Aplicación al Caso Español", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Jul 2002.

[Lobato, *et al.*, 2003]

E. Lobato, F. M. Echavarren, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "A Mixed-Integer LP Based Network Topology Optimization Algorithm for Overload Alleviation", presented at *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun 2003.

[Lobato, *et al.*, 2005a]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, and F. M. Echavarren, "Elimination of Voltage Violations in the Spanish Electricity Market. Part I: Theory", *Electric Power Systems Research*, vol. 75, n° 2-3, pp. 99-109, Aug 2005.

[Lobato, *et al.*, 2005b]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, and F. M. Echavarren, "Elimination of Voltage Violations in the Spanish Electricity Market. Part II: Case Study", *Electric Power Systems Research*, vol. 75, n° 2-3, pp. 110-115, Aug 2005.

[Lobato, *et al.*, 2004a]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, F. M. Echavarren, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "A Practical Approach to Solve Power System Constraints with Application to the Spanish Electricity Market", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n° 4, pp. 2029-2037, Nov 2004.

[Lobato, *et al.*, 2004b]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, F. M. Echavarren, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "Preventive Analysis and Solution of Overloads in the Spanish Electricity Market", *Electric Power Systems Research*, vol. 68, n° 3, pp. 185-192, Mar 2004.

[Löf, *et al.*, 1992]

P. A. Löf, T. Smed, G. Anderson, and D. J. Hill, "Fast Calculation of a Voltage Stability Index", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n° 1, pp. 54-64, Feb 1992.

[Luo, *et al.*, 1990]

G. X. Luo and A. Semlyen, "Efficient Load Flow for Large Weakly Meshed Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, n° 4, pp. 1309-1316, Nov 1990.

[Marano, *et al.*, 2006]

A. Marano, J. L. Martínez Ramos, and A. L. Trigo, "A New Technique to Compute Control Actions to Prevent Voltage Collapse using Optimization Techniques and Sensitivity Analysis", presented at *IEEE/PES 2006 General Meeting*, Montreal, Canada, June 2006.

[Minoux, 1983]

M. Minoux, *Mathematical Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1983.

[Moyano, *et al.*, 2003]

C. F. Moyano, R. Salgado, and L. V. Barboza, "Calculating Participation Factors in the Maximum Loadability", presented at *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun 2003.

[NERC, 1995]

NERC, "Transmission Transfer Capability", Princeton, New Jersey, U.S.A., Availability Transfer Capability Working Group (ATCWG) of the North American Electric Reliability Council (NERC) Task Force Report, May 1995.

[NERC, 1996]

NERC, "Available Transfer Capability Definitions and Determination", Princeton, New Jersey, U.S.A., Availability Transfer Capability Working Group (ATCWG) of the North American Electric Reliability Council (NERC) Task Force Report, Jun 1996.

[NERC, 1999]

NERC, "Transmission Capability Margins and their Use in ATC Determination", Princeton, New Jersey, U.S.A., Availability Transfer Capability Working Group (ATCWG) of the North American Electric Reliability Council (NERC) White Paper, Jun 1999.

[Obadina, *et al.*, 1988]

O. O. Obadina and G. J. Berg, "Determination of Voltage Stability Limit in Multimachine Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n° 4, pp. 1545-1554, Nov 1988.

[Ou, *et al.*, 2002]

Y. Ou and C. Singh, "Assessment of Available Transfer Capability and Margins", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, n° 2, pp. 463-468, May 2002.

[Ou, *et al.*, 2003]

Y. Ou and C. Singh, "Calculation of Risk and Statistical Indices associated with Available Transfer Capability", *IEE Proceedings - Generation, Transmission & Distribution*, vol. 150, n° 2, pp. 239-244, Mar 2003.

[Overbye, 1994]

T. J. Overbye, "A Power Flow Measure for Unsolvable Cases", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, n° 3, pp. 1359-1365, Aug 1994.

[Overbye, 1995]

T. J. Overbye, "Computation of a Practical Method to Restore Power flow Solvability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, n° 1, pp. 280-287, Feb 1995.

[Overbye, *et al.*, 1998]

T. J. Overbye and R. P. Klump, "Determination of Emergency Power System Voltage Control Actions", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, nº 1, pp. 205-210, Feb 1998.

[Parker, *et al.*, 1996]

C. J. Parker, I. F. Morrison, and D. Sutanto, "Application of an Optimisation Method for Determining the Reactive Margin from Voltage Collapse in Reactive Power Planning", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, nº 3, pp. 1473-1481, Aug 1996.

[Rajaraman, *et al.*, 1998]

R. Rajaraman, F. Alvarado, A. Maniaci, R. Camfield, and S. Jalali, "Determination of location and Amount of Series Compensation to Increase Power Transfer Capability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, nº 2, pp. 294-300, May 1998.

[Ramos, 1990]

A. Ramos, "Modelos de Explotación a Medio Plazo de la Generación Eléctrica", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales* of Universidad Politécnica, Madrid, Spain, 1990.

[REE, 1999]

REE, "Programa CI3 3.0: Evaluación de la capacidad de intercambio de las interconexiones internacionales", Red Eléctrica de España, Dirección General de Operación, documento interno, Dec 1999.

[REE, 2002]

REE, "Situación Excepcional de Explotación del día 17 de Diciembre de 2001", Red Eléctrica de España, Dirección de Desarrollo de la Red, final report, Mar 2002.

[Riquelme, 1998]

J. M. Riquelme, "Análisis Estático de Seguridad en Redes de Transporte", Doctoral Thesis presented at *Departamento de Ingeniería Eléctrica* of Universidad de Sevilla, Seville, Spain, Sep 1998.

[Rivier, 1998]

M. Rivier, "Modelo Probabilista de Explotación de un Sistema Eléctrico de Potencia. Contribución a la Teoría Marginalista", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, 1998.

[Rivier, *et al.*, 1990]

M. Rivier, I. J. Perez-Arriaga, and G. Luengo, "JUANAC: A Model for Computation of Spot Prices in Interconnected Power Systems", presented at *10th Power System Computation Conference (PSSC'90)*, Graz, Austria, Aug 1990.

[Rogers, 2000]

G. Rogers, *Power System Oscillations*, Kluwer Academic Publishers, 2000.

[Rosehart, 2000]

W. Rosehart, "Optimization of Power Systems with Voltage Security Constraints", Doctoral Thesis presented at *Department of Electrical and Computer Engineering* of University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, Dec 2000.

[Rouco, 1990]

L. Rouco, "Estudio de la Estabilidad Oscilatoria en Sistemas Eléctricos Multi-Área", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Dic 1990.

[Sánchez, 1998]

P. Sánchez, "Mejoras en la Eficacia Computacional de Modelos Probabilistas de Explotación Generación/Red a Medio Plazo", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, 1998.

[Sandrin, *et al.*, 1991]

P. Sandrin and L. Dubost, "Reliability of Transactions between Electric Utilities", presented at *CIGRE Symposium - Electric Power Systems Reliability*, Montreal, Canada, Sep 1991.

[Sauer, 1997]

P. W. Sauer, "Technical Challenges of Computing Available Transfer Capability (ATC) in Electric Power Systems", presented at *30th Hawaii International Conference on System Sciences*, Hawaii, U.S.A., Jan 1997.

[Scudder, 1981]

J. M. Scudder, "Step Optimization in a Polar Newton Power Flow", University of Wisconsin, Madison, U.S.A., 1981.

[Seydel, 1988a]

R. Seydel, "2 - Basic Nonlinear Phenomena" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Seydel, 1988b]

R. Seydel, "4 - Principles of Continuation" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Seydel, 1988c]

R. Seydel, "5 - Calculating of the Branching Behavior on Nonlinear Equations" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Shaaban, *et al.*, 2003]

M. Shaaban, W. Li, Z. Yan, Y. Ni, and F. F. Wu, "Calculation of Total Transfer Capability incorporating the Effect of Reactive Power", *Electric Power Systems Research*, vol. 64, n° 3, pp. 181-188, Mar 2003.

[Shirmohammadi, *et al.*, 1988]

D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, and G. X. Luo, "A Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n° 2, pp. 753-762, May 1988.

[Song, *et al.*, 2004]

H. Song and B. Lee, "A Framework for Determining Minimum Load Shedding for Restoring Solvability Using Outage Parameterization", *KIEE International Transactions on Power Engineering*, vol. 4-A, n° 2, pp. 73-78, 2004.

[Stott, 1974]

B. Stott, "Review of Load Flow Calculation Methods", *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, pp. 916-926, 1974.

[Stott, *et al.*, 1974]

B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 93, n° 3, pp. 859-869, May 1974.

[Su, *et al.*, 2005]

C. L. Su and C. N. Lu, "Two-Points Estimate Method for Quantifying transfer Capability Uncertainty", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n° 2, pp. 573-579, May 2005.

[Taylor, 1994]

C. W. Taylor, *Power System Voltage Stability*, McGraw - Hill, 1994.

[Tinney, *et al.*, 1967a]

W. F. Tinney and C. H. Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 86, n° 11, pp. 1449-1460, 1967.

[Tinney, *et al.*, 1971]

W. F. Tinney and W. L. Powell, "Notes on Newton-Raphson Method for Solution of AC Power Flow Problem", Portland, Oregon, Bonneville Power Administration, 1971.

[Tinney, *et al.*, 1967b]

W. F. Tinney and J. W. Walker, "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", *Proceedings of the IEEE*, vol. 55, n° 11, pp. 1801-1809, Nov 1967.

[Tiranuchit, *et al.*, 1988]

A. Tiranuchit and R. J. Thomas, "A Posturing Strategy against Voltage Instabilities in", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n° 1, pp. 87-93, Feb 1988.

[UCTE, 2004a]

UCTE, "Final Report of the Investigation Committee on the 28 September 2003 Blackout in Italy", Brussels, Belgium, 2003 Blackout in Italy UCTE Investigation Committee, Apr 2004.

[UCTE, 2004b]

UCTE, "Operation Handbook", Brussels, Belgium, Jun 2004.

[USA-CAN TF, 2003]

USA-CAN TF, "Causes of the August 14th Blackout in the United States and Canada", U.S.-Canada Power System Outage Task Force Interim Report, Nov 2003.

[van Amerongen, 1989]

R. A. M. van Amerongen, "A General-Purpose Version of the Fast Decoupled Loadflow", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, n° 2, pp. 760-770, May 1989.

[van Cutsem, 1991]

T. van Cutsem, "A Method to Compute Reactive Power Margins with respect to Voltage Collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, n° 1, pp. 145-156, Feb 1991.

[van Cutsem, *et al.*, 1998]

T. van Cutsem and C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[Ventosa, 2001]

M. Ventosa, "Modelado de la explotación de la generación en mercados eléctricos liberalizados mediante el problema complementario", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, 2001.

[Wang, *et al.*, 2000]

R. Wang and R. H. Lasseter, "Re-Dispatching Generation to Increase Power System Security Margin and Support Low Voltage Bus", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n° 2, pp. 496-501, May 2000.

[Wood, *et al.*, 1984]

A. J. Wood and F. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*, John Wiley & Sons, 1984.

[Wrubel, *et al.*, 1996]

J. N. Wrubel, P.S.Rapcienski, K. L. Lee, B. S. Gisin, and G. W. Woodzell, "Practical Experience With Corrective Switching Algorithm For On-Line Applications", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, n° 1, pp. 415-421, Feb 1996.

[Wu, *et al.*, 1994]

Y. C. Wu, A. S. Debs, and R. E. Marsten, "A Direct Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, n° 2, pp. 876-883, May 1994.

[Yuan, *et al.*, 2003]

Y. Yuan, J. Kubokawa, T. Nagata, and H. Sasaki, "A Solution of Dynamic Available Transfer Capability by means of Stability Constrained Optimal Power Flow", presented at *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, Jun 2003.

[Zambroni de Souza, 1995]

A. C. Zambroni de Souza, "New Techniques to Efficiently Determine Proximity to Static Voltage Collapse", Doctoral Thesis presented at *Department of Electrical and Computer Engineering* of University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, Aug 1995.

[Zambroni de Souza, *et al.*, 1996]

A. C. Zambroni de Souza, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, "Critical Bus and Point of Collapse Determination using Tangent Vectors", presented at *28th North American Power Symposium (NAPS)*, Boston, Massachusetts, U.S.A., Nov 1996.

[Zhang, *et al.*, 2004]

J. Zhang, I. Dobson, and F. L. Alvarado, "Quantifying Transmission Reliability Margin", *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, vol. 26, n° 9, pp. 697-702, Nov 2004.

Capítulo **3**

Problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento

3.1 Introducción

En el capítulo anterior de esta tesis se introdujo el concepto de margen de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Se llevó a cabo también una revisión bibliográfica de los márgenes de funcionamiento que, por su importancia en los estudios de seguridad de los sistemas de energía eléctrica, han sido considerados en esta tesis: margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencias, margen al punto de colapso y máxima capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*). En esta revisión se incluyó la definición, los principales métodos de estimación y cálculo, y los algoritmos de mejora presentes en la literatura técnica. De toda esta revisión se obtiene la conclusión de que no existe en la literatura técnica una formulación matemática genérica para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. En consecuencia, tampoco existe una metodología genérica para su cálculo ni tampoco para su mejora. El presente capítulo está dedicado a la formulación del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, y a su adaptación específica a cada uno de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis. En este capítulo se distinguen por tanto dos partes claramente diferenciadas.

La primera parte de este capítulo está dedicada a la formulación y resolución del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Se formula el problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica como un problema de optimización lineal, con restricciones no lineales tanto de igualdad como de desigualdad. Se analiza la naturaleza de las posibles soluciones que puede tener dicho problema de optimización, dependiendo de la frontera que se alcance en el óptimo, y se desarrollan las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker para analizar las propiedades matemáticas de los distintos tipos de solución. La discusión como problema de optimización al comienzo de este capítulo permite por un lado comprender la naturaleza de los límites que marcan el margen considerado en cada momento y por otro lado obtener sensibilidades del margen correspondiente para plantear algoritmos de mejora.

La segunda parte de este capítulo aborda la adaptación de la formulación genérica del problema de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a cada uno de los diferentes márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis. Esto es, el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas, tanto en el caso base como bajo hipótesis de contingencia, margen al colapso de tensiones y capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Se comprobará cómo la metodología general propuesta en esta tesis es válida para el cálculo con precisión de los distintos márgenes considerados, a pesar de su distinta naturaleza y significado¹.

El capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera. En la sección 3.2 se desarrollará la formulación general del problema de cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, y se analizarán las posibles soluciones de dicho problema. La sección 3.3 particulariza la metodología empleada en la sección anterior para cada uno de los márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis, formulando los problemas de cálculo de margen a la factibilidad, tanto en el caso base como bajo hipótesis de contingencias, margen

¹ Conviene puntualizar que estas cuatro aplicaciones consideradas en la tesis no son las únicas las que se pueden modelar mediante la definición que se presenta en este capítulo. Dentro de los sistemas de energía eléctrica en particular y de la ingeniería en general existen problemas que pueden ser perfectamente modelados mediante la formulación genérica que se presenta en este capítulo, y los que en consecuencia se les pueden aplicar las metodologías de cálculo y mejora que se presentarán en los siguientes capítulos de esta tesis.

al punto de colapso y máxima capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados, partiendo de la formulación general adoptada en la sección 3.2 de este capítulo. Finalmente, la sección 3.4 detalla las conclusiones del capítulo.

3.2 Estudio del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento

En esta sección se detalla la formulación genérica del problema de optimización que se plantea para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. La sección se ha organizado de la siguiente manera. El apartado 3.2.1 desarrolla la formulación general del problema de cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El apartado 3.2.2 analizará las posibles soluciones de dicho problema.

3.2.1 Formulación del problema genérico

El problema general que se plantea para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica consiste en la maximización de un factor de escala, sujeto a que en todo momento se satisfacen las ecuaciones del flujo de cargas y determinadas variables y/o parámetros del sistema se encuentran dentro de unos límites establecidos. La ecuación (3.1) expresa de forma matemática el problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde:

λ : Factor de escala de la variación de parámetros del sistema. $\lambda \in \mathbb{R}$

\mathbf{x} : Variables de estado del sistema. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

\mathbf{g} : Restricciones de igualdad que definen el estado del sistema. $\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$

\mathbf{h} : Restricciones de desigualdad que definen la frontera del sistema. $\mathbf{h}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$

El factor de escala λ representa la distancia existente entre el punto inicial de operación del sistema y un nuevo punto de operación determinado. Es empleado para parametrizar mediante un único escalar la variación que pueden sufrir los parámetros del sistema, esto es, despachos de generación, demanda de potencia en los nudos, admitancias de líneas de transporte, etc. Constituye por tanto un grado de libertad adicional que se añade a las ecuaciones de estado \mathbf{g} del sistema.

El vector de variables de estado \mathbf{x} está formado típicamente por los ángulos de las tensiones de los nudos PQ y PV, y los módulos de las tensiones de los nudos PQ del sistema.

Las restricciones de igualdad \mathbf{g} las conforman las ecuaciones de estado del sistema, esto es, las ecuaciones del flujo de cargas ampliadas. Las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas están formuladas a partir de las ecuaciones estándar del flujo de cargas, modificadas convenientemente en función de qué parámetros estén parametrizados por el factor de escala λ . Su condición de ecuaciones de estado obliga a que existan tantas ecuaciones \mathbf{g} como variables de estado \mathbf{x} .

Finalmente, las restricciones de desigualdad \mathbf{h} están conformadas por los límites técnicos de funcionamiento de las variables del sistema. Típicamente se consideran:

- flujo máximo de potencia por las líneas de transporte y/o transformadores,
- tensión mínima y/o máxima en los nudos de carga,

Como se verá más adelante, también el factor de escala λ puede estar acotado superiormente, agregando una restricción de desigualdad adicional al problema.

Se plantea a continuación el Lagrangiano \mathcal{L} [Bazaraa, *et al.*, 1993; Minoux, 1983] del problema de optimización (3.1):

$$\mathcal{L} = \lambda - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} - \boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h} \quad (3.2)$$

donde:

- $\boldsymbol{\mu}$: Vector de multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de igualdad \mathbf{g} que definen el estado del sistema. $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^n$
- $\boldsymbol{\psi}$: Vector de multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de desigualdad \mathbf{h} que definen la frontera factible del sistema. $\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^m$

Derivando (3.2) y aplicando las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), la solución $\{\mathbf{x}, \lambda; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\psi}\}$ deberá satisfacer:

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (3.3)$$

$$\mathcal{L}_\mathbf{x} = -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (3.4)$$

$$\mathcal{L}_\boldsymbol{\mu} = -\mathbf{g} = 0 \quad (3.5)$$

$$\boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h} = 0 \quad \text{con} \quad \begin{cases} \boldsymbol{\psi} \geq 0 \\ \mathbf{h} \leq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

donde:

- \mathbf{g}_λ : Vector derivada de las ecuaciones de estado \mathbf{g} respecto del factor de escala λ .
- \mathbf{h}_λ : Vector derivada de las restricciones de desigualdad \mathbf{h} respecto del factor de escala λ .
- $\mathbf{g}_\mathbf{x}$: Matriz jacobiana de las ecuaciones de estado \mathbf{g} respecto de las variables de estado \mathbf{x} .
- $\mathbf{h}_\mathbf{x}$: Matriz jacobiana de las restricciones de desigualdad \mathbf{h} respecto de las variables de estado \mathbf{x} .

Las ecuaciones (3.3) y (3.4) obligan a que, en el óptimo, el gradiente de la función objetivo pueda ser expresado como combinación lineal de los gradientes de las restricciones del problema, tanto las de igualdad \mathbf{g} (\mathbf{g}_λ y $\mathbf{g}_\mathbf{x}$), como las de desigualdad \mathbf{h} (\mathbf{h}_λ y $\mathbf{h}_\mathbf{x}$). Los coeficientes de esta combinación lineal serán por tanto los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ y $\boldsymbol{\psi}$.

La ecuación (3.5) obliga a que en el óptimo se satisfagan las restricciones de igualdad \mathbf{g} .

Por último, la ecuación (3.6) es conocida como condición de complementariedad de holguras. En el óptimo, esta ecuación obliga a que:

- toda restricción de desigualdad que no se encuentre activa $h_i < 0$ tendrá asociado un multiplicador de Lagrange nulo $\psi_i = 0$, y

- todo multiplicador de Lagrange no nulo² y mayor que cero³ $\psi_i > 0$ estará asociado a una restricción de desigualdad que se encuentre activa $h_i = 0$.

3.2.2 Solución del problema genérico

La solución del problema de optimización (3.1) que se plantea para el cálculo de márgenes de funcionamiento puede ser de dos tipos, en función de la frontera en la que se encuentre: por límites técnicos de funcionamiento \mathbf{h} o por la aparición de una bifurcación silla-nodo en las ecuaciones de estado \mathbf{g} . A continuación se describen ambos tipos de soluciones.

3.2.2.1 Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema

La solución más intuitiva del problema consiste en hacer que el factor de escala λ crezca hasta alcanzar la frontera natural del sistema, marcada por las restricciones de desigualdad \mathbf{h} . La naturaleza de esta solución se presenta de manera gráfica a continuación en la Figura 3–1.

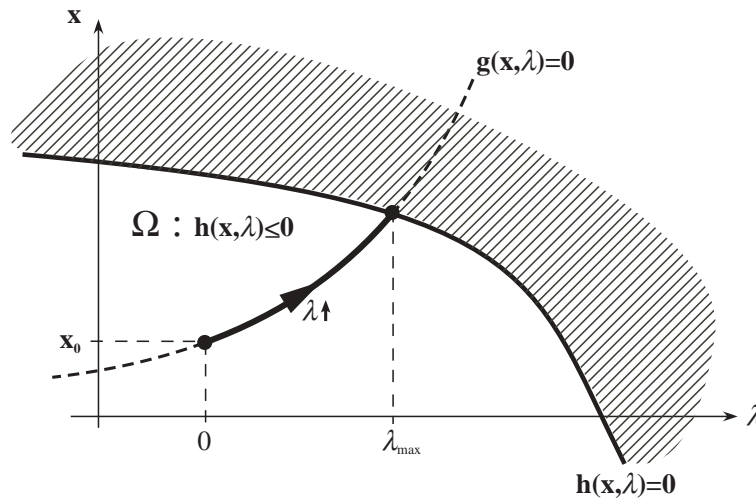


Figura 3–1: Representación gráfica del problema "cálculo del margen de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica", en el caso en que el óptimo se encuentre en los límites de funcionamiento de los parámetros de la red

La Figura 3–1 representa el problema formulado en (3.1), en el caso de que el óptimo se encuentre en algún punto de la frontera formada por los límites técnicos de los parámetros de la red $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$, de modo que cualquier aumento infinitesimal en el factor de escala λ supondría la violación de dichos límites.

Las restricciones de igualdad \mathbf{g} que conforman las ecuaciones de estado del sistema, esto es, las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas, poseen un único grado de libertad, proporcionado por el factor de escala λ . Esto provoca que, al alcanzar la frontera de la región factible Ω , una y sólo

² Existe una tercera posibilidad: estando la restricción activa $h_i = 0$ en el óptimo, el multiplicador de Lagrange asociado puede ser nulo $\psi_i = 0$. Este caso se conoce como *solución degenerada*, y se produce cuando el número de restricciones de desigualdad activas en el óptimo es mayor que el número de grados de libertad. Este caso no será considerado a lo largo de esta tesis por ser muy poco frecuente en la práctica (por ejemplo, que dos o más líneas alcancen su flujo máximo al mismo tiempo).

³ Esta convención de signos en los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\psi}$ asociados a las restricciones de desigualdad \mathbf{h} no es universal: depende por un lado de la naturaleza de la función objetivo (maximización o minimización) y de cómo se formule el Lagrangiano \mathcal{L} del problema de optimización ($\mathcal{L} = \lambda \cdot \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} - \boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h}$ ó $\mathcal{L} = \lambda + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} + \boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h}$).

una de las restricciones de desigualdad podrá estar activa. Por tanto la solución de (3.1) debe satisfacer:

- Las ecuaciones de estado del sistema (restricciones de igualdad):

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

- Una y sólo una restricción de desigualdad estará activa:

$$h_k(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \quad (3.8)$$

- El resto de restricciones de desigualdad se encontrarán desactivadas:

$$h_i(\mathbf{x}, \lambda) < 0, \quad \forall i \neq k \quad (3.9)$$

De las ecuaciones (3.8) y (3.9), aplicando la complementariedad de holguras, se llega a la conclusión de que:

$$\begin{cases} \psi_k > 0 \\ \psi_i = 0, \quad \forall i \neq k \end{cases} \quad (3.10)$$

Por lo que los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ y ψ_k son obtenidos a partir de un sistema lineal de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas, formado por (3.3) y (3.4):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \psi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

donde:

$h_{k\lambda}$: Derivada de la restricción de desigualdad activa h_k respecto del factor de escala λ .

\mathbf{h}_{kx} : Vector derivada de la restricción de desigualdad activa h_k respecto de las variables de estado \mathbf{x} .

Estas condiciones de optimalidad no sólo definen la solución del problema de optimización (3.1) cuando ésta se encuentra en la frontera formada por los límites de funcionamiento del sistema \mathbf{h} . Además, convierten a los multiplicadores de Lagrange en sensibilidades de primer orden de la función objetivo respecto de la cota de las restricciones. Con el fin de demostrarlo, se reformula el problema de optimización (3.1) como el siguiente problema de optimización equivalente:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \boldsymbol{\varepsilon}_g = \mathbf{0} \quad : \boldsymbol{\mu} \\ & h_k(\mathbf{x}, \lambda) = \varepsilon_{hk} = 0 \quad : \psi_k \end{aligned} \quad (3.12)$$

Se considera una perturbación $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g$ en la cota de las restricciones de igualdad \mathbf{g} y una perturbación $\Delta \varepsilon_{hk}$ en la cota de la restricción de desigualdad activa h_k , reconvertida ahora en

restricción de igualdad⁴. Se desarrolla en serie de Taylor de primer orden tanto las restricciones de igualdad \mathbf{g} como la restricción de desigualdad activa h_k , partiendo del óptimo inicial.

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g \approx \boldsymbol{g}'^0 + \mathbf{g}_\lambda \cdot \Delta \lambda + \mathbf{g}_x \cdot \Delta \mathbf{x} \quad (3.13)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk} \approx h_k'^0 + h_{k\lambda} \cdot \Delta \lambda + \mathbf{h}_{kx} \cdot \Delta \mathbf{x} \quad (3.14)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g \\ \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Multiplicando por la izquierda de ambos lados de la ecuación por los multiplicadores de Lagrange:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g \\ \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

y aplicando la ecuación (3.11), se llega a:

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} = \Delta \lambda \approx \sum_i \mu_i \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{gi} + \psi_k \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk} \quad (3.17)$$

Asumiendo que:

$$\Delta \lambda \approx \sum_i \frac{\partial \lambda}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{gi}} \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{gi} + \frac{\partial \lambda}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{hk}} \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk} \quad (3.18)$$

entonces se cumple que:

$$\mu_i = \frac{\partial \lambda}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{gi}} \quad (3.19)$$

$$\psi_k = \frac{\partial \lambda}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{hk}} \quad (3.20)$$

Estas sensibilidades de primer orden serán de gran importancia a la hora de formular algoritmos de mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, formulados en esta tesis⁵.

3.2.2.2 Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema

El conjunto de restricciones de desigualdad \mathbf{h} constituye una frontera natural del sistema. Sin embargo, no es la única. Las ecuaciones de estado \mathbf{g} del sistema pueden suponer también una

⁴ El total de perturbaciones $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g$ y $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{hk}$ se consideran lo suficientemente pequeñas como para que la perturbación que sufra la solución no desactive h_k y active otra restricción de desigualdad diferente, ni se alcance la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} del sistema.

⁵ Esta convención de signos en las sensibilidades no es universal, ya que depende de cómo se formule el Lagrangiano \mathcal{L} del problema de optimización. Si la formulación fuera $\mathcal{L} = \lambda + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} + \boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h}$, entonces $\mu_i = -\partial \lambda / \partial \boldsymbol{\varepsilon}_{gi}$ y $\psi_k = -\partial \lambda / \partial \boldsymbol{\varepsilon}_{hk}$

frontera de funcionamiento del sistema. La naturaleza parabólica y trigonométrica de las ecuaciones del flujo de cargas provoca que, para un determinado valor del factor de escala λ , el sistema de ecuaciones ampliadas del flujo de cargas puede ser factible (dos raíces reales distintas) o infactible (dos raíces complejas conjugadas). El segundo caso constituye una solución matemática de las ecuaciones, pero no es considerado un punto de operación válido.

En la frontera que separa ambos tipos de soluciones, el sistema de ecuaciones ampliadas del flujo de cargas tiene una raíz real doble. En este punto por tanto se alcanza una bifurcación silla-nodo. En esta frontera, la matriz jacobiana de las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas es singular y posee por tanto un autovalor nulo. La naturaleza de esta solución se presenta de manera gráfica a continuación en la Figura 3-2.

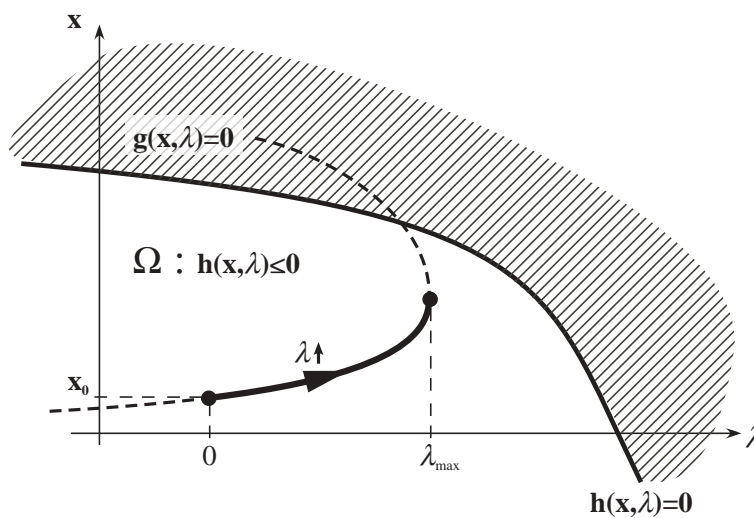


Figura 3-2: Representación gráfica del problema "cálculo del margen de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica", en el caso en que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones del sistema

La Figura 3-2 muestra el problema formulado en (3.1), en el caso de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones del sistema $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$ que definen la trayectoria de puntos factibles que se genera al aumentar el factor de escala λ . Esta bifurcación silla-nodo constituye una raíz doble de las ecuaciones del sistema, y cualquier aumento infinitesimal en el factor de escala λ supondría un sistema de ecuaciones $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$ sin solución⁶.

Si la solución del problema de optimización (3.1) posee esta naturaleza, se observa que la frontera de la región factible Ω no se llega a alcanzar. Por lo tanto, ninguna de las restricciones de desigualdad estará activa en el óptimo. En consecuencia la solución de (3.1) debe satisfacer:

- Las ecuaciones de estado del sistema (restricciones de igualdad):

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

- Todas las restricciones de desigualdad estarán desactivadas:

$$h_i(\mathbf{x}, \lambda) < 0, \quad \forall i \quad (3.22)$$

⁶ Como se comentó anteriormente, en realidad el sistema de ecuaciones $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$, para valores del factor de escala λ más allá de su bifurcación silla-nodo, posee solución, pero de naturaleza compleja. Esta es la razón por la cual dichos puntos no son considerados de interés al no tratarse de puntos de operación reales.

De las ecuaciones (3.8) y (3.9), aplicando la complementariedad de holguras, se llega a la conclusión de que:

$$\psi_i = 0, \quad \forall i \quad (3.23)$$

Por lo que los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ son obtenidos a partir de un sistema lineal de $n+1$ ecuaciones con n incógnitas, formado por (3.3) y (3.4):

$$[\mathbf{g}_\lambda \quad \mathbf{g}_x]^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

A priori, el sistema tiene más ecuaciones que incógnitas, lo que lo convierte en un sistema de ecuaciones incompatible. Sin embargo, al hallarse el óptimo en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} del sistema, la matriz jacobiana de las mismas con respecto de las variables de estado \mathbf{g}_x es singular, y por tanto tiene un autovalor nulo. Esto provoca que el rango de \mathbf{g}_x sea $n-1$, lo que significa que el sistema:

$$\mathbf{g}_x^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

es compatible indeterminado⁷. Para completarlo, es necesaria una ecuación adicional:

$$\mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} = 1 \quad (3.26)$$

Por lo tanto, el sistema (3.24) es compatible determinado.

Como ocurría en el caso anterior, el vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ correspondiente a las restricciones de igualdad equivale a las sensibilidades del factor de escala λ con respecto de la cota de las restricciones de igualdad. Con el fin de demostrarlo, se reformula el problema de optimización (3.1) como el siguiente problema de optimización equivalente:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \boldsymbol{\varepsilon}_g = \mathbf{0} \quad : \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Se considera una perturbación $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g$ en la cota de las restricciones \mathbf{g} de igualdad⁸. Se desarrolla en serie de Taylor de primer orden las restricciones de igualdad \mathbf{g} , partiendo del óptimo inicial.

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g \approx \boldsymbol{g}'^0 + \mathbf{g}_\lambda \cdot \Delta \lambda + \mathbf{g}_x \cdot \Delta \mathbf{x} \quad (3.28)$$

o bien:

$$[\mathbf{g}_\lambda \quad \mathbf{g}_x] \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} \approx \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g \quad (3.29)$$

Multiplicando por la izquierda de ambos lados de la ecuación por el vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$:

⁷ En el caso de que \mathbf{g}_x fuera de rango n , el sistema de ecuaciones (3.25) sería compatible determinado, y sólo admitiría la solución trivial $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}$.

⁸ La perturbación $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_g$ se considera lo suficientemente pequeña como para que la perturbación que sufra la solución no active ninguna restricción de desigualdad, antes de que se alcance la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} del sistema.

$$\boldsymbol{\mu}^T \cdot [\mathbf{g}_\lambda \quad \mathbf{g}_x] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\mathbf{x} \end{bmatrix} \approx \boldsymbol{\mu}^T \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_g \quad (3.30)$$

y aplicando la ecuación (3.24), se llega a:

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\mathbf{x} \end{bmatrix} = \Delta\lambda \approx \sum_i \mu_i \cdot \Delta\varepsilon_{gi} \quad (3.31)$$

Asumiendo que:

$$\Delta\lambda \approx \sum_i \frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon_{gi}} \cdot \Delta\varepsilon_{gi} \quad (3.32)$$

entonces se cumple que:

$$\mu_i = \frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon_{gi}} \quad (3.33)$$

Estas sensibilidades de primer orden serán también de gran importancia a la hora de formular algoritmos de mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, formulados en esta tesis⁹.

Por otro lado, de (3.25) se deduce que $\boldsymbol{\mu}$ es autovector izquierdo de la matriz jacobiana \mathbf{g}_x de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} respecto de sus variables de estado \mathbf{x} , correspondiente con su autovalor singular.

3.3 Particularización de la formulación genérica para el cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

En las secciones anteriores se ha formulado el problema de optimización genérico formulado para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. En esta sección se aplica el problema de optimización genérico para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a los cuatro márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis y definidos en el capítulo anterior.

El punto de partida lo constituyen las ecuaciones de estado de un sistema de energía eléctrica, esto es, las ecuaciones del flujo de cargas:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_e = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

donde:

\mathbf{x} : Vector de variables de estado (módulos y argumentos de las tensiones), tal que $\mathbf{x}^T = [\boldsymbol{\theta}^T \quad \mathbf{V}^T]$

$\mathbf{F}(\mathbf{x})$: Potencias activa y reactiva netas inyectadas, como funciones de \mathbf{x} , tal que $\mathbf{F}^T(\mathbf{x}) = [\mathbf{P}^T(\mathbf{x}) \quad \mathbf{Q}^T(\mathbf{x})]$.

\mathbf{F}_e : Potencias activa y reactiva netas especificadas iniciales, tal que $\mathbf{F}_e^T = [\mathbf{P}_e^T \quad \mathbf{Q}_e^T]$.

⁹ Esta convención de signos en las sensibilidades no es universal, ya que depende de cómo se formule el Lagrangiano \mathcal{L} del problema de optimización. Si la formulación fuera $\mathcal{L} = \lambda + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} + \boldsymbol{\psi}^T \cdot \mathbf{h}$, entonces $\mu_i = -\partial\mathcal{L}/\partial\varepsilon_{gi}$

Desarrollando el sistema (3.34), se obtienen las ecuaciones clásicas del flujo de cargas [Gómez Expósito, *et al.*, 2002; Wood, *et al.*, 1984]:

$$P_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - P_{ei} = V_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) - P_{ei} = 0 \quad (3.35)$$

$$Q_i(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Q_{ei} = -V_i^2 B_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{ei} = 0 \quad (3.36)$$

donde:

V_i, θ_i : Respectivamente, módulo y argumento de la tensión del nudo i .

θ_{ij} : Diferencia angular entre los nudos i y j , es decir, $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$.

G_{ij}, B_{ij} : Respectivamente, parte real e imaginaria del elemento ij de la matriz de admitancias nodales \mathbf{Y}_{bus} del sistema.

P_{ei}, Q_{ei} : Respectivamente, potencia activa y reactiva inicial neta inyectada en el nudo i .

En los siguientes apartados se detallará la adaptación de la formulación del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a cada uno de los márgenes considerados en esta tesis. El margen a la factibilidad del flujo de cargas en el caso base es estudiado en el apartado 3.3.1, mientras que el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia se desarrolla en el apartado 3.3.2. El apartado 3.3.3 trata sobre el margen a la inestabilidad de tensiones. La capacidad de intercambio de energía entre sistemas interconectados se aborda en el apartado 3.3.4. Finalmente, el apartado 3.3.5 presenta un resumen de las particularidades que presentan cada uno de los márgenes de funcionamiento considerados en su adaptación a la formulación del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollada en esta tesis.

3.3.1 Margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base

El problema conocido como flujo de cargas consiste en obtener las condiciones de operación en régimen permanente de un sistema de energía eléctrica [Gómez Expósito, *et al.*, 2002]. De forma más específica, el problema consiste en obtener las tensiones de los nudos del sistema, en módulo y argumento, y los flujos de potencia por las líneas y transformadores, a partir de los consumos de los nudos de carga y la potencia generada por los grupos.

Se puede observar que las ecuaciones del flujo de cargas (3.35) y (3.36) constituyen un sistema de ecuaciones no lineales, que incluyen funciones parabólicas y trigonométricas. Debido a la no linealidad de las ecuaciones del flujo de cargas, todos los métodos de resolución desarrollados en la literatura han sido diseñados como procesos iterativos. Puede ocurrir por tanto que la solución del flujo de cargas oscile e incluso diverja en el proceso iterativo de resolución. La no convergencia de la solución de un flujo de cargas puede ser motivado bien porque el sistema de ecuaciones del flujo de cargas es infactible (no existe solución), o bien porque el punto inicial desde el que se comienza a iterar está fuera del radio de convergencia de la solución.

Se desarrolla a continuación una reformulación de las ecuaciones del flujo de cargas (3.34) con el objetivo de darles la estructura del problema de optimización (3.1) formulado para la obtención de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. De este modo, el margen de funcionamiento representará un margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas. Dicho margen se encuentra acotado superiormente por la unidad, de tal forma que si se alcanza este valor en el óptimo, el flujo de cargas posee solución. Sin embargo, si el margen

obtenido es menor que la unidad, el flujo de cargas no sólo no posee solución, sino que el margen obtenido se considera una medida de la distancia que separa al flujo de cargas de tener solución.

Es importante en este punto aclarar que el concepto de “margen” en este caso particular se encuentra perturbado, es decir, la factibilidad del flujo de cargas no se alcanza cuando el factor de escala (esto es, el margen a la factibilidad) alcanza el valor nulo, sino cuando alcanza una cota máxima, en este caso concreto la unidad.

El proceso comienza considerando un valor inicial \mathbf{x}_0 del vector de variables de estado \mathbf{x} . A este vector inicial le corresponde un despacho de potencia inicial, diferente del despacho de potencia real que se pretende resolver. Este valor inicial del vector de variables de estado \mathbf{x}_0 produce un despacho inicial de potencia reactiva generada por los grupos que puede implicar violaciones de los límites de generación de potencia reactiva en algunos generadores, que pueden no existir en la solución final. Por este motivo, y para evitar estas violaciones inexistentes de los límites de generación de potencia reactiva, el proceso completo de convergencia del flujo de cargas ha sido separado en dos pasos fundamentales [Echavarren, *et al.*, 2006]:

- 1) Convergencia del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva
- 2) Convergencia del flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva

La Figura 3–3 muestra un diagrama de bloques del método propuesto.

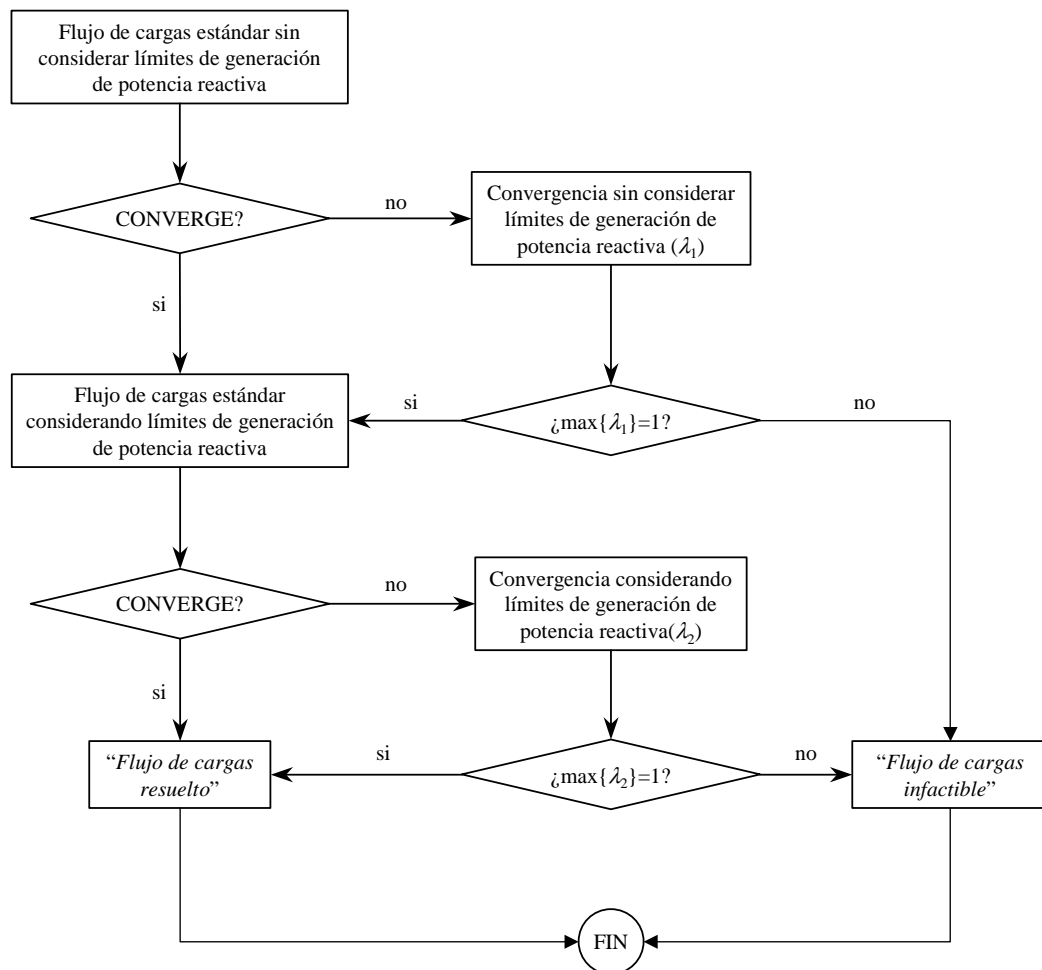


Figura 3–3: Diagrama de flujo del proceso propuesto para la convergencia de las ecuaciones del flujo de cargas

Como muestra la Figura 3–3, el proceso completo de convergencia del flujo de cargas comienza buscando la solución sin imponer límites de generación de potencia reactiva mediante alguna metodología estándar, como por ejemplo Newton-Rhapson. Si se logra la convergencia, se pasa a la siguiente fase, pero si no, se inicia el proceso de convergencia empleando el factor de escala al que se denominará λ_1 . Si el máximo valor de λ_1 obtenido es uno, se dan por convergidas las ecuaciones del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva, y se pasa a la siguiente fase. En caso contrario, el flujo de cargas se considera infactible. La segunda fase es análoga a la primera, esto es, comienza buscando la solución imponiendo límites de generación de potencia reactiva mediante alguna metodología estándar, como por ejemplo Newton-Rhapson, partiendo de la solución obtenida sin imponer límites. Si se logra la convergencia, la solución del problema de flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva ha sido obtenida, y por tanto el proceso debe concluir. En caso contrario, se inicia el proceso de convergencia empleando el factor de escala al que se denominará λ_2 . Si el máximo valor de λ_2 obtenido es uno, la solución del problema de flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva ha sido obtenida, y por tanto el proceso debe concluir. En caso contrario, el flujo de cargas se considera infactible.

En realidad, la primera fase de la convergencia, esto es, sin considerar los límites de generación de potencia reactiva, aporta poco desde el punto de vista del estudio de sistemas eléctricos reales. El motivo es que la no convergencia de las ecuaciones del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva casi no se da en la práctica en los sistemas de transporte de energía eléctrica reales. Es en la segunda fase de la convergencia, esto es, considerando límites de generación de potencia reactiva, donde existen posibilidades reales de encontrar casos en los que no exista solución.

A continuación se describe la formulación de los problemas de convergencia de flujo de cargas, tanto sin considerar límites de generación de potencia reactiva como considerándolos, para adaptarlos a la formulación genérica descrita en (3.1).

3.3.1.1 Convergencia sin considerar límites de generación de potencia reactiva

El proceso comienza considerando un valor inicial del vector de variables de estado \mathbf{x}_0 . A este vector inicial le corresponde un despacho de potencia inicial \mathbf{F}_{e0} , diferente del despacho de potencia real \mathbf{F}_e que se pretende resolver. Es decir:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{F}_{e0} \neq \mathbf{F}_e \quad (3.37)$$

Se formulan a continuación las ecuaciones del flujo de cargas empleando un vector de potencias netas especificadas construido como homotopía entre ambos despachos de potencia \mathbf{F}_{e0} y \mathbf{F}_e . Esta homotopía se construirá empleando el factor de escala λ_1 , de modo que el despacho de potencia inicial \mathbf{F}_{e0} corresponderá con factor de escala λ_1 igual a cero, mientras que el despacho de potencia real \mathbf{F}_e corresponderá con factor de escala λ_1 igual a uno. Esto es:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \lambda_1 \cdot \mathbf{F}_e - (1 - \lambda_1) \cdot \mathbf{F}_{e0} = \mathbf{0} \quad (3.38)$$

Reordenando el sistema (3.38), se obtiene:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda_1 \cdot (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_{e0}) = \mathbf{0} \quad (3.39)$$

De modo que el problema planteado para buscar la convergencia del flujo de cargas sin considerar límites de reactiva consistirá en maximizar el factor de escala λ_1 , sujeto a que se

debe satisfacer el sistema de ecuaciones ampliadas del flujo de cargas (3.39) y a que el factor de escala λ_1 no puede ser mayor que la unidad. Esto es:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda_1 \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}: \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda_1 \cdot (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_{e0}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}: \lambda_1 - 1 \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Una vez resuelto el problema de optimización (3.40), si el valor del factor de escala λ_1 es igual a la unidad, el vector de variables de estado $\tilde{\mathbf{x}}$ obtenido corresponderá con la solución del flujo de cargas (3.34) sin considerar límites de generación de potencia reactiva. En caso contrario, si el valor del factor de escala λ_1 es menor que la unidad, el sistema de ecuaciones del flujo de cargas (3.34) no admite solución real, por lo que el siguiente paso ya no es necesario.

3.3.1.2 Convergencia considerando límites de generación de potencia reactiva

El proceso comienza considerando la solución del flujo de cargas (3.34) sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$ obtenida en el paso anterior. Este paso será necesario si y sólo si existe alguna violación de los límites de generación de potencia reactiva al aplicar la solución $\tilde{\mathbf{x}}$ a las ecuaciones del flujo de cargas (3.34).

En cada uno de los nudos PQ del sistema, la solución de las ecuaciones del flujo de cargas (3.34) sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$ corresponde al despacho de potencia real \mathbf{F}_e . Por lo tanto, desarrollando de nuevo la combinación lineal de (3.38), esta vez con un nuevo factor de escala λ_2 , se deduce que el despacho correspondiente tanto al valor cero como uno del factor de escala λ_2 coinciden. Es decir:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \lambda_2 \cdot \mathbf{F}_e - (1 - \lambda_2) \cdot \mathbf{F}_e = \mathbf{0} \quad (3.41)$$

Reordenando el sistema (3.41), se obtiene:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_e - \lambda_1 \cdot (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_e) = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

Por lo tanto, para cada uno de los nudos PQ del sistema, se deberá cumplir:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_e = \mathbf{0} \quad (3.43)$$

Por otro lado, para poder resolver el flujo de cargas (3.34) considerando límites de generación de potencia reactiva, es necesario añadir nuevas ecuaciones al sistema. Estas nuevas ecuaciones deben obligar a los grupos de generación a mantener su reactiva generada dentro de sus límites técnicos de funcionamiento. Para ello, los nudos PV que tiene una generación de potencia reactiva fuera de sus límites técnicos, deben ser pasados a nudos tipo PQ.

Por otra parte, es importante tener en cuenta que las violaciones de límites de generación de potencia reactiva pueden corresponder no sólo a las iniciales que se producen en la solución del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$, correspondiente a $\lambda_2 = 0$. A medida que el factor de escala λ_2 evoluciona de cero a uno, los límites de generación de potencia reactiva se van imponiendo gradualmente en aquellos grupos que lo violaban en la solución del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$. Como consecuencia de esto, otros generadores deben aumentar su generación de potencia reactiva para compensar la bajada de aquellos grupos que violaron su límite superior. Análogamente, otros generadores deben disminuir su generación de potencia reactiva para

compensar la subida de aquellos grupos que violaron su límite inferior. Por tanto, la aplicación progresiva de los límites de generación de potencia reactiva a aquellos grupos que lo violaban en la solución del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$ pueden provocar nuevas violaciones en otros grupos para valores intermedios del factor de escala λ_2 .

De forma general, si el generador i viola su límite de generación de potencia reactiva en la iteración j de la fase de continuación, correspondiente al punto $(\mathbf{x}^j, \lambda_2^j)$, se debe añadir una nueva ecuación al sistema de ecuaciones de estado. En esta nueva ecuación, el valor de potencia reactiva inyectada especificada Q_{ei} debe ser escalado de tal forma que evolucione desde su valor inicial $Q_i(\mathbf{x}^j)$, correspondiente a $\lambda_2 = \lambda_2^j$, hasta su límite técnico de funcionamiento Q_i^{lim} , correspondiente a $\lambda_2 = 1$:

$$\begin{aligned}\lambda_2 = \lambda_2^j &\rightarrow Q_{ei} = Q_i(\mathbf{x}^j) \\ \lambda_2 = 1 &\rightarrow Q_{ei} = Q_i^{\text{lim}}\end{aligned}\quad (3.44)$$

Por lo tanto, para obtener una relación lineal entre la potencia reactiva inyectada especificada Q_{ei} y el factor de escala λ_2 , se define la siguiente ecuación:

$$\frac{\lambda_2 - \lambda_2^j}{1 - \lambda_2^j} = \frac{Q_{ei} - Q_i(\mathbf{x}^j)}{Q_i^{\text{lim}} - Q_i(\mathbf{x}^j)} \quad (3.45)$$

Despejando, se obtiene la potencia reactiva inyectada especificada Q_{ei} como función lineal del factor de escala λ_2 :

$$Q_{ei} = Q_{ei}(\lambda_2) = \frac{Q_i(\mathbf{x}^j) - \lambda_2^j \cdot Q_i^{\text{lim}}}{1 - \lambda_2^j} + \lambda_2 \cdot \frac{Q_i^{\text{lim}} - Q_i(\mathbf{x}^j)}{1 - \lambda_2^j} \quad (3.46)$$

De forma que la nueva ecuación añadida al sistema será:

$$Q_i(\mathbf{x}) - \frac{Q_i(\mathbf{x}^j) - \lambda_2^j \cdot Q_i^{\text{lim}}}{1 - \lambda_2^j} - \lambda_2 \cdot \frac{Q_i^{\text{lim}} - Q_i(\mathbf{x}^j)}{1 - \lambda_2^j} = 0 \quad (3.47)$$

El caso particular de las ecuaciones añadidas al principio de la fase dos, asociadas a las violaciones iniciales que se producen en la solución del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva $\tilde{\mathbf{x}}$, constituyen un caso particular de la ecuación (3.47) para $\lambda_2^j = 0$:

$$Q_i(\mathbf{x}) - Q_i(\tilde{\mathbf{x}}) - \lambda_2 \cdot (Q_i^{\text{lim}} - Q_i(\tilde{\mathbf{x}})) = 0 \quad (3.48)$$

Una vez resuelto el problema de optimización, si en el óptimo el valor del factor de escala λ_2 es igual a la unidad, el vector de variables de estado obtenido corresponderá con la solución del flujo de cargas (3.34) considerando límites de generación de potencia reactiva. En caso contrario, si el valor del factor de escala λ_2 es menor que la unidad en el óptimo, el sistema de ecuaciones del flujo de cargas (3.34) no admite solución real considerando límites de generación de potencia reactiva, por lo que el flujo de cargas (3.34) se considera infactible.

3.3.2 Margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia

El análisis de la seguridad de los sistemas de energía eléctrica puede ser dividido en tres tareas fundamentales: monitorización del estado del sistema que permita analizar su estado y el nivel de seguridad con el que está funcionando, análisis de contingencias para conocer el estado del sistema en caso del fallo simple o múltiple de los elementos que forman la red, y análisis de las acciones preventivas/correctivas necesarias para garantizar el funcionamiento del sistema en condiciones seguras. Por tanto, el análisis de contingencias es uno de los estudios más importantes que se realiza en los sistemas eléctricos de potencia, en la planificación de la red, la programación de la explotación y la explotación de la red en tiempo real [Riquelme, 1998].

Una contingencia es un cambio simultáneo en la topología y/o el despacho de potencia de un sistema de energía eléctrica. En la gran mayoría de los casos, la pérdida de uno o varios elementos de la red de transporte perjudican el condicionamiento del sistema, pudiendo llegar en ocasiones a dejar un sistema de ecuaciones de flujo de cargas infactible, esto es, sin solución.

Se desarrolla a continuación la parametrización de dichos cambios simultáneos en la topología y/o el despacho de potencia del sistema mediante el factor de escala λ . El objetivo es darles la estructura del problema de optimización (3.1) formulado para la obtención de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. De este modo, el margen de funcionamiento representará un margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Dicho margen se encuentra acotado superiormente por la unidad, de tal forma que si se alcanza este valor en el óptimo, el flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia posee solución. Sin embargo, si el margen obtenido es menor que la unidad, el flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia no sólo no posee solución, sino que el margen obtenido se considera una medida de la distancia que separa al flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia de tener solución [Echavarren, *et al.*, 2005].

Es importante en este punto aclarar que, al igual que ocurría con el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el concepto de “margen” en este caso particular también se encuentra perturbado. Es decir, la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia no se alcanza cuando el factor de escala (esto es, el margen a la factibilidad) alcanza el valor nulo, sino cuando alcanza una cota máxima, en este caso concreto la unidad.

Este apartado se estructura de la siguiente manera. El subapartado 3.3.2.1 describe la parametrización de ramas del sistema (líneas de transporte y transformadores). El subapartado 3.3.2.2 formula la parametrización a los posibles grupos de generación implicados en la contingencia (grupos que se pierden y grupos que modifican su despacho de potencia para compensar la pérdida en la contingencia). Finalmente, el subapartado 3.3.2.3 plantea la formulación final del cálculo del margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia.

3.3.2.1 Contingencia de líneas

La potencia neta inyectada en la red F_i desde el nudo i puede expresarse como la suma de los flujos de potencia que salen por las líneas conectadas a dicho nudo. Esto es:

$$F_i(\mathbf{x}) = \sum_{\ell \in \mathbb{L}_i} F_{\ell,i}(\mathbf{x}) \quad (3.49)$$

donde:

\mathbb{L}_i : Subconjunto de líneas conectadas al nudo i . $\mathbb{L}_i \subset \mathbb{L}$

$F_{\ell,i}$: Flujo de potencia por la línea ℓ , que entra en la misma por el nudo i .

En la Figura 3–4 se muestra a continuación el esquema equivalente¹⁰ de una línea de transporte, antes y después de producirse la contingencia.

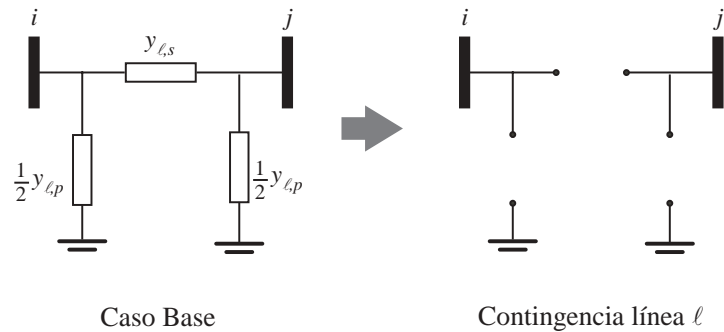


Figura 3–4: Simulación de la contingencia de una línea de transporte

El flujo de potencia $F_{\ell,i}$ que entra en la línea ℓ desde el nudo i es función tanto de la admitancia serie $y_{\ell,s}$ como de la admitancia paralelo $y_{\ell,p}$ de la línea. Para simular la contingencia de la línea se hacen ambas admitancias nulas. Esto equivale a convertir la línea en un circuito abierto. Con el fin de poder simular la pérdida de dicha línea de una manera continua, se parametrizan las admitancias serie $y_{\ell,s}$ y paralelo $y_{\ell,p}$ de la línea, mediante el factor de escala λ :

$$y_{\ell,p}(\lambda) = y_{\ell,p}^0 \cdot (1 - \lambda) \quad (3.50)$$

$$y_{\ell,s}(\lambda) = y_{\ell,s}^0 \cdot (1 - \lambda) \quad (3.51)$$

donde:

$y_{\ell,p}^0$: Admitancia paralelo de la línea ℓ en el caso base.

$y_{\ell,s}^0$: Admitancia serie de la línea ℓ en el caso base.

Mediante la parametrización llevada a cabo en (3.50) y (3.51), la línea de transporte pasa de su esquema equivalente en el caso base ($\lambda = 0$) a su esquema equivalente tras producirse la contingencia ($\lambda = 1$), de una manera continua.

La Figura 3–5 muestra a continuación el efecto de dicha parametrización, mostrando las fases por las que pasa el esquema equivalente de la línea durante la aplicación de la contingencia:

- En un extremo se encuentra el esquema equivalente de la línea en el caso base sin aplicar la contingencia, correspondiente a $\lambda = 0$. Dicho esquema equivalente consta de la admitancia paralelo de la línea $y_{\ell,p}$ repartida entre sus dos nudos, y la admitancia serie $y_{\ell,s}$ uniéndolos a ambos.
- En el otro extremo se encuentra el esquema equivalente de la línea tras producirse la contingencia, correspondiente a $\lambda = 1$. En este esquema, todas las admitancias han sido sustituidas por admitancias nulas, esto es, circuitos abiertos.

¹⁰ El esquema equivalente de líneas de transporte empleado en todos los modelos de esta tesis es el que se conoce como “esquema en PF”. Sin embargo, el proceso de parametrización de la línea para la simulación continua de contingencias es válido para otros modelos de esquema equivalente, como el “esquema en T” o el “esquema en L”.

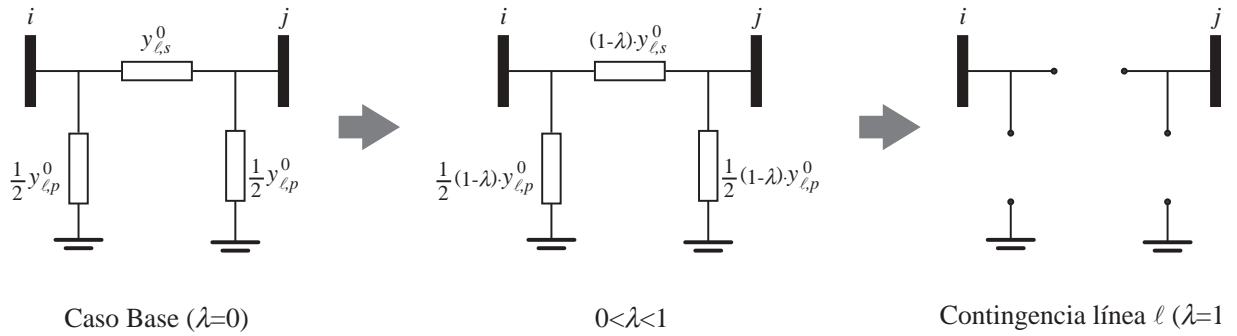


Figura 3-5: Parametrización de las admitancias de una línea de transporte para la simulación de su contingencia de una manera continua

- En medio de ambas se encuentra el punto intermedio, cuando el factor de escala λ está entre 0 (caso base) y 1 (contingencia). Expresado de otra manera, cuando la contingencia sólo se ha aplicado en un $\lambda \times 100$ tanto por ciento.

Los flujos de potencia que circulan por la línea de transporte ℓ son directamente proporcionales tanto a la admitancia paralelo de la línea $y_{\ell,p}$ como a la admitancia serie $y_{\ell,s}$ de dicha línea. Introduciendo por tanto esta parametrización en los flujos de potencia que circulan por la línea de transporte ℓ :

$$\begin{aligned} F_{\ell,i} &= F_{\ell,i}(\mathbf{x}, (1-\lambda) \cdot y_{\ell,p}^0, (1-\lambda) \cdot y_{\ell,s}^0) \\ &= (1-\lambda) \cdot F_{\ell,i}(\mathbf{x}, y_{\ell,p}^0, y_{\ell,s}^0) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Por lo tanto, el flujo neto de potencia inyectada en el nudo i será:

$$F_i(\mathbf{x}, \lambda) = \sum_{\ell \in \mathbb{L}_i} F_{\ell,i}(\mathbf{x}, y_{\ell,p}^0, y_{\ell,s}^0) - \sum_{\ell \in (\mathbb{L}_i \cap \mathbb{L}_{c_c})} \lambda \cdot F_{\ell,i}(\mathbf{x}, y_{\ell,p}^0, y_{\ell,s}^0) \quad (3.53)$$

donde:

\mathbb{L}_{c_c} : Subconjunto de líneas afectadas por la contingencia c . $\mathbb{L}_{c_c} \subset \mathbb{L}$

3.3.2.2 Contingencia de grupos de generación

La potencia neta especificada F_{e0i} en el nudo i puede expresarse como el balance entre la generada FG_{e0i} y la consumida FD_{e0i} . Esto es:

$$F_{e0i} = FG_{e0i} - FD_{e0i} \quad (3.54)$$

La contingencia de uno o varios generadores es un fenómeno equivalente a efectuar un redespacho de la potencia activa y reactiva inicialmente generada en cada uno de los nudos:

- Cuando un grupo de generación sufre una contingencia, el efecto es equivalente a efectuar un redespacho de generación en el nudo¹¹. Este redespacho consiste en reducir a cero la

¹¹ Es importante destacar que todos aquellos grupos implicados en la contingencia, esto es, el subconjunto \mathbb{G}_{c_c} , deben ser pasados de tipo PV a tipo PQ antes de comenzar a aplicar la contingencia

potencia inicialmente generada en el nudo FG_{e0i} . Parametrizando dicho redespacho mediante el factor de escala λ :

$$F_{ei}(\lambda) = FG_{e0i} - FD_{e0i} + \lambda \cdot (-FG_{e0i}) \quad ; \forall i \in \mathbb{G}_{c_c} \quad (3.55)$$

donde:

\mathbb{G}_{c_c} : Subconjunto de nudos que pierden su generación en la contingencia c .

- Por otro lado, cuando un grupo de generación sufre una contingencia, el resto de generadores del sistema sufren un redespacho de potencia generada para compensar la potencia que se deja de suministrar al sistema a raíz de la contingencia. Este redespacho consiste en pasar de una potencia generada inicial en el nudo FG_{e0i} a una potencia generada final en el nudo FG_{efi} . Parametrizando dicho redespacho mediante el factor de escala λ :

$$F_{ei}(\lambda) = FG_{e0i} - FD_{e0i} + \lambda \cdot (FG_{efi} - FG_{e0i}) \quad ; \forall i \in \mathbb{G}_{r_c} \quad (3.56)$$

donde:

\mathbb{G}_{r_c} : Subconjunto de nudos encargados de compensar la potencia perdida en la contingencia c .

De (3.55) y (3.56) se deduce que el trato que reciben los generadores del sistema es equivalente, independientemente de si son los que se pierden en la contingencia, los que sufren redespacho de compensación o los que no intervienen en absoluto. La diferencia es la potencia generada final en el nudo FG_{efi} que será 0 en el caso de los grupos que se pierden en la contingencia, FG_{efi} en el caso de los grupos que se que sufren redespacho de compensación y FG_{e0i} en el caso de los grupos que no intervienen en absoluto.

3.3.2.3 Formulación final

Por lo tanto, el problema del cálculo de margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia puede ser formulado de la siguiente manera, siguiendo el modelo desarrollado en (3.1):

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}: \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda \cdot \mathbf{F}_\lambda(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}: \lambda - 1 \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde:

$$F_{\lambda i}(\mathbf{x}) = (FG_{efi} - FG_{e0i}) + \sum_{\ell \in (\mathbb{L}_i \cap \mathbb{L}_{c_c})} F_{\ell, i}(\mathbf{x}, y_{\ell, p}^0, y_{\ell, s}^0) \quad (3.58)$$

3.3.3 Margen a la inestabilidad de tensiones

Desde hace más de treinta años, el fenómeno de la inestabilidad de tensiones tiene gran importancia en la explotación de sistemas de energía eléctrica. La inestabilidad de tensiones está relacionada con la capacidad de un sistema de energía eléctrica de mantener niveles aceptables de tensión en todos los nudos, tanto bajo condiciones normales de operación como tras sufrir perturbaciones [Kundur, 1994].

La estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica [van Cutsem, *et al.*, 1998], y su estudio requiere el modelado detallado de todos los elementos que conforman un sistema de energía eléctrica: generadores, cargas, transformadores, reactancias, *FACTS*, interconexiones en corriente continua, etc. Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, el grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones. Es posible por tanto estudiar lo cerca que se encuentra un sistema del punto de colapso de tensiones a partir de un modelo en régimen permanente del sistema [Cañizares, *et al.*, 2000].

La medida más utilizada es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida. El problema consiste por tanto en averiguar la distancia existente en un sistema entre su punto inicial de funcionamiento y el colapso de tensiones, cuando el despacho de potencia del sistema varía. Se emplea por tanto el factor de escala λ como variable que controla en que punto se encuentra el despacho de potencia del sistema, tanto de potencia generada:

$$\mathbf{FG}_e = \mathbf{FG}_e(\lambda) \quad (3.59)$$

como de potencia demandada:

$$\mathbf{FD}_e = \mathbf{FD}_e(\lambda) \quad (3.60)$$

Sin embargo, el problema más común consiste en hacer variar el despacho de potencia del sistema de forma lineal, en una dirección determinada:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e(\lambda) &= \mathbf{F}_{e0} + \lambda \cdot \mathbf{F}_{e\lambda} \\ &= (\mathbf{FG}_{e0} - \mathbf{FD}_{e0}) + \lambda \cdot (\mathbf{FG}_{e\lambda} - \mathbf{FD}_{e\lambda}) \end{aligned} \quad (3.61)$$

donde:

$\mathbf{F}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia del sistema

$\mathbf{FG}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia generada del sistema

$\mathbf{FD}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia demandada del sistema

De este modo, las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas quedarían de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda \cdot \mathbf{F}_{e\lambda} = \mathbf{0} \quad (3.62)$$

donde:

$$\mathbf{F}_{e\lambda} = \mathbf{FG}_{e\lambda} - \mathbf{FD}_{e\lambda} \quad (3.63)$$

Por lo tanto, el problema del cálculo de margen a la inestabilidad de tensiones puede ser formulado de la siguiente manera, siguiendo el modelo desarrollado en (3.1):

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}: \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda \cdot \mathbf{F}_{e\lambda} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Este es un caso particular en la formulación del problema de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, ya que no aparecen restricciones de desigualdad en el problema.

3.3.4 Capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*)

Se define como *Total Transfer Capability (TTC)* la capacidad total de intercambio de energía entre sistemas eléctricos interconectados, bajo determinadas condiciones de seguridad [NERC, 1995; NERC, 1996]. Esta definición de *TTC* incluye tres elementos fundamentales para su cálculo [Dobson, *et al.*, 2001]: la selección de un caso base apropiado, convergido y seguro, la especificación de una dirección y un sentido (origen y destino) de transferencia de energía, y finalmente la definición de los límites de funcionamiento de los elementos del sistema.

El problema por tanto del cálculo del *TTC* es en esencia similar al problema de cálculo de margen a la inestabilidad de tensiones. La diferencia radica en que en el cálculo del *TTC* se deben considerar además los límites técnicos de funcionamiento de los elementos del sistema, tales como tensión mínima y máxima en los nudos de carga o límites térmicos de los flujos de potencia por las líneas y transformadores.

El problema consiste por tanto en averiguar la distancia existente en un sistema entre su punto inicial de funcionamiento y el límite técnico de funcionamiento más cercano de los elementos del sistema, o bien el colapso de tensiones, cuando el despacho de potencia del sistema varía. Se emplea por tanto el factor de escala λ como variable que controla en que punto se encuentra el despacho de potencia del sistema, tanto de potencia generada:

$$\mathbf{FG}_e = \mathbf{FG}_e(\lambda) \quad (3.65)$$

como de potencia demandada:

$$\mathbf{FD}_e = \mathbf{FD}_e(\lambda) \quad (3.66)$$

Sin embargo, el problema más común consiste en hacer variar el despacho de potencia del sistema de forma lineal, en una dirección determinada, al igual que se hacía en el problema de cálculo de margen a la inestabilidad de tensiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e(\lambda) &= \mathbf{F}_{e0} + \lambda \cdot \mathbf{F}_{e\lambda} \\ &= (\mathbf{FG}_{e0} - \mathbf{FD}_{e0}) + \lambda \cdot (\mathbf{FG}_{e\lambda} - \mathbf{FD}_{e\lambda}) \end{aligned} \quad (3.67)$$

donde:

- $\mathbf{F}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia del sistema
- $\mathbf{FG}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia generada del sistema
- $\mathbf{FD}_{e\lambda}$: variación parametrizada del despacho de potencia demandada del sistema

De este modo, las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas quedarían de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda \cdot \mathbf{F}_{e\lambda} = \mathbf{0} \quad (3.68)$$

donde:

$$\mathbf{F}_{e\lambda} = \mathbf{FG}_{e\lambda} - \mathbf{FD}_{e\lambda} \quad (3.69)$$

Por otro lado, se han de respetar los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de la red. Esto es:

- los flujos de potencia por las líneas de transporte y los transformadores:

$$\mathbf{S}_\ell - \mathbf{S}_\ell^+ \leq \mathbf{0} \quad (3.70)$$

- los límites mínimo y máximo del módulo de las tensiones de los nudos:

$$\mathbf{V} - \mathbf{V}^+ \leq \mathbf{0} \quad (3.71)$$

$$\mathbf{V}^- - \mathbf{V} \leq \mathbf{0} \quad (3.72)$$

Por lo tanto, el problema del cálculo de la capacidad de intercambio de energía entre sistemas interconectados puede ser formulado de la siguiente manera, siguiendo el modelo desarrollado en (3.1):

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}: \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}_{e0} - \lambda \cdot \mathbf{F}_{ex} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}: \mathbf{S}_\ell - \mathbf{S}_\ell^+ \leq \mathbf{0} \\ & \mathbf{V} - \mathbf{V}^+ \leq \mathbf{0} \\ & \mathbf{V}^- - \mathbf{V} \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.73)$$

3.3.5 Resumen

En los anteriores apartados se ha realizado una descripción de cómo adaptar la formulación genérica del problema de optimización para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a los diferentes márgenes considerados en esta tesis. El problema de optimización tiene la siguiente formulación:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.74)$$

La Tabla 3-1 presenta un resumen de cómo adaptar la formulación genérica del problema de optimización para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, expresado en la ecuación (3.74), a los diferentes márgenes considerados en esta tesis. Para cada uno de estos márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis, la Tabla 3-1 muestra qué elementos del sistema son parametrizados por el factor λ que representa en cada caso el margen que corresponda, qué conjunto de ecuaciones conforman las restricciones de igualdad \mathbf{g} del problema (3.74) y finalmente cuales son las restricciones de desigualdad \mathbf{h} que delimitan la región factible.

El primero de los márgenes que se muestra ('FdC' en la Tabla 3-1) es el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base. El proceso de cálculo de dicho margen se divide en dos fases, la convergencia del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva ('limQ' en la Tabla 3-1) y la convergencia del flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva ('limQ' en la Tabla 3-1). Ambas fases comparten restricciones de igualdad (ecuaciones ampliadas del flujo de cargas) y de desigualdad (cota superior del factor de escala λ). La diferencia entre ambas fases radica en la familia de parámetros del sistema que son parametrizados con el factor de escala λ . En el caso de la convergencia sin considerar límites de generación de potencia reactiva, el factor de escala λ se emplea para definir una homotopía entre el despacho de potencia inicial del sistema y el despacho real especificado en el caso. En el caso de convergencia considerando límites de generación de potencia reactiva, por el contrario, lo que se parametriza mediante otra homotopía es el

Tabla 3-1: Adaptación del problema genérico a los diferentes márgenes de funcionamiento considerados

MARGEN		Parametrización (λ)	Restricciones de igualdad (g)	Restricciones de desigualdad (h)
FdC	limQ	Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
	limQ	Violaciones de generación de potencia reactiva	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
Ctg		Elementos de la contingencia: <ul style="list-style-type: none"> • admitancias de las ramas • despacho de los generadores 	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
CdT		Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Ninguna
TTC		Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Límites de funcionamiento: <ul style="list-style-type: none"> • flujo de potencia por las ramas • tensiones en los nudos

conjunto de violaciones de generación de potencia reactiva presentes en el sistema convergido sin considerar límites de generación de potencia reactiva.

El segundo margen considerado ('Ctg' en la Tabla 3-1) es el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Este margen comparte con el de factibilidad del flujo de cargas en caso base las restricciones de igualdad (ecuaciones ampliadas del flujo de cargas) y de desigualdad (cota superior del factor de escala λ). La diferencia radica de nuevo en la familia de parámetros del sistema que son parametrizados con el factor de escala λ . En esta ocasión, la parametrización se realiza, en el caso de contingencia de líneas, en las admitancias con las que se modelan dichas líneas, mientras que si la contingencia es de grupos de generación, la parametrización se realiza en el despacho de potencia activa y reactiva de los grupos en cuestión.

Finalmente, el tercer margen de seguridad considerado es el margen a la inestabilidad de tensiones ('CdT' en la Tabla 3-1), mientras que el cuarto es la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados ('TTC' en la Tabla 3-1). Ambos márgenes coinciden tanto en la parametrización, la cual se realiza sobre el despacho de potencia del caso, como en las restricciones de igualdad, esto es, las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas, en lo cual coinciden todos los demás. La diferencia entre los dos radica en las restricciones de desigualdad. En el caso del margen a la inestabilidad de tensiones no existe ninguna, con lo que el óptimo solo es posible alcanzarlo en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones del flujo de cargas. Por otro lado, la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados tiene como restricciones de desigualdad los límites técnicos de funcionamiento de los componentes del sistema, esto es, flujo máximo de potencia por las líneas y los límites máximo y mínimo de las tensiones de los nudos del sistema.

3.4 Conclusiones

La revisión bibliográfica realizada en el capítulo 2 de esta tesis pone de manifiesto la no existencia de una formulación matemática unificada para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia de esto, no existe tampoco una metodología unificada para su cálculo ni para su mejora.

En la primera parte de este capítulo, se ha formulado el problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. La formulación obtenida corresponde con un problema de optimización lineal, con restricciones no lineales tanto de igualdad como de desigualdad. Se han analizado la naturaleza de las posibles soluciones que puede tener dicho problema de optimización, dependiendo de la frontera que se alcance en el óptimo. Esta frontera puede estar formada por los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de la red, representados en el problema de optimización a través de las restricciones de desigualdad, o bien por la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema, representadas en el problema de optimización a través de las restricciones de igualdad. En cada uno de los dos casos, se han desarrollado las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker y se han analizado las propiedades matemáticas de ambos tipos de óptimo.

En la segunda parte del capítulo, se ha adaptado la formulación genérica del problema de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a cada uno de los diferentes márgenes de funcionamiento abordados en esta tesis. En primer lugar se ha planteado la adaptación del problema ordinario de flujo de cargas, con el doble objetivo de poder saber si un problema de flujo de cargas tiene o no solución, y en caso de que la tenga obtenerla independientemente de lo mal condicionado que se encuentre el sistema. A continuación se ha planteado de forma parecida el análisis de contingencias, con el mismo doble objetivo: poder saber si la aplicación de determinada contingencia en un sistema de energía eléctrica provoca un flujo de cargas sin solución, y en caso contrario poder obtener dicha solución, independientemente de lo mal condicionado que se quede el sistema tras haber aplicado dicha contingencia. Después se ha formulado el problema de cálculo del margen existente desde el punto inicial de operación hasta el colapso de tensiones cuando el despacho de potencia del sistema varía en una determinada dirección. Finalmente se ha planteado el problema de máxima capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*), manteniendo las variables del sistema dentro de sus límites técnicos de funcionamiento.

Una vez definido el margen de funcionamiento que corresponda al caso, es necesario calcular su valor. El siguiente capítulo describe la metodología genérica desarrollada en esta tesis para el cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, basada en técnicas de continuación y optimización.

3.5 Bibliografía

[Bazaraa, *et al.*, 1993]

M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1993.

[Cañizares, *et al.*, 2000]

C. A. Cañizares, I. Dobson, N. Miller, V. Ajjarapu, H. Hamadanizadeh, and F. Rahimi, "Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools", IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication (final document), Aug 2000.

[Dobson, *et al.*, 2001]

I. Dobson, S. Greene, R. Rajaraman, C. L. DeMarco, F. L. Alvarado, and R. Zimmerman, "Electric Power Transfer Capability - Concepts, Applications, Sensitivity and Uncertainty", Power Systems Engineering Research Center publication 01-34, Cornell University, Nov 2001.

[Echavarren, *et al.*, 2005]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Contingency Analysis: A Feasibility Identification and Calculation Algorithm", *IEEE Proceedings - Generation, Transmission & Distribution*, vol. 152, n° 5, pp. 645-652, Sep 2005.

[Echavarren, *et al.*, 2006]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "A Power Flow Solvability Identification and Calculation Algorithm", *Electric Power Systems Research*, vol. 76, n° 4, pp. 242-250, Jan 2006.

[Gómez Expósito, *et al.*, 2002]

A. Gómez Expósito and F. L. Alvarado, "3 - Flujo de Cargas" in *Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica*, Mc. Graw-Hill, 2002.

[Kundur, 1994]

P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw - Hill, 1994.

[Minoux, 1983]

M. Minoux, *Mathematical Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1983.

[NERC, 1995]

NERC, "Transmission Transfer Capability", Princeton, New Jersey, U.S.A., Availability Transfer Capability Working Group (ATCWG) of the North American Electric Reliability Council (NERC) Task Force Report, May 1995.

[NERC, 1996]

NERC, "Available Transfer Capability Definitions and Determination", Princeton, New Jersey, U.S.A., Availability Transfer Capability Working Group (ATCWG) of the North American Electric Reliability Council (NERC) Task Force Report, Jun 1996.

[Riquelme, 1998]

J. M. Riquelme, "Análisis Estático de Seguridad en Redes de Transporte", Doctoral Thesis presented at *Departamento de Ingeniería Eléctrica* of Universidad de Sevilla, Seville, Spain, Sep 1998.

[van Cutsem, *et al.*, 1998]

T. van Cutsem and C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[Wood, *et al.*, 1984]

A. J. Wood and F. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*, John Wiley & Sons, 1984.

Capítulo 4

Cálculo de márgenes de funcionamiento

4.1 Introducción

En el capítulo anterior de esta tesis se formuló el problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento y su adaptación para los diferentes márgenes considerados en esta tesis: margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencias, margen a la inestabilidad de tensiones y máxima de transferencia de energía entre sistemas interconectados.

El presente capítulo está dedicado a desarrollar de forma exhaustiva la metodología diseñada en la presente tesis doctoral para la resolución del problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento. La metodología desarrollada para la resolución del problema de optimización está basada en un esquema general que consta de dos fases, aproximación y ajuste del óptimo. La primera fase está basada en técnicas de continuación, e identifica de qué tipo de óptimo se trata (frontera de funcionamiento o bifurcación silla-nodo) y obtiene una aproximación del mismo. La segunda fase ajusta el óptimo partiendo de la aproximación obtenida en la primera fase y obtiene los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones del problema de optimización. Para cumplir con este objetivo, en esta fase se emplean técnicas diferentes dependiendo de qué tipo de óptimo se trata. En el caso de que el óptimo se encuentre en la frontera de funcionamiento, el ajuste del óptimo se realiza reconvergiendo el conjunto de ecuaciones del sistema. Si por el contrario el óptimo se encuentra en la bifurcación silla-nodo, será necesaria una estimación de multiplicadores de Lagrange para posteriormente ajustar el óptimo convergiendo las condiciones de optimalidad del problema.

El capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera. La sección 4.2 realiza un resumen del proceso completo de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. La sección 4.3 se concentra en la primera fase del proceso, esto es, la aproximación del óptimo, basada en técnicas de continuación. La sección 4.4 desarrolla la segunda fase del proceso, esto es, el ajuste del óptimo y obtención de los multiplicadores de Lagrange. Finalmente, la sección 4.5 presenta las conclusiones del capítulo.

4.2 Visión general del proceso completo

En esta sección se da una visión general del proceso completo empleado en esta tesis para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento formulado en la presente tesis doctoral y analizado en el capítulo anterior, responde a la siguiente formulación:

$$\begin{aligned}
 & \max \quad \lambda \\
 & \text{s.a} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\
 & \quad \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

La Figura 4–1 muestra a continuación un diagrama de flujo que muestra el proceso completo de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El proceso se inicia con un punto inicial $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$ factible. Esto es, el punto inicial satisface las ecuaciones de estado \mathbf{g} y las restricciones de desigualdad \mathbf{h} del sistema. A partir de este punto, el proceso completo consta de dos fases: aproximación y ajuste. La fase de aproximación, desarrollada en la sección 4.3 de esta tesis, consiste en el empleo de las técnicas de continuación con un doble objetivo: averiguar la naturaleza de la solución, y obtener una aproximación del óptimo $(\mathbf{x}, \lambda)_{\text{optimo}}$. A continuación, la fase de ajuste (desarrollada en la sección 4.4 de esta tesis) parte de la aproximación del óptimo obtenida en la etapa de aproximación y lo ajusta a los criterios de

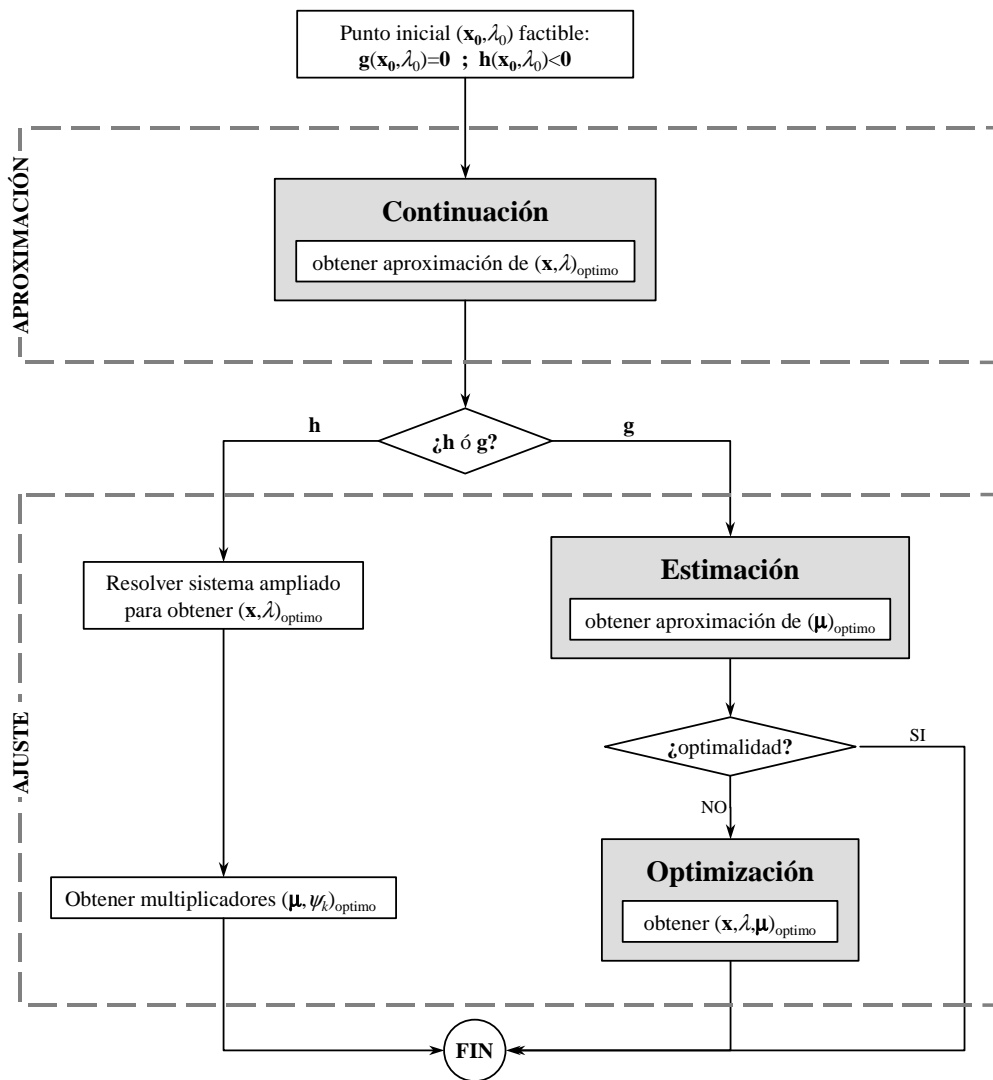


Figura 4-1: Proceso completo de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

convergencia establecidos. Los pasos que se siguen en esta etapa de ajuste dependen de la naturaleza de la solución:

- Si el óptimo se encuentra en la frontera formada por las restricciones de desigualdad del sistema **h**, se obtiene en primer lugar el valor de las variables de estado y del factor de escala en el óptimo $(\mathbf{x}, \lambda)_{\text{óptimo}}$, convergiendo el sistema de ecuaciones de estado ampliado con la restricción h_k activada en el óptimo, mediante el método de Newton-Rhapon. A continuación, se obtiene el valor de los multiplicadores de Lagrange $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\psi})_{\text{óptimo}}$ en el óptimo, correspondientes respectivamente a las ecuaciones de estado del sistema **g** y a la restricción de desigualdad activa h_k .
- Si, por el contrario, el óptimo se encuentra en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado **g** del sistema, es preciso obtener en primer lugar una aproximación del valor de los multiplicadores de Lagrange en el óptimo $(\boldsymbol{\mu})_{\text{óptimo}}$, mediante un algoritmo de estimación basado en mínimos cuadrados que supone una aportación original de la presente tesis doctoral. Finalmente, se comprueba si con las aproximaciones del óptimo obtenidas anteriormente se satisfacen las condiciones de optimalidad. En caso de que

dichas condiciones de optimalidad se satisfagan, se da por concluido el proceso. En caso contrario, ajusta el óptimo $(\mathbf{x}, \lambda, \boldsymbol{\mu})_{\text{óptimo}}$ convergiendo las condiciones de optimalidad.

Este proceso permite por tanto obtener tanto la solución del problema de optimización (4.1) formulado en el capítulo 3 de esta tesis para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, como el valor de los multiplicadores de Lagrange que se utilizarán en los algoritmos de mejora de los márgenes desarrollados en el siguiente capítulo de esta tesis. El planteamiento de emplear tanto técnicas de continuación como plantear y converger las condiciones de optimalidad del problema responde a la posibilidad de poder aprovechar de forma conjunta las ventajas que aportan por un lado las técnicas de continuación y por otro los multiplicadores de Lagrange.

4.3 Aproximación del óptimo: técnicas de continuación

Las técnicas de continuación suponen una herramienta de gran robustez en el problema de cálculo de trayectorias de variables de estado en sistemas dependientes de uno o más parámetros [Allgower, *et al.*, 1990; Seydel, 1988a]. En la literatura inglesa, este problema es conocido como ‘*branch tracing*’ o también ‘*path following*’. Los primeros artículos que abordan las ideas básicas de las técnicas de continuación y sus posibles aplicaciones datan de los años 60 [Deist, *et al.*, 1967; Haselgrove, 1961; Klopfenstein, 1961].

El punto de partida lo constituye el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

y un punto inicial $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$, solución de (4.2). El problema consiste en calcular más soluciones del sistema de ecuaciones $\{(\mathbf{x}_1, \lambda_1), (\mathbf{x}_2, \lambda_2), \dots\}$, hasta que se alcance un objetivo determinado, como por ejemplo un valor máximo del factor de escala λ , de alguna de las variables de estado \mathbf{x} , etc. El objetivo que se busca en esta tesis con las técnicas de continuación es aproximarse lo más posible a la solución del problema genérico de optimización (4.1), planteado en el capítulo 3 de esta tesis para el cálculo de los márgenes de funcionamiento.

A simple vista, el problema de ‘*branch tracing*’ no debería requerir ningún tipo de técnicas ni algoritmos especiales. Bastaría con ir aumentando gradualmente el factor de escala λ e ir resolviendo el sistema de ecuaciones (4.2) para cada uno de sus valores. Sin embargo, en la práctica este método no es viable en multitud de casos, al aparecer bifurcaciones en los sistemas mal condicionados. En estos casos, se producen oscilaciones e incluso la divergencia en la solución del sistema durante la convergencia de los métodos iterativos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, tales como Gauss-Seydel o Newton-Rhaphson. En estos casos las técnicas de continuación se presentan como una herramienta de gran robustez en el problema de ‘*branch tracing*’, mediante la inclusión de ecuaciones adicionales que mejoran el condicionamiento del sistema en las cercanías de alguna bifurcación.

El propósito por tanto de las técnicas de continuación consiste en, a partir de una solución $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ del sistema (4.2), obtener una nueva solución $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$. Este proceso está dividido en dos pasos fundamentales, paso **predictor** y paso **corrector**. La Figura 4–2 muestra un paso completo de las técnicas de continuación para obtener $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ a partir de $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$.

La Figura 4–2 muestra cómo el paso predictor obtiene una primera aproximación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ del nuevo punto mediante un método predictor. Esta solución, por tanto, no satisface (4.2), pero sí está cerca de hacerlo, y se toma como punto de partida para el paso corrector. A continuación, en el paso corrector, se resuelve el sistema de ecuaciones (4.2) partiendo de la solución que

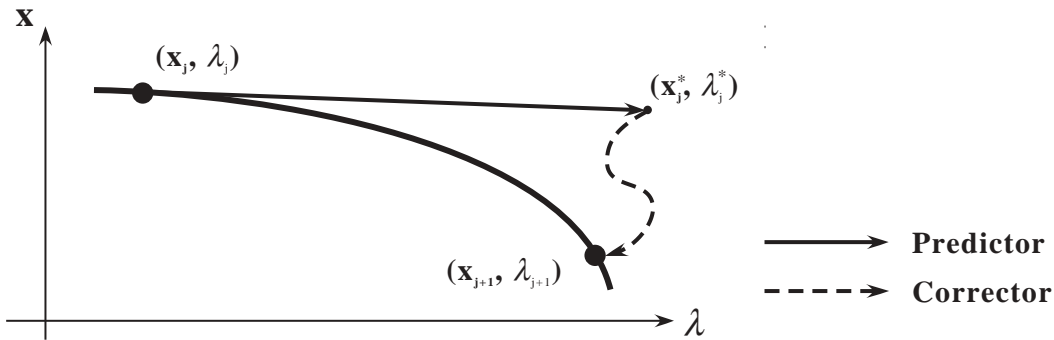


Figura 4-2: Paso completo de las técnicas de continuación, para la obtención de una nueva solución del sistema de ecuaciones de estado, a partir de una anterior

proporciona el método predictor. De este modo se obtiene $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ mediante un método corrector que se encarga de añadir ecuaciones adicionales que evitan que se obtengan sistemas mal condicionados en su resolución.

En los siguientes subapartados se desarrollarán las cuatro etapas básicas en los procesos de continuación. El subapartado 4.3.1 desarrolla el paso predictor que proporciona una primera aproximación del siguiente punto de funcionamiento. El subapartado 4.3.2 aborda la parametrización del vector predictor, de modo que este posea un módulo que se adecue a las necesidades de avance del proceso, y presenta una parametrización especialmente diseñada para el problema de cálculo de márgenes de funcionamiento, aportación original de esta tesis. En el subapartado 4.3.3 se describe el paso corrector que proporciona el nuevo punto de funcionamiento a partir de la aproximación obtenida con el predictor. Finalmente, el subapartado 4.3.4 se muestra el control de la longitud del paso, encargado de reajustar el cálculo de los próximos puntos de equilibrio a partir de la eficiencia y velocidad con la que se ha obtenido el último.

4.3.1 Predictor

Constituye la primera etapa para la obtención de un nuevo punto factible $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ a partir de otro $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$. En esta primera etapa se trata de obtener una primera estimación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ del nuevo punto.

En la literatura existen dos familias fundamentales de técnicas en la construcción de vectores predictores: técnicas polinomiales y técnicas diferenciales. A continuación, se presentan en primer lugar ambas técnicas de construcción de predictores, para posteriormente compararlas.

Técnicas polinomiales

La primera gran familia, las técnicas polinomiales, está basada en la aproximación polinomial de las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ a partir de puntos de la misma obtenidos en iteraciones anteriores [Haselgrove, 1961]. De forma genérica, una aproximación polinomial de orden T tiene la forma siguiente:

$$\mathbf{x}(\lambda) \approx \mathbb{P}_T(\lambda) = \sum_{t=0}^T \mathbf{a}_t \cdot \lambda^t \quad (4.3)$$

donde \mathbf{a}_t es un vector columna de n elementos. La aproximación se obtendría por tanto evaluando (4.3) en un factor de escala determinado.

Para la construcción de la aproximación polinomial (4.3) de grado T son necesarios $T+1$ puntos $\{(\mathbf{x}_j, \lambda_j), (\mathbf{x}_{j-1}, \lambda_{j-1}), \dots, (\mathbf{x}_{j-T}, \lambda_{j-T})\}$. La aproximación trivial es la de orden $T = 0$, para la cual es sólo necesaria la solución anterior $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$:

$$\mathbf{x}(\lambda) \approx \mathbb{P}_0(\lambda) = \mathbf{a}_0 = \mathbf{x}_j \quad (4.4)$$

Dentro de las técnicas polinomiales, la más extendida en la literatura es el *predictor secante* [Seydel, 1988a]. El predictor secante está basado en la aproximación polinomial (4.3) de orden $T = 1$, para la cual son necesarias las dos últimas soluciones obtenidas $(\mathbf{x}_{j-1}, \lambda_{j-1})$ y $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$:

$$\mathbf{x}(\lambda) \approx \mathbb{P}_1(\lambda) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 \cdot \lambda \quad (4.5)$$

de modo que los vectores \mathbf{a}_0 y \mathbf{a}_1 son función de $(\mathbf{x}_{j-1}, \lambda_{j-1})$ y $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$. Para obtener ambos vectores de coeficientes, se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales¹:

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda_j \\ 1 & \lambda_{j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \mathbf{x}_{j-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Se observa cómo, a medida que el grado T del polinomio (4.3) aumenta, la precisión del predictor también. Sin embargo, también se produce un incremento del coste computacional al aumentar el orden de los sistemas de ecuaciones que devuelven los vectores \mathbf{a}_t con los coeficientes de la aproximación. Esto justifica el hecho de que el predictor secante sea el más empleado de la familia de predictores polinomiales.

Técnicas diferenciales

La segunda gran familia, las técnicas diferenciales, están basadas en aproximaciones de Taylor de la variación $\Delta \mathbf{x}$ que experimentarán las variables de estado al variar el factor de escala $\Delta \lambda$. De forma genérica, una aproximación de Taylor de orden T tendría la forma siguiente:

$$\Delta \mathbf{x}(\Delta \lambda) \approx \sum_{t=1}^T \frac{1}{t!} \frac{\partial^t \mathbf{x}}{\partial \lambda^t} \cdot \Delta \lambda^t \quad (4.7)$$

A diferencia de las técnicas polinomiales, que se basaban en un conjunto de soluciones de (4.2), las técnicas diferenciales se basan en un único punto $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ solución de (4.2), y en sus T sucesivas derivadas.

Dentro de la familia de las técnicas diferenciales, la técnica más empleada en la literatura es el predictor tangente [Rheindboldt, 1980; Rheindboldt, *et al.*, 1983]. Para su cálculo, se desarrolla el sistema de ecuaciones (4.2) en serie de Taylor en $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ desde $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$, asumiendo que es cero al suponer que $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ es un punto factible. Esto es:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*) = \cancel{\mathbf{g}(\mathbf{x}_j, \lambda_j)^0} + \mathbf{g}_\lambda(\mathbf{x}_j, \lambda_j) \cdot \Delta \lambda_p + \mathbf{g}_x(\mathbf{x}_j, \lambda_j) \cdot \Delta \mathbf{x}_p + \mathcal{O}(2) \approx \mathbf{0} \quad (4.8)$$

donde:

$\Delta \mathbf{x}_p$: Vector predictor de las variables de estado \mathbf{x} .

¹ De una manera más exacta, el sistema de ecuaciones lineales formulado en (4.6) es, en realidad, un conjunto de n sistemas de ecuaciones lineales, uno para cada pareja de coeficientes a_{0i} y a_{1i} , correspondientes a cada una de las variables de estado x_i .

$\Delta\lambda_p$: Incremento predictor del factor de escala λ .

$\mathcal{O}(2)$: Infinitésimo de segundo orden.

Despreciando el infinitésimo de segundo orden $\mathcal{O}(2)$, se obtiene un sistema lineal de n ecuaciones con $n+1$ incógnitas, que son los incrementos predictores de las variables de estado $\Delta\mathbf{x}_p$ y del factor de escala $\Delta\lambda_p$:

$$\mathbf{g}_\lambda \cdot \Delta\lambda_p + \mathbf{g}_x \cdot \Delta\mathbf{x}_p = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

Este sistema define una dirección en el espacio, correspondiente con la recta tangente a las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ en el punto $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$, como se muestra en la Figura 4-3.

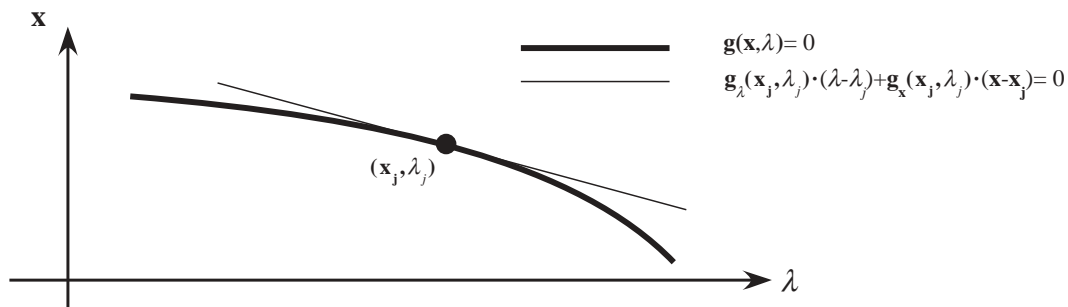


Figura 4-3: Aproximación lineal de las ecuaciones aumentadas del flujo de cargas

Como se observa en la Figura 4-3, el sistema de ecuaciones (4.9) define por tanto una dirección en el espacio. Sin embargo, queda un grado de libertad para definir el módulo del vector predictor. Es por tanto necesario incluir una ecuación adicional para terminar de definirlo.

Comparación entre técnicas polinomiales y diferenciales

La Figura 4-4 muestra de manera conjunta los tres predictores más empleados en la literatura, esto es, los polinomiales de orden 0 y orden 1 (secante), y el diferencial de orden 1 (tangente).

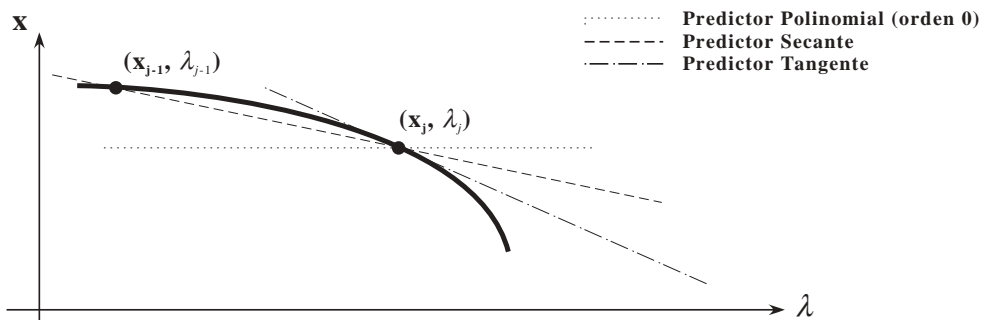


Figura 4-4: Comparativa gráfica de los principales métodos predictores empleados en la literatura

La Figura 4-4 muestra que, de los tres predictores, el tangente, o diferencial de primer orden, es el que menos error comete en la aproximación, a medida que el factor de escala λ aumenta desde λ_j . Descartado el polinomial de orden cero, la diferencia entre el secante (o polinomial de orden 1) y el tangente es directamente proporcional a lo alejado que esté la solución $(\mathbf{x}_{j-1}, \lambda_{j-1})$ de la solución $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$. En el límite, por tanto, ambos predictores coinciden²:

² Suponiendo que $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ sea continua y diferenciable en $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$.

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} = \lim_{\Delta \lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta \lambda} = \lim_{\lambda_{j-1} \rightarrow \lambda_j} \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{j-1}}{\lambda_j - \lambda_{j-1}} \quad (4.10)$$

El predictor que se ha empleado en esta tesis para la fase de continuación en el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica ha sido pues el diferencial de primer orden, conocido también como tangente. Puesto que las variables de estado \mathbf{x} no es posible expresarlas de forma explícita como funciones del factor de escala λ , sino que forman parte de las ecuaciones de estado \mathbf{g} , para obtener un vector predictor tangente es necesario plantear el sistema de ecuaciones (4.9).

El dimensionamiento definitivo del vector predictor se produce en la segunda fase del método de continuación, la parametrización. El siguiente subapartado detalla el ajuste que se realiza del módulo del vector predictor, diseñado específicamente para el problema de optimización (4.1) que se pretende resolver, aportación original de la presente tesis.

4.3.2 Parametrización

Una vez planteado el sistema (4.9) queda definida una dirección en el espacio. Como se comentó anteriormente, esta dirección es tangente a las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ en el punto $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$. Sin embargo, el sistema de ecuaciones lineales (4.9) está formado por n ecuaciones y $n+1$ incógnitas. Queda por tanto un grado de libertad. Dicho grado de libertad debe ser eliminado mediante otra ecuación adicional que determine el módulo y sentido del vector predictor.

Ésta ecuación adicional puede responder a alguna de las siguientes pautas:

- Controlar su módulo.
- Controlar la magnitud de alguna de sus componentes.

Esta segunda alternativa se conoce como *parametrización local* [Rheinboldt, *et al.*, 1983], y es la más utilizada por plantear una ecuación adicional de naturaleza lineal. Por tanto, el vector predictor se obtiene de un sistema de $n+1$ ecuaciones lineales con $n+1$ incógnitas, en la forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x & \mathbf{g}_\lambda \\ \mathbf{e}_k^T & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p \\ \Delta \lambda_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \pm \delta \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

donde \mathbf{e}_k constituye un vector columna de $n+1$ elementos nulos, excepto el k -ésimo elemento al que le corresponde el valor unidad, y δ es la máxima perturbación admitida de las variables de estado \mathbf{x} y el factor de escala λ entre dos puntos.

Por un lado, el término independiente $\pm \delta$ será $+\delta$ o $-\delta$ dependiendo de si la variable controlada aumenta o disminuye en el trazado del camino de soluciones. La experiencia demuestra que la variable k -ésima a parametrizar deberá ser aquella que sufre una mayor perturbación en la estimación del predictor. Esto es, o bien en valor absoluto:

$$\max \left\{ |\Delta x_{pi}|, |\Delta \lambda_p| \right\} \quad (4.12)$$

o bien en valor relativo:

$$\max \left\{ \frac{|\Delta x_{pi}|}{x_i}, \frac{|\Delta \lambda_p|}{\lambda} \right\} \quad (4.13)$$

En puntos lejanos de la bifurcación silla-nodo, la variable escogida siempre suele ser el factor de escala λ , mientras que para puntos cercanos a la bifurcación silla-nodo, la variable parametrizada suele ser alguna variable de estado x_i , típicamente el módulo de la tensión de algún nudo.

Por otro lado, el valor de δ deberá ser escogido de forma óptima:

- Si δ es demasiado grande, la estimación del predictor será demasiado mala, provocando problemas en la convergencia del corrector.
- Si δ es demasiado pequeño, se podría perder demasiado tiempo en la fase de continuación calculando demasiados puntos innecesarios de las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$.

Este control del tamaño del vector predictor sólo constituye el primer paso en el cálculo del punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$. Como ya se ha resaltado anteriormente, el objetivo fundamental que se persigue con el empleo de las técnicas de continuación no responde a la construcción de las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$. El objetivo principal es la resolución del problema de optimización (4.1) formulado para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Este objetivo ha llevado al desarrollo para esta tesis de un segundo control del tamaño del vector predictor, con el propósito de acercar el punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ lo más posible al óptimo. Como aportación original de esta tesis, se presenta un segundo control en la parametrización del vector predictor que cumple con este objetivo. Para ello, y previendo que dicho óptimo se encuentre en la frontera definida por los límites de funcionamiento \mathbf{h} de la red, se redimensiona el vector predictor para que el punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ no sobrepase dicha frontera. Así pues, se desarrollan en serie de Taylor de primer orden las restricciones de desigualdad \mathbf{h} desde $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$, y se impone que no deben ser violadas al ser perturbadas por el vector predictor. Esto es:

$$\mathbf{h}_0 + \Delta\mathbf{h} \approx \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_\lambda \cdot \Delta\lambda_p + \mathbf{h}_x \cdot \Delta\mathbf{x}_p \leq \mathbf{0} \quad (4.14)$$

donde:

\mathbf{h}_0 : Valor de las restricciones de desigualdad \mathbf{h} en el punto inicial $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$.

Para garantizar esto, se define un nuevo factor de dimensionado γ de la siguiente manera:

$$\gamma = \min_{\Delta h_i > 0} \left\{ 1, \frac{h_i}{\Delta h_i} \right\} \quad (4.15)$$

y se actualiza el vector predictor con dicho factor de dimensionado γ :

$$\Delta\lambda_p \leftarrow \gamma \cdot \Delta\lambda_p \quad (4.16)$$

$$\Delta\mathbf{x}_p \leftarrow \gamma \cdot \Delta\mathbf{x}_p \quad (4.17)$$

De este modo, se garantiza que $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ satisfará las restricciones de desigualdad \mathbf{h} , en caso de que alguna de ellas pudiera ser violada aplicando el vector predictor con su tamaño original. En caso contrario, el factor de dimensionado γ sería 1.

La Figura 4–5 muestra a continuación el redimensionamiento del vector predictor llevado a cabo en (4.16) y (4.17) con el factor de dimensionado γ definido en (4.15), para evitar la salida del punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ de la región factible.

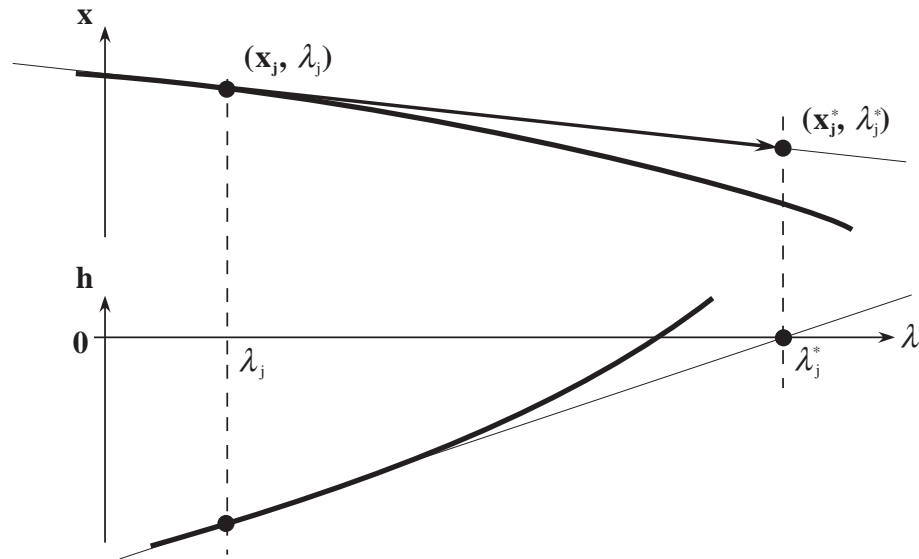


Figura 4-5: Ajuste del módulo del vector predictor para evitar violaciones de las restricciones de desigualdad \mathbf{h} del problema de optimización genérico para el cálculo de márgenes de funcionamiento.

Como se observa en la Figura 4-5, el punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ obtenido mediante el predictor, no satisface las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} , al no ser un punto de las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$. Por contra, las restricciones de desigualdad \mathbf{h} no sufren violaciones en este punto. Se comprueba también que este redimensionamiento es también válido en caso de que el punto inicial $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ se encontrase fuera de la región factible delimitada por \mathbf{h} . En este caso, el factor de dimensionado γ tomaría valor negativo.

Por último, el punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ se calcula a partir del punto inicial $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ añadiéndole el incremento predictor, escalado previamente mediante un factor de parametrización σ . Esto es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_j^* \\ \lambda_j^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \lambda_j \end{bmatrix} + \sigma \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_p \\ \Delta \lambda_p \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

El valor de σ controla que el punto intermedio $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ obtenido con el predictor esté dentro del radio de convergencia del método corrector. En el caso de que el método corrector no converja partiendo de $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$, el factor de parametrización σ se reduciría, se volvería a recalcular $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ y a reiniciar el corrector, así hasta la convergencia de éste.

4.3.3 Corrector

El paso corrector tiene como objeto resolver las ecuaciones (4.2) para obtener un nuevo punto $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ de las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$. El método para resolver dicho sistema de ecuaciones puede ser cualquiera de los métodos clásicos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales (Gauss, Newton-Rhapson...). Pero la clave del paso corrector no radica solamente en el método empleado, sino también en la forma de completar el sistema de ecuaciones (4.2), no sólo para obtener un sistema regular de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas, sino además optimizar la convergencia del paso corrector.

Al tratarse de un sistema de ecuaciones no lineales, el método de resolución más empleado en la literatura es el de Newton-Rhapson. El punto de partida $(\mathbf{x}^0, \lambda^0)$ será la aproximación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ obtenida en el paso predictor:

$$(\mathbf{x}^0, \lambda^0) = (\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*) \tag{4.19}$$

Una iteración del método de Newton-Rhapson consistirá en la resolución del sistema de ecuaciones lineales que se forma al aproximar en serie de Taylor de primer orden el sistema de ecuaciones (4.2) e igualarlo a cero. De esta manera, en la iteración v del Newton-Rhapson se plantea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}^v, \lambda^v) + \mathbf{g}_\lambda(\mathbf{x}^v, \lambda^v) \cdot \Delta\lambda^v + \mathbf{g}_x(\mathbf{x}^v, \lambda^v) \cdot \Delta\mathbf{x}^v = \mathbf{0} \tag{4.20}$$

Por tanto, en cada iteración v es necesario añadir una ecuación adicional para completar el sistema. Esto se debe a que existe una variable adicional que en el flujo de cargas convencional no se considera, que es el factor de escala λ . Esta ecuación adicional permite orientar correctamente la evolución de las variables hacia la convergencia. Así pues, la dirección adicional óptima debería ser aquella que minimizara la distancia existente entre el punto inicial $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ y las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$. Sin embargo, esta dirección es desconocida ya que también lo son dichas curvas. Esto es debido a que la distancia más corta entre $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ y las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ la indica el hiperplano perpendicular a las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ que pasa por el punto $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$. Pero para obtener dicho hiperplano, es necesario conocer su dirección característica. Dicha dirección es la recta tangente a las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ en el punto $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$, que al ser desconocido hace inviable el cálculo de dicha tangente.

En su lugar, se realiza una aproximación de dicho hiperplano [Haselgrove, 1961]: asumiendo que la distancia entre $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ y $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ es pequeña, se emplea como dirección adicional el hiperplano perpendicular a las curvas $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ en el punto $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ y que pasa por el punto $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$. Como se muestra en la Figura 4-6, la diferencia entre ambas direcciones α es mayor cuanto mayor es el incremento predictor.

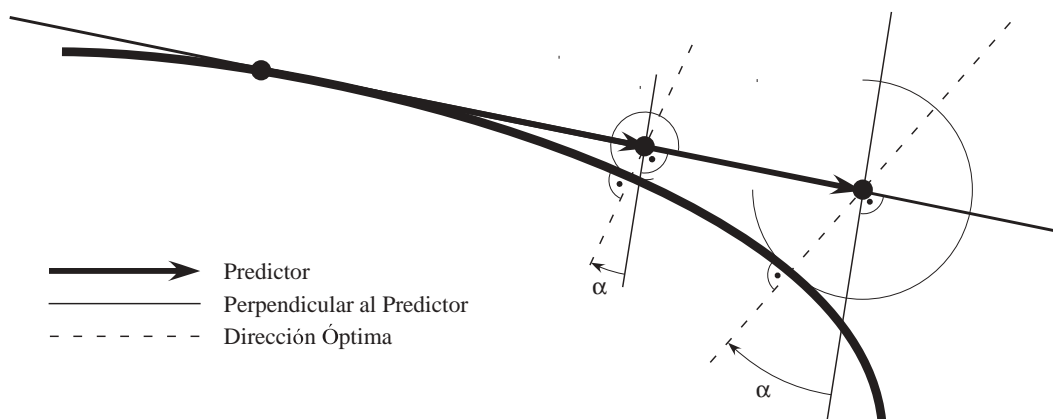


Figura 4-6: Detalle de la diferencia cualitativa entre las direcciones óptima y perpendicular en la convergencia del algoritmo corrector

Matemáticamente, esto se expresa obligando en cada iteración al incremento del corrector a estar contenido en el hiperplano perpendicular al incremento del predictor que pasa por $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$. Esto se expresa a través de la siguiente ecuación adicional:

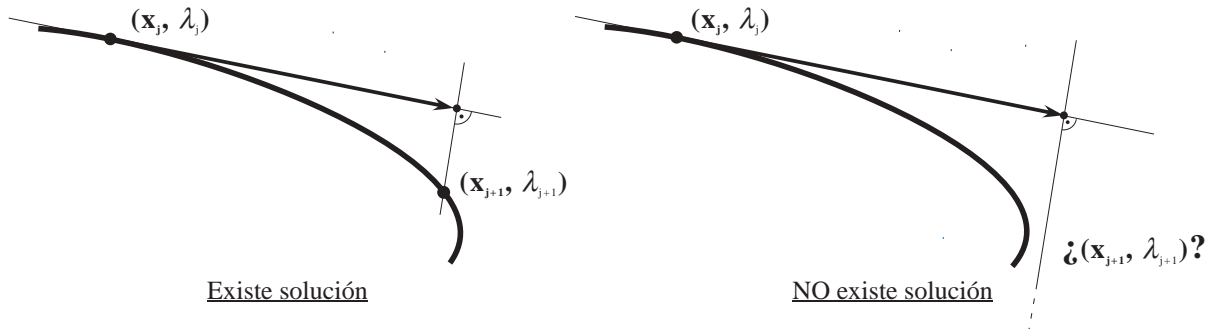


Figura 4-7: Existencia/No existencia de la solución del sistema de ecuaciones de estado en la etapa correctora

$$\Delta \mathbf{x}_p^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_j^*) + \Delta \lambda_p \cdot (\lambda - \lambda_j^*) = 0 \quad (4.21)$$

Derivando la expresión (4.21) se obtiene la ecuación adicional para la iteración v del algoritmo de Newton-Raphson de la etapa correctora, quedando definitivamente el siguiente sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas, donde el *mismatch* de la ecuación adicional (4.21) es nulo al tratarse de una ecuación lineal:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x & \mathbf{g}_\lambda \\ \Delta \mathbf{x}_p^T & \Delta \lambda_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \lambda^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{g}(\mathbf{x}^v, \lambda^v) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

La etapa correctora se detendrá cuando el sistema de ecuaciones (4.2) se satisfaga con un error menor que un error máximo permitido. Puede ocurrir que la etapa correctora no consiga converger al no existir solución, como muestra la Figura 4-7. Si se diese el caso de que la solución no existe, como es el segundo caso en la Figura 4-7, el factor de parametrización σ se reduciría, como ya se comentó antes, y se volvería a recalcular $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ y a reiniciar el corrector, así hasta la convergencia de éste. Sin embargo, la divergencia del método no es fácil de detectar, y menos aún el caso de soluciones oscilatorias. Con el fin de detectar de un modo fácil la divergencia u oscilación del método, y al mismo tiempo mejorar y acelerar su convergencia, se han empleado técnicas de acortamiento de paso [Clements, *et al.*, 1982]. Estas técnicas de acortamiento de paso consisten en multiplicar el incremento corrector $(\Delta \mathbf{x}^v, \Delta \lambda^v)$ por un factor de aceleración d controlado:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{v+1} \\ \lambda^{v+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^v \\ \lambda^v \end{bmatrix} + d \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \lambda^v \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

de forma que el algoritmo no avance mientras el error distinto de cero cometido al evaluar (4.2) no disminuya. De este modo, se cumple el doble objetivo de acelerar la convergencia del método, y evitar posibles divergencias u oscilaciones en la solución, localizando el caso sin solución de manera más rápida.

La Figura 4-8 muestra el diagrama de flujo que detalla el proceso completo de convergencia del corrector, empleando el acortamiento de paso. El proceso representado en la Figura 4-8 toma como punto inicial $(\mathbf{x}^0, \lambda^0)$ la aproximación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ obtenida del predictor. Para la iteración v los pasos básicos representados en la Figura 4-8 son los siguientes:

- 1) Evaluar el error cometido ε^v al evaluar (4.2) en $(\mathbf{x}^v, \lambda^v)$:

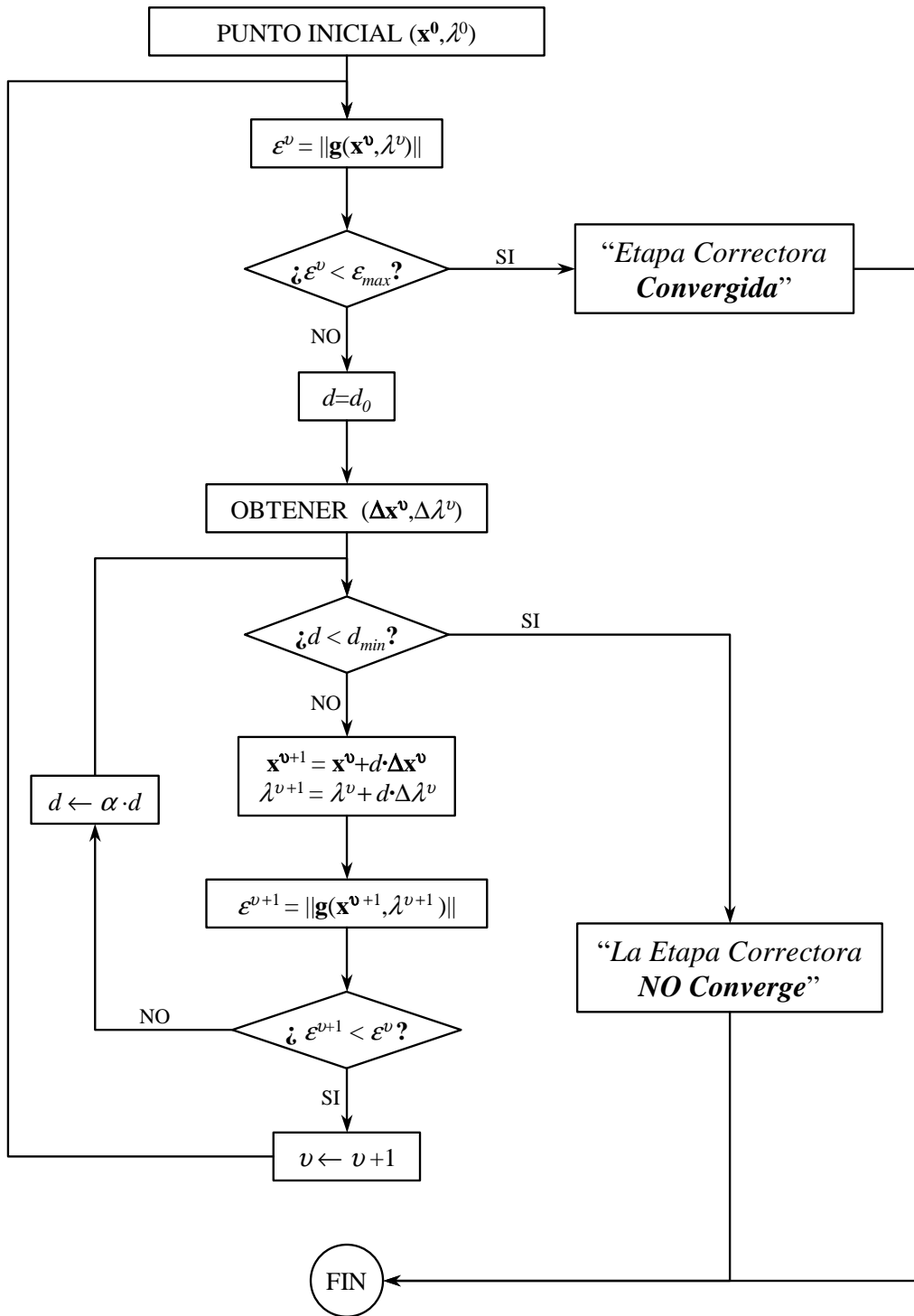


Figura 4-8: Paso corrector con acortamiento de paso

- a) Si no supera el error máximo permitido ϵ_{max} , se da por convergido el paso corrector, y se salta al punto 7).
- b) En caso contrario, continua el proceso desde el punto 2).
- 2) Inicializar el factor de aceleración $d = d_0$.
- 3) Calcular los vectores de actualización de las variables de estado $\Delta \mathbf{x}^v$ y del factor de escala $\Delta \lambda^v$ mediante (4.22).

- 4) Control del factor de aceleración d :
 - a) Si el factor de aceleración alcanza un valor por debajo de un determinado factor de aceleración mínimo admisible d_{min} , se da por NO convergido el paso corrector, y se salta al punto 7).
 - b) En caso contrario, continua el proceso desde el punto 5).
- 5) Actualizar las variables de estado y el factor de escala mediante (4.23).
- 6) Evaluar el error cometido ε^{v+1} al evaluar (4.2) en $(\mathbf{x}^{v+1}, \lambda^{v+1})$:
 - a) Si el error evaluado en el nuevo punto ε^{v+1} es menor que el de la iteración anterior, se da por concluida la iteración ($v \leftarrow v+1$), y se vuelve al punto 1).
 - b) Si el error evaluado en el nuevo punto ε^{v+1} es mayor que el de la iteración anterior, se reduce el factor de aceleración, multiplicando por un coeficiente α tal que $0 < \alpha < 1$, y se vuelve al punto 4).
- 7) FIN del paso corrector.

Los valores de los parámetros del algoritmo deben ser escogidos de forma óptima. Los valores aquí propuestos han sido obtenidos de la experiencia acumulada en el diseño de los modelos expuestos en esta tesis, en su aplicación al sistema eléctrico peninsular español.

- El factor de aceleración inicial d_0 , entre 1.1 y 1.3. Valores mayores o menores degradarían la actualización de las variables.
- El factor de aceleración mínimo d_{min} , entre 0.4 y 0.6. Valores mayores pueden restar eficiencia al acortamiento de paso, y valores menores implicarían cálculos innecesarios.
- El coeficiente de reducción α , entre 0.7 y 0.9, de modo que el número máximo de intentos buscando mejorar el error de una iteración a la siguiente esté aproximadamente entre 4 y 6 intentos.

4.3.4 Control de la longitud del paso

El control de la longitud de paso se realiza para controlar la convergencia del paso corrector a posteriori. A partir de la información extraída del proceso de convergencia del paso corrector en una iteración, se redimensiona el paso predictor de la iteración siguiente [Deuffhard, *et al.*, 1987; Rheindboldt, *et al.*, 1983; Schwetlick, *et al.*, 1987]. El control de la longitud de paso constituye una fase opcional de las técnicas de continuación. Se emplea con el fin de ajustar el paso predictor en un término medio entre un paso demasiado pequeño (demasiados puntos) y un paso demasiado grande (convergencia lenta del corrector, e incluso divergencia). Existen métodos de control de longitud de paso basados en aproximaciones cuadráticas de las trayectorias $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\lambda)$ y en extrapolaciones del radio de convergencia del corrector basadas en predictores de iteraciones anteriores [den Heijer, *et al.*, 1981]. Se encuentran también en la literatura técnica estudios sobre control de longitud de paso en técnicas de continuación aplicadas a grandes sistemas dispersos [Chan, 1983].

La técnica empleada en esta tesis consiste en redimensionar el vector predictor en función del coste computacional en el que incurre el proceso de continuación. Este coste está íntimamente ligado con el número de iteraciones N_j empleadas en la convergencia del paso corrector en la iteración j del proceso de continuación. Por tanto, el redimensionamiento del predictor se realizará con el objetivo de ajustar el número de iteraciones empleadas en la convergencia del paso corrector alrededor de un número óptimo N_{opt} de iteraciones [Seydel, 1983]. N_{opt} suele tomar valores entre 3 y 5 iteraciones. Para ello, el factor de parametrización σ se actualiza de

una iteración a la siguiente, reduciéndolo en el caso de que el número de iteraciones empleadas en la convergencia del paso corrector N_j sea mayor que su valor óptimo N_{opt} . Esto se consigue de la siguiente manera:

$$\sigma \leftarrow \sigma \cdot \nu \quad (4.24)$$

donde:

$$\nu = \frac{N_{opt}}{N_j} \quad (4.25)$$

La ecuación (4.25) define un factor de actualización ν que controla la longitud de paso en función de lo lejos o cerca que se encuentre N_j de N_{opt} . En la práctica sin embargo, el factor debe ser acotado de forma que no tome valores muy alejados de la unidad. Esto es:

$$\nu = \begin{cases} 0.5 & \text{si } N_{opt}/N_j < 0.5 \\ N_{opt}/N_j & \text{si } 0.5 < N_{opt}/N_j < 2 \\ 2 & \text{si } N_{opt}/N_j > 2 \end{cases} \quad (4.26)$$

De este modo:

- En el caso de que el número de iteraciones empleadas en la convergencia del paso corrector N_j sea menor que su valor óptimo N_{opt} , el factor de parametrización σ se ve aumentado cuanta mayor sea la diferencia entre N_j y N_{opt} , hasta un límite de 2.
- En el caso de que el número de iteraciones empleadas en la convergencia del paso corrector N_j sea mayor que su valor óptimo N_{opt} , el factor de parametrización σ se ve más reducido cuanta mayor sea la diferencia entre N_j y N_{opt} , hasta un límite de 0.5.

4.4 Ajuste del óptimo y obtención de los multiplicadores de Lagrange

En la sección anterior se ha abordado la primera fase en la resolución del problema de optimización (4.1) formulado en la presente tesis para el cálculo de márgenes de funcionamiento. En esta primera fase se han empleado técnicas de continuación para cubrir un doble objetivo: identificar el tipo de óptimo y obtener una aproximación del mismo. En la presente sección se detallará la segunda fase, la cual cubre también un doble objetivo: ajustar la aproximación del óptimo obtenida hasta satisfacer las condiciones de optimalidad y obtener el vector de multiplicadores de Lagrange asociado a las restricciones de igualdad y desigualdad del problema.

Como muestra la Figura 4-1, esta segunda fase de ajuste del óptimo y obtención de los multiplicadores de Lagrange, consta de dos caminos diferenciados. La elección de cuál de ellos seguir depende del tipo de óptimo del que se trate en cada caso. En el caso de que el óptimo se encuentre en la frontera de funcionamiento, el ajuste del óptimo se realiza reconvergiendo el conjunto de ecuaciones del sistema. Si por el contrario el óptimo se encuentra en la bifurcación silla-nodo, será necesario una estimación de multiplicadores de Lagrange para posteriormente ajustar el óptimo convergiendo las condiciones de optimalidad del problema. A continuación, los apartados 4.4.1 y 4.4.2 desarrollarán respectivamente cada uno de los caminos posibles en la segunda fase de la metodología desarrollada en la tesis para el cálculo de los márgenes de funcionamiento.

4.4.1 Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema

En el caso de que el óptimo sea alcanzado al activar alguna restricción h_k de las que conforman la frontera de funcionamiento límite del sistema, no es necesario acudir a técnicas de optimización no lineal. Esto se debe a que el óptimo se puede obtener de la resolución del siguiente sistema de $n+1$ ecuaciones no lineales con $n+1$ incógnitas:

$$\begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\ h_k(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

formado por las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} y la restricción de desigualdad h_k que estará activa en el óptimo. Para resolver el sistema (4.27) se emplea el método de Newton-Rhapson, empleando como punto inicial la solución aproximada obtenida mediante las técnicas de continuación. Una vez resuelto el sistema (4.27) y obtenidos los valores del factor de escala λ y las variables de estado \mathbf{x} en el óptimo, los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ y ψ_k del problema de optimización son obtenidos de manera inmediata resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \psi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

4.4.2 Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema

En el caso de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema, el ajuste del óptimo no se puede realizar de forma directa como en el caso anterior. Es necesario plantear las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker y obtener tanto el óptimo como el vector de multiplicadores de Lagrange a partir de la resolución de las mismas. Es importante en este punto hacer hincapié en que, si bien la metodología desarrollada en este capítulo de la tesis para el cálculo de márgenes de funcionamiento es en sí misma una metodología de optimización, puesto que ha sido diseñada para la resolución de un problema de optimización, en adelante se hará referencia a este paso en el que se convergen las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker como “optimización”.

Como se pondrá de manifiesto más adelante, la convergencia de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker dependen en gran medida de la elección de un punto adecuado desde el que empezar a iterar. Este punto inicial no sólo se refiere al factor de escala y a las variables de estado sino también a los multiplicadores de Lagrange. Con respecto al factor de escala λ y las variables de estado \mathbf{x} , la aproximación obtenida en la primera fase mediante las técnicas de continuación constituye un buen punto inicial para la parte de optimización. Sin embargo, no se cuenta con un buen punto inicial en lo que al vector de multiplicadores de Lagrange se refiere. En la presente tesis doctoral se ha desarrollado un método para estimar el vector de multiplicadores de Lagrange basado en mínimos cuadrados y usando como punto de partida de la aproximación del óptimo obtenida con las técnicas de continuación.

Este apartado se encuentra dividido en los siguientes subapartados. El subapartado 4.4.2.1 recoge una revisión de los métodos de optimización no lineal empleados en la literatura para la resolución del problema de optimización definido para el cálculo de los márgenes de funcionamiento, para a continuación plantear las condiciones de optimalidad en el caso de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema y exponer la forma adoptada en la presente tesis para resolverlas. El subapartado 4.4.2.2 presenta

el paso previo a la optimización, esto es, el método de estimación de multiplicadores de Lagrange desarrollado en la presente tesis doctoral.

4.4.2.1 Optimización

Este apartado se aborda la etapa de optimización³. En esta etapa se resuelven las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker del problema de optimización empleado en el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, en el caso de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema. El punto de partida lo constituye la solución aproximada que se obtuvo en la fase de continuación.

Existen en la literatura numerosos métodos para la resolución de todo tipo de problemas de optimización [Bazaraa, *et al.*, 1993; Luenberger, 1984; Minoux, 1983], atendiendo al tipo de función objetivo (lineal, cuadrática o no lineal), sin restricciones, con restricciones de igualdad (lineales o no lineales), de desigualdad (lineales o no lineales), etc.

El problema (4.1) planteado en esta tesis para el cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, constituye un problema de programación lineal, con restricciones no lineales de igualdad. Las restricciones de desigualdad pueden ser lineales, no lineales o incluso no haber, dependiendo del tipo de margen de funcionamiento que se esté calculando. Para esta clase de problemas, donde aparecen (o pueden aparecer) restricciones no lineales de desigualdad, la metodología más extendida en la literatura es el empleo de las llamadas *funciones barrera* [Ablow, *et al.*, 1955; Courant, 1943; Fiacco, *et al.*, 1968; Wright, 1997]. Las funciones barrera transforman dichas restricciones de desigualdad en parte de la función objetivo, penalizándolas en la misma conforme se acercan a la región infactible. O bien, las transforman en restricciones de igualdad, añadiéndolas variables de holgura. Dichas variables de holgura son penalizadas en la función objetivo del problema de optimización mediante la función (o funciones) barrera, con el propósito de evitar que tomen valores que provoquen violaciones en las restricciones de desigualdad a las que están asociadas.

Reformulando el problema de optimización (4.1) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda + \phi(\mathbf{s}) \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} : \boldsymbol{\mu} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) + \mathbf{s} = \mathbf{0} : \boldsymbol{\psi} \end{aligned} \quad (4.29)$$

donde:

\mathbf{s} : Variables de holgura de las restricciones de desigualdad \mathbf{h} .

ϕ : Función barrera de \mathbf{s} .

Las variables de holgura \mathbf{s} están obligadas por tanto a ser positivas. En caso contrario, la restricción de desigualdad correspondiente \mathbf{h} se violaría al hacerse positiva.

La función barrera ϕ se encarga de penalizar en la función objetivo a las variables de holgura \mathbf{s} cuando éstas se aproximan a cero o incluso se hacen negativas. Esta penalización dependerá de la naturaleza del problema de optimización. En el caso que el problema sea de maximización, la penalización consistirá en tomar un valor muy negativo, que tienda a $-\infty$. Del mismo modo, si el problema es de minimización, la penalización consistirá en tomar un valor positivo que

³ Conviene puntualizar que, si bien la metodología presentada en este capítulo es en sí misma una metodología de optimización, el nombre de etapa de “optimización” se ha escogido por ser el punto donde se convergen las condiciones de optimalidad.

tienda a $+\infty$. En caso contrario, si las variables de holgura s están lejos de su cota inferior, la función barrera será cero o próxima a cero, con el fin de no influir en la función objetivo⁴.

Hay dos grupos de funciones barrera, dependiendo del tipo de penalización que infrinjan a las variables de holgura en la función objetivo⁵:

- Exterior: permiten a las variables de holgura s hacerse negativas.
- Interior: su dominio es $s > 0$, tendiendo a $+\infty$ (minimización) o $-\infty$ (maximización) cuando alguna de las variables de holgura s tiende a 0^+ .

La Figura 4–9 presenta gráficamente el concepto de ambos tipos de funciones barrera:

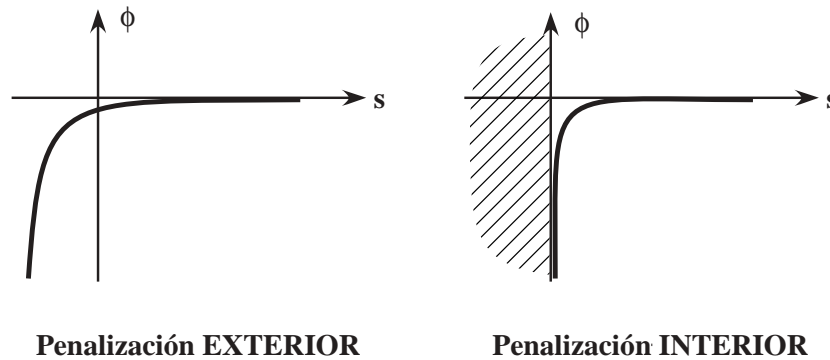


Figura 4–9: Tipos de funciones barrera, según el tipo de penalización que infrinjan a la función objetivo

La Figura 4–9 muestra en primer lugar una función barrera de penalización exterior. Se observa que dicha función es prácticamente nula cuando las variables de holgura s son positivas. Sin embargo, a medida que se acerca a cero comienza a decrecer cada vez más, y tiende a $-\infty$ cuando alguna de las variables de holgura tiende a hacerse cada vez más negativa. Algunos ejemplos de funciones barrera de penalización exterior:

$$\phi(\mathbf{s}) = \begin{cases} 0 & , \forall \mathbf{s} \leq 0 \\ |\mathbf{s}|^{1/p} & , \forall \mathbf{s} > 0 \end{cases} \quad (4.30)$$

$$\phi(\mathbf{s}) = -pe^{-s/p} \quad (4.31)$$

donde p es un parámetro positivo: a medida que p tiende a 0^+ , las funciones barrera ϕ se van haciendo más restrictivas.

En la Figura 4–9 se representa en segundo lugar una función barrera de penalización interior. Se observa que dicha función es prácticamente nula cuando las variables de holgura s son positivas, al igual que lo hacía la de penalización exterior. Sin embargo, a medida que se acerca a cero comienza a decrecer cada vez más, y, a diferencia de la función barrera de penalización exterior, tiende a $-\infty$ cuando alguna de las variables de holgura tiende a cero. El empleo de este tipo de funciones barrera suelen implicar necesariamente que ninguna de las variables de holgura s puede ser negativa. Algunos ejemplos de funciones barrera de penalización interior:

⁴ En el caso del problema de optimización que se aborda en esta tesis, la función objetivo consiste en maximizar el factor de escala λ , por lo que la función barrera se considerará de aquí en adelante que tiende a $-\infty$ cuando las variables de holgura s se aproximan a cero o incluso se hacen negativas.

⁵ En la literatura está muy extendido el empleo del término “funciones barrera” para referirse únicamente a las funciones de penalización interior.

$$\phi(\mathbf{s}) = -\frac{p}{\mathbf{s}} \quad (4.32)$$

$$\phi(\mathbf{s}) = p \cdot \ln(\mathbf{s}) \quad (4.33)$$

donde p es un parámetro positivo: a medida que p tiende a 0^+ , las funciones barrera ϕ se van haciendo más restrictivas.

Para resolver el nuevo problema de optimización formulado en (4.29), se formula el Lagrangiano \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = \lambda + \phi - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} - \boldsymbol{\psi}^T \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{s}) \quad (4.34)$$

y se obtienen las condiciones de optimalidad igualando sus derivadas a cero:

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (4.35)$$

$$\mathcal{L}_\mathbf{x} = -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (4.36)$$

$$\mathcal{L}_\mathbf{s} = \phi_\mathbf{s} - \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (4.37)$$

$$\mathcal{L}_\boldsymbol{\mu} = -\mathbf{g} = 0 \quad (4.38)$$

$$\mathcal{L}_\boldsymbol{\psi} = -\mathbf{h} - \mathbf{s} = 0 \quad (4.39)$$

donde:

$\phi_\mathbf{s}$: Gradiente de la función barrera ϕ respecto del vector de variables de holgura \mathbf{s} .

Para resolver el sistema de ecuaciones no lineales planteado a partir de las condiciones de optimalidad (4.35), (4.36), (4.37), (4.38) y (4.39), se emplea fundamentalmente el método de Newton-Rhapon. Por lo tanto, en la iteración v se formularía el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot (\nabla^2 g_i)^T - \sum_{i=1}^m \psi_i \cdot (\nabla^2 h_i)^T & \cdot & -\mathbf{g}_\lambda^T & -\mathbf{h}_\lambda^T \\ \cdot & -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T & -\mathbf{h}_\mathbf{x}^T \\ \cdot & \cdot & \phi_{\mathbf{ss}} & \cdot & -\mathbf{I}_n \\ -\mathbf{g}_\lambda & -\mathbf{g}_\mathbf{x} & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\mathbf{h}_\lambda & -\mathbf{h}_\mathbf{x} & -\mathbf{I}_n & \cdot & \cdot \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} \Delta \lambda^v \\ \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \mathbf{s}^v \\ \Delta \boldsymbol{\mu}^v \\ \Delta \boldsymbol{\psi}^v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\psi} \\ -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\psi} \\ \phi_\mathbf{s} - \boldsymbol{\psi} \\ -\mathbf{g} \\ -\mathbf{h} - \mathbf{s} \end{bmatrix}^v \quad (4.40)$$

donde:

$\phi_{\mathbf{ss}}$: Matriz Hessiana de la función barrera ϕ respecto del vector de variables de holgura \mathbf{s} .

$\nabla^2 g_i$: Matriz Hessiana de la i -ésima ecuación de estado g_i , respecto tanto del factor de escala λ como de las variables de estado \mathbf{x} . Esto es:

$$\nabla^2 g_i = \begin{bmatrix} g_{i,\lambda\lambda} & \mathbf{g}_{i,\lambda\mathbf{x}} \\ \mathbf{g}_{i,\lambda\mathbf{x}} & \mathbf{g}_{i,\mathbf{xx}} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

donde:

$g_{i,\lambda\lambda}$: Hessiano de la i -ésima ecuación de estado g_i , respecto del factor de escala λ dos veces.

$g_{i,\lambda\mathbf{x}}$: Hessiano de la i -ésima ecuación de estado g_i , primero respecto del factor de escala λ y después respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} .

$g_{i,\mathbf{x}\lambda}$: Hessiano de la i -ésima ecuación de estado g_i , primero respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} y después respecto del factor de escala λ (se cumple que $g_{i,\mathbf{x}\lambda} = g_{i,\lambda\mathbf{x}}^T$).

$g_{i,\mathbf{xx}}$: Hessiano de la i -ésima ecuación de estado g_i , respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} dos veces.

$\nabla^2 h_i$: Matriz Hessiana de la i -ésima restricción de desigualdad h_i , respecto tanto del factor de escala λ como de las variables de estado \mathbf{x} . Esto es:

$$\nabla^2 h_i = \begin{bmatrix} h_{i,\lambda\lambda} & \mathbf{h}_{i,\lambda\mathbf{x}} \\ \mathbf{h}_{i,\mathbf{x}\lambda} & \mathbf{h}_{i,\mathbf{xx}} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

donde:

$h_{i,\lambda\lambda}$: Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad h_i , respecto del factor de escala λ dos veces.

$\mathbf{h}_{i,\lambda\mathbf{x}}$: Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad h_i , primero respecto del factor de escala λ y después respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} .

$\mathbf{h}_{i,\mathbf{x}\lambda}$: Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad h_i , primero respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} y después respecto del factor de escala λ (se cumple que $\mathbf{h}_{i,\mathbf{x}\lambda} = \mathbf{h}_{i,\lambda\mathbf{x}}^T$).

$\mathbf{h}_{i,\mathbf{xx}}$: Hessiano de la i -ésima restricción de desigualdad h_i , respecto del vector de variables de estado \mathbf{x} dos veces.

Obtenido mediante el sistema (4.40) el vector de actualización de variables, es muy común el empleo de factores de aceleración/deceleración aplicados a dicho vector de actualización de variables. Sin embargo, en este caso el objetivo fundamental del empleo de factores de aceleración/deceleración no es otro que evitar que las variables del sistema (4.29) rebasen sus límites. Es el caso de las variables de holgura \mathbf{s} y las variables duales de las restricciones de desigualdad $\boldsymbol{\psi}$, acotadas inferiormente por 0. Existen dos maneras fundamentales de emplear los factores de aceleración/deceleración, atendiendo a si se hace distinción entre las variables primales $(\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{s})$ y las variables duales $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\psi})$:

- *Empleando un factor distinto para variables primales y para las variables duales:*

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{v+1} \\ \lambda^{v+1} \\ \mathbf{s}^{v+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^v \\ \lambda^v \\ \mathbf{s}^v \end{bmatrix} + \alpha_p^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \lambda^v \\ \Delta \mathbf{s}^v \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^{v+1} \\ \boldsymbol{\psi}^{v+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^v \\ \boldsymbol{\psi}^v \end{bmatrix} + \alpha_D^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\mu}^v \\ \Delta \boldsymbol{\psi}^v \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Estos factores α_p y α_D deberán ser tales que los valores actualizados de las variables de holgura \mathbf{s} y las variables duales de las restricciones de desigualdad $\boldsymbol{\psi}$ sean estrictamente positivos, con objeto de evitar problemas de condicionamiento numérico con las funciones barrera:

$$\alpha_p^v = \min_{\Delta s_i^v < 0} \left\{ 1, -0.95 \cdot \frac{s_i^v}{\Delta s_i^v} \right\} \quad (4.44)$$

$$\alpha_D^v = \min_{\Delta \psi_i^v < 0} \left\{ 1, -0.95 \cdot \frac{\psi_i^v}{\Delta \psi_i^v} \right\} \quad (4.45)$$

- Empleando el mismo factor tanto para las variables primales como para las variables duales:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{v+1} \\ \lambda^{v+1} \\ \mathbf{s}^{v+1} \\ \dots \\ \boldsymbol{\mu}^{v+1} \\ \boldsymbol{\Psi}^{v+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^v \\ \lambda^v \\ \mathbf{s}^v \\ \dots \\ \boldsymbol{\mu}^v \\ \boldsymbol{\Psi}^v \end{bmatrix} + \alpha^v \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \lambda^v \\ \Delta \mathbf{s}^v \\ \dots \\ \Delta \boldsymbol{\mu}^v \\ \Delta \boldsymbol{\Psi}^v \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Este factor α deberá ser tal que los valores actualizados de las variables de holgura \mathbf{s} y las variables duales de las restricciones de desigualdad $\boldsymbol{\Psi}$ sean estrictamente positivos, con objeto de evitar problemas de condicionamiento numérico con las funciones barrera. El valor más empleado habitualmente es el mínimo de los valores α_p y α_D definidos en (4.44) y (4.45):

$$\alpha^v = \min \{ \alpha_p^v, \alpha_D^v \} \quad (4.47)$$

El empleo de esta clase de técnicas está justificado cuando se desconoce la naturaleza de la solución del problema de optimización (4.1). Es decir, cuando no se sabe si el óptimo es alcanzado en la frontera formada por los límites técnicos de funcionamiento de los componentes de la red \mathbf{h} o por la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} . O bien, incluso en el caso de que se supiera a priori que el óptimo es alcanzado en la frontera formada por las restricciones de desigualdad \mathbf{h} , se desconoce cual de todas ellas será la que esté activada h_k en el óptimo.

Sin embargo, el empleo de las técnicas de continuación descritas en el apartado 4.3 permiten acercarse al óptimo lo suficiente como para poder establecer cual es la naturaleza del mismo, pudiendo establecer si se alcanza en la frontera formada por los límites técnicos de funcionamiento de los componentes de la red \mathbf{h} (sabiendo además en cual de ellos h_k), o por la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} .

En el caso de que el óptimo se alcance en la bifurcación silla-nodo en las ecuaciones de estado \mathbf{g} , se desconoce el factor de escala exacto para el cual las ecuaciones de estado \mathbf{g} alcanzan su bifurcación silla-nodo. Y aun en el caso de que se conociera, intentar converger las ecuaciones de estado en dicho punto se hace infactible al ser el jacobiano de las mismas \mathbf{g}_x singular. Para alcanzar el óptimo en este caso, se hace necesario volver al problema original de optimización (4.1) formulado para el cálculo de márgenes de seguridad. Sin embargo, al no aparecer ninguna restricción de desigualdad activa en el óptimo, estas se pueden no tener en cuenta, reduciendo el problema (4.1) al siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad : \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (4.48)$$

El problema resultante es un problema de optimización lineal con restricciones no lineales de igualdad. Al no existir restricciones de desigualdad, no es necesario el empleo de funciones barrera. Se plantea, por tanto, el Lagrangiano \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = \lambda - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g} \quad (4.49)$$

Las condiciones de optimalidad del problema de optimización planteado en (4.48) se obtienen a partir del conjunto de derivadas del Lagrangiano \mathcal{L} formulado en (4.49), respecto del factor de escala λ , las variables de estado \mathbf{x} y los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$. Esto es:

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} = 0 \quad (4.50)$$

$$\mathcal{L}_\mathbf{x} = -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (4.51)$$

$$\mathcal{L}_\boldsymbol{\mu} = -\mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (4.52)$$

Se observa por tanto que las condiciones de optimalidad del problema (4.48) representan las condiciones expuestas en el subapartado 3.2.2.2 de esta tesis. Además, son las condiciones que deben cumplir las bifurcaciones silla-nodo. Por un lado, debe existir un vector $\boldsymbol{\mu}$ obligado a ser un vector no nulo⁶ (4.50). Dicho vector no nulo $\boldsymbol{\mu}$, multiplicado por la matriz jacobiana $\mathbf{g}_\mathbf{x}$, da cero como resultado (4.51), lo que indica que dicha matriz jacobiana $\mathbf{g}_\mathbf{x}$ es singular, y que el vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ es autovector izquierdo de $\mathbf{g}_\mathbf{x}$, correspondiente con su autovalor singular. Por otro lado, se han de satisfacer las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} (4.52).

Las condiciones de optimalidad pues, conforman un nuevo sistema de $2n+1$ ecuaciones no lineales con $2n+1$ incógnitas. Este nuevo sistema de ecuaciones puede resolverse mediante el método de Newton-Rhapson. Aplicado éste en las condiciones de optimalidad (4.50), (4.51) y (4.52), en la iteración v se formularía el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} -\sum_i [\mu_i \cdot (\nabla^2 g_i)^T] & -\mathbf{g}_\lambda^T \\ \hline -\mathbf{g}_\lambda & -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \\ \hline -\mathbf{g}_\lambda & -\mathbf{g}_\mathbf{x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda^v \\ \Delta \mathbf{x}^v \\ \Delta \boldsymbol{\mu}^v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} \\ -\mathbf{g}_\mathbf{x}^T \cdot \boldsymbol{\mu} \\ -\mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Para la mejora de la convergencia del algoritmo, se emplean técnicas de acortamiento de paso similares a las empleadas en la convergencia de la etapa correctora de las técnicas de continuación, descritas en el subapartado 4.3.3 de esta tesis.

El punto inicial para comenzar a iterar será, como ya se ha comentado anteriormente, la aproximación del óptimo proporcionada por las técnicas de continuación. Sin embargo, también es necesario un valor inicial del vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$. De la magnitud de estos valores iniciales de los multiplicadores de Lagrange depende parte del éxito o el fracaso en la convergencia de las condiciones de optimalidad mediante el algoritmo de Newton-Rhapson. De hecho, analizando el sistema de ecuaciones (4.53) se observa que la elección de un vector de multiplicadores de Lagrange inicial nulo deriva en un sistema de ecuaciones incompatible, ya que la matriz Hessiana del Lagrangiano se hace singular.

⁶ Se da por hecho en esta afirmación que el vector \mathbf{g}_λ , derivada de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} respecto del factor de escala λ , es un vector no nulo.

Se hace por tanto patente la necesidad de escoger un vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ inicial adecuado. En el siguiente subapartado se presenta un método novedoso desarrollado en esta tesis que proporciona una estimación óptima del vector de multiplicadores de Lagrange, partiendo de la aproximación del óptimo proporcionada por las técnicas de continuación. Dicho método está basado en mínimos cuadrados.

4.4.2.2 Estimación de multiplicadores de Lagrange

En el subapartado anterior se ha revisado y detallado la metodología basada en la convergencia de las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker para la resolución final del problema de optimización empleado en el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica para obtener la solución del problema de optimización (4.1) formulado para el cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Las técnicas de optimización no lineal proporcionan sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de las variables de control del sistema, muy útiles en el análisis paramétrico post-optimización. Sin embargo, plantea dificultades en su convergencia partiendo de puntos alejados del óptimo, y una gran cantidad de recursos de tiempo y memoria en cada iteración. Se plantea pues el uso de la solución aproximada que se obtiene con el flujo de cargas de continuación como punto inicial en la convergencia del algoritmo de cálculo de márgenes de funcionamiento por optimización.

El problema se plantea a la hora de escoger un valor inicial adecuado para el vector de multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$, ya que una elección errónea puede derivar en la no convergencia del algoritmo, pese a poder estar cerca de la solución óptima en lo que a las variables de estado \mathbf{x} y factor de escala λ se refiere.

Teóricamente, el cálculo de $\boldsymbol{\mu}$ se reduciría a resolver un sistema de ecuaciones lineales, formado por las condiciones de optimalidad en las que intervienen:

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (4.54)$$

$$\mathcal{L}_x = -\mathbf{g}_x^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_x^T \cdot \boldsymbol{\psi} = \mathbf{0} \quad (4.55)$$

Asumiendo que el óptimo se encuentra en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} , entonces los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones \mathbf{h} de desigualdad $\boldsymbol{\psi}$ son nulos. Por tanto, las condiciones se pueden describir de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_\lambda = 1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \boldsymbol{\mu} = 0 \quad (4.56)$$

$$\mathcal{L}_x = -\mathbf{g}_x^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \quad (4.57)$$

que coinciden con las desarrolladas en (4.50) y (4.51). Agrupándolas, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \end{bmatrix}^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

El sistema planteado en (4.58) constituye un sistema de $n+1$ ecuaciones lineales con n incógnitas. Bajo hipótesis de que \mathbf{g}_x es singular, este sistema sería compatible determinado, al ser una de las ecuaciones combinación lineal de las demás, dejando tan sólo n ecuaciones linealmente independientes. Sin embargo, esto no es así, ya que la solución de (4.1) obtenida mediante las técnicas de continuación no es el óptimo, sino una aproximación. Por tanto, \mathbf{g}_x no es una matriz singular. En consecuencia, el sistema (4.58) constituye un sistema de ecuaciones

incompatible. Es necesario por tanto obtener una estimación $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ del vector de multiplicadores de Lagrange que sirva de punto de partida para el algoritmo de optimización para el caso de que el margen de funcionamiento se alcance en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema \mathbf{g} .

Seydel desarrolla en [Seydel, 1988b] un método para estimar el autovector singular (derecho o izquierdo) de una matriz cercana a la singularidad. El método consiste en transformar un sistema de ecuaciones trivial en uno compatible determinado sustituyendo una de las ecuaciones por otra. Esto es, sea \mathbf{A} una matriz cercana a la singularidad, el sistema que definiría su autovector derecho \mathbf{v} sería:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (4.59)$$

El sistema (4.59), equivalente al sistema (4.57), sólo admite la solución trivial $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ si \mathbf{A} no es una matriz singular. Para convertirlo en un sistema compatible determinado, se elimina una de las ecuaciones de (4.59), y se sustituye por otra ecuación. Esta ecuación adicional fija el valor de la componente k -ésima de \mathbf{v} en la unidad $v_k = 1$. Esto es equivalente a resolver el siguiente sistema:

$$\mathbf{A}_{lk} \cdot \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{e}_l \quad (4.60)$$

donde \mathbf{e}_l es un vector compuesto por ceros, excepto el elemento l -ésimo, igual a la unidad. La matriz \mathbf{A}_{lk} es igual a la matriz \mathbf{A} , excepto la fila l -ésima, sustituida por el vector \mathbf{e}_k , esto es, un vector compuesto por ceros, excepto el elemento k -ésimo, igual a la unidad. La solución $\hat{\mathbf{v}}$ del sistema (4.60) constituye por tanto una estimación del autovector derecho \mathbf{v} de \mathbf{A} , supuesta esta singular.

El método expuesto, aplicado al sistema (4.58), sería equivalente a eliminar directamente una de las filas de la ecuación (4.57). Este método tiene la ventaja de que es fácil, cómodo e intuitivo. Sin embargo, la desventaja que tiene es que, si bien $n-1$ *mismatches* son anulados, el *mismatch* restante correspondiente a la fila eliminada acumula todo el error de la suposición de singularidad de la matriz jacobiana \mathbf{g}_x . Como consecuencia, pueden aparecer problemas de convergencia en el algoritmo de optimización.

Con el objeto de repartir este error de forma más equilibrada, se presenta a continuación el método desarrollado en esta tesis para la estimación de los multiplicadores de Lagrange, basado en mínimos cuadrados [Echavarren, *et al.*, 2003]: para todo vector $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ estimación de los multiplicadores de Lagrange, se cometerá un error distinto de cero en la evaluación de la condición de optimalidad (4.57).

Sea:

$\boldsymbol{\zeta}$: Vector de error cometido en la hipótesis de singularidad de \mathbf{g}_x

entonces se cumplirá:

$$-\mathbf{g}_x^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} + \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{0} \quad (4.61)$$

Por otro lado, $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ deberá satisfacer la condición de optimalidad (4.56) que no sólo garantiza que no sea un vector nulo, sino que además lo convierte en las sensibilidades que el algoritmo de optimización proporciona:

$$1 - \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} = 0 \quad (4.62)$$

De este modo, la estimación del vector de multiplicadores de Lagrange $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ se obtendrá de minimizar el error cometido $\boldsymbol{\zeta}$, sujeto a que se deben cumplir las restricciones (4.61) y (4.62). Para minimizar dicho error, se propone la minimización de la semisuma de los cuadrados de dichos errores, formulando el siguiente problema de optimización cuadrática, con restricciones lineales de igualdad:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \cdot \boldsymbol{\zeta} \\ \text{s.a} \quad & -\mathbf{g}_x^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} + \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{0} \quad : \boldsymbol{\pi} \\ & -\mathbf{g}_\lambda^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} + 1 = 0 \quad : \rho \end{aligned} \quad (4.63)$$

Se plantea, por tanto, el Lagrangiano del problema de programación cuadrática \mathcal{L}^{QP} :

$$\mathcal{L}^{\text{QP}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \cdot \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\pi}^T \cdot [-\mathbf{g}_x^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} + \boldsymbol{\zeta}] - \rho \cdot [-\mathbf{g}_\lambda^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} + 1] \quad (4.64)$$

y se deriva éste para obtener las condiciones de optimalidad:

$$\mathcal{L}_\zeta^{\text{QP}} = \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\pi} = \mathbf{0} \quad (4.65)$$

$$\mathcal{L}_\mu^{\text{QP}} = \mathbf{g}_x \cdot \boldsymbol{\pi} + \mathbf{g}_\lambda \cdot \rho = \mathbf{0} \quad (4.66)$$

$$\mathcal{L}_\pi^{\text{QP}} = \mathbf{g}_x^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} - \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{0} \quad (4.67)$$

$$\mathcal{L}_\rho^{\text{QP}} = \mathbf{g}_\lambda^T \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}} - 1 = 0 \quad (4.68)$$

Sustituyendo (4.65) en (4.66), se elimina el vector $\boldsymbol{\pi}$. De este modo, reordenando ecuaciones se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales⁷:

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & -\mathbf{g}_\lambda^T \\ \cdot & \mathbf{I}_n & -\mathbf{g}_x^T \\ -\mathbf{g}_\lambda & -\mathbf{g}_x & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \boldsymbol{\zeta} \\ \hat{\boldsymbol{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

Una vez resuelto, la solución de $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ que proporciona no sólo satisface (4.62), sino que además minimiza la distancia $\boldsymbol{\zeta}$ que separa a \mathbf{g}_x de la singularidad. Así pues, en la etapa de optimización, desarrollada en el subapartado anterior, tomará la aproximación del óptimo obtenida mediante técnicas de continuación en la fase de aproximación y la estimación de los multiplicadores $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ obtenida mediante mínimos cuadrados, como punto inicial desde el que empezar a iterar hasta satisfacer las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker.

4.5 Conclusiones

La revisión bibliográfica realizada en el capítulo 3 de esta tesis pone de manifiesto la no existencia de una formulación matemática unificada para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia de esto, no existe tampoco una metodología unificada para su cálculo ni para su mejora.

⁷ La matriz \mathbf{I}_n es una matriz identidad de dimensión n .

En este capítulo se han revisado los diferentes métodos existentes en la literatura para abordar esta clase de problemas, basados fundamentalmente en técnicas de continuación y técnicas de optimización. Las técnicas de continuación se han presentado como técnicas muy robustas, mientras que las técnicas de optimización se han presentado como técnicas más precisas y útiles a la hora de realizar análisis paramétrico post-optimización. Ante la idea de poder combinar la robustez que proporcionan las técnicas de continuación con la precisión y las sensibilidades obtenidas mediante las técnicas de optimización, se ha desarrollado en este capítulo una novedosa metodología completa que combina ambas familias de técnicas cuando el óptimo se encuentra en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema. Se ha incluido además un método basado en mínimos cuadrados para estimar multiplicadores de Lagrange, y que sirve de puente entre las técnicas de continuación y la etapa de optimización.

Una vez calculado el margen de funcionamiento que corresponda al caso, si éste posee un valor considerado no seguro, el siguiente paso consistiría en mejorarlo hasta conseguir un valor mínimo que garantice la seguridad del sistema. Para ello, es necesario el empleo de acciones de control, tales como movimientos de los elementos de control de tensiones, redespachos de generación y, si fuere necesario, deslastre de cargas de emergencia. El siguiente capítulo describe la metodología genérica desarrollada en esta tesis para la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica.

4.6 Bibliografía

[Ablow, *et al.*, 1955]

C. M. Ablow and G. Brigham, "An Analog Solution of Programming Problems", *Operations Research*, vol. 3, nº 4, pp. 388-394, 1955.

[Allgower, *et al.*, 1990]

E. L. Allgower and K. Georg, *Numerical Continuation Methods - An Introduction*, Springer-Verlag.

[Bazaraa, *et al.*, 1993]

M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1993.

[Chan, 1983]

T. F. Chan, "Techniques for Large Sparse Systems arising from Continuation Methods", presented at *Conference on Numerical Methods for Bifurcation Problems*, Dortmund, Germany, 1983.

[Clements, *et al.*, 1982]

K. A. Clements, B. P. Lam, D. J. Lawrence, T. A. Mikolinnas, N. D. Reppen, R. J. Reppen, R. J. Ringlee, and R. F. Wollenberg, "Transmission System Reliability Methods. Volume 1: Mathematical Models, Computing Methods, and Results", EPRI EL-2526, Volume 1, Final Report, Research Project 1530-1, Jul 1982.

[Courant, 1943]

R. Courant, "Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations", *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 49, nº 1, pp. 1-23.

[Deist, *et al.*, 1967]

F. H. Deist and L. Sefor, "Solution of Systems of Non-Linear Equations by Parameter Variation", *The Computer Journal*, vol. 10, n° 1, pp. 78-82, 1969.

[den Heijer, *et al.*, 1981]

C. den Heijer and W. C. Rheinboldt, "On Steplength Algorithms for a Class of Continuation methods", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 18, n° 5, pp. 925-948, 1981.

[Deuflhard, *et al.*, 1987]

P. Deuflhard, B. Fiedler, and P. Kunkel, "Efficient Numerical Path Following Beyond Critical Points", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 24, n° 4, pp. 912-927, 1987.

[Echavarren, *et al.*, 2003]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, G. López, F. Cacho, and M. Pézic, "A Least-Squares Approach to Estimate Lagrange Multipliers in a Combined Method to Voltages Collapse Detection", presented at *8º Congreso Luso-Hispano de Ingeniería Eléctrica*, Villamoura (Algarve), Portugal, Jul 2003.

[Fiacco, *et al.*, 1968]

A. V. Fiacco and G. P. McCormick, *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*, John Wiley & Sons, 1968.

[Haselgrove, 1961]

C. B. Haselgrove, "The Solution of Non-Linear Equations and of Differential Equations with Two-Point Boundary Conditions", *The Computer Journal*, vol. 4, n° 3, pp. 255-259, 1961.

[Klopfenstein, 1961]

R. W. Klopfenstein, "Zeros of Nonlinear Functions", *Journal of the Association for Computing Machinery (JACM)*, vol. 8, n° 3, pp. 366-373, Jul 1961.

[Luenberger, 1984]

D. G. Luenberger, *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley Publishing Company, 1984.

[Minoux, 1983]

M. Minoux, *Mathematical Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1983.

[Rheinboldt, 1980]

W. C. Rheinboldt, "Solution Fields of Nonlinear Equations and Continuation Methods", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 17, n° 2, pp. 221-237, 1980.

[Rheinboldt, *et al.*, 1983]

W. C. Rheinboldt and J. V. Burkardt, "A Locally Parameterized Continuation Process", *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 9, n° 2, pp. 215-235, Jun 1983.

[Schwetlick, *et al.*, 1987]

H. Schwetlick and J. Cleve, "Higher Order Predictors and Adaptive Stepsize Control in Path Following Algorithms", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 24, n° 6, pp. 1382-1393, 1987.

[Seydel, 1983]

R. Seydel, "A Continuation Algorithm with Step Control", presented at *Conference on Numerical Methods for Bifurcation Problems*, Dortmund, Germany, 1983.

[Seydel, 1988a]

R. Seydel, "4 - Principles of Continuation" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Seydel, 1988b]

R. Seydel, "5 - Calculating of the Branching Behavior on Nonlinear Equations" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Wright, 1997]

S. J. Wright, *Primal-Dual Interior-Point Methods*, SIAM, 1997.

Capítulo **5**

Mejora de los márgenes de funcionamiento

5.1 Introducción

La revisión bibliográfica realizada en el capítulo 2 de esta tesis pone de manifiesto la no existencia de una formulación matemática unificada para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia de esto, no existe tampoco una metodología unificada para su cálculo ni para su mejora. En el capítulo anterior, se ha presentado la metodología genérica desarrollada en la presente tesis doctoral para resolver el problema del cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, definido en el capítulo 3.

Este capítulo aborda la formulación del algoritmo diseñado en esta tesis para la mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica es también un algoritmo genérico en su estructura, esto es, independiente de cual sea el margen que se desea mejorar. El algoritmo está basado en programación lineal secuencial [Bazaraa, *et al.*, 1993]. Esto es, la mejora del margen de funcionamiento se consigue mediante pequeñas mejoras progresivas, cada una de ellas obtenida mediante la resolución de un problema de programación lineal.

La elección de la programación lineal secuencial frente a otras alternativas, tales como algoritmos heurísticos, se justifica por su versatilidad. Esto es, las técnicas heurísticas se han presentado siempre como técnicas muy eficientes en la resolución de problemas planteados para la mejora de determinadas variables del sistema a partir de un conjunto de elementos de control [Gómez Expósito, *et al.*, 1993; Martínez Ramos, 1994; Martínez Ramos, *et al.*, 1995]. Sin embargo, las técnicas heurísticas presentan el inconveniente de ser complicadas de ajustar cuando se presentan determinadas restricciones que acoplan entre sí los movimientos de determinados elementos de control. La programación lineal, sin embargo, indexa estos acoplamientos entre variables del sistema mediante restricciones adicionales. Esto permite un ajuste mucho más cómodo de los parámetros de resolución del problema de optimización.

El empleo de programación lineal implica necesariamente la linealización del margen de funcionamiento correspondiente. Es necesario por tanto obtener sensibilidades de primer orden del margen de funcionamiento correspondiente con respecto de las acciones de control que se empleen en cada caso. Como se verá a lo largo de este capítulo, dichas sensibilidades están íntimamente ligadas con los multiplicadores de Lagrange del problema de optimización que define el margen de funcionamiento.

El capítulo se encuentra estructurado en las siguientes secciones. La sección 5.2 describe el procedimiento para obtener las sensibilidades de primer orden del margen de funcionamiento correspondiente con respecto de las acciones de control del sistema. En la sección 5.3 se describe de forma exhaustiva el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento mediante acciones de control. A continuación, en la sección 5.4 se desarrollan las particularidades del algoritmo genérico en función tanto del margen que se quiere mejorar como de las acciones de control empleadas en cada caso. Finalmente, la sección 5.5 presenta las conclusiones de este capítulo.

5.2 Análisis de sensibilidades

El algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica presentado en esta tesis está basado en programación lineal secuencial. Esto es, el algoritmo consiste en un proceso iterativo en el que se resuelve un problema de programación lineal en cada una de las iteraciones. La formulación de dicho problema de programación lineal requiere del empleo de sensibilidades de primer orden del margen de funcionamiento correspondiente

con respecto de las acciones de control empleadas para su mejora. En este apartado se detalla de dónde obtener las sensibilidades del margen de funcionamiento considerado λ con respecto del conjunto de acciones de control \mathbf{u} .

Se parte de la aparición de una perturbación $\Delta\mathbf{u}$ en el vector de acciones de control \mathbf{u} del sistema. Como consecuencia de esta perturbación, tanto el margen de funcionamiento considerado λ como el vector de variables de estado \mathbf{x} sufrirán sendas variaciones marcadas por las ecuaciones de estado \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda + \Delta\lambda; \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5.1)$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones (5.1) en serie de Taylor desde el punto inicial de funcionamiento:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda + \Delta\lambda; \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) = \mathbf{0} = \cancel{\mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{u})}^0 + \mathbf{g}_\lambda \cdot \Delta\lambda + \mathbf{g}_x \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{g}_u \cdot \Delta\mathbf{u} + \mathcal{O}(2) \quad (5.2)$$

donde:

$\mathcal{O}(2)$: Infinitésimo de segundo orden.

Despreciando el infinitésimo de segundo orden $\mathcal{O}(2)$, se obtiene un sistema lineal de n ecuaciones que relaciona de manera lineal la perturbación sufrida por el margen de funcionamiento considerado λ y el vector de variables de estado \mathbf{x} con la perturbación que sufre el vector de acciones de control \mathbf{u} :

$$\mathbf{g}_\lambda \cdot \Delta\lambda + \mathbf{g}_x \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{g}_u \cdot \Delta\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (5.3)$$

Por otro lado, se considera que el conjunto de perturbaciones sufrida por el sistema no altera cualitativamente la solución del problema de cálculo de margen de funcionamiento (aunque sí cuantitativamente). Esto es:

- Si el margen de funcionamiento se alcanzó en uno de los límites técnicos de funcionamiento h_k , el nuevo margen de funcionamiento no sólo seguirá obteniéndose al alcanzar la frontera \mathbf{h} formada por los límites técnicos de funcionamiento del sistema, sino que la restricción activa h_k no varía.
- Por otro lado, si el margen de funcionamiento se obtuvo al alcanzar la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} , el nuevo margen de funcionamiento seguirá obteniéndose al alcanzar la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} .

Entre cada uno de los dos casos anteriores, la formulación de las sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de las acciones de control varía ligeramente. En los próximos apartados se describen estas diferencias. En el apartado 5.2.1 se obtienen las sensibilidades del margen de funcionamiento con respecto de las acciones de control en el caso de que dicho margen se haya alcanzado en la frontera definida por los límites técnicos de funcionamiento del sistema, mientras que en el apartado 5.2.2 se obtienen dichas sensibilidades en el caso de que dicho margen se haya alcanzado en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.

5.2.1 Frontera en los límites técnicos de funcionamiento del sistema

Como se especificó anteriormente, se considera que el conjunto de perturbaciones sufrida por el sistema no altera la solución del problema de cálculo de margen de funcionamiento. Esto es, el nuevo margen de funcionamiento no sólo seguirá obteniéndose al alcanzar la frontera \mathbf{h}

formada por los límites técnicos de funcionamiento del sistema, sino que la restricción activa h_k no varía. Expresado matemáticamente:

$$h_k(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda + \Delta\lambda; \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) = 0 \quad (5.4)$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones (5.4) en serie de Taylor desde el punto inicial de funcionamiento:

$$h_k(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda + \Delta\lambda; \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) = 0 = h_k(\mathbf{x}, \lambda; \mathbf{u}) + h_{k\lambda} \cdot \Delta\lambda + \mathbf{h}_{kx} \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{h}_{ku} \cdot \Delta\mathbf{u} + \mathcal{O}(2) \quad (5.5)$$

Despreciando el infinitésimo de segundo orden $\mathcal{O}(2)$, se obtiene una nueva ecuación adicional que relaciona de manera lineal la perturbación sufrida por el margen de funcionamiento considerado λ y el vector de variables de estado \mathbf{x} con la que sufre el vector de acciones de control \mathbf{u} :

$$h_{k\lambda} \cdot \Delta\lambda + \mathbf{h}_{kx} \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{h}_{ku} \cdot \Delta\mathbf{u} = 0 \quad (5.6)$$

Por lo tanto, mediante (5.3) y (5.6) se conforma un sistema de $n+1$ ecuaciones que relaciona de manera lineal la perturbación sufrida por el margen de funcionamiento considerado λ y el vector de variables de estado \mathbf{x} con la que sufre el vector de acciones de control \mathbf{u} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_u \\ \mathbf{h}_{ku} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Multiplicando la ecuación (5.7) por la izquierda por los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$ y ψ_k :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\lambda \\ \Delta\mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{g}_u \\ \mathbf{h}_{ku} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Si, como se demostró en el apartado 3.2.2.1 de la presente tesis doctoral, se tiene en cuenta que:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}^T & \psi_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{g}_\lambda & \mathbf{g}_x \\ h_{k\lambda} & \mathbf{h}_{kx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

se obtiene:

$$\Delta\lambda + (\boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g}_u + \psi_k \cdot \mathbf{h}_{ku}) \cdot \Delta\mathbf{u} = 0 \quad (5.10)$$

Despejando $\Delta\lambda$ de (5.10) y asumiendo que:

$$\Delta\lambda \approx \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \cdot \Delta\mathbf{u} = \sum_i \frac{\partial \lambda}{\partial u_i} \cdot \Delta u_i \quad (5.11)$$

se obtienen las sensibilidades \mathcal{S}_u del margen de funcionamiento λ con respecto de las acciones de control \mathbf{u} :

$$\mathcal{S}_u = \frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}} = -\mathbf{g}_u^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mathbf{h}_{ku}^T \cdot \psi_k \quad (5.12)$$

o bien, la sensibilidad \mathcal{S}_{ui} del margen de funcionamiento λ con respecto de la acción de control u_i :

$$\mathcal{S}_{ui} = \frac{\partial \lambda}{\partial u_i} = -\sum_j \mu_j \cdot \frac{\partial g_j}{\partial u_i} - \psi_k \cdot \frac{\partial h_k}{\partial u_i} \quad (5.13)$$

5.2.2 Frontera en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema

Como se especificó anteriormente, se considera que el conjunto de perturbaciones sufrida por el sistema no altera de forma cualitativa la solución del problema de cálculo de margen de funcionamiento. Esto es, el nuevo margen de funcionamiento seguirá obteniéndose al alcanzar la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} . Multiplicando por tanto la ecuación (5.3) por la izquierda por los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}$:

$$\boldsymbol{\mu}^T \cdot [\mathbf{g}_\lambda \quad \mathbf{g}_x] \cdot \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mathbf{x} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g}_u \cdot \Delta \mathbf{u} = \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{0} \quad (5.14)$$

Si, como se demostró en el apartado 3.2.2.2 de la presente tesis doctoral, se tiene en cuenta que:

$$\boldsymbol{\mu}^T \cdot [\mathbf{g}_\lambda \quad \mathbf{g}_x] = [1 \quad \mathbf{0}^T] \quad (5.15)$$

se obtiene:

$$\Delta \lambda + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g}_u \cdot \Delta \mathbf{u} = 0 \quad (5.16)$$

Despejando $\Delta \lambda$ de (5.16) y asumiendo que:

$$\Delta \lambda \approx \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \cdot \Delta \mathbf{u} = \sum_i \frac{\partial \lambda}{\partial u_i} \cdot \Delta u_i \quad (5.17)$$

se obtienen las sensibilidades \mathcal{S}_u del margen de funcionamiento λ con respecto de las acciones de control \mathbf{u} :

$$\mathcal{S}_u = \frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}} = -\mathbf{g}_u^T \cdot \boldsymbol{\mu} \quad (5.18)$$

o bien, la sensibilidad \mathcal{S}_{ui} del margen de funcionamiento λ con respecto de la acción de control u_i :

$$\mathcal{S}_{ui} = \frac{\partial \lambda}{\partial u_i} = -\sum_j \mu_j \cdot \frac{\partial g_j}{\partial u_i} \quad (5.19)$$

5.3 Esquema general de los algoritmos de mejora

En la sección anterior se han obtenido las sensibilidades del margen de funcionamiento λ con respecto de las acciones de control \mathbf{u} del sistema. Dichas sensibilidades se han obtenido para los dos casos posibles que se pueden dar en el cálculo del margen de funcionamiento, esto es, cuando la frontera se alcanza en los límites técnicos de funcionamiento del sistema y cuando la frontera se alcanza en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.

Empleando estas sensibilidades, se puede formular la mejora del margen de funcionamiento como un problema de programación lineal. De forma genérica, el problema de programación lineal formulado para la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica tendrá la siguiente estructura:

Minimizar Acciones de control

Sujeto a: Mejora obligada del margen de funcionamiento

Límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados

Control de la perturbación del sistema (pérdida de linealidad)

Otras restricciones específicas del funcionamiento de los elementos de control

Sin embargo, el empleo de aproximaciones lineales de los márgenes de funcionamiento en función de las acciones de control implica necesariamente una pérdida de precisión que se hace mayor a medida que el nuevo punto de funcionamiento se aleja del punto inicial desde el que se realiza la linealización. Por este motivo, se ha diseñado el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento con una estructura basada en programación lineal secuencial.

En los próximos apartados de esta sección se desarrolla el algoritmo genérico de mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica mediante acciones de control. Los dos primeros apartados describen el problema de programación lineal formulado para la mejora de márgenes de funcionamiento, esto es, su función objetivo (apartado 5.3.1) y sus restricciones (apartado 5.3.2). Posteriormente, en el apartado 5.3.3 se detalla la estructura iterativa del algoritmo de programación lineal secuencial desarrollado en esta tesis para la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica mediante el empleo de diversas acciones de control.

5.3.1 Función objetivo: Minimizar acciones de control

Como ya se ha comentado anteriormente, el objetivo del algoritmo desarrollado en esta tesis y detallado en este capítulo, tiene como objeto fundamental la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica mediante el empleo de acciones de control. Sin embargo, a la hora de expresar la función objetivo del problema de programación lineal que cumpla con ese objeto, el margen de funcionamiento correspondiente no interviene. El motivo es que la mejora del margen de funcionamiento no se puede (o no se debe) realizar a cualquier precio. De forma implícita, existe un segundo objetivo que consiste en que la mejora del margen de funcionamiento se realice con la menor cantidad de movimientos posibles en las acciones de control. En otras palabras, se busca minimizar la acción de control.

En el caso de las acciones de control de tensiones, este segundo objetivo se justifica de forma técnica en la búsqueda de maniobrar lo menos posible los elementos de control de tensiones del sistema, esto es, tensiones de consigna de generadores, tomas de transformadores con regulación en carga, reactancias y condensadores. Por otra parte, existe un problema añadido en el hecho de incluir dentro de la misma función objetivo elementos cuantitativamente diferentes, especialmente en el caso de las reactancias y baterías de condensadores frente a tomas de transformadores y tensiones de consigna de grupos. Como se detallará más adelante, en la presente tesis se ha optado por una definición de los costes en la función objetivo que escala los movimientos de los elementos de control de tensiones de tal forma que se mitigue lo más posible esta diferencia cuantitativa entre los movimientos de los diferentes elementos de control de tensiones considerados.

Sin embargo, es en el redespacho de la generación y, sobretodo, en el deslastre de carga donde el objetivo implícito de mover el mínimo número posible de elementos de control es

especialmente crítico. En el caso del redespacho de generación es debido a que el aumento de generación en los grupos trae asociado un sobre coste para el Operador del Mercado. Por otra parte, si bien los generadores que disminuyen producción no son compensados en concepto de lucro cesante, el Operador del Mercado determina los ajustes necesarios para alcanzar el equilibrio producción–demanda en función del orden de precedencia económica de las ofertas de los generadores. De este modo, se debe tener en cuenta también la bajada de producción en aquellos generadores inicialmente casados más caros, reproduciendo el ajuste que posteriormente efectúa el Operador del Mercado [BOE 197/98, 1998; BOE 285/97, 1997; OMEL, 1999]. En el caso del deslastre de carga, la decisión es aún más crítica, ya que el abastecimiento de la demanda de energía constituye el objetivo final de la operación de los sistemas de energía eléctrica. A la hora de deslastar carga del sistema, es casi tan importante dónde se deslasta como cuánto se deslasta. Por lo general, existen en los sistemas eléctricos determinados clientes que firman en sus contratos de abastecimiento una cláusula denominada “cláusula de interrumpibilidad”. A grandes rasgos, esta cláusula de interrumpibilidad estipula que, en caso de ser estrictamente necesario deslastar carga del sistema, el Operador del Sistema tiene autoridad para aplicar dicho deslastre de forma preferencial a aquellos clientes que la hubiesen firmado [Stoft, 2002]. Estos clientes por tanto deberán ser considerados con mayor peso en la función objetivo con respecto del resto de cargas del sistema. El tratamiento final que se le ha dado a cada elemento de control en la función objetivo en la presente tesis doctoral se detallará más adelante en el apartado 5.4.2.

Definiendo por tanto \mathbf{c}_u como el vector de costes asociado al movimiento de los elementos de control del sistema, entonces la función objetivo se definirá de la siguiente forma:

$$\mathbf{c}_u^T \cdot |\Delta \mathbf{u}| \quad (5.20)$$

Como se puede apreciar en la ecuación (5.20), la función objetivo no es una función lineal, ya que incluye el valor absoluto del vector de incremento de las acciones de control $\Delta \mathbf{u}$. Sin embargo, es posible convertir la función objetivo definida en (5.20) en una función lineal. Para ello, se separa el vector de incremento de las acciones de control $\Delta \mathbf{u}$ en movimientos de subida $\Delta \mathbf{u}_s$ y de bajada $\Delta \mathbf{u}_b$, de modo que:

$$\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}_s - \Delta \mathbf{u}_b \quad (5.21)$$

donde:

$$\Delta \mathbf{u}_s, \Delta \mathbf{u}_b \geq 0 \quad (5.22)$$

Por lo tanto, el valor absoluto del vector de incremento de las acciones de control $\Delta \mathbf{u}$ será sustituido por la suma de los movimientos de subida $\Delta \mathbf{u}_s$ y los de bajada $\Delta \mathbf{u}_b$ de las acciones de control. Esto es:

$$\mathbf{c}_u^T \cdot |\Delta \mathbf{u}| = \mathbf{c}_u^T \cdot (\Delta \mathbf{u}_s + \Delta \mathbf{u}_b) \quad (5.23)$$

De esta forma, la función definida en (5.23) constituye una función lineal equivalente a la función objetivo definida en (5.20).

5.3.2 Restricciones

Una vez definida en el apartado anterior la función objetivo del problema, esto es, minimizar el coste de las acciones de control, se definen a continuación las restricciones a las que está sujeto el problema de optimización. Las restricciones fundamentales que se consideran son la mejora

obligada del margen de funcionamiento (subapartado 5.3.2.1), los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados (subapartado 5.3.2.2), el control de la perturbación del sistema para evitar una excesiva pérdida de linealidad (subapartado 5.3.2.3), y finalmente otras restricciones específicas del funcionamiento de los elementos de control. Estas últimas se desarrollarán en detalle posteriormente, en el subapartado 5.4.3.4.

5.3.2.1 Mejora obligada del margen de funcionamiento

Con objeto de ampliar el margen de funcionamiento λ mediante el empleo de las acciones de control del sistema \mathbf{u} , se introduce una restricción que lo acota inferiormente con un valor de seguridad λ_{sec} :

$$\lambda_0 + \Delta\lambda \geq \lambda_{\text{sec}} \quad (5.24)$$

donde λ_0 representa el margen de funcionamiento inicial del que se parte. La variación del margen de funcionamiento $\Delta\lambda$ se expresa como función lineal del vector de incremento de las acciones de control $\Delta\mathbf{u}$ mediante las sensibilidades $\mathcal{S}_{\mathbf{u}}$ obtenidas en (5.18):

$$\Delta\lambda \approx \mathcal{S}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta\mathbf{u} \quad (5.25)$$

Introduciendo (5.21) y (5.25) en (5.24) se obtiene:

$$\mathcal{S}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta\mathbf{us} - \mathcal{S}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta\mathbf{ub} \geq \lambda_{\text{sec}} - \lambda_0 \quad (5.26)$$

Por otro lado, con el objeto de evitar infactibilidades en esta restricción, se introduce una variable residual positiva H en la restricción (5.26):

$$\mathcal{S}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta\mathbf{us} - \mathcal{S}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta\mathbf{ub} + H \geq \lambda_{\text{sec}} - \lambda_0 \quad (5.27)$$

La variable residual H tiene como único cometido evitar infactibilidades y, en consecuencia, debe ser una variable positiva:

$$H \geq 0 \quad (5.28)$$

Por lo tanto, la variable residual H sólo debe activarse en el caso en que las acciones de control que se manejan se encuentren agotadas o bien en el caso en que las restricciones de control de la perturbación del sistema se hayan activado antes de que el margen de funcionamiento considerado alcanzara el valor de seguridad λ_{sec} estipulado. Sin embargo, el objetivo principal es lograr aumentar el margen de funcionamiento correspondiente, por lo que H sólo debe activarse si es estrictamente necesario. En consecuencia, es necesario penalizarla en la función objetivo mediante un coste c_H . Este coste c_H debe ser por tanto mucho mayor que cero. Así pues, la nueva función objetivo se formulará añadiendo la variable residual H con su coste c_H a la función objetivo descrita en (5.23). Esto es:

$$\min \left\{ \mathbf{c}_{\mathbf{u}}^T \cdot (\Delta\mathbf{us} + \Delta\mathbf{ub}) + c_H \cdot H \right\} \quad (5.29)$$

donde:

$$c_H \gg 0 \quad (5.30)$$

5.3.2.2 Límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados

Los elementos de control considerados en esta tesis para mejorar el margen de funcionamiento correspondiente poseen unos límites técnicos de funcionamiento, fuera de los cuales no es aconsejable operar. Por esta razón, se deben acotar los movimientos de los elementos de control entre dichos límites:

$$\mathbf{u}^- \leq \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^+ \quad (5.31)$$

Separando (5.31) en dos restricciones independientes, desdoblado el vector de incremento de las acciones de control $\Delta \mathbf{u}$ en subida $\Delta \mathbf{u}_s$ y bajada $\Delta \mathbf{u}_b$ y reordenando se obtiene:

$$\Delta \mathbf{u}_s - \Delta \mathbf{u}_b \leq \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}_0 \quad (5.32)$$

$$-\Delta \mathbf{u}_s + \Delta \mathbf{u}_b \leq \mathbf{u}_0 - \mathbf{u}^- \quad (5.33)$$

5.3.2.3 Control de la perturbación del sistema (pérdida de linealidad)

Una de las principales desventajas derivadas de la linealización y el empleo de sensibilidades de primer orden, es la pérdida progresiva de precisión en los resultados a medida que la solución se aleja del punto respecto del cual se ha realizado la linealización. Para evitar esto, el algoritmo de mejora se ha diseñado de manera iterativa: en cada iteración, el movimiento de las acciones de control está acotado con el fin de no alejarse demasiado del punto inicial. Esto implica añadir nuevas restricciones al problema.

El acotamiento del movimiento de las acciones de control mediante restricciones lineales se puede realizar de dos formas fundamentales:

- 1) **De manera conjunta:** Empleando una única restricción en la que la suma de los valores absolutos de los movimientos de acciones de control es acotada superiormente:

$$\sum_i |\Delta u_i| \leq K \quad (5.34)$$

- 2) **De manera individual:** El valor absoluto de cada uno de los movimientos de acciones de control es acotado superiormente:

$$|\Delta u_i| \leq K \quad ; \quad \forall i \quad (5.35)$$

La Figura 5–1 muestra la diferencia cualitativa entre los dos métodos. En la Figura 5–1 se muestran la región factible que se genera al aplicar cada uno de los métodos de acotamiento, proyectada sobre dos dimensiones.

La decisión de emplear un método u otro para acotar los movimientos de acciones de control dependerá de la naturaleza de las mismas. Se plantea incluso la posibilidad de que un determinado subconjunto de acciones de control se acote de manera conjunta, mientras que el resto se acota de manera individual.

5.3.3 Proceso iterativo

En los dos apartados anteriores, se ha formulado de forma genérica el problema de programación lineal que minimiza el coste de las acciones de control empleadas en mejorar el margen de seguridad considerado. Esta mejora se formula mediante el empleo de sensibilidades de primer orden, esto es, mediante una aproximación lineal. Sin embargo, el empleo de

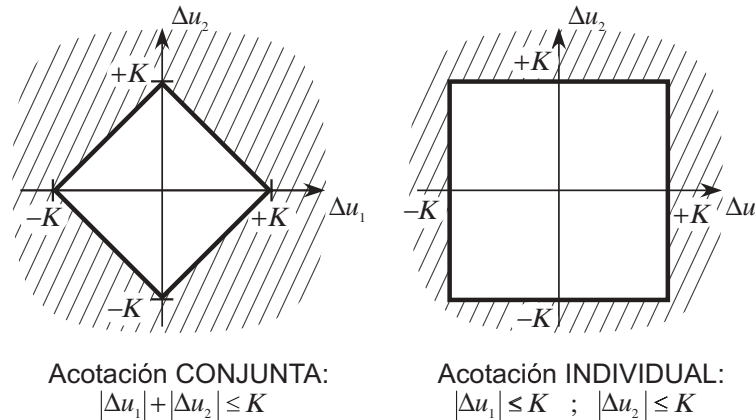


Figura 5-1: Acotación de los movimientos de los elementos de control: diferencia entre acotación individual y acotación conjunta

linealizaciones implica necesariamente una pérdida de precisión que se hace mayor a medida que el nuevo punto de funcionamiento se aleja del punto inicial desde el que se realiza la linealización. Por este motivo, se ha diseñado el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento con una estructura basada en programación lineal secuencial. La Figura 5-2 muestra un diagrama de flujo del algoritmo completo.

El algoritmo representado en la Figura 5-2 consta de los siguientes pasos:

- 1) Comienza calculando el margen de funcionamiento considerado del sistema partiendo del caso inicial.
- 2) Comprueba que el margen de funcionamiento considerado está por encima de un valor mínimo de seguridad exigido. Si lo está, se termina el algoritmo.
- 3) Si no lo está, se calculan las sensibilidades del margen de funcionamiento considerado respecto de las acciones de control consideradas.
- 4) Se construye y se resuelve el problema de programación lineal que determina el movimiento mínimo de los elementos de control necesario para mejorar el margen de funcionamiento considerado.
- 5) Se recalcula el nuevo margen de funcionamiento considerado a partir de las acciones de control óptimas calculadas en 4).
- 6) Se vuelve al punto 2).

5.4 Esquema particular de los algoritmos de mejora

En la sección anterior se ha realizado la descripción del algoritmo genérico desarrollado en esta tesis para mejorar cualquier margen de funcionamiento de los considerados en esta tesis. En la presente sección se aplica el problema de optimización genérico para la mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a los elementos de control empleados en esta tesis para la mejora del margen de funcionamiento correspondiente.

La sección se encuentra estructurada de la siguiente forma. El apartado 5.4.1 presenta la notación empleada en el desarrollo. El apartado 5.4.2 expande la formulación de la función objetivo genérica definida en el apartado 5.3.1. Finalmente, en el apartado 5.4.3 se particulariza las restricciones del problema genérico definidas en 5.3.2.

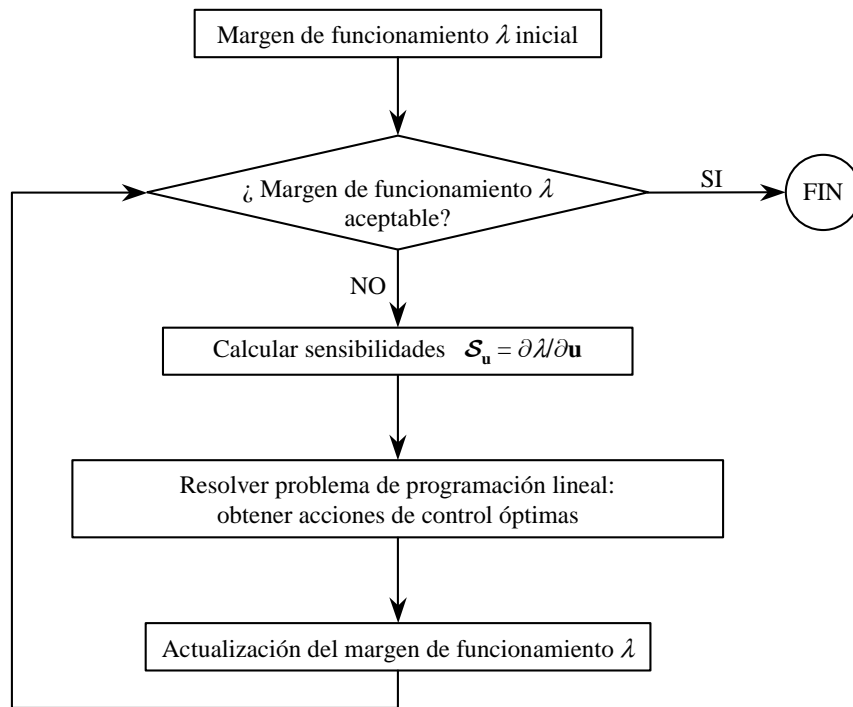


Figura 5-2: Diagrama de flujo del algoritmo iterativo de mejora del margen de funcionamiento mediante acciones de control

5.4.1 Notación

La notación empleada en el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento mediante el empleo de acciones de control figura a continuación:

5.4.1.1 Parámetros

Genéricos:

- c_H : Coste en la función objetivo de la variable residual H .
- λ_0 : Valor inicial del margen de funcionamiento considerado.
- λ_{sec} : Valor de seguridad a alcanzar por el margen de funcionamiento considerado.

Asociados a redespacho de generación:

- PG_0 : Potencia activa inicial generada.
- c_{PG} : Coste en la función objetivo del redespacho de generación ΔPG .
- S_{PG} : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de la potencia activa inicial generada.
- PG^+ : Límite superior de la generación de potencia activa.
- PG^- : Límite inferior de la generación de potencia activa.

Asociados a deslastre de carga:

- PD_0 : Potencia activa inicial demandada.

- c_{PD} : Coste en la función objetivo del redespacho de demanda de activa ΔPD .
- S_{PD} : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de la potencia activa inicial demandada.
- QD_0 : Potencia reactiva inicial demandada.
- c_{QD} : Coste en la función objetivo del redespacho de demanda de reactiva ΔQD .
- S_{QD} : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de la potencia reactiva inicial demandada.

Asociados a elementos de control de tensiones:

- t_0 : Toma inicial de los transformadores.
- c_t : Coste en la función objetivo del movimiento de tomas.
- S_t : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de las tomas de los transformadores.
- t^+ : Toma máxima de los transformadores.
- t^- : Toma mínima de los transformadores.
- QC_0 : Reactiva inicial generada por las reactancias y condensadores¹.
- c_{QC} : Coste en la función objetivo del movimiento de las reactancias y condensadores ΔQC .
- S_{QC} : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de las reactancias y condensadores.
- QC^+ : Límite superior de generación de potencia reactiva de las reactancias y condensadores.
- QC^- : Límite inferior de generación de potencia reactiva de las reactancias y condensadores.
- VG_0 : Tensiones de consigna iniciales.
- c_{VG} : Coste en la función objetivo del movimiento de las tensiones de consigna VG .
- S_{VG} : Sensibilidad del margen de funcionamiento λ con respecto de las tensiones de consigna.
- VG^+ : Límite superior de las tensiones de consigna.
- VG^- : Límite inferior de las tensiones de consigna.

5.4.1.2 Variables

Genéricas:

- H : Variable residual incluida para evitar infactibilidades en el problema.

Asociadas a redespacho de generación:

¹ El convenio de signos adoptado será el de considerar que QC_0 es potencia reactiva **inyectada** en la red. Esto supone que QC_0 será positiva en el caso de los condensadores, y negativa en el caso de las reactancias.

ΔPG_s : Redespacho de subida de generación de potencia activa.

ΔPG_b : Redespacho de bajada de generación de potencia activa.

Asociadas a deslastre de carga:

ΔPD_b : Redespacho de bajada de demanda de potencia activa.

ΔQD_b : Redespacho de bajada de demanda de potencia reactiva.

Asociadas a elementos de control de tensiones:

Δt_s : Incremento de la toma de los transformadores.

Δt_b : Decremento de la toma de los transformadores.

ΔQC_s : Incremento de la reactiva inyectada por las reactancias y condensadores.

ΔQC_b : Decremento de la reactiva inyectada por las reactancias y condensadores.

ΔVG_s : Incremento de la tensión de consigna de los generadores.

ΔVG_b : Decremento de la tensión de consigna de los generadores.

En este punto es importante recalcar el hecho de que, a pesar de tratarse de variables discretas, las tomas de transformadores y las baterías de reactancias o condensadores se han tratado como variables continuas. La discretización de las mismas se ha llevado a cabo una vez finalizado el proceso de mejora, ajustando dichas variables al valor entero más próximo [Alsaç, *et al.*, 1990].

5.4.2 Función objetivo

Desarrollando la función objetivo del problema genérico, definida en la ecuación (5.29), en términos de todas y cada una de las acciones de control consideradas en esta tesis para mejorar los márgenes de funcionamiento, se obtiene:

$$\begin{aligned} \min \{ & \mathbf{c}_{PG}^T \cdot \Delta PG_s + \mathbf{c}_{PG}^T \cdot \Delta PG_b + \\ & \mathbf{c}_{PD}^T \cdot \Delta PD_b + \mathbf{c}_{QD}^T \cdot \Delta QD_b + \\ & \mathbf{c}_t^T \cdot \Delta t_s + \mathbf{c}_t^T \cdot \Delta t_b + \mathbf{c}_{VG}^T \cdot \Delta VG_s + \mathbf{c}_{VG}^T \cdot \Delta VG_b + \mathbf{c}_{QC}^T \cdot \Delta QC_s + \mathbf{c}_{QC}^T \cdot \Delta QC_b + \\ & c_H \cdot H \} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Dentro de la función objetivo definida en (5.36), la primera fila indica el coste de los redespachos de generación; la segunda el coste de los redespachos de demanda de activa y reactiva; la tercera el coste de los movimientos en los elementos de control de tensiones (tomas de transformadores, tensiones de consigna de grupos y baterías de reactancias y condensadores); finalmente, la cuarta contiene la variable residual H con su coste de infactibilidad c_H .

Respecto a los costes de redespachos de generación (\mathbf{c}_{PG}) y a los costes del redespacho de demanda (\mathbf{c}_{PD} y \mathbf{c}_{QD}), se han considerado unitarios. En otras palabras, en la presente tesis doctoral no se han tenido en cuenta aspectos económicos ni contractuales, de tal forma que sólo se han tenido en cuenta aspectos puramente técnicos y de eficiencia. Por lo tanto, todos los grupos redespachables y las cargas deslastrables tienen el mismo peso dentro de la función objetivo, esto es, la unidad.

En lo que se refiere a los costes asociados al movimiento de los elementos de control de tensiones (\mathbf{c}_t , \mathbf{c}_{VG} y \mathbf{c}_{QC}), se plantea el problema de indexar dentro de la misma función objetivo elementos cuantitativamente diferentes, especialmente en el caso de las reactancias y baterías

de condensadores frente a tomas de transformadores y tensiones de consigna de grupos. De nuevo se ha buscado atender exclusivamente a criterios técnicos de eficiencia, pero en este caso el coste unitario no resulta apropiado ante variables que se mueven en ordenes de magnitud tan diferentes. En efecto, mientras que tensiones de consigna y tomas de transformadores se mueven en valores acotados aproximadamente entre 0.9 y 1.1, las reactancias y baterías de condensadores toman valores comprendidos entre 0 y ± 2.0 . Con el objetivo de escalar los movimientos de elementos de control de tensiones de forma que se elimine esta diferencia entre ellos, se ha optado por asignar a cada tipo de elemento de control de tensiones un coste inversamente proporcional a la capacidad de movimiento de cada uno de ellos. Para ello, se ha calculado para cada tipo de elemento de control de tensiones la media de sus márgenes de maniobra y se han considerado como costes en la función objetivo la inversa de dichos márgenes medios de maniobra.

En el capítulo 6 de resultados se podrá comprobar las excelentes prestaciones que presenta esta definición de la función objetivo. Es preciso resaltar que la elección de esta función objetivo es resultado de una extensa experimentación numérica que ha contemplado varias definiciones alternativas de la función objetivo.

5.4.3 Restricciones

Una vez definida en el apartado anterior la función objetivo del problema, esto es, minimizar el coste de las acciones de control, se definen a continuación las restricciones a las que está sujeto el problema de optimización. Las restricciones fundamentales que se consideran son la mejora obligada del margen de funcionamiento (subapartado 5.4.3.1), los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados (subapartado 5.4.3.2), el control de la perturbación del sistema para evitar una excesiva pérdida de linealidad (subapartado 5.4.3.3), y finalmente otras restricciones específicas del funcionamiento de los elementos de control (subapartado 5.4.3.4).

5.4.3.1 Mejora obligada del margen de funcionamiento

Desarrollando la restricción de mejora obligada del margen de funcionamiento del problema genérico, definida en la ecuación (5.27), en términos de todas y cada una de las acciones de control consideradas en esta tesis para mejorar los márgenes de funcionamiento, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{S}_{PG}^T \cdot \Delta PGs - \mathcal{S}_{PG}^T \cdot \Delta PGb - \\
 & - \mathcal{S}_{PD}^T \cdot \Delta PDb - \mathcal{S}_{QD}^T \cdot \Delta QDb + \\
 & + \mathcal{S}_t^T \cdot \Delta ts - \mathcal{S}_t^T \cdot \Delta tb + \mathcal{S}_{VG}^T \cdot \Delta VGs - \mathcal{S}_{VG}^T \cdot \Delta VGb + \mathcal{S}_{QC}^T \cdot \Delta QCs - \mathcal{S}_{QC}^T \cdot \Delta QCb + \\
 & + H \geq \lambda_{\text{sec}} - \lambda_0
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

En la restricción (5.37) la primera fila indica la variación en el margen de funcionamiento λ provocada por los redespachos de generación; la segunda la variación en el margen de funcionamiento λ provocada por los redespachos de demanda de activa y reactiva; la tercera la variación en el margen de funcionamiento λ provocada por los movimientos en los elementos de control de tensiones (tomas de transformadores, tensiones de consigna de grupos y reactancias y baterías de condensadores); finalmente, la cuarta contiene la variable residual H y la cota de la restricción, igual a la diferencia entre el margen de funcionamiento requerido λ_{sec} y el inicial λ_0 .

5.4.3.2 Límites técnicos de funcionamiento de los elementos de control empleados

Aplicando las ecuaciones (5.32) y (5.33) a los elementos de control empleados para la mejora de los márgenes de funcionamiento, se obtienen las restricciones que acotan sus movimientos entre sus límites técnicos de funcionamiento. En el caso de redespacho de generación:

$$\Delta PG_s - \Delta PG_b \leq PG^+ - PG_0 \quad (5.38)$$

$$-\Delta PG_s + \Delta PG_b \leq PG_0 - PG^- \quad (5.39)$$

En el caso de las tomas de los transformadores:

$$\Delta t_s - \Delta t_b \leq t^+ - t_0 \quad (5.40)$$

$$-\Delta t_s + \Delta t_b \leq t_0 - t^- \quad (5.41)$$

En el caso de las reactancias y baterías de condensadores:

$$\Delta QC_s - \Delta QC_b \leq QC^+ - QC_0 \quad (5.42)$$

$$-\Delta QC_s + \Delta QC_b \leq QC_0 - QC^- \quad (5.43)$$

En el caso de la tensión de consigna de los grupos de generación:

$$\Delta VG_s - \Delta VG_b \leq VG^+ - VG_0 \quad (5.44)$$

$$-\Delta VG_s + \Delta VG_b \leq VG_0 - VG^- \quad (5.45)$$

En el caso de deslastre de cargas, la formulación es más sencilla, al no contemplarse la subida de demanda como acción de control. Los límites del redespacho de demanda son cero (no deslastrar nada) y la demanda inicial (deslastrarlo todo). Esto es, en demanda de potencia activa:

$$0 - \Delta PD_b \leq PD_0 - PD_0 \quad (5.46)$$

$$-0 + \Delta PD_b \leq PD_0 - 0 \quad (5.47)$$

Reordenando (5.46) y (5.47):

$$0 \leq \Delta PD_b \leq PD_0 \quad (5.48)$$

En el caso del deslastre de carga de potencia reactiva, la formulación es análoga:

$$0 \leq \Delta QD_b \leq QD_0 \quad (5.49)$$

5.4.3.3 Control de la perturbación del sistema (pérdida de linealidad)

El control de la perturbación del sistema para acotar la pérdida de linealidad, como ya se comentó en el subapartado 5.3.2.3, puede realizarse de dos maneras: individualmente o de manera conjunta. Atendiendo a la naturaleza y significado de las distintas acciones de control que se contemplan en esta tesis para la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, se ha optado por usar las dos. En el caso de movimientos de generación o de demanda, el control se realiza de forma conjunta. Sin embargo, el movimiento de los elementos de control de tensiones se realiza de forma independiente para cada elemento.

En el caso del redespacho de demanda (deslastre de cargas), el control de la linealidad se realiza acotando la reducción total de demanda de potencia activa mediante el máximo redespacho de demanda de potencia activa permitido en cada iteración MDR .

$$\mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{b} \leq MDR \quad (5.50)$$

De esta manera, considerando que, si hay redespacho de demanda, solo hay bajada de generación, también hay equilibrio generación demanda, el redespacho de generación estará también acotado.

Si solo hay redespacho de generación, se define el máximo redespacho de generación de potencia activa permitido en cada iteración MGR . Esto es:

$$\mathbf{e}^T \cdot |\Delta \mathbf{P} \mathbf{G}| \leq MGR \quad (5.51)$$

Desarrollando en (5.51) el valor absoluto en sus componentes de subida y bajada, de forma análoga a como se hace en la función objetivo, se obtiene:

$$\mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{P} \mathbf{G} \mathbf{s} + \mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{P} \mathbf{G} \mathbf{b} \leq MGR \quad (5.52)$$

En el caso de movimientos en los elementos de control de tensiones, se acota cada movimiento independientemente:

- El movimiento de las tomas de cada transformador se ha acotado mediante los máximos movimientos de tomas permitidos en cada iteración MMt :

$$\Delta \mathbf{t} \mathbf{s} + \Delta \mathbf{t} \mathbf{b} \leq MMt \quad (5.53)$$

El valor de MMt_i , diferente para cada transformador i , se ha establecido como el salto discreto entre tomas consecutivas.

- El movimiento de la potencia reactiva en condensadores y reactancias se ha acotado mediante los máximos movimientos de reactiva permitidos en cada iteración $MMQC$:

$$\Delta \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{s} + \Delta \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{b} \leq MMQC \quad (5.54)$$

El valor de $MMQC_i$, diferente para cada reactancia/condensador i , se ha establecido como el salto discreto entre bloques consecutivos.

- El movimiento de la tensión de consigna de cada grupo de generación se ha acotado mediante los máximos movimientos de tensiones de consigna permitidos en cada iteración $MMVG$.

$$\Delta \mathbf{V} \mathbf{G} \mathbf{s} + \Delta \mathbf{V} \mathbf{G} \mathbf{b} \leq MMVG \quad (5.55)$$

El caso de las tensiones de consigna de grupos de generación es cualitativamente diferente al de tomas de transformadores y reactancias/condensadores, al tratarse de una variable continua. En este caso, la experiencia en el desarrollo de los modelos de esta tesis, aconseja emplear para cada un grupo un máximo movimiento definido como el margen de funcionamiento de la tensión de consigna (límite máximo menos límite mínimo), dividido entre algún número natural comprendido entre 5 y 15.

5.4.3.4 Restricciones adicionales

En los anteriores subapartados se ha demostrado cómo la definición realizada en la sección 5.3 del problema genérico se puede adaptar a los diferentes elementos de control considerados en

esta tesis. Sin embargo, cada uno de estos elemento de control poseen especificaciones de funcionamiento propias de su naturaleza. En el presente subapartado se desarrollan las restricciones adicionales que se deben incluir en el esquema del problema para satisfacer dichas especificaciones.

○ *Conservación del factor de potencia en las cargas*

En aquellos nudos donde se realice un redespacho de su demanda (deslastre de cargas), se debe conservar el factor de potencia de la misma. En consecuencia, se debe satisfacer la siguiente relación:

$$\frac{QD_{0i}}{PD_{0i}} = \frac{QD_{0i} + \Delta QD_i}{PD_{0i} + \Delta PD_i} \quad (5.56)$$

Aplicando triángulos equivalentes, para que la ecuación (5.56) se cumpla, se debe satisfacer que:

$$\frac{QD_{0i}}{PD_{0i}} = \frac{\Delta QD_i}{\Delta PD_i} \quad (5.57)$$

Reordenando (5.57) y descomponiendo los redespachos de demanda activa ΔPD_i y reactiva ΔQD_i en sus respectivos redespachos de subida (ΔPD_{s_i} y ΔQD_{s_i}) y de bajada (ΔPD_{b_i} y ΔQD_{b_i}), se obtiene:

$$QD_{0i} \cdot (\Delta PD_{s_i} - \Delta PD_{b_i}) - PD_{0i} \cdot (\Delta QD_{s_i} - \Delta QD_{b_i}) = 0 \quad , \quad \forall i \quad (5.58)$$

Considerando finalmente que en el caso de la demanda no se contempla la subida como posible acción de control para la mejora de ningún margen de funcionamiento, la ecuación (5.58) queda finalmente:

$$QD_{0i} \cdot \Delta PD_{b_i} - PD_{0i} \cdot \Delta QD_{b_i} = 0 \quad , \quad \forall i \quad (5.59)$$

○ *Equilibrio generación–demanda*

En el caso de que se empleen redespachos de generación y/o deslastre de carga, es necesario no descuadrar el balance generación–demanda del caso tras el redespacho. Por tanto, se obliga a que el total de generación redespachada sea igual al total de demanda redespachada:

$$\mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PG} = \mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PD} \quad (5.60)$$

Reordenando (5.60), descomponiendo el redespacho de generación $\Delta \mathbf{PG}$ en su redespacho de subida $\Delta \mathbf{PG}_s$ y de bajada $\Delta \mathbf{PG}_b$, y sustituyendo el redespacho de demanda $\Delta \mathbf{PD}$ por el redespacho de bajada $\Delta \mathbf{PD}_b$, se obtiene:

$$\mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PG}_s - \mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PG}_b + \mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PD}_b = 0 \quad (5.61)$$

En caso de que sólo se contemple el empleo de redespacho de generación, la restricción (5.61) se simplifica:

$$\mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PG}_s - \mathbf{e}^T \cdot \Delta \mathbf{PG}_b = 0 \quad (5.62)$$

Aparentemente, esta restricción podría considerarse genérica, e incluirse en las formulación genérica desarrollada en la sección 5.3 de esta tesis. Sin embargo, se ha considerado como una restricción adicional por poder ser una restricción prescindible dependiendo del caso objeto de

consideración. Por ejemplo, en el caso del margen al punto de colapso de tensiones, éste puede no ser lo suficientemente seguro precisamente por existir un elevado descuadre entre generación y demanda. En este caso, incluir la restricción de equilibrio generación–demanda sólo colaboraría a mantener dicho desequilibrio. Como consecuencia de esto, el algoritmo de mejora seguiría cumpliendo su objetivo, esto es, incrementar el margen al punto de colapso de tensiones, pero de una forma menos eficiente y, por tanto, más costosa.

5.5 Conclusiones

La revisión bibliográfica realizada en el capítulo 2 de esta tesis pone de manifiesto la no existencia de una formulación matemática unificada para la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Como consecuencia de esto, no existe tampoco una metodología unificada para su cálculo ni para su mejora. En el capítulo anterior, se ha presentado la metodología genérica desarrollada en la presente tesis doctoral para resolver el problema del cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, definido en el capítulo 3. Este capítulo ha desarrollado la formulación del algoritmo diseñado en esta tesis para la mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Al igual que ocurría con el algoritmo de cálculo, en este capítulo se muestra que el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica es también un algoritmo genérico en su estructura, esto es, independiente de cual sea el margen que se desea mejorar y los elementos de control que se empleen para ello.

En la primera parte del capítulo, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidades genérico del margen de seguridad considerado con respecto de las acciones de control del sistema. En dicho análisis de sensibilidades se han contemplado los dos casos en los que se puede alcanzar el valor del margen de funcionamiento. Esto es, alcanzando la frontera formada por los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de la red, o bien alcanzando la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema. En ambos casos se ha puesto de manifiesto la importancia de los multiplicadores de Lagrange del problema de optimización que devuelve el margen de funcionamiento correspondiente para construir dichas sensibilidades.

En la segunda parte del capítulo, se ha formulado de forma genérica el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica mediante el empleo de acciones de control. El algoritmo está basado en programación lineal secuencial. Esto es, la mejora por tanto del margen de funcionamiento se consigue mediante pequeñas mejoras progresivas, cada una de ellas obtenida mediante la resolución de un problema de programación lineal. Son por tanto necesarias las sensibilidades de primer orden obtenidas en la primera parte del capítulo.

En la última parte del capítulo, se ha adaptado la formulación genérica del problema de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a las características de cada uno de los elementos de control considerados en esta tesis: redespacho de generación, elementos de control de tensiones (tomas de transformadores, reactancias, baterías de condensadores y tensiones de consigna de grupos de generación) y deslastre de cargas.

En el capítulo siguiente se ilustra la aplicación de los métodos genéricos de cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica, aplicados al sistema eléctrico peninsular español. Dicha aplicación abarca los cuatro márgenes de funcionamiento considerados a lo largo de la tesis, esto es, margen a la factibilidad del flujo de carga en caso base, margen a la factibilidad del flujo de carga bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados.

5.6 Bibliografía

[Alsaç, *et al.*, 1990]

O. Alsaç, J. Bright, M. Prais, and B. Stott, "Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, n° 3, pp. 697-711, Aug 1990.

[Bazaraa, *et al.*, 1993]

M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, 1993.

[BOE 197/98, 1998]

BOE 197/98, "Resolución de 10 julio 1998 de la Secretaría de Estado de Energía y Recursos Minerales que aprueba un conjunto de procedimientos de carácter técnico e instrumental necesarios para realizar la adecuada gestión técnica del sistema eléctrico", 18 de Agosto de 1998.

[BOE 285/97, 1997]

BOE 285/97, "Ley 54/1997, de 27 noviembre, del Sector Eléctrico", 28 de Noviembre de 1997.

[Gómez Expósito, *et al.*, 1993]

A. Gómez Expósito, J. L. Martínez Ramos, J. L. Ruiz Macías, and Y. Cuellar, "Sensitivity-Based Reactive power Control for Voltage Profile Improvement", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, n° 3, pp. 937-945, Aug 1993.

[Martínez Ramos, 1994]

J. L. Martínez Ramos, "Integración de Métodos Numéricos y Heurísticos para el Control de Tensiones y Potencia Reactiva", Doctoral Thesis presented at *Departamento de Ingeniería Eléctrica* of Universidad de Sevilla, Seville, Spain, Dec 1994.

[Martínez Ramos, *et al.*, 1995]

J. L. Martínez Ramos, A. Gómez Expósito, J. Cortés, E. Méndez, and Y. Cuéllar, "A Hybrid Tool to Assist the Operator in Reactive Power/Voltage Control and Optimization", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, n° 2, pp. 760-768, May 1995.

[OMEL, 1999]

OMEL, "Reglas del funcionamiento del Mercado Eléctrico y Contrato de Adhesión", Feb 1999.

[Stoft, 2002]

S. Stoft, *Power System Economics: Designing Markets for Electricity*, Wiley - Interscience, 2002.

Capítulo 6

Resultados

6.1 Introducción

Este capítulo ilustra la aplicación de los métodos genéricos de cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en régimen permanente de los sistemas de energía eléctrica, aplicados al sistema eléctrico peninsular español. Dicha aplicación abarca los cuatro márgenes de funcionamiento considerados a lo largo de la tesis, esto es, margen a la factibilidad del flujo de carga en caso base, margen a la factibilidad del flujo de carga bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*).

Los escenarios del sistema eléctrico peninsular español considerados en esta tesis han sido contruidos partiendo de salidas del estimador de estado y empleando la herramienta ARO [Lobato, 2002; Lobato, *et al.*, 2005a; Lobato, *et al.*, 2005b; Lobato, *et al.*, 2001]. La herramienta ARO (*Análisis de Restricciones en la Operación*) es la aplicación que emplea diariamente el Operador del Sistema para la solución de restricciones técnicas y la operación del sistema eléctrico español. Esta herramienta ha sido desarrollada conjuntamente por equipos de INDRA Sistemas y el Instituto de Investigación Tecnológica (IIT) de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad Pontificia Comillas, para Red Eléctrica de España (REE), Operador del Sistema español de energía eléctrica. Todos los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, descritos en los capítulos anteriores de esta tesis han sido programados en MATLAB®.

El capítulo se encuentra organizado de la siguiente manera. La sección 6.2 presenta una descripción del sistema eléctrico peninsular español, con el que se ilustrarán los métodos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento desarrollados en esta tesis. El resto de las secciones corresponden al cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis: la sección 6.3 estudia el cálculo y la mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base; la sección 6.4 aborda el cálculo y mejora del margen a la factibilidad del flujo de carga bajo hipótesis de contingencia; la sección 6.5 está dedicada al cálculo y mejora del margen a la inestabilidad de tensiones; finalmente, la sección 6.6 trata sobre el cálculo y mejora de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. La sección 6.7 cierra el capítulo con las conclusiones obtenidas.

6.2 Descripción del sistema eléctrico español

El modelo del sistema peninsular español de energía eléctrica incluye detalladas representaciones de las redes a 220 kV y 400 kV. A su vez, incluye representaciones parciales de las redes a 132 kV. Los sistemas de Francia, Portugal y Marruecos están representados mediante sistemas equivalentes. El modelo se encuentra dividido en ocho áreas: Noroeste (área 1), Norte (área 2), Este (área 3), Centro (área 4), Sur (área 5), Portugal (área 6), Marruecos (área 7) y Francia (área 8). La Figura 6-1 muestra de forma aproximada la situación geográfica de cada una de las áreas del sistema eléctrico peninsular español y sistemas limítrofes.

El transporte de energía a través del sistema eléctrico peninsular español se realiza típicamente desde las áreas Noroeste y Norte hacia las áreas Este, Centro y Sur. El intercambio de energía con Francia suele tener un saldo neto importador, esto es, el sistema eléctrico peninsular español suele importar energía del sistema francés. La mayoría de esta importación de energía suele hacerse a través de la línea de 400 kV Vic - Baixas y de la línea de 220 kV Biescas - Pragnères, debido a la localización de la generación y la demanda en el sistema francés. El intercambio de energía con Portugal suele tener un saldo neto exportador, esto es, el sistema eléctrico peninsular español suele exportar energía al sistema portugués. La mayoría de esta

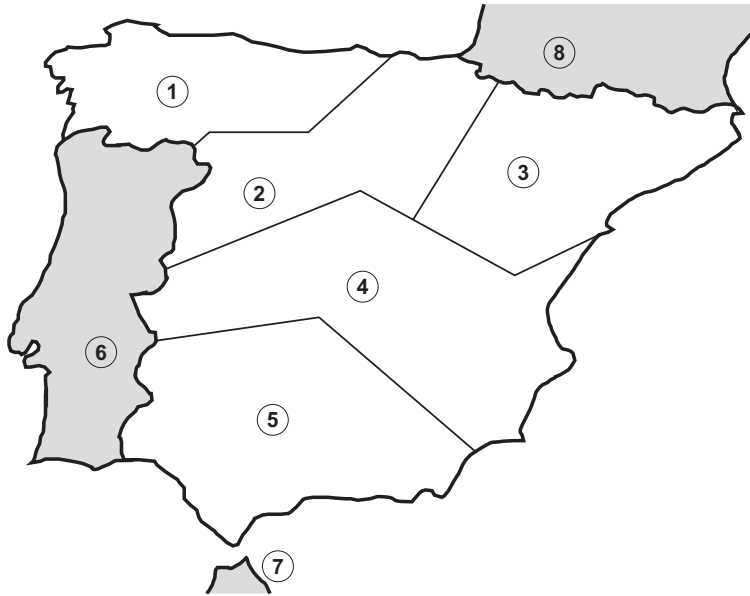


Figura 6-1: Esquema de la división de áreas en el sistema eléctrico peninsular español y sistemas limítrofes

exportación de energía suele hacerse a través de la línea de 400 kV Cartelle - Lindoso. Sin embargo, parte de esta exportación a través del norte de Portugal suele ser devuelto al sistema español a través de las interconexiones de Portugal con las áreas Norte, Centro y Sur. Esto es, el sistema portugués no sólo importa energía del sistema español, sino que además es zona de paso para la energía generada en el área Noroeste hacia el resto de áreas del sistema eléctrico peninsular español. Finalmente, el intercambio de energía con Marruecos suele tener un saldo neto exportador, esto es, el sistema eléctrico peninsular español suele exportar energía al sistema marroquí [REE, 2005].

El modelo del sistema peninsular español utilizado en esta tesis contiene 1479 nudos. La Tabla 6-1 especifica la distribución de los nudos del sistema peninsular español por nivel de tensión y área. En la Tabla 6-1 se aprecia el detalle con el que han sido modelados los sistemas externos de Francia, Portugal y Marruecos.

Tabla 6-1: Distribución de los nudos del sistema peninsular español por nivel de tensión y área

ÁREA	Nivel de TENSIÓN (kV)			TOTAL
	400	220	≤ 132	
NOROESTE	17	69	227	313
NORTE	27	88	118	233
ESTE	24	104	187	315
CENTRO	32	108	167	307
SUR	17	50	117	184
PORTUGAL	17	31	28	76
MARRUECOS	2	11	7	20
FRANCIA	17	14	0	31
TOTAL	153	475	851	1479

El modelo del sistema peninsular español utilizado en esta tesis contiene un total de 2257 ramas, de las cuales 823 son transformadores. Del total de 1434 ramas restantes, 261 son líneas

a 400 kV, 680 son líneas a 220 kV y el resto líneas de niveles de tensión iguales o inferiores a 132 kV. El número de reactancias y condensadores es de 60. La Tabla 6-2 especifica la capacidad de consumo y generación de reactiva de los elementos de compensación *shunt* presentes en el sistema eléctrico peninsular español, distribuidos por áreas.

Tabla 6-2: Capacidad de consumo y generación de reactiva a través de reactancias y condensadores en el sistema

ÁREA	Condensadores (Mvar)	Reactancias (Mvar)
NOROESTE	0	362
NORTE	0	1951
ESTE	48	1181
CENTRO	1035	1569
SUR	200	1230
TOTAL	1283	6293

La capacidad instalada de generación del sistema eléctrico peninsular español asciende a 73680 MW, repartidos según el tipo de combustible como se muestra en el diagrama de la Figura 6-2.

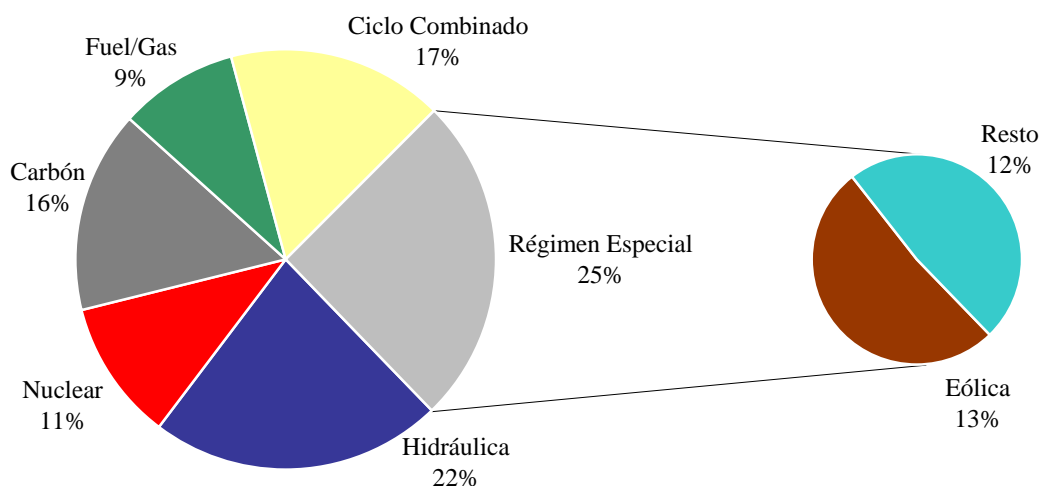


Figura 6-2: Reparto por tipo de generación de la capacidad de generación instalada en el sistema eléctrico peninsular español

De la Figura 6-2 es importante observar la capacidad de generación existente basada en tecnología de ciclo combinado (12525 MW), la cual ha sufrido un aumento espectacular en los últimos años. Destaca también la generación basada en tecnologías que se encuentran acogidas al régimen especial [BOE 436/04, 2004], esto es, energías renovables (eólica sobre todo) y cogeneración, las cuales suman un total de 18420 MW.

6.3 Margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base

Esta sección contiene la aplicación de los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollados en esta tesis al margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas en caso base.

El problema del flujo de cargas consiste en la resolución de sus ecuaciones. Éstas constituyen un sistema de ecuaciones no lineales, que incluyen funciones parabólicas y trigonométricas. Debido a la no linealidad de las ecuaciones del flujo de cargas, todos los métodos de resolución desarrollados en la literatura han sido diseñados como procesos iterativos que deben converger hacia la solución del problema. Sin embargo, esta convergencia no se puede garantizar. Muy al contrario, la solución del flujo de cargas puede oscilar e incluso divergir en el proceso iterativo de resolución. Cuando esto ocurre, se dice que el caso está mal condicionado. La no convergencia de la solución de un flujo de cargas puede ser motivado bien porque el sistema de ecuaciones del flujo de cargas es infactible (no existe solución), o bien porque el punto inicial desde el que se comienza a iterar está fuera del radio de convergencia de la solución. Parametrizando por tanto la distancia existente entre el punto de partida y la supuesta solución mediante un factor de escala λ , acotado entre cero (punto inicial) y uno (supuesta solución), entonces dicho factor de escala λ puede ser considerado como un margen a la factibilidad del flujo de cargas en el caso base cuando el máximo valor que puede tomar es menor que la unidad, esto es, cuando el flujo de cargas planteado para el caso base carece de solución.

Es importante en este punto volver a insistir en que el concepto de “margen” en este caso particular se encuentra perturbado, es decir, la factibilidad del flujo de cargas no se alcanza cuando el factor de escala λ (esto es, el margen a la factibilidad) alcanza el valor nulo, sino cuando alcanza una cota máxima, en este caso concreto la unidad.

La sección se encuentra estructurada de la siguiente manera. El apartado 6.3.1 realiza una descripción del caso utilizado en la sección. El apartado 6.3.2 realiza el cálculo del margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas en caso base. A continuación el apartado 6.3.3 emplea elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos, baterías de condensadores, reactancias y tomas de transformadores) para mejorar el margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas en caso base, hasta lograr que éste tenga solución. Finalmente, el apartado 6.3.4 presenta las conclusiones obtenidas.

6.3.1 Descripción del caso utilizado

El caso seleccionado para esta sección corresponde al 21 de Julio de 2005, a las 13:06. El caso corresponde a la punta de verano del año 2005. Llama la atención el hecho de que dicha punta se produzca a mediodía en vez de producirse por la tarde. El motivo es la proliferación en los últimos años de aparatos domésticos de aire acondicionado, los cuales no sólo suponen un aumento considerable del consumo de potencia activa, sino que además este tipo de aparatos consumen también una elevada cantidad de potencia reactiva. A continuación, la Tabla 6-3 muestra el reparto de la demanda de potencia activa y reactiva del sistema eléctrico peninsular español en el presente caso. En la Tabla 6-3 se puede apreciar que el reparto por áreas de la

Tabla 6-3: Distribución de la demanda de potencia activa y reactiva por áreas

ÁREA	Potencia ACTIVA		Potencia REACTIVA		$\cos\varphi$
	MW	%	Mvar	%	
NOROESTE	3335	10.0	968	12.6	0.9604
NORTE	3891	11.6	463	6.0	0.9930
ESTE	7716	23.0	1752	22.8	0.9752
CENTRO	12691	37.9	2966	38.6	0.9738
SUR	5865	17.5	1531	19.9	0.9676
TOTAL	33498		7680		0.9747

demanda de potencia reactiva es similar al reparto de la demanda de potencia activa. Como consecuencia de esto, el factor de potencia $\cos\phi$ es prácticamente igual en todas las áreas. Sin embargo, como ya se vio en la descripción del sistema eléctrico español presentada en la sección 6.2, los recursos de generación se encuentran distribuidos principalmente en las áreas Noroeste y Norte. Como consecuencia de esto, la potencia reactiva, al igual que la activa, deberá ser transportada desde ambas áreas al resto de áreas del sistema.

6.3.2 Cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base

En este apartado se aplica la metodología general de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en el caso base. La formulación del problema de cálculo es la que se muestra en la ecuación (6.1):

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{s.a} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6.1)$$

donde, en este caso, λ representa el margen a la factibilidad, empleado para parametrizar la diferencia en el plano de potencias entre el punto inicial y el especificado en las ecuaciones. La frontera de factibilidad en este caso la forman las ecuaciones de estado de flujo de cargas (\mathbf{g}) y las restricciones de desigualdad (\mathbf{h}), formadas en este caso únicamente por la cota superior del margen, esto es, $\lambda - 1 \leq 0$.

Como ya se expuso en el apartado 3.3.1 de esta tesis, la convergencia de las ecuaciones del flujo de cargas consta de dos fases. En la primera fase, la convergencia sin considerar los límites de generación de potencia reactiva, λ es empleado para parametrizar la diferencia entre un despacho inicial y el despacho de potencia especificado en el problema. En la segunda, la convergencia considerando los límites de generación de potencia reactiva, λ es empleado para parametrizar la diferencia entre la potencia reactiva generada por los grupos y sus respectivos límites de generación.

En realidad, la primera fase de la convergencia aporta poco desde el punto de vista del estudio de sistemas eléctricos reales, puesto que la no convergencia de las ecuaciones del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva se presenta raramente en los sistemas de transporte de energía eléctrica reales. Por ello, la presente sección se concentrará primordialmente en la segunda fase, esto es, la convergencia considerando los límites de generación de potencia reactiva. Es en esta fase de la convergencia del flujo de cargas donde existen posibilidades reales de encontrar casos en los que no exista solución. En este contexto, se han reducido de forma artificial los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación de un escenario y se ha estudiado el efecto que tiene dicha reducción en la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas. Posteriormente, se ha impuesto en todos los grupos la banda obligatoria establecida en el Procedimiento de Operación 7.4 del Operador del Sistema eléctrico peninsular español [BOE, 2000], con el objetivo de comprobar si el sistema es capaz de funcionar con todos los grupos generando dentro de dicha banda, y en caso contrario medir lo lejos que se encuentra el sistema de poder hacerlo.

En los próximos subapartados se presentan los resultados obtenidos en el proceso de cálculo del margen a la factibilidad considerando los límites de generación de potencia reactiva. En primer lugar, el subapartado 6.3.2.1 presenta un análisis de cómo afecta una progresiva reducción de la capacidad de generación de potencia reactiva en los grupos de generación a la factibilidad del

sistema. A continuación, el subapartado 6.3.2.2 presenta un perfil concreto de límites de generación de potencia reactiva, basado en la banda obligatoria establecida en el Procedimiento de Operación 7.4 del Operador del Sistema eléctrico peninsular español.

6.3.2.1 Reducción progresiva de los límites de generación de potencia reactiva

Con el objetivo de estudiar cómo afecta a la factibilidad del sistema el perfil de límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación, se ha calculado el margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva para varios perfiles. Para ello, se ha empleado un factor de escala K , de tal forma que los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación se han parametrizado de la siguiente forma:

$$QG^{lim} = (1 - K) \cdot QG_0^{lim} \tag{6.2}$$

donde QG_0^{lim} representa el vector de límites de generación de potencia reactiva reales de los

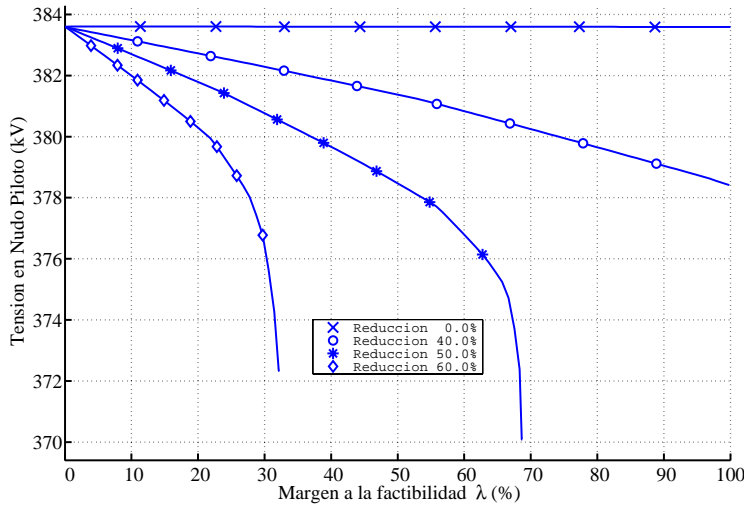


Figura 6-3: Evolución de la tensión del nudo de Vic – 400 kV (área Este) para diferentes niveles de reducción de los límites de generación de potencia reactiva

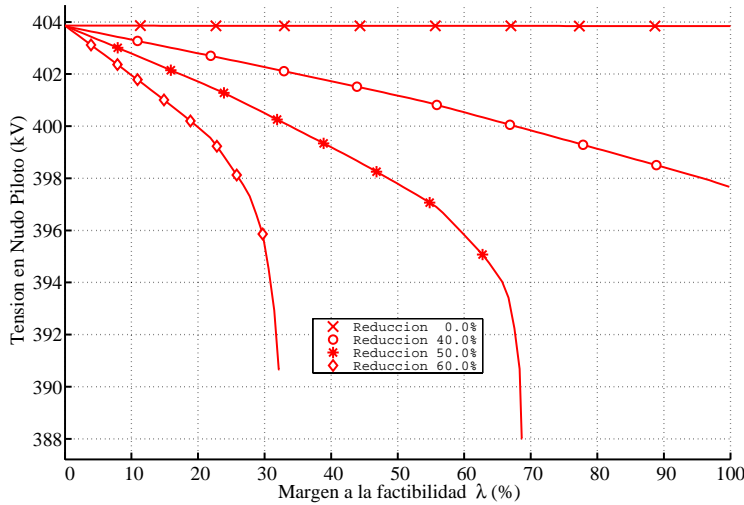


Figura 6-4: Evolución de la tensión del nudo de Rubí – 400 kV (área Este) para diferentes niveles de reducción de los límites de generación de potencia reactiva

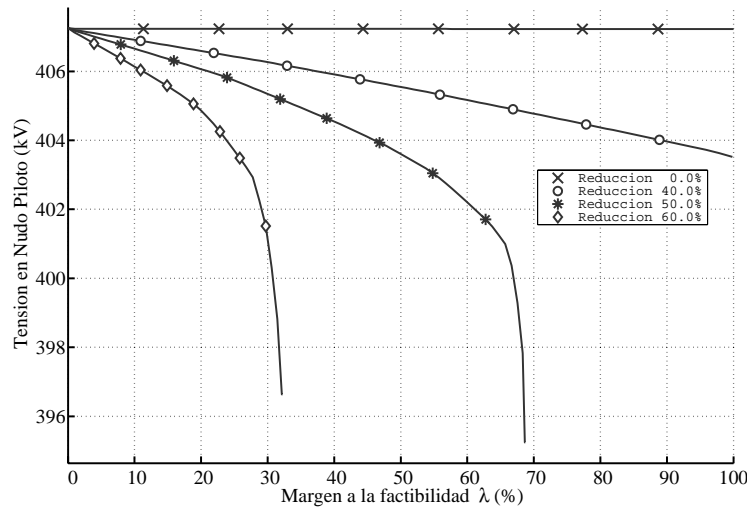


Figura 6-5: Evolución de la tensión del nudo de San Sebastián de los Reyes – 400 kV (área Centro) para diferentes niveles de reducción de los límites de generación de potencia reactiva

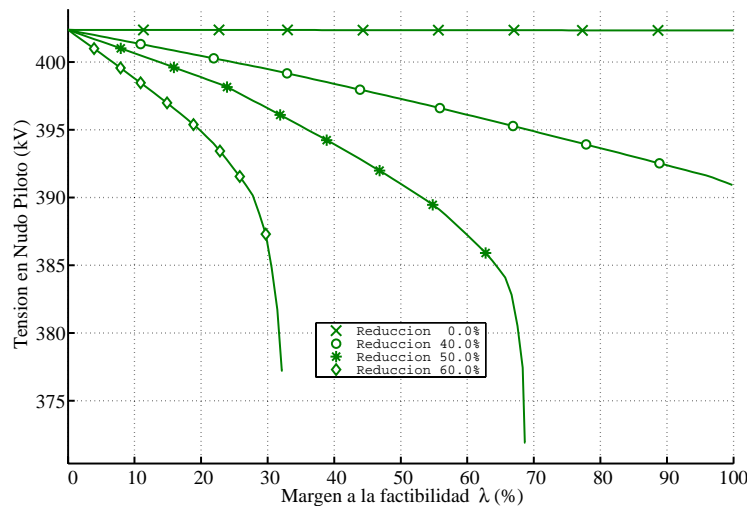


Figura 6-6: Evolución de la tensión del nudo de Catadau – 400 kV (área Centro) para diferentes niveles de reducción de los límites de generación de potencia reactiva

grupos de generación, determinado por las curvas de capacidad. Por tanto, según la ecuación (6.2), los límites (superior e inferior) se han reducido progresivamente mediante el factor de escala K . De este modo, se ha calculado la familia de curvas correspondientes a valores de K desde 0% (límites originales) hasta 60%, a incrementos del 10%. Las Figura 6-3, Figura 6-4, Figura 6-5 y Figura 6-6 muestran la evolución de la tensión de determinados nudos de la red de 400 kV para diferentes niveles de reducción K de los límites de generación de potencia reactiva, conforme aumenta el margen a la factibilidad λ desde cero hasta su valor máximo. Los nudos seleccionados para representar sus tensiones han sido los nudos de la red de 400 kV de Vic, Rubí, San Sebastián de los Reyes y Catadau. Los dos primeros pertenecen al área Este, mientras que los dos últimos pertenecen al área Centro. Las áreas Noroeste, Norte y Sur no se representan por aportar curvas cualitativamente iguales y por no considerarse áreas problemáticas desde el punto de vista del perfil de tensiones.

En las Figura 6-3, Figura 6-4, Figura 6-5 y Figura 6-6 se han incluido las curvas correspondientes a los niveles de reducción del 40%, 50% y 60%, así como las curvas correspondientes a los límites originales (nivel de reducción del 0%). Se observa cómo el flujo

de cargas considerando los límites de generación de potencia reactiva pierde la factibilidad en un valor del factor de reducción K intermedio entre los niveles del 40% y el 50%. Para valores del factor de reducción K iguales o menores del 40%, el valor máximo del margen a la factibilidad λ alcanza el 100%, lo que significa que el flujo de cargas tiene solución. Por el contrario, para valores del factor de reducción K iguales o mayores del 50%, el valor máximo del margen a la factibilidad λ no es capaz de alcanzar el 100%, quedándose en $\lambda = 68\%$ en el caso de $K = 50\%$ y en $\lambda = 33\%$ en el caso de $K = 60\%$. Ambos valores sirven para medir lo lejos que se encuentra cada caso de ser factible, esto es, de tener solución.

Las diferentes familias de curvas, una por nudo, presentan una topología cualitativamente muy similar. Sin embargo, presentan diferencias cuantitativas considerables, especialmente el nudo de 400 kV de Catadau, que sufren las caídas de tensión más elevadas de los cuatro nudos (notar que los ejes de las cuatro figuras se encuentran en diferentes escalas). Se observa también cómo la pendiente de las tensiones con respecto del margen a la factibilidad λ aumenta conforme el factor de reducción K aumenta. Esto se debe a que, para valores mayores del factor de reducción K , es mayor el déficit de potencia reactiva en el sistema que es necesario cubrir. En los casos factibles, este déficit se acaba cubriendo con la aportación del resto de grupos. Sin embargo, en los casos infactibles, este déficit es imposible de cubrir. El déficit de potencia reactiva se puede evaluar sumando en todos los grupos que violan su límite de generación de potencia reactiva la diferencia existente entre la reactiva que están generando en el punto de λ límite y su límite de generación correspondiente. En el caso de $K = 50\%$, el déficit de potencia reactiva en el sistema es de 297 Mvar, mientras que en el caso de $K = 60\%$ llega a los 953 Mvar.

En este punto, es importante recordar que el cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base se ha realizado aplicando la metodología diseñada en esta tesis y expuesta en el capítulo 4 de la misma. Sin embargo, con objeto de poder apreciar en detalle la topología de las curvas representadas en las Figura 6-3, Figura 6-4, Figura 6-5 y Figura 6-6, el paso de continuación se ha reducido considerablemente, obteniendo de este modo unas curvas más detalladas a cambio de un mayor coste computacional. El empleo de la metodología original precisa de un número muy reducido de iteraciones del flujo de cargas de continuación y, en caso de ser necesario, la estimación de multiplicadores y el flujo de cargas de punto de colapso por optimización para la aplicación del algoritmo genérico de mejora. El esfuerzo computacional empleado en todo el proceso de cálculo se detalla en la Tabla 6-4.

Tabla 6-4: Esfuerzo computacional en el cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, considerando límites de generación de potencia reactiva

Factor de reducción K (%)		0	10	20	30	40	50	60
Flujo de cargas de continuación	Iteraciones	1	1	1	2	2	3	3
	Tiempo (s)	5.88	6.32	6.86	14.42	15.26	23.95	25.84
	T. por it.	5.88	6.32	6.86	7.21	7.63	7.98	8.61
Estimación de multiplicadores	Tiempo (s)	3.25	3.89
Punto de colapso por optimización	Iteraciones	3	3
	Tiempo (s)	17.24	18.03
	T. por it.	5.75	6.01

En la Tabla 6-4 se presenta el proceso completo desgranado en sus diferentes subprocesos, para los diferentes valores del factor de escala K empleado para controlar los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación. Esto es, flujo de cargas de continuación, estimación de multiplicadores de Lagrange y punto de colapso por optimización. Estos dos últimos sólo para los casos en los que la solución del flujo de cargas en caso base considerando límites de generación de potencia reactiva no existe, esto es, cuando el máximo de λ no alcanza la unidad. Para cada uno de estos procesos, se presenta el número de iteraciones necesarias, el tiempo empleado en total y el tiempo medio empleado en cada iteración. De los tiempos recogidos en la Tabla 6-4, conviene destacar cómo crece el tiempo medio por iteración y el número total de iteraciones en el flujo de cargas de continuación, a medida que K crece. Como se puede observar en las Figura 6-3, Figura 6-4, Figura 6-5 y Figura 6-6, a medida que los límites se hacen más restrictivos, las curvas van presentando una topología cada vez menos lineal. Esto provoca un aumento en el tiempo medio de cada iteración de la etapa correctora que provoca un empleo de tiempo en la fase de continuación cada vez mayor.

6.3.2.2 P.O. 7.4 – Aplicación de los límites marcados por la banda obligatoria

El procedimiento de operación del sistema eléctrico peninsular español número 7.4 (P.O. 7.4 en adelante) [BOE, 2000], tiene como objetivo establecer el modo en que los sujetos del sistema eléctrico español prestarán el servicio complementario de control de la tensión de la red de transporte. Entre otras resoluciones, el P.O. 7.4 establece que los generadores del sistema están obligados a proveer al sistema de una capacidad mínima de generación de potencia reactiva. Dicha capacidad corresponderá en cada generador con una generación/absorción de potencia reactiva igual al 15% del valor de potencia activa máxima del grupo de generación. Esta capacidad mínima de generación/absorción de potencia reactiva se denomina “banda obligatoria”. Los generadores tienen en este punto la posibilidad de ofrecer capacidad de generación/absorción de potencia reactiva adicional, la cual será retribuida económicamente en función de unos precios regulados en el P.O. 7.4. Esto es, si el Operador del Sistema establece que el sistema necesita que determinado grupo de generación debe aportar una potencia reactiva adicional por encima del obligatorio, el Operador del Sistema deberá compensar a dicho grupo económicamente en función del precio regulado establecido para dicha capacidad adicional.

En el presente subapartado, se ha vuelto a obtener el margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en caso base, considerando límites de generación de potencia reactiva. En esta ocasión, los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación se han establecido conforme marca la banda obligatoria definida en el P.O. 7.4. Esto es, se han establecido los límites de generación de potencia reactiva como el 15% de la capacidad de generación de potencia activa de los grupos de generación. En las Figura 6-7 y Figura 6-8 se muestran la evolución de la tensión de los nudos seleccionados de la red de 400 kV, agrupados por área, conforme aumenta el margen a la factibilidad λ desde cero hasta su valor máximo, y considerando como límites de generación de potencia reactiva los recogidos como banda obligatoria en el P.O. 7.4.

Como se puede apreciar en las Figura 6-7 y Figura 6-8, el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base considerando los límites de generación de potencia activa obligatorios establecidos en el P.O. 7.4 no alcanza su cota superior, esto es, la unidad. Por tanto, el flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva no tiene solución real. Además, el valor final del margen a la factibilidad λ es del 25%, valor que sirve para medir lo lejos que se encuentra el caso de tener solución.

Se observa de nuevo cómo la pendiente de las tensiones con respecto del margen a la factibilidad λ es más pronunciada que en los casos del subapartado anterior. Esto se debe a que,

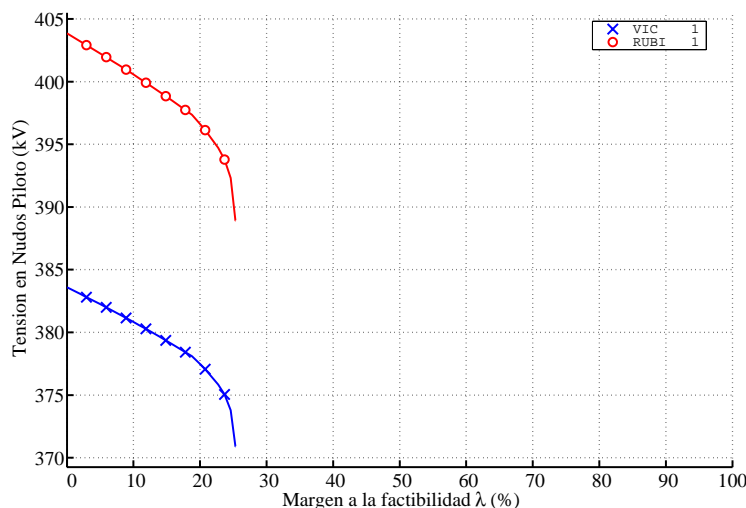


Figura 6-7: Evolución de la tensión de los nudos de Vic – 400 kV y Rubí – 400 kV (área Este), aplicando los límites generación de potencia reactiva obligatorios recogidos en el P.O. 7.4

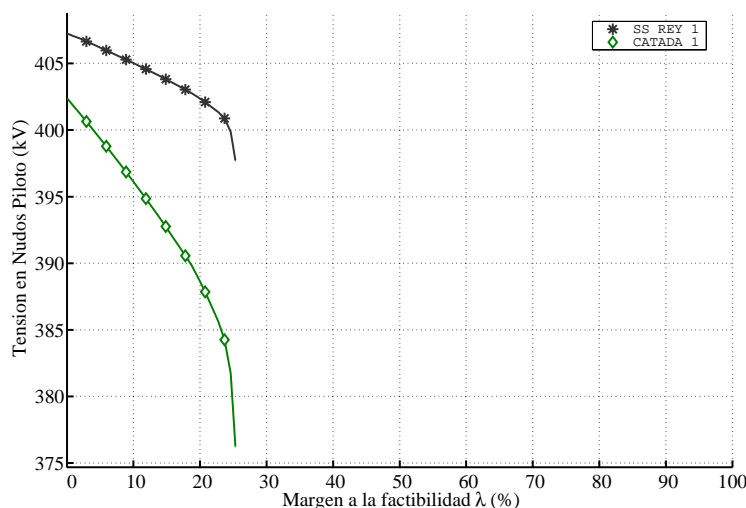


Figura 6-8: Evolución de la tensión de los nudos de San Sebastián de los Reyes – 400 kV y Catadau – 400 kV (área Centro), aplicando los límites generación de potencia reactiva obligatorios recogidos en el P.O. 7.4

al haber establecido límites de generación de potencia reactiva más restrictivos, el déficit de potencia reactiva en el sistema que es necesario cubrir es mucho mayor. En este caso en concreto, dicho déficit remanente, esto es, el que queda sin cubrir en el punto de λ máximo, asciende hasta 1682 Mvar. Concretamente, se puede afirmar que gran parte del déficit de potencia reactiva se encuentra asociado al área Centro, más concretamente en la zona de Levante, ya que la tensión del nudo de 400 kV de Catadau presenta la mayor pendiente con respecto del margen a la factibilidad λ .

6.3.3 Mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base mediante acciones de control de tensiones

En el apartado anterior se mostró cómo una reducción excesiva de la capacidad de generación de potencia reactiva de los grupos de generación desembocaba en un flujo de cargas sin solución, al obtenerse valores del margen a la factibilidad considerando límites de generación de potencia reactiva λ por debajo del 100%. El margen a la factibilidad λ se puede interpretar

por tanto como una medida de lo lejos que se encuentra el sistema de ser factible considerando los límites de generación de potencia reactiva. Empleando los multiplicadores de Lagrange asociados al punto de colapso donde se alcanza el máximo valor de λ se pueden obtener sensibilidades necesarias para plantear el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento desarrollado en esta tesis, y aplicarlo a lograr la factibilidad del flujo de cargas en caso base considerando límites de generación de potencia reactiva. En este apartado se plantea el empleo de elementos de control de tensiones para alcanzar dicho objetivo. Los supuestos seleccionados han sido el caso de límites reducidos mediante $K = 50\%$ y el caso de límites obligatorios impuestos por el P.O. 7.4.

En este punto es importante constatar que, si bien el objetivo en este caso del algoritmo de mejora es alcanzar un valor del margen a la factibilidad del flujo de cargas igual a la unidad, el valor empleado como objetivo para el margen de funcionamiento ha sido 1.05. El motivo es que ajustar el valor del margen de funcionamiento exactamente a uno, resultaría un flujo de cargas factible, pero en un punto de funcionamiento situado en la bifurcación silla-nodo. Esto traería como consecuencia un caso muy mal condicionado para posteriores análisis correctivos o preventivos sobre el caso base.

El apartado se encuentra estructurado de la siguiente manera. En el subapartado 6.3.3.1 se emplean todos los recursos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensiones de consigna de grupos, reactancias, baterías de condensadores y tomas de transformadores, para devolver la factibilidad al caso de límites reducidos mediante $K = 50\%$. De forma análoga, en el subapartado 0 se emplean todos los recursos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensiones de consigna de grupos, reactancias, baterías de condensadores y tomas de transformadores, para intentar devolver la factibilidad al caso de límites obligatorios impuestos por el P.O. 7.4.

6.3.3.1 Reducción de los límites de generación de potencia reactiva al 50%

La reducción al 50% de la capacidad de generación de potencia reactiva en los grupos de generación desemboca en un flujo de cargas sin solución, puesto que el valor máximo que es capaz de alcanzar el margen a la factibilidad λ es igual a 68%, por debajo del 100%. Con el objetivo de incrementar dicho margen hasta la unidad y obtener de este modo un flujo de cargas factible considerando límites de generación de potencia reactiva, se emplean los elementos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensión de consigna de grupos de generación, baterías de condensadores y reactancias, y tomas de transformadores (recordar que tanto las baterías de condensadores y reactancias como las tomas de transformadores son variables discretas). Los resultados de la aplicación del algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento se encuentran recogidos en las Tabla 6-5, Tabla 6-6 y Tabla 6-7.

Los resultados presentados en las Tabla 6-5, Tabla 6-6 y Tabla 6-7 muestran cómo el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento, aplicado al margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, obtiene una solución que responde fundamentalmente a la necesidad de cubrir el déficit de potencia reactiva en el sistema. Por un lado, en la Tabla 6-5, que recoge los movimientos óptimos de la tensión de consigna de grupos de generación, se aprecia un aumento en la tensión de consigna de uno de los grupos de la central de Litoral, lo que trae asociado un aumento de la potencia reactiva generada por dicho grupo. Por otro lado, en la Tabla 6-6, que recoge los movimientos óptimos de las reactancias, se muestra la necesidad de desconectar uno de los dos bloques de la reactancia de Mudarra, la cual pasa de absorber 300 Mvar de la red a absorber tan sólo 150 Mvar, en 400 kV. Finalmente, en la Tabla 6-7, que recoge los movimientos óptimos de las tomas de los transformadores, se aprecia movimiento en transformadores del área Centro y, sobre todo, del área Este, destinados a redistribuir los flujos

Tabla 6-5: Movimientos óptimos de la tensión de consigna de grupos de generación

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	Tensión de Consigna (p.u.)				
			min	max	Inicial	Final	Incr.
SUR	5790	LITORA_4	0.9500	1.0500	0.9912	1.0441	0.0529

Tabla 6-6: Movimientos óptimos de las reactancias

número PSSE	nombre PSSE	Potencia REACTIVA absorbida de la red (Mvar)				
		min	max	Inicial	Final	Incremento
12065	MUDARR_1	0	300	300	150	-150

Tabla 6-7: Movimientos óptimos de las tomas de transformadores

ÁREA	nudo INICIAL	nudo FINAL	IC	Relación de transformación (p.u.)				
				min	max	Inicial	Final	Incr.
ESTE	3115-JUIA__3	3417-JUIA__2	2	0.7285	1.3624	0.9266	0.9583	0.0317
	23210-PENAF1_2	13035-PENAF1_1	1	0.8670	1.1729	1.0047	0.9588	-0.0459
	23210-PENAF1_2	13035-PENAF1_1	2	0.8670	1.1729	1.0047	0.9588	-0.0459
CENTRO	4225-VILLAV_3	24365-VILLAV_2	2	0.8990	1.1010	0.9899	0.9596	-0.0303

de potencia reactiva de tal forma que el transporte se reduzca, y como consecuencia las pérdidas de potencia reactiva del sistema.

Las acciones de control descritas en las Tabla 6-5, Tabla 6-6 y Tabla 6-7 son suficientes para cubrir el déficit de potencia reactiva presente en el sistema. Como consecuencia de esto, el flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva pasa de ser infactible a ser factible. Esto es, el margen a la factibilidad del 68% al 100%. Destaca también en las Tabla 6-5, Tabla 6-6 y Tabla 6-7 el equilibrio existente en las acciones óptimas de control entre número de movimientos y eficiencia obtenida. Este equilibrio es debido fundamentalmente a la definición que se realiza en la tesis de los costes asociados a los movimientos de los elementos de control de tensiones en la función objetivo del problema de mejora de márgenes de funcionamiento. Esta definición se encuentra detallada en el apartado 5.4.2 y se basa en la inversa de las capacidades de maniobra de cada uno de los elementos de control de tensiones.

Para ilustrar la mejora obtenida, se muestra de forma conjunta en las Figura 6-9 y Figura 6-10 la evolución de la tensión de los nudos seleccionados de la red de 400 kV, agrupados por área, conforme aumenta el margen a la factibilidad λ desde cero hasta su valor máximo, antes (trazo discontinuo) y después (trazo continuo) de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones recogidos en las Tabla 6-5, Tabla 6-6 y Tabla 6-7.

En las Figura 6-9 y Figura 6-10 se aprecia con claridad que la reducción al 50% de la capacidad de generación de potencia reactiva en los grupos de generación ha pasado de desembocar en un flujo de cargas infactible considerando límites de generación de potencia

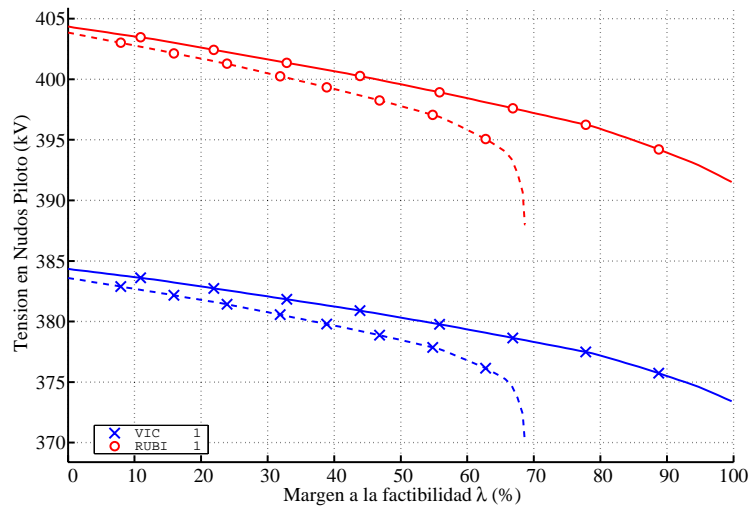


Figura 6-9: Evolución de la tensión de los nudos de Vic – 400 kV y Rubí – 400 kV (área Este), para un nivel de reducción de los límites de generación de potencia reactiva del 50%, antes y después de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones

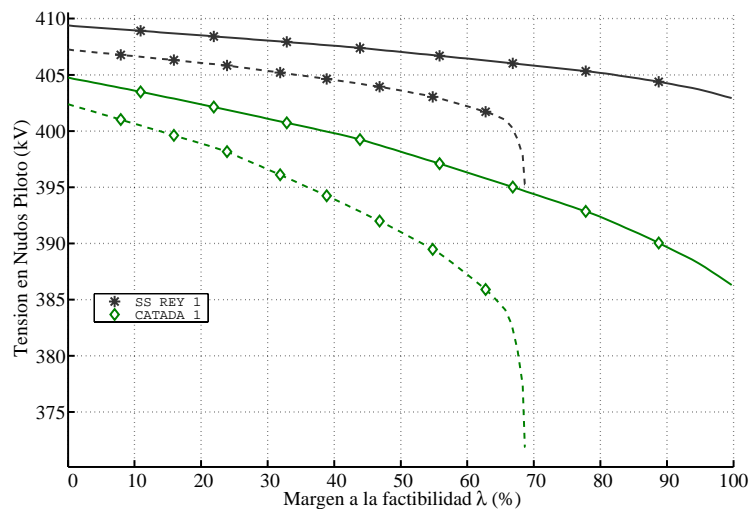


Figura 6-10: Evolución de la tensión de los nudos de San Sebastián de los Reyes – 400 kV y Catadau – 400 kV (área Centro), para un nivel de reducción de los límites de generación de potencia reactiva del 50%, antes y después de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones

reactiva a un flujo de cargas factible. Se ha conseguido por tanto cumplir el objetivo del algoritmo, esto es, mejorar el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base, empleando el mínimo movimiento de los elementos de control de tensiones del sistema. Sin embargo, no siempre esto es posible. En el siguiente subapartado se aplicará de nuevo el algoritmo genérico de mejora de los márgenes de funcionamiento desarrollado en esta tesis al caso de límites obligatorios impuestos por el P.O. 7.4, llegando a la conclusión de que las acciones de control de tensiones disponibles no son suficientes para devolverle la factibilidad al flujo de cargas en este caso.

6.3.3.2 P.O. 7.4 – Aplicación de los límites marcados por la banda obligatoria

La banda obligatoria especificada en el P.O. 7.4 establece que los límites de generación de potencia reactiva no deben superar el 15% de la capacidad de generación de potencia activa de

los grupos. En estas condiciones, el valor del margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas alcanza el 25%, dejando en el sistema un déficit de reactiva por cubrir de 1682 Mvar.

En estas condiciones, y con el objetivo de incrementar dicho margen hasta la unidad y obtener de este modo un flujo de cargas factible considerando límites de generación de potencia reactiva, se emplean los elementos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensión de consigna de grupos de generación, baterías de condensadores y reactancias, y tomas de transformadores. Sin embargo, el empleo de las anteriores acciones de control es del todo insuficiente para devolver la factibilidad a las ecuaciones del flujo de cargas. Se muestra en la Figura 6–11 la evolución del margen a la factibilidad del flujo de cargas durante las sucesivas iteraciones del algoritmo genérico de mejora de los márgenes de funcionamiento.

Como se puede apreciar en la Figura 6–11, las acciones de control calculadas en el algoritmo de mejora van perdiendo de forma progresiva su eficiencia. Esto provoca que la mejora en el margen a la factibilidad tienda a saturarse, no pudiendo alcanzar de este modo el valor deseado del 100%, el cual garantizaría la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas considerando los límites de generación de potencia reactiva impuestos por la banda obligatoria definida en el P.O. 7.4. Una de las causas fundamentales en este comportamiento es el hecho de que los generadores cuya tensión de consigna puede emplearse como acción de control son aquellos que, en el punto de máximo λ están generando una potencia reactiva dentro de sus límites (en este caso los impuestos por la banda obligatoria del P.O. 7.4). Sin embargo, si se emplean como acción de control, un aumento de la tensión de consigna trae como consecuencia un aumento de su potencia reactiva generada, pudiendo llegar a saturarse durante el transcurso del algoritmo de mejora. En este momento, las tensiones de consigna de dichos generadores pierden la condición de elemento de control disponible para la mejora del margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas.

Como consecuencia de la imposibilidad de devolver la factibilidad a las ecuaciones del flujo de cargas con los límites obligatorios, el Operador del Sistema debe adquirir banda adicional de determinados generadores para cubrir las necesidades de potencia reactiva del sistema. Dicha banda adicional supone un coste para el Operador, de modo que la decisión de a qué grupos se les debe comprar la banda adicional está influenciada tanto por criterios técnicos (satisfacer el déficit de potencia reactiva del sistema) como por criterios económicos (minimizar el coste de contratación de banda adicional). La forma de conocer qué grupos ofrecen las bandas

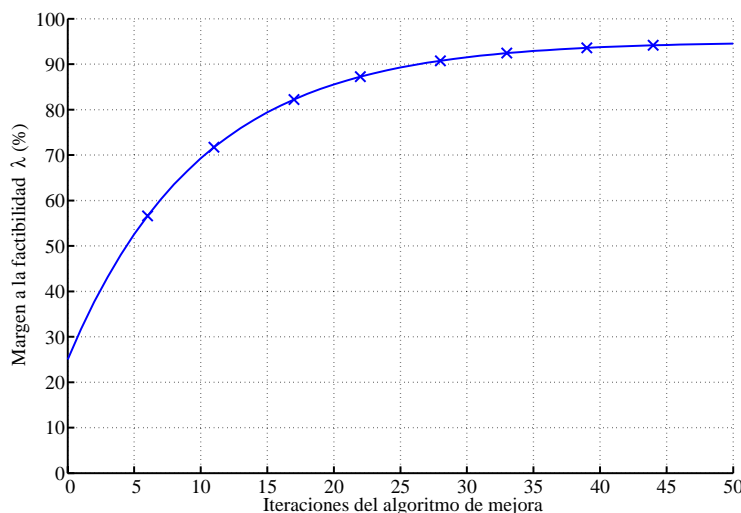


Figura 6–11: Evolución del margen a la factibilidad del flujo de cargas durante las sucesivas iteraciones del algoritmo genérico de mejora de los márgenes de funcionamiento

Tabla 6-8: Movimientos óptimos de las tomas de transformadores

número PSSE	nombre PSSE	Límite máximo QG ⁺ (Mvar)		Sensibilidad $\partial\lambda/\partial QG^+$ (p.u./p.u.)
		P.O. 7.4	Real	
128	JURRUT_1	5.3	7.7	0.02227
129	JURRUT_1	5.3	7.8	0.02226
4834	LA_MUE_3	31.7	50.0	0.01932
4836	LA_MUE_2	21.5	34.5	0.01911
4833	LA_MUE_4	31.7	50.0	0.01901
4738	CASTEL_7	35.7	92.7	0.01799
4839	CASTEL_5	79.8	187.9	0.01758
4739	CASTEL_6	42.6	151.6	0.01742
4785	ESCOMB_5	40.2	80.9	0.01663
4790	ESCOMB_4	40.4	79.2	0.01646

adicionales de generación de potencia reactiva más eficientes a la hora de mejorar el margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas considerando los límites de generación de potencia reactiva sería obtener la sensibilidad de dicho margen con respecto de los límites de generación de potencia reactiva de los grupos. Para ello, se pueden utilizar las fórmulas de cálculo de sensibilidades desarrolladas en 5.2.2 de esta tesis, asumiendo como variable de control dichos límites de generación de potencia reactiva. A modo de ejemplo, se muestra en la Tabla 6-8 los diez grupos de generación que presentan una mayor sensibilidad del margen de convergencia λ con respecto de sus límites máximos de generación de potencia reactiva.

Como se observa en la Tabla 6-8, la totalidad de los generadores incluidos pertenecen al área Centro, concretamente al sistema eléctrico de la zona de Levante (Juan de Urrutia, La Muela, ciclo combinado de Castellón, y Escombreras). Esto pone de manifiesto el hecho de que gran parte del déficit de potencia reactiva existente en el sistema pertenece a dicha zona. Este hecho ya se constató en las Figura 6-7 y Figura 6-8, donde se podía observar que la tensión del nudo de 400 kV de Catadau presentaba la pendiente con respecto del margen a la factibilidad λ más elevada.

6.3.4 Conclusiones

En la presente sección se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en caso base, concretamente al correspondiente a la segunda fase, esto es, convergencia considerando límites de generación de potencia reactiva. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español en el que se ha ido reduciendo progresivamente la capacidad de generación de potencia reactiva de los grupos de generación. De este modo, se alcanza un punto a partir del cual se hace imposible cubrir el déficit de potencia reactiva en el sistema, punto a partir del cual el flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva deja de tener solución. También se han aplicado los límites definidos en la banda obligatoria que se establece en el procedimiento de operación del sistema eléctrico peninsular español número 7.4 (P.O. 7.4) [BOE, 2000], resultando también un flujo de cargas infactible considerando límites de generación de potencia reactiva.

Para la aplicación del algoritmo de mejora, se seleccionaron los casos correspondientes a la reducción al 50% de la capacidad de generación de potencia reactiva de los grupos y a los límites definidos en la banda obligatoria que se establece en el P.O. 7.4. En el primero de ellos, el algoritmo de mejora es capaz de mejorar el margen a la factibilidad hasta alcanzar la unidad, empleando en este caso acciones de control de tensiones (tensión de consigna de grupos, reactancias y condensadores, y tomas de transformadores). Al alcanzar el margen a la factibilidad su cota superior, esto es, la unidad, el flujo de cargas en caso base pasa a ser un flujo de cargas factible, esto es, con solución. En el segundo caso, las medidas de control de tensiones se hacen insuficientes para lograr obtener un flujo de cargas factible. Esto trae como consecuencia que el Operador del Sistema se vea obligado a contratar banda adicional a determinados grupos. Con el objetivo de seleccionar los más eficientes, se han obtenido las sensibilidades del margen a la factibilidad con respecto de los límites de generación de potencia reactiva de los grupos saturados.

6.4 Margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia

Esta sección contiene la aplicación de los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollados en esta tesis al margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. En la gran mayoría de los casos, la pérdida de uno o varios elementos de la red de transporte perjudica el condicionamiento del sistema, pudiendo llegar en ocasiones a dejar un sistema de ecuaciones de flujo de cargas infactible, esto es, sin solución. La parametrización de la contingencia a través de un factor de escala λ , acotado entre cero (caso base) y uno (contingencia) permite aplicar la contingencia de forma continua. De este modo, dicho factor de escala λ puede ser considerado como un margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia cuando el máximo valor que puede tomar es menor que la unidad, esto es, cuando no se puede aplicar la contingencia en su totalidad.

Es importante en este punto insistir en que, al igual que ocurría con el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el concepto de “margen” en este caso particular también se encuentra perturbado. Es decir, la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia no se alcanza cuando el factor de escala λ (esto es, el margen a la factibilidad) alcanza el valor nulo, sino cuando alcanza una cota máxima, en este caso concreto la unidad.

La sección se encuentra estructurada de la siguiente manera. El apartado 6.4.1 realiza una descripción del caso utilizado en la sección. El apartado 6.4.2 realiza el cálculo del margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. A continuación el apartado 6.4.3 emplea elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos, baterías de condensadores, reactancias y tomas de transformadores) para mejorar el margen a la factibilidad de las ecuaciones de estado del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, hasta lograr que éste tenga solución. Finalmente, el apartado 6.4.4 presenta las conclusiones obtenidas.

6.4.1 Descripción del caso utilizado

El caso seleccionado para esta sección corresponde al 15 de Marzo de 2004, a las 20:30. El interés del presente caso se centra en la red de transporte de 400 kV y 220 kV del sistema andaluz. Se muestra en la Figura 6-12 un sinóptico de nudos simplificado de la red de transporte de Andalucía occidental.

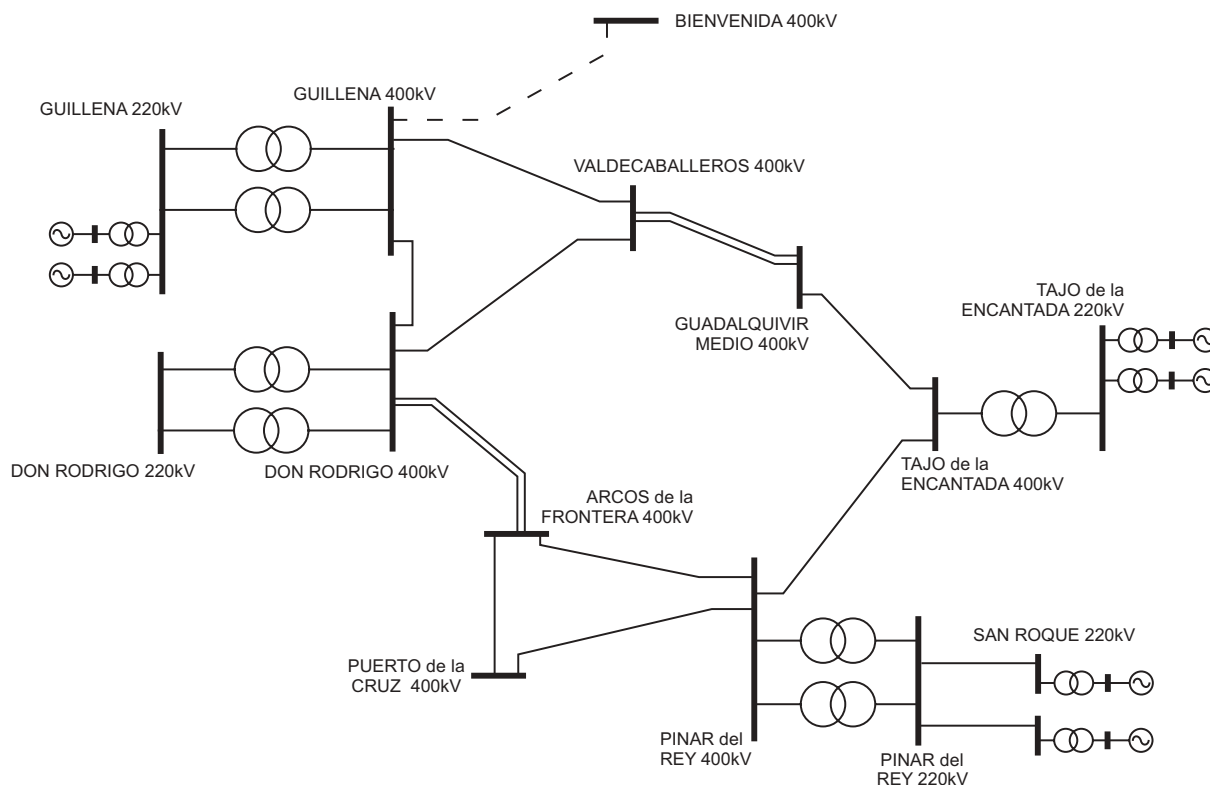


Figura 6-12: Sinóptico de nudos simplificado del sistema de transporte de Andalucía occidental

Esta sección del sistema andaluz que incluye como principal núcleo de demanda la ciudad de Sevilla se alimenta fundamentalmente a través de dos vías. La primera es la generación que recibe desde el norte a través de la red de 400 kV, concretamente a través de las líneas que conectan los nudos de Bienvenida y Guadalquivir Medio con la central de Almaraz. La segunda es a través de los generadores propios de la zona, que vierten directamente al sistema de 220 kV. De este modo, se realiza un reparto razonablemente equilibrado entre el transporte por la red de 400 kV y el realizado por la red de 220 kV.

Sin embargo, en el presente escenario, la línea de 400 kV Bienvenida – Guillena (representada en trazo discontinuo en la Figura 6-12) se encuentra fuera de servicio. Esto provoca que la capacidad de transporte de energía a través del sistema de 400 kV se vea reducida, provocando que aumente el transporte a través del sistema de 220 kV. Este aumento en el transporte en la red de 220 kV conlleva una degradación del perfil de tensiones en dicha red. Se muestra en la Figura 6-13 el mapa isovoltáico de la red de 220 kV del sistema eléctrico peninsular español en el caso base. En la Figura 6-13 se aprecia que el perfil global no es un perfil bajo, puesto que las tensiones se mantienen por encima de los 220 kV. Sin embargo, si se aprecia en determinadas zonas, concretamente en Sevilla, Córdoba, Murcia, Alicante y Pontevedra, un gradiente pronunciado de su perfil de tensiones. Esto indica que estas zonas están recibiendo un transporte masivo de energía a través del nivel de 220 kV. Esto plantea la duda de si el sistema será capaz de aguantar la pérdida por un lado de más capacidad de transporte en el nivel de 400 kV y por otro de la inyección de potencia en la red de 220 kV.

6.4.2 Cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia

En este apartado se aplica la metodología general de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de

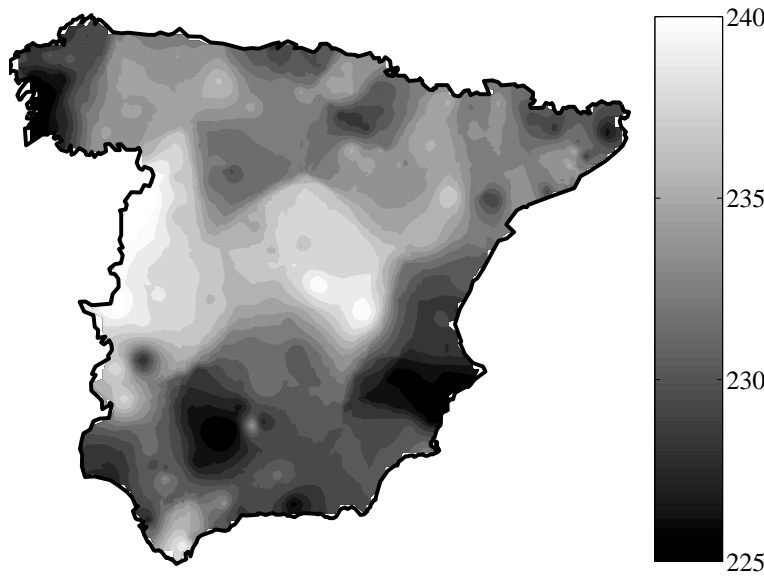


Figura 6-13: Mapa isovoltaje de la red de 220 kV en el caso base

cargas, bajo hipótesis de contingencia. La formulación del problema de cálculo es la que se muestra en la ecuación (6.3):

$$\begin{aligned}
 & \max \quad \lambda \\
 & \text{s.a} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\
 & \quad \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

donde, en este caso, λ representa el margen a la factibilidad, empleado para parametrizar los generadores y/o líneas implicados en la contingencia. La frontera de factibilidad en este caso la forman las ecuaciones de estado de flujo de cargas (\mathbf{g}) y las restricciones de desigualdad (\mathbf{h}), formadas en este caso únicamente por la cota superior del margen, esto es, $\lambda - 1 \leq 0$.

La contingencia que se ha considerado para el estudio es doble:

- Por un lado, se considera la contingencia del doble circuito formado por las líneas Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena del sistema de 400 kV. La pérdida de ambas líneas prácticamente aísla los nudos de Guillena y Don Rodrigo de la red a 400 kV, quedando conectados únicamente a través de Arcos de la Frontera. Como consecuencia de esto, el transporte hasta ambos nudos a través de la red a 400 kV se hace muy “largo” en términos eléctricos, con lo que la energía se ve obligada a viajar en un alto porcentaje a través del sistema de 220 kV.
- Por otro lado, se considera la contingencia de los dos grupos de generación de San Roque. Ambos grupos vierten su producción a la red a 220 kV de forma independiente, esto es, mediante barras separadas.

El cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia en el presente escenario se dividirá en tres partes. En primer lugar, en el subapartado 6.4.2.1 se estudiará la contingencia del doble circuito formado por las líneas Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena de la red de 400 kV. A continuación, en el subapartado 6.4.2.2 se estudiará la contingencia de los dos grupos de generación de San Roque. Finalmente, en el subapartado 6.4.2.3 se considerará la contingencia combinada del doble circuito y los grupos. En ésta última, el flujo de cargas bajo la hipótesis de dicha contingencia dejará de tener solución.

Tabla 6-9: Características del doble circuito considerado en la contingencia

INICIO	FIN	Potencia ENTRANTE		Potencia SALIENTE	
		MW	Mvar	MW	Mvar
15027-VALDEC_1	15005-DRODRI_1	322.3	-68.3	317.1	71.0
15027-VALDEC_1	15015-GUILLE_1	470.8	-4.3	462.8	53.9

Para estudiar el efecto que tiene la aplicación progresiva de las contingencias postuladas en las tensiones del sistema, se han seleccionado los nudos de Don Rodrigo, Guillena y Pinar del Rey, de la red de 220 kV, como nudos representativos del sistema.

6.4.2.1 Contingencia del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena

Se muestra en la Tabla 6-9 el estado del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena, en la situación previa a su pérdida en la contingencia. Se aprecia en la Tabla 6-9 la importancia para el sistema del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena. Por un lado, a través del mismo los nudos de Guillena y Don Rodrigo reciben casi 800 MW de potencia activa, capacidad que se perderá con la contingencia del doble circuito. Por otro lado, se aprecia que el buen ajuste del despacho de potencia y el perfil de tensiones provoca que ambas líneas transporten una potencia cercana a su potencia natural (553 MW y 561 MW, respectivamente) [Elgerd, 1985; Grainger, *et al.*, 1994], lo que trae como consecuencia que ambas líneas generen potencia reactiva (139 Mvar y 58 Mvar, respectivamente) y la viertan a la red por ambos lados de las mismas.

En este caso, la parametrización realizada con el margen a la factibilidad de la contingencia λ se aplica a los parámetros constructivos del doble circuito, esto es, la resistencia R , la reactancia X y la admitancia paralelo B . De este modo, el margen a la factibilidad de la contingencia λ igual a cero representa que el doble circuito se encuentra conectado al sistema, mientras que si λ toma el valor igual a uno es equivalente a eliminar el doble circuito del sistema. La Figura 6–14 representa la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta uno. Tal y como muestra la Figura 6–14, el margen a la factibilidad de la contingencia λ alcanza su máximo en uno. Esto significa que la contingencia del doble circuito a 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena no desemboca en un flujo de cargas sin solución. Sin embargo, se aprecia claramente que afecta negativamente al perfil de tensiones del sistema, el cual se ve degradado especialmente en los nudos cercanos al doble circuito, donde las tensiones sufren una caída de más de 10 kV, esto es, de casi un 5%. Como se comentó anteriormente, esto se debe fundamentalmente a que la pérdida de capacidad de transporte de energía que aportaba el doble circuito en el nivel de 400 kV se traduce en un aumento del transporte a través del nivel de 220 kV.

6.4.2.2 Contingencia de los grupos de generación de San Roque

Se muestra en la Tabla 6-10 el estado de los generadores de San Roque, en la situación previa a su pérdida en la contingencia. Se aprecia en la Tabla 6-10 que la pérdida de ambos grupos de generación suponen la disminución de una elevada cantidad de potencia, inyectada en la red de

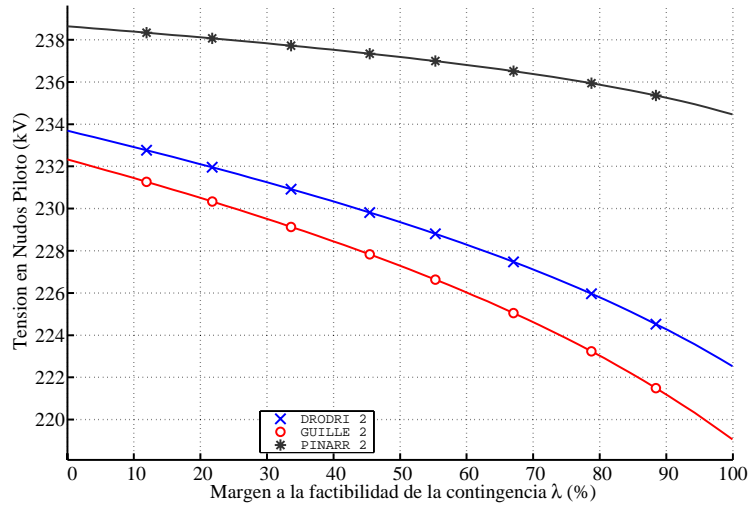


Figura 6-14: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia del doble circuito

220 kV, tanto activa¹ (700 MW) como reactiva (350 Mvar). Esto trae como consecuencia una caída de las tensiones en la red a 220 kV.

Tabla 6-10: Características de los grupos de generación considerados en la contingencia

número PSSE	nombre PSSE	Potencia ACTIVA (MW)			Potencia REACTIVA (Mvar)		
		generada	mínima	máxima	generada	mínima	máxima
5930	S.ROQU_4	373.4	153.0	373.4	176.4	-130.0	300.0
5935	S.ROQU_3	327.1	164.0	384.0	172.1	-130.0	300.0

En este caso, la parametrización realizada con el margen a la factibilidad de la contingencia λ se aplica al despacho de generación de los grupos, tanto de activa como de reactiva². De este modo, el margen a la factibilidad de la contingencia λ igual a cero representa que los grupos se encuentran conectados al sistema e inyectando la potencia activa y reactiva especificada en la Tabla 6-10, mientras que si λ toma el valor igual a uno es equivalente a eliminar ambos generadores del sistema. La Figura 6-15 representa la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta uno.

Tal y como muestra la Figura 6-15, el margen a la factibilidad de la contingencia λ alcanza su máximo en uno. Esto significa que la contingencia de los grupos de generación de San Roque no desemboca en un flujo de cargas sin solución. Sin embargo, se observa de nuevo en la Figura 6-15 un degradamiento del perfil de tensiones en la red de 220 kV. Por un lado, esto es debido al aumento en el transporte originado por la necesidad de traer la potencia activa perdida desde otros puntos de la red eléctricamente más lejanos. Por otro lado, la pérdida de la potencia reactiva que aportaban los grupos, la cual contribuía a mantener elevado el perfil de tensiones.

¹ Debido a que la intención es mostrar el efecto inmediato de la contingencia, la pérdida de la potencia activa de ambos grupos debida a la contingencia no se ha compensado con la subida de ningún otro grupo de generación.

² Es importante indicar que es necesario pasar el tipo de nudo de los grupos de PV a PQ antes de llevar a cabo la parametrización.

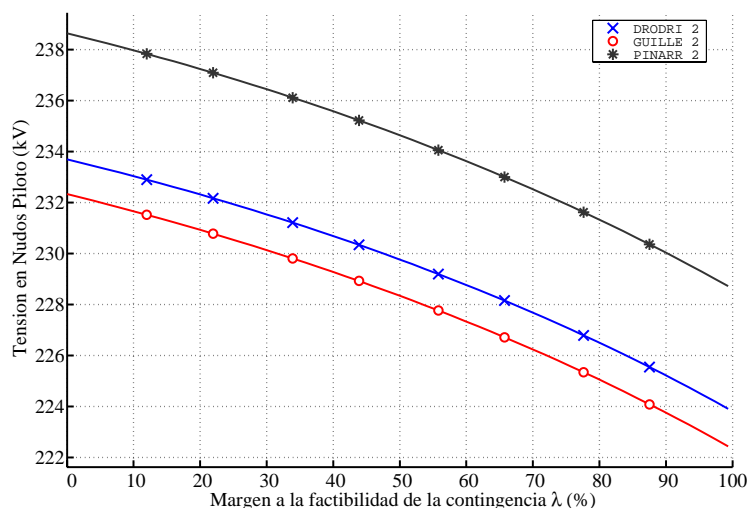


Figura 6-15: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia de los grupos de generación

6.4.2.3 Contingencia combinada del doble circuito y los grupos

En este último subapartado, la contingencia considerada abarca tanto al doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena como a los grupos de generación de San Roque. En este caso por tanto la parametrización realizada con el margen a la factibilidad de la contingencia λ se aplica a los parámetros constructivos del doble circuito, esto es, la resistencia R , la reactancia X y la admitancia paralelo B , y al despacho de generación de los grupos, tanto de activa como de reactiva. De este modo, el margen a la factibilidad de la contingencia λ igual a cero representa que se encuentran conectados al sistema tanto el doble circuito como los generadores, mientras que si λ toma el valor igual a uno es equivalente a eliminar tanto el doble circuito como los generadores del sistema. La Figura 6-16 representa la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta su valor máximo, que en este caso no alcanza la unidad.

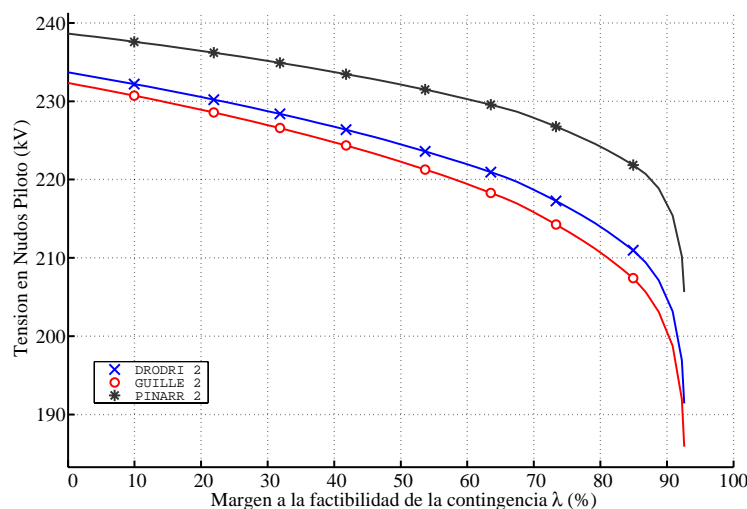


Figura 6-16: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia conjunta del doble circuito y los grupos de generación

Como se puede observar en la Figura 6–16, en esta ocasión el punto de colapso de tensiones se alcanza antes de que el margen a la factibilidad de la contingencia λ alcance la unidad. El máximo valor que es capaz de alcanzar λ es del 93%. La interpretación que se da por tanto a este valor es que la contingencia sólo es posible aplicarla en un 93% como máximo antes de producirse el colapso de tensiones. Esto significa por tanto que la aplicación de la contingencia combinada del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena y los grupos de generación de San Roque degeneran en un flujo de cargas sin solución, esto es, infactible.

En este punto, es importante recordar que el cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia se ha realizado aplicando la metodología diseñada en esta tesis y expuesta en el capítulo 4 de la misma. Sin embargo, con objeto de poder apreciar en detalle la topología de las curvas representadas en las Figura 6–14, Figura 6–15 y Figura 6–16, el paso de continuación se ha reducido considerablemente, obteniendo de este modo unas curvas más detalladas a cambio de un mayor coste computacional. El empleo de la metodología original tan sólo precisa de dos iteraciones del flujo de cargas de continuación, la estimación de multiplicadores y un total de seis iteraciones del flujo de cargas de punto de colapso por optimización. A continuación, la Figura 6–17 muestra la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta su valor máximo. En este caso, lo que se representa son los puntos reales que se obtienen aplicando la metodología de cálculo original, esto es, sin reducir el paso de continuación para obtener las curvas en detalle, como se hizo en la Figura 6–16.

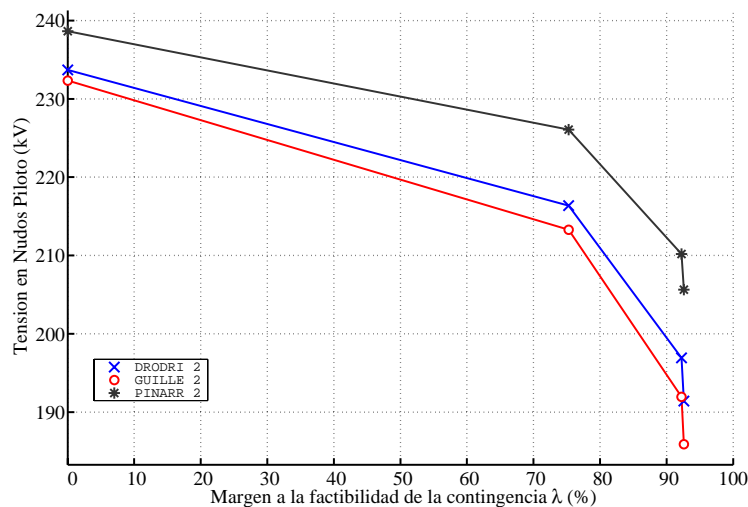


Figura 6–17: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia conjunta del doble circuito y los grupos de generación (sin detalle)

Como se observa en la Figura 6–17, el punto final que se alcanza es el mismo que se alcanza en la Figura 6–16, pero en esta ocasión tan sólo son necesarios dos puntos del flujo de cargas de continuación y el punto final, obtenido mediante el flujo de cargas de punto de colapso por optimización. El esfuerzo computacional empleado en todo el proceso de cálculo se detalla en la Tabla 6-11. En la Tabla 6-11 se presenta el proceso completo desgranado en sus diferentes subprocesos, esto es, flujo de cargas de continuación, estimación de multiplicadores de Lagrange y punto de colapso por optimización. Para cada uno de ellos, se presenta el número de iteraciones necesarias, el tiempo empleado en total y el tiempo medio empleado en cada iteración. De los tiempos recogidos en la Tabla 6-11, el que más llama la atención es el tiempo medio por iteración del flujo de cargas de continuación, aparentemente muy alto. Sin embargo,

Tabla 6-11: Esfuerzo computacional en el cálculo del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia combinada del doble circuito y los grupos de generación

Proceso	Iteraciones	Tiempo (s)	Tiempo por iteración (s)
Flujo de cargas de continuación	2	30.28	15.14
Estimación de multiplicadores	.	2.28	2.28
Punto de colapso por optimización	6	34.37	5.73
TOTAL		66.93	

es importante remarcar, como se aprecia en la Figura 6–16, la alta no linealidad existente en el caso de que la contingencia desemboque en un flujo de cargas sin solución. Esto trae como consecuencia que el paso corrector necesita de muchas iteraciones para converger, lo que aumenta el tiempo computacional de la etapa del flujo de cargas de continuación.

El margen a la factibilidad de la contingencia λ se puede interpretar también como medida de lo lejos que se encuentra el sistema de ser factible bajo la hipótesis de contingencia. Empleando los multiplicadores de Lagrange asociados al punto de colapso donde se alcanza el máximo valor de λ se pueden obtener sensibilidades necesarias para plantear el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento de los sistemas de energía eléctrica desarrollado en esta tesis, y aplicarlo a lograr la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. En el siguiente apartado se plantea el empleo de elementos de control de tensiones para alcanzar dicho objetivo.

6.4.3 Mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia mediante acciones de control de tensiones

En el apartado anterior se mostró cómo la contingencia combinada del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena y los grupos de generación de San Roque desembocaba en un flujo de cargas sin solución, al haber obtenido un margen a la factibilidad de la contingencia λ igual a 93%, esto es, por debajo del 100%. El margen a la factibilidad de la contingencia λ se puede interpretar por tanto como una medida de lo lejos que se encuentra el sistema de ser factible bajo la hipótesis de contingencia. Empleando los multiplicadores de Lagrange asociados al punto de colapso donde se alcanza el máximo valor de λ se pueden obtener sensibilidades necesarias para plantear el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollado en esta tesis, y aplicarlo a lograr la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. En este apartado se plantea el empleo de elementos de control de tensiones para alcanzar dicho objetivo.

En este punto es importante constatar que, si bien el objetivo en este caso del algoritmo de mejora es alcanzar un valor del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia igual a la unidad, el valor empleado como objetivo para el margen de funcionamiento ha sido 1.05. El motivo es que ajustar el valor del margen de funcionamiento exactamente a uno, dejaría un flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia factible, pero situado en la bifurcación silla-nodo. Esto traería como consecuencia un caso muy mal condicionado para posteriores análisis correctivos o preventivos sobre el caso bajo hipótesis de contingencia.

El apartado se encuentra estructurado de la siguiente manera. En el subapartado 6.4.3.1 se emplean todos los recursos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensiones de consigna de grupos, reactancias, baterías de condensadores y tomas de transformadores. Por el contrario, en el subapartado 6.4.3.2 tan sólo se emplean como acciones de control las tensiones de consigna de los grupos de generación.

6.4.3.1 Mejora del margen empleando tensiones de consigna de grupos, baterías de reactancias/condensadores y tomas de transformadores

La contingencia combinada del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena y los grupos de generación de San Roque desemboca en un flujo de cargas sin solución, puesto que el valor máximo que es capaz de alcanzar el margen a la factibilidad de la contingencia λ es igual a 93%, por debajo del 100%. Con el objetivo de incrementar dicho margen hasta la unidad y obtener de este modo un flujo de cargas factible bajo la hipótesis de la contingencia, se emplean los elementos de control de tensiones disponibles en el sistema, esto es, tensión de consigna de grupos de generación, baterías de condensadores y reactancias, y tomas de transformadores. Los resultados de la aplicación del

Tabla 6-12: Movimientos óptimos de la tensión de consigna de grupos de generación

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	Tensión de Consigna (p.u.)				
			min	max	Inicial	Final	Incr.
NORTE	2876	VILLAR_9	0.9000	1.1000	0.9897	1.1000	0.1103
CENTRO	4857	TRILLO_3	0.9500	1.0500	0.9781	0.9857	0.0076
SUR	5790	LITORA_4	0.9500	1.0500	0.9975	1.0500	0.0525
	5792	LITORA_3	0.9500	1.0500	1.0276	1.0500	0.0224
	5850	TAJOEN_4	0.9000	1.1000	1.0088	1.1000	0.0912
	5855	TAJOEN_3	0.9000	1.1000	1.0231	1.1000	0.0769

Tabla 6-13: Movimientos óptimos de las baterías de condensadores

número PSSE	nombre PSSE	Potencia REACTIVA inyectada en la red (Mvar)				
		min	max	Inicial	Final	Incremento
4099	FUENCA_3	0	100	0	100	100
4588	TORREN_2	0	72	0	72	72

Tabla 6-14: Movimientos óptimos de las reactancias

número PSSE	nombre PSSE	Potencia REACTIVA absorbida de la red (Mvar)				
		min	max	Inicial	Final	Incremento
15025	PINARR_1	0	300	150	0	-150

Tabla 6-15: Movimientos óptimos de las tomas de transformadores

ÁREA	nudo INICIAL	nudo FINAL	IC	Relación de transformación (p.u.)				
				min	max	Inicial	Final	Incr.
CENTRO	4225-VILLAV_3	24365-VILLAV_2	2	0.8990	1.1010	0.9798	0.9596	-0.0202
SUR	5120-MERIDA_2	25115-MERIDA_1	1	0.9389	1.1475	1.0432	0.9389	-0.1043
	5161-P.LLAN_2	25137-P.LLAN_1	1	0.8937	1.0923	0.9930	1.0327	0.0397
	25060-DRODRI_2	5885-DRODRI_3	1	0.8886	1.2023	1.0298	1.0925	0.0627
	25060-DRODRI_2	5886-DRODRI_4	2	0.8886	1.2023	1.0298	1.0925	0.0627
	25080-GUADAM_2	5900-GUADAM_3	1	0.8886	1.2023	1.0455	1.2023	0.1568
	25085-GUILLE_2	5905-GUILLE_7	1	0.8886	1.2023	1.0298	1.0612	0.0314
	25160-TAJOEN_2	5910-TAJOEN_7	1	0.8886	1.2023	1.0611	1.0297	-0.0314
	25075-CAPARA_2	15008-CAPARA_1	2	0.8886	1.2023	1.0611	1.1238	0.0627
	25085-GUILLE_2	15015-GUILLE_1	2	0.8886	1.2023	1.0298	1.0612	0.0314
	25130-PINARR_2	15025-PINARR_1	1	0.8886	1.2023	1.0298	1.1082	0.0784
	25130-PINARR_2	15025-PINARR_1	2	0.8886	1.2023	1.0298	1.1082	0.0784

algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollado en esta tesis se encuentran recogidos en las Tabla 6-12, Tabla 6-13, Tabla 6-14 y Tabla 6-15.

Los resultados presentados en las Tabla 6-12, Tabla 6-13, Tabla 6-14 y Tabla 6-15 muestran cómo el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, aplicado al margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, obtiene una solución que responde fundamentalmente a la necesidad de subir el perfil de tensiones de la red a 220 kV del área Sur. Puesto que el empleo de elementos de control de tensiones no aporta prácticamente control sobre los flujos de potencia activa por la red, la solución obtenida busca fundamentalmente dos cosas: aumentar la inyección de potencia reactiva en las cercanías de la contingencia y desviar parte del transporte de potencia reactiva a través de las redes a 132 kV y sobre todo a 400 kV. En la Tabla 6-12, que recoge los movimientos óptimos de la tensión de consigna de grupos de generación, se aprecia un aumento casi generalizado de las tensiones de consigna en los grupos del área Sur. De este modo, al encontrarse todos estos grupos conectados a la red a 220 kV, colaboran al levantamiento de perfil de tensiones. En la Tabla 6-13, que recoge los movimientos óptimos de las baterías de condensadores, se aprecia la necesidad de un aporte adicional de un total de 172 Mvar de potencia reactiva al sistema, conectando para ello los condensadores de Fuencarral y Torrente, ambos de la red a 132 kV. En la Tabla 6-14, que recoge los movimientos óptimos de las reactancias, se muestra la necesidad de desconectar por un lado la reactancia de Pinar del Rey, la cual estaba consumiendo 150 Mvar en la red a 400 kV. Finalmente, en la Tabla 6-15, que recoge los movimientos óptimos de las tomas de los transformadores, se aprecia un movimiento generalizado en los transformadores del área Sur destinado a desviar flujos de potencia reactiva de la red a 220 kV a las redes a 400 kV y 132 kV.

Destaca también en las Tabla 6-12, Tabla 6-13, Tabla 6-14 y Tabla 6-15 el equilibrio existente en las acciones óptimas de control entre número de movimientos y eficiencia obtenida. Este equilibrio es debido fundamentalmente a la definición que se realiza en la tesis de los costes

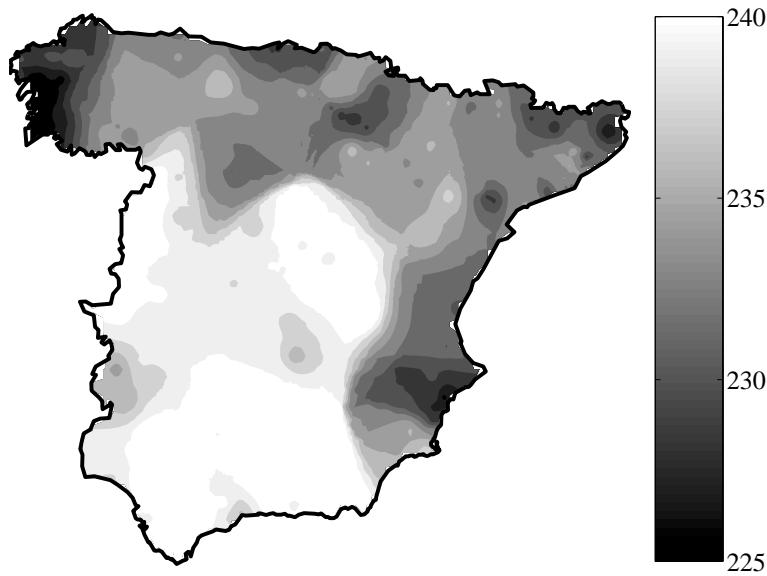


Figura 6–18: Mapa isovoltaje de la red de 220 kV en el caso base, tras el movimiento óptimo de los elementos de control de tensiones

asociados a los movimientos de los elementos de control de tensiones en la función objetivo del problema de mejora de márgenes de funcionamiento. Esta definición se encuentra detallada en el apartado 5.4.2 y se basa en la inversa de las capacidades de maniobra de cada uno de los elementos de control de tensiones.

Para apreciar mejor el efecto positivo que todas estas medidas han tenido en el perfil de tensiones de la red a 220 kV, se muestra en la Figura 6–18 el mapa isovoltaje de la red a 220 kV del sistema eléctrico peninsular español en el caso base. En dicho mapa se aprecia un aumento notable en el perfil de tensiones del nivel de 220 kV en toda la mitad inferior del sistema eléctrico peninsular español, que afecta fundamentalmente a las áreas Sur y Centro. De este modo, se refuerza la red a 220 kV, haciendo capaz al sistema de soportar la contingencia combinada del doble circuito a 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena y los grupos de generación de San Roque, sin que se precipite el colapso de tensiones. Esto es, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia se ha conseguido mejorar hasta alcanzar la unidad.

Para ilustrar la mejora obtenida, se muestra de forma conjunta en la Figura 6–19 la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta su valor máximo, antes (trazo discontinuo) y después (trazo continuo) de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones recogidos en las Tabla 6-12, Tabla 6-13, Tabla 6-14 y Tabla 6-15. En la Figura 6–19 se aprecia con claridad que la aplicación de la contingencia combinada del doble circuito y los grupos de generación ha pasado de desembocar en un colapso de tensiones antes de poder aplicarla en su totalidad a poder aplicarse en su totalidad sin que el flujo de cargas deje de tener solución. Esto es, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia λ ha mejorado desde el valor inicial del 93% hasta el 100%. Se aprecia también en la Figura 6–19 el aumento de las tensiones de los tres nudos en el caso base, de casi 10 kV en cada uno de ellos.

Se ha conseguido por tanto cumplir el objetivo del algoritmo, esto es, mejorar el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, empleando el mínimo movimiento de los elementos de control de tensiones del sistema. Sin embargo, la pregunta que surge en este punto es si ha merecido la pena. Es decir, el movimiento de tomas de

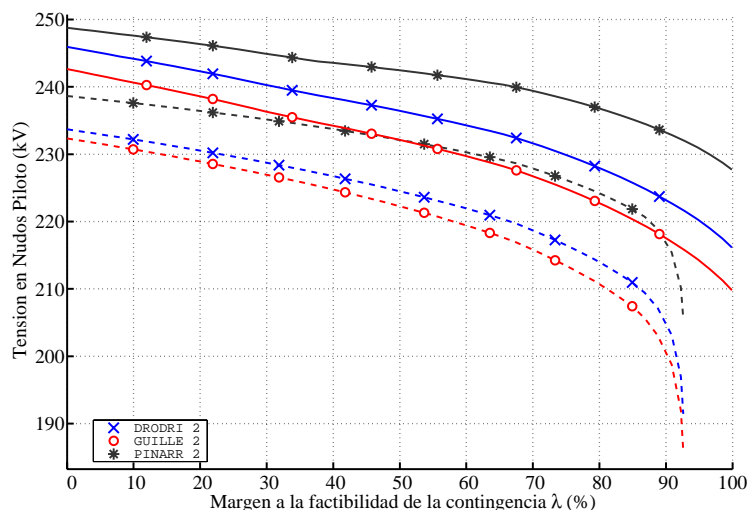


Figura 6-19: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia conjunta del doble circuito y los grupos de generación, antes y después de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones

transformadores y la conexión/desconexión de las baterías de condensadores y reactancias son movimientos que provocan perturbaciones transitorias en el sistema, debido fundamentalmente a su naturaleza discreta. En caso de ser posible, siempre resulta preferible emplear el control de las tensiones de consigna de los grupos de generación, por ser variables continuas, lo cual permite controlar el efecto transitorio que su variación provoca en el sistema. Para comparar las eficiencias de las tres acciones de control consideradas, se presenta en la Tabla 6-16 un resumen de la primera iteración realizada en el algoritmo de mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia.

Tabla 6-16: Resumen de la primera iteración del algoritmo de mejora del margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia

		Variable de CONTROL				
		Inicial	Incremento.	Sensibilidad	Incr. de λ	Incr. de λ (%)
Gen.	5850-TAJOEN_4	1.0088	0.0200	0.1467	0.0028	28.0
Reac.	15025-PINARR_1	-1.5000	0.3000	0.0153	0.0044	44.0
Transf.	25080-GUADAM_2 5900-GUADAM_3	1.0455	0.0314	0.1240	0.0036	36.0
TOTAL					0.0100	100.0

La Tabla 6-16 presenta cada uno de los tres tipos de elementos de control de tensiones más eficaces y por tanto los primeros en ser movidos. En la tabla se incluye el valor inicial de la variable de control, el incremento óptimo calculado, la sensibilidad del margen λ con respecto de cada acción de control, y finalmente la mejora que experimenta λ debido a cada uno de los elementos empleados, en valor absoluto y en tanto por ciento. Se puede observar en la Tabla 6-16 que la eficiencia que se obtiene moviendo un 2% la tensión de consigna del grupo más eficiente (Tajo de la Encantada) es aproximadamente igual a la que se obtiene subiendo dos tomas en el transformador más eficiente (Guadalquivir Medio) o quitando de la red el 20% de la

reactancia más eficiente (Pinar del Rey). A la vista de estos resultados, se plantea la posibilidad de volver a ejecutar el algoritmo de mejora, pero esta vez empleando tan sólo tensiones de consigna de los grupos de generación, con el objeto de comparar ambas soluciones y determinar si el empleo de tomas de transformadores y baterías de condensadores y reactancias se hace estrictamente necesario. En el siguiente subapartado se presentan los resultados obtenidos de esta nueva simulación.

6.4.3.2 Mejora del margen empleando únicamente tensiones de consigna de grupos

Tras ejecutar de nuevo el algoritmo de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollado en esta tesis, en esta ocasión empleando sólo las tensiones de consigna como elementos de control, los resultados obtenidos se han recogido en la Tabla 6-17.

Tabla 6-17: Movimientos óptimos de la tensión de consigna de grupos de generación

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	Tensión de Consigna (p.u.)				
			min	max	Inicial	Final	Incr.
NORTE	2876	VILLAR_9	0.9000	1.1000	0.9897	1.1000	0.1103
CENTRO	4705	ACECA_4	0.9500	1.0500	0.9878	1.0301	0.0423
	4760	COFREN_2	0.9500	1.0500	0.9500	1.0200	0.0700
	4824	JM.ORI_7	0.9000	1.1000	0.9930	0.9947	0.0017
	4828	JM.ORI_4	0.9000	1.1000	0.9880	1.0186	0.0306
	4857	TRILLO_3	0.9500	1.0500	0.9781	1.0500	0.0719
SUR	5790	LITORA_4	0.9500	1.0500	0.9975	1.0500	0.0525
	5792	LITORA_3	0.9500	1.0500	1.0276	1.0500	0.0224
	5850	TAJOEN_4	0.9000	1.1000	1.0088	1.1000	0.0912
	5855	TAJOEN_3	0.9000	1.1000	1.0231	1.1000	0.0769

Los movimientos que se presentan en la Tabla 6-17 se reparten principalmente entre generadores del área Sur y generadores del área Centro. Los movimientos de la tensión de consigna de los grupos del área Sur responden, tal y como ocurría en el subapartado anterior, a la necesidad de levantar el perfil de tensiones de la red a 220 kV, para lo cual se suben las tensiones de consigna de los grupos de generación de Litoral y de Tajo de la Encantada. Sin embargo, destacan sobretodo los grupos pertenecientes al área Centro, esto es, los grupos de Aceca, Cofrentes, J. M. de Oriol y Trillo. En un principio, el resultado esperado habría sido mover el resto de grupos existentes en el área Sur (Bahía de Algeciras, Elcogas, Los Barrios, Guillena, etc.), y que son más cercanos en términos eléctricos a la zona de la contingencia que los grupos arriba mencionados. El motivo por el cual no se consideran las tensiones de consigna de estos grupos como acciones de control es que todos ellos se encuentran generando potencia reactiva en límites. A causa de esto, los nudos donde se encuentran conectados todos estos generadores son del tipo PQ, esto es, la tensión del nudo es variable de estado, y por tanto no se puede considerar como variable de control. Como consecuencia de esto, al no poder contar con todos estos grupos como elementos de control, han de ser los grupos del área Centro los que proporcionen el aporte necesario de potencia reactiva que permita levantar lo suficiente el perfil de tensiones de la red a 220 kV. Para apreciar mejor el efecto positivo que todas estas medidas

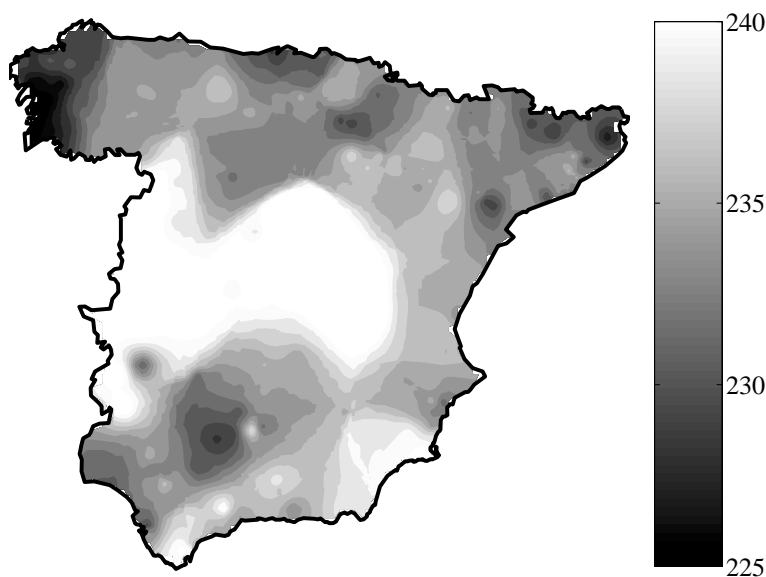


Figura 6–20: Mapa isovoltaje de la red de 220 kV en el caso base, tras el movimiento óptimo de las tensiones de consigna de los grupos de generación

han tenido en el perfil de tensiones de la red a 220 kV, se muestra en la Figura 6–20 el mapa isovoltaje de la red a 220 kV del sistema eléctrico peninsular español en el caso base.

En el mapa mostrado en la Figura 6–20 se aprecia un aumento notable de las tensiones de la red a 220 kV, aunque no tan considerable como el obtenido en el subapartado anterior con todos los elementos de control de tensiones disponibles. En esta ocasión, el aumento afecta fundamentalmente al área Centro. De este modo, se refuerza la red a 220 kV del área Centro, lo que permite que la reactiva procedente del Norte y el Noroeste pueda ser transportada hasta el área Sur, haciendo capaz al sistema de soportar la contingencia combinada del doble circuito de 400 kV Valdecaballeros–Don Rodrigo y Valdecaballeros–Guillena y los grupos de generación de San Roque, sin que se precipite el colapso de tensiones. Esto es, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia se ha conseguido mejorar de nuevo hasta alcanzar la unidad.

Para ilustrar la mejora obtenida, se muestra en la Figura 6–21 la evolución de las tensiones en los nudos seleccionados como representativos del sistema conforme el margen a la factibilidad de la contingencia λ evoluciona desde cero hasta su valor máximo, antes (trazo discontinuo) y después (trazo continuo) de aplicar los movimientos óptimos de los elementos de control de tensiones recogidos en la Tabla 6-17. En la Figura 6–21 se aprecia con claridad que la aplicación de la contingencia combinada del doble circuito y los grupos de generación ha pasado de desembocar en un colapso de tensiones antes de poder aplicarla en su totalidad a poder aplicarse en su totalidad sin que el flujo de cargas deje de tener solución. Esto es, el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia λ ha mejorado desde el valor inicial del 93% hasta el 100%. Se aprecia también en la Figura 6–21 que en esta ocasión el aumento de las tensiones de los tres nudos en el caso base tan sólo es de unos 3 kV aproximadamente, muy por debajo de los casi 10 kV obtenidos en el subapartado anterior mediante el empleo conjunto de todos los elementos de control de tensiones.

La diferencia entre ambas soluciones por tanto es tan sólo de carácter cuantitativo, puesto que el objetivo de devolver la factibilidad a las ecuaciones del flujo de cargas se satisface con ambas alternativas. Queda por tanto a la voluntad del Operador del Sistema emplear los elementos de control que estime oportuno en cada caso, en función de la eficiencia de cada uno de ellos y del coste que se le supone asociado a maniobrar las tomas de los transformadores con regulación en

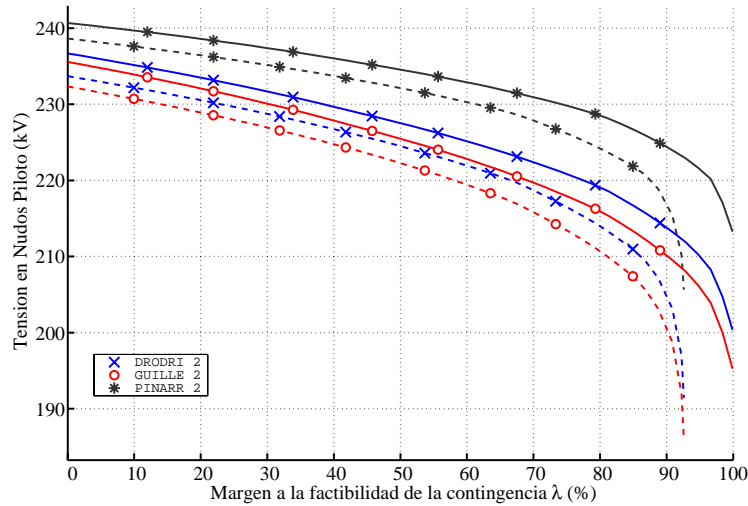


Figura 6-21: Módulo de la tensión en nudos, conforme se aplica progresivamente la contingencia conjunta del doble circuito y los grupos de generación, antes y después de aplicar los movimientos óptimos de las tensiones de consigna de los grupos de generación

carga, así como la conexión y desconexión de reactancias y baterías de condensadores. Dicho coste representa el deterioro que sufren tanto los cambiadores de tomas en carga de los transformadores como los interruptores de las reactancias y baterías de condensadores si se las maniobra en exceso, y que se refleja en el coste de mantenimiento.

6.4.4 Conclusiones

En la presente sección se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español, considerando dos contingencias (un doble circuito y dos grupos de generación) que por separado resultaban perjudiciales para la estabilidad de las tensiones del sistema, aunque no críticas. Sin embargo la aplicación simultánea de ambas contingencias degenera en un flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia infactible, esto es, sin solución.

El proceso de cálculo ha mostrado cómo el margen a la factibilidad es incapaz de alcanzar su cota máxima, esto es, la unidad, cuando la contingencia postulada degenera en un flujo de cargas sin solución. El margen a la factibilidad se muestra por tanto como una medida de lo lejos que se encuentra el sistema de tener solución bajo hipótesis de contingencia. El algoritmo de mejora, empleando las sensibilidades correspondientes, es capaz de mejorar dicho margen hasta alcanzar la unidad, empleando en este caso acciones de control de tensiones (tensión de consigna de grupos, reactancias y condensadores, y tomas de transformadores). Al alcanzar el margen a la factibilidad su cota superior, esto es, la unidad, el flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia pasa a ser un flujo de cargas factible, esto es, con solución.

6.5 Margen a la inestabilidad de tensiones

Esta sección contiene la aplicación de los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollados en esta tesis al margen a la inestabilidad de tensiones. El grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de

cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones. La medida más utilizada para evaluar dicha distancia es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, controlando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga. El valor máximo del factor de carga, correspondiente al punto de colapso, recibe por tanto el nombre de factor crítico de carga.

La sección se encuentra estructurada de la siguiente manera. El apartado 6.5.1 realiza una descripción del caso utilizado en la sección. El apartado 6.5.2 realiza el cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones. A continuación el apartado 6.5.3 aplica deslastre de cargas para obtener una mejora en el margen al punto de colapso de tensiones. Finalmente, el apartado 6.5.4 presenta las conclusiones obtenidas.

6.5.1 Descripción del caso utilizado

El caso seleccionado para esta sección corresponde al 17 de Diciembre de 2001, a las 18:10. Como ya se contó en el subapartado 2.4.1.4 de esta tesis, la ola de frío que afectaba a España provocó un aumento sin precedentes de la demanda de energía eléctrica. Se alcanzó el récord histórico tanto de demanda punta a las 18:45 horas con 35500 MW, como de demanda media horaria a las 18 horas con 34930 MW. A la baja capacidad hidráulica motivada por un año muy seco, se sumó la indisponibilidad de algunos grupos térmicos. Todas estas circunstancias desembocaron en valores de tensión muy bajos a la hora de la punta, como los registrados en los nudos a 400 kV de San Sebastián de los Reyes con 348 kV en la zona Centro, o Catadau con 358 kV en la zona de Levante. Ante esta caída de las tensiones, el Operador del Sistema tomó la decisión cerca de la 19:00 de deslastrear 500 MW de carga de las zonas Centro y Levante. Esta medida fue suficiente para frenar la caída de las tensiones y devolver al sistema a un punto de funcionamiento más seguro. El caso empleado en esta sección corresponde al estado del sistema minutos antes de que el Operador se viera obligado a efectuar el deslastre de cargas.

Se presenta en la Tabla 6-18 el balance de potencia activa del sistema eléctrico peninsular español. La Tabla 6-18 incluye la potencia activa generada en barras de central en MW, la demanda de potencia activa en MW, las pérdidas de potencia activa en la red en MW y las exportaciones de potencia activa en MW. Todos los datos se encuentran desglosados por áreas.

Tabla 6-18: Balance de potencia activa del sistema en caso base

ÁREA	Potencia ACTIVA (MW)			
	Generación	Demanda	Pérdidas	Exportación
NOROESTE	9322	3186	177	5959
NORTE	3857	3704	271	-118
ESTE	5938	7340	151	-1553
CENTRO	7384	10975	339	-3930
SUR	3233	4532	141	-1440
TOTAL	29734	29737	1079	-1082

Lo primero que llama la atención es que el área Norte, tradicionalmente exportadora de energía, se encuentra en este caso importando energía. Esto es debido a que, como se comentó anteriormente, el año 2001 fue bastante seco. Al ser la generación del área Norte mayoritariamente hidráulica, el área se ve obligada a importar energía del área Noroeste.

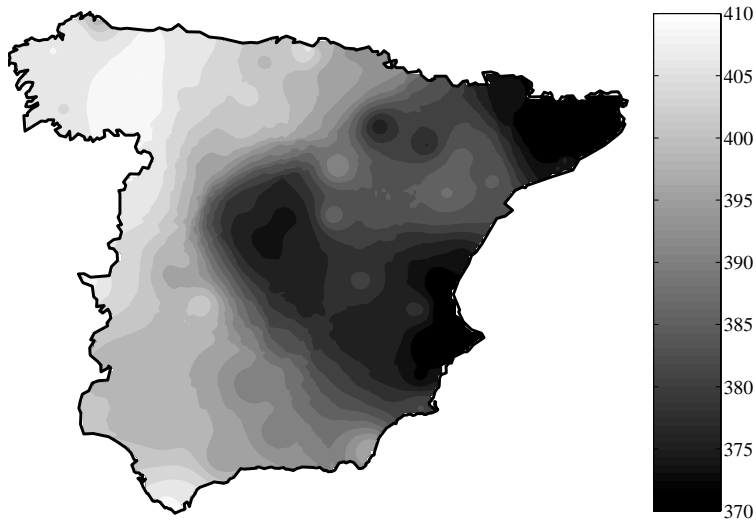


Figura 6–22: Mapa isovoltaje de la red de 400 kV

Destaca también la alta cantidad de energía importada, 1082 MW, de las áreas limítrofes, esto es, Francia (416 MW), Portugal (451 MW) y Marruecos (215 MW). Estas dos últimas son sin duda las más llamativas, puesto que tanto Portugal como sobre todo Marruecos habitualmente importan energía del sistema eléctrico peninsular español.

Un perfil tan alto de carga del sistema trae asociado un perfil de tensiones bajo en la red de transporte. Con objeto de mostrar el mal estado del perfil de tensiones del sistema, se muestra en la Figura 6–22 el mapa isovoltaje de la red de 400 kV del sistema eléctrico peninsular español en el caso base. En la Figura 6–22 se aprecia que el perfil de tensiones del nivel de 400 kV es especialmente crítico en tres zonas del sistema: Madrid, Levante (área Centro) y Cataluña (área Este). Este perfil tan bajo es debido al exceso de transporte existente para satisfacer la demanda de dichas zonas.

6.5.2 Cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones

En este apartado se aplica la metodología general de cálculo del márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica al margen a la inestabilidad de tensiones. La formulación del problema de cálculo es la que se muestra en la ecuación (6.4):

$$\begin{aligned}
 & \max \quad \lambda \\
 & \text{s.a} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\
 & \quad \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

donde el margen de funcionamiento λ representa el margen al punto de colapso de tensiones, empleado para parametrizar el despacho de generación de potencia activa de los grupos de generación, y la carga de potencia activa y reactiva de los nudos de demanda. La frontera de factibilidad la forman únicamente las ecuaciones de estado de flujo de cargas (\mathbf{g}). En este caso, no existen restricciones de desigualdad (\mathbf{h}) en la definición de la frontera.

El proceso de cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones parte de la definición de un patrón de variación tanto del despacho de generación de potencia activa en los grupos, como de la carga de potencia activa y reactiva de los nudos de demanda del sistema. El patrón adoptado de variación de la demanda y la generación en el sistema ha sido considerar un incremento

homotético de ambos con respecto de los despachos iniciales en las áreas pertenecientes al sistema eléctrico peninsular español. Esto es:

$$\begin{cases} PG_{e\lambda i} = PG_{e0i} \\ PD_{e\lambda i} = PD_{e0i} \\ QD_{e\lambda i} = QD_{e0i} \end{cases} ; \forall i / area(i) \in \{1,2,3,4,5\} \quad (6.5)$$

Por el contrario, la demanda y generación en las áreas fronterizas se ha considerado constante, esto es, la variación parametrizada de su generación y demanda es nula:

$$\begin{cases} PG_{e\lambda i} = 0 \\ PD_{e\lambda i} = 0 \\ QD_{e\lambda i} = 0 \end{cases} ; \forall i / area(i) \in \{6,7,8\} \quad (6.6)$$

Bajo estas condiciones de operación, el factor crítico de carga obtenido es de $\lambda_{\max} = 3.41\%$, correspondiente con un valor de máxima demanda de 30753 MW. El margen desde la demanda inicial del caso (29737 MW) al punto de colapso es por tanto de 1015 MW.

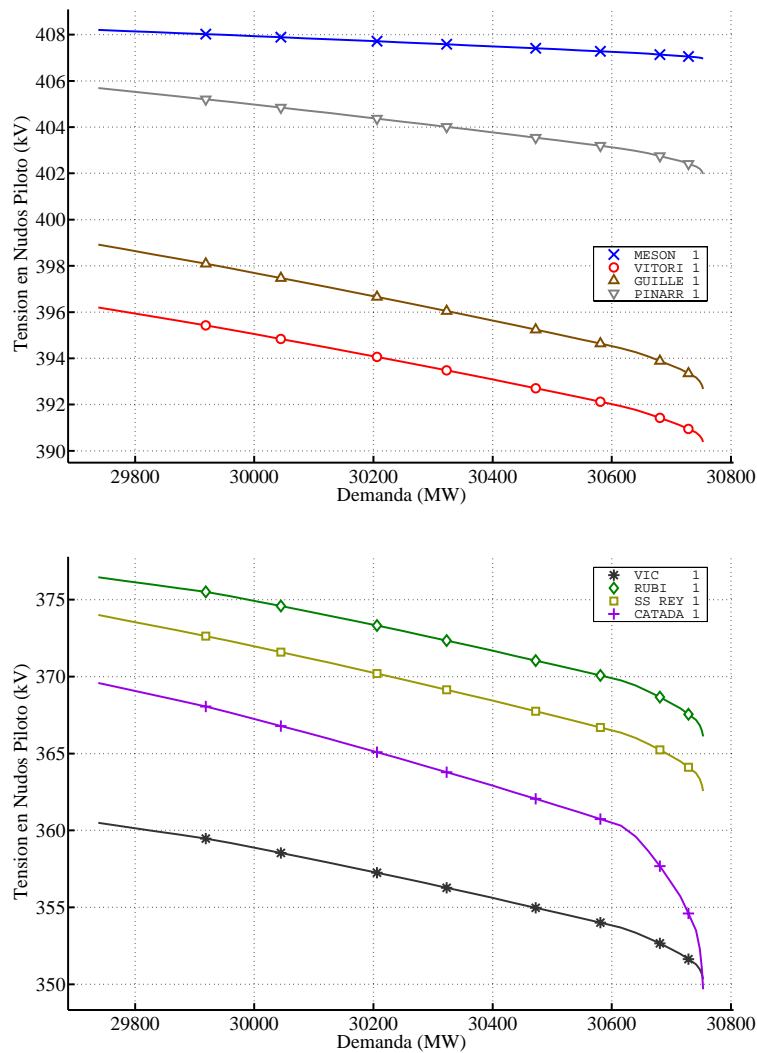


Figura 6-23: Módulo de la tensión en nudos

Se muestra en la Figura 6–23 las curvas que representan la evolución de los módulos de las tensiones de los nudos seleccionados como representativos del caso³. Para una mejor apreciación de dichas curvas, se han separado los nudos de las áreas Noroeste (Meson do Vento), Norte (Vitoria) y Sur (Guillena y Pinar del Rey) de los nudos de las áreas Este (Vic y Rubí) y Centro (San Sebastián de los Reyes y Catadau).

Las tensiones de las áreas Noroeste, Norte y Sur son claramente superiores a las de las áreas Este y Centro. En el caso de las áreas Noroeste y Norte se encuentra justificado al tratarse de áreas exportadoras de energía. En el caso del área Sur, a pesar de ser área importadora de energía, posee generación en zonas de gran demanda, lo que reduce el transporte y eleva las tensiones.

En la Figura 6–23 se puede apreciar además un codo en las curvas de nariz para un valor aproximado de la demanda de 30650 MW ($\lambda \approx 3.07\%$), especialmente pronunciado en la tensión del nudo de 400 kV de Catadau. La presencia de dicho codo se debe a la saturación casi simultánea de la generación de potencia reactiva⁴ de los grupos de las centrales térmicas de Cofrentes y de Castellón - La Plana. Ambas centrales se encuentran muy próximas al nudo de 400 kV de Catadau, lo que motiva que sea en la tensión de este nudo donde mejor se aprecia el codo. Se muestra en la Figura 6–24 la evolución de la potencia reactiva generada por ambos grupos conforme aumenta la demanda del sistema hacia el punto de colapso.

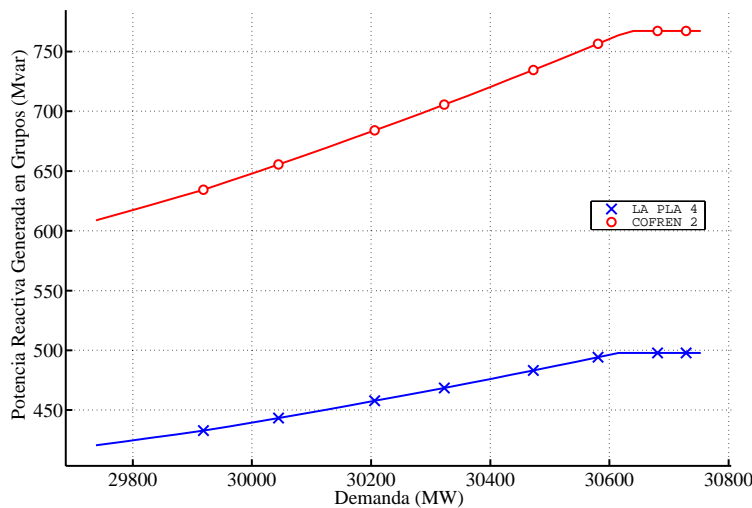


Figura 6–24: Potencia reactiva generada por los grupos de Castellón – la Plana y Cofrentes

En un sistema de energía eléctrica bien condicionado, las líneas de transporte tienden a generar potencia reactiva, como balance entre la generada por las admitancias paralelo y la consumida por la reactancia serie. Sin embargo, en casos mal condicionados ocurre lo contrario. Los dos efectos más directos de la cercanía al punto de colapso son:

- *Reducción de los módulos de las tensiones:* Esto conlleva una disminución de potencia reactiva generada por las admitancias paralelo de las líneas, al depender del cuadrado de las tensiones.

³ Al igual que en el cálculo del margen a la convergencia del flujo de cargas en caso base y bajo hipótesis de contingencia, el paso del flujo de cargas de continuación ha sido reducido con el objeto de mostrar en detalle la topología de las curvas obtenidas en el cálculo del margen a la inestabilidad de tensiones.

⁴ En el apéndice C de esta tesis se explica de forma detallada el porqué la saturación de los límites de generación de potencia reactiva en los grupos de generación trae asociada esta degradación de la estabilidad de las tensiones del sistema

- *Aumento del transporte de potencia a través de las líneas:* Como consecuencia de esto, y sumado a que las tensiones disminuyen, son las corrientes a través de las líneas las que aumentan. Esto provoca que las pérdidas de potencia reactiva en las reactancias serie de las líneas aumenten, al depender del cuadrado de las corrientes.

En la Figura 6–25 se muestran las evoluciones con el aumento de la demanda del sistema de:

- Las pérdidas de potencia reactiva en las reactancias X serie de las líneas.
- La potencia reactiva generada en las admitancias B paralelo de las líneas.
- El balance total de pérdidas de potencia reactiva en las líneas.

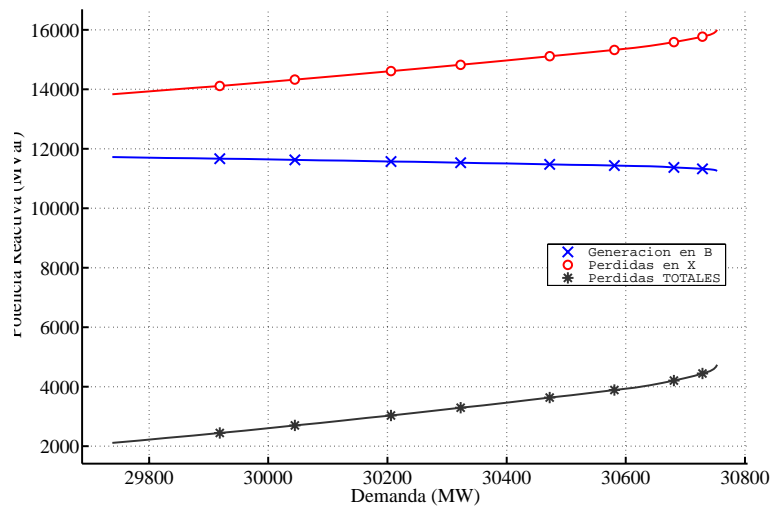


Figura 6–25: Balance de la potencia reactiva generada y consumida por las líneas de transporte

Se puede observar en la Figura 6–25 que el caso de partida no se encuentra bien condicionado, al partir de una situación en la que el transporte es suficientemente alto y las tensiones suficientemente bajas como para provocar que las líneas consuman potencia reactiva.

Otra consecuencia directa del aumento de la corriente por las líneas, sumado al descenso de las tensiones, es el aumento de las pérdidas de potencia activa en las líneas. La Figura 6–26 muestra la evolución de las pérdidas de potencia activa a medida que aumenta la demanda del sistema.

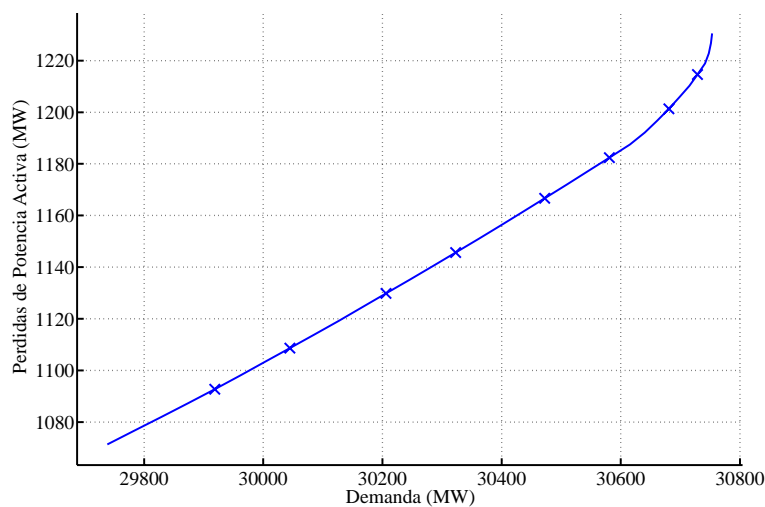


Figura 6–26: Pérdidas de potencia activa en las líneas de transporte

6.5.3 Mejora del margen a la inestabilidad de tensiones mediante deslastre de cargas

El caso parte de un factor de carga crítico de $\lambda_{\max,0} = 3.41\%$, equivalente a un aumento de 1015 MW sobre la demanda sin deslastrar. El algoritmo de deslastre ha sido ejecutado con un valor de seguridad de $\lambda_{\text{seg}} = 15.0\%$, y un deslastre total máximo permitido de 500 MW. En cada iteración del algoritmo, el máximo redespacho de demanda *MDR* permitido ha sido de 10 MW.

El factor crítico de carga tras el deslastre aumenta hasta un valor final de $\lambda_{\max,f} = 11.56\%$, equivalente a 3381 MW de aumento sobre la demanda después del deslastre. Esto es, por debajo del factor crítico de carga de seguridad establecido ($\lambda_{\text{seg}} = 15.0\%$), al haberse alcanzado antes el deslastre total máximo (500 MW) permitido en el algoritmo. Para ilustrar la eficiencia del algoritmo, la Tabla 6-19 presenta la demanda del sistema y el margen al punto de colapso, antes y después del deslastre, mientras que la Figura 6-27 muestra la evolución del margen al punto de colapso conforme se va aplicando el deslastre de cargas.

Tabla 6-19: Eficiencia del deslastre de cargas

	Inicial	Final	Diferencia
Demanda	29737 MW	29237 MW	-500 MW
Margen al punto de colapso	1015 MW (3.41%)	3381 MW (11.56%)	+2366 MW

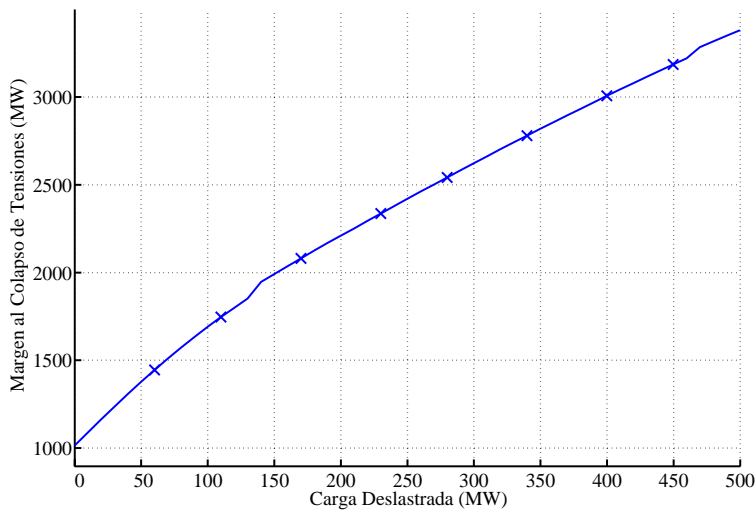


Figura 6-27: Evolución del margen al punto de colapso de tensiones durante el deslastre

Como se puede apreciar tanto en la Tabla 6-19 como en la Figura 6-27, el margen al punto de colapso en el caso inicial es de 1015 MW, lo que supone un 3.41% de los 29737 MW de demanda inicial del caso. Tras deslastrar un total de 500 MW y compensarlos con una bajada de otros 500 MW de generación de potencia activa en los grupos, el nuevo margen al punto de colapso ha ascendido hasta los 3381 MW, lo que supone un 11.56% de los 29237 MW de demanda final del caso. Por tanto, se ha conseguido aumentar el margen al punto de colapso en un total de 2366 MW deslastrando un total de 500 MW de carga. La eficiencia del algoritmo por tanto ha sido de 4.66 MW de mejora en el margen al punto de colapso por cada MW de carga deslastrado.

El resultado final del algoritmo se encuentra recogido en las Tabla 6-20, Tabla 6-21 y Tabla 6-22. En primer lugar, se presenta el resultado final del algoritmo de deslastre, agrupados por áreas. A continuación, la Tabla 6-21 presenta el reparto por nudos de los 500 MW de carga deslastrada, agrupados por áreas. Finalmente, la Tabla 6-22 muestra el reparto por grupos de generación de los 500 MW de bajada de generación de potencia activa, agrupados por áreas.

En la Tabla 6-20 se puede observar que la mayor reducción de demanda se localiza en el área Centro, absorbiendo un total de 488 MW, lo que supone un 97.6% del total de 500 MW de carga deslastrados y coincidiendo con las medidas correctivas que en su momento adoptó REE como Operador del Sistema para alejar al sistema del punto de colapso de tensiones. El resto de la carga deslastrada se concentra en las áreas Este, donde la reducción de demanda es de 10 MW (2.0% del total), y Sur, donde la carga deslastrada suma un total de 2 MW, lo que supone tan sólo un 0.4% del total de 500 MW deslastrados. Por otro lado, el total de los 500 MW de generación de potencia activa redespachados a la bajada, se encuentran

Tabla 6-20: Distribución por áreas de la generación y la demanda de potencia activa del sistema

ÁREA	Potencia Activa Inicial (MW)		Potencia Activa Final (MW)		Reducción de Potencia Activa (MW)	
	GEN	DEM	GEN	DEM	GEN	DEM
NOROESTE	9322	3186	8962	3186	360	.
NORTE	3857	3704	3717	3704	140	.
ESTE	5938	7340	5938	7330	.	10
CENTRO	7384	10975	7384	10487	.	488
SUR	3233	4532	3233	4530	.	2
TOTAL	29734	29737	29234	29237	500	500

Tabla 6-21: Distribución por nudos de la carga activa y reactiva deslastrada

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	Potencia ACTIVA (MW)			Potencia REACTIVA (Mvar)		
			Inicial	Final	Reduc.	Inicial	Final	Reduc.
ESTE	3405	SALT__1	10.1	.	10.1	28.1	.	28.1
CENTRO	4237	ALCOY__1	110.3	.	110.3	57.8	.	57.8
	4312	CEMENT__1	93.7	33.5	60.2	39.9	14.3	25.6
	4336	CUART__1	129.3	89.3	40.0	40.6	28.1	12.5
	4417	ELCHE__1	82.3	12.3	70.0	66.4	9.9	56.5
	4426	T_FORD__1	23.4	.	23.4	15.3	.	15.3
	4438	GANDIA__1	101.9	20.5	81.4	45.8	9.2	36.6
	4523	ROMICA__2	25.3	.	25.3	45.8	.	45.8
	4593	T2RABA__1	32.5	.	32.5	25.4	.	25.4
	24185	MORATA__2	14.6	.	14.6	41.8	.	41.8
24262	TCAMPO__1	87.6	57.4	30.2	57.6	37.8	19.8	
SUR	5156	PTO_RE__2	2.0	.	2.0	15.6	.	15.6
TOTAL			500.0			380.8		

Tabla 6-22: Distribución por grupos de la reducción de potencia activa generada

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	Potencia ACTIVA (MW)				
			Mínima	Máxima	Inicial	Final	Reduc.
NOROESTE	131	DUMBRI_1	30.0	160.0	93.1	92.9	0.2
	22	LUBIAN_2	5.0	51.9.0	39.9	29.7	10.2
	1710	MEIRAM_2	275.0	542.0	532.7	492.8	39.9
	1741	P.G.RO_5	216.0	351.0	325.6	285.6	40.0
	1742	P.G.RO_6	216.0	351.0	332.2	282.6	49.6
	1743	P.G.RO_7	216.0	350.0	324.9	284.8	40.1
	1744	P.G.RO_8	216.0	351.0	333.9	273.8	60.1
	1814	S.PEDR_2	10.0	32.0	30.2	20.7	9.5
	1818	SABON__5	40.0	120.0	104.8	73.5	31.3
	1819	SABON__4	110.0	345.0	311.3	242.6	68.7
1841	SOUTEL_2	12.0	125.0	85.1	74.7	10.4	
NORTE	2705	ALDEAD_8	20.0	133.0	124.8	94.9	29.9
	2715	ALDEAD_9	20.0	133.0	124.8	94.5	30.3
	2720	ALDEAD_6	20.0	132.0	124.8	95.5	29.3
	2725	ALDEAD_7	20.0	135.0	124.8	104.2	20.6
	2730	ALDEAD_5	20.0	135.0	127.8	97.9	29.9
TOTAL						500.0	

repartidos entre las áreas Noroeste, que reduce su generación en 360 MW (72.0% del total), mientras que los 140 MW restantes, que suponen un 28.0% del total, los asume el área Norte.

A la vista de estos resultados, se extrae la conclusión de que el escaso margen al punto de colapso inicial se debía a un exceso de transporte de energía desde las áreas Noroeste y Norte al área Centro. Concretamente, dentro del área Centro, se observa en la Tabla 6-21 que, de los 488 MW de carga deslastrados en dicha área, casi 450 MW se deslastran entre las provincias de Valencia y Alicante, mientras que el resto se reparten entre las provincias de Madrid (nudo 24185 – MORATA_2) y Albacete (nudo 4523 – ROMICA_2). Finalmente, la Tabla 6-22 muestra que de los 360 MW de generación de potencia activa redespachados a la bajada en el área Noroeste, aproximadamente 210 MW se bajan en los grupos de la central de carbón de Puentes de García Rodríguez, situada en la provincia de La Coruña, mientras que el total de los 140 MW de generación de potencia activa redespachados a la bajada en el área Norte pertenecen a la central hidráulica de Aldeadávila, en la frontera de Portugal con la provincia de Salamanca y perteneciente a la cuenca del Duero.

Se muestra en la Figura 6-28 una comparación de las curvas que representan la evolución de los módulos de las tensiones de los nudos seleccionados como representativos del caso, antes del deslastre (trazo discontinuo) y después (trazo continuo). Para una mejor apreciación de dichas curvas, se han separado los nudos de las áreas Noroeste (Meson do Vento), Norte (Vitoria) y Sur (Guillena y Pinar del Rey) de los nudos de las áreas Este (Vic y Rubí) y Centro (San Sebastián de los Reyes y Catadau). Como se puede observar en la Figura 6-28, los nudos de las áreas Noroeste, Norte y Sur apenas han aumentado su tensión, mientras que las áreas Este y Centro, que inicialmente contaban con tensiones muy bajas, han experimentado un notable

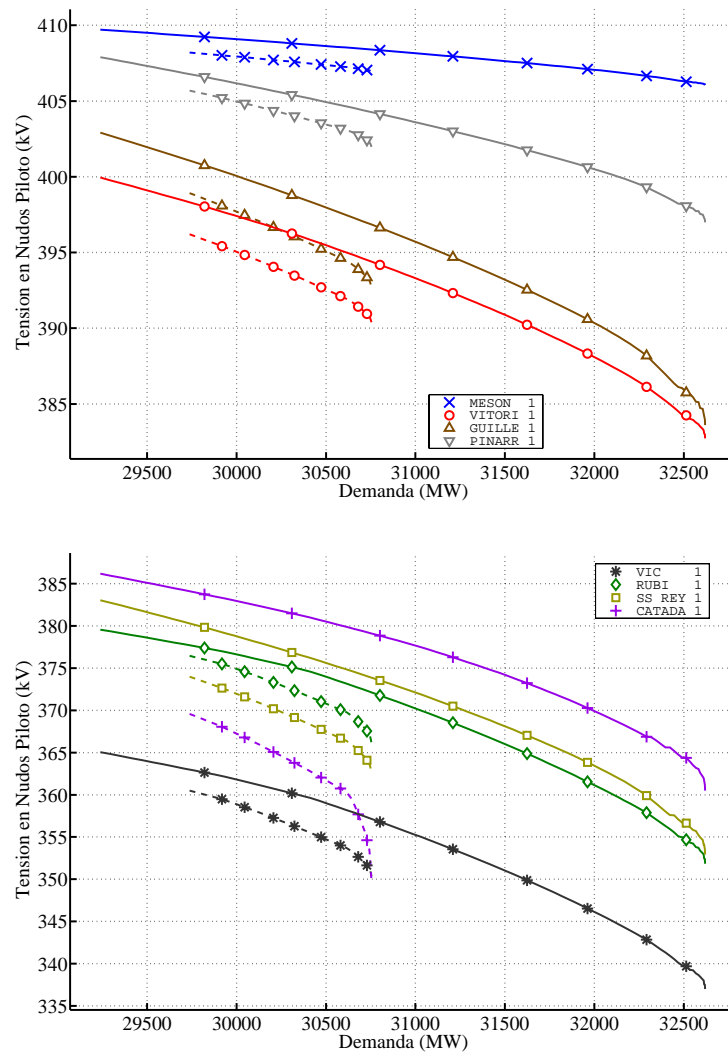


Figura 6-28: Módulo de la tensión en nudos, antes y después del desastre

crecimiento, especialmente el nudo a 400 kV de Catadau. Esto se observa con más claridad representando la evolución de las tensiones en el caso base a medida que se va deslastrando la carga, como muestran la Tabla 6-23 y la Figura 6-29.

Tabla 6-23: Incremento absoluto y relativo de las tensiones en caso base a causa del desastre

ÁREA	número PSSE	nombre PSSE	V_0 (kV)	V_f (kV)	ΔV (kV)	$\Delta V/V_0$ (%)
NOROESTE	11040	MESON__1	408.2	409.7	1.51	0.37
NORTE	12090	VITORI_1	396.2	399.9	3.75	0.95
ESTE	13075	VIC____1	360.5	365.1	4.55	1.26
	13050	RUBI____1	376.5	379.6	3.11	0.83
CENTRO	14105	SS_REY_1	374.0	383.1	9.05	2.42
	14025	CATADA_1	369.6	386.2	16.60	4.49
SUR	15015	GUILLE_1	398.9	402.9	4.00	1.00
	15025	PINARR_1	405.7	407.9	2.20	0.54

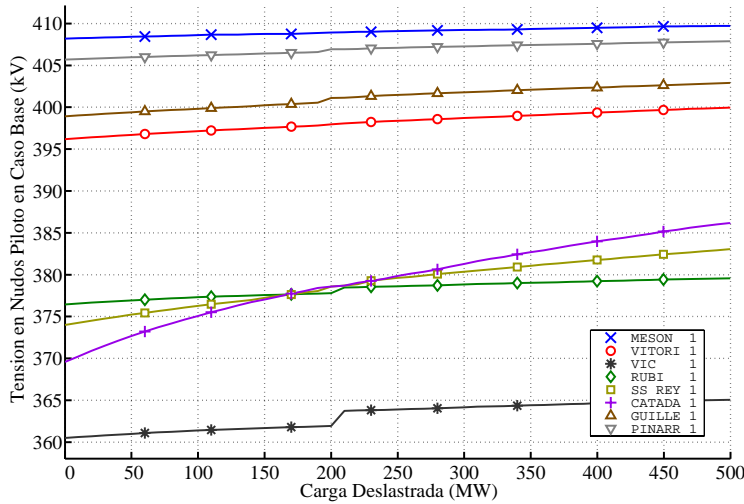


Figura 6-29: Evolución de las tensiones en caso base durante el deslastre

Tanto la Tabla 6-23 como la Figura 6-29 muestran cómo las bajas tensiones pueden considerarse indicio de inestabilidad de tensiones. Sin embargo, no pueden considerarse como una medida fiable, o al menos no como la única medida a tener en cuenta. Se puede observar cómo las tensiones de los nudos a 400 kV de San Sebastián de los Reyes y, especialmente, Catadau, correspondientes a la zona Centro, sufren un incremento considerable en sus tensiones, que antes del deslastre eran muy bajas. Sin embargo, en los nudos a 400 kV de Vic y Rubí, correspondientes a la zona Este, sus tensiones no sufren un aumento tan grande con el deslastre, a pesar de tener niveles muy bajos. Eso significa que la medida de bajas tensiones en los nudos no significa necesariamente que el sistema esté cerca del colapso de tensiones. Con objeto de mostrar de forma global el efecto que tiene el deslastre de cargas en el perfil de tensiones del sistema, se muestra en la Figura 6-30 el nuevo mapa isovoltáico de la red a 400 kV del sistema eléctrico peninsular español en el caso base, después del deslastre.

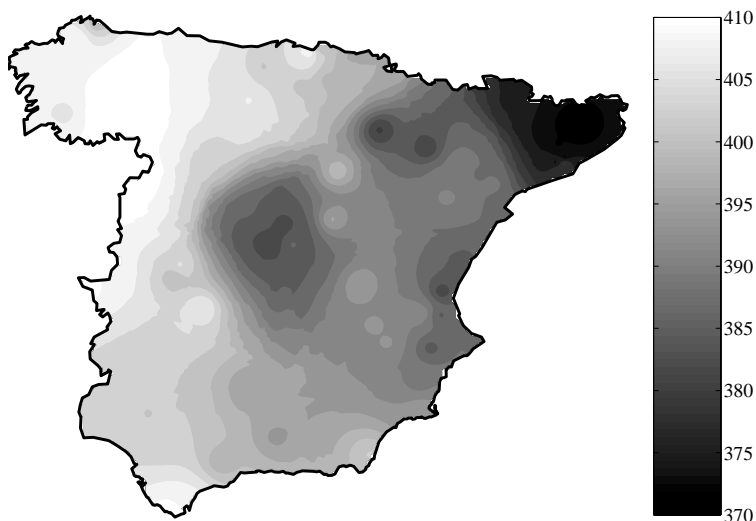


Figura 6-30: Mapa isovoltáico de la red de 400 kV, después del deslastre

Se observa en la Figura 6-30 cómo, tras el deslastre de cargas, el perfil de tensiones en el área Centro se ve claramente mejorado, comparado con el mapa inicial que se mostraba en la Figura 6-22. Esta mejora afecta fundamentalmente a las provincias de Madrid, Valencia y Alicante. Por otra parte, estos mapas ponen de manifiesto de nuevo que un perfil bajo de tensiones no constituye necesariamente un peligro para la estabilidad de las tensiones del sistema. Como ya

se comentó anteriormente, es el caso de la Comunidad Autónoma de Cataluña, perteneciente al área Este, que presenta tanto antes como después del deslastre un perfil de tensiones muy bajo, debido a que apenas se ha deslastrado carga en dicha área. En este caso, el perfil bajo de tensiones que presenta el área Este se debe fundamentalmente al transporte excesivo de energía procedente del intercambio con Francia, a través del corredor La Gaudiere - Baixas - Vic, de 400 kV. Dicho corredor transporta un total de 900 MW, muy por encima de la potencia natural de las líneas, 400 y 505 MW respectivamente. Como indicador del exceso de transporte que transportan ambas líneas, indicar que entre ambas consumen un total de 230 Mvar de potencia reactiva, esto es, casi el 80% de los 290 Mvar que parten desde La Gaudiere en dirección a Vic. Este exceso de transporte tiene como consecuencia como se decía anteriormente un perfil bajo de tensiones en toda Cataluña, pero que sin embargo no resulta peligroso desde el punto de vista del análisis de estabilidad de tensiones.

En la Figura 6-31 se muestra de nuevo la evolución de la potencia reactiva generada en los grupos que provocaban codos en las curvas de nariz al saturarse sus límites de generación de potencia reactiva. En esta ocasión, se muestran las curvas tanto de antes (trazo discontinuo) como de después del deslastre (trazo continuo).

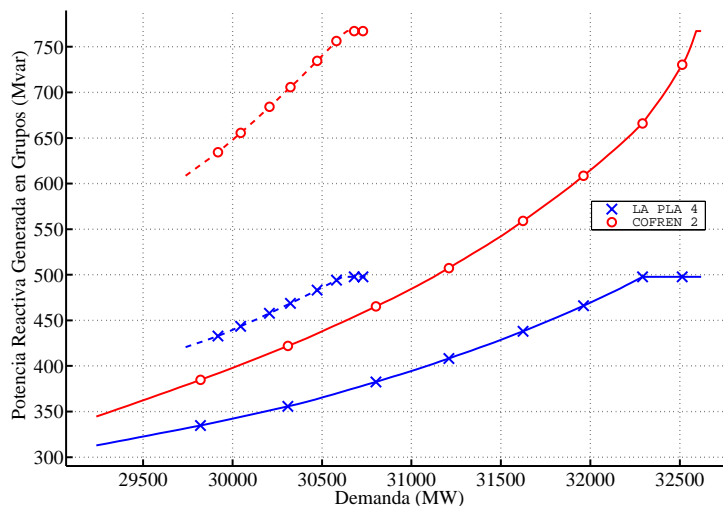


Figura 6-31: Potencia reactiva generada por los grupos de Castellón – la Plana y Cofrentes, antes y después del deslastre

Se puede observar que tras el deslastre, se vuelven a violar de nuevo los límites de generación de potencia reactiva. Sin embargo, al encontrarse el sistema en un punto de funcionamiento más estable, se puede observar en la Figura 6-28 que no se producen los codos en las tensiones que se producían antes del deslastre. Esto es señal de que las tensiones de los nudos cercanos a estos grupos son ahora menos sensibles a sus límites de generación de potencia reactiva.

Como se comentó anteriormente, el hecho de que las líneas de transporte consuman potencia reactiva es una señal de que el transporte de potencia por la red es excesivo. Esto es señal de estar cerca del colapso de tensiones. En la Figura 6-32 se muestran las evoluciones, antes (trazo discontinuo) y después (trazo continuo) del deslastre, con el aumento de la demanda del sistema de:

- Las pérdidas de potencia reactiva en las reactancias X serie de las líneas.
- La potencia reactiva generada en las admitancias B paralelo de las líneas.
- El balance total de pérdidas de potencia reactiva en las líneas.

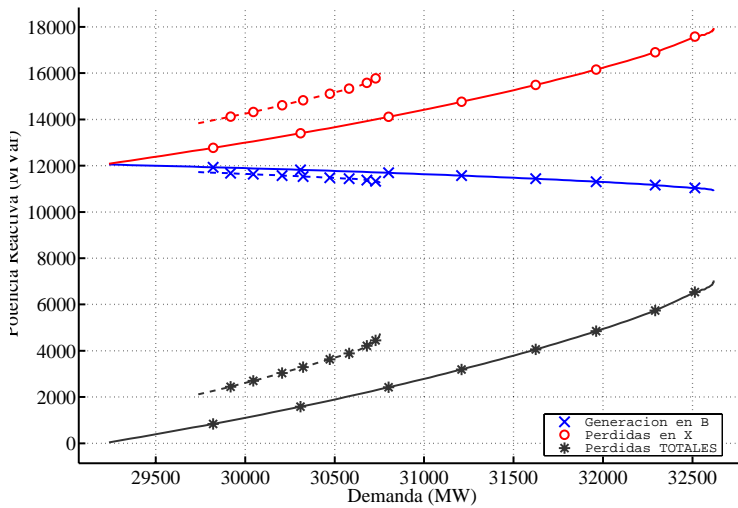


Figura 6–32: Balance de la potencia reactiva generada y consumida por las líneas de transporte, antes y después del desastre

La Figura 6–32 muestra cómo, tras el desastre, las líneas del sistema han reducido drásticamente el consumo neto de potencia reactiva. La bajada de 500 MW de generación y demanda de potencia activa, sumada a la bajada de los 381 Mvar de demanda de potencia reactiva asociados a la carga para conservar el factor de potencia, ha propiciado un descenso de más de 2000 Mvar en las pérdidas netas de la red, de los cuales prácticamente la totalidad se deben a la reducción de las pérdidas en las reactancias X serie. Esto es debido a que el consumo de potencia reactiva por parte de las reactancias X serie ha disminuido al disminuir las corrientes. Por otro lado, la generación de potencia reactiva en las admitancias B paralelo ha aumentado al hacerlo los módulos de las tensiones, aunque este efecto es mucho menos apreciable que el anterior.

De la misma manera, al haber sido reducidas las corrientes a través de las líneas, las pérdidas de potencia activa se ven reducidas. En la Figura 6–33 se muestra la evolución de la pérdidas de potencia activa de las líneas de transporte, antes (trazo discontinuo) y después (trazo continuo) del desastre, a medida que aumenta la demanda del sistema.

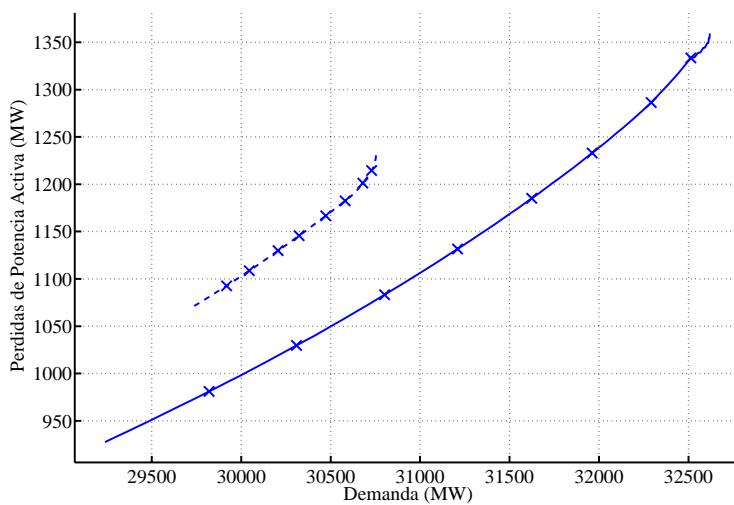


Figura 6–33: Pérdidas de potencia activa en las líneas de transporte, antes y después del desastre

En la Figura 6–33 se puede observar una disminución de casi 145 MW de pérdidas de potencia activa en las líneas de transporte del sistema, lo que constituye aproximadamente un 13.4% de

las pérdidas iniciales. Esta disminución está motivada fundamentalmente por la disminución del transporte de energía por las líneas que ha provocado el deslastre de cargas.

6.5.4 Conclusiones

En la presente sección se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, al margen a la inestabilidad de tensiones. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español especialmente crítico, en el cual fue necesario aplicar un deslastre de cargas de emergencia para evitar el colapso de las tensiones del sistema.

El proceso de cálculo muestra lo cerca que se encuentra el caso del punto de colapso de tensiones, siguiendo un perfil de evolución de generación y demanda proporcional a los valores iniciales en las áreas del sistema eléctrico peninsular español, y nulo en las áreas limítrofes. Empleando las sensibilidades correspondientes, se logró la mejora óptima del margen al punto de colapso empleando como acción de control el deslastre de cargas y la bajada correspondiente en el despacho de generación.

6.6 Capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados

Esta sección contiene la aplicación de los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollados en esta tesis a la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Las transferencias de energía a grandes distancias son fundamentales para la óptima operación de los sistemas de energía eléctrica, tanto desde un punto de vista técnico como económico. La capacidad de transferencia indica hasta cuanto puede aumentar el flujo de energía sin afectar a la seguridad del sistema. En ocasiones, esta capacidad de transferencia puede ser insuficiente para garantizar la seguridad en la operación del sistema, en cuyo caso es necesario ampliarla empleando para ello acciones de control, tales como el redespacho de generación.

La sección se encuentra estructurada de la siguiente manera. El apartado 6.6.1 realiza una descripción del caso utilizado en la sección. El apartado 6.6.2 realiza el cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. A continuación el apartado 6.6.3 aplica redespacho de generación de potencia activa para obtener una mejora en la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Finalmente, el apartado 6.6.4 presenta las conclusiones obtenidas.

6.6.1 Descripción del caso utilizado

El caso seleccionado para esta sección corresponde al 30 de Enero de 2006, a las 19:30, caso correspondiente a la punta de Invierno. El interés del presente caso se centra en la red de transporte a 400 kV y 220 kV de la zona de Levante, que abarca las provincias de Murcia, Alicante y Valencia. La Figura 6-34 muestra un sinóptico de nudos simplificado de la dicha red.

Como se mostrará más adelante, el cálculo de la capacidad de transferencia definido en esta sección se basará en el aumento de demanda de potencia activa en el área Centro, compensado con la subida de generación en las áreas Noroeste, Norte y Sur. En estas circunstancias, la frontera se alcanzará en elementos pertenecientes al sistema representado en la Figura 6-34 en los tres supuestos considerados.

Se presenta en la Tabla 6-24 el balance de potencia activa del sistema eléctrico peninsular español en el escenario considerado, en el caso base. La Tabla 6-24 incluye la potencia activa

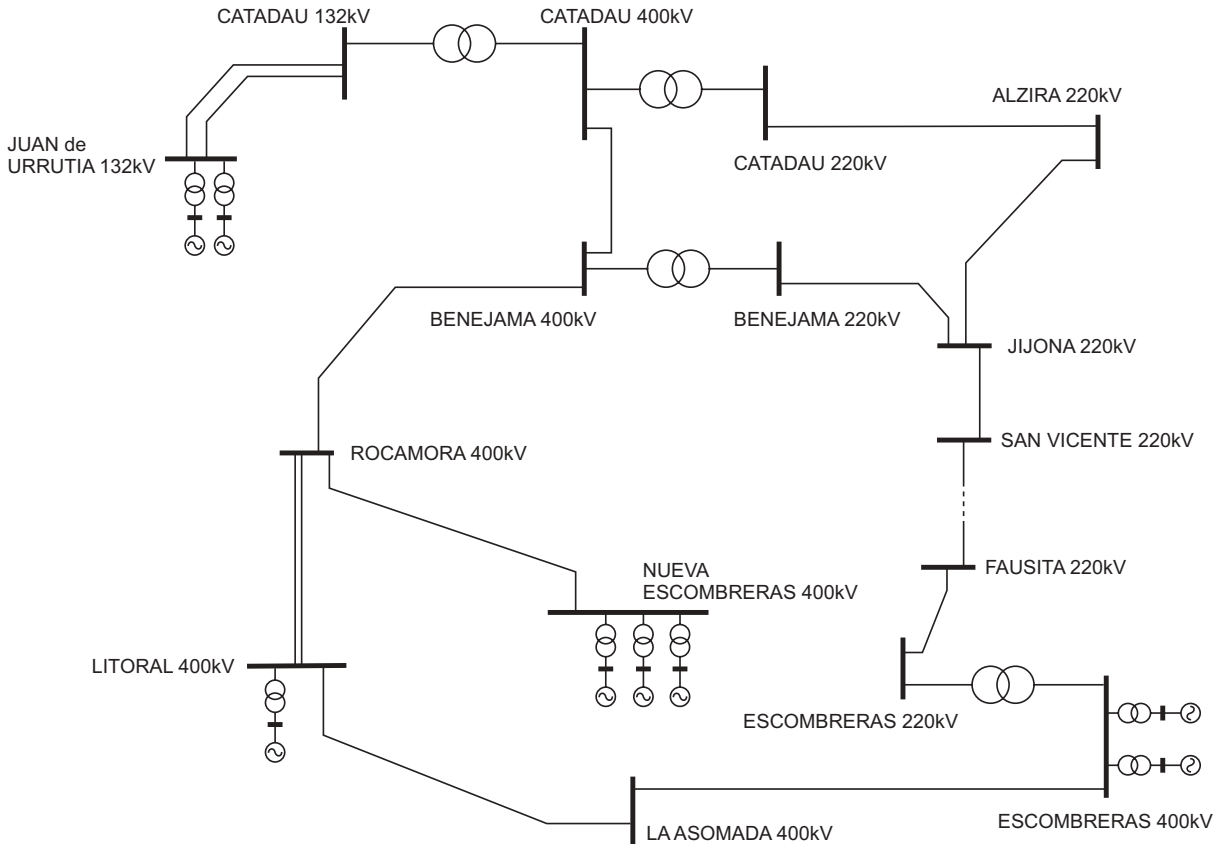


Figura 6-34: Sinóptico de nudos simplificado del sistema de transporte de Levante

generada en barras de central en MW, la demanda de potencia activa en MW, las pérdidas de potencia activa en la red en MW y las exportaciones de potencia activa en MW. Todos los datos se encuentran desglosados por áreas.

Tabla 6-24: Balance de potencia activa del sistema en caso base

ÁREA	Potencia ACTIVA (MW)			
	Generación	Demanda	Pérdidas	Exportación
NOROESTE	9032	4350	108	4574
NORTE	5123	4173	143	807
ESTE	8636	7818	191	627
CENTRO	9233	13760	347	-4874
SUR	5895	6715	182	-1002
TOTAL	37919	36816	971	132

En la Tabla 6-24 se puede observar que el área principal exportadora de energía continua siendo el área Noroeste, mientras que el área Centro continua siendo la principal importadora de energía del sistema, muy por delante del área Sur, también importadora. El resto de áreas, las áreas Norte y Este, presentan un perfil exportador. Para poder apreciar mejor el reparto de todas estas exportaciones e importaciones, se presenta en la Figura 6-35 un sinóptico de las áreas de intercambio del sistema eléctrico peninsular español. Sobre este sinóptico aparecen desglosadas las exportaciones e importaciones de cada área con sus áreas limítrofes.

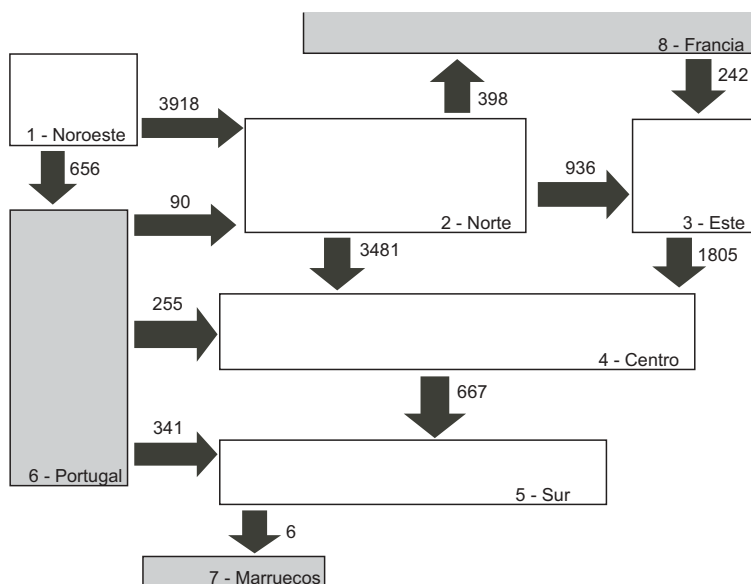


Figura 6–35: Sinóptico de áreas con los intercambios de potencia activa en el caso base

Se aprecia claramente en la Figura 6–35 el patrón Noroeste-Centro-Sur del transporte de energía presente en el sistema eléctrico peninsular español. Aunque las áreas Norte y Este también aportan generación, son más áreas de paso de la energía procedente del área Noroeste. Algo parecido le ocurre al sistema portugués, el cual actúa de área de paso de la energía que parte del área Noroeste y llega hasta las áreas Centro y Sur.

6.6.2 Cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados

En este apartado se aplica la metodología general de cálculo del márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a la capacidad de intercambio de energía entre sistemas interconectados. La formulación del problema de cálculo es la que se muestra en la ecuación (6.7):

$$\begin{aligned}
 & \max \lambda \\
 & \text{s.a. } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \\
 & \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}, \lambda) \leq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

donde el margen de funcionamiento λ representa el parámetro de control de la transferencia de energía entre las áreas implicadas. Se empleará por tanto para parametrizar el despacho de generación de potencia activa de los grupos de generación, y la carga de potencia activa de los nudos de demanda. La frontera de factibilidad la forman las ecuaciones de estado de flujo de cargas (\mathbf{g}) y las restricciones de desigualdad (\mathbf{h}), definidas por los límites de potencia máxima por las ramas y los límites mínimo y máximo de las tensiones en los nudos del sistema.

El proceso de cálculo de la capacidad de intercambio de energía entre sistemas interconectados parte de la definición de un patrón de variación tanto del despacho de generación de potencia activa en los grupos, como de la carga de potencia activa de los nudos de demanda del sistema. El patrón adoptado de variación de la demanda y la generación en el sistema ha sido considerar un incremento homotético de ambos con respecto de los despachos iniciales en las áreas consideradas importadoras y exportadoras respectivamente. Esto es, en el área Centro la variación de la demanda de potencia activa será igual al despacho inicial:

$$\begin{cases} PG_{e\lambda i} = 0 \\ PD_{e\lambda i} = PD_{e0i} \end{cases} ; \forall i / area(i) \in \{4\} \quad (6.8)$$

En las áreas Noroeste, Norte y Sur la variación de la generación de potencia activa será igual al despacho inicial:

$$\begin{cases} PG_{e\lambda i} = PG_{e0i} \\ PD_{e\lambda i} = 0 \end{cases} ; \forall i / area(i) \in \{1,2,5\} \quad (6.9)$$

Finalmente, en el resto de áreas la variación tanto de la generación $PG_{e\lambda i}$ como de la demanda $PD_{e\lambda i}$ de potencia activa se considera nula. También se considera nula la variación de la demanda de potencia reactiva $QD_{e\lambda i}$ en todas las áreas del sistema.

La frontera considerada típicamente en el cálculo de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados está formada por los límites de flujo de potencia por las ramas pertenecientes a las redes a 220 kV y 400 kV, y los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV. El empleo de estos límites de funcionamiento prácticamente garantizan que el margen en este caso no se alcanzará en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema, puesto que en la gran mayoría de los casos las tensión de algún nudo se degradaría lo suficiente como para alcanzar su límite, o bien el transporte en alguna línea o transformador aumentaría lo suficiente para alcanzar su límite de flujo máximo, antes de alcanzar el punto de colapso de tensiones.

En un principio, la definición de esta frontera de funcionamiento puede parecer un tanto vaga en el sentido de que la capacidad de transferencia pueda estar condicionada a que un elemento en concreto del sistema esté funcionando muy cerca de su límite técnico, ya sea una rama o un nudo. Sin embargo, el concepto de capacidad de transferencia es necesario asociarlo a problemas zonales más que a problemas puntuales de un nudo o de una rama del sistema. Con el objetivo de potenciar esta perspectiva del concepto de capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados, el cálculo de la misma se ha realizado en tres supuestos diferentes, en función de la frontera que se considera. Esto es:

- Considerando la frontera formada por los límites de flujo de potencia por las ramas pertenecientes a las redes a 220 kV y 400 kV, y los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV.
- Considerando la frontera formada sólo por los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV.
- Considerando la frontera formada sólo por los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de la red a 400 kV.

De esta forma, se pretende mostrar cómo en los tres supuestos la frontera se alcanza en nudos y ramas pertenecientes a la misma zona, en este caso al sistema de Levante, representado en la Figura 6–35. Este apartado se encuentra por tanto estructurado de la siguiente forma. En el subapartado 6.6.2.1 se presentan los resultados obtenidos en el cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, considerando la frontera formada por los límites de flujo de potencia por las ramas pertenecientes a las redes a 220 kV y 400 kV, y los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV. A continuación, en el subapartado 6.6.2.2 se repite el cálculo de la capacidad de transferencia de energía, relajando la frontera y considerando tan sólo los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV. Finalmente, en

el subapartado 6.6.2.3 se vuelve a relajar aún más la frontera, considerando tan sólo los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de la red a 400 kV.

6.6.2.1 Frontera formada por los flujos máximos de potencia por las líneas y límites de tensión en los nudos de las redes de 400 kV y 220 kV

El cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, considerando la frontera formada por los límites de flujo de potencia por las ramas pertenecientes a las redes a 220 kV y 400 kV, y los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV emplea un total de dos iteraciones del flujo de cargas de continuación para alcanzar la frontera de factibilidad. Emplea un total de 18.66 segundos, equivalente a 9.33 segundos por iteración. El reducido número de iteraciones necesarias en el flujo de cargas de continuación se debe especialmente a la parametrización óptima del vector predictor, aportación original de esta tesis, y que se encuentra desarrollada en el apartado 4.3.2 del capítulo 4 de la presente tesis doctoral.

La frontera se alcanzó en el límite de flujo máximo de potencia del transformador 400 kV/220 kV de Benejama, de 518 MVA. En este punto, el aumento de la energía transferida desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro asciende hasta los 558 MW. Se presenta en la Tabla 6-25 el balance por áreas de potencia activa generada, consumida y exportada, en el caso base y en el punto de máxima transferencia de energía.

Tabla 6-25: Balance de potencia activa del sistema, en caso base y en el punto de máxima transferencia de energía

ÁREA	GENERACIÓN			DEMANDA			EXPORTACIÓN		
	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.
NOROESTE	9032	9342	310	4350	4350	.	4574	4876	302
NORTE	5123	5230	127	4173	4173	.	807	920	113
ESTE	8636	8636	.	7818	7818	.	628	624	-4
CENTRO	9233	9233	.	13760	14318	558	-4874	-5469	-595
SUR	5895	6090	195	6715	6715	.	-1003	-816	187
TOTAL			632			558			

En primer lugar, es importante destacar que el aumento del despacho de generación en las áreas Noroeste, Norte y Sur, correspondiente a la subida de los 558 MW de la demanda del área Centro es también de 558 MW. Sin embargo, la subida total de la generación es de 632 MW, ya que incluye el aumento en la potencia activa generada en el nudo balance, situado en un grupo de generación de la central de Aldeadávila, en el área Norte. La diferencia de 74 MW corresponde por tanto al aumento de las pérdidas de potencia activa en el sistema.

El total de la capacidad de transferencia de 558 MW por tanto se reparte fundamentalmente entre las áreas Noroeste (310 MW) y Sur (195 MW). Para poder apreciar cómo se ven afectados los intercambios de energía entre las diferentes áreas del sistema eléctrico peninsular español, se presenta en la Figura 6-36 un sinóptico de las áreas de intercambio del sistema eléctrico peninsular español, sobre el que aparecen desglosados los incrementos en las exportaciones e importaciones de cada área con sus áreas limítrofes.

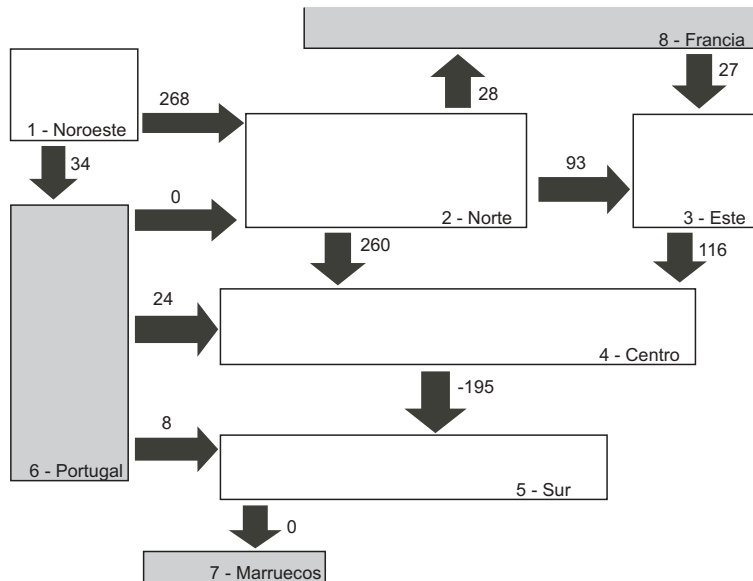


Figura 6–36: Sinóptico de áreas con los incrementos en los intercambios de potencia activa en el punto de máxima transferencia de energía (frontera completa)

En la Figura 6–36 se aprecia cómo casi la totalidad del aumento en la generación del área Noroeste alcanza el área Centro a través del área Norte, mientras que por otro lado el aumento de la generación en el área Sur, se traduce en una reducción equivalente en la exportación de energía desde el área Centro. El área Este y los sistemas de Francia y Portugal no experimentan un incremento considerable en su exportación neta. Sin embargo, actúan como áreas de paso para parte del aumento experimentado en la exportación de energía de las áreas Noroeste y Norte.

6.6.2.2 Frontera formada por los límites de tensión en los nudos de las redes a 400 kV y 220 kV

En el subapartado anterior, la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro se alcanzó en el límite de flujo máximo de potencia del transformador 400 kV/220 kV de Benejama, de 518 MVA. Con el objeto de comprobar la coherencia de los resultados ofrecidos por el algoritmo, se repite en este subapartado el cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, relajando en esta ocasión la frontera y considerando sólo los límites de tensión en los nudos de las redes a 400 kV y 220 kV.

En estas condiciones, el cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, considerando la frontera formada por los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV emplea un total de dos iteraciones del flujo de cargas de continuación en alcanzar la frontera de factibilidad. Emplea un total de 20.52 segundos, equivalente a 10.26 segundos por iteración. El aumento en el tiempo medio de computación por cada iteración del flujo de cargas de continuación se debe a que la frontera se ha relajado, y por tanto el punto límite se encuentra más lejos. Como consecuencia de esto, la etapa correctora precisa de más iteraciones para converger.

La frontera se alcanzó en el límite de tensión mínima del nudo a 220 kV de San Vicente, igual a 200 kV. Se deduce pues que la capacidad de transferencia de energía no está definida de forma aleatoria, sino que se encuentra relacionada con los problemas de transporte existentes en el sistema de Levante, representado anteriormente en la Figura 6–35. En este punto, el aumento de la energía transferida desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro asciende hasta

los 726 MW. Se presenta en la Tabla 6-26 el balance por áreas de potencia activa generada, consumida y exportada, en el caso base y en el punto de máxima transferencia de energía

Tabla 6-26: Balance de potencia activa del sistema, en caso base y en el punto de máxima transferencia de energía

ÁREA	GENERACIÓN			DEMANDA			EXPORTACIÓN		
	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.
NOROESTE	9032	9477	445	4350	4350	.	4574	5006	432
NORTE	5123	5276	153	4173	4173	.	807	942	135
ESTE	8636	8636	.	7818	7818	.	628	623	-5
CENTRO	9233	9233	.	13760	14486	726	-4874	-5653	-779
SUR	5895	6124	229	6715	6715	.	-1003	-784	219
TOTAL			827			726			

De nuevo, es importante destacar que el aumento del despacho de generación en las áreas Noroeste, Norte y Sur, correspondiente a la subida de los 726 MW de la demanda del área Centro son también de 726 MW. Sin embargo, la subida total de la generación es de 827 MW, ya que incluye el aumento en la potencia activa generada en el nudo balance, situado en un grupo de generación de la central de Aldeadávila, en el área Norte. La diferencia de 101 MW corresponde por tanto al aumento de las pérdidas de potencia activa en el sistema.

El total de la capacidad de transferencia de 726 MW por tanto se reparte fundamentalmente entre las áreas Noroeste (445 MW) y Sur (225 MW). Para poder apreciar cómo se ven afectados los intercambios de energía entre las diferentes áreas del sistema eléctrico peninsular español, se presenta en la Figura 6-37 un sinóptico de las áreas de intercambio del sistema eléctrico peninsular español, sobre el que aparecen desgranados los incrementos en las exportaciones e importaciones de cada área con sus áreas limítrofes.

En la Figura 6-37 se aprecia que el reparto de las exportaciones es cualitativamente muy similar al presentado en la Figura 6-36, correspondiente al caso anterior. Casi la totalidad del aumento en la generación del área Noroeste alcanza el área Centro a través del área Norte, mientras que por otro lado el aumento de la generación en el área Sur, se traduce en una reducción equivalente en la exportación de energía desde el área Centro. De nuevo, el área Este y los sistemas de Francia y Portugal no experimentan un incremento considerable en su exportación neta, aunque sin embargo actúan como áreas de paso para parte del aumento experimentado en la exportación de energía de las áreas Noroeste y Norte.

6.6.2.3 Frontera formada por los límites de tensión en los nudos de la red a 400 kV

En el subapartado anterior, la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro se alcanzó en el límite de tensión mínima del nudo a 220 kV de San Vicente, igual a 200 kV. Esto constata que la capacidad viene determinada por problemas de transporte en el sistema de Levante. Para terminar de constatar este hecho, se repite en este subapartado el cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, relajando en esta ocasión la frontera y considerando sólo los límites de tensión en los nudos de la red a 400 kV.

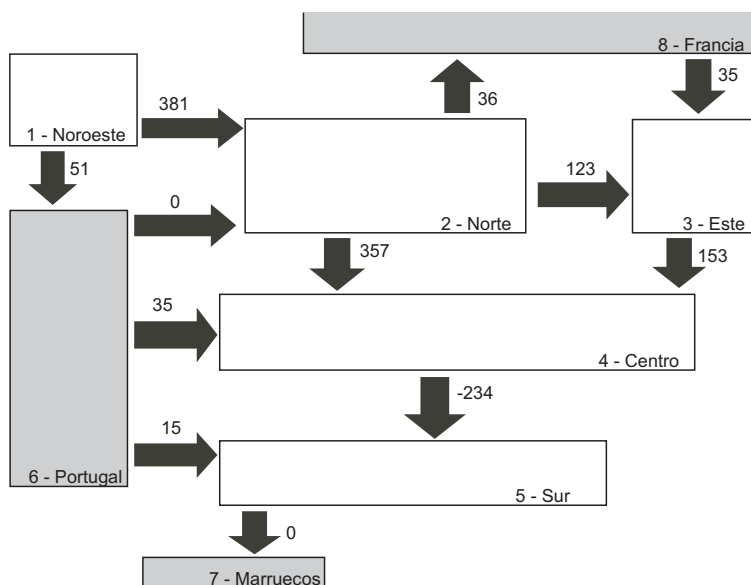


Figura 6-37: Sinóptico de áreas con los incrementos en los intercambios de potencia activa en el punto de máxima transferencia de energía (frontera en límites de tensión en nudos)

En estas condiciones, el cálculo de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, considerando la frontera formada por los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de la red a 400 kV emplea un total de dos iteraciones del flujo de cargas de continuación en alcanzar la frontera de factibilidad. Emplea un total de 24.04 segundos, equivalente a 12.02 segundos por iteración. De nuevo, el aumento en el tiempo medio de computación por cada iteración del flujo de cargas de continuación se debe a que la frontera se ha relajado, y por tanto el punto límite se encuentra más lejos. Como consecuencia de esto, la etapa correctora precisa de más iteraciones para converger.

La frontera se alcanzó en el límite de tensión mínima del nudo a 400 kV de Benejama, igual a 380 kV. Se confirma pues que la capacidad de transferencia de energía se encuentra relacionada con los problemas de transporte existentes en el sistema de Levante, representado anteriormente en la Figura 6-35. En este punto, el aumento de la energía transferida desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro asciende hasta los 907 MW. Se presenta en la Tabla 6-27 el balance por áreas de potencia activa generada, consumida y exportada, en el caso base y

Tabla 6-27: Balance de potencia activa del sistema, en caso base y en el punto de máxima transferencia de energía

ÁREA	GENERACIÓN			DEMANDA			EXPORTACIÓN		
	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.
NOROESTE	9032	9568	536	4350	4350	.	4574	5095	521
NORTE	5123	5330	207	4173	4173	.	807	989	182
ESTE	8636	8636	.	7818	7818	.	628	622	-6
CENTRO	9233	9233	.	13760	14667	907	-4874	-5851	-977
SUR	5895	6192	297	6715	6715	.	-1003	-721	282
TOTAL			1040			907			

en el punto de máxima transferencia de energía.

De nuevo, es importante destacar que el aumento del despacho de generación en las áreas Noroeste, Norte y Sur, correspondiente a la subida de los 907 MW de la demanda del área Centro son también de 907 MW. Sin embargo, la subida total de la generación es de 1040 MW, ya que incluye el aumento en la potencia activa generada en el nudo slack (nudo balance), situado en un grupo de generación de la central de Aldeadávila, en el área Norte. La diferencia de 133 MW corresponde por tanto al aumento de las pérdidas de potencia activa en el sistema.

El total de la capacidad de transferencia de 907 MW por tanto se reparte fundamentalmente entre las áreas Noroeste (536 MW) y Sur (297 MW). Para poder apreciar cómo se ven afectados los intercambios de energía entre las diferentes áreas del sistema eléctrico peninsular español, se presenta en la Figura 6-38 un sinóptico de las áreas de intercambio del sistema eléctrico peninsular español, sobre el que aparecen desggranados los incrementos en las exportaciones e importaciones de cada área con sus áreas limítrofes. Una vez más, se puede observar que el reparto de las exportaciones es cualitativamente muy similar al presentado en las Figura 6-36 y Figura 6-37, correspondientes a los casos anteriores.

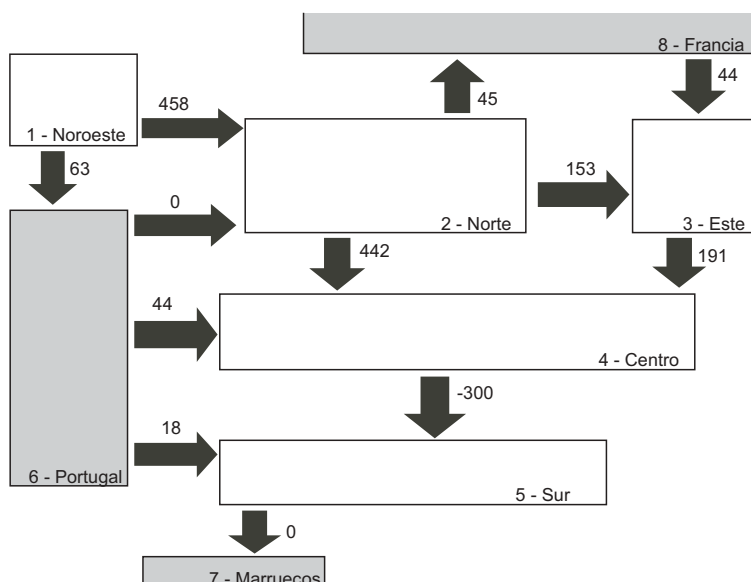


Figura 6-38: Sinóptico de áreas con los incrementos en los intercambios de potencia activa en el punto de máxima transferencia de energía (frontera en límites de tensión en nudos de 400 kV)

6.6.3 Mejora de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados mediante redespacho de generación

Este apartado recoge los resultados de aplicar el algoritmo genérico de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica desarrollado en esta tesis, aplicado a la mejora de la capacidad de transferencia de energía desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro, empleando para ello redespacho de generación de potencia activa. De los tres supuestos considerados en el apartado anterior, el utilizado para este apartado será el primero, esto es, considerando como frontera los límites de flujo de potencia por las ramas pertenecientes a las redes a 220 kV y 400 kV y los límites superior e inferior de las tensiones en los nudos de las redes a 220 kV y 400 kV. El algoritmo se ha ejecutado considerando un redespacho máximo⁵

⁵ Por redespacho máximo se entiende redespacho en una dirección. Esto es, 1 MW de redespacho equivale a una subida de 1 MW y a su bajada de 1 MW correspondiente, para satisfacer la restricción de equilibrio generación-demanda.

de 500 MW, y parte de una capacidad de intercambio de energía inicial de 558 MW. Se muestra en la Figura 6–39 la evolución de la capacidad de intercambio de energía conforme se va aplicando el redespacho de generación de potencia activa.

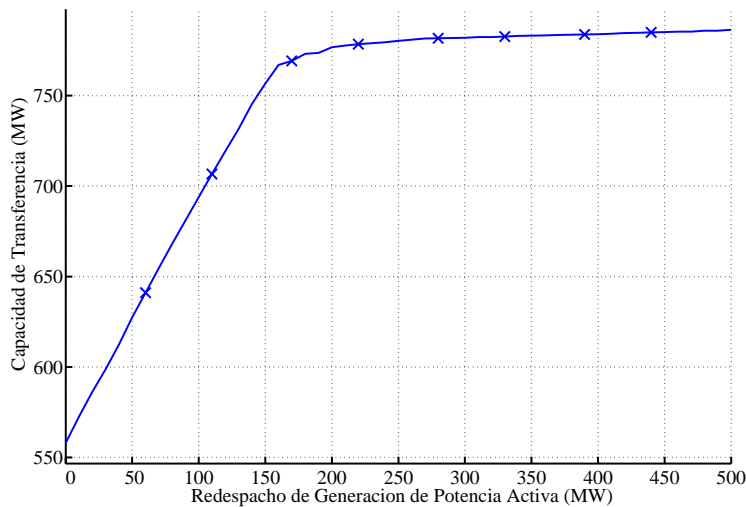


Figura 6–39: Evolución de la capacidad de transferencia de energía durante el redespacho de generación de potencia activa

En la Figura 6–39 se puede apreciar que, al contrario de lo que pasaba con el deslastre de cargas en el apartado 6.5.3 de esta tesis, en esta ocasión el redespacho de generación de potencia activa no presenta una eficiencia constante en la mejora de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. La mejora sólo se produce con los primeros 155 MW de redespacho, con los cuales se consigue aumentar la capacidad de transferencia de energía en más de 200 MW. A partir de este punto, la mejora se satura claramente, de tal forma que la eficiencia es prácticamente nula. En consecuencia, los redespachos posteriores al punto de saturación se han desestimado como solución del algoritmo de mejora⁶. Los redespachos efectivos se presentan en la Tabla 6-28.

En primer lugar, conviene aclarar que el dato de incremento total de 155.1 MW está referido al redespacho total aplicado, esto es, la subida total de generación, que coincide con la bajada total de generación. Se aprecia en la Tabla 6-28 que los movimientos realmente efectivos son la subida de generación de potencia activa en los grupos de Juan de Urrutia y Escombreras, mientras que la bajada de generación de potencia activa en los grupos de Nueva Escombreras se puede considerar más como movimiento de compensación. El codo de saturación en la Figura 6–39 coincide precisamente con el punto en donde los grupos de Juan de Urrutia y Escombreras alcanzan sus respectivos límites máximos de generación de potencia activa, de tal forma que a partir de este punto ya no hay disponibles en el sistema generadores claramente eficientes cuya subida de generación de potencia activa suponga una mejora considerable en la capacidad de transferencia. Hasta este punto, la eficiencia lograda por el algoritmo de optimización es de un aumento en la capacidad de transferencia de energía de 206 MW con un redespacho de generación de 155.1 MW, lo que supone una eficiencia media de 1.33 MW de mejora en la capacidad de transferencia por cada MW de generación de potencia activa redespachado.

⁶ Para evitar iteraciones innecesarias del algoritmo de mejora, se plantea la posibilidad de añadir restricciones al problema de programación lineal que garanticen una eficiencia mínima en la mejora del margen de funcionamiento considerado.

Tabla 6-28: Redespacho de generación óptimo para la mejora de la capacidad de transferencia de energía

número PSSE	nombre PSSE	Potencia ACTIVA (MW)					Δ TTC (MW)	∂ TTC/ ∂ PG	
		min	max	Inicial	Final	Incr.			
117	JURRUT_1	16.0	35.0	16.1	35.0	18.9	24.5	1.296	
118	JURRUT_1	16.0	35.0	16.1	35.0	18.9	24.5	1.296	
4785	ESCOMB_4	94.0	268.0	162.2	268.0	105.8	122.2	1.155	
4790	ESCOMB_5	94.0	268.0	257.5	269.0	11.5	11.3	0.983	
4884	NESCOM_2	170.0	390.0	389.9	338.2	-51.7	8.0	-0.155	
4883	NESCOM_3	170.0	390.0	389.9	338.2	-51.7	8.0	-0.155	
4882	NESCOM_4	165.0	390.0	389.9	338.2	-51.7	8.0	-0.155	
TOTAL							155.1	206.5	

La frontera se alcanzó de nuevo en el límite de flujo máximo de potencia del transformador 400 kV/220 kV de Benejama, de 518 MVA. En este punto, el aumento de la energía transferida desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro asciende hasta los 764 MW, como ya se ha comentado anteriormente. Se presenta en la Tabla 6-29 el balance por áreas de potencia activa generada, consumida y exportada, en el caso base y en el punto de máxima transferencia de energía, tras haber aplicado el redespacho óptimo de la generación de potencia activa.

Tabla 6-29: Balance de potencia activa del sistema, en caso base y en el punto de máxima transferencia de energía, tras el redespacho óptimo de generación de potencia activa

ÁREA	GENERACIÓN			DEMANDA			EXPORTACIÓN		
	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.	inicial	final	dif.
NOROESTE	9032	9485	453	4350	4350	.	4574	5015	441
NORTE	5105	5268	163	4173	4173	.	789	932	143
ESTE	8636	8636	.	7818	7818	.	628	623	-5
CENTRO	9233	9233	.	13760	14524	764	-4859	-5877	-818
SUR	5895	6146	251	6715	6715	.	-1001	-760	241
TOTAL	867			764					

Como ya se ha comentado anteriormente, es importante destacar en primer lugar que el aumento del despacho de generación en las áreas Noroeste, Norte y Sur, correspondiente a la subida de los 764 MW de la demanda del área Centro es también de 764 MW. Sin embargo, la subida total de la generación es de 867 MW, ya que incluye el aumento en la potencia activa generada en el nudo balance, situado en un grupo de generación de la central de Aldeadávila, en el área Norte.

El total de la capacidad de transferencia de 764 MW se sigue repartiendo de forma similar, esto es, fundamentalmente entre las áreas Noroeste (453 MW) y Sur (251 MW). Para poder apreciar cómo se ven afectados los intercambios de energía entre las diferentes áreas del sistema eléctrico peninsular español, se presenta en la Figura 6-40 un sinóptico de las áreas de

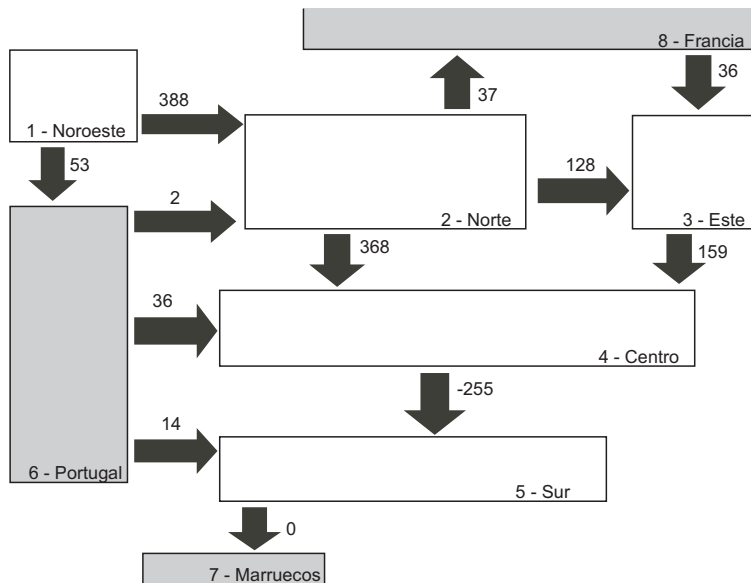


Figura 6-40: Sinóptico de áreas con los incrementos en los intercambios de potencia activa en el punto de máxima transferencia de energía (frontera completa), tras el redespacho óptimo de generación

intercambio del sistema eléctrico peninsular español, sobre el que aparecen desgranadas los incrementos en las exportaciones e importaciones de cada área con sus áreas limítrofes.

En la Figura 6-40 no se aprecian cambios cualitativos en la distribución de las exportaciones a las áreas limítrofes. Se aprecia cómo casi la totalidad del aumento en la generación del área Noroeste alcanza el área Centro a través del área Norte, mientras que por otro lado el aumento de la generación en el área Sur, se traduce en una reducción equivalente en la exportación de energía desde el área Centro. El área Este y los sistemas de Francia y Portugal no experimentan un incremento considerable en su exportación neta. Sin embargo, actúan como áreas de paso para parte del aumento experimentado en la exportación de energía de las áreas Noroeste y Norte.

6.6.4 Conclusiones

En la presente sección se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica, a la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español en el que se consideró la capacidad de transferencia desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro. Esta capacidad venía en este caso claramente delimitada por el elevado transporte de energía localizado en el sistema de Levante, lo cual se constató calculando la capacidad en varios supuestos en los que se consideraban diferentes fronteras de funcionamiento.

Con el objetivo de mejorar la capacidad de transferencia considerando la frontera original de funcionamiento, se aplicó el algoritmo genérico de mejora desarrollado en la tesis, empleando como acción de control el redespacho de generación de potencia activa. En esta ocasión, sin embargo, el redespacho de generación alcanzó un punto de saturación en la mejora de la capacidad de transferencia, a partir del cual la mejora obtenida claramente no compensaba el redespacho de la generación necesario. Sin embargo, hasta el punto de saturación, la eficiencia del redespacho era mayor que la unidad, logrando de este modo mejorar la capacidad de transferencia considerablemente.

6.7 Conclusiones finales

Este capítulo muestra la eficiencia de las metodologías genéricas desarrolladas en la presente tesis doctoral para el cálculo y la mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. La metodología de cálculo se ha aplicado con éxito en los cuatro márgenes de funcionamiento considerados en esta tesis, esto es, margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en caso base, margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Por otra parte, se ha aplicado de forma exitosa la metodología genérica de mejora de márgenes a los cuatro márgenes antes indicados, y empleando para ello todos los elementos de control disponibles en el sistema, esto es, elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos de generación, reactancias, baterías de condensadores y tomas de transformadores), redespacho de generación de potencia activa y deslastre de cargas.

Se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en caso base considerando límites de generación de potencia reactiva. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español en el que se ha ido reduciendo progresivamente la capacidad de generación de potencia reactiva de los grupos de generación. También se han aplicado los límites definidos en la banda obligatoria que se establece en el procedimiento de operación del sistema eléctrico peninsular español número 7.4 (P.O. 7.4) [BOE, 2000]. Para la aplicación del algoritmo de mejora, se seleccionaron los casos correspondientes a la reducción al 50% de la capacidad de generación de potencia reactiva de los grupos y a los límites definidos en la banda obligatoria que se establece en el P.O. 7.4. En el primero de ellos, el algoritmo de mejora es capaz de mejorar el margen a la factibilidad hasta alcanzar la unidad, esto es, hasta lograr que el flujo de cargas pase a ser un flujo de cargas con solución, empleando para ello acciones de control de tensiones. En el segundo caso, las medidas de control de tensiones se hacen insuficientes para lograr obtener un flujo de cargas factible. Esto trae como consecuencia que el Operador del Sistema se vea obligado a contratar banda adicional a determinados grupos. Los resultados que proporciona el algoritmo pueden ayudar al Operador del Sistema a seleccionar qué generadores puede contratar dicha banda adicional.

Se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento al margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español, considerando dos contingencias (un doble circuito y dos grupos de generación) que por separado resultaban perjudiciales para la estabilidad de las tensiones del sistema, aunque no críticas. Sin embargo la aplicación simultánea de ambas contingencias degenera en un flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia infactible. El proceso de cálculo ha mostrado cómo el margen a la factibilidad es incapaz de alcanzar su cota máxima, esto es, la unidad, cuando la contingencia postulada degenera en un flujo de cargas sin solución. El margen a la factibilidad se muestra por tanto como una medida de lo lejos que se encuentra el sistema de tener solución bajo hipótesis de contingencia. El algoritmo de mejora es capaz de mejorar dicho margen hasta alcanzar la unidad, empleando en este caso acciones de control de tensiones (tensión de consigna de grupos, reactancias y condensadores, y tomas de transformadores).

Se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes de funcionamiento al margen a la inestabilidad de tensiones. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español especialmente crítico, en el cual fue necesario aplicar un deslastre de cargas de emergencia para evitar el colapso de las tensiones del sistema. El proceso de cálculo muestra lo cerca que se encuentra el caso del punto de colapso de tensiones,

siguiendo un perfil de evolución de generación y demanda proporcional a los valores iniciales en las áreas del sistema eléctrico peninsular español, y nulo en las áreas limítrofes. Se logró la mejora óptima del margen al punto de colapso empleando como acción de control el deslastre de cargas y la bajada correspondiente en el despacho de generación.

Finalmente, se han aplicado los algoritmos genéricos de cálculo y mejora de márgenes a la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados. Esta aplicación se ha llevado a cabo empleando un caso del sistema eléctrico peninsular español en el que se consideró la capacidad de transferencia desde las áreas Noroeste, Norte y Sur al área Centro. Esta capacidad venía en este caso claramente delimitada por el elevado transporte de energía localizado en el sistema de Levante, lo cual se constató calculando la capacidad en varios supuestos en los que se consideraban diferentes fronteras de funcionamiento. Con el objetivo de mejorar la capacidad de transferencia se aplicó el algoritmo genérico de mejora desarrollado en la tesis, empleando como acción de control el redespacho de generación de potencia activa. En esta ocasión, sin embargo, el redespacho de generación alcanzó un punto de saturación en la mejora de la capacidad de transferencia, a partir del cual la mejora obtenida claramente no compensaba el redespacho de la generación necesario. Sin embargo, hasta el punto de saturación, la eficiencia del redespacho era mayor que la unidad, logrando de este modo mejorar la capacidad de transferencia considerablemente.

En este capítulo se ha puesto de manifiesto la utilidad práctica de los algoritmos genéricos desarrollados en el contexto de la presente tesis doctoral. Ambas metodologías genéricas, la de cálculo y la de mejora de márgenes de funcionamiento, se aplican en situaciones cualitativamente distintas que representan problemas reales de la operación del sistema eléctrico peninsular español. Los resultados obtenidos son coherentes y están llenos de sentido físico. Ayudan a comprender el modo de funcionamiento del sistema eléctrico peninsular español.

6.8 Bibliografía

[BOE 436/04, 2004]

BOE 436/04, "REAL DECRETO 436/2004, de 12 de Marzo, por el que se establece la metodología para la actualización y sistematización del régimen jurídico y económico de la actividad de producción de energía eléctrica en régimen especial", 27 de Marzo de 2004.

[BOE, 2000]

BOE, "PO 7.4: Servicio complementario de control de tensión en la red de transporte", 18 de Marzo de 2000.

[Elgerd, 1985]

O. I. Elgerd, *Electric Energy Systems Theory*, McGraw - Hill, 1985.

[Grainger, *et al.*, 1994]

J. J. Grainger and W. D. Stevenson, *Power System Analysis*, McGraw - Hill, 1994.

[Lobato, 2002]

E. Lobato, "Gestión Centralizada de Restricciones Técnicas en Mercados de Energía Eléctrica. Aplicación al Caso Español", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica*

Superior de Ingenieros Industriales (ICAI) of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Jul 2002.

[Lobato, *et al.*, 2005a]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, and F. M. Echavarren, "Elimination of Voltage Violations in the Spanish Electricity Market. Part I: Theory", *Electric Power Systems Research*, vol. 75, nº 2-3, pp. 99-109, Aug 2005.

[Lobato, *et al.*, 2005b]

E. Lobato, L. Rouco, T. Gómez San Román, and F. M. Echavarren, "Elimination of Voltage Violations in the Spanish Electricity Market. Part II: Case Study", *Electric Power Systems Research*, vol. 75, nº 2-3, pp. 110-115, Aug 2005.

[Lobato, *et al.*, 2001]

E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "ARO: Una Herramienta para el Análisis de Restricciones de Operación en el Mercado Español de Energía Eléctrica", *Anales de Mecánica y Electricidad*, vol. LXXVIII, nº 2, pp. 50-58, May-Jun 2001.

[REE, 2005]

REE, "El Sistema Eléctrico Español - 2004", Red Eléctrica de España (final document), Jul 2005.

Capítulo **7**

Conclusiones, aportaciones y
sugerencias para posteriores
desarrollos

7.1 Introducción

El objetivo de la tesis ha sido la formulación, cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica de forma genérica. Este capítulo finaliza la exposición de la tesis resumiendo su contenido, resaltando las contribuciones originales y proponiendo líneas para futuros desarrollos.

El capítulo se ha organizado en las siguientes secciones. La sección 7.2 resume la memoria de la tesis, presentando las principales conclusiones obtenidas en su desarrollo. La sección 7.3 resalta las contribuciones originales de la presente tesis. Las publicaciones que los desarrollos efectuados han originado se enumeran en la sección 7.4. Finalmente, en la sección 7.5 se detallan posibles líneas de continuación a los desarrollos abordados en la tesis.

7.2 Resumen y conclusiones

En el análisis estático o de régimen permanente de los sistemas físicos en general, y de los sistemas de energía eléctrica en particular, se define como margen de funcionamiento a la distancia que separa al sistema desde un punto inicial de operación hasta un punto de funcionamiento límite. Atendiendo a esta definición, son muchos los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica que se pueden definir. Los márgenes de funcionamiento en régimen permanente en los sistemas de energía eléctrica considerados en la presente tesis son el margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas en el caso base, margen a la factibilidad de las ecuaciones del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados (*Total Transfer Capability, TTC*).

El flujo de cargas constituye la herramienta básica en la simulación de la operación y en la planificación de los sistemas de energía eléctrica, ya sea como aplicación independiente o como subrutina de aplicaciones más complejas, tales como estabilidad transitoria, colapso de tensiones, etc. En la operación diaria constituye la base del análisis de seguridad del sistema. Esta herramienta se ejecuta periódicamente para identificar posibles problemas de sobrecargas o tensiones inaceptables, como consecuencia de la evolución de la carga, o cuando ocurre algún cambio brusco en la topología de la red. En la planificación, permite simular el estado en que se encontrarían los distintos escenarios que se están analizando ante una demanda estimada. Sin duda, la etapa más importante y decisiva del problema de flujo de cargas consiste en la resolución de las ecuaciones de estado (ecuaciones del flujo de cargas) para la obtención de las variables de estado del sistema, esto es, las tensiones de los nudos del sistema, en módulo y argumento. Sin embargo, en dicha resolución puede ocurrir que la solución del flujo de cargas oscile e incluso diverja en el proceso iterativo de resolución. La no convergencia de la solución de un flujo de cargas puede ser motivada bien porque el sistema de ecuaciones del flujo de cargas es infactible (no existe solución), o bien porque el punto inicial desde el que se comienza a iterar está fuera del radio de convergencia de la solución. Se define por tanto el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base como la distancia que separa el punto de operación de la frontera de factibilidad, en una determinada dirección.

El análisis de contingencias es uno de los estudios más importantes que se realiza en los sistemas eléctricos de potencia. En la planificación de la red se trata de determinar si la estructura de la red planificada para un determinado momento futuro es adecuada o requiere refuerzos. En la programación de la explotación se trata de determinar si la red, con la estructura de generación y descargos previstos, es capaz de asegurar el suministro a los consumidores aunque se produzca una serie de contingencias previstas, o si, por el contrario, se requiere modificar el plan de generación o de descargos. En la explotación de la red en tiempo

real se desea saber si la red es capaz de soportar cualquier contingencia sin que se violen los límites de funcionamiento, o si, por el contrario, la incidencia de alguna contingencia provocaría la violación de alguno de dichos límites, en cuyo caso el operador evaluará el riesgo existente y adoptará, en su caso, medidas preventivas. Sin embargo, una de las desventajas de la gran mayoría de métodos de análisis de contingencias es que dan por hecho que el flujo de cargas bajo la hipótesis de contingencia tiene solución. En la gran mayoría de los casos, la pérdida de uno o varios elementos de la red de transporte perjudican el condicionamiento del sistema, pudiendo llegar en ocasiones a dejar un sistema de ecuaciones de flujo de cargas infactible, esto es, sin solución. Se define por tanto el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia como el máximo porcentaje de la contingencia parametrizada que se puede aplicar sin salir de la zona factible.

La inestabilidad de tensiones está relacionada con la capacidad de un sistema de energía eléctrica de mantener niveles aceptables de tensión en todos los nudos, tanto bajo condiciones normales de operación como tras sufrir perturbaciones. La estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica y su estudio requiere el modelado detallado de todos los elementos que conforman un sistema de energía eléctrica. Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, el grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones. Dicha distancia se puede medir variando gradualmente uno o más parámetros de las ecuaciones de flujo de cargas (despachos de potencia en nudos, reactancias, tomas de transformadores, impedancias de líneas...), hasta alcanzar dicha bifurcación. Sin embargo, la medida más utilizada es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, controlando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga. A esta última se la define como margen a la inestabilidad de tensiones.

Las transferencias de energía a grandes distancias son fundamentales para la óptima operación de los sistemas de energía eléctrica, tanto desde un punto de vista técnico como económico. La capacidad de transferencia indica hasta cuanto puede aumentar el flujo de energía sin afectar a la seguridad del sistema. La precisión y exactitud en el cálculo de esta capacidad de transferencia supone una información de vital importancia para la correcta operación y planificación de los sistemas y mercados eléctricos: por un lado, un cálculo conservador trae como consecuencia una explotación ineficiente del sistema, mientras que un cálculo demasiado permisivo o blando en la definición de los límites de funcionamiento del sistema puede acarrear un riesgo excesivo en la explotación del sistema, derivando incluso en un colapso de tensiones. La capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados se presenta por tanto como un elemento fundamental, sobre todo desde un aspecto económico, en la operación y planificación de los sistemas de energía eléctrica.

En la presente tesis se ha puesto de manifiesto que los cuatro márgenes de funcionamiento considerados presentan una definición matemática genérica similar, a pesar de su naturaleza y su propósito diferentes. Esta definición genérica está basada en un problema de optimización no lineal. La diferencia existente entre ellos tan solo radica en considerar unas ecuaciones u otras en la definición de la frontera de factibilidad de dicho problema de optimización. En esta tesis se ha desarrollado por tanto una novedosa metodología genérica para el cálculo de los márgenes y otra novedosa metodología genérica para su mejora empleando acciones de control tales como elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos de generación, tomas de transformadores y reactancias y baterías de condensadores), redespacho de generación de potencia activa e incluso deslastre de cargas. En los próximos apartados se exponen las

conclusiones obtenidas en el cálculo y mejora de los márgenes de funcionamiento. El apartado 7.2.1 presenta un resumen de las conclusiones obtenidas acerca de la definición de los diferentes márgenes de funcionamiento considerados en la tesis y su definición matemática genérica que los engloba a todos. A continuación, el apartado 7.2.2 presenta un resumen de las conclusiones obtenidas acerca de la metodología genérica diseñada en esta tesis para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Finalmente, en el apartado 7.2.3 se hace lo propio con la metodología genérica de mejora de dichos márgenes.

7.2.1 Resumen y conclusiones de la definición de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

El problema genérico de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica puede formularse mediante un problema de optimización lineal, con restricciones no lineales tanto de igualdad como de desigualdad. La función objetivo del problema consiste en maximizar el margen que se considere (representado por la letra λ), mientras que las restricciones de igualdad ($\mathbf{g} = \mathbf{0}$) y desigualdad ($\mathbf{h} \leq \mathbf{0}$) dependen de la naturaleza del margen considerado. La Tabla 7-1 presenta un resumen de cómo adaptar la formulación genérica del problema de optimización para el cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica a los diferentes márgenes considerados en esta tesis. Para cada uno de estos márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica considerados en esta tesis, la Tabla 7-1 muestra qué elementos del sistema son parametrizados por el factor λ que representa en cada caso el margen que corresponda, qué conjunto de ecuaciones conforman las restricciones de igualdad \mathbf{g} del problema, y finalmente cuales son las restricciones de desigualdad \mathbf{h} que delimitan la región factible.

Tabla 7-1: Adaptación del problema genérico a los diferentes márgenes de funcionamiento considerados

MARGEN		Parametrización (λ)	Restricciones de igualdad (\mathbf{g})	Restricciones de desigualdad (\mathbf{h})
FdC	limQ	Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
	limQ	Violaciones de generación de potencia reactiva	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
Ctg		Elementos de la contingencia: <ul style="list-style-type: none"> • admitancias de las ramas • despacho de los generadores 	Ecuaciones del flujo de cargas	Cota superior del margen ($\lambda \leq 1$)
CdT		Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Ninguna
TTC		Despacho de potencia	Ecuaciones del flujo de cargas	Límites de funcionamiento: <ul style="list-style-type: none"> • flujo de potencia por las ramas • tensiones en los nudos

El primero de los márgenes que se muestra ('FdC' en la Tabla 7-1) es el margen a la factibilidad del flujo de cargas en caso base. El proceso de cálculo de dicho margen se divide en dos fases, la convergencia del flujo de cargas sin considerar límites de generación de potencia reactiva ('limQ' en la Tabla 7-1) y la convergencia del flujo de cargas considerando límites de generación de potencia reactiva ('limQ' en la Tabla 7-1). Ambas fases comparten restricciones de igualdad (ecuaciones ampliadas del flujo de cargas) y de desigualdad (cota superior del

factor de escala λ). La diferencia entre ambas fases radica en la familia de parámetros del sistema que son parametrizados con el factor de escala λ . En el caso de la convergencia sin considerar límites de generación de potencia reactiva, el factor de escala λ se emplea para definir una homotopía entre el despacho de potencia inicial del sistema y el despacho real especificado en el caso. En el caso de convergencia considerando límites de generación de potencia reactiva, por el contrario, lo que se parametriza mediante otra homotopía es el conjunto de violaciones de generación de potencia reactiva presentes en el sistema convergido sin considerar límites de generación de potencia reactiva.

El segundo margen considerado ('Ctg' en la Tabla 7-1) es el margen a la factibilidad del flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia. Este margen comparte con el de factibilidad del flujo de cargas en caso base las restricciones de igualdad (ecuaciones ampliadas del flujo de cargas) y de desigualdad (cota superior del factor de escala λ). La diferencia radica de nuevo en la familia de parámetros del sistema que son parametrizados con el factor de escala λ . En esta ocasión, la parametrización se realiza, en el caso de contingencia de líneas, en las admitancias con las que se modelan dichas líneas, mientras que si la contingencia es de grupos de generación, la parametrización se realiza en el despacho de potencia activa y reactiva de los grupos en cuestión.

Finalmente, el tercer margen de seguridad considerado es el margen a la inestabilidad de tensiones ('CdT' en la Tabla 7-1), mientras que el cuarto es la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados ('TTC' en la Tabla 7-1). Ambos márgenes coinciden tanto en la parametrización, la cual se realiza sobre el despacho de potencia del caso, como en las restricciones de igualdad, esto es, las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas, en lo cual coinciden todos los demás. La diferencia entre los dos radica en las restricciones de desigualdad. En el caso del margen a la inestabilidad de tensiones no existe ninguna, con lo que el óptimo solo es posible alcanzarlo en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones del flujo de cargas. Por otro lado, la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados tiene como restricciones de desigualdad los límites técnicos de funcionamiento de los componentes del sistema, esto es, flujo máximo de potencia por las líneas y los límites máximo y mínimo de las tensiones de los nudos del sistema.

La naturaleza de las posibles soluciones que puede tener dicho problema de optimización, dependiendo de la frontera que se alcance en el óptimo, puede ser de dos tipos: esta frontera puede estar formada por los límites técnicos de funcionamiento de los elementos de la red, representados en el problema de optimización a través de las restricciones de desigualdad, o bien por la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema, representadas en el problema de optimización a través de las restricciones de igualdad. En cada uno de los dos casos, se han desarrollado las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker y se han analizado las propiedades matemáticas de ambos tipos de óptimo.

7.2.2 Resumen y conclusiones del cálculo de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

En la exhaustiva revisión bibliográfica desarrollada en el contexto de la presente tesis doctoral, se ha puesto de manifiesto la eficiencia de dos grandes familias de técnicas: continuación y optimización. Las técnicas de continuación se han presentado como técnicas muy robustas, mientras que las técnicas de optimización se han presentado como técnicas más precisas y útiles a la hora de realizar análisis paramétrico post-optimización. Ante la idea de poder combinar la robustez que proporcionan las técnicas de continuación con la precisión y las sensibilidades obtenidas mediante las técnicas de optimización, se ha desarrollado una novedosa metodología completa que emplea ambas familias de técnicas. Se ha incluido un método basado en mínimos

cuadrados para estimar multiplicadores de Lagrange, y que sirve de puente entre las técnicas de continuación y las técnicas de optimización en el caso particular de que el óptimo se encuentre en la bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado del sistema.

La formulación genérica del problema de cálculo de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica se adapta perfectamente a cada uno de los diferentes márgenes de funcionamiento abordados en esta tesis. En primer lugar se ha planteado la adaptación del problema ordinario de flujo de cargas, con el doble objetivo de poder saber si un problema de flujo de cargas tiene o no solución, y en caso de que la tenga obtenerla independientemente de lo mal condicionado que se encuentre el sistema. A continuación se ha planteado de forma parecida el análisis de contingencias, con el mismo doble objetivo: poder saber si la aplicación de determinada contingencia en un sistema de energía eléctrica provoca un flujo de cargas sin solución, y en caso contrario poder obtener dicha solución, independientemente de lo mal condicionado que se quede el sistema tras haber aplicado dicha contingencia. Después se ha formulado el problema de cálculo del margen existente desde el punto inicial de operación hasta el colapso de tensiones cuando el despacho de potencia del sistema varía en una determinada dirección. Finalmente se ha planteado el problema de máxima capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados, manteniendo las variables del sistema dentro de sus límites técnicos de funcionamiento.

La metodología genérica presentada en esta tesis no sólo es válida para los cuatro márgenes que se han considerado. Todo margen de funcionamiento que se ajuste a la definición genérica presentada en esta tesis, es decir, que se pueda modelar como la maximización de un factor de escala sujeto a unas ecuaciones de estado o de ligadura y a unas restricciones de desigualdad, se puede calcular empleando la metodología original presentada en esta tesis.

7.2.3 Resumen y conclusiones de la mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica

La novedosa formulación genérica desarrollada en esta tesis para calcular los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica presenta entre otras la ventaja de aportar los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de dicho problema de optimización. Cada uno de estos multiplicadores representa la sensibilidad de primer orden de la función objetivo, esto es, el margen de funcionamiento considerado, con respecto de la restricción a la que esté asociado dicho multiplicador. Mediante una apropiada manipulación matemática de estos multiplicadores, se puede obtener sin dificultades las sensibilidades del margen considerado con respecto de cualquier parámetro del sistema. Estas sensibilidades permiten por tanto evaluar cómo varía el margen de funcionamiento considerado ante el movimiento de los elementos de control del sistema, esto es, elementos de control de tensiones (tensiones de consigna de grupos de generación, tomas de transformadores y reactancias y baterías de condensadores), redespacho de generación de potencia activa e incluso deslastre de cargas.

Sin embargo, en determinadas ocasiones las sensibilidades de primer orden no son suficientes para modelar esta variación en los casos en los que la dependencia del margen considerado con respecto de los elementos de control sea muy poco lineal. Con el objetivo de emplear de forma óptima los elementos de control en la mejora del margen considerado, se ha desarrollado en esta tesis una metodología genérica de mejora que se basa en programación lineal secuencial. Cada etapa de dicha metodología define un problema de programación lineal que determina el movimiento óptimo de los elementos de control considerados para la mejora del margen que se esté estudiando. Dicho problema de optimización lineal emplea las sensibilidades de primer orden obtenidas a partir de los multiplicadores para modelar la mejora del margen. Por otra parte, el movimiento de los elementos de control se acota con el objetivo de no alejarse

excesivamente de la zona lineal. Entre cada etapa, se recalculan tanto el valor del margen de funcionamiento considerado como los multiplicadores de Lagrange, actualizando de este modo las sensibilidades para formular de nuevo el problema de programación lineal que devuelve el movimiento óptimo de los elementos de control. El algoritmo termina cuando el margen considerado alcanza un determinado valor considerado de seguridad, o bien cuando la capacidad de movimiento de los elementos de control considerados se agota.

En la presente tesis se ha expuesto cómo la formulación genérica del problema de mejora de márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica es perfectamente aplicable a cada uno de los diferentes márgenes de funcionamiento abordados en esta tesis, y es perfectamente válida para cada uno de los elementos de control considerados en esta tesis. En primer lugar, se ha estudiado el empleo óptimo de elementos de control de tensiones para devolver la factibilidad a un caso de flujo de cargas sin solución. A continuación se han vuelto a emplear elementos de control de tensiones para devolver la factibilidad a un caso de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia sin solución. Para la mejora del margen a la inestabilidad de tensiones se ha empleado de forma óptima el deslastre de cargas. Finalmente, se ha empleado de forma óptima el redespacho de generación de potencia activa para aumentar la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados.

La metodología genérica presentada en esta tesis no sólo es válida para los cuatro márgenes que se han considerado. Todo margen de funcionamiento que se ajuste a la definición genérica presentada en esta tesis, es decir, que se pueda modelar como la maximización de un factor de escala sujeto a unas ecuaciones de estado o de ligadura y a unas restricciones de desigualdad, se puede mejorar empleando la metodología original presentada en esta tesis.

7.3 Aportaciones originales

Las principales contribuciones originales de la tesis se enumeran a continuación:

- A partir de la revisión bibliográfica llevada a cabo, se ha puesto de manifiesto que los diferentes márgenes de funcionamiento considerados en la tesis representan, desde un punto de vista físico, conceptos y campos de aplicación diferentes. Sin embargo, en esta tesis se ha presentado una formulación genérica que abarca todos los márgenes de funcionamiento considerados. Dicha formulación se basa en optimización lineal con restricciones de igualdad y desigualdad no lineales.
- Se ha desarrollado una metodología genérica para la resolución del problema de optimización que define de forma genérica los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Las aportaciones en este apartado son:
 - Se ha diseñado una metodología novedosa basada en el empleo conjunto de técnicas de continuación y técnicas de optimización no lineal. De este modo, es posible aprovechar las ventajas tanto de las técnicas de continuación (robustez, trayectorias de las variables de estado) como de las técnicas de optimización (sensibilidades).
 - Dentro del proceso de continuación, en la fase de parametrización, se ha incluido un factor de predicción para evitar que el nuevo punto se aleje demasiado de la zona factible marcada por las restricciones de desigualdad del problema de optimización. Dicha predicción está basada en aproximaciones lineales de dichas restricciones.
 - Se ha formulado un método para realizar una estimación de los multiplicadores de Lagrange del problema de optimización que define los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. El método está basado en mínimos cuadrados, y emplea la aproximación del óptimo obtenida mediante las técnicas de continuación.

Esta estimación constituye por tanto el nexo de unión entre las técnicas de continuación y las técnicas de optimización.

- Se ha desarrollado una metodología genérica para la mejora de los márgenes de funcionamiento de los sistemas de energía eléctrica. Las aportaciones en este apartado son:
 - El cálculo de las sensibilidades de primer orden del margen de funcionamiento considerado, con respecto de las acciones de control consideradas en la tesis (acciones de control de tensiones, redespacho de generación y deslastre de cargas). El cálculo de dichas sensibilidades se basa en los multiplicadores de Lagrange del problema de optimización empleado en el cálculo del margen correspondiente.
 - El empleo de programación lineal secuencial para obtener el movimiento óptimo de los elementos de control considerados, sin perder excesiva precisión en el empleo de las sensibilidades de primer orden.
 - En la mejora mediante elementos de control de tensiones, se ha formulado una función objetivo basada en la capacidad de maniobra de cada tipo de elemento de control que presenta resultados equilibrados en el empleo conjunto de magnitudes cuantitativamente diferentes como las tensiones de consigna de grupos o las tomas de transformadores, y las reactancias y baterías de condensadores.
- Se han aplicado ambas metodologías genéricas de cálculo y mejora a cuatro márgenes de funcionamiento fundamentales en los sistemas de energía eléctrica. Estos márgenes han sido el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas en caso base, el margen a la factibilidad de las ecuaciones de flujo de cargas bajo hipótesis de contingencia, el margen a la inestabilidad de tensiones y la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados.
- Se han validado exhaustivamente todos los métodos desarrollados en la presente tesis doctoral mediante su aplicación en casos prácticos del funcionamiento del sistema eléctrico peninsular español.
- Se ha estudiado el efecto de la saturación de los límites de generación de potencia reactiva de los grupos de generación en la estabilidad del sistema, y se ha obtenido un indicador que permite conocer de antemano si la congelación de la generación de potencia reactiva degenerará en la pérdida de la estabilidad del sistema o no.

7.4 Publicaciones

Los desarrollos e investigaciones efectuadas en el contexto de esta tesis doctoral, han dado lugar a las siguientes publicaciones, agrupadas en función de dónde fueron publicadas (revistas internacionales, congresos internacionales y revistas nacionales) y ordenadas cronológicamente.

7.4.1 Publicaciones en revistas internacionales

[Echavarren, et al., 2005]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Contingency Analysis: A Feasibility Identification and Calculation Algorithm", IEE Proceedings – Generation, Transmission & Distribution, vol. 152, nº 5, pp. 645–652, Sep 2005.

[Echavarren, et al., 2006a]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "A Corrective Load Shedding Scheme to Mitigate Voltage Collapse", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, n° 1, pp. 58–64, Jan 2006.

[Echavarren, et al., 2006b]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "A Power Flow Solvability Identification and Calculation Algorithm", *Electric Power Systems Research*, vol. 76, n° 4, pp. 242–250, Jan 2006.

[Echavarren, et al., 2006e]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Steady State Analysis of the Effect of Reactive Generation Limits in Voltage Stability", *IEEE Transactions on Power Systems* (en revisión).

7.4.2 Publicaciones en congresos internacionales

[Echavarren, et al., 2003a]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, and G. López, "A Load Shedding Algorithm for Improvement of Load Margin to Voltage Collapse", presented at 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference, Bologna, Italy, Jun 2003.

[Echavarren, et al., 2003b]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, G. López, F. Cacho, and M. Pézic, "A Least-Squares Approach to Estimate Lagrange Multipliers in a Combined Method to Voltages Collapse Detection", presented at 8° Congreso Luso-Hispano de Ingeniería Eléctrica, Villamoura (Algarve), Portugal, Jul 2003.

[Echavarren, et al., 2006d]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Computation and Sensitivity Analysis of the Total Transfer Capability in Interconnected Electric Power Systems", presented at 11th *International Energy Conference & Exhibition (ENERGEX'06)*, Stavanger, Norway, Jun 2006.

7.4.3 Publicaciones en revistas nacionales

[Echavarren, et al., 2006c]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, and J. M. Rodríguez, "El colapso de tensión: Causas y soluciones (I/II)", *Anales de Mecánica y Electricidad*, vol. LXXXIII, n° 1, pp. 54-62, Jan-Feb 2006.

[Echavarren, et al., 2006f]

F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, and J. M. Rodríguez, "El colapso de tensión: Causas y soluciones (II/II)", *Anales de Mecánica y Electricidad*, vol. LXXXIII, n° 2, pp. 17-22, Mar-Apr 2006.

7.5 Sugerencias para posteriores desarrollos

La presente tesis doctoral ha abordado el problema de los márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica. Ha presentado una definición genérica del problema de cálculo de márgenes de funcionamiento, y ha desarrollado sendas metodologías genéricas tanto para el

cálculo como para la mejora de los márgenes, y ha aplicado todos estos desarrollos a cuatro márgenes de funcionamiento concretos. Se plantea pues como línea para futuros trabajos emplear todos los desarrollos presentes en la tesis a otros márgenes de funcionamiento en los sistemas de energía eléctrica que se ajusten a la definición genérica presentada en la tesis, tales como estudios de máxima generación eólica admisible atendiendo a criterios estáticos. En efecto, la máxima generación eólica admisible en los sistemas de energía eléctrica actuales está determinada por la estabilidad del sistema. Sin embargo, un factor no estudiado hasta el momento presente es el funcionamiento en régimen permanente limitado por la capacidad reducida de control de tensión de la generación eólica.

En todos los desarrollos de la tesis se ha considerado un modelado de las cargas independiente de la tensión. Sin embargo, es muy frecuente encontrar en la red modelos de carga que son dependientes de la tensión de su nudo correspondiente. Los más habituales son los modelos de carga de corriente constante o de impedancia constante. La posible implementación de estos tipos de carga a los modelos de la tesis no presentan en principio ningún problema conceptual, con lo que se plantea la posibilidad de ampliar los estudios llevados a cabo en la presente tesis a modelos de cargas alternativos al modelo de potencia constante.

En la operación de los sistemas de energía eléctrica existen elementos y medidas de control que son empleados en ocasiones para el control de los flujos de potencia a través de las líneas y las tensiones en los nudos de carga. Tal es el caso de los trafos desfasadores o de medidas de control topológicas, como la posible apertura de líneas para el alivio de sobrecargas. Estos elementos de control se representan en la red a través de modelos que son perfectamente compatibles con los modelos presentados en la tesis tanto para el cálculo como para la mejora de los márgenes de funcionamiento.

Como ya se comentó anteriormente a lo largo de la tesis, el empleo de redespacho de generación como acción de control para la mejora de márgenes de funcionamiento se ha planteado atendiendo únicamente a criterios técnicos de eficiencia. No se ha tenido en cuenta por tanto la existencia de un mercado de energía eléctrica como el existente en el sistema eléctrico peninsular español, el cual introduce un condicionante económico al redespacho de generación. Dicho condicionante económico se puede integrar sin dificultades en el algoritmo de mejora de los márgenes de funcionamiento mediante una reformulación adecuada de la función objetivo y añadiendo algunas restricciones adicionales.

Asimismo, el empleo del deslastre de cargas como acción de control para la mejora de márgenes de funcionamiento se ha planteado también atendiendo exclusivamente a criterios técnicos de eficiencia. No se ha tenido en cuenta por tanto la posibilidad de que determinados clientes del sistema pudieran poseer contratos de interrumpibilidad. Se plantea por tanto la reformulación del problema de mejora de margen de funcionamiento mediante deslastre de cargas con el objetivo de modelar la existencia de clientes con cláusula de interrumpibilidad.

Apéndice **A**

Bifurcaciones en sistemas dinámicos
no lineales

A.1 Introducción

En este apéndice se realiza una compilación de los conceptos básicos asociados al fenómeno de las bifurcaciones en general, y la bifurcación silla-nodo en particular, en los sistemas dinámicos no lineales, abordado desde un punto de vista estático.

Se dice que un punto de equilibrio de un sistema dinámico no lineal es una bifurcación si, en un entorno de dicho punto, el sistema tiene soluciones cualitativamente diferentes. Esto es, un punto de equilibrio puede pasar de estable a inestable, y viceversa, o incluso puede desaparecer. En el ámbito del estudio de los sistemas de energía eléctrica este fenómeno de las bifurcaciones adquiere por tanto gran relevancia al estar íntimamente ligado a la estabilidad de los sistemas de energía eléctrica (estabilidad electromecánica, estabilidad de tensiones, etc.).

El apéndice está organizado en las siguientes secciones. La sección A.2 introduce la definición de bifurcación asociada al análisis de sistemas dinámicos no lineales. La sección A.3 realiza un exhaustivo análisis de la bifurcación silla-nodo, presente a lo largo de toda la tesis. La sección A.4 presenta una compilación de conceptos básicos asociados a otros modelos de bifurcaciones presentes en el análisis de los sistemas de energía eléctrica. Finalmente, la sección A.5 presenta las conclusiones del apéndice.

A.2 Bifurcaciones en sistemas dinámicos no lineales

Sea el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}) \quad (\text{A.1})$$

donde:

\mathbf{x} : Vector de variables de estado del sistema. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

$\boldsymbol{\eta}$: Vector de parámetros del sistema. $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^m$

\mathbf{g} : Ecuaciones de estado del sistema. $\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$

Sea también un punto de equilibrio $(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0)$. Se cumple por tanto:

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0) \quad (\text{A.2})$$

Se dice que el sistema (A.1) sufre una bifurcación para el valor $\boldsymbol{\eta}_0$ de los parámetros del sistema cuando existen soluciones de distinto carácter *cualitativo* en un entorno arbitrario de $\boldsymbol{\eta}_0$. Por ejemplo, cuando una solución del sistema pasa de ser estable a inestable (o viceversa), o bien cuando el propio sistema pasa de tener solución a no tenerla¹ (o viceversa).

Existen en la literatura diversos tipos de bifurcaciones y clasificaciones diferentes de las mismas atendiendo a diferentes criterios. Sin embargo, en el ámbito del estudio de los sistemas de energía eléctrica las bifurcaciones más frecuentes y por tanto las más estudiadas son cuatro:

- 1) Silla-nodo
- 2) Hopf

¹ Para ser más estrictos, cuando el sistema pasa de tener una solución estrictamente real a tener solución en el plano complejo.

- 3) Causal
- 4) Transcrítica

La primera de ellas, la bifurcación silla-nodo, ha estado presente a lo largo del desarrollo de esta tesis. Por este motivo, la sección siguiente está dedicada a este tipo de bifurcación, su definición y sus principales propiedades matemáticas.

A.3 La bifurcación silla-nodo

La bifurcación silla-nodo constituye el mecanismo básico mediante el cual se “crean” y se “destruyen” puntos de equilibrio en los sistemas dinámicos no lineales. A medida que los parámetros del sistema avanzan hacia la bifurcación, dos puntos de equilibrio (uno estable y el otro inestable) del sistema se van aproximando el uno al otro cada vez más. En la bifurcación, ambos puntos pasan a ser el mismo punto de equilibrio. Más allá de la bifurcación, ambos puntos de equilibrio desaparecen, dejando al sistema sin puntos de equilibrio [Guckenheimer, *et al.*, 1997; Seydel, 1988; Strogatz, 1994].

El ejemplo prototipo de bifurcación silla-nodo se presenta a continuación en la ecuación (A.3), donde r constituye un parámetro positivo, negativo o cero:

$$\dot{x} = r - x^2 \quad (\text{A.3})$$

Se presenta en la Figura A-1 el diagrama $x-r$ del modelo (A.3) donde se aprecia el cambio cualitativo que se produce en $r = 0$. Esto es, donde se encuentra la bifurcación silla-nodo.

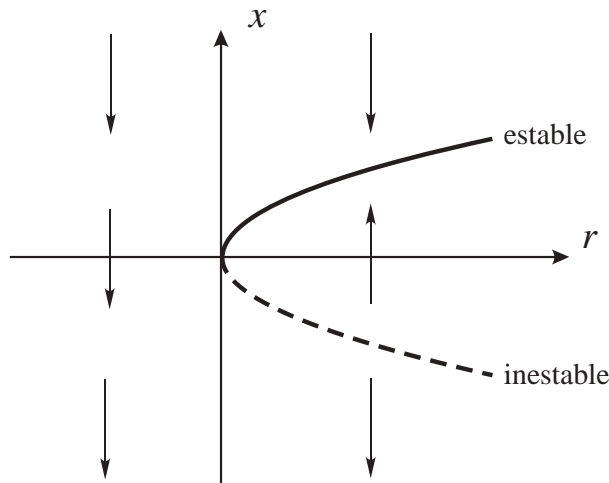


Figura A-1: Diagrama $x-r$ de la bifurcación silla-nodo

La Figura A-1 muestra dos zonas claramente diferenciadas a ambos lados de $r = 0$. En cada una de estas dos zonas, el comportamiento del sistema es *cualitativamente* diferente:

- Para valores de $r < 0$, el sistema no posee puntos de equilibrio. Esto implica necesariamente que el sistema es inestable, en este caso porque la variable de estado x tiende a $-\infty$.
- Para valores de $r > 0$, el sistema posee dos puntos de equilibrio, $x = +\sqrt{r}$ y $x = -\sqrt{r}$. El primero de ellos constituye un punto de equilibrio estable, mientras que el segundo constituye un punto de equilibrio inestable.

La frontera entre ambas zonas, correspondiente a $r = 0$, constituye una bifurcación silla-nodo. En esta frontera, el punto de equilibrio es doble. Si una perturbación en el sistema provoca que

r disminuya, dicho punto desaparece, mientras que si r aumenta, el punto se desdobra en dos (de ahí el termino *bifurcación*).

Se comprueba también en el prototipo (A.3) una de las propiedades que a lo largo de esta tesis se ha recalado de las bifurcaciones silla-nodo. Dicha propiedad es la de poseer un autovalor nulo en la matriz jacobiana, tal y como muestra la Figura A-2.

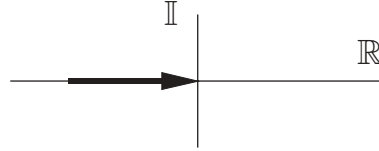


Figura A-2: Plano complejo de los autovalores: bifurcación silla-nodo

En efecto, el jacobiano del sistema (A.3) en el punto de equilibrio (x_0, r_0) sería:

$$\mathbf{g}_x(x_0, r_0) = -2x_0 \tag{A.4}$$

Sustituyendo x_0 por su valor en función de r , se observa cómo uno de los puntos de equilibrio es estable y el otro inestable:

$$\begin{aligned} x_0 = +\sqrt{r_0} &\rightarrow \mathbf{g}_x(x_0, r_0) = -2\sqrt{r_0} < 0 \Rightarrow \text{ESTABLE} \\ x_0 = -\sqrt{r_0} &\rightarrow \mathbf{g}_x(x_0, r_0) = +2\sqrt{r_0} > 0 \Rightarrow \text{INESTABLE} \end{aligned} \tag{A.5}$$

En la bifurcación $(x_0, r_0) = (0,0)$, el jacobiano sería:

$$\mathbf{g}_x(0,0) = 0 \tag{A.6}$$

Se estudiará a continuación en detalle los conceptos principales asociados a la bifurcación silla-nodo y sus propiedades matemáticas fundamentales. Para ello, se toma como punto de partida el sistema representado en (A.1). Si dicho sistema presenta para determinados valores del vector de parámetros $\boldsymbol{\eta}$ bifurcaciones silla-nodo, entonces existe una frontera Σ en el espacio de $\boldsymbol{\eta}$ donde se producen dichas bifurcaciones, tal y como muestra la Figura A-3.

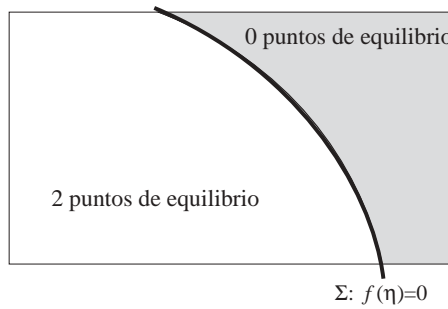


Figura A-3: Bifurcación silla-nodo en el espacio de los parámetros del sistema

A un lado de la misma, el sistema presentará dos puntos de equilibrio para el mismo vector de parámetros, uno estable y el otro inestable. Por el contrario, al otro lado de dicha frontera el sistema no tendrá puntos de equilibrio, es decir, no tendrá solución real del vector de variables de estado \mathbf{x} .

Si, como se comentó antes, el espacio de parámetros del sistema $\boldsymbol{\eta}$ es m -dimensional, entonces la frontera Σ constituirá una hipersuperficie en el espacio de parámetros del sistema $\boldsymbol{\eta}$, esto es,

tendrá $m-1$ grados de libertad². Para constatar esto, se asume la existencia de una función trayectoria de las variables de estado $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\boldsymbol{\eta})$. En este caso, la matriz jacobiana del sistema se podrá expresar como una función de $\boldsymbol{\eta}$:

$$\mathbf{g}_x(\mathbf{x}(\boldsymbol{\eta}), \boldsymbol{\eta}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\eta}) \quad (\text{A.7})$$

La frontera Σ estará constituida por el conjunto de valores de $\boldsymbol{\eta}$ que convierten a la matriz \mathbf{A} en una matriz singular, esto es, que hacen que su determinante sea nulo:

$$\Sigma : |\mathbf{A}(\boldsymbol{\eta})| = f(\boldsymbol{\eta}) = 0 \quad (\text{A.8})$$

La ecuación (A.8) constituye una ecuación de ligadura para $\boldsymbol{\eta}$, por lo que se constata que existen $m-1$ grados de libertad en la definición de la frontera Σ .

Por otro lado, en el espacio de las variables de estado \mathbf{x} la bifurcación silla-nodo aparece, como se comentó anteriormente, como el paso intermedio entre la existencia de dos puntos de equilibrio del sistema y la desaparición de los mismos. Se muestra a continuación en la Figura A-4 una representación en el espacio de las variables de estado \mathbf{x} de la evolución de un sistema de dos dimensiones en su paso por una bifurcación silla-nodo.

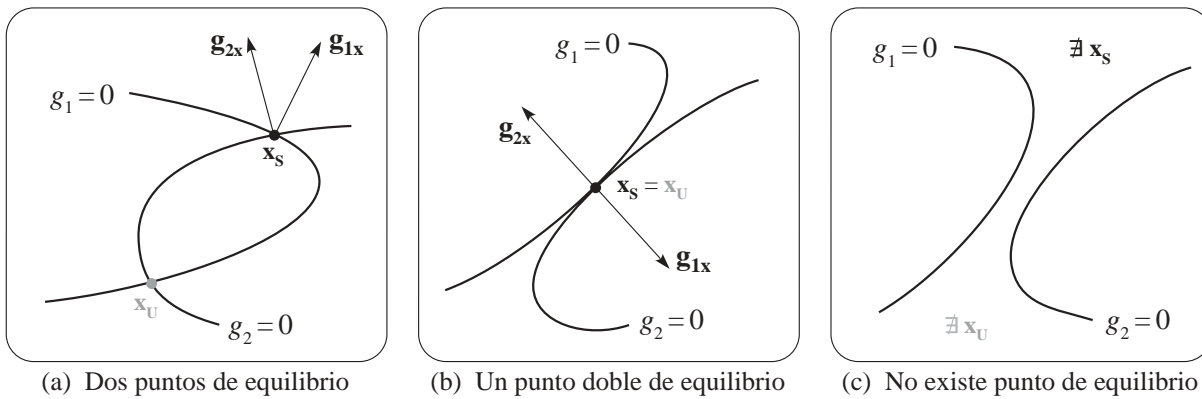


Figura A-4: Paso por la bifurcación silla-nodo en el espacio de las variables de estado

La Figura A-4a muestra el caso en el que el sistema formado por las ecuaciones $g_1 = 0$ y $g_2 = 0$ posee dos puntos de equilibrio, uno estable \mathbf{x}_s y otro inestable \mathbf{x}_u . La Figura A-4c muestra por el contrario el caso opuesto. Esto es, el sistema no posee ningún punto de equilibrio, ni estable ni inestable. Esto se debe al hecho de que las ecuaciones de estado $g_1 = 0$ y $g_2 = 0$ no se cortan en ningún punto. La Figura A-4b muestra el caso en el que se produce una bifurcación silla-nodo en el sistema. En este punto, el sistema posee un único punto de equilibrio, resultado de la fusión de la solución estable \mathbf{x}_s y la inestable \mathbf{x}_u . Dicha fusión es el resultado de que las ecuaciones de estado pasan de ser secantes a ser tangentes en la bifurcación silla-nodo.

Como se ha comentado anteriormente, uno de los rasgos más significativos de la bifurcación silla-nodo es la existencia de un autovalor nulo en la matriz jacobiana de las ecuaciones de estado del sistema. Dicho autovector singular tiene asociado una pareja de autovectores, izquierdo \mathbf{w} y derecho \mathbf{v} . Se analiza a continuación en los apartados A.3.1 y A.3.2 respectivamente el significado y propiedades matemáticas de ambos autovectores [Dobson, 1992].

² Esto se traduce en un punto en una dimensión, una curva en dos dimensiones, una superficie en tres dimensiones, etc.

A.3.1 Autovector derecho \mathbf{v}

En las Figura A-4a y Figura A-4b se han representado también los gradientes de las ecuaciones de estado \mathbf{g}_{1x} y \mathbf{g}_{2x} , normales por tanto a sus respectivas ecuaciones de estado g_1 y g_2 . En la Figura A-4a se observa que ambos vectores gradiente son linealmente independientes, lo que se traduce en dos dimensiones en que no son paralelos. Sin embargo, en la Figura A-4b se observa que ambos vectores son en este caso linealmente dependientes, lo que se traduce en dos dimensiones en que son vectores paralelos. Esto es coherente con la afirmación de que las ecuaciones de estado son tangentes entre sí en la bifurcación silla-nodo.

Analizando la matriz jacobiana \mathbf{g}_x del sistema, se alcanza la misma conclusión para el sistema (A.1). La matriz jacobiana \mathbf{g}_x está formada por los gradientes de las ecuaciones de estado respecto de las variables de estado del sistema \mathbf{x} , dispuestos en filas. Esto es:

$$\mathbf{g}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1x}^T \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{nx}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

La matriz jacobiana \mathbf{g}_x posee un autovalor nulo en la bifurcación silla-nodo. Existe por tanto un autovector derecho \mathbf{v} no nulo tal que multiplicado por la derecha da como resultado cero. Esto es:

$$\mathbf{g}_x \cdot \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1x}^T \cdot \mathbf{v} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{nx}^T \cdot \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Esto sólo es posible si el autovector derecho \mathbf{v} es normal a todos los vectores gradiente \mathbf{g}_{ix} . La única forma de que esto ocurra es que los gradientes de las ecuaciones de estado respecto de las variables de estado del sistema \mathbf{x} sean linealmente dependientes, esto es, formen un hiperplano en el espacio de \mathbf{x} , de modo que el autovector derecho \mathbf{v} será perpendicular a dicho hiperplano.

En la Figura A-5 se vuelve a representar de nuevo la Figura A-4b, en esta ocasión representando la recta tangente a las ecuaciones de estado en el punto de equilibrio, y el autovector derecho \mathbf{v} de la matriz jacobiana.

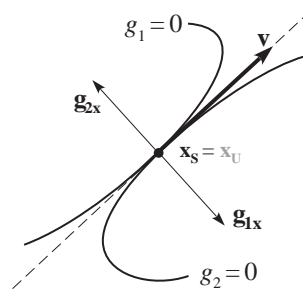


Figura A-5: Bifurcación silla-nodo en el espacio de las variables de estado

De la Figura A-5 se desprende otra conclusión acerca del autovector derecho \mathbf{v} : El hecho de que las ecuaciones de estado sean tangentes entre sí en el punto de equilibrio que constituye la bifurcación silla-nodo, permite afirmar que si se aplica una variación infinitesimal de las variables de estado $d\mathbf{x}$ en la dirección de la recta tangente a dichas ecuaciones, el nuevo punto resultante continua siendo un punto de equilibrio de las ecuaciones de estado. Efectivamente,

aplicando \mathbf{dx} , desarrollando en serie de Taylor y despreciando términos de orden superior al uno, se tiene:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{dx}, \boldsymbol{\eta}_0) \approx \cancel{\mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0)}^0 + \mathbf{g}_x \cdot \mathbf{dx} \quad (\text{A.11})$$

Haciendo pues que \mathbf{dx} sea paralelo al autovector derecho \mathbf{v} de \mathbf{g}_x , esto es:

$$\mathbf{dx} = k \cdot \mathbf{v} \quad , \quad k \in \mathbb{R} \quad (\text{A.12})$$

se obtiene que, para cualquier valor de k , se cumple:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + k \cdot \mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}_0) \approx k \cdot \cancel{\mathbf{g}_x \cdot \mathbf{v}}^0 = \mathbf{0} \quad (\text{A.13})$$

Se deduce por tanto que, en la bifurcación silla-nodo, las ecuaciones del sistema $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ son tangentes entre sí, y que el autovector derecho \mathbf{v} de la matriz jacobiana \mathbf{g}_x es paralelo a dicha tangente.

A.3.2 Autovector izquierdo \mathbf{w}

Sean dos puntos de equilibrio infinitamente próximos $(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0)$ y $(\mathbf{x}_0 + \mathbf{dx}, \boldsymbol{\eta}_0 + \mathbf{d}\boldsymbol{\eta})$, en los cuales se produce una bifurcación silla-nodo de las ecuaciones de estado \mathbf{g} . Para que esto sea posible, ambos puntos, $\boldsymbol{\eta}_0$ y $\boldsymbol{\eta}_0 + \mathbf{d}\boldsymbol{\eta}$, deben pertenecer a la frontera Σ . Esto sólo es posible si $\mathbf{d}\boldsymbol{\eta}$ es tangente a dicha frontera en $\boldsymbol{\eta}_0$, al ser ambos puntos infinitamente próximos.

Se desarrolla a continuación en serie de Taylor las ecuaciones de estado en el segundo punto desde el primero, y despreciando los términos de orden mayor que uno:

$$\cancel{\mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{dx}, \boldsymbol{\eta}_0 + \mathbf{d}\boldsymbol{\eta})}^0 \approx \cancel{\mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0)}^0 + \mathbf{g}_x \cdot \mathbf{dx} + \mathbf{g}_\eta \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{\eta} \quad (\text{A.14})$$

Sea \mathbf{w} el autovector izquierdo de la matriz jacobiana \mathbf{g}_x en $(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\eta}_0)$, correspondiente a su autovalor nulo. Multiplicando por la izquierda la ecuación (A.14) por dicho autovector \mathbf{w} , se obtiene:

$$\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} = \cancel{\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_x}^0 \cdot \mathbf{dx} + \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{\eta} \quad (\text{A.15})$$

Por un lado, la única forma de que la ecuación (A.15) se satisfaga es que los vectores $\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta$ y $\mathbf{d}\boldsymbol{\eta}$ sean perpendiculares. Por otro lado, si tanto $\boldsymbol{\eta}_0$ como $\boldsymbol{\eta}_0 + \mathbf{d}\boldsymbol{\eta}$ pertenecen a la frontera Σ , eso sólo puede significar que $\mathbf{d}\boldsymbol{\eta}$ es tangente a dicha frontera en el punto $\boldsymbol{\eta}_0$. De esto se concluye que el vector $\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta$ es normal a la frontera Σ , y por tanto paralelo al gradiente de $f(\boldsymbol{\eta})$ en $\boldsymbol{\eta}_0$. Esto es:

$$\mathbf{f}_\eta(\boldsymbol{\eta}_0) \parallel \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta \quad (\text{A.16})$$

En la Figura A-6 se vuelve a representar de nuevo la Figura A-3, en esta ocasión representando la recta tangente a la frontera de la bifurcación Σ y el vector $\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta$. De la Figura A-6 se concluye por tanto que el vector $\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{g}_\eta$, al ser perpendicular a la frontera Σ , define la dirección óptima en la que los parámetros del sistema deberían evolucionar para alejarse lo más posible de dicha frontera.

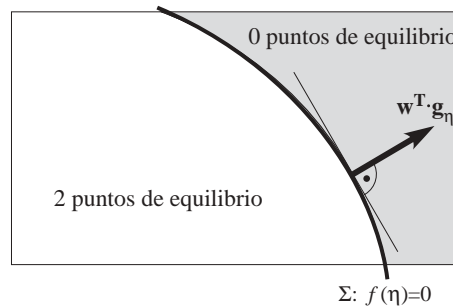


Figura A-6: Bifurcación silla-nodo en el espacio de los parámetros del sistema

A.4 Otras bifurcaciones

La anterior sección ha analizado la bifurcación silla-nodo, su definición y sus principales propiedades matemáticas. Sin embargo, en el análisis de los sistemas de energía eléctrica existen otras bifurcaciones que por su importancia merecen ser analizadas. En los próximos apartados se realiza un análisis de las principales características de la bifurcación de Hopf (apartado A.4.1), la bifurcación causal (apartado A.4.2) y la bifurcación transcítica (apartado A.4.3).

A.4.1 Bifurcación de Hopf

La bifurcación de Hopf constituye una de las más estudiadas en los sistemas de energía eléctrica, ya que está asociada con la inestabilidad electromecánica [Ajjarapu, *et al.*, 1990; Cañizares, *et al.*, 2004; Dobson, *et al.*, 1992a; Mithulananthan, *et al.*, 2000].

Este tipo de bifurcación se presenta cuando una pareja de autovalores conjugados atraviesan el eje imaginario, como muestra la Figura A-7.

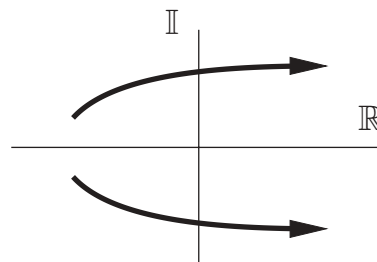


Figura A-7: Plano complejo de los autovalores: bifurcación de Hopf

Es por esto que la inestabilidad asociada a este tipo de bifurcaciones tiene carácter oscilatorio. Asimismo, las bifurcaciones de Hopf suelen llevar asociadas ciclos límite. Atendiendo a estos ciclos límite, las bifurcaciones de Hopf se clasifican en dos grandes grupos, subcríticas y supercríticas:

- La bifurcación subcrítica se caracteriza por partir de un punto de equilibrio estable con un ciclo límite inestable que lo rodea. A medida que el sistema se acerca a la bifurcación, el ciclo límite se va estrechando alrededor del punto de equilibrio, hasta fundirse con él. A partir de la bifurcación, el punto de equilibrio pasa a ser inestable.
- La bifurcación supercrítica constituye la dual de la subcrítica. Esto es, el punto de partida lo constituye un punto de equilibrio estable. Una vez cruzada la bifurcación, dicho punto

de equilibrio estable se desdobra en un punto de equilibrio inestable y un ciclo límite estable.

A.4.2 Bifurcación causal

La bifurcación causal se produce cuando se produce el paso por infinito de un autovalor del sistema, como muestra la Figura A-8.

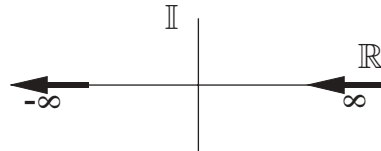


Figura A-8: Plano complejo de los autovalores: bifurcación causal

Esto implica una dinámica infinitamente rápida, lo que resulta del todo impensable en estudios de los sistemas de energía eléctrica [Barquin, 1993]. Cuando este tipo de bifurcaciones se presentan en dichos estudios sólo puede ser debido a un modelado deficiente del sistema en la bifurcación. Sin embargo, si el modelado del sistema es correcto antes y después de la bifurcación, se deduce que un autovalor del sistema ha pasado de inestable a estable (o viceversa). Esto sólo es posible por tanto si determinadas dinámicas del sistema han sido obviadas y sustituidas por sus ecuaciones estáticas. No significa por tanto que el estudio de las bifurcaciones causales carezca de interés, puesto que si bien sólo aparecen cuando el sistema está deficientemente modelado, pueden orientar hacia que parte concreta del modelo precisa de más detalle para lograr un modelo más exacto del sistema.

A.4.3 Bifurcación transcítica

La bifurcación transcítica constituye el mecanismo básico mediante el cual dos puntos de equilibrio de un sistema dinámico “intercambian” su estabilidad. Esto es, a medida que los parámetros del sistema avanzan hacia la bifurcación, dos puntos de equilibrio del sistema se van aproximando el uno al otro cada vez más. En la bifurcación, ambos puntos pasan a ser el mismo punto de equilibrio. Más allá de la bifurcación, ambos puntos de equilibrio vuelven a separarse, pero esta vez el que antes era punto de equilibrio estable, ahora es inestable, y viceversa [Guckenheimer, *et al.*, 1997; Seydel, 1988; Strogatz, 1994]. La bifurcación transcítica está íntimamente ligada al fenómeno de pérdida de estabilidad en un sistema de energía eléctrica al congelar la generación de potencia reactiva de un grupo [Dobson, *et al.*, 1992b], como se verá posteriormente en el apéndice C de esta tesis.

El ejemplo prototipo de bifurcación transcítica se presenta a continuación en la ecuación (A.17), donde r constituye un parámetro positivo, negativo o cero:

$$\dot{x} = r \cdot x - x^2 \tag{A.17}$$

Se presenta en la Figura A-9 el diagrama x - r del modelo (A.17) donde se aprecia el cambio cualitativo que se produce en $r = 0$. Esto es, donde se encuentra la bifurcación transcítica. La Figura A-9 muestra dos zonas claramente diferenciadas a ambos lados de $r = 0$. En cada una de estas dos zonas, el comportamiento del sistema es *cualitativamente* diferente. Para valores de $r < 0$, el sistema posee un punto de equilibrio estable en $x = 0$ y otro inestable en $x = r$. A medida que el parámetro r crece hacia cero, el punto de equilibrio estable se acerca al inestable, y se unen en el punto $x = 0$. A partir de este punto, para valores de $r > 0$, el punto de equilibrio correspondiente a $x = 0$ pasa a ser inestable, mientras que el correspondiente a $x = r$ pasa a ser

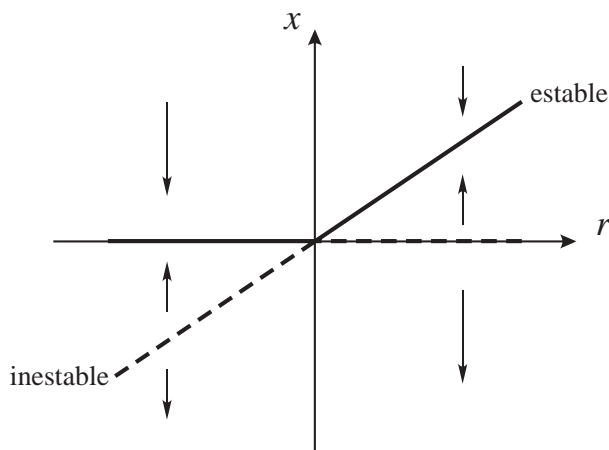


Figura A-9: Diagrama x-r de la bifurcación transcritical

estable. La frontera entre ambas zonas, correspondiente a $r = 0$, constituye una bifurcación transcritical.

Es importante remarcar la diferencia existente entre la bifurcación transcritical y la bifurcación silla-nodo. A diferencia de ésta, los dos puntos de equilibrio del sistema existen a ambos lados de la bifurcación, es decir, nunca desaparecen, sólo “intercambian” su estabilidad.

Se comprueba también en el prototipo (A.17) una de las propiedades de las bifurcaciones transcriticals, compartida con las bifurcaciones silla-nodo. Dicha propiedad es la de poseer un autovalor nulo en la matriz jacobiana. En efecto, el jacobiano del sistema (A.17) en el punto de equilibrio (x_0, r_0) sería:

$$\mathbf{g}_x(x_0, r_0) = r_0 - 2x_0 \tag{A.18}$$

Por tanto, en la bifurcación $(0,0)$, el jacobiano, para ambos puntos de equilibrio, sería:

$$\mathbf{g}_x(0,0) = 0 \tag{A.19}$$

Sin embargo, la diferencia entre la bifurcación silla-nodo y la transcritical es que el autovalor singular de la primera muere en el origen, ya que a partir de la bifurcación dejan de existir puntos de equilibrio. Sin embargo, el autovalor singular, como se muestra en la Figura A-10, atraviesa el origen y continua, con distinto signo, de ahí el cambio en la estabilidad.

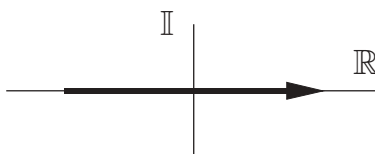


Figura A-10: Plano complejo de los autovalores: bifurcación transcritical

A.5 Conclusiones

Este apéndice ha realizado una compilación de los conceptos básicos asociados a las bifurcaciones en los sistemas de ecuaciones no lineales. Se han analizado por tanto las cuatro bifurcaciones más frecuentes en el análisis de los sistemas de energía eléctrica: Silla-nodo, Hopf, causal y transcritical.

Sobre las tres últimas (Hopf, causal y transcítica) se han dado aspectos básicos de su definición y características, al no ser objeto de los estudios de esta tesis. Por el contrario, la bifurcación silla-nodo ha sido analizada de forma más pormenorizada y exhaustiva, al estar presente a lo largo de todos los desarrollos llevados a cabo en esta tesis.

El estudio de la bifurcación silla-nodo ha incluido su definición, sus principales características matemáticas y el análisis de su sistema prototipo. Además, se ha prestado especial atención a los autovectores izquierdo y derecho asociados al autovalor singular de la matriz jacobiana de las ecuaciones del sistema. Sobre el autovector izquierdo se ha concluido que representa una dirección perpendicular a la frontera de factibilidad en el plano de las ecuaciones de estado, y por ende perpendicular a la frontera de factibilidad en el plano de los parámetros del sistema, previamente proyectado sobre dicho plano a través de la matriz jacobiana respecto de dichos parámetros. Sobre el autovector derecho se ha concluido que supone un vector tangente a las ecuaciones de estado en el plano de las variables de estado.

A.6 Bibliografía

[Ajarapu, *et al.*, 1990]

V. Ajarapu and B. Lee, "Nonlinear Oscillations and Voltage Collapse Phenomenon in Electrical Power System", presented at 22nd North American Power Symposium (NAPS), Rolla, Missouri, U.S.A., Oct 1990.

[Barquin, 1993]

J. Barquin, "Inestabilidad de Tensiones: Criterios de Seguridad", Doctoral Thesis presented at *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI)* of Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Oct 1993.

[Cañizares, *et al.*, 2004]

C. A. Cañizares, N. Mithulananthan, F. Milano, and J. Reeve, "Linear Performance Indices to Predict Oscillatory Stability Problems in Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n° 2, pp. 1104-1114, May 2004.

[Dobson, 1992]

I. Dobson, "Observations on the geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, n° 3, pp. 240-243, Mar 1992.

[Dobson, *et al.*, 1992a]

I. Dobson, F. Alvarado, and C. L. DeMarco, "Sensitivity of Hopf Bifurcations to Power System Parameters", presented at 31st IEEE Conference on Decision and Control, Tucson, Arizona, U.S.A., Dec 1992.

[Dobson, *et al.*, 1992b]

I. Dobson and L. Lu, "Voltage Collapse Precipitated by the Immediate Change in Stability when Generator Reactive Power Limits are Encountered", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, n° 9, pp. 762-766, Sep 1992.

[Guckenheimer, *et al.*, 1997]

J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, 1997.

[Mithulananthan, *et al.*, 2000]

N. Mithulananthan and C. A. Cañizares, "Indices to Detect Hopf Bifurcations in Power Systems", presented at 32nd *North American Power Symposium (NAPS)*, Waterloo, Ontario, Canada, Oct 2000.

[Seydel, 1988]

R. Seydel, "2 - Basic Nonlinear Phenomena" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Strogatz, 1994]

S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

Apéndice **B**

Conceptos Básicos del Fenómeno de Colapso de Tensiones

B.1 Introducción

En este apéndice se hace una revisión de los conceptos básicos que acompañan al fenómeno del colapso de tensiones. Para ello, se analiza una red simple de dos nudos, en la que un generador alimenta una carga a través de una línea puramente inductiva [Kundur, 1994; Miller, *et al.*, 1993; Taylor, 1994; van Cutsem, *et al.*, 1998]. Mediante este análisis, se pretende demostrar la estrecha relación existente entre el fenómeno del colapso de tensiones en sistema de energía eléctrica y la aparición de una bifurcación silla-nodo en las ecuaciones estáticas del sistema.

Este estudio de las características básicas del fenómeno de colapso de tensiones está dividido en dos partes. La primera parte del estudio se concentra en un análisis matemático, basado en las ecuaciones del flujo de cargas, mientras que en la segunda parte se muestran un conjunto de gráficas características que ayudan a comprender el fenómeno del colapso de tensiones.

B.2 Características básicas del fenómeno de colapso de tensiones

La Figura B-1 muestra una red simple de dos nudos, en la que un generador alimenta una carga controlada, a través de una línea puramente inductiva.

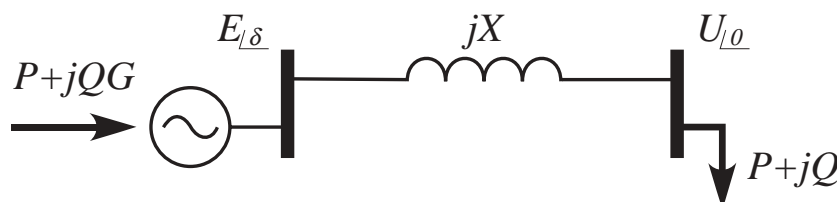


Figura B-1: Red de dos nudos para el estudio de los aspectos básicos del colapso de tensiones

En la red representada en la Figura B-1, un generador alimenta a tensión E una carga (P, Q) controlada. Ambos nudos se encuentran conectados a través de una línea puramente inductiva de impedancia jX .

La sección B.2 se encuentra estructurada de la siguiente manera: En el apartado B.2.1 se lleva a cabo un análisis matemático del fenómeno, en el cual se estudian las propiedades de las ecuaciones del flujo de cargas en las proximidades del colapso. Asimismo, se analiza la matriz jacobiana de las ecuaciones en el punto de colapso, sus autovalores y autovectores asociados. A continuación, en el apartado B.2.2 se muestran un conjunto de gráficas características de cómo evolucionan las variables del sistema conforme el sistema se aproxima al colapso de tensiones.

B.2.1 Aspectos matemáticos

Las expresiones de la potencia activa y reactiva consumidas por la carga son:

$$P = \frac{1}{X} EU \cdot \sin \delta \quad (\text{B.1})$$

$$Q = \frac{1}{X} (EU \cdot \cos \delta - U^2) \quad (\text{B.2})$$

Donde P y Q son, respectivamente, la potencia activa y reactiva consumidas por la carga. Con intención de generalizar estas expresiones, se realizan los siguientes cambios de variable que eliminan la reactancia X de la línea y la tensión de consigna del generador E de las ecuaciones (B.1) y (B.2):

$$P = p \frac{E^2}{X} \quad ; \quad Q = q \frac{E^2}{X} \quad ; \quad U = uE \quad (\text{B.3})$$

Aplicando los cambios de variable (B.3) en (B.1) y (B.2), se obtienen estas nuevas expresiones:

$$p = u \operatorname{sen} \delta \quad (\text{B.4})$$

$$q = u \cos \delta - u^2 \quad (\text{B.5})$$

En estas expresiones, se pueden eliminar el ángulo de carga, obteniendo una ecuación polinómica de cuarto orden. Por un lado:

$$(u \operatorname{sen} \delta)^2 + (u \cos \delta)^2 = u^2 \quad (\text{B.6})$$

y por otro:

$$(u \operatorname{sen} \delta)^2 + (u \cos \delta)^2 = (p)^2 + (q + u^2)^2 \quad (\text{B.7})$$

Igualando (B.6) y (B.7), y desarrollando las expresiones cuadráticas, se llega a la siguiente ecuación:

$$u^4 + (2q - 1)u^2 + (p^2 + q^2) = 0 \quad (\text{B.8})$$

Es decir, (B.8) es una ecuación de segundo grado de variable u^2 . Extrayendo por tanto las raíces, se obtiene:

$$u^2 = \frac{1}{2} - q \pm \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q} \quad (\text{B.9})$$

Asumiendo que $u > 0$, se obtiene la expresión del módulo de la tensión u con respecto de la potencia activa p y reactiva q absorbidas por la carga:

$$u = \sqrt{\frac{1}{2} - q \pm \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q}} \quad (\text{B.10})$$

De los dos valores posibles que puede tomar u a causa del signo de la raíz, el correspondiente a la raíz positiva es el valor estable de la tensión u_s , mientras que el correspondiente a la raíz negativa u_U es considerado punto de funcionamiento inestable. Por tanto:

$$u_s = \sqrt{\frac{1}{2} - q + \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q}} \quad ; \quad u_U = \sqrt{\frac{1}{2} - q - \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q}} \quad (\text{B.11})$$

Por tanto, el dominio de p y q será aquel conjunto de puntos tales que el radicando de la ecuación (B.9) resulte mayor o igual que cero. Esto es:

$$\frac{1}{4} - p^2 - q \geq 0 \quad (\text{B.12})$$

Reordenando la ecuación (B.12) se obtiene la expresión de la frontera factible Σ en el plano p - q :

$$\Sigma: \quad f(p_0, q_0) = p_0^2 + q_0 - \frac{1}{4} = 0 \quad (\text{B.13})$$

De modo que la frontera factible en el plano $p-q$ será una parábola, debajo de la cual todo punto corresponderá con dos soluciones del flujo de cargas, mientras que por encima de ella el flujo de cargas no tendrá solución real alguna. En la frontera, la raíz será doble. La Figura B-2 muestra la forma de esta frontera factible en el plano $p-q$.

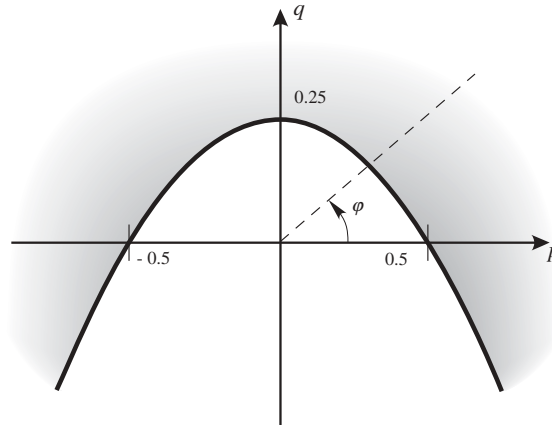


Figura B-2: Frontera de la región factible en el plano $p-q$

Observando las expresiones de u_S y u_U en la ecuación (B.11), se observa que ambos valores son iguales si la ecuación (B.13) se cumple. Esto indica que en dicho punto, u tiene una raíz doble $u_0 = u_S = u_U$, y por tanto se produce una bifurcación silla-nodo. Por lo tanto, el valor de la tensión en el punto de colapso u_0 , llamada también tensión crítica, será:

$$u_0 = \frac{1}{2} - q_0 = \sqrt{\frac{1}{4} + p_0^2} \quad (\text{B.14})$$

Al haber sido despreciada la resistencia de la línea, la potencia activa suministrada por el generador es la misma que absorbe la carga. Sin embargo, la reactiva generada QG no es la misma que consume la carga, al existir pérdidas en la reactancia de la línea. La potencia reactiva QG generada por el grupo sería:

$$QG = \frac{1}{X} (E^2 - EU \cdot \cos \delta) \quad (\text{B.15})$$

Y normalizando la expresión del mismo modo que se hizo con la potencia absorbida por la carga, se obtiene:

$$qg = 1 - u \cos \delta \quad (\text{B.16})$$

donde:

$$QG = qg \frac{E^2}{X} \quad (\text{B.17})$$

Empleando las expresiones (B.5) y (B.9) en (B.16) se obtiene que la potencia reactiva qg que produce el generador será:

$$qg = \frac{1}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q} \quad (\text{B.18})$$

Es decir:

$$qg_s = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q} ; qg_u = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q} \quad (\text{B.19})$$

Y por tanto, en el punto de colapso donde el radicando se hace cero:

$$qg_0 = \frac{1}{2} \quad (\text{B.20})$$

Es decir, la potencia reactiva producida por el generador en el punto de colapso siempre será 1/2, independientemente de cual sea el factor de potencia φ de la carga.

La matriz jacobiana del sistema desarrollado en esta exposición de los aspectos básicos del colapso de tensiones es:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial \delta} & \frac{\partial p}{\partial u} \\ \frac{\partial q}{\partial \delta} & \frac{\partial q}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \delta & \sin \delta \\ -u \sin \delta & \cos \delta - 2u \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

Si se emplean las expresiones (B.4) y (B.5), dicha matriz jacobiana \mathbf{J} se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} q + u^2 & \frac{p}{u} \\ -p & \frac{q}{u} - u \end{bmatrix} \quad (\text{B.22})$$

Empleando las ecuaciones (B.13) y (B.14) en (B.22), se obtiene la expresión de la matriz jacobiana \mathbf{J} en el punto de colapso \mathbf{J}_0 :

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{p_0}{u_0} \\ -p_0 & -\frac{2p_0^2}{u_0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

Calculando su polinomio característico $\pi(\lambda)$ e igualando a cero:

$$\pi(\lambda) = |\mathbf{J}_0 - \lambda \mathbf{I}| = \lambda^2 + \lambda \left(-\frac{1}{2} + \frac{2p_0^2}{u_0} \right) = 0 \quad (\text{B.24})$$

Resolviendo la ecuación (B.24) se obtiene por tanto el espectro σ de la matriz jacobiana en el punto de colapso \mathbf{J}_0 :

$$\sigma(\mathbf{J}_0) = \left\{ 0, \frac{1}{2} - \frac{2p_0^2}{u_0} \right\} \quad (\text{B.25})$$

De este modo se comprueba que, efectivamente, en el punto de colapso uno de los autovalores de la matriz jacobiana es singular, rasgo característico de las bifurcaciones silla-nodo.

El autovector derecho \mathbf{v}_0 de la matriz jacobiana en el punto de colapso \mathbf{J}_0 , correspondiente a su autovalor singular, deberá satisfacer:

$$\mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{p_0}{u_0} \\ -p_0 & -\frac{2p_0^2}{u_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v\delta_0 \\ vu_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}v\delta_0 + \frac{p_0}{u_0}vu_0 \\ -p_0 \cdot v\delta_0 - \frac{2p_0^2}{u_0}vu_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

Se comprueba que el sistema de ecuaciones (B.26) es compatible indeterminado. Fijando por tanto una de las componentes del autovector, en este caso $v\delta_0 = 1$, se obtiene:

$$\mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} v\delta_0 \\ vu_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{u_0}{2p_0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Se obtiene por otra parte los vectores gradiente de las ecuaciones del flujo de cargas en el punto de colapso:

$$\mathbf{np}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial \delta} \\ \frac{\partial p}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{p_0}{u_0} \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{nq}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial q}{\partial \delta} \\ \frac{\partial q}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_0 \\ -\frac{2p_0^2}{u_0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.28})$$

Se comprueba fácilmente que ambos vectores son linealmente dependientes, ya que:

$$\mathbf{nq}_0 = -2p_0 \cdot \mathbf{np}_0 \quad (\text{B.29})$$

Y por otra parte se comprueba que el autovector derecho \mathbf{v}_0 de la matriz jacobiana en el punto de colapso \mathbf{J}_0 , correspondiente a su autovalor singular, es perpendicular a ambos vectores en el espacio (δ, u) , tal y como se constató en el apéndice A de esta tesis. Para ello, se realiza el producto escalar de \mathbf{v}_0 y \mathbf{np}_0 :

$$\mathbf{v}_0^T \cdot \mathbf{np}_0 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{u_0}{2p_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{p_0}{u_0} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \quad (\text{B.30})$$

El autovector izquierdo \mathbf{w}_0 de la matriz jacobiana en el punto de colapso \mathbf{J}_0 , correspondiente a su autovalor singular, deberá satisfacer:

$$\mathbf{J}_0^T \cdot \mathbf{w}_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -p_0 \\ \frac{p_0}{u_0} & -\frac{2p_0^2}{u_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} wp_0 \\ wq_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}wp_0 - p_0 \cdot wq_0 \\ \frac{p_0}{u_0}wp_0 - \frac{2p_0^2}{u_0}wq_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.31})$$

Se comprueba que el sistema de ecuaciones (B.31) es compatible indeterminado. Fijando por tanto una de las componentes del autovector, en este caso $wq_0 = 1$, se obtiene:

$$\mathbf{w}_0 = \begin{bmatrix} wp_0 \\ wq_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2p_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.32})$$

Se obtiene por otra parte el vector normal a la frontera de factibilidad Σ , como gradiente de la función f desarrollada en la ecuación (B.13):

$$\mathbf{n}_\Sigma = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p} \\ \frac{\partial f}{\partial q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2p_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.33})$$

Se comprueba por tanto que el autovector izquierdo \mathbf{w}_0 de la matriz jacobiana en el punto de colapso \mathbf{J}_0 , correspondiente a su autovalor singular, es perpendicular a la frontera de factibilidad Σ en el espacio (p,q) , tal y como se constató en el apéndice A de esta tesis.

B.2.2 Curvas características

A continuación se muestran un conjunto de figuras características que ayudan a comprender el fenómeno del colapso de tensiones. En dichas figuras, el trazo continuo corresponde a puntos de equilibrio estable, mientras que el trazo discontinuo corresponde con puntos de funcionamiento inestable.

La Figura B-3 muestra la familia de curvas módulo de tensión – potencia activa consumida por la carga, en función del factor de potencia, mientras que la Figura B-4 muestra la familia de curvas ángulo de tensión – potencia activa consumida por la carga, en función del factor de potencia. El caso concreto de la Figura B-3 es el que da el nombre de “curvas de nariz” a las curvas módulo de tensión – potencia activa consumida por la carga. En el caso de carga inductiva se aprecia cómo el módulo de la tensión de la carga disminuye cada vez más rápido a medida que crece dicha carga. Por otro lado, cuanto más inductiva es la carga más cerca se está del punto de colapso. En contraste, para el caso de carga capacitiva, la tensión aumenta con la carga en un principio. Sin embargo, este crecimiento alcanza un máximo, a partir del cual la tensión también cae con el crecimiento de la carga, como en el caso inductivo.

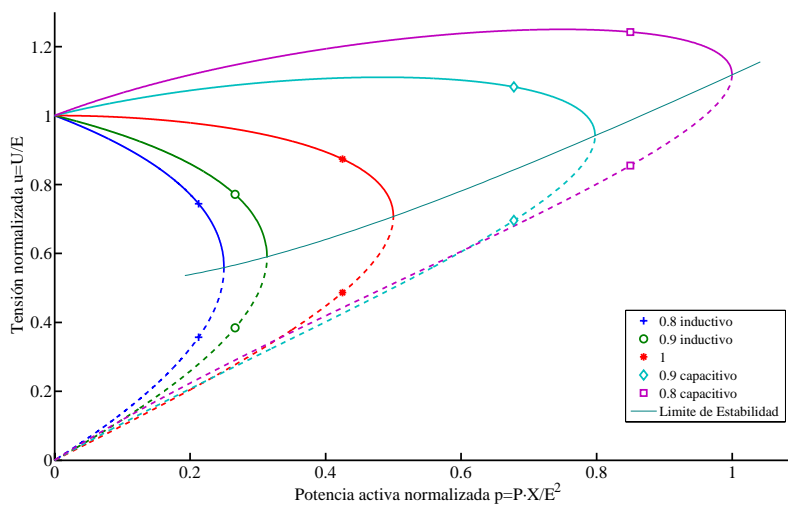


Figura B-3: Familia de curvas $u - p$ en función del factor de potencia de la carga

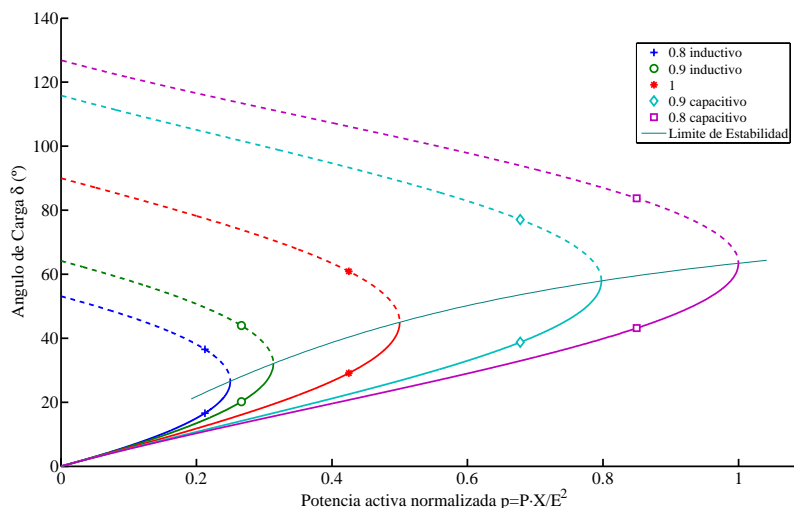


Figura B-4: Familia de curvas $\delta-p$ en función del factor de potencia de la carga

La Figura B-5 muestra la evolución de la potencia reactiva generada por el generador conforme la potencia activa de la carga va aumentando, en función del factor de carga:

- En el caso de carga inductiva, la evolución de la reactiva generada no sólo es creciente, sino que además es más rápida que la de reactiva consumida. Esto se debe a que a medida que aumenta la carga de forma lineal, las pérdidas de potencia reactiva en la línea lo hacen de forma aproximadamente cuadrática.
- Pero en el caso de carga capacitiva esto se hace mucho más evidente. En un principio, el generador se ve obligado a absorber parte de la potencia reactiva que aporta la carga capacitiva a la red. Sin embargo, a medida que la carga continua aumentando, las pérdidas también lo hacen. De este modo, el generador llega un punto en el que se ve obligado a generar también potencia reactiva, con lo que tanto carga como generador producen potencia reactiva, toda absorbida por la reactancia de la línea.

La Figura B-6 muestra la evolución de las pérdidas de potencia reactiva en la línea, en función de la potencia activa consumida por la carga p , para varios factores de potencia. En el caso de las pérdidas de potencia reactiva en la línea, no hay diferencia cualitativa entre el caso inductivo

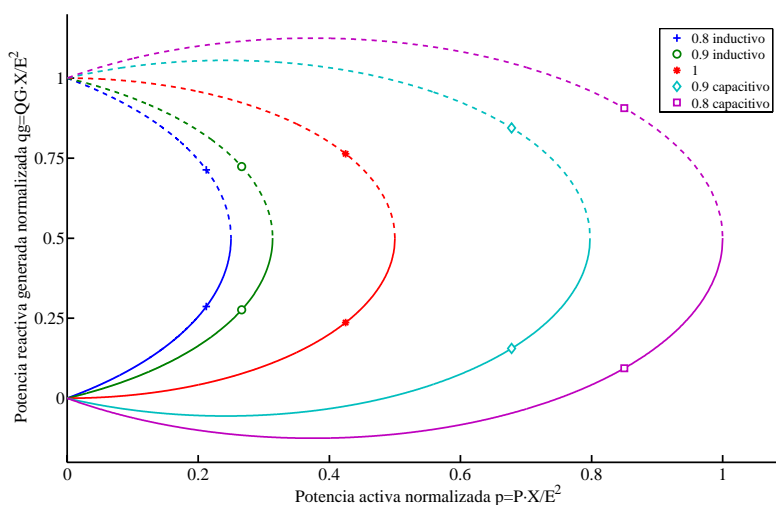


Figura B-5: Familia de curvas q_g-p en función del factor de potencia de la carga

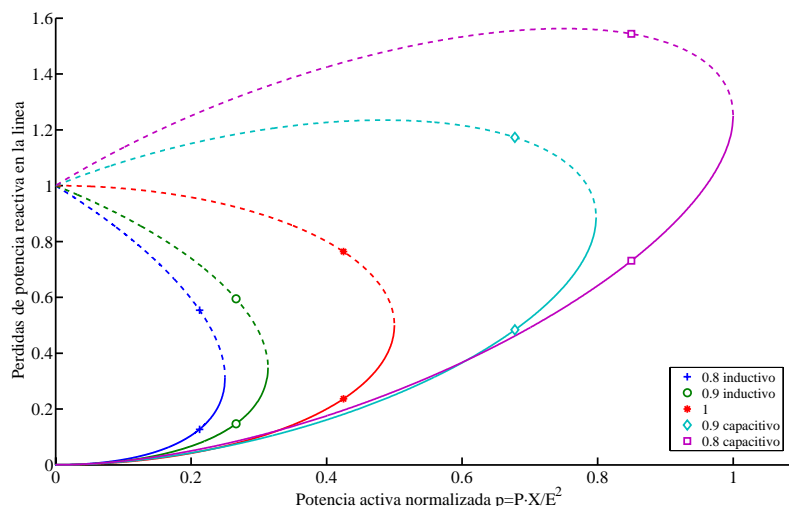


Figura B-6: Familia de curvas $q_{loss} - p$ en función del factor de potencia de la carga

y capacitivo, al menos en la zona estable. En ambos casos, las pérdidas de potencia reactiva en la línea crecen aproximadamente con el cuadrado de la carga.

B.3 Conclusiones

En este apéndice se ha realizado una revisión de los conceptos básicos que acompañan al fenómeno del colapso de tensiones. Para ello, se ha analizado una red simple de dos nudos, en la que un generador alimenta una carga a través de una línea puramente inductiva.

En la primera parte del estudio se ha llevado a cabo un análisis matemático del fenómeno. Se ha constatado la existencia de un autovalor singular en la matriz jacobiana de las ecuaciones del sistema en el punto de colapso. Esto asocia de forma clara el fenómeno del colapso de tensiones en sistema de energía eléctrica con la aparición de una bifurcación silla-nodo en las ecuaciones estáticas del sistema. Además, se han mostrado las propiedades que poseen los autovectores singulares derecho e izquierdo.

En la segunda parte se han mostrado un conjunto de gráficas características de cómo evolucionan las variables del sistema conforme el sistema se aproxima al colapso de tensiones. La gráfica más representativa de todas, la familia de curvas módulo de tensión - potencia activa consumida por la carga, en función del factor de potencia, es la que justifica el sobrenombre de "curvas de nariz".

B.4 Bibliografía

[Kundur, 1994]

P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw - Hill, 1994.

[Miller, *et al.*, 1993]

R. H. Miller and J. H. Malinowski, *Power System Operation*, McGraw - Hill, 1993.

[Taylor, 1994]

C. W. Taylor, *Power System Voltage Stability*, McGraw - Hill, 1994.

[van Cutsem, *et al.*, 1998]

T. van Cutsem and C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.

Apéndice **C**

Efecto de los límites de generación de potencia reactiva en la estabilidad de los sistemas de energía eléctrica

C.1 Introducción

Dentro de un sistema de energía eléctrica, los nudos de la red se clasifican en los siguientes tipos:

- Nudos de carga (o nudos PQ) de la red de transporte. Se definen como aquellos nudos que no tienen generadores asociados. En ellos se especifica la demanda de activa y reactiva consumida. La solución del flujo de cargas proporciona el ángulo y módulo de la tensión en el nudo.
- Nudos de generación (o nudos PV) del sistema. Son aquellos nudos que tienen generadores asociados. En ellos se especifica la generación de activa y el módulo de la tensión del nudo. La solución del flujo de cargas proporciona el ángulo de la tensión del nudo, y la reactiva que el generador inyecta en el nudo para mantener el módulo de la tensión en el valor de consigna especificado.

Sin embargo, la capacidad de generación (o absorción) de potencia reactiva de los generadores no es ilimitada: si en un punto de funcionamiento determinado del sistema la generación de potencia reactiva de un grupo se encuentra fuera de sus límites, se cambia el tipo de nudo de PV a PQ. De este modo, se congela la reactiva inyectada en el nudo en la máxima que el generador puede generar/absorber (dependiendo del sentido de la violación). Asimismo, la tensión del nudo del generador queda libre, pasando a formar parte del vector de variables de estado y, por consiguiente, parte de la solución del flujo de cargas. Desde el punto de vista matemático, esto supone el aumento en el tamaño del sistema, motivado por una ecuación de estado nueva (generación de reactiva especificada) y una nueva variable de estado (tensión del nudo).

Este fenómeno se manifiesta fundamentalmente en el estudio de la evolución de las variables del sistema hacia el colapso de tensiones, a medida que el factor de carga λ crece hasta su valor crítico. Esta evolución transcurre normalmente sobre las curvas de nariz estables. Cuando en un momento determinado del trayecto un grupo alcanza su límite de generación de potencia reactiva, dicha generación se congela en su límite, y se libera la tensión del nudo. A partir de ese punto, el sistema continua evolucionando a través de nuevas curvas de nariz, normalmente también estables, aunque con una degradación inevitable de la estabilidad del sistema [Lu, 1991]. Si dicha degradación no es muy grande, el nuevo sistema verá reducido su margen al colapso de tensiones con respecto del original. Sin embargo, si la degradación es mayor, el nuevo sistema puede encontrarse directamente en la rama inestable de las curvas de nariz. Esto tiene como consecuencia que el nuevo punto de equilibrio constituiría un punto de equilibrio inestable, precipitando el colapso de tensiones.

En este apéndice se analiza tanto el cuándo como el porqué de este fenómeno [Echavarren, *et al.*, 2006]. Para ello, se ha llevado a cabo un análisis de cómo afecta el cambio de sistema a los gradientes de las variables de estado y la generación de potencia reactiva respecto del factor de carga. El análisis se ha dividido en dos: un análisis discreto y un análisis continuo. En el primero se trata de responder el cuándo, obteniendo algún índice que permita conocer a priori si el cambio de sistema provocará la pérdida de la estabilidad del mismo o no. En el segundo análisis, el análisis continuo, se trata de responder al porqué, esto es, se trata de averiguar qué fenómeno tiene lugar en las ecuaciones del sistema para que se produzca, o no, la pérdida de su estabilidad. Mediante ambos análisis no sólo se consigue dar una explicación matemática del fenómeno, sino que aporta un nuevo indicador que permite predecir si un generador es capaz o no de congelar su generación de potencia reactiva sin que el sistema se vuelva inestable. Este índice constituye una aportación original de esta tesis doctoral.

El apéndice se encuentra estructurado de la siguiente manera. En la sección C.2 se desarrollan los análisis discreto y continuo de cómo afecta el cambio de sistema a los gradientes de las variables de estado y la generación de potencia reactiva respecto del factor de carga. La sección C.3 presenta un caso ejemplo donde se aplica de forma práctica los desarrollos teóricos expuestos en la sección anterior. El apéndice finaliza con la sección 0, donde se exponen las conclusiones obtenidas de dichos análisis.

C.2 Efecto de los límites de generación de potencia reactiva en la estabilidad de los sistemas de energía eléctrica

Se muestra a continuación en la Figura C-1 la evolución de las variables de estado \mathbf{x} de un sistema de energía eléctrica conforme evoluciona el factor de carga hacia el colapso de tensiones. El primero de los supuestos suele darse típicamente en sistemas poco cargados, mientras que el segundo es típico de los sistemas cercanos a su punto de colapso [Dobson, 1991; Dobson, *et al.*, 1992].

La Figura C-1a representa el primero de los supuestos: al alcanzar un generador el límite de generación de potencia reactiva, la nueva trayectoria presenta un mayor gradiente respecto del factor de carga λ y un menor margen al punto de colapso. Esto indica que la estabilidad de las tensiones del sistema se ha visto claramente degradada, aunque el nuevo sistema continúa siendo estable. La Figura C-1b representa el segundo de los supuestos: al alcanzar un generador el límite de generación de potencia reactiva, la nueva trayectoria corresponde a la rama inferior de las curvas de nariz. Como ya se ha mencionado anteriormente, los puntos de equilibrio que constituyen esta rama son puntos de equilibrio inestables. Como consecuencia de esto, el sistema sufriría de forma casi instantánea un colapso de tensiones. Se hace necesario por tanto recalcar que el segundo tramo de la trayectoria real en la Figura C-1b, correspondiente a la trayectoria fijando la generación de potencia reactiva del generador en límites, no es una trayectoria válida desde el punto de vista de la operación de los sistemas de energía eléctrica.

Para analizar este fenómeno, se parte de un sistema eléctrico modelado por el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, VG, \lambda) = \mathbf{0} \tag{C.1}$$

donde:

- \mathbf{x} : Vector de variables de estado del sistema, formado típicamente por los módulos y argumentos de las tensiones de los nudos del sistema

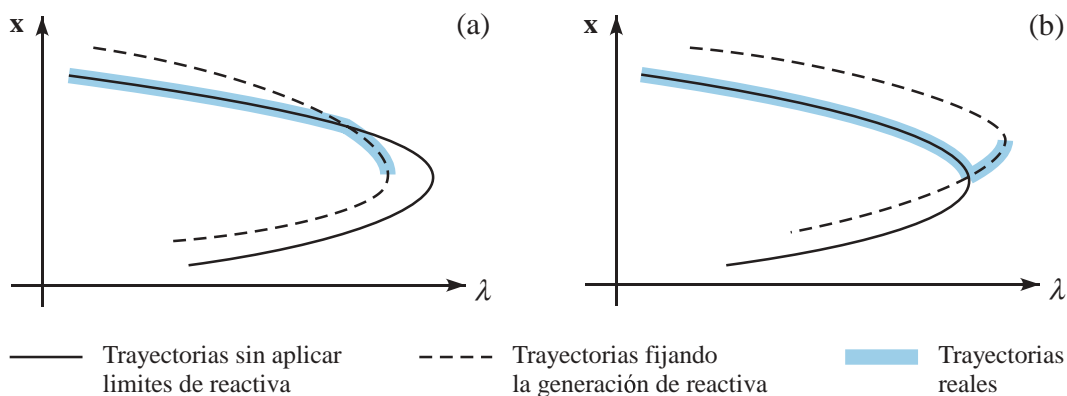


Figura C-1: Cambio de trayectoria que provoca alcanzar el límite superior de generación de potencia reactiva de un grupo, para varios valores de dicho límite superior

VG : Tensión de consigna de un grupo determinado

λ : Factor de carga del sistema

\mathbf{g} : Ecuaciones de estado del sistema, esto es, ecuaciones del flujo de cargas.

En condiciones normales, la tensión del generador VG está fija en un valor de consigna VG_0 , Por el contrario, la generación de potencia reactiva de dicho grupo QG es un valor libre, que dependerá del punto de funcionamiento del sistema. Esto es:

$$QG = QG(\mathbf{x}, VG) \quad (C.2)$$

Sea QG_0 el límite de la generación de potencia reactiva de dicho grupo. Con objeto de analizar con más detalle como afecta el cambio de sistema a su estabilidad, se reformulan las ecuaciones del mismo para incluir tanto la tensión del generador como su generación de potencia reactiva. De este modo, se definen las siguientes ecuaciones que modelan el sistema cuando se fija el valor de la tensión del nudo (sistema A):

$$\text{sistema A} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{g}(\mathbf{x}, VG, \lambda) = \mathbf{0} \\ VG - VG_0 = 0 \end{array} \right. \quad (C.3)$$

Y por el contrario se definen las siguientes ecuaciones que modelan el sistema cuando se fija la generación de potencia reactiva del generador (sistema B):

$$\text{sistema B} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{g}(\mathbf{x}, VG, \lambda) = \mathbf{0} \\ QG - QG_0 = 0 \end{array} \right. \quad (C.4)$$

Para analizar cómo afecta el cambio del sistema (C.3) al sistema (C.4) a la estabilidad de las variables de estado, supóngase un punto de equilibrio del sistema (C.3), donde la generación de potencia reactiva QG coincide con su límite QG_0 . Es decir, dicho punto de equilibrio lo es de los dos sistemas (C.3) y (C.4). En este punto de equilibrio, se va a estudiar la influencia que tiene el salto de un sistema a otro en los gradientes de las variables de estado \mathbf{x} , la tensión del nudo VG y la potencia reactiva generada QG , respecto del factor de carga λ .

El estudio constará de dos partes. En la primera parte se analizará de forma discreta el cambio de un sistema a otro, determinando cuando se produce la pérdida de estabilidad y cuando no. En la segunda parte se analizará de forma continua mediante la parametrización del cambio de sistema, dando explicación al porqué se produce la pérdida de estabilidad.

C.2.1 Análisis discreto

En primer lugar, se obtienen los gradientes de las variables de estado \mathbf{x} y de la tensión del nudo VG respecto del factor de carga λ en el sistema (C.3) (sistema A). Dichos gradientes deberán satisfacer:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x & \mathbf{g}_{VG} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial \lambda \\ \partial VG / \partial \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{g}_\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

Por tanto:

$$\left. \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \right|_A = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} \right|_A = -\mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda \quad (C.6)$$

El gradiente de la potencia reactiva QG respecto del factor de carga λ :

$$\frac{\partial QG}{\partial \lambda} = \mathbf{QG}_x^T \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} + QG_{VG} \cdot \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \quad (C.7)$$

Sustituyendo (C.6) en (C.7), se obtiene:

$$\left. \frac{\partial QG}{\partial \lambda} \right|_A = -\mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda \quad (C.8)$$

Por otra parte, se obtienen los gradientes de las variables de estado \mathbf{x} y de la tensión del nudo VG respecto del factor de carga λ en el sistema (C.4) (sistema B). Dichos gradientes deberán satisfacer:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x & \mathbf{g}_{VG} \\ \mathbf{QG}_x^T & QG_{VG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial \lambda \\ \partial VG / \partial \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{g}_\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \quad (C.9)$$

De la primera ecuación de (C.9) se obtiene:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} \right|_B = -\mathbf{g}_x^{-1} \cdot \left(\mathbf{g}_\lambda + \mathbf{g}_{VG} \cdot \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \right) \quad (C.10)$$

Sustituyendo (C.10) en la segunda ecuación de (C.9) y despejando:

$$\left. \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \right|_B = \frac{\mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda}{QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG}} \quad (C.11)$$

Combinando (C.8) y (C.11), se observa que se satisface:

$$\left. \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \right|_B = - \frac{1}{QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG}} \cdot \left. \frac{\partial QG}{\partial \lambda} \right|_A \quad (C.12)$$

En la operación de los sistemas de energía eléctrica, un bloqueo de la potencia reactiva de un generador por violar su límite superior viene asociado con un descenso de la tensión de su nudo, y viceversa. Se deduce por tanto que la condición de estabilidad es que los signos de (C.8) y (C.11) sean distintos. Esto sólo es posible si y sólo si:

$$QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} > 0 \quad (C.13)$$

El indicador obtenido en la ecuación (C.13) coincide con la derivada de la generación de potencia reactiva QG respecto de su propia tensión de consigna VG en el sistema A . Por tanto, el cambio del sistema (C.3) al sistema (C.4) será:

$$\begin{aligned} \text{ESTABLE} &\Leftrightarrow \left. \frac{\partial QG}{\partial VG} \right|_A = QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} > 0 \\ \text{INESTABLE} &\Leftrightarrow \left. \frac{\partial QG}{\partial VG} \right|_A = QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} < 0 \end{aligned} \quad (C.14)$$

Se ha obtenido por tanto un indicador que informa de la conveniencia de bloquear la generación de potencia de un grupo ante la posibilidad de que dicho bloqueo degenera en un colapso de las tensiones del sistema.

Contestado el cuándo se vuelve inestable el sistema al bloquear la potencia reactiva de un grupo, aun queda por contestar porqué se produce dicho cambio en la estabilidad. Para ello, se analiza en el siguiente apartado el cambio de sistema de forma gradual.

C.2.2 Análisis continuo

El cambio del sistema (C.3) al sistema (C.4) se puede modelar mediante una homotopía entre ambos sistemas, controlada mediante un parámetro μ . Dicha homotopía solo afecta a las segundas ecuaciones de los sistemas, puesto que las primeras no varían. Por tanto, se define el siguiente sistema conjunto:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}, VG, \lambda) &= \mathbf{0} \\ (1 - \mu) \cdot (VG - VG_0) + \mu \cdot (QG - QG_0) &= 0 \end{aligned} \quad (C.15)$$

El sistema definido en (C.15) es equivalente por tanto al sistema (C.3) para $\mu = 0$, y equivalente al sistema (C.4) para $\mu = 1$. Se estudia a continuación la evolución de la estabilidad del sistema en función del parámetro μ , desde cero hasta uno.

Se muestra a continuación en la Figura C-2 la evolución de las trayectorias del sistema, conforme el parámetro μ evoluciona de cero a uno. Se muestran las familias de trayectorias de las variables de estado \mathbf{x} , la tensión de consigna VG y la potencia reactiva generada QG , conforme el parámetro μ evoluciona de cero a uno. Se representan los dos casos posibles: cuando el nuevo sistema sigue siendo estable, y cuando se convierte en inestable¹.

En el primero de los casos de la Figura C-2 (ESTABLE), se observa como el gradiente de la tensión de consigna evoluciona desde su valor inicial nulo hasta un valor negativo. Por otro lado, el gradiente de la potencia reactiva generada disminuye desde su valor inicial positivo hasta cero. Sin embargo, en el segundo de los casos de la Figura C-2 (INESTABLE), los gradientes presentan una evolución diferente. Por un lado, el gradiente de la tensión de consigna comienza a decrecer desde cero, al igual que ocurría en el caso estable. Sin embargo, en vez de detenerse en un valor final negativo, alcanza el valor $\pm\infty$, y continua girando hasta alcanzar un valor final positivo. Por otro lado, el gradiente de la potencia reactiva generada presenta una evolución opuesta a la del caso estable. En este caso, comienza creciendo hasta alcanzar el valor $\pm\infty$, y continua girando con valores negativos hasta alcanzar su valor final, esto es, cero.

Se deduce por tanto que en el segundo caso (INESTABLE), existe un valor crítico del parámetro μ (μ_{crt}), acotado entre cero y uno. A medida que μ evoluciona hacia μ_{crt} , el punto de equilibrio inestable se va acercando al estable, que es un punto fijo, independiente de μ . En $\mu = \mu_{crt}$, ambos puntos coinciden, y a partir de entonces se produce un “cambio de estabildades”. Esto es, el punto de equilibrio fijo pasa de ser estable a inestable. Por el contrario, el punto de equilibrio móvil pasa de ser inestable a estable. Este fenómeno esta motivado por la existencia en $\mu = \mu_{crt}$ de una bifurcación transcítica [Guckenheimer, *et al.*, 1997; Seydel, 1988; Strogatz, 1994], que coincide con una bifurcación silla-nodo en λ . Es importante aclarar en este punto que, a diferencia de la bifurcación silla-nodo, donde dos soluciones se juntan y desaparecen, en la bifurcación transcítica las dos soluciones existen a ambos lados de μ_{crt} , aunque a un lado una es estable y la otra inestable, y al otro lado es al revés, como ya se expuso en el apéndice A de esta tesis.

¹ El caso representado corresponde a un sistema inductivo, donde se satura el límite superior de generación de potencia reactiva. El caso contrario no se representa por ser cualitativamente equivalente a éste.

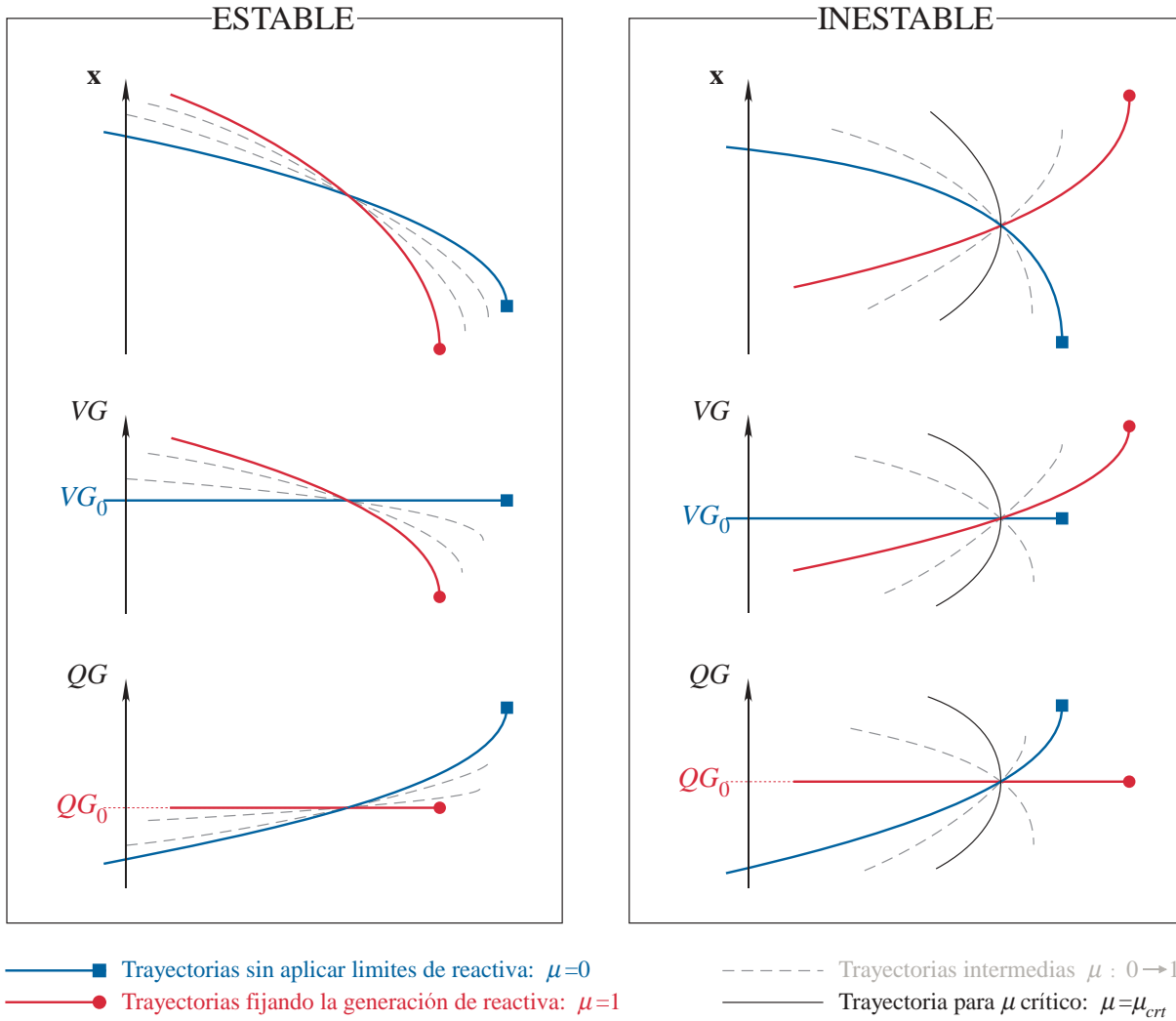


Figura C-2: Representación gráfica de las trayectorias de las variables del sistema respecto de λ , para varios valores de μ

Por lo tanto, la posibilidad de cambio del sistema (C.3) al sistema (C.4) sin que el sistema pase a ser inestable, dependerá de que el valor μ_{crit} se encuentre o no entre cero y uno. Para poder determinar en qué casos ocurre esto, se calculan los gradientes de las variables de estado \mathbf{x} y la tensión del nudo VG , respecto del factor de carga λ , como función del parámetro μ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x & \mathbf{g}_{VG} \\ \mu \cdot \mathbf{QG}_x^T & (1-\mu) + \mu \cdot \mathbf{QG}_{VG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial \lambda \\ \partial VG / \partial \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{g}_\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \quad (C.16)$$

En la primera de las ecuaciones de (C.16), se despeja el gradiente de \mathbf{x} respecto del factor de carga λ :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} = -\mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda - \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} \cdot \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \quad (C.17)$$

y se sustituye en la segunda, despejando así el gradiente de la tensión del generador VG respecto del factor de carga λ , como función de μ :

$$\frac{\partial VG}{\partial \lambda}(\mu) = \frac{-\mu \cdot \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda}{1 + \mu \cdot (\mathcal{Q}G_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} - 1)} \quad (C.18)$$

Tras ciertas manipulaciones, la expresión (C.18) puede reformularse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial VG}{\partial \lambda}(\mu) = a \cdot \frac{\mu \cdot \mu_{crt}}{\mu - \mu_{crt}} \quad (C.19)$$

donde:

$$\mu_{crt} = \frac{1}{1 - (\mathcal{Q}G_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG})} \quad (C.20)$$

$$a = -\mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_\lambda \quad (C.21)$$

Por otra parte, el gradiente de la potencia reactiva $\mathcal{Q}G$ respecto del factor de carga λ :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}G}{\partial \lambda} = \mathbf{QG}_x^T \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \lambda} + \mathcal{Q}G_{VG} \cdot \frac{\partial VG}{\partial \lambda} \quad (C.22)$$

Sustituyendo (C.17) y (C.19) en (C.22), se obtiene:

$$\frac{\partial \mathcal{Q}G}{\partial \lambda}(\mu) = a \frac{\mu_{crt} \cdot (\mu - 1)}{\mu - \mu_{crt}} \quad (C.23)$$

El valor de μ_{crt} corresponderá por tanto con el valor de μ donde los gradientes de la tensión del generador $\partial VG/\partial \lambda$ y la potencia reactiva generada $\partial \mathcal{Q}G/\partial \lambda$ pasan de más infinito a menos infinito, o viceversa. Por otra parte, se comprueba que en $\mu = \mu_{crt}$, la matriz jacobiana del sistema (C.15), representada en (C.16), es singular. Esto constituye un rasgo característico de las bifurcaciones transcricas.

Del valor de μ_{crt} depende por tanto el que la nueva trayectoria correspondiente a $\mu = 1$, esto es, correspondiente al sistema (C.4), sea estable o no:

- Si μ_{crt} se encuentra fuera del intervalo entre cero y uno, significa que μ no pasa por dicho valor crítico en su evolución de cero a uno. Como consecuencia de esto, los gradientes $\partial \mathbf{x}/\partial \lambda$ y $\partial VG/\partial \lambda$ no cambian de signo en el paso del sistema (C.3) al sistema (C.4). Por lo tanto, las nuevas trayectorias continúan siendo ESTABLES.
- Si por el contrario μ_{crt} se encuentra en el intervalo entre cero y uno, significa que μ pasa por dicho valor crítico en su evolución de cero a uno. En consecuencia, los gradientes $\partial \mathbf{x}/\partial \lambda$ y $\partial VG/\partial \lambda$ cambian de signo en el paso del sistema (C.3) al sistema (C.4). Por lo tanto, las nuevas trayectorias son INESTABLES.

Analizando (C.20), se demuestra que μ_{crt} se encuentra fuera del intervalo entre cero y uno si y sólo si se satisface:

$$\left. \frac{\partial \mathcal{Q}G}{\partial VG} \right|_A = \mathcal{Q}G_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} > 0 \quad (C.24)$$

Por lo que se alcanza la misma conclusión que con el análisis discreto: el cambio del sistema (C.3) al sistema (C.4) será:

$$\begin{aligned}
 \text{ESTABLE} &\Leftrightarrow \mu_{crit} \notin (0,1) \Leftrightarrow \left. \frac{\partial QG}{\partial VG} \right|_A = QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} > 0 \\
 \text{INESTABLE} &\Leftrightarrow \mu_{crit} \in (0,1) \Leftrightarrow \left. \frac{\partial QG}{\partial VG} \right|_A = QG_{VG} - \mathbf{QG}_x^T \cdot \mathbf{g}_x^{-1} \cdot \mathbf{g}_{VG} < 0
 \end{aligned}
 \tag{C.25}$$

C.3 Caso ejemplo

Con objeto de ilustrar los conceptos desarrollados en este apéndice, se presenta a continuación un caso ejemplo donde se estudia el efecto que tiene la saturación a varios niveles del límite de generación de potencia reactiva de un grupo de generación. El caso empleado corresponde con el empleado en la sección 6.6 del capítulo de resultados, en la que estudiaba el cálculo y mejora de la capacidad de transferencia de energía entre sistemas interconectados.

El análisis se concentra en el grupo nuclear de 4760 – Cofrentes, y consta de tres partes. En el apartado C.3.1 se realiza un análisis preliminar en el que se elimina el límite de generación de potencia reactiva y se observa la evolución del indicador presentado en la ecuación (C.25) conforme crece la demanda del sistema. A continuación, en el apartado C.3.2 se fija el límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes en un valor correspondiente con un valor estable del indicador (C.25), y se observa el efecto de la saturación de dicho límite en la estabilidad de las tensiones del sistema. Finalmente, el apartado C.3.3 se fija el límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes en un valor correspondiente con un valor inestable del indicador (C.25), y se observa el efecto de la saturación de dicho límite en la estabilidad de las tensiones del sistema.

C.3.1 Análisis preliminar

En el presente análisis preliminar, se somete al sistema a un crecimiento de la demanda y la generación del sistema, desde el caso base hasta el colapso de tensiones. El límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes se ha eliminado con el objetivo de estudiar la evolución del indicador (C.25) y poder estudiar el efecto de la saturación de la generación de potencia reactiva de este grupo en la estabilidad de las tensiones del sistema para varios valores de dicho límite, uno estable y el otro inestable. Las Figura C-3 y Figura C-4 representan respectivamente la potencia reactiva generada por el grupo nuclear de Cofrentes y la evolución del indicador (C.25), conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones.

La evolución de la potencia reactiva generada por el grupo de Cofrentes representada en la Figura C-3 presenta un aspecto similar al obtenido en los estudios realizados en la sección 6.5 de esta tesis, donde se estudiaba el cálculo y mejora del margen a la inestabilidad de tensiones. Esto es, una evolución creciente, tanto en su valor como en su derivada con respecto de la demanda. En paralelo, se observa en la Figura C-4 la evolución del indicador (C.25) aplicado en el grupo de Cofrentes, conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso. Dicho indicador comienza con un valor positivo, y evoluciona de forma monótona decreciente a medida que la demanda aumenta. El indicador pasa por tanto por cero, y continua su evolución hasta tender asintóticamente a menos infinito en el punto de colapso de tensiones. De este modo, si el límite de generación de potencia reactiva coincide con cualquier valor por detrás del valor crítico de demanda donde el indicador (C.25) pasa por cero, la saturación de dicho límite de generación de potencia reactiva derivaría en un sistema que conservaría la estabilidad de sus tensiones, aunque claramente debilitada. Por el contrario, si el límite de generación de potencia reactiva coincide con cualquier valor por delante del valor crítico de demanda donde el indicador (C.25) pasa por cero, la saturación de dicho límite de generación

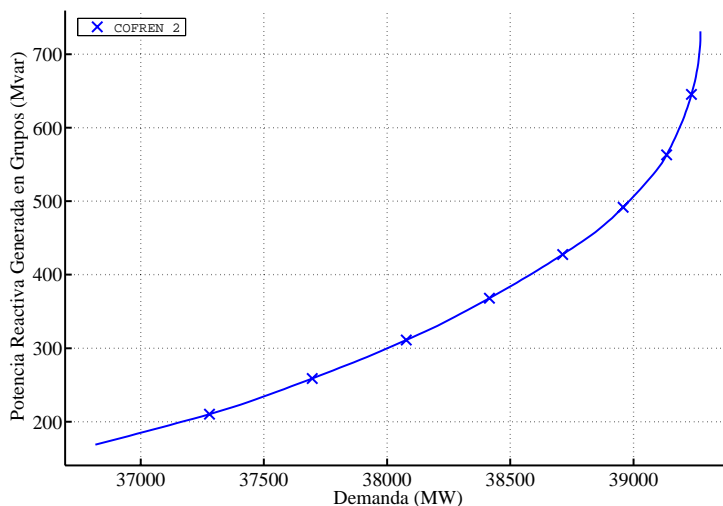


Figura C-3: Potencia reactiva generada por el generador de Cofrentes

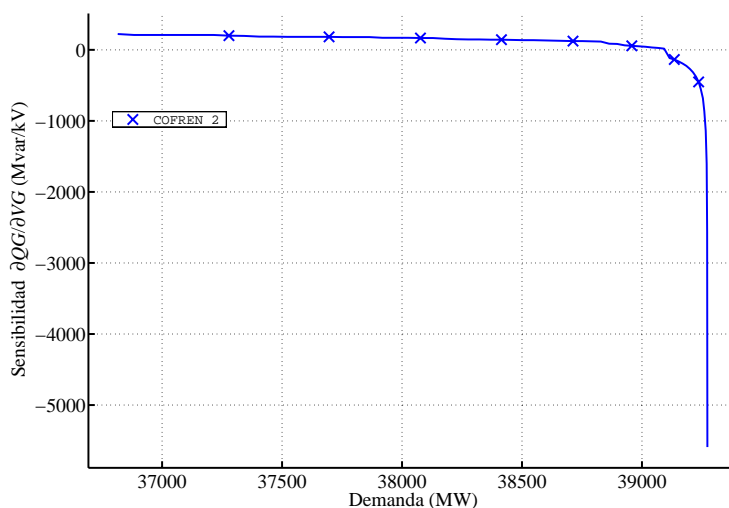


Figura C-4: Evolución del indicador de estabilidad de la saturación de la generación de potencia reactiva del generador de Cofrentes

de potencia reactiva derivaría en un sistema inestable, esto es, en la rama inferior de las curvas de nariz.

Con el objetivo de poder determinar el valor crítico de demanda y así seleccionar dos valores de estudio para el límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes, uno estable y el otro inestable, se presenta de nuevo en la Figura C-5 la evolución del indicador (C.25), conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones, esta vez ampliando el eje de ordenadas en torno al cero. En la Figura C-5 se observa que el valor crítico de la demanda que separa los casos en los que la saturación del límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes no convierte al sistema en inestable y en los que sí lo convierte en inestable es de 39100 MW, esto es, donde el indicador (C.25) pasa por cero.

Los puntos escogidos para el análisis de los próximos apartados son presentados a continuación en la Tabla 6-19, y presentados a continuación en los apartados C.3.2 y C.3.3, respectivamente.

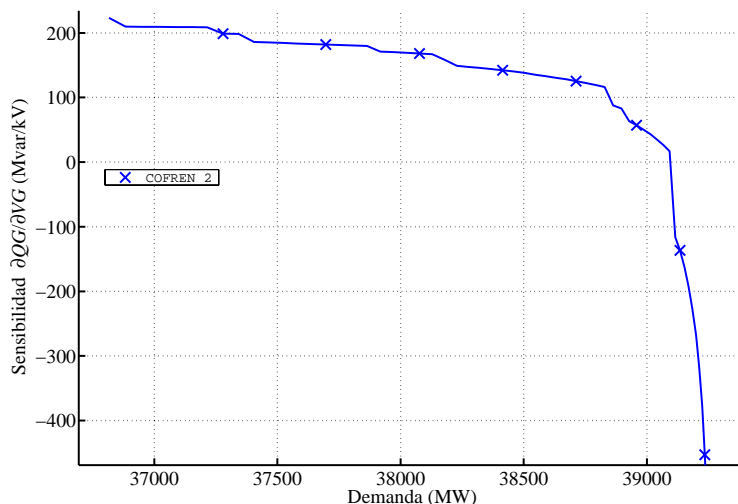


Figura C-5: Detalle de la evolución del indicador de estabilidad de la saturación de la generación de potencia reactiva del generador de Cofrentes

Tabla C-1: Puntos de estudio seleccionados

Caso	Demanda (MW)	QG ⁺ (Mvar)	$\partial QG/\partial VG$ (Mvar/kV)
1 - Saturación ESTABLE	38570	400.0	132.7 (>0)
2 - Saturación INESTABLE	39160	585.0	-191.9 (<0)

C.3.2 Caso 1: Saturación ESTABLE de la generación de potencia reactiva

En el primer caso considerado el límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes se ha establecido en 400 Mvar. La generación de potencia reactiva alcanza dicho límite en un valor de demanda correspondiente a 38570 MW. En la Figura C-6 se representa la potencia reactiva generada por el grupo nuclear de Cofrentes conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones.

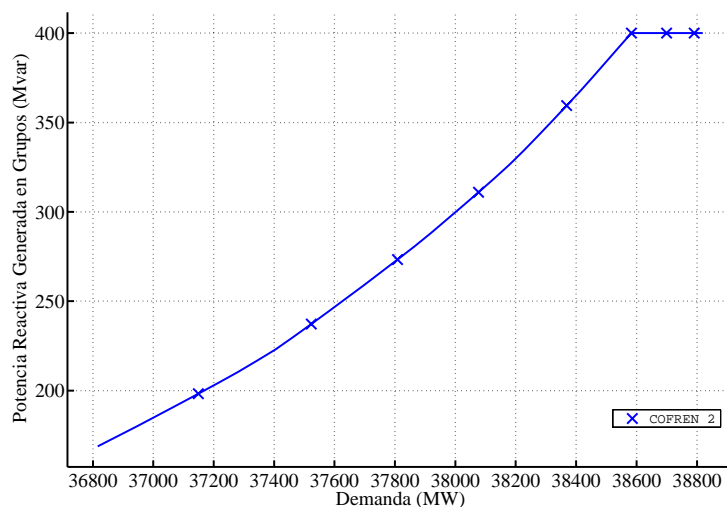


Figura C-6: Potencia reactiva generada por el generador de Cofrentes en el caso 1 (saturación ESTABLE)

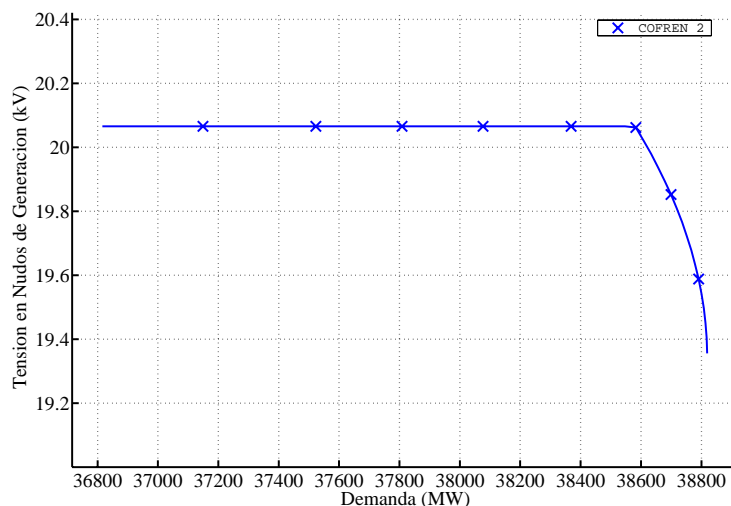


Figura C-7: Tensión en el nudo del generador de Cofrentes en el caso 1 (saturación ESTABLE)

El valor positivo del indicador definido en la ecuación (C.25) indica que la saturación del límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes degenera en un sistema que continua siendo estable, aunque la calidad de dicha estabilidad es menor. En consecuencia, y teniendo en cuenta la familia de curvas representadas en la Figura C-2, la tensión del nudo de Cofrentes dejaría de ser constante y comenzaría a descender. En la Figura C-7 se representa la evolución de la tensión del nudo de Cofrentes conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones. Se observa en la Figura C-7 que, efectivamente, a partir del punto donde la generación de potencia reactiva de Cofrentes alcanza su límite, la tensión de su nudo pasa a ser una variable de estado más, y al tratarse de un cambio de sistema estable, su evolución conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones es decreciente, esto es, la rama estable de las curvas de nariz.

De forma análoga, la tensión en el resto de nudos del sistema, teniendo en cuenta la familia de curvas representadas en la Figura C-2, deberán sufrir un cambio de pendiente que se traduce en una caída más brusca de dichas tensiones. En la Figura C-8 se representa la evolución de la tensión de dos nudos de la red a 400 kV, Catadau y San Sebastián de los Reyes, pertenecientes

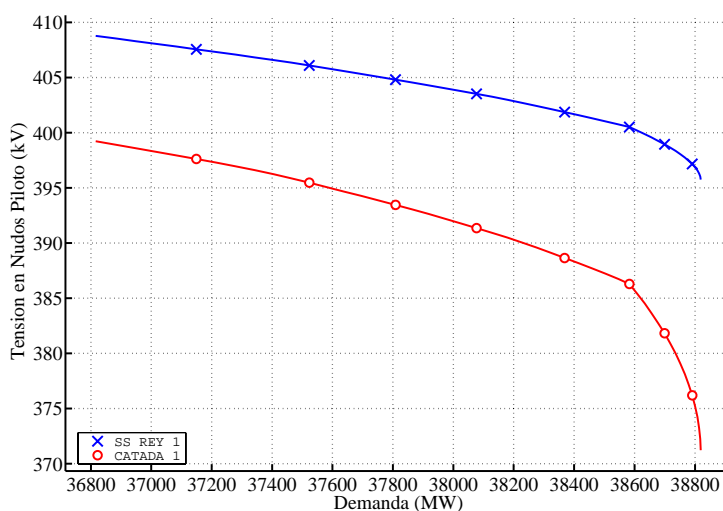


Figura C-8: Tensión en nudos piloto en el caso 1 (saturación ESTABLE)

al área Centro, a la que también pertenece el grupo de Cofrentes. Se observa en la Figura C-8 que, efectivamente, a partir del punto donde el límite de generación de potencia reactiva de Cofrentes se satura, la tensión de los nudos de Catadau y San Sebastián de los Reyes sufren un descenso brusco en su pendiente, lo que provoca que caigan de forma más acelerada conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso. Sin embargo, aunque la estabilidad se ve afectada de forma negativa con la saturación del grupo de Cofrentes, las tensiones del sistema continúan siendo estables, esto es, en las ramas superiores de las curvas de nariz.

C.3.3 Caso 2: Saturación INESTABLE de la generación de potencia reactiva

En el segundo caso considerado el límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes se ha establecido en 585 Mvar. La generación de potencia reactiva alcanza dicho límite en un valor de demanda correspondiente a 39160 MW. En la Figura C-9 se representa la potencia reactiva generada por el grupo nuclear de Cofrentes conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones.

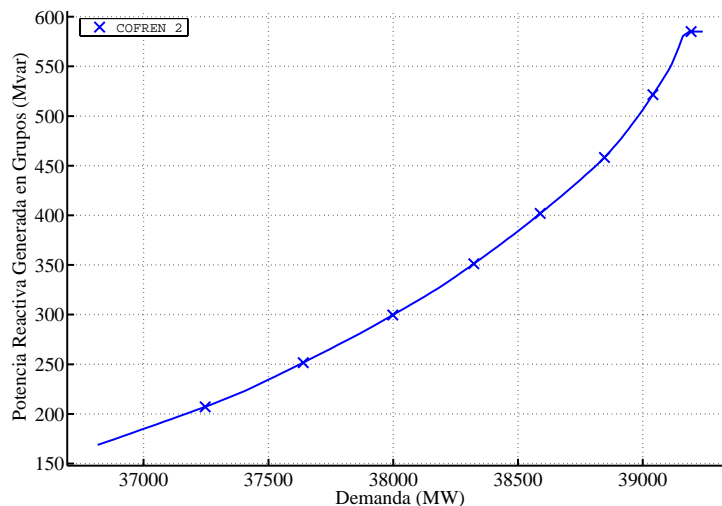


Figura C-9: Potencia reactiva generada por el generador de Cofrentes en el caso 2 (saturación INESTABLE)

El valor negativo del indicador definido en la ecuación (C.25) indica que la saturación del límite de generación de potencia reactiva del grupo de Cofrentes degenera en un sistema inestable, esto es, situado en las ramas inferiores de las curvas de nariz. En consecuencia, y teniendo en cuenta la familia de curvas representadas en la Figura C-2, la tensión del nudo de Cofrentes dejaría de ser constante y comenzaría a crecer. En la Figura C-10 se representa la evolución de la tensión del nudo de Cofrentes conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones. Se observa en la Figura C-10 que, efectivamente, a partir del punto donde la generación de potencia reactiva de Cofrentes alcanza su límite, la tensión de su nudo pasa a ser una variable de estado más, y al tratarse de un cambio de sistema inestable, su evolución conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso de tensiones es creciente, esto es, la rama inestable de las curvas de nariz.

De forma análoga, la tensión en el resto de nudos del sistema, teniendo en cuenta la familia de curvas representadas en la Figura C-2, deberán sufrir un cambio de signo en la pendiente que se traduce en un crecimiento de dichas tensiones. En la Figura C-11 se representa la evolución de la tensión de dos nudos de la red a 400 kV, Catadau y San Sebastián de los Reyes, pertenecientes al área Centro, a la que también pertenece el grupo de Cofrentes. Se observa en la Figura C-11 que, efectivamente, a partir del punto donde el límite de generación de potencia reactiva de Cofrentes se satura, la tensión de los nudos de Catadau y San Sebastián de los Reyes

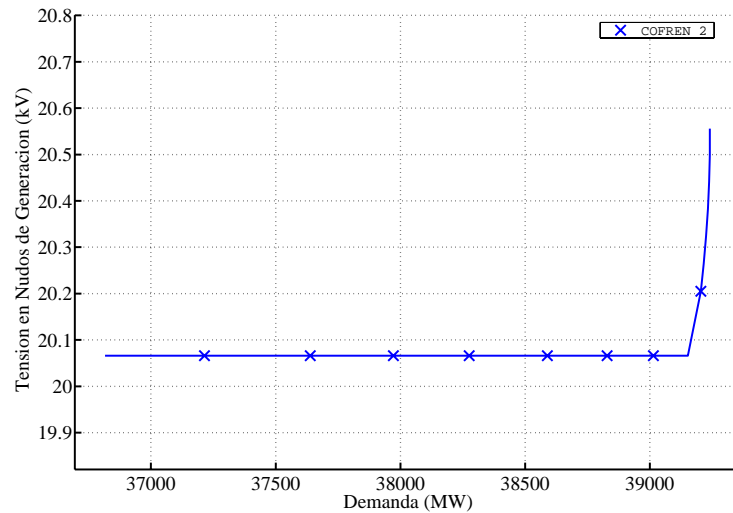


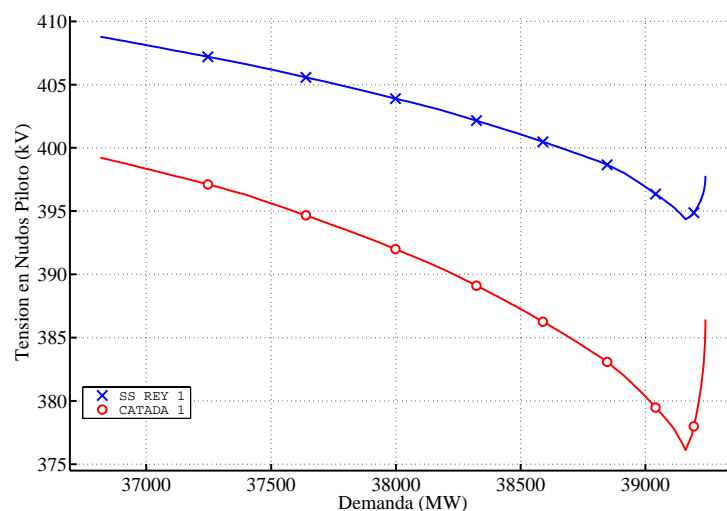
Figura C-10: Tensión en el nudo del generador de Cofrentes en el caso 2 (saturación INESTABLE)

sufren un cambio de signo en su pendiente, lo que provoca que comiencen a crecer conforme la demanda evoluciona hacia el punto de colapso. Esto es signo de que la saturación del grupo de Cofrentes trae como consecuencia la pérdida de la estabilidad de las tensiones del sistema al encontrarse en las ramas inferiores de las curvas de nariz.

C.4 Conclusiones

En este apéndice se ha abordado un tema de gran interés en el análisis paramétrico de los sistemas de energía eléctrica, esto es, el efecto que produce en la estabilidad de dichos sistemas la congelación de límites de generación de potencia reactiva de los grupos.

Este fenómeno se manifiesta fundamentalmente en el estudio de la evolución de las variables del sistema hacia el colapso de tensiones, a medida que el factor de carga λ crece hasta su valor crítico. Esta evolución transcurre normalmente sobre las curvas de nariz estables. Cuando en un momento determinado del trayecto un grupo alcanza su límite de generación de potencia reactiva, dicha generación se congela en su límite, y se libera la tensión del nudo. A partir de ese punto, el sistema continúa evolucionando a través de nuevas curvas de nariz, normalmente



también estables. Sin embargo, en determinadas ocasiones las nuevas curvas en las que se continúa moviendo el sistema corresponden a la parte inferior de las curvas de nariz, esto es, a las ramas inestables. Este apéndice por tanto contesta a dos preguntas fundamentales: cuándo y por qué se produce este cambio brusco en la estabilidad del sistema al congelar la generación de potencia reactiva de un grupo.

Para contestar a la primera pregunta, se ha realizado un análisis discreto del cambio de sistema, comparando los gradientes de las variables de estado y de la generación de potencia reactiva de ambos sistemas. Mediante este análisis se ha obtenido un nuevo indicador que, en función de su signo, determina si el cambio de sistema conllevará una pérdida de la estabilidad del sistema.

Este indicador contesta por tanto al cuándo, pero no al porqué. Para ello, en la segunda parte de este apéndice se ha llevado a cabo un análisis continuo del cambio de sistema. Dicho análisis consiste en la construcción de una homotopía que conecta ambos sistemas mediante un parámetro acotado entre cero y uno. La conclusión obtenida es que dicho parámetro posee un valor crítico, en el cual se produce una bifurcación transcítica. Como consecuencia de la aparición de dicha bifurcación, las dos soluciones del sistema intercambian su estabilidad. Por lo tanto, el cambio de sistema supondrá una pérdida de la estabilidad del sistema si y sólo si el parámetro de la homotopía pasa por su valor crítico, donde se produce la bifurcación transcítica, en su evolución desde cero hasta uno. Y de nuevo se demuestra que este hecho tendrá lugar, o no, en función del signo del indicador obtenido en el apartado anterior.

En la parte final del apéndice se ha ilustrado la eficiencia del indicador mediante su aplicación a un caso real del sistema eléctrico peninsular español. Para ello se han seleccionado dos límites de generación de potencia reactiva diferentes de un grupo de generación. El primero corresponde con un valor positivo del indicador, lo que implica un cambio de sistema estable, mientras que el segundo corresponde con un valor negativo del indicador, lo que implica un cambio de sistema inestable.

C.5 Bibliografía

[Dobson, 1991]

I. Dobson, "A First Analysis of Stability when a Constraint on the System State is Encountered", presented at *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, New York, U.S.A., Jun 1991.

[Dobson, *et al.*, 1992]

I. Dobson and L. Lu, "Voltage Collapse Precipitated by the Immediate Change in Stability when Generator Reactive Power Limits are Encountered", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, nº 9, pp. 762-766, Sep 1992.

[Echavarren, *et al.*, 2006]

F. M. Echavarren, E. Lobato, and L. Rouco, "Steady State Analysis of the Effect of Reactive Generation Limits in Voltage Stability", *IEEE Transactions on Power Systems* (*en revisión*).

[Guckenheimer, *et al.*, 1997]

J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, 1997.

[Lu, 1991]

L. Lu, "Immediate Change in Stability and Voltage Collapse when Power System Limits are Encountered", Doctoral Thesis presented at *Department of Electrical and Computer Engineering* of University of Wisconsin-Madison, Madison, Wisconsin, U.S.A., 1991.

[Seydel, 1988]

R. Seydel, "2 - Basic Nonlinear Phenomena" in *From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

[Strogatz, 1994]

S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

