

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS
MADRID**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)
Departamento de Electrotecnia y Sistemas

**OPTIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS
EN MOTORES ELÉCTRICOS
MEDIANTE CONTROL VECTORIAL**

FIDEL FERNÁNDEZ BERNAL

Tesis para la obtención del doctorado

Dirigida por:

Dr. D Roberto Faure Benito
Dr. D. Aurelio Garcia Cerrada



Madrid 2000

© Fidel Fernández Bernal

A mis padres
y a mi hermana,
por su apoyo.

La Tesis Doctoral de D. Fidel Fernández Bernal

Titulada "**OPTIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS EN MOTORES ELÉCTRICOS MEDIANTE CONTROL VECTORIAL**"

Dirigida por los Dres. D. Roberto Faure Benito y D. Aurelio García Cerrada.

Fue leída en la **Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)** de la **UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID**, el día 16 de junio de 2000, ante el tribunal constituido por los siguientes Profesores:

PRESIDENTE:	Dr. D. Luis Serrano Iribarnegaray
VOCAL:	Dr. D. Javier Sanz Feito
VOCAL:	Dr. D. Carlos Mario Vega González
VOCAL:	Dr. D. Rafael Chao Gómez
SECRETARIO:	Dr. D. Luis Rouco Rodríguez

y recibió la calificación de **SOBRESALIENTE CUM LAUDE**

Madrid, a 16 de junio de 2000



EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL

Agradecimientos

Por fin llega a su término esta etapa de mi vida marcada a fuego por la realización de esta tesis doctoral. Ha sido bonita, pero no ha sido ni mucho menos fácil: han sido tres años y pico de duro trabajo, lleno de incertidumbres, de pequeños problemas que van socavando la moral y la paciencia. Algunos califican a esta etapa de *años dorados* o *los mejores años*, pero yo creo que la memoria, siempre tan esquiva para recordar los malos momentos, les engaña burlonamente. Yo, más bien, a esta etapa la definiría de *necesaria y suficiente*: necesaria, porque no concibo otra forma de adquirir ese *ser* y ese *estar* que debe definir a un doctor; y suficiente porque te deja exhausto y completamente saciado, al menos en mi caso. Es por todo esto por lo que esta página de agradecimientos tiene tanta importancia. Porque ha habido personas sin las cuales estos años habrían sido menos llevaderos y más aburridos. Justo es por tanto, rendirles el pequeño honor (si se puede calificar de tal), de mostrarles mi agradecimiento desde aquí.

El podium de honor está ocupado por mis dos directores de tesis. Agradecerle a Roberto Faure el haberme hecho partícipe, siempre de forma tan desinteresada y amable, de su inmensa experiencia adquirida en tantos puertos y mares. Y a Aurelio García su dedicación sin reservas, sus agudos y profundos comentarios a lo largo de toda la tesis, y su dirección siempre abierta a la discusión. Él ha sido un verdadero maestro.

A Roberto Santos y a José Porras sólo les puedo pagar su generoso ofrecimiento de amistad, con mi amistad recíproca. Sólo desde la amistad puede entenderse la ayuda desinteresada y utilísima que me han prestado al resolver mis dudas y oír mis problemas, siempre con empatía, nunca con cronómetro. Conocerles es posiblemente lo mejor de haber hecho esta tesis doctoral.

Tengo que agradecerle a Daniel Muñoz, y muy especialmente a Pablo García, su inestimable colaboración en el laboratorio, que tantas horas de trabajo inútil me ha ahorrado. A Fernando Dávila, que me ha resuelto todos los problemas de tipo práctico con la bancada de motores y me ha facilitado con su ayuda, *más allá del deber*, la tarea experi-

mental. A David Soler, con el que tanto he hablado (y aprendido) sobre máquinas eléctricas, y que me ha animado y aconsejado en muchos momentos difíciles.

Tengo que darles las gracias a Javier Rubio, Paco Chacón, Efraim Centeno, Teresa Sánchez, Jesús Alonso, Mariano Ventosa, Damián Laloux, Juan José Balza, y en general a todos los profesores del departamento de Electrotecnia y Sistemas, por el afecto y compañerismo demostrado en tantas ocasiones. De ellos he recibido siempre el trato de un igual. Además, como directores de dicho departamento, les agradezco a Paco Chacón primero, y a Luis Rouco después, que la carga docente y departamental que me han ido asignando durante estos años haya sido siempre tan equilibrada. También, quisiera agradecerle sinceramente a José Luis Rodríguez Marrero, director del departamento de Electrónica y Automática, las facilidades que siempre me ha brindado para utilizar los recursos de su departamento.

Finalmente, quiero agradecer a la Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid, la concesión de la beca de doctorado y formación docente que he disfrutado; y en especial a su director, Luis Pagola, por la ayuda y el interés que ha demostrado para que todo fuera bien. Me siento igualmente agradecido a Felix Ajuria de Berriola Sociedad Cooperativa, por su generosa donación del motor síncrono de imanes permanentes interiores utilizado en la parte experimental de esta tesis.

Si de alguien me he olvidado, le ruego me perdone. Que se dé también por agradecido.

Madrid, 4 de febrero de 2000

El autor

Índice

1 Introducción

1.1	Antecedentes	1
1.2	Motivación y planteamiento de la tesis doctoral	4
1.3	Organización de la exposición.....	7

2 Modelo generalizado para motores eléctricos incluyendo pérdidas en el hierro

2.1	Introducción	11
2.2	Formulación del par y las pérdidas eléctricas	12
2.2.1	Formulación mediante vectores espaciales en máquinas de CA.....	12
2.2.2	Formulación en la máquina de corriente continua.....	15
2.3	Magnitudes Unitarias.....	16
2.3.1	Máquinas de CA	16
2.3.2	Máquina de corriente continua	19
2.4	Optimización de pérdidas. Antecedentes.....	20
2.4.1	Esquemas de búsqueda	20
2.4.2	Esquemas basados en modelo	22
2.5	Optimización de pérdidas basada en modelo. Estado del arte.....	24
2.5.1	Motor de corriente continua	24
2.5.2	Motor de inducción.....	27
2.5.3	Motor síncrono de reluctancia	30
2.5.4	Motor síncrono de imanes permanentes	33
2.6	Modelo generalizado de pérdidas	35

2.6.1	motor de inducción.....	35
2.6.2	motor de corriente continua.....	39
2.6.3	Modelo generalizado de pérdidas para régimen permanente	40
2.7	Equivalencia de los modelos de pérdidas en el hierro serie y paralelo	44
2.8	Sensibilidades del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas.....	47
3	Optimización de pérdidas considerando saturación magnética	53
3.1	Introducción.....	53
3.2	Existencia y unicidad de solución	54
3.3	Efecto de las limitaciones de intensidad y tensión/flujo	58
3.4	Optimización de pérdidas considerando la saturación magnética.....	59
3.4.1	Pérdidas óhmicas.....	61
3.4.2	Pérdidas en el hierro	65
3.4.3	Factor de ponderación	67
3.4.4	Optimización de las pérdidas eléctricas totales.....	72
3.5	Naturaleza de las aproximaciones	74
3.5.1	Comprobación numérica con saturación magnética: motor de inducción	76
3.5.2	Comprobación numérica sin saturación magnética: motor síncrono de imanes permanentes interiores.....	79
3.6	Particularización a las distintas máquinas	81
3.6.1	Motor de corriente continua	81
3.6.2	Motor de inducción	81
3.6.3	Motor síncrono de reluctancia.....	82
3.6.4	Motor síncrono de imanes permanentes superficiales.....	83
3.6.5	Motor síncrono de imanes permanentes interiores.....	84
3.7	Propiedades generales	84
3.7.1	Términos de reluctancia y de excitación en la optimización de pérdidas	85

3.7.2	Optimización mediante ponderación	85
3.7.3	Optimización de pérdidas como control de ángulo constante	86
3.7.4	Optimización imponiendo $P_d = P_q$	88
4	Control vectorial con minimización de pérdidas. Estabilidad	
4.1	Introducción	91
4.2	Esquema de control vectorial con minimización de pérdidas	91
4.3	Estabilidad	93
4.3.1	Ecuación dinámica.....	94
4.3.2	Características de la ecuación dinámica	95
4.3.3	Análisis de estabilidad.....	97
5	Motor síncrono de imanes permanentes Validación experimental	
5.1	Introducción	109
5.2	Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro.....	111
5.3	Descripción del banco de ensayos	113
5.4	Obtención experimental de los parámetros del modelo.....	116
5.4.1	Selección de la frecuencia de muestreo y la frecuencia fundamental	116
5.4.2	Módulo del vector espacial flujo de los imanes, Ψ_a	117
5.4.3	Resistencia de pérdidas en el hierro, R_c	119
5.4.4	Resistencia equivalente de pérdidas óhmicas, R_s	122
5.4.5	Medida de las inductancias de eje, L_d y L_q	129
5.4.6	Resumen de los parámetros obtenidos	133
5.5	Validación experimental del modelo	134
5.6	Control vectorial con minimización de pérdidas. Validación experimental	138
5.6.1	Análisis teórico de la estabilidad.....	138
5.6.2	Simulación detallada. Comparación.....	145
5.6.3	Validación experimental.....	153

5.7	Rendimiento bajo distintas estrategias de control	161
5.8	Coefficientes de sensibilidad	170
6	Motor síncrono de reluctancia	
6.1	Introducción.....	175
6.2	Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro	177
6.3	Optimización de pérdidas	179
6.4	Control de ángulo constante	181
6.5	Rendimiento bajo distintas estrategias de control	183
6.6	Efecto de los límites del motor sobre las distintas estrategias.....	188
6.7	Efecto de la saturación magnética	191
6.8	Control vectorial con minimización de pérdidas.....	197
6.9	Coefficientes de sensibilidad	209
7	Motor de inducción	
7.1	Introducción.....	215
7.2	Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro	217
7.3	Optimización de pérdidas	220
7.4	Efecto de la saturación magnética	226
7.5	Rendimiento bajo distintas estrategias de control	237
7.6	Coefficientes de sensibilidad	242
	Conclusiones, aportaciones y sugerencias	
8.1	Resumen y conclusiones.....	249
8.1.1	Minimización de pérdidas en motores eléctricos	249
8.1.2	Rendimiento para distintas estrategias de control	251
8.2	Aportaciones originales	254
8.3	Sugerencias sobre futuros trabajos	257

A	Parámetros de motores eléctricos.....	261
A.1	Introducción.....	261
A.2	Parámetros de motores eléctricos	261
A.2.1	Motor síncrono de imanes permanentes	261
A.2.2	Motor síncrono de reluctancia	262
A.2.3	Motor de inducción.....	263
B	Efecto del par de referencia sobre el diseño del regulador de par.....	265
B.1	Introducción.....	265
B.2	Efecto de m_f sobre el diseño de I.....	265
	Referencias	269

Lista de símbolos

En general, los vectores espaciales se denotan en esta tesis doctoral mediante subrayado. El módulo del vector espacial correspondiente se notará sin el subrayado. La proyección del vector espacial sobre los ejes d y q de referencia, se denotarán añadiendo a su nombre las letras minúsculas d y q respectivamente.

Letras Mayúsculas

ALA	Motor síncrono de reluctancia de laminación axial anisotrópica.
I	Constante de integración del regulador integral de par del esquema de control vectorial con la optimización de pérdidas, que incluye el tiempo de muestreo: $I = I^* \cdot T_s$.
I^*	Constante de integración del regulador integral de par del esquema de control vectorial con la optimización de pérdidas.
I_a	Corriente de armadura en pu en el motor de corriente continua.
I_c	Valor crítico de la constante de integración del regulador integral de par, I , para que la respuesta temporal teórica de la corriente de entrehierro de eje en cuadratura, ioq , no contenga oscilaciones sobre el valor final.
I_f	Corriente de campo en pu en el motor de corriente continua.
I_n	Corriente nominal de línea de motor de CA en valor eficaz. Corriente nominal de inducido en motor de corriente continua.
K_f	Coefficiente de proporcionalidad de pérdidas de Foucault en el hierro.

Kh	Coeficiente de proporcionalidad de pérdidas de histéresis en el hierro.
La	Inductancia en pu asociada al flujo concatenado con el circuito de excitación producido por la corriente de inducido, Ia , en el motor de corriente continua.
Ld	Inductancia equivalente en eje directo en pu . Relaciona la intensidad de entrehierro en eje directo y el flujo de entrehierro en eje directo.
Lds	Inductancia equivalente en eje directo en pu para el cálculo del óptimo, que tiene en cuenta el efecto de la saturación del hierro. $Lds = Ld \cdot (1+Sd)$.
Lf	Inductancia de campo en pu en el motor de corriente continua.
Lfs	Inductancia equivalente de campo en pu para el cálculo del óptimo, que tiene en cuenta el efecto de la saturación del hierro. $Lfs = Lf \cdot (1+Sf)$.
Lm	Inductancia magnetizante en pu del motor de inducción. Inductancia magnetizante en pu del motor síncrono de imanes permanentes superficiales (en este último caso también se usa Ld).
Lq	Inductancia equivalente en eje en cuadratura en pu . Relaciona la intensidad de entrehierro en eje en cuadratura y el flujo de entrehierro en eje en cuadratura.
Lqs	Inductancia equivalente en eje en cuadratura en pu para el cálculo del óptimo, que tiene en cuenta el efecto de la saturación del hierro. $Lqs = Lq \cdot (1+Sq)$.
P	Pares de polos.

P_{cu}	Potencia de pérdidas óhmicas en pu .
P_e	Pérdidas eléctricas totales en pu . $P_e = P_{cu} + P_{fe}$.
P_{fe}	Potencia de pérdidas en el hierro en pu .
R_a	Resistencia equivalente de pérdidas óhmicas de armadura en pu en el motor de corriente continua, que incluye tanto las pérdidas óhmicas de continua como las pérdidas adicionales.
R_c	Resistencia equivalente de pérdidas en el hierro en pu debidas al armónico fundamental, en el modelo paralelo de pérdidas.
R_{c_o}	Resistencia equivalente de pérdidas en el hierro debidas al armónico fundamental a velocidad nominal, en el modelo paralelo de pérdidas en el hierro.
R_{m_d}, R_{m_q}	Resistencia equivalente de pérdidas en el hierro en eje directo y en cuadratura en pu debidas al armónico fundamental, en el modelo serie de pérdidas en el hierro.
R_r	Resistencia equivalente de pérdidas en el rotor en pu del motor de inducción (típicamente al considerarse las pérdidas en el hierro despreciables frente a las óhmicas, se suele considerar que sólo modela las pérdidas óhmicas del rotor).
R_s	Resistencia equivalente de pérdidas óhmicas del estator en pu debidas al armónico fundamental. Incluye tanto las pérdidas en continua como las adicionales.
R_f	Resistencia de continua de campo en pu en el motor de corriente continua.
S	Dominio dentro del que está definida la corriente de entrehierro de eje directo.

Sd	<p>Coefficiente de sensibilidad relativa de la inductancia de eje directo con respecto a la corriente de entrehierro de eje directo.</p> $Sd = \frac{\partial Ld}{\partial iod} \cdot \frac{iod}{Ld}.$
Sf	<p>Coefficiente de sensibilidad relativa de la inductancia de campo con respecto a la corriente de campo en el motor de corriente continua.</p> $Sf = \frac{\partial Lf}{\partial If} \cdot \frac{If}{Lf}.$
Sm	<p>Coefficiente de sensibilidad relativa del par con respecto a la corriente de entrehierro de eje en cuadratura. $Sm = \frac{\partial m}{\partial ioq} \cdot \frac{ioq}{m}.$</p>
Sq	<p>Coefficiente de sensibilidad relativa de la inductancia de eje en cuadratura con respecto a la corriente de entrehierro de eje en cuadratura. $Sq = \frac{\partial Lq}{\partial ioq} \cdot \frac{ioq}{Lq}.$</p>
T_{en}	Período eléctrico nominal del motor.
T_s	Tiempo de muestreo.
V_n	Tensión nominal de fase de motor en CA en valor eficaz. Tensión nominal de inducido en motor de corriente continua.
X_m	Valor de la corriente de entrehierro en eje en cuadratura, ioq , que hace máxima la ecuación dinámica no lineal del esquema de control vectorial con optimización de pérdidas.
X_{rd}, X_{sd}	Reactancia de dispersión del rotor y del estator respectivamente, en el motor de inducción.

Letras Minúsculas

\underline{i}	Vector espacial corriente de entrada a la máquina en pu .
\underline{ic}	Vector espacial corriente equivalente de pérdidas en el hierro en pu en el modelo paralelo de pérdidas en el hierro.
icd, icq	Corriente equivalente de pérdidas en el hierro en eje directo y en cuadratura respectivamente en pu , en el modelo paralelo de pérdidas en el hierro.
id	Corriente de entrada al motor en eje directo en pu .
idm	Corriente medida de entrada al motor en eje directo.
im	Corriente de magnetización en el esquema monofásico del motor de inducción.
\underline{io}	Vector espacial corriente equivalente de entrehierro en pu .
$\underline{io_T}$	Vector espacial corriente equivalente de entrehierro transformado en pu , cuyo mínimo en módulo hace mínimas la pérdidas óhmicas en el modelo generalizado.
iod	Corriente equivalente de entrehierro en eje directo en pu .
$iod1$	Corriente equivalente de entrehierro en eje directo en pu para obtener mínimas pérdidas óhmicas a un par dado.
$iod2$	Corriente equivalente de entrehierro en eje directo en pu para obtener mínimas pérdidas en el hierro a un par dado.
ioq	Corriente equivalente de entrehierro en eje en cuadratura en pu .
ioq_T	Componente en cuadratura del vector espacial corriente equivalente de entrehierro transformado, $\underline{io_T}$.

i_q	Corriente de entrada al motor en eje en cuadratura en pu .
i_{qm}	Corriente medida de entrada al motor en eje en cuadratura en pu .
i_r	Intensidad de rotor en el motor de inducción.
m	Par electromagnético en pu .
m^*	Referencia de par electromagnético en pu .
m_i	Valor inicial del escalón de par en referencia en pu .
m_f	Valor final del escalón de par en referencia en pu .
m_T	Par electromagnético transformado en pu que utiliza el vector espacial de la corriente de entrehierro transformado, \underline{i}_{Q_T} , en su cálculo.
mn	Par electromagnético nominal.
$p1$	Factor de ponderación de pérdidas.
s	Variable compleja de Laplace.
\underline{v}	Vector espacial tensión de entrada a la máquina en pu .
v_d	Tensión de entrada al motor en eje directo en pu .
\underline{v}_o	Vector espacial tensión equivalente de entrehierro en pu .
v_{od}, v_{oq}	Tensión equivalente de entrehierro en eje directo y en cuadratura respectivamente en pu .
v_q	Tensión de entrada al motor en eje en cuadratura en pu .

$x(1)$	Valor inicial de la corriente de entrehierro en eje en cuadratura, ioq , en la ecuación dinámica no lineal del esquema de control vectorial con optimización de pérdidas.
$x1, x2$	Puntos fijos del sistema dinámico de control vectorial con optimización de pérdidas.
$x2^*$	Valor gemelo de $x2$ que verifica: $y(x2) = y(x2^*)$.

Letras Griegas

θ	Posición del rotor.
$\underline{\Psi}_a$	Vector espacial flujo de entrehierro en pu generado por los imanes en el motor síncrono de imanes permanentes. Vector espacial flujo de entrehierro generado por el devanado de campo en la máquina síncrona estándar en pu .
$\underline{\Psi}_m$	Vector espacial flujo total de entrehierro en pu . $\underline{\Psi}_m = \underline{\Psi}_a + \underline{\Psi}_o$.
$\underline{\Psi}_o$	Vector espacial flujo de entrehierro en pu generado por el vector espacial corriente equivalente de entrehierro, io .
Ψ_{od}	Flujo de entrehierro en eje directo en pu generado por la corriente equivalente de entrehierro de eje directo, iod .
Ψ_{oq}	Flujo de entrehierro en eje en cuadratura en pu generado por la corriente equivalente de entrehierro de eje en cuadratura, ioq .
ω	Pulsación de alimentación en pu . Velocidad mecánica pu en el motor síncrono, $\omega = \omega_m$.

ω_m	Velocidad y pulsación mecánica del motor en pu . Sólo en el motor de inducción $\omega_m \neq \omega$.
ω_n	Pulsación mecánica nominal del motor.
ω_{ref}	Referencia de velocidad en pu .
ω_s	Pulsación de deslizamiento del motor de inducción en pu .

Capítulo 1

Introducción

Esta tesis doctoral aborda el problema de la minimización de pérdidas en régimen permanente en motores eléctricos, mediante el control de las variables eléctricas de alimentación. Estudia la minimización de pérdidas mediante control vectorial, donde la consigna de corriente óptima se obtiene a partir de un modelo eléctrico y de pérdidas del motor.

En primer lugar, se propone un modelo eléctrico de régimen permanente que incluye las pérdidas en el hierro y puede aplicarse a los siguientes motores: (a) motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, (b) motor síncrono de reluctancia, (c) motor síncrono con excitación constante, (d) motor de inducción y (e) motor de corriente continua.

En segundo lugar, se desarrolla una expresión para la optimización de pérdidas aplicable a todos los motores anteriores, que permite tener en cuenta la saturación magnética. Dicha expresión se ha incorporado en un control vectorial del que se ha analizado en detalle la rapidez y la estabilidad.

Finalmente, se estudian y comparan desde el punto de vista del rendimiento, las diferentes estrategias de control vectorial que normalmente son de aplicación a cada uno de los motores que pueden describirse con el modelo de pérdidas propuesto.

1.1 Antecedentes

La minimización de pérdidas eléctricas en motores eléctricos es un tema de la máxima importancia, dado el impacto que tiene el ahorro de energía tanto a nivel económico como ambiental. En EE.UU, en 1976, los motores eléctricos consumían el 65% de toda la

energía eléctrica consumida en el país, y de ese 65%, sólo en el sector industrial se consumía el 76%ⁱ. Hoy en día no se espera que esas cifras hayan cambiado mucho (Moreira *et al.*, 1991). En Europa las cifras son similares: los motores eléctricos consumen un 50% de toda la energía eléctrica y un 60% ÷ 80% de la consumida en el sector industrial (Almeida & Fonseca, 1997). Además, en la industria, un motor eléctrico consume al año una energía cuyo costo es unas 5 veces su precio de compra, situación que se mantiene durante toda su vida útil, de entre 12 y 20 años (Almeida & Fonseca, 1997).

La mayor parte de los motores utilizados en la industria son de inducción. Sin embargo, otros tipos de motores de corriente alterna de altas prestaciones se están introduciendo en el mercado. Por ejemplo, el prometedor motor síncrono de reluctancia de rotor de laminación axial anisotrópica (ALA) (Miller, 1989; Nasar *et al.*, 1993); o el motor síncrono de imanes permanentes, que es una alternativa cada vez más común gracias a la aparición de los imanes permanentes basados en tierras raras —como el tipo NdFeB— y la bajada de precios asociada. Por ejemplo, en Italia, el 89% de los motores eléctricos usados son motores de inducción trifásicos de baja tensión, un 3% son motores de inducción trifásicos de media tensión, un 6% son motores de corriente continua, y el resto (2%) son otro tipo de motores (Carra & Pacati, 1997). Por otro lado, el consumo de energía está fuertemente sesgado hacia los motores de pequeña potencia: por ejemplo, los motores eléctricos de 0.75 kW ÷ 7.5 kW consumen el 83% de toda la energía consumida por motores eléctricos en Italia (Carra & Pacati, 1997).

La mejora del consumo energético cuando se usan motores eléctricos, se puede hacer desde dos frentes distintos:

- 1) Mejorando el sistema en el que se encuentra integrado el motor (Leonhard, 1997). Por ejemplo, utilizando un accionamiento eléctrico de velocidad variable para accionar una bomba y así controlar el flujo de un fluido, en vez de usar una válvula de estrangulamiento; o bien utilizando regeneración de energía en la frenada en un tren.

ⁱ A. D. Little Inc., 1976. “Energy efficiency and electric motors”, Final Rep. Fed. Energy Admin., Washington, Contrato C0-0450217-00, Mayo. No se ha consultado directamente. Se referencia aquí de forma indirecta a través de Moreira *et al.* (1991).

- 2) Mejorando el rendimiento del accionamiento eléctrico y en particular de los motores eléctricos utilizados.

La mejora del rendimiento de los motores eléctricos se puede abordar desde distintos frentes (Kusko & Galler, 1983):

- a) Mejoras en el diseño del motor. Por ejemplo, utilizando mejores materiales (y en mayor cantidad), que los necesarios para satisfacer estrictamente las demandas de par y temperatura a plena carga. Este es el principio aplicado en los motores de inducción de alto rendimiento.
- b) Mejora de las formas de onda de alimentación en motores alimentados por inversores, reduciendo así el contenido de armónicos de tensión y corriente y las pérdidas eléctricas derivadas de ellos.
- c) La optimización de pérdidas en motores eléctricos mediante el control de las magnitudes eléctricas. Por ejemplo, reduciendo el flujo en el motor de inducción a medida que la demanda de par se reduce.

a los que hay que añadir:

- d) Selección del tipo de motor. Por ejemplo, un motor síncrono de imanes permanentes interiores presenta un mejor rendimiento que un motor de inducción de potencia y par equivalentes (Eriksson, 1995).

Es en la alternativa (c) en la que se ha centrado la presente tesis doctoral. Esta alternativa sólo es aplicable en aquellos motores controlados con electrónica de potencia, y exige el uso de técnicas de control avanzadas. Sin embargo, el número de motores susceptibles de ser utilizados de esta forma está creciendo rápidamente debido tanto al abaratamiento y el aumento de la potencia de los elementos de conmutación electrónicos, como al aumento de la velocidad de cálculo y la reducción de precio de los microprocesadores (Leonhard, 1990). Además hay aplicaciones industriales en las que los accionamientos eléctricosⁱ son absolutamente esenciales debido al ciclo de trabajo que realizan y/o al comportamiento dinámico requerido, como es el caso de los vehículos eléctricos o las máqui-

ⁱ Conjunto formado por motor, inversor y subsistema de control y medida.

nas herramientas.

La optimización de pérdidas en motores eléctricos mediante el control de las magnitudes eléctricas es un tema que viene siendo habitual en la literatura especializada, en primer lugar para los motores de inducción desde 1977 con la patente presentada por Nolaⁱ, y más tarde para el resto de motores, como el motor de corriente continua (Kusko & Galler, 1983), el motor síncrono de imanes permanentes (Jahns *et al.*, 1986), y el motor síncrono de reluctancia (Matsuo *et al.*, 1997).

1.2 Motivación y planteamiento de la tesis doctoral

Inicialmente, la tesis doctoral se planteó sobre la optimización de pérdidas en motores síncronos de imanes permanentes interiores en su aplicación a vehículos eléctricos. En un vehículo eléctrico se necesita un motor que tenga un amplio margen de velocidad por encima de la velocidad nominal, típicamente de 3:1 o de 4:1, un rendimiento elevado en gran parte de sus puntos de trabajo y una buena relación de peso/potencia y tamaño/potencia. El motor síncrono de imanes permanentes interiores cumple con todas estas características, por lo que es un candidato ideal para esta aplicación (West, 1994; Chalmers *et al.*, 1996). Por ejemplo, en Eriksson (1995), se expone que la autonomía de un vehículo equipado con un motor síncrono de imanes permanentes aumenta en aproximadamente un 15% con respecto a la del mismo vehículo equipado con un motor de inducción de la misma potencia. Debido a que la autonomía de un vehículo eléctrico está fuertemente condicionada por la energía almacenada en las baterías, cualquier mejora en el aprovechamiento de dicha energía (por ejemplo, aumentado el rendimiento del motor) es importante; más aún si se regenera energía en la frenada (West, 1994).

Por otro lado, en un vehículo eléctrico se producen rápidas y continuas aceleraciones y deceleraciones, por lo que el sistema de minimización de pérdidas debe ser rápido si se quiere que sea eficaz, especialmente en ciclo urbano. Por ello, se ha llegado a la conclusión de que es necesario un esquema de minimización basado en el modelo del motor, en el que

ⁱ Nola F. J., 1977. “Power factor control systems for ac induction motor”, Patente EE.UU 4 052 648, 4 de Octubre. No se ha consultado directamente. Se referencia aquí de forma indirecta a través de Kusko & Galler (1983) y Kirschen *et al.* (1984).

las consignas de corriente óptima se obtienen de expresiones en función de los parámetros del motor y del punto de trabajo. Sin embargo, sólo se había podido resolver este problema para el motor síncrono de imanes permanentes interiores mediante tablas previamente calculadas, ya que una solución algebraica es demasiado compleja (Morimoto *et al.*, 1994). La solución algebraica tiene la ventaja de permitir una implementación directa conocidos los valores de los parámetros del modelo del motor, evitando simulaciones previas para confeccionar tablas que sólo son válidas para el motor concreto para el que se realizan. Si los parámetros del modelo utilizado cambian, la implementación de la solución algebraica puede completarse con estimadores en tiempo real de dichos parámetros.

No obstante, ante la posibilidad de aplicar las herramientas y conceptos desarrollados para el motor síncrono de imanes permanentes interiores al resto de los motores eléctricos, se optó finalmente por no limitar el estudio a ese tipo de motor ni a una aplicación concreta, sino que se decidió abordar el problema de la optimización de pérdidas con carácter más general.

Fruto de este nuevo enfoque:

- Se ha propuesto un modelo eléctrico de régimen permanente que incluye las pérdidas en el hierro, aplicable al motor síncrono de imanes permanentes (interiores y superficiales), al motor síncrono de reluctancia, al motor síncrono con excitación constante, al motor de inducción y al motor de corriente continua.
- Se ha obtenido una expresión algebraica que permite minimizar las pérdidas eléctricas teniendo en cuenta la saturación magnética en el anterior modelo —y por tanto, aplicable a todos los motores comentados anteriormente— en función del punto de trabajo y de los parámetros del motor.
- Se ha propuesto un esquema de control vectorial para implementar la citada expresión garantizando respuestas razonablemente rápidas.
- Además, se han podido establecer ciertas propiedades de carácter general para todos los motores que han permitido comprobar que enfoques y soluciones aparentemente distintas para el mismo tipo de motor y para motores distintos son, básicamente, equivalentes.

Por tanto, el estudio general aquí presentado, permite clarificar y ordenar trabajos anteriores sobre minimización de pérdidas en motores eléctricos, y aporta nuevas soluciones y perspectivas al problema.

Pese a la inherente utilidad de un estudio general como el presentado en esta tesis doctoral, la particularización a los motores concretos, con su problemática particular, es recomendable si se pretende demostrar la aplicabilidad de la solución propuesta, y se hace imprescindible si se pretende comparar y analizar, desde el punto de vista del rendimiento, las distintas alternativas y estrategias de control disponibles —y en muchos casos únicas— para cada motor. Por tanto, se ha dedicado un capítulo monográfico a algunos de los motores de corriente alterna incluidos en el modelo propuesto: el motor síncrono de imanes permanentes y el motor de inducción —ampliamente utilizados en la industria—; y el motor síncrono de reluctancia, y en particular el tipo ALA, prometedor para futuros accionamientos de altas prestaciones.

La validación experimental de esta tesis doctoral se ha realizado sobre un motor síncrono de imanes permanentes interiores, que presenta el modelo eléctrico más complejo. Para llevar a cabo esta validación, se ha estudiado y propuesto procedimientos para la medida de los parámetros en dicho motor sin la medida de par. Hay que destacar que, aunque el modelo eléctrico del motor síncrono de imanes permanentes interiores también ha sido validado experimentalmente, dicha validación carece de especial relevancia. Esto se debe a que todos los modelos eléctricos con pérdidas en el hierro que resultan de particularizar el modelo generalizado propuesto en la tesis doctoral a cada uno de los motores incluidos en él, son idénticos a aquellos que vienen siendo utilizados habitualmente en la literatura; modelos que ya han sido suficientemente contrastados. Sólo para el motor de inducción se presenta una estructura novedosa que simplifica el estudio de las pérdidas, pero que resulta de simples transformaciones matemáticas y aproximaciones razonables sobre el modelo en coordenadas de campo habitual en la literatura.

Aunque el motor de corriente continua está incluido en el modelo general presentado, dada su paulatina desaparición de las aplicaciones industriales, se ha considerado que no tiene el suficiente interés como para dedicarle un capítulo monográfico.

Se ha optado por usar magnitudes unitarias en toda la tesis. La mayoría de los estudios y textos consultados utilizan magnitudes reales en la descripción de los modelos aso-

ciados a los motores eléctricos, aunque ciertos trabajos usan magnitudes unitarias y ya dejan patente su utilidad (cfr. Jahns *et al.*, 1986; Kirschen *et al.*, 1985; Morimoto *et al.*, 1996; Zamora, 1997). Las magnitudes unitarias permiten tratar los motores de una forma más general, haciendo que las conclusiones y resultados sean en gran medida independientes de la potencia del motor. También simplifican, en muchos casos, las ecuaciones haciéndolas más comprensibles. Además, permiten una implementación más efectiva, ya que todas las magnitudes y medidas dentro del esquema digital de control, se encuentran entre valores acotados y conocidos, que permiten preservar la precisión numérica y detectar fácilmente las posibles anomalías.

1.3 Organización de la exposición

Esta tesis se divide en 8 capítulos y dos apéndices, siendo el primer capítulo esta introducción.

En el Capítulo 2 se presenta, en primer lugar, la definición de los vectores espaciales, los valores base y las magnitudes unitarias utilizadas. A continuación se revisa la literatura técnica sobre optimización de pérdidas en el motor de corriente continua, el motor de inducción, el motor síncrono de imanes permanentes y el motor síncrono de reluctancia. Después se desarrolla el modelo generalizado con pérdidas en el hierro propuesto en esta tesis doctoral, que incluye a todos los motores anteriores. También se estudia la equivalencia del modelo paralelo de pérdidas en el hierro —pérdidas proporcionales al cuadrado de la tensión— y el modelo serie de pérdidas en el hierro —pérdidas proporcionales al cuadrado de la corriente—. Finalmente, se calculan los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros (del modelo) y las medidas (del sistema de control).

En el Capítulo 3 se demuestra la existencia y unicidad de la solución del problema de minimización de pérdidas en el modelo generalizado propuesto (y por tanto, para todos los motores incluidos en él). A continuación, se estudia el efecto de las limitaciones de corriente y tensión/flujo del motor sobre el óptimo obtenido. También se desarrolla la expresión propuesta en esta tesis doctoral para la minimización de pérdidas en el modelo generalizado, teniendo en cuenta la saturación magnética. Se estudia la precisión de los resultados obtenidos por dicha expresión y se presentan algunos resultados de simulación para el motor de inducción y el motor síncrono de imanes permanentes interiores. La expresión general desarrollada para la optimización de pérdidas, se particulariza a cada uno de los motores

incluidos en el modelo, comparando las soluciones obtenidas con las presentadas en la literatura. Finalmente, el capítulo recoge ciertas propiedades de carácter general relacionadas con la optimización de pérdidas, aplicables a todos o gran parte de los motores estudiados en la tesis doctoral.

En el Capítulo 4 se presenta el esquema de control vectorial con minimización de pérdidas propuesto, que incluye a la expresión general antes mencionada. También se demuestra que es necesario imponer ciertas condiciones para que el sistema no-lineal resultante sea estable.

En el Capítulo 5 se presenta, básicamente, el estudio experimental del modelo eléctrico y del esquema vectorial con minimización de pérdidas propuestos en la tesis doctoral, aplicados a un motor síncrono de imanes permanentes interiores. En primer lugar se particulariza el modelo propuesto al citado motor. Después se describe el banco de ensayos sobre el que se ha realizado la validación experimental. A continuación, se presentan los esquemas de medida y métodos seguidos para la obtención de los parámetros del modelo sin la medida del par. El modelo se valida experimentalmente a distintos valores de par y velocidad. Más tarde, se presenta el diseño de los distintos bloques que componen el esquema de optimización de pérdidas propuesto y se realizan ensayos experimentales ante escalones de par en referencia, que se comparan con las respuestas obtenidas en simulación. También se estudian, desde el punto de vista del rendimiento, distintas estrategias de control, y se comparan los resultados obtenidos con los presentados en la literatura. Finalmente, se calculan los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas, para el motor usado en el laboratorio.

El Capítulo 6 está dedicado al motor síncrono de reluctancia. En primer lugar, se particulariza el modelo generalizado propuesto en el Capítulo 2 a este tipo de motor. A continuación se compara la expresión propuesta en el Capítulo 3 para la optimización de pérdidas en el motor síncrono de reluctancia, con otras expresiones equivalentes. Más tarde, se revisan las técnicas de control vectorial normalmente utilizadas en estos motores y se comparan las estrategias de control anteriores desde el punto de vista del rendimiento, aplicándose a un motor síncrono de reluctancia de tipo estándar y a otro de tipo ALA. De nuevo se estudia el efecto de los límites de corriente y tensión/flujo del motor sobre el rendimiento obtenido en las estrategias de control antes mencionadas, y se evalúa el efecto de la saturación magnética, discutiéndose la necesidad de tener en cuenta la saturación magnética en el

proceso de optimización de pérdidas. También se estudia el esquema de control vectorial propuesto en esta tesis para la optimización de pérdidas, aplicado al motor síncrono de reluctancia, y se analiza mediante simulación las soluciones propuestas en el Capítulo 4, a ciertos problemas de inestabilidad que se hacen especialmente patentes en estos motores. Finalmente se calculan los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas, que resultan de particularizar las expresiones deducidas en el Capítulo 2, a este tipo de motor.

El Capítulo 7 está dedicado al motor de inducción. Como en los capítulos precedentes, en primer lugar, se particulariza el modelo generalizado propuesto en el Capítulo 2 al motor de inducción. A continuación, se compara la expresión propuesta para la minimización de pérdidas con otras que se deducen en este capítulo, y se presentan ciertas propiedades particulares de la optimización de pérdidas en el motor de inducción. Más tarde, se estudia el efecto de la saturación magnética en la optimización de pérdidas, y se comparan los resultados obtenidos en simulación con los presentados en la literatura. Se comparan, desde el punto de vista del rendimiento, la estrategia de máximo par por amperio y la de flujo nominal constante, con la de optimización de pérdidas teniendo en cuenta los límites del motor. Finalmente, se calculan los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas, y se analiza el efecto de la variación típica de los parámetros en un motor de inducción sobre el rendimiento.

El Capítulo 8 resume las conclusiones y resultados fundamentales de esta tesis doctoral. Asimismo, se describen las aportaciones originales de este trabajo y las futuras líneas de investigación relacionadas con el mismo.

En el apéndice A se presentan tres tablas —una para el motor síncrono de imanes permanentes, otra para el motor síncrono de reluctancia, y otra para el motor de inducción— con los valores en unitarias de algunos motores eléctricos comerciales, así como otros que han aparecido en distintas publicaciones técnicas. Los resultados de este apéndice pueden ser utilizados para justificar ciertas simplificaciones realizadas en las ecuaciones eléctricas del modelo generalizado en el Capítulo 2.

Para facilitar la lectura del Capítulo 4, se ha desplazado al apéndice B, el desarrollo matemático del efecto del valor final del par de referencia, sobre el diseño del regulador de par.

Capítulo 2

Modelo generalizado para motores eléctricos incluyendo pérdidas en el hierro

2.1 Introducción

Hasta ahora, la optimización de pérdidas se ha abordado en la literatura de forma particular para cada tipo de motor. En este capítulo se propondrá un modelo general aplicable al: (a) motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, (b) motor síncrono de reluctancia, (c) motor síncrono con excitación constante, (d) motor de inducción y (e) motor de corriente continua. El motor de reluctancia variableⁱ y el motor síncrono con excitación variable no están incluidos en el modelo.

El modelo propuesto toma la forma de un circuito equivalente, donde todos los componentes tienen un significado físico claro.

En el apartado 2.2 se presenta la definición de los vectores espaciales, y el cálculo del par y las pérdidas en función de ellos.

En el apartado 2.3 se presenta las magnitudes base utilizadas en la tesis doctoral para el cálculo de las magnitudes unitarias.

ⁱ En Inglés se denomina *switched reluctance motor* (en opinión del autor la traducción a reluctancia variable no es muy afortunada). Aunque su principio básico de funcionamiento se basa en la diferencia del valor de reluctancia del circuito magnético en una posición y otra, su modo de operación y construcción es completamente distinto al del motor síncrono de reluctancia trifásico (Nasar *et al.*, 1993), que es el tratado en esta tesis doctoral.

En el apartado 2.4 se hace una clasificación y revisión general de los diferentes trabajos presentados hasta la fecha, relacionados con la optimización de pérdidas.

En el apartado 2.5 se hace una revisión detallada de los antecedentes en la optimización de pérdidas basada en el modelo de la máquina, objeto principal de esta tesis doctoral. La revisión se lleva a cabo para el motor de corriente continua, el motor de inducción, el motor síncrono de reluctancia y el motor síncrono de imanes permanentes.

En el apartado 2.6 se desarrolla el modelo generalizado de régimen permanente que incluye las pérdidas en el hierro, basado en los modelos presentados previamente en la literatura. Dicho modelo contiene a todos los motores mencionados al principio de esta introducción.

En el apartado 2.7 se presentan las condiciones bajo las cuales los modelos serie y paralelo de pérdidas en el hierro son equivalentes, estudio que no se había presentado antes en la literatura.

Finalmente, en el apartado 2.8 se presenta el cálculo de los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a la variación en los parámetros (del modelo) y la incertidumbre en las medidas (del sistema de control). Los primeros sólo habían sido calculados analíticamente antes, en Garcia *et al.* (1994) para el motor de inducción. No se tiene noticia de que se hayan presentado los segundos todavía.

2.2 Formulación del par y las pérdidas eléctricas

2.2.1 Formulación mediante vectores espaciales en máquinas de CA

Aunque el análisis dinámico de los motores de CA es perfectamente posible utilizando las ecuaciones dinámicas que se derivan del análisis de cada una de las fases del motor y de la interacción entre ellas, así como de la ecuación de conversión electromecánica correspondiente, la utilización de los vectores espaciales permite simplificar las ecuaciones, adaptándose perfectamente al tratamiento en ejes d y q tan útiles en el tratamiento de motores con diferencias en la reluctancia magnética en el rotor. Además, poseen la cualidad de representar ciertas magnitudes físicas, por lo que aclaran, de forma sustancial, el significado físico de muchos de los fenómenos involucrados, permitiendo, asimismo, interpretaciones gráficas muy ilustrativas.

Una formulación matemática más completa es la de los fasores espaciales —de la que los vectores espaciales se pueden considerar caso particular— que permite tratar el efecto de los armónicos de campo espaciales y temporales (Serrano, 1989). Dado que en esta tesis doctoral las pérdidas estudiadas son exclusivamente las debidas al armónico fundamental, la formulación con vectores espaciales es, sin embargo, plenamente satisfactoria.

Los vectores espaciales se denotan en esta tesis doctoral mediante subrayado y se definen como:

$$\underline{x} = \frac{2}{3} \cdot (x_A + \alpha \cdot x_B + \alpha^2 \cdot x_C)$$

donde x_A , x_B y x_C son los valores instantáneos de las magnitudes trifásicas de corriente, tensión o flujo, \underline{x} es el vector espacial correspondiente, y α es $\alpha = e^{j(2\pi/3)}$. Para el módulo del vector espacial correspondiente se prescindirá del subrayado (x). El eje de referencia se hará coincidir con el eje magnético de la fase A del estator del motor, y a dicho sistema de referencia se le denominará *sistema de referencia fijo* al estator.

El vector espacial así definido puede representarse también en cualquier otro sistema de referencia mediante una simple rotación. Entre los sistemas de referencia útiles que pueden definirse, además del sistema de referencia fijo al estator, están el *solidario al rotor* —y por tanto móvil con respecto al fijo de estator— y el *solidario al flujo*ⁱ —que también es móvil con respecto al fijo al estator—. Este último admite varias posibilidades dependiendo de la dirección en la que se sitúe el eje de referencia (que se denotará como eje d en esta tesis), p. ej., en la dirección del máximo del campo de entrehierro (dirección del vector flujo total de entrehierro) o en la dirección del vector espacial flujo del rotor. La representación del vector espacial en el sistema de referencia fijo suele denominarse transformación de Clark, que no es más que la proyección de vector espacial sobre los ejes del citado sistema fijo de referencia. A la representación del vector espacial en el sistema de referencia

ⁱ Realmente asociar al flujo un vector espacial es algo artificial ya que el flujo no se distribuye a lo largo del entrehierro como hace el campo magnético, sino que es una magnitud escalar asociada a determinada bobina. Para ser rigurosos habría que hablar de *flujo de corona*. Véase Serrano (1989), página 193.

móvil con respecto al fijo al estator se le suele denominar transformación de Park, que no es más que una simple rotación del sistema de referencia fijo al móvil. Todo el estudio de los motores de CA en esta tesis doctoral, se realiza sobre algún sistema de referencia móvil, que se definirán oportunamente.

El par electromagnético puede calcularse mediante (Sanz, 1995)ⁱ:

$$M = \frac{3}{2} \cdot P \cdot (\Psi_{Md} \cdot I_{oq} - \Psi_{Mq} \cdot I_{od}) \quad (2.1)$$

donde el eje d es el eje de referencia en el sistema de referencia móvil elegido, el eje q es el eje en cuadratura, P es el número de pares de polos, $\underline{\Psi}_M$ es el vector espacial flujo total de entrehierro y Ψ_{Md} y Ψ_{Mq} son sus componentes en los ejes del sistema móvil d y q ; e \underline{I}_o es el vector espacial corriente equivalente de entrehierro e I_{od} e I_{oq} son sus componentes en los ejes del sistema móvil d y q . El vector espacial flujo total de entrehierro, $\underline{\Psi}_M$, es:

$$\underline{\Psi}_M = \underline{\Psi}_A + \underline{\Psi}_O \quad (2.2)$$

donde $\underline{\Psi}_A$ es el flujo producido por los imanes permanentes si se trata de un motor síncrono de imanes permanentes, o por el devanado de excitación en una máquina síncrona estándar, y $\underline{\Psi}_O$ es:

$$\begin{aligned} \Psi_{od} &= L_D \cdot I_{od} \\ \Psi_{oq} &= L_Q \cdot I_{oq} \end{aligned} \quad (2.3)$$

En adelante se considerará que L_D y L_Q son exclusivamente funciones de sus corrientes de eje. Entonces, la ecuación de par electromagnético se puede escribir:

$$M = \frac{3}{2} \cdot P \cdot (\Psi_A \cdot I_{oq} + (L_D - L_Q) \cdot I_{od} \cdot I_{oq}) \quad (2.4)$$

donde Ψ_A es el módulo del vector espacial $\underline{\Psi}_A$.

ⁱ En la tesis doctoral Sanz (1995), apéndice A, se presenta una clara y detallada exposición de la formulación y aplicación de los vectores espaciales.

Tal y como se han definido en el apartado anterior los vectores espaciales, es fácil demostrar que en régimen permanente senoidal cualquier vector espacial posee un módulo constante e igual al valor de pico de la magnitud trifásica considerada (p. ej. el valor de pico de la corriente de entrada a la máquina de cualquiera de las fases), y que dicho vector espacial gira con respecto al sistema de referencia fijo, a una velocidad constante e igual a la pulsación de la magnitud trifásica en cuestión (Sanz, 1995). Entonces, si I_{ef} representa el valor eficaz de la corriente —cuyo vector espacial asociado es \underline{I} —, que circula por un sistema trifásico de resistencias R , la potencia trifásica disipada en forma de calor verifica:

$$P_{OHM} = 3 \cdot R \cdot I_{ef}^2 = 3 \cdot R \cdot \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{3}{2} \cdot R \cdot I^2 \quad (2.5)$$

siendo I el módulo del vector espacial \underline{I} . De igual forma se puede calcular dicha potencia, pero ahora considerando la tensión trifásica en las resistencias, V_{ef} , en vez de la intensidad que circula por ellas:

$$P_{OHM} = 3 \cdot \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V^2}{R} \quad (2.6)$$

siendo V el módulo del vector espacial \underline{V} .

2.2.2 Formulación en la máquina de corriente continua

En el caso de las máquinas de corriente continua el flujo generado por el circuito de armadura y por el circuito de campo quedan definidos por (Krause *et al.*, 1995)ⁱ:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= L_{aa} \cdot i_a + L_f \cdot i_f \\ \Psi_f &= L_{ff} \cdot i_f + L_a \cdot i_a \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde L_{aa} y L_{ff} son las autoinductancias asociadas a los circuitos de armadura y campo respectivamente, L_f es la inductancia asociada al flujo que crea la corriente de campo en el

ⁱ En esta tesis doctoral se utilizarán indistintamente las palabras *armadura* e *inducido* para designar al circuito de potencia de entrada /salida del motor de continua (típicamente el rotor); y *excitación* y *campo* para designar al circuito principal de generación de campo (típicamente el estator).

circuito de armadura, y L_a es la inductancia asociada al flujo que crea la corriente de armadura en el circuito de campo.

El par electromagnético viene dado por:

$$M = L_f \cdot I_f \cdot I_a - L_a \cdot I_a \cdot I_f = (L_f - L_a) \cdot I_f \cdot I_a \quad (2.8)$$

Sin embargo, en el motor de corriente continua se suele despreciar el efecto de L_a debido al gran entrehierro presente en la dirección del eje magnético de armadura (Leonhard, 1990; Krause *et al.*, 1995). Además, en grandes máquinas es habitual compensar este pequeño campo mediante bobinas de compensación, por lo que el efecto es mucho menor (Leonhard, 1990). Entonces el par viene dado por (Leonhard, 1990; Krause *et al.*, 1995):

$$M \approx L_f \cdot I_f \cdot I_a \quad (2.9)$$

En corriente continua la potencia disipada en forma de calor en una resistencia R por la que circula una intensidad I , y en la que la diferencia de potencial es V , viene dada por:

$$P_{OHM} = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \quad (2.10)$$

2.3 Magnitudes Unitarias

2.3.1 Máquinas de CA

Se desean elegir unas bases tales que, cuando la intensidad o tensión de entrada a la máquina sean nominales, los vectores espaciales correspondientes tengan módulo uno. Si I_n es la corriente nominal de línea (en valor eficaz) y V_n es la tensión nominal simple de la máquina (en valor eficaz):

$$1 = \frac{\sqrt{2} \cdot I_n}{I_B} \Rightarrow I_B = \sqrt{2} \cdot I_n \quad (2.11)$$

$$1 = \frac{\sqrt{2} \cdot V_n}{V_B} \Rightarrow V_B = \sqrt{2} \cdot V_n \quad (2.12)$$

La ecuación (2.5) se puede poner entonces:

$$P_{OHM} = \frac{3}{2} \cdot R \cdot I^2 = \frac{3}{2} \cdot \underbrace{\frac{R}{V_B / I_B}}_r \cdot \underbrace{\left(\frac{I}{I_B}\right)^2}_{i^2} \cdot V_B \cdot I_B = \frac{3}{2} \cdot V_B \cdot I_B \cdot r \cdot i^2 \quad (2.13)$$

siendo i el valor del módulo del vector espacial \underline{I} en unitarias, y r el valor de R en unitarias tomando como impedancia base:

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{Vn}{In} \quad (2.14)$$

De (2.13) se deduce directamente que como potencia base se puede tomar:

$$P_B = \frac{3}{2} \cdot V_B \cdot I_B = 3 \cdot Vn \cdot In \quad (2.15)$$

Si se elige como pulsación mecánica base la pulsación mecánica nominal de la máquina, ω_b , para que la velocidad en unitarias valga uno siempre que se alcance la velocidad nominal:

$$\omega_B = \omega_n \quad (2.16)$$

entonces el par base se puede definir como:

$$M_B = \frac{P_B}{\omega_B} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_B \cdot I_B}{\omega_B} = \frac{3 \cdot Vn \cdot In}{\omega_n} \quad (2.17)$$

Dividiendo (2.4) entre M_B , y denominando m al par electromagnético en unitarias:

$$m = \frac{\frac{\Psi_A}{V_B} \cdot \frac{I_{oq}}{I_B}}{P \cdot \omega_B} + \frac{\frac{(L_D - L_Q)}{V_B} \cdot \frac{I_{od}}{I_B} \cdot \frac{I_{oq}}{I_B}}{P \cdot \omega_B \cdot I_B} = \Psi_a \cdot i_{oq} + (L_d - L_q) \cdot i_{od} \cdot i_{oq} \quad (2.18)$$

donde todos los elementos de la expresión final de (2.18) están en magnitudes unitarias

adimensionales. Los valores base correspondientes son, como pulsación eléctrica baseⁱ:

$$\omega_{eB} = P \cdot \omega_B \quad (2.19)$$

como flujo base:

$$\Psi_B = \frac{V_B}{\omega_{eB}} \quad (2.20)$$

y como inductancia base:

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_{eB}} \quad (2.21)$$

Es interesante hacer notar que debido a la definición de M_B el valor de las inductancias en unitarias es adimensional y el tiempo en las simulaciones con dicho modelo también lo será, siendo el tiempo base:

$$T_B = \frac{1}{\omega_{eB}} = \frac{T_{en}}{2 \cdot \pi} \quad (2.22)$$

donde T_{en} es el tiempo eléctrico nominal de la máquina.

Para la definición de las bases de inercia mecánica y de rozamiento viscoso, se procede de forma similar con la ecuación mecánica:

$$M = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + B \cdot \Omega \quad (2.23)$$

obteniéndose:

ⁱ Nótese que, con estas definiciones, la pulsación mecánica y eléctrica en *pu* son iguales.

$$J_B = \frac{P_B}{\omega_B^3 \cdot P} \quad (2.24)$$

$$B_B = \frac{P_B}{\omega_B^2} \quad (2.25)$$

Otras posibilidades de elección de bases son posibles. Podría haberse elegido el tiempo base igual al periodo eléctrico nominal con lo que la velocidad base y el par base hubiesen quedado fijadas (y no valdrían uno en condiciones nominales), o bien tomar como par base, la potencia base entre el número de pares de polos ($M_B = P_B / P$). En este último caso, el par, las inductancias y el flujo en unitarias tendrían dimensiones de segundo y el tiempo se encontraría en magnitudes reales (también en segundos).

2.3.2 Máquina de corriente continua

Siguiendo una línea de razonamiento similar a la utilizada para los motores de CA, es inmediato comprobar que las magnitudes base para el motor de corriente continua pueden quedar definidas por:

$$I_B = In_{ARMADURA} \quad (2.26)$$

$$V_B = Vn_{ARMADURA} \quad (2.27)$$

$$P_B = V_B \cdot I_B \quad (2.28)$$

$$\omega_B = \omega_n \quad (2.29)$$

$$M_B = \frac{P_B}{\omega_B} = \frac{V_B \cdot I_B}{\omega_B} \quad (2.30)$$

$$R_B = \frac{V_B}{I_B} \quad (2.31)$$

$$L_B = \frac{R_B}{\omega_B} = \frac{V_B}{I_B \cdot \omega_B} \quad (2.32)$$

2.4 Optimización de pérdidas. Antecedentes

La optimización de pérdidas en motores eléctricos mediante el control de las magnitudes eléctricas es un tema habitual en la literatura especializada. En general la optimización de las pérdidas eléctricas ha seguido dos enfoques:

- El basado en algoritmos que miden la potencia de entrada y modifican las magnitudes eléctricas de alimentación del motor buscando el mínimo de dicha potencia. Dichos esquemas de optimización se denominarán en esta tesis doctoral *esquemas de búsqueda*, y se representan en la Fig. 2.1. También son denominados esquemas de lazo cerrado (en potencia) (Kusko & Galler, 1983).
- El basado en expresiones algebraicas basadas en el modelo de la máquina. Dichos esquemas de optimización se denominarán en esta tesis doctoral *esquemas basados en modelo*, y se resumen en la Fig. 2.2. También son denominados esquemas de lazo abierto (en potencia) (Kusko & Galler, 1983).

2.4.1 Esquemas de búsqueda

Una vez que el régimen permanente se ha alcanzado, se introducen pequeñas variaciones en la corriente de eje d (o en el flujo) en la dirección del mínimo en la potencia de entrada hasta que éste se alcanza. Una vez conseguido, se siguen generando perturbaciones en la corriente para detectar posibles cambios en el punto de trabajo.

Las ventajas son que estos esquemas son insensibles al modelo y que tienen en cuenta las pérdidas en el inversor —si la medida de potencia se hace en CA delante del rectificador, las pérdidas de éste también se tienen en cuenta—. Sin embargo estos algoritmos son lentos (tardan algunos segundos después de alcanzar el régimen permanente) y por tanto no son adecuados para ciclos de trabajo de variación rápida (como en vehículos eléctricos). Además introducen rizado de par en el punto de trabajo al introducir perturbaciones constantes en la corriente de eje d (o en el flujo). Por último incrementan la complejidad del sistema con respecto a los esquemas basados en modelo (controladores no lineales, más medidas y el uso de un algoritmo de búsqueda).

Este tipo de solución ha sido aplicada en Vaez *et al.* (1997), al motor síncrono de imanes permanentes interiores utilizando un regulador no lineal en la corriente i_q para in-

tentar compensar el efecto que produce sobre el par las perturbaciones introducidas en la corriente en eje d , especialmente durante la búsqueda del óptimo de potencia. Esto permite variar id con mayor rapidez reduciendo el tiempo de optimización que, a partir del régimen permanente, es de aproximadamente 2 s en el ejemplo presentado. En el motor síncrono de reluctancia, el esquema de optimización por búsqueda se aplica en Matsuo *et al.* (1997), donde el tiempo de optimización a partir del régimen permanente es de unos 16 minutos en el ejemplo presentado.

Es, sin embargo, para el motor de inducción donde se ha aplicado con profusión este tipo de esquemas. En Kirschen *et al.* (1985), se discute en detalle el problema del rizado de par —la reducción de éste hace más lento el algoritmo de búsqueda—, y se presentan tiempos de optimización de aproximadamente 7 s a partir del régimen permanente en el ejemplo de simulación mostrado. En Kirschen *et al.* (1987), el tiempo de optimización es aproximadamente de 30 s en los datos experimentales mostrados. En Kim *et al.* (1992), se presenta un esquema en el que se desacopla completamente el lazo de velocidad (par) del lazo de control del flujo. Esto permite el uso de optimizadores rápidos que producen grandes variaciones en el flujo sin por ello perturbar el lazo de velocidad. El tiempo de optimización en los resultados experimentales presentados es de aproximadamente 0.7 s.

Una detallada revisión y comparación de todos los algoritmos de búsqueda utilizados para la optimización de pérdidas con resultados experimentales se presenta en Moreno-Eguilaz *et al.* (1997). Los tiempos de todos ellos bajo idénticas condiciones oscilan entre 6 s y 8 sⁱ. En este último trabajo se propone el uso de un supervisor basado en lógica borrosa que, añadido al algoritmo de búsqueda, permite reducir la potencia consumida también en los transitorios.

ⁱ Lo cual difiere de los resultados presentados en Kim *et al.* (1992). Con los datos presentados en ambos trabajos es imposible discernir la causa de tal diferencia.

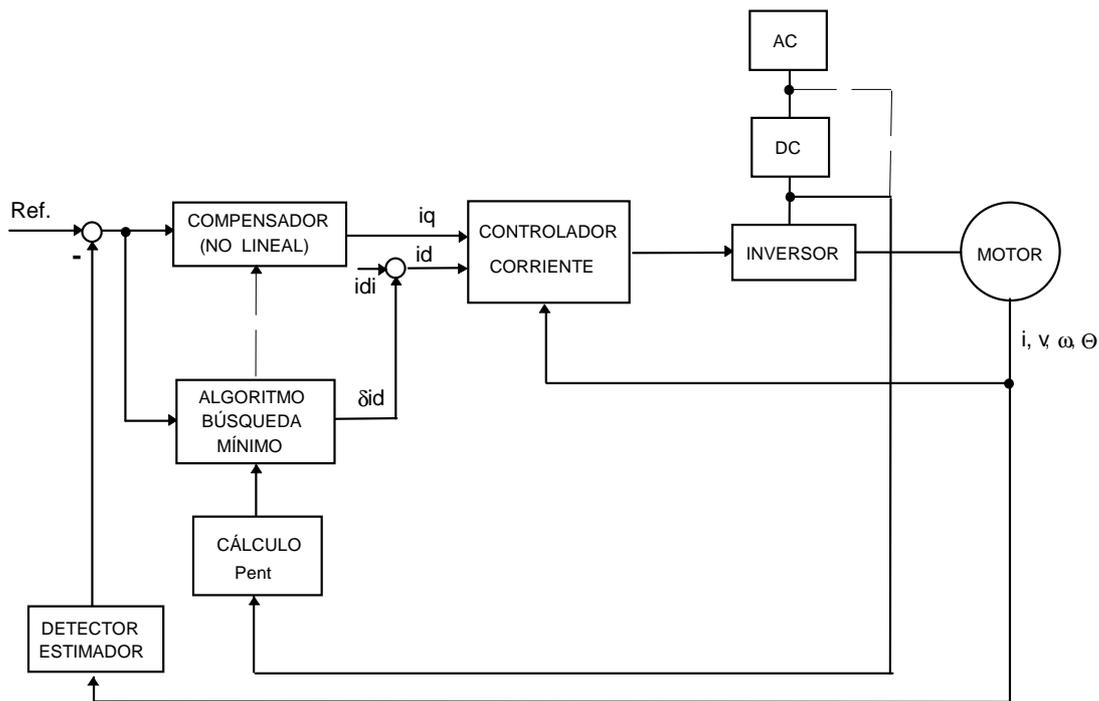


Fig. 2.1 Esquema de optimización de pérdidas mediante algoritmo de búsqueda.

También se han presentado trabajos para la optimización de pérdidas en motores de inducción mediante esquemas de búsqueda aplicados a control escalar. En ellos, la relación tensión-frecuencia se reajusta hasta alcanzar el mínimo en la potencia de entrada. En Faimouri & Cathey (1991), el tiempo de optimización es de unos 100 s, comparándose además, el rendimiento obtenido mediante el optimizador y la estrategia clásica $V/F = \text{constante}$. En Moreira *et al.* (1991), se utiliza el mismo esquema de búsqueda pero con la novedad de estimar el flujo y la velocidad utilizando la tensión de tercer armónico presente en la tensión de fase del motor. No se dan tiempos de optimización ni resultados dinámicos. En Cleland *et al.* (1995), se presenta un compensador de deslizamiento para reducir el efecto de los cambios en la corriente de eje d durante la búsqueda del mínimo. Los tiempos de optimización se asegura se reducen a 15 s, pero no se aporta ningún resultado que lo confirme. En Kioskeridis & Margaris (1996), se utiliza la corriente de entrada como función a minimizar en vez de la potencia de entrada, con tiempos de optimización de aproximadamente 15 s.

2.4.2 Esquemas basados en modelo

Las pérdidas se describen mediante ecuaciones (o un circuito equivalente) que permi-

ten resolver el problema de la optimización. Este tipo de esquema presenta dos variantes:

- I) La solución se almacena en tablas.
- II) Se obtienen ecuaciones que, mediante los parámetros del motor y las medidas, proporcionan el valor de las corrientes (o tensiones) a aplicar en tiempo real.

Las ventajas que estos esquemas presentan son su rapidez — tan rápidos como el regulador de par—, y que no producen en el punto de trabajo rizado de par. Además, si la solución implementada es del tipo II, permiten introducir estimadores de los parámetros del motor y ajustarse en tiempo real. Como principales inconvenientes se encuentran su sensibilidad a la precisión del modelo y que las pérdidas del inversor (y del rectificador si procede) no se tienen en cuenta totalmente. Una discusión detallada de la literatura se presenta en el apartado 2.5.

El esquema propuesto en esta tesis doctoral, así como todo el estudio teórico correspondiente, girará entorno a los esquemas basados en modelo búsqueda y su implementación.

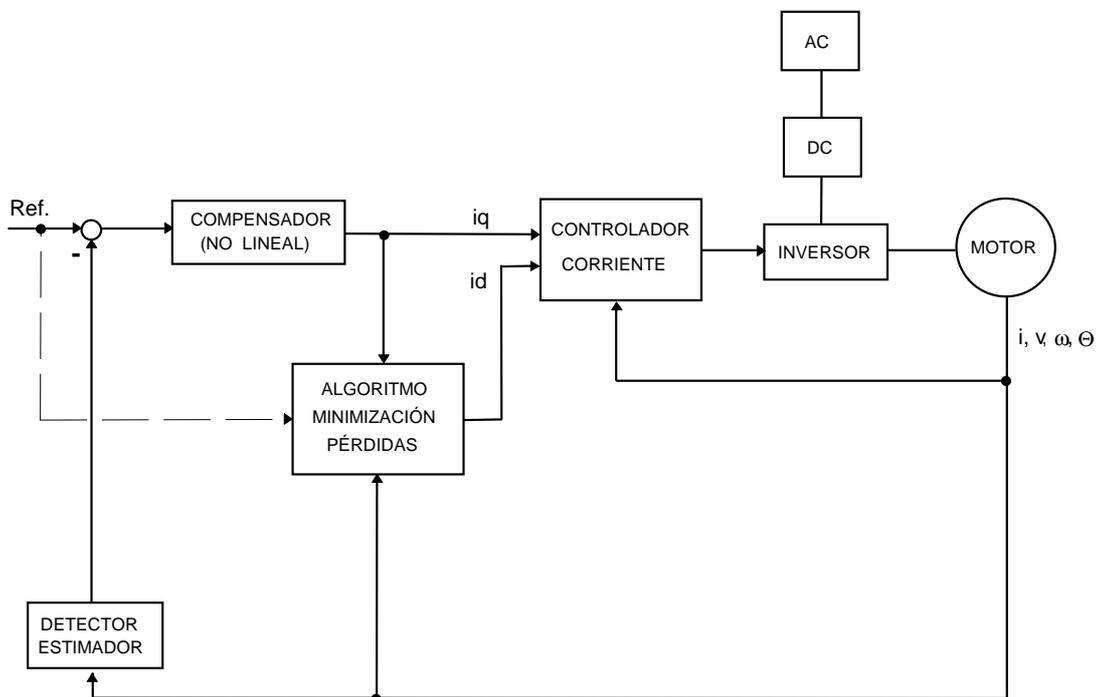


Fig. 2.2. Esquema de optimización de pérdidas basado en modelo.

2.5 Optimización de pérdidas basada en modelo. Estado del arte.

En este apartado se revisa la literatura técnica accesible sobre la optimización de pérdidas basada en modelo. Sin embargo, también se tratan aquellas publicaciones que han utilizado algún tipo de modelo de pérdidas en el hierro con otros propósitos, pero que podría muy bien utilizarse para la optimización de pérdidas. Además, se revisa algún trabajo de optimización de pérdidas basada en algoritmo de búsqueda, en el que previamente se hace un estudio teórico del modelo de pérdidas del motor en cuestión.

2.5.1 Motor de corriente continua

El trabajo de Kusko & Galler (1983), se puede considerar el más completo en la optimización de pérdidas para la máquina de corriente continua. Las únicas carencias del modelo presentado son:

- No se considera la potencia de pérdidas en escobillas (típicamente se considera una caída de tensión de 2 V).
- Se desprecia la inductancia que modela el flujo concatenado con la excitación producido por la corriente de inducido, L_a .

Las pérdidas eléctricas son calculadas mediante:

$$\begin{aligned} P_e &= I_a^2 \cdot R_{a_{cu}} + I_a^2 \cdot K_{st} \cdot \omega^2 + I_f^2 \cdot R_f + K_i \cdot B_o^2 \cdot \omega^2 = \\ &= I_a^2 \cdot R_a + I_f^2 \cdot R_f + K_i \cdot B_o^2 \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde: $R_{a_{cu}}$ = resistencia de continua de inducido.

K_{st} = coeficiente de pérdidas adicionales.

$R_a = R_{a_{cu}} + K_{st} \cdot \omega^2$ = resistencia equivalente de pérdidas en inducido.

R_f = resistencia de continua de excitación.

K_i = coeficiente de pérdidas en el hierro del rotor (típicamente inducido)ⁱ.

B_o = campo magnético de entrehierro.

ω = velocidad de la máquina.

ⁱ Equivalente a la resistencia R_c de pérdidas en el hierro utilizada en esta tesis doctoral.

La ecuación anterior junto con las ecuaciones básicas de la máquina de corriente continua en régimen permanente, pueden representarse por el circuito de la Fig. 2.3

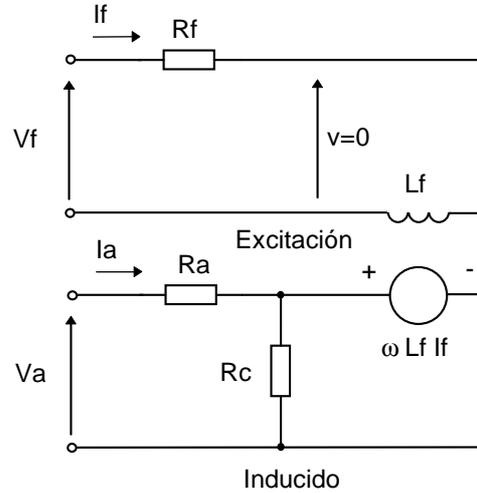


Fig. 2.3. Circuito equivalente de régimen permanente para máquina de corriente continua incluyendo pérdidas en el hierro.

Las mínimas pérdidas se consiguen verificandoⁱ:

$$I_a^2 \cdot R_a = I_f^2 \cdot \left(\frac{R_f}{1 + S_f} + \frac{L_f^2 \cdot \omega^2}{R_c} \right) \quad (2.34)$$

de donde se deriva:

$$I_f = \sqrt[4]{\frac{m^2 \cdot R_a}{L_f^2 \cdot \left(\frac{R_f}{1 + S_f} + \frac{L_f^2 \cdot \omega^2}{R_c} \right)}} \quad (2.35)$$

donde: $m = L_f \cdot I_f \cdot I_a =$ par electromagnético sin considerar pérdidas en el hierro.

ⁱ La notación utilizada en Kusko & Galler (1983), ha sido adaptada y simplificada. Por ejemplo, la saturación magnética se trata allí mediante un coeficiente de saturación y no mediante el coeficiente de sensibilidad definido en esta tesis doctoral. Además, la fórmula original presentaba errores de transcripción y ha sido corregida aquí.

$$S_f = \frac{\partial L_f}{\partial I_f} \cdot \frac{I_f}{L_f} = \text{sensibilidad relativa de } L_f \text{ con respecto a } I_f.$$

Como se observa en (2.34), si la saturación magnética no se considera ($S_f = 0$), el mínimo en las pérdidas se obtiene si las pérdidas debidas a la corriente de excitación, I_f , igualan a las pérdidas debidas a la corriente de inducido, I_a . Una propiedad similar, como se verá en el apartado 2.5.2, se utiliza para la optimización de pérdidas en el motor de inducción en Rasmussen & Thogersen (1997), y podría ser utilizada también para el motor de corriente continua. Nótese que la saturación del hierro, modelada por S_f , afecta a la optimización modificando el valor aparente de R_f de cara a las pérdidas.

El esquema propuesto en Kusko & Galler (1983), para la optimización de pérdidas se muestra en la Fig. 2.4, donde el cálculo del valor óptimo de I_f se realiza mediante (2.35). No se hace alusión al cálculo de S_f y L_f si se tiene en cuenta la saturación magnética, ya que en ese caso, S_f y L_f se pueden obtener, bien en función de la corriente de campo medida en ese instante de muestreo (y así se ha representado en la Fig. 2.4), o bien en función de la corriente I_f calculada en el instante anterior.

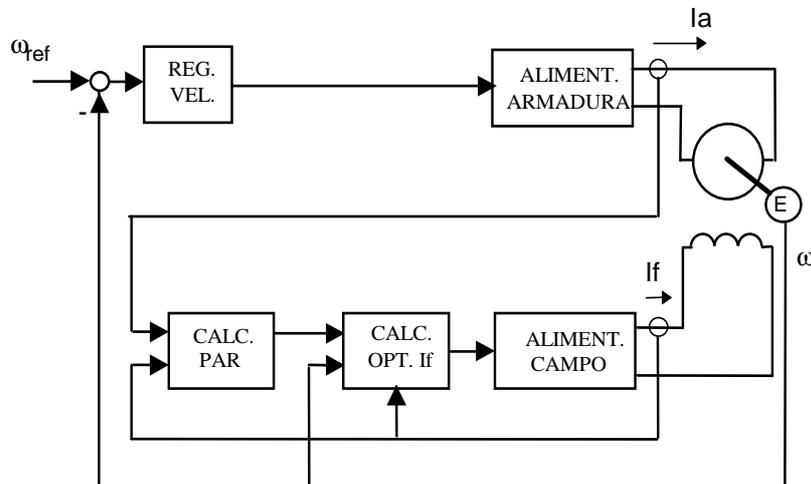


Fig. 2.4. Esquema de optimización de pérdidas para máquinas de corriente continua en Kusko & Galler (1983).

Es claro que puede existir un problema de estabilidad debido al efecto de realimentación de I_f sobre I_a a través de la variación de par —y por tanto de velocidad— producido en la máquina al variar el flujo de excitación. Este problema no se discute en Kusko & Galler (1983).

2.5.2 Motor de inducción

En la literatura consultada el sistema de referencia adoptado en todos los casos de minimización de pérdidas del motor de inducción mediante control vectorial, ha sido el asociado al flujo del rotor conocido como *orientado al campo*. El modelo de régimen permanente para la optimización de pérdidas presentado en García *et al.* (1994), se utiliza, básicamente, en Stefanski & Karys (1996); Rasmussen & Thogersen (1997), y Leidhold & García (1998). El circuito eléctrico asociado se muestra en la Fig. 2.5

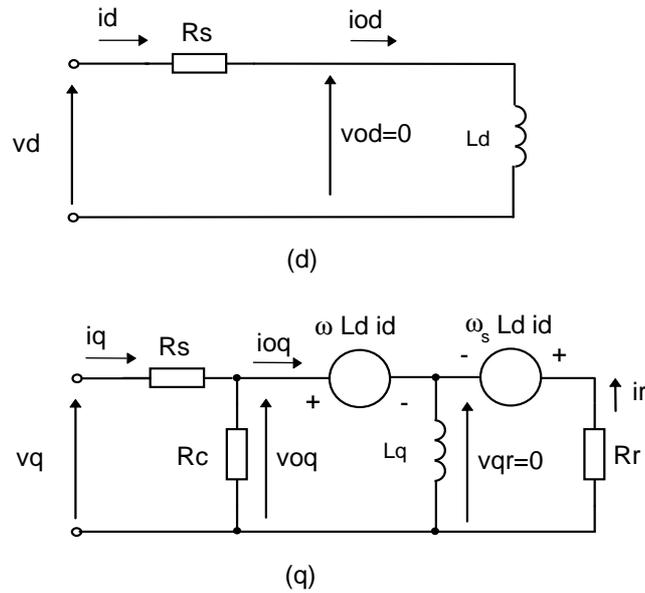


Fig. 2.5. Circuito equivalente de régimen permanente para la optimización de pérdidas en motores de inducción.

siendo la ecuación de par electromagnético —teniendo en cuenta las pérdidas en el hierro—:

$$m = Ld \cdot iod \cdot ioq = Ld \cdot id \cdot \left(\frac{Rc}{Rc + Rr} \cdot iq - \frac{Ld \cdot \omega}{Rc + Rr} \cdot id \right) \quad (2.36)$$

La minimización de perdidas en García *et al.* (1994); Stefanski & Karys (1996) y Leidhold & García (1998), se consigue verificando:

$$K_{min} = \frac{id}{iq} = \sqrt{\frac{Rs \cdot (Rc + Rr) + Rc \cdot Rr}{Rs \cdot (Rc + Rr) + Ld^2 \cdot \omega^2}} \quad (2.37)$$

con el esquema de optimización mostrado en la Fig. 2.6. En el caso de Rasmussen & Thøgersen (1997), el optimizador de la Fig. 2.6 se sustituye por otro que considera que las pérdidas eléctricas en un motor de inducción para una velocidad y par dados, son mínimas si las pérdidas debidas a la corriente de eje d son iguales a las debidas a la corriente de eje q , calculadas éstas del modelo de la Fig. 2.5ⁱ. Esta propiedad se puede deducir directamente de (2.37). Sin embargo, como se demostrará en el apartado 3.7.4, esto sólo es cierto si no se considera la saturación del hierro.

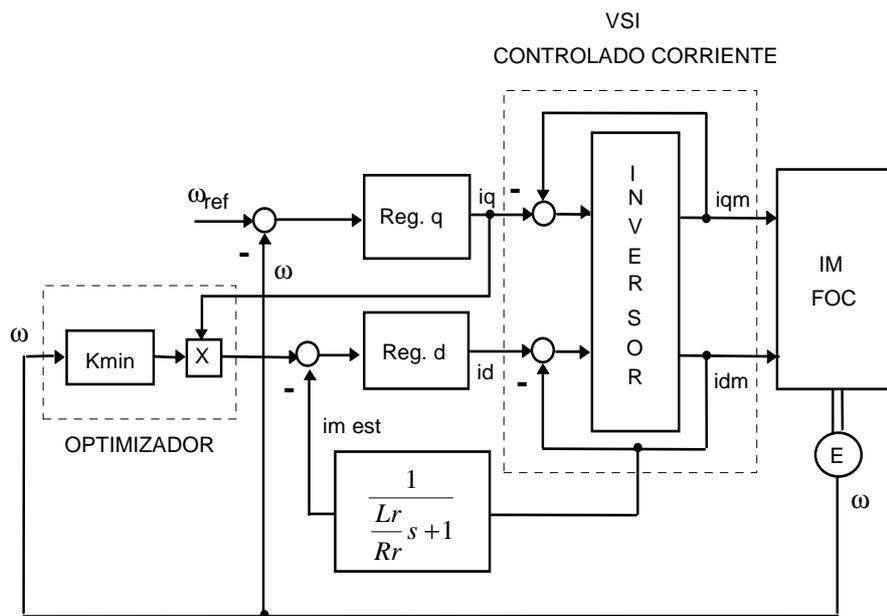


Fig. 2.6. Esquema de optimización de pérdidas para motor de inducción en García et al. (1994).

En la Fig. 2.6, la corriente de eje q queda fijada por el regulador de velocidad. Este valor junto con la medida de velocidad se introduce en (2.37), mediante la que se obtiene la corriente de eje d óptima (OPTIMIZADOR en la Fig. 2.6). Es claro que la estabilidad del sistema de la Fig. 2.6 puede verse comprometida al existir un lazo de realimentación a través del optimizador: al variar el flujo, el par cambia y por tanto la velocidad, con lo que la corriente i_q se reajusta, modificándose i_d y el flujo de nuevo. En ninguna de las publicaciones revisadas se hace alusión a este problema.

ⁱ Nótese la similitud con lo comentado en el motor de corriente continua, para la corriente de inducido y excitación.

En el caso de Chang & Kim (1997), el objetivo primario es dar la respuesta más rápida posible, y una vez alcanzado el régimen permanente, como objetivo secundario minimizar las pérdidas óhmicas de estator y rotor, despreciándose las pérdidas en el hierro del estator. La relación utilizada se basa en fijar la consigna de flujo de entrehierro ⁱ:

$$\Psi_m = \sqrt[4]{\frac{R_s \cdot L_r + R_r \cdot L_m^2}{R_s}} \cdot \sqrt{m} \quad (2.38)$$

donde L_r incluye a la inductancia magnetizante, L_m , y a la inductancia de dispersión del rotor. El problema de la estabilidad es también soslayado en este caso haciendo el control de mínimas pérdidas muy lento con respecto al de velocidad, entrando en funcionamiento sólo cuando ya se ha alcanzado el régimen permanente.

En otros trabajos relacionados con la optimización de pérdidas del motor de inducción, el modelo *base* utilizado es el circuito monofásico equivalente clásico, que se muestra en la Fig. 2.7.

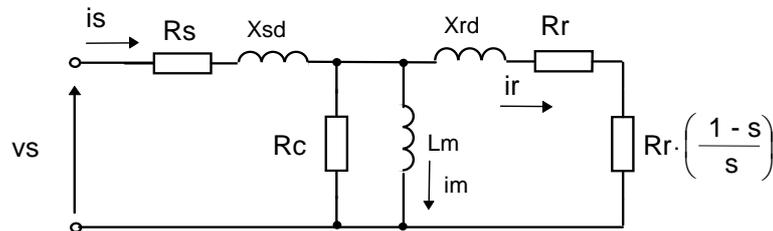


Fig. 2.7. Circuito monofásico equivalente de régimen permanente clásico para motor de inducción (s representa el deslizamiento).

En Murphy & Honsinger (1982), se calcula el valor del deslizamiento para obtener pérdidas eléctricas mínimas para el armónico fundamental. Además se estudia el efecto de los armónicos, modelando las pérdidas producidas por éstos, mediante sendas resistencias dependientes del armónico en estudio, en paralelo con X_{sd} y X_{rd} en la Fig. 2.7. En Kusko & Galler (1983), se utiliza el circuito de la Fig. 2.7, despreciando las pérdidas en el hierro, para obtener una expresión aproximada del deslizamiento que minimiza las pérdidas. En Kirschen *et al.* (1984), se hace un estudio del efecto de la saturación del hierro y de los

ⁱ La expresión ha sido simplificada utilizando las magnitudes unitarias de esta tesis doctoral.

armónicos sobre el rendimiento, utilizando el mismo modelo propuesto en Murphy & Hon-singer (1982). En Sul & Park (1988), se optimiza el motor de inducción mediante una mezcla de la optimización por búsqueda y la optimización por modelo. Mediante un algoritmo automático el motor se hace trabajar en distintos puntos de trabajo y para cada uno de ellos se almacena en una tabla el valor de deslizamiento que hace mínimas las pérdidas. Luego, en funcionamiento normal, de la tabla así generada se obtiene (mediante un algoritmo de interpolación) la frecuencia óptima a aplicar al motor dependiendo del punto de trabajo. En Famouri & Cathey (1991), y basándose en el circuito de la Fig. 2.7, se presenta el valor de la tensión v_s de alimentación del motor que, para un punto de trabajo dado, hay que suministrar para obtener pérdidas eléctricas mínimas. En Slemon (1989), además del modelo de la Fig. 2.7 se propone el denominado esquema en Γ , en el que X_{sd} se elimina y X_{rd} y L_m toman valores modificados para que la equivalencia sea total con el esquema de la Fig. 2.7. En el capítulo 5 de Lipo (1996), se presenta un estudio detallado de las pérdidas eléctricas en máquinas de inducción y se propone un modelo bastante complejo, que en su versión más sencilla añade al de la Fig. 2.7 una resistencia en paralelo con v_s entre R_s y X_{sd} que modela las pérdidas en los dientes de estator y una resistencia en serie con X_{sd} que modela las pérdidas adicionales proporcionales a la carga.

2.5.3 Motor síncrono de reluctancia

Para la optimización de pérdidas en estos motores se han utilizado en la literatura dos modelos de pérdidas en el hierro distintos —en todos los casos el eje d se ha tomado en la dirección de mínima reluctancia (máxima inductancia)—. En Senjyu *et al.* (1998), se utiliza el modelo serie presentado en Uezato *et al.* (1994) —utilizado allí como refinamiento en la estimación del par—. Se considera que las pérdidas en el hierro son proporcionales al cuadrado de la intensidad de entrada —al igual que sucede con las pérdidas óhmicas—:

$$P_e = R_s \cdot (i_d^2 + i_q^2) + R_m \cdot (i_d^2 + i_q^2) \quad (2.39)$$

donde: R_m = resistencia equivalente serie de pérdidas en el hierro.

Según Senjyu *et al.* (1998), la estrategia de optimización que se obtiene es la conocida para el motor de inducción como *máximo par por amperio*, que minimiza la corriente de entrada —y por tanto las pérdidas óhmicas del estator— y en la que $i_d = i_q$. Esto es completamente lógico, ya que (2.39) considera las pérdidas en el hierro como una resistencia equivalente en serie con la resistencia propia del estator. Nótese que los autores han utili-

zado la misma resistencia equivalente de pérdidas en el hierro en eje d y en eje q , mientras que —como se demostrará en el apartado 2.7— es necesario utilizar resistencias equivalentes de distinto valor en cada eje para obtener resultados coherentes con el modelo paralelo habitual en la literatura. De hecho, en Senjyu *et al.* (1998), sólo se optimizan las pérdidas óhmicas —y no las pérdidas eléctricas totales como se indica en el artículo—, y la introducción de R_m sólo permite estimar el par con mayor precisión al incorporar una fuente adicional de pérdidas que aproxima las pérdidas en el hierro. El esquema de optimización propuesto en Senjyu *et al.* (1998), se muestra en la Fig. 2.8, en el que las corrientes óptimas i_d^* e i_q^* son iguales, y P es el número de pares de polos. Los parámetros del motor se estiman, en tiempo real, mediante un estimador basado en un filtro de Kalman. La estabilidad del sistema no se discute.

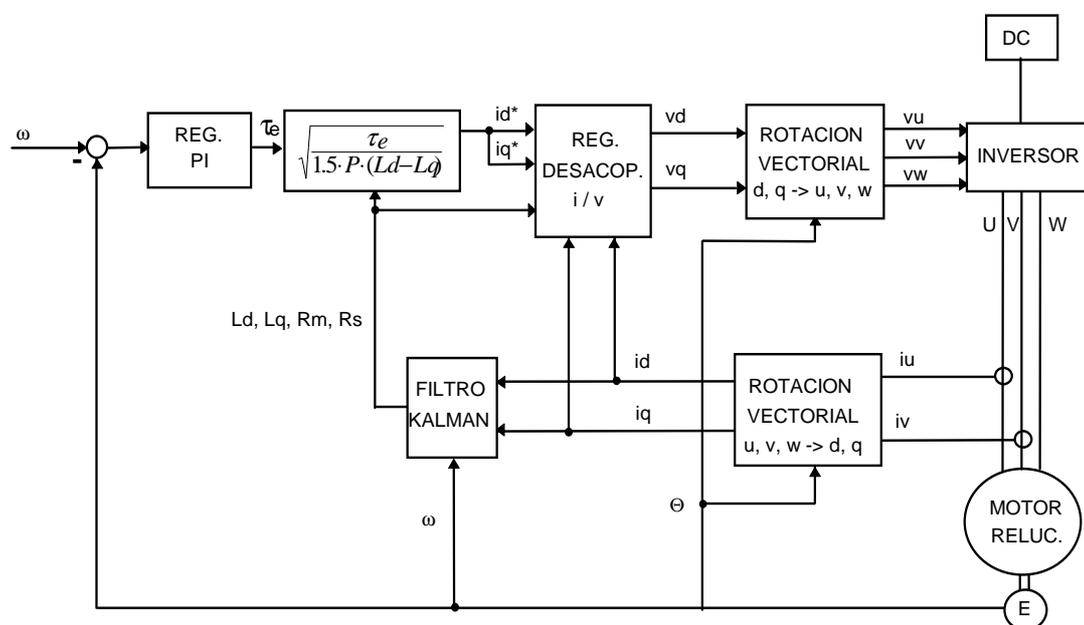


Fig. 2.8. Esquema de optimización de pérdidas para motor síncrono de reluctancia en Senjyu *et al.* (1998).

En Matsuo *et al.* (1997), se utiliza el modelo paralelo de la Fig. 2.9. En él, las pérdidas en el hierro son proporcionales a la tensión de entrehierro al cuadrado—. El valor de i_d óptima para minimizar las pérdidas según Matsuo *et al.* (1997) esⁱ:

ⁱ La notación utilizada en Matsuo *et al.* (1997), ha sido simplificada y adaptada a la usada en esta tesis doctoral, y la expresión se ha convertido a magnitudes unitarias.

$$id = \sqrt[4]{\frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{m^2}{(Ld - Lq)^2}} \quad (2.40)$$

donde el par se estima, sin considerar las pérdidas en el hierro, mediante:

$$m = (Ld - Lq) \cdot id \cdot iq \quad (2.41)$$

aunque finalmente, para la optimización, opta por un esquema basado en algoritmo de búsqueda.

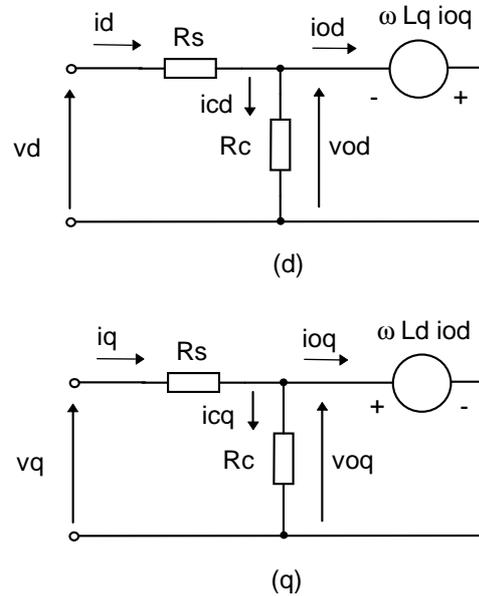


Fig. 2.9. Circuito equivalente de régimen permanente para la optimización de pérdidas en motores síncronos de reluctancia.

En Boldea *et al.* (1993), mediante el modelo de la Fig. 2.9, se estudia un generador síncrono de reluctancia ALA y se obtiene la expresión que relaciona id con iq para maximizar el rendimiento:

$$\frac{ioq}{iod} = \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}} \quad (2.42)$$

pero no se utiliza ni propone como estrategia de control, sino como estudio de la capacidad máxima de conversión de energía del citado generador.

El modelo de la Fig. 2.9 se utiliza en Xu & Yao (1992), y Fletcher *et al.* (1995), para mejorar la estimación de par teniendo en cuenta las pérdidas en el hierro, mientras que en Vagati *et al.* (1997), se propone un modelo dinámico basado en el de la Fig. 2.9, con unas resistencias adicionales en paralelo con las inductancias y el generador de cada eje, para incorporar pérdidas en transitorios. El modelo de Vagati *et al.* (1997), se reduce al de la Fig. 2.9 en régimen permanente.

2.5.4 Motor síncrono de imanes permanentes

La optimización de pérdidas fue presentada en Morimoto *et al.* (1994), utilizando el modelo de pérdidas de la Fig. 2.10.

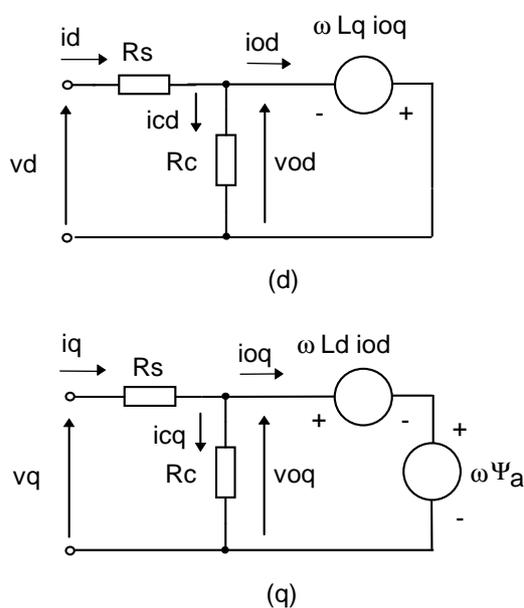


Fig. 2.10. Circuito equivalente en régimen permanente para motores síncronos de imanes permanentes en Morimoto *et al.* (1994).

La minimización de pérdidas en el caso de motores síncronos de imanes superficiales en Morimoto *et al.* (1994) — $L_d = L_q$ en la Fig. 2.10— se logra verificandoⁱ:

ⁱ La fórmula original tenía un error de transcripción. Faltaba un signo menos que ha sido añadido aquí.

$$iod = -\frac{\Psi a \cdot Ld \cdot (Rs + Rc) \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc^2 + Ld^2 \cdot (Rs + Rc) \cdot \omega^2} \quad (2.43)$$

La optimización en motores síncronos de imanes permanentes interiores se obtiene mediante una tabla calculada mediante simulaciones de ordenador previas, que contiene los coeficientes dependientes de la velocidad (la velocidad es la entrada a la tabla) de un polinomio de segundo orden en iq . Dicho polinomio permite estimar el valor óptimo de id de forma aproximada. El esquema de optimización propuesto se muestra en la Fig. 2.11. La estabilidad no se discute.

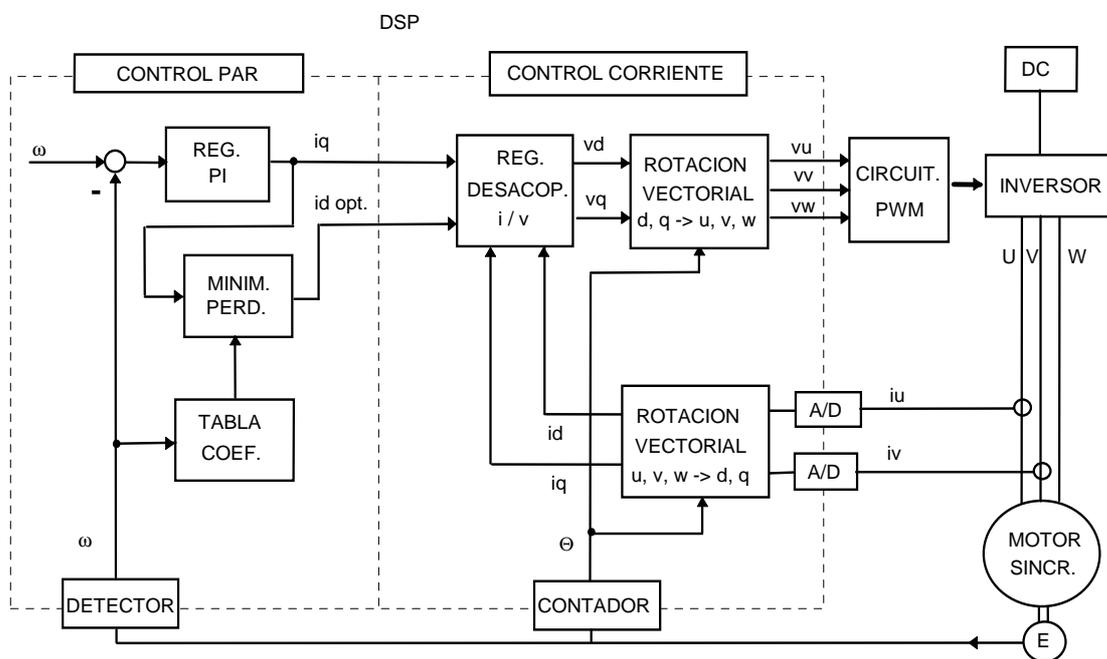


Fig. 2.11. Esquema de optimización de pérdidas para motor síncrono de imanes permanentes interiores en Morimoto et al. (1994).

En Jahns *et al.* (1986); Kim & Sul (1997); Grenier *et al.* (1997); Bosga & Zelaya (1999), sólo se optimizan las pérdidas óhmicas de motores síncronos de imanes permanentes interiores, utilizando como modelo de pérdidas el mostrado en la Fig. 2.10 sin Rc . En Jahns *et al.* (1986), se generan los valores de id e iq óptimas a partir de la solución de dos polinomios de cuarto orden que dependen del par de referencia. Dichos polinomios se resuelven previamente y sus soluciones se almacenan en tablas que se usan en tiempo real en un esquema sin realimentación. En Kim & Sul (1997), y Bosga & Zelaya (1999), el regulador de velocidad proporciona el valor del módulo del vector espacial de intensidad de en-

trada, i . De él se obtienen los valores de id e iq que hacen mínimas las pérdidas óhmicas mediante:

$$id = \frac{\Psi_a - \sqrt{\Psi_a^2 + 8 \cdot (Lq - Ld)^2 \cdot i^2}}{4 \cdot (Lq - Ld)} \quad (2.44)$$

$$iq = \text{signo}(i) \cdot \sqrt{i^2 - id^2}$$

Finalmente, en Grenier *et al.* (1997), se utiliza un control que obliga al vector espacial de intensidad de entrada, a seguir una trayectoria tal que, para el par de referencia, las pérdidas óhmicas sean mínimas, satisfaciendo la ecuación de Lagranje asociada. Es interesante destacar que no utiliza R_s para la optimización, sino sólo Ψ_a , L_d y L_q . La estabilidad y la respuesta deseada del sistema se analiza mediante linealización. Se usan reguladores lineales en el lazo de control de par y en el lazo de optimización de pérdidas que, al estar desacoplados, no interfieren entre sí. Todo el estudio está desarrollado en tiempo continuo.

2.6 Modelo generalizado de pérdidas

Resulta evidente que el circuito de la Fig. 2.9 es un caso particular del circuito de la Fig. 2.10 haciendo $\Psi_a = 0$. Ya que el motor síncrono de reluctancia y el motor síncrono de imanes permanentes superficiales pueden considerarse casos particulares del motor síncrono de imanes permanentes interiores, el circuito de la Fig. 2.10 se puede considerar como una generalización parcial aplicable al motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, así como al motor síncrono de reluctancia. Sin embargo, este modelo se puede modificar y generalizar para incorporar al motor de inducción y al motor de corriente continua.

2.6.1 motor de inducción

Del circuito de la Fig. 2.5 se deriva:

$$vq = iq \cdot R_s + \omega \cdot L_d \cdot iod - \omega_s \cdot L_d \cdot iod + ioq \cdot R_r \quad (2.45)$$

siendo ω_s la frecuencia de deslizamiento en *pu*. Si ω_m es la velocidad mecánica, y si en régimen permanente se puede suponer:

$$ioq = iq - icq \approx iq \quad (2.46)$$

$$\omega_m = \omega - \omega_s \approx \omega \quad (2.47)$$

entonces (2.45) se puede poner como:

$$v_q \approx i_q \cdot (R_s + R_r) + \omega \cdot L_d \cdot i_{oq} \quad (2.48)$$

La ecuación (2.48) se puede representar mediante el circuito (q) de la Fig. 2.12

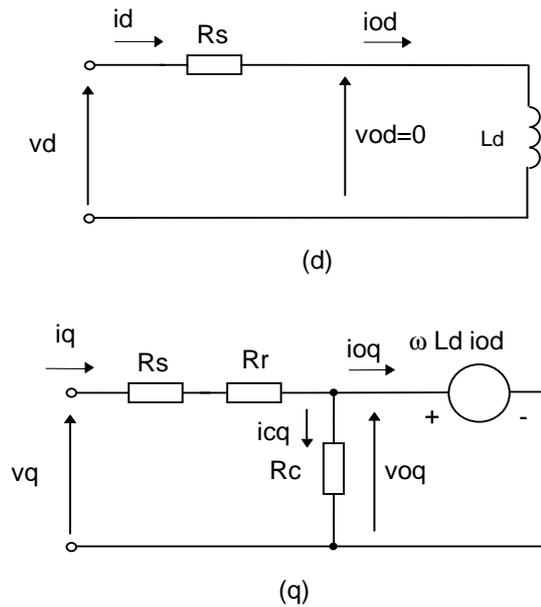


Fig. 2.12. Circuito equivalente de régimen permanente modificado para motor de inducción

Si se compara el circuito de la Fig. 2.5 con el circuito de la Fig. 2.12, se observa que el efecto resultante de la anterior manipulación, es colocar la resistencia R_r —que modela las pérdidas óhmicas y en el hierro del rotor— en serie con la resistencia equivalente de pérdidas óhmicas del estator en el circuito (q) del circuito equivalente, creando una asimetría entre las resistencias *serie* de los circuitos en eje d y q ⁱ. Por tanto, las pérdidas en el

ⁱ Las pérdidas en el hierro del rotor en régimen permanente podrían despreciarse frente al resto (véase, p. ej., Kioskeridis & Margaris, 1996). Sin embargo, se pueden tener en cuenta fácilmente considerándolas sumadas a las del cobre en el parámetro R_r , ya que las corrientes de circulación que generan las pérdidas en el cobre y en el hierro son producidas por el mismo fenómeno de inducción. De hecho, de los ensayos habituales para obtener R_r (norma UNE 60034-2), no se pueden separar unas

rotor se hacen proporcionales al cuadrado de la corriente de par. Esto es lógico si se observa el circuito monofásico equivalente clásico de régimen permanente de la Fig. 2.7. En él, la corriente de magnetización, im —que coincide con iod si se desprecia el flujo disperso del rotor—, no interviene en las pérdidas sobre Rr , mientras que la corriente de par, ir —que es la corriente de rotor vista desde el estator— es la que produce pérdidas sobre Rr .

Nótese, que el modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro de la Fig. 2.12 sólo es completamente equivalente al utilizado en la literatura, Fig. 2.5, bajo las aproximaciones (2.46) y (2.47). La aproximación (2.46) —que supone que la corriente equivalente de pérdidas en el hierro, icq , es mucho menor que la de par, ioq — puede perder validez a valores muy bajos de par (la corriente en eje q es muy pequeña) y tensión en eje q cercana a la nominal (velocidad y flujo altos). En ese caso icq puede ser del orden de iq . La aproximación (2.47) —que supone que en régimen permanente la frecuencia de deslizamiento es mucho menor que la frecuencia de alimentación— puede no ser cierta a muy bajas velocidades.

Sin embargo, para el análisis de pérdidas en el motor de inducción en esta tesis doctoral, el circuito de la Fig. 2.12, resulta siempre adecuado. Aunque el par fuera muy bajo y la tensión en eje q cercana a la nominal (en ese caso se tomaría $iq = ioq$ cometiendo un error relativo grande al despreciar icq), las pérdidas óhmicas se estimarían de forma razonable ya que éstas vendrían dadas fundamentalmente por id (que será elevada para que el flujo lo sea). En el caso de que, a muy baja velocidad, la frecuencia de deslizamiento sea comparable a la frecuencia de alimentación, el error aparece en el cálculo de la potencia en eje ya que, del circuito de la Fig. 2.12, ésta se calcula como la potencia absorbida por el generador presente en el eje q . La única precaución a adoptar, es calcular dicha potencia (para el cálculo del rendimiento) multiplicando el par por la velocidad mecánica (como en (2.76)) y no como la potencia absorbida por dicho generador. En cualquier caso, se han realizado simulaciones optimizando pérdidas utilizando el modelo *exacto* de la Fig. 2.5 y el modelo propuesto de la Fig. 2.12, y los resultados obtenidos son muy parecidos en ambos casos (véase apartado 3.5.1, Fig. 3.8).

Por otra parte, dado que las pérdidas en el rotor son directamente proporcionales al valor cuadrático de la frecuencia de deslizamiento, puede parecer extraño que en el esque-

pérdidas de otras. Por tanto, es habitual considerar a Rr modelando únicamente las pérdidas óhmicas en el rotor (aunque en realidad no sea así), y así se hará en esta tesis doctoral.

ma de la Fig. 2.12 ω_s no aparezca explícitamente. La respuesta es que, al ser $v_{oq} = 0$ (véase la Fig. 2.5), el valor de ω_s está de forma implícita incluido en la relación i_{oq} / i_{od} :

$$i_{oq} = \frac{\omega_s \cdot L_d \cdot i_{od}}{R_r} \quad (2.49)$$

El circuito de la Fig. 2.12 puede de nuevo transformarse en el mostrado en la Fig. 2.13 sin más que considerar en este último $L_q = 0$. Nótese la diferencia con los circuitos equivalentes en ejes $d-q$ habitualmente usados para modelar el motor de inducción, en los que L_d y L_q son iguales a la inductancia magnetizante.

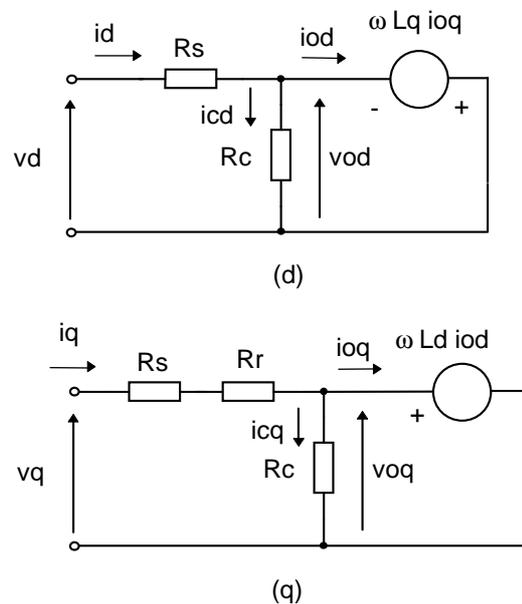


Fig. 2.13. Circuito equivalente en régimen permanente propuesto para motor de inducción, con $L_q = 0$.

Dos comentarios se pueden hacer sobre el modelo de la Fig. 2.13:

- Comparando los circuitos de la Fig. 2.9 y de la Fig. 2.13, el motor de inducción puede ser considerado, *en régimen permanente*, como un motor síncrono de reluctancia ideal pero con una fuente adicional de pérdidas, R_r .
- El circuito de la Fig. 2.13 no es totalmente consistente, incluso cuando la aproximación (2.47) es válida, si se calcula la potencia de entrada en eje q como el producto de la corriente i_q y la tensión v_q , ya que las pérdidas en el rotor se contabilizan dos veces:

$$\begin{aligned}
 vq \cdot iq &= iq \cdot (Rs + Rr) + ioq \cdot \omega \cdot Ld \cdot iod = iq \cdot (Rs + Rr) + ioq \cdot \omega_m \cdot Ld \cdot iod \\
 + ioq \cdot \omega_s \cdot Ld \cdot iod &= P_{q_{CU \text{ ESTATOR}}} + P_{ROTOR} + P_{MECANICA} + P_{ROTOR}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

Sin embargo, el circuito de la Fig. 2.13 es perfectamente válido y consistente para el cálculo de las magnitudes eléctricas incluyendo las pérdidas y el par, si éstas se calculan:

$$P_{cu} = id^2 \cdot Rs + iq^2 \cdot (Rs + Rr) \tag{2.51}$$

$$P_{fe} = \frac{vod^2 + voq^2}{Rc} = \frac{voq^2}{Rc} \tag{2.52}$$

$$P_{ENTRADA} = P_{cu} + P_{fe} + m \cdot \omega_m \tag{2.53}$$

ya que el cálculo de la potencia mecánica en (2.53) se hace como $m \cdot \omega_m$ y no como $m \cdot \omega$ como se hace implícitamente en (2.50).

2.6.2 motor de corriente continua

Es inmediato asimilar el circuito de la Fig. 2.3 al circuito desarrollado para la máquina de inducción presentado en la Fig. 2.13 sin más que considerando $Ld = Lf$, $Lq = 0$, $Rs = Rf$ y $Rr = Ra - Rf$. Sin embargo, como se comentó en 2.5.1, el modelo presentado en Kusko & Galler (1983), no incluía el efecto sobre el flujo de entrehierro de la corriente de inducido (modelado por La). El modelo de la Fig. 2.13 puede fácilmente incluir dicho efecto haciendo $Lq = La$.

No debe extrañar que los modelos del motor de corriente continua y del motor de inducción sean tan parecidos, ya que de hecho, el control vectorial en coordenadas de campo busca el control del motor de inducción de forma equivalente al control que se realiza sobre el motor de corriente continua (Leonhard, 1990). Sí es de destacar que, mientras en el motor de corriente continua la resistencia Ra es realmente la resistencia equivalente de pérdidas óhmicas del devanado de inducido, la resistencia *serie* equivalente $Rs + Rr$ en el eje q del esquema del motor de inducción es la suma de dos efectos de pérdidas diferentes que se producen en realidad en dos circuitos distintos.

2.6.3 Modelo generalizado de pérdidas para régimen permanente

El modelo de la Fig. 2.13 —que se ha visto sirve como representación de la máquina de corriente continua y de la máquina asíncrona en régimen permanente— y el modelo de la Fig. 2.10 —que, como se comentó al principio de este apartado, sirve para representar al motor síncrono de reluctancia, al motor síncrono de imanes permanentes superficiales e interiores, y al motor síncrono estándar con excitación constante— se pueden sintetizar en el modelo generalizado presentado en la Fig. 2.14.

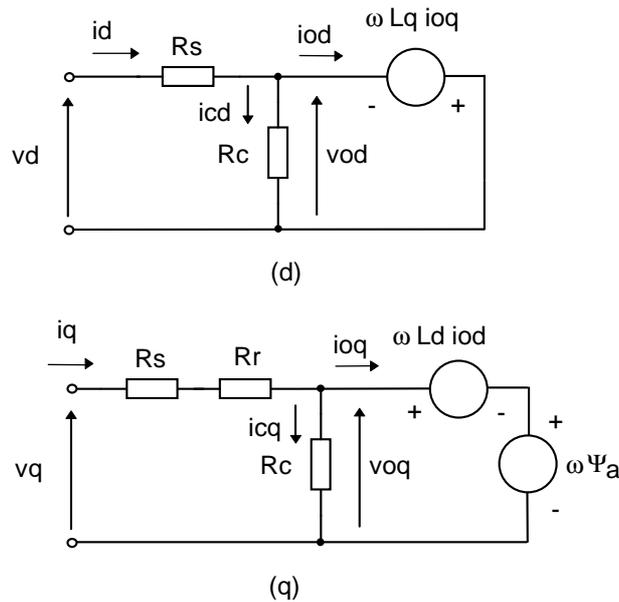


Fig. 2.14. Modelo generalizado en régimen permanente para motores eléctricos.

El modelo de la Fig. 2.14 se particulariza fácilmente a cualquier tipo de máquina mediante la Tabla 2.1 y la Tabla 2.2:

	IPI	IPS	MR	MI	CC
Ψ_a	Ψ_a	Ψ_a	0	0	0
R_s	R_s	R_s	R_s	R_s	R_f
R_r	0	0	0	R_r	R_a-R_f
R_c	R_c	R_c	R_c	R_c	R_c
L_d	L_d	L_m	L_d	L_m	L_f
L_q	L_q	L_m	L_q	0	L_a

Tabla 2.1. Asignación de parámetros para la particularización del modelo generalizado al motor síncrono de imanes permanentes interiores (IPI) y superficiales (IPS), motor síncrono de reluctancia (MR), motor de inducción (MI) y motor de corriente continua (CC).

IPI	IPS	MR	MI	CC
$\underline{\Psi}_a$	$\underline{\Psi}_a$	Mínima Reluctancia	Flujo Rotor	Flujo Excitación

Tabla 2.2. Asignación de la dirección del eje d del sistema de referencia asociado al modelo generalizado, para el motor síncrono de imanes permanentes interiores (IPI) y superficiales (IPS), motor síncrono de reluctancia (MR), motor de inducción (MI) y motor de corriente continua (CC).

Las ecuaciones eléctricas que relacionan las tensiones y corrientes de entrada vienen dadas por:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{A}{R_c}} \cdot \left\{ \begin{pmatrix} R_s + \left(1 + \frac{R_s}{R_c}\right) \cdot A & -\omega \cdot L_q \\ \omega \cdot L_d & R_s + R_r + \left(1 + \frac{R_s + R_r}{R_c}\right) \cdot A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot L_q \cdot \Psi_a}{R_c} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \right\} \quad (2.54)$$

donde:
$$A = \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc}$$

En la práctica, se puede suponer que en *pu* (véase Apéndice A):

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc^2} &\ll 1 \\ \frac{Rs + Rr}{Rc} &\ll 1 \end{aligned} \quad (2.55)$$

La aproximación $Rs + Rr + Rc \approx Rc$ es muy razonable, ya que en *pu* y a velocidad nominal $Rc = 200 \div 2000 (Rs + Rr)$. Sólo a muy baja velocidad Rc puede ser comparable a Rs o Rr (véase (2.69)); pero incluso en ese caso, la aproximación es buena porque los términos asociados a Rc aparecen siempre afectados por la velocidad, que al ser muy baja, reducen su peso considerablemente en las ecuaciones. En cuanto a la primera aproximación de (2.55), también es razonable en la práctica si tenemos en cuenta que $\omega = 0 \div 4$, $Rc_o = 10 \div 100$ (véase (2.69)), $Ld = 0.1 \div 3$, $Lq = 0.1 \div 3$. En general el máximo del producto Ld por Lq se da en los motores síncronos de imanes permanentes interiores con un par de reluctancia reducido (valores de Ld y Lq parecidos), y en ese caso no supera nunca 2. Entonces la ecuación (2.54) puede simplificarse a:

$$\begin{pmatrix} vd \\ vq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Rs + \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc} & -\omega \cdot Lq \\ \omega \cdot Ld & Rs + Rr + \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} id \\ iq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot Lq \cdot \Psi_a}{Rc} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

La relación entre tensiones y corrientes de entrehierro viene dada por:

$$\begin{pmatrix} vod \\ voq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \cdot Lq \\ \omega \cdot Ld & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} iod \\ ioq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

y la relación entre corrientes de entrada y de entrehierro es:

$$\begin{pmatrix} id \\ iq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\omega \cdot Lq}{Rc} \\ \frac{\omega \cdot Ld}{Rc} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} iod \\ ioq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\omega \cdot \Psi a}{Rc} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

El par viene dado por:

$$m = \Psi a \cdot ioq + (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq \quad (2.59)$$

y el cálculo de pérdidas es:

$$Pcu = Rs \cdot id^2 + (Rs + Rr) \cdot iq^2 \quad (2.60)$$

$$Pfe = \frac{vo^2}{Rc} = \frac{\omega^2 \cdot \Psi m^2}{Rc} = \frac{\omega^2}{Rc} \cdot \{(\Psi a + Ld \cdot iod)^2 + (Lq \cdot ioq)^2\} \quad (2.61)$$

siendo $\underline{\Psi m}$ el vector espacial flujo total de entrehierro:

$$\underline{\Psi m} = \underline{\Psi a} + \underline{\Psi o} \quad (2.62)$$

con $\underline{\Psi o}$:

$$\begin{aligned} \Psi od &= Ld \cdot iod \\ \Psi oq &= Lq \cdot ioq \end{aligned} \quad (2.63)$$

Las pérdidas eléctricas totales son:

$$Pe = Pcu + Pfe \quad (2.64)$$

En Boldea & Nasar (1987), se presentó un modelo generalizado muy detallado que incluye las pérdidas en el hierro y la saturación magnética, válido para análisis en régimen transitorio y régimen permanente. Dicho modelo es aplicable a motores síncronos, al motor de inducción y al motor de corriente continua. La principal diferencia con el modelo presentado en esta tesis doctoral es que, dada la complejidad del modelo de Boldea & Nasar (1987), está orientado a un uso como herramienta detallada y generalizada de simulación numérica (como los propios autores señalan), y no como modelo aplicar en un esquema de

control vectorial. Además, la manipulación matemática de dicho modelo sería muy complicada. A continuación se detallan algunas comparaciones del modelo de Boldea & Nasar (1987), en relación al modelo propuesto en esta tesis:

- En Boldea & Nasar (1987), el modelo generalizado posee cuatro circuitos en eje d y cinco en eje q , que pueden ligarse entre sí dependiendo del tipo de máquina, para dar lugar a las ecuaciones características habituales de cada motor. En régimen permanente dicho modelo da lugar a 9 ecuaciones independientes (8 si se considera flujo de excitación, Ψ_a , constante), que hay que utilizar si se pretende estudiar a todos los motores simultáneamente en un único modelo (al particularizar a un motor concreto se reducen a las típicas de cada motor). El modelo propuesto en esta tesis doctoral da lugar a 4 ecuaciones independientes (2 de malla para cada circuito en eje d y eje q).
- En Boldea & Nasar (1987), el par electromagnético viene dado por una única ecuación, que ha de ser seleccionada de entre dos, dependiendo de si se trata de un motor de corriente continua o de corriente alterna. En el modelo propuesto en esta tesis la ecuación de par es única, independientemente de que se trate de un motor de corriente continua o de corriente alterna.
- En Boldea & Nasar (1987), las pérdidas en el hierro son modeladas mediante 4 circuitos (cada uno con una resistencia de pérdidas): 2 para el rotor (un circuito en eje d y otro en eje q), y 2 para el estator (un circuito en eje d y otro en eje q). En el modelo propuesto en esta tesis las pérdidas en el hierro están modeladas mediante un único parámetroⁱ, R_c .

2.7 Equivalencia de los modelos de pérdidas en el hierro serie y paralelo

Aunque el modelo más común de pérdidas en el hierro propuesto en la literatura es de tipo paralelo —pérdidas proporcionales a la tensión de entrehierro al cuadrado—, algunos estudios han utilizado también un modelo de pérdidas serie (cfr. Uezato *et al.*, 1994;

ⁱ Como ya se ha comentado anteriormente, aunque R_r también modela las pérdidas en el hierro del rotor en el motor de inducción, se suelen suponer asociadas a las pérdidas óhmicas del rotor.

Senjyu *et al.*, 1998), en el que las pérdidas en el hierro son proporcionales a la corriente al cuadrado, de forma muy similar a las pérdidas óhmicas. Dado que la equivalencia entre ambos modelos no ha sido justificada hasta ahora, se presenta este apartado, que pretende clarificar hasta que punto ambos modelos son equivalentes.

Las pérdidas en el hierro se pueden estimar mediante (Fraile, 1992):

$$P_{fe} = K_h \cdot \omega \cdot \Psi_m^\alpha + K_f \cdot \omega^2 \cdot \Psi_m^2 \quad (2.65)$$

donde K_f y K_h son los coeficientes de proporcionalidad asociados a las pérdidas de Foucault e histéresis respectivamente. Es habitual, además, considerar $\alpha = 2$ (aunque $\alpha = 1.5 \div 2.5$, siendo típico 1.6 (Fraile, 1992)), en cuyo caso las pérdidas en el hierro se pueden estimar comoⁱ:

$$P_{fe} = (K_h \cdot \omega + K_f \cdot \omega^2) \cdot \Psi_m^2 \quad (2.66)$$

Teniendo en cuenta que, en régimen permanente:

$$v_o = \omega \cdot \Psi_m \quad (2.67)$$

las pérdidas en el hierro se pueden calcular mediante:

$$P_{fe} = \frac{v_o^2}{R_c} \quad (2.68)$$

donde R_c viene dada por:

$$R_c = \frac{1}{K_f + \frac{K_h}{\omega}} = R_{co} \cdot \frac{\frac{K_f}{K_h} + 1}{\frac{K_f}{K_h} + \frac{1}{\omega}} \quad (2.69)$$

ⁱ Cualquiera de los trabajos presentados en el estado del arte que utilice para modelar las pérdidas en el hierro una resistencia en paralelo con la tensión de entrada o entrehierro, está suponiendo explícita o implícitamente $\alpha = 2$.

y R_{co} es el valor estimado de R_c a $\omega = 1$.

Este tipo de modelo de pérdidas paralelo es el que se utiliza en esta tesis doctoral para el modelo generalizado, y aparece representado mediante R_c en la Fig. 2.14.

Dado que las pérdidas en el hierro dependen del flujo, (2.65), y que éste depende de la corriente equivalente de entrehierro:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Psi_a \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

parece razonable suponer que se pueda proponer un modelo en el que las pérdidas en el hierro sean proporcionales a la corriente de entrada. Suponiendo $i_{od} \approx i_d$ e $i_{oq} \approx i_q$, la ecuación (2.61) para el cálculo de P_{fe} puede ponerse:

$$\begin{aligned} P_{fe} &= \frac{\omega^2}{R_c} \cdot (L_d^2 \cdot i_d^2 + L_q^2 \cdot i_q^2 + \Psi_a^2 + 2 \cdot \Psi_a \cdot L_d \cdot i_d) \\ &= R_{m_d} \cdot i_d^2 + R_{m_q} \cdot i_q^2 + \Psi_a \cdot \frac{\omega^2}{R_c} \cdot (\Psi_a + 2 \cdot L_d \cdot i_d) \end{aligned} \quad (2.71)$$

donde:

$$\begin{aligned} R_{m_d} &= \frac{L_d^2 \cdot \omega^2}{R_c} \\ R_{m_q} &= \frac{L_q^2 \cdot \omega^2}{R_c} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Como puede observarse en (2.71), para que P_{fe} sea *exclusivamente* proporcional a las corrientes de entrada al cuadrado, es necesario que $\Psi_a = 0$. Por tanto, el modelo serie y el modelo paralelo no pueden ser equivalentes para el motor síncrono de imanes permanentes ni para el motor síncrono estándar con excitación constante. En el caso del motor de inducción, síncrono de reluctancia y corriente continua, (2.71) se puede poner:

$$\text{Si } \Psi_a = 0: \quad P_{fe} = R_{m_d} \cdot i_d^2 + R_{m_q} \cdot i_q^2 \quad (2.73)$$

estando R_{m_d} y R_{m_q} definidas por (2.72). El circuito equivalente correspondiente aparece

representado en la Fig. 2.15. Nótese que, en todo caso, Rm_d y Rm_q poseen siempre valores distintos.

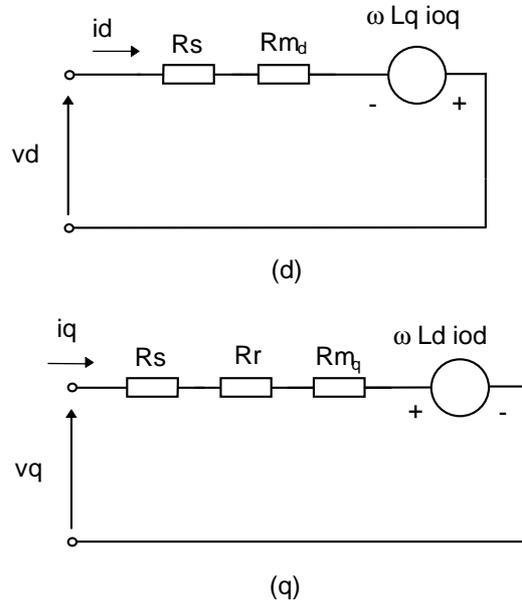


Fig. 2.15. Circuito equivalente de pérdidas serie, en régimen permanente, para motor de inducción, síncrono de reluctancia y corriente continua.

2.8 Sensibilidades del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas

En general, el rendimiento calculado con el modelo propuesto (que se supone el máximo posible si se aplica la estrategia de optimización de pérdidas), se alejará de valor real dependiendo de la exactitud de los parámetros estimados y de la incertidumbre de las medidas realizadas, que luego son utilizadas por el sistema de control para fijar las consignas de i_d e i_q . Con el estudio de sensibilidades se pretende estimar el efecto de estas incertidumbres.

Se define la sensibilidad relativa del rendimiento, η , con respecto al parámetro X como:

$$S(\eta, X) = \frac{\partial \eta}{\partial X} \cdot \frac{X}{\eta} \quad (2.74)$$

siendo X cualquier parámetro del modelo generalizado de la Fig. 2.14 — R_s , R_r , R_c , L_d , L_q ,

Ψa — o cualquier medida realizada por el sistema de control — id, iq, ω_m —:

$$X = \{Rs, Rr, Rc, Ld, Lq, \Psi a, id, iq, \omega_m\}$$

El coeficiente de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto al parámetro X , $S(\eta, X)$, se puede interpretar como la variación relativa del rendimiento en % ante una variación relativa del parámetro X en un 1%.

El rendimiento se define como:

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_e} \quad (2.75)$$

siendo:

$$\begin{aligned} P_{sal} &= m \cdot \omega_m \\ P_e &= P_{cu} + P_{fe} \end{aligned} \quad (2.76)$$

con m el par electromagnético dado por (2.59), P_{cu} y P_{fe} dadas por (2.60) y (2.61) respectivamente, y ω_m la velocidad mecánica del motor. Solamente para el motor de inducción la velocidad mecánica en pu , ω_m , no coincide con la frecuencia eléctrica en pu , ω , debido al deslizamiento (véase (2.47)). Esta diferencia es importante en el cálculo del rendimiento, ya que, en caso contrario, las pérdidas en el rotor también se contabilizarían dentro de la potencia de salidaⁱ.

Utilizando (2.75), (2.74) se puede poner:

$$S(\eta, X) = \frac{X}{P_{sal}} \cdot \left(\frac{\partial P_{sal}}{\partial X} \cdot (1 - \eta) - \frac{\partial P_e}{\partial X} \cdot \eta \right) \quad (2.77)$$

Es importante destacar que el sistema bajo estudio no es el sistema de control sino el

ⁱ Ya que si la potencia de salida en el motor de inducción se calcula como $P_{sal} = m \cdot \omega$, entonces $P_{sal} = m \cdot \omega = m \cdot \omega_m + m \cdot \omega_s = \text{potencia en eje} + \text{potencia pérdidas rotor}$.

motor, de tal forma que i_d e i_q son las entradas (fijadas por el sistema de control) y el rendimiento la salida. Por ejemplo, en el cálculo de $\partial i_{oq}/\partial L_d$ que aparece en un paso intermedio del cálculo de la sensibilidad relativa de η con respecto a L_d , dicha derivada no tiene relación con la posible dependencia de L_d con i_{oq} (que sería cero al considerarse en esta tesis doctoral que las inductancias sólo dependen de sus respectivas corrientes de eje), sino con el hecho de que una estimación errónea del valor de L_d provoca una estimación errónea de i_{oq} afectando al par electromagnético y al rendimiento, ya que, una vez fijadas i_d e i_q , el valor real de i_{oq} depende del valor real de L_d como se aprecia a continuación:

$$\begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\omega \cdot L_q}{R_c} \\ -\frac{\omega \cdot L_d}{R_c} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q - \frac{\omega \cdot \Psi_a}{R_c} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

Mediante (2.77) y (2.76) junto con (2.59), (2.60) y (2.61), y teniendo en cuenta las simplificaciones prácticas dadas en (2.55), se obtienen las sensibilidades relativas con respecto a cada parámetro, sin más que sustituir las siguientes expresiones en (2.77):

R_s :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{sal}}{\partial R_s} &= 0 \\ \frac{\partial P_e}{\partial R_s} &= i_d^2 + i_q^2 \end{aligned} \quad (2.79)$$

R_r :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{sal}}{\partial R_r} &= 0 \\ \frac{\partial P_e}{\partial R_r} &= i_q^2 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Rc:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{sal}}{\partial Rc} &= \frac{\omega_m \cdot \omega}{Rc^2} \cdot \left\{ (Ld - Lq) \cdot Lq \cdot \left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \Psi a}{Rc} - iq \right) \cdot ioq + \right. \\
 &\quad \left. + (Ld \cdot id + \Psi a) \cdot (\Psi a + (Ld - Lq) \cdot iod) \right\} \\
 \frac{\partial Pe}{\partial Rc} &= \frac{\omega^2}{Rc^2} \cdot \left\{ Ld^2 \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{\Psi a}{Ld} + iod \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \Psi a}{Rc} - iq \right) \cdot \frac{\omega \cdot Lq}{Rc} - \left(\frac{\Psi a}{Ld} + iod \right)^2 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + Lq^2 \cdot \left(2 \cdot ioq \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot (Ld \cdot id + \Psi a) - ioq^2 \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Ld:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{sal}}{\partial Ld} &= \omega_m \cdot \left\{ iod \cdot ioq - ((Ld - Lq) \cdot iod + \Psi a) \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot id \right\} \\
 \frac{\partial Pe}{\partial Ld} &= \frac{2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left\{ (\Psi a + Ld \cdot iod) \cdot iod - \frac{\omega \cdot Lq^2}{Rc} \cdot id \cdot ioq \right\}
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

Lq:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{sal}}{\partial Lq} &= \omega_m \cdot \left\{ -iod \cdot ioq + (Ld - Lq) \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot \left(iq - \frac{\omega \cdot \Psi a}{Rc} \right) \cdot ioq \right\} \\
 \frac{\partial Pe}{\partial Lq} &= \frac{2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left\{ Ld \cdot (\Psi a + Ld \cdot iod) \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot \left(iq - \frac{\omega \cdot \Psi a}{Rc} \right) + Lq \cdot ioq^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

Ψa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{sal}}{\partial \Psi a} &= -\frac{\omega_m \cdot \omega}{Rc} \cdot \left\{ (Ld - Lq) \cdot \left(iod + \frac{\omega \cdot Lq}{Rc} \cdot ioq \right) + \Psi a \right\} + \omega \cdot ioq \\
 \frac{\partial Pe}{\partial \Psi a} &= -\frac{2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left\{ Ld^2 \cdot \left(\frac{\Psi a}{Ld} + iod \right) \cdot \left(\frac{\omega^2 \cdot Lq}{Rc^2} - \frac{1}{Ld} \right) + Lq^2 \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot ioq \right\}
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

id:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sal}}{\partial id} &= \omega_m \cdot \left\{ (Ld - Lq) \cdot \left(ioq - \frac{\omega \cdot Ld}{Rc} \cdot iod \right) - \Psi_a \cdot \frac{\omega \cdot Ld}{Rc} \right\} \\ \frac{\partial Pe}{\partial id} &= 2 \cdot Rs \cdot id + \frac{2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left\{ Ld^2 \cdot \left(\frac{\Psi_a}{Ld} + iod \right) - Lq^2 \cdot Ld \cdot \frac{\omega}{Rc} \cdot ioq \right\}\end{aligned}\quad (2.85)$$

iq:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sal}}{\partial iq} &= \omega_m \cdot \left\{ (Ld - Lq) \cdot \left(iod + \frac{\omega \cdot Lq}{Rc} \cdot ioq \right) + \Psi_a \right\} \\ \frac{\partial Pe}{\partial iq} &= 2 \cdot (Rs + Rr) \cdot iq + \frac{2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left\{ Ld^2 \cdot \left(\frac{\Psi_a}{Ld} + iod \right) \cdot \frac{\omega \cdot Lq}{Rc} + Lq^2 \cdot ioq \right\}\end{aligned}\quad (2.86)$$

ω_m :

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sal}}{\partial \omega} &= m - \frac{\omega_m}{Rc} \cdot \left\{ (Ld - Lq) \cdot Lq \cdot \left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \Psi_a}{Rc} - iq \right) \cdot ioq + \right. \\ &\quad \left. + (Ld \cdot id + \Psi_a) \cdot (\Psi_a + (Ld - Lq) \cdot iod) \cdot iod \right\} \\ \frac{\partial Pe}{\partial \omega} &= \frac{2 \cdot \omega}{Rc} \cdot \left\{ Ld^2 \cdot \left(\left(\frac{\Psi_a}{Ld} + iod \right) + \frac{\omega \cdot Lq}{Rc^2} \cdot (Rc \cdot iq - 2 \cdot \omega \cdot \Psi_a) \right) \cdot \left(\frac{\Psi_a}{Ld} + iod \right) + \right. \\ &\quad \left. + Lq^2 \cdot \left(ioq - \frac{\omega}{Rc} \cdot (Ld \cdot id + \Psi_a) \right) \cdot ioq \right\}\end{aligned}\quad (2.87)$$

Si se particularizan las sensibilidades anteriores para el motor de inducción, éstas coinciden con las expresiones presentadas en García *et al.* (1994) si $Rs + Rr + Rc \approx Rc$, único trabajo en el que han calculado algebraicamente las sensibilidades correspondientes a Rs , Rc , Rr y Ld (no se incluyen las sensibilidades con respecto a las medidas).

Dada la complejidad de las expresiones anteriores, los análisis de sensibilidad se realizarán en los siguientes capítulos de esta tesis doctoral para cada motor concreto.

Capítulo 3

Optimización de pérdidas considerando saturación magnética

3.1 Introducción

Como se comentó en la introducción del capítulo anterior, la minimización de pérdidas en la literatura se ha abordado de forma particular para cada tipo de motor. En este capítulo se propondrá una expresión algebraica de optimización para control vectorial aplicable al modelo general desarrollado en el capítulo anterior, y por lo tanto, aplicable a todos los motores que incluye: (a) motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, (b) motor síncrono de reluctancia, (c) motor síncrono con excitación constante, (d) motor de inducción y (e) motor de corriente continua.

Esta generalización muestra que la estructura de pérdidas en todos estos motores sigue un patrón común y permite extraer conclusiones de carácter general para todos los motores. Además, facilita la comparación desde el punto de vista de la eficiencia de todos ellos. Por otro lado las soluciones obtenidas cuando la expresión aquí deducida se aplica a una máquina particular coinciden con las soluciones presentadas hasta ahora en la literatura.

La saturación del hierro —que sólo había sido incluida en la literatura consultada para el motor de corriente continua—, ha sido incorporada aquí en la expresión para la minimización de pérdidas. Algunos autores, como Kusko & Galler (1983), para el motor de corriente continua y de inducción, y Kirschen *et al.* (1984), para el motor de inducción, han comparado ciertos aspectos de la optimización de pérdidas con modelo lineal y modelo saturado del motor. Ambos trabajos coinciden en la extrema dificultad de incluir dicho efecto en el caso del motor de inducción en aplicaciones en tiempo real. Sin embargo, con el nuevo enfoque adoptado en esta tesis doctoral, su inclusión es sencilla y directa.

En el apartado 3.2 se demuestra la existencia y unicidad de la solución para la minimización de las pérdidas eléctricas. En anteriores trabajos sólo había sido indicada para casos muy concretos mediante simulación.

En el apartado 3.3 se estudia el efecto que, sobre el óptimo, tienen los límites de corriente y tensión/flujo del motor.

En el apartado 3.4 se obtiene la expresión generalizada para la optimización de pérdidas, en la que se incluye el tratamiento de la saturación magnética.

En el apartado 3.5 se discute la precisión de los resultados obtenidos y se presentan algunas simulaciones relativas a este punto.

En el apartado 3.6 se particulariza la expresión desarrollada en el apartado 3.4 a los motores incluidos en el modelo generalizado, y se comparan las soluciones obtenidas con las presentadas previamente en la literatura.

En el apartado 3.7, se presenta ciertas características y propiedades comunes a los motores estudiados, como por ejemplo, la independencia del rendimiento máximo del par electromagnético, en el motor síncrono de reluctancia, motor de inducción y motor de corriente continua.

El estudio presentado, como en el resto de la tesis doctoral, se realiza en magnitudes unitarias, definidas en el Capítulo 2.

3.2 Existencia y unicidad de solución

El problema planteado es la minimización de las pérdidas eléctricas —suma de las pérdidas óhmicas y en el hierro— (2.64), que se repite aquí por comodidad:

$$P_e = P_{cu} + P_{fe} \quad (3.1)$$

con la restricción de par, (2.59). Suponiendo $i_d \approx i_{od}$ e $i_q \approx i_{oq}$ en (2.60), despejando i_{oq} de (2.59) y sustituyéndola en (2.60) y (2.61), las pérdidas óhmicas y en el hierro se pueden poner:

$$P_{cu} = R_s \cdot i_{od}^2 + (R_s + R_r) \cdot \left(\frac{m}{\Psi_a + (L_d - L_q) \cdot i_{od}} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$P_{fe} = \frac{\omega^2}{R_c} \cdot \left\{ (\Psi_a + L_d \cdot i_{od})^2 + L_q^2 \cdot \left(\frac{m}{\Psi_a + (L_d - L_q) \cdot i_{od}} \right)^2 \right\} \quad (3.3)$$

donde:

$L_d, L_q, \Psi_a, R_s, R_r, R_c$ son parámetros independientes de i_{od} ⁱ. Todos $\in \mathfrak{R}^+$ (> 0).

m, ω son parámetros independientes de i_{od} . Ambos $\in \mathfrak{R}$.

i_{od} es la variable independiente definida en el intervalo S :

$$S = \begin{cases} \left(-\infty, \frac{\Psi_a}{L_q - L_d} \right) & \text{si } L_d < L_q \\ \left(-\frac{\Psi_a}{L_d - L_q}, \infty \right) & \text{si } L_d \geq L_q \end{cases} \quad (3.4)$$

Por tanto, de (3.1), (3.2) y (3.3) se deduce:

$$P_e = f(i_{od}) \quad (3.5)$$

Entonces, se pretende demostrar que, si se desprecia la saturación magnética, a un par, m , y frecuencia de alimentación, ω , dados, P_e alcanza un mínimo y éste es único, para un cierto valor de i_{od} en S , estimando las pérdidas del motor mediante (3.1), (3.2) y (3.3).

De (3.1):

$$\frac{\partial P_e}{\partial i_{od}} = \frac{\partial P_{cu}}{\partial i_{od}} + \frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial^2 P_e}{\partial i_{od}^2} = \frac{\partial^2 P_{cu}}{\partial i_{od}^2} + \frac{\partial^2 P_{fe}}{\partial i_{od}^2} \quad (3.7)$$

ⁱ En esta demostración no se considera la saturación magnética.

De (3.2) y (3.3):

$$\frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = 2 \cdot \left(R_s \cdot iod + (R_s + R_r) \cdot \frac{m^2 \cdot (Lq - Ld)}{(\Psi_a + (Ld - Lq) \cdot iod)^3} \right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cu}}{\partial iod^2} = 2 \cdot \left(R_s + (R_s + R_r) \cdot \frac{3 \cdot m^2 \cdot (Ld - Lq)^2}{(\Psi_a + (Ld - Lq) \cdot iod)^4} \right) > 0 \quad \forall iod \in S \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial P_{fe}}{\partial iod} = 2 \cdot \frac{Ld \cdot \omega^2}{R_c} \cdot \left(\Psi_a + Ld \cdot iod + \frac{Ld \cdot Lq^2 \cdot m^2 \cdot (Ld - Lq)}{(\Psi_a + (Ld - Lq) \cdot iod)^3} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 P_{fe}}{\partial iod^2} = 2 \cdot \frac{Ld \cdot \omega^2}{R_c} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot Ld \cdot Lq^2 \cdot m^2 \cdot (Ld - Lq)^2}{(\Psi_a + (Ld - Lq) \cdot iod)^4} \right) > 0 \quad \forall iod \in S \quad (3.11)$$

Entonces:

a) Existe un único valor de iod en S en el que P_{cu} alcanza un mínimo, ya que:

a.1) Según el teorema de Bolzano (García-López *et al.*, 1994), existe al menos un punto en el que $\frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = 0$ en S , porque según (3.8):

- $\frac{\partial P_{cu}}{\partial iod}$ es continua en S .
- $\frac{\partial P_{cu}}{\partial iod}$ cambia de signo en S :

$$\text{si } Ld < Lq, \quad \lim_{iod \rightarrow -\infty} \frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = -\infty \quad ; \quad \lim_{iod \rightarrow \left(\frac{\Psi_a}{Lq-Ld}\right)^-} \frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = +\infty$$

$$\text{si } Ld \geq Lq, \quad \lim_{iod \rightarrow +\infty} \frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = +\infty \quad ; \quad \lim_{iod \rightarrow \left(\frac{\Psi_a}{Lq-Ld}\right)^+} \frac{\partial P_{cu}}{\partial iod} = -\infty$$

a.2) $\frac{\partial P_{cu}}{\partial iod}$ es estrictamente creciente en S según (3.9)

b) Existe un único valor de iod en S en el que P_{fe} alcanza un mínimo, ya que:

b.1) Según el teorema de Bolzano existe al menos un punto en el que $\frac{\partial P_{fe}}{\partial iod} = 0$ en

S , porque según (3.10):

- $\frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}}$ es continua en S .
- $\frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}}$ cambia de signo en S :

$$\begin{aligned} \text{si } Ld < Lq, \quad \lim_{i_{od} \rightarrow -\infty} \frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} = -\infty \quad ; \quad \lim_{i_{od} \rightarrow \left(\frac{\Psi_a}{Lq-Ld}\right)^-} \frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} = +\infty \\ \text{si } Ld \geq Lq, \quad \lim_{i_{od} \rightarrow +\infty} \frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} = +\infty \quad ; \quad \lim_{i_{od} \rightarrow \left(\frac{\Psi_a}{Lq-Ld}\right)^+} \frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} = -\infty \end{aligned}$$

b.2) $\frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}}$ es estrictamente creciente en S según (3.11)

De las conclusiones a) y b) anteriores, y teniendo en cuenta (3.6) y (3.7) se deduce que existe un único valor de i_{od} en S en el que Pe alcanza un mínimo, como se quería demostrar.

De todo lo anterior, además, se extraen dos importantes corolarios:

- I. $Pe(i_{od})$, $P_{cu}(i_{od})$, y $P_{fe}(i_{od})$ son continuas y estrictamente cóncavas.
- II. Teniendo en cuenta I, y como el mínimo de Pe verifica:

$$\frac{\partial Pe}{\partial i_{od}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial P_{cu}}{\partial i_{od}} = -\frac{\partial P_{fe}}{\partial i_{od}} \quad (3.12)$$

si se llama i_{od1} al valor de i_{od} que hace mínimas las pérdidas óhmicas, e i_{od2} al valor de i_{od} que hace mínimas las pérdidas en el hierro, entonces el valor de i_{od} que hace mínimas las pérdidas eléctricas, $i_{od_{opt}}$, cumple:

$$i_{od_{opt}} \in [\min\{i_{od1}, i_{od2}\}, \max\{i_{od1}, i_{od2}\}] \quad (3.13)$$

i.e., el valor de i_{od} que hace mínimas las pérdidas eléctricas, se encuentra (o es uno de ellos) entre los valores de i_{od} que minimizan las pérdidas óhmicas y en el hierro. Este hecho aparece ilustrado en la Fig. 3.1.

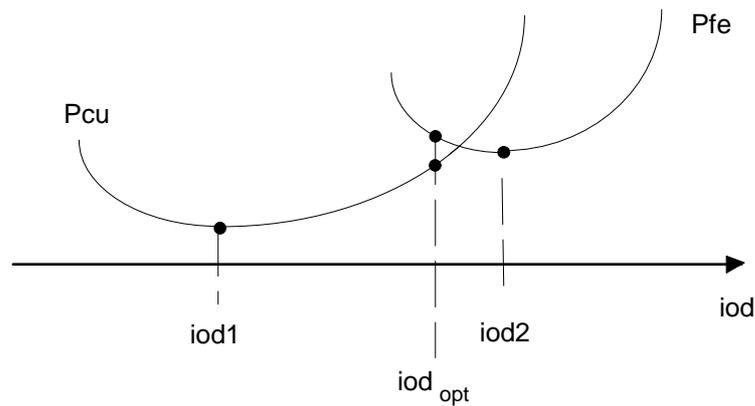


Fig. 3.1. Situación del mínimo en una función suma de dos funciones continuas estrictamente cóncavas.

3.3 Efecto de las limitaciones de intensidad y tensión/flujo

Es posible que, para un par y velocidad dados, debido a los límites de corriente y tensión/flujo del motor, el valor que puede tomar i_{od} dentro de S , esté restringido al intervalo $[i_{od_{inf}}, i_{od_{sup}}]$, y que el valor óptimo $i_{od_{opt}}$, quede fuera de dicho intervalo.

Debido a que $Pe(i_{od})$ es continua y estrictamente cóncava, se puede asegurar que cuanto más se aleje i_{od} del valor óptimo $i_{od_{opt}}$, tanto mayores serán las pérdidas. Por tanto, si $i_{od_{opt}} \notin [i_{od_{inf}}, i_{od_{sup}}]$, el valor de i_{od} que, dentro de la anterior restricción, proporciona mínimas pérdidas eléctricas es:

$$i_{od_{opt} \text{ restringido}} = \begin{cases} i_{od_{inf}} & \text{si } i_{od_{opt}} < i_{od_{inf}} \\ i_{od_{sup}} & \text{si } i_{od_{opt}} > i_{od_{sup}} \end{cases} \quad (3.14)$$

En la Fig. 3.2 se ilustra lo anterior con un ejemplo. Se ha representado para el motor síncrono de imanes permanentes de la Tabla 3.3 (página 79), el círculo unitario que marca el límite de intensidad, parte de la elipse que marca el límite de tensión a $\omega = 1.2 pu$, y la curva de par 75% del par nominal. Todo vector \underline{i}_{od} cuyo afijo se apoye en la curva de par representada, proporciona un par 75% del nominal. Sin embargo el límite de tensión limita dicha curva en el punto (a), mientras que el límite de intensidad, la limita en el (b), de tal forma que sólo son admisibles para producir el par requerido aquellos vectores espaciales \underline{i}_{od} cuyo afijo se apoye en la zona de la curva a trazo grueso. Supóngase ahora que, para dichas condiciones de trabajo ($\omega = 1.2$ y $m = 0.75$ mn), el vector espacial óptimo queda por encima del punto (a) (vector a trazos $\underline{i}_{od_{opt}1}$ en la Fig. 3.2). En ese caso, el vector espacial

que proporciona las mínimas pérdidas eléctricas dentro de los límites de funcionamiento, es el que se apoya precisamente en el punto (a). De igual forma, si el vector espacial óptimo queda por debajo del punto (b) (vector a trazos $i_{O_{opt}2}$ en la Fig. 3.2), el vector espacial que proporciona las mínimas pérdidas eléctricas dentro de los límites de funcionamiento, es el que se apoya en el punto (b).

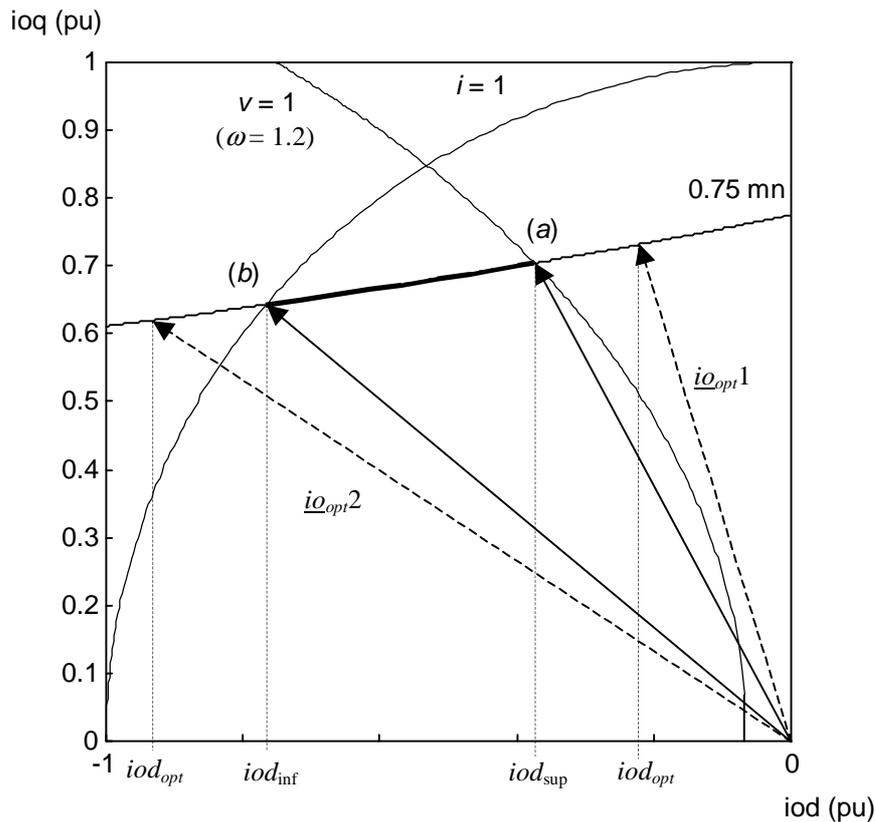


Fig. 3.2. Ejemplo del efecto de las limitaciones de intensidad y tensión/flujo sobre el óptimo.

3.4 Optimización de pérdidas considerando la saturación magnética

La minimización de las pérdidas eléctricas, Pe , sin considerar la saturación magnética, con la restricción de par, m , da origen a una ecuación polinómica de cuarto orden. La solución de dicha ecuación es practicable para el caso del motor de imanes permanentes superficiales (Morimoto *et al.*, 1994), el motor síncrono de reluctancia (Boldea *et al.*, 1993; Matsuo *et al.*, 1997) y el motor de inducción (Kirschen *et al.*, 1985; García *et al.*,

1994)ⁱ. En el caso de considerar la saturación magnética el problema es mucho más difícil de resolver. En algunos trabajos, como en Kusko & Galler (1983), y Kirschen *et al.* (1984), para el motor de inducción incluyendo saturación magnética, y Morimoto *et. al.* (1994), para el motor síncrono de imanes permanentes interiores, se considera inviable su solución en tiempo real y recurren a esquemas de búsqueda o a la utilización de tablas calculadas previamente.

La idea de la que parte el método propuesto en esta tesis doctoral, se basa en el corolario II del apartado 3.1, ecuación (3.13) e ilustrado en la Fig. 3.1. Si denominamos i_{od1} a la corriente óptima en eje d para obtener mínimas pérdidas óhmicas, e i_{od2} a la corriente óptima en eje d para obtener mínimas pérdidas en el hierro, entonces el valor óptimo de i_{od} que hace que las pérdidas eléctricas totales sean mínimas se puede escribir:

$$i_{od} = p_1 \cdot i_{od1} + (1 - p_1) \cdot i_{od2} \quad (3.15)$$

donde p_1 es un factor de ponderación de pérdidas, que verifica $p_1 \in [0, 1]$.

Como se puede demostrar fácilmente, el cálculo de los valores i_{od1} e i_{od2} que minimizan P_{cu} y P_{fe} de forma independiente, lleva a ecuaciones de la misma dificultad de resolución que la de minimización de P_e , por lo que su cálculo no simplifica el problema. Sin embargo, su estudio usando los vectores espaciales, permitirá resolver de una forma muy gráfica la relación existente entre i_{od} e i_{oq} para la optimización de las pérdidas óhmicas y en el hierro, y además incluir el efecto de la saturación magnética.

El cálculo del coeficiente de ponderación se simplificará suponiendo las pérdidas óhmicas y en el hierro como funciones cuadráticas de i_{od} . Como se demostrará en el apartado 3.5, los resultados obtenidos son bastante precisos, pese a ésta y otras simplificaciones que se irán comentando.

En cuanto a la saturación magnética, en general, el grado de saturación del hierro depende del valor del flujo neto de entrehierro. En este estudio se considerará la saturación de

ⁱ En Murphy & Honsinger (1982), se obtiene el valor de deslizamiento óptimo utilizando el esquema clásico de la Fig. 2.7.

forma independiente en los ejes d y q , de tal forma que el valor de las inductancias Ld y Lq sólo dependerán de las corrientes de sus propios ejes:

$$\begin{aligned} Ld &= f(id) \\ Lq &= f(iq) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Aunque la variación de Ld y Lq con las corrientes en eje d y q se tuviese en cuenta mediante tablas o estimadores en tiempo real —por ejemplo en la ecuación (2.37) propuesta en Garcia *et al.* (1994), que optimiza el motor inducción— el óptimo obtenido sería solamente aproximado, ya que dicho óptimo no sólo depende del valor real del par —y por tanto del valor real de las inductancias— sino también de la derivada de éstas con respecto a la corriente.

3.4.1 Pérdidas óhmicas

En el caso de los motores síncronos ($Rr = 0$), el valor de Pcu se hace mínimo si el módulo del vector espacial de intensidad \underline{i} lo es, ya que según (2.60) y con $Rr = 0$:

$$Rr = 0: \quad Pcu = Rs \cdot id^2 + Rs \cdot iq^2 = (id^2 + iq^2) \cdot Rs = i^2 \cdot Rs \quad (3.17)$$

Sin embargo, la ecuación general de pérdidas (2.60), al incorporar a Rr , introduce una asimetría en virtud de la cual, ya no es cierto que el valor de Pcu sea mínimo si i lo es.

Utilizando las aproximaciones:

$$\begin{aligned} iod &= id - icd \approx id \\ ioq &= iq - icq \approx iq \end{aligned} \quad (3.18)$$

la ecuación (2.60) se puede poner:

$$Pcu \approx Rs \cdot iod^2 + (Rs + Rr) \cdot ioq^2 = Rs \cdot \left(iod^2 + \left(1 + \frac{Rr}{Rs}\right) \cdot ioq^2 \right) \quad (3.19)$$

de la que se induce el siguiente cambio de variable:

$$ioq_T = ioq \cdot \sqrt{1 + \frac{Rr}{Rs}} \quad (3.20)$$

$$\underline{i}_T = iod + j \cdot ioq_T \quad (3.21)$$

En ese caso las ecuaciones (3.19) y (2.59) pasan a ser:

$$Pcu = (iod^2 + ioq_T^2) \cdot Rs = io_T^2 \cdot Rs \quad (3.22)$$

$$m \cdot \sqrt{1 + \frac{Rr}{Rs}} = m_T = \Psi a \cdot ioq_T + (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq_T \quad (3.23)$$

El mínimo de Pcu se alcanzará, según la ecuación (3.22), cuando el módulo del vector espacial de la intensidad de *entrehierro transformada* \underline{i}_T sea mínimoⁱ, satisfaciendo, además, el par requerido según (3.23). En la Fig. 3.3 se representado la curva que verifica (3.23) para un valor de par dado m_T (se ha tomado como ejemplo un motor síncrono de imanes permanentes interiores, pero es perfectamente aplicable a cualquier otro tipo de motor). Cualquier vector espacial \underline{i}_T cuyo afijo se apoye sobre dicha curva, proporcionará el citado par m_T . Sin embargo, aquel que sea perpendicular a la curva de par, además, tendrá módulo mínimo, i.e, hará que Pcu sea mínimo (vector en línea continua en la Fig. 3.3).

ⁱ Nótese que $\underline{i}_\omega = \underline{i}_T$ en el caso de motores síncronos, en los que $Rr = 0$.

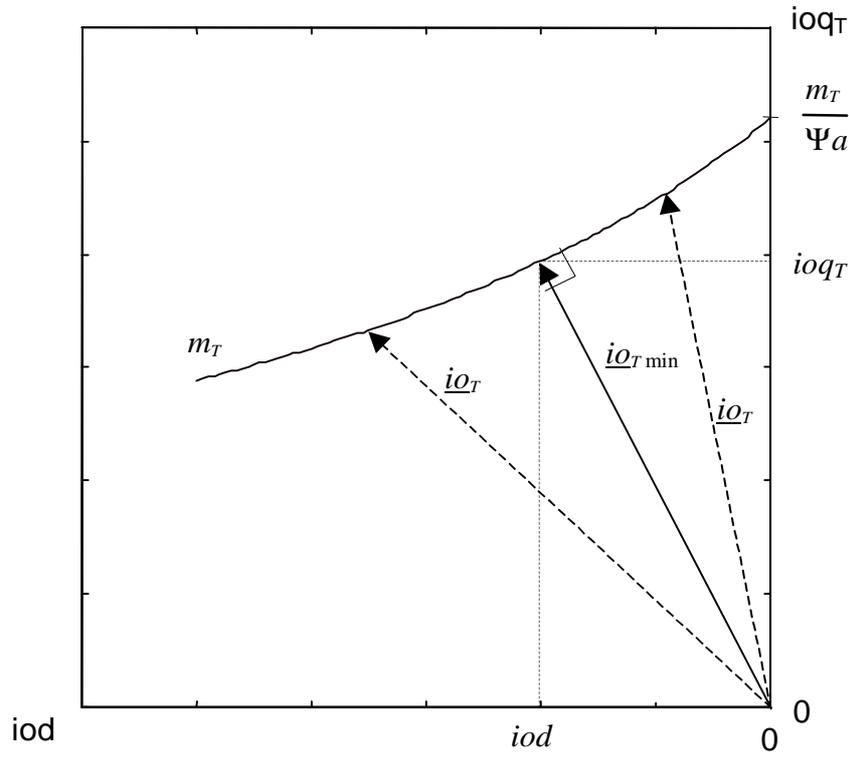


Fig. 3.3. Curva de par y vectores espaciales \underline{io}_T que generan dicho par, incluyendo aquel que produce mínimas pérdidas óhmicas.

Esta propiedad se puede expresar matemáticamente:

$$ioq_T = -\frac{1}{mm_1} \cdot iod \quad (3.24)$$

donde mm_1 representa la pendiente de la curva $ioq_T(iod)$ para un par, m_T , dado:

$$mm_1 \equiv \left. \frac{dioq_T}{diod} \right|_{m_T} \quad (3.25)$$

Diferenciando la ecuación (3.23) teniendo en cuenta (3.16) se obtiene:

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \frac{Rr}{Rs}} \cdot dm = ioq_T \cdot (Ld - Lq + \frac{\partial Ld}{\partial iod} \cdot iod) \cdot diod + \\ + \left\{ \Psi a + iod \cdot (Ld - Lq - \frac{\partial Lq}{\partial ioq_T} \cdot ioq_T) \right\} \cdot dioq_T \end{aligned} \quad (3.26)$$

y definiendo los coeficientes de sensibilidad relativa de Ld y Lq con respecto a las corrientes iod e ioq , respectivamente:

$$Sd = \frac{\partial Ld}{\partial iod} \cdot \frac{iod}{Ld} \quad ; \quad Sq = \frac{\partial Lq}{\partial ioq} \cdot \frac{ioq}{Lq} \quad (3.27)$$

y el valor de las inductancias modificadas Lds y Lqs ⁱ:

$$Lds = Ld \cdot (1 + Sd) \quad ; \quad Lqs = Lq \cdot (1 + Sq) \quad (3.28)$$

la ecuación (3.26) se puede poner como:

$$dm \cdot \sqrt{1 + \frac{Rr}{Rs}} = (\Psi a + (Ld - Lqs) \cdot iod) \cdot dioq_T + (Lds - Lq) \cdot ioq_T \cdot diod \quad (3.29)$$

Dado que $dm = 0$, y utilizando (3.29) y (3.23), la pendiente de la curva de par en el plano iod - ioq_T es:

$$mm_I \equiv \left. \frac{dioq_T}{diod} \right|_{m_T} = - \frac{(Lds - Lq) \cdot ioq_T}{\Psi a + (Ld - Lqs) \cdot iod} = - \frac{(Lds - Lq) \cdot ioq_T^2}{m_T \cdot Sm} \quad (3.30)$$

donde:

$$Sm = \frac{\partial m}{\partial ioq} \cdot \frac{ioq}{m} = \frac{\Psi a + (Ld - Lqs) \cdot iod}{\Psi a + (Ld - Lq) \cdot iod} \quad (3.31)$$

Aplicando (3.30) a la relación (3.24), despejando iod y deshaciendo el cambio de variable en ioq_T y m_T según (3.20) y (3.23) se obtiene finalmente:

$$iod = \left(1 + \frac{Rr}{Rs} \right) \cdot \frac{Lds - Lq}{m \cdot Sm} \cdot ioq^3 \quad (3.32)$$

ⁱ Lds y Lqs no son los valores de la inductancias saturadas, i.e., los valores reales para una intensidad dada, ya que dicho valor está representado por Ld y Lq que son funciones de iod e ioq respectivamente, ecuación (3.16). Lds y Lqs son dichos valores saturados más una proporción dada por sus sensibilidades relativas, que permitirán calcular el óptimo de pérdidas.

En el caso de no considerar saturación magnética, (3.32) pasa a ser:

$$iod = \left(1 + \frac{Rr}{Rs}\right) \cdot \frac{Ld - Lq}{m} \cdot ioq^3 \quad (3.33)$$

donde la ecuación (3.32)—ecuación (3.33) si no se considera la saturación magnética—proporciona el valor de iod para mínimas pérdidas óhmicas para un par m dado, estando fijada la intensidad ioq por el regulador de par o velocidad correspondiente dentro del esquema de control vectorial del motor. Es evidente que tanto (3.32) como (3.33) fijan una relación entre iod e ioq que no tiene porque proporcionar el par de régimen permanente requerido (típicamente el mismo que el par de carga). Es precisamente el regulador velocidad (directamente o a través de un regulador de par), el que impondrá esta condición, modificando ioq hasta que, verificando (3.32) o (3.33), el motor proporcione el par, m , necesario. Esto se discute en detalle en el Capítulo 4 de esta tesis.

3.4.2 Pérdidas en el hierro

De la ecuación de pérdidas en el hierro (2.61), se deduce que éstas son mínimas para aquel vector espacial de flujo total de entrehierro $\underline{\Psi}_m$, que, verificando la ecuación de par (2.59), posea módulo mínimo. Teniendo en cuenta la relación entre Ψ_{od} y Ψ_{oq} con iod e ioq según (2.63), de la ecuación de par (2.59) se puede poner:

$$m = \frac{1}{Lq} \cdot \Psi_a \cdot \Psi_{oq} + \left(\frac{1}{Lq} - \frac{1}{Ld}\right) \cdot \Psi_{od} \cdot \Psi_{oq} \quad (3.34)$$

La ecuación (3.34) aparece representada en la Fig. 3.4 para un par, m , dado; en la que se ha tomado como ejemplo un motor síncrono de imanes permanentes interiores, como en el caso de las pérdidas óhmicas. El vector espacial de flujo total de entrehierro, $\underline{\Psi}_m$ —teniendo en cuenta la definición de $\underline{\Psi}_m$ dada en (2.62)—, parte siempre del punto $(-\Psi_a, 0)$ en el plano Ψ_{od} - Ψ_{oq} . Cualquier vector espacial $\underline{\Psi}_m$ cuyo afijo se apoye sobre la curva de par, proporcionará el citado par, m . Sin embargo, aquel que sea perpendicular a la curva de par, además, tendrá módulo mínimo, i.e, hará que P_{fe} sea mínimo (vector en línea continua en la Fig. 3.4).

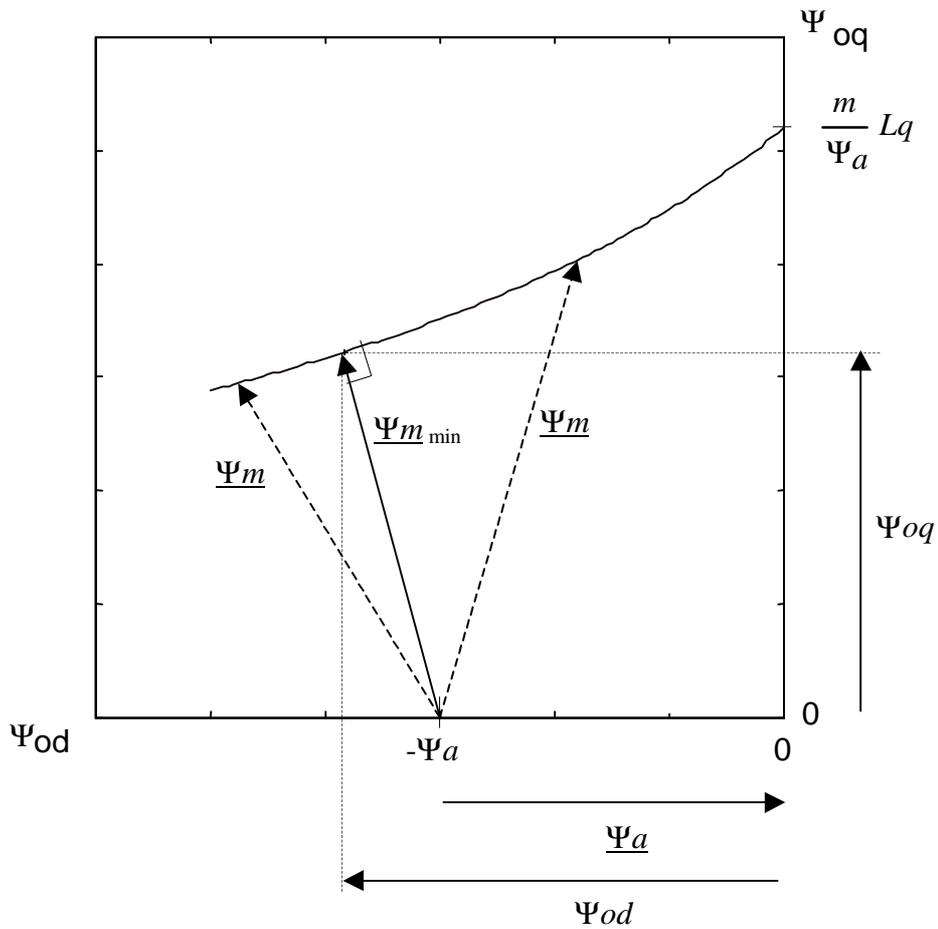


Fig. 3.4. Curva de par y vectores espaciales $\underline{\Psi}_m$ que generan dicho par, incluyendo aquel que produce mínimas pérdidas en el hierro.

Esta propiedad se puede expresar matemáticamente:

$$\Psi_{oq} = -\frac{1}{mm_{\psi}} \cdot (\Psi_{od} + \Psi_a) \tag{3.35}$$

El valor de mm_{ψ} se puede calcular como:

$$mm_{\psi} \equiv \left. \frac{d\Psi_{oq}}{d\Psi_{od}} \right|_m = \frac{d\Psi_{oq}}{dioq} \cdot \frac{diod}{d\Psi_{od}} \cdot \frac{dioq}{diod} \tag{3.36}$$

donde las derivadas se calculan teniendo en cuenta que $L_d = f(i_{od})$ y $L_q = f(i_{oq})$ según (3.16) y las definiciones de S_d , S_q , L_{ds} y L_{qs} según (3.27) y (3.28):

$$\Psi_{od} = Ld \cdot iod \Rightarrow \frac{\partial \Psi_{od}}{\partial iod} = Ld + \frac{\partial Ld}{\partial iod} \cdot iod = Lds \quad (3.37)$$

$$\Psi_{oq} = Lq \cdot ioq \Rightarrow \frac{\partial \Psi_{oq}}{\partial ioq} = Lq + \frac{\partial Lq}{\partial ioq} \cdot ioq = Lqs \quad (3.38)$$

por lo que mm_{Ψ} resulta ser:

$$mm_{\Psi} = \frac{Lqs}{Lds} \cdot \frac{m \cdot Sm}{(Lds - Lq) \cdot ioq^2} \quad (3.39)$$

Sustituyendo (3.39) en (3.35), y sustituyendo Ψ_{od} y Ψ_{oq} por sus relaciones en función de las corrientes según (2.63), se obtiene:

$$iod = -\frac{\Psi_a}{Ld} + \frac{Lds - Lq}{m \cdot Sm} \cdot \frac{Lq \cdot Lqs}{Ld \cdot Lds} \cdot ioq^3 \quad (3.40)$$

En el caso de no considerar saturación magnética, (3.40) pasa a ser:

$$iod = -\frac{\Psi_a}{Ld} + \frac{Ld - Lq}{m} \cdot \frac{Lq^2}{Ld^2} \cdot ioq^3 \quad (3.41)$$

donde la ecuación (3.40)—ecuación (3.41) si no se considera la saturación magnética—proporciona el valor de iod para mínimas pérdidas en el hierro para un par m dado, estando fijada la intensidad ioq por el regulador de par o velocidad correspondiente dentro del esquema de control vectorial del motor. Al igual que para la minimización de pérdidas en el cobre, la relación entre iod e ioq fijada por (3.40) o (3.41), no tiene porque proporcionar el par de régimen permanente requerido (típicamente el mismo que el par de carga). Como ya se comentó, es el regulador de velocidad (directamente o a través de un regulador de par), el que impondrá esta condición, modificando ioq hasta que, verificando (3.40) o (3.41), el motor proporcione el par, m , necesario. Esto se discute en detalle en el Capítulo 4 de esta tesis.

3.4.3 Factor de ponderación

Exclusivamente para el cálculo de p_1 , se supondrá que las pérdidas óhmicas y en el hierro son funciones cuadráticas de iod (esto se discute un poco más adelante):

$$\begin{aligned}
 P_{cu} &= a_{1c} \cdot iod^2 + b_1 \cdot iod + c_1 \\
 P_{fe} &= a_{2c} \cdot iod^2 + b_2 \cdot iod + c_2 \\
 P_e &= P_{cu} + P_{fe} = (a_{1c} + a_{2c}) \cdot iod^2 + (b_1 + b_2) \cdot iod + (c_1 + c_2)
 \end{aligned}
 \tag{3.42}$$

donde a_{1c} y a_{2c} no dependen de iod , aunque b_1 , b_2 , c_1 y c_2 pueden ser funciones de iod . Tanto P_{cu} , P_{fe} , como P_e tienen la misma estructura según (3.42), del tipo:

$$P = a_c \cdot iod^2 + b \cdot iod + c \tag{3.43}$$

donde el mínimo verifica:

$$2 \cdot a_c \cdot iod + \frac{\partial b}{\partial iod} \cdot iod + b + \frac{\partial c}{\partial iod} = 0 \tag{3.44}$$

o lo que es lo mismo:

$$iod = - \frac{b + \frac{\partial c}{\partial iod}}{2 \cdot a_c + \frac{\partial b}{\partial iod}} \tag{3.45}$$

Aplicando (3.45) a (3.42), el valor de iod para obtener mínimas pérdidas óhmicas, que se denominará $iod1'$; y el valor de iod para obtener mínimas pérdidas en el hierro, que se denominará $iod2'$, son:

$$\begin{aligned}
 \min P_{cu} : \quad iod1' &= - \frac{b_1 + \frac{\partial c_1}{\partial iod}}{2 \cdot a_{1c} + \frac{\partial b_1}{\partial iod}} \\
 \min P_{fe} : \quad iod2' &= - \frac{b_2 + \frac{\partial c_2}{\partial iod}}{2 \cdot a_{2c} + \frac{\partial b_2}{\partial iod}}
 \end{aligned}
 \tag{3.46}$$

mientras que el valor de iod para obtener mínimas pérdidas eléctricas, que se denominará iod' , es:

$$\min Pe: \quad iod' = - \frac{b1 + b2 + \frac{\partial(c1 + c2)}{\partial iod}}{2 \cdot (a1_c + a2_c) + \frac{\partial(b1 + b2)}{\partial iod}} \quad (3.47)$$

Es inmediato demostrar que si $p1$ se toma como:

$$p1 = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot a2_c + \frac{\partial b2}{\partial iod}}{2 \cdot a1_c + \frac{\partial b1}{\partial iod}}} \quad (3.48)$$

dicho valor verifica:

$$iod' = p1 \cdot iod1' + (1 - p1) \cdot iod2' \quad (3.49)$$

que tiene exactamente la misma forma que (3.15). Para obtener $p1$ según (3.48) es necesario determinar $a1_c$, $a2_c$, $b1$ y $b2$; y para ello es necesario poner Pcu y Pfe en función de iod (eliminado ioq). En primer lugar se sustituye id e iq por iod e ioq según (2.58) en Pcu dada por (2.60); para de esta forma obtener Pcu en función de iod e ioq y no de id e iq . En segundo lugar se sustituye ioq , tanto en la anterior expresión como en Pfe dada por (2.61), por el valor que se deriva de despejar ioq de (2.59). En este último caso, teniendo en cuenta que, según la Tabla 2.1, $Rr \cdot \Psi a = 0$. Finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned} Pcu = & \frac{Ld^2 \cdot \omega^2 \cdot (Rs + Rr) + Rc^2 \cdot Rs}{Rc^2} \cdot iod^2 + \frac{2 \cdot (Rs + Rr) \cdot \Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rc^2} \cdot iod + \\ & + \frac{\omega \cdot (\Psi a^2 \cdot \omega \cdot (Ld - Lq) \cdot (Rs + Rr) + 2 \cdot Rc \cdot m \cdot (Ld \cdot (Rs + Rr) - Lq \cdot Rs))}{Rc^2 \cdot (Ld - Lq)} + \\ & + \frac{m^2 \cdot (Lq^2 \cdot \omega^2 \cdot Rs + Rc^2 \cdot (Rs + Rr))}{Rc^2 \cdot (\Psi a + (Ld - Lq) \cdot iod)^2} \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} Pfe = & \frac{Ld^2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot iod^2 + \frac{2 \cdot \Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rc} \cdot iod + \frac{\Psi a^2 \cdot \omega^2}{Rc} + \\ & + \frac{m^2 \cdot Lq^2 \cdot \omega^2}{Rc \cdot (\Psi a + (Ld - Lq) \cdot iod)^2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

donde es inmediato comprobar que las anteriores expresiones siguen la siguiente estructura en iod :

$$\begin{aligned} P_{cu} &= a1_c \cdot iod^2 + b1 \cdot iod + c1 + \frac{d1}{(e1 + f1 \cdot iod)^2} \\ P_{fe} &= a2 \cdot iod^2 + b2 \cdot iod + c2 + \frac{d2}{(e2 + f2 \cdot iod)^2} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Comparando (3.52) con (3.42), se observa que los términos que se han despreciado en (3.42) son los términos finales de (3.52). Como se comprobará en el apartado 3.5, estas simplificaciones tienen poco efecto en la precisión del resultado final. Nótese, que deliberadamente, se ha escrito $a2$ en vez de $a2_c$ en P_{fe} de (3.52). Esto se explicará a continuación.

Asociando (3.50) y (3.51) con (3.42), y teniendo en cuenta las simplificaciones prácticas dadas en (2.55), se obtienen finalmente $a1_c$, $a2$, $b1$ y $b2$:

$$\begin{aligned} a1_c &= Rs \\ a2 &= \frac{\omega^2 \cdot Ld^2}{Rc} \\ b1 &= \frac{2 \cdot (Rs + Rr) \cdot \Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rc^2} \\ b2 &= \frac{2 \cdot \Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rc} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Según (3.53), $a2$ depende de Ld y por tanto de iod si la saturación magnética está presente. Es por este motivo por el que se ha utilizado $a2$ en vez de $a2_c$ en (3.52), ya que este último coeficiente se supuso independiente de iod en (3.42), condición necesaria para que (3.48) sea válida. No obstante, se puede calcular un valor constante, $a2_c$, que sustituya a $a2$ de tal forma que el valor óptimo de iod permanezca inalterado.

Supóngase una estructura cuadrática en la que los coeficientes a , b , c son funciones de iod :

$$P = a \cdot iod^2 + b \cdot iod + c \quad (3.54)$$

en ese caso el mínimo verifica:

$$\frac{\partial a}{\partial iod} \cdot iod^2 + \left(2 \cdot a + \frac{\partial b}{\partial iod} \right) \cdot iod + b + \frac{\partial c}{\partial iod} = 0 \quad (3.55)$$

Si se igualan (3.55) y (3.44) y se despeja a_c de (3.44), el valor obtenido es aquel que verifica que el mínimo de iod obtenido en (3.43) es el mismo que se obtendría en (3.54):

$$a_c = a + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial a}{\partial iod} \quad (3.56)$$

Aplicando (3.56) al valor de a_2 dado en (3.53), y teniendo en cuenta que $Ld = f(iod)$ según (3.16) y las definiciones de Sd , y Lds según (3.27) y (3.28), se obtiene:

$$\begin{aligned} a1_c &= Rs \\ a2_c &= \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lds}{Rc} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Teniendo en cuenta que, según (3.53) y (3.57), en la práctica:

$$\begin{aligned} 2 \cdot a1_c &\gg \frac{\partial b1}{\partial iod} \\ 2 \cdot a2_c &\gg \frac{\partial b2}{\partial iod} \end{aligned} \quad (3.58)$$

entonces de (3.48), $p1$ pasa a ser:

$$p1 = \frac{1}{1 + \frac{a2_c}{a1_c}} \quad (3.59)$$

Sustituyendo $a1_c$ y $a2_c$ según (3.57) en (3.59):

$$p1 = \frac{1}{1 + \frac{Ld \cdot Lds}{Rs \cdot Rc} \cdot \omega^2} = \frac{Rs \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \quad (3.60)$$

que en el caso de despreciar la saturación magnética:

$$p1 = \frac{1}{1 + \frac{Ld^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc}} = \frac{Rs \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + \omega^2 \cdot Ld^2} \quad (3.61)$$

3.4.4 Optimización de las pérdidas eléctricas totales

Sustituyendo el valor de $p1$ dado por (3.60), y los valores de $iod1$ e $iod2$ dados por (3.32) y (3.40) respectivamente, en la fórmula de ponderación (3.15), se obtiene finalmente el valor de iod óptima para mínimas pérdidas eléctricas incluyendo la saturación magnética:

$$iod = \frac{Lds - Lq}{m \cdot Sm} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 - \frac{\Psi a \cdot Lds \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \quad (3.62)$$

donde Sd y Sq son las sensibilidades relativas de Ld y Lq con respecto a las corrientes de sus respectivos ejes según (3.27); Lds y Lqs son las inductancias *modificadas* en ejes d y q según (3.28); y Sm es la sensibilidad del par a la saturación del hierro en eje q según (3.31).

La expresión anterior puede particularizarse para cada tipo de motor mediante la Tabla 2.1 (pág. 41). Una representación gráfica de la expresión (3.62) para la optimización de pérdidas se presenta en la Fig. 3.5.

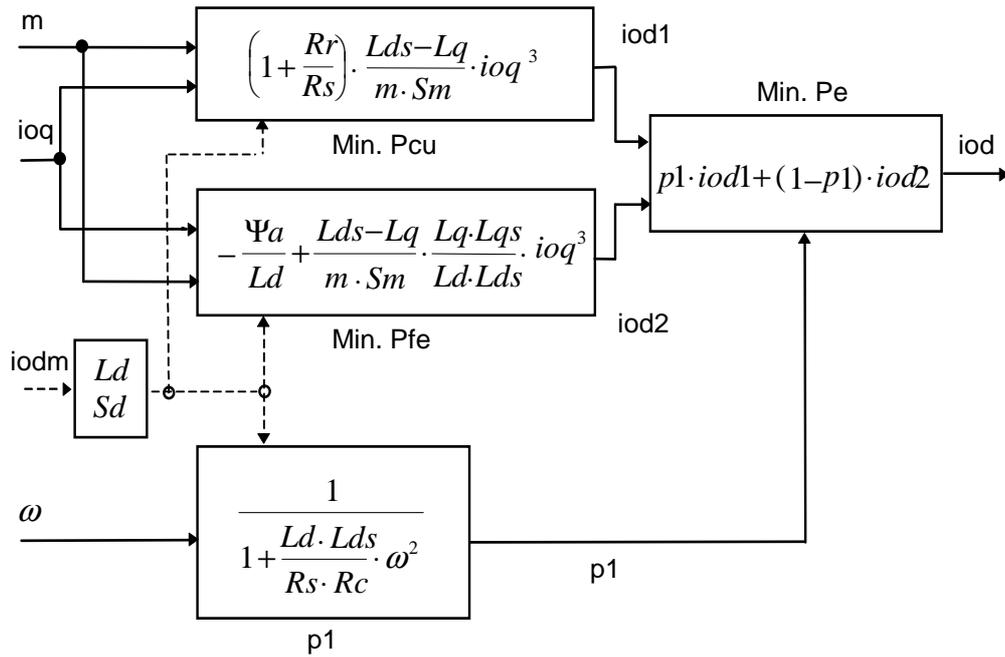


Fig. 3.5. Expresión generalizada para la optimización de pérdidas eléctricas incluyendo saturación magnética.

Uno de los problemas que plantea la ecuación (3.62) es el cálculo de Ld y Sd , que dependen del valor de iod que resulta de su aplicación. Una solución práctica a este problema es calcular dichos valores con el valor de iod medido en ese período de muestreo ($iodm$ en la Fig. 3.5), a través de una tabla o una función que aproxime sus valoresⁱ.

Si la saturación magnética no es significativa o no se desea tener en cuenta (entonces $Lds = Ld$, $Lqs = Lq$, $Sm = 1$), la ecuación (3.62) se reduce a:

$$iod = \frac{Ld - Lq}{m} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 - \frac{\Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \quad (3.63)$$

Una representación gráfica de la expresión (3.63) para la optimización de pérdidas sin considerar la saturación magnética se presenta en la Fig. 3.6.

ⁱ Otra posibilidad más sofisticada sería diseñar un estimador en tiempo real de ambos parámetros.

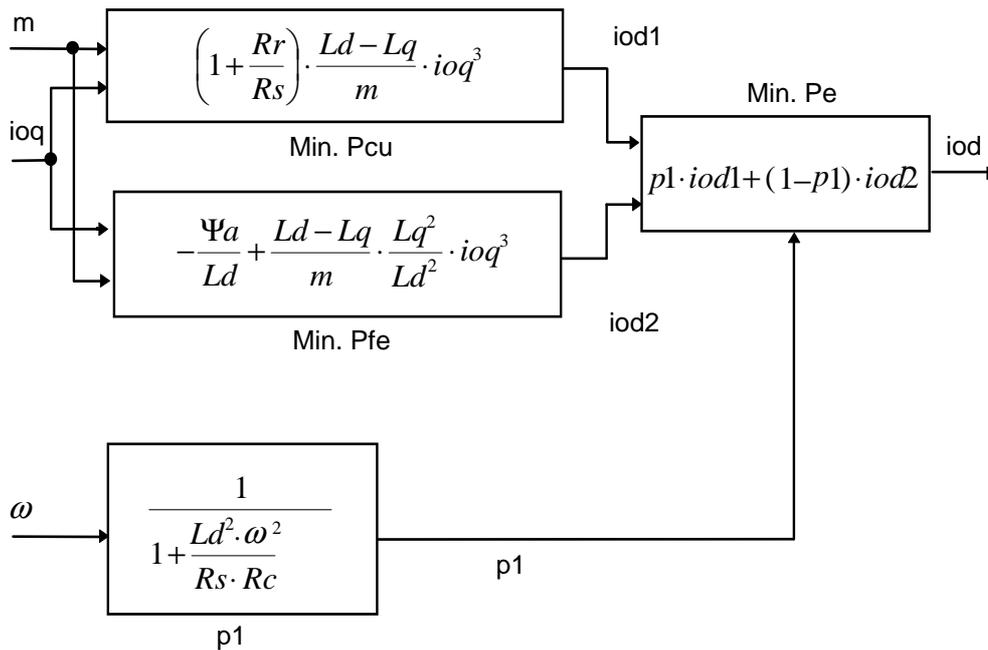


Fig. 3.6. Expresión generalizada para la optimización de pérdidas eléctricas sin considerar saturación magnética.

3.5 Naturaleza de las aproximaciones

Hasta la obtención de (3.62) se han realizado diversas aproximaciones y suposiciones que pueden hacer que dicha ecuación no sea lo suficientemente precisa o que sólo se pueda aplicar en un número restringido de casos. Como se demostrará a continuación, la ecuación (3.62) da la solución exacta si se admite como aproximación válida:

$$Rs + Rr + Rc \approx Rc \tag{3.64}$$

Dicha aproximación es en general muy razonable ya que en pu y a velocidad nominal, para el conjunto de todas las máquinas eléctricas estudiadas, $Rc = 200 \div 2000 (Rs + Rr)$. Sin embargo, y debido al efecto de las pérdidas por histéresis, a velocidades muy bajas Rc puede ser comparable a Rs y Rr (véase (2.69)), por lo que (3.64) podría no ser aplicable. No obstante, y como se verá en los ejemplos de los apartados 3.5.1 y 3.5.2, incluso para velocidades tan bajas como $\omega = 0.01 pu$ la aplicación de (3.62) (o (3.63)) proporciona resultados razonables.

Planteando el problema de la minimización de las pérdidas eléctricas mediante el método de los multiplicadores de Lagrange, la función a optimizar pasa a ser:

$$Pe_L = Pe(iod, ioq) + \lambda \cdot fm \quad (3.65)$$

donde Pe viene dada por (2.64) y λ es el multiplicador de Lagranje asociado a la ecuación de ligadura fm —que no es otra que la ecuación de par del modelo generalizado, (2.59)—:

$$fm \equiv -m + \Psi a \cdot ioq + (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq \quad (3.66)$$

Derivando (3.65) respecto a iod e ioq , y despejando y operando con λ , se obtiene la siguiente condición de optimalidad:

$$\frac{\partial Pe}{\partial iod} \cdot \frac{\partial fm}{\partial ioq} = \frac{\partial Pe}{\partial ioq} \cdot \frac{\partial fm}{\partial iod} \quad (3.67)$$

Las derivadas parciales se calculan a partir de (2.64), y las definiciones de Pfe , (2.61), y Pcu , (2.60) —en esta última sustituyendo id e iq por sus relaciones con iod e ioq dadas por (2.58)—. Agrupando en iod e ioq y teniendo en cuenta las definiciones de Sd , Sq , Lds y Lqs según (3.27) y (3.28), la ecuación (3.67) pasa a ser:

$$\begin{aligned} & iod^2 \cdot \{(Ld - Lqs) \cdot (Rs \cdot Rc^2 + Lds \cdot Ld \cdot \omega^2 \cdot (Rs + Rr + Rc))\} + \\ & iod \cdot \Psi a \cdot \{(Rs \cdot Rc^2 + Lds \cdot \omega^2 \cdot (Rs + Rr + Rc) \cdot (2 \cdot Ld - Lqs))\} + \\ & ioq^2 \cdot (Lq - Lds) \cdot \{Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2 \cdot (Rs + Rc) + Rc^2 \cdot (Rs + Rr)\} + \\ \rightarrow & ioq \cdot (\Psi a \cdot Rr \cdot Rc \cdot \omega \cdot Lq) + \\ \rightarrow & iod \cdot ioq \cdot \omega \cdot Rr \cdot Rc \cdot (Ld \cdot Lq - Lds \cdot Lqs) + \\ & \Psi a^2 \cdot Lds \cdot \omega^2 \cdot (Rs + Rr + Rc) = 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

Por otro lado, si en la ecuación (3.62) se sustituye m por la ecuación de par dada por (2.59) y Sm por (3.31), y se reagrupa la ecuación resultante en iod e ioq :

$$\begin{aligned} & iod^2 \cdot \{(Ld - Lqs) \cdot (Rs \cdot Rc + Lds \cdot Ld \cdot \omega^2)\} + \\ & iod \cdot \Psi a \cdot \{(Rs \cdot Rc + Lds \cdot \omega^2 \cdot (2 \cdot Ld - Lqs))\} + \\ & ioq^2 \cdot (Lq - Lds) \cdot \{Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2 + Rc \cdot (Rs + Rr)\} + \\ & \Psi a^2 \cdot Lds \cdot \omega^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.69)$$

Como se puede apreciar, (3.68) se reduce a (3.69) sin más que aplicar la aproximación (3.64), y teniendo en cuenta que los términos asociados a ioq y a $iod \cdot ioq$ en (3.68)

(marcados con flechas en (3.68)), son siempre cero ya que según la Tabla 2.1 (pág. 41), $R_r \cdot \Psi_a = 0$; y además, o bien $R_r = 0$ cuando $L_q \neq 0$, o bien $L_q = 0$ cuando $R_r \neq 0$ (véase Tabla 2.1). Sólo en el caso de que en la máquina de corriente continua se desee incorporar el efecto de la reacción de inducido ($R_r = R_a - R_f$, $L_q = L_a$ según la Tabla 2.1), el término asociado a $i_{od} \cdot i_{oq}$ no será cero en la medida en que la saturación esté presente ($L_d \cdot L_q - L_{ds} \cdot L_{qs}$ será tanto mayor cuanto mayor sea el efecto de la saturación), pero en general, será muy pequeño comparado con el resto.

Nótese que la expresión (3.62) deducida mediante la ponderación de óptimos, se podía haber deducido de la ecuación (3.68) haciendo los cambios de variable, simplificaciones y agrupamientos adecuados.

3.5.1 Comprobación numérica con saturación magnética: motor de inducción

Para comprobar numéricamente el resultado cuando la saturación magnética es apreciable, y a la vez verificar que el circuito equivalente de la Fig. 2.12 es válido para el cálculo de pérdidas, incluso a par bajo y flujo elevado o a muy baja velocidad, se han realizado simulaciones para el motor de inducción. La ecuación (3.62), particularizada según la Tabla 2.1 para el motor de inducción, es:

$$i_{od} = \frac{L_{ds}}{m} \cdot \frac{(R_s + R_r) \cdot R_c}{R_s \cdot R_c + L_d \cdot L_{ds} \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 \quad (3.70)$$

Para la saturación magnética del motor se han adoptado los datos de Kirschen *et al.* (1984), que se representan en la Fig. 3.7.

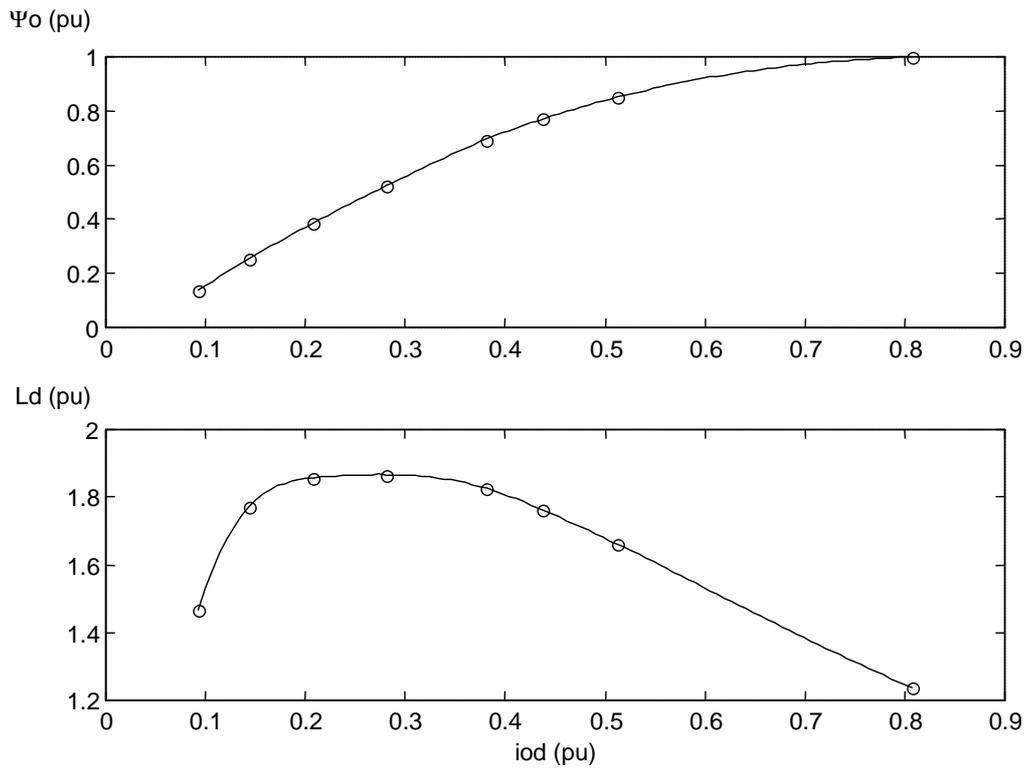


Fig. 3.7. Efecto de la saturación magnética sobre L_d en Kirschen *et al.* (1984).

En la Fig. 3.8 se muestran los resultados obtenidos a cuatro velocidades distintas considerando para el cálculo de pérdidas: $R_s = 0.037$, $R_r = 0.046$ y $R_{c0} = 30$ (a $\omega = 1$). Al igual que en Kirschen *et al.* (1984), para incorporar la variación de R_c con la frecuencia se ha supuesto que, a velocidad nominal, las pérdidas de histéresis y de Foucault se reparten por igual ($K_f = K_h$) siendo ambas proporcionales al flujo al cuadrado (véase apartado 2.7), de tal forma que:

$$R_c = R_{c0} \cdot \frac{1 + \frac{1}{\omega}}{1 + \frac{1}{\omega}} \quad (3.71)$$

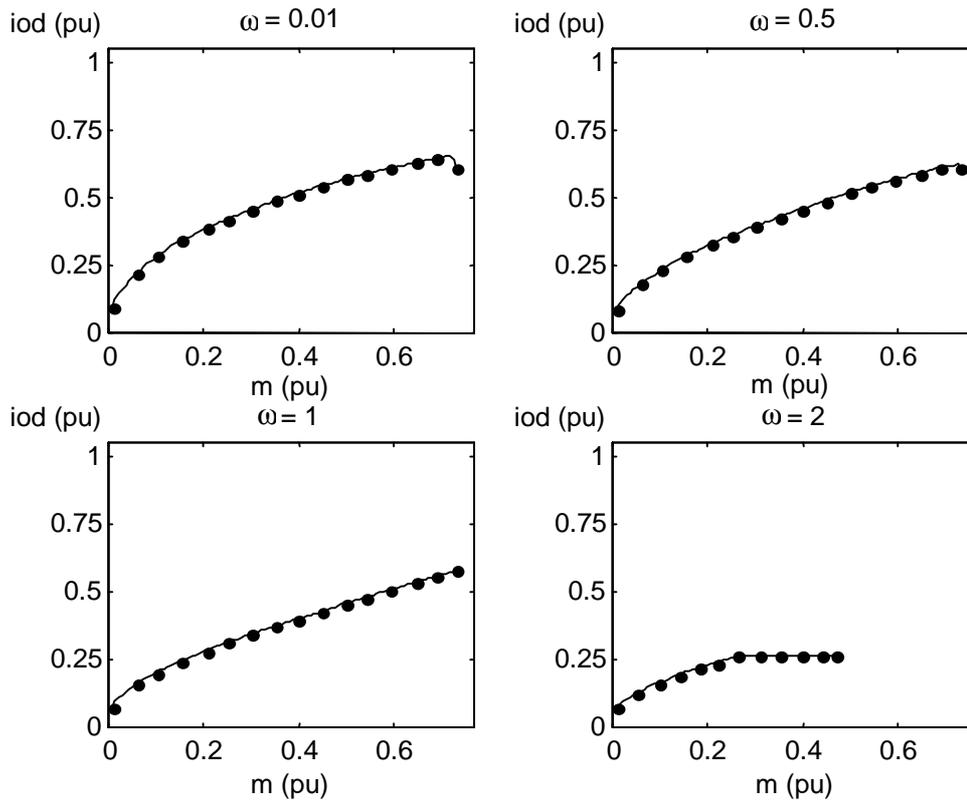


Fig. 3.8. Comparación de la optimización ‘exacta’ (cont.) y la aproximada (puntos) incluyendo saturación, y límites de corriente y tensión/flujo en motor de inducción.

Como se puede observar, la solución producida por (3.70) y la solución *exacta*ⁱ son casi idénticas incluso a muy baja velocidad, donde, según (3.71), R_c y $R_s + R_r$ llegan a ser comparables —a $\omega = 0.01$, $R_c = 0.447$ —. El cambio brusco de pendiente a partir de cierto par se debe a que se ha alcanzado algún límite que obliga a que el control deje de obedecer a la ecuación (3.70) para seguir proporcionando el par requerido. En ese caso, el punto de trabajo seleccionado —el de menores pérdidas— es el más próximo al óptimo calculado (véase apartado 3.3).

ⁱ Se entiende aquí por solución *exacta* a la obtenida de resolver numéricamente el problema de la minimización de pérdidas en el circuito equivalente de la Fig. 2.5, teniendo en cuenta la saturación magnética.

3.5.2 Comprobación numérica sin saturación magnética: motor síncrono de imanes permanentes interiores.

Para comprobar numéricamente el resultado obtenido mediante la expresión propuesta cuando la saturación magnética se ignora, se han realizado simulaciones para el motor síncrono de imanes permanentes interiores utilizado en la parte experimental de esta tesis doctoral. En ese caso la ecuación (3.63) particularizada según la Tabla 2.1 es:

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{m} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q^2 \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 - \frac{\Psi_a \cdot L_d \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \quad (3.72)$$

En la Fig. 3.9 se muestran los resultados obtenidos a cuatro velocidades distintas considerando los parámetros del motor utilizado en la parte experimental de esta tesis doctoral:

L_d	L_q	Ψ_a	R_s	R_{c0} ($\omega = 1$)	K_f/K_h	R_r
0.37	0.6	0.857	0.110	52.7	0.571	0

Tabla 3.3. Parámetros (en pu) obtenidos experimentalmente de motor síncrono de imanes permanentes interiores.

donde el valor de R_c presenta una clara dependencia con la frecuencia —el coeficiente de proporcionalidad asociado a las pérdidas por Foucault es un 57.1% del asociado a las pérdidas por histéresis—, de tal forma que:

$$R_c = R_{c0} \cdot \frac{0.571 + 1}{0.571 + \frac{1}{\omega}} \quad (3.73)$$

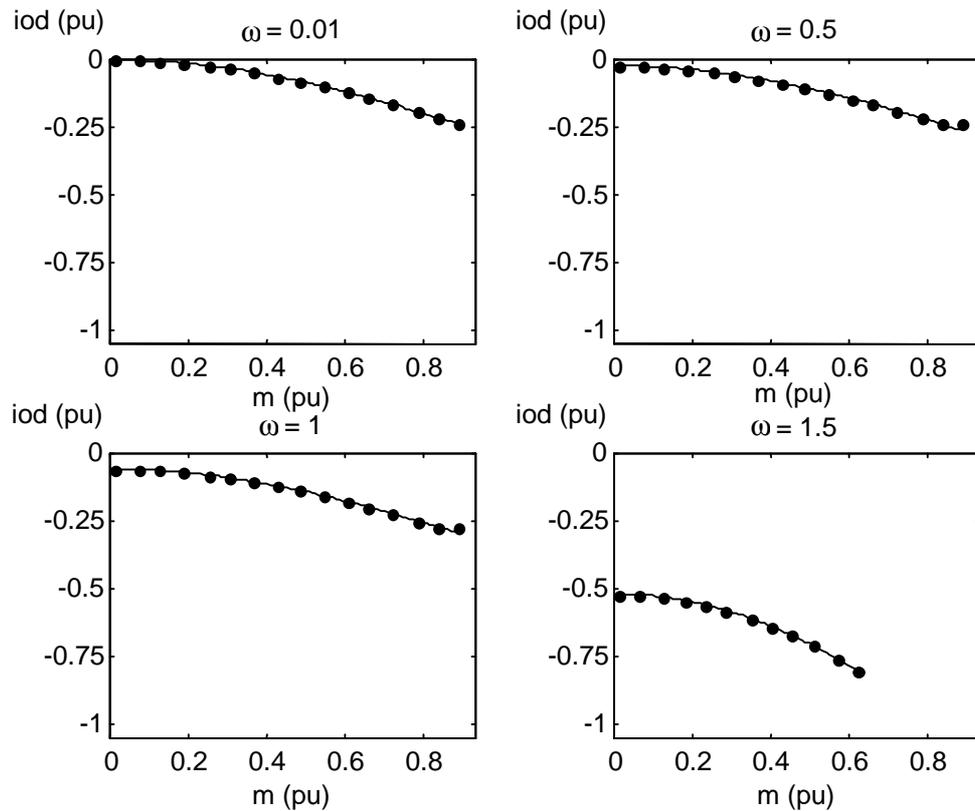


Fig. 3.9. Comparación de la optimización ‘exacta’ (cont.) y la aproximada (puntos) sin saturación, pero con límites de corriente y tensión/flujo en motor síncrono de imanes permanentes interiores.

Como se puede observar, la solución producida por (3.72) y la solución *exacta*ⁱ son casi idénticas incluso a muy baja velocidad, donde, según (3.73), R_c y R_s llegan a ser comparables —a $\omega = 0.01$, $R_c = 0.823$ —. El cambio brusco de pendiente a partir de cierto par se debe, al igual que en el motor de inducción, a que se ha alcanzado algún límite que obliga a que el control deje de obedecer a la ecuación (3.72) para seguir proporcionando el par requerido. En ese caso, el punto de trabajo seleccionado —el de menores pérdidas— es el más próximo al óptimo calculado.

ⁱ Se entiende por solución *exacta* a la obtenida de resolver numéricamente la ecuación (2.64) para el valor mínimo de pérdidas eléctricas con la restricción de par según (2.59).

3.6 Particularización a las distintas máquinas

En este apartado se particularizará (3.62) para cada motor, y se comparará con los resultados presentados anteriormente en la literatura —que fueron analizados en el apartado 2.5—. La particularización de (3.62) se lleva a cabo mediante la Tabla 2.1.

3.6.1 Motor de corriente continua

En el caso del motor de corriente continua —único para el que se ha estudiado en la literatura la saturación del hierro en la optimización de pérdidas— la expresión (3.62) pasa a ser, despreciando la posible saturación en la reacción de inducido ($L_{as} = L_a$):

$$I_f = \frac{L_{fs} - L_a}{m} \cdot \frac{R_a \cdot R_c + L_a^2 \cdot \omega^2}{R_f \cdot R_c + L_f \cdot L_{fs} \cdot \omega^2} \cdot I_a^3 \quad (3.74)$$

Si, al igual que en Kusko & Galler (1983), se desprecia la reacción de inducido ($L_a = 0$):

$$I_f = \frac{L_{fs}}{m} \cdot \frac{R_a \cdot R_c}{R_f \cdot R_c + L_f \cdot L_{fs} \cdot \omega^2} \cdot I_a^3 \quad (3.75)$$

la expresión (3.75) puede ser transformada fácilmente en la (2.34) —y en la (2.35)— presentada en Kusko & Galler (1983), si el par, m , se sustituye en (3.75) por el valor obtenido despreciando las pérdidas en el hierro (como se hace en Kusko & Galler, 1983) :

$$m = (L_f - L_a) \cdot I_f \cdot \left(I_a - \frac{L_f^2 \cdot \omega^2}{R_c} \cdot I_f^2 \right) \approx L_f \cdot I_f \cdot I_a \quad (3.76)$$

La ventaja de (3.74) o (3.75) sobre (2.35) es que no es necesario el cálculo de una raíz cuarta, mientras que el cálculo de una potencia cúbica conlleva, simplemente, dos multiplicaciones que un microprocesador realiza rápidamente.

3.6.2 Motor de inducción

La expresión (3.62) pasa a ser:

$$iod = \frac{Lds}{m} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (3.77)$$

que, si se desprecia la saturación magnética, se puede poner:

$$iod = \frac{Ld}{m} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (3.78)$$

Si el par, m , se sustituye en la anterior expresión por el valor obtenido de la ecuación de par (2.59) particularizada para el motor de inducciónⁱ:

$$m = Ld \cdot iod \cdot ioq \quad (3.79)$$

entonces (3.78) también se puede expresar como:

$$iod = ioq \cdot \sqrt{\frac{(Rs + Rr) \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2}} \quad (3.80)$$

que es idéntica a la ecuación (2.37) propuesta en García *et al.* (1998), si se considera $id \approx iod$ e $iq \approx ioq$ (aproximación utilizada para el cálculo del par en García *et al.*, 1998), y se tiene en cuenta la aproximación propuesta en esta tesis doctoral: $Rr + Rc \approx Rc$.

3.6.3 Motor síncrono de reluctancia

La ecuación (3.62) se transforma en:

$$iod = \frac{Ld - Lq}{m} \cdot \frac{Lds - Lq}{Ld - Lqs} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (3.81)$$

Si se ignora la saturación magnética ($Lds = Ld$, $Lqs = Lq$), (3.81) pasa a ser:

$$iod = \frac{Ld - Lq}{m} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (3.82)$$

ⁱ Expresión de par en régimen permanente.

Si el par, m , se sustituye en (3.82) por el valor obtenido de la expresión de par (2.59), particularizada para el motor de reluctancia:

$$m = (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq \quad (3.83)$$

la ecuación (3.82) puede reducirse fácilmente a la expresión (2.40) calculada en Matsuo *et al.* (1997). Al igual que en el motor de corriente continua, la ventaja de (3.82) es que evita el cálculo de una raíz cuartaⁱ.

Si el motor es de tipo ALA, la inductancia en el eje de máxima reluctancia, Lq , será muy baja —casi todo el camino magnético en dicho eje está dominado por el aluminio u otro material no ferromagnético (Nasar *et al.*, 1993; Boldea & Nasar, 1992)— y su saturación puede ser considerada nula. Sin embargo, la inductancia en el eje de mínima reluctancia, Ld , puede verse afectada por posibles efectos de saturación en el hierro. Entonces $Sq \approx 0$ y (3.81) pasa a ser:

$$\text{ALA: } iod = \frac{Lds - Lq}{m} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (3.84)$$

3.6.4 Motor síncrono de imanes permanentes superficiales

En general, en este tipo de motores, puede considerarse $Sm \approx 0$. En ese caso, la ecuación (3.62) se convierte en (se mantendrá Ld en la notación en vez de Lm según la Tabla 2.1):

$$iod = Sd \cdot \frac{Ld}{m} \cdot ioq^3 - \frac{\Psi a \cdot Lds \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \quad (3.85)$$

En este tipo de motores el entrehierro suele ser mayor de lo habitual debido al grosor de los imanes, y los imanes permanentes normalmente utilizados —cerámicos, tierras raras/cobalto y NdFeB— tienen una permeabilidad magnética muy parecida a la del aire (la excepción son el tipo *Alnico* con permeabilidades entre 5 y 14 veces la del aire) por lo que

ⁱ En cualquier caso, (2.40) no se llegó a implementar en Matsuo *et al.* (1997), sino que se optó por un esquema basado en algoritmo de búsqueda.

se puede considerar como entrehierro (aire), la zona que ocupan (Miller, 1989; Nasar *et al.*, 1993). Por todo ello, el efecto de la saturación es pequeño y (3.85) puede simplificarse a:

$$i_{od} = -\frac{\Psi_a \cdot L_{ds} \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \quad (3.86)$$

En el caso de despreciar la saturación magnética ($L_{ds} = L_d$), (3.86) y la expresión (2.43) dada en Morimoto *et al.* (1994), son idénticas, si se tiene en cuenta la aproximación propuesta en esta tesis doctoral: $R_s + R_c \approx R_c$.

Nótese que, según (3.85), a muy baja velocidad y par elevado (i_{oq} elevada), aparece un término dependiente de i_{oq}^3 que podría llegar a tener cierto peso en la ecuación.

3.6.5 Motor síncrono de imanes permanentes interiores

El entrehierro es menor que en un motor de imanes superficiales y por tanto L_q es de mayor valor, así como el efecto de la saturación sobre ella. Por otra parte, en general, puede considerarse $S_m \approx 1$.

$$i_{od} = \frac{L_{ds} - L_q}{m} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q \cdot L_{qs} \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d \cdot L_{ds} \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 - \frac{\Psi_a \cdot L_{ds} \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d \cdot L_{ds} \cdot \omega^2} \quad (3.87)$$

En caso de ignorar la saturación magnética ($L_{ds} = L_d$ y $L_{qs} = L_q$), (3.87) se reduce directamente a:

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{m} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q^2 \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 - \frac{\Psi_a \cdot L_d \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \quad (3.88)$$

En este caso no hay posible comparación con otros trabajos previos, ya que la solución algebraica de mínimas pérdidas para este tipo de motores es aportación original de esta tesis doctoral.

3.7 Propiedades generales

Varias características generales de aplicación a varios o a todos los motores tratados en esta tesis doctoral, pueden deducirse del estudio del modelo generalizado. Asimismo se estudiará como afecta la saturación magnética a las propiedades anteriores. Con este apar-

tado se pretende, además, clarificar y ordenar diferentes enfoques y propiedades aparecidas en la literatura, y que han sido de aplicación a motores concretos, pudiendo en muchos casos ser de aplicación sobre otros.

3.7.1 *Términos de reluctancia y de excitación en la optimización de pérdidas*

El valor óptimo de i_{od} para mínimas pérdidas eléctricas que se obtiene de (3.62) es el resultado de la suma de dos términos:

- El término que se podría denominar como de *reluctancia* —aparece siempre que existe una diferencia entre la inductancia en eje d y eje q . Esta diferencia puede ser debida a la configuración del motor o a un efecto de la saturación magnética—. Es proporcional al cubo de i_{oq} e inversamente proporcional al valor de par.
- El término asociado al flujo Ψ_a , que no depende del valor de par y que sólo es función de la velocidad. Si la saturación magnética no es importante este valor es constante en cualquier punto de trabajo, a una velocidad dada

Cada término aparece en la optimización de pérdidas del motor, si la ecuación de par del motor correspondiente posee término de reluctancia $((L_d - L_q) \cdot i_{od} \cdot i_{oq})$ y/o de flujo Ψ_a ($\Psi_a \cdot i_{oq}$), —sólo el motor síncrono de imanes permanentes interiores posee ambos tipos de par—.

El mínimo total es la suma del mínimo que se obtendría si el motor sólo tuviese par de reluctancia (p. ej. motor síncrono de reluctancia), y el mínimo que se obtendría si el motor sólo tuviese par de excitación (p. ej. motor síncrono de imanes permanentes superficiales).

3.7.2 *Optimización mediante ponderación*

En todos los casos el valor óptimo de i_{od} para mínimas pérdidas es un valor ponderado de los óptimos para los que obtendrían mínimas pérdidas óhmicas y en el hierro. El factor de ponderación, p_1 , ecuación (3.60), tiende a uno según la velocidad del motor al cuadrado tiende a cero. Esto hace que la minimización de las pérdidas óhmicas tenga una especial relevancia a bajas velocidades —véase Fig. 3.5—.

3.7.3 Optimización de pérdidas como control de ángulo constante

Considérese que $\Psi_a = 0$, caso de los motores de inducción, síncrono de reluctancia y corriente continua (véase Tabla 2.1). Sustituyendo en (3.62) el par, m , por la expresión de par dada en (2.59) (con $\Psi_a = 0$), el valor mínimo de pérdidas en régimen permanente verifica:

$$\frac{ioq}{iod} = \sqrt{\frac{Ld - Lqs}{Lds - Lq} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2}{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2}} \quad (3.89)$$

Si se desprecia la saturación magnética ($Lds = Ld$; $Lqs = Lq$), la ecuación (3.89) pasa a ser:

$$\frac{ioq}{iod} = \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2}{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}} \quad (3.90)$$

que muestra que el mínimo de pérdidas eléctricas se obtiene, para una velocidad dada, a un valor de la relación ioq / iod (I_a / I_f en el motor de corriente continua) constante independiente del valor de par. Esto equivale a un valor de ángulo constante en el plano de corriente $iod-ioq$ (plano armadura-campo en la máquina de corriente continua). Este hecho se comentó por primera vez en Kirschen *et al.* (1985), para motores de inducción controlados vectorialmente, y de forma indirecta en Murphy & Honsinger (1982), cuando lo son escalarmenteⁱ. Nótese que, en el caso del motor de inducción, la relación ioq / iod constante (ángulo constante en el plano de corriente $iod-ioq$) es equivalente a decir que la frecuencia de deslizamiento es constante, ya que, en régimen permanente, se verifica (véase Fig. 2.5):

$$\omega_s = \frac{Rr}{Ld} \cdot \frac{ioq}{iod} \quad (3.91)$$

Si la saturación magnética es importante, la ecuación (3.89) no puede reducirse a la (3.90), y el ángulo del vector espacial de corriente de entrehierro para la minimización de

ⁱ En ese artículo se indica que la optimización de pérdidas se obtiene, a una velocidad dada, a deslizamiento constante independiente del par.

pérdidas deja de ser independiente del par. En el caso del motor de inducción este efecto se estudia en detalle en Kirschen *et al.* (1984); Kirschen *et al.* (1985), y en el Capítulo 7 de esta tesis, dedicado al motor de inducción.

Una propiedad importante que se deriva del hecho de mantener el ángulo constante del vector espacial \underline{i}_0 , independientemente del par (el par sólo afecta al módulo de \underline{i}_0), es que el rendimiento obtenido en ese caso es independiente también del par y sólo depende de la velocidad. Esto puede demostrarse usando la definición habitual de rendimiento dada en (2.75) y (2.76), y las definiciones de P_{cu} y P_{fe} dadas en (2.60) y (2.61). Así:

$$\eta = \frac{m \cdot \omega_m}{m \cdot \omega_m + id^2 \cdot R_s + iq^2 \cdot (R_s + R_r) + \frac{v\omega^2}{R_c}} \quad (3.92)$$

donde ω_m es la velocidad mecánica del motor.

Si se define k (independiente del par, aunque puede depender de la velocidad) como:

$$k_\omega = \frac{ioq}{iod} \quad (3.93)$$

(3.92) se puede transformar en la (3.94) de la siguiente forma: (a) se sustituye el par en (3.92) por su expresión dada por (2.59); (b) se sustituyen id e iq por sus definiciones en función de iod e ioq según (2.58), y $v\omega^2$ por su valor en función de iod e ioq según (2.61); (c) en la expresión resultante se sustituye ioq por $k \cdot iod$ según (3.93). Entonces, el rendimiento se puede ponerⁱ:

$$\eta = \frac{(L_d - L_q) \cdot k_\omega \cdot \omega_m}{(L_d - L_q) \cdot k_\omega \cdot \omega_m + R_{s_{EQ}} + \omega^2 / R_{c_{EQ}}} \quad (3.94)$$

donde:

ⁱ En todos los casos considerando $\Psi_a = 0$, que es condición necesaria para que la optimización de pérdidas implique que el ángulo del vector \underline{i}_0 es constante.

$$\begin{aligned}
 R_{s_{EQ}} &= R_s \cdot \left\{ 1 + k_\omega^2 + \frac{\omega^2}{Rc^2} \cdot (Ld^2 + Lq^2 \cdot k_\omega^2) + \frac{2 \cdot \omega}{Rc} \cdot (Ld - Lq) \cdot k_\omega \right\} + \\
 &+ R_r \cdot \left\{ k_\omega^2 + \frac{\omega^2}{Rc^2} \cdot Ld^2 + \frac{2 \cdot \omega}{Rc} \cdot Ld \cdot k_\omega \right\} \\
 R_{c_{EQ}} &= \frac{Rc}{Ld^2 + Lq^2 \cdot k_\omega^2}
 \end{aligned}$$

Efectivamente, si se ignora la saturación magnética y a una velocidad dada, el rendimiento se mantiene constante independientemente del par motor en el caso de control por ángulo constante con motores en los que $\Psi_a = 0$ (motor de corriente continua, motor de inducción y motor síncrono de reluctancia)

3.7.4 Optimización imponiendo $P_d = P_q$

Si $\Psi_a = 0$ (motores de inducción, síncrono de reluctancia y corriente continua (véase Tabla 2.1)), en el punto de mínimas pérdidas eléctricas se verifica que la potencia de pérdidas en eje d (excitación en el motor de corriente continua) es igual a la potencia de pérdidas en eje q (armadura en el motor de corriente continua). Esto se comenta en Kusko & Galler (1983), para el motor de corriente continua, en Rasmussen & Thogersen (1997), para el motor de inducción y en Boldea *et al.* (1993), para motores de reluctancia.

$$P_e \min \Rightarrow P_d = P_q \quad (3.95)$$

Sin embargo, como se demostrará a continuación, esto sólo es cierto si se desprecia el efecto de la saturación magnética. Además, para el caso de $\Psi_a \neq 0$ (motor síncrono de imanes permanentes —superficiales e interiores— y motor síncrono con excitación constante), esta propiedad no es cierta en ningún caso.

Mediante (2.60) y (2.61) — P_{cu} y P_{fe} del modelo generalizado—, y teniendo en cuenta que $R_r \cdot \Psi_a = 0$ (véase Tabla 2.1), las pérdidas eléctricas se pueden reagrupar en función de las corrientes i_{od} e i_{oq} :

$$\begin{aligned}
 Pe = Pcu + Pfe = Pd + Pq + \frac{\omega^2}{Rc} \cdot \Psi a^2 \cdot \left(1 + \frac{Rs + Rr}{Rc}\right) + \\
 + \frac{2 \cdot \omega \cdot (Ld \cdot (Rr + Rc) - Lq \cdot Rs)}{Rc} \cdot iod \cdot ioq
 \end{aligned} \quad (3.96)$$

donde:

$$Pd = \left(Rs + \frac{Ld^2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left(1 + \frac{Rs + Rr}{Rc}\right) \right) \cdot iod^2 + \left(\frac{2 \cdot \Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rc} \right) \cdot \left(1 + \frac{Rs + Rr}{Rc}\right) \cdot iod \quad (3.97)$$

$$Pq = \left(Rs + Rr + \frac{Lq^2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot \left(1 + \frac{Rs}{Rc}\right) \right) \cdot ioq^2 + 2 \cdot \Psi a \cdot \omega \cdot \left(\frac{Rs + Rr}{Rc} \right) \cdot ioq \quad (3.98)$$

Planteando el problema de la optimización mediante el método de los multiplicadores de Lagranje como se hizo en 3.5, la condición de optimalidad viene dada por (3.67), que se repite aquí por comodidad:

$$\frac{\partial Pe}{\partial iod} \cdot \frac{\partial fm}{\partial ioq} = \frac{\partial Pe}{\partial ioq} \cdot \frac{\partial fm}{\partial iod} \quad (3.99)$$

donde fm estaba definida por:

$$fm \equiv -m + \Psi a \cdot ioq + (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq \quad (3.100)$$

Adoptando las simplificaciones prácticas dadas en (2.55), teniendo en cuenta (3.96), (3.97), (3.98), y la dependencia de Ld y Lq con sus corrientes de eje —ecuación (3.16)—; la relación (3.99) se convierte en:

$$\begin{aligned}
 \left(Pd - \frac{\Psi a \cdot A}{Rc} + Sd \cdot \frac{(\Psi a + Ld \cdot iod) \cdot A}{Rc} \right) \cdot \left(\frac{\Psi a}{(Ld - Lqs) \cdot iod} + 1 \right) = \\
 = \frac{Lds - Lq}{Ld - Lqs} \cdot (Pq + Sq \cdot \frac{Lq^2 \cdot \omega^2}{Rc} \cdot ioq^2)
 \end{aligned} \quad (3.101)$$

donde: $A = iod \cdot Ld \cdot \omega^2$

Como se observa en (3.101), sólo se verifica que en todo punto de trabajo $Pd = Pq$, si $Sd = Sq = 0$ y $\Psi_a = 0$, como se comentó al principio de este apartado.

Capítulo 4

Control vectorial con minimización de pérdidas. Estabilidad

4.1 Introducción

En este capítulo se propone un esquema de control vectorial simplificado con minimización de pérdidas, válido para cualquiera de los motores estudiados en esta tesis doctoral. Una parte importante de la implementación práctica de la optimización de pérdidas radica en garantizar la estabilidad del sistema (convergencia de la solución), en cualesquiera condiciones de trabajo. Por ello, la mayor parte de este capítulo se dedica a estudiar el sistema no lineal resultante del esquema de control vectorial propuesto.

En el apartado 4.2 se propone un esquema de control vectorial con minimización de pérdidas que utiliza la expresión general propuesta en el apartado 3.4.

En el apartado 4.3 se estudia la dinámica del esquema de control vectorial con optimización de pérdidas propuesto, presentándose estrategias de diseño que luego sirvan de base para garantizar la estabilidad global. Este importante punto no ha sido tratado en ninguno de los estudios consultados.

4.2 Esquema de control vectorial con minimización de pérdidas

El esquema de control vectorial simplificado para la minimización de pérdidas propuesto en esta tesis, se muestra en la Fig. 4.1, donde I^* es la constante de integración —variable de diseño para el ajuste de la rapidez y la estabilidad—, T_s es el tiempo de muestreo, y A y B quedan definidas según (3.62) por:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(Lds - Lq)}{Sm} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \\
 B &= - \frac{\Psi a \cdot Lds \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

El proceso de optimización y control se explican en detalle en el apartado 4.3.

Nótese que el regulador de par es un simple integrador puro. Gracias a ello, y a que, como se verá a continuación, el sistema no lineal resultante no es demasiado complejo, es posible estudiar directamente la estabilidad sin recurrir a ningún tipo de linealización. Dicho integrador proporciona la consigna de ioq a aplicar al motor ($ioq(k+1)$ en la Fig. 4.1), que además, es utilizada junto con la referencia de par y la velocidad para calcular la consigna de iop óptima mediante (3.62) —o (3.63) si no se considera la saturación magnética—. Se ha observado que es mejor utilizar la referencia de par, m^* , en vez del valor estimado, m , para no introducir la dinámica de m en la ecuación de optimización. Sin embargo, si el esquema de la Fig. 4.1 se quiere adaptar a un control de velocidad, la referencia de par desaparece (es sustituida por la referencia de velocidad) y el valor de par que hay que utilizar en la expresión de optimización debe ser el par estimado, m . Aunque se escapa de los objetivos de esta tesis doctoral el análisis de esta última configuración para el control de velocidad (se propone en el Capítulo 8 como futuro trabajo), se ha simulado el sistema completo y se ha podido comprobar la tendencia a la oscilación y la inestabilidad del sistema. Se ha podido comprobar también, que introduciendo un ligero filtrado sobre la estimación de m antes de ser utilizado en la expresión de minimización de pérdidas, el sistema vuelve a comportarse de forma muy similar a como lo hacía cuando era la referencia de par la que se utilizaba en la anterior expresión de optimización. El por qué de todo esto quedará más claro en el apartado 4.3 cuando se estudie cómo afectan las condiciones iniciales a la estabilidad.

La aplicación concreta del esquema de la Fig. 4.1 al motor síncrono de imanes permanentes interiores se presenta en el Capítulo 5, y al motor síncrono de reluctancia en el Capítulo 6. Sólo en el caso de la aplicación del esquema de la Fig. 4.1 a un motor de inducción, es necesario añadir la frecuencia de deslizamiento a la velocidad mecánica. Sin embargo, y siguiendo la línea de razonamiento expuesta en el apartado 2.6.1 en relación con la aproximación (2.47) en donde se consideraba $\omega \approx \omega_m$, parece razonable que ω_s pueda eliminarse del esquema de la Fig. 4.1 sin afectar significativamente al valor óptimo de

iod obtenido. A lo comentado en ese apartado se puede añadir, además, que a baja velocidad (que es cuando ω_s se puede hacer comparable a ω_m), el factor de ponderación, $p1$, presenta un valor muy cercano a 1, indicando que el óptimo de iod para mínimas pérdidas está claramente sesgado hacia el óptimo para obtener mínimas pérdidas óhmicas (véase Fig. 3.5), en cuyo cálculo no interviene ω .

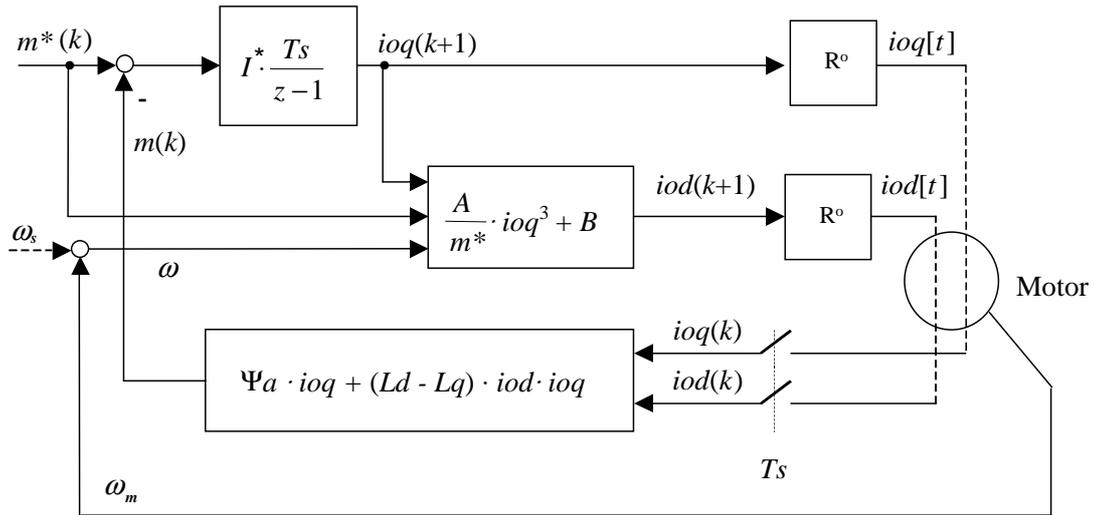


Fig. 4.1. Esquema de control vectorial con minimización de pérdidas. R^o representan retenedores de orden cero.

4.3 Estabilidad

Para el análisis de la estabilidad del esquema de la Fig. 4.1, se han adoptado las siguientes simplificaciones:

- Se supone un modelo de motor sin saturación, i.e, Ld y Lq son constantes e independientes del valor de las corrientes de eje, por lo que A y B en la Fig. 4.1 son:

$$A = (Ld - Lq) \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \quad (4.2)$$

$$B = -\frac{\Psi_a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2}$$

- El motor se supondrá alimentado con un inversor fuente de corriente, capaz de ajustar, en el tiempo de muestreo Ts , las corrientes en el motor a las corrientes de referencia calculadas.

- Las corrientes iod e ioq están desacopladas, i.e., se controlan de forma independiente.

4.3.1 Ecuación dinámica

El proceso de optimización y control en el instante $t = k \cdot Ts$ es:

1. Se muestrean $iod[t]$ e $ioq[t]$: $iod(k)$, $ioq(k)$.
2. Se estima el par $m(k) = \Psi a \cdot ioq(k) + (Ld - Lq) \cdot iod(k) \cdot ioq(k)$.
3. Se calcula $ioq(k+1) = ioq(k) + I^* \cdot Ts \cdot (m^*(k) - m(k))$.
4. Se calculaⁱ $iod(k+1) = \frac{A}{m^*(k)} \cdot ioq(k+1)^3 + B$.
5. El inversor fuente de corriente proporciona dichas corrientes antes del nuevo muestreo, de forma que $iod[(k+1) \cdot Ts] = iod(k+1)$, $ioq[(k+1) \cdot Ts] = ioq(k+1)$.

Si se sustituye el valor $iod(k)$ en la expresión de $m(k)$ dado en el punto 2, por la expresión dada en el punto 4 (cambiando $k + 1$ por k y k por $k - 1$); y el valor de $m(k)$ resultante se sustituye en $ioq(k + 1)$ dada en el punto 3; se obtiene:

$$\begin{aligned}
 ioq(k+1) = & -I^* \cdot Ts \cdot (Ld - Lq) \cdot \frac{A}{m^*(k-1)} \cdot ioq(k)^4 + \\
 & + (1 - I^* \cdot Ts \cdot (\Psi a + (Ld - Lq) \cdot B)) \cdot ioq(k) + I^* \cdot Ts \cdot m^*(k)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Si se definen a y b —que no dependen de m^* —, e I :

$$\begin{aligned}
 a &= -(Ld - Lq) \cdot A \\
 b &= -(\Psi a + (Ld - Lq) \cdot B) \\
 I &= I^* \cdot Ts
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

entonces (4.3) se puede poner:

$$ioq(k+1) = I \cdot \frac{a}{m^*(k-1)} \cdot ioq(k)^4 + (1 + I \cdot b) \cdot ioq(k) + I \cdot m^*(k) \tag{4.5}$$

ⁱ Nótese que se utiliza la referencia de par.

donde $m^*(k)$ es la referencia de par, que puede ser cualquier tipo de función acotada. Nótese que (4.5) es una función no lineal que marca la evolución temporal de ioq .

Para el estudio de la estabilidad del sistema cuando se pasa de un valor inicial en la referencia de par, mi , a un valor final en la referencia de par, mf , la función más desfavorable desde el punto de vista de la estabilidad es el escalónⁱ —esto se hará aparente a lo largo de este apartado—, frente a otras como la rampa en velocidad o aceleración. Además la función escalón simplificará el estudio ya que $m^*(k) = mf = \text{constante}$ a partir del instante en que se produce el escalón. Si consideramos:

$$m^*(k) = \begin{cases} mi & k = 0 \\ mf & k > 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

entonces (4.5) se puede poner:

$$ioq(1) = I \cdot \frac{a}{mi} \cdot ioq(0)^4 + (1 + I \cdot b) \cdot ioq(0) + I \cdot mf \quad \text{con } k = 0 \quad (4.7)$$

$$ioq(k+1) = I \cdot \frac{a}{mf} \cdot ioq(k)^4 + (1 + I \cdot b) \cdot ioq(k) + I \cdot mf \quad \text{con } k > 0 \quad (4.8)$$

de tal forma que (4.8) se puede tomar como la expresión que gobierna la evolución dinámica del sistema siendo $ioq(1)$ dado por (4.7) su valor inicial.

4.3.2 Características de la ecuación dinámica

Una vez determinada la función (4.8), que proporciona la evolución temporal del sistema, en este apartado se hace un análisis de dicha función (máximos/mínimos, concavidad/convexidad, raíces, etc.). Posteriormente estos resultados serán útiles en el estudio de estabilidad.

Para facilitar la exposición se realiza un cambio de notación: $y = ioq(k+1)$, $x = ioq(k)$, con lo que (4.8) queda:

ⁱ Al ser un sistema no lineal el valor inicial y tipo de la entrada cambia la respuesta del sistema.

$$y = I \cdot \frac{a}{mf} \cdot x^4 + (1 + I \cdot b) \cdot x + I \cdot mf \quad (4.9)$$

Obteniendo la derivada segunda de (4.9):

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 12 \cdot I \cdot \frac{a}{mf} \cdot x^2 \quad (4.10)$$

y teniendo en cuenta que $a < 0$ —véase (4.21)— se observa que, si $mf > 0$, y es estrictamente convexa (derivada segunda menor que cero $\forall x \neq 0$), mientras que si $mf < 0$, y es estrictamente cóncava (derivada segunda mayor que cero $\forall x \neq 0$). El sistema llega a un punto de equilibrio (llamado punto fijo según la denominación normalmente utilizada en el estudio de sistemas dinámicos no lineales), cuando $ioq(k+1) = ioq(k)$, i.e, cuando $y = x$. Por tanto el punto de equilibrio viene dado por la solución de:

$$\frac{a}{mf} \cdot x^4 + b \cdot x + mf = 0 \quad (4.11)$$

que sólo tiene dos soluciones reales (dado que y es estrictamente cóncava o convexa), que se designará x_1 y x_2 . Dichas soluciones tienen signos opuestos (al ser $y(0) = mf$), son independientes del valor de I , y sólo dependen de los parámetros del motor —que se considerarán invariantes—, de la velocidad, ω , y del valor final del par de referencia, mf .

El máximo de y —mínimo si $mf < 0$ —, que se denominará X_m , se obtiene derivando (4.9) respecto de x e igualando a cero:

$$X_m = \sqrt[3]{-\frac{1 + I \cdot b}{4 \cdot I \cdot a} \cdot mf} \quad (4.12)$$

En la Fig. 4.2 se representa la ecuación (4.9) para distintos valores de I , junto con la recta $y = x$. Nótese que los puntos de corte de (4.9) con la recta $y = x$, son precisamente los puntos fijos del sistema: las soluciones reales de (4.11). El valor del par de referencia, mf , es un 50% del par nominal, $\omega = 1$, e I_c es el valor de I que hace que $x_1 = X_m$ para los anteriores valores de mf y ω . Los parámetros de motor utilizados son los del motor síncrono de imanes permanentes interiores utilizado para el trabajo experimental en esta tesis doctoral, y se recogen en la Tabla 3.3 (página 79). Como se puede observar, los valores de x_1 y x_2

(puntos fijos del sistema), son independientes del valor de I , mientras que el valor máximo, X_m , se desplace al variar I .

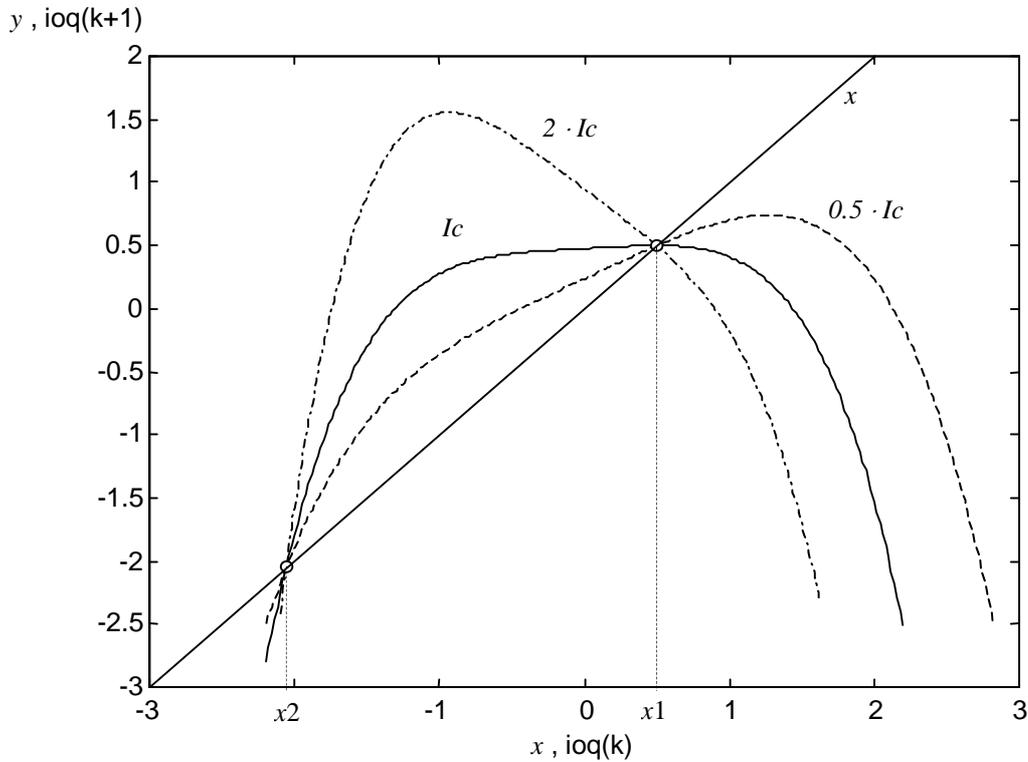


Fig. 4.2. Evolución de 'y' en función de distintos valores de 'I', con $mf = 50\%$ del par nominal y $\omega = 1$. Los parámetros de motor utilizados son los del motor síncrono de imanes permanentes interiores que se recogen en la Tabla 3.3.

4.3.3 Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad que se realiza en este apartado es eminentemente gráfico, habitual en el estudio de sistemas dinámicos no lineales (véase, por ejemplo, Strogatz, 1994). Todo el estudio se hará bajo la suposición de $mf > 0$. Sin embargo, dada la simetría que presenta (4.9):

$$y(mf, x) = -y(-mf, -x) \quad (4.13)$$

todas las conclusiones obtenidas serán también válidas para el caso $mf < 0$, i.e., satisfaciendo las condiciones de estabilidad para $mf > 0$, se satisfacen las de $mf < 0$. A partir de aquí, se tomará x_1 como la solución real positiva de (4.11), mientras que x_2 será la solución real

negativa.

Si $mf > 0$, el punto x_1 es un punto fijo que puede ser estableⁱ o inestable, mientras que x_2 es un punto fijo inestable, ya que, un sistema no lineal es *localmente estable* (i.e., en el entorno del punto fijo) si y sólo si (Strogatz, 1994):

$$\left| \frac{dy}{dx} \right|_{PTO\ FIJO} < 1 \quad (4.14)$$

y, como es fácil demostrarⁱⁱ:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} \Big|_{x_2} > 1 &\quad \Rightarrow \text{Inestable} \\ \text{si } x_1 \leq X_m : \quad \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} \in (0,1) &\quad \Rightarrow \text{Localmente Estable (sin oscilaciones)} \\ \text{si } x_1 > X_m : \quad \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} \in (-1,0) &\quad \Rightarrow \text{Localmente Estable (con oscilaciones)} \\ &\quad \frac{dy}{dx} \Big|_{x_1} < -1 \quad \Rightarrow \text{Inestable} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Sin embargo, en este caso, la estabilidad local sólo es de utilidad ante las variaciones de velocidad, que se producen lentamente y permiten que el sistema se reajuste continuamente. Ante las posibles rápidas y grandes perturbaciones en el par de referencia, es necesario asegurar la estabilidad global del sistema, que requiere, obviamente, que halla un punto fijo estable. De una interpretación gráfica del problema se deduce que la estabilidad

ⁱ x_1 es precisamente el valor de ioq que verifica la ecuación de par y produce mínimas pérdidas eléctricas.

ⁱⁱ Si el sistema se encuentra en equilibrio en x_1 , por ‘Localmente Estable (con oscilaciones)’ en (4.15) se entiende que, ante una pequeña perturbación, el sistema converge de nuevo a x_1 , pero que lo hace oscilando alrededor de dicho valor; mientras que por ‘Localmente Estable (sin oscilaciones)’ se entiende que converge sin oscilaciones.

global del sistema queda garantizadaⁱ si:

$$y(Xm) < x2^* \quad (4.16)$$

$$x(1) \in (x2, x2^*) \quad (4.17)$$

donde el valor $x2^*$ es el valor *gemelo* de $x2$ tal que verifica: $y(x2^*) = y(x2) = x2$, y $x(1)$ es el valor inicial de *ioq* dado por (4.7).

Para clarificar la deducción de (4.16) y (4.17) se presentan la Fig. 4.3 y la Fig. 4.4. En la Fig. 4.3 se ha elegido un valor de I en el que $y(Xm) < x2^*$ (cumpliendo (4.16)), y se han representado dos trayectorias que tienden a estabilizarse en $x1$ (punto fijo estable) y cuyos valores iniciales cumplen (4.17). En primer lugar nótese que, al ser (4.9) una función estrictamente convexa si $mf > 0$ (véase 4.3.2), cualquier trayectoria que comience fuera del intervalo $(x2, x2^*)$ tiende a divergir como se puede comprobar en la Fig. 4.3. En segundo lugar —y debido de nuevo a que (4.9) es una función estrictamente convexa—, si se verifica que $y(Xm) < x2^*$, entonces, para cualquier valor de x entre $x2$ y $x2^*$, (4.9) proporcionará un valor en y que también se encontrará entre $x2$ y $x2^*$ (véase la Fig. 4.3). Como el valor en y en el instante k es el valor de x en el instante $k+1$, la sucesión de valores tenderá al punto fijo estable $x1$. Esto se muestra con dos trayectorias distintas en la Fig. 4.3.

ⁱ Estabilidad BIBO (Bounded Input Bounded Output).

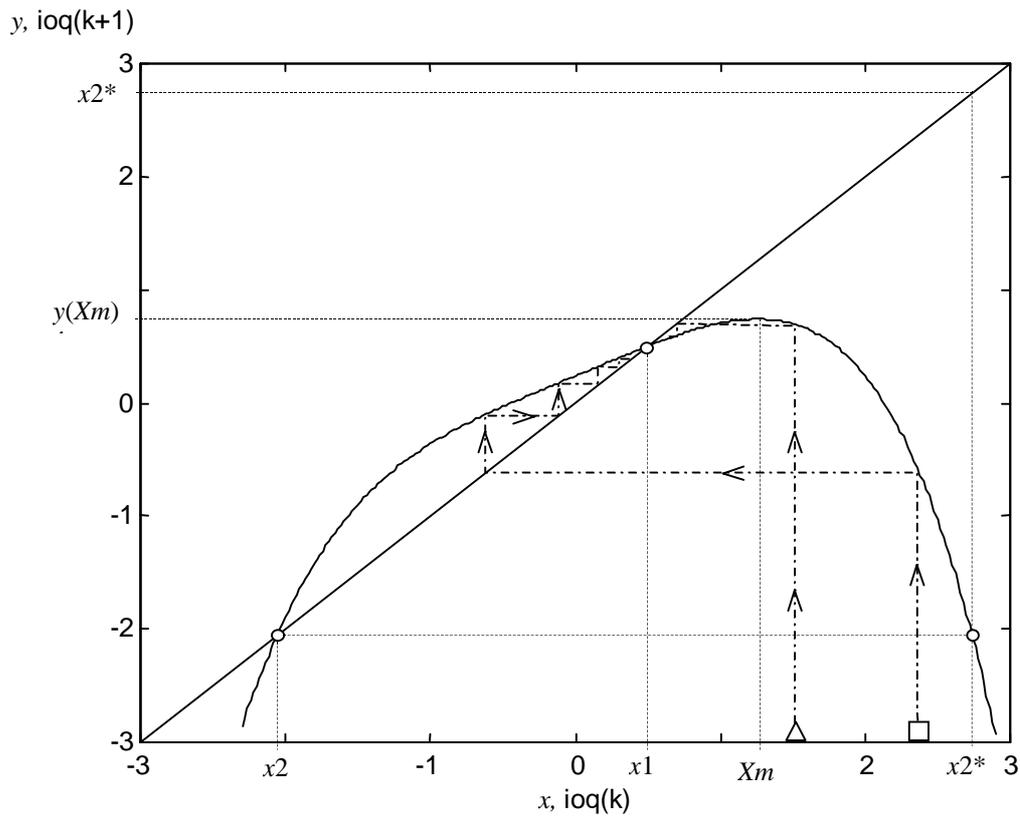


Fig. 4.3. *Ejemplo de trayectorias estables en el caso de $y(Xm) < x_2^*$.*

Por el contrario, en la Fig. 4.4 se ha elegido un valor de I en el que $y(Xm) > x_2^*$ (violando (4.16)), y se ha representado dos trayectorias que resultan ser inestables. Cualquier trayectoria que entre en la zona de trazo grueso —precisamente aquella que no verifica (4.16)—, bien sea directamente (triángulo) o indirectamente (cuadrado) diverge pese a verificar (4.17). Nótese que x_1 es localmente estable, pese a lo cual, la trayectoria marcada con un cuadrado diverge.

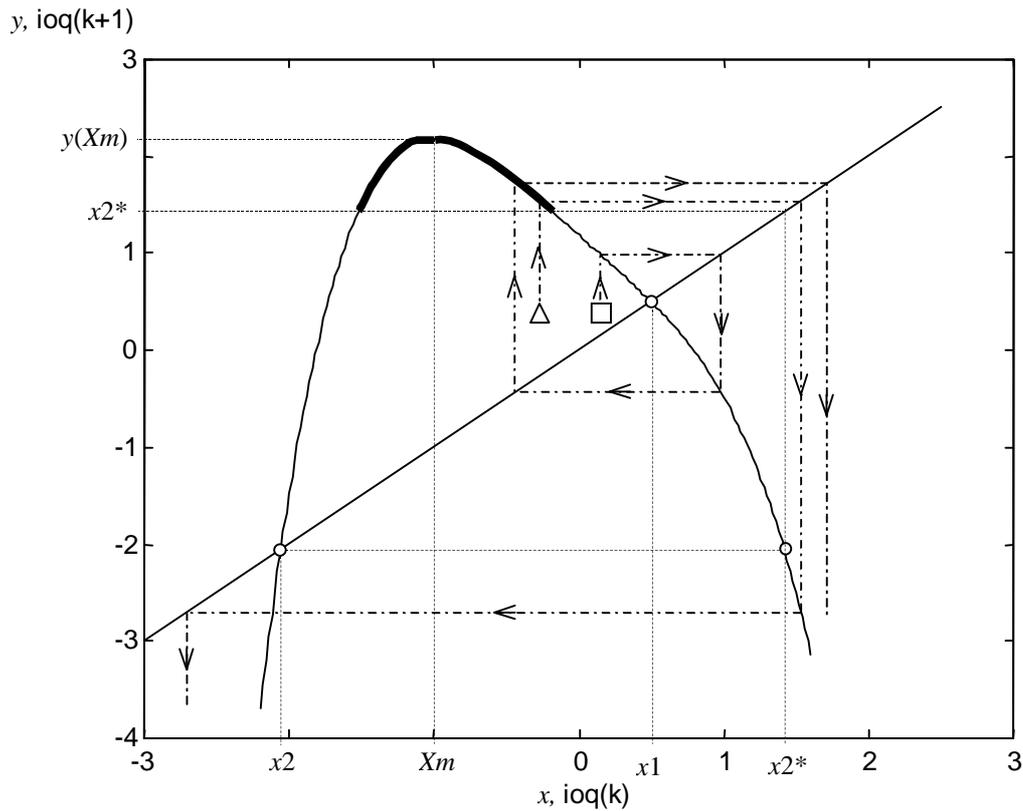


Fig. 4.4. Ejemplo de trayectorias inestables en el caso de $y(X_m) > x_{2^*}$.

La expresión (4.16) es poco manejable; sin embargo, si $x_1 \leq X_m$, entonces (4.16) queda garantizada (ya que $x_{2^*} > X_m$, e y es estrictamente convexa), y la respuesta no tiene oscilaciones alrededor del valor final siempre que se cumpla (4.17). Por tanto, una de las claves para garantizar la estabilidad global es asegurar que $x_1 \leq X_m$, mediante el adecuado diseño de I . De (4.12) se deduce que:

$$m^* > 0: \quad I \leq -\frac{1}{4 \cdot \frac{a}{mf} \cdot x_1^3 + b} \quad (4.18)$$

El valor más desfavorable de I se dará para aquella situación en la que el denominador de (4.18) sea máximo. Las variables a y b dependen de los parámetros del motor —que se suponen constantes— y de la velocidad (variable); mientras que x_1 depende, además, del

par de referenciaⁱ, mf . Tanto la velocidad como el par pueden variar, *de forma independiente*, en un amplio rango que hay que considerar para obtener el valor más desfavorable de I , si dicho valor se desea dejar constante (i.e., si el regulador de par es un simple regulador integral puro. Véase la Fig. 4.1 ($I = I^* \cdot Ts$)).

Como se demuestra en el Apéndice B de esta tesis, el máximo del denominador de (4.18) se encuentra en el extremo $mf = m_{MAX}$, siendo m_{MAX} el par máximo permisible a dicha velocidadⁱⁱ, ω . Sustituyendo este resultado en (4.18):

$$I < \min_{\omega} \left\{ \frac{1}{4 \cdot \frac{a}{m_{MAX}} \cdot x1_m^3 + b} \right\} \quad (4.19)$$

siendo $x1_m$ la solución real positiva de (4.11) para $mf = m_{MAX}$:

$$\frac{a}{m_{MAX}} \cdot x^4 + b \cdot x + m_{MAX} = 0 \quad (4.20)$$

y siendo a y b los valores dados por (4.4) que se repiten aquí por comodidad:

$$a = -(Ld - Lq)^2 \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2}$$

$$b = -\Psi a \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lq \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \quad (4.21)$$

La inecuación (4.19) se resuelve mediante métodos numéricos clásicos, teniendo en cuenta que a , b , $x1_m$ y m_{MAX} dependen de ω (nótese que, en general, Rc también depende de

ⁱ Recuérdese que $x1$ es la solución real positiva de (4.11).

ⁱⁱ Todos los motores tratados en esta tesis doctoral tienen una zona de par máximo constante hasta velocidad nominal, pero a partir de ahí el par máximo decrece al aumentar la velocidad en la zona conocida como de potencia constante y, posteriormente, de tensión constante (según el tipo de motor).

ω).

Una vez asegurada la primera condición para garantizar la estabilidad global —(4.16) o su equivalente (más restrictiva) $x_1 \leq X_m$ — mediante el correcto diseño de I , (4.19), es necesario asegurar la segunda condición, (4.17), que implica una restricción en el valor inicial. De hecho, el valor inicial tiene una influencia decisiva sobre la estabilidad, y es aquí donde el tipo de entrada en escalón, como se verá a continuación, es la más desfavorable.

Si se alcanzó el régimen estable ante la última perturbación, entonces $ioq(0)$ en (4.7) será:

$$ioq(0) = x_{1_{ant}} \quad (4.22)$$

siendo $x_{1_{ant}}$ el punto fijo estable al que llega el sistema cuando la referencia de par era mi , i.e., aquel que satisfaciendo la condición de par, $m = mi$, obtenía mínimas pérdidas eléctricas. Además, al ser $x_{1_{ant}}$ un punto fijo, verifica $y(x_{1_{ant}}) = x_{1_{ant}}$. Entonces (4.7) se puede poner:

$$x(1) = ioq(1) = x_{1_{ant}} + I \cdot (mf - mi) \quad (4.23)$$

Al cambiar el par de referencia (de mi a mf) cambian la ecuación dinámica del sistema (4.9) y la ecuación que determina los puntos fijos (4.11), cambiando y , y los puntos x_2 y x_2^* , que marcan los límites de estabilidad. Si el valor $x(1)$ dado por (4.23) está dentro del nuevo intervalo (x_2, x_2^*) el sistema tenderá sin oscilaciones al nuevo valor de par mf , pero si no es así, el sistema se volverá inestable. Con carácter general, sobre este problema del valor inicial, se puede apuntar lo siguiente:

- Si $I < 1$, el término $I \cdot (mf - mi)$ de (4.23) tiende a situar, en función de la amplitud de cambio de par, el valor inicial $x(1)$ dentro del intervalo de estabilidad a partir de $x_{1_{ant}}$; actuando como un mecanismo de regulación automático que fomenta la estabilidad.
- La inestabilidad por condiciones iniciales se ve favorecida si:

$$|mf| < |mi| \quad (4.24)$$

i.e., ante escalones que reduzcan el par (motor o de frenado), siendo mayor la tendencia a la inestabilidad cuanto mayor sea el escalónⁱ. El caso extremo es el paso a la condición de vacío, $mf = 0$ (o valores muy bajos de par), en el que $x_2 = x_2^* = 0$ y el sistema se hace forzosamente inestable. En ese caso es necesario dejar de calcular el valor de *iod* mediante la expresión de optimización, ya no solamente por problemas de estabilidad, sino porque el cálculo de la *iod* óptima podría dar un error de rebose en el microprocesador, al estar m^* en el denominador de (3.62) y (3.63).

Se proponen dos alternativas prácticas para resolver el problema de la inestabilidad por condiciones inicialesⁱⁱ:

1. Utilizar mecanismos de limitación en los reguladores, que rompan de alguna forma el acoplamiento (a través del par), entre el regulador de *ioq* y el cálculo de la *iod* óptima. Hay dos posibilidades:
 - Incluir un límite de saturación en el regulador de *ioq* (a la salida del integrador de la Fig. 4.1). En ese caso el valor de *iod* calculado con *A* y *B* en la Fig. 4.1 queda también fijado (mientras no cambien referencia de par y velocidad), y el sistema queda en lazo abierto.

ⁱ El efecto corrector de (4.23) es lineal con el cambio en el par, mientras que la variación que sufre x_2 (y x_2^*) es mucho mayor si el par de referencia final es bajo, al encontrarse el par de referencia en el denominador del término que acompaña a x^4 en (4.11).

ⁱⁱ Hay una tercera posibilidad: detectar la divergencia del sistema y desconectar el cálculo de la *iod* óptima. Esta última posibilidad ha demostrado ser poco útil en la implementación práctica, ya que la detección de la divergencia se basa en el hecho de que la respuesta no posee sobrepaso en ningún caso. Como puede verse en la aplicación práctica del Capítulo 4 sobre un motor síncrono de imanes permanentes interiores, factores no considerados en este estudio teórico, hacen que, en determinadas circunstancias, aparezcan sobrepasos que hacen que el detector de divergencia actúe sin ser necesario.

- Incluir un límite de saturación en el mando de iod . El sistema queda en lazo cerrado a través de ioq —y por tanto controlando el par—, hasta que el valor de iod calculado mediante (3.62) o (3.63) es inferior a dicho límite y el mando vuelve a actuar.

La segunda posibilidad es la más recomendable, porque permite seguir teniendo control sobre el sistema, y permite ajustar la respuesta como en cualquier sistema realimentado. A partir del momento en que iod se satura y es constante, que se denominará iod_{sat} :

$$\begin{aligned} m(k) &= (\Psi a + (Ld - Lq) \cdot iod_{sat}) \cdot ioq(k) = \Psi_{sat} \cdot ioq(k) \\ ioq(k+1) &= (1 - I_{sat} \cdot \Psi_{sat}) \cdot ioq(k) \end{aligned} \quad (4.25)$$

con lo que el esquema de control pasa a ser un sistema clásico lineal que puede estudiarse y diseñarse mediante las técnicas habituales de la transformación Z:

$$ioq(z) = \frac{I_{sat}}{z - (1 - I_{sat} \cdot \Psi_{sat})} \cdot mf \quad (4.26)$$

El valor de I_{sat} y de iod_{sat} (Ψ_{sat}), son parámetros de diseño para obtener la respuesta buscada.

2. Limitar la velocidad de cambio de la referencia de par (i.e., limitar el valor máximo de la derivada de la referencia de par con respecto al tiempo). En ese caso, los coeficientes de la ecuación dinámica (4.9) que contienen a la referencia de par cambiarán gradualmente, así como el intervalo ($x2$, $x2^*$). Esto permite que el control vaya reajustando el valor de la corriente dentro del intervalo de estabilidad.

Si se observa el esquema de la Fig. 4.1 (pág. 93), cualquier cambio en el par de referencia, $m^*(k)$, se ve reflejado en la corriente ioq a través del integrador, que filtra dicha variación, y en la corriente iod a través del denominador del bloque de cálculo de la iod óptima, que la amplifica si la referencia de par es baja. Parece lógico que la principal fuente de inestabilidad cuando la referencia de par se reduce bruscamente, es en efecto, la entrada directa del par de referencia al bloque de cálculo de la iod óptima. Si se limita la posible variación de la referencia de par (i.e., su derivada), cuando se reduce en valor absoluto, y dicha limitación se introduce exclusivamente delante del bloque de cálculo de la iod óptima, es de

esperar que el efecto de la inestabilidad por la variación brusca del par (que produce un cambio brusco el intervalo de estabilidad (x_2, x_2^*)), pueda controlarse. Esto puede verse en (4.11), que se transforma en:

$$\frac{a}{m_{FIL}(k-1)} \cdot x^4 + b \cdot x + mf = 0 \quad (4.27)$$

siendo m_{FIL} la salida del bloque limitador de la velocidad de cambio —i.e., limitador de la derivada— de la referencia de par, situado entre la referencia de par $m^*(k)$ y la entrada del bloque de cálculo de la *iod* óptima. En cada instante k el único coeficiente que cambia, es el asociado a x^4 (que es precisamente el de mayor peso en la ecuación cuando se pasa de un valor elevado de par a un valor bajo en referencia de par). Por tanto, si Δm_{MAX} es la máxima variación de par permitida entre dos instantes de muestreo, el coeficiente asociado a x^4 presentaría como máxima variación posible entre dos instantes de muestreo:

$$\frac{a}{\Delta m_{MAX}} \quad (4.28)$$

con lo que se limitaría la variación del intervalo de estabilidad (x_2, x_2^*) ⁱ.

También en este caso hay dos posibilidades de implementación:

- Limitar a un valor máximo la derivada del par a su entrada al bloque de cálculo de la *iod* óptima.
- Limitar la derivada del par a su entrada al bloque de cálculo de la *iod* óptima mediante un filtro de primer orden.

Este último caso es el más recomendable puesto que la derivada de su salida (ante escalón a la entrada) decrece exponencialmente al aproximarse al valor final de la referencia de par que, en caso de ser de pequeño valor, es precisamente cuando el sistema es más sensible a la variación de par.

ⁱ Recuérdese que x_2 es precisamente una de las dos soluciones reales de (4.27).

El primer tipo de técnica, la de limitación de i_{od} , ha demostrado ser muy eficaz en los motores síncronos de imanes permanentes, donde el par está controlado principalmente por i_{oq} y las variaciones en i_{od} no producen efectos demasiado importantes en el par. Sin embargo, en los motores síncronos de reluctancia, aparecen importantes sobrepasos en el par debido al efecto directo de i_{od} sobre el par (véase (3.83))ⁱ. En esos casos, la técnica de limitación de la velocidad de cambio de la referencia de par a la entrada del bloque de cálculo de la i_{od} óptima, resuelve satisfactoriamente el problema modificando la respuesta dinámica tan sólo muy ligeramente.

Ejemplos de aplicación de todos los puntos comentados en este apartado se muestran en el Capítulo 5 sobre un motor síncrono de imanes permanentes interiores, al que se aplica la técnica de la limitación de i_{od} , y en el Capítulo 6 sobre un motor síncrono de reluctancia ALA, al que se aplica la técnica de limitación de la velocidad de cambio de la referencia de par a la entrada del bloque de cálculo de la i_{od} óptima.

ⁱ Dado que el motor de inducción y el motor de corriente continua poseen esta misma característica, es de esperar que también sea de aplicación a éstos.

Capítulo 5

Motor síncrono de imanes permanentes Validación experimental

5.1 *Introducción*

Para la validación experimental se ha utilizado un motor síncrono de imanes permanentes interiores, que es el único que presenta par de excitación y de reluctancia, y cuyo modelo es uno de los más complejos de los motores estudiados.

Se ha validado el modelo eléctrico y de pérdidas comprobándose que se ajusta razonablemente a la realidad. Como se comentó en la introducción, dicha validación carece de especial relevancia, ya que todos los modelos eléctricos que resultan de particularizar el modelo generalizado propuesto en esta tesis doctoral a cada uno de los motores incluidos en él, son idénticos a aquellos que vienen siendo utilizados habitualmente en la literatura, y que ya han sido suficientemente contrastados.

También se ha comprobado experimentalmente que los resultados teóricos y de simulación realizados en el Capítulo 4 sobre la estabilidad y la rapidez en la respuesta de par se ajustan razonablemente a lo esperado. Con ello se asegura que el estudio de estabilidad presentado en el Capítulo 4 es un punto de partida recomendable para el correcto diseño del regulador de lazo de minimización de pérdidas.

En el apartado 5.2 se presenta el modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro del motor síncrono de imanes permanentes interiores, que resulta de la particularización del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2, y que es el modelo habitual utilizado en la literatura.

En el apartado 5.3 se describe el banco de ensayos utilizado en la validación experimental.

En el apartado 5.4 se presenta los esquemas de medida y métodos seguidos para la obtención de los parámetros del modelo: Ψ_a , R_c , R_s , L_d y L_q . Se describe la problemática asociada a su determinación y las soluciones aportadas en esta tesis doctoral.

En el apartado 5.5 se comparan las estimaciones de pérdidas, basadas en el modelo eléctrico y de pérdidas, con los resultados experimentales obtenidos en el banco de ensayos. Se demuestra que los resultados experimentales se ajustan de forma razonable a los teóricos.

En el apartado 5.6 se particularizan, para el caso concreto del motor síncrono de imanes permanentes interiores disponible en el laboratorio, las fórmulas y recomendaciones propuestas en el Capítulo 4 para el diseño del regulador del lazo de minimización de pérdidas. Se presentan diversas simulaciones, en primer lugar considerando las simplificaciones realizadas en el Capítulo 4, y posteriormente, incluyendo la dinámica del motor y del regulador de desacoplo i/v —necesario para utilizar el inversor fuente de tensión como inversor fuente de corriente—. También se muestran ejemplos de inestabilidad por condiciones iniciales y su solución. Finalmente, se presenta el esquema de control vectorial con minimización de pérdidas implantado en el banco experimental, y los ensayos llevados a cabo para validar los resultados de simulación. En todos los casos, se comprueba que los resultados experimentales y los de las simulaciones se ajustan de forma razonable.

En el apartado 5.7 se comparan, desde el punto de vista del rendimiento: (a) la estrategia de minimización de pérdidas, (b) la estrategia habitualmente utilizada con los motores síncronos de imanes permanentes, que fija la corriente en eje d a cero, y (c) la estrategia de minimización de pérdidas considerando el motor síncrono de imanes permanentes interiores como si fuera de imanes superficiales. Los resultados demostrarán que, mediante el uso de (a) en vez de (b), no se obtiene la gran mejora en el rendimiento que es anunciada en la literatura, sino que las limitaciones de corriente y tensión/flujo la restringen enormemente. Estas limitaciones no se habían considerado antes en la literatura en dicha comparación.

Por último, en el apartado 5.8 se presenta la aplicación numérica, al motor utilizado en el laboratorio, de las sensibilidades relativas del rendimiento calculadas de forma general en el Capítulo 2.

5.2 Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro.

El circuito equivalente que se deriva del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2, particularizado al motor síncrono de imanes permanentes interiores y al motor síncrono con excitación constante, se presenta en la Fig. 5.1. Dicho modelo es el utilizado habitualmente en la literatura (véase apartado 2.5.4).

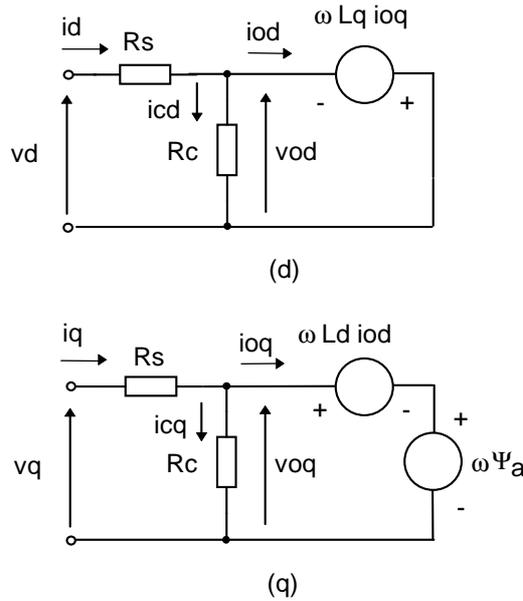


Fig. 5.1. Circuito equivalente en régimen permanente para motor síncrono de imanes permanentes interiores y motor síncrono con excitación constante.

Como ya se justificó para el modelo generalizado, apartado 2.6.3 (véase Apéndice A), en la práctica se puede suponer, que en *pu*:

$$\frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc^2} \ll 1$$

$$\frac{Rs}{Rc} \ll 1$$
(5.1)

con lo que las ecuaciones eléctricas correspondientes a la Fig. 5.1 se pueden poner:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s + \frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_c} & -\omega \cdot L_q \\ \omega \cdot L_d & R_s + \frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_c} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot L_q \cdot \Psi_a}{R_c} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

La relación entre tensiones y corrientes de entrehierro, $\underline{v_o}$ e $\underline{i_o}$ respectivamente, así como entre corrientes de entrada y de entrehierro son:

$$\begin{pmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \cdot L_q \\ \omega \cdot L_d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\omega \cdot L_q}{R_c} \\ \frac{\omega \cdot L_d}{R_c} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\omega \cdot \Psi_a}{R_c} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

El par viene dado por:

$$m = \Psi_a \cdot i_{oq} + (L_d - L_q) \cdot i_{od} \cdot i_{oq} \quad (5.5)$$

Las pérdidas eléctricas son:

$$P_e = P_{cu} + P_{fe} \quad (5.6)$$

donde las pérdidas óhmicas, P_{cu} , y en el hierro, P_{fe} , viene dadas por:

$$P_{cu} = R_s \cdot (i_d^2 + i_q^2) \quad (5.7)$$

$$P_{fe} = \frac{v_o^2}{R_c} = \frac{\omega^2 \cdot \Psi_m^2}{R_c} = \frac{\omega^2}{R_c} \cdot \{(\Psi_a + L_d \cdot i_{od})^2 + (L_q \cdot i_{oq})^2\} \quad (5.8)$$

siendo $\underline{\Psi_m}$ el vector espacial flujo total de entrehierro, suma del de excitación del rotor debido a los imanes permanentes, $\underline{\Psi_a}$, y del producido por las corrientes de entrehierro, $\underline{\Psi_o}$:

$$\underline{\Psi_m} = \underline{\Psi_a} + \underline{\Psi_o} \quad (5.9)$$

donde Ψ_o es:

$$\begin{aligned}\Psi_{od} &= L_d \cdot i_{od} \\ \Psi_{oq} &= L_q \cdot i_{oq}\end{aligned}\tag{5.10}$$

5.3 Descripción del banco de ensayos

Una representación esquemática del sistema experimental utilizado se muestra en la Fig. 5.2, y se describe en detalle a continuación.

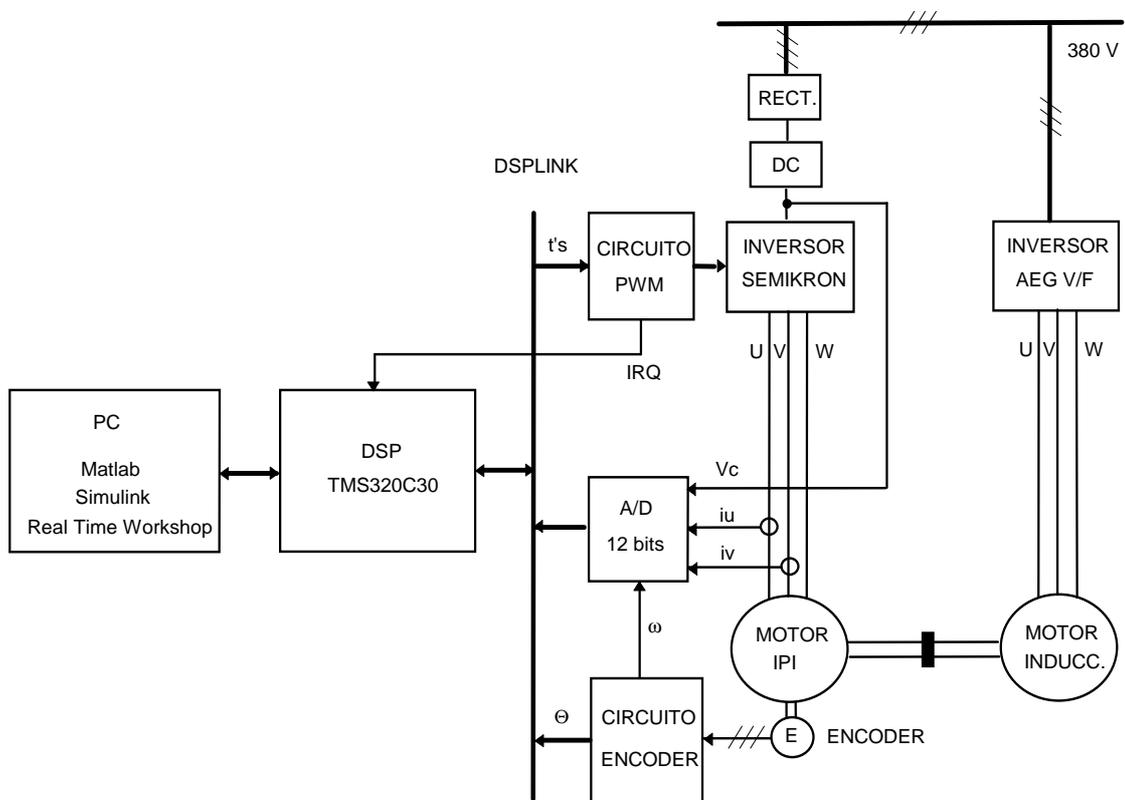


Fig. 5.2. Esquema del sistema experimental.

El motor síncrono trifásico de imanes permanentes interiores utilizado fue donado por la empresa *Berriola*, y sus características nominales se muestran en la Tabla 5.1.

<i>V línea</i> (V)	<i>I línea</i> (A)	<i>Pares</i> <i>Polos</i>	ω_n (r.p.m.)
220	7	3	2000

Tabla 5.1. Características nominales del motor síncrono de imanes permanentes interiores Berriola, usado para la experimentación.

La carga se ha simulado mediante un motor de inducción de 380 V, 9.5 A, 4 kW 2880 rpm, accionado por un convertidor electrónico V/F de cuatro cuadrantes de AEG modelo ‘Microconverter D20/380’ de 20 kVA. El motor síncrono de imanes permanentes interiores se controla mediante un módulo comercial *Semikron* SkiiP formado por un inversor trifásico y un *chopper* de frenado. Todos los elementos de conmutación son IGBTs, con una frecuencia de conmutación máxima de 20 kHz. El citado módulo inversor se ha alimentado a 380 V a través de un rectificador trifásico con filtro por condensador. La tensión de corriente continua es aproximadamente de 535 V. El control del inversor se realiza a través de un circuito FPGA de *Xilinx*, que ha sido diseñada y programada para gestionar los tiempos de conmutación calculados por el DSP para generar el PWM (‘CIRCUITO PWM’ en la Fig. 5.2)ⁱ. La FPGA se conecta al inversor a través de un circuito adaptador optoacoplado. El circuito ha sido dotado de un sistema de seguridad que permite controlar la secuencia de conmutación del PWM, sin el cual se puede producir —y se producían en la práctica debido a ruidos— un cambio de secuencia que convierta el lazo de realimentación negativa en positivaⁱⁱ. La FPGA se encarga de gestionar las interrupciones, que activan en cada período de muestreo el programa de control y la adquisición de señales, en vez de hacerlo el sistema DSP. Esto último permite tomar las medidas de corriente al principio del subciclo de conmutación cuando no se producen conmutaciones en los interruptores y la tensión aplicada al motor es cero. Gracias a esto, y para una frecuencia de conmutación suficientemente alta, no es necesario el uso de filtros *antialiasing* evitado incertidumbres de medida adicionales y retrasos que luego han de ser compensados .

ⁱ Diseñada y programa por Daniel Muñoz Frías, profesor del departamento de Electrónica y Automática.

ⁱⁱ Modificación sugerida por Pablo García González, profesor del departamento de Electrónica y Automática, y por el autor de esta tesis doctoral.

La medida de la velocidad y posición del rotor se realiza mediante un *encoder* incremental de 1024 pulsos/vuelta con doble salida (una desfasada 1/4 de período respecto de la otra, que permite la detección del sentido de giro) y señal de cero. Las señales del *encoder* se tratan en una placa que se ha diseñado y construido para este propósito ('CIRCUITO ENCODER' en la Fig. 5.2). Dicho circuito, consta de un circuito multiplicador de los pulsos del *encoder*, elevándose éstos a 2048 pulsos/vuelta, un circuito convertidor frecuencia/tensión para obtener una señal analógica de velocidad, y un circuito FPGA de *Xilinx* programado como circuito descodificador, contador de pulsos y conexión con el bus de la placa de desarrollo de DSP. La calibración realizada sobre el circuito frecuencia/tensión garantiza una incertidumbre inferior al $\pm 0.5\%$ en la medida de velocidad. El ángulo cero (señal de cero del *encoder*) se ha situado en el eje magnético de la fase u del motor. El ajuste se realiza utilizando la tensión de fase $u-o$ en vacío, a baja velocidad —para minimizar los efectos de las pérdidas en el hierro— con el motor como generador (movido por el motor de inducción), y un programa de DSP que captura la posición dada por el *encoder* y genera una señal de comparación. También se ha utilizado posteriormente, para comprobar la bondad del ajuste, el hecho de que el valor medio de la tensión en eje q en vacío, a velocidad constante, es máxima si el ajuste es correcto.

La placa de desarrollo sobre el que se han implantado los programas de control y/o medida es de *Loughborough Sounds and Images (LSI)*, y está basada en el procesador de señal DSP de coma flotante de *Texas Instruments* TMS320C30 con una frecuencia de reloj de 33.3 MHz. Posee un banco de memoria externa sin estados de espera de 2x64 k (palabras) y un bus especial mapeado, para la conexión de periféricos denominado DSPLINK, al que se han conectado las tarjetas mencionadas anteriormente para la conexión del *encoder*, la gestión del PWM, y la adquisición de señales. La placa se conecta al bus de expansión del PC y se controla desde él (véase Fig. 5.2).

Para la medida de las corrientes se han utilizado sondas de efecto Hall de precisión con un ancho de banda de 100 kHz, mientras que para la medida de la tensión de continua del inversor se ha utilizado una sonda aislada de tensión de precisión. La medida de la tensión de continua es muy recomendable ya que la tensión PWM generada se hace independiente de las posibles variaciones que pueden producirse en ella, especialmente al generar escalones de par. La adquisición de señales se realiza a través de una tarjeta A/D de 32 canales 12 bits conectable directamente al bus DSPLINK. Antes de realizar cualquier experimento, todo el equipo de medida (sondas y tarjeta A/D) se ha dejado calentar previamente

y se ha calibrado mediante un calibrador *Fluke 5500A* para asegurar, en el dato en DSP, una incertidumbre inferior al $\pm 0.5\%$ ⁱ.

Todo el desarrollo de los programas de control y/o medida que luego son ejecutados en el DSP, se realiza en PC mediante la herramienta ‘Real Time Workshop’ de ‘Simulink 2.0’ suministrado para trabajar bajo el programa ‘Matlab 5.0’. Esta herramienta permite pasar de los esquemas de simulación en Simulink a los programas en C para el DSP, compilarlos y transmitirlos al sistema de desarrollo. También permite ejecutar, parar y controlar en tiempo real el DSP desde el esquema de simulación de Simulink. Desafortunadamente, ‘Real Time Workshop’ no viene preparado para trabajar con las placas utilizadas en el banco de ensayos, por lo que ha sido necesario crear todos los *drivers* de entrada/salida para la adquisición de señales, control de la tarjeta de PWM, *encoder*, etc. Además, se han creado módulos en C para Simulink, para el cálculo de los tiempos de PWM vectorial, cálculo de las funciones seno y coseno con corrección de ángulo. También se han desarrollado bloques especiales que permiten almacenar las variables seleccionadas en el DSP, para que, cuando el experimento finalice, el DSP envíe los datos al PC y estos sean convertidos al formato numérico ‘Matlab’ y puedan ser tratados por este programa.

5.4 Obtención experimental de los parámetros del modelo

5.4.1 Selección de la frecuencia de muestreo y la frecuencia fundamental

El valor mínimo del período de muestreo T_s viene determinado por la rapidez del sistema en la adquisición de los datos y la ejecución del programa de control. En este caso, y para el sistema de control vectorial con optimización de pérdidas, el tiempo mínimo ha resultado ser de 260 μs .

Por otra parte, existe el problema de la aparición de subarmónicos de la frecuencia fundamental si ésta no verifica la siguiente relación (García-Cerrada, 1991)ⁱⁱ:

ⁱ Además de la incertidumbre constante que depende de la escala y tipo de sonda.

ⁱⁱ Originalmente $T = T_s \cdot 6 \cdot ni$. Ha sido transformada utilizando las magnitudes base definidas en esta tesis doctoral, para obtener ω en magnitudes unitarias.

$$\omega = \frac{T_{en}}{T_s \cdot 6 \cdot ni} \quad (pu) \quad (5.11)$$

donde ω es la pulsación de alimentación en pu , T_s es el período de muestreo, T_{en} es el período eléctrico nominal del motor, y ni representa a cualquier número impar (T_s y T_{en} en las mismas unidades). La aparición de subarmónicos podría distorsionar las medidas, ya que estas sólo se promedian (para obtener el valor de primer armónico) en una vuelta del rotor para eliminar los armónicos introducidos por los imanes y las asimetrías mecánicas. Si se desea que $\omega = 1.0 pu$ verifique (5.11), el menor valor de T_s superior a $260 \mu s$ que lo cumple es $333 \mu s$, que ha sido el seleccionado para muchas de las medidas realizadas. Si en cambio, se desea que $\omega = 0.5 pu$ verifique (5.11), el menor valor de T_s superior a $260 \mu s$ que lo cumple es $303 \mu s$, valor que ha sido usado para los ensayos a dicha frecuencia fundamental. Se muestran a continuación algunos de los valores de frecuencia fundamental que, para $T_s = 333 \mu s$ y $T_{en} = 10 ms$, verifican (5.11):

$$T_s = 333 \mu s: \quad \omega = \{ \dots, 0.263, 0.294, 0.334, 0.385, 0.455, 0.556, 0.715, 1.00, 1.6, 5, \dots \}$$

5.4.2 Módulo del vector espacial flujo de los imanes, Ψ_a

El valor Ψ_a representa el valor de pico de primer armónico de flujo de entrehierro por fase, generado por los imanes permanentesⁱ. Con el estator abierto, $id = 0$ e $iq = 0$, (5.2) pasa a ser:

$$\begin{pmatrix} vd \\ vq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot Lq \cdot \Psi_a}{Rc} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

con lo que, para $\omega = 0.334$, $Lq = 0.6$ y $Rc = 23.2$, se puede poner:

$$v = \sqrt{vd^2 + vq^2} = \omega \cdot \Psi_a \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega \cdot Lq}{Rc} \right)^2} \approx \omega \cdot \Psi_a \quad (5.13)$$

ⁱ Para ser rigurosos habría que hablar de flujo de corona. Véase Serrano (1989), pág. 193.

Por tanto, Ψ_a se puede estimar dividiendo el valor de tensión de fase de primer armónico con el estator abierto, entre la velocidad (en el caso del ensayo realizado, $\omega = 0.334 pu$). En la Fig. 5.3 se muestran las tensiones de fase $u-o$, $v-o$ y $w-o$ con estator abierto a una velocidad $\omega = 0.334 pu$ (el motor síncrono es arrastrado por el motor de inducción), para comprobar el grado de simetría de las tres fases.

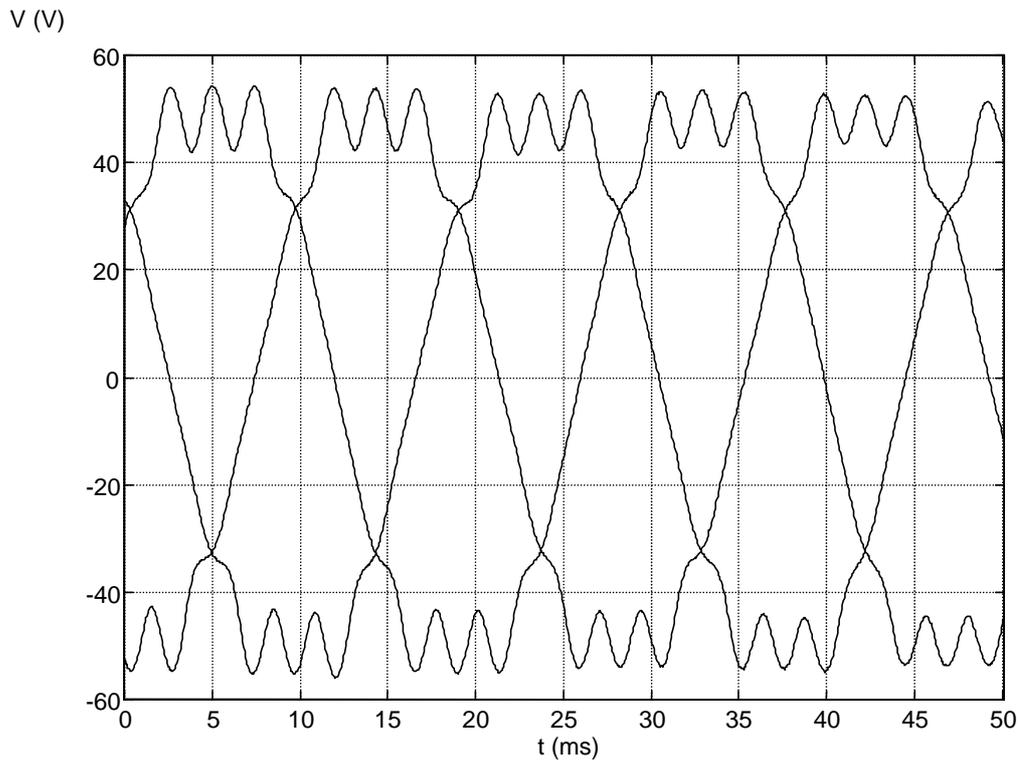


Fig. 5.3. Tensiones de fase $u-o$, $v-o$ y $w-o$ con estator abierto a una velocidad $\omega = 0.334 pu$ en el motor síncrono de imanes permanentes interiores usado en la experimentación.

En la Fig. 5.4 se muestra el espectro de la tensión de fase (arriba), y el del flujo asociado (abajo. Obtenido dividiendo el espectro de la tensión de fase entre la pulsación del armónico correspondiente). Como se puede observar, la tensión, y en mayor medida el flujo, presentan un espectro bastante puro, teniendo en cuenta además, que el tercer armónico desaparece en la tensión compuesta, y que la conexión del motor con el inversor es a tres hilos. El valor de primer armónico del flujo resultó ser:

$$\Psi_a = 0.245 \text{ Wb} = 0.857 pu$$

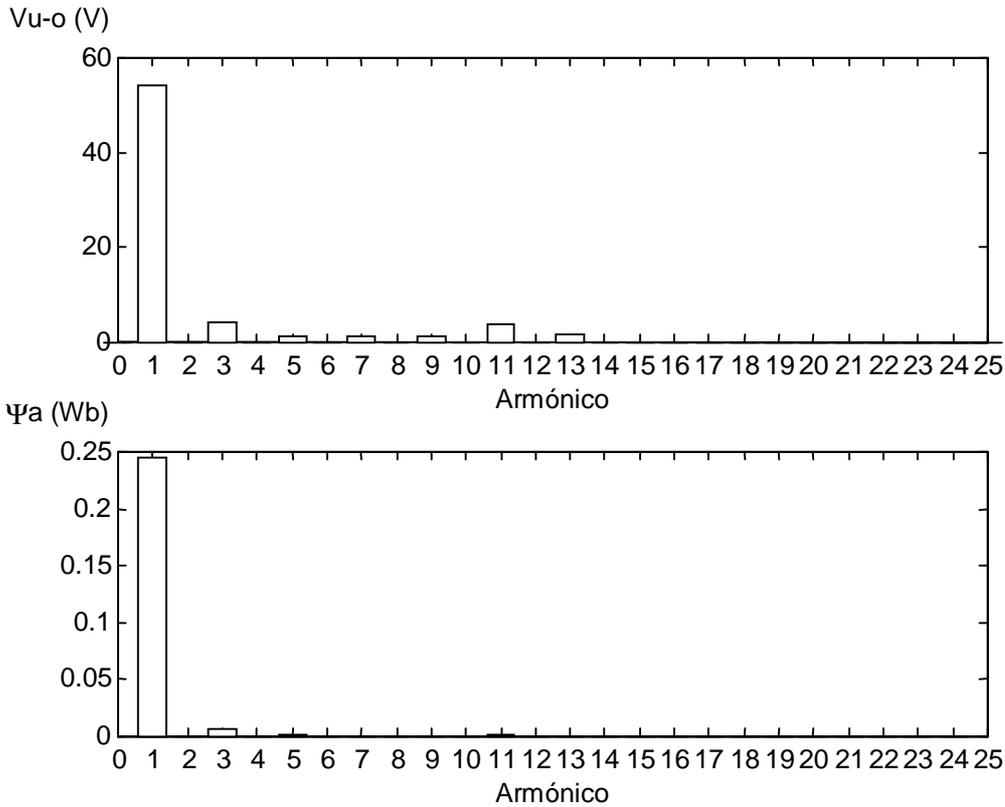


Fig. 5.4. Espectro armónico de la tensión de fase y del flujo de entrehierro asociado a los imanes permanentes ($\omega = 0.334 \text{ pu}$).

5.4.3 Resistencia de pérdidas en el hierro, R_c

Como se comentó en el apartado 2.7, modelar las pérdidas en el hierro mediante la resistencia R_c , implica una dependencia de R_c con ω debido a las pérdidas por histéresis:

$$R_c = \frac{1}{K_f + \frac{K_h}{\omega}} = R_{c0} \cdot \frac{\frac{K_f}{K_h} + 1}{\frac{K_f}{K_h} + \frac{1}{\omega}} \quad (5.14)$$

donde K_f y K_h son los coeficientes de proporcionalidad asociados a las pérdidas de Foucault e histéresis respectivamente, y R_{c0} es el valor estimado de R_c a $\omega = 1$.

Para estimar correctamente R_c a cada frecuencia, su medida debe realizarse con corrientes bajas y en vacío, para que las pérdidas en el hierro sean una parte importante de la potencia de entrada. En el motor de inducción es fácil variar la tensión de alimentación en

un amplio margen (a una frecuencia dada) manteniéndose la corriente de entrada (la de vacío) a un valor relativamente reducido, de tal forma que se pueden aplicar técnicas de regresión lineal para estimar un valor constante de R_c o incluso determinar el efecto que sobre ella tiene la saturación en el hierro. Sin embargo, en el motor síncrono de imanes permanentes, la tensión está determinada fundamentalmente por el flujo de los imanes (que no puede modificarse como en los motores síncronos con excitación independiente) y la velocidad. Por este motivo, la única variación posible es la producida por el debilitamiento de flujo a costa de elevar (hacer más negativa) i_d . Esto provoca que las pérdidas óhmicas aumenten, relegando las pérdidas en el hierro a un segundo plano si la resistencia equivalente de pérdidas óhmicas, R_s , es elevada —como es el caso de los motores de pequeña potencia—. Por tanto, la técnica recomendada en la norma UNE 60034-2 para la determinación de R_c en motores de inducción, consistente en variar la tensión de entrada descontando de la potencia de entrada las pérdidas óhmicas, no es de aplicación aquí, ya que, como se ha podido comprobar, los valores obtenidos de R_c mediante regresión son muy sensibles al valor estimado de R_s .

Luego, el valor de R_c sólo puede ser calculado con garantía a ciertos valores concretos de tensión —el que dicte la velocidad y el flujo de los imanes— y corrientes de eje d bajas. Descartada la técnica de regresión lineal a distintas tensiones, se ha considerado más conveniente, estimar R_c usando un balance de potencias y la estimación del par con $i_d = 0$. Si $i_d = 0$ y conocido con precisión Ψ_a , se puede estimar el par electromagnético sin demasiada incertidumbre, a pesar de la imprecisión del modelo.

Así, despejando i_{od} e i_{oq} de (5.4), se tiene:

$$\begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_c^2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{\omega \cdot L_q}{R_c} \\ -\frac{\omega \cdot L_d}{R_c} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q - \frac{\omega \cdot \Psi_a}{R_c} \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

Sustituyendo dichos valores en la ecuación de par (5.5), teniendo en cuenta las simplificaciones prácticas dadas en (5.1), y tomando $i_d = 0$:

$$m = \Psi_a \cdot i_q - \frac{\omega}{R_c} \cdot (\Psi_a^2 + (L_d - L_q) \cdot i_q^2) \quad (5.16)$$

Dado que la potencia de entrada en unitarias viene dada por

$$P_{ent} = m \cdot \omega + i^2 \cdot R_s + \frac{v_o^2}{R_c} \quad (5.17)$$

sustituyendo (5.16) en (5.17), teniendo en cuenta que en vacío y con $id = 0$, $v_o \approx v$, y despejando R_c :

$$R_c = \frac{v^2 - \omega^2 \cdot (\Psi_a^2 + (L_d - L_q) \cdot iq^2)}{P_{ent} - \omega \cdot \Psi_a \cdot iq - i^2 \cdot R_s} \quad (5.18)$$

donde:

$$P_{ent} = vd \cdot id + vq \cdot iq \quad (5.19)$$

$$v^2 = vd^2 + vq^2 \quad (5.20)$$

Hay que tener en cuenta que la medida de velocidad y la estimación de Ψ_a son especialmente críticasⁱ. El valor de $L_d - L_q$ no tiene mucha importancia en (5.18) porque multiplica a iq^2 (pequeña al estar en vacío), y además, el producto anterior, va sumado a Ψ_a^2 , por lo que pueden utilizarse valores aproximados de L_d y L_q (se ha utilizado $L_d = 0.37 pu$ y $L_q = 0.6 pu$ ⁱⁱ). La incertidumbre asociada a R_s tiene ahora poco peso sobre el cálculo de R_c ya que i es pequeña (al estar el motor en vacío. Se ha utilizado $R_s = 1.1 \cdot R_{sDC} = 0.099 pu$ ⁱⁱⁱ).

En la Fig. 5.5 se muestra el valor obtenido de R_c para cada frecuencia de ensayo (marcado con **x**). La curva continua se ha obtenido mediante regresión lineal de las medi-

ⁱ Conclusiones extraídas del análisis de incertidumbre basada en la propagación cuadrática del error según recomendación 1 del Comité Internacional de Pesos y Medidas (CI-1981, y RELE, 1995).

ⁱⁱ Valores obtenidos con el motor parado a muy baja corriente mediante puente electrónico de medida.

ⁱⁱⁱ El valor de R_{sDC} (valor de la resistencia en corriente continua), se ha obtenido mediante miliohmímetro a 4 hilos. El factor 1.1 tiene en cuenta el aumento de la resistencia efectiva al alimentar el motor con CA.

das, ajustándolas mediante mínimos cuadrados a la expresión (5.14). Los valores obtenidos han sido:

$$R_{c_o} = 52.7 \quad ; \quad K_f / K_h = 0.571 \quad (5.21)$$

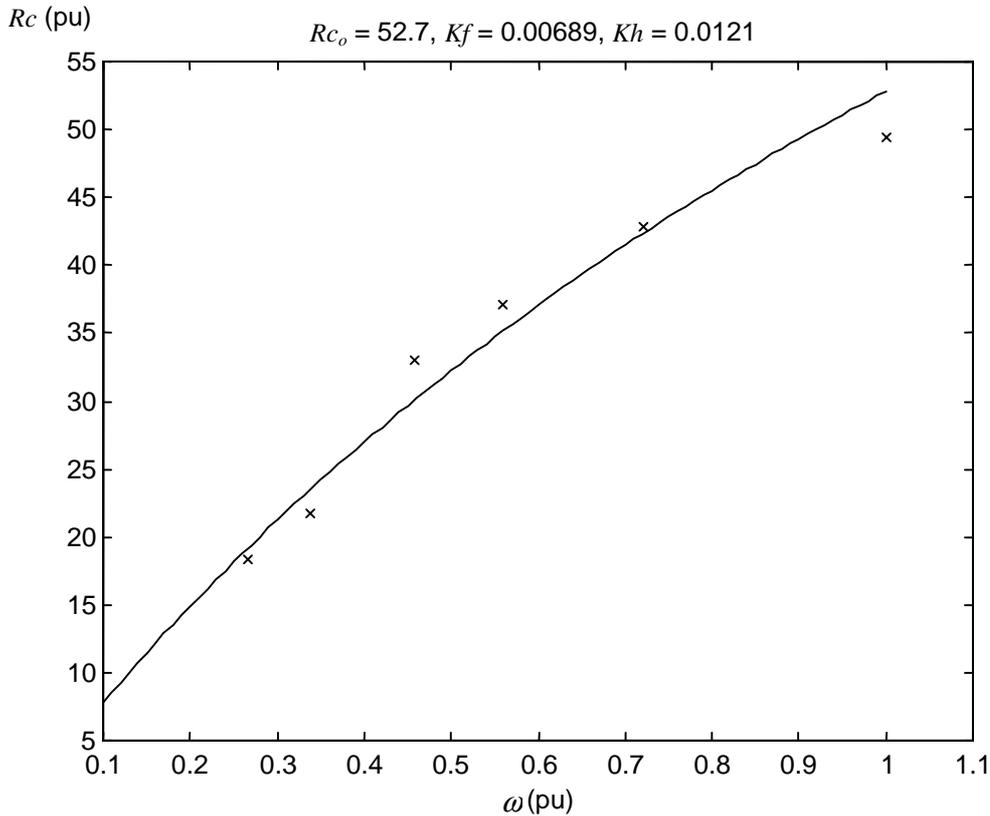


Fig. 5.5. Dependencia de R_c con la frecuencia en el motor síncrono de imanes permanentes interiores usado en la experimentación.

El esquema de control y medida utilizado se muestra en la Fig. 5.6, con $i_{d_{ref}} = 0$. En la Fig. 5.5 se observa la clara influencia de la frecuencia (por efecto de las pérdidas por histéresis), que no debe despreciarse en un análisis que incluya las pérdidas en el hierro.

5.4.4 Resistencia equivalente de pérdidas óhmicas, R_s

La medida de la resistencia de estator en corriente continua se ha realizado con un miliohmímetro a cuatro hilos. El valor medido, media de las medidas de cada fase (la variabilidad entre fases resulto ser muy pequeña) fue:

$$R_{sDC} = 1.620 \, \Omega \pm 0.1\% \quad \text{Temperatura: } 22 \, ^\circ\text{C}$$

que en pu es:

$$R_{SDC} = 0.090 pu \pm 0.1\%$$

Temperatura: 22 °C

Para estimar las pérdidas adicionales en corriente alterna, se han realizado medidas de pérdidas en vacío a distintas velocidades (frecuencias), variando la corriente de entrada (concretamente variando i_d). El esquema de control utilizado es, de nuevo, el mostrado en la Fig. 5.6.

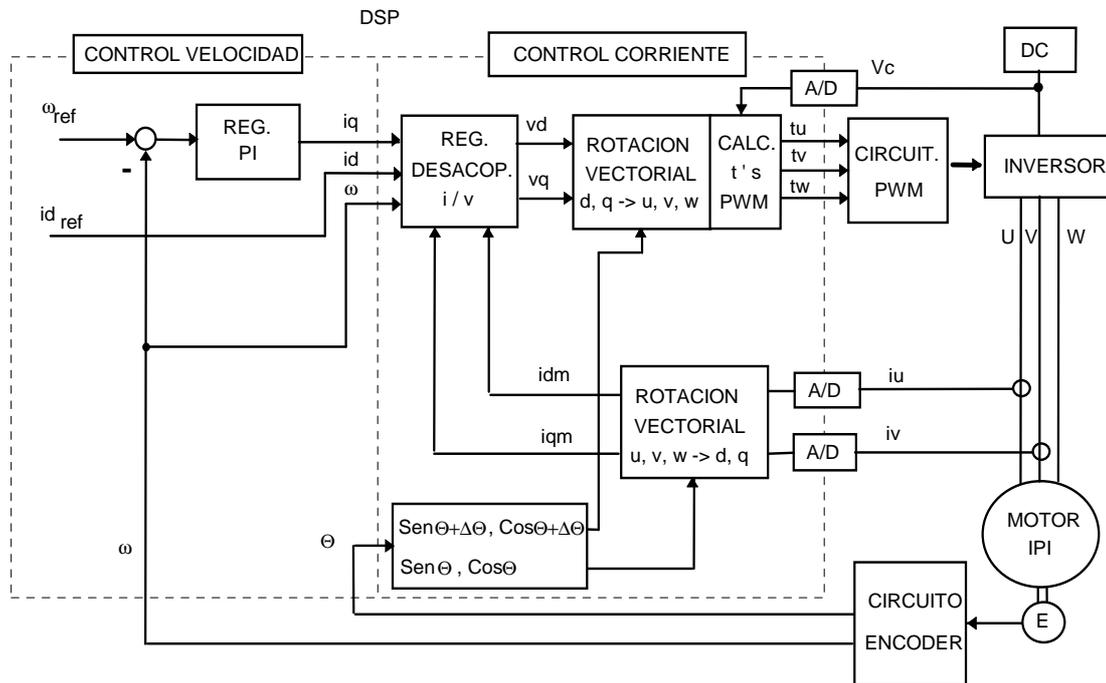


Fig. 5.6. Esquema experimental de control de velocidad para la medida de pérdidas eléctricas.

En las gráficas de la Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9 se muestran, marcadas con el símbolo \mathbf{x} , los valores medidos de potencia de entrada de primer armónico, P_{ent} , obtenidas mediante (5.19) a tres velocidades distintas, 0.455 pu , 0.715 pu y velocidad nominal, respectivamente. En dichas figuras también se muestra, con el símbolo \mathbf{o} , la potencia de entrada teórica estimada, calculada como se explica más adelante.

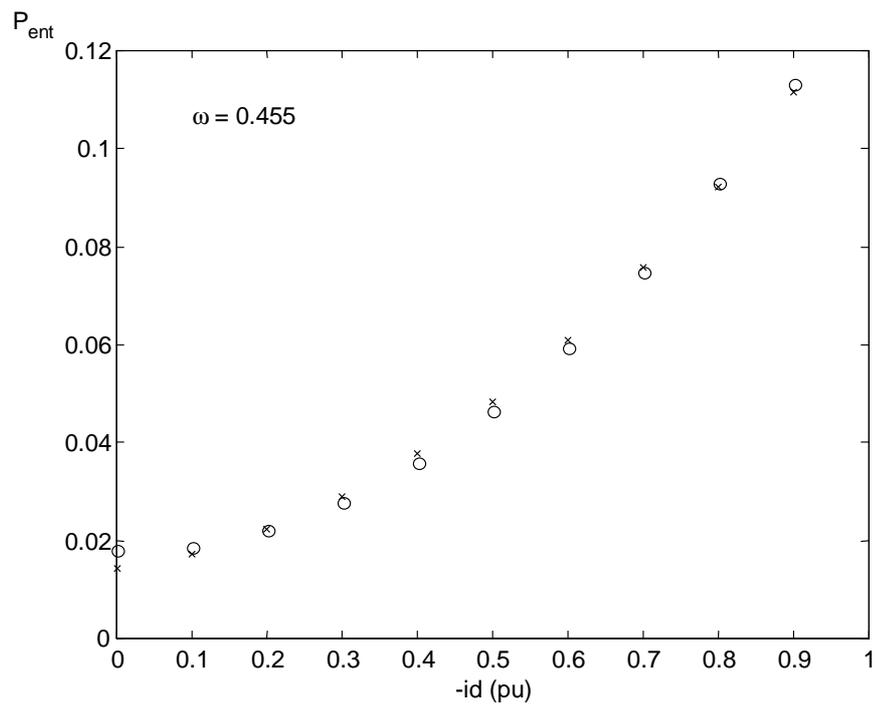


Fig. 5.7. Potencia de entrada experimental (x) y estimada (o) en vacío a velocidad 0.455 pu para distintos valores de id .

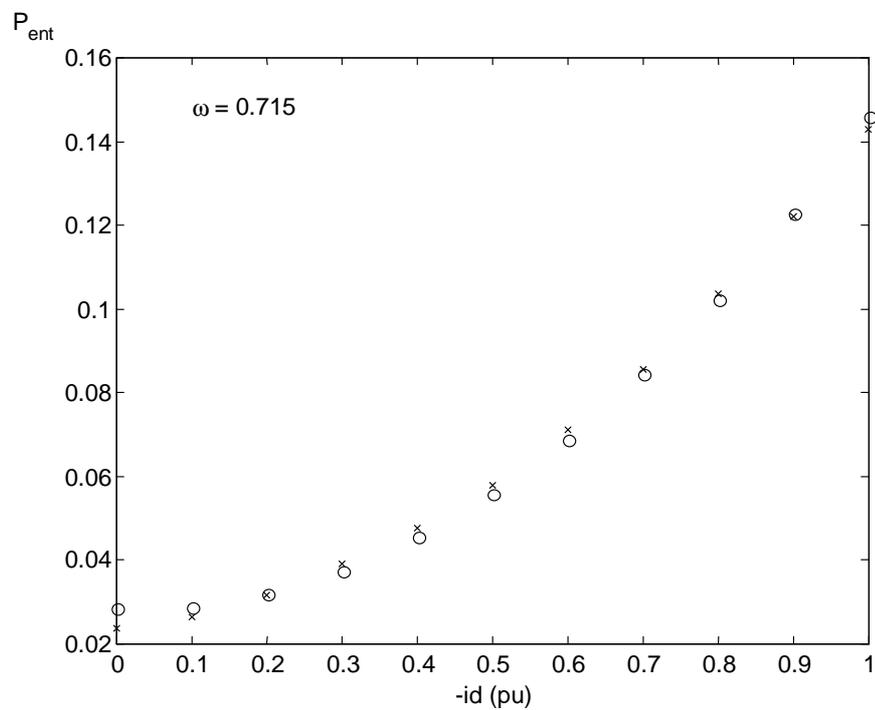


Fig. 5.8. Potencia de entrada experimental (x) y estimada (o) en vacío a velocidad 0.715 pu para distintos valores de id .

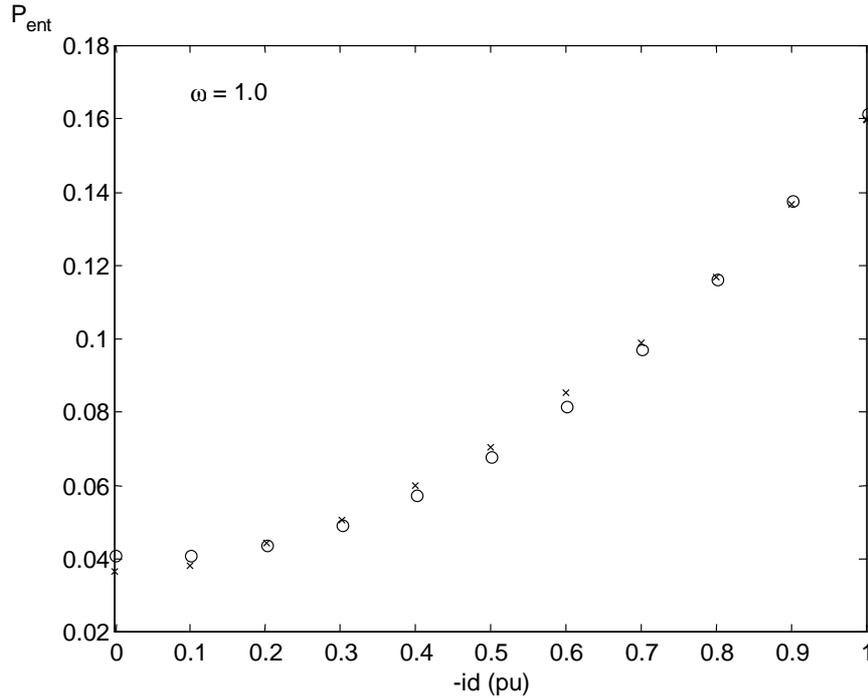


Fig. 5.9. Potencia de entrada experimental (x) y estimada (o) en vacío a velocidad nominal para distintos valores de i_d .

Para el cálculo del valor de R_s con la mínima incertidumbre posible, se ha utilizado la técnica de ajuste por mínimos cuadrados. Dado que la potencia de entrada en unitarias viene dada por (5.17), y que, a una velocidad dada, la potencia en eje es constante en vacío, el problema, en términos de regresión lineal, se puede expresar:

$$\begin{pmatrix} P_{ent}(1) - v_o^2(1)/R_c \\ \vdots \\ P_{ent}(n) - v_o^2(n)/R_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i^2(1) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & i^2(n) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m \cdot \omega \\ R_s \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

donde i^2 y v_o^2 se calculan mediante:

$$\begin{aligned} i^2 &= i_d^2 + i_q^2 \\ v_o^2 &\approx (v_d - R_{s_{DC}} \cdot i_d)^2 + (v_q - R_{s_{DC}} \cdot i_q)^2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

n representa a la medida n -ésima y P_{ent} se calcula con (5.19). Nótese que R_c es el valor correspondiente a la frecuencia fundamental en estudio según (5.14) y (5.21). El primer vector, de dimensión $n \times 1$, es la salida, la matriz de dimensión $n \times 2$ es la matriz de regreso-

res, y el vector de parámetros (a estimar), de dimensión 2x1, está compuesto por la potencia en el eje del motor y R_s . Los valores estimados de R_s ($R_{s_{est}}$), obtenidos para cada velocidad mediante (5.22) utilizando las medidas con las que se representaron las Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9, quedan reflejados en la Tabla 5.2.

ω (pu)	0.455	0.715	1.0
$R_{s_{est}}$ (pu)	0.112	0.115	0.118

Tabla 5.2. Resistencia estimada de pérdidas óhmicas de primer armónico mediante mínimos cuadrados, para distintas frecuencias fundamentales.

Para determinar la bondad del ajuste se ha recalculado la P_{ent} según (5.17) con los valores obtenidos de R_s dados en la Tabla 5.2, el valor de R_c correspondiente a la frecuencia fundamental en estudio según (5.14) y (5.21), y las medidas de i_d , i_q , v_d , v_q con las que se confeccionaron las Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9 (símbolo **x**). El valor de P_{ent} así calculado aparece representado en estas mismas figuras con el símbolo **o**.

Durante los ensayos, y según se van tomando medidas y se va modificando la corriente, la temperatura del estator cambia (aunque lentamente). Por tanto, parece lógico pensar que el valor equivalente de R_s cambiará al ser función de la temperatura. Sin embargo, según la norma UNE 60034-2, dicho valor se puede suponer independiente de la temperatura ya que la resistencia de corriente continua aumenta con el aumento de temperatura, mientras que las pérdidas adicionales de corriente alterna disminuyen con el aumento de la temperatura. Esto queda reflejado en la siguiente expresión:

$$K_{TER} = \frac{235 + T2}{235 + T1} \tag{5.24}$$

$$R_{s_{T2}} = R_{s_{DC\ T1}} \cdot K_{TER} + \frac{R_{adicional\ CA}}{K_{TER}}$$

donde $T1$ y $T2$ son temperaturas en grados Celsius, $R_{s_{DC\ T1}}$ es la resistencia de corriente continua a la temperatura $T1$, $R_{s_{T2}}$ es la resistencia equivalente en corriente alterna a la temperatura $T2$, y $R_{adicional\ CA}$ modela las pérdidas adicionales en corriente alterna a la temperatura $T1$.

Sin embargo la compensación no es exacta y se ha preferido en la tesis corregir el efecto de la temperatura. Para mitigar dicho efecto, las medidas realizadas para cada ensayo a velocidad constante, se han realizado de forma creciente y decreciente para, de esa forma, obtener una $R_{s_{est}}$ lo más cercana a la temperatura promedio del ensayoⁱ. Para calcular dicha temperatura promedio, al iniciar y finalizar cada ensayo, se han medido las resistencias de corriente continua, $R_{s_{DC\ inicial}}$ y $R_{s_{DC\ final}}$. A través de (5.24) y el valor de $R_{s_{DC}}$ presentado al principio de este apartado, se estiman los valores de temperatura inicial y final del ensayo:

$$\begin{aligned} T_{inicial} &= \frac{R_{s_{DC\ inicial}} \cdot (235 + 22)}{1.62} - 235 \\ T_{final} &= \frac{R_{s_{DC\ final}} \cdot (235 + 22)}{1.62} - 235 \end{aligned} \quad (5.25)$$

de tal forma que la $R_{s_{est}}$ se puede suponer calculada a una temperatura de:

$$T_{ensayo} = \frac{T_{inicial} + T_{final}}{2} \quad (5.26)$$

Una vez corregidos en temperatura los valores de la Tabla 5.2, $R_{s_{est}}$ no presenta una variabilidad suficiente que pueda ser achacada a la frecuencia del armónico fundamental, y por tanto puede ser, a nivel práctico, considerada independiente de ésta, con un valor de:

$$R_s = 0.110 \text{ pu} \quad \text{Temperatura: } 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

Como ejemplo de los ensayos realizados, se muestra en la Fig. 5.10 una composición de las medidas tomadas a diferentes valores de id a $\omega = 1.0 \text{ pu}$.

En todo el estudio presentado en esta tesis doctoral, el valor de R_s a utilizar se supondrá siempre que es de corriente alterna a la temperatura de trabajo correspondiente.

ⁱ La secuencia de medida es: $-id = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1$

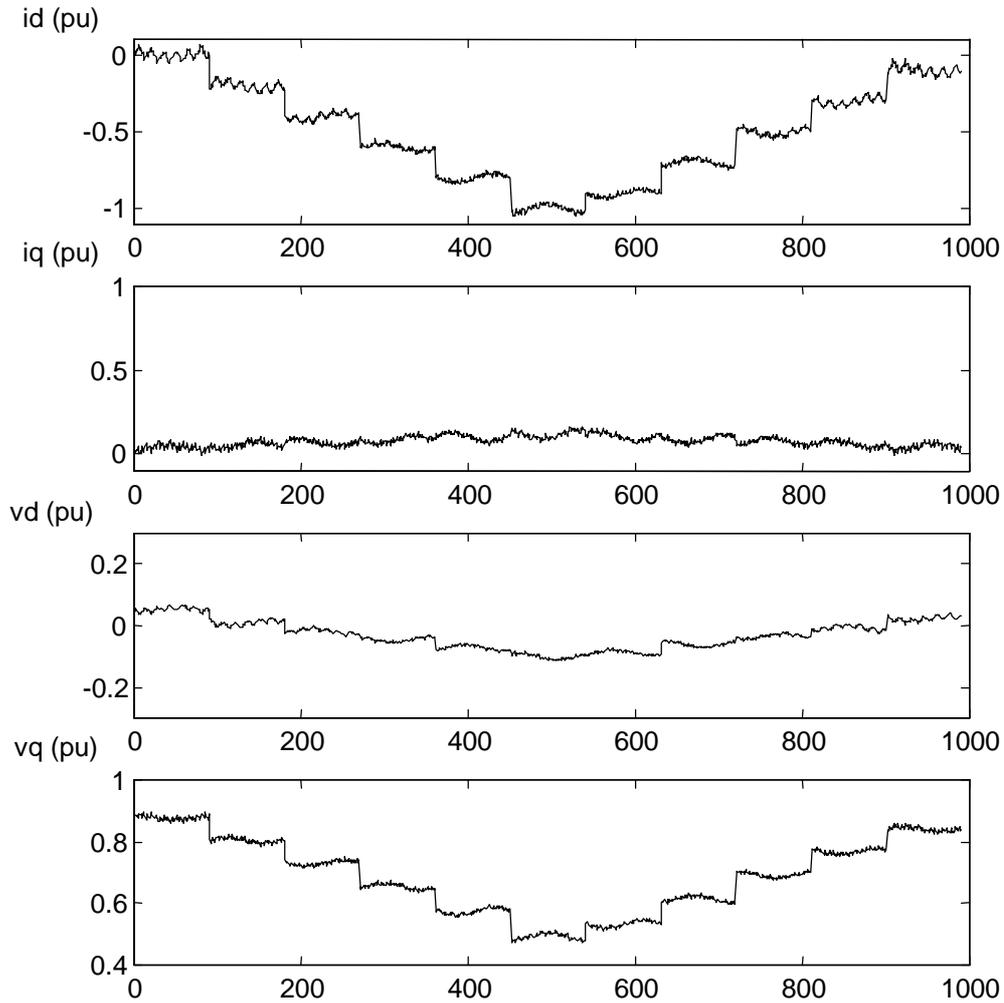


Fig. 5.10. *Medidas en vacío para distintos valores de i_d a $\omega = 1.0$ pu.*

En la Fig. 5.10, se observan dos tipos de oscilaciones superpuestas al valor medio que representa la frecuencia fundamentalⁱ. Una, que coincide exactamente con la frecuencia de giro del rotor, achacable al acoplamiento mecánico entre los motores del banco y a las asimetrías de entrehierro; y otra, de frecuencia 6 veces superior a la anterior, provocada por las ligeras asimetrías en los seis imanes permanentes dispuestos en el rotor y los armónicos

ⁱ Al convertir una señal trifásica periódica de cierta frecuencia, a un sistema de representación vectorial en ejes d y q que gira a esa misma frecuencia, la citada señal se convierte en un vector constante en dicho sistema de referencia giratorio, y por tanto las componentes de ese vector sobre dichos ejes también lo son.

correspondientes de reluctancia.

5.4.5 Medida de las inductancias de eje, L_d y L_q

En este caso tampoco es de aplicación la norma UNE 60034-4 aplicable al motor síncrono estándar ya que los ensayos para determinar L_d y L_q que allí se presentan exigen el control del flujo de excitación (control de la corriente de excitación). Para la medida de L_d y L_q y su dependencia con respecto a su corriente de eje, se han realizado ensayos con $i_d \neq 0$ e $i_q = 0$, y viceversa. Si $i_q = 0$, (5.2) pasa a ser:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s + \frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_c} \\ \omega \cdot L_d \end{pmatrix} \cdot i_d + \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot L_q \cdot \Psi_a}{R_c} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

de donde se deduce que:

$$L_d = \frac{v_q - \omega \cdot \Psi_a}{\omega \cdot i_d} \quad (5.28)$$

Si en cambio $i_d = 0$, (5.2) pasa a ser:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega \cdot L_q \\ R_s + \frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_c} \end{pmatrix} \cdot i_q + \begin{pmatrix} \frac{\omega^2 \cdot L_q \cdot \Psi_a}{R_c} \\ \omega \cdot \Psi_a \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

de donde se deduce que:

$$L_q = -\frac{v_d}{\omega \cdot i_q - \frac{\omega^2 \cdot \Psi_a}{R_c}} \quad (5.30)$$

Mediante (5.28) y (5.30) se han calculado los valores de L_d y L_q haciendo ensayos a dos velocidades distintas $\omega = 1.0 \text{ pu}$ y $\omega = 0.294 \text{ pu}$, no habiéndose encontrado diferencias significativas entre los valores obtenidos a una velocidad y otra. Los valores de L_d y L_q

obtenidos se muestran en la Fig. 5.11.

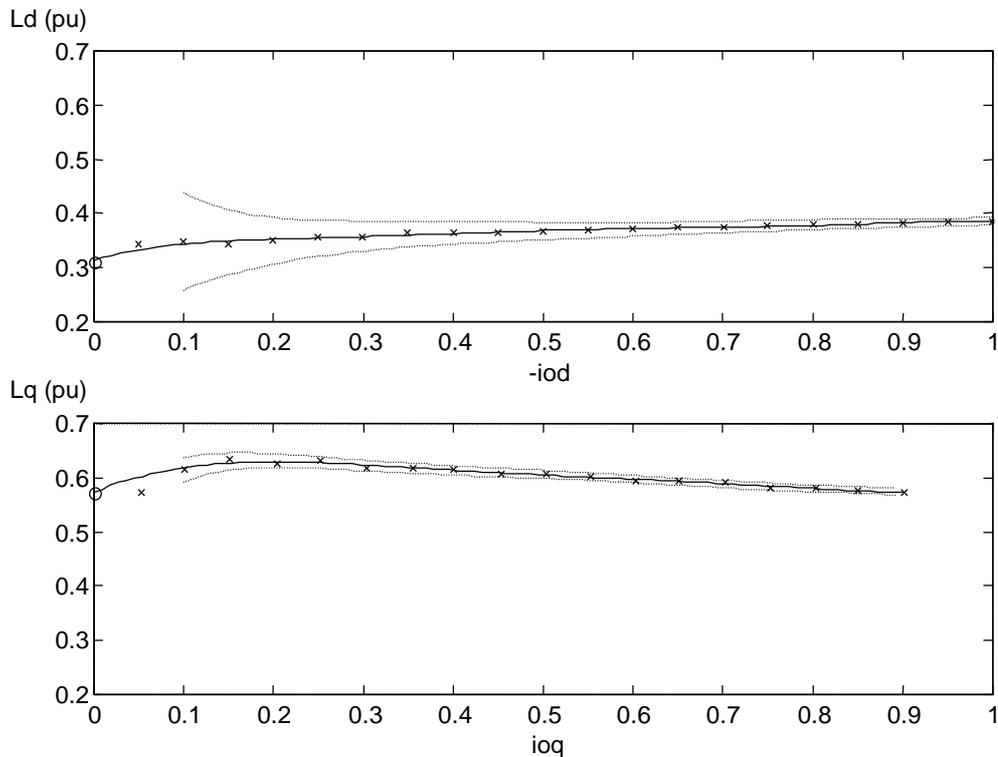


Fig. 5.11. Medida experimental de L_d y L_q en función de sus corrientes de eje en el motor síncrono de imanes permanentes usado en la experimentación. Las curvas punteadas indican el margen de incertidumbre.

De un análisis de incertidumbreⁱ (curvas punteadas en la Fig. 5.11) se deduce que a valores bajos de corriente, la incertidumbre crece rápidamente, especialmente en el caso de L_d . Por este motivo se han medido las dos inductancias con el motor parado mediante puente electrónico de precisión a corriente muy baja. Este punto se indica en la Fig. 5.11 mediante el símbolo \circ . El resto de las medidas (marcadas con \times), han sido realizadas con el esquema de la Fig. 5.12. Para la medida de L_d , se hace $i_{q_{ref}} = 0$ e $i_{d_{ref}}$ variable, mientras que para la medida de L_q , se hace $i_{d_{ref}} = 0$ e $i_{q_{ref}}$ variable. La potencia en eje producida por el motor síncrono de imanes permanentes es absorbida por el motor de inducción, que hace

ⁱ Propagación cuadrática del error (recomendación 1 del Comité Internacional de Pesos y Medidas CI-1981, y RELE, 1995). La incertidumbre está acotada por las curvas punteadas de la Fig. 5.11.

de generador a velocidad constante (controlada por su inversor V/F de cuatro cuadrantes). La curva continua de la Fig. 5.11 se ha obtenido mediante ajuste polinómico de las medidas a un polinomio de 4º orden.

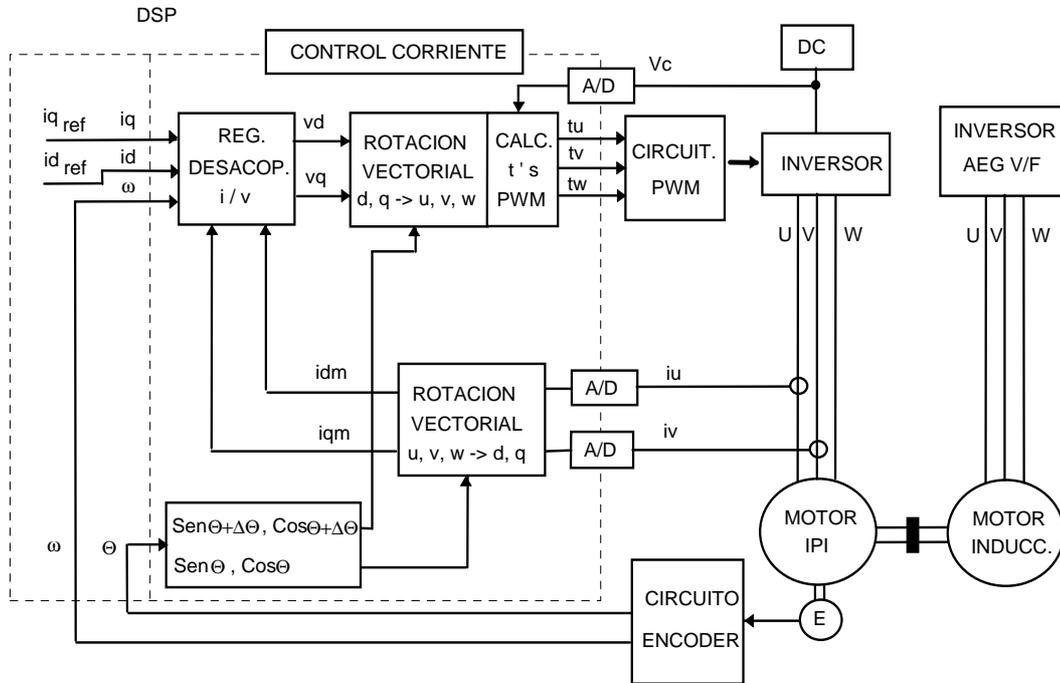


Fig. 5.12. Esquema experimental para la medida de L_d y L_q , y para la validación experimental del modelo eléctrico.

Como ejemplo de los ensayos realizados, se muestra en la Fig. 5.13 una composición de las medidas tomadas a diferentes valores de i_d con $i_q = 0$ para la determinación de L_d . En la Fig. 5.14 se muestra una composición de las medidas tomadas a diferentes valores de i_q con $i_d = 0$ para la determinación de L_q . Ambas figuras a $\omega = 1.0 pu$.

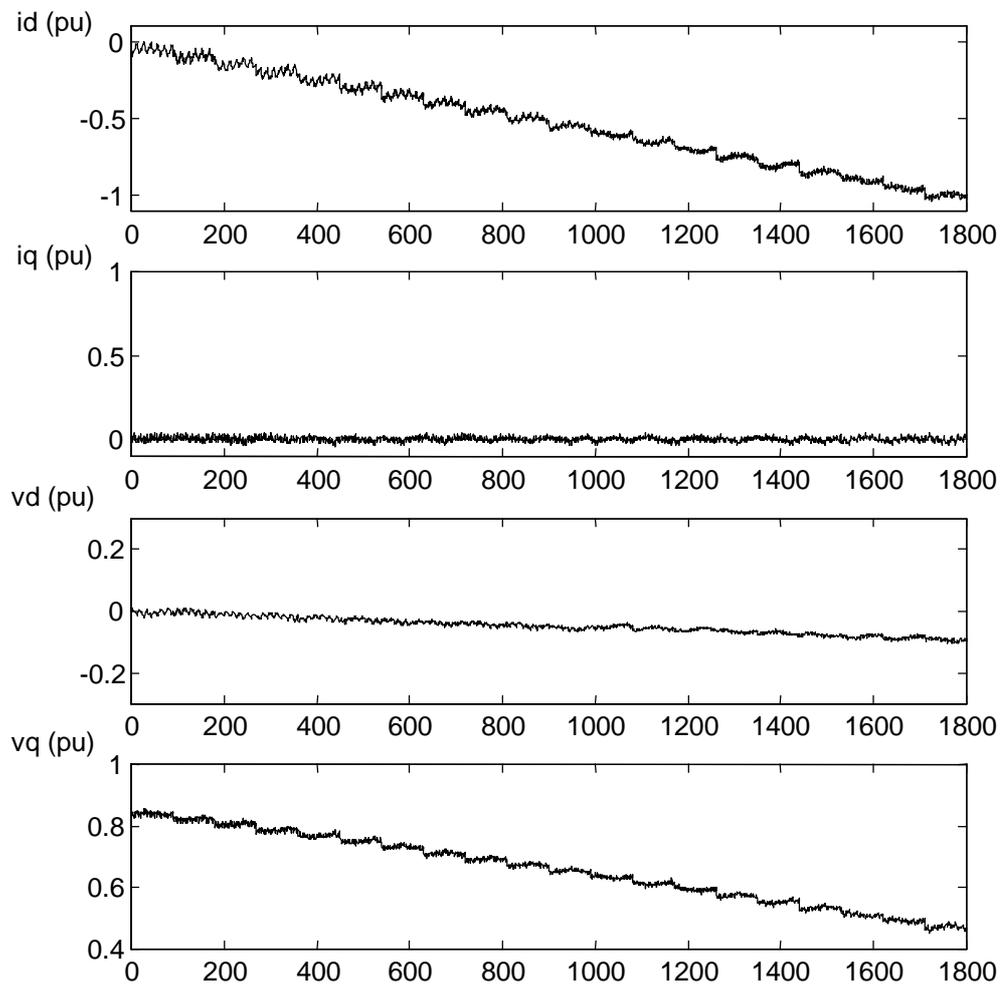


Fig. 5.13. Composición de las medidas realizadas para la determinación experimental de L_d a $\omega = 1.0$ pu.

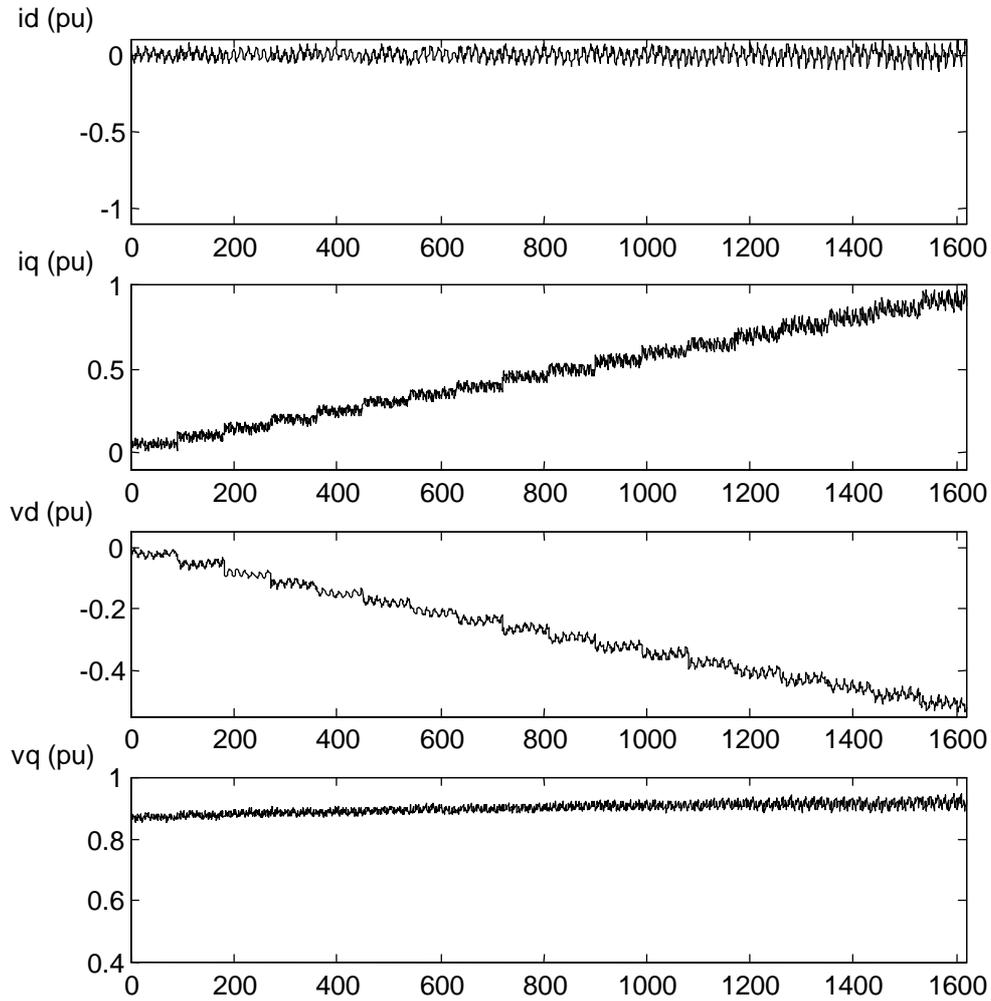


Fig. 5.14. Composición de las medidas realizadas para la determinación experimental de L_q a $\omega = 1.0$ pu.

5.4.6 Resumen de los parámetros obtenidos

En la Tabla 5.3 se resumen los valores de los parámetros obtenidos para el motor síncrono de imanes permanentes interiores de que se dispone, considerando las inductancias constantes, e iguales al valor promedio que se extrae de la Fig. 5.11.

Ld	Lq	Ψ_a	R_s (25 °C)	R_{c0} ($\omega = 1$)	K_f/K_h
0.37	0.6	0.857	0.110	52.7	0.571

Tabla 5.3. Parámetros (en pu) obtenidos experimentalmente de motor síncrono de imanes permanentes interiores.

5.5 Validación experimental del modelo

Aunque el modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro de la Fig. 5.1 es el utilizado habitualmente en la literatura (véase apartado 2.5.4), y su validez ha sido suficientemente contrastada, se ha decidido refrendarlo en este apartado. Pese a que en el apartado 5.4.4, el modelo teórico de pérdidas dado por (5.7) y (5.8), y en conjunto por (5.17) (marcado con **o** en las Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9) se ajusta de forma razonable a las medidas realizadas (marcadas con **x** en las Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9), dicha validación experimental sólo ha sido realizada en vacío, y además, no incluye la validación del modelo eléctrico dado en la Fig. 5.1. Debe recordarse que todo el estudio del Capítulo 2 y del Capítulo 3 se basa precisamente en dicho modelo eléctrico.

Para una validación experimental completa se han realizado ensayos a par constante a $\omega = 0.5 pu$ (fijando T_s a 303 μs) y $\omega = 1.0 pu$ (fijando T_s a 333 μs). El esquema de control y medida utilizado se muestra en la Fig. 5.12 —el mismo que se usó para la determinación experimental de Ld y Lq —. El par se fija inicialmente haciendo $id_{ref} = 0$ y estimando el valor de iq_{ref} para obtener el par deseado mediante (5.16). Inicialmente la velocidad se ajusta regulando la frecuencia de alimentación del motor de inducción, y se mantiene esta situación hasta que el motor de inducción alcanza su temperatura de trabajo. A partir de este momento se modifica id_{ref} y, para este nuevo valor, se reajusta iq_{ref} hasta situar la velocidad exactamente en el valor deseado. El valor de par constante está garantizado en un motor de inducción si su frecuencia de alimentación, su velocidad (y por tanto su deslizamiento), su tensión y su temperatura son invariantes. La medida de velocidad se garantiza que es siempre la misma utilizando una lampara estroboscópica de 3000 destellos/min, ya que la medida analógica de velocidad usada en otros ensayos, sólo garantiza un error inferior al $\pm 0.5\%$, que es insuficiente dada la sensibilidad que, en el motor de inducción, tiene el par con respecto al deslizamiento.

Los valores de P_{ent} obtenidos mediante la aplicación de (5.19) a los valores medidos

de i_d , i_q , v_d , v_q —marcados con el símbolo x — se muestran en las Fig. 5.15, Fig. 5.16 y Fig. 5.17, para velocidad mitad de la nominal y tres valores de par distintos, 25%, 50% y 75% del par nominal respectivamente. En las Fig. 5.18, Fig. 5.19 y Fig. 5.20 se muestran estos mismos resultados pero para velocidad nominal y los mismos valores de par que en los ensayos anteriores, 25%, 50% y 75% del par nominal respectivamente.

La curva continua en todas las figuras anteriores, es el valor de potencia de entrada que se obtendría para el par y velocidad de ensayo, utilizando el circuito de la Fig. 5.1 y los parámetros de la Tabla 5.3. El valor de R_s se ha corregido en temperatura para adecuarla a la de ensayo, utilizando el mismo procedimiento de medida de R_s antes y después de cada ensayo, descrito en el apartado 5.4.4. Como puede observarse, predicción y medida se ajustan de forma razonable.

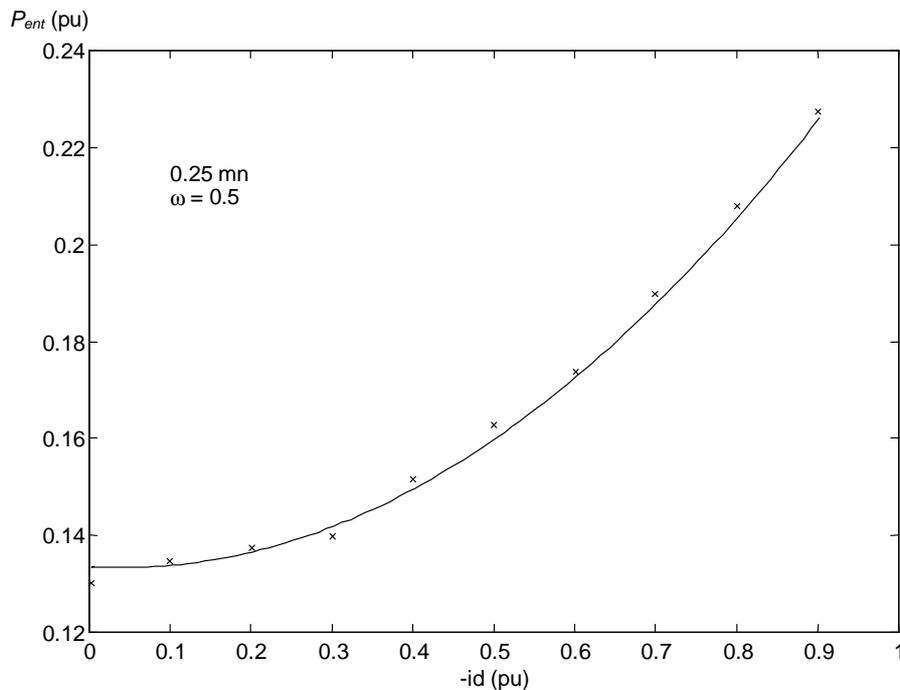


Fig. 5.15. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 25% del nominal y velocidad mitad de la nominal.

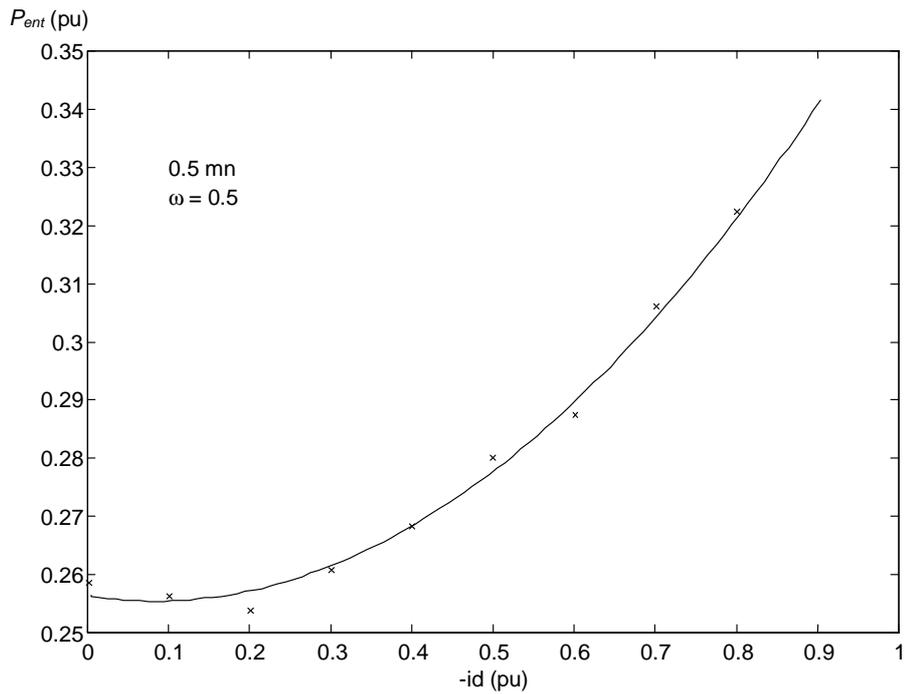


Fig. 5.16. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 50% del nominal y velocidad mitad de la nominal

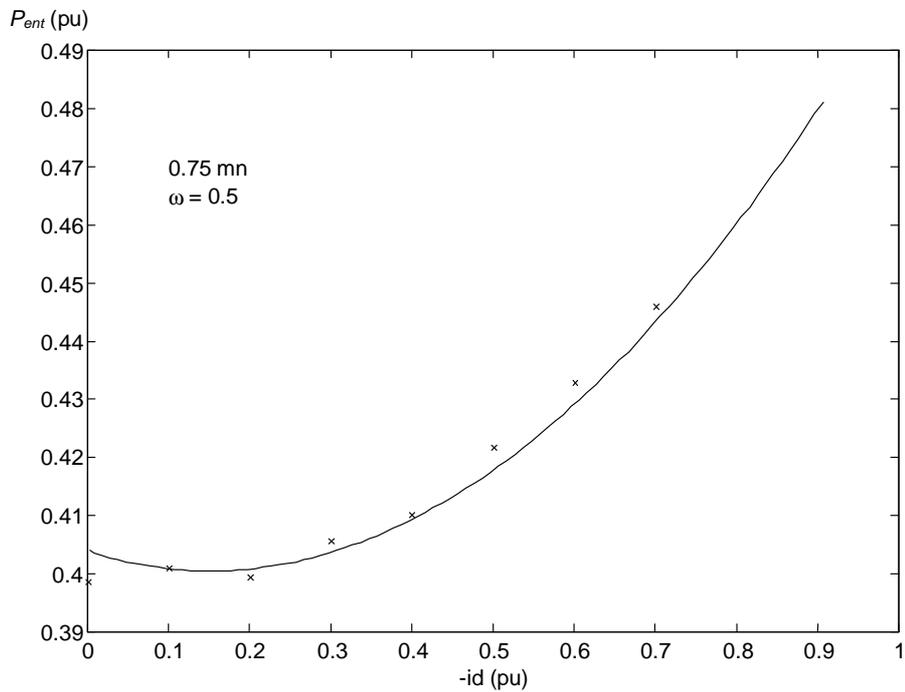


Fig. 5.17. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 75% del nominal y velocidad mitad de la nominal.

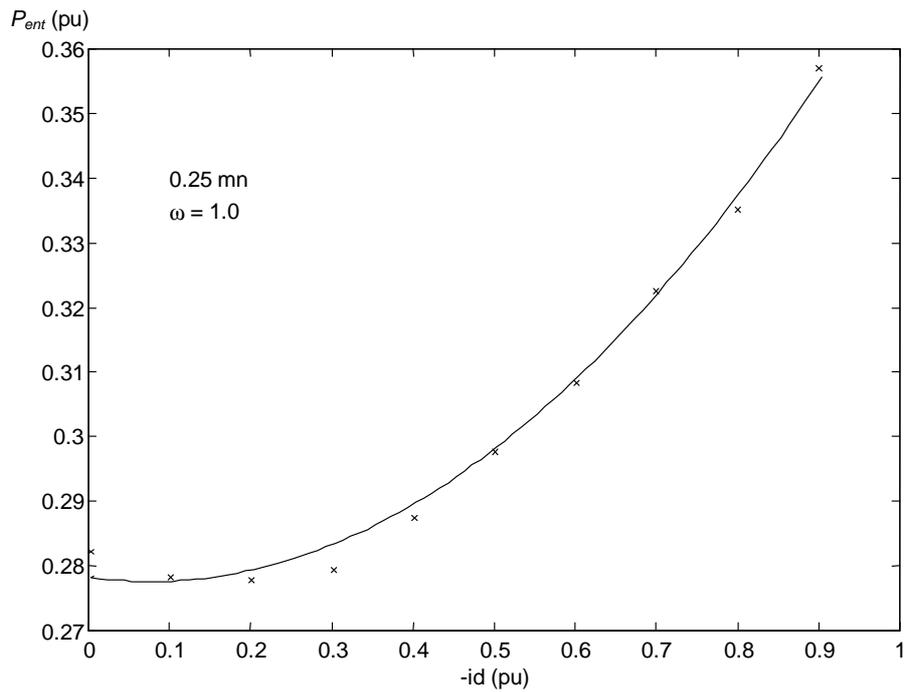


Fig. 5.18. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 25% del nominal y velocidad nominal.

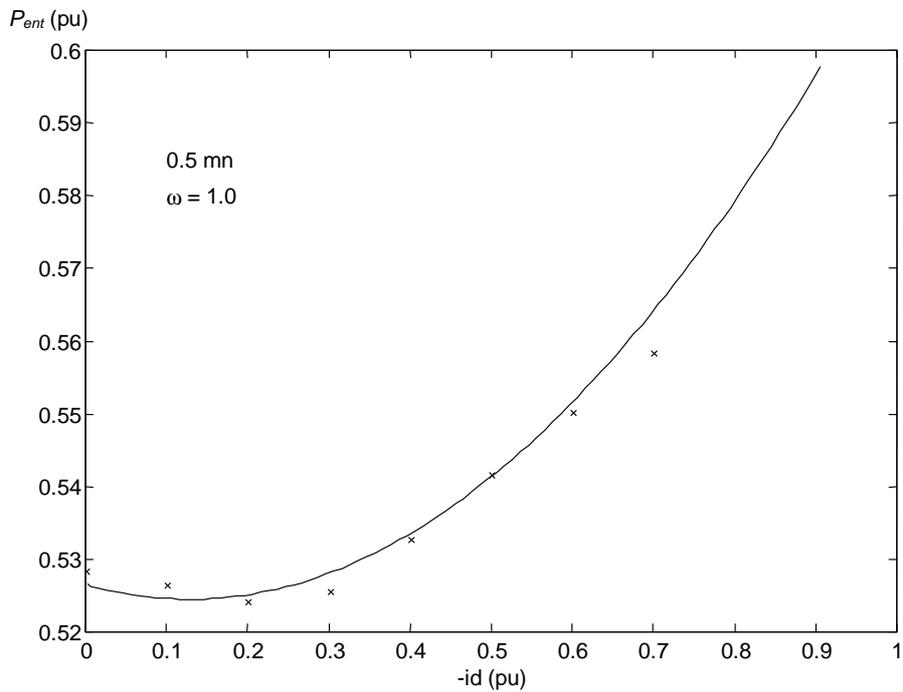


Fig. 5.19. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 50% del nominal y velocidad nominal.

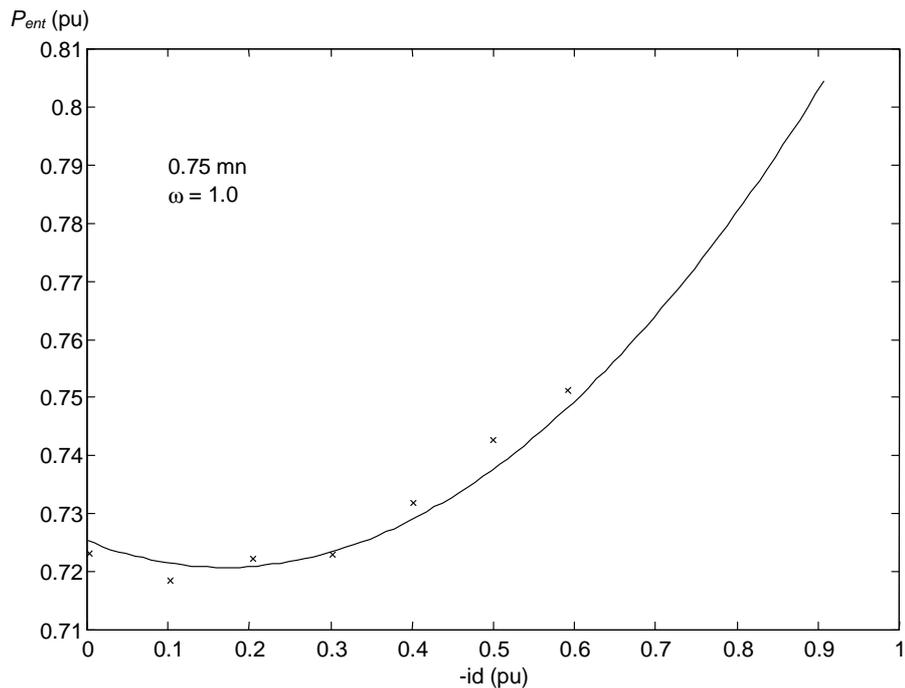


Fig. 5.20. Potencia de entrada experimental (x) y teórica (curva cont.) a par 75% del nominal y velocidad nominal.

5.6 Control vectorial con minimización de pérdidas. Validación experimental

Tres son los apartados que conforman esta sección dedicada al estudio de la respuesta dinámica del sistema no lineal que surge del esquema de control vectorial con minimización de pérdidas propuesto. En primer lugar, apartado 5.6.1, se analiza y particulariza para el caso concreto del motor síncrono de imanes permanentes interiores disponible, las fórmulas y recomendaciones propuestas en el Capítulo 4. Además, se realizan, para el esquema de control básico, varias simulaciones para corroborar las conclusiones que con carácter general se obtuvieron en el citado capítulo. En segundo lugar, apartado 5.6.2, se incorporan al esquema básico de simulación ciertos elementos de segundo orden que no se tuvieron en cuenta en el análisis de estabilidad del Capítulo 4, para así poder determinar el efecto que tienen sobre la respuesta del sistema. Los resultados obtenidos se comparan con los correspondientes del apartado 5.6.1. Por último, apartado 5.6.3, se realizan varios ensayos dinámicos para comparar los resultados experimentales obtenidos con los de simulación.

5.6.1 Análisis teórico de la estabilidad

En el Capítulo 4 se presentó la condición que debía verificarse para asegurar la esta-

bilidad, y obtener una respuesta sin oscilaciones, siempre y cuando la condición inicial estuviera dentro del intervalo de estabilidad. La inecuación a verificar se presenta de nuevo por comodidad:

$$I < \min_{\omega} \left\{ \frac{1}{4 \cdot \frac{a}{m_{MAX}} \cdot x_{1m}^3 + b} \right\} \quad (5.31)$$

siendo I la constante de integración del regulador integral que controla ioq ($I = I^* \cdot Ts$. Véase Fig. 5.21), m_{MAX} el par máximo permisible a cada ω , y x_{1m} la solución real positiva de:

$$\frac{a}{m_{MAX}} \cdot x^4 + b \cdot x + m_{MAX} = 0 \quad (5.32)$$

con a y b definidos por:

$$\begin{aligned} a &= -(Ld - Lq) \cdot A = -(Ld - Lq)^2 \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \\ b &= -(\Psi a + (Ld - Lq) \cdot B) = -\Psi a \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lq \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \end{aligned} \quad (5.33)$$

El esquema de control vectorial con minimización de pérdidas se presentó en el Capítulo 4 y se reproduce de nuevo en la Fig. 5.21 por comodidad.

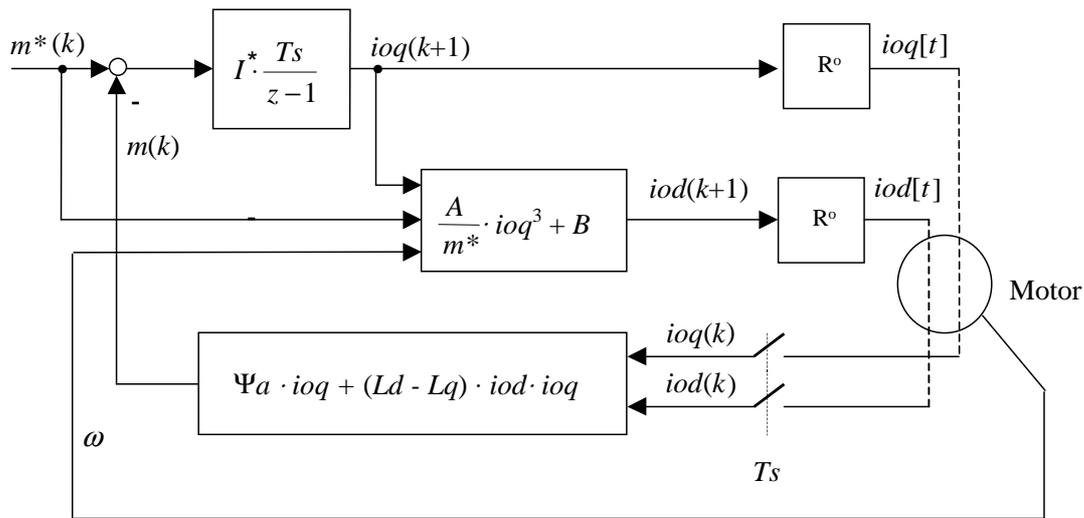


Fig. 5.21. Esquema de control vectorial con minimización de pérdidas. R^o representan retenedores de orden cero.

La curva $m_{MAX} - \omega$ para el motor síncrono de imanes permanentes utilizado, se muestra en la Fig. 5.22. Se ha obtenido utilizando los valores de Ld , Lq y Ψ_a de la Tabla 5.3 (se ha despreciado el efecto de R_s y R_c) y los límites de corriente y flujo/tensión fijados a 1 pu.

En la Fig. 5.23 se muestra (5.31) teniendo en cuenta la Fig. 5.22 y la dependencia de R_c con la frecuencia según la Fig. 5.5. La cota máxima de I más desfavorable, es 0.919 para $\omega = 1$ pu, aunque se observa que es poco sensible a la variación de ω en el intervalo de par constante. También se ha observado que, en este caso particular, la gráfica mostrada en la Fig. 5.23 se ve poco influenciada por el efecto de ω sobre R_c (error máximo del 1.6% a $\omega = 2$), por lo que podría simplificarse el cálculo considerando $R_c = R_{c_0}$ constante.

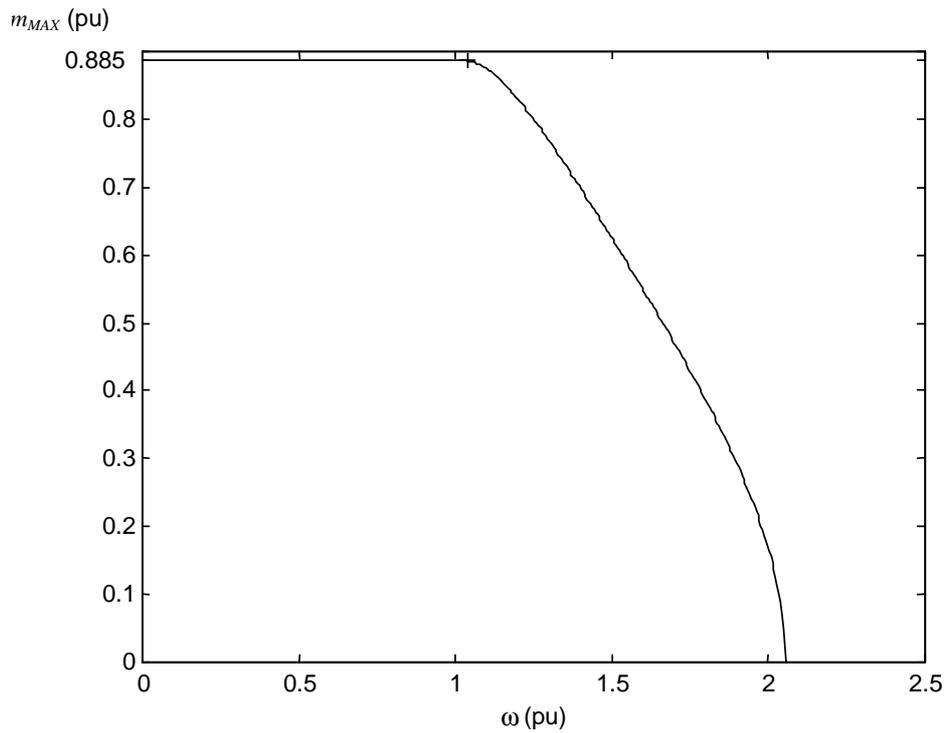


Fig. 5.22. Par máximo m_{MAX} en función de la velocidad para el motor síncrono de imanes permanentes usado en el laboratorio.

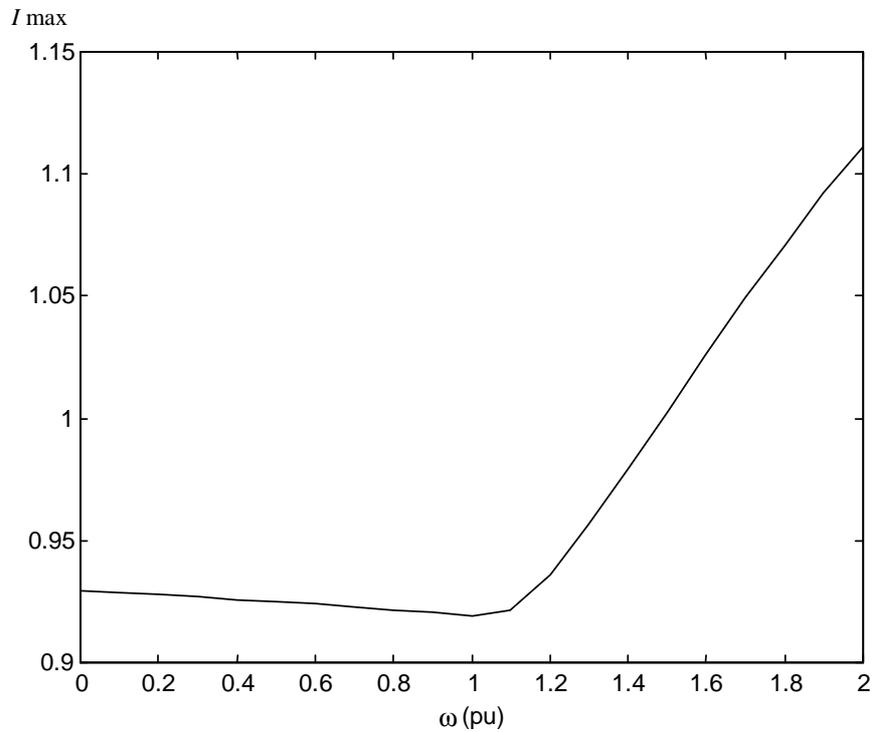


Fig. 5.23. Evolución de la cota máxima de 'I' con la velocidad, para garantizar estabilidad en el motor usado en el laboratorio..

En la Fig. 5.24 se muestra la respuesta temporal ante un escalón del 50% del par nominal en referencia a $\omega = 1 pu$. Para $I = 0.919$ (gráfica superior en la Fig. 5.24), la respuesta es la más rápida y sin oscilaciones, para el doble de dicho valor (gráfica intermedia en la Fig. 5.24) aparecen oscilaciones sobre el valor final, haciéndose más lenta la respuesta (si se eleva aún más, la respuesta se hace inestable) y para un valor cuatro veces menor (gráfica inferior en la Fig. 5.24) la respuesta es más lenta que para $I = 0.919$, y sin oscilaciones. Todos los casos se encuentran dentro de lo previsto por la teoría del Capítulo 4.

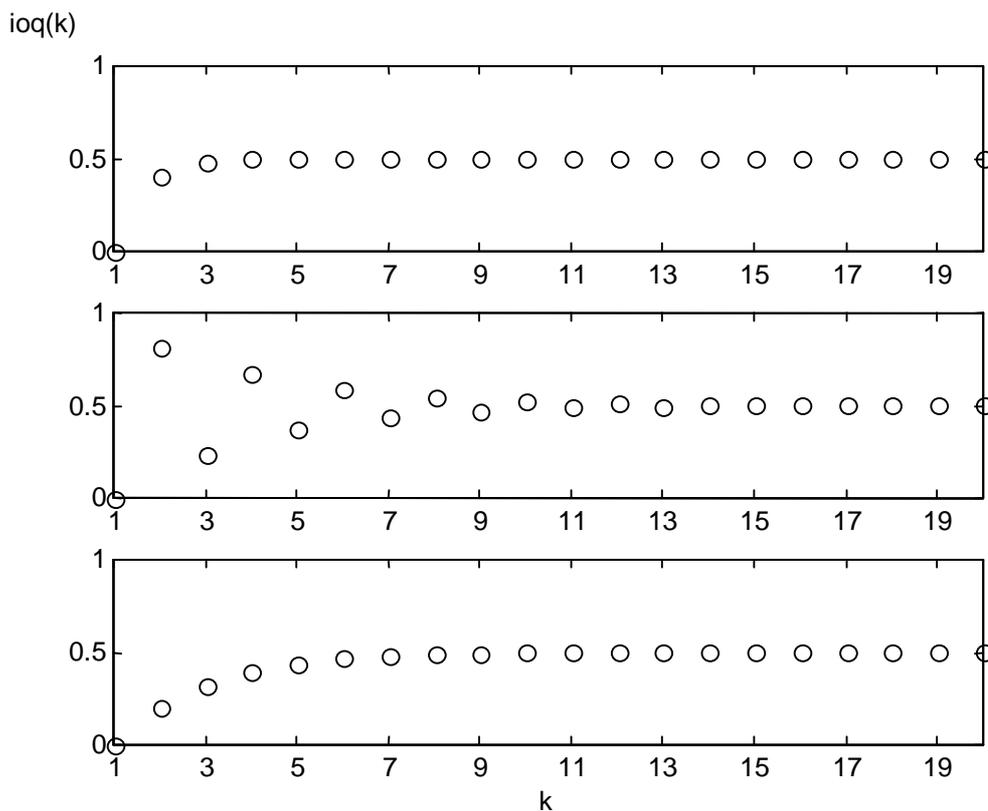


Fig. 5.24. Respuestas temporales ante escalón desde cero hasta 50% del par nominal y $\omega = 1 pu$, para distintos valores de la constante de integración: $I = 0.919$ (sup.), $I = 2 \cdot 0.919$ (centro), $I = 0.25 \cdot 0.919$ (inf.).

En cuanto al problema de la estabilidad por los valores iniciales —especialmente cuando el par en referencia se hace menor en valor absoluto—, se han realizado cálculos numéricos para un gran número de casos, encontrándose una gran robustez en este aspecto, debido en gran parte al término $I \cdot (mf - mi)$ que aparecía en el cálculo del valor inicial presentado en el Capítulo 4, y que se reproduce de nuevo por comodidad:

$$x(1) = ioq(1) = x1_{ant} + I \cdot (mf - mi) \tag{5.34}$$

Para ilustrar lo anterior, se muestran en la Tabla 5.4 y en las Fig. 5.25 y Fig. 5.26, una serie de casos en los que el par en referencia pasa de par nominal al 1% del par nominal. En los dos primeros casos mostrados en la Tabla 5.4, (a) y (b), se observa que el punto fijo del que parte el sistema, $x1_{ant}$ se encontraría fuera del intervalo $(x2, x2^*)$ si no fuera por la corrección automática antes mencionada que hace que $x(1)$ —valor inicial que marca la estabilidad—pase a encontrarse dentro de dicho intervalo. En los dos casos siguientes, (c) y (d), en que I ha sido reducida, la robustez aumenta en este aspecto ya que el valor $x2^*$ tiende a crecer y a aumentar el intervalo de estabilidad. Por el contrario la respuesta es mucho más lenta como se preveía, véase Fig. 5.25. El último caso de la Tabla 5.4 es un escalón en referencia desde par nominal motor a par nominal en freno, mostrando unas excelentes características (véase Fig. 5.26).

<i>Caso</i>	<i>I</i>	ω	<i>mi</i>	<i>mf</i>	$x1_{ant}$	$x(1)$	<i>x2</i>	$x2^*$
a	0.919	1	mn	0.01 · mn	0.9578	0.1521	-0.5227	0.5800
b	0.919	0.1	mn	0.01 · mn	0.9703	0.1647	-0.5266	0.5880
c	0.092	1	mn	0.01 · mn	0.9578	0.8772	-0.5227	1.3210
d	0.092	0.1	mn	0.01 · mn	0.9703	0.8897	-0.5266	1.3360
	0.919	1	mn	-mn	0.9578	0.7950	2.6833	-6.2070

Tabla 5.4. Estudio de la estabilidad por valor inicial para diversos casos, donde *mn* representa al par nominal.

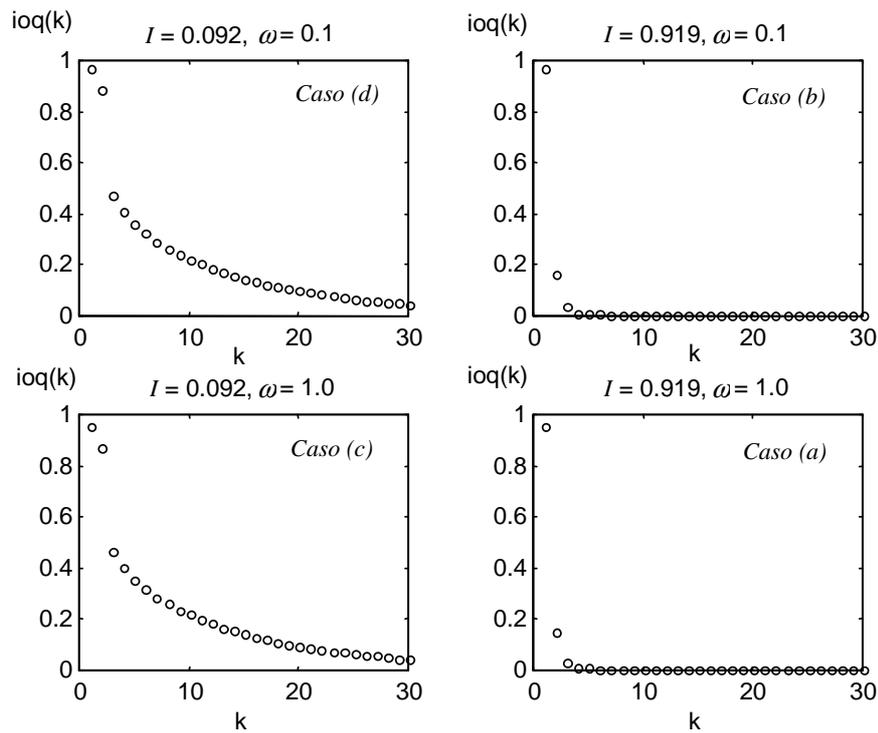


Fig. 5.25. Escalón desde par nominal al 1% del par nominal a distintas velocidades y constantes de integración.

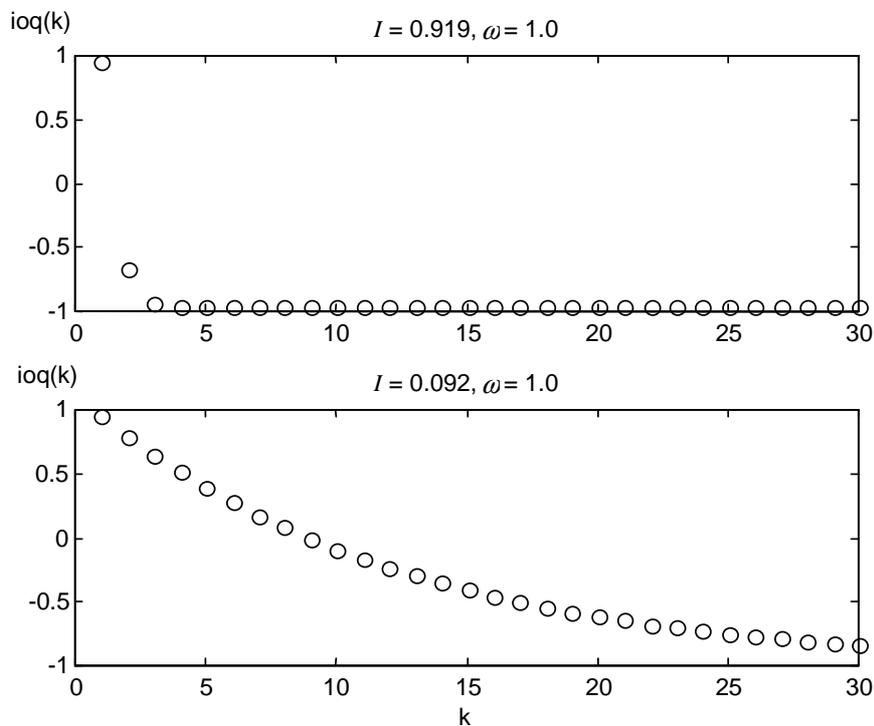


Fig. 5.26. Respuestas ante escalón desde par nominal motor hasta par nominal en freno a velocidad nominal para dos constantes de integración: $I = 0.919$ (sup.) e $I = 0.1 \cdot 0.919$ (inf.).

5.6.2 Simulación detallada. Comparación

El esquema de control finalmente implantado en el banco experimental se recoge en la Fig. 5.35. Sin embargo, y como se ha podido comprobar, para realizar simulaciones próximas a la realidad, un esquema de simulación suficiente se muestra en la Fig. 5.27. En él se incluyen la dinámica del regulador de desacoplo i/v , la dinámica del motor síncrono de imanes permanentes interiores, el efecto del muestreo y, finalmente, el retraso de un período de muestreo en la aplicación de las tensiones v_d y v_q , que aparece en el esquema práctico implementado. Como puede observarse en la Fig. 5.27, todo el esquema —incluyendo el modelo dinámico del motor síncrono de imanes permanentes—, se basa en el sistema de referencia $d-q$ fijo al rotor, lo cual evita el introducir los módulos de rotación vectorial y funciones seno y coseno con corrección de ángulo. Además no considera los modelos del inversor, el circuito FPGA de encoder, y el circuito FPGA de generación de PWM, que están presentes en la Fig. 5.35.

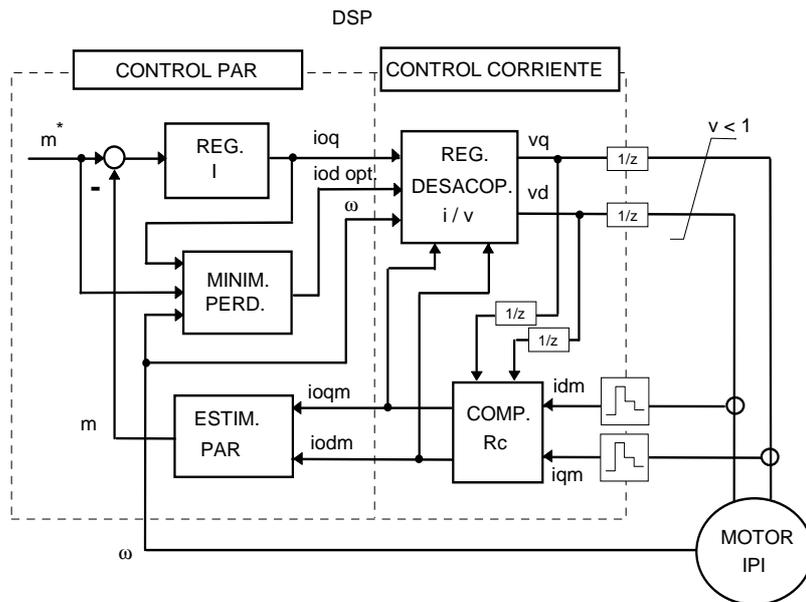


Fig. 5.27. Esquema de simulación dinámica en ejes $d-q$.

Los distintos módulos que componen el esquema de la Fig. 5.27 se describen a continuación en detalle, dado que serán los utilizados en la implementación práctica de la Fig. 5.35. La ecuación del regulador integral viene dada porⁱ:

ⁱ Con control de la saturación integral (si $|ioq| > 1$, deja de integrar).

$$ioq(k) = ioq(k-1) + I \cdot e(k) \quad (5.35)$$

donde I es la constante de integración, y $e(k)$ es el error de par de entrada. El módulo de minimización de pérdidas tiene tres entradas, la corriente ioq calculada por el regulador integral, el par de referencia m^* , y la velocidad ω , y una salida, la corriente iod . La ecuación incluida en dicho módulo es la obtenida en el Capítulo 3 para la minimización generalizada de pérdidas, particularizada para el motor síncrono de imanes permanentes:

$$iod = \frac{Ld - Lq}{m^*} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 - \frac{\Psi a \cdot Ld \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \quad (5.36)$$

El módulo de compensación de Rc tiene como entradas las corrientes del motor muestreadas idm e iqm , y las tensiones vd y vq aplicadas en el período de muestreo anterior. Nótese que las tensiones no se miden, sino que son las referencias exigidas al sistema generador PWM, de ahí la importancia de la medida de la tensión de continua en la Fig. 5.35. Las ecuaciones implementadas son:

$$\begin{aligned} iodm &= idm - \frac{vd - Rs \cdot idm}{Rc} \\ ioqm &= iqm - \frac{vq - Rs \cdot iqm}{Rc} \end{aligned} \quad (5.37)$$

El módulo de estimación de par viene dado directamente por (5.5), y utiliza como corrientes de entrehierro las generadas por el módulo de compensación de Rc , $iodm$ e $ioqm$, estimadas a partir de las corrientes muestreadas idm e iqm . Las ecuaciones dinámicas del motor síncrono de imanes permanentes interiores que se han utilizado en las simulaciones, y que han sido usadas para el diseño del regulador de desacoplo i/v (Boldea & Nasar, 1992; Krause *et al.*, 1995), incluyendo pérdidas en el hierro, son:

$$\begin{aligned} vd &= Rs \cdot id + Ld \cdot \frac{diod}{dt} - \omega \cdot Lq \cdot ioq \\ vq &= Rs \cdot iq + Lq \cdot \frac{dioq}{dt} + \omega \cdot (\Psi a + Ld \cdot iod) \end{aligned} \quad (5.38)$$

donde la relación entre las corrientes de entrada id e iq , y de entrehierro, iod e ioq , viene dada por (5.4). El diagrama de bloques simplificado del lazo de control de corriente en

tiempo discreto se muestra en la Fig. 5.28 (Colamartino & Marchand, 1996), siendo c_z y p_z los valores obtenidos de discretizar (5.38) suponiendo desacoplados ambos ejes, resultando (para cada eje):

$$\begin{aligned} \tau_d &= \frac{Ld}{R_s} & \tau_q &= \frac{Lq}{R_s} \\ p_{z_d} &= e^{(-T_s/\tau_d)} & p_{z_q} &= e^{(-T_s/\tau_q)} \\ c_{z_d} &= \frac{1-p_{z_d}}{R_s} & c_{z_q} &= \frac{1-p_{z_q}}{R_s} \end{aligned} \quad (5.39)$$

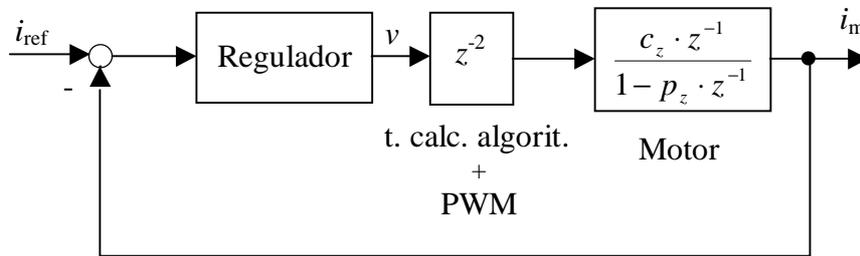


Fig. 5.28. Diagrama de bloques del lazo de control de corriente por eje, en tiempo discreto.

La estructura del regulador de desacoplo i/v se muestra en la Fig. 5.29. Los reguladores PI de cada eje (K_{pd} , K_{id} , K_{pq} y K_{iq}), se han calculado para obtener, en el esquema de la Fig. 5.28, un diseño *dead-beat* según Colamartino & Marchand (1996), a los que se han añadido lazos de prealimentación ('correc_ed' y 'correc_eq' en la Fig. 5.29) para incluir el acoplamiento entre ejes según Leonhard (1990), y Boldea & Nasar (1992). Además se ha añadido un sistema de control de la saturación integral.

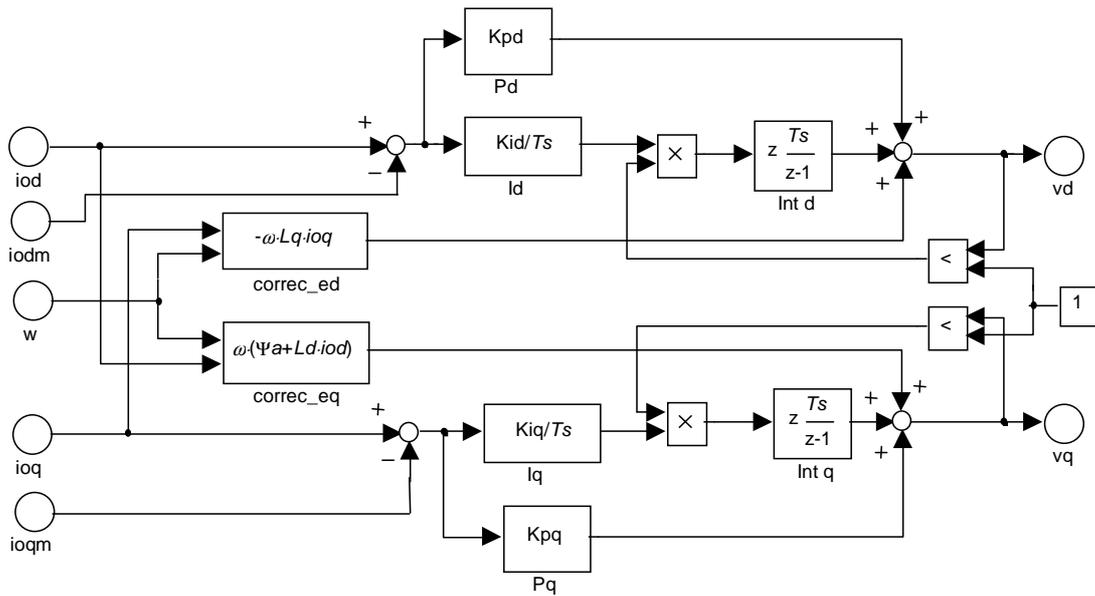


Fig. 5.29. Estructura del módulo regulador de desacoplo i/v .

En la Fig. 5.30 se muestra la respuesta del esquema teórico de la Fig. 5.21 (curva a trazos) y la respuesta del esquema completo en simulación de la Fig. 5.27 (curva continua) ante escalón en el par de referencia desde el 5% el 50% del par nominal y viceversa, ambas respuestas a velocidad nominal, tiempo de muestreo $T_s = 333 \mu s$, y con una constante de integración $I = 0.1 \cdot 0.919$. En la Fig. 5.31 se muestra la respuesta del regulador i/v del esquema completo de la Fig. 5.27. Como puede observarse en dicha figura, no se produce ninguna saturación.

Como se ve en la Fig. 5.30, pese a que la respuesta teórica de i_{oq} (' $i_{oq_{TEO}}$ ' en la Fig. 5.30), no tiene sobrepaso (ni debe tenerlo en ningún caso si $I < 0.919$, según lo expuesto en el Capítulo 4), la respuesta simulada (' $i_{oq_{SIMU}}$ ' en la Fig. 5.30), presenta un ligero sobrepaso que parece indicar que los nuevos retrasos y la dinámica del regulador de desacoplo i/v (véase la Fig. 5.31), acercan el sistema al punto crítico de inestabilidad, lo que ha obligado a reducir el valor de la constante de integración a $I = 0.1 \cdot 0.919$, y por tanto a reducir la rapidez del sistema, que, pese a todo, presenta una respuesta dinámica satisfactoria. Por ejemplo, en el caso de la Fig. 5.30, el motor se puede considerar optimizado y proporcionando el par requerido en unos 20 ms (dos ciclos eléctricos, $2/3$ de una vuelta mecánica).

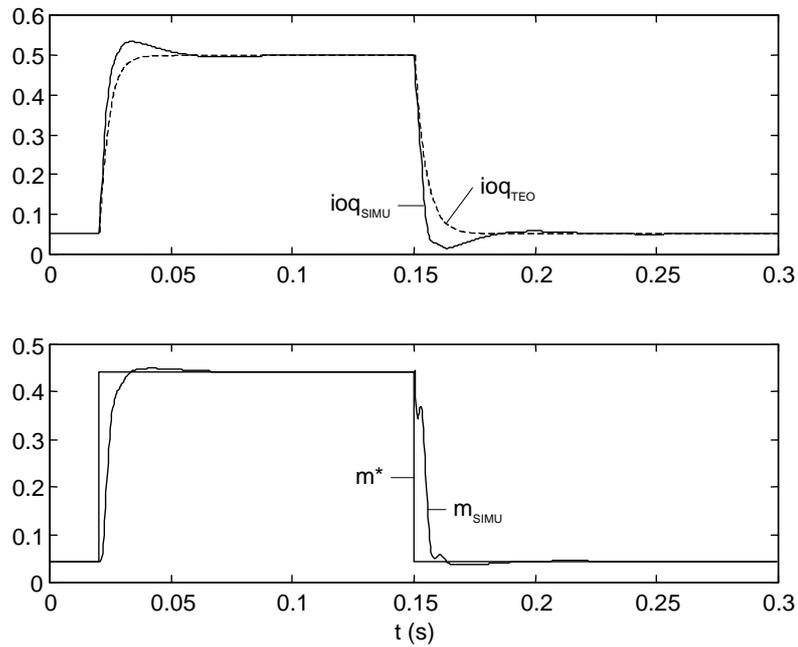


Fig. 5.30. Respuesta del esquema teórico (trazos) y del esquema completo en simulación (cont.) ante escalón en la referencia de par, a velocidad nominal, $T_s = 333 \mu s$, e $I = 0.1 \cdot 0.919$.

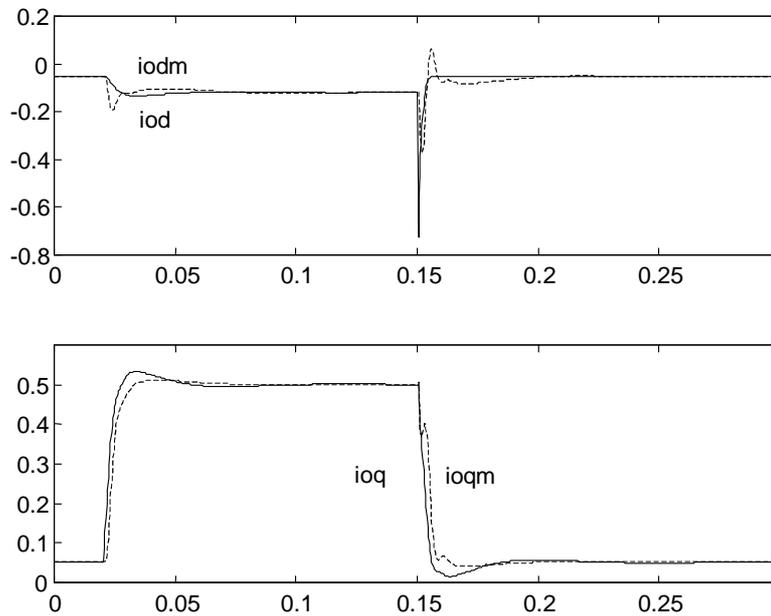


Fig. 5.31. Respuesta del regulador i/v en el esquema completo de simulación. Las curvas continuas son las referencias (i_{od} e i_{oq}), y las curvas a trazos las corrientes en el motor (i_{odm} e i_{oqm}).

En la Fig. 5.32 se muestra la respuesta obtenida en las mismas condiciones que en la

Fig. 5.30, pero con $I = 0.5 \cdot 0.919$ (cinco veces superior a la utilizada en la Fig. 5.30, pero inferior a la crítica teórica). Aunque el análisis teórico da una respuesta rápida y sin sobrepaso (curva a trazos en la Fig. 5.32), el sistema se hace inestable, pese a la actuación de las saturaciones en los mandos de ioq y de iod incorporadas en este caso.

De la experiencia obtenida de simulaciones con otros motores síncronos de imanes permanentes con distintos parámetros, parece que un valor razonable por el que comenzar el ajuste de la constante de integración es una décima parte del valor teórico crítico.

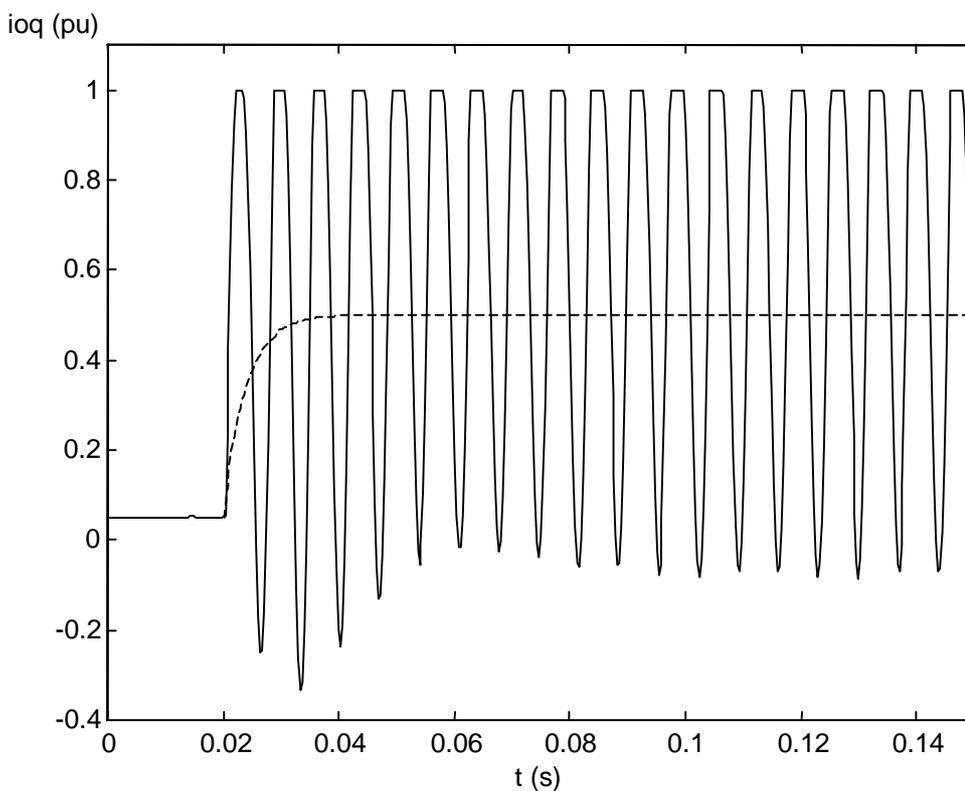


Fig. 5.32. Respuesta del esquema teórico (trazos) y del esquema completo en simulación (cont.) ante escalón en la referencia de par desde el 5% hasta el 50% del par nominal, a velocidad nominal, $T_s = 333 \mu s$, e $I = 0.5 \cdot 0.919$.

Para ilustrar el efecto de las condiciones iniciales cuando en un escalón negativo de par en referencia, se pasa a un valor muy bajo de par, se presenta la Fig. 5.33. Se mantienen todas las condiciones de la Fig. 5.30, salvo que el escalón de par pasa del 1% hasta el 50% del par nominal y viceversa (en vez del 5% al 50% y viceversa de la Fig. 5.30). Recuérdese

que según el análisis teórico del apartado 5.6.1 no aparecía ningún problema de oscilaciones o inestabilidad (véase Tabla 5.4 y la Fig. 5.25 (pág. 143)). En la transición positiva en referencia de par, la respuesta es idéntica a la de la Fig. 5.30, sin embargo, en la transición negativa, el sistema se hace inestable —cosa que no sucedía en la Fig. 5.30— pese al control de la saturación integral en el regulador de ioq . En la Fig. 5.34 se muestra la respuesta obtenida si se añade una saturación en el mando de iod como se sugiere en el Capítulo 4 de esta tesis doctoral. Como puede observarse, y según se predecía en aquel capítulo, el sistema se hace estable.

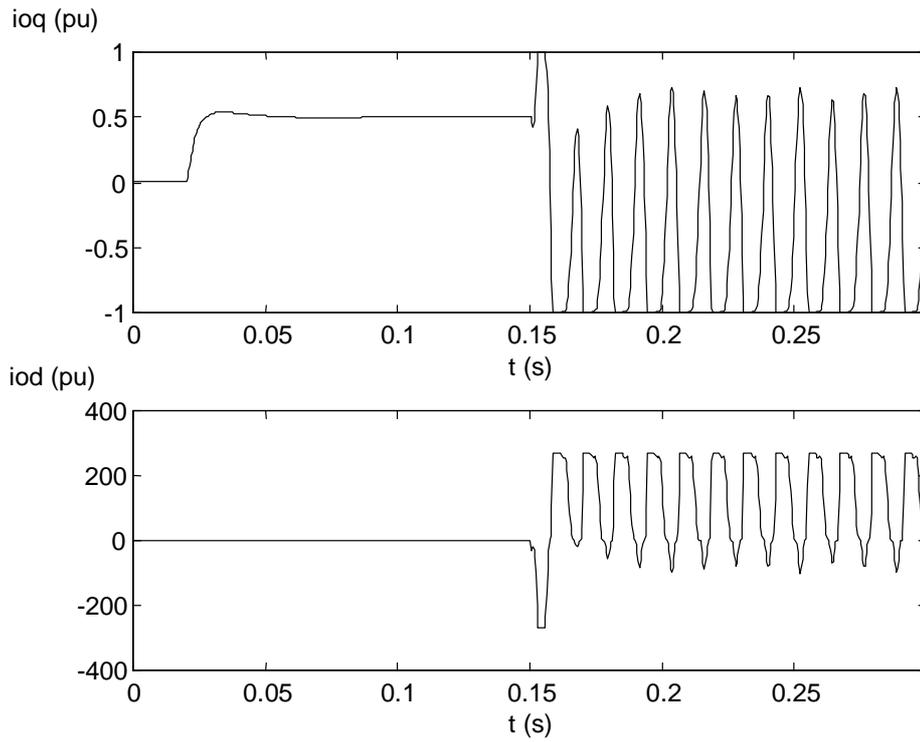


Fig. 5.33. Ejemplo de inestabilidad por condiciones iniciales ante escalón negativo de par con valor final del 1% del par nominal.

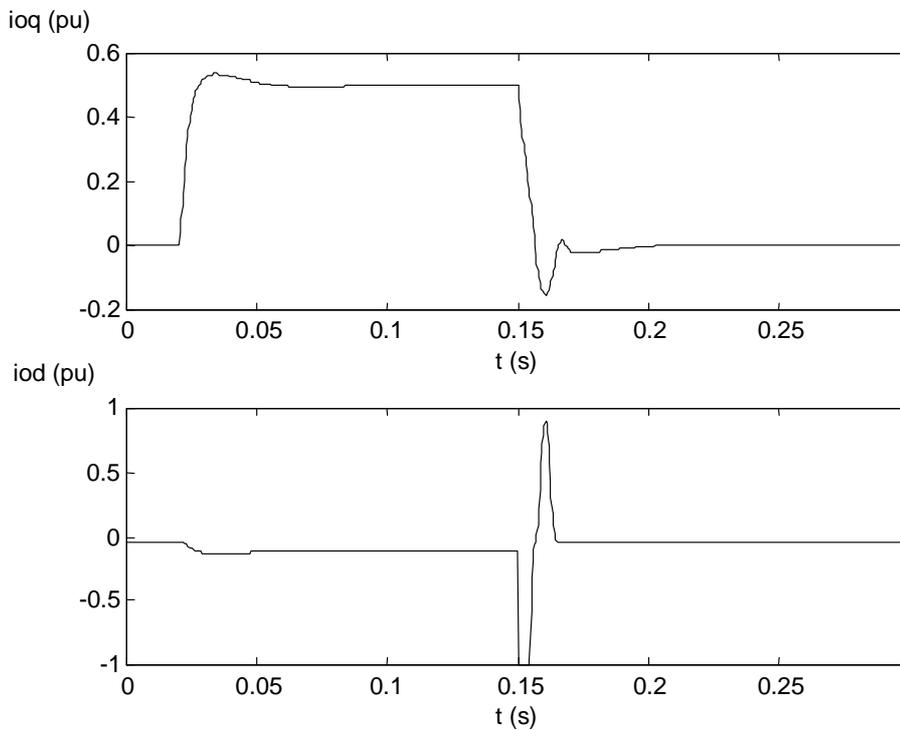


Fig. 5.34. Solución a la inestabilidad por condiciones iniciales mediante saturación en el mando de iod.

Finalmente, se han incluido en el esquema de simulación de la Fig. 5.27, para su comparación, los módulos de cálculo de las funciones seno y coseno, un modelo de inversor, y un modelo de la tarjeta de control del inversor (denominada 'CIRCUITO PWM' en la Fig. 5.2) para estudiar el efecto de la modulación PWM y de la compensación de ángulo que hay que realizar. De esta forma se obtiene un modelo de simulación muy parecido al real implementado de la Fig. 5.35. Las respuestas obtenidas son prácticamente idénticas a las que se obtienen mediante el esquema, mucho más simple, de la Fig. 5.27 (motivo por el que no se han añadido aquí). Ahora se obtienen, además, las corrientes y tensiones de línea reales que soportará el motor, con el efecto de la modulación de ancho de pulso.

5.6.3 Validación experimental

El esquema de control que se ha utilizado en la validación experimental de la respuesta dinámica se muestra en la Fig. 5.35. Aunque no se ha representado por falta de espacio, el motor de inducción permanece acoplado al motor síncrono de imanes permanentes interiores y actúa de carga, controlado por un convertidos V/F (véase Fig. 5.2).

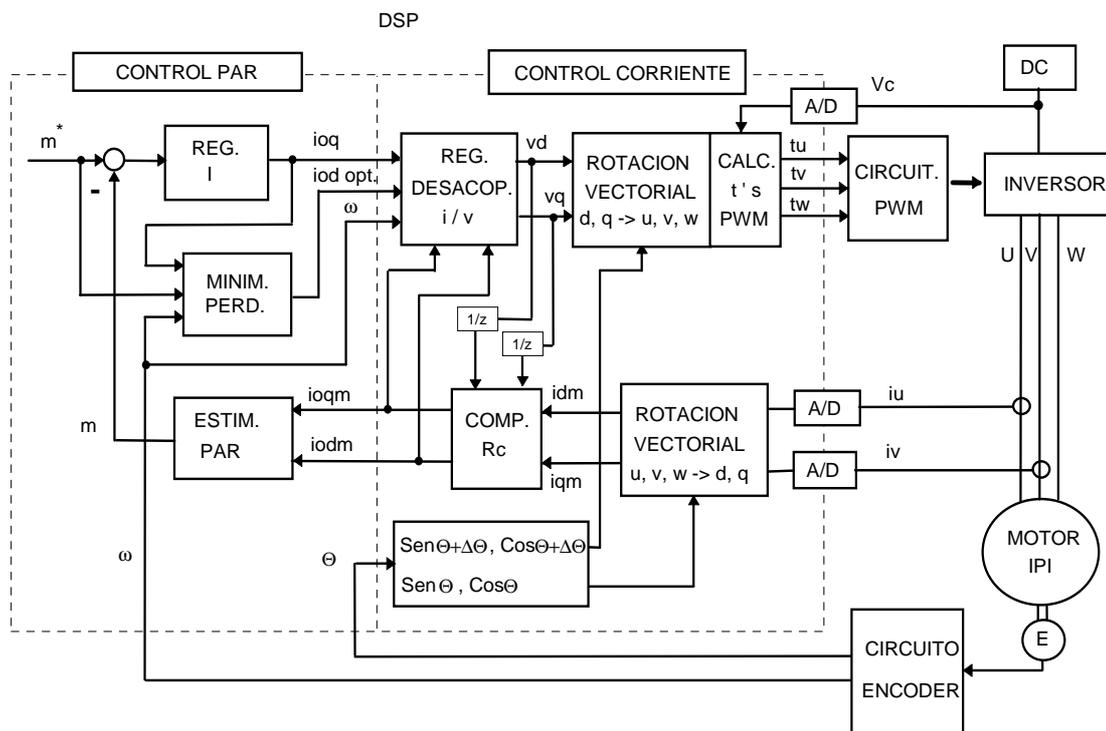


Fig. 5.35. Esquema propuesto para la optimización de pérdidas en motor síncrono de imanes permanentes.

Además de los módulos ya comentados en el apartado 5.6.2 para la Fig. 5.27, se in-

roducen cuatro nuevos módulos para el cálculo de la transformación de ejes y la generación del PWM. El módulo para la transformación de ejes $d-q$ a coordenadas de estator viene dado por:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cos}(\theta + \Delta\theta) & -\text{Sen}(\theta + \Delta\theta) \\ \text{Sen}(\theta + \Delta\theta) & \text{Cos}(\theta + \Delta\theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

donde θ es el ángulo que forma el eje d con respecto al eje magnético de la fase u (eje de referencia fijo al estator). El módulo para la transformación de corrientes de línea a ejes $d-q$ viene dado por:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cos}\theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Sen}\theta & \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Sen}\theta \\ -\text{Sen}\theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Cos}\theta & \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Cos}\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_u \\ i_v \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

donde se ha tenido en cuenta que, en la conexión a tres hilos, $i_u + i_v + i_w = 0$. Las funciones $\text{Sen}\theta$ y $\text{Cos}\theta$ son calculadas mediante aproximaciones matemáticas suministradas por *Texas Instruments* para el DSP TMS320C30 utilizado. Las funciones $\text{Sen}(\theta + \Delta\theta)$ y $\text{Cos}(\theta + \Delta\theta)$ se han calculado de forma aproximada, utilizando los valores de $\text{Sen}\theta$ y $\text{Cos}\theta$ obtenidos previamente, mediante:

$$\begin{pmatrix} \text{Sen}(\theta + \Delta\theta) \\ \text{Cos}(\theta + \Delta\theta) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} & \Delta\theta \\ -\Delta\theta & 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Sen}\theta \\ \text{Cos}\theta \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

donde $\Delta\theta = 1.5 \cdot \omega \cdot T_s$. La corrección del ángulo del sistema de referencia móvil en ejes $d-q$ con respecto a los ejes fijos de estator llevada a cabo sumando $\Delta\theta$ a θ , es necesaria para compensar los efectos que aparecen en tiempo discreto. Uno de ellos, común a todos los sistemas de PWM en esquemas de control vectorial, es debido a que el sistema de referencia solidario al rotor está girando durante el tiempo de muestreo, de tal forma que, para obtener durante T_s el valor de tensión calculado, es necesario hacerlo sobre un sistema de referencia ficticio situado en un ángulo intermedio. Además, habría que corregir también el valor del módulo del vector espacial asociado, pero con los tiempos de muestreo utilizados es completamente despreciable. Un estudio detallado de todos estos aspectos se encuentra

en García-Cerrada (1991). Otro efecto a compensar es el debido al período de muestreo de retraso que, en este sistema experimental en particular, existe en la aplicación del valor calculadoⁱ.

Por último, en el módulo de cálculo de los tiempos de conmutación de cada rama inversora para la generación del PWM, los tiempos se han calculado utilizando las expresiones de García-Cerrada (1991). Previamente, se comprueba que el módulo del vector espacial no supera la tensión disponible en el inversor, y en caso de que así sea, se reduce hasta dicho límite manteniendo su ángulo respecto a los ejes de estator.

Las respuestas experimentales (curvas continuas), junto con las respuestas obtenidas mediante simulación (curvas a trazos), utilizando el esquema de la Fig. 5.27 se muestran en las Fig. 5.36, Fig. 5.37, Fig. 5.38, Fig. 5.39, y Fig. 5.40. A velocidad mitad de la nominal el tiempo de muestreo, T_s , es de 303 μs , mientras que a velocidad nominal el tiempo de muestreo, T_s , es de 333 μs . En todos los casos, el valor de la constante de integración del regulador de par ha sido $I = 0.1 \cdot 0.919$. Los valores de R_s utilizados para las simulaciones se ajustaron en función de la temperatura a la que fue realizado el ensayo según (5.24) y el procedimiento comentado en el apartado 5.4.4.

Destacar que el tiempo de cálculo del valor óptimo de i_{od} , ecuación (4.36), es algo menor de 7 μs .

En la Fig. 5.36 y la Fig. 5.37 se muestra las respuestas ante escalón de par en referencia desde el 5% al 50% del par nominal y viceversa respectivamente, ambas a velocidad mitad de la nominal.

En la Fig. 5.38 y la Fig. 5.39 se muestra las respuestas ante escalón de par en referencia desde el 5% al 50% del par nominal y viceversa respectivamente, ambas a velocidad nominal.

En la Fig. 5.40 se muestra un ensayo a velocidad nominal para comprobar el control

ⁱ El 'circuito PWM' de la Fig. 5.2 almacena los valores de los tiempos de conmutación calculados en una memoria, y los aplica en el siguiente período de muestreo.

de la inestabilidad por condiciones iniciales, implementando una saturación de $\pm 1 pu$ en el mando de i_{od} . El escalón de par en referencia parte del 50% del par nominal hasta el 0.5% del mismo. Como puede observarse el sistema se mantiene estable, pese a que sin dicha saturación el sistema se hace inestable.

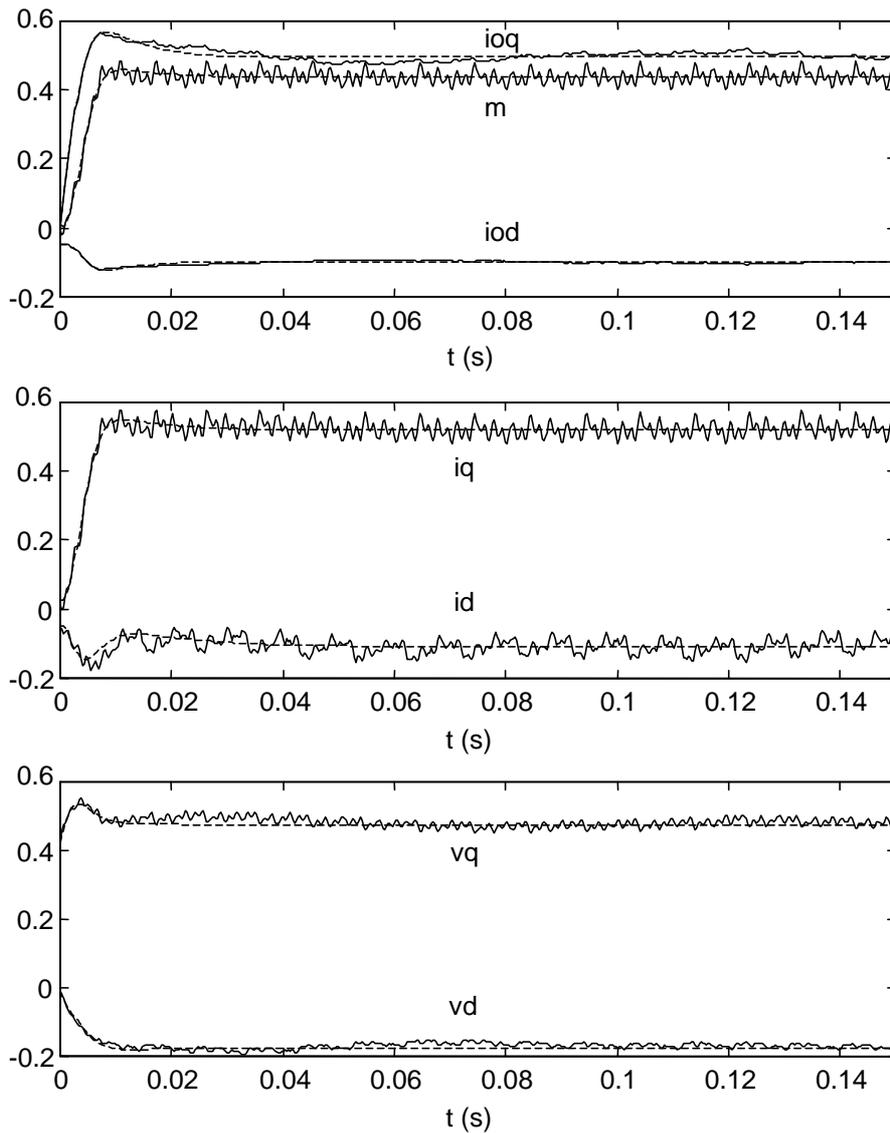


Fig. 5.36. *Ensayo experimental (cont.) y simulación (trazos) de respuesta dinámica ante escalón de par desde el 5% hasta el 50% del par nominal, a velocidad mitad de la nominal.*

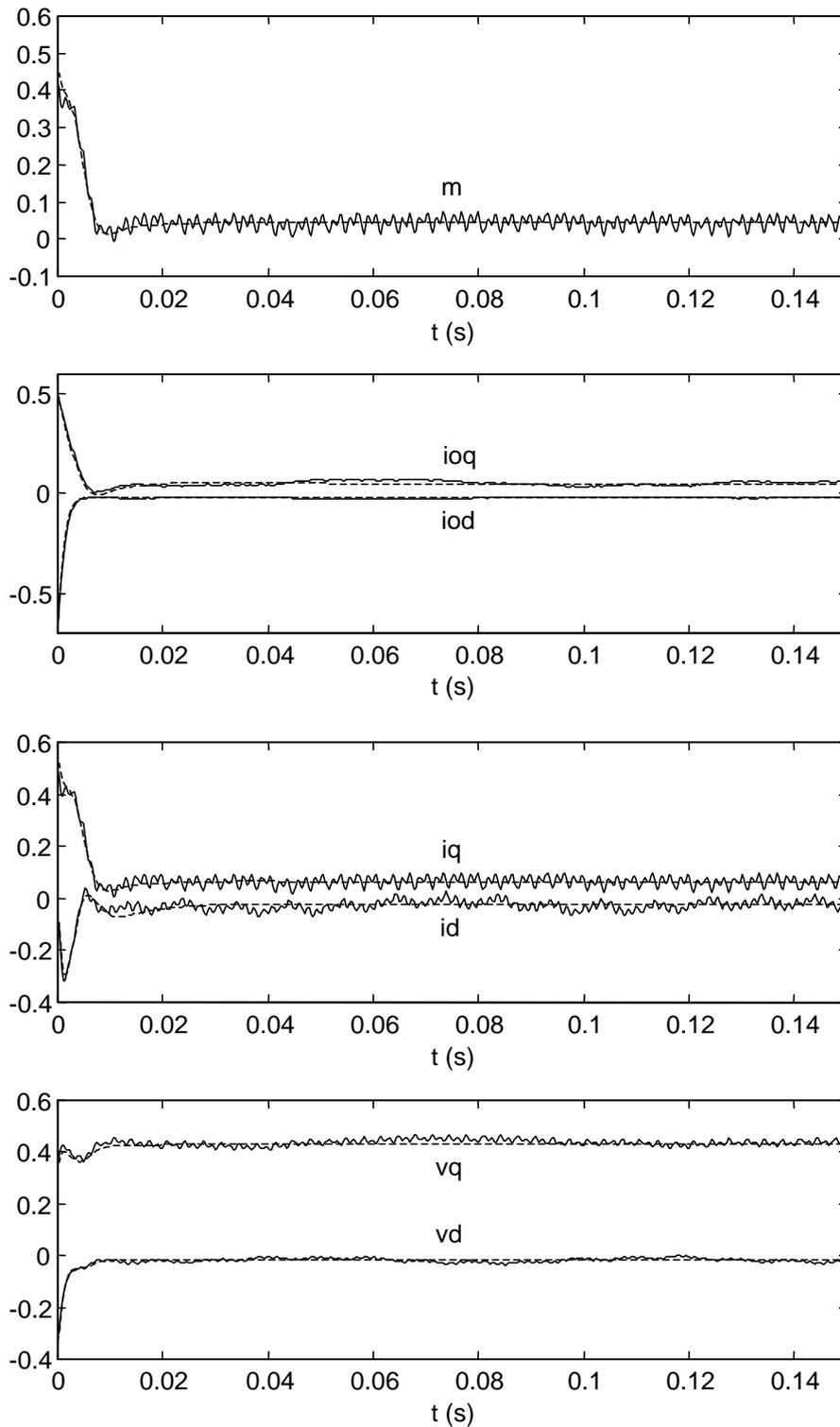


Fig. 5.37. *Ensayo experimental (cont.) y simulación (trazos) de respuesta dinámica ante escalón de par desde el 50% hasta el 5% del par nominal, a velocidad mitad de la nominal.*

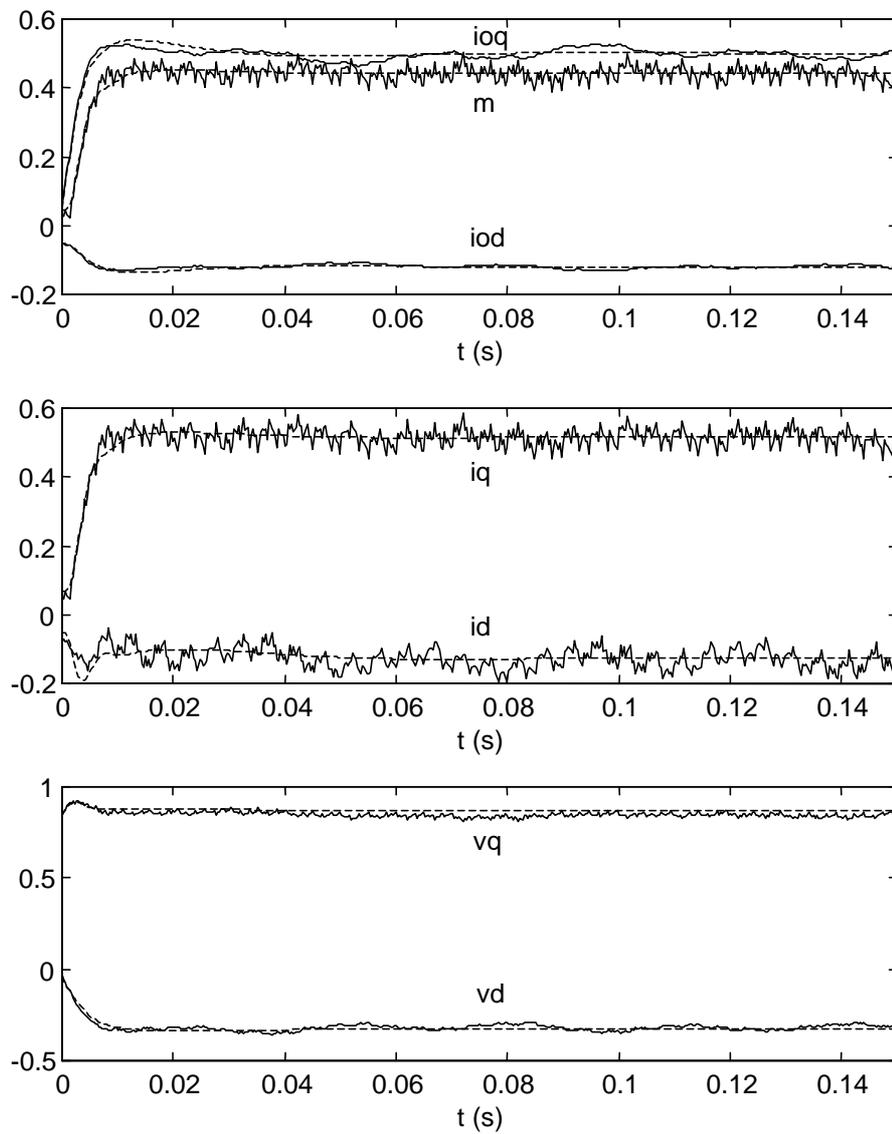


Fig. 5.38. *Ensayo experimental (cont.) y simulación (trazos) de respuesta dinámica ante escalón de par desde el 5% hasta el 50% del par nominal, a velocidad nominal.*

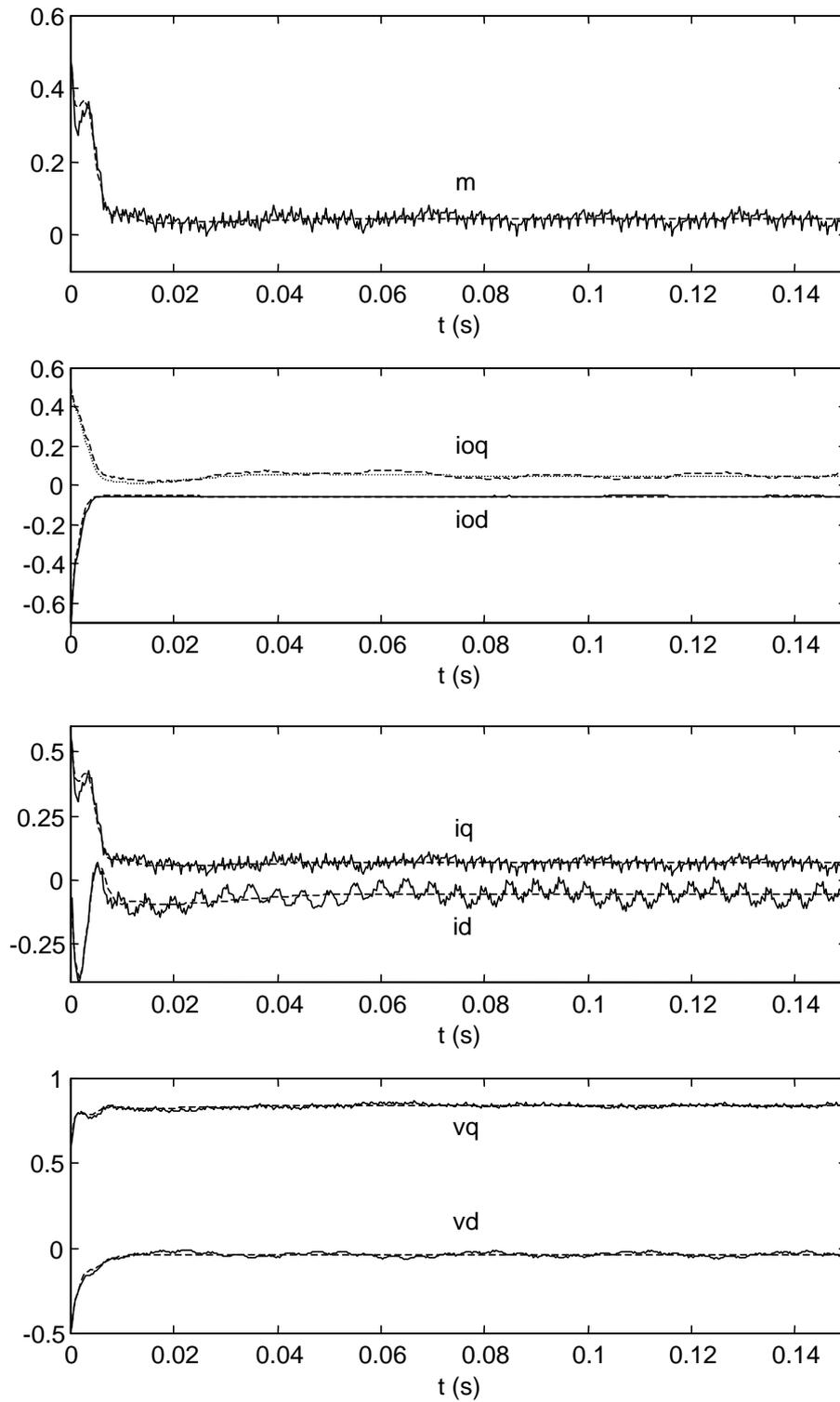


Fig. 5.39. *Ensayo experimental (cont.) y simulación (trazos) de respuesta dinámica ante escalón de par desde el 50% hasta el 5% del par nominal, a velocidad nominal.*

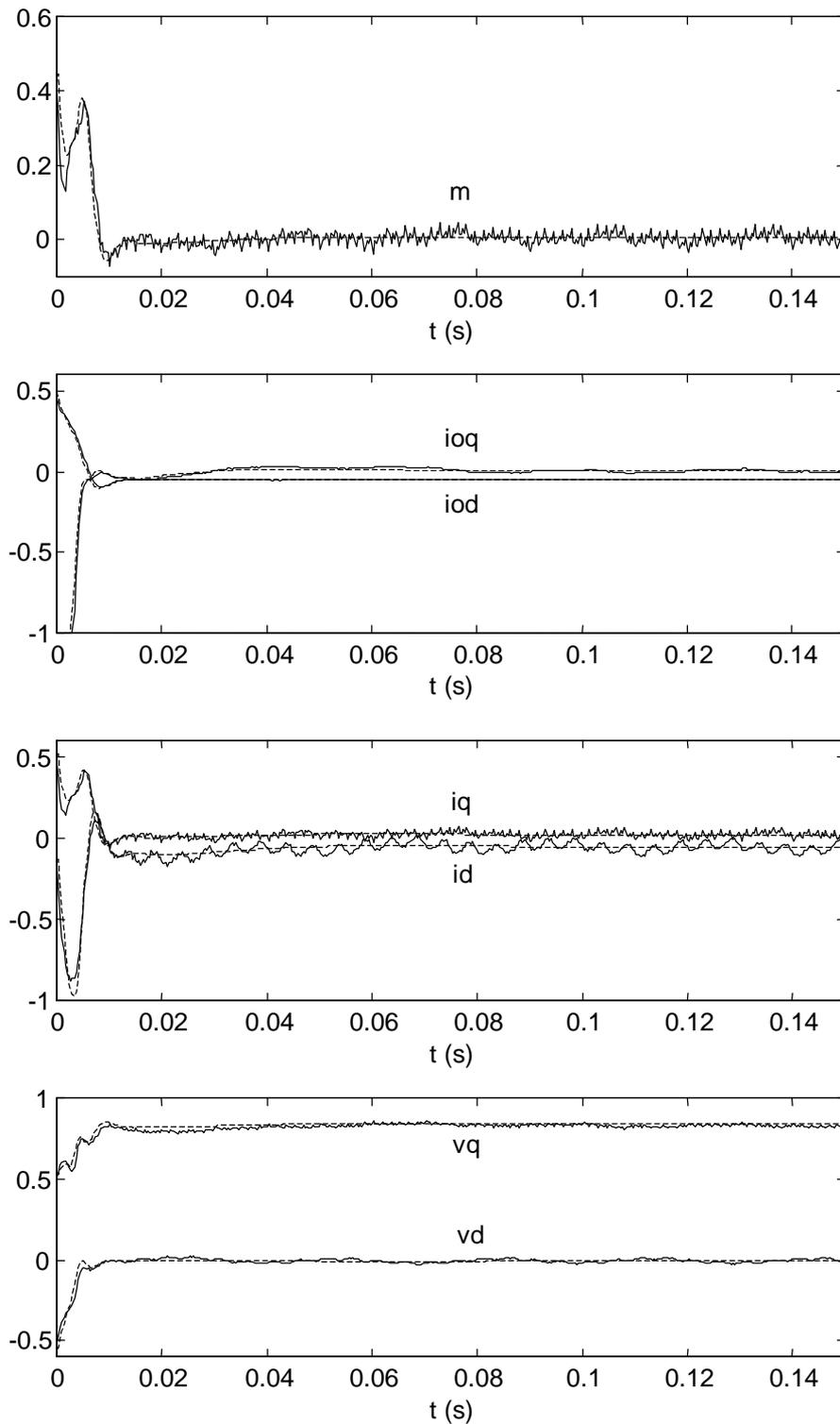


Fig. 5.40. *Ensayo experimental (cont.) y simulación (trazos) con control de la inestabilidad por condiciones iniciales mediante saturación en iod. Escalón de par desde el 50% hasta el 0.5% del par nominal, a velocidad nominal.*

Se ha comprobado que los resultados de simulación se ajustan a la realidad y las conclusiones que de ellos se extraen pueden considerarse válidas.

5.7 Rendimiento bajo distintas estrategias de control

Tres son las estrategias de control que se analizarán, desde el punto de vista del rendimiento motor, aplicadas al motor síncrono de imanes permanentes interiores utilizado.

- **Estrategia I:** Utilización de la estrategia de optimización de pérdidas, que viene dada por (5.36), en la que la i_{od} de referencia posee un primer término *de reluctancia* (proporcional a $L_d - L_q$) dependiente del par (dependiente de ioq^3) y un segundo término *de excitación* independiente de éste (proporcional a Ψ_a). La ecuación (5.36) se reproduce aquí por comodidad.

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{m^*} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q^2 \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 - \frac{\Psi_a \cdot L_d \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \quad (5.43)$$

- **Estrategia II:** Optimización del motor síncrono de imanes permanentes interiores como si se tratara de un motor síncrono de imanes superficiales. En ese caso el término *de reluctancia* desaparece y sólo queda el término *de excitación*.

$$i_{od} = - \frac{\Psi_a \cdot L_d \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \quad (5.44)$$

Esta estrategia posee grandes ventajas en cuanto a la estabilidad, ya que i_{od} permanece constante en los transitorios de par, y sólo varía lentamente con la velocidad.

- **Estrategia III:** La estrategia normalmente utilizada con los motores síncrono de imanes permanentes consistente en mantener la corriente de eje d igual a cero.

$$i_{od} = 0 \quad (5.45)$$

El principal inconveniente de esta estrategia es la gran pérdida de capacidad de par máximo y de velocidad máxima con respecto a la primera. En la Fig. 5.41 se muestra la curva de par máximo aprovechando la capacidad de par del término de

reluctancia de (5.5) (curva continua), y la curva de par máximo en el caso de utilizar la estrategia de corriente en eje d cero (curva a trazos).

La primera y la última han sido utilizadas en el control vectorial de este tipo de motores. La segunda es propuesta en esta tesis doctoral para eliminar el problema de la estabilidad por condiciones iniciales mejorando el rendimiento, aunque éste no sea el óptimo

Para poder comparar convenientemente las tres estrategias, se ha optado por realizar simulaciones en las que se mantenga la estrategia de control correspondiente mientras sea posible, y a partir del valor de par en que la estrategia ya no es aplicable porque se alcanza algún límite motor (en este caso de tensión), modificar el valor de i_{od} —debilitar el flujo— hasta el punto más próximo admisible. La velocidad ha sido limitada a la nominal.

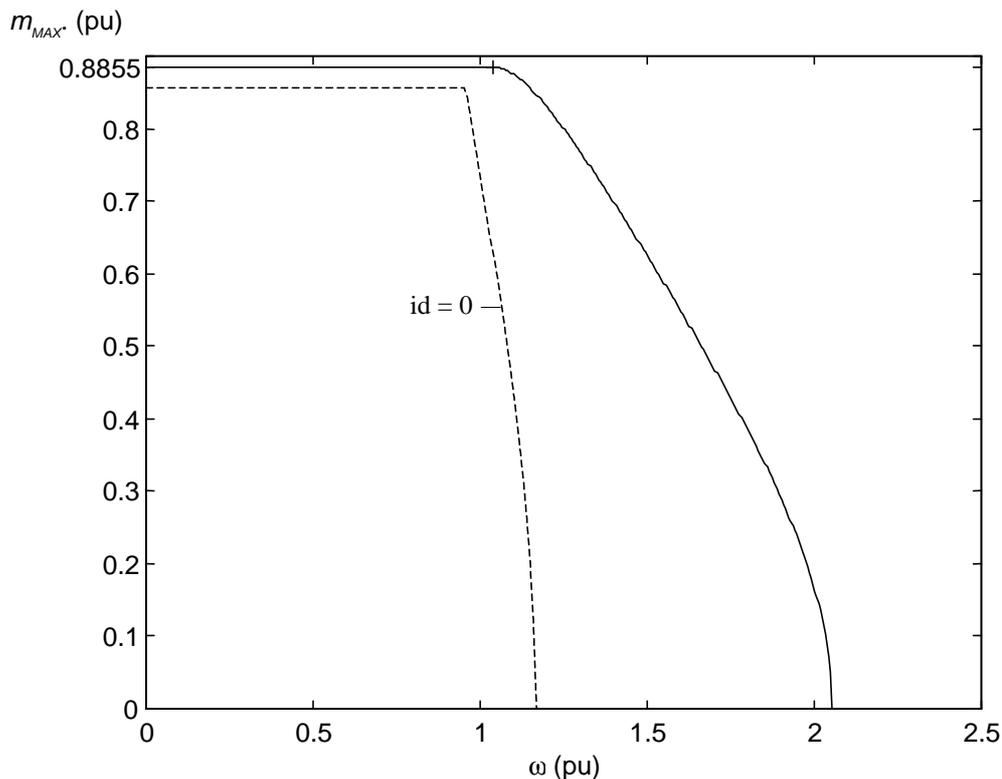


Fig. 5.41. Curva de par máximo en función de la velocidad para el motor síncrono usado. Además, se muestra el límite a partir del cual se alcanza algún límite motor para la estrategia $i_d = 0$.

En la Fig. 5.42 se muestra la corriente en eje d que resulta de la aplicación de las tres estrategias de control a cuatro velocidades seleccionadas, variando el par desde vacío a par

nominal. Como en cada gráfica de la Fig. 5.42 la velocidad es constante, tanto en la estrategia de optimización para imanes superficiales como la de $id = 0$, i_{od} se mantiene a un valor constante hasta que se alcanza el límite de corriente, punto a partir del cual ya no pueden mantenerse.

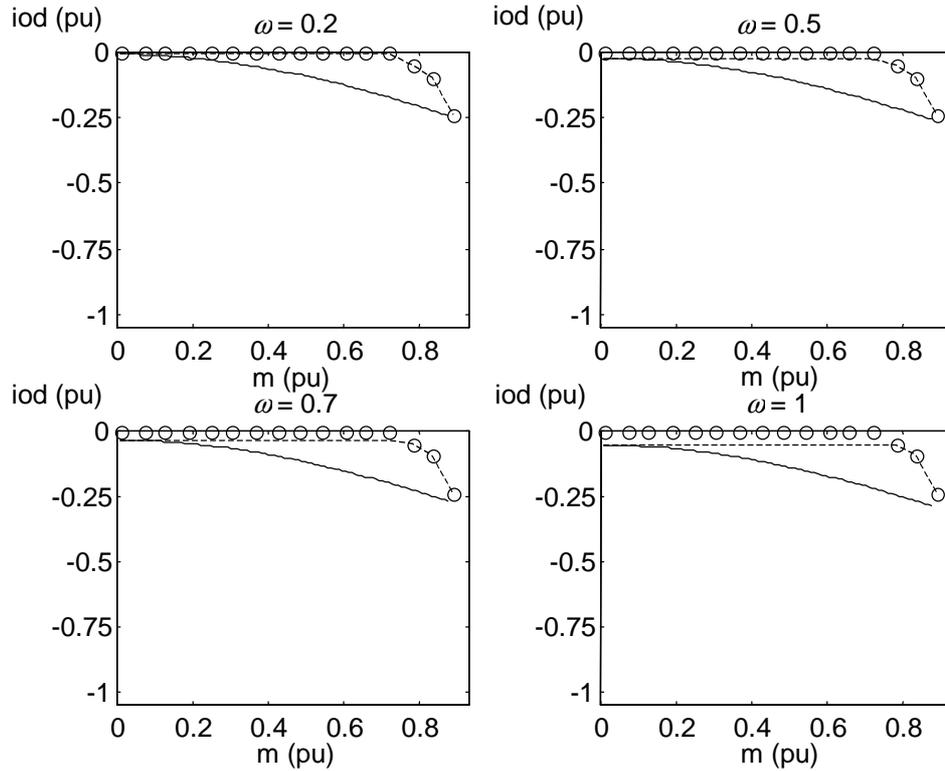


Fig. 5.42. Corriente en eje d para distintas estrategias de control, optimización de pérdidas (cont.), optimización como superficial (trazos) e $i_d = 0$ (círculos).

En la Fig. 5.43 se muestra el mapa de curvas de nivel de rendimiento constante, que resulta en el caso de la optimización de pérdidas, ecuación (5.36). En las Fig. 5.44 y Fig. 5.45 se muestra la diferencia relativa de rendimiento que se produce al utilizar cualquiera de las otras dos estrategias de control —limitada hasta velocidad nominal—, definida como:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\eta_{opt} - \eta_{otra}}{\eta_{opt}} \quad (5.46)$$

siendo η_{opt} el rendimiento obtenido utilizando la estrategia de optimización de pérdidas, y

η_{otra} el rendimiento obtenido utilizando cualquiera de las otras dos estrategias.

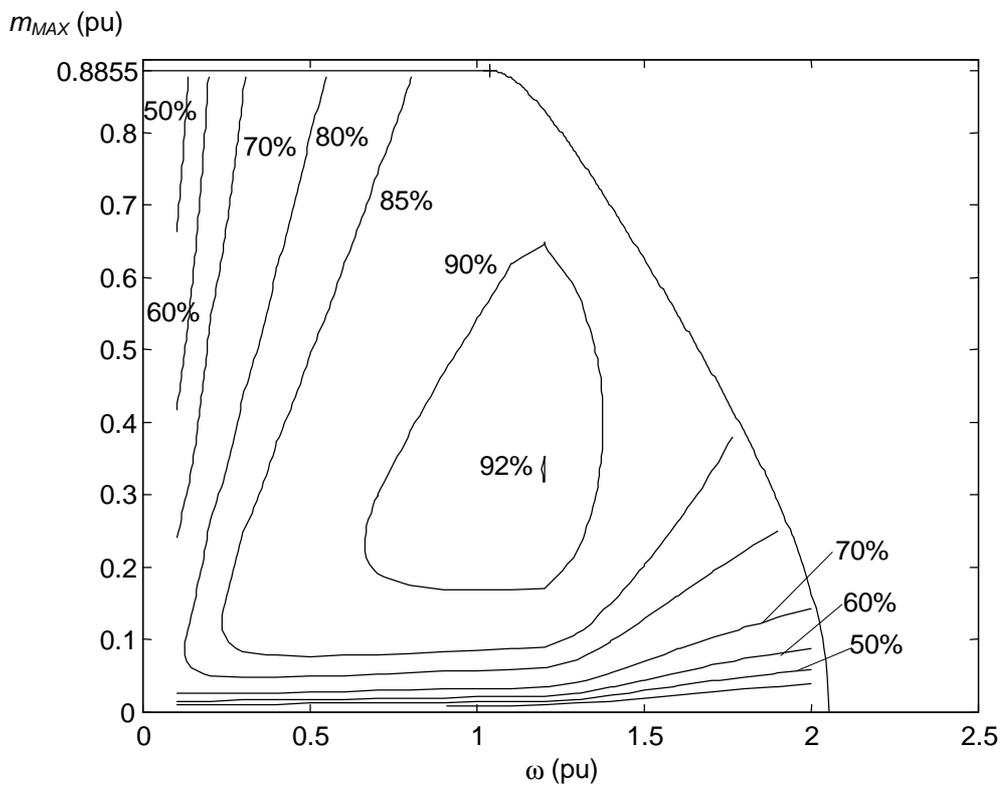


Fig. 5.43. Líneas de contorno de rendimiento constante utilizando la estrategia de optimización de pérdidas en el motor usado en la experimentación.

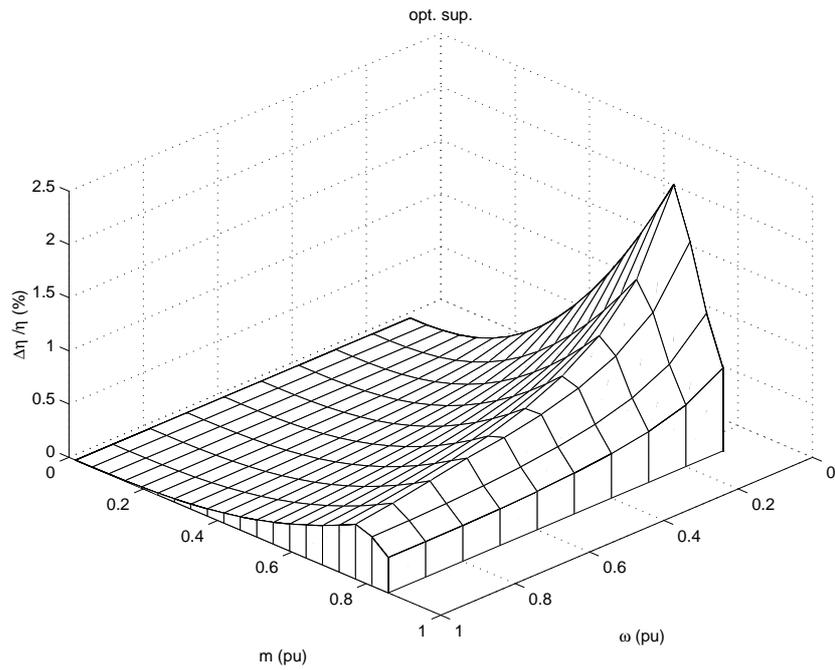


Fig. 5.44. Diferencia relativa de rendimiento entre la estrategia de optimización de pérdidas, y la optimización considerando el motor como si fuera de imanes superficiales.

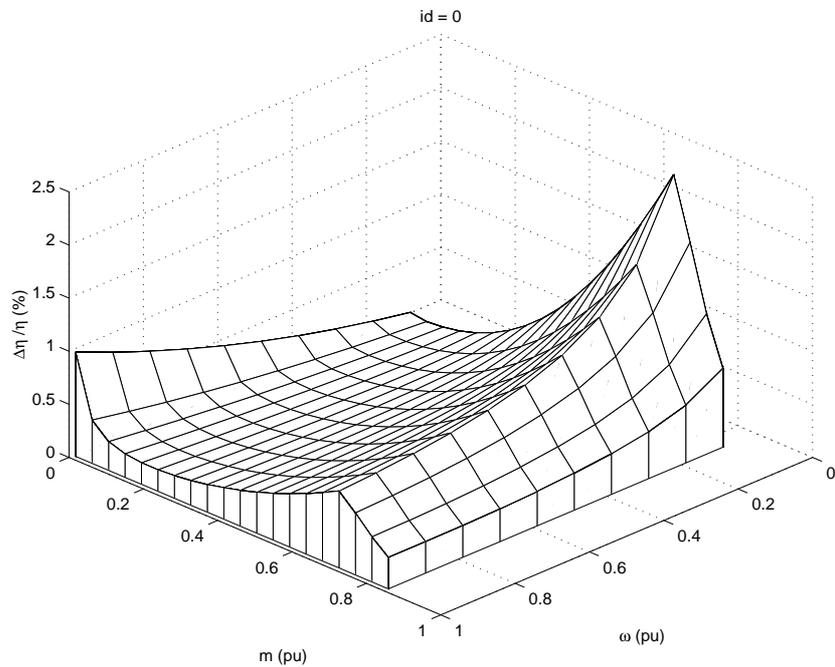


Fig. 5.45. Diferencia relativa de rendimiento entre la estrategia de optimización de pérdidas y la estrategia que mantiene $i_d = 0$.

Como puede observarse, en ninguno de los dos casos se observan grandes diferencias en el rendimiento, por lo que puede concluirse que, en este caso, la estrategia de optimización de pérdidas no es especialmente ventajosa. Este resultado es contrario a la gran mejora de rendimiento anunciada en Morimoto *et al.* (1994) y en Vaez *et al.* (1997), en el motor síncrono de imanes permanentes interiores. En el caso de Morimoto *et al.* (1994), la comparación entre la estrategia de optimización de pérdidas y la que mantiene $id = 0$, se realiza sin tener en cuenta los límites motores permitiendo valores de corriente y tensión muy superiores a los nominales. Cuando en Morimoto *et al.* (1994), se introducen los límites motores, estos autores ya no comparan el rendimiento para distintas estrategias sino que se limitan a presentar la curva de rendimiento para una velocidad concreta. En el caso de Vaez *et al.* (1997) la mejora (reduce un 30% el consumo de potencia de entrada) se produce porque parte de un valor de corriente id de conveniencia que no se corresponde con ninguna de las estrategias estudiadas.

Las diferencia entre los resultados obtenidos aquí y los presentados en Morimoto *et al.* (1994), puede deberse a que el motor utilizado en ese trabajo es distinto al utilizado en esta tesis doctoral. Especialmente podría deberse al distinto valor de la relación Lq/Ld (en el caso de Morimoto *et al.* (1994), $Lq/Ld = 2.61$, mientras que en el motor utilizado en la experimentación $Lq/Ld = 1.62$). Para comprobarlo, se han realizado simulaciones comparando la estrategia de optimización de pérdidas con la estrategia que mantiene $id = 0$; pero ahora con los parámetros del motor utilizado en Morimoto *et al.* (1994)ⁱ. Los valores convertidos a magnitudes unitarias del citado motor se muestran en la Tabla 5.5. Pese a que en Morimoto *et al.* (1994), no se menciona la posible dependencia de Rc con la frecuencia, en esta tesis doctoral se considerará que las constantes de proporcionalidad de pérdidas por

ⁱ Otros autores han descrito prototipos con relaciones de $Ld/Lq \approx 6$ (Soong *et al.* 1995; Morimoto *et al.* 1999), y de motores híbridos reluctancia/imanes superficiales con relaciones $Ld/Lq \approx 10$ (Chalmers *et al.*, 1996).

Morimoto *et al.* (1999), es especialmente interesante si se desea estudiar el efecto de la relación Lq/Ld sobre el rendimiento en motores síncronos de imanes permanentes con idéntica curva par-velocidad (idéntico valor $\Psi_a - Ld$). Chalmers *et al.* (1996), presenta una interesante solución práctica para conjugar alta reluctancia (gran diferencia entre Ld y Lq) e incluir imanes permanentes: la mitad del rotor es un motor síncrono de reluctancia ALA y la otra mitad un rotor de imanes superficiales, con un estator común.

histéresis y Foucault son iguales.

Ld	Lq	Ψ_a	R_s	Rc_o ($\omega = 1$)	Kf/Kh
0.63	1.65	0.902	0.0987	41.5	1

Tabla 5.5. Parámetros (en pu) de motor síncrono de imanes permanentes interiores en Morimoto et al. (1994).

La curva de par máximo asociado a este motor se presenta en la Fig. 5.46.

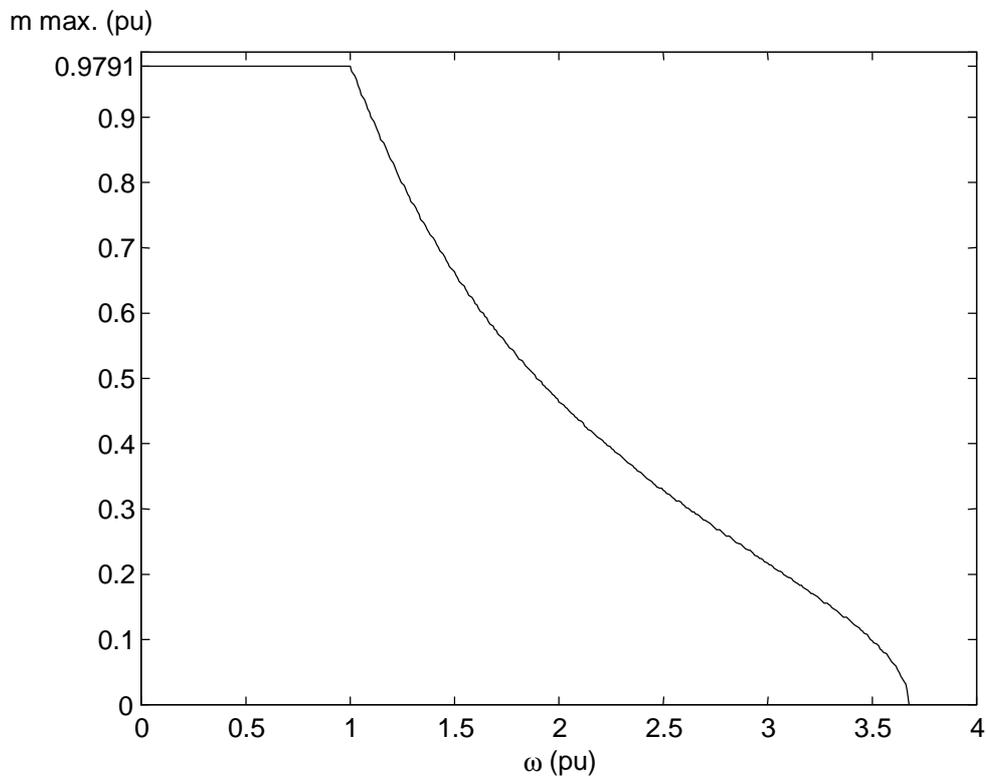


Fig. 5.46. Curva de par máximo en función de la velocidad para el motor síncrono de Morimoto et al. (1994).

En la Fig. 5.47 se muestra la diferencia relativa de rendimiento por el uso de la estrategia de optimización de pérdidas con respecto a la estrategia que mantiene $id = 0$ (con la que compara Morimoto et al., 1994), sin limitaciones de corriente y tensión/flujo. En este caso los resultados coinciden plenamente con los presentados en Morimoto et al. (1994).

Sin embargo en la Fig. 5.48 se muestran los mismos resultados pero ahora incluyendo las limitaciones de corriente y tensión/flujo del motor. Como se puede observar la diferencia en rendimiento queda enormemente recortada debido a que en las zonas en las que ésta es mayor, las limitaciones obligan a que la estrategia que mantiene $i_d = 0$, no pueda seguir manteniéndose, y la corriente en eje d deba ser modificada, acercándose al valor óptimo de la estrategia de optimización de pérdidas (véase Fig. 5.42). Nótese la diferencia que existe entre la Fig. 5.47 sin considerar los límites motores (mismos resultados presentados en Morimoto *et al.*, 1994) y la Fig. 5.48 en la que se consideran los límites motores.

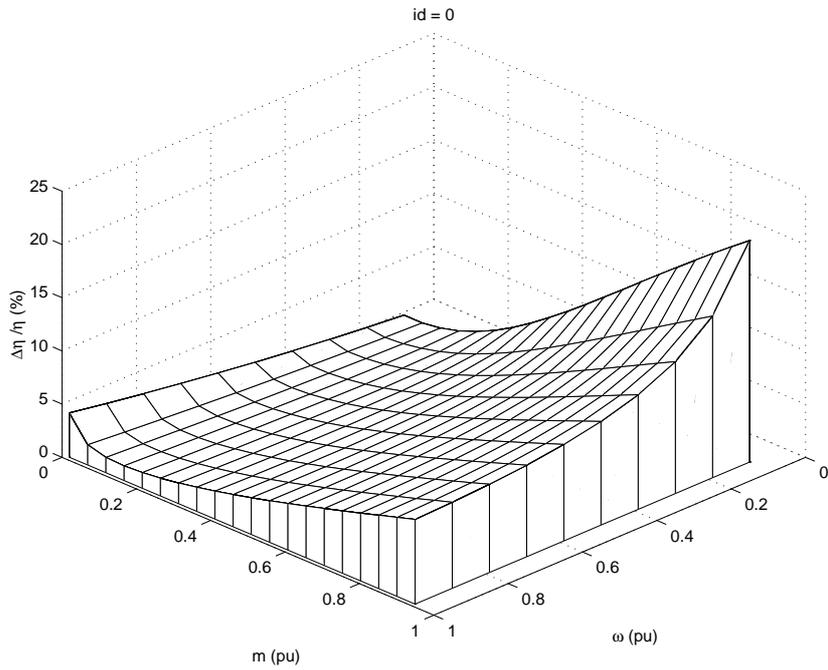


Fig. 5.47. Diferencia relativa de rendimiento entre la estrategia de optimización e $i_d = 0$ sin límites de corriente y tensión/flujo (motor Morimoto et al., 1994).

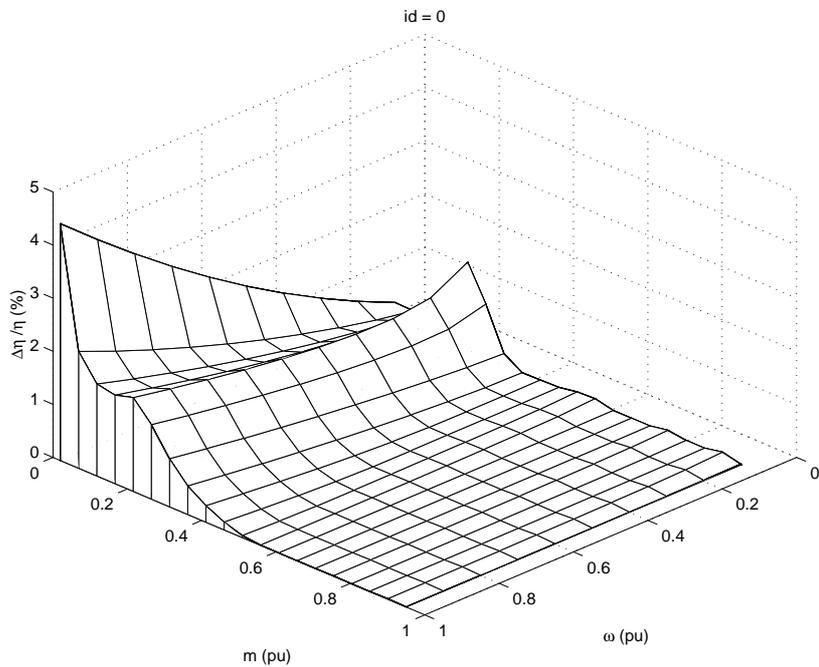


Fig. 5.48. Diferencia relativa de rendimiento entre la estrategia de optimización e $i_d = 0$ con límites de corriente y tensión/flujo (motor Morimoto et al., 1994).

5.8 Coeficientes de sensibilidad

En la Fig. 5.49 se presenta la aplicación numérica al motor utilizado en el laboratorio, de las expresiones presentadas con carácter general en el Capítulo 2 para el cálculo de los coeficientes de sensibilidad relativa. Por comodidad, se repite aquí la definición de la sensibilidad relativa del rendimiento, η , con respecto al parámetro X :

$$S(\eta, X) = \frac{\partial \eta}{\partial X} \cdot \frac{X}{\eta} \quad (5.47)$$

siendo X cualquier parámetro del modelo — $R_s, R_c, L_d, L_q, \Psi_a$ — o cualquier medida realizada por el sistema de control — i_d, i_q, ω —:

$$X = \{R_s, R_c, L_d, L_q, \Psi_a, i_d, i_q, \omega\}$$

El coeficiente de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto al parámetro X , $S(\eta, X)$, se puede interpretar como la variación relativa del rendimiento en % ante una variación relativa del parámetro X en un 1%.

En la Fig. 5.49 se observa que la sensibilidad del rendimiento ante variaciones o incertidumbres en todos los parámetros y medidas no es muy elevada: ante variaciones del 10% en el parámetro o medida correspondiente, la variación relativa del rendimiento no varía más de un 5% en el peor de los casos. Pese a todo, estos valores son elevados comparados con los presentados en Morimoto *et al.* (1994) (sólo se estudia en ese trabajo la sensibilidad del rendimiento para R_s, R_c y L_q). La explicación es que los valores que se proporcionan en el citado estudio son, exclusivamente, los obtenidos a velocidad nominal y par nominal, que, como puede observarse en la Fig. 5.49, no es un punto de trabajo que pueda considerarse realmente representativo de las distintas sensibilidades en un motor síncrono de imanes permanentes interiores, ya que éstas dependen tanto del par como de la velocidad.

Los datos de la Fig. 5.49 podrían ayudar a diseñar estrategias de estimación en tiempo real para seleccionar, el parámetro o parámetros a estimar según la incidencia que estos tienen en el rendimiento y su posible variación máxima (también habría que tener en cuenta aquí, el grado de identificabilidad de cada parámetro).

La posible variación máxima asociada a Ld se puede tomar de un 15%, mientras que la asociada a Lq se puede tomar de un 10% (en ambos casos debido a la saturación del hierro), si se toma como valores de Ld y Lq los propuestos en la Tabla 5.3 (véase la Fig. 5.11)ⁱ. La posible variación máxima asociada a R_s puede llegar a ser de un 10% debido a la variación de temperaturaⁱⁱ; mientras que para la asociada a R_c en función del flujo, no hay ninguna referencia en la literatura para este tipo de motores, por lo que se tomará la de los motores de inducción que se estima en un 25% según Kirschen *et al.* (1984) y Matsuse *et al.* (1999). Finalmente la asociada a Ψ_a se puede considerar despreciable si no se tiene en cuenta el efecto de la temperatura. Todo esto se resume en la Tabla 5.6.

ΔR_s	ΔR_{c_o}	ΔL_d	ΔL_q	$\Delta \Psi_a$
10%	25% ⁱⁱⁱ	15%	10%	≈ 0

Tabla 5.6. Variación máxima estimada de los parámetros del motor síncrono de imanes permanentes interiores usado en la experimentación.

Por ejemplo, a baja velocidad y par elevado los parámetros de mayor incidencia sobre el rendimiento son R_s y Ψ_a , mientras que las medidas de velocidad y corriente^{iv} deben cuidarse especialmente. Dado que Ψ_a es un parámetro muy estable (quizá, salvo en el caso de grandes variaciones de la temperatura que puede afectar a la magnetización de los imanes, especialmente en los de NdFeB), el parámetro a estimar con precisión sería R_s . Por el contrario, por encima de la velocidad nominal y a bajo par el parámetro a estimar con pre-

ⁱ En Wijenayake & Schmidt (1997) se observa una variabilidad del 15% en L_d para un motor síncrono de imanes permanentes superficiales.

ⁱⁱ Despreciando el efecto corrector de la dependencia de las pérdidas adicionales con la temperatura, y suponiendo que el valor de R_s utilizado en el modelo es el obtenido a una temperatura intermedia entre 25 °C y 75 °C, y que la temperatura máxima de estator es de 75 °C. En ese caso la variabilidad es de un 8%.

ⁱⁱⁱ Ante la ausencia de datos, se ha tomado la de los motores de inducción según Kirschen *et al.* (1984) y Matsuse *et al.* (1999).

^{iv} Realmente es la corriente en eje q la que tiene importancia, pero el cálculo de dicho valor se basa en la medida de ambas corrientes i_u e i_v , y de la posición del rotor.

cisión debería ser R_c .

Es importante destacar que la diferencia relativa de rendimiento calculada mediante el coeficiente de sensibilidad correspondiente, ha de ser siempre tomado con reserva, especialmente si la posible variación del parámetro en cuestión es elevada, ya que, en general, el rendimiento no es una función lineal de ningún parámetro.

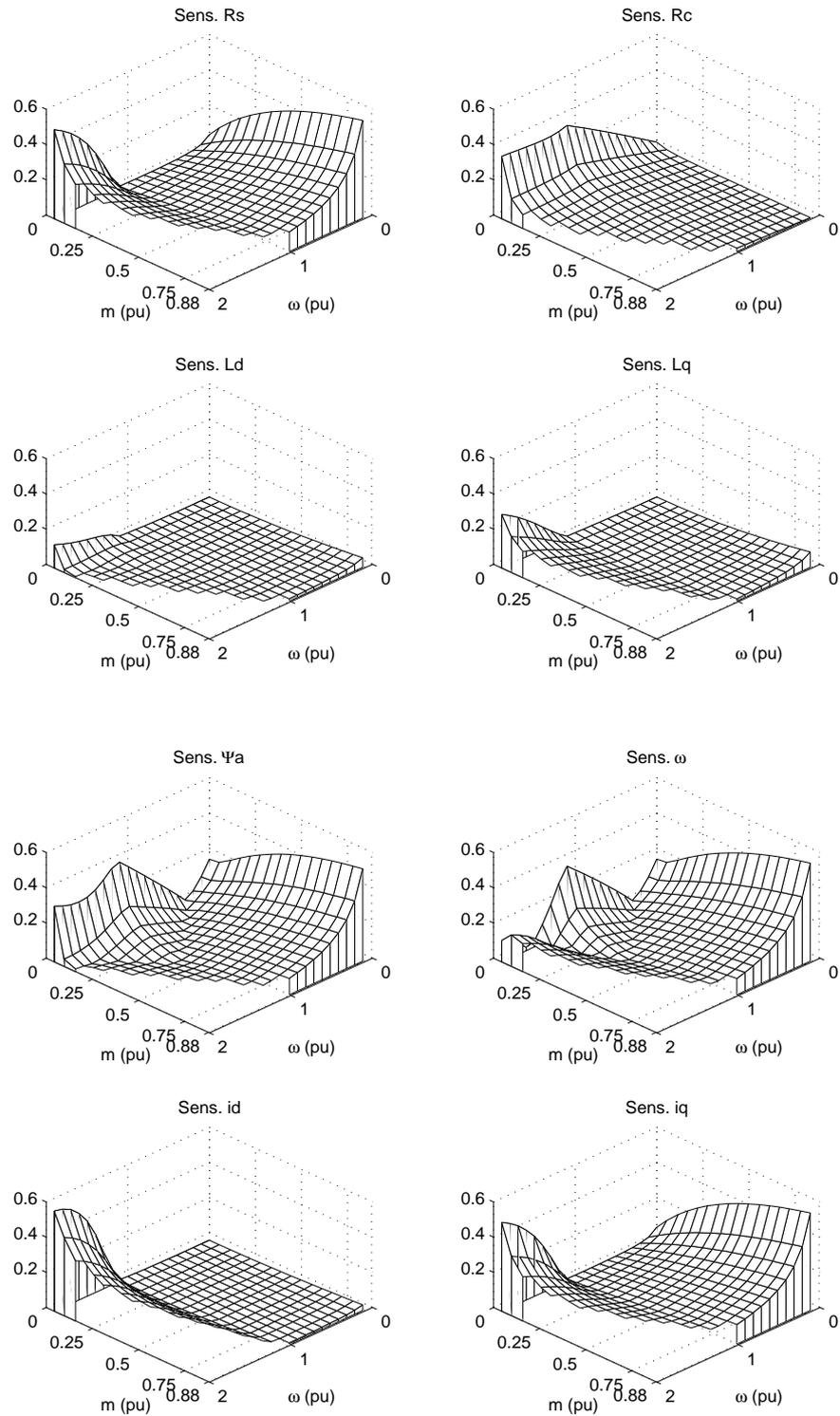


Fig. 5.49. Sensibilidades relativas del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas en el motor síncrono de imanes permanentes interiores usado en la experimentación.

Capítulo 6

Motor síncrono de reluctancia

6.1 Introducción

Pese a haber estudiado en detalle al motor síncrono de imanes permanentes interiores, del que puede considerarse al motor síncrono de reluctancia un caso particular, el estudio pormenorizado de este último proporcionará muchas claves útiles aplicables al motor de inducción y al motor de corriente continua, con los que comparte la particularidad — desde el punto de vista del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2— de que $\Psi_a = 0$ ⁱ. Esto hace que la corriente en eje d tenga tanto peso sobre el par generado como la corriente en eje q , lo que obliga a ciertas consideraciones especiales de cara a garantizar la estabilidad del sistema. Además, el motor síncrono de reluctancia tiene asociadas estrategias de control vectorial propias (Boldea & Nasar, 1992; Betz, 1992), que merecen ser estudiadas y comparadas desde el punto de vista del rendimiento.

En el apartado 6.2 se presenta el modelo eléctrico con pérdidas en el hierro del motor síncrono de reluctancia, que resulta de la particularización del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2, y que es el modelo habitual utilizado en la literatura.

Aunque en el Capítulo 3 se ha propuesto una expresión para la optimización de pér-

ⁱ $\Psi_a = 0$ implica que no hay flujo generado por imanes permanentes ni por devanado de excitación independiente en la máquina síncrona estándar. En el motor de corriente continua puede resultar sorprendente que Ψ_a sea cero al poseer devanado de excitación de campo, pero es que en dicho motor se ha convertido todo el circuito de campo en el eje d típico de control vectorial, por lo que el flujo se controla con dicha corriente ($I_f = i_{od}$). Ψ_a se refiere, en el modelo generalizado, al campo generado que no puede controlarse mediante las corrientes de eje d o q .

didadas en el motor síncrono de reluctancia (que se deriva de la expresión general particularizada a dicho motor), en el apartado 6.3 se obtienen otras expresiones equivalentes que se derivan, directamente, de la solución del problema de minimización de pérdidasⁱ. Estas expresiones son comparadas con otras presentadas en la literatura y con la expresión general propuesta en esta tesis doctoral.

En el apartado 6.4 se hace una revisión de las técnicas de control vectorial más habituales en este tipo de motores, y se presenta la expresión de rendimiento para las estrategias del tipo *ángulo constante* —relación i_{oq} / i_{od} constante— (dentro de las que se incluye la de optimización de pérdidas). Esta expresión es independiente del par.

En el apartado 6.5 se comparan todas las estrategias de control vectorial de ángulo constante desde el punto de vista del rendimiento, presentándose sus principales propiedades. Además se realizan simulaciones con dos tipos de motores: un motor síncrono de reluctancia estándar y otro tipo ALAⁱⁱ, que permiten, no sólo comparar el comportamiento de las distintas estrategias para cada tipo de motor, sino además, comparar estos motores entre ellos.

En el apartado 6.6 se estudia el efecto de los límites de intensidad y tensión/flujo sobre las distintas estrategias de control con ángulo constante y como afectan al rendimiento.

En el apartado 6.7 se estudia el efecto de la saturación magnética en el rendimiento calculado para un motor síncrono de reluctancia ALA, revisándose las conclusiones obtenidas en los apartados 6.5 y 6.6. También se estudia la pérdida de rendimiento en el caso de no considerar la saturación magnética en la optimización de pérdidas, y se llega a la conclusión de que podría no ser necesaria su inclusión para obtener rendimientos cercanos al máximo posible.

En el apartado 6.8 se estudia el control vectorial con minimización de pérdidas pro-

ⁱ Al contrario que para el motor síncrono de imanes permanentes interiores, la solución directa a dicho problema se obtiene de forma relativamente fácil.

ⁱⁱ Rotor construido mediante laminación axial anisotrópica.

puesto en esta tesis doctoral aplicado a este tipo de motores. Se pasa revista a los distintos módulos de que consta el esquema propuesto, se calcula el valor de la constante de integración para garantizar la estabilidad y se presentan diversas simulaciones en las que se hace patente el problema de inestabilidad por condiciones iniciales, y la aplicación de las soluciones aportadas en esta tesis doctoral para resolverlo.

Finalmente, en el apartado 6.9 se presentan las sensibilidades del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas, para el motor de síncrono de reluctancia utilizado en las simulaciones. Asimismo, se obtienen algunas conclusiones que se pueden extraer de ellos.

6.2 Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro

El circuito equivalente que se deriva del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2, particularizado al motor síncrono de reluctancia, se presenta en la Fig. 6.1. Dicho modelo es el utilizado habitualmente en la literatura (véase apartado 2.5.3).

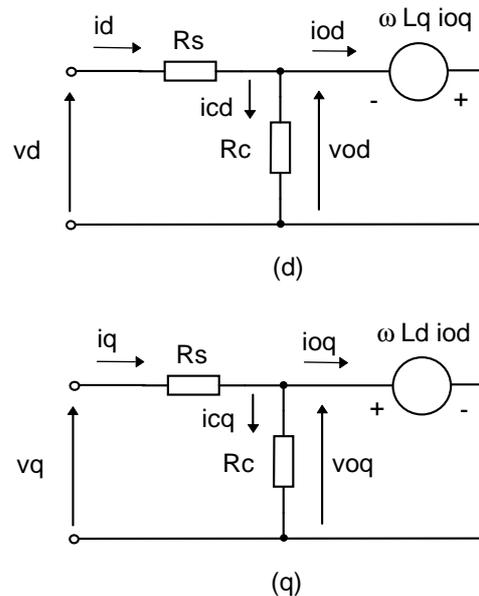


Fig. 6.1. Circuito equivalente de régimen permanente para la optimización de pérdidas en motores síncronos de reluctancia.

Como ya se justificó para el modelo generalizado, apartado 2.6.3 (véase Apéndice A), en la práctica se puede suponer, que en *pu*:

$$\frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc^2} \ll 1$$

$$\frac{Rs}{Rc} \ll 1$$
(6.1)

con lo que las ecuaciones eléctricas correspondientes a la Fig. 6.1 se pueden poner:

$$\begin{pmatrix} vd \\ vq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Rs + \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc} & -\omega \cdot Lq \\ \omega \cdot Ld & Rs + \frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} id \\ iq \end{pmatrix}$$
(6.2)

La relación entre tensiones y corrientes de entrehierro, así como entre corrientes de entrada y de entrehierro son:

$$\begin{pmatrix} vod \\ voq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \cdot Lq \\ \omega \cdot Ld & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} iod \\ ioq \end{pmatrix}$$
(6.3)

$$\begin{pmatrix} id \\ iq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\omega \cdot Lq}{Rc} \\ \frac{\omega \cdot Ld}{Rc} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} iod \\ ioq \end{pmatrix}$$
(6.4)

El par viene dado por:

$$m = (Ld - Lq) \cdot iod \cdot ioq$$
(6.5)

Las pérdidas eléctricas son:

$$Pe = Pcu + Pfe$$
(6.6)

donde las pérdidas óhmicas, Pcu , y en el hierro, Pfe , vienen dadas por:

$$Pcu = Rs \cdot (id^2 + iq^2)$$
(6.7)

$$Pfe = \frac{vo^2}{Rc} = \frac{\omega^2 \cdot \Psi m^2}{Rc} = \frac{\omega^2}{Rc} \cdot \{(Ld \cdot iod)^2 + (Lq \cdot ioq)^2\}$$
(6.8)

siendo $\underline{\Psi}_m$ el vector espacial flujo total de entrehierro, que en este caso coincide con el producido por las corrientes de entrehierro, $\underline{\Psi}_o$.

$$\underline{\Psi}_m = \underline{\Psi}_o \quad (6.9)$$

donde $\underline{\Psi}_o$ queda definido por:

$$\begin{aligned} \Psi_{od} &= L_d \cdot i_{od} \\ \Psi_{oq} &= L_q \cdot i_{oq} \end{aligned} \quad (6.10)$$

6.3 Optimización de pérdidas

Para obtener el valor óptimo de i_{od} que hace que las pérdidas eléctricas sean mínimas se procede de la siguiente forma: (a) se sustituye (6.4) en las pérdidas óhmicas, (6.7); (b) se despeja i_{oq} de la ecuación de par, (6.5), y se sustituye en las pérdidas óhmicas antes obtenidas y en las pérdidas en el hierro, (6.8); (c) se deriva e iguala a cero la expresión (6.6). Finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{(L_d - L_{qs})}{(L_{ds} - L_q)} \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot \{R_s \cdot R_c^2 + (R_s + R_c) \cdot (\omega \cdot L_d)^2 \cdot (1 + S_d)\} \cdot i_{od}^4 = \\ = m^2 \cdot \{R_s \cdot R_c^2 + (R_s + R_c) \cdot (\omega \cdot L_q)^2 \cdot (1 + S_q)\} \end{aligned} \quad (6.11)$$

donde, según las definiciones dadas en el Capítulo 3, S_d y S_q son los coeficientes de sensibilidad relativa de la inductancia de eje d y la inductancia de eje q con respecto a sus corrientes de eje, respectivamente; y L_{ds} y L_{qs} son las inductancias *modificadas* en eje d y en eje q que incluyen las anteriores sensibilidadesⁱ:

$$S_d = \frac{\partial L_d}{\partial i_{od}} \cdot \frac{i_{od}}{L_d} \quad ; \quad S_q = \frac{\partial L_q}{\partial i_{oq}} \cdot \frac{i_{oq}}{L_q} \quad (6.12)$$

ⁱ Recuérdese que L_{ds} y L_{qs} no son los valores de la inductancias saturadas, i.e., los valores reales para una intensidad dada, ya que dicho valor está representado por L_d y L_q que son funciones de i_{od} e i_{oq} respectivamente. L_{ds} y L_{qs} son dichos valores saturados más una proporción dada por sus sensibilidades relativas, que permitirán calcular el óptimo de pérdidas.

$$Lds = Ld \cdot (1 + Sd) \quad ; \quad Lqs = Lq \cdot (1 + Sq) \quad (6.13)$$

De (6.11) se deduce:

$$iod = \sqrt[4]{\frac{Rs \cdot Rc^2 + (Rs + Rc) \cdot Lq \cdot Lqs \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc^2 + (Rs + Rc) \cdot Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot \frac{m^2}{(Ld - Lq)^2} \cdot \frac{Lds - Lq}{Ld - Lqs}} \quad (6.14)$$

que, en el caso de despreciar la saturación magnética, se simplifica a:

$$iod = \sqrt[4]{\frac{Rs \cdot Rc^2 + (Rs + Rc) \cdot Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc^2 + (Rs + Rc) \cdot Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{m^2}{(Ld - Lq)^2}} \quad (6.15)$$

La ecuación (6.15) se reduce a la expresión presentada en Matsuo (1997)ⁱ, si se considera $Rs + Rc \approx Rc$, e $id \approx iod$. Sustituyendo en (6.11) m por (6.5), se obtiene la relación entre ioq e iod que se ha de cumplir para la optimización de pérdidas:

$$\frac{|ioq|}{iod} = \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc^2 + \omega^2 \cdot Ld \cdot Lds \cdot (Rs + Rc)}{Rs \cdot Rc^2 + \omega^2 \cdot Lq \cdot Lqs \cdot (Rs + Rc)} \cdot \frac{Ld - Lqs}{Lds - Lq}} \quad (6.16)$$

que, en el caso de despreciar la saturación magnética, se puede poner:

$$\frac{|ioq|}{iod} = \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc^2 + \omega^2 \cdot Ld^2 \cdot (Rs + Rc)}{Rs \cdot Rc^2 + \omega^2 \cdot Lq^2 \cdot (Rs + Rc)}} \quad (6.17)$$

que puede simplificarse aún más, si se considera $Rs + Rc \approx Rc$, a:

$$\frac{|ioq|}{iod} \approx \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc + \omega^2 \cdot Ld^2}{Rs \cdot Rc + \omega^2 \cdot Lq^2}} \quad (6.18)$$

expresión que fue presentada en Boldea *et al.* (1993). Esta expresión también ha sido de-

ⁱ Si la notación usada en Matsuo (1997) se adapta a la usada en esta tesis doctoral, y se convierte a magnitudes unitarias.

deducida en el apartado 3.7.3 (haciendo $R_r = 0$).

Por otro lado, aplicando la ecuación generalizada para la optimización de pérdidas, deducida en el Capítulo 3, al motor síncrono de reluctancia, se obtiene:

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{m} \cdot \frac{L_{ds} - L_q}{L_d - L_{qs}} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q \cdot L_{qs} \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d \cdot L_{ds} \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 \quad (6.19)$$

Si se ignora la saturación magnética ($L_{ds} = L_d$, $L_{qs} = L_q$), (6.19) pasa a ser:

$$i_{od} = \frac{L_d - L_q}{m} \cdot \frac{R_s \cdot R_c + L_q^2 \cdot \omega^2}{R_s \cdot R_c + L_d^2 \cdot \omega^2} \cdot i_{oq}^3 \quad (6.20)$$

que, como se comentó en el Capítulo 3, puede reducirse fácilmente a la (6.18) utilizando (6.5). La ventaja de (6.19) sobre (6.14) o (6.16) es que evita el cálculo de raíces cuartas o cuadradas. Lo mismo puede decirse de (6.20) con respecto a (6.15) y (6.18).

6.4 Control de ángulo constante

En el control vectorial de motores síncronos de reluctancia se distinguen cuatro tipos diferentes de estrategias (Boldea & Nasar, 1992; Betz, 1992):

- Máximo par por amperio, en la que se minimiza la corriente de entrada para un par dado, buscándose una reducción en las pérdidas óhmicas. Verifica:

$$\frac{|i_{oq}|}{i_{od}} = 1 \quad (6.21)$$

- Máximo par para un flujo dado, también denominada estrategia de máxima velocidad de variación del par. Se utiliza en aplicaciones en las que se desea hacer frente a transitorios en el par rápidamente. Verifica:

$$\frac{|i_{oq}|}{i_{od}} = \frac{L_d}{L_q} \quad (6.22)$$

- Máximo factor de potencia. El factor de potencia tiene una especial importancia en el motor de reluctancia debido a que el campo está generado única y exclusi-

vamente por las corrientes del estator, por lo que la potencia reactiva suministrada desde la red suele ser de valor importanteⁱ. Verifica:

$$\frac{|ioq|}{iod} = \sqrt{\frac{Ld}{Lq}} \quad (6.23)$$

- Corriente en eje d constante, en la que el control de par se efectúa variando sólo la corriente de eje q .

A las cuatro estrategias de control anteriores, se ha añadido recientemente la de optimización de pérdidas eléctricas (Matsuo *et al.*, 1997). Esta estrategia verifica (6.18) (o (6.17)).

Salvo la estrategia de corriente en eje d constante, todas las estrategias anteriores (incluyendo a la de optimización de pérdidas) cumplen que la proporción entre ioq e iod es constante a una velocidad dadaⁱⁱ, y como se demostró en el apartado 3.7.3 de esta tesis doctoral, esto implica que el rendimiento para dichas estrategias de control sólo depende de la velocidad (y no del par):

$$\eta = \frac{(Ld - Lq) \cdot k_{\omega} \cdot \omega}{(Ld - Lq) \cdot k_{\omega} \cdot \omega + R_{s_{EQ}} + \omega^2 / R_{c_{EQ}}} \quad (6.24)$$

donde k_{ω} representa a la relación ioq / iod de cada estrategia (independiente del par aunque puede depender de la velocidad), y:

ⁱ Como puede fácilmente demostrarse, el máximo factor de potencia posible (despreciando las pérdidas) viene dado por: $\{Cos\varphi\}_{MAX} = \frac{Ld / Lq - 1}{Ld / Lq + 1}$. En un motor de reluctancia estándar con $Ld/Lq = 3$, el $\{Cos\varphi\}_{MAX}$ es de tan sólo 0.5. Incluso en un motor de reluctancia ALA con $Ld/Lq = 10$, el $\{Cos\varphi\}_{MAX}$ es solamente de 0.76.

ⁱⁱ Esto es equivalente a decir que el valor del ángulo del vector espacial corriente equivalente de entrehierro, \underline{i}_{ω} , en el plano $iod-ioq$, es constante, y que sólo varía su módulo para proporcionar el par requerido.

$$R_{S_{EQ}} = R_s \cdot \left\{ 1 + k_\omega^2 + \frac{\omega^2}{R_c^2} \cdot (L_d^2 + L_q^2 \cdot k_\omega^2) + \frac{2 \cdot \omega}{R_c} \cdot (L_d - L_q) \cdot k_\omega \right\}$$

$$R_{C_{EQ}} = \frac{R_c}{L_d^2 + L_q^2 \cdot k_\omega^2}$$

6.5 Rendimiento bajo distintas estrategias de control

En la Fig. 6.2 se muestra un ejemplo comparativo de las estrategias máximo par por amperio (max. m/A), máximo factor de potencia (max. FP) y máximo par para un flujo dado (max. m/Ψ). En las tres estrategias el vector espacial \underline{i}_Q se mueve sobre una línea recta que se encuentra situada, en un ángulo de 45° para la estrategia de max. m/A, en un ángulo de $\arctan \sqrt{(L_d/L_q)}$ para la de max. FP, y en un ángulo de $\arctan (L_d/L_q)$ en la estrategia de max. m/Ψ. Dado que $L_d/L_q > 1$ con el sistema de referencia elegido, se cumple que:

$$1 < \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} < \frac{L_d}{L_q} \quad (6.25)$$

por lo que la pendiente de la estrategia de max. m/A es siempre menor que la de max. FP, y esta a su vez menor que la de max. m/Ψ.

En la Fig. 6.2 se ha representado, a título de ejemplo, la hipérbola de par que verifica la ecuación (6.5) a una cierto par m_1 . Cualquier vector \underline{i}_Q cuyo afijo se apoye sobre dicha curva proporcionará el par m_1 .

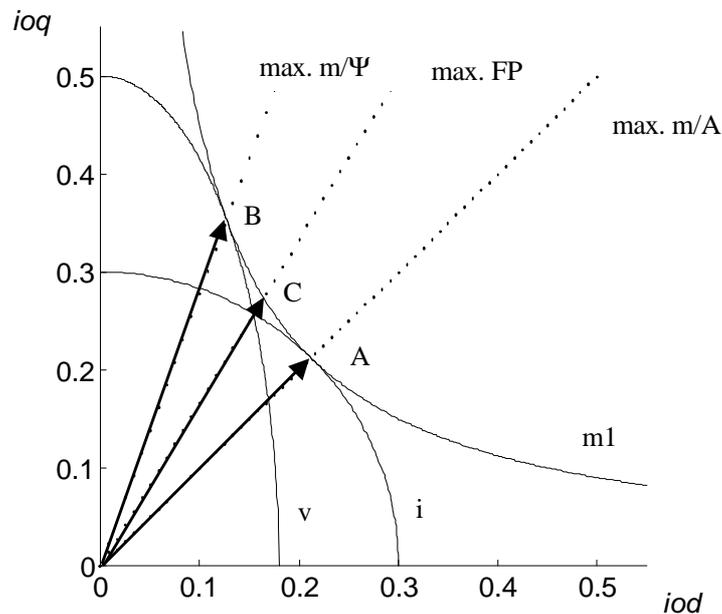


Fig. 6.2. Comparación de las diferentes estrategias de control de ángulo constante.

Si se calcula la corriente de entrada como:

$$i^2 = id^2 + iq^2 \approx iod^2 + ioq^2 \tag{6.26}$$

entonces, de (6.7) se sigue que las pérdidas óhmicas serán mínimas si el módulo del vector espacial \underline{i}_o es mínimo. Para una intensidad dada (en módulo), de todas las posibles circunferencias dadas por (6.26), aquella tangente a la hipérbola de par requerido, $m1$, proporciona el citado par con el mínimo valor de corriente (punto A en la Fig. 6.2), siendo precisamente la estrategia de max. m/A la que cumple la citada condición. Por otro lado, la tensión equivalente de entrehierro está dada por:

$$v^2 \approx vo^2 = vod^2 + voq^2 = \omega^2 \cdot \{(Lq \cdot ioq)^2 + (Ld \cdot iod)^2\} \tag{6.27}$$

que es la ecuación de una elipse de ejes $\{v \cdot \omega / Ld\}$ (eje menor), y $\{v \cdot \omega / Lq\}$ (eje mayor), centrada en (0,0). Para una tensión dada (en módulo), de todas las posibles elipses dadas por (6.27), aquella tangente a la hipérbola de par requerido, $m1$, proporciona el citado par pero con el mínimo valor de tensión de entrehierro (punto B en la Fig. 6.2). Dado que las pérdidas en el hierro son proporcionales al cuadrado de la tensión equivalente de entrehie-

ro según (6.8), se sigue que es en este punto donde las pérdidas en el hierro son mínimas. Además, es inmediato demostrar que la relación (6.22) —que se ha de verificar para la estrategia de max. m/Ψ —, es condición de optimalidad de las pérdidas en el hierro, (6.8), por lo que dicha estrategia, además de proporcionar la mayor velocidad de cambio de par a un par dado, es precisamente aquella que minimiza las pérdidas en el hierro, y cuya interpretación gráfica viene dada por la elipse tangente a la hipérbola de par comentada anteriormente.

Las mismas conclusiones se pueden obtener analizando la expresión (6.18) (o (6.17)). Si R_c se hace tender a infinito en (6.18) (o (6.17)) —i.e., sólo se consideran las pérdidas óhmicas—, se obtiene la estrategia de max. m/A , (6.21), que indica que dicha estrategia minimiza las pérdidas óhmicas. Si R_s se hace cero en (6.18) (o (6.17)) —i.e., sólo se consideran las pérdidas en el hierro—, se obtiene la estrategia de max. m/Ψ , (6.22), que indica que dicha estrategia minimiza las pérdidas en el hierro.

Como se demostró en el Capítulo 3, la corriente óptima para minimizar las pérdidas eléctricas es siempre una media ponderada de aquella para minimizar las pérdidas óhmicas y de aquella para minimizar las pérdidas en el hierro. Aplicando esta propiedad junto con las conclusiones anteriores, la estrategia de minimización de pérdidas eléctricas en el motor síncrono de reluctancia se puede considerar como la media ponderada de la estrategia de max. m/A y la estrategia de max. m/Ψ , por lo que el vector espacial \underline{i}_0 asociado a las mínimas pérdidas eléctricas siempre estará entre los vectores espaciales asociados a las estrategias de max. m/A y max. m/Ψ —dicho de otro modo, la recta sobre la que se mueve el vector espacial \underline{i}_0 para mínimas pérdidas eléctricas, se encuentra siempre entre las rectas asociadas a las estrategias de max. m/A y max. m/Ψ —. Es por este motivo por el que, en el peor de los casos, la estrategia de max. FP proporciona un rendimiento entre el proporcionado por la estrategia de max. m/A y el proporcionado por la estrategia de max. m/Ψ , y en ciertos casos presenta un rendimiento mejor que cualquiera de ellas.

Si se analiza la expresión (6.18) (o (6.17)), desde el punto de vista de la variación de la velocidad, se observa que, si la velocidad tiende a cero (se hace muy pequeña), (6.18) (o (6.17)) tiende a convertirse en (6.21) (estrategia de max. m/A), mientras que si tiende a infinito (velocidades grandes), (6.18) (o (6.17)) tiende a convertirse en (6.22) (estrategia de max. m/Ψ). Por tanto la recta sobre la que se mueve el vector espacial \underline{i}_0 que proporciona mínimas pérdidas eléctricas, se desplaza, según la velocidad crece, de la estrategia de max.

m/A a la estrategia de max. m/Ψ. Resumiendo algunas de las conclusiones anteriores, y denominando ME a la estrategia de optimización de pérdidas (k_ω dada por (6.18) —o (6.17)—):

$$\begin{array}{ll}
 R_c \rightarrow \infty \Rightarrow \text{Sólo pérdidas óhmicas:} & \text{ME} \rightarrow \text{max. m/A: } k_\omega = 1 \\
 R_s = 0 \Rightarrow \text{Sólo pérdidas en el hierro:} & \text{ME} \rightarrow \text{max. m/}\Psi: k_\omega = L_d / L_q \\
 \\
 \omega \rightarrow 0 \Rightarrow \text{Sin pérdidas en el hierro:} & \text{ME} \rightarrow \text{max. m/A: } k_\omega = 1 \\
 \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \text{Pérdidas en el hierro} \rightarrow \infty: & \text{ME} \rightarrow \text{max. m/}\Psi: k_\omega = L_d / L_q
 \end{array}$$

En la Fig. 6.3 se presentan los resultados de simulación de un motor síncrono de reluctancia estándar y un motor síncrono de reluctancia ALA, con los parámetros mostrados en la Tabla 6.1. Para modelar la dependencia de R_c con la frecuencia se ha supuesto que las pérdidas por histéresis son iguales a las pérdidas de Foucault a velocidad nominal ($K_f = K_h$), como es habitual en el motor de inducción (Kirschen *et al.*, 1984). El cálculo de R_c viene dado por:

$$R_c = R_{c_o} \cdot \frac{\frac{K_f}{K_h} + 1}{\frac{K_f}{K_h} + \frac{1}{\omega}} \quad (6.28)$$

	Ld	Ld/Lq	R_s	R_{c_o} ($\omega = 1$)	K_f/K_h	T_{en}
Estándar ⁱ	1.3	2.7	0.05	30	1	-
ALA ⁱⁱ	1.4	10	0.05	30	1	20 ms

Tabla 6.1. Parámetros (en pu) de motor síncrono de reluctancia estándar y ALA.

En las dos figuras superiores de la Fig. 6.3 se muestra el rendimiento obtenido con las estrategias de control de optimización de pérdidas (cont.), max. m/A (o), max. FP (•••), y max. m/Ψ (*), para un motor síncrono de reluctancia estándar (fig. superior derecha) y ALA (fig. superior izquierda), y en las dos figuras inferiores la diferencia relativa de rendimiento con respecto al óptimo, (6.29), para ambos tipos de motores (motor síncrono de reluctancia estándar en la fig. inferior derecha y ALA en la fig. inferior izquierda).

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\eta_{opt} - \eta_{otra}}{\eta_{opt}} \quad (6.29)$$

Como puede observarse en las figuras superiores de la Fig. 6.3, el motor síncrono de reluctancia ALA presenta un rendimiento muy superior al estándar pese a poseer idénticos valores de R_s y R_c .

Además, se produce una mejora en el rendimiento cuando se utiliza la estrategia de optimización de pérdidas como estrategia de control comparada con el resto, especialmente en el caso del motor ALA (figuras inferiores de la Fig. 6.3). A altas velocidades la estrategia de max. FP casi proporciona el máximo rendimiento, pero a baja velocidad, éste empeora claramente. Por el contrario, la estrategia de max. m/A presenta un comportamiento contrario al anterior: a bajas velocidades da resultados excelentes, mientras que a altas

ⁱ Parámetros del motor síncrono de reluctancia comercial: Electrodrive DA160LA 9 kW 1500 rpm.

ⁱⁱ Valores típicos de Ld y Lq de motor síncrono de reluctancia ALA (Morimoto *et al.*, 1996; Boldea & Nasar, 1992). En Boldea *et al.* (1994), se dan valores de $Ld = 2.8$ y $Ld/Lq = 16$ que pueden considerarse como máximos en la práctica. Los valores de R_s y R_c se han tomado iguales a los del motor síncrono de reluctancia estándar.

velocidades el rendimiento empeora. En cuanto a la estrategia de $\max. m/\Psi$ presenta un comportamiento similar a la estrategia de $\max. FP$, pero con peor rendimiento que ésta última en todos los casos.

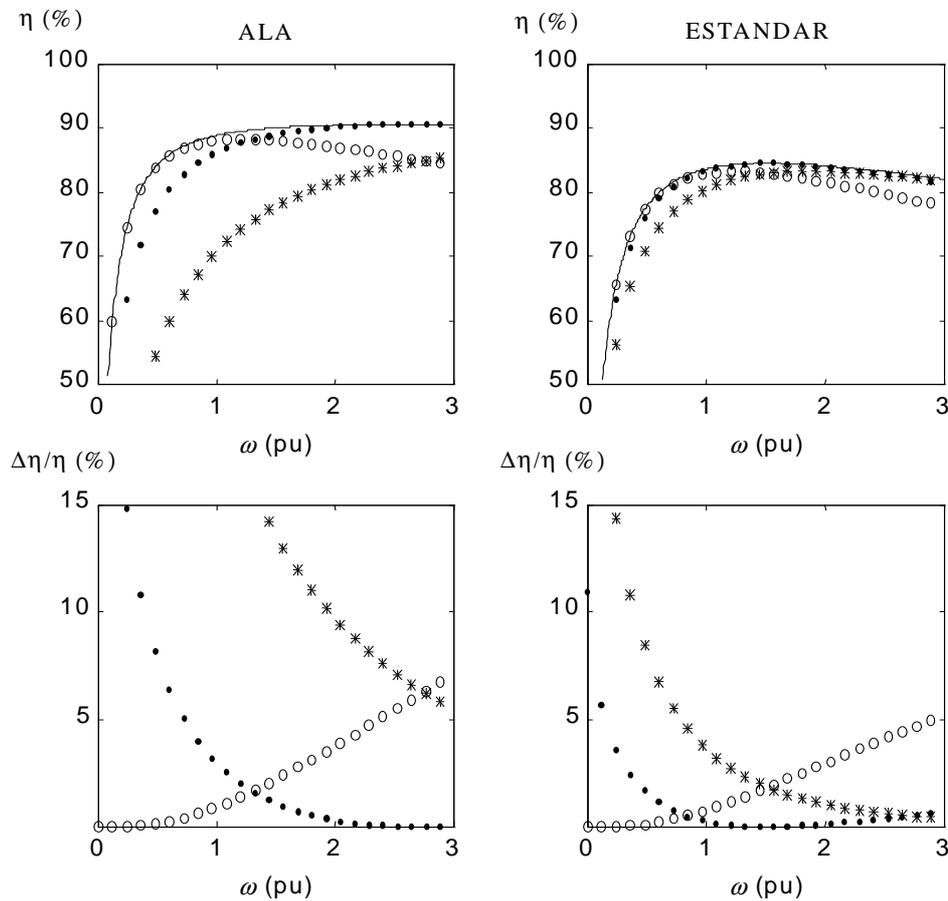


Fig. 6.3. Rendimiento (figs. sup.) y diferencia relativa de rendimiento con respecto a la óptima (figs. inf.) para motor síncrono de reluctancia estándar (figs. der.) y ALA (figs. izq.) para diferentes estrategias de control: optimización de pérdidas (cont.), $\max. m/A$ (o), $\max. FP$ (●●●) y $\max. m/\Psi$ (*).

6.6 Efecto de los límites del motor sobre las distintas estrategias

Las estrategias de control antes discutidas sólo pueden mantenerse mientras no se alcance ningún límite motor. Si se supera algún límite motor —por ejemplo, la tensión a aplicar es superior a la nominal para la corriente calculada a cierta velocidad con la estrategia de control correspondiente—, el ángulo del vector espacial \underline{i}_o no podrá mantenerse, siendo necesario para satisfacer la condición de par modificar dicho ángulo (el afijo del vector espacial \underline{i}_o se desplazará sobre la hipérbola correspondiente hasta estar dentro de

límites nuevamente). Una vez que la estrategia de control deja de aplicarse, el rendimiento deja de ser independiente del par y la expresión (6.24) para el rendimiento deja de ser válida. En la Fig. 6.4 se muestra el rendimiento obtenido para varias estrategias de control aplicadas sobre el motor síncrono de reluctancia ALA cuyos parámetros de muestran en la Tabla 6.1. Como se observa en todas las estrategias, y mientras no se alcanza ningún límite, el rendimiento es independiente del par (zonas sin sombrear en las gráficas de la Fig. 6.4), pero una vez que la estrategia deja de ser aplicable, el rendimiento pasa a depender claramente del par (zonas sombreadas en las gráficas de la Fig. 6.4).

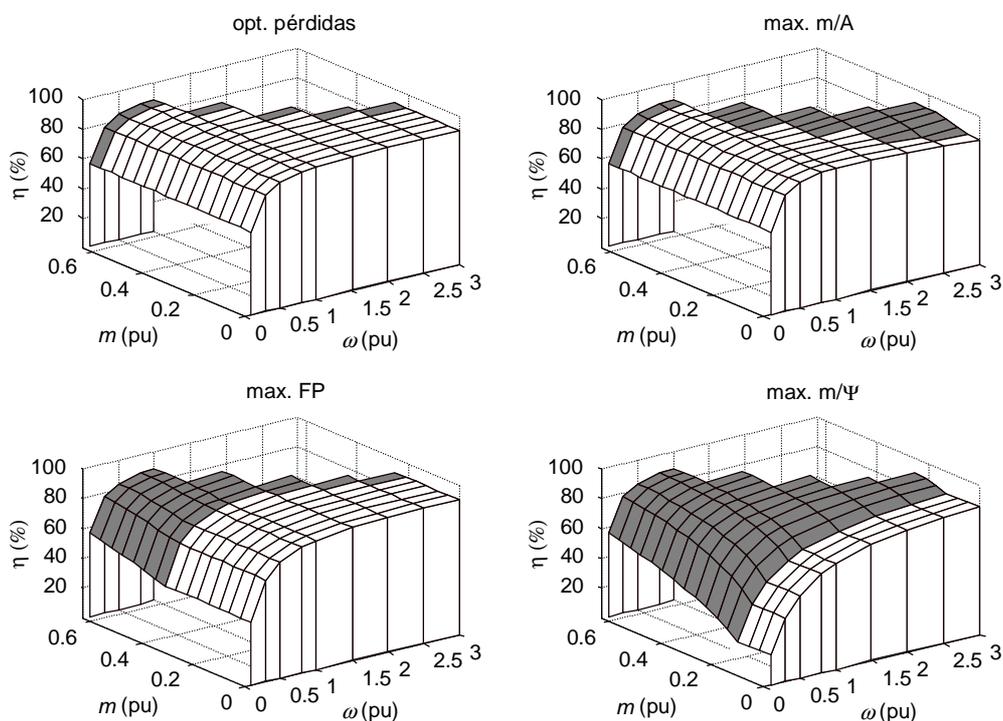


Fig. 6.4. Rendimiento en motor síncrono de reluctancia ALA para diferentes estrategias de control, considerando límites de corriente y tensión/flujo del motor.

Como puede observarse en la Fig. 6.4, la estrategia de max. m/Ψ es, en este caso, muy poco útil puesto que sólo es aplicable a valores bajos de par. Es de destacar el escaso efecto que el límite de tensión ejerce sobre la estrategia de optimización de pérdidas. Esto es debido al efecto de *escape* que presenta la expresión para la minimización de pérdidas con la velocidad. Según (6.18) (o (6.17)), el ángulo que forma el vector espacial \underline{i}_o con respecto al eje d va aumentando conforme la velocidad crece ($L_d > L_q$), lo que tiene como

resultado que el vector espacial \underline{i}_o se acerca al eje mayor de la elipse que marca el límite de tensión, a medida que ésta se reduce de tamaño según la velocidad crece.

En la Fig. 6.5 se muestran los mismos resultados que en la Fig. 6.4, pero ahora para cuatro velocidades seleccionadas. En la Fig. 6.5 se puede observar con claridad como el rendimiento deja de ser constante para cualquier estrategia de control de ángulo constante que alcance un límite de corriente o tensión/flujo. Cuando se alcanza un límite, el rendimiento obtenido en todas las estrategias de control converge hacia el mismo valor. La estrategia de max. m/A se ve afectada especialmente por el límite de tensión en la región de alta velocidad, mientras que la estrategia de max. FP se ve afectada por el límite de corriente en la región de baja velocidad. La estrategia de optimización de pérdidas sólo se ve afectada, ligeramente, en la zona de par máximo, gracias al efecto de *escape* anteriormente comentado.

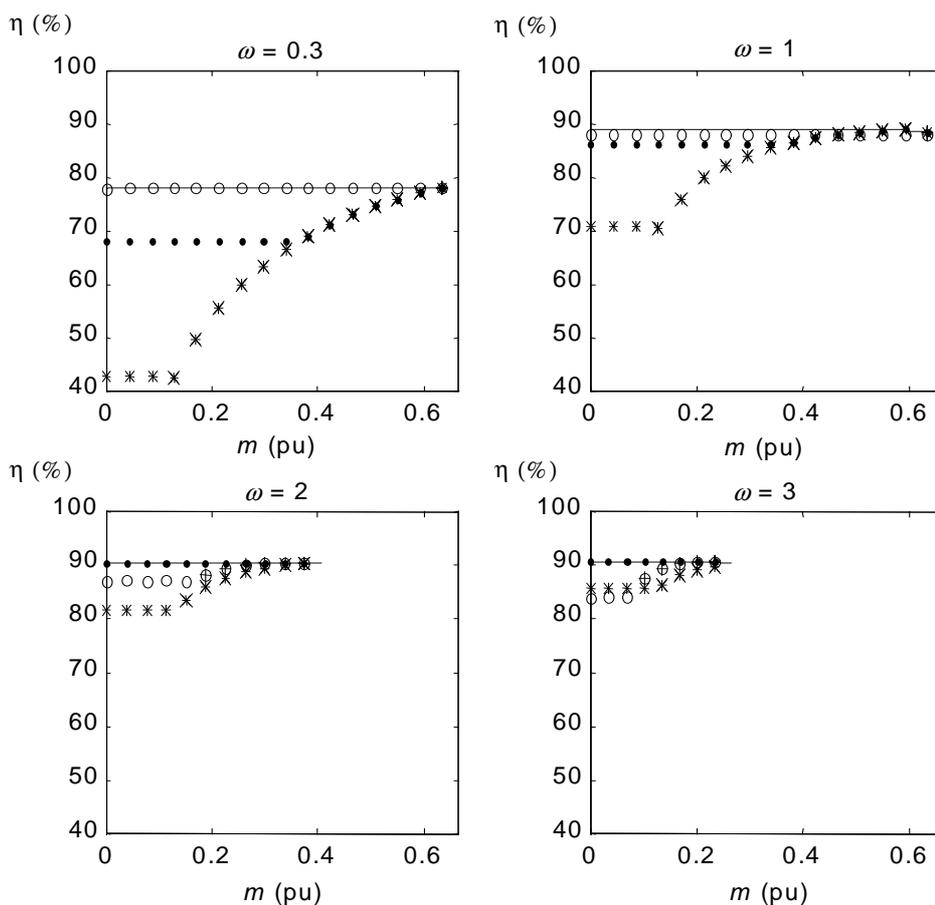


Fig. 6.5. Rendimiento en motor síncrono de reluctancia ALA considerando límites de tensión/flujo (+) y corriente (x), para distintas

estrategias: optimización de pérdidas (cont.), max. m/A (o), max. FP (••) y max. m/Ψ ().*

6.7 Efecto de la saturación magnética

La saturación puede ser especialmente importante en el eje d de los motores síncronos de reluctancia ALA (incluso mayor que en un motor de inducción), debido a su construcción física: presentan valores de Ld próximos al del motor de inducción pero con menor superficie de material magnético (hay una cantidad importante de material no ferromagnético en el laminado. Boldea & Nasar, 1992; Boldea *et al.*, 1994). Sin embargo, la inductancia en eje q es prácticamente independiente de la saturación (Boldea & Nasar, 1992; Boldea *et al.*, 1994).

En este apartado se evaluará el efecto de la saturación magnética desde el punto de vista del rendimiento en el motor ALA de la Tabla 6.1 —ya utilizado en los apartados anteriores— pero considerando aquí la saturación en el hierro en eje d . Para modelarla, y ante la falta de datos a este respecto en la literatura consultadaⁱ, se han adaptado al motor de reluctancia ALA de la Tabla 6.1 los valores de inductancia presentados en Kirschen *et al.* (1984) para el motor de inducción. Se han elegido estos datos ya que la inductancia saturada en el citado estudio es prácticamente la misma que la utilizada en la Tabla 6.1 ($Ld = 1.4 pu$), por lo que se presupone un entrehierro parecido y una saturación similar. Estos datos se muestran en la Fig. 6.6. En la gráfica inferior de dicha figura se ha representado tanto Ld como Lds (definida por (6.13)). Nótese que Lds se podría incorporar en (6.30), según la Fig. 6.6, mediante una sencilla aproximación lineal.

ⁱ Sólo en Boldea *et al.* (1994), se dan valores de Ld y Lq en función de la corriente, pero para un motor síncrono de reluctancia ALA de construcción especial, con un par de polos, $Ld_{SAT} = 2.8 pu$ y $Ld/Lq = 16$.

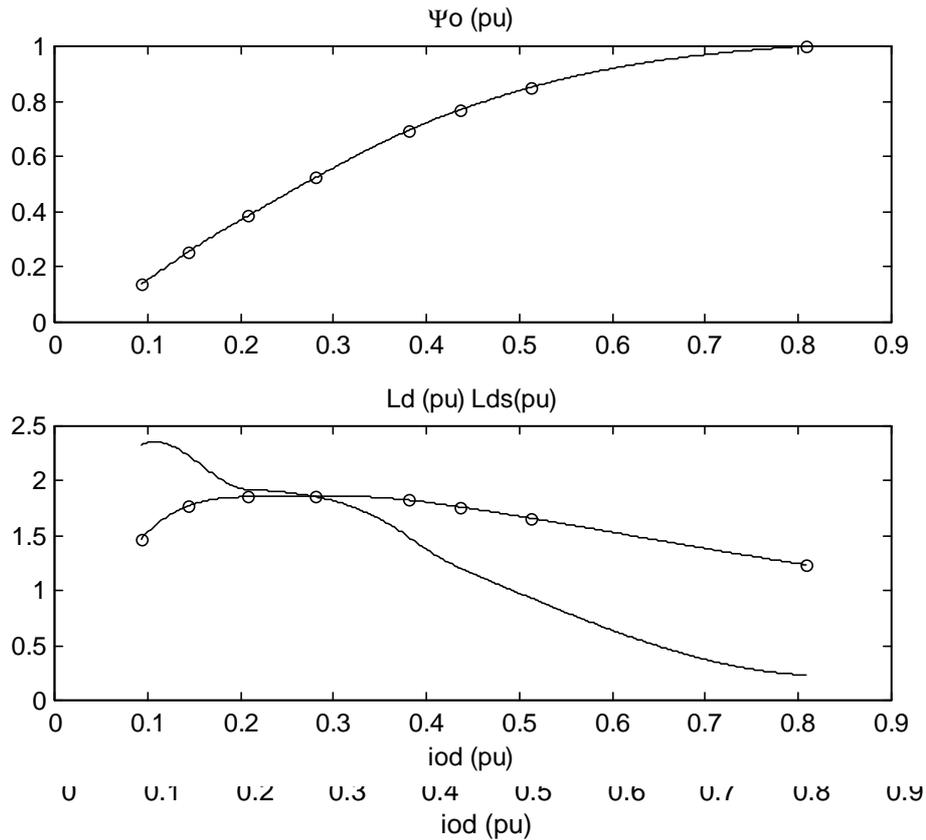


Fig. 6.6. Efecto de la saturación magnética en el motor de inducción en Kirschen et al. (1984), aplicado al motor ALA de la Tabla 6.1. Se muestra también L_{ds} (a trazos).

En la Fig. 6.7 se muestra el rendimiento obtenido utilizando los parámetros de la Tabla 6.1: considerado $L_d = 1.4 pu$ constante en las gráficas de la izquierda de la Fig. 6.7 (modelo de motor lineal); y considerado L_d dependiente de la corriente en eje d según la Fig. 6.6 en las gráficas de la derecha de la Fig. 6.7 (modelo con saturación magnética). Como puede observarse, la saturación hace que el rendimiento dependa del par, especialmente a bajas velocidadesⁱ. Nótese que la estimación del rendimiento máximo es claramente errónea a baja velocidad si no se tiene en cuenta la saturación magnética.

ⁱ Cuanto menor sea la velocidad, menor será la potencia en eje para el mismo par, por lo que las pérdidas tienen mayor influencia sobre el rendimiento, así como el efecto que la saturación ejerce sobre ellas.

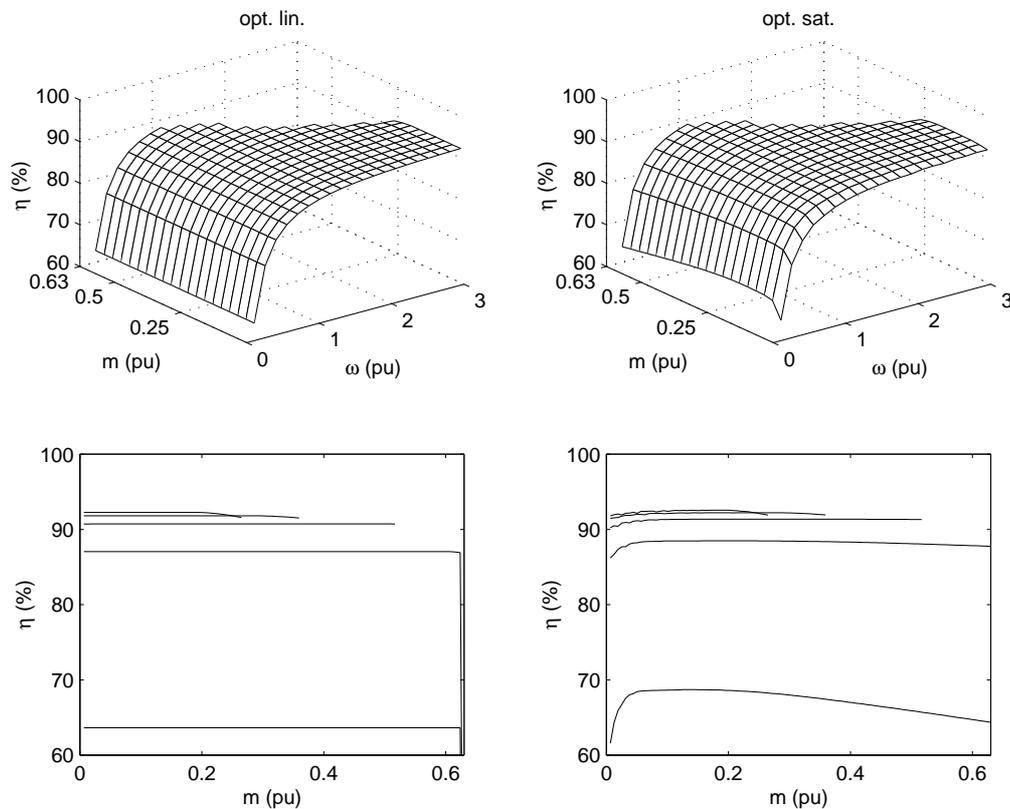


Fig. 6.7. Rendimiento máximo en motor ALA considerando modelo de motor lineal (izq. sup. e izq. inf) y modelo con saturación magnética (der. sup. y der. inf.). En las gráficas inferiores se muestra el rendimiento para ciertas velocidades seleccionadas: 0.15, 0.75, 1.5, 2.25 y 3 pu (de abajo arriba).

En la Fig. 6.8 se muestra la ganancia relativa de rendimiento, (6.29), mediante el uso de la estrategia de optimización de pérdidas en lugar de la estrategia de máximo par por amperio (mx. m/A), máximo factor de potencia (mx. FP) y máximo par para flujo dado (mx. m/ Ψ). En dichas simulaciones se ha tenido en cuenta la saturación magnética y los límites del motor. Aunque las conclusiones obtenidas en el apartado 6.5 y 6.6 se pueden considerar plenamente válidas, en el caso de la estrategia de máximo par por amperio se observa que a baja velocidad y pares medios la ganancia en rendimiento es similar a la que obtiene a alta velocidad, del orden del 2% ÷ 3%, cosa que no se observaba en el estudio sin saturación (en el que la ganancia en rendimiento era muy pequeña). También se observa un efecto claro de la saturación (efecto del par de carga) en el caso de la estrategia de máximo par para un flujo dado, obteniéndose mayores ganancias en el rendimiento de las previstas a pares bajos en el estudio sin saturación de los apartados 6.5 y 6.6.

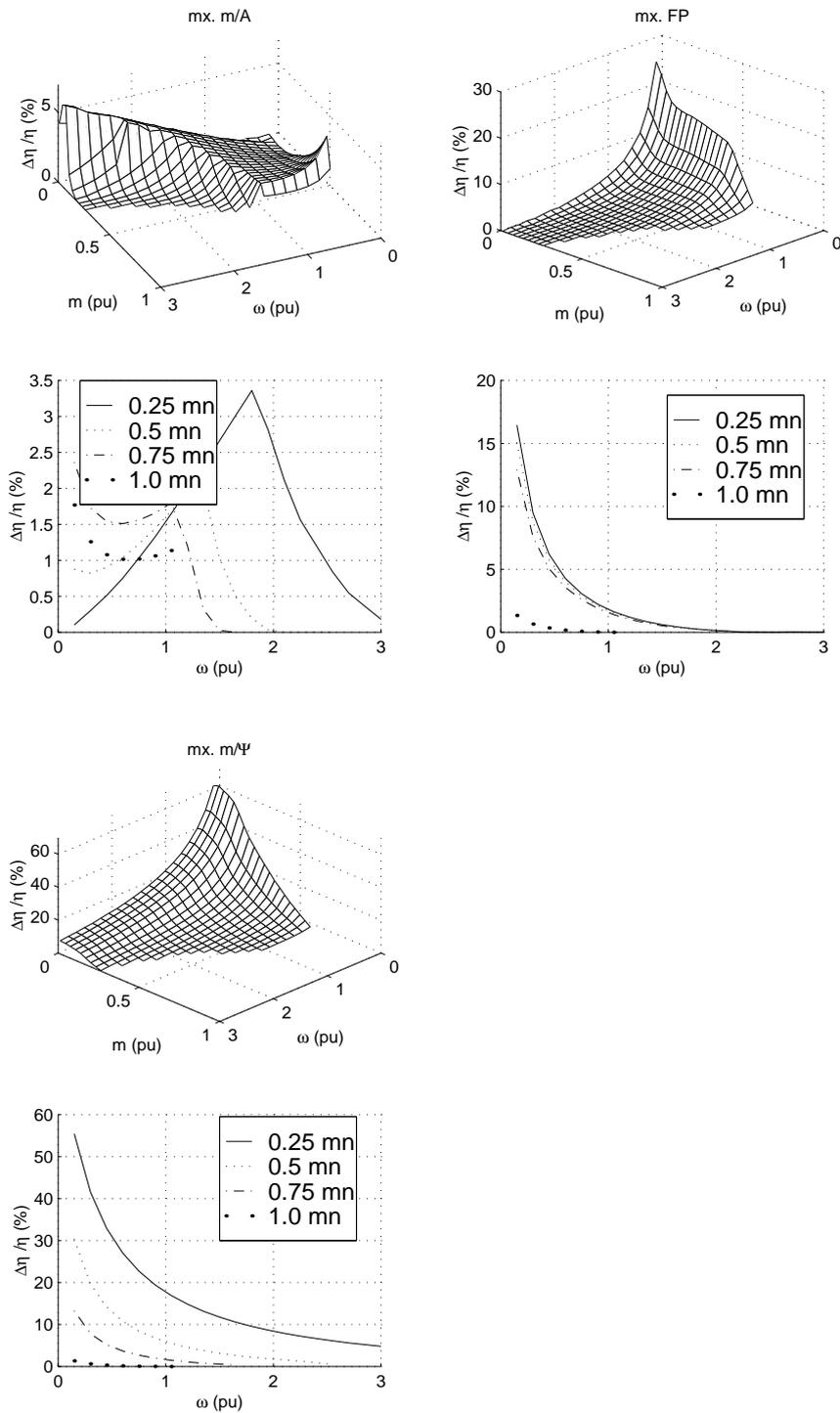


Fig. 6.8. Ganancia relativa del rendimiento mediante la optimización de pérdidas con saturación magnética en lugar de las estrategias de máximo par por amperio (mx. m/A), máximo factor de potencia (mx. FP) y máximo par para flujo dado (mx. m/ Ψ).

En esta tesis doctoral se ha propuesto una expresión para la minimización de pérdidas eléctricas en motores síncronos de reluctancia, que permite incluir la saturación magnética, (6.19). En el caso del motor de reluctancia ALA, (6.19) pasa a ser:

$$ALA: \quad iod = \frac{Lds - Lq}{m} \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (6.30)$$

Cabe plantearse si la mejora en el rendimiento, obtenida por la inclusión de la saturación magnética en dicha expresión, es lo suficientemente importante como para complicar el esquema vectorial correspondiente. Con esta idea, hay tres posibilidades en cuanto al tipo de optimización de pérdidas que se puede incorporar en un esquema de control vectorial que satisfaga la condición de par (hay un lazo cerrado de par o velocidad que lo garantiza), y donde la saturación magnética del motor es apreciable:

- a) Teniendo en cuenta la saturación magnética en el cálculo de iod óptima mediante (6.30), y calculando el par exactamente mediante (6.5), considerando $Ld = f(iod)$.
- b) Teniendo en cuenta la saturación magnética en el cálculo de iod óptima mediante (6.30) pero despreciando el efecto de la derivada (i.e., $Sd = 0$), con lo que $Lds = Ld = f(iod)$. Esto es equivalente a usar (6.20) pero sustituyendo en Ld su valor real en función de la corriente. El par se calcula exactamente con (6.5), considerando $Ld = f(iod)$, al igual en la estrategia (a).
- c) Despreciando el efecto de la saturación en el esquema de control: optimización suponiendo modelo lineal usando (6.20) ($Ld = cte.$), y estimando el par mediante (6.5) considerando $Ld = cte.$ Este valor calculado del par será incorrecto porque la máquina sí estará saturada.

En la Fig. 6.9 se muestra la pérdida relativa de rendimiento por el uso de las estrategias (b) (gráfica inferior), y (c) (gráfica superior) en vez de la estrategia (a) que tiene en cuenta la saturación magnética plenamente. Como puede observarse, sólo en la zona de baja velocidad y par elevado se produce una pérdida significativa de rendimiento que llega al 2.5%. En este caso, parece que la optimización lineal (estrategia de optimización (a)), proporciona resultados suficientemente satisfactorios.

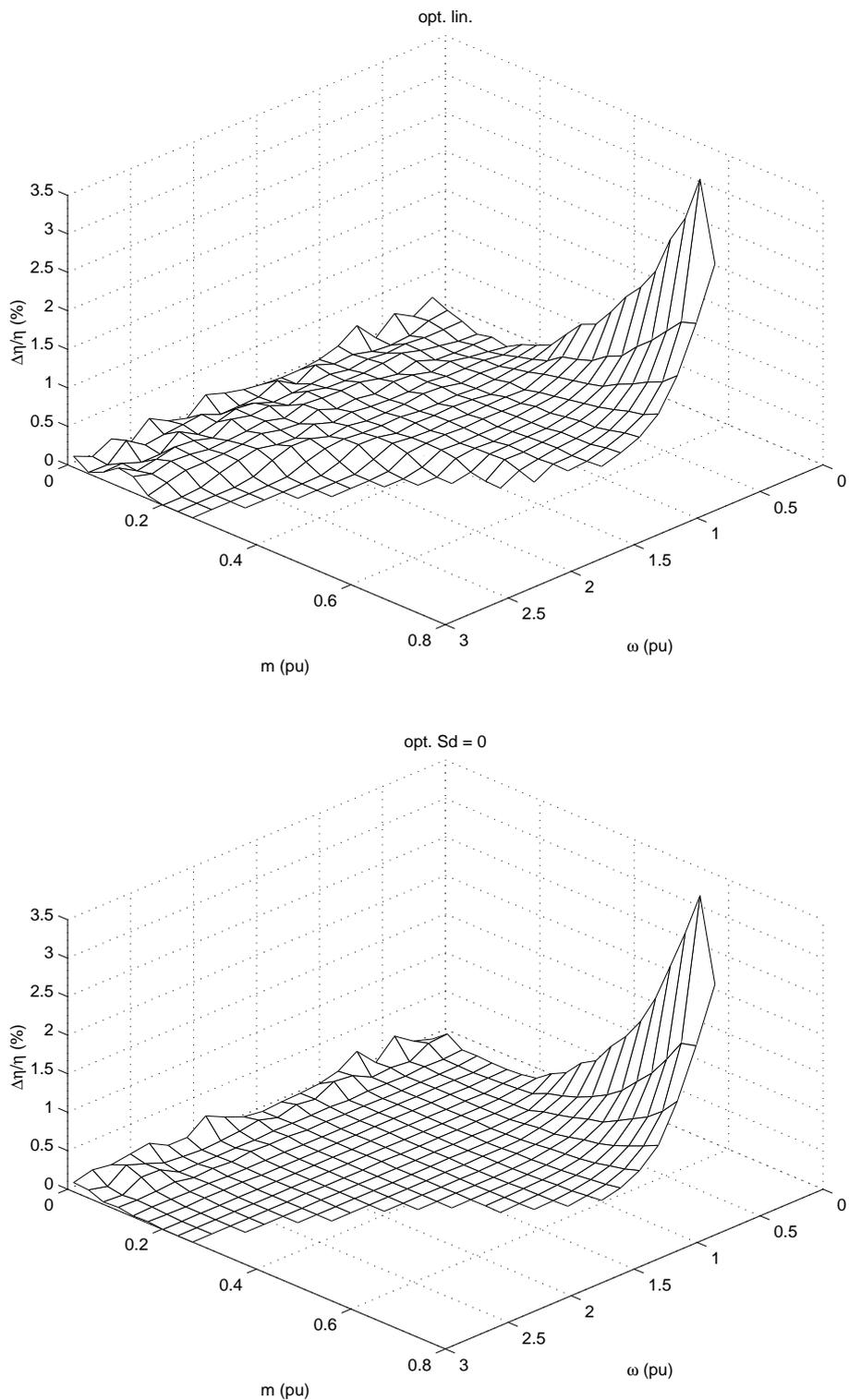


Fig. 6.9. Pérdida relativa de rendimiento en un motor con saturación magnética, despreciando la saturación (fig. sup., estrategia (c)) y considerando $S_d = 0$ (fig. inf., estrategia (b)).

6.8 Control vectorial con minimización de pérdidas

Inicialmente, el esquema de control vectorial con minimización de pérdidas para un motor síncrono de reluctancia es el mismo que el de un motor síncrono de imanes permanentes interiores. Sin embargo, y como se comprobará en este apartado, este esquema ha de sufrir una ligera modificación para resolver la inestabilidad por condiciones iniciales: es necesario introducir un limitador de la velocidad de cambio de la referencia de par a la entrada del módulo de cálculo de la i_{od} óptima, como se muestra en la Fig. 6.10. El resto de los módulos son idénticos en ambos esquemas, salvo el regulador de desacoplo i/v que es ligeramente distinto al del motor síncrono de imanes permanentes, al ser $\Psi_a = 0$.

Al igual que en el apartado 5.6.2, se ha podido comprobar que el esquema de simulación no ha de ser tan complejo como el real para obtener buenos resultados en simulaciónⁱ. Por tanto, el esquema que se ha utilizado en las simulaciones que se mostrarán en este apartado, se han realizado con los esquemas de control mostrados en la Fig. 6.10 y la Fig. 6.14.

En este apartado se describirán en primer lugar los módulos de los esquemas de control de la Fig. 6.10 y la Fig. 6.14 que se usarán en las simulaciones. Posteriormente, se calcula la constante de integración crítica del regulador de par (regulador de ioq). A continuación, se estudia la respuesta dinámica del sistema analizando el problema de la tendencia del sistema a la oscilación y la inestabilidad cuando la referencia de par cambia bruscamente a valores bajos de par.

En el estudio que sigue, no se tendrá en cuenta la posible saturación magnética, que puede tener importancia en un motor síncrono de reluctancia ALA.

ⁱ Se han efectuado simulaciones con el esquema completo que se implementaría en la práctica, incluyendo los módulos de cálculo de las funciones seno y coseno, un modelo de inversor y un modelo de la tarjeta de control del inversor, obteniéndose idénticos resultados.

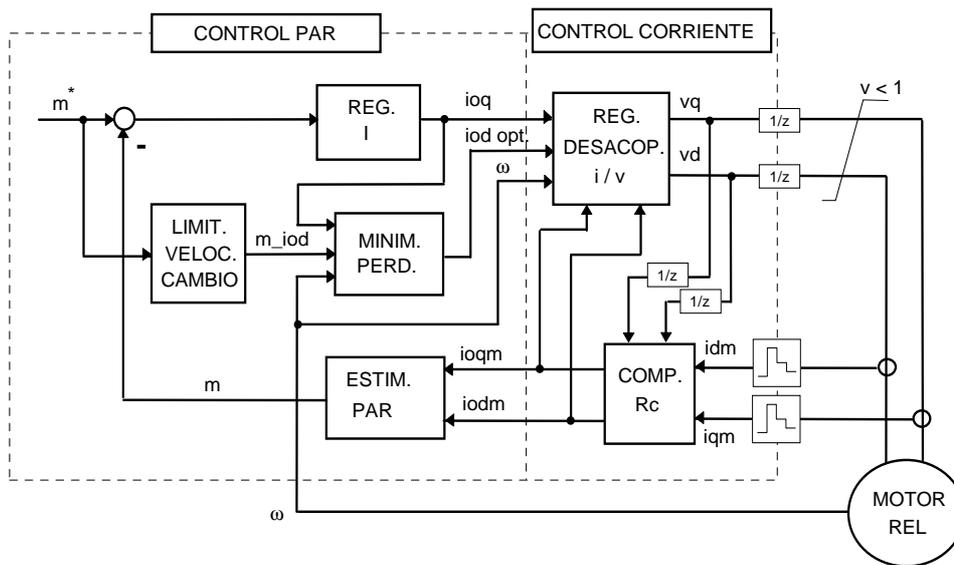


Fig. 6.10. Esquema de simulación en ejes d - q , con limitación de la velocidad de cambio en la referencia de par a la entrada del optimizador.

El cálculo de la corriente óptima iod se realiza mediante la expresión (6.20) (se desprecia la saturación magnética), en donde m es sustituido por la referencia de par, m^* en la Fig. 6.10 (a través del limitador de la velocidad de cambio), y la Fig. 6.14. Las ecuaciones implementadas en el módulo de compensación de R_c son idénticas a las utilizadas en el Capítulo 5 para el motor síncrono de imanes permanentes, y se muestran en (6.31) por comodidad.

$$\begin{aligned}
 iodm &= idm - \frac{vd - R_s \cdot idm}{R_c} \\
 ioqm &= iqm - \frac{vq - R_s \cdot iqm}{R_c}
 \end{aligned}
 \tag{6.31}$$

El módulo de estimación de par viene dado directamente por (6.5), y utiliza como corrientes de entrehierro las generadas por el módulo de compensación de R_c , $iodm$ e $ioqm$, estimadas de las corrientes muestreadas idm e iqm .

En cuanto al diseño del regulador de desacoplo i/v , este sigue la estructura del utilizado en el Capítulo 5 para el motor síncrono de imanes permanentes, salvo que la compensación de la tensión producida por los imanes permanentes se elimina. Dicha estructura se muestra en la Fig. 6.11. Al igual que para el motor síncrono de imanes permanentes, los reguladores PI

de cada eje (K_{pd} , K_{id} , K_{pq} y K_{iq}), se han calculado para obtener un diseño *dead-beat* según Colamartino & Marchand (1996), a los que se han añadido lazos de prealimentación ('correc_ed' y 'correc_eq' en la Fig. 6.11) para incluir el acoplamiento entre ejes según Leonhard (1990) y Boldea & Nasar (1992).

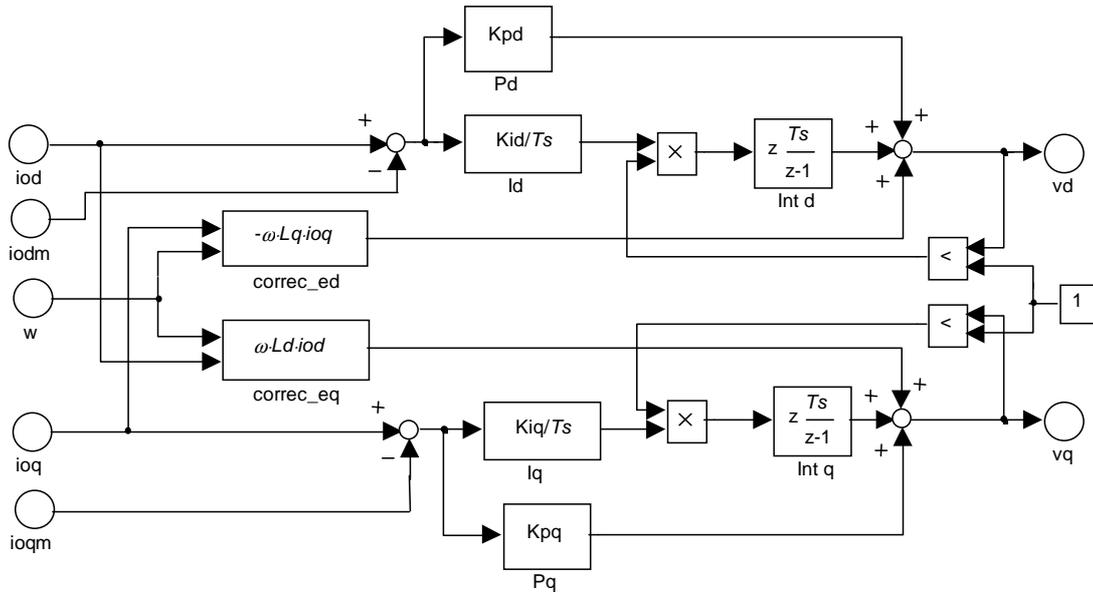


Fig. 6.11. Estructura del módulo regulador de desacoplo i/v para el motor de reluctancia.

El modelo dinámico del motor síncrono de reluctancia es el mismo que el utilizado para el motor síncrono de imanes permanentes en el Capítulo 5, haciendo $\Psi_a = 0$ (Boldea & Nasar, 1992; Krause *et al.*, 1995), y se reproducen aquí por comodidad:

$$\begin{aligned} v_d &= R_s \cdot i_d + L_d \cdot \frac{di_d}{dt} - \omega \cdot L_q \cdot i_{oq} \\ v_q &= R_s \cdot i_q + L_q \cdot \frac{di_q}{dt} + \omega \cdot L_d \cdot i_{od} \end{aligned} \quad (6.32)$$

El diseño de la constante de integración I del regulador integral que controla i_{oq} se basa completamente en el estudio y las conclusiones presentadas en el Capítulo 4. La incuación a verificar para asegurar la estabilidad y obtener una respuesta sin oscilaciones, siempre y cuando la condición inicial se encuentre dentro del intervalo de estabilidad, se presenta de nuevo en (6.33), donde ya se ha tenido en cuenta que, en el motor síncrono de reluctancia,

$\Psi a = 0$ y $Rr = 0$.

$$I < \min_{\omega} \left\{ \frac{1}{4 \cdot \frac{a}{m_{MAX}} \cdot x1_m^3} \right\} \quad (6.33)$$

siendo m_{MAX} el par máximo permisible a cada ω , y $x1_m$ la solución real positiva de:

$$\frac{a}{m_{MAX}} \cdot x^4 + m_{MAX} = 0 \quad (6.34)$$

a definido por:

$$a = -(Ld - Lq)^2 \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \quad (6.35)$$

El motor elegido para las simulaciones es de tipo ALA, y los parámetros que se utilizarán se muestran en la Tabla 6.1. La curva $m_{MAX} - \omega$ para este motor se muestra en la Fig. 6.12. Se ha obtenido despreciando el efecto de Rs y Rc , y fijando a 1 pu los límites de corriente y tensión/flujo.

En la Fig. 6.13 se muestra (6.33) teniendo en cuenta la Fig. 6.12 y la dependencia de Rc con la frecuencia según (6.28).

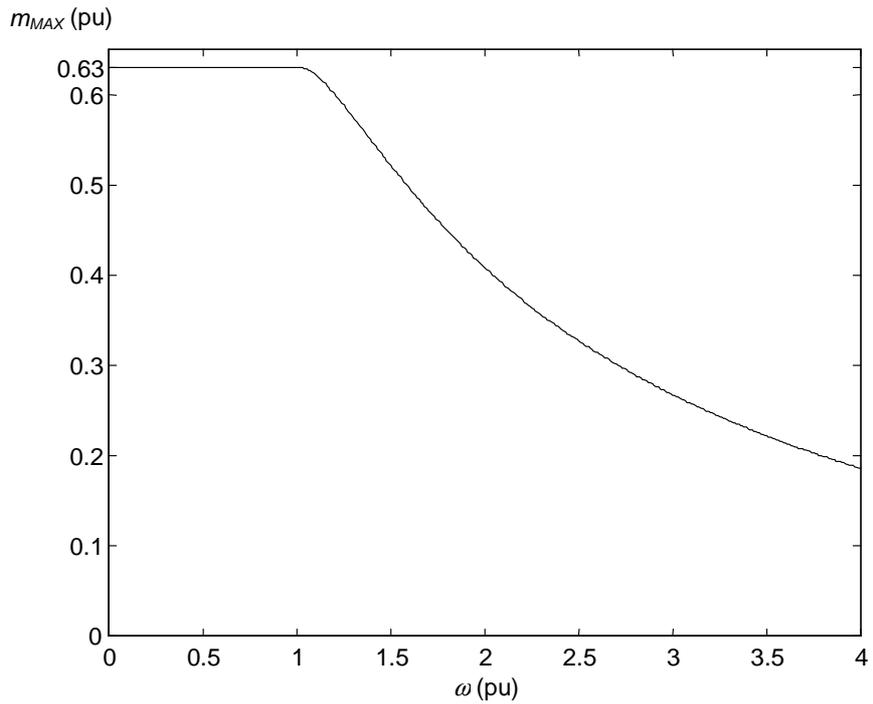


Fig. 6.12. Par máximo, m_{MAX} , en función de la velocidad para el motor síncrono de reluctancia ALA usado en las simulaciones.

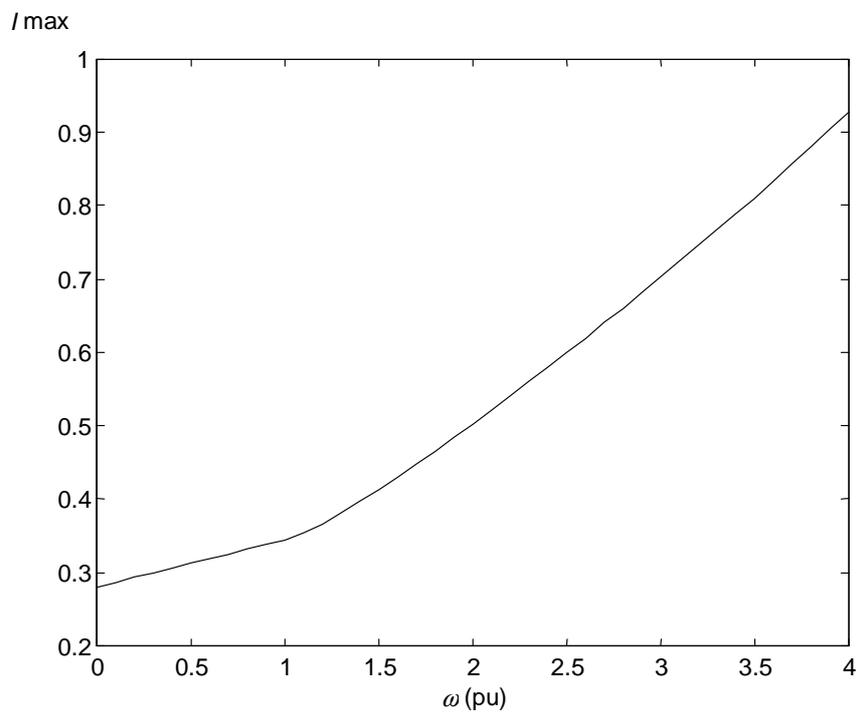


Fig. 6.13. Evolución de la cota máxima de 'I' con la velocidad para garantizar estabilidad, en el motor síncrono de reluctancia ALA usado en las simulaciones.

La cota máxima de I más desfavorable es 0.281 para $\omega = 0$. También se ha observado que, en este caso particular, la gráfica mostrada en la Fig. 6.13 cambia poco por el efecto de ω sobre Rc , por lo que podría simplificarse el cálculo considerando $Rc = Rc_0$ constanteⁱ.

En todos los casos discutidos a continuación el valor final de I elegido ha sido $I = 0.1 \cdot 0.281$, y el tiempo de muestreo se ha fijado en 100 μ s. Para facilitar su interpretación, se ha optado por dar los resultados en tiempo real en vez de en pu . Téngase en cuenta, a la hora de valorar la rapidez del sistema, que el periodo nominal utilizado es de 20 ms.

Una vez diseñada la constante de integración del regulador de par (regulador de ioq), y descritos los módulos de los esquemas de control de la Fig. 6.10 y la Fig. 6.14 que se usarán en las simulaciones que se mostrarán a continuación; el resto de este apartado se dedica a estudiar la respuesta dinámica del sistema. En primer lugar se presentan 2 simulaciones (sin y con limitación en la tensión del inversor), en las que la referencia de par, m^* , se utiliza directamente en el cálculo de iod óptima (esquema de la Fig. 6.14); y que permitirán mostrar claramente el pernicioso efecto de la reducción de par a valores próximos a cero si no se toman medidas correctoras. A continuación, se mostrará otra simulación utilizando un limitador de la velocidad de cambio de la referencia de par, a la entrada del módulo de cálculo de iod óptima (esquema de la Fig. 6.10), en la que se hace patente la utilidad de dicho módulo para contrarrestar los negativos efectos antes mencionados. Finalmente se presentan algunas simulaciones relativas al efecto del citado limitador sobre la rapidez del sistema, y el uso de distintas técnicas de limitación de la velocidad de cambio.

En la Fig. 6.15 se muestra la respuesta dinámica a velocidad nominal con escalón positivo y negativo en referencia de par entre el 5% y el 80% del par nominal, con entrada directa de la referencia de par al bloque de cálculo de la corriente iod óptima, y limitación en su salida de $\pm 1 pu$, todo ello sin considerar el límite de tensión en el inversor (esquema de la Fig. 6.14 sin límite de tensión).

ⁱ Nótese, que el caso más desfavorable de I para el motor síncrono de imanes permanentes interiores se daba a velocidad nominal, $\omega = 1$.

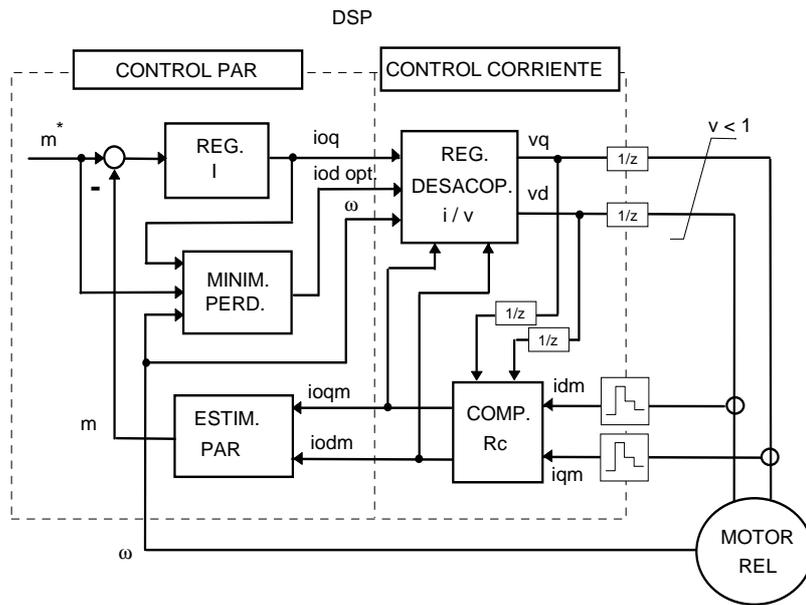


Fig. 6.14. Esquema de simulación en ejes d - q .

Como se observa en la Fig. 6.15, en la transición positiva el sistema responde rápidamente y sin oscilaciones. Sin embargo, en la transición negativa (desde el 80% al 5% del par nominal) aparece un importante sobrepaso de par, aunque posteriormente el sistema converge al valor dictado por la referencia gracias a la saturación en la corriente de referencia i_{od} . Es importante destacar la fuerte sobretensión en eje d que el regulador solicita al inversor (gráfica marcada como 'v' en la Fig. 6.15), para poder ajustar la corriente de eje d al valor fijado por la referencia. Esto induce a pensar que, en una aplicación práctica en la que la tensión del inversor está limitada, esta limitación puede afectar a la estabilidad del sistema. Esto se hace patente en la Fig. 6.16 en donde se reproduce exactamente la misma simulación pero ahora con la limitación de $1 pu$ en la tensión que puede generar el inversor. En la transición negativa, todo el sistema termina saturado y fuera de control.

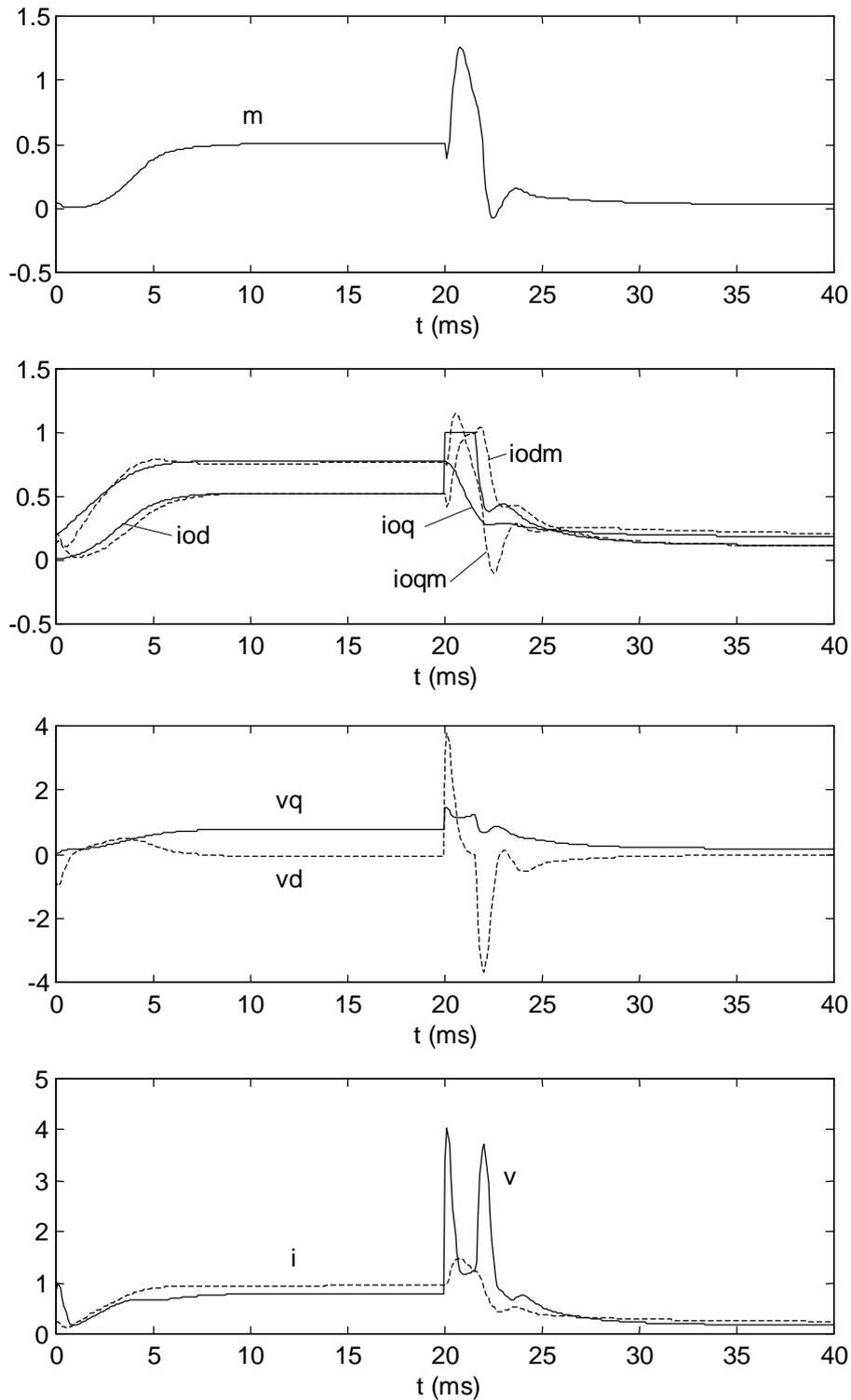


Fig. 6.15. Respuesta dinámica de motor ALA a velocidad nominal con escalón positivo y negativo en referencia de par del 80% del par nominal, con entrada de referencia de par directa a la entrada del optimizador sin considerar el límite de tensión en el inversor.

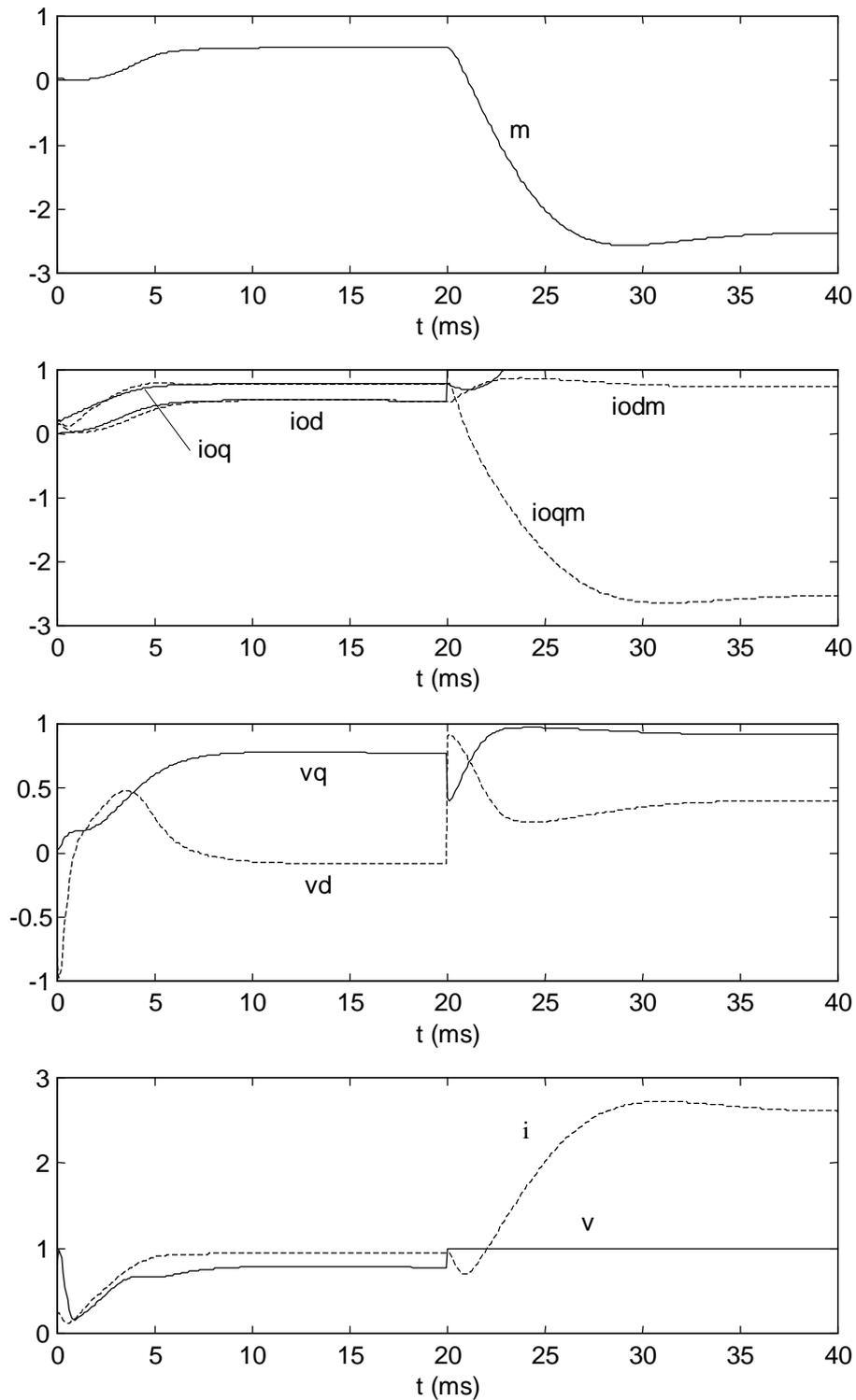


Fig. 6.16. Respuesta dinámica de motor ALA a velocidad nominal con escalón positivo y negativo en referencia de par del 80% del par nominal, con entrada de referencia de par directa a la entrada del optimizador y considerando el límite de tensión en el inversor.

Como se comentó en el Capítulo 4, la tendencia a la inestabilidad en las transiciones a valores bajos de par en la referencia, se debe principalmente a la presencia de la referencia de par en el denominador de (6.20) (o (6.19) si se considera la saturación magnética). Esto se hace especialmente patente en aquellos motores cuyo par está fuertemente condicionado por el valor de i_{od} —motor síncrono de reluctancia, motor de corriente continua y motor de inducción—. Para eliminar el efecto de este tipo de inestabilidad, en el citado capítulo se proponía limitar la velocidad de cambio de la referencia de par, a la entrada del bloque de cálculo de la corriente i_{od} óptima, y se proponían dos alternativas: limitación constante y limitación a través de un filtro de primer orden. La última opción era la recomendada porque la derivada de la salida del filtro de primer orden (ante escalón en la entrada) decrece exponencialmente al acercarse al valor final de la referencia de par (que se supone bajo), que es precisamente cuando más sensible es el sistema a la variación de la referencia de par. El esquema de control se mostró en la Fig. 6.10.

En la Fig. 6.17 se presentan los resultados obtenidos bajo las mismas condiciones que las utilizadas en la Fig. 6.16, pero ahora utilizando un filtro discreto de primer orden con constante de tiempo de 1.5 ms a la entrada del bloque de cálculo de la i_{od} óptima, como se muestra en la Fig. 6.10. En la gráfica superior de la Fig. 6.17 se muestra tanto el par estimado como el valor de par a la salida del filtro ('m_iod' en la Fig. 6.17 y en el esquema de la Fig. 6.10). Nótese, que todos los problemas aparecen resueltos y la respuesta de par no contiene sobrepasos ni oscilaciones. El tiempo de respuesta del par (y de optimización) es muy razonable, algo menos de 10 ms en la transición positiva ($1/2 T_{en}$) y unos 15 ms en la transición negativa ($3/4 T_{en}$). Compárense estos resultados con los de Matsuo *et al.* (1997), que da tiempos de optimización de 16 minutos una vez se ha alcanzado el régimen permanente, utilizando técnicas de búsqueda.

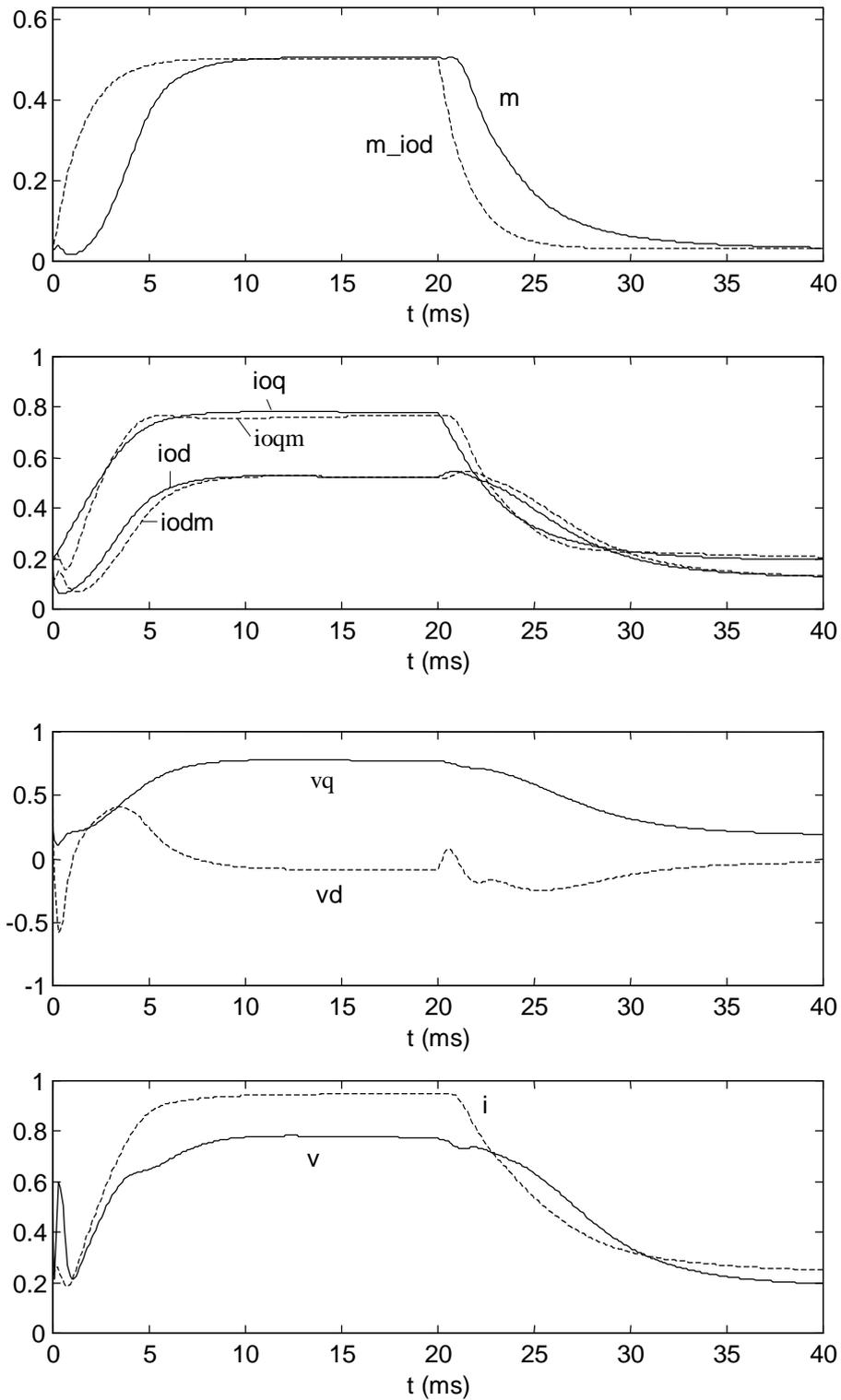


Fig. 6.17. Respuesta dinámica de motor ALA a velocidad nominal con escalón positivo y negativo en referencia de par del 80% del par nominal, con filtro a la entrada del optimizador.

Para comprobar el efecto del filtro sobre la respuesta dinámica del par, se muestra la Fig. 6.18. En ella se presenta la respuesta de par a velocidad nominal con filtro (curva a trazos, esquema de la Fig. 6.10), y sin filtro (curva continua, esquema de la Fig. 6.14), en la transición positiva desde el 5% del par nominal hasta el 80% del par nominal. Puede observarse que la dinámica del sistema no se ve prácticamente afectada. La comparación se hace en la transición a mayor par donde el esquema de la Fig. 6.14 no presenta problemas de inestabilidad ni oscilaciones. Dicha comparación es un tanto artificial, ya que, como se ha visto en las anteriores simulaciones, el uso del limitador de velocidad de cambio de la referencia de par, Fig. 6.10, se hace imprescindible. Sin embargo, lo que mediante la Fig. 6.18 se pretende demostrar es que añadir el citado módulo no afecta de forma significativa al esquema de control, y que no hay que tomar ningún tipo de medida adicional.

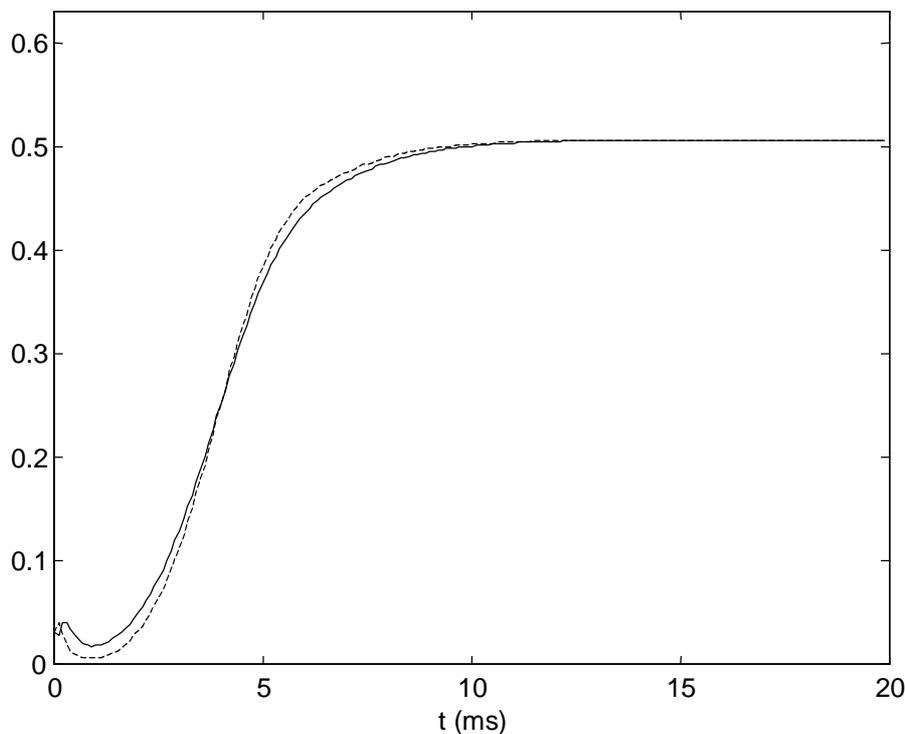


Fig. 6.18. *Respuesta dinámica del par sin filtro (cont.) y con filtro (trazos) ante escalón del 5% al 80% del par nominal en referencia.*

Finalmente, en la Fig. 6.19 se comparan las respuestas de par con filtro de primer orden (gráfica superior) y con limitación de la velocidad de cambio a un valor máximo cons-

tante (gráfica inferior)ⁱ, utilizando el esquema de control de la Fig. 6.10. Las curvas a trazos representan las entradas al bloque de cálculo del valor de i_{od} óptima (' m_{iod} ' en la Fig. 6.19), mientras que las curvas continuas representan al par estimado, m . En ellas se observa el efecto tan beneficioso que tiene reducir la pendiente de la referencia de par a la entrada del bloque de cálculo del valor de i_{od} óptima (' m_{iod} '), al aproximarse a valores bajos de par, por lo que el filtro de primer orden mejora la respuesta del sistema sensiblemente con respecto al limitador constante.

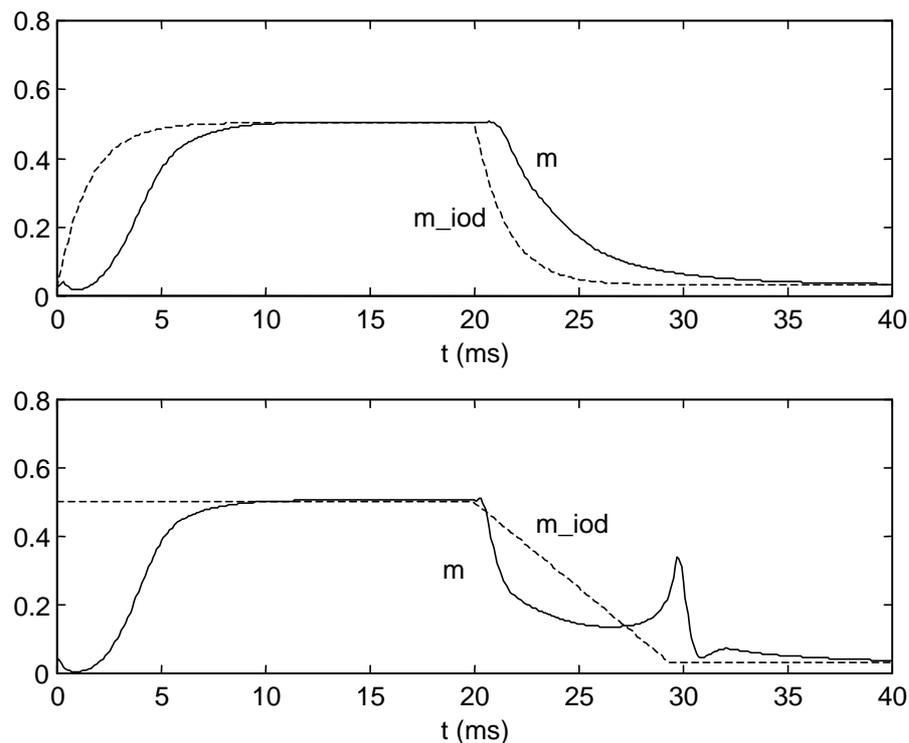


Fig. 6.19. Comparación de las respuestas dinámicas de par (cont.) y referencia de par a la entrada del optimizador (trazos) con filtro de primer orden (fig. sup.) y con limitador de velocidad (fig. inf.).

6.9 Coeficientes de sensibilidad

En este apartado se presenta la aplicación numérica al motor síncrono de reluctancia

ⁱ Recuérdese que en el Capítulo 3 se propusieron ambas técnicas de limitación de velocidad de cambio, aunque se recomendaba la del filtro de primer orden. Aquí se trata de compararlas.

ALA, cuyos parámetros se muestran en la Tabla 6.1, de las expresiones presentadas con carácter general en el Capítulo 2 para el cálculo de los coeficientes de sensibilidad relativa. Por comodidad, se repite aquí la definición de la sensibilidad relativa del rendimiento, η , con respecto al parámetro X :

$$S(\eta, X) = \frac{\partial \eta}{\partial X} \cdot \frac{X}{\eta} \quad (6.36)$$

siendo X cualquier parámetro del modelo — R_s, R_c, L_d, L_q — o cualquier medida realizada por el sistema de control — i_d, i_q, ω —:

$$X = \{R_s, R_c, L_d, L_q, i_d, i_q, \omega\}$$

El coeficiente de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto al parámetro X , $S(\eta, X)$, se puede interpretar como la variación relativa del rendimiento en % ante una variación relativa del parámetro X en un 1%.

Dado que el rendimiento es independiente del par si se utiliza como estrategia de control cualquiera de las que mantienen la relación ioq / iod constante (ángulo constante) —optimización de pérdidas, max. m/A, max. FP o max. m/ Ψ — y no se considera saturación ni se alcanza ningún límite motor (véase apartado 6.4); según (6.36) también los coeficientes de sensibilidad asociados serán independientes del par y sólo dependerán de la velocidad. En la Fig. 6.20 para la estrategia de optimización de pérdidas, y en la Fig. 6.21 para la estrategia de max. m/A, se puede observar este hecho. En ambas figuras se ha acotado para cada velocidad, la zona en la que el control por ángulo constante no se puede seguir manteniendo porque se ha alcanzado un límite de corriente o un límite de tensión/flujo (marcado con (x)). Como ya se comentó en el apartado 6.6, los límites del motor casi no afectan a la estrategia de optimización de pérdidas, por lo que las gráficas de la Fig. 6.20 son prácticamente independientes del par en todo el rango de velocidades. Sin embargo, para la estrategia de máximo par por amperio, Fig. 6.21, se observa que en la zona de alta velocidad y par, las superficies son claramente dependientes del par.

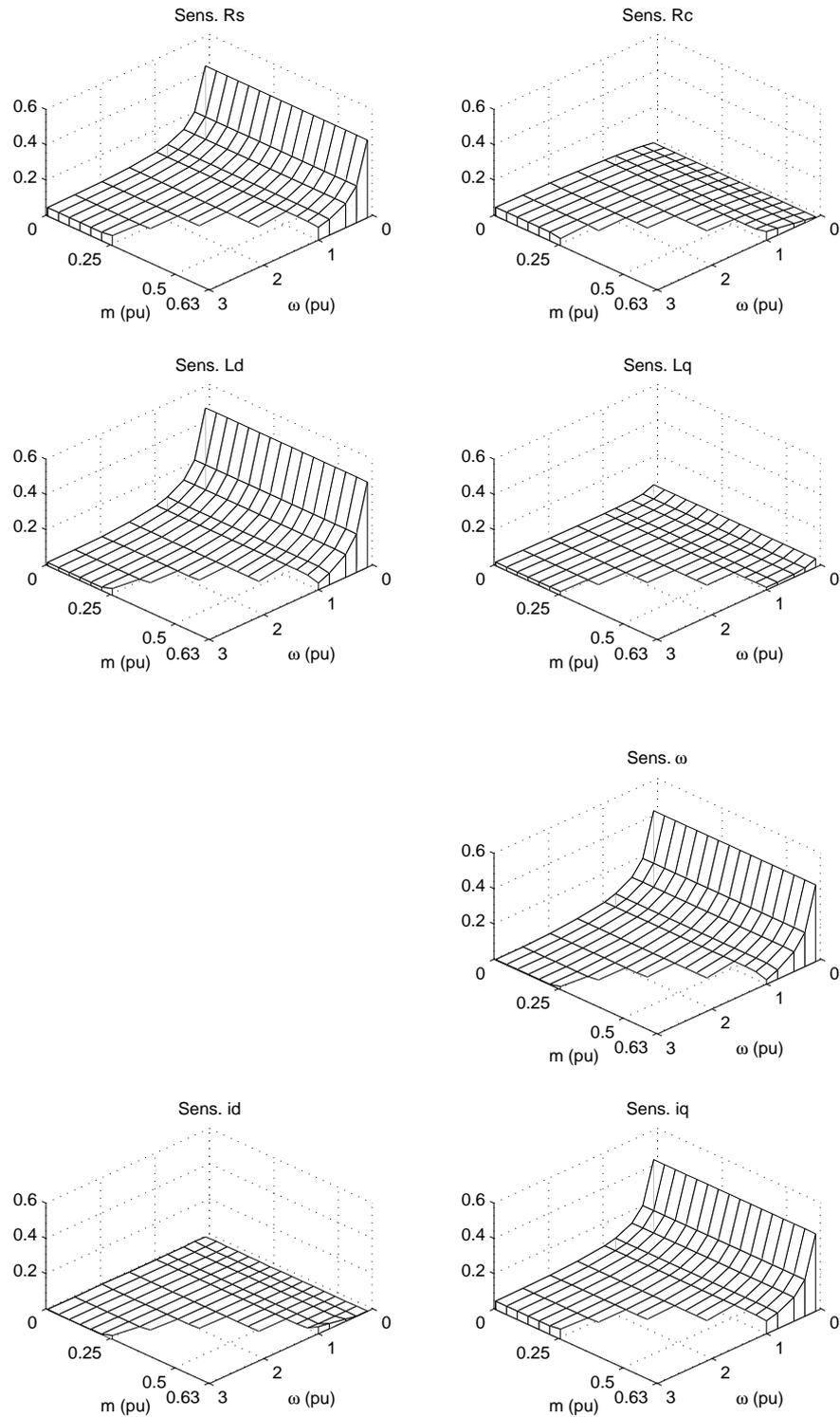


Fig. 6.20. Sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas en motor síncrono de reluctancia ALA con optimización de pérdidas.

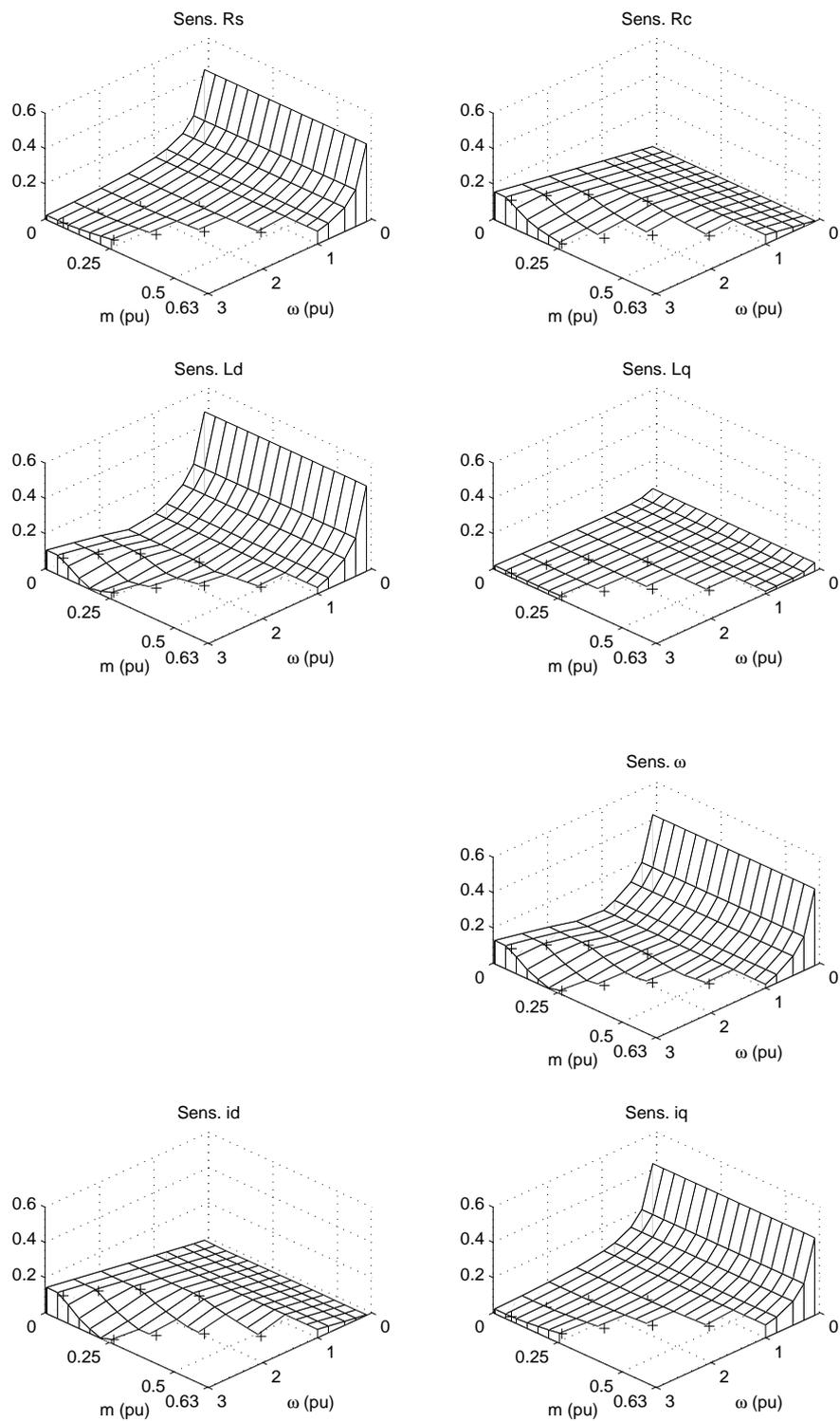


Fig. 6.21. Sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas en motor síncrono de reluctancia ALA con estrategia de max. m/A .

Como ya se comentó en el Capítulo 5 para el motor síncrono de imanes permanentes, mediante los datos de la Fig. 6.20 se podrían utilizar para seleccionar el parámetro o parámetros a estimar según la importancia que estos tienen en el rendimiento y su posible variación máxima (habría que tener en cuenta también, el grado de identificabilidad de cada parámetro).

La posible variación máxima asociada a Lq se puede tomar de un 3%, mientras que la asociada a Ld se puede tomar de un 30% según la Fig. 6.6ⁱ. La asociada a Rs puede llegar a ser de un 10% debido a la variación de temperaturaⁱⁱ; mientras que para la asociada a Rc se puede tomar de un 12% según Fletcher *et al.* (1995). Dichas posibles variaciones máximas se resumen en la Tabla 6.2.

ΔR_s	ΔR_{c_o}	ΔL_d	ΔL_q
10%	12%	30%	3%

Tabla 6.2. Variabilidad máxima estimada de los parámetros del motor síncrono de reluctancia ALA.

Según la Fig. 6.20 y los datos de la Tabla 6.2, la incertidumbre y variabilidad asociadas a Lq y Rc tienen poca influencia sobre el rendimiento. Por otro lado Rs y Ld presentan un comportamiento muy similar: tienen una influencia especialmente importante a velocidad baja. Teniendo además en cuenta la gran posible variación de Ld , podría ser necesario incorporar la saturación del hierro en el proceso de optimización en caso de un mayor efecto de la saturación sobre Ld que el utilizado en el apartado 6.7 (cfr. Boldea *et al.*, 1994). En cuanto a las medidas de corriente y velocidad, ambas han de cuidarse a baja velocidad — pese a que id tiene escasa influencia en el rendimiento, tanto id como iq se obtienen de la medida de las corrientes de fase i_u e i_v —.

Es importante hacer notar que el bajo valor del coeficiente de sensibilidad asociado a

ⁱ Según los datos de Boldea *et al.* (1994) podría llegar a un 60%.

ⁱⁱ Despreciando el efecto corrector de la dependencia de las pérdidas adicionales, y suponiendo que el valor de Rs utilizado en el modelo es el obtenido a una temperatura intermedia entre 25 °C y 75 °C, y que la temperatura máxima de estator es de 75 °C. En ese caso la máxima variación es de un 8%.

R_c podría hacer pensar que dicho parámetro tiene escasa influencia en la mejora del rendimiento, y que por tanto, la optimización teniendo en cuenta las pérdidas en el hierro es innecesaria. Sin embargo, en la gráfica inferior izquierda de la Fig. 6.3 en la que se comparan las distintas estrategias de control con respecto a la de optimización de pérdidas desde el punto de vista del rendimiento, se observa que la estrategia de max. m/A —que minimiza las pérdidas óhmicas, y por tanto, maximiza el rendimiento si no se tienen en cuenta las pérdidas en el hierro— presenta un pérdida relativa de rendimiento del orden del 5% a alta velocidad. Claramente no es lo mismo que la variación de R_c sobre el rendimiento sea pequeña, a que no se tengan en cuenta en absoluto las pérdidas en el hierro (y por tanto se considere $R_c \rightarrow \infty$).

Al igual que en motor síncrono de imanes permanentes interiores, la diferencia relativa de rendimiento calculada mediante el coeficiente de sensibilidad correspondiente, ha de ser siempre tomado con reserva, especialmente si la posible variación del parámetro en cuestión es elevada, ya que, en general, el rendimiento no es una función lineal de ningún parámetro.

Capítulo 7

Motor de inducción

7.1 Introducción

El motor de inducción en régimen permanente podría ser considerado un caso particular de motor síncrono de reluctancia — motor síncrono de reluctancia ALA ideal: L_d la máxima posible, $L_q = 0$ — con una fuente adicional de pérdidas en el eje q : las pérdidas en el rotor; y por tanto, muchas de las conclusiones extraídas en el Capítulo 6 son de aplicación al motor de inducción. Sin embargo, debido a esas particularidades, ciertas características le son únicas. Por ello, además de por su importancia industrial, le hacen merecedor de un capítulo monográfico.

En el apartado 7.2 se describe el modelo eléctrico con pérdidas en el hierro para régimen permanente, que resulta de la particularización del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2. Este modelo del motor de inducción, se diferencia de los propuestos hasta ahora en la literatura en que las pérdidas en el rotor, modeladas por una resistencia, R_r , son trasladadas al eje q del estator. Con el modelo propuesto se hace evidente la asimetría en las pérdidas óhmicas en eje d y en eje q , que tiene consecuencias importantes en la minimización de pérdidas óhmicas. Por ejemplo, en el apartado 7.3, se demuestra que las pérdidas óhmicas no son mínimas si la corriente de entrada al motor es mínima. Sin embargo, este nuevo modelo resulta de simples transformaciones matemáticas y aproximaciones razonables sobre el modelo habitual en la literatura, por lo que ambos modelos son equivalentes para el propósito de esta tesis doctoral.

En el apartado 7.3 se estudia la minimización de pérdidas eléctricas en el motor de inducción. Pese a que en el Capítulo 3 ya se presentó una expresión general que, particularizada al motor de inducción, permite la minimización de pérdidas, se obtienen en este

apartado otras expresiones equivalentes que se derivan, directamente, de la solución del problema de minimización de pérdidasⁱ. Además, en este apartado, se comprueba que la estrategia de minimización de pérdidas es una estrategia de ángulo constante —el ángulo del vector espacial \underline{i}_o se mantiene constante en el plano $iod-ioq$, i.e., la relación ioq / iod es constante— independiente del par a una velocidad dada, si se desprecia la saturación magnética (al igual que en el motor síncrono de reluctancia). Esto es equivalente a mantener la frecuencia de deslizamiento constante independiente del par. Como se comentó en el párrafo precedente, también se demuestra en este apartado que las pérdidas óhmicas no son mínimas si el módulo de la corriente de entrada es mínimo, sino que es necesario que la corriente en eje d sea mayor que la corriente en eje q para compensar la asimetría de pérdidas óhmicas en eje d y en eje q , debida a las pérdidas en el rotor (esto se traduce, para el mismo par, en un mayor flujo que el que se genera en el caso de la estrategia de máximo par por amperio). Finalmente, se presenta la expresión del rendimiento máximo, que es independiente del par al igual que sucedía con el motor síncrono de reluctancia.

En el apartado 7.4 se estudia el efecto de la saturación magnética en la minimización de pérdidas, que afecta de forma importante en la optimización final de pérdidas según Kirschen *et al.* (1984). Esta idea, que subyace en muchos estudios de pérdidas en el motor de inducción (Kirschen *et al.*, 1985; Kirschen *et al.*, 1987; Sul & Park, 1988; Famouri & Cathey, 1991; Kioskeridis & Margaritis, 1996; Moreno-Eguílaz *et al.*, 1997), ha dirigido en gran medida, la optimización de pérdidas en estos motores hacia la optimización mediante algoritmos de búsqueda, ya que, utilizando los modelos propuestos hasta ahora, incluir la saturación magnética en un modelo de pérdidas se hacía complicado si no era mediante tablas previamente calculadas (Sul & Park, 1988). En esta tesis doctoral se ha propuesto una fórmula fácilmente implementable, que permite la inclusión de la saturación magnética de la inductancia magnetizante a través de un coeficiente de sensibilidad. Sin embargo, y aunque el efecto de la saturación magnética es importante sobre la frecuencia de deslizamiento finalmente obtenido, no lo es tanto sobre el rendimiento si se sigue satisfaciendo la condición de par. Se llegará por tanto a la conclusión de que la saturación magnética no tiene por qué tener efectos importantes sobre el rendimiento, y que por tanto, podría no tenerse en cuenta en la implementación práctica. El estudio de sensibilidad del rendimiento

ⁱ Al igual que con el motor síncrono de reluctancia (y al contrario que para el motor síncrono de imanes permanentes interiores), la solución directa a dicho problema se obtiene de forma relativamente fácil.

realizado en Garcia *et al.* (1994) apoya esta conclusión.

En el apartado 7.5 se comparan desde el punto de vista del rendimiento, la estrategia de máximo par por amperio y la de flujo constante nominal, con la estrategia de optimización de pérdidas, teniéndose en cuenta los límites del motor. Se mostrará que la estrategia de minimización de pérdidas, mejora sustancialmente el rendimiento frente a la estrategia de flujo constante nominal, pero que la mejora es escasa en comparación con la estrategia de máximo par por amperio.

En el apartado 7.6 se presentan los coeficientes de sensibilidad para el motor de inducción utilizado en las simulaciones, y algunas conclusiones que se pueden extraer de ellos, especialmente en relación con la sensibilidad del rendimiento con respecto a la inductancia magnetizante (efecto de la saturación magnética) y en relación con la posible variación de la resistencia del rotor.

7.2 Modelo eléctrico incluyendo pérdidas en el hierro

El circuito equivalente, que se deriva del modelo generalizado presentado en el Capítulo 2 particularizado al motor de inducción, se presenta en la Fig. 7.1 (se mantendrá la notación de L_d para la inductancia magnetizante, en vez de L_m). Este modelo se diferencia de los propuestos hasta ahora en la literatura, en que las pérdidas en el rotor, modeladas por una resistencia, R_r , son trasladadas al eje q del estatorⁱ.

ⁱ Con el resto de los motores, el modelo generalizado se reducía a modelos ya presentados previamente en la literatura.

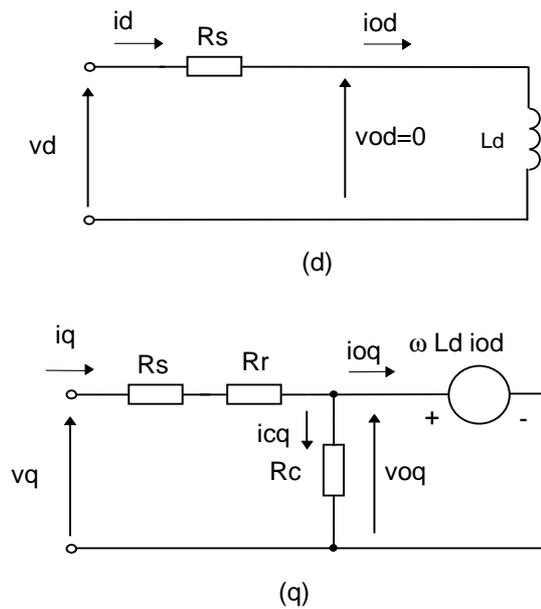


Fig. 7.1. Circuito equivalente de régimen permanente para motor de inducción.

Como ya se comentó en el apartado 2.6.1, el modelo de la Fig. 7.1 sólo es completamente equivalente al utilizado en Garcia et al. (1994) —básicamente el mismo que en Stefanski & Karys (1996), Rasmussen & Thogersen (1997) y Leidhold & García (1998)—, bajo las aproximaciones:

$$ioq = iq - icq \approx iq \quad (7.1)$$

$$\omega_m = \omega - \omega_s \approx \omega \quad (7.2)$$

La aproximación (7.1) —que supone que la corriente equivalente de pérdidas en el hierro, icq , es mucho menor que la de par, ioq — puede ser cuestionable a valores muy bajos de par (la corriente en eje q es muy pequeña) y tensión en eje q cercana a la nominal (velocidad y flujo altos). En ese caso icq puede ser del orden de iq . La aproximación (7.2) —que supone que en régimen permanente la frecuencia de deslizamiento es mucho menor que la frecuencia de alimentación— podría no cumplirse a muy bajas velocidades. Además, y como se demostró en ese mismo apartado, el circuito de la Fig. 7.1 no es totalmente consistente, incluso cuando la aproximación (7.2) es válida, si se calcula la potencia de entrada en eje q , ya que las pérdidas en el rotor se contabilizan dos veces.

Sin embargo, para el análisis de pérdidas en el motor de inducción, el circuito de la

Fig. 7.1, resulta siempre adecuado. Aunque el par fuera muy bajo y la tensión en eje q cercana a la nominal (en ese caso se tomaría $i_q = i_{oq}$ cometiendo un error relativo grande al despreciar i_{cq}), las pérdidas óhmicas se estimarían de forma razonable ya que éstas vendrían dadas fundamentalmente por i_d (que debe ser elevada para que el flujo lo sea). En el caso de que, a muy baja velocidad, la frecuencia de deslizamiento sea comparable a la frecuencia de alimentación, el error aparece en el cálculo de la potencia en el eje del motor ya que, del circuito de la Fig. 7.1, ésta se calcula como la potencia absorbida por el generador presente en el eje q . La única precaución es que, si se desea calcular dicha potencia, se haga multiplicando el par por la velocidad mecánica. Algunos resultados de simulación donde se demuestra la validez del modelo de la Fig. 7.1 en el cálculo de pérdidas cuando no se verifica (7.1) o (7.2), se muestran en el apartado 3.5.1.

Como ya se justificó para el modelo generalizado, apartado 2.6.3 (véase Apéndice A), en la práctica se puede suponer, que en pu :

$$\frac{R_s + R_r}{R_c} \ll 1 \quad (7.3)$$

con lo que las ecuaciones eléctricas correspondientes a la Fig. 7.1 se pueden poner:

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ \omega \cdot L_d & R_s + R_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

La relación entre tensiones y corrientes de entrehierro, así como entre corrientes de entrada y de entrehierro son:

$$\begin{pmatrix} v_{od} \\ v_{oq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega \cdot L_d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\omega \cdot L_d}{R_c} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{od} \\ i_{oq} \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

El par viene dado por:

$$m = L_d \cdot i_{od} \cdot i_{oq} \quad (7.7)$$

Las pérdidas eléctricas son:

$$Pe = Pcu + Pfe \quad (7.8)$$

donde las pérdidas óhmicas, Pcu , y en el hierro, Pfe , vienen dadas por:

$$Pcu = Rs \cdot id^2 + (Rs + Rr) \cdot iq^2 \quad (7.9)$$

$$Pfe = \frac{vo^2}{Rc} = \frac{\omega^2 \cdot \Psi_m^2}{Rc} = \frac{\omega^2 \cdot Ld^2 \cdot iod^2}{Rc} \quad (7.10)$$

siendo $\underline{\Psi}_m$ el vector espacial flujo total de entrehierro, que en este caso coincide con el producido por las corrientes de entrehierro, $\underline{\Psi}_o$:

$$\underline{\Psi}_m = \underline{\Psi}_o \quad (7.11)$$

donde $\underline{\Psi}_o$ queda definido por:

$$\begin{aligned} \Psi_{od} &= Ld \cdot iod \\ \Psi_{oq} &= 0 \end{aligned} \quad (7.12)$$

ya que el sistema de referencia elegido es síncrono con el flujo del rotor, y la dirección del eje d se toma en la dirección del vector espacial flujo del rotor. Como se ha despreciado el flujo de dispersión del rotor y del estator, el flujo de entrehierro, rotor y estator coinciden.

7.3 Optimización de pérdidas

La solución al problema de la minimización de pérdidas en el motor de inducción mediante el modelo de la Fig. 7.1, se puede obtener de forma relativamente fácil mediante los procedimientos de derivación habituales: (a) sustituyendo (7.6) en las pérdidas óhmicas, (7.9); (b) despejando ioq de la ecuación de par, (7.7), y sustituyéndola en las pérdidas óhmicas antes obtenidas; (c) derivando e igualando a cero la expresión para el cálculo de las pérdidas eléctricas totales, (7.8). Finalmente, el mínimo de Pe verifica:

$$\begin{aligned} Ld^2 \cdot \{Rs \cdot Rc^2 + (Rs + Rr + Rc) \cdot (\omega \cdot Ld)^2 \cdot (1 + Sd)\} \cdot iod^4 = \\ = m^2 \cdot (Rs + Rr) \cdot Rc^2 \cdot (1 + Sd) \end{aligned} \quad (7.13)$$

donde Sd se definió en el Capítulo 3 como el coeficiente de sensibilidad relativo de la inductancia en eje d —en este caso la inductancia magnetizante— con respecto a la corriente en eje d :

$$Sd = \frac{\partial Ld}{\partial iod} \cdot \frac{iod}{Ld} \quad (7.14)$$

De (7.13) se deduce:

$$iod = \sqrt[4]{\frac{(Rs + Rr) \cdot Rc^2}{\frac{Rs \cdot Rc^2}{1 + Sd} + (Rs + Rr + Rc) \cdot \omega^2 \cdot Ld^2} \cdot \frac{m^2}{Ld^2}} \quad (7.15)$$

Aunque (7.15) es aportación original de esta tesis doctoral para el motor de inducción, resulta ser idéntica a la de Kusko & Galler (1983) para la minimización de pérdidas en el motor de continua incluyendo la saturación magnética sin más que sustituir Rs por Rf , Ld por Lf , y $Rs + Rr$ por Ra . Por tanto, en Kusko & Galler (1983), sin saberlo, se optimizó también las pérdidas en el motor de inducción incluyendo la saturación magnéticaⁱ.

De (7.15) puede hallarse la relación que iod e ioq deben cumplir para minimizar las pérdidas eléctricas, sin más que sustituir m en (7.15) por la expresión (7.7). Reagrupando:

$$\frac{|ioq|}{iod} = \sqrt{\frac{\frac{Rs \cdot Rc^2}{1 + Sd} + (Rs + Rr + Rc) \cdot \omega^2 \cdot Ld^2}{(Rs + Rr) \cdot Rc^2}} \quad (7.16)$$

que puede simplificarse si se desprecia la saturación en el hierro y se considera $Rs + Rr + Rc \approx Rc$ (véase apartado 2.6.3):

ⁱ En la segunda parte de Kusko & Galler (1983), se estudia la minimización de pérdidas en el motor de inducción, y después de un complicado estudio se llega a una expresión aproximada para la frecuencia de deslizamiento óptima sin considerar pérdidas en el hierro y sin considerar saturación magnética, por considerarlo demasiado complejo.

$$\frac{|ioq|}{iod} \approx \sqrt{\frac{Rs \cdot Rc + \omega^2 \cdot Ld^2}{(Rs + Rr) \cdot Rc}} \quad (7.17)$$

Esta última expresión es equivalente a la presentada en Garcia *et al.* (1994) si se supone $iq \approx ioq$ y $Rs + Rr + Rc \approx Rc$. También ha sido deducida en el apartado 3.7.3 (haciendo $Lq = 0$ en la expresión presentada allí).

Como se comentó en el citado apartado 3.7.3, (7.17) implica que, para proporcionar pérdidas eléctricas totales mínimas a un par dado, el ángulo del vector espacial corriente de entrehierro en el plano cartesiano $iod-ioq$ se mantiene constante mientras la velocidad sea constante. Cuando, manteniéndose constante la velocidad, el par cambia, el módulo del vector espacial también cambia para adaptarse al nuevo par, pero el ángulo permanece inalterado. Este hecho fue comentado por primera vez en Kirschen *et al.* (1985), para motores de inducción controlados vectorialmente. Dado que en el motor de inducción en régimen permanente, la frecuencia de deslizamiento es proporcional a la relación ioq / iod :

$$\omega_s = \frac{Rr}{Ld} \cdot \frac{ioq}{iod} \quad (7.18)$$

se puede también decir que las pérdidas eléctricas totales mínimas, a una velocidad dada, se obtienen a un cierto valor de la frecuencia de deslizamiento que es constante e independiente del par. Esto ya se comentó por primera vez en Murphy & Honsinger (1982), en donde la optimización se lleva a cabo mediante control escalar del motor de inducción.

Si la saturación magnética es importante, la ecuación (7.16) no puede reducirse a la (7.17), y el ángulo del vector espacial de corriente de entrehierro deja de ser independiente del par. En el caso del motor de inducción este efecto se estudia en detalle en Kirschen *et al.* (1984) y Kirschen *et al.* (1985) destacándose la importancia que la saturación sobre el óptimo obtenido, pero, como se verá más adelante en este capítulo, las conclusiones a las que se llega en esos trabajos basándose en la frecuencia de deslizamiento son incorrectas.

La expresión propuesta en esta tesis doctoral para la optimización de pérdidas en el motor de inducción, que se obtiene de la particularización a dicho motor de la expresión generalizada presentada en el Capítulo 3, es:

$$iod = \frac{Lds}{m} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lds \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (7.19)$$

donde Lds estaba definida comoⁱ:

$$Lds = Ld \cdot (1 + Sd) \quad (7.20)$$

Si se desprecia la saturación magnética, (7.19) se puede poner:

$$iod = \frac{Ld}{m} \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \cdot ioq^3 \quad (7.21)$$

Es inmediato demostrar que (7.19) es equivalente a (7.15) y (7.16) (si $Rs + Rr + Rc \approx Rc$), pero con la ventaja de que (7.19) evita el cálculo de una raíz cuarta o cuadrada. Lo mismo se aplica a (7.21) con respecto a (7.17).

Si se particularizan al motor de inducción las expresiones que se obtuvieron con carácter general en los apartados 3.4.1 y 3.4.2, para la minimización de pérdidas en el hierro y óhmicas respectivamente:

$$Min Pcu : \quad iod = \left(1 + \frac{Rr}{Rs}\right) \cdot \frac{Lds}{m} \cdot ioq^3 \quad (7.22)$$

$$Min Pfe : \quad iod = 0 \quad (7.23)$$

que en el caso de no considerar saturación magnética:

$$Min Pcu : \quad iod = \left(1 + \frac{Rr}{Rs}\right) \cdot \frac{Ld}{m} \cdot ioq^3 \quad (7.24)$$

ⁱ Recuérdese que Lds y Lqs no son los valores de la inductancias saturadas, i.e., los valores reales para una intensidad dada, ya que dicho valor está representado por Ld y Lq que son funciones de iod e ioq respectivamente. Lds y Lqs son dichos valores saturados más una proporción dada por sus sensibilidades relativas, que permiten calcular el óptimo de pérdidas.

$$\text{Min } P_{fe} : \quad i_{od} = 0 \quad (7.25)$$

Se observa que, para el caso del motor de inducción, el mínimo de P_{fe} se obtiene, según (7.25), para $i_{od} = 0$, i.e. flujo cero; lo que implicaría una i_{oq} infinita para poder dar el par requerido. Evidentemente esta estrategia *aplicada de forma independiente* no tiene sentido en el motor de inducción —aunque sí lo tiene en el motor síncrono de reluctancia que, como se demostró en el Capítulo 6, es equivalente a la estrategia de máximo par para un flujo dado—. Sin embargo, la minimización de las pérdidas óhmicas puede resultar una estrategia muy atractiva por sí sola —considerándose que las pérdidas en el rotor son principalmente óhmicas—, especialmente si se va a trabajar a velocidades inferiores a la nominal. Existe la idea, muy extendida, de que la estrategia de máximo par por amperio —mínima corriente de entrada para un par dado— minimiza las pérdidas óhmicas, pero como se comprobará a continuación, esto es erróneo. Sustituyendo el par, m , en (7.22) por su expresión dada en (7.7), se obtiene:

$$\text{Min } P_{cu} : \quad \frac{i_{od}}{|i_{oq}|} = \sqrt{\left(1 + \frac{R_r}{R_s}\right) \cdot (1 + S_d)} \quad (7.26)$$

que en caso de despreciar la saturación magnética se convierte en:

$$\text{Min } P_{cu} : \quad \frac{i_{od}}{|i_{oq}|} = \sqrt{1 + \frac{R_r}{R_s}} \quad (7.27)$$

mientras que la estrategia de máximo par por amperio implica:

$$\text{Max. } m / A : \quad \frac{i_{od}}{|i_{oq}|} = 1 \quad (7.28)$$

Comparando (7.27) y (7.28) es inmediato comprobar que, pese a lo que comúnmente se supone, mínima corriente de entrada —estrategia de máximo par por amperio— no produce mínimas pérdidas óhmicas, sino mínimas pérdidas óhmicas en el estator. Para incluir las pérdidas en el rotor —incluir R_r — y minimizar el conjunto de las pérdidas óhmicas es necesario que la corriente en eje d sea mayor que la corriente en eje q (ángulo inferior a 45°) según (7.27).

Dado que la estrategia de minimización de pérdidas es un control de ángulo constante, como se demostró en el apartado 3.7.3, el rendimiento obtenido es independiente del par, y por tanto constante a una velocidad dada (despreciando la saturación). Particularizando la expresión general de rendimiento allí deducida, se obtiene:

$$\eta = \frac{Ld \cdot k_{\omega} \cdot \omega_m}{Ld \cdot k_{\omega} \cdot \omega_m + R_{s_{EQ}} + \omega^2 / R_{c_{EQ}}} \quad (7.29)$$

donde k_{ω} es la relación ioq / iod dada por (7.17) (independiente del par, aunque puede depender de la velocidad), ω_m es la velocidad mecánica, y:

$$R_{s_{EQ}} = R_s + (R_s + R_r) \cdot \left(k_{\omega}^2 + \frac{\omega^2}{R_c^2} \cdot Ld + \frac{2 \cdot \omega}{R_c} \cdot Ld \cdot k_{\omega} \right)$$

$$R_{c_{EQ}} = \frac{R_c}{Ld^2}$$

La independencia del rendimiento con respecto al par se comenta ya en Sul & Park (1988), donde se presenta una expresión similar para el rendimiento, pero en función de la frecuencia de deslizamiento.

Como ejemplo, en la Fig. 7.2 se muestra el rendimiento obtenido utilizando los parámetros de la Tabla 7.1 para un motor de inducción. En las gráficas de la izquierda de la Fig. 7.2 se ha considerado $Ld = 1.5 pu$ constante (modelo de motor lineal) y en las gráficas de la derecha de la Fig. 7.2 se ha considerado Ld dependiente de la corriente en eje d según la Fig. 7.3, página 229 (modelo con saturación magnética). Claramente, el rendimiento es independiente del par si el modelo de motor es lineal (salvo en las zonas de par máximo en las que se alcanza algún límite del motor, y en las que el rendimiento cambia ligeramente). Por el contrario, la saturación hace que el rendimiento dependa del par, especialmente a bajas velocidadesⁱ.

ⁱ Cuanto menor sea la velocidad, menor será la potencia en eje para el mismo par, por lo que las pérdidas tienen mayor influencia sobre el rendimiento, así como el efecto que la saturación ejerce sobre ellas.

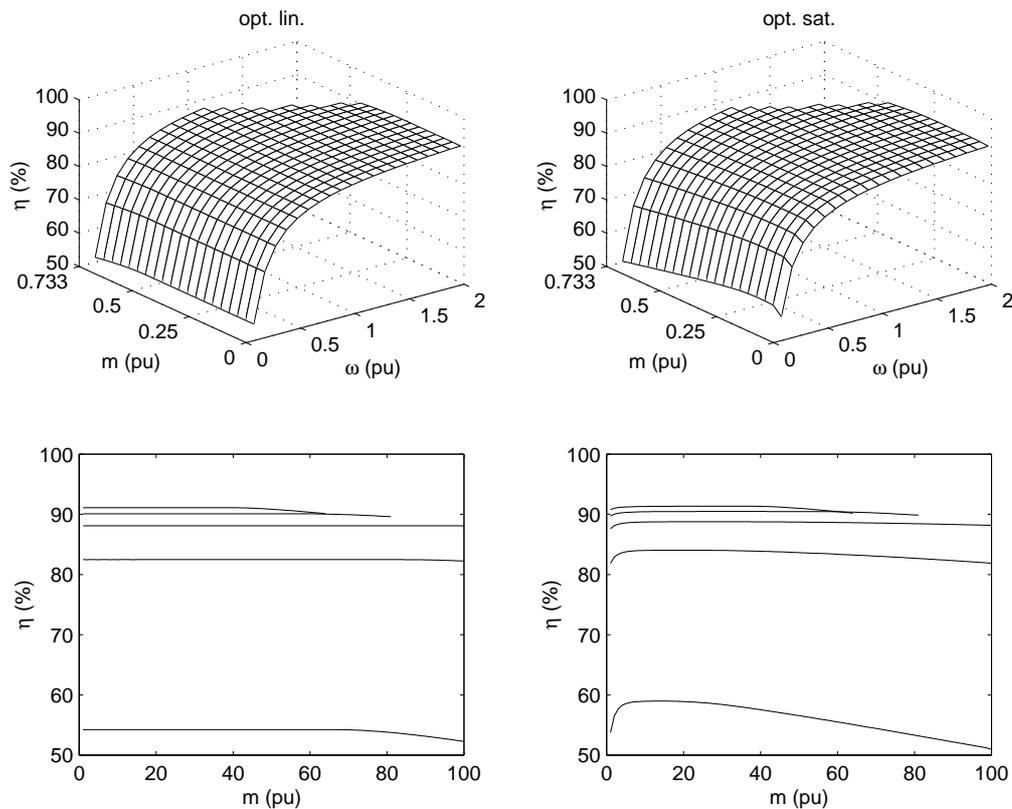


Fig. 7.2. Rendimiento en motor de inducción con optimización de pérdidas considerando modelo de motor lineal (izq. sup. e izq. inf) y modelo con saturación magnética (der. sup. y der. inf.). En las gráficas inferiores se muestra el rendimiento para ciertas velocidades seleccionadas: 0.1, 0.5, 1, 1.5 y 2 pu (de abajo arriba).

7.4 Efecto de la saturación magnética

En esta tesis doctoral se ha propuesto una expresión fácil de implementar para la minimización de pérdidas eléctricas, (7.19), que permite incluir la saturación magnética de la inductancia magnetizante a través de un coeficiente de sensibilidad, con lo que la optimización basada en modelo es factible incluso en los casos de saturación acusada. La ventaja de la expresión propuesta en la tesis doctoral sobre la minimización mediante el uso de tablas previamente calculadas, es la posibilidad de adaptar, si fuera necesario, los valores de los distintos parámetros mediante estimadores en tiempo real. Además, evita el uso de las citadas tablas con los mecanismos de interpolación correspondientes, y hace más fácil su aplicación, ya que evita complejas simulaciones previas para confeccionar tablas que sólo son válidas para el motor concreto para el que se realizan.

Como se comentó en la introducción, la saturación magnética ejerce efectos importantes en la minimización de pérdidas según Kirschen *et al.* (1984), aunque Garcia *et al.* (1994), mediante un estudio de sensibilidad del rendimiento, indica lo contrario. Por tanto, cabe plantearse si la mejora en el rendimiento, obtenida por la inclusión de la saturación magnética, es lo suficientemente importante como para complicar el esquema de control vectorial. Al igual que en el Capítulo 6 para el motor síncrono de reluctancia, hay tres posibilidades en cuanto al tipo de optimización de pérdidas que se puede incorporar en un esquema de control vectorial que satisfaga la condición de par (hay un lazo cerrado de par o velocidad que lo garantiza), y donde la saturación magnética del motor es apreciable:

- a) Teniendo en cuenta la saturación magnética en el cálculo de i_{od} óptima mediante (7.19), y calculando el par exactamente mediante (7.7), considerando $L_d = f(i_{od})$.
- b) Teniendo en cuenta la saturación magnética en el cálculo de i_{od} óptima mediante (7.19) pero despreciando el efecto de la derivada (i.e., $S_d = 0$), con lo que $L_{ds} = L_d = f(i_{od})$. Esto es equivalente a usar (7.21) pero sustituyendo en L_d su valor real en función de la corriente. El par se calcula exactamente con (7.7), considerando $L_d = f(i_{od})$, al igual en la estrategia (a).
- c) Despreciando el efecto de la saturación en el esquema de control: optimización suponiendo modelo lineal usando (7.21) ($L_d = \text{cte.}$), y estimando el par mediante (7.7) considerando $L_d = \text{cte.}$ Este valor calculado del par será incorrecto porque la máquina sí estará saturada.

En este apartado se presentan, en primer lugar, los valores de los parámetros que se utilizarán en las simulaciones. A continuación se muestra la frecuencia de deslizamiento óptima para la estrategia (a) y (c) simulando diversas condiciones de trabajo, así como el caso de modelo de motor lineal sin saturación; y se cotejan los resultados obtenidos con los de la literatura. Después, se comparan las estrategias (a), (b) y (c) desde el punto de vista del rendimiento. También se comparan estos resultados con los obtenidos anteriormente de frecuencia de deslizamiento óptimo, comprobándose que frecuencia de deslizamiento y rendimiento no están tan ligados como normalmente se cree. Finalmente, se presentan resultados de simulación de distintas estrategias de control considerando o no la saturación.

Para las simulaciones que se han realizado, se ha utilizando los parámetros mostrados

en la Tabla 7.1.

R_s	R_r	R_{c_o}	K_f/K_h
0.037	0.046	30	1

Tabla 7.1. *Parámetros (en pu) de motor de inducción para las simulaciones.*

Al igual que en Kirschen *et al.* (1984), para incorporar la variación de R_c con la frecuencia se ha supuesto que, a velocidad nominal, las pérdidas de histéresis y de Foucault se reparten por igual ($K_f = K_h$) siendo ambas proporcionales al flujo al cuadrado, de tal forma que:

$$R_c = R_{c_o} \cdot \frac{1 + 1}{1 + \frac{1}{\omega}} \quad (7.30)$$

Para modelar el efecto de la saturación magnética, se han adoptado los valores de inductancia de Kirschen *et al.* (1984), que se representan en la Fig. 7.3ⁱ. En la gráfica inferior de dicha figura se ha representado tanto L_d como L_{ds} (definida por (7.20)).

Nótese la gran diferencia que existe en la Fig. 7.3 entre el valor de L_d y L_{ds} para corrientes alejadas de 0.3 pu, por lo que la aplicación de (7.19) —que tiene en cuenta la saturación— parece que debería proporcionar valores de i_{od} óptimos completamente distintos de los que se obtendrían mediante (7.21) —que no tiene en cuenta la saturación—. Nótese también, que L_{ds} se podría incorporar en (7.19), según la Fig. 7.3, mediante una sencilla aproximación lineal.

ⁱ De hecho se trata del mismo modelo de motor que se utilizó en el Capítulo 3 para comprobar la precisión de la expresión propuesta cuando se incluye la saturación magnética.

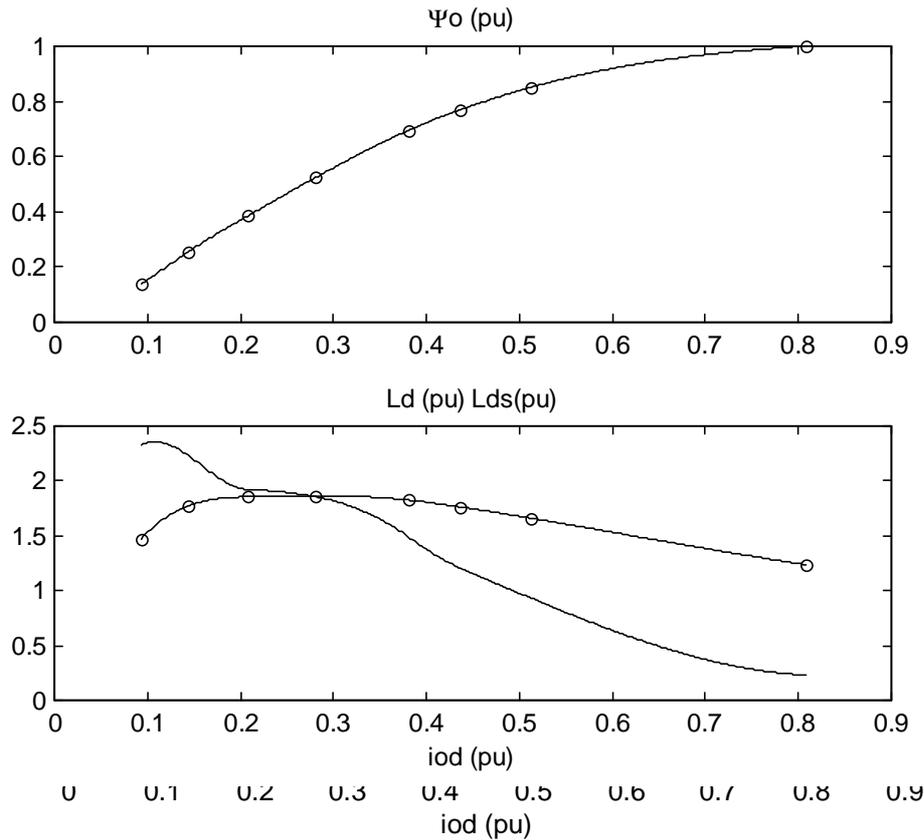


Fig. 7.3. Efecto de la saturación magnética sobre L_d en Kirschen et al. (1984). Se muestra también L_{ds} (a trazos).

En la Fig. 7.4 se muestra el valor de la frecuencia de deslizamiento para varias estrategias de optimización de pérdidas y distintos modelos de motor:

- En la gráfica inferior izquierda de la Fig. 7.4 se muestra la frecuencia de deslizamiento óptimo (mínimas pérdidas), si el modelo del motor es lineal y no se consideran límites de corriente y tensión/flujo. En ese caso, y como preveía la teoría (véase apartado 7.3), ω_s sólo depende de la velocidad y es independiente del par.
- En las dos gráficas superiores de la Fig. 7.4 se muestra la frecuencia de deslizamiento óptima si se considera el modelo de motor con saturación (Fig. 7.3) y los límites de corriente y tensión/flujo (fijados a 1 pu).
 - En la gráfica superior izquierda la optimización se lleva a cabo con (7.19) teniendo en cuenta la saturación (estrategia (a)). Como puede observarse ω_s es ahora claramente dependiente del par. El cambio repentino en la superficie de

la frecuencia de deslizamiento se debe a que se ha alcanzado algún límite motor y la estrategia de optimización según (7.19) no puede seguir manteniéndose. En ese caso se elige el punto de trabajo más cercano al óptimo que proporcione el par demandado, dentro de los límites.

- En la gráfica superior derecha la optimización se lleva a cabo con (7.21) sin tener en cuenta la saturación (estrategia (c))ⁱ. Aunque la expresión para la minimización de pérdidas y la estimación de par son los mismos que los usados en la gráfica inferior izquierda de la Fig. 7.4, debido a la saturación magnética y a que existe un lazo cerrado de par que asegura que el par estimado y el de referencia sean iguales (aunque en este caso sean distintos del real), la frecuencia de deslizamiento real del motor presenta una clara dependencia con el par —para los mismos valores de corriente que en el caso lineal, la frecuencia de deslizamiento real del motor es ligeramente distinta a la teórica—.
- Para comparar dichos resultados, en la gráfica inferior derecha de la Fig. 7.4 se muestra el error relativo entre la frecuencia de deslizamiento obtenida en la gráfica superior izquierda para el caso de optimización teniendo en cuenta la saturación ($\omega_{S\ SAT}$ en (7.31)) y la frecuencia de deslizamiento obtenida en la gráfica superior derecha para el caso de optimización despreciando el efecto de la saturación ($\omega_{S\ LIN}$ en (7.31)). Dicho error relativo se calcula según la expresión:

$$\Delta\omega_s = 100 \cdot \frac{|\omega_{S\ SAT} - \omega_{S\ LIN}|}{\omega_{S\ SAT}} \quad (\%) \quad (7.31)$$

ⁱ En este último caso, el par utilizado para representar la figura es el real y no el estimado (que debido a que la saturación no se tiene en cuenta, se aleja del real). Por ejemplo, en un vehículo eléctrico, el ajuste real del par (para obtener la velocidad o aceleración deseada) lo realizaría la persona o sistema que controla el vehículo.

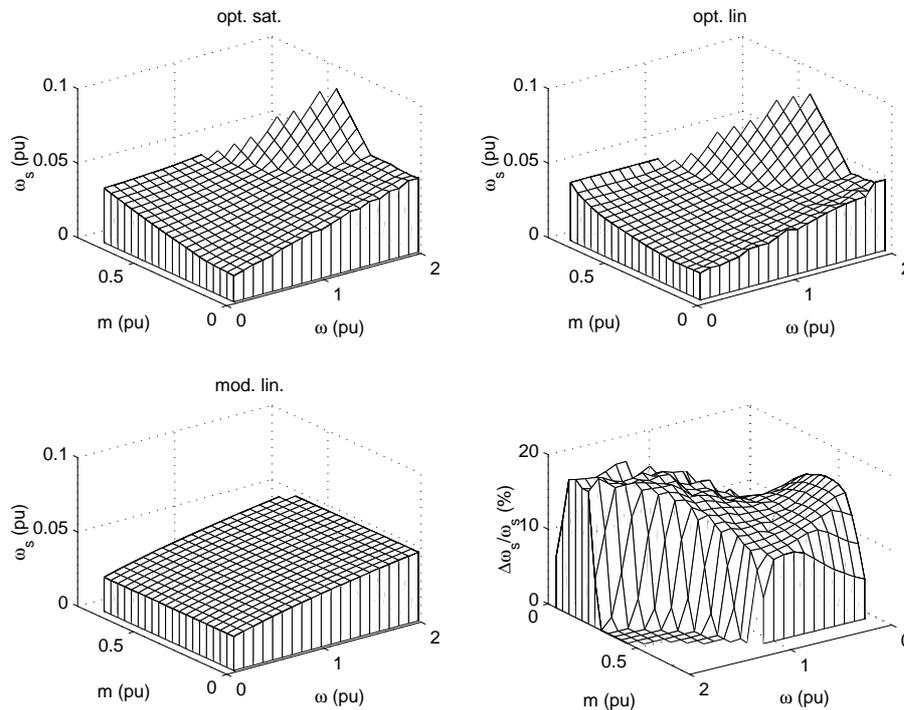


Fig. 7.4. Frecuencia de deslizamiento para varias estrategias de optimización de pérdidas: óptima con saturación con modelo de motor con saturación (sup. izq., estrategia (a)), óptima lineal con modelo de motor con saturación (sup. der., estrategia (c)), óptima lineal con modelo de motor lineal (inf. izq.) y error relativo entre las dos primeras (inf. der.).

Como se observa, en la zona en la que ambos controles trabajan sin la restricción de los límites motores, el error relativo en la frecuencia de deslizamiento se encuentra entre el 10% y el 20% (téngase en cuenta que para facilitar su representación se han invertido los ejes de velocidad y par con respecto a las otras tres gráficas de la Fig. 7.4). Pese a que esta diferencia es apreciable, se aleja considerablemente del 100% de error relativo a bajo par según Kirschen *et al.* (1984). Esto se debe a que en Kirschen *et al.* (1984), se compara la frecuencia de deslizamiento óptima obtenida considerando la saturación y la obtenida considerando un modelo de motor lineal, i.e., comparando la gráfica inferior izquierda con la superior izquierda (en el caso de Kirschen *et al.* (1984) sin incluir límites motores) de la Fig. 7.4. Esta comparación es ciertamente errónea, pues como se ha mostrado en la gráfica superior derecha de la Fig. 7.4, pese a usar un optimizador que no tenga en cuenta la saturación, la frecuencia de deslizamiento real del motor bajo dicho optimizador, sí se ve afectado por la saturación.

Para comprobar el efecto de la saturación sobre el rendimiento máximo —y no sobre la frecuencia de deslizamiento óptima, que es un valor secundario— se ha calculado mediante (7.32) la pérdida relativa de rendimiento de las estrategias (b) y (c) (η_{otra}), en relación con la optimización considerando plenamente la saturación, estrategia (a) ($\eta_{opt.}$).

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\eta_{opt} - \eta_{otra}}{\eta_{opt}} \quad (7.32)$$

En la gráfica superior de la Fig. 7.5 se presenta la pérdida relativa de rendimiento en el caso del optimizador que supone motor lineal (estrategia (c)). La misma que se utilizó para la gráfica superior derecha de la Fig. 7.4). Pese a que, como se comentó, se obtuvieron diferencias relativas en la frecuencia de deslizamiento de entre un 10% y un 20%, el efecto sobre el rendimiento es pequeño. Sólo se observan diferencias apreciables (de entre el 2% y el 5%) a valores bajos de velocidad y valores medios de par. Resultado muy alejado de las grandes diferencias previstas por Kirschen *et al.* (1984) especialmente a valores bajos de par. Parece, por tanto, que el estudio de sensibilidad llevado a cabo por Garcia *et al.* (1994) proporciona las conclusiones correctas. En la gráfica inferior de la Fig. 7.5 se presenta la pérdida relativa de rendimiento en el caso del optimizador que tiene en cuenta la variación de Ld con la corriente ($Ld = f(iod)$) pero desprecia su derivada ($Sd = 0$; $Lds = Ld$) (estrategia (b)). Como se puede apreciar, no ofrece ventajas significativas respecto de la optimización lineal.

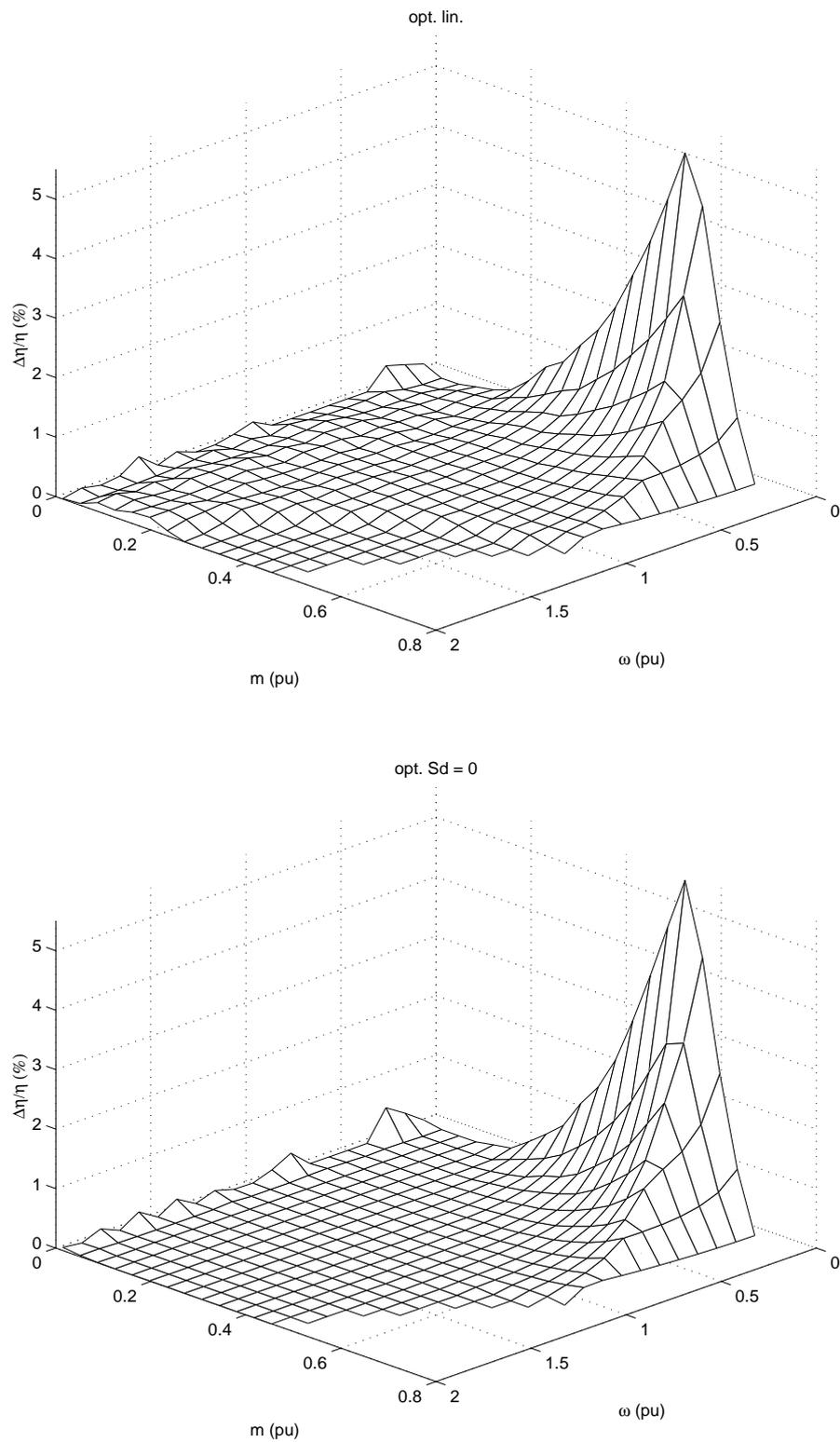


Fig. 7.5. Pérdida relativa de rendimiento en un motor con saturación magnética, despreciando la saturación (fig. sup., estrategia (a)) y considerando $S_d = 0$ (fig. inf., estrategia (b)).

Surge la duda de cómo es posible que con grandes diferencias en la frecuencia de deslizamiento entre una estrategia y otra, no se observen esas mismas diferencias en el rendimiento. Esta duda se basa en la presunción errónea de que cambios significativos en la frecuencia de deslizamiento del motor producen variaciones importantes en el rendimiento. Esto es cierto en el funcionamiento típico a frecuencia y flujo nominales constantes, ya que el par y el deslizamiento están fuertemente ligados, pero no lo es en el caso de control vectorial en donde son variables que se controlan de forma independiente —de hecho toda trayectoria rectilínea en el plano i_{od} - i_{oq} implica par variable pero frecuencia de deslizamiento constante (véase apartado 7.3)—. Para ilustrar esto, supóngase que se proporciona un determinado par a una frecuencia de deslizamiento dada, y que desde dicho punto de trabajo la frecuencia de deslizamiento se modifica ligeramente (p. ej. en un 20%), pero sin modificar el parⁱ. En ambos puntos de trabajo se proporciona el mismo par y por tanto el producto de i_{od} e i_{oq} es el mismo (véase (7.7)), aunque la relación i_{oq} / i_{od} es distinta (al ser distinta la frecuencia de deslizamiento, véase (7.18)). Esto implica que en el paso desde el primer punto de trabajo al segundo, una de las corrientes de eje ha crecido y la otra ha disminuido (para que el producto sea el mismo pero no el cociente). Por tanto, el módulo del vector intensidad, que es suma cuadrática de *ambas* corrientes de eje ($i^2 \approx i_{od}^2 + i_{oq}^2$), y las pérdidas óhmicas asociadas, se ven poco afectados, y el resultado sobre el rendimiento de distintas frecuencias de deslizamiento para un mismo par, se ve amortiguado.

Como complemento a la Fig. 7.5, se presenta la Fig. 7.6 en la que se representan los lugares geométricos en el plano i_{od} - i_{oq} , que resultan de la aplicación de distintas estrategias de optimización a una velocidad dada ($\omega = 0.5 pu$ en la gráfica superior y $\omega = 1.5 pu$ en la gráfica inferior) para par variable desde el 10% hasta el 100% del par nominal. Se han representado los límites de intensidad (circunferencia de radio 1) y de tensión/flujo (recta vertical en $i_{od} = 0.81 pu$ para flujo nominal a $\omega = 0.5 pu$, y recta vertical en $i_{od} = 0.36 pu$ para tensión nominal a $\omega = 1.5 pu$). También se ha representado, a título ilustrativo, las curvas de par 25% y 75% del par nominal dentro de los límites anteriores (cualquier vector espacial corriente equivalente de entrehierro, \underline{i}_o , cuyo afijo se apoye sobre dichas curvas, proporcionará el par correspondiente dentro de los límites del motor). La intersección de cualquiera de los lugares geométricos antes comentados, con la curva de par correspon-

ⁱ Basta desplazar el afijo del vector espacial \underline{i}_o sobre la curva de par. Una breve explicación se dará posteriormente con la Fig. 7.6.

diente, indica el punto en el que se situaría el afijo del vector espacial \underline{i}_0 , para proporcionar el par requerido dentro de la estrategia de control del lugar geométrico correspondiente.

Como se observa en la Fig. 7.6, la estrategia de optimización sin considerar la saturación (estrategia (a). ‘opt. lin.’ en la Fig. 7.6), es una recta (ω_s teórica óptima constante, aunque la real en el motor depende del par). Por el contrario, la estrategia de optimización incluyendo la saturación en el motor (estrategia (c). ‘opt. sat.’ en la Fig. 7.6) y la estrategia de optimización que tiene en cuenta el efecto de la saturación sobre L_d pero no incluye su derivada en la optimización (estrategia (b). ‘opt. sat. $S_d = 0$ ’ en la Fig. 7.6), se curvan al aumentar el par, adaptándose a la variación de L_d con i_{od} . Nótese como cualquiera de las estrategias de optimización de pérdidas se adaptan a la velocidad, aumentando el ángulo con respecto al eje d , buscando compensar —reduciendo el flujo— el aumento de las pérdidas en el hierro debido al aumento de la frecuencia, a costa de aumentar las pérdidas óhmicas.

Es inmediato demostrar (véase apartado 3.3) que cuanto más próxima esté una curva a la de optimización con saturación (‘opt. sat.’ en la Fig. 7.6) tanto mayor será el rendimiento de dicha estrategia y más se acercará a la máxima posible —la dada por la estrategia de optimización con saturación—. Se puede observar que las estrategias de control óptimo con saturación, con $S_d = 0$ y con control lineal son curvas próximas que no deben presentar valores de rendimiento muy alejados entre sí, como se ha visto en la Fig. 7.5.

Para finalizar este apartado, se estudiará un aspecto importante de la saturación magnética que aparece cuando se comparan estrategias de control desde el punto de vista del rendimiento. Para ilustrar el error que se puede cometer en el caso del motor de inducción si no se considera la saturación magnética, se presenta la Fig. 7.7, en la que se muestra la ganancia relativa en el rendimiento utilizando la estrategia de optimización de pérdidas en lugar de la estrategia de flujo nominal constante. Se presentan dos casos: utilizando un modelo de motor lineal (figuras de la izquierda en la Fig. 7.7) y utilizando un modelo de motor con saturación según la Fig. 7.3 (figuras de la derecha en la Fig. 7.7). Aunque aparentemente la forma de la superficie es la misma, la ganancia en el rendimiento es claramente mayor considerando la saturación (véanse las figuras inferiores de la Fig. 7.7). Además en el caso del modelo de motor lineal, se observa que el rendimiento mejora al aumentar la velocidad para un par dado, p. ej. desde $\omega = 0.5 pu$ hasta $\omega = 1 pu$, cosa completamente contraria a lo que sucede en realidad con el modelo con saturación.

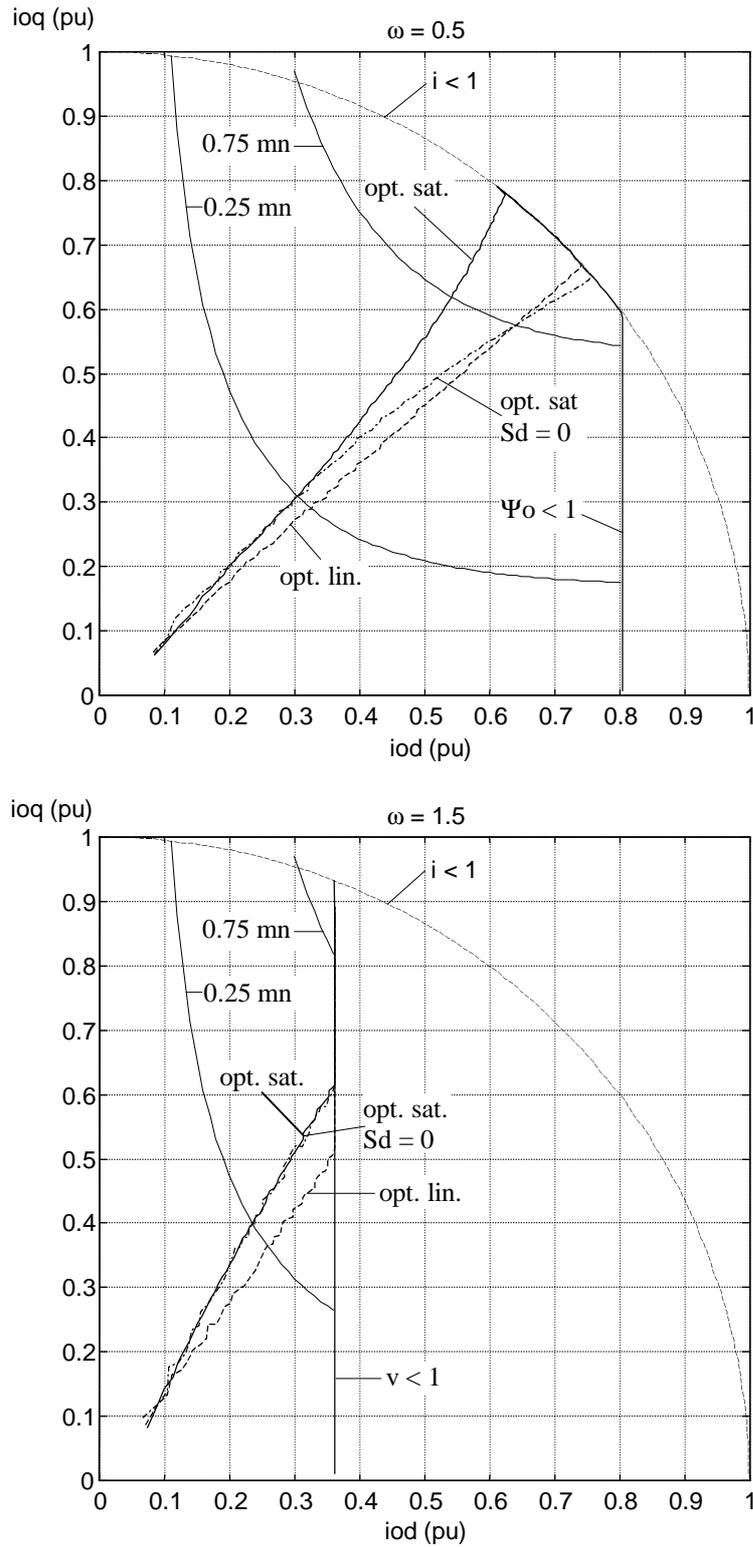


Fig. 7.6. Trayectorias en el plano iod - ioq con distintas estrategias de optimización a $\omega = 0.5$ pu y $\omega = 1.5$ pu, con par variable hasta par nominal.

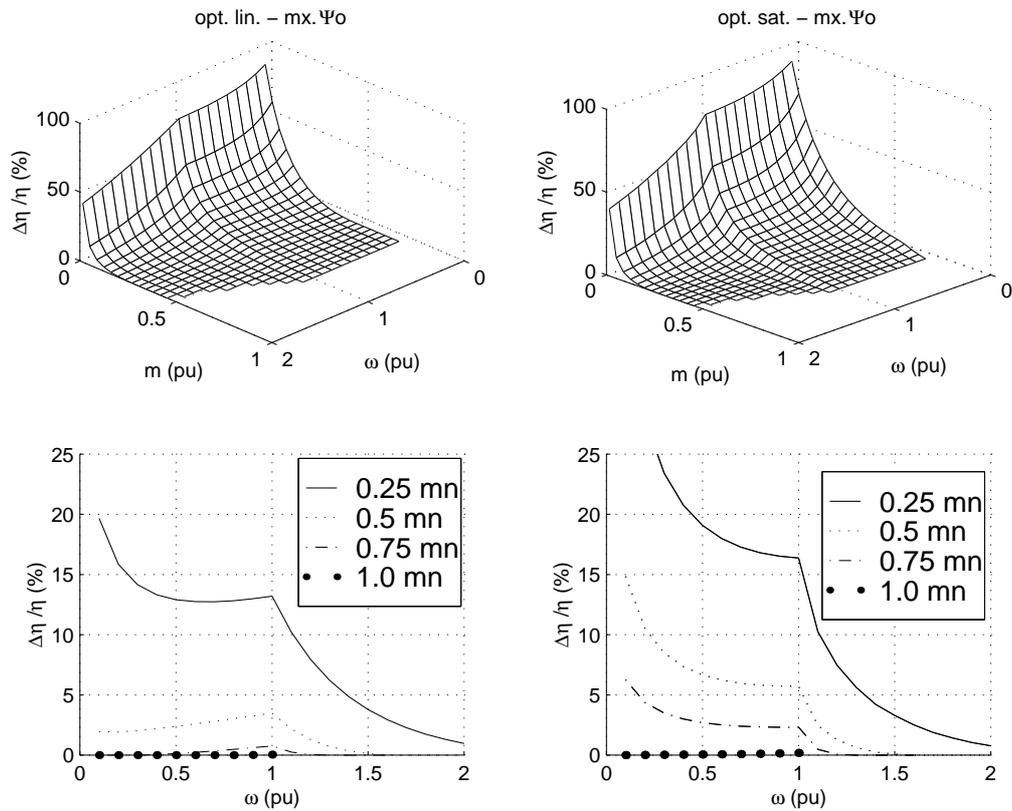


Fig. 7.7. Comparación del rendimiento obtenido mediante la optimización de pérdidas y el rendimiento que se obtiene con la estrategia de flujo nominal constante, utilizando un modelo lineal del motor (figs. izq.) y un modelo de motor con saturación magnética (figs. der.).

7.5 Rendimiento bajo distintas estrategias de control

Varias estrategias de control vectorial aplicadas al motor de inducción son posibles, siendo las más habituales la de máximo par por amperio —busca la reducción de pérdidas, fijando $i_{od} = i_{oq}$ — y la de flujo nominal constante —mejor respuesta dinámica— (Boldea & Nasar, 1992). En casi toda la literatura consultada sobre minimización de pérdidas en motores de inducción, se compara en mayor o menor grado la estrategia de flujo nominal constante con la de optimización de pérdidas, pero siempre considerando modelo de motor linealⁱ. Sin embargo, es necesario tener en cuenta la saturación magnética si se desean ob-

ⁱ Quizá el trabajo más completo y serio sea el de Murphy & Honsinger (1982), que calcula la ganancia relativa de rendimiento desde velocidad cero a velocidad nominal, con par desde vacío a par nominal.

tener resultados y conclusiones fiables, como se ha comentado al final del apartado 7.4 (véase Fig. 7.7). Sólo en Kirschen *et al.* (1984) y Kirschen *et al.* (1987) se ha tenido en cuenta la saturación magnética, donde se presenta la reducción en la potencia de entrada (en vez del rendimiento) para el mismo intervalo de velocidades y pares que en Murphy & Honsinger (1982). Este dato puede resultar confuso y llevar a engaño sobre la mejora en el rendimiento realmente obtenida. En el caso de la estrategia de máximo par por amperio, no hay ningún trabajo comparativo con la estrategia de optimización de pérdidasⁱ.

En la Fig. 7.8 se presenta la pérdida relativa de rendimiento que resulta de la aplicación de las dos estrategias de control clásicas mencionadas anteriormente, en vez de la de optimización de pérdidas incluyendo la saturación magnética (máximo rendimiento posible), incluyendo los límites de corriente y tensión/flujo (fijadas a 1 pu). El cálculo de la pérdida relativa de rendimiento se hace con (7.32).

Como puede observarse en la Fig. 7.8, la estrategia de máximo par por amperio proporciona rendimientos muy cercanos al rendimiento máximo. Sin embargo, la estrategia de flujo nominal constante presenta valores de rendimientos muy inferiores a los máximos posibles, obteniéndose para el motor estudiado aquí, pérdidas relativas del rendimiento superiores al 20% a bajo par y baja velocidad, que pueden llegar incluso al 90% a muy bajo par (condición cercana a la de vacío).

Obtiene resultados y conclusiones análogos a los mostrados en las figuras de la izquierda de la Fig. 7.7.

ⁱ En Kioskeridis & Margaris (1996) se compara el rendimiento nominal con el rendimiento obtenido mediante un esquema de búsqueda de la mínima corriente de entrada. Esta estrategia sólo coincidiría con la de máximo par por amperio si el motor no tuviese saturación apreciable.

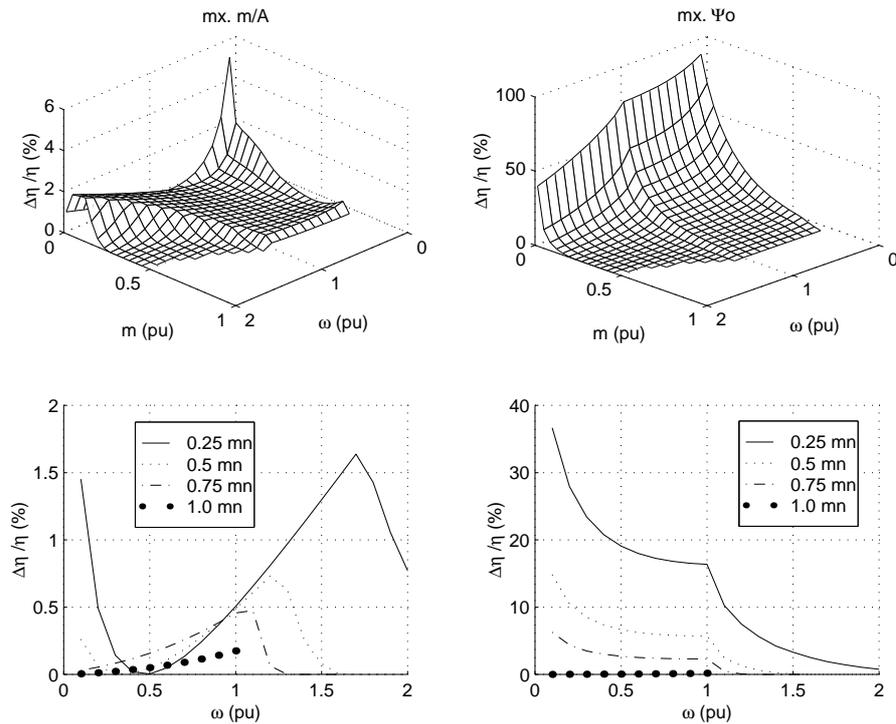


Fig. 7.8. Comparación del rendimiento obtenido mediante la optimización de pérdidas incluyendo la saturación magnética y el rendimiento que se obtiene con las estrategias máximo par por amperio, y flujo de entrehierro a valor nominal.

En la Fig. 7.9 se muestran los lugares geométricos que resultan para par variable desde el 10% hasta el 100% del par nominal a una velocidad dada ($\omega = 0.5 pu$ en la gráfica superior, y $\omega = 1.5 pu$ en la gráfica inferior), para máximo par por amperio ('mx. m/A' en la Fig. 7.9) y flujo nominal constanteⁱ ('mx. Ψ_o ' en la Fig. 7.9). Como se observa, a $\omega = 0.5 pu$, el lugar geométrico asociado a la estrategia de mx. m/A se encuentra muy cercano al de máximo rendimiento. A mayores velocidades (en la gráfica inferior de la Fig. 7.9 se muestra $\omega = 1.5 pu$), la estrategia de optimización de pérdidas se adapta aumentando el ángulo en el plano $iod-ioq$, mientras que la de mx. m/A se mantiene a 45° perdiendo eficacia en cuanto a las pérdidas eléctricas. Sin embargo, según lo observado en la Fig. 7.8, su empleo proporciona rendimientos bastante cercanos al máximo. En cuanto a la estrategia

ⁱ Cuando se supera la velocidad nominal, el flujo nominal ya no puede mantenerse porque la tensión máxima está limitada a $1 pu$, por lo que a partir de dicha velocidad, el límite lo marca la tensión y no el flujo.

de máximo flujo constante —muy parecida a la de V/F constante— el rendimiento a una velocidad dada sólo se aproxima al máximo a medida que aumenta el par, i.e., según la estrategia de flujo nominal constante se aproxima a la de minimización de pérdidas.

La mejora lograda en el rendimiento mediante cualquier estrategia de control que reajuste el flujo en función del par —p. ej., la de máximo par por amperio— es clara, pero a costa de perder cierta capacidad de respuesta dinámica, ya que, como es sabido, la constante de tiempo del flujo es muy superior a la constante de tiempo de la corriente de par. Una solución que se propone en Rasmussen & Thogersen (1997), es la de fijar un valor mínimo de flujo en función de la velocidad, para garantizar una respuesta dinámica mínima, i.e., fijar un nivel mínimo en la corriente de flujo, *iod*, a partir del cual la estrategia de optimización de pérdidas deja de aplicarse.

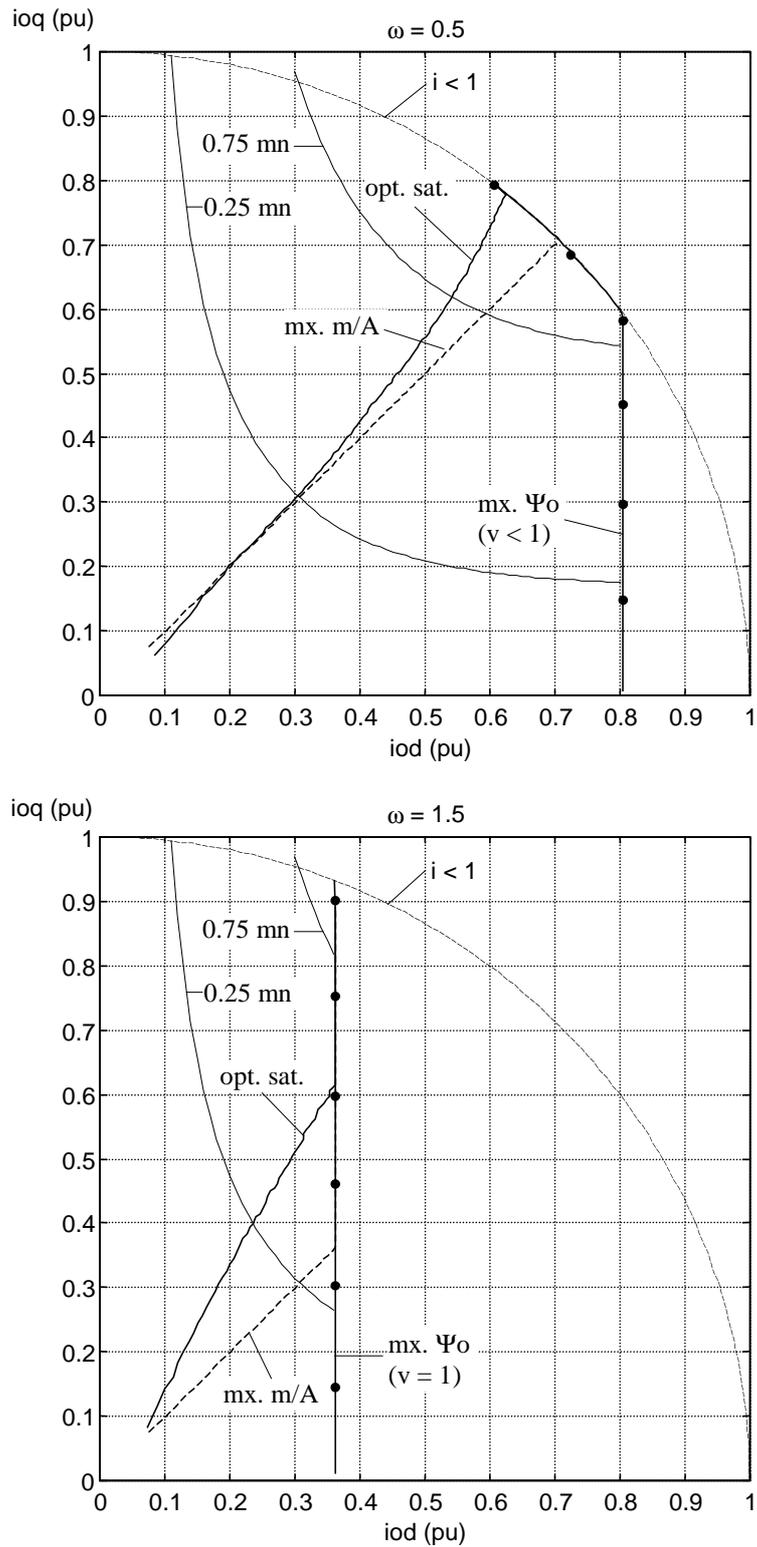


Fig. 7.9. Trayectorias en el plano i_{od} - i_{oq} con distintas estrategias a $\omega = 0.5$ y $\omega = 1.5$, con par variable hasta par nominal.

7.6 Coeficientes de sensibilidad

En este apartado se presenta la aplicación numérica de las expresiones presentadas con carácter general en el Capítulo 2 para el cálculo de los coeficientes de sensibilidad relativa, al motor de inducción que se ha utilizado en los apartados precedentes de este capítulo, Tabla 7.1, salvo por el hecho de que la inductancia ha sido considerada constante e igual a $Ld = 1.4 pu$ (inductancia saturada). Por comodidad, se repite aquí la definición de la sensibilidad relativa del rendimiento, η , con respecto al parámetro X :

$$S(\eta, X) = \frac{\partial \eta}{\partial X} \cdot \frac{X}{\eta} \quad (7.33)$$

siendo X cualquier parámetro del modelo — R_s, R_c, R_r, Ld — o cualquier medida realizada por el sistema de control — id, iq, ω_m —:

$$X = \{R_s, R_c, R_r, Ld, id, iq, \omega_m\}$$

El coeficiente de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto al parámetro X , $S(\eta, X)$, se puede interpretar como la variación relativa del rendimiento en % ante una variación relativa del parámetro X en un 1%.

Dado que el rendimiento —si se utiliza como estrategia de control la de minimización de pérdidas y no se alcanza ningún límite motor— es independiente del par (véase apartado 7.3); también los coeficientes de sensibilidad asociados serán independientes del par y sólo dependerán de la velocidad según (7.33). Esto también sucedía en el motor síncrono de reluctancia. En la Fig. 7.10 —en la que se presentan los coeficientes de sensibilidad relativa obtenidos mediante simulación— se puede observar este hecho. En la Fig. 7.11 se presentan los mismos resultados pero para cuatro velocidades seleccionadas (0.1, 0.5, 1 y 2 pu).

Para poder valorar adecuadamente el efecto de la variación de los parámetros sobre el rendimiento final obtenido, es necesario estimar dicha variación para, multiplicándola por el coeficiente de sensibilidad asociado, obtener una estimación de la variación relativa de rendimiento. Nótese que al no haber dependencia lineal en general, cuanto mayor sea dicha variación, menor será la exactitud del resultado obtenido.

La posible variación máxima asociada a L_d debida a la saturación se puede tomar de un 30%, si se toma como valor de L_d la inductancia saturadaⁱ (véase la Fig. 7.3). La asociada a R_r se puede tomar de un 20% debido al aumento de temperatura del rotor, que puede alcanzar 140 °C (Auinger, 1999)ⁱⁱ. La posible variación máxima asociada a R_s puede ser de un 10% debido también a la variación de temperaturaⁱⁱⁱ; y finalmente la de R_c que puede ser de un 25% debido a la saturación según Kirschen *et al.* (1984) y Matsuse *et al.* (1999). Todo esto se resume en la Tabla 7.2.

ⁱ Es el valor obtenido mediante los ensayos clásicos de rotor bloqueado y vacío a tensión nominal. Si se usa un valor de L_d intermedio entre la inductancia saturada y la inductancia máxima (p. ej. $L_d = 1.65 pu$ en la Fig. 7.3), la variabilidad máxima se reduce a la mitad. En Kim *et al.* (1992) la variabilidad máxima es del 38% en los datos medidos de inductancia magnetizante (motor de 600 W, 1 par de polos). En Sul & Park (1988) es del 35% (motor de 2.2 kW, 2 pares de polos). El motor ensayado en Kirschen *et al.* (1984) es de 5.5 kW, 2 pares de polos.

ⁱⁱ El valor de la resistencia del rotor que se tomaría en el modelo, sería la calculada a 75 °C, por lo que la diferencia en la resistencia del rotor entre dicho valor y la que se obtiene a 25 °C y a 140 °C es de un 18% en el peor caso (140 °C). Por tanto, el valor de variabilidad del 100% dado en Garcia *et al.* (1994) hay que considerarlo injustificado.

ⁱⁱⁱ El valor de la resistencia del estator que se debe tomar en el modelo clásico del motor de inducción según la norma UNE 60034-2, es la calculada a 75 °C, por lo que la diferencia en la resistencia del estator entre dicho valor y la que se obtiene a 25 °C es del 16.7%. Es habitual suponer que el valor de la resistencia del estator está poco influenciada por el efecto de la carga en la temperatura, ya que en régimen de flujo constante (tensión constante), la mínima corriente que circula de forma permanente por el estator es la corriente de magnetización (valores típicos de $0.3 \div 0.6 pu$), calentando de forma continua el estator; mientras que por el rotor las variaciones térmicas pueden ser sustanciosas de vacío a carga (de corriente casi nula a corriente cercana a la nominal). Sin embargo, en vacío, la corriente de entrada puede ser muy pequeña con la estrategia de mínimas pérdidas o de máximo par por amperio, ya que el flujo se reduce a medida que se reduce la carga. Por tanto, en el caso de trabajar con un motor de inducción con control vectorial bajo estas estrategias, la resistencia del estator está expuesta a los mismos condicionantes de carga que la resistencia del rotor (aunque con una mejor refrigeración). Por ese motivo, sería aconsejable utilizar en el modelo como resistencia del estator, un valor intermedio entre el de 25 °C y el de 75 °C, en cuyo caso la variabilidad es de un 8%.

ΔR_s	ΔR_r	ΔR_{c_o}	ΔL_d
10%	20%	25%	30%

Tabla 7.2. Posible variación máxima considerada de los parámetros del motor de inducción.

Teniendo en cuenta las posibles variaciones máximas de la Tabla 7.2 y las sensibilidades obtenidas para el motor usado en simulación, se pueden obtener las conclusiones que a continuación se presentan (que podrían extenderse a otros motores de inducción).

En el caso de R_r , y a baja velocidad (p. ej. $\omega = 0.1 pu$), se obtienen pérdidas en el rendimiento del orden del 2.5% en el peor de los casos. A partir de $\omega = 0.5 pu$ (en este motor) el coeficiente de sensibilidad relativa se puede considerar independiente de la velocidad, obteniéndose pérdidas en el rendimiento del orden del 1% en el peor de los casos.

En el caso de L_d , y a baja velocidad, se obtienen pérdidas en el rendimiento del orden del 10% en el peor de los casos, i.e., cuando el valor de L_d utilizado en la expresión para la minimización de pérdidas (constante e igual a la inductancia saturada en este caso), y el valor de L_d real, presentan la máxima diferencia. Esto sucede, según la Fig. 7.3, con $i_{od} = 0.3 pu$ (valor máximo de L_d), que se da a valores intermedios de par. Esto queda claramente reflejado en la gráfica superior de la Fig. 7.5, en la que se observan las pérdidas máximas de rendimiento a baja velocidad y valores intermedios de par. Nótese que la pérdida de rendimiento real es de un 5 % frente a la estimada del 10% a través del coeficiente de sensibilidad.

En el caso de R_s , se observa en el coeficiente de sensibilidad un comportamiento similar al de L_d . A baja velocidad, (p. ej. $\omega = 0.1 pu$), se obtienen pérdidas en el rendimiento del orden del 3% en el peor de los casos, para, a partir de velocidades medias, $\omega = 0.5$, reducirse su efecto considerablemente hasta el 0.5% ÷ 1% en el peor caso.

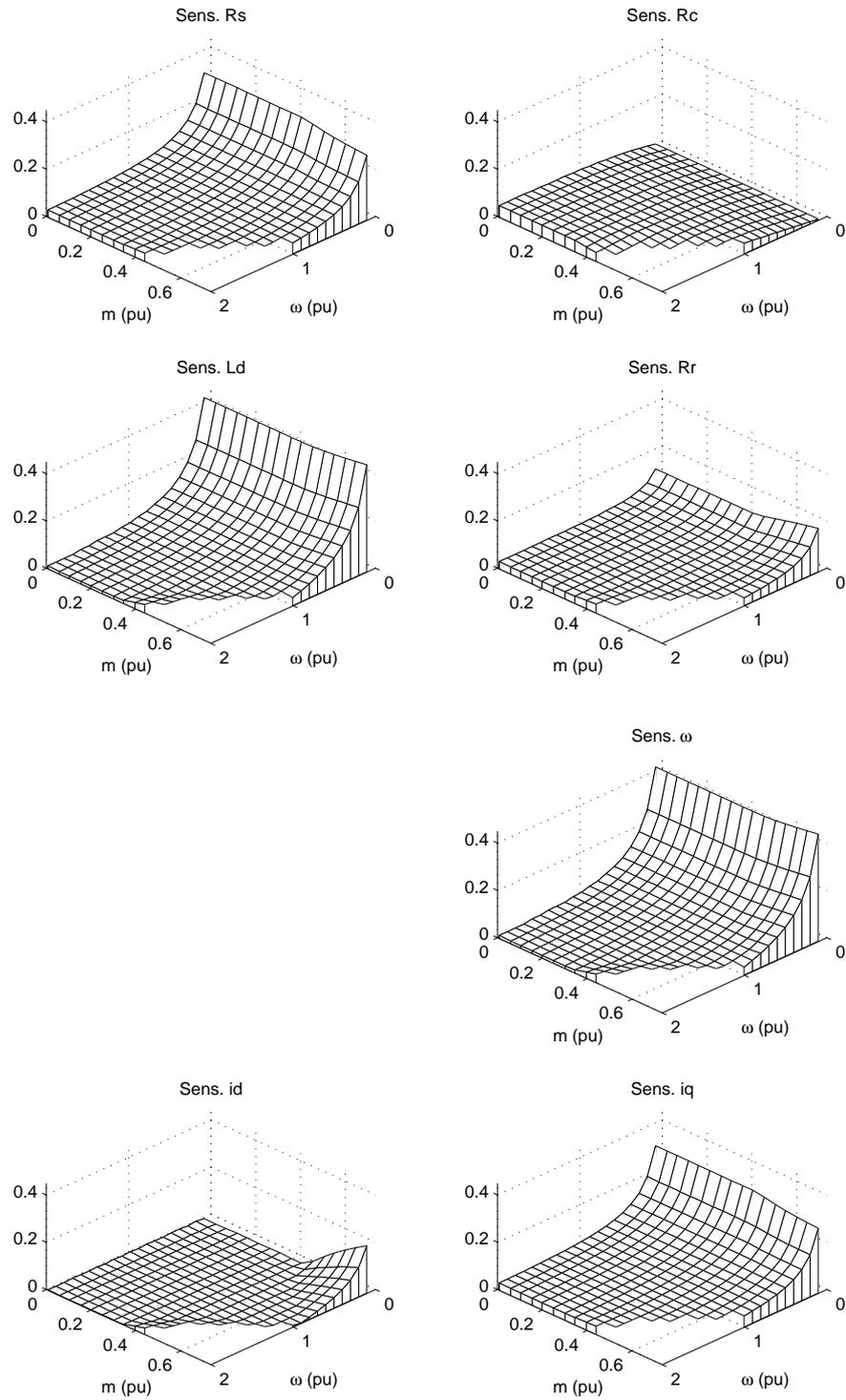


Fig. 7.10. Sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas en motor de inducción con optimización de pérdidas.

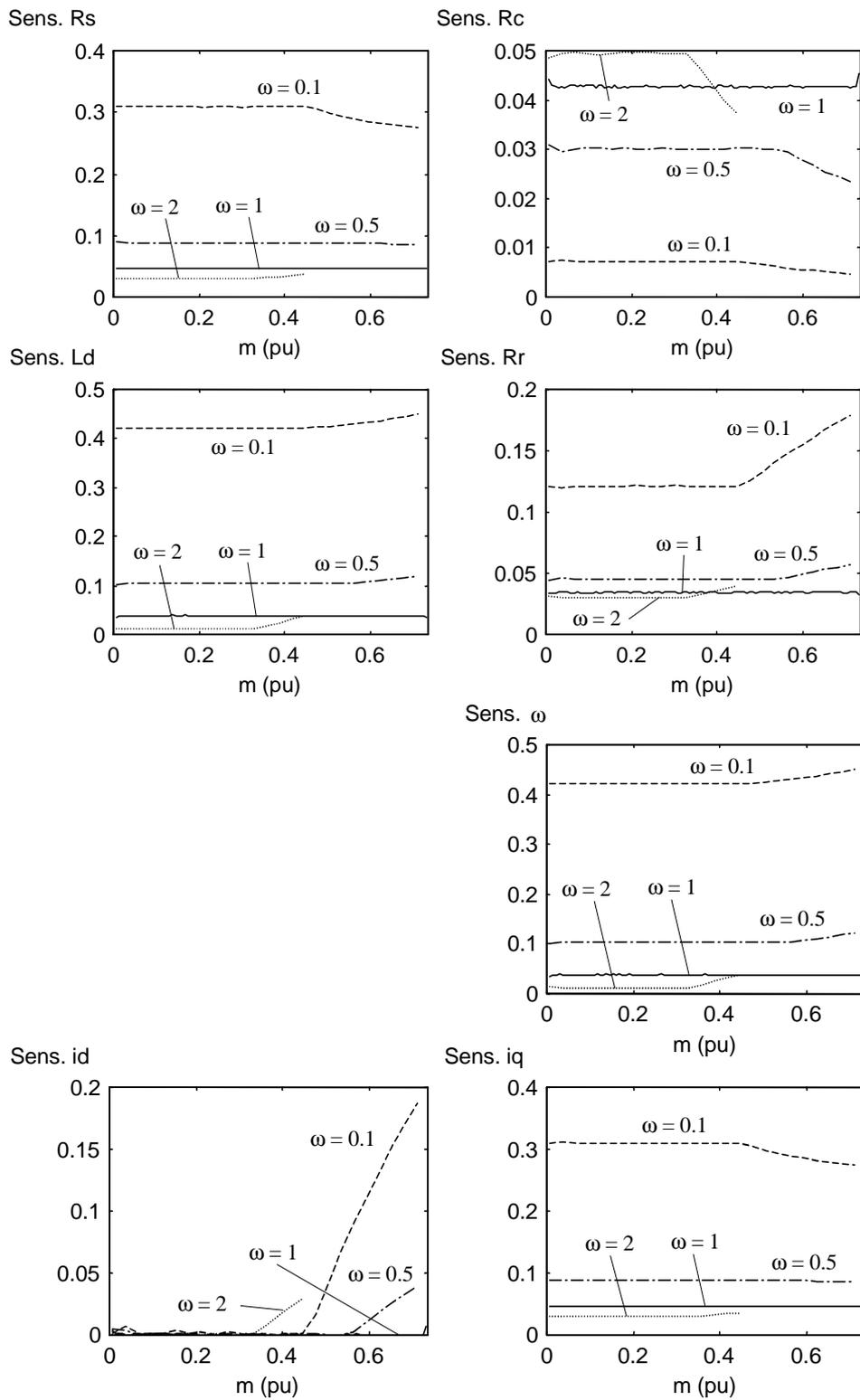


Fig. 7.11. Sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a los parámetros y las medidas en motor de inducción con optimización de pérdidas, para cuatro velocidades seleccionadas.

En el caso de R_c , su posible variación presenta pérdidas en el rendimiento del orden del 1% a alta velocidad en el peor caso. Téngase en cuenta que la variación mostrada en la Tabla 7.2 es debida exclusivamente al efecto de la saturación magnéticaⁱ. En función de los resultados obtenidos en este apartado mediante el coeficiente de sensibilidad relativo asociado a R_c y los resultados obtenidos en la Fig. 7.8, parece razonable suponer que, para el motor utilizado en este estudio, la optimización de pérdidas despreciando las pérdidas en el hierro es razonable.

Todas las conclusiones anteriores deben tomarse con reserva teniendo en cuenta que, como se comentó antes, no hay una dependencia lineal del rendimiento con respecto a los parámetros o las medidas.

Como ya se comentó en el Capítulo 5 para el motor síncrono de imanes permanentes, y en el Capítulo 6 para el motor síncrono de reluctancia, mediante los datos de la Fig. 7.10 y la Fig. 7.11 se podrían diseñar estrategias de estimación de parámetros en tiempo real para seleccionar el parámetro o parámetros a estimar, según el punto de trabajo y la importancia que estos tienen en el rendimiento. Según la Fig. 7.10 y la Fig. 7.11 y con los datos de variabilidad antes mencionados, parece que una buena estrategia de estimación sería estimar L_d y R_s a baja velocidad, y por encima de cierta velocidad ($\omega > 0.5 pu$ para el motor utilizado en este apartado) estimar L_d y R_r (habría que tener en cuenta también, el grado de identificabilidad de cada parámetro).

En Garcia *et al.* (1994) se presentan los coeficientes de sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a R_s , R_c , R_r y L_d , para el motor de inducción, que coinciden con los presentados en esta tesis doctoral si se admite la aproximación $R_s + R_r + R_c \approx R_c$. En dicho trabajo, también se muestran resultados de simulación de los citados cuatro coeficientes de sensibilidad desde vacío a par máximo, a tres velocidades ($0.1 pu$, $1 pu$ y $2 pu$) teniendo en cuenta los límites de corriente y tensión/flujo. Los coeficientes de sensibilidad presentados en esta tesis doctoral, incluyen, además, la sensibilidad relativa del rendimiento con respecto a las medidas (corrientes y velocidad).

ⁱ R_c es en general función de la frecuencia y del nivel de saturación de la máquina (nivel de flujo).

Capítulo 8

Conclusiones, aportaciones y sugerencias

En este capítulo se resumen las conclusiones y resultados fundamentales de esta tesis doctoral, haciendo especial énfasis en las aportaciones originales de la misma. También se recogen diferentes sugerencias sobre futuros desarrollos relacionados con la línea de investigación abordada en ella.

8.1 Resumen y conclusiones

En esta tesis doctoral se ha abordado el problema de la minimización de pérdidas en régimen permanente en motores eléctricos, mediante el control vectorial de las corrientes de entrada, cuyos valores óptimos se obtienen mediante expresiones basadas en el modelo eléctrico y de pérdidas del motor. Los motores incluidos en la tesis doctoral han sido: (a) motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, (b) motor síncrono de reluctancia, (c) motor síncrono con excitación constante, (d) motor de inducción y (e) motor de corriente continua.

8.1.1 Minimización de pérdidas en motores eléctricos

Se ha utilizado magnitudes unitarias para todos los modelos estudiados y propuestos. Aunque su uso no está muy extendido en los motores eléctricos, se ha podido comprobar a lo largo de la tesis doctoral su utilidad, porque simplifican las ecuaciones asociadas, se pueden obtener conclusiones en gran medida independientes de la potencia del motor, y permiten comparar motores, incluso de clases distintas. Además, ha facilitado la implementación experimental del esquema de control vectorial propuesto en un sistema digital basado en DSP, ya que permiten un sencillo control de las posibles anomalías (p. ej. valores mayores que 1) y hacen que todas las magnitudes involucradas se encuentren dentro de un margen estrecho de valores.

El modelo general de régimen permanente propuesto por primera vez en esta tesis

doctoral, incluye a todos los motores comentados al principio de este apartado y ha permitido tratar y resolver el problema de la optimización de pérdidas de forma simultánea para todos los motores incluidos en él. Además, la expresión general deducida permite incorporar, fácilmente, el efecto de la saturación magnética.

Esta generalización ha permitido descubrir propiedades comunes que se aplican a motores, en principio, distintos. Por ejemplo, se ha comprobado que motores tan dispares como el motor síncrono de reluctancia, el motor de inducción y el motor de corriente continua, son en realidad muy similares en cuanto a la optimización de pérdidas (pero muy distintos al motor síncrono de imanes permanentes o al síncrono estándar con excitación constante). Para esos tres motores —sin considerar los límites del motor ni la saturación magnética— se ha demostrado que el rendimiento máximo es independiente del par (sólo depende de la velocidad), que la relación ioq / ioq (Ia / If en el motor corriente continua), para la minimización de pérdidas, es también independiente del par (sólo depende de la velocidad). Además, enfoques aplicados a la optimización de pérdidas en un determinado tipo de motor, pueden ser igualmente aplicados a los otros dos tipos de motores. Por ejemplo, en Rasmussen & Thogersen (1997), para minimizar las pérdidas totales en un motor de inducción se hace uso de la propiedad que asegura que, si se considera un modelo lineal del motor, éstas son mínimas si las pérdidas en eje d y en eje q son iguales. Pues bien, aquí se ha demostrado que esto es perfectamente aplicable también al motor síncrono de reluctancia y al motor de corriente continua.

Otro ejemplo de las ventajas de un modelo general y de la expresión para la minimización de pérdidas derivada de él, se puede ver analizando el trabajo de Kusko & Galler (1983). En ese trabajo, se obtuvo la expresión que permite optimizar las pérdidas en el motor de corriente continua incluyendo la saturación en el hierro. Según se ha demostrado en esta tesis doctoral, la optimización de pérdidas en el motor de continua y en el motor de inducción son completamente equivalentes, por lo que la expresión obtenida por Kusko & Galler (1983) era de aplicación inmediata al motor de inducción. Sin embargo, estos mismos autores no consiguieron optimizar las pérdidas en el motor de inducción incluyendo las pérdidas en el hierro (ni siquiera en el caso más sencillo sin considerar la saturación magnética). Aparte, otros investigadores (cfr. Kirschen *et al.*, 1985; Kirschen *et al.*, 1987), para resolver el problema de la incorporación de la saturación magnética en el motor de inducción, optaron por la optimización basada en esquemas de búsqueda. Posteriormente, algunos investigadores (cfr. Garcia *et al.*, 1994; Stefanski & Karys, 1996), decidieron resol-

ver este problema sin considerar la saturación, obteniendo para el motor de inducción (sin saberlo), una expresión equivalente a la que ya propusieron Kusko & Galler (1983), para el motor de corriente continua sin considerar saturación.

En el esquema de control vectorial propuesto en esta tesis doctoral para la minimización de pérdidas, se ha utilizado un simple integrador puro como regulador de la corriente de par. El sistema resultante es no lineal, pero se han propuesto condiciones de diseño que garanticen la estabilidad global con la máxima rapidez en la respuesta de par. Se ha obtenido como regla de diseño empírica, que utilizar una constante integral (en el regulador de la corriente de par) una décima parte de la crítica teórica da resultados satisfactorios. Sin embargo, se ha detectado que existe una propensión del sistema a la inestabilidad cuando la referencia cambia rápidamente hacia valores inferiores —en valor absoluto— de par, haciéndose especialmente delicado cuando el cambio en referencia es en escalón y hacia valores muy bajos de par. Para resolver este problema se han propuesto una serie de soluciones que han sido probadas con éxito, experimentalmente en el caso del motor síncrono de imanes permanentes interiores y mediante simulación en el caso del motor síncrono de reluctancia.

En cuanto a la rapidez de la respuesta de par —y por tanto de la optimización de las pérdidas del motor, que se realizan simultáneamente— en el esquema de control vectorial propuesto, se han obtenido resultados satisfactorios en todos los motores ensayados (experimentalmente y en simulación). Los tiempos de respuesta del par ante escalón son del orden del periodo nominal del motor, para tiempos de muestreo de $100 \mu\text{s} \div 300 \mu\text{s}$ (ante escalón decreciente en valor absoluto, los tiempos son algo mayores que ante escalón creciente en valor absoluto). En cualquier caso, a medida que el tiempo de muestreo se reduce, el sistema se puede hacer más rápido (obteniendo respuestas sin sobrepasos), reduciendo la constante integral del regulador de par.

8.1.2 Rendimiento para distintas estrategias de control

Una pregunta importante, frecuentemente olvidada o sólo parcialmente contrastada en la literatura, es si realmente merece la pena minimizar las pérdidas eléctricas en comparación con otras estrategias de control ya establecidas. Se ha tratado de contestar a esta pregunta, a lo largo de la tesis doctoral, para el motor síncrono de imanes permanentes, para el motor síncrono de reluctancia, y para el motor de inducción:

- En el motor de síncrono de imanes permanentes interiores se ha comparado, desde el punto de vista del rendimiento, la estrategia normalmente aplicada a los motores síncronos de imanes permanentes, que fija la corriente en eje d a cero ($i_d = 0$), con la de optimización de pérdidas.

Los resultados obtenidos no se corresponden con los presentados en la literatura (cfr. Morimoto *et al.*, 1994), donde se predecían ganancias relativas del rendimiento del orden del 10% para valores altos de par. Como se ha demostrado aquí, cuando los límites de corriente y tensión/flujo del motor se tienen en cuenta, dicha mejora en el rendimiento desaparece y queda reducida, en el mejor de los casos, a un 2% a valores bajos de par.

- En el motor síncrono de reluctancia se han comparado las estrategias de máximo par por amperio, máximo factor de potencia, máximo par para un flujo dado y la de minimización de pérdidas, aplicadas tanto a un motor de reluctancia estándar como a un motor de reluctancia ALA.

Los resultados obtenidos para los motores simulados indican que un motor ALA con idéntica resistencia de estator y mismas pérdidas en el hierro que uno estándar, obtiene una ganancia relativa de rendimiento de aproximadamente un 10% con respecto al rendimiento obtenido por el motor estándar. Si se tiene en cuenta la saturación magnética en el motor ALA, la mejora en el rendimiento es incluso mayor.

Se ha observado que la estrategia de máximo par para un flujo dado, proporciona rendimientos muy alejados del máximo posible, especialmente a velocidades inferiores a la nominal, con pérdidas relativas de más del 5% en el motor estándar y superiores al 20% en el motor ALA a bajo par.

En cuanto a la estrategia de máximo par por amperio y máximo factor de potencia, la primera baja su rendimiento por encima de la velocidad nominal (pérdidas relativas de rendimiento del orden del 2% al 5%), mientras que la segunda disminuye su rendimiento a medida que la velocidad baja (pérdidas relativas de rendimiento del orden del 2% al 15%). Por tanto, aparentemente, ninguna de las dos estrategias es satisfactoria desde el punto de vista del rendimiento máximo teórico, si el motor se utiliza en un amplio intervalo de velocidades. Sin embargo, si los límites del motor se tienen en cuenta, a velocidades superiores a la nominal, la estrategia de

máximo par por amperio proporciona rendimientos cercanos al máximo cuando el par aumenta. Esto se debe a que, en ese caso, dicha estrategia no se puede seguir manteniendo, y es necesario modificar la relación ioq / iod para proporcionar el par requerido. La conclusión es que sólo en la zona de baja velocidad y pares altos, y en la zona de bajo par y velocidades superiores a la nominal, la estrategia de minimización de pérdidas podría resultar interesante en comparación con la de máximo par por amperio.

- En el motor de inducción, la estrategia de máximo par por amperio y la de flujo nominal constante se han comparado con la estrategia de minimización de pérdidas, desde el punto de vista del rendimiento. La primera conclusión importante es que si se desean comparar adecuadamente estas estrategias es necesario tener en cuenta los límites de corriente y tensión/flujo, y especialmente la saturación magnética. Si no se hace así, los resultados y conclusiones pueden resultar erróneas.

En cuanto a la estrategia de flujo nominal constante (nótese que es la de más amplio uso en el control del motor de inducción), y en el ejemplo estudiado en la tesis doctoral, la mejora relativa en el rendimiento por la aplicación de la estrategia de minimización de pérdidas es del orden del 20% (que puede llegar a un 40%), a valores medios y bajos de par y velocidad.

En cuanto a estrategia de máximo par por amperio, la mejora es inferior al 2% en el mejor caso.

Si se opta por aplicar la estrategia de minimización de pérdidas en el motor de inducción o en el motor síncrono de reluctancia ALA, se plantea, además, otra cuestión importante: ¿ es necesario tener en cuenta la saturación magnética en la optimización para obtener buenos resultados de rendimiento, o por el contrario, los resultados obtenidos con un esquema de optimización que no la considere, son razonables ?.

- Para el motor síncrono de reluctancia ALA estudiado en la tesis doctoral, se ha comprobado que sólo en la zona de baja velocidad y pares medios y altos se obtienen mejoras relativas en el rendimiento del orden del 2%. Se puede concluir que incorporar la saturación en el esquema de optimización podría no ser necesario.
- Para el motor de inducción estudiado en la tesis doctoral se ha podido comprobar

que, pese a lo indicado en Kirschen *et al.* (1984), incluir la saturación magnética en el esquema de minimización sólo mejora el rendimiento obtenido entre el 2% y el 4% en la zona de baja velocidad y pares medios (esta zona se puede desplazar dependiendo del valor constante que se tome para L_d . En el caso comentado se ha elegido el valor de la inductancia saturada). Al igual que para el motor síncrono de reluctancia ALA, se puede concluir que incorporar la saturación en el esquema de optimización podría no ser necesario.

8.2 Aportaciones originales

Las principales aportaciones de esta tesis doctoral son:

- I) Se ha propuesto un modelo eléctrico de régimen permanente que incluye las pérdidas en el hierro, y engloba a todos los motores anteriores. Una vez particularizado a cada motor concreto, el modelo propuesto se reduce a los modelos presentados previamente en la literatura salvo para el motor de inducción. En este último caso, la resistencia que modela las pérdidas en el rotor se ha desplazado al eje q del estator, simplificando el circuito equivalente, y haciendo evidente la asimetría en las pérdidas en los ejes d y q .
- II) Se ha obtenido una expresión basada en el modelo generalizado propuesto, que proporciona el valor óptimo de corriente en eje d en función del par, la corriente en eje q y la velocidad. Dicha expresión permite minimizar las pérdidas cuando los efectos de la saturación magnética en el hierro se desean tener en cuenta, mediante el uso —de forma sencilla— de los coeficientes de sensibilidad relativa de las inductancias de eje con respecto a sus corrientes de eje respectivas. La incorporación de la saturación magnética en la optimización de pérdidas basada en el modelo del motor, sólo había sido presentada en Kusko & Galler (1983) para el motor de corriente continua.

La precisión de la expresión desarrollada se ha analizado tanto analíticamente, como mediante simulación.

- III) Se ha propuesto un esquema de control vectorial con minimización de pérdidas utilizando la expresión desarrollada en esta tesis doctoral. Se ha analizado la estabilidad global del sistema no lineal resultante, y se han propuesto condiciones de diseño.

El esquema de control vectorial propuesto se ha validado experimentalmente con un

motor síncrono de imanes permanentes interiores.

Otras aportaciones originales de esta tesis doctoral son las siguientes:

- Se han comparado en detalle los distintos trabajos publicados anteriormente para el motor síncrono de imanes permanentes interiores y superficiales, el motor síncrono de reluctancia, el motor de inducción y el motor de corriente continua.
- Se ha clarificado en qué condiciones el modelo paralelo de pérdidas en el hierro — proporcionales al cuadrado de la tensión— y el modelo serie de pérdidas en el hierro — proporcionales al cuadrado de la corriente— son equivalentes.
- Se ha calculado las sensibilidades relativas del rendimiento con respecto a los parámetros del modelo propuesto (y por tanto para todos los motores incluidos en él), y con respecto a las medidas realizadas por el sistema de control vectorial (las corrientes y la velocidad). Estos coeficientes sólo habían sido calculados algebraicamente para el motor de inducción en Garcia *et al.* (1994)ⁱ.
- Se ha demostrado la existencia y unicidad de solución al problema de la minimización de pérdidas eléctricas para el modelo propuesto.
- Se ha estudiado el efecto de los límites de corriente y tensión/flujo del motor sobre el óptimo.
- Se han demostrado ciertas propiedades de carácter general asociadas a la minimización de pérdidas:
 - La solución (en la corriente en eje d) se encuentra entre aquellas que verifican los mínimos parciales de pérdidas óhmicas y en el hierro.
 - La solución (en la corriente en eje d) es la suma de la solución que minimizaría las pérdidas si el motor sólo tuviera par de reluctancia ($L_d \neq L_q$; $\Psi_a = 0$), y de la solución si sólo tuviera par de excitación ($L_d = L_q$; $\Psi_a \neq 0$). El motor sín-

ⁱ Ese trabajo no incluye la sensibilidad con respecto a las medidas.

crono de imanes permanentes interiores es el único que posee ambos términos.

- En el motor de inducción, el motor síncrono de reluctancia y el motor de corriente continua, y si se desprecia la saturación magnética, la minimización de pérdidas a una velocidad dada, se obtiene para un valor constante de la relación i_{oq} / i_{od} (I_a / I_f para el motor de corriente continua). Bajo esas condiciones el rendimiento obtenido es independiente del par.
 - En el motor de inducción, el motor síncrono de reluctancia y el motor de corriente continua, y si se desprecia la saturación magnética, que las pérdidas en eje d sean iguales a las pérdidas en eje q es condición necesaria y suficiente para que las pérdidas eléctricas totales sean mínimas.
- Para el motor síncrono de imanes permanentes interiores:
- Se han propuesto esquemas y métodos para la obtención experimental de los parámetros del modelo del motor (R_s , R_c , Ψ_a , L_d y L_q), sin la medida de par.
 - Se ha comparado, desde el punto de vista del rendimiento, distintas estrategias de control, y el efecto de los límites de corriente y tensión/flujo.
 - Se ha evaluado el efecto de la posible variación máxima de los parámetros sobre el rendimiento mediante los coeficientes de sensibilidad relativa.
- Para el motor síncrono de reluctancia:
- Se ha comparado, desde el punto de vista del rendimiento, distintas estrategias de control habituales en este tipo de motores. Se ha tenido en cuenta el efecto de los límites de corriente y tensión/flujo, y la saturación magnética.
- El estudio se ha realizado sobre un motor síncrono de reluctancia estándar y otro de tipo ALA, comparándose ambos motores.
- Se ha estudiado el efecto de la saturación magnética en la optimización de pérdidas.
 - Se ha implementado en simulación, para un motor síncrono de reluctancia ALA, el esquema de control vectorial con minimización de pérdidas propuesto.
 - Se ha evaluado el efecto de la posible variación máxima de los parámetros so-

bre el rendimiento mediante los coeficientes de sensibilidad relativa.

➤ Para el motor de inducción:

- Se ha estudiado el efecto de la saturación magnética en la optimización de pérdidas. En Kirschen *et al.* (1984) sólo se evalúa el efecto sobre la frecuencia de deslizamiento óptima, de forma parcial.
- Se ha comparado, desde el punto de vista del rendimiento, la estrategia de máximo par por amperio y la de flujo nominal constante con la de optimización de pérdidas, teniendo en cuenta la saturación y los límites de corriente y tensión/flujo. En Kirschen *et al.* (1984) y Kirschen *et al.* (1987) sólo se analiza la reducción de la potencia de entrada en el caso de flujo nominal constante y sin incluir los límites del motor.

8.3 Sugerencias sobre futuros trabajos

Son varias las sugerencias sobre futuros trabajos tanto a nivel de investigación teórica como a nivel de implementación práctica, que surgen de esta tesis doctoral.

- Las pérdidas del inversor y del rectificador no se han tenido en cuenta en la optimización de pérdidas en esta tesis doctoral. Tampoco se han incluido las pérdidas debidas a los armónicos generados por el PWM. Estas pérdidas adicionales se podrían tener en cuenta en la medida en que se pudieran incorporar en el modelo propuesto en esta tesis doctoral aumentando la resistencia del estator, R_s (con lo cual se suponen proporcionales al cuadrado de la corriente), y/o reduciendo la resistencia de pérdidas en el hierro, R_c (con lo cual se suponen proporcionales al cuadrado de la tensión). Parece claro, por tanto, que se abre un trabajo de investigación importante al respecto, primero para modelar las pérdidas anteriores, segundo para valorar su importancia sobre el total y tercero para incorporarlas en el modelo propuesto, modificándolo si es posible.
- Todos los esquemas de control vectorial para la minimización de pérdidas presentados en esta tesis doctoral son de control del par, donde el valor de par que se utiliza en la expresión para la obtención de i_{od} óptima, procede de la referencia de par. En un esquema de regulación de la velocidad es forzoso introducir en dicha expresión el valor de par estimado (y no el de referencia como antes), por lo que la dinámica del

par aparece en ella, y el análisis de estabilidad presentado en el Capítulo 4 pierde validez. Se ha comprobado mediante simulación que el sistema responde adecuadamente si el par estimado se filtra antes de entrar al módulo de cálculo de la fórmula de optimización. Es suficiente un filtrado suave similar al que se propone para eliminar la inestabilidad por condiciones iniciales en el caso del motor síncrono de reluctancia en el Capítulo 4 y el Capítulo 6. Todo esto debería ser estudiado en más detalle.

- No se ha implementado en la práctica el esquema de control vectorial para la minimización de pérdidas en motores síncronos de reluctancia, ni se ha confirmado experimentalmente las conclusiones obtenidas de la comparación de las distintas estrategias de control en este tipo de motor. La investigación de estos puntos sobre un motor síncrono de reluctancia estándar y ALA sería muy interesante. Es necesario mencionar aquí, que ha sido imposible obtener un motor síncrono de reluctancia comercial tipo ALA, por lo que un futuro trabajo de investigación sobre este tipo de motor debería prever el diseño y construcción de un prototipo de estas características.
- Tampoco se ha implementado el esquema de control vectorial con minimización de pérdidas propuesto en el caso del motor de inducción. Aquí es necesario estimar la posición del flujo del rotor. La presencia de estimadores y de su dinámica asociada puede alterar la respuesta prevista. Todo esto debería ser estudiado tanto a nivel teórico como en el laboratorio. Además, se debería estudiar el efecto del error en la estimación del flujo sobre el rendimiento óptimo obtenido.
- Aunque el efecto sobre el rendimiento de la posible variación de R_c (resistencia que modela las pérdidas en el hierro), con la tensión, es reducido —como ha quedado demostrado con el estudio de sensibilidad del rendimiento con respecto a R_c en los distintos motores—, se puede mejorar la expresión de optimización de pérdidas incluyendo el efecto de la saturación magnética sobre el valor de R_c . El problema es que depende del valor de la tensión total, v_o , y no de la tensión en cada eje, v_{od} y v_{oq} , por lo que se complica la definición y la utilización de un coeficiente de sensibilidad asociado, de forma similar a como se hizo para las inductancias de eje. Una posibilidad que merece la pena investigar es la definición de resistencias distintas para cada eje, que dependan de forma independiente de sus tensiones respectivas de eje, v_{od} e v_{oq} .

- Sería interesante comparar el esquema de control vectorial propuesto, en el que se hace uso de la no linealidad del sistema para obtener un sistema rápido pero con un regulador sumamente sencillo —un simple regulador integral puro—, con un esquema en el que el regulador se diseñe mediante otras técnicas, como por ejemplo, las técnicas de linealización exacta ahora tan populares. La comparación debería hacerse tanto a nivel de la facilidad de diseño (se utilizarían en este segundo caso herramientas generales muy estudiadas), rapidez de la respuesta dinámica obtenida, estabilidad frente a grandes cambios en la referencia de par, tiempos de cálculo y robustez frente a la variación de los parámetros del motor.

Apéndice A

Parámetros de motores eléctricos

A.1 Introducción

En este apéndice se presentan los valores en unitarias de algunos motores eléctricos comerciales, así como otros que han aparecido en distintas publicaciones técnicas.

Los resultados de este apéndice pueden ser utilizados para justificar ciertas simplificaciones realizadas en el apartado 2.6.3, sobre las ecuaciones eléctricas del modelo generalizado. Esas mismas simplificaciones son luego utilizadas en la particularización de dicho modelo al motor síncrono de imanes permanentes en el Capítulo 5, al motor síncrono de reluctancia en el Capítulo 6 y al motor de inducción en el Capítulo 7.

A.2 Parámetros de motores eléctricos

Las simplificaciones antes mencionadas se basaban en la suposición de que ciertas expresiones calculadas en función de los parámetros del motor eran mucho menores que uno. En la Tabla A.1, la Tabla A.2 y la Tabla A.3 se presenta el cálculo de dichas expresiones en las últimas columnas de las citadas tablas, separadas del resto por líneas verticales dobles.

Nótese que dichos valores son claramente inferiores a uno, por lo que las suposiciones anteriores se pueden considerar razonables.

A.2.1 Motor síncrono de imanes permanentes

En la Tabla A.1 se muestran los parámetros de diversos motores síncronos de imanes permanentes obtenidos de las fuentes indicadas en la columna *Referencia*. Aunque son numerosos los trabajos de investigación que presentan tablas de datos de motores, muchos de ellos sólo se utilizan en simulación, sin ninguna referencia de su procedencia. Por ello,

se ha decidido incluir solamente los datos de aquellos motores que han sido utilizados para algún tipo de validación experimental.

Los nombres indicados en la columna *Referencia* de la Tabla A.1 se refieren a las siguientes referencias:

Tesis: Motor síncrono utilizado en el Capítulo 4 de esta tesis doctoral para la validación experimental.

Morimoto (a): Morimoto *et al.*, 1994.

Morimoto (b): Morimoto *et al.*, 1996.

Kim: Kim & Sul, 1997.

Stumberger: Stumberger *et al.*, 1997

<i>Referencia</i>	Ψ_a	L_d	L_q	R_s	R_{c0} ($\omega = 1$)	$\frac{K_f}{K_h}$	$\frac{\omega^2 \cdot L_d \cdot L_q}{R_{c0}^2}$	$\frac{R_s}{R_{c0}}$
Tesis	0.857	0.37	0.6	0.110	52.7	0.571	$\omega^2 \cdot 8 \cdot 10^{-5}$	0.002
Morimoto (a)	0.902	0.63	1.65	0.099	41.5	-	$\omega^2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$	0.002
Morimoto (b)	0.534	0.37	0.97	0.099	-	-	$\omega^2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ ⁱ	0.004 ⁱ
Morimoto (b)	0.886	0.2	0.2	0.099	-	-	$\omega^2 \cdot 7 \cdot 10^{-5}$ ⁱ	0.004 ⁱ
Kim	0.593	0.23	0.56	0.125	26.7	-	$\omega^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$	0.004
Stumberger	0.55	0.34	0.54	-	-	-	-	-

Tabla A.1. Parámetros (en pu) para motores síncronos de imanes permanentes.

A.2.2 Motor síncrono de reluctancia

En la Tabla A.2 se muestran los parámetros de diversos motores síncronos de reluctancia, procedentes de las fuentes indicadas en la columna *Referencia*. En general, las publicaciones sobre control de motores de reluctancia o bien no proporcionan suficientes da-

ⁱ Suponiendo $R_{c0} = 25$ pu.

tos sobre el motor en cuestión, o bien proporcionan datos constructivos de muy difícil interpretación desde el punto de vista de un modelo eléctrico. Al igual que para el caso del motor síncrono de imanes permanentes sólo se proporcionan los datos de aquellos motores que han sido utilizados para algún tipo de validación experimental.

Los nombres indicados en la columna *Referencia* de la Tabla A.2 se refieren a las siguientes referencias:

Nasar: Boldea & Nasar, 1992; Boldea *et al.*, 1994; Xiang & Nasar, 1997.

Fletcher: Fletcher *et al.*, 1995.

Matsuo: Matsuo *et al.*, 1997.

Electrodrive: Motor comercial Electrodrive DA160LA 9 kW 1500 rpm.

<i>Referencia</i>	<i>Ld</i>	<i>Lq</i>	<i>Rs</i>	<i>Rco</i> ($\omega = 1$)	$\frac{\omega^2 \cdot Ld \cdot Lq}{Rco^2}$	$\frac{Rs}{Rco}$
Nasar	2.51	0.16	0.046	-	$\omega^2 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ ⁱ	0.002 ⁱ
Fletcher	2.6	0.27	0.151	-	$\omega^2 \cdot 11 \cdot 10^{-4}$ ⁱ	0.006 ⁱ
Matsuo	1.73	0.27	0.053	-	$\omega^2 \cdot 7 \cdot 10^{-4}$ ⁱ	0.002 ⁱ
Electrodrive	1.3	0.48	0.050	30	$\omega^2 \cdot 7 \cdot 10^{-4}$	0.002

Tabla A.2. *Parámetros (en pu) para motores síncronos de reluctancia.*

A.2.3 Motor de inducción

En la Tabla A.3 se muestran los parámetros de diversos motores de inducción comerciales. Los fabricantes son indicados en la columna *Referencia*, y sus potencias respectivas en la columna marcada con *P*.

ⁱ Suponiendo $Rco = 25$ pu.

<i>Referencia</i>	<i>P</i> (kW)	<i>Ld</i>	<i>Rs</i>	<i>Rr</i>	<i>Rco</i> ($\omega = 1$)	$\frac{Rs + Rr}{Rco}$
AEG	4	1.74	0.049	0.068	20.5	0.006
Indar	5.5	2.25	0.051	0.082	52.3	0.003
Siemens	5.9	2.89	0.056	0.081	37.4	0.004
Santos/AEG	11	1.65	0.032	0.039	24.6	0.003
Indar	15	1.8	0.038	0.025	-	0.003 ⁱ
Indar	17	2.5	0.045	0.024	-	0.003 ⁱ
Siemens	18	3.07	0.037	0.046	40.3	0.002
Indar	1000	3.42	0.011	0.0089	-	0.0008 ⁱ
Indar	1500	3.65	0.009	0.0077	-	0.0007 ⁱ

Tabla A.3. *Parámetros (en pu) para motores de inducción comerciales.*

ⁱ Suponiendo $Rco = 25$ pu.

Apéndice B

Efecto del par de referencia sobre el diseño del regulador de par

B.1 Introducción

En este apéndice se estudia el efecto del valor final del par de referencia, mf , sobre el diseño de la constante de integración I del regulador de par.

Los resultados de este apéndice son utilizados en el Capítulo 4.

B.2 Efecto de mf sobre el diseño de I

En el Capítulo 4 se ha deducido que como condición de estabilidad global, la constante de integración I del regulador de par ha de cumplir:

$$m^* > 0: \quad I \leq -\frac{1}{4 \cdot \frac{a}{mf} \cdot x_1^3 + b} \quad (\text{B.1})$$

donde a y b vienen dados por:

$$\begin{aligned} a &= -(Ld - Lq)^2 \cdot \frac{(Rs + Rr) \cdot Rc + Lq^2 \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \\ b &= -\Psi a \cdot \frac{Rs \cdot Rc + Ld \cdot Lq \cdot \omega^2}{Rs \cdot Rc + Ld^2 \cdot \omega^2} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

y x_1 es el punto fijo estable del sistema, que viene dado por la raíz real positiva de:

$$\frac{a}{mf} \cdot x^4 + b \cdot x + mf = 0 \quad (\text{B.3})$$

El valor más desfavorable de I se dará para aquella situación en la que el denominador de (B.1) sea máximo. Las variables a y b dependen de los parámetros del motor —que se suponen constantes— y de la velocidad (variable); mientras que x_1 depende, además, del par de referencia, mf . Tanto la velocidad como el par pueden variar, *de forma independiente*, en un amplio rango que hay que considerar para obtener el valor más desfavorable de I , si dicho valor se desea dejar constante (i.e., si el regulador de par es un simple regulador integral puro.).

A una velocidad ω dada, y puesto que a y b no dependen de mf , según (B.1), el valor más desfavorable de I se da si se verifica:

$$\max_{mf} \left\{ \frac{x_1^3}{mf} \right\} \quad (\text{B.4})$$

El máximo anterior no es trivial ya que x_1 crece si mf crece. Derivando:

$$\frac{d}{dmf} \left\{ \frac{x_1^3}{mf} \right\} = -\frac{x_1^3}{mf^2} + \frac{3 \cdot x_1^2}{mf} \cdot \frac{dx_1}{dmf} \quad (\text{B.5})$$

Dado que x_1 es la solución real positiva de (B.3), si se sustituye x por x_1 en (B.3), diferenciando y agrupando:

$$\frac{dx_1}{dmf} = -\frac{b \cdot x_1 + 2 \cdot mf}{4 \cdot a \cdot x_1^3 + b \cdot mf} \quad (\text{B.6})$$

y sustituyendo (B.6) en (B.5) y reagrupando:

$$\frac{d}{dmf} \left\{ \frac{x_1^3}{mf} \right\} = -\frac{4 \cdot x_1^2 \cdot \left(\frac{a}{mf} \cdot x_1^4 + b \cdot x_1 + \frac{3}{2} \cdot mf \right)}{mf^2 \cdot (4 \cdot a \cdot x_1^3 + b \cdot mf)} \quad (\text{B.7})$$

Teniendo en cuenta (B.3), y sabiendo que $a < 0$ y $b < 0$ —véase (B.2)—:

$$\frac{d}{dmf} \left\{ \frac{x_1^3}{mf} \right\} > 0 \quad \forall mf > 0 \quad (\text{B.8})$$

Por lo tanto, el máximo se encuentra en el extremo $mf = m_{MAX}$, siendo m_{MAX} el par máximo permisible a dicha velocidadⁱ, ω . Sustituyendo este resultado en (B.1), ésta ya sólo depende de ω :

$$I < \min_{\omega} \left\{ \frac{1}{4 \cdot \frac{a}{m_{MAX}} \cdot x1_m^3 + b} \right\} \quad (B.9)$$

siendo $x1_m$ la solución real positiva de (B.3) para $mf = m_{MAX}$:

$$\frac{a}{m_{MAX}} \cdot x^4 + b \cdot x + m_{MAX} = 0 \quad (B.10)$$

ⁱ Todos los motores tratados en esta tesis doctoral tienen una zona de par máximo constante hasta velocidad nominal, pero a partir de ahí el par máximo decrece al aumentar la velocidad en la zona conocida como de potencia constante y, posteriormente, de tensión constante (según el tipo de motor).

Referencias

- Almeida A. T., Fonseca P., 1997. "Characterization of the electricity use in European Union and the saving potencial in 2010", *Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives*, Editores: Almeida A., Bertoldi P., Leonhard W., Springer-Verlag, pp. 19-36.
- Auinger H., 1999. "Determination and designation of the efficiency of electrical machines", *IEE Power Engineering Journal*, Vol. 3, No. 1, Feb., pp. 15-23.
- Betz R. E., 1992. "Theoretical aspects of control of synchronous reluctance machines", *IEE Proc.-B*, Vol. 139, No. 4, Jul., pp. 355-364.
- Boldea I., Nasar S. A., 1987. "Unified treatment of core losses and saturation in the orthogonal-axis model of electric machines", *IEE Proc.-B*, Vol. 134, No. 6, Nov., pp. 355-363.
- Boldea I., Nasar S. A., 1992. *Vector Control of AC Drives*, CRC Press.
- Boldea I., Fu Z. X., Nasar S. A., 1993. "High performance reluctance generator", *IEE Proc.-B*, Vol. 140, No. 2, Mar., pp. 124-130.
- Boldea I., Fu Z. X., Nasar S. A., 1994. "Performance evaluation of axially-laminated anisotropic (ALA) rotor reluctance synchronous motor", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 30, No. 4, Jul./Ago., pp. 977-985. (prev. en *IEEE IAS*, 1992).
- Bosga S., Zelaya de la Parra H., 1999. "Field-weakening control of an interior permanent magnet motor for application in electric vehicles", *Power Electronics and Appl. European Conf. (EPE'99)*, Sep.

-
- Carra D., Pacati G., 1997. "Efficient use of electricity in motors and drives: the utilities' perspective", en *Energy Efficiency Improvements in Electric Motors and Drives*, Editores: Almeida A., Bertoldi P., Leonhard W., Springer-Verlag, pp. 70-79.
- Chalmers B. J., Musaba L., Gosden D. F., 1996. "Variable-frequency synchronous motor drives for electric vehicles", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 32, No. 4, Jul./Ago., pp. 896-903. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1995).
- Chang J. H., Kim B. K., 1997. "Minimum-time minimum-loss speed control of induction motors under field-oriented control", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 44, No. 6, Dic., pp. 809-815.
- Cleland J. G., McCormick V. E., Turner M. W., 1995. "Design of an efficiency optimization controller for inverter-fed induction motors", *IEEE Industry Appl. Soc. Ann. Meeting (IAS'95)*, Oct., pp. 16-21.
- Colamartino F., Marchand C., 1996. "A fast and robust current controller in permanent magnet synchronous motor control", *Int. Conf. on Electrical Machines (ICEM'96)*, Universidad de Vigo, Vol. 2, Sep., pp. 235-239.
- Eriksson S., 1995. "Drive systems with permanent magnet synchronous motors", *Automotive Engineering*, Feb., pp. 75-81.
- Famouri P., Cathey J. J., 1991. "Loss minimization control of an induction motor drive", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 27, No. 1, Ene./Feb., pp. 32-37. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1989).
- Fernández-Bernal F., García-Cerrada A., Faure R., 1998(a). "Loss-minimization control of synchronous machines with constant excitation", *IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC'98)*, Vol. 1, May., pp. 132-138.
- Fernández-Bernal F., García-Cerrada A., Faure R., 1998(b). "Efficient control of reluctance synchronous machines", *IEEE Ind. Electronics Soc. Annual Conf. (IECON'98)*, Vol. 2, Ago., pp. 923-928.

- Fernández-Bernal F., García-Cerrada A., Faure R., 1999. "Model-based loss minimization for DC and AC vector controlled motors including core saturation", *IEEE Industry Appl. Soc. Ann. Meeting. (IAS'99)*, Vol. 3, Oct., pp. 1608-1615.
- Fletcher J. E., Williams B. W., Green T. C., 1995. "Efficiency aspects of vector control applied to synchronous reluctance motors", *IEEE Industry Appl. Soc. Ann. Meeting*, pp. 294-300.
- Fraile J. J., 1992. *Máquinas eléctricas*, E. T. S. Ingenieros de caminos de Madrid.
- García G. O., Mendes Luís J. C., Stephan R. M., Watanabe E. H., 1994. "An efficient controller for an adjustable speed induction motor drive", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 41, No. 5, Oct., pp. 533-539. (prev. en *IEEE IECON*, 1992).
- García-Cerrada A., 1991. *Observer-based field-oriented controller for an inverter-fed traction induction motor drive*, Tesis doctoral, School of Electronics and Electrical Eng., The University of Birmingham, Reino Unido.
- García López A., Gutiérrez A., Rodríguez G., García F., López de la Rica A., De la Villa A., 1994. *Cálculo I. Teoría y Problemas de Análisis Matemático en una Variable*, Clagsa, 2ª ed.
- Grenier D., Dessaint L. A., Akhrif O., Bonnassieux Y., Pioufle B., 1997. "Experimental nonlinear torque control of a permanent-magnet synchronous motor using saliency", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 44, No. 5, Oct., pp. 680-687.
- Jahns T. M., Kliman G. B., Neumann T. W., 1986. "Interior permanent-magnet synchronous motors for adjustable-speed drives", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 22, No. 4, Jul./Ago., pp. 738-747. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1985).
- Kim G., Ha I., Ko M., 1992. "Control of induction motors for both high dynamic performance and high power efficiency", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 39, No. 4, Ago., pp. 323-333. (prev. en *IEEE PESC*, Jun. 1989).

-
- Kim J., Sul S., 1997. "Speed control of interior permanent magnet synchronous motor drives for the flux weakening operation", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 33, No. 1, Ene./Feb., pp. 43-48. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1995).
- Kioskeridis I., Margaris N., 1996. "Loss minimization in scalar-controlled induction motor drives with search controllers", *IEEE Trans. Power Electronics*, Vol. 11, No. 2, Mar., pp. 213-220.
- Kirschen D. S., Novotny D. W., Suwanwisoot W., 1984. "Minimizing induction motor losses by excitation control in variable frequency drives", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 20, No. 5, Sep./Oct., pp. 1244-1250. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1983).
- Kirschen D. S., Novotny D. W., Lipo T. A., 1985. "On-line efficiency optimization of a variable frequency induction motor drive", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 21, No. 4, May/Jun., pp. 610-615. (prev. en *IEEE IAS*, Abr. 1984).
- Kirschen D. S., Novotny D. W., Lipo T. A., 1987. "Optimal efficiency control of an induction motor drive", *IEEE Trans. Energy conversion*, Vol. 2, No. 1, Mar., pp. 70-75. (prev. en *IEEE PES*, Feb. 1986).
- Krause P. C., Wasynczuk O., Sudhoff S. D., 1995. *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, 1^a ed.
- Kusko A., Galler D., 1983. "Control means for minimization of losses in ac and dc motor drives", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 19, No. 4, Jul./Ago., pp. 561-570. (prev. en *Intl. Semiconductor Power Converter Conf.*, May. 1982).
- Leidhold R., García G., 1998. "Losses minimization in variable speed field-oriented controlled induction generator", *IEEE Ind. Electronics Soc. Annual Conf. (IECON'98)*, Vol. 2, Ago., pp. 865-870.
- Leonhard W., 1990. *Control of Electrical Drives*, Springer-Verlag, 2^o ed.
- Leonhard W., 1997. "Power electronics and electrical drives, a key to flexible and efficient electromechanical energy conversion", *Energy Efficiency Improvements in Electric*

Motors and Drives, Editores: Almeida A., Bertoldi P., Leonhard W., Springer-Verlag, pp. 175-187.

Lipo T. A., 1996. *Introduction to AC Machine Design*, Vol. 1, University of Wisconsin, 1^a ed.

Matsuo T., El-Antably A., Lipo T. A., 1997. "A new control strategy for optimum-efficiency operation of a synchronous reluctance motor", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 33, No. 5, Sep./Oct., pp. 1146-1153. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1995).

Matsuse K., Taniguchi S., Yoshizumi T., Namiki K., 1999. "A speed sensorless vector control of induction motor operating at high efficiency taking core loss into account", *IEEE Industry Appl. Soc. Ann. Meeting (IAS'99)*, Oct., pp. 1259-1266.

Miller T. J. E., 1989. *Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives*, Oxford University Press.

Moreira J. C., Lipo T. A., Blasko V., 1991. "Simple efficiency maximizer for an adjustable frequency induction motor drive", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 27, No. 5, Sep./Oct., pp. 940-946. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1989).

Moreno-Eguilaz J. M., Cipolla M., Peracaula J., 1997. "Induction motor drives energy optimization in steady and transient states: a new approach", *Power Electronics and Appl. European Conf. (EPE'97)*, Vol. 3, Sep., pp. 3.705-3.710.

Morimoto S., Tong Y., Takeda Y., Hirasaka T., 1994. "Loss minimization control of permanent magnet synchronous motor drives", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 41, No. 5, Oct., pp. 511-517.

Morimoto S., Sanada M., Takeda Y., 1996. "Inverter-driven synchronous motors for constant power", *IEEE Industry Appl. Magazine*, Nov./Dic., pp. 18-24. (prev. en *IEEE IAS*, 1994).

-
- Morimoto S., Sanada M., Takeda Y., 1999. "Efficiency improvement of permanent magnet synchronous motor in constant speed region", *Power Electronics and Appl. European Conf. (EPE'99)*, Sep.
- Murphy J. M. D., Honsinger V. B., 1982. "Efficiency optimization of inverter-fed induction motor drives", *IEEE Industry Appl. Soc. Ann. Meeting*, pp. 544-552.
- Nasar S. A., Boldea I., Unnewehr L. E., 1993. *Permanent Magnet, Reluctance, and Self-Synchronous Motors*, CRC Press.
- Rasmussen K. S., Thogersen P., 1997. "Model based energy optimiser for vector controlled induction motor drives", *Power Electronics and Appl. European Conf. (EPE'97)*, Vol. 3, Sept., pp. 3.711-3.716.
- RELE, 1995. *Guía para la expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones*, G-RELE-02, Rev. 0, Feb.
- Sanz Martínez M. A., 1995. *Modelización dinámica y control vectorial de motores síncronos de imanes permanentes con aplicación de observadores de estado*, Tesis doctoral, Dpto. de ingeniería eléctrica, electrónica, de computadores y de sistemas, Universidad de Gijón.
- Senjyu T., Omoda A., Uezato K., 1998. "High efficiency control of synchronous reluctance motors using extended kalman filter", *IEEE Power Electronics Specialists Conf. (PESC'98)*, Vol. 2, May., pp. 1309-1314.
- Serrano L., 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*, Marcombo Boixareu editores y Universidad Politécnica de Valencia.
- Slemon G. R., 1989. "Modelling of induction machines for electric drives", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 25, No. 6, Nov./Dic., pp. 1126-1131. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1988).

- Soong W. L., Staton D. A., Miller T. J. E., 1995. "Design of a new axially-laminated interior permanent magnet motor", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 31, No. 2, Mar./Abr., pp. 358-367. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1993).
- Stefanski T., Karys S., 1996. "Loss minimisation control of induction motor drive for electrical vehicle", *IEEE Intl. Symp. of Industrial Electronics*, Jun., pp. 952-957.
- Strogatz S. H., 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley.
- Stumberger B., Kreca B., Hribernik B., 1997. "Determination of parameters of synchronous motor with permanent magnets from measurement of load conditions", *IEEE Intl. Electric Machines & Drives Conf. (IEMDC'97)*, May, pp. WB2-1.1 - WB2-1.3.
- Sul S. K., Park M. H., 1988. "A novel technique for optimal efficiency control of a current-source inverter-fed induction motor", *IEEE Trans. Power Electronics*, Vol. 3, No. 2, Abr., pp. 192-199.
- Uezato K., Senjyu T., Tomori Y., 1994. "Modeling and vector control of synchronous reluctance motors including stator iron loss", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 30, No. 4, Jul./Ago., pp. 971-976. (prev. en *IAS Power Conversion Conf.*, Abr. 1993).
- UNE 60034-1:1998, "Máquinas eléctricas rotativas. Parte 1: Características asignadas y características de funcionamiento", Norma UNE.
- UNE 60034-2:1997, "Máquinas eléctricas rotativas. Parte 2: Métodos para la determinación de las pérdidas y del rendimiento de las máquinas eléctricas rotativas a partir de los ensayos (excepto las máquinas para vehículos de tracción)", Norma UNE.
- UNE 60034-4:1997, "Máquinas eléctricas rotativas. Parte 4: Métodos para la determinación de las magnitudes de las máquinas síncronas a partir de ensayos", Norma UNE.

-
- Vaez S., John V. I., Rahman M. A., 1997. "An on-line loss minimization controller for interior permanent magnet motor drives", *IEEE Intl. Electric Machines & Drives Conf.*, Vol. 3, May., pp. MC3-6.1-MC3-6.3.
- Vagati A., Pastorelli M., Franceschini G., 1997. "High-performance control of synchronous reluctance motors", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 33, No. 4, Jul./Ago., pp. 983-991. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1996).
- West J. G. W., 1994. "DC, induction, reluctance and PM motors for electric vehicles", *IEE Power Engineering Journal*, Vol. 8, No. 3, Abr., pp. 77-88.
- Wijenayake A. H., Schmidt P. B., 1997. "A more accurate permanent magnet synchronous motor by taking parameter variations and loss components into account for sensorless control applications", *IEEE Int. Electric Machines & Drives Conf. (IEMDC'97)*, Wisconsin (EE.UU), Vol. 1, Mayo, pp. TD1-1.1 - TD1-1.3.
- Xu L., Yao J., 1992. "A compensated vector control scheme of a synchronous reluctance motor including saturation and iron loss", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 28, No. 6, Nov./Dic., pp. 1330-1338. (prev. en *IEEE IAS*, Sep. 1991).
- Xiang Y. Q., Nasar S. A., 1997. "A fully digital control strategy for synchronous reluctance motor servo drives", *IEEE Trans. Industry Appl.*, Vol. 33, No. 3, May./Jun., pp. 705-713. (prev. en *IEEE IAS*, Oct. 1995).
- Zamora Macho J. L., 1997. *Estimación en tiempo real de parámetros y variables de estado en un motor de inducción*, Tesis doctoral, Dpto. de electrónica y automática, Universidad Pontificia Comillas de Madrid.