



Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
(ICAI)

Ajuste Automático de Reguladores  
Industriales. Algoritmos Robustos de  
Identificación y Síntesis

Tesis para la obtención del doctorado  
Director: Prof. Dr. D. Francisco Luis Pagola y de las Heras  
Autor: Ing. D. Ramón Rodríguez Pecharromán

Madrid 2000

Soy feliz, soy un hombre feliz  
Y quiero que me perdonen  
Por este día  
Los muertos de mi felicidad

A mi padre,  
por las tesis que pudo dirigir.  
A mi hermana Amelia,  
por la tesis que mereció terminar.  
Las circunstancias lo impidieron.

No importa el tiempo  
Que has tardado en llegar  
Si esto es un sueño  
Apúralo hasta el final

# Agradecimientos

---

Llega, por fin, el momento de escribir esta página. Página deseada durante mucho tiempo (no sólo por ser la última) y perfilada a medida que se acercaba el final de la tesis. Siento que necesitaría tiempo, tranquilidad y un estado de ánimo adecuado, como el que se necesita para escribir una carta. Sin embargo, todas esas circunstancias nunca se dan juntas y llega el momento de escribir la página a pesar de todo.

En primer lugar quiero destacar la forma en la que Luis Pagola ha dirigido esta tesis. Creo sinceramente que ha sido magistral. Agradezco especialmente el que haya mantenido el interés y la dedicación a la tesis después de pasar a ser director del ICAI (debo confesar que su nombramiento me alegró, pero temí dificultades para este trabajo). Resumiendo, diré que me gustaría ser capaz de dirigir tesis en el futuro de forma parecida a como él ha dirigido la mía.

El Departamento de Electrónica y Automática me ha dado la posibilidad de realizar este trabajo: el Control es para mí algo mucho más interesante después de esta tesis. Por otra parte, quiero agradecer a los miembros del departamento su participación en que el trabajo duro tenga también su parte agradable. Con unos compañeros tengo un contacto diario (Juan Luis, Pablo, Aurelio), con otros más infrecuente, pero en general el ambiente es muy bueno y eso hace mucho más amena la jornada diaria. En esto se echa de menos a los “emigrantes” Alfredo Zazo y José Ramón Sendra. Además de los profesores, también ha sido importante la ayuda de Antonio y José María desde el taller de mantenimiento y de los administradores de sistemas. Fernando de Cuadra, ahora en Informática, prestó amablemente su experiencia en una parte de la tesis.

Saliendo de la Universidad, quiero agradecer el apoyo recibido por parte de Sebastián Dormido y Fernando Morilla, del Departamento de Informática y Automática de la UNED.

Desde un punto intermedio entre lo profesional y lo personal no puedo dejar pasar la ocasión de mencionar a los compañeros más habituales de comida durante estos años. El inquebrantable Damián, que sigue abonado conmigo a la “crema de yogur”. Mariano, tráfuga por partida doble (antes, departamento; ahora, además, comida): tus comentarios hacen las comidas más sabrosas que la sal y la pimienta. Pablo, “el Guadiana” que aparece y desaparece, yo sigo con la duda: ¿cuántos días seguidos llegaste a estar sin comer para seguir con tus “facts”, o es que nos engañabas? Gracias a los tres por ese descanso diario a mediodía.

Ya desde un plano más personal, gracias a Hermelinda, entre otras muchas cosas más importantes, por propiciar el empujón definitivo a la tesis. Gracias a Manuel y Gonzalo, que al compartir piso compartían inevitablemente también parte de las penas de la tesis, incluso entre pedalada y pedalada. María y Manuel, gracias por vuestra compañía y amistad durante estos años. Gracias a la Gestalt, por lo que unos pocos sabemos. Gracias a mis padres, mis hermanas y mi hermano (en especial a mi madre), por ese apoyo diferente que siempre transmite la familia (incluyendo cuñados y sobrinos). En el caso de mi padre se mezclan las enseñanzas personales con las profesionales. A pesar de las diferencias lógicas por la situación y personalidad de cada uno, muchas gracias por tu ejemplo. Gracias a Amelia, o Meli, como prefieras, por ser esa mezcla de hermana, amiga y compañera a pesar de la distancia. También tú eres un ejemplo para mí en muchos aspectos, desde luego muy diferentes a los de nuestro padre, ¿eh?.

Finalmente, quiero que me perdonen por este día “los muertos de mi felicidad”. Los cafés que no he tomado. La tranquilidad incompleta en los momentos de ocio (creo que esto lo entenderá todo el que haya hecho una tesis). Las relaciones que se han quedado a medias. La “familia del Pozo”, l@s “altamiran@s” y l@s “valle-inclaner@s” saben mucho de eso. Como consecuencia, también me pido perdón a mí mismo. Que esto sirva como testigo para el futuro.

# Índice general

---

Agradecimientos .....	i
Índice general .....	iii
Lista de símbolos .....	ix

## **1. Introducción** **1**

1.1. Reguladores industriales PID.....	1
1.2. Ajuste Automático de reguladores industriales .....	3
1.3. Objetivos y alcance de la tesis .....	4
1.4. Desarrollo de la exposición .....	5

## **2. Ajuste Automático de reguladores industriales** **9**

2.1. Introducción .....	9
2.2. Ajuste Automático .....	9
2.3. Revisión bibliográfica.....	12
2.3.1. Identificación .....	13
a) Métodos basados en la respuesta temporal .....	13
b) Métodos basados en la respuesta en frecuencia .....	15
c) Otros métodos .....	21
2.3.2. Síntesis .....	22
a) Métodos basados en la respuesta temporal .....	22
b) Métodos basados en la respuesta en frecuencia .....	24
c) Otros métodos .....	28
2.3.3. Resumen y conclusiones de la revisión bibliográfica .....	31
a) Identificación.....	31
b) Síntesis .....	32
2.4. Conclusiones.....	34

<b>3. Bateria de Plantas</b>	<b>35</b>
3.1. Introducción.....	35
3.2. Plantas seleccionadas.....	36
3.2.1. Plantas sin integración .....	37
3.2.2. Plantas con integración.....	39
3.3. Comparaciones gráficas.....	42
3.4. Análisis .....	45
3.4.1. Identificación basada en el punto de oscilación.....	45
3.4.2. Identificación basada en el punto de oscilación y la ganancia estática.....	46
3.4.3. Identificación basada en dos puntos de la respuesta en frecuencia .....	47
3.4.4. Planta de primer orden con retardo (FOPDT) .....	47
3.5. Conclusiones .....	49
<b>4. Identificación de la planta</b>	<b>51</b>
4.1. Introducción.....	51
4.1.1. Nueva información .....	51
4.1.2. Orden cronológico de los desarrollos .....	53
4.2. Obtención del punto de oscilación .....	53
4.2.1. Realimentación con relé .....	54
Descripción.....	54
Función descriptiva.....	55
Relé con histéresis .....	57
Asimetría en el relé.....	59
Realimentación con relé sobre el sistema en lazo cerrado.....	61
4.2.2. Ganancia Variable con la Amplitud .....	62
Descripción.....	63
Función Descriptiva.....	66
Realimentación con la GVA.....	67
Rapidez de establecimiento de la oscilación .....	69
Referencia no nula y planta sin integración.....	71
4.2.3. Comparación relé - GVA.....	73

4.3.	Obtención del punto de cruce .....	76
4.3.1.	Retardo Variable con la Amplitud .....	78
	Descripción .....	79
	Función Descriptiva .....	82
	Realimentación con el RVA .....	84
	Rapidez de establecimiento de la oscilación.....	86
4.3.2.	Realimentación con relé, variante Schei .....	87
	Generalización I.....	88
	Generalización II.....	89
	Aplicación a la planta ejemplo.....	92
4.3.3.	Realimentación de Schei, variante con GVA.....	92
	Aplicación a la planta ejemplo.....	93
4.3.4.	Comparación RVA - Schei - Schei con GVA.....	93
4.4.	Determinación automática de los parámetros de los ensayos .....	98
	Paso 1: lejos del punto de trabajo .....	99
	Paso 2: aproximación al punto de trabajo.....	99
	Paso 3: medida de la ganancia estática y del ruido .....	99
	Paso 4: identificación del punto de oscilación.....	100
	Paso 5: modelo más preciso; diseño de un control .....	101
	Paso 6: identificación del punto de cruce (planta + PI) .....	101
4.5.	Función de transferencia representativa.....	102
4.6.	Conclusiones.....	103

## **5. Síntesis del regulador 105**

5.1.	Introducción .....	105
5.1.1.	Diseño basado en la Función de Transferencia Representativa .....	105
5.1.2.	Diseño basado en cada planta de la Batería .....	106
5.2.	Estructura del regulador PID .....	107
5.2.1.	Representaciones alternativas .....	107
5.2.2.	Filtrado de la acción diferencial.....	110
5.2.3.	Ponderación de la referencia (Setpoint weighting) .....	110

5.2.4. Estructura definitiva del control utilizado en la tesis .....	113
5.3. Diseño del regulador.....	114
5.4. Caso ejemplo .....	116
5.4.1. Respuesta temporal.....	117
5.4.2. Parámetros de control .....	119
5.4.3. Comportamiento del control óptimo.....	120
5.5. Conclusiones .....	123
<b>6. Normalización y aproximación del control óptimo</b>	<b>125</b>
6.1. Introducción.....	125
6.2. Normalización adecuada .....	127
6.3. Aproximación del control óptimo .....	131
6.3.1. Control óptimo en función de $\varphi_o$ .....	131
6.3.2. Cálculo de las aproximaciones del control óptimo.....	133
Aproximación mediante funciones o mediante tablas .....	133
Aproximación I.....	133
Aproximación II.....	134
6.3.3. Aproximaciones del control óptimo .....	137
Plantas sin integración, control PI .....	137
Plantas con integración, control PI.....	140
Plantas sin integración, control PID .....	143
Plantas con integración, control PID .....	146
6.4. Análisis del error en las aproximaciones.....	149
6.5. Aproximación conjunta de plantas con y sin integración.....	154
6.6. Conclusiones .....	155
<b>7. Resultados experimentales</b>	<b>157</b>
7.1. Introducción y descripción del sistema de control .....	157
7.1.1. Descripción de la planta.....	158
7.1.2. Descripción del hardware .....	159
7.1.3. Descripción del software .....	160

---

7.2. Resultados experimentales de identificación.....	161
7.2.1. Obtención del punto de oscilación.....	161
Realimentación con relé.....	161
Realimentación con GVA.....	162
Comparación.....	163
7.2.2. Obtención del punto de cruce.....	164
Realimentación con RVA.....	164
Realimentación con relé, variante Schei.....	165
Realimentación de Schei, variante con GVA.....	166
Comparación.....	167
7.3. Resultados experimentales de síntesis.....	168
7.3.1. Obtención de los parámetros del regulador.....	168
7.3.2. Resultados experimentales con control PI.....	170
Respuesta a referencia.....	172
Respuesta a perturbación: variación en la velocidad del ventilador.....	173
Respuesta a perturbación sumada en el mismo punto que el mando.....	174
7.3.3. Resultados experimentales con control PID.....	174
Respuesta a referencia.....	176
Respuesta a perturbación: variación en la velocidad del ventilador.....	178
Respuesta a perturbación sumada en el mismo punto que el mando.....	178
7.4. Proceso completo de Ajuste Automático.....	179
7.5. Conclusiones.....	181
<b>8. Conclusiones</b>	<b>183</b>
8.1. Resumen y conclusiones.....	183
8.2. Aportaciones originales.....	188
8.3. Sugerencias para futuros desarrollos.....	191
<b>Bibliografía</b>	<b>195</b>



# Lista de símbolos

---

## Letras mayúsculas

$A_0$	Amplitud de la planta a la pulsación $\omega_0$ .
$A_u$	Amplitud de la planta a la pulsación $\omega_u$ .
$C(s)$	Función de transferencia del regulador.
$D_{max}$	Retardo máximo en el bloque RVA.
$D_{min}$	Retardo mínimo en el bloque RVA.
$G(s)$	Función de transferencia del lazo abierto.
GVA	Ganancia Variable con la Amplitud.
IAE	Integral del valor absoluto del error.
ISE	Integral del cuadrado del error.
ITAE	Integral del valor absoluto del error ponderado con el tiempo.
ITAE <sub>p</sub>	Índice ITAE de la respuesta a perturbación.
ITAE <sub>r</sub>	Índice ITAE de la respuesta a referencia.
ITSE	Integral del cuadrado del error ponderado con el tiempo.
$J(s)$	Función de transferencia del lazo cerrado.
$K$	Constante proporcional en un regulador de tipo PID.
$K_p$	Ganancia estática de la planta.
$K_u$	Ganancia de oscilación.
$M_f$	Margen de fase.
$M_g$	Margen de ganancia.
$M_s$	Máximo de la <i>función sensibilidad</i> .
$N(a)$	Función descriptiva de un elemento no lineal.
P	Regulador Proporcional.
$P(s)$	Función de transferencia de la planta.
PI	Regulador Proporcional - Integral.
PID	Regulador Proporcional - Integral - Diferencial.
R	Ganancia entre los primeros armónicos de la entrada y la salida del relé.
RVA	Retardo Variable con la Amplitud

$T_i$	Constante de tiempo de la acción integral en un regulador de tipo PID.
$T_d$	Constante de tiempo de la acción diferencial en un regulador de tipo PID.
$T_u$	Periodo correspondiente a la pulsación $\omega_u$ .
$T_0$	Periodo correspondiente a la pulsación $\omega_0$ .
Z-N	Ziegler - Nichols

## Letras minúsculas

$a$	Amplitud de la señal de entrada al bloque del relé.
$admax$	Entrada que da lugar al retardo máximo en el bloque RVA.
$admin$	Entrada que da lugar al retardo mínimo en el bloque RVA.
$agmax$	Entrada que da lugar a la ganancia máxima en el bloque GVA.
$agmin$	Entrada que da lugar a la ganancia mínima en el bloque GVA.
$b$	Factor de ponderación de la referencia ( <i>setpoint weighting</i> ) en un regulador de tipo PID.
$d$	Amplitud del relé.
dB	Decibelios.
$e$	Señal de error.
$eret$	Señal de salida del bloque RVA.
$f$	Filtrado de la acción diferencial en un regulador de tipo PID.
$gmax$	Ganancia máxima en el bloque GVA.
$gmin$	Ganancia mínima en el bloque GVA.
$h$	Histéresis del relé.
$r$	Señal de referencia.
$s$	Variable de Laplace.
$u$	Señal de mando.
$w$	Señal de perturbación.
$y$	Señal de salida.

## Letras griegas

$\varphi_0$	Fase de la planta a la pulsación $\omega_0$ .
$\varphi_u$	Fase de la planta a la pulsación $\omega_u$ .

$\omega_0$  Pulsación de cruce de la planta + control.

$\omega_d$  Pulsación de oscilación de la planta.

\* Observación: Algunos símbolos utilizados en la tesis no aparecen en esta lista porque su uso es puntual y su significado se explica allí donde se usan.



# Capítulo 1

---

## Introducción

Esta tesis presenta un método de Ajuste Automático de reguladores industriales del tipo PID. Todo método de Ajuste Automático incluye dos aspectos: la identificación de la planta a controlar y la síntesis de los parámetros del regulador. Por tanto, se desarrollan algoritmos robustos de identificación y de síntesis que, juntos, forman el método completo. Este capítulo es una introducción al resto de la tesis. En §1.1 se comenta la importancia de los reguladores del tipo PID. En §1.2 se acota el campo del Ajuste Automático de los mismos. En §1.3 se determinan los objetivos y el alcance de esta tesis. Finalmente, en §1.4 se presenta brevemente el contenido de los siguientes capítulos.

### 1.1 Reguladores industriales PID

Los reguladores industriales son un elemento indispensable en la automatización industrial desde hace décadas. En cualquier planta industrial se puede encontrar un gran número de ellos. La utilidad de los reguladores industriales se concreta en dos aspectos fundamentales:

- Rechazo de la influencia de perturbaciones en la carga sobre la variable controlada.
- Seguimiento rápido y preciso de la referencia.

La inmensa mayoría de los reguladores industriales (más del 95%) son del tipo PID [Åström y Hägglund, 1995]. Esta gran aceptación se debe, entre otros, a los siguientes factores:

- La robustez de este tipo de reguladores; correctamente ajustados proporcionan un comportamiento aceptable de la inmensa mayoría de los sistemas usuales en la industria, en el caso habitual de que las especificaciones no sean excesivamente rigurosas.

- La facilidad de uso, puesto que sólo utiliza tres parámetros.
- El relativo conocimiento por parte de los usuarios del efecto que el cambio de cada uno de los parámetros del control provoca en el comportamiento del sistema.
- La gran utilización durante más de medio siglo de los métodos de ajuste manual de los parámetros del regulador presentados en [Ziegler y Nichols, 1942] y variantes de los mismos.

Todo esto hace que el regulador PID siga siendo la base del control en los sistemas industriales, a pesar del gran desarrollo que ha experimentado la Teoría de Control, especialmente en las dos últimas décadas. De todas formas, además de como un sistema independiente, el regulador PID puede ser usado como un elemento perteneciente a sistemas más complejos. Puede pertenecer a sistemas de control distribuido, sistemas de control multivariable, sistemas de control de propósito especial, sistemas de control adaptativo, etc. En general, el regulador PID ocupará el escalón inferior de cualquier sistema de control jerarquizado.

Sin embargo, a pesar de la experiencia acumulada, el hecho es que la gran mayoría de los reguladores PID utilizados actualmente en la industria proporcionan un comportamiento del sistema muy alejado del que sería posible obtener [Åström y Hägglund, 1995]. Se están desperdiciando enormemente las posibilidades que ofrecen estos reguladores. Las causas son muy variadas: mala elección de los sensores, de los actuadores, del periodo de muestreo, de los filtros, etc. Pero probablemente la causa más frecuente sea el mal ajuste de los parámetros del regulador. Muchos reguladores funcionan con los parámetros por defecto (los suministrados por el fabricante) y en muchos casos se emplea sólo el control PI por la dificultad que entraña el ajuste correcto de un tercer parámetro.

Los reguladores PID se han implantado con muy diversas tecnologías. Actualmente la mayoría de ellos están basados en microprocesador. La flexibilidad de esta tecnología ha revitalizado el campo del control automático. Permite, con mucha más facilidad, cambiar la estructura del regulador, conseguir una transición suave entre los modos manual y

automático, implantar algoritmos contra la saturación integral, etc. Además, ha permitido añadir a los reguladores prestaciones como el Ajuste Automático, la Programación de Ganancia, el Control Adaptativo y otras muchas [Peng y otros, 1996].

Esta situación hace que el campo del Control Automático presente actualmente una gran actividad científica, con un número importante de publicaciones y congresos en todos los temas relacionados, siendo también numerosos los libros de texto nuevos o las ediciones actualizadas [Åström y Hägglund, 1995], [Shinskey, 1996], [Åström y Wittenmark, 1989].

## 1.2 Ajuste Automático de reguladores industriales

Dada la importancia y vigencia de los reguladores industriales del tipo PID, comentada en §1.1, el Ajuste Automático de los mismos se convierte en un tema de gran interés y actualidad. En primer lugar es conveniente aclarar la terminología. En esta tesis se llama Ajuste Automático a un proceso automático que lleva a la obtención de los parámetros óptimos del regulador PID. Se puede considerar una técnica perteneciente al campo del Control Adaptativo, pero es un proceso que se activa sólo cuando el usuario lo estima conveniente, no de manera permanente. Cuando finaliza el proceso, el regulador conserva sus parámetros fijos hasta la siguiente ocasión en que sea activado. Esto marca la diferencia con lo que habitualmente se entiende por Control Adaptativo, que trata también de obtener el control óptimo, pero que está activado de manera continua, variando permanentemente los parámetros de control para adaptarse a la situación actual. En la literatura anglosajona se utiliza, para designar al Ajuste Automático, el término *Auto-Tuning*. Especialmente confusa resulta la similitud de la traducción al castellano del término empleado para denominar a uno de los métodos más extendidos de control adaptativo, el *Self-Tuning*.

En el siguiente capítulo se estudian las aplicaciones del Ajuste Automático y se realiza una revisión de los diferentes métodos presentados en la literatura. Hoy en día prácticamente todos los reguladores comerciales incluyen características como el Ajuste

Automático. Los distintos fabricantes utilizan diferentes métodos e incluso existen en la literatura comparaciones entre ellos (ver, por ejemplo, [Hang y Sin, 1991]).

### **1.3 Objetivos y alcance de la tesis**

A pesar de ser un campo con un gran desarrollo teórico y con una dilatada experiencia industrial, la problemática del Ajuste Automático dista mucho de estar resuelta. El objetivo general de esta tesis es presentar un método completo de Ajuste Automático cuyas prestaciones sean superiores a las de los métodos actualmente existentes. Para ello se desarrollan algoritmos robustos de identificación y síntesis.

El planteamiento de esta tesis es eminentemente práctico. Se trata de obtener un método completo de Ajuste Automático con vistas a una posible implantación del mismo en un regulador industrial de propósito general. Este enfoque ha orientado todo el trabajo teórico desarrollado hacia la búsqueda de soluciones lo más sencillas posible y de fácil implantación práctica.

Un primer paso es la realización de una amplia revisión de los métodos de Ajuste Automático presentados hasta el momento en la abundante literatura sobre el tema. Se va a poner especial énfasis en la diferenciación entre identificación y síntesis. Muchos autores no distinguen con claridad las dos partes, pudiendo provocar cierta confusión. Así, por ejemplo, se podría formar un método completo utilizando la identificación propuesta por un determinado autor y la síntesis desarrollada por otro.

La variedad de tipos de plantas existente en la industria es enorme. El Ajuste Automático debe funcionar correctamente con el mayor número posible de ellas. Por esta razón, otro objetivo de la tesis es recopilar y analizar los modelos que se presentan en la literatura como representativos de diferentes tipos de procesos industriales, formando finalmente una Batería de Plantas suficientemente representativa de la práctica industrial. Esta Batería se utilizará para analizar la bondad de los métodos existentes y para desarrollar el nuevo método.

En cuanto a la identificación, el principal objetivo es obtener más información, y sobre todo de mayor utilidad que la que obtiene la mayor parte de los métodos existentes. Creemos que muchos métodos no dan un resultado suficientemente bueno porque la fase de identificación no proporciona suficiente información útil para que en la fase de síntesis se pueda diseñar un control adecuado. El modelo utilizado por casi todos los métodos (sistema de primer orden con retardo) no es suficientemente rico como para afrontar la gran variedad existente de procesos industriales.

En esta tesis se va a basar la identificación en la respuesta en frecuencia del sistema. El objetivo es realizar ensayos que proporcionen más información sobre la misma que los métodos actuales (casi siempre la ganancia estática y las características del punto de oscilación de la planta).

En lo referente a la síntesis, el objetivo es desarrollar un método de obtención de los parámetros del regulador que sea capaz de aprovechar eficientemente la información suministrada por la fase de identificación. Se utilizarán técnicas de optimización para minimizar índices de comportamiento del sistema. También se decidirá la estructura más adecuada del PID, analizando cuestiones como la ventaja que supone el que la acción diferencial no actúe sobre la señal de error sino solamente sobre la de salida.

Un objetivo fundamental de la tesis es la normalización del resultado del Ajuste Automático (los valores de los parámetros de control) para hacer viable su implantación práctica en un regulador industrial de propósito general.

Por último, el método propuesto en esta tesis se probará experimentalmente en un equipo de laboratorio.

## **1.4 Desarrollo de la exposición**

La organización de la tesis es, en líneas generales, la siguiente. En el capítulo 2 se describe en primer lugar en qué consiste el Ajuste Automático de reguladores industriales. A continuación se realiza una extensa revisión bibliográfica de los diferentes métodos existentes actualmente. Se hace especial hincapié en separar las fases de identificación y

síntesis en cada método. Las conclusiones sirven para fijar el punto de partida de la tesis, analizando los aspectos más débiles de los métodos existentes.

El capítulo 3 se dedica a la obtención de una Batería de Plantas que represente de la forma más completa posible la gran variedad de plantas que aparecen en la práctica industrial. Se analizan las características de los diferentes tipos de plantas, agrupando por separado las que contienen integración y las que no. La Batería sirve para justificar las críticas de los métodos existentes y sentar las bases del punto de partida de la tesis. Además, esta Batería de Plantas es una pieza clave en el desarrollo de la tesis, siendo especialmente utilizada como banco de pruebas de los algoritmos de identificación (capítulo 4) y como elemento fundamental en la normalización del resultado (capítulo 6).

El capítulo 4 se dedica a la mejora de los algoritmos utilizados en la fase de identificación de la planta. Se utiliza un enfoque de respuesta en frecuencia, que consideramos más potente en general que el de respuesta temporal. En primer lugar se estudia qué nueva información interesa obtener, de acuerdo con las conclusiones extraídas en los capítulos 2 y 3. En segundo lugar se presenta un método para la obtención del punto de oscilación de la planta, basado en una nueva técnica: la Ganancia Variable con la Amplitud. Este método es analizado en detalle y comparado con el conocido método de realimentación con relé, que trata de obtener la misma información. En tercer lugar se aborda la identificación del punto de cruce de la planta (o, más propiamente, de la planta con un control determinado). Se presentan dos métodos nuevos y se comparan con un esquema ya presentado en la literatura. La identificación basada en estos dos puntos de la respuesta en frecuencia es más completa que la utilizada por la inmensa mayoría de los métodos actuales de Ajuste Automático.

El capítulo 4 se completa con algunas cuestiones relacionadas con la identificación. Una de ellas es la de la posible determinación automática de los parámetros correspondientes a cada uno de los ensayos propuestos. Éste no es un tema central de la tesis, pero se aportan algunas ideas. Otra cuestión que se aborda es la de la posibilidad de que la fase de identificación termine con la obtención de un determinado modelo de la

planta. Este modelo tendrá que ser suficientemente complejo como para poder recoger adecuadamente la información obtenida.

La segunda fase del método de Ajuste Automático, la síntesis de los parámetros del regulador, se aborda en el capítulo 5. Se decide la estructura que se considera más apropiada para el regulador PID, recogiendo aquellas variantes y modificaciones del esquema original que se consideran útiles de entre las propuestas a lo largo de las décadas de uso de este tipo de reguladores. A continuación se presenta la técnica de diseño empleada, basada en la minimización de la integral del error, ponderada en el tiempo y con ciertas restricciones. Especial mención merece el hecho de que se tiene en cuenta en el diseño tanto la respuesta a referencia como la respuesta a perturbación, en lugar de optar por una de las dos. Los algoritmos de síntesis se aplican a un caso ejemplo extraído de la Batería de Plantas.

El capítulo 6 es clave para la implantación práctica del método de Ajuste Automático propuesto en la tesis. Lo expuesto en los capítulos anteriores se aplica a cada una de las plantas de la Batería, en un margen apropiado de valores del parámetro considerado en cada una de ellas. Resulta así una gran cantidad de información que es necesario agrupar y simplificar para hacer viable la implantación del método. Se normalizan los parámetros del regulador y se realizan aproximaciones adecuadas de los parámetros óptimos de control, analizando la degradación del comportamiento que éstas provocan. El resultado final es un método de uso muy sencillo y fácil implantación.

El capítulo 7 muestra los resultados experimentales del método de Ajuste Automático propuesto. Se ha utilizado para ello un prototipo de un sistema de control de la temperatura de un flujo de aire. Se realizan los ensayos de identificación, se aplican los algoritmos de síntesis y se comprueba la bondad de los controles obtenidos, tanto en la respuesta a referencia como a diferentes perturbaciones.

En el capítulo 8 se resumen las conclusiones de la tesis, destacando las aportaciones originales y proponiendo futuros desarrollos.



## Capítulo 2

---

# Ajuste Automático de reguladores industriales

## 2.1 Introducción

Este capítulo es una introducción al Ajuste Automático de reguladores industriales del tipo PID. En §2.2 se describe en qué consiste el Ajuste Automático y se analiza su utilidad. En §2.3 se realiza una revisión bibliográfica, analizando los diferentes métodos existentes actualmente. Finalmente se extraen las conclusiones del capítulo, que sirven para clarificar el punto de partida del nuevo método desarrollado en la tesis (§2.4).

## 2.2 Ajuste Automático

Los reguladores industriales del tipo PID se utilizan masivamente en los lazos simples de control de una variable, según el esquema simplificado de la figura 2.1.

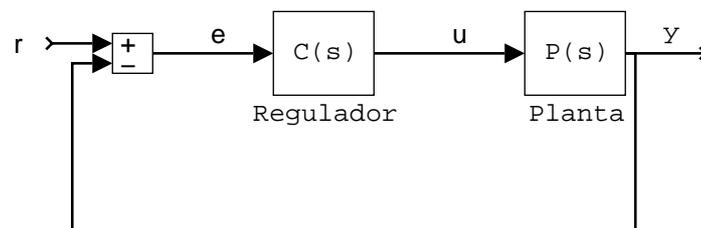


Figura 2.1 Diagrama de bloques de un sistema realimentado

De acuerdo con [Åström y Hägglund, 1995], el Ajuste Automático se enmarca dentro del conjunto de técnicas adaptativas. Como se comenta en §1.2, denominamos Ajuste Automático al proceso que comienza por iniciativa del usuario (habitualmente pulsando un botón) y que tiene como fin el cálculo de los parámetros óptimos del regulador

para la situación en que se encuentra el lazo de control en ese momento. Una vez que este proceso termina, el regulador conserva sus parámetros fijos hasta el siguiente Ajuste Automático. Esto marca la diferencia con el control adaptativo puro, en el cual los parámetros del regulador varían constantemente, adaptándose a los cambios de la planta.

[Hägglund y Åström, 1991], [Åström y Hägglund, 1995] ilustran el uso de las diferentes técnicas adaptativas. Si las exigencias de comportamiento del control son modestas, normalmente es suficiente con un regulador de parámetros fijos ajustado para el “caso más desfavorable”. Cuando las exigencias de comportamiento son mayores, la elección entre las diferentes técnicas adaptativas depende fundamentalmente de la naturaleza de las variaciones del proceso, pudiendo distinguirse las siguientes situaciones:

1. Dinámica del proceso constante: se utilizará un regulador de parámetros constantes. El Ajuste Automático es muy útil para seleccionar los parámetros de control.
2. Dinámica del proceso variable: la dinámica de la planta puede variar por cambio del punto de trabajo, por variaciones de carga, por no linealidades, por envejecimiento del sistema, etc.
  - a) Cambios predecibles en la dinámica: en este caso la técnica apropiada es la Programación de Ganancia (*Gain Scheduling*). Consiste en determinar un juego de parámetros de control apropiados para cada una de las situaciones posibles. Alguna variable del proceso (por ejemplo el valor de la referencia o alguna medida) sirve para determinar en cuál de las situaciones se encuentra el lazo de control y aplicar los parámetros adecuados. Los diferentes controles se calculan antes del funcionamiento normal del regulador, para lo cual puede ser una herramienta fundamental el Ajuste Automático.
  - b) Cambios impredecibles en la dinámica: esta situación es la que hace necesario el uso del control adaptativo puro, con técnicas como MRAS (*Model Reference Adaptive System*) o ST (*Self-Tuning*). Los parámetros del control cambian continuamente para hacer frente a los cambios en la

dinámica de la planta. Sin embargo, un punto débil de los métodos de control adaptativo es que necesitan de alguna información *a priori* sobre el sistema para decidir el periodo de muestreo, las características de los filtros *anti-aliasing*, los valores iniciales de los parámetros de control, etc. El Ajuste Automático se utiliza entonces como inicialización del control adaptativo, para suministrarle esta información.

La explicación anterior muestra claramente la gran utilidad industrial de los métodos de Ajuste Automático, que proviene de la complejidad y el coste que supone el modelar correctamente un sistema y diseñar el control adecuado para el mismo. Este proceso solamente está justificado en lazos de control muy importantes, por lo que es necesario el uso de métodos automáticos de obtención de los parámetros de control óptimos [Åström, 1987], [Hägglund y Åström, 1991], [Åström, 1996], [Hägglund y Åström, 1996].

Para que un método de Ajuste Automático sea útil debe reunir, entre otras, las siguientes características [Hägglund y Åström, 1991], [Voda y Landau, 1995]:

- Uso sencillo. Debe ser una función que se pueda activar sin necesidad de disponer de información *a priori* sobre el proceso. Normalmente se activará presionando un botón o recibiendo el regulador un comando de una instancia superior (en un control distribuido o, en general, jerarquizado) de la misma manera que puede recibir la consigna.
- Debe ser estable, procurando introducir perturbaciones tan pequeñas como sea posible en el funcionamiento del sistema mientras dura el proceso de Ajuste Automático.
- Rapidez. Debe consumir un tiempo razonable, por supuesto dependiente del sistema de que se trate.
- Debe producir un control adecuado para un amplio espectro de procesos industriales.

En el Ajuste Automático, como en otras técnicas de control adaptativo, se pueden distinguir dos funciones: identificación y síntesis.

1. La identificación es la obtención de información sobre las características de la planta a controlar. Los métodos más usados de identificación son los basados en la respuesta temporal de la planta (ya sea en lazo abierto o en lazo cerrado) o en la respuesta en frecuencia de la misma [Ziegler y Nichols, 1942], [Åström y Hägglund, 1984]. La identificación suele llevar a la obtención de un modelo que representa a la planta. Casi todos los métodos utilizan un sencillo modelo consistente en un sistema de primer orden con retardo. En todo caso, la identificación requiere la perturbación del sistema de una manera u otra, para poder obtener la información necesaria.
2. La síntesis es la parte del Ajuste Automático que determina los valores de los parámetros del regulador, basándose en la información obtenida en la identificación. Es la parte de diseño del control, derivada en muchos casos de los métodos presentados en [Ziegler y Nichols, 1942]. También es frecuente actualmente el uso de técnicas de optimización, para minimizar algún índice de comportamiento del sistema (por ejemplo, la integral en el tiempo del error).

## 2.3 Revisión bibliográfica

En este apartado se va a realizar una revisión de los métodos de Ajuste Automático presentados en la literatura. La distinción establecida entre identificación y síntesis es muy importante. En nuestra opinión los autores no distinguen suficientemente los dos aspectos, evaluando en muchas ocasiones el resultado final sin analizar por separado la bondad de la identificación y de la síntesis. Ocurre entonces que las limitaciones del método son achacadas al conjunto, cuando quizá una de las dos partes es la culpable de ellas siendo la otra perfectamente válida.

Por supuesto, algunos artículos tratan sólo una de las dos partes. La realidad es que un método completo de Ajuste Automático se puede construir uniendo una forma cualquiera de identificación con otra de síntesis, siempre que la información que proporciona la primera coincida con la que utiliza la segunda.

Una referencia general muy completa que incluye muchos de los métodos presentados en la literatura es [Åström y Hägglund, 1995].

### 2.3.1 Identificación

La revisión bibliográfica de la identificación se ha organizado agrupando los métodos existentes en tres grandes grupos: identificación mediante la respuesta transitoria, mediante respuesta en frecuencia y otros. Dentro de cada grupo se presentan los métodos por orden cronológico.

#### a) Métodos basados en la respuesta temporal

- [Ziegler y Nichols, 1942] presentan en este legendario artículo métodos basados tanto en la respuesta temporal como en la respuesta en frecuencia. En el primer caso proponen realizar un ensayo consistente en un escalón en el mando (en lazo abierto). Se caracteriza la respuesta de la planta, llamada “curva de reacción del proceso” (*process-reaction curve*), determinando dos parámetros: el retardo y la pendiente de la respuesta, que constituyen el resultado de la identificación.

Este método se ha utilizado mucho en la industria [Dreinhofer, 1988], [St. Clair, 1991], aunque menos que el de respuesta en frecuencia, principalmente por las desventajas derivadas de la realización de ensayos en lazo abierto: la inconveniencia de abrir el lazo y perturbar al sistema, la mayor sensibilidad a perturbaciones, etc. Ejemplos de firmas comerciales que utilizan esta técnica en sus reguladores son Yokogawa, Eurotherm, Honeywell, Leeds and Northrup y Turnbull Control [Åström y Wittenmark, 1995].

- [Miller y otros, 1967] utilizan también la respuesta de la planta a un escalón en el mando en lazo abierto para determinar los parámetros de un modelo consistente en un sistema de primer orden con retardo:

$$P(s) = \frac{K \cdot e^{-R \cdot s}}{(1 + T \cdot s)} \quad (2.1)$$

- [Nishikawa y otros, 1984] proponen dos métodos de identificación:

- 
- En lazo abierto, obteniendo un modelo de primer orden con retardo, con dos diferencias con respecto a los anteriores:
    1. Respuesta a un pulso, en lugar de a un escalón. Así perturba menos al sistema.
    2. Cálculo de los parámetros del modelo a partir de ciertas áreas de la respuesta, en lugar de puntos o pendientes. El usar las áreas reduce el error en la identificación debido al ruido.
  - En lazo cerrado, utilizando también ciertas áreas características de la respuesta para obtener los parámetros de un modelo de primer orden con retardo.
- [Åström y Wittenmark, 1995] formulan mejor el uso de las áreas características en la respuesta a escalón para la obtención de un modelo de primer orden con retardo, ya en la primera edición de su libro (1989).
  - [Taiwo, 1993] compara cuatro métodos propuestos de identificación, todos ellos basados en la respuesta transitoria del sistema, pero en lazo cerrado. Se utiliza la respuesta a un escalón en la referencia, con control proporcional, para la obtención una vez más de un modelo de primer orden con retardo.
  - [Carels y Gorez, 1996] comentan que muchos sistemas reales se pueden modelar con suficiente aproximación mediante una función de transferencia de primer orden con retardo, que se puede identificar a partir de un ensayo de respuesta a un escalón. Sin embargo, los sistemas de mayor orden se modelan mejor con una función de transferencia de segundo orden con retardo. Presentan un método para obtener este modelo a partir de la respuesta a escalón, pero ellos mismos reconocen que puede ser muy poco robusto frente al ruido. También proponen utilizar métodos basados en la respuesta en frecuencia, que comentaremos después.

## **b) Métodos basados en la respuesta en frecuencia**

- El método de ajuste presentado en [Ziegler y Nichols, 1942] ha sido el más utilizado en la industria durante décadas. Se basa en un ensayo de lazo cerrado con control proporcional. Variando la ganancia proporcional se determina el valor necesario para llevar al sistema a oscilación (*ultimate gain*) y se observa también el periodo de la oscilación. En definitiva, la información que se obtiene sobre el sistema consiste en un punto de la respuesta en frecuencia de la planta (pulsación, amplitud y fase), en concreto el de fase  $-180^\circ$ .
- [Åström y Hägglund, 1984], [Åström y Hägglund, 1995], [Åström y Wittenmark, 1995] presentan el método de identificación mediante realimentación con relé. Es un método aproximado, pero con muchas ventajas, para obtener la misma información que el anterior: el punto de la respuesta en frecuencia de la planta con fase  $-180^\circ$ . Se basa en que prácticamente todos los sistemas llegan a una oscilación mantenida cuando se sustituye en el lazo cerrado el regulador por un relé. La frecuencia de la oscilación que resulta es prácticamente la frecuencia correspondiente a la fase  $-180^\circ$  de la planta.

Los reguladores industriales de SattControl, Fisher-Rousemount y ABB Kent-Taylor, entre otros, utilizan este método en la fase de identificación.

Los métodos de Ajuste Automático propuestos por muchos autores utilizan la técnica de la realimentación con relé en la identificación, presentando algunos ligeras mejoras y variantes. Muchos de ellos completan la información con la obtención de la ganancia estática de la planta.

- [Hägglund y Åström, 1991] sugieren por ejemplo la posibilidad de obtener información sobre la respuesta en frecuencia en las proximidades de la frecuencia de oscilación mediante la histéresis del relé. También se puede obtener información sobre las frecuencias en las que la planta tiene fase  $-90^\circ$  ó  $-270^\circ$  introduciendo en la realimentación un integrador o un derivador respectivamente.
- [Hang y Sin, 1991] comparan tres métodos de Ajuste Automático, uno de los cuales utiliza el relé en la identificación. Por desgracia, no separan la identificación y la

síntesis. Así, por ejemplo, otro de los métodos estudiados obtiene la misma información que el relé (punto de oscilación de la planta) mediante correlación cruzada. Sin embargo, el artículo no compara cuál de los dos obtiene mejor esa información, sino que compara el resultado final del ajuste, incluyendo la síntesis de los parámetros del regulador.

- [Hang y otros, 1993] y [Park y otros, 1997] explican cómo evitar el error que produce en la identificación la presencia de una perturbación estática de carga durante el ensayo de realimentación con relé.
- [Zhuang y Atherton, 1993] identifican un modelo de primer orden con retardo mediante la realimentación con relé y la obtención de la ganancia estática. Finalmente la síntesis se plantea en función de los parámetros obtenidos con el relé, quedando el modelo implícito.
- [Ho y otros, 1995a] realizan la realimentación con relé y obtienen la ganancia estática. El modelo utilizado para la planta es de primer o segundo orden con retardo, decidiendo cuál de ellos es el más apropiado por la forma de las oscilaciones producidas por la realimentación con relé (no especifican cómo).
- [Lee y otros, 1995] presentan una modificación para mejorar la estimación del punto de oscilación de la planta.
- [Voda y Landau, 1995] proponen ajustar la histéresis del relé para obtener el punto de la respuesta en frecuencia de la planta que tiene fase  $-135^\circ$ . Obtienen también la ganancia estática de la planta.
- [Wang, Q. G. y otros, 1995] obtienen un modelo de primer orden con retardo a partir de la información de la ganancia estática de la planta y de la realimentación con relé.
- [Calcev y Gorez, 1996] proponen un método de Ajuste Automático en el que es imposible separar la fase de identificación y la de síntesis. Consiste en la realimentación

con relé de la planta y el control, variando éste iterativamente hasta que la respuesta en frecuencia del lazo abierto pasa por un punto escogido como razonable.

- [Carels y Gorez, 1996] utilizan un modelo de segundo orden con retardo. Para identificarlo realizan dos experimentos. El primero es el habitual de realimentación con relé, con el que obtienen el punto de oscilación de la planta. El segundo consiste en la realimentación con relé, pero añadiendo en el bucle un integrador, con lo que obtienen el punto de la respuesta en frecuencia de la planta correspondiente a fase  $-90^\circ$ . En algunas ocasiones particulares sustituyen en el modelo de segundo orden el retardo por un cero en el semiplano derecho.

Se han propuesto también variantes de la realimentación con relé que se alejan considerablemente del método original y pretenden aportar más información.

- [Schei, 1992] parte de la idea de que el punto de la respuesta en frecuencia de la planta en el que se basa el ajuste con relé tiene una pulsación demasiado elevada. Propone realizar la realimentación con relé del sistema en lazo cerrado con el control incluido y además insertar en el lazo una función dinámica que altera la pulsación de la oscilación resultante. Finalmente obtiene las características de un punto de la respuesta en frecuencia del lazo abierto de pulsación inferior a la de oscilación (asegurando que está entre la de cruce y la de oscilación). Es importante hacer notar dos cosas. En primer lugar, que cambia de punto, pero el resultado de la identificación sigue siendo únicamente un punto de la respuesta en frecuencia. En segundo lugar, que se identifica el lazo abierto (planta y control), no sólo la planta como es habitual. Esto se debe a que es un método de *mejora* de un control existente, no estrictamente de Ajuste Automático en el sentido de obtener un primer control sin disponer de información sobre la planta.
- [Leva, 1993] es el primer autor que propone la exploración sistemática de diferentes puntos de la respuesta en frecuencia de la planta en la fase de identificación. Los diferentes puntos se van estudiando iterativamente hasta encontrar uno que cumple unos

requisitos que el autor considera necesarios para decidir que es adecuado para el diseño. Esto se consigue mediante la realimentación con relé, pero incluyendo en el lazo un filtro adicional y un retardo ajustable. Sin embargo, a pesar de que durante la identificación se han explorado varios puntos, el resultado final de la misma, el que se utilizará en la fase de síntesis, sigue siendo solamente un punto de la respuesta en frecuencia de la planta. Esta observación la realiza el propio autor, que sugiere como un interesante desarrollo futuro la utilización de los otros puntos en el diseño del regulador. [Leva, 1996] perfecciona la técnica, pero con la misma idea general. Sólo utiliza un punto de la respuesta en frecuencia, aunque selecciona el mejor posible.

- [Schei, 1994] propone un Ajuste Automático con un enfoque muy relacionado con el de esta tesis. Utiliza la realimentación con relé para obtener dos puntos de la respuesta en frecuencia del lazo abierto (planta y control) mediante sendos ensayos. En primer lugar determina el punto de oscilación realimentando con relé el sistema en lazo cerrado con control. En segundo lugar determina el punto de cruce (amplitud 1 de la respuesta en frecuencia) con una variante novedosa de la realimentación con relé que da lugar a una oscilación de esta frecuencia. La identificación se completa con la obtención de un modelo paramétrico de segundo orden para la planta, utilizando la información de los dos puntos de la respuesta en frecuencia.
- [Åström, 1996] presenta un esquema que resulta equivalente al de [Schei, 1994] para la obtención del punto de cruce y del margen de fase. Además utiliza la realimentación habitual con relé para obtener el punto de oscilación y el margen de ganancia. En la fase de identificación, por tanto, se obtienen dos puntos muy representativos de la respuesta en frecuencia del sistema.
- [Denolin y Hanus, 1996] y [Vrancic y otros, 1996b] obtienen la misma información que el anterior, pero la forma de obtener el punto de cruce y el margen de fase tiene claras desventajas respecto a aquél: realizan la realimentación habitual con relé, pero varían iterativamente la histéresis del relé hasta conseguir el punto correspondiente al módulo unidad (punto de cruce).

- [Bi y otros, 1997] presentan una variante de la realimentación con relé que permite estimar, con suficiente precisión, los puntos de la respuesta en frecuencia de pulsación 0,5 y 1,5 veces la de oscilación, además de ésta. Así se obtiene más información sobre la respuesta en frecuencia, precisamente en la zona de frecuencias de interés: los alrededores de la frecuencia de oscilación.

La identificación mediante la realimentación con relé se basa en que se alcanza un ciclo límite en esas condiciones y en su estudio mediante la Función Descriptiva. Esto es así con la mayoría de los sistemas, pero no con todos. La referencia más conocida y más general de sistemas con relés es [Tsytkin, 1984]. Algunos autores estudian los aspectos más matemáticos de la realimentación con relé, como por ejemplo la existencia y unicidad del ciclo límite o la precisión de la aproximación dada por la función descriptiva [Fendrich, 1992].

- [Loh y Vasnani, 1994] estudian las condiciones necesarias para la existencia de ciclos límite en sistemas multivariables bajo realimentación con relé, generalizando el método de Tsytkin, aplicable a sistemas de una variable.
- [Johansson y Rantzer, 1996] analizan la existencia y los posibles tipos de ciclos límite que pueden aparecer en la realimentación con relé de sistemas de tercer orden.
- [Megretski, 1996] estudia la existencia y la estabilidad global de las oscilaciones producidas por la realimentación con relé, aplicando técnicas diferentes de la función descriptiva.
- [Moeini y Atherton, 1996] analizan la determinación de ciclos límite en sistemas controlados por relé en los cuales la función de transferencia de la planta depende de la acción del relé.

---

La técnica de la realimentación con relé se ha aplicado también a situaciones diferentes del Ajuste Automático de un regulador PID en un lazo simple de control:

- [Cluett y Goberdhansingh, 1990] extienden el uso del relé al ajuste de un control predictivo basado en modelo.
- [Åström y otros, 1993] aplican el relé al Ajuste Automático de un regulador digital general mediante asignación de polos. El resultado de la identificación es un modelo en tiempo discreto de la planta.
- [Hang y otros, 1994] utilizan la realimentación con relé para el Ajuste Automático de reguladores en cascada.
- [Lundh y Åström, 1994] muestran una de las principales aplicaciones del Ajuste Automático: la inicialización de controles adaptativos. En este caso la realimentación con relé sirve para inicializar un control del tipo *Self-Tuning*. Una novedad es que utiliza los armónicos contenidos en la oscilación provocada por la realimentación con relé para estimar la pendiente de la respuesta en frecuencia, la cual sirve para seleccionar el orden apropiado del modelo.
- [Zhuang y Atherton, 1994] y [Palmor y otros, 1995] ajustan reguladores PID para sistemas de dos variables mediante realimentación con relé.
- [Menani y Koivo, 1996] aplican el relé a la identificación de sistemas lineales multivariables para el Ajuste Automático de reguladores PI.
- [Wang y otros, 1997] realizan el Ajuste Automático de reguladores PID multivariables con acoplamientos mediante realimentación con relé descentralizada.

### c) Otros métodos

En este apartado englobamos métodos que, si bien podrían considerarse de respuesta transitoria o de respuesta en frecuencia, utilizan enfoques que difieren claramente de los anteriores.

- [Zervos y otros, 1988] y [Wang y Cluett, 1994] proponen realizar la identificación de la respuesta del sistema a un escalón en lazo cerrado mediante una expansión de Laguerre.
- [Hang y Sin, 1991], como ya comentamos antes, comparan tres métodos de Ajuste Automático. Uno de ellos utiliza en la identificación un método de correlación cruzada. Una pequeña señal PRBS (*Pseudo-random-binary-sequence*) se superpone a la referencia. La perturbación resultante en la salida se correla con esta señal para calcular la respuesta a un impulso de la planta, a partir de la cual se estiman la frecuencia y la ganancia del punto de oscilación.
- [González, 1994] propone una identificación de un modelo de segundo orden con retardo del lazo abierto del sistema realizando un escalón en lazo cerrado con control PI o PID y observando en la respuesta características tales como la amplitud de los picos y los tiempos en los que se producen. A partir del modelo de segundo orden de la planta y el regulador se deduce un modelo de primer orden con retardo de la planta, puesto que el regulador es conocido.
- Algunos fabricantes de reguladores industriales, como Foxboro y Fenwal, utilizan sistemas expertos o técnicas de reconocimiento de patrones para el Ajuste Automático [Hang y Sin, 1991], [Åström y Wittenmark, 1995]. Funcionando el sistema en lazo cerrado con control, se evalúa la forma de la respuesta del sistema a un escalón en la referencia o a una perturbación apreciable. Se juzga si la respuesta es apropiada y se cambian los parámetros de control si es necesario.
- [Poulin y otros, 1996] identifican un modelo de segundo orden con retardo mediante un ajuste por mínimos cuadrados. El regulador exige que el usuario informe sobre si el proceso es estable (sin integraciones), es inestable o tiene integraciones.

- [Vrancic y otros, 1996a] utilizan para la identificación un escalón de lazo abierto y lo que denominan “método de integración múltiple”. A partir de una serie de cálculos integrales sobre la respuesta del sistema obtienen directamente los parámetros del regulador, por lo que el modelo de la planta queda implícito.
- [McCormack y Godfrey, 1998] proponen un método de identificación en lazo cerrado en el que se excita al sistema con una señal que contiene igual potencia en los 15 primeros armónicos, siendo el mayor de una frecuencia doble de la de oscilación. Esta señal es de pequeña amplitud y se añade a la referencia, alterando mínimamente el funcionamiento normal del sistema. En caso de que no se disponga de una estimación aproximada de la frecuencia de oscilación se realizará primero un ensayo de realimentación con relé para obtenerla.

### 2.3.2 Síntesis

En lo referente a la síntesis también podemos clasificar los métodos en tres grupos: los basados en la respuesta temporal, los basados en la respuesta en frecuencia y otros.

#### a) Métodos basados en la respuesta temporal

- [Ziegler y Nichols, 1942] presentan dos métodos de Ajuste Automático, uno basado en la respuesta a un escalón y otro basado en la respuesta en frecuencia. En el primer caso la síntesis propuesta consiste simplemente en una tabla de valores para los distintos tipos de control que relacionan los parámetros del regulador ( $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ) con los parámetros resultantes de la identificación, obtenidos a partir de la respuesta transitoria. La idea que hay detrás de estos valores es la de proporcionar una buena respuesta ante perturbaciones de carga, con el criterio de conseguir un *ratio* de caída de la amplitud de un cuarto. Este criterio da lugar con frecuencia a sistemas muy poco amortiguados, lo cual se aprecia especialmente en la respuesta del sistema a referencia. Un ejemplo de aplicación de este método se puede encontrar en [Dreinhofer, 1988].

- 
- [Miller y otros, 1967] comparan cuatro métodos de síntesis a partir de un modelo de primer orden con retardo:
    - El método de Ziegler y Nichols de respuesta a escalón.
    - El método de Cohen y Coon.
    - Un método propio de los autores al que denominan 3C.
    - Métodos de control óptimo basados en la minimización de alguna forma de integración del error (IAE, ISE, ITAE).

La conclusión es que los métodos basados en la integración del error son superiores, decantándose entre ellos por el ITAE.

- [Chidambara, 1970] presenta un método más de control adaptativo que de Ajuste Automático, en el que es difícil separar la identificación y la síntesis: se analiza la forma del error en lazo cerrado con un control determinado y se varían los parámetros del regulador iterativamente hasta obtener la forma deseada. Permite fijar un índice del amortiguamiento del sistema, el *ratio* de caída de la amplitud, a valores diferentes de 1/4, que es el utilizado en el ajuste de Ziegler y Nichols.
- Muchos métodos plantean una optimización mediante la minimización del índice ISE o alguna variante. [Nishikawa y otros, 1984] parten del modelo de primer orden con retardo, mientras que [Al-Assadi y Al-Chalabi, 1987] suponen conocida la función de transferencia de la planta.
- [Zhuang y Atherton, 1993] diseñan el control minimizando el índice ITSE, bien de la respuesta a referencia, bien de la respuesta a perturbación. En principio obtienen los parámetros del regulador en función de los parámetros del modelo de primer orden con retardo, pero después los calculan en función de los parámetros resultantes de la identificación (realimentación con relé), quedando el modelo implícito. Aportan también un estudio muy interesante sobre la localización final del punto de oscilación de la planta una vez aplicado el control anterior, relacionando así este método con los de respuesta en frecuencia.

## b) Métodos basados en la respuesta en frecuencia

- [Ziegler y Nichols, 1942], en su método de respuesta en frecuencia, parten de la información obtenida en la identificación: la ganancia  $K_u$  y el periodo  $T_u$  de oscilación. La síntesis se traduce en una tabla similar a la propuesta en la versión de respuesta temporal, pero ahora el valor de los parámetros del regulador se da en función de  $K_u$  y  $T_u$ . De la misma manera que en aquella, se trata de proporcionar una buena respuesta ante perturbaciones de carga, con el criterio de conseguir un *ratio* de caída de la amplitud de un cuarto. Como ya hemos comentado, este criterio da lugar frecuentemente a sistemas muy poco amortiguados, por lo que, aun siendo este método masivamente utilizado, frecuentemente se han modificado ligeramente los valores. Muchos métodos presentados posteriormente son variantes más o menos importantes de esta técnica de ajuste.

- La principal aportación de [Åström y Hägglund, 1984] está en la identificación mediante la realimentación con relé. A partir de la información proporcionada por éste (la ganancia y el periodo de oscilación) proponen diversos métodos de síntesis, todavía más como sugerencias que como métodos depurados. Plantean la posibilidad de ajuste por margen de ganancia, por margen de fase, o una combinación, llevando la pulsación de oscilación al punto de amplitud 0,5 y ángulo  $-135^\circ$ .

Posteriormente [Hägglund y Åström, 1991] se reafirman en su opción de llevar el punto de oscilación al de módulo 0,5 y fase  $-135^\circ$ . Puesto que hay un grado de libertad proponen la relación  $T_i = 4 T_d$ . Sin embargo, reconocen que para ciertos tipos de procesos (por ejemplo sistemas que se aproximan mucho a los de primer orden o aquéllos que contienen retardos muy notables) este control no es adecuado y sugieren un control PI basado en la experiencia y la simulación.

- [Hang y otros, 1991] realizan un estudio detallado del comportamiento del ajuste de Ziegler y Nichols en función de los parámetros de un modelo de segundo orden con retardo. A partir de este minucioso análisis proponen ciertos cambios en el ajuste, aunque manteniendo el espíritu original. Las principales aportaciones son:

- Caracterización del proceso utilizando parámetros normalizados.

- Modificaciones en la estructura del PID, como la ponderación de la referencia o la aplicación de la acción diferencial sobre la salida en lugar de sobre el error.

- [Hang y Sin, 1991] comparan tres de los métodos existentes de Ajuste Automático. Uno de ellos no separa la identificación y la síntesis, analizando la forma del error a un escalón de la referencia en lazo cerrado, mediante técnicas de reconocimiento de patrones. Los otros dos realizan la síntesis a partir del punto de oscilación de la respuesta en frecuencia de la planta. Uno ajusta el control mediante el método de ganancia y fase de [Åström y Hägglund, 1984] mientras que el otro utiliza el método de Ziegler y Nichols refinado [Hang y otros, 1991].

Como ya hemos comentado, analiza las ventajas e inconvenientes de cada método, pero sin separar la influencia de la parte de identificación y de la de síntesis.

- [Åström y otros, 1992] plantean la utilidad de ciertos números adimensionales en el diseño de sistemas de control. En primer lugar proponen el uso de números que caracterizan la planta (retardo normalizado y ganancia normalizada) y que se pueden obtener a partir de las distintas formas de identificación (respuesta transitoria, respuesta en frecuencia, etc.). Estos parámetros pueden servir principalmente para decidir el tipo de control más apropiado y para modificar adecuadamente el ajuste de Ziegler y Nichols. En segundo lugar definen el error de pico en la respuesta a perturbación y el tiempo de subida normalizado, que caracterizan la respuesta en lazo cerrado. Estos números sirven para comprobar la validez del diseño realizado.
- [Schei, 1992] proporcionaba como resultado de la identificación un punto de la respuesta en frecuencia de pulsación comprendida entre la de cruce y la de oscilación. La síntesis consiste en variar iterativamente los parámetros de control hasta que ese punto cumpla una especificación determinada de amplitud. En cada iteración se realiza un ensayo de identificación, lo cual hace que el tiempo total empleado en el Ajuste Automático sea grande.

- [Leva, 1993] ajusta los parámetros del regulador para obtener un margen de fase especificado, llevando el punto de la respuesta en frecuencia de la planta obtenido en la identificación a módulo unidad y fase  $-180^\circ + M_f$ , comprobando además unas “condiciones de consistencia” del regulador. [Leva, 1996] perfecciona el diseño, aunque sigue siendo un método iterativo en el que están mezcladas la identificación y la síntesis. Consiste en minimizar dos funciones de coste: una que evalúa que la pulsación obtenida en la iteración es representativa de la dinámica del proceso y otra que determina lo lejos que está de la inconsistencia el regulador obtenido llevando ese punto a la posición deseada.
- [Schei, 1994], a partir del modelo de segundo orden con retardo obtenido en la identificación, diseña el control basándose en la respuesta en frecuencia, maximizando  $K_p/T_i$  con restricciones consistentes en valores máximos de la amplitud de la sensibilidad, de la sensibilidad complementaria y de  $K_p$ . Esta forma de realizar la síntesis es muy similar a la utilizada en esta tesis.
- [Ho y otros, 1995a] desarrollan relaciones explícitas entre los parámetros del regulador y los de un modelo de primer o segundo orden con retardo de la planta, en función del margen de ganancia y de fase, que son especificaciones de diseño. Estas relaciones se obtienen mediante la aproximación de la función arcotangente por una recta. En el caso de que el modelo apropiado de la planta sea de primer orden utiliza control PI. Si el modelo es de segundo orden utiliza control PID, pero obligando a la cancelación de una constante de tiempo de la planta con el cero de la acción diferencial, con lo que se reduce al caso anterior.
- [Voda y Landau, 1995] presentan un método de diseño de reguladores PID basado en el óptimo simétrico de Kessler, a partir de un punto de la respuesta en frecuencia de la planta obtenido en la identificación. En esta línea [Loron, 1997] presenta el método del óptimo no simétrico para el ajuste de reguladores PID. Se deriva del óptimo simétrico de Kessler y se basa en la especificación del pico de resonancia del lazo cerrado. Utiliza

un modelo de la planta de primer orden con integración, en lugar del habitual de primer orden con retardo.

- [Wang, L. y otros, 1995] presentan un novedoso método de diseño en el dominio de la frecuencia, teniendo como especificación la forma deseada (en el dominio del tiempo) de la señal de mando (en lugar de la variable de salida, más habitual) en lazo cerrado.
- [Calcev y Gorez, 1996], como ya comentamos en §2.3.1, proponen un método en el que están unidas identificación y síntesis. Es un método iterativo en el que se fuerza a la respuesta en frecuencia del lazo abierto a pasar por un punto de módulo 0.5 y una fase determinada, escogida como especificación. Es interesante observar que si la fase escogida es  $-180^\circ$  el diseño coincide con el control P y es muy similar al PI de Ziegler y Nichols. Si la fase es mayor será un diseño más amortiguado que aquél.

Un enfoque parecido es el de [Vrancic y otros, 1996b], que presentan también un método iterativo con la identificación y la síntesis mezcladas. La identificación permitía obtener dos puntos de la respuesta en frecuencia del lazo abierto: el de cruce y el de oscilación. La síntesis consiste en variar los parámetros del control hasta conseguir que los márgenes de fase y de ganancia alcancen los valores especificados, para lo cual proponen varios métodos diferentes.

- [Denolin y Hanus, 1996] y [Vrancic y otros, 1996a] basan la síntesis en conseguir que la respuesta en frecuencia del lazo abierto tenga parte real  $-0.5$  a bajas frecuencias y durante el mayor margen posible de frecuencias. De esta manera se consigue que el lazo cerrado tenga módulo unidad con un ancho de banda lo mayor posible.
- [Poulin y otros, 1996] obtenían en la fase de identificación un modelo de segundo orden con retardo, distinguiendo diferentes casos según los valores de los parámetros del modelo. La síntesis es diferente para cada uno de los casos y se basa en la minimización aproximada del criterio ITAE mediante cancelaciones de polos y ceros, con especificaciones de margen de fase y pico de resonancia.

- [McCormack y Godfrey, 1998] no aprovechan en la fase de síntesis la información tan completa sobre la respuesta en frecuencia de la planta que obtienen en la fase de identificación. Solamente utilizan el punto de oscilación y la ganancia estática. Aportan una comparación de ocho métodos de síntesis basados todos ellos en esa misma información.

### c) Otros métodos

Agrupamos en este apartado métodos que por una u otra razón no encajan perfectamente en los anteriores.

- [Zervos y otros, 1988] minimizan el índice ISE de la respuesta a un escalón en lazo cerrado, utilizando la expansión de Laguerre.
- [Vu, 1992] presenta un método de diseño tanto para sistemas deterministas como estocásticos basado en la minimización de la varianza de la variable realimentada.
- [Shafiei y Shenton, 1994] presentan un método gráfico de diseño de reguladores PID basado en la partición D. [Shafiei y Shenton, 1997] lo perfeccionan, permitiendo la especificación simultánea de los márgenes de fase y de ganancia.
- [Åström y Hägglund, 1995] presentan en el capítulo 5, *New Tuning Methods* (Nuevos métodos de ajuste), dos métodos muy relacionados entre sí, uno basado en la respuesta temporal y otro en la respuesta en frecuencia. Ambos métodos parten del establecimiento de una Batería de Plantas que trata de recoger la gran variedad existente en los procesos industriales. Para cada una de ellas se determina el control mediante diseño de polo dominante (explicado en el capítulo 4 del libro). Posteriormente se obtienen relaciones aproximadas entre los parámetros normalizados del regulador y los parámetros normalizados de la planta. En el caso del método de respuesta temporal los parámetros se normalizan con características de la respuesta a un escalón, como el retardo normalizado o la constante de tiempo normalizada. En el caso del método de respuesta en frecuencia los parámetros se normalizan utilizando la ganancia y el periodo

de oscilación y la ganancia estática de la planta. El principal inconveniente de este método es que no es válido para plantas que contengan integraciones. Este método presenta muchas características comunes con el presentado en esta tesis, que trata de solucionar algunas de sus limitaciones.

- [Williams y Adeniyi, 1996] presentan un método de diseño de reguladores PID para sistemas de orden elevado basado en una aproximación del comportamiento a bajas y altas frecuencias del regulador IMC (*Internal Model Control*).

Se han desarrollado también algunos métodos adaptados para los casos de sistemas especialmente difíciles de controlar.

- [Khan y Lehman, 1996] presentan un diseño de controles PI especialmente adaptado al caso de retardos grandes. Se basa en la cancelación del polo de la planta con el cero del control, por lo que queda un sólo grado de libertad, equivalente al diseño de un control P. El valor de éste se obtiene a partir de un estudio del efecto del control proporcional sobre plantas de primer orden con retardo. Así consiguen un control con margen de ganancia superior a 2,5 y margen de fase superior a  $60^\circ$  para un amplio margen del retardo.
- [Ho y otros, 1997] proponen un método de diseño de reguladores PID para el caso de plantas de segundo orden con retardo cuya respuesta a escalón es subamortiguada. El método parte de especificaciones de margen de fase y de ganancia.

Algunos autores comparan diversos métodos existentes. Así, [Ho y otros, 1995b] estudian el comportamiento y la robustez (en términos de márgenes de ganancia y de fase) de diferentes formas de diseño de controles PI presentadas en la literatura, para un modelo de la planta de primer orden con retardo. [Ho y otros, 1996] completan el estudio para el caso de reguladores PID.

Otro importante grupo de autores presenta aportaciones muy relacionadas con las anteriores, pero que tratan del diseño de reguladores que se alejan algo del control PID en un lazo simple de regulación de una variable.

- [Cluett y Goberdhansingh, 1990] tratan el Ajuste Automático de un control predictivo basado en modelo.
- [Hägglund, 1992] propone un control PI predictivo diseñado especialmente para el caso de sistemas con grandes retardos. Además revisa otros métodos propuestos para este tipo de sistemas, como el predictor de Smith y el IMC (*Internal Model Controller*).
- [Åström y otros, 1993] proponen el diseño de un regulador digital mediante asignación de polos, en lugar de un PID. La información de partida es el modelo en tiempo discreto de la planta obtenido en la identificación.
- [Hang y otros, 1994] utilizan el método de diseño de Ziegler y Nichols refinado [Hang y otros, 1991] para el Ajuste Automático de reguladores en cascada.
- [Zhuang y Atherton, 1994] realizan la síntesis de reguladores para sistemas de dos variables moviendo el punto de oscilación a la posición deseada en la respuesta en frecuencia del lazo abierto.
- [Wang, Q. G. y otros, 1995] diseñan reguladores FSA (*Finite Spectrum Assignment*) en el caso de plantas con retardos grandes, donde el PID no da un resultado muy bueno.
- [Carels y Gorez, 1996] diseñan un control IMC (*Internal Model Control*) en lugar de PID.

- [Desbiens y otros, 1996] proponen un método de diseño de reguladores para sistemas 2 x 2 basado en especificaciones de respuesta en frecuencia y en el predictor de Smith.

### 2.3.3 Resumen y conclusiones de la revisión bibliográfica

#### a) Identificación

En cuanto a la fase de identificación del Ajuste Automático se podrían sacar las siguientes conclusiones:

- Los métodos de respuesta temporal finalizan siempre con la obtención de un modelo de primer orden con retardo para la planta.
- Los métodos de respuesta en frecuencia obtenían inicialmente las características de un punto de la respuesta en frecuencia de la planta: el punto de oscilación [Ziegler y Nichols, 1942], [Åström y Hägglund, 1984]. Posteriormente se completó esta información con la ganancia estática de la planta; ver, por ejemplo, [Zhuang y Atherton, 1993]. Muchos autores utilizan estos datos para obtener un modelo de primer orden con retardo de la planta, sin que esto suponga nada más que un cambio en la presentación de la información.
- El siguiente paso ha sido juzgar si el punto de oscilación es el más adecuado para representar la dinámica de la planta. Algunos autores abogan por escoger en su lugar otro punto de la respuesta en frecuencia [Schei, 1992], [Voda y Landau, 1995]. En nuestra opinión, esto sólo podrá mejorar muy ligeramente el Ajuste Automático.
- El cambio más significativo ha sido el reconocimiento de que un solo punto de la respuesta en frecuencia de la planta es una información insuficiente para realizar con garantías el Ajuste Automático. La ganancia estática se puede considerar como otro punto de la respuesta en frecuencia, pero muy alejado de la zona de frecuencias de interés para el control. Es necesaria por tanto la obtención de más información sobre la zona de frecuencias de interés, alrededor del punto de oscilación. [Leva, 1993] abre el

camino proponiendo la exploración de diferentes puntos, pero finalmente sólo utiliza uno de ellos. [Schei, 1994] propone un ensayo que permite obtener el punto de cruce de la planta (amplitud 1), además del punto de oscilación (fase  $-180^\circ$ ). Este enfoque coincide con el utilizado en esta tesis. También [Åström, 1996] obtiene esta misma información.

Es interesante observar que, si se desea, esta mayor cantidad de información sobre la respuesta en frecuencia se puede emplear en obtener un modelo más elaborado de la planta que el habitual de primer orden con retardo. El más natural parece ser el de segundo orden con retardo.

- En cuanto a otros enfoques parece especialmente prometedor el de [McCormack y Godfrey, 1998]. El planteamiento es muy diferente ya que no propone ensayos aislados para la obtención de diferentes puntos, pero la filosofía de la identificación parece ser la misma: es necesaria una información más completa sobre la respuesta en frecuencia de la planta.

## **b) Síntesis**

Los avances en la fase de síntesis dependen, lógicamente, de los avances en la identificación de la planta. Se pueden destacar las siguientes conclusiones:

- Los métodos de síntesis que parten de un modelo de la planta de primer orden con retardo han tendido en su mayoría hacia diseños basados en técnicas de optimización, minimizando algún índice de la respuesta del sistema, frecuentemente la integración del error en la respuesta a un escalón. Ver, por ejemplo, [Zhuang y Atherton, 1993].
- Los métodos que parten de la información del punto de oscilación de la planta (u otro próximo) son derivados del original de [Ziegler y Nichols, 1942]. En conjunto, las diferentes propuestas difieren en el lugar del plano complejo donde queda dicho punto al aplicar el control [Åström y Hägglund, 1984], [Hägglund y Åström, 1991], [Calcev y Gorez, 1996], etc.

- Todos los anteriores parten en nuestra opinión, como ya hemos dicho, de una información insuficiente sobre la planta. Esto hace que, a pesar de las mejoras, no se llegue a un método de Ajuste Automático válido para la generalidad de los procesos industriales. El modelo de primer orden con retardo es incapaz de recoger la gran variedad de plantas que se presentan en la industria. Por eso todos los métodos fallan cuando se aplican a una planta cuyas características difieren suficientemente de las del modelo utilizado.

Una consecuencia de lo anterior es que los autores se ven obligados a plantear excepciones en sus propios métodos y a proponer diferentes diseños para hacer frente a casos tan habituales como por ejemplo el de sistemas con retardos importantes. Estos diseños están basados en muchos casos en reglas heurísticas, inspirando una cierta inseguridad en el resultado.

[Åström y Hägglund, 1995], capítulo 5, presentan un método muy valioso, pero la insuficiente información utilizada (punto de oscilación y ganancia estática) hace que no se pueda aplicar en el caso de plantas con integración.

- De acuerdo con la idea de que la calidad de los métodos de síntesis depende en primer lugar de la información de que dispongan sobre la planta, parece apreciarse que las aportaciones sobre síntesis están menos avanzadas que las que tratan la identificación. Varios de los autores que obtenían más información en la fase de identificación luego no la utilizan en la fase de síntesis, por ejemplo [Leva, 1993].

La excepción más válida es [Schei, 1994] que, a partir de la información de dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta (el de oscilación y el de cruce), obtiene un modelo de segundo orden con retardo que utiliza en la fase de síntesis de los parámetros del regulador.

- Por otra parte se han producido avances importantes en la estructura del regulador PID. Quizá los más significativos sean la aplicación de la acción diferencial sobre la señal de salida en lugar de sobre la de error y la ponderación de la referencia [Hang y otros, 1991].

## 2.4 Conclusiones

Las principales conclusiones que se pueden extraer de lo analizado en este capítulo son las siguientes:

- §2.2 aclara qué se entiende por Ajuste Automático y analiza la importancia y el amplio abanico de posibilidades de uso industrial del mismo. El Ajuste Automático incluye dos aspectos: la identificación de la planta y la síntesis de los parámetros del regulador.
- La identificación es la obtención de información sobre las características de la planta a controlar. De la revisión bibliográfica realizada se concluye que la inmensa mayoría de los métodos presentados realizan una identificación insuficiente de la planta, por lo que es necesario mejorar esta fase del Ajuste Automático, obteniendo más información sobre la misma.
- En cuanto a la síntesis de los parámetros del regulador, hay gran cantidad de métodos diferentes. Sin embargo, la mayoría utiliza la insuficiente información proporcionada por la identificación, por lo que fallan cuando la situación se aleja de aquélla que se ha supuesto en el diseño. Un claro ejemplo son las limitaciones inherentes al modelo de primer orden con retardo o a la información de un solo punto de la respuesta en frecuencia de la planta, empleada por gran cantidad de métodos. Se hace necesario, por tanto, diseñar nuevos algoritmos de síntesis que aprovechen eficientemente la mayor cantidad de información sobre la planta obtenida en la identificación.

# Capítulo 3

---

## Batería de Plantas

### 3.1 Introducción

En el capítulo 2 se realizó una revisión bibliográfica de los métodos de Ajuste Automático existentes. La conclusión más importante para esta tesis es que el modelo de la planta que se obtiene en la fase de identificación es insuficiente. Es necesario mejorar la identificación y luego, en la fase de síntesis, aprovechar esa mejora para el diseño del control. En este capítulo se justifica adecuadamente esta cuestión, que es el punto de partida del trabajo de la tesis.

Por otra parte, en la literatura sobre Ajuste Automático de reguladores hay una gran dispersión en cuanto a las plantas que se utilizan para desarrollar los métodos y para comprobar la validez de los mismos. En nuestra opinión hay poco rigor, ya que muchos de los algoritmos presentados están desarrollados basándose en un tipo determinado de plantas y son ineficaces para cualquier otro tipo. Esto choca frontalmente con la idea general del Ajuste Automático, que debe ser válido para un abanico lo más amplio posible de plantas industriales.

Se hace necesario entonces el establecer una Batería de Plantas que sea representativa de la inmensa mayoría de los procesos industriales. Este banco de pruebas servirá para desarrollar los métodos y para estudiar la validez de los resultados. Es importante comprobar que las plantas escogidas para formar parte de la Batería contienen suficiente riqueza como para representar adecuadamente a la gran variedad de plantas existentes en la industria.

Esta Batería de Plantas juega un papel fundamental en el desarrollo de la tesis. En este capítulo se presenta la Batería y se utiliza para justificar el planteamiento inicial de la

tesis: es necesario mejorar la identificación de la planta. En capítulos posteriores se utiliza continuamente, tanto en la parte de identificación como en la de síntesis y también en la normalización.

La organización del capítulo es la que sigue. En §3.2 se presentan las plantas que forman parte de la Batería. En §3.3 se realizan comparaciones gráficas entre las mismas, resaltando las similitudes y diferencias desde el punto de vista de interés para la tesis. En §3.4 se realiza el análisis detallado de la Batería, argumentando la crítica de los métodos anteriores y justificando la necesidad de identificar otro punto de la respuesta en frecuencia. En §3.5 se extraen las conclusiones más importantes del capítulo.

## 3.2 Plantas seleccionadas

La idea de la necesidad de una Batería de Plantas apenas aparece en la literatura. Una excepción es [Åström y Hägglund, 1995]. En esta tesis se ha completado la Batería que ellos proponen. Por una parte se han ampliado en algún caso los límites del parámetro de alguna de las plantas y por otra parte se ha añadido alguna planta más que aparece en la literatura. Como se verá en el análisis posterior, algunas de las plantas seleccionadas se parecen bastante entre sí, por lo que quizá se podría haber reducido algo el tamaño de la Batería que, en cualquier caso, no es crítico.

Con vistas a facilitar la comparación se han normalizado las plantas añadiendo una ganancia de control proporcional para que el margen de ganancia sea de 2 (6 dB), sin pérdida de generalidad. Puede entonces obtenerse la pulsación de cruce  $\omega_0$  y el margen de fase  $M_f$ , que indica la *verticalidad* del diagrama de Black de la respuesta en frecuencia de cada planta. Para cada planta se indica a continuación, para los valores extremos de sus respectivos parámetros, el punto de oscilación, el punto de cruce y la ganancia de control proporcional necesaria para normalizar con margen de ganancia de 2 (6 dB). Nótese también una normalización implícita en el tiempo (o la frecuencia): una constante de tiempo se supone igual a 1 (unidad de tiempo).

### 3.2.1 Plantas sin integración

#### Planta 1

$$P_1(s) = \frac{e^{-Ds}}{(1+s)^2} \quad 0,1 < D < 10$$

$$\text{a) } P_{101}(s) = \frac{e^{-0,1s}}{(1+s)^2} \quad K = 10,335 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 4,43 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 3,06 \quad M_f = 18,7^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{110}(s) = \frac{e^{-10s}}{(1+s)^2} \quad K = 0,5345 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,26 \quad M_g = 2 \\ \omega_0, M_f \text{ no aplicables} \end{array} \right\}$$

“ $\omega_0, M_f$  no aplicables” significa que no existe ninguna pulsación para la cual el módulo sea 0 dB, por lo que estrictamente no se puede calcular el margen de fase. Se podría decir que tiende a infinito, del mismo modo que en un sistema de segundo orden el margen de ganancia tiende a infinito.

#### Planta 2

$$P_2(s) = \frac{1}{(1+s)^n} \quad 3 < n < 20$$

$$\text{a) } P_{23}(s) = \frac{1}{(1+s)^3} \quad K = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 1,73 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 1,23 \quad M_f = 27^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{220}(s) = \frac{1}{(1+s)^{20}} \quad K = 0,641 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,158 \quad M_g = 2 \\ \omega_0, M_f \text{ no aplicables} \end{array} \right\}$$

**Planta 3**

$$P_3(s) = \frac{(1 - \alpha s)}{(1 + s)^3} \quad 0 < \alpha < 2$$

$$\text{a) } P_{30}(s) = \frac{1}{(1 + s)^3} \quad K = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 1,73 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 1,23 \quad M_f = 27^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{32}(s) = \frac{(1 - 2s)}{(1 + s)^3} \quad K = 0,57 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,85 \quad M_g = 2 \\ \omega_0, M_f \text{ no aplicables} \end{array} \right\}$$

**Planta 4**

$$P_4(s) = \frac{1}{(1 + s)(1 + \alpha s)(1 + \alpha^2 s)(1 + \alpha^3 s)} \quad 0,2 < \alpha < 0,7$$

$$\text{a) } P_{402}(s) = \frac{1}{(1 + s)(1 + 0,2s)(1 + 0,2^2 s)(1 + 0,2^3 s)}$$

$$K = 15,12 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 11,18 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 7,75 \quad M_f = 19,4^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{407}(s) = \frac{1}{(1 + s)(1 + 0,7s)(1 + 0,7^2 s)(1 + 0,7^3 s)}$$

$$K = 2,33 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 1,7 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 1,12 \quad M_f = 44^\circ \end{array} \right\}$$

Obsérvese que la planta  $P_2$  con el parámetro  $n = 3$  coincide con la planta  $P_3$  con el parámetro  $\alpha = 0$ .

### 3.2.2 Plantas con integración

#### Planta 5

$$P_5(s) = \frac{e^{-Ds}}{s} \quad D > 0$$

$$\text{a) } P_{501}(s) = \frac{e^{-0,1s}}{s} \quad K = 7,86 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 15,7 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 7,86 \quad M_f = 45^\circ \end{array} \right\}$$

En el caso de esta planta el valor del parámetro  $D$  cambia la escala de tiempos, pero no cambia cualitativamente la planta. Se ha escogido un valor cualquiera de  $D$ .

#### Planta 6

$$P_6(s) = \frac{e^{-Ds}}{s(1+s)} \quad 0,05 < D < 0,8$$

$$\text{a) } P_{6005}(s) = \frac{e^{-0,05s}}{s(1+s)} \quad K = 10,09 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 4,44 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 3,1 \quad M_f = 9^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{608}(s) = \frac{e^{-0,8s}}{s(1+s)} \quad K = 0,695 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,989 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,597 \quad M_f = 31,8^\circ \end{array} \right\}$$

#### Planta 7

$$P_7(s) = \frac{(1-\alpha s)}{s(1+s)} \quad 0,05 < \alpha < 0,75$$

$$\text{a) } P_{7005}(s) = \frac{(1-0,05s)}{s(1+s)} \quad K = 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 4,472 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 3,1 \quad M_f = 9^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{7075}(s) = \frac{(1-0,75s)}{s(1+s)} \quad K = 0,666 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 1,155 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,624 \quad M_f = 32,9^\circ \end{array} \right\}$$

**Planta 8**

$$P_8(s) = \frac{e^{-Ds}}{s(1+s)^2} \quad 0,1 < D < 10$$

$$\text{a) } P_{801}(s) = \frac{e^{-0,1s}}{s(1+s)^2} \quad K = 0,837 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,913 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,61 \quad M_f = 23,8^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{810}(s) = \frac{e^{-10s}}{s(1+s)^2} \quad K = 0,0667 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,13 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,0667 \quad M_f = 44,5^\circ \end{array} \right\}$$

**Planta 9**

$$P_9(s) = \frac{1}{s(1+s)^n} \quad 3 < n < 20$$

$$\text{a) } P_{93}(s) = \frac{1}{s(1+s)^3} \quad K = 0,444 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,577 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,367 \quad M_f = 29,5^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{920}(s) = \frac{1}{s(1+s)^{20}} \quad K = 0,0419 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,0787 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,0412 \quad M_f = 42,9^\circ \end{array} \right\}$$

**Planta 10**

$$P_{10}(s) = \frac{1-\alpha s}{s(1+s)^3} \quad 0 < \alpha < 2$$

$$\text{a) } P_{100}(s) = \frac{1}{s(1+s)^3} \quad K = 0,444 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,577 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,367 \quad M_f = 29,5^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{102}(s) = \frac{1-2s}{s(1+s)^3} \quad K = 0,165 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,34 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,17 \quad M_f = 43^\circ \end{array} \right\}$$

**Planta 11**

$$P_{11}(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+\alpha s)(1+\alpha^2 s)(1+\alpha^3 s)} \quad 0,2 < \alpha < 0,7$$

$$\text{a) } P_{1102}(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+0,2s)(1+0,2^2 s)(1+0,2^3 s)}$$

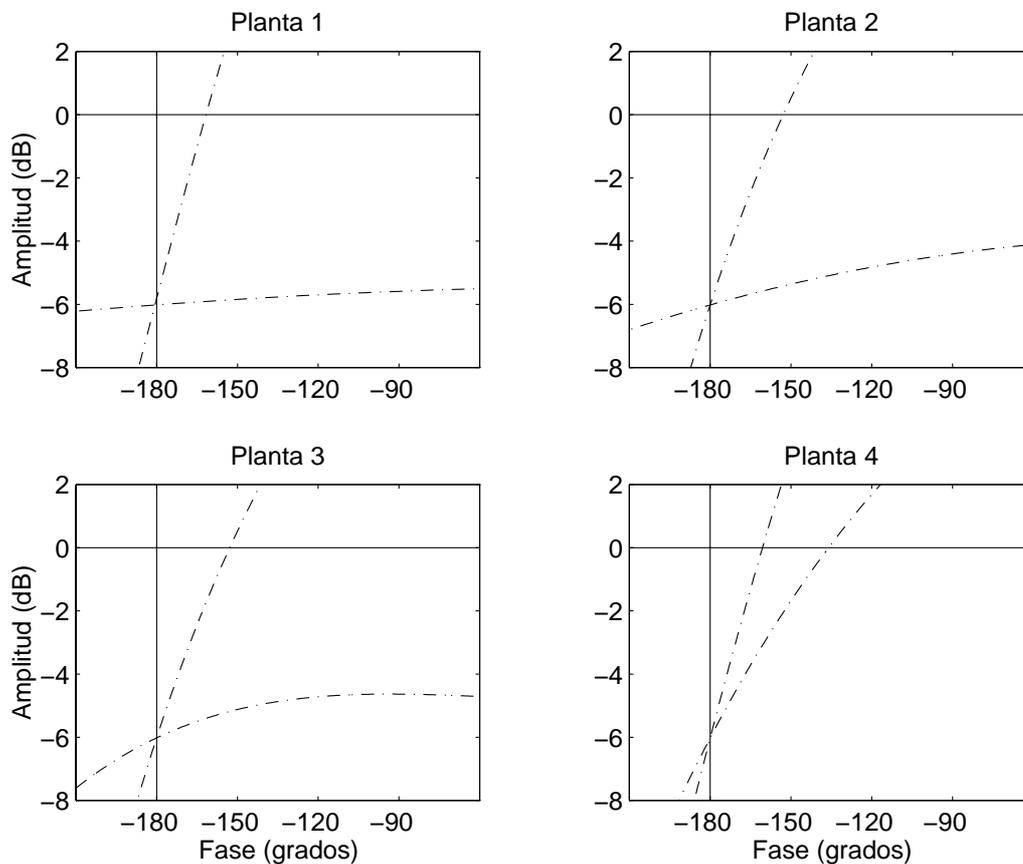
$$K = 2,35 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 1,97 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 1,35 \quad M_f = 17,7^\circ \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } P_{1107}(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+0,7s)(1+0,7^2 s)(1+0,7^3 s)}$$

$$K = 0,48 \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,67 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 0,41 \quad M_f = 31,9^\circ \end{array} \right\}$$

Obsérvese que la planta  $P_9$  con el parámetro  $n = 3$  coincide con la planta  $P_{10}$  con el parámetro  $\alpha = 0$ . También es interesante observar el gran parecido entre los valores obtenidos en las plantas  $P_6$  y  $P_7$ . A pesar de parecer muy diferentes ocurre que un cero positivo es muy similar a un retardo en esa zona de frecuencias (obsérvese que  $1 - Ds$  es el comienzo del desarrollo en serie de Taylor de  $e^{-Ds}$  para frecuencias bajas).

### 3.3 Comparaciones gráficas



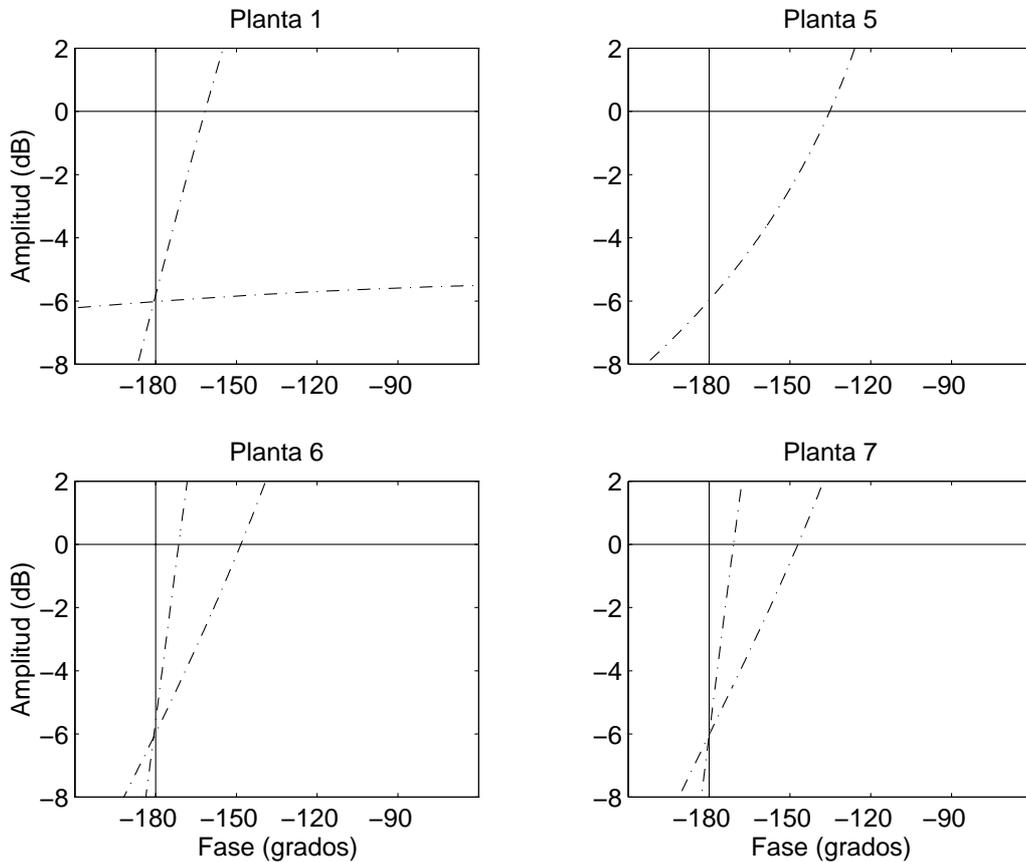
**Figura 3.1** Diagrama de Black. Plantas sin integración  $P_1$  a  $P_4$  con control P para  $M_g = 2$  (6 dB).

La figura 3.1 muestra el diagrama de Black de la respuesta en frecuencia de las plantas sin integración ( $P_1$  a  $P_4$ ), con el control proporcional para normalizarlas con margen de ganancia  $M_g = 2$  (6 dB).

#### **Observaciones:**

- En cada una de las plantas, la curva más *vertical* corresponde al valor más pequeño de su parámetro.
- En algunos casos ( $P_1$  es el más significativo) el margen considerado de su parámetro proporciona una gran variación en la *pendiente* de la curva, llegando a ser muy horizontal.

- La planta  $P_1$  resulta ser la más vertical para el valor más pequeño de su parámetro y la más horizontal para el otro extremo considerado.



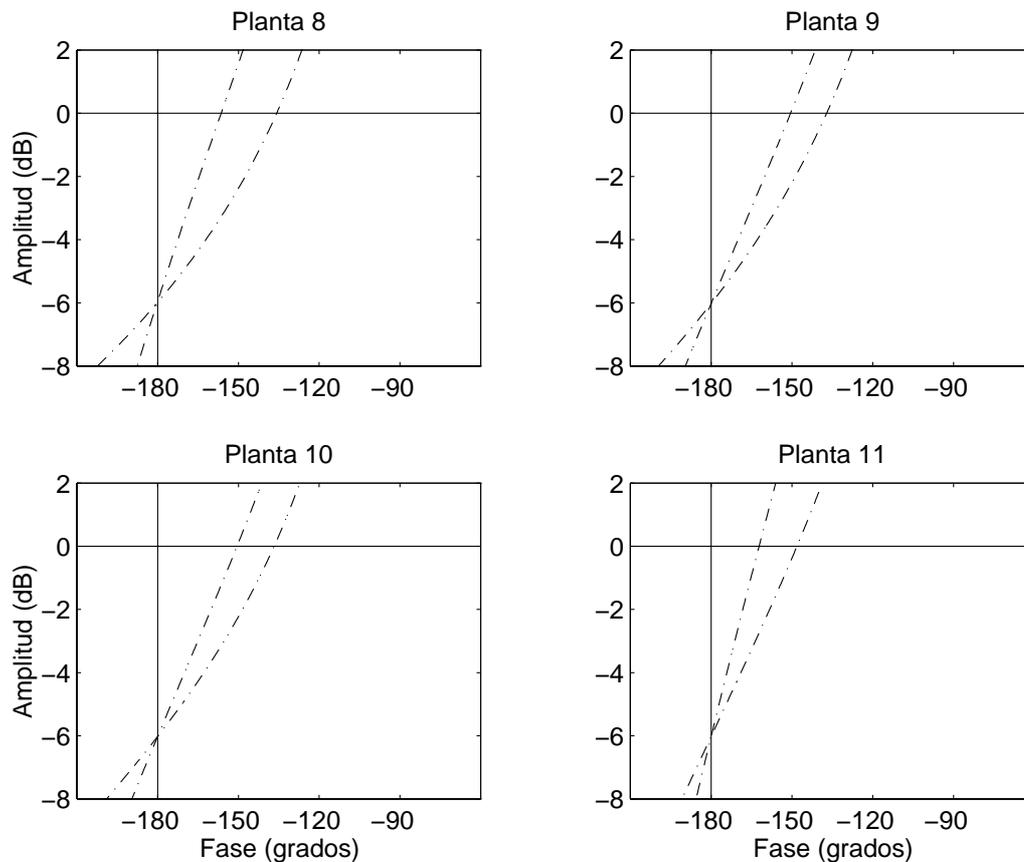
**Figura 3.2** Diagrama de Black. Plantas con integración  $P_5$  a  $P_7$  y planta  $P_1$  con control P para  $M_g = 2$  (6 dB).

La figura 3.2 muestra el diagrama de Black de la respuesta en frecuencia de un primer grupo de plantas con integración ( $P_5$  a  $P_7$ ), con el control proporcional para normalizarlas con margen de ganancia  $M_g = 2$  (6 dB). Además se añade la planta  $P_1$  a efectos de comparación, por ser la planta más vertical y la más horizontal de las que no contienen integración (para los valores extremos de su parámetro).

### Observaciones:

- Este grupo de plantas, dentro del margen considerado de sus respectivos parámetros, es más vertical que el de plantas sin integración.
- En cada planta la curva más vertical corresponde al valor más pequeño de su parámetro.

- La planta  $P_5$  tiene el mismo diagrama de Black para cualquier valor de su parámetro, representando éste un factor de escala en los tiempos (o en las pulsaciones). Por este motivo sólo aparece una curva.
- Las plantas  $P_6$  y  $P_7$  resultan prácticamente idénticas, como ya se comentó en §3.2.2.
- Las plantas  $P_6$  y  $P_7$ , para los valores más pequeños de sus parámetros, son las más verticales.



**Figura 3.3** Diagrama de Black. Plantas con integración  $P_8$  a  $P_{11}$  con control P para  $M_g = 2$  (6 dB).

La figura 3.3 muestra el diagrama de Black de la respuesta en frecuencia del segundo grupo de plantas con integración ( $P_8$  a  $P_{11}$ ), con el control proporcional para normalizarlas con margen de ganancia  $M_g = 2$  (6 dB). Obsérvese que estas plantas se han construido simplemente añadiendo una integración a las plantas  $P_1$  a  $P_4$ .

**Observaciones:**

- Este grupo de plantas, dentro del margen considerado de sus respectivos parámetros, también es más vertical que el de plantas sin integración.
- En cada planta la curva más vertical corresponde al valor más pequeño de su parámetro.
- Este grupo de plantas queda incluido dentro de los límites marcados por los anteriores: la planta  $P_7$  con el valor más pequeño de su parámetro es más vertical que todas las de este grupo y la planta  $P_1$  con el mayor valor de su parámetro es más horizontal que todas las de este grupo.

### 3.4 Análisis

En este apartado se va a analizar la Batería de Plantas desde el punto de vista de interés para la tesis, en especial la relación con la fase de identificación de la planta. Los razonamientos tienen en cuenta que el objetivo final es el diseño de un método completo de Ajuste Automático. Se parte de la respuesta en frecuencia de las distintas plantas que forman parte de la Batería porque los métodos de identificación basados en la respuesta en frecuencia son los más extendidos y prometedores.

#### 3.4.1 Identificación basada en el punto de oscilación

Muchos métodos de ajuste basados en la respuesta en frecuencia identifican el punto de oscilación de la planta (el primero de ellos, el original de [Ziegler y Nichols, 1942]). Las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 muestran el diagrama de Black de las plantas de la Batería con un control proporcional que ajusta el margen de ganancia a 2 (6 dB), diseño propuesto por [Ziegler y Nichols, 1942]. Se observa en las gráficas que el margen de fase que resulta varía enormemente entre unas plantas y otras para distintos valores de sus respectivos parámetros, especialmente en las plantas sin integración. La consecuencia de esto es que el amortiguamiento resultante es muy diferente. Las plantas más *horizontales* en el diagrama de Black (por ejemplo las dominadas por retardos) darán lugar a sistemas más amortiguados que las más *verticales* con el control proporcional. Esta es la causa del hecho

conocido de que el ajuste de [Ziegler y Nichols, 1942] da lugar a sistemas poco amortiguados en muchos casos.

La gran variabilidad en la respuesta en frecuencia de los procesos industriales, reflejada en las plantas de la Batería, es la causa de que los métodos de Ajuste Automático desarrollados utilizando un determinado modelo de planta fallan al ser aplicados a plantas cuyas características de respuesta en frecuencia sean bastante diferentes.

El estudio anterior permite sacar la conclusión de que es necesario obtener más información sobre la respuesta en frecuencia de la planta para diseñar adecuadamente el control. En el desarrollo de esta tesis se estudió la posibilidad de caracterizar las plantas por la pendiente de la respuesta en frecuencia en el diagrama de Black en la zona de interés (aproximadamente entre las pulsaciones de cruce y oscilación), además de la habitual información sobre el punto de oscilación. Esta información resultaba útil pero no suficientemente rica para el Ajuste Automático, por lo que no se continuó en esta línea. Hay que tener en cuenta que la pendiente en el diagrama de Black no refleja la evolución de la pulsación.

### **3.4.2 Identificación basada en el punto de oscilación y la ganancia estática**

En la línea de que es necesario mejorar la identificación de la planta, algunos autores utilizan, además del punto de oscilación, la ganancia estática de la planta (ver §2). Esta información es útil, pero no está claro que sea la más apropiada. En principio se trata de un punto de la respuesta en frecuencia (frecuencia nula) alejado de la zona de frecuencias de interés para el control. Dos plantas podrían tener el mismo punto de oscilación y la misma ganancia estática y muy diferente respuesta en frecuencia en la zona de frecuencias que da lugar al margen de fase, resultando un amortiguamiento diferente en los dos sistemas.

Este problema, que está claro para funciones de transferencia arbitrarias, queda muy disminuido al restringirnos a plantas reales, representadas en la Batería. La ganancia estática es en este caso un parámetro bastante significativo.

Sin embargo, otro problema más grave permanece. La ganancia estática resulta ser un complemento aceptable del punto de oscilación para las plantas sin integración, pero no es aplicable a plantas con integración, también frecuentes en la industria. Ésta es la limitación fundamental de los métodos que basan la identificación en estos dos puntos de la respuesta en frecuencia, algunos muy extendidos y aceptados. Algunos autores reconocen esta limitación en el caso de plantas con integración [Åström y Hägglund, 1995].

### **3.4.3 Identificación basada en dos puntos de la respuesta en frecuencia**

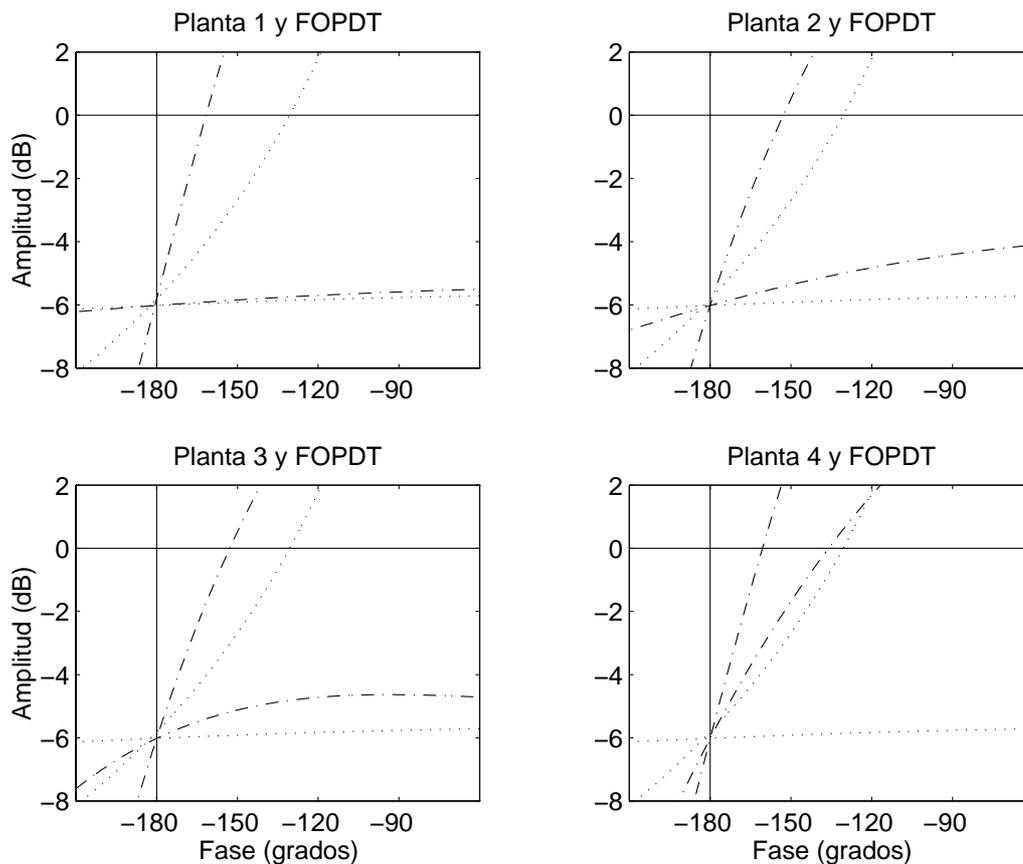
Del estudio anterior se deriva la necesidad de realizar una identificación más completa de la planta. A la vista de las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 parece interesante identificar otro punto de la respuesta en frecuencia que se encuentre en la zona de frecuencias de interés para el control y sea suficientemente diferente del punto de oscilación. El punto que se presenta como el más conveniente es el punto de cruce. Esta idea se desarrolla en el capítulo 4 y se puede considerar como el punto de partida de la tesis. En primer lugar habrá que desarrollar algoritmos de identificación de ese nuevo punto (capítulo 4) y posteriormente analizar la mejor manera de aprovechar esa nueva información en la fase de diseño (capítulos 5 y 6).

### **3.4.4 Planta de primer orden con retardo (FOPDT)**

En este contexto es interesante analizar las características de la planta de primer orden con retardo (en la literatura anglosajona FOPDT) utilizada por tantos métodos de Ajuste Automático. Normalizándola de la misma forma que las plantas de la Batería se obtiene:

$$P_{FOPDT}(s) = \frac{e^{-Ds}}{(1+s)} \quad 0,1 < D < 10$$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad P_{FOPDT01}(s) &= \frac{e^{-0,1s}}{(1+s)} & K &= 8,1753 & \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 16,32 \quad M_g = 2 \\ \omega_0 = 8,11 \quad M_f = 50,6^\circ \end{array} \right\} \\
 \text{b)} \quad P_{FOPDT10}(s) &= \frac{e^{-10s}}{(1+s)} & K &= 0,5201 & \left\{ \begin{array}{l} \omega_u = 0,286 \quad M_g = 2 \\ \omega_0, M_f \text{ no aplicables} \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$



**Figura 3.4** Diagrama de Black. Plantas sin integración  $P_1$  a  $P_4$  (-.-) y planta FOPDT (...) con control P para  $M_g = 2$  (6 dB).

Los cálculos y la figura 3.4 muestran que la planta FOPDT está englobada dentro de la Batería de Plantas. El margen analizado del retardo, entre la décima parte y diez veces la constante de tiempo, es más amplio que el considerado por la mayoría de los autores que utilizan este modelo (en muchas ocasiones desde la mitad hasta el doble de la constante de tiempo). Comparándola con la planta  $P_1$  se observa que ambas son muy similares para retardos grandes: ver la inclinación en el diagrama de Black y el valor de la pulsación de oscilación. Sin embargo, para valores pequeños del retardo, la planta  $P_1$  llega a hacerse más

vertical que la planta FOPDT. Este ejemplo muestra la clave del mal funcionamiento de muchos métodos. Aquellos que han sido desarrollados utilizando el modelo FOPDT de la planta no garantizan un correcto funcionamiento del sistema si se aplican a plantas más verticales, como es el caso de la planta  $P_1$  con retardos pequeños. Fácilmente estos métodos darán lugar a sistemas con un margen de fase menor del deseado, es decir, sistemas poco amortiguados.

Esta misma conclusión se obtiene comparando con la planta  $P_2$  para valores pequeños del parámetro  $n$  y con la planta  $P_3$  para valores pequeños del parámetro  $\alpha$ . El caso de la planta  $P_4$  es aún más acusado, puesto que para todos los valores considerados del parámetro  $\alpha$  la planta  $P_4$  es más vertical que la planta FOPDT.

El método de Ajuste Automático desarrollado en esta tesis se basa en la Batería de Plantas. Por tanto, engloba a la planta FOPDT considerada en tantos otros métodos, pero es capaz de afrontar además el control de plantas más verticales que ésta.

### 3.5 Conclusiones

- Es necesario mejorar la fase de identificación de la planta para obtener un método de Ajuste Automático de prestaciones superiores a las actuales.
- Una posibilidad, que se desarrolla en la tesis, es la identificación de dos puntos adecuados de la respuesta en frecuencia de la planta.
- Se desarrollarán algoritmos robustos de identificación de los dos puntos de la respuesta en frecuencia y algoritmos de diseño del regulador que aprovechen eficientemente esta información.
- La Batería de Plantas representativa de la práctica industrial juega un papel fundamental en la justificación del planteamiento de la tesis. Como se verá más adelante, también es fundamental en todo el desarrollo de la misma.

- El modelo de primer orden con retardo (FOPDT) utilizado por muchos métodos de Ajuste Automático queda englobado en la Batería de Plantas, que además permite abordar el control de plantas de otros tipos.

# Capítulo 4

---

## Identificación de la planta

### 4.1 Introducción

Este capítulo está dedicado a la primera fase de cualquier método de Ajuste Automático: la identificación de la planta. En esta tesis se utiliza en la identificación un enfoque de respuesta en frecuencia que proporciona, en nuestra opinión, una información más válida y fiable que la suministrada por los métodos de respuesta temporal.

De acuerdo con las conclusiones extraídas de la revisión bibliográfica (§2.3 y §2.4) y del capítulo 3, el punto de partida de esta tesis en lo que a identificación se refiere es el siguiente: es necesario mejorar la identificación mediante la obtención de más información de la respuesta en frecuencia de la planta, en la zona de frecuencias de interés.

La organización del capítulo es la que sigue. En esta misma sección (§4.1) se analiza qué información se va a buscar y se comenta el orden cronológico en el que se han desarrollado las técnicas que se presentan en este capítulo. En §4.2 se presentan dos métodos para la obtención del punto de oscilación de la planta y se comparan los resultados. En §4.3 se analizan tres técnicas diferentes para la obtención del punto de cruce y se comparan también los resultados obtenidos. En §4.4 se discute la posibilidad de la determinación automática de los parámetros de los diferentes ensayos. En §4.5 se analiza la obtención de un modelo de la planta que recoja adecuadamente la información obtenida. Finalmente, en §4.6 se extraen las conclusiones más importantes del capítulo.

#### 4.1.1 Nueva información

Todos los autores utilizan la información del punto de oscilación. Muchos hacen uso además de la ganancia estática. Esta información es útil sólo hasta cierto punto, puesto

---

que la frecuencia nula está lejos de la zona de frecuencias de interés para el control. Además, la ganancia estática de la planta no es un parámetro válido en el caso de las plantas que contienen integraciones. Nuestro planteamiento entonces es el de intentar obtener información de otro punto de la respuesta en frecuencia (además del de oscilación) que, por una parte, se encuentre dentro de la zona de frecuencias de interés para el control y por otra parte, sea suficientemente diferente del punto de oscilación, para que la información obtenida no sea redundante. El punto que se presenta como el más interesante es el de cruce. Como se aclarará en §4.3 se trata del punto de cruce de la planta con un control PI obtenido a partir del punto de oscilación, no de la planta sola, que no tiene sentido.

Es ilustrativo hacer una interpretación geométrica de lo anterior. Supongamos que la respuesta en frecuencia de la planta es monótona (amplitud y fase decrecen monótonamente con la frecuencia), que es el caso habitual en procesos industriales. Pensando en el diagrama de Black de la respuesta en frecuencia (ver figuras 3.1, 3.2 y 3.3), si conocemos estos dos puntos podemos aproximar la respuesta en frecuencia por la recta que une los dos puntos. Esta aproximación será válida en la zona de frecuencias de interés para el control. En la tesis no se utiliza esta aproximación, pero sirve para valorar intuitivamente la gran ventaja que supone conocer dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta en lugar de sólo uno, siempre que esos dos puntos estén en la zona de interés y suficientemente separados.

Las figuras del capítulo anterior pueden ayudar a comprender esta cuestión, ya que se muestran los gráficos de Black de las diferentes plantas de la Batería, normalizadas ajustando un control proporcional para que el margen de ganancia sea de 2 (6 dB). Todas las plantas coinciden por tanto en un punto de la respuesta en frecuencia (el punto de oscilación) pero difieren mucho en el punto de cruce (en algunos casos ni siquiera existe este punto). Un diseño basado sólo en el punto de oscilación no será válido para todas las plantas representadas en la Batería, mientras que un diseño basado en dos puntos representativos de la respuesta en frecuencia sí puede serlo, como se verá en el desarrollo de la tesis.

### 4.1.2 Orden cronológico de los desarrollos

En este capítulo se muestran varias técnicas para la obtención de los puntos de oscilación y de cruce. Se presentan agrupadas de la forma que hemos considerado más adecuada para que la información resulte útil y clara. Sin embargo, es conveniente indicar aquí el orden en el que se desarrollaron. En el momento de comenzar el trabajo de esta tesis únicamente se había presentado en la literatura (hacía ya tiempo) el método de la realimentación con relé para la obtención del punto de oscilación. Esta técnica es ampliamente conocida y ha sido utilizada en reguladores comerciales. Nosotros desarrollamos en primer lugar la técnica de la realimentación con el Retardo Variable con la Amplitud, para obtener el punto de cruce. Posteriormente apareció en la literatura una modificación de la realimentación con relé que permitía obtener este mismo punto [Schei, 1994]. Por ello, en la tesis se comparan los dos métodos.

Por otra parte, es conocido que el método de realimentación con relé, aunque tiene muchas ventajas, es aproximado y da un error relativamente grande en algunos casos (dependiendo de la planta y también, entre otras cosas, de la histéresis que sea necesario utilizar). Esto provocó el desarrollo de una técnica, la realimentación con Ganancia Variable con la Amplitud, análoga en muchos aspectos a la realimentación con el Retardo Variable con la Amplitud y que mejora la identificación del punto de oscilación.

Finalmente se propone una modificación de la técnica propuesta en [Schei, 1994] para obtener el punto de cruce, aprovechando las ventajas de la realimentación con la Ganancia Variable con la Amplitud frente a la realimentación con relé.

Así pues, en definitiva se analizan en la tesis dos métodos para la obtención del punto de oscilación y tres para obtener el punto de cruce.

## 4.2 Obtención del punto de oscilación

El punto de oscilación es la base de uno de los métodos de ajuste propuestos en [Ziegler y Nichols, 1942], masivamente utilizado desde entonces, con muy ligeras

variaciones. Además, éstas afectan a la síntesis, no a la identificación. El método de la realimentación con relé, originalmente en [Åström y Hägglund, 1984], es una forma de obtener esta información de manera automática y también ha sido utilizada con éxito en la industria. La mayoría de los métodos propuestos actualmente en la literatura, incluyendo esta tesis, también utilizan este punto de la respuesta en frecuencia.

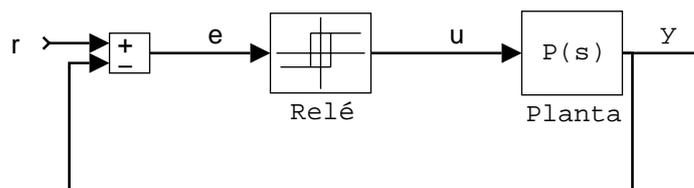
Es clara por tanto la importancia de la obtención del punto de oscilación para el Ajuste Automático. En esta sección se estudian dos métodos para ello, uno ya conocido (realimentación con relé) y otro aportación original de esta tesis (realimentación con Ganancia Variable con la Amplitud).

### 4.2.1 Realimentación con relé

Esta técnica está ya establecida y comprobada su utilidad industrial. Se presentó originalmente en [Åström y Hägglund, 1984]. También se describe claramente en [Åström y Hägglund, 1995] y [Åström y Wittenmark, 1995], por lo que aquí vamos a limitarnos a una breve descripción, destacando los aspectos más importantes para compararla con las otras técnicas.

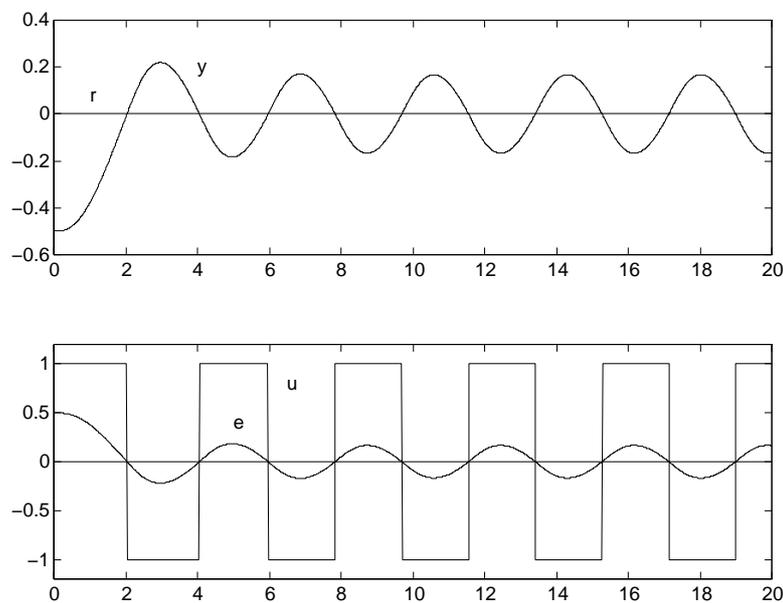
#### *Descripción*

El objetivo de la realimentación con relé es obtener el punto de oscilación de la planta. La automatización directa del método de Ziegler y Nichols es incómoda y requeriría un proceso iterativo, variando la ganancia del control proporcional hasta obtener una oscilación de amplitud mantenida. Además se hace difícil controlar la amplitud de la oscilación y existe el peligro de llevar el sistema a la inestabilidad.



**Figura 4.1** Planta realimentada con relé.

La figura 4.1 muestra el esquema de una planta sujeta a realimentación con relé. Esta técnica es una alternativa a la automatización directa del método de Ziegler y Nichols. En la inmensa mayoría de los casos se obtiene una oscilación mantenida de una frecuencia próxima a la del punto de oscilación. La salida del relé  $u$  es una onda cuadrada, mientras que la salida  $y$  es aproximadamente senoidal, debido a que la planta filtra los armónicos de orden superior. La ganancia entre los primeros armónicos de ambas señales es, aproximadamente, la amplitud de la respuesta en frecuencia en el punto de oscilación. La amplitud de la oscilación en la salida depende del valor “alto” y “bajo” del relé, por lo que está bajo control.



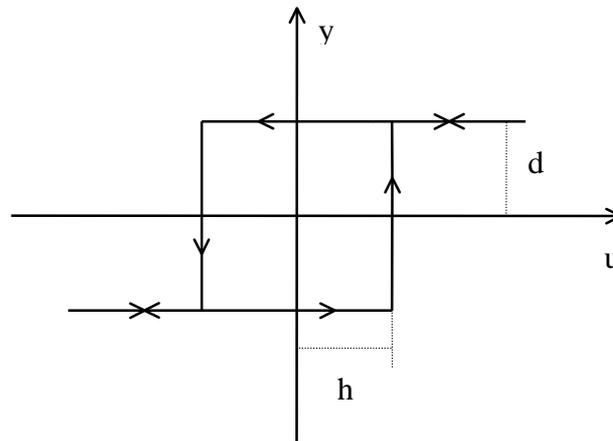
**Figura 4.2** Formas de onda en la realimentación con relé

La figura 4.2 muestra la forma de las señales resultantes de la realimentación con relé. Es importante destacar que esta oscilación se genera automáticamente, no es el fruto de un proceso iterativo.

### ***Función Descriptiva***

El método de la Función Descriptiva ([Thaler y Pastel, 1962], [Greensite, 1970]) es una técnica clásica que permite extender el uso de la respuesta en frecuencia de los sistemas y la representación mediante funciones de transferencia al caso de sistemas con componentes no lineales. Se obtiene una “función de transferencia aproximada” basada en

el desarrollo de Fourier de la respuesta del componente no lineal a una entrada senoidal. Esta función de transferencia depende de la amplitud de la senoidal de entrada pero no de la frecuencia, para el caso de no linealidades estáticas.



**Figura 4.3** Característica entrada - salida del relé con histéresis

La figura 4.3 muestra la característica entrada ( $u$ ) - salida ( $y$ ) de un relé con amplitud  $d$  e histéresis  $h$ .

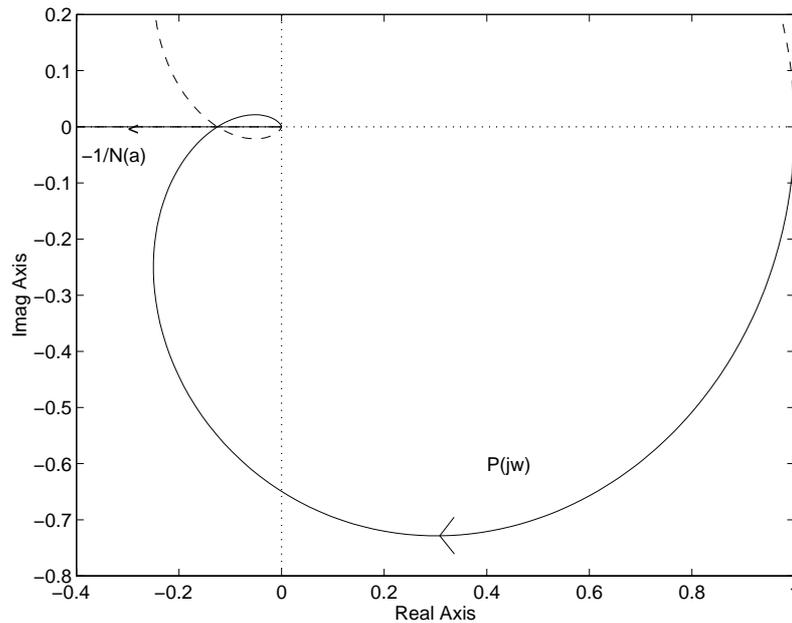
El relé ideal (histéresis  $h = 0$ ) es una no linealidad estática. Así, su función descriptiva es

$$N(a) = \frac{4d}{\pi a} \quad (4.1)$$

siendo  $d$  la amplitud del relé y  $a$  la amplitud de la senoidal de entrada al mismo. Si la planta tiene la función de transferencia  $P(j\omega)$ , la condición de oscilación del sistema viene dada por

$$1 + N(a)P(j\omega) = 0 \quad (4.2)$$

suponiendo que una senoidal de pulsación  $\omega$  se propaga por el lazo. La ecuación (4.2) permite determinar  $a$  y  $\omega$ .



**Figura 4.4** Determinación gráfica de la oscilación mediante la función descriptiva.

Gráficamente, la solución es la intersección entre la curva de Nyquist  $P(j\omega)$  de la planta y la curva  $-1/N(a)$ , como se muestra en la figura 4.4. Se observa que la solución es efectivamente el punto de oscilación del sistema, ya que da el corte de la curva de Nyquist de la planta con el eje real.

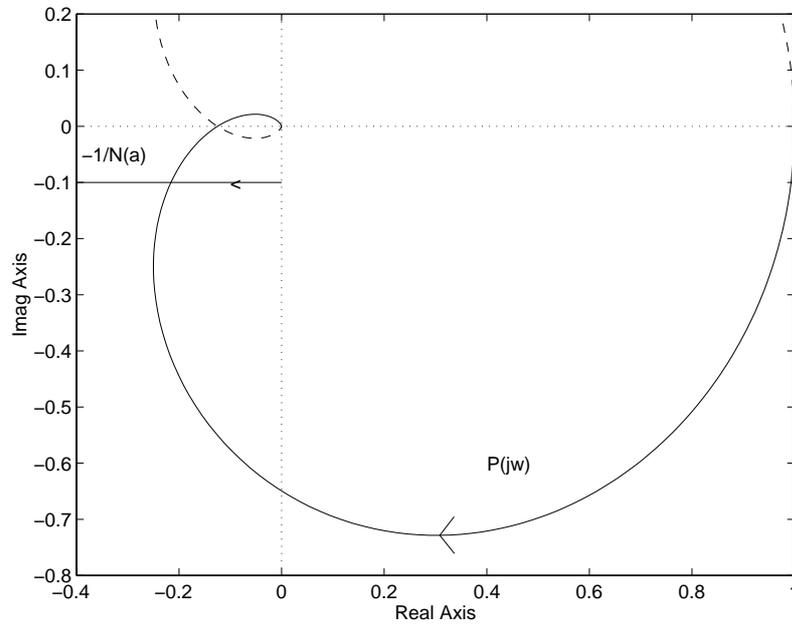
### **Relé con histéresis**

El método de la función descriptiva es aproximado, pero además hay que tener en cuenta algunas cuestiones prácticas que afectan a la precisión de la identificación. En primer lugar es conocido que, en función del nivel de ruido presente en el sistema, es necesario introducir una histéresis en el relé para evitar conmutaciones aleatorias. Resulta entonces

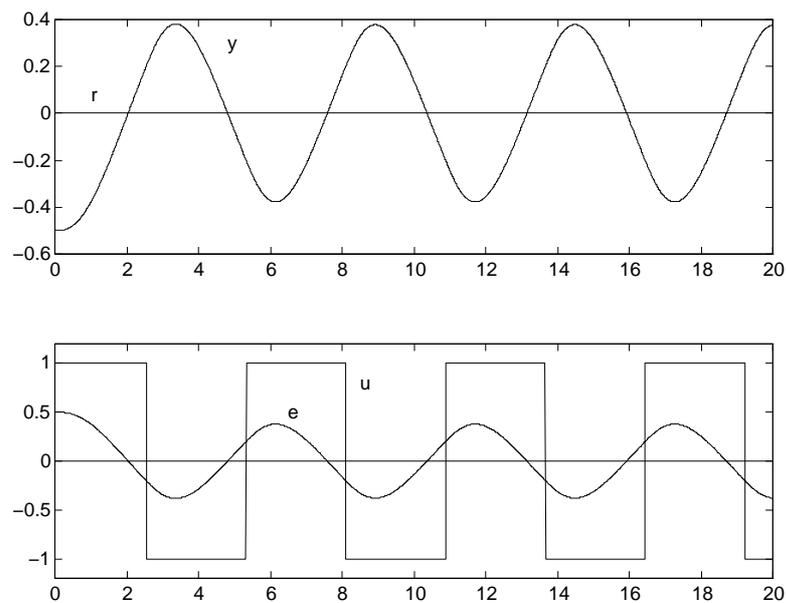
$$\frac{-1}{N(a)} = \frac{-\pi}{4d} \sqrt{a^2 - h^2} - j \frac{\pi h}{4d} \quad (4.3)$$

siendo  $h$  la histéresis. Se observa que la parte imaginaria de esta expresión es constante y proporcional a la histéresis, por lo que la intersección ya no da el punto de oscilación (fase

-180°) sino otro de una fase ligeramente más positiva y pulsación menor, según se aprecia en la figura 4.5.



**Figura 4.5** Determinación gráfica de la oscilación en el caso de relé con histéresis



**Figura 4.6** Formas de onda en la realimentación con relé con histéresis

La figura 4.6 muestra las señales resultantes de la realimentación con relé con histéresis  $h = 0,2$ . Se observa claramente el desfase entre el error  $e$  y el mando  $u$  debido a la histéresis, a diferencia de la figura 4.2.

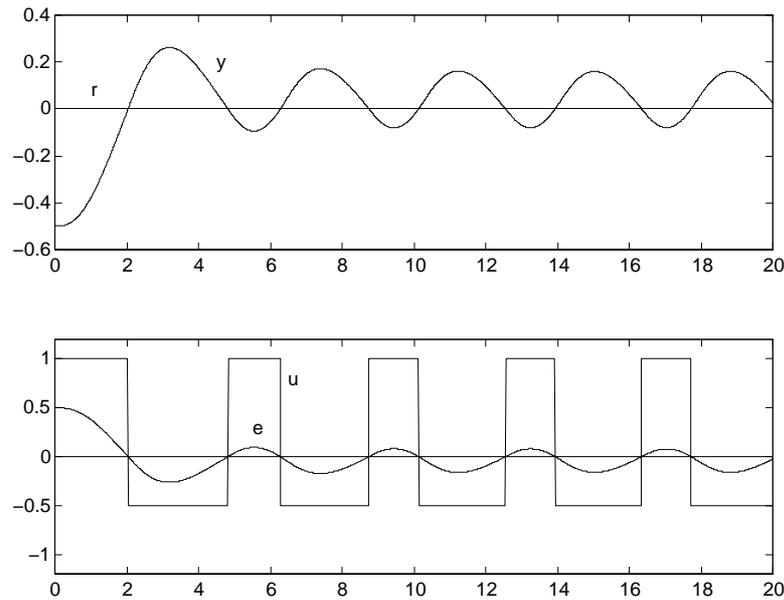
Es interesante hacer notar que el resultado no es una identificación incorrecta, sino únicamente la identificación de un punto de la respuesta en frecuencia diferente del de oscilación (de las formas de onda de la señal de control y la salida se pueden obtener la frecuencia, la ganancia y la fase de ese punto). El posible error vendrá de utilizar esta información como si fuera la correspondiente al punto de oscilación.

### *Asimetría en el relé*

En segundo lugar se va a analizar la influencia de asimetrías en el relé. La función de transferencia aproximada, resultante de aplicar el método de la función descriptiva, se obtiene tomando el primer armónico de la salida del relé, suponiendo senoidal su entrada. La salida del relé es entonces una onda cuadrada y su primer armónico vale  $4d/\pi$ , el tercero es  $4d/3\pi$ , etc. En el lazo cerrado (figura 4.1) se supone que la planta filtra suficientemente los demás armónicos del relé, lo cual es cierto en la práctica hasta cierto punto. En el caso de que el relé tenga histéresis aparece un desfase, como se estudió antes, pero el contenido de armónicos no cambia.

En lo anterior se ha supuesto un valor alto del relé de  $+d$  y un valor bajo de  $-d$ . En realidad, en una aplicación práctica, será una oscilación de valor  $d$ , pero no necesariamente alrededor del 0, sino del valor de mando necesario para mantener el punto de trabajo en el cual se realiza el Ajuste Automático. El valor de  $d$  debe ser tal que proporcione una amplitud adecuada en la oscilación de la salida. Sin embargo, en ocasiones no es posible satisfacer estas condiciones, debido a las saturaciones del mando.

La figura 4.7 muestra las formas de onda resultantes, donde es interesante observar la forma no senoidal de la salida y el desplazamiento de su valor medio con respecto a la referencia:



**Figura 4.7** Formas de onda en la realimentación con relé asimétrico

El desarrollo de Fourier del mando queda entonces así:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{R_H (\pi - 2\alpha) + R_L (\pi + 2\alpha)}{2\pi} + \\
 &+ \frac{2(R_H - R_L)}{\pi} \left[ \cos(\alpha) \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{2} \cos(2\omega t) + \frac{\cos(3\alpha)}{3} \operatorname{sen}(3\omega t) + \dots \right] = \\
 &= \frac{R_H \cdot T_H + R_L (T - T_H)}{T} + \\
 &+ \frac{2(R_H - R_L)}{\pi} \left[ \operatorname{sen}\left(\pi \frac{T_H}{T}\right) \operatorname{sen}(\omega t) - \frac{\operatorname{sen}\left(2\pi \frac{T_H}{T}\right)}{2} \cos(2\omega t) - \frac{\operatorname{sen}\left(3\pi \frac{T_H}{T}\right)}{3} \operatorname{sen}(3\omega t) + \dots \right]
 \end{aligned}$$

siendo  $R_H$ : valor alto del relé (1 en la figura 4.7);

$R_L$ : valor bajo del relé (-0,5 en la figura 4.7);

$T_H$ : tiempo que el relé está en su valor alto;

$T$ : periodo de las señales;

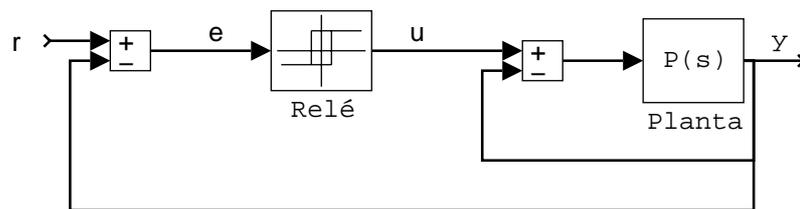
$2\alpha$ : tomando  $2\pi$  como periodo, el relé está en alto un ángulo de  $\pi-2\alpha$ ; en tiempo:

$$T_H = \frac{T}{2} - 2\alpha \frac{T}{2\pi} \quad (4.4)$$

Las fórmulas se han desarrollado en función de los ángulos y en función de los tiempos en alto y bajo del relé, que son fácilmente medibles. Se observa que el tercer armónico disminuye con respecto al relé simétrico, pero aparece un segundo armónico que antes no existía. Este segundo armónico, al ser de una frecuencia más baja, será menos filtrado por la planta, por lo que la salida y el error (entrada al relé) serán menos senoidales. La aproximación mediante la función descriptiva será menos precisa.

### **Realimentación con relé sobre el sistema en lazo cerrado**

Algunos autores como [Åström, 1996] proponen realizar la realimentación con relé sobre el sistema en lazo cerrado, según el esquema de la figura 4.8



**Figura 4.8** Realimentación con relé sobre sistema en lazo cerrado

La realimentación de la figura 4.8 permite obtener el punto de oscilación de  $J(s)$ , donde

$$J(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)} \quad (4.5)$$

La pulsación de oscilación  $\omega_u$  coincide en el lazo abierto  $P(s)$  y en el lazo cerrado  $J(s)$ :

$$P(j\omega_u) = -a \quad (4.6)$$

$$J(j\omega_u) = \frac{-a}{1 - a} = -b$$

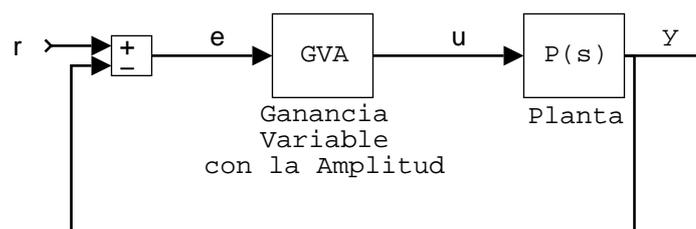
El ensayo permitirá obtener  $\omega_u$  y  $b$ , a partir del cual se obtiene  $a$  (ganancia de la planta a la frecuencia de oscilación).

Sin embargo, hay una dificultad práctica para usar este método. Lo anterior es cierto siempre que  $a$  sea inferior a 1. Esto es lo habitual, pero puede no ser así dependiendo de la planta y del dimensionamiento del mando. La ganancia de oscilación  $K_u = 1/a$  puede ser mayor o menor que 1. En el caso de que  $a$  sea superior a 1 la realimentación unitaria de  $P(s)$  es inestable y la realimentación con el relé diverge.

Sí se podrá usar este método sin problemas si se aplica la realimentación con relé al sistema en lazo cerrado pero con un control  $C(s)$ , puesto que entonces hay seguridad de que  $|C(j\omega_u) \cdot P(j\omega_u)| < 1$ . Esto puede ser útil para comprobar la bondad de un control determinado, pero no para realizar la identificación para el Ajuste Automático.

## 4.2.2 Ganancia Variable con la Amplitud

Esta técnica es una aportación original de la tesis para la identificación del punto de oscilación del sistema [Pecharromán y Pagola, 1999]. Las dificultades de automatizar directamente el método de Ziegler y Nichols se expusieron en §4.2.1. El método de la realimentación con relé utiliza un bloque no lineal (el relé) de características adecuadas para generar una oscilación de la frecuencia de oscilación de la planta. La Ganancia Variable con la Amplitud (GVA en adelante) es otro bloque no lineal que pretende obtener la misma información con mayor precisión que el relé. Su uso responderá por tanto al esquema de la figura 4.9, análoga a la figura 4.1.

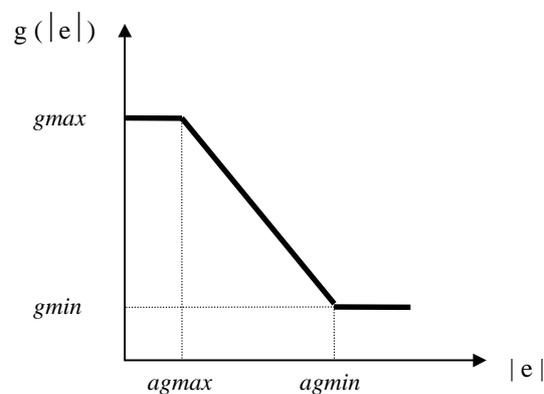


**Figura 4.9** Realimentación con Ganancia Variable con la Amplitud (GVA)

### Descripción

En primer lugar vamos a analizar el bloque GVA aislado. Es un bloque que proporciona en cada instante (para cada muestra) una ganancia decreciente con el valor absoluto de la magnitud de la entrada, según la expresión (4.7) y la figura 4.10. Como resultado de esta característica instantánea, la ganancia de la GVA es también decreciente con la amplitud de la senoidal de entrada, como se verá mediante la función descriptiva (figura 4.13).

$$u = g(|e|) \cdot e \quad (4.7)$$



**Figura 4.10** Ganancia Variable con la Amplitud (GVA)

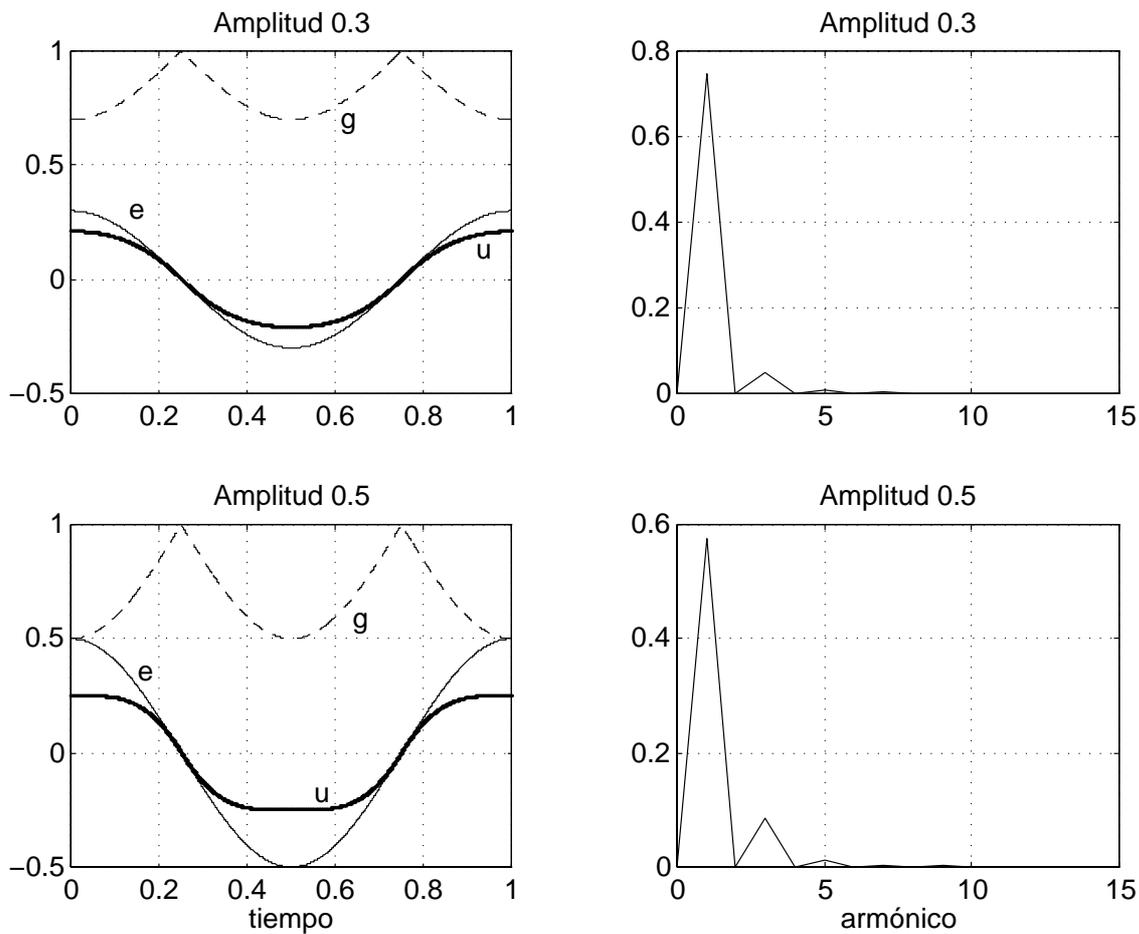
donde  $g_{max}$ : ganancia máxima

$g_{min}$ : ganancia mínima

$ag_{max}$ : entrada que da lugar a la ganancia máxima

$ag_{min}$ : entrada que da lugar a la ganancia mínima

En la definición de la GVA se han considerado estos cuatro parámetros para conservar la máxima generalidad. Más adelante se estudiarán los valores más razonables de los mismos. Así, por ejemplo, lo razonable es que  $ag_{max}$  sea 0. El valor de  $ag_{min}$  no es importante, sino sólo la relación entre la magnitud de la entrada y  $ag_{min}$ .



**Figura 4.11** GVA. Entradas de diferentes amplitudes (I)

Las figuras 4.11 y 4.12 muestran el resultado de alimentar a la GVA con una señal  $e$  senoidal de diferentes amplitudes. Se muestran las señales de entrada  $e$  y salida  $u$  de la GVA y la ganancia  $g$  en función del tiempo y el contenido de armónicos de  $u$  relativo a la amplitud de la entrada. En todos los casos  $g_{min} = 0$ ,  $g_{max} = 1$ ,  $ag_{max} = 0$  y  $ag_{min} = 1$ . Cuando la amplitud de la entrada es pequeña frente a  $ag_{min}$ , por ejemplo en la primera gráfica con amplitud 0,3, la salida  $u$  es prácticamente senoidal. La ganancia  $g$  es siempre cercana a la máxima ( $g_{max}$ ), ligeramente menor en los máximos de  $e$ . Los armónicos de  $u$  son muy inferiores al fundamental. Para una amplitud de  $e$  de 0,5 (segunda gráfica) la disminución de ganancia en los máximos de  $e$  provoca ya un claro “achataamiento” en  $u$ . El tercer armónico tiene ahora mayor importancia.

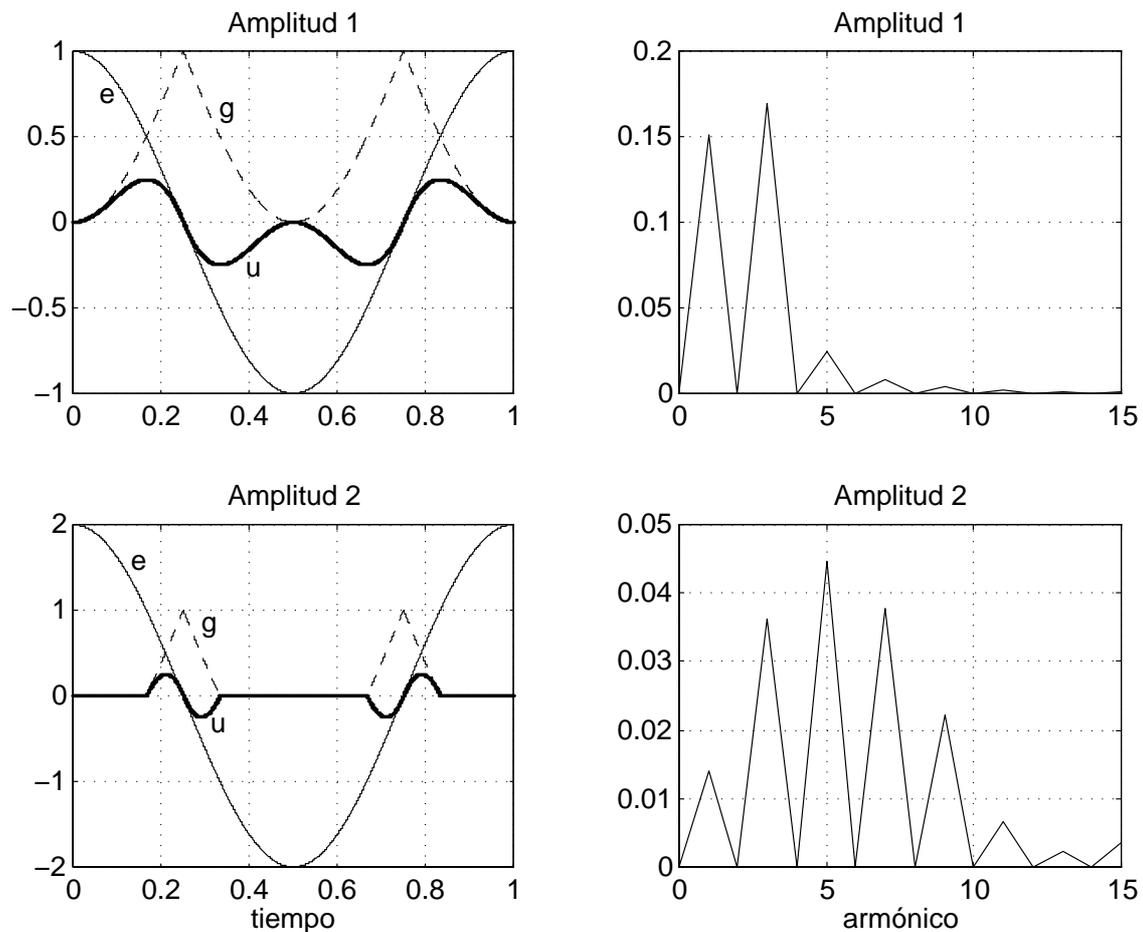


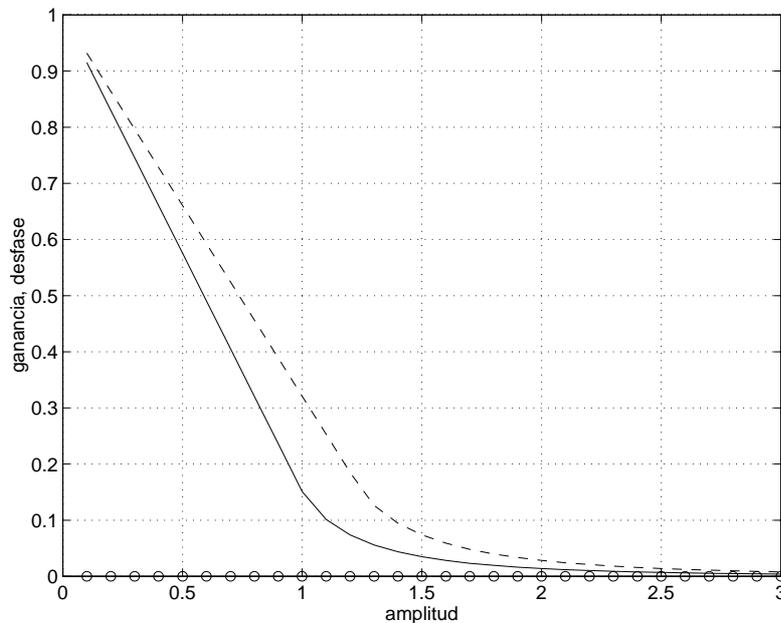
Figura 4.12 GVA. Entradas de diferentes amplitudes (II)

Cuando la amplitud se acerca a  $ag_{min}$  (ver amplitud 1 en la primera gráfica) la forma de  $u$  se hace muy extraña. Además de valer 0 en los pasos por 0 de  $e$  también vale 0 en los máximos de  $e$  debido a que en este caso  $g_{min} = 0$ . En la gráfica de la derecha se observa que el tercer armónico tiene un valor incluso superior al del primero. Por último, en el caso de amplitud 2, se aprecia que, siempre que  $e$  tiene valor superior a  $ag_{min}$  la ganancia es  $g = 0$  y la salida también es nula. El contenido de armónicos es muy elevado. Como se discutirá después, los casos representados en la figura 4.12 no tienen interés práctico y se evitará su uso, procurando utilizar los representados en la figura 4.11.

En el caso de utilizar  $g_{min} = 0,1$ , por ejemplo, la forma de las señales varía ligeramente, pero las conclusiones extraídas son las mismas.

### ***Función Descriptiva***

Continuamos el análisis de la GVA mediante la técnica de la Función Descriptiva.



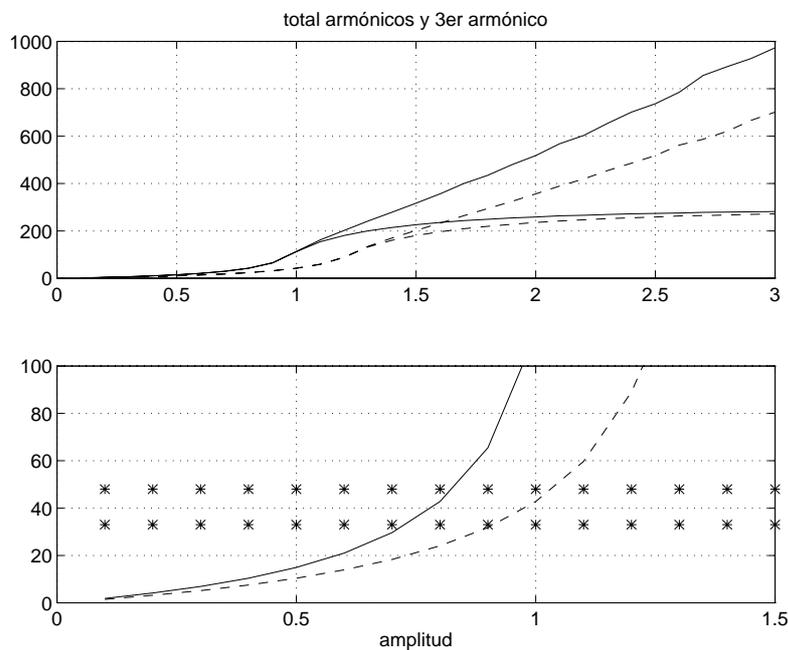
**Figura 4.13** GVA. Análisis mediante Función Descriptiva.

(—) ganancia con  $g_{min} = 0$ ; (- -) ganancia con  $g_{min} = 0,2$ ; (ooo) desfase en ambos casos

La figura 4.13 muestra la ganancia y el desfase entre la entrada y la salida de la GVA en función de la amplitud de la senoidal de entrada. Es importante notar la diferencia con respecto a la figura 4.10. Ésta muestra la relación instantánea entre entrada y salida, mientras que la figura 4.13 muestra la relación entre el primer armónico de la salida y la senoidal de entrada. En cuanto a la ganancia, se observa la influencia del parámetro  $g_{min}$ , pero cualquier valor pequeño del mismo valdría en principio, ya que la ganancia es una función decreciente con la amplitud, que es lo que se necesita. El desfase es siempre rigurosamente nulo, lo cual es muy positivo para el uso que se le va a dar a la GVA.

La parte superior de la figura 4.14 muestra, para dos valores de  $g_{min}$ , el contenido total de armónicos y el tercer armónico de la ganancia de la GVA en función de la amplitud (en % y relativo al primer armónico). Para amplitudes pequeñas el contenido de armónicos es pequeño y el tercer armónico es prácticamente el único existente. Para amplitudes

superiores a 1 (recuérdese que  $agmin = 1$ ) los armónicos se disparan. La parte inferior de la figura es una ampliación de la superior. No se han separado el total de armónicos y el tercero porque en esta zona prácticamente coinciden. A efectos de comparación se ha añadido a la figura el total de armónicos (48%) y el tercer armónico de la salida del relé (33%) en el caso de relé simétrico. Se aprecia que el contenido de armónicos es inferior en la GVA que en el relé para valores pequeños de la amplitud. Si se le hace funcionar en esa zona es de esperar por tanto un resultado mejor que el obtenido con el relé por esta razón y también por no tener el problema del desfase provocado por la histéresis.



**Figura 4.14** GVA. Análisis mediante Función Descriptiva.

(—) armónicos con  $gmin = 0$ ; (- -) armónicos con  $gmin = 0,2$ ; (\*\*\*) armónicos del relé

### Realimentación con la GVA

Una vez estudiado el bloque no lineal por separado vamos a analizar el funcionamiento en lazo cerrado y su utilidad para la determinación del punto de oscilación de la planta, realimentando según el esquema de la figura 4.9. Vamos a utilizar como ejemplo la siguiente planta:

$$P(s) = \frac{2\pi}{1+s} e^{-0,125 \cdot s} \Rightarrow \begin{cases} T_u = 0,48 \\ K_u = 2,10 \end{cases} \quad (4.8)$$

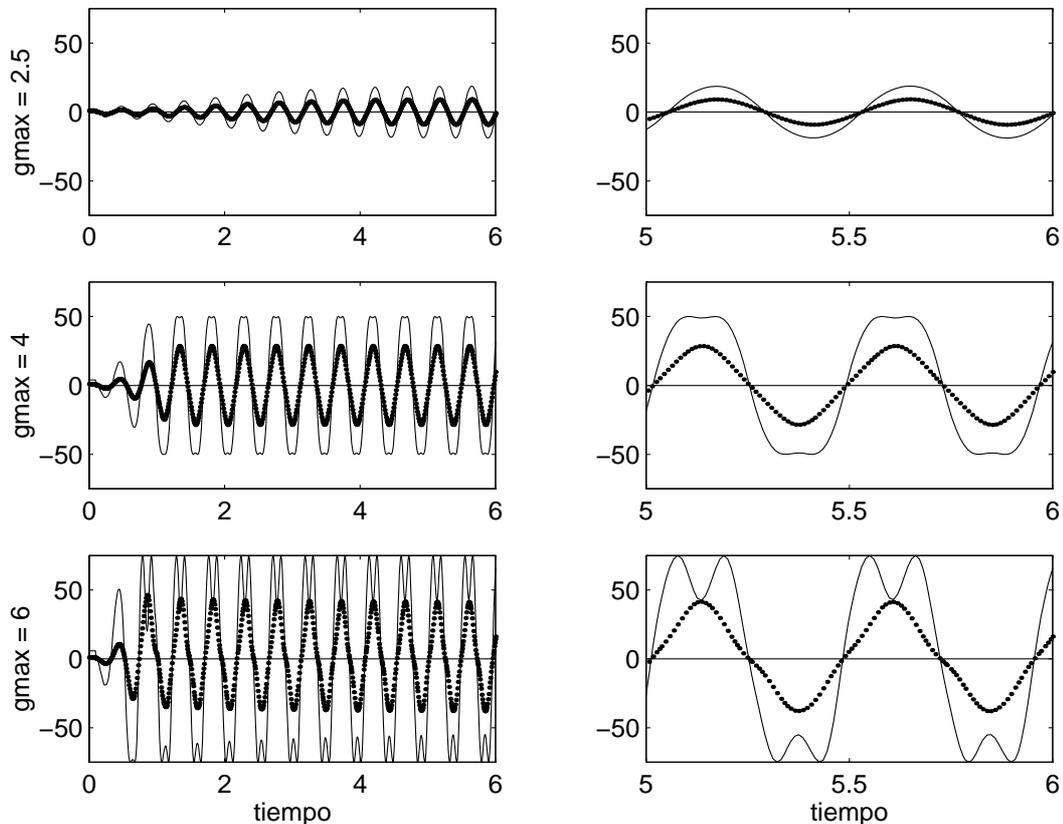
En primer lugar es necesario decidir el valor de los parámetros de la GVA. Como ya se ha comentado, en cuanto a  $agmax$  lo lógico es que sea nulo. En lazo cerrado, si la GVA fuera una ganancia lineal las señales de entrada y de salida serían senoidales y la ganancia sería  $K_u$ . En el caso de este bloque no lineal la ganancia cambia en cada instante y, según la figura 4.10, varía entre  $gmax$  cuando la entrada es nula y un valor entre  $gmax$  y  $gmin$  cuando la entrada alcanza su máximo. En lazo cerrado no escogemos nosotros la amplitud de las señales directamente pero se deduce que, si  $gmax$  es sólo ligeramente superior al necesario ( $K_u$ ), la amplitud de la entrada será muy inferior a  $agmin$ . Este parámetro influye en la amplitud de las señales, pero no en la forma. Es, de alguna manera, análogo a la amplitud del relé en la realimentación con el mismo. En lo que se refiere a  $gmin$ , según la figura 4.14 parece que es mejor que sea ligeramente superior a 0. Sin embargo, esta conclusión es engañosa. En lazo cerrado, el bloque GVA tendrá que proporcionar una ganancia igual a  $K_u$ , por lo que en la figura 4.13 se observa que si  $gmin$  no es nulo la amplitud de las señales es mayor, perdiendo la aparente ventaja de los armónicos.

Como conclusión de la discusión anterior, para este ejemplo se toma  $agmax = 0$ ;  $agmin = 50$ ;  $gmin = 0$  y diferentes valores de  $gmax$ .

La figura 4.15 muestra las oscilaciones en lazo cerrado al realimentar con la GVA. Las dos gráficas superiores corresponden al caso de  $gmax = 2,5$ . Este valor es sólo un poco superior a  $K_u = 2,10$ . Las señales son prácticamente senoidales. La amplitud de  $e$  es muy inferior a  $agmin$  (50 en el ejemplo). La gráfica izquierda muestra la evolución desde condiciones iniciales nulas introduciendo un pequeño escalón en la referencia de 1 a 0 en el instante 0,1. La gráfica derecha es un detalle de la anterior una vez alcanzado el régimen permanente. Analizando en detalle el periodo y la ganancia de oscilación, el resultado es prácticamente exacto.

El segundo caso es el de  $gmax = 4$ , aproximadamente el doble de la ganancia necesaria para llevar al sistema a oscilación. Se observa claramente que la salida de la GVA tiene ya un cierto contenido de armónicos, mientras que la entrada sigue siendo prácticamente senoidal debido al efecto de filtro de la planta. En cambio, en la gráfica izquierda se observa que se alcanza antes el régimen permanente, lo cual es lógicamente

una ventaja. Puede considerarse un compromiso razonable, ya que el resultado es muy bueno:  $K_u = 2,11$  y  $T_u = 0,47$ .



**Figura 4.15** Oscilación en lazo cerrado realimentando con GVA.

(•••)  $e$ : entrada de la GVA; (—)  $u$ : salida de la GVA

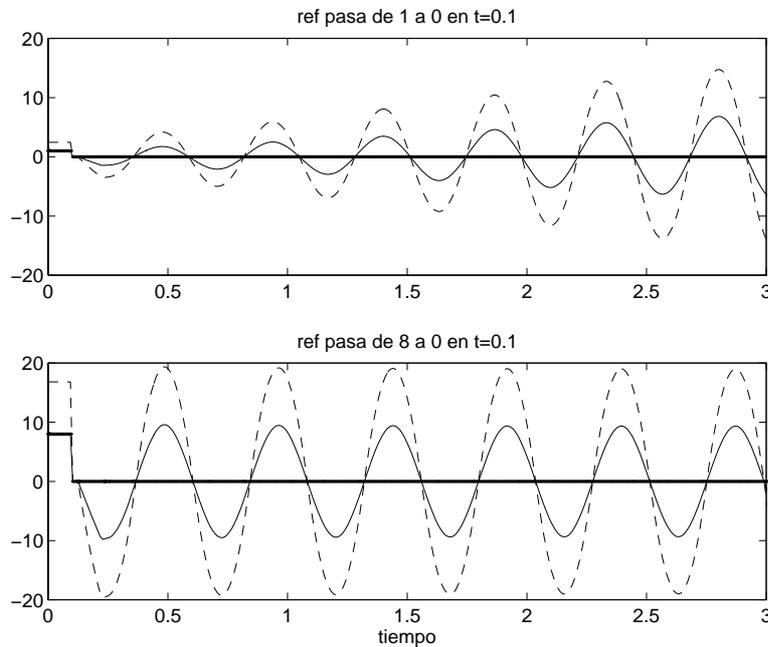
Por último, con  $gmax = 6$ , la señal de salida del GVA ya tiene una forma muy extraña, a pesar de lo cual la entrada todavía es aproximadamente senoidal. El resultado aún es bastante bueno:  $K_u = 2,16$  y  $T_u = 0,47$ . A medida que crece  $gmax$  el resultado va empeorando.

Utilizando  $gmin > 0$  la diferencia es muy pequeña, por lo que se utilizará  $gmin = 0$ .

### **Rapidez de establecimiento de la oscilación**

En la figura 4.15 se ha observado, entre otras cosas, la influencia del parámetro  $gmax$  en la rapidez de establecimiento de las señales. Cuanto mayor es  $gmax$  antes se establecen, para las mismas condiciones iniciales, pero empeora la precisión de la identificación. Sin embargo, hay que tener en cuenta que se pueden utilizar las condiciones

iniciales para acelerar el establecimiento de la oscilación, en especial el valor de la referencia.



**Figura 4.16** Oscilación en lazo cerrado con GVA. Influencia de las condiciones iniciales.

(— gruesa)  $r$ : referencia; (—)  $e$ : entrada de la GVA; (- -)  $u$ : salida de la GVA

La figura 4.16 estudia esta influencia. Se muestran dos casos con la planta utilizada como ejemplo y  $g_{max} = 2,5$ . La gráfica superior es un detalle de la primera gráfica de la figura 4.15. La referencia pasa de valor 1 a 0 al cabo de un tiempo de 0,1. Esto es necesario, al menos en simulación, para provocar el arranque de la oscilación. En la segunda gráfica la referencia pasa de 8 a 0 al cabo de un tiempo de 0,1 y se observa que la oscilación se establece con gran rapidez. De manera heurística, aunque de fácil interpretación, se comprueba en general que es conveniente mantener la referencia durante un tiempo del orden de  $1/4$  del periodo en un valor del orden de la amplitud de la oscilación. Esto se podrá utilizar en los casos en los que se disponga de algo de información sobre la planta, aunque sea aproximada.

Como conclusión de todo el estudio de la GVA hay que decir que, para que la realimentación con la GVA dé un resultado mejor que la realimentación con relé, será necesario utilizar un valor del parámetro  $g_{max}$  superior a la ganancia de oscilación, pero no

demasiado elevado. Hay un compromiso entre la precisión del resultado y la rapidez de establecimiento de las señales. La rapidez se puede mejorar mediante escalones en la referencia, como se ha visto en el párrafo anterior.

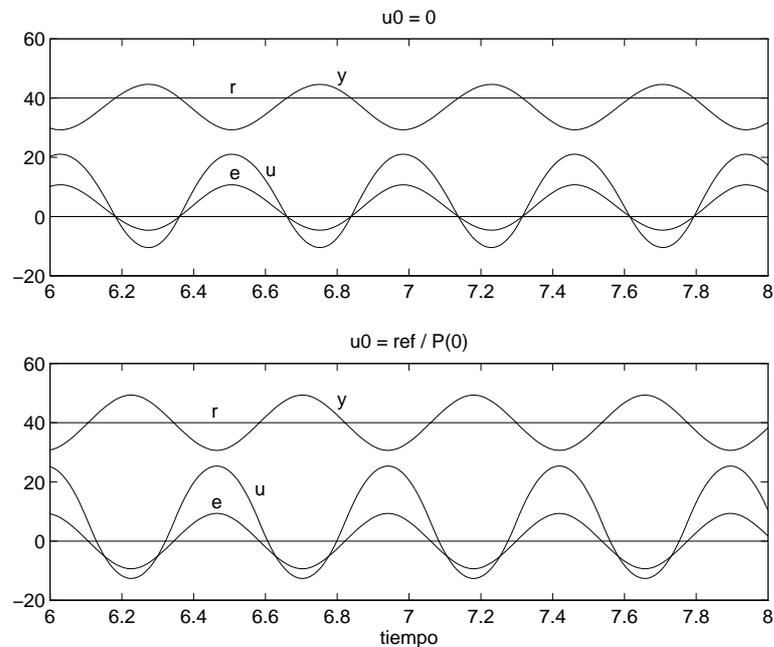
Esto parece obligar a disponer de información sobre la planta, lo cual anularía una de las principales virtudes del relé, que es precisamente la ausencia de la necesidad de información *a priori*. Esto es así sólo hasta cierto punto. En la realimentación con relé, si no se tiene ninguna información previa sobre la planta hay que iterar hasta obtener un valor razonable de amplitud del relé para que la oscilación de la salida tenga una amplitud suficientemente grande para poder medir y suficientemente pequeña para perturbar lo mínimo posible al sistema. Esto no supone un problema, porque el valor no es crítico, sólo debe ser razonable, lo cual permite realizar muy pocas iteraciones. De la misma manera, en la realimentación con GVA hay que iterar para obtener valores razonables de la ganancia máxima ( $g_{max}$ ) y de  $ag_{min}$ , para que la oscilación de la salida sea adecuada. Igual que en el caso del relé, los valores concretos no importan, sólo que sean razonables. Por supuesto, en cualquiera de los dos casos disponer de información previa sobre la planta elimina la necesidad de iterar y acelera el establecimiento de las oscilaciones.

### ***Referencia no nula y planta sin integración***

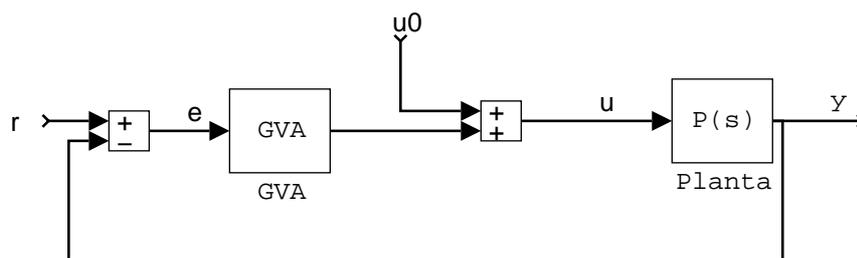
En el caso de que la referencia no sea nula y la planta no contenga integraciones ocurre que la salida oscila alrededor de la referencia pero su valor medio no coincide con la misma. La situación es equivalente al error en régimen permanente que se produce en una realimentación con control proporcional. Si la planta contiene integraciones, este problema no existe.

La figura 4.17 muestra un ejemplo de realimentación con GVA con referencia  $r = 40$ . La planta es la misma utilizada hasta ahora. Los parámetros de la GVA son:  $g_{max} = 2,5$ ;  $g_{min} = ag_{max} = 0$ ;  $ag_{min} = 50$ . La gráfica superior corresponde al esquema habitual de la figura 4.9 y se aprecia la diferencia entre el valor medio de la salida y la referencia. Esta diferencia concuerda con el hecho de que el valor medio de  $e$  y  $u$  no sea nulo. Esta cuestión no afecta en este caso al resultado (el periodo de las señales y la ganancia de

oscilación salen igual que en el caso de referencia nula) pero otros valores de referencia o de  $agmin$  pueden hacer, por ejemplo, que se amortigüe la oscilación como ocurriría con un control proporcional de ganancia inferior a la de oscilación.



**Figura 4.17** Realimentación con GVA. Referencia no nula.



**Figura 4.18** Realimentación con GVA. Corrección  $u_0$  para referencia no nula.

La figura 4.18 muestra una solución muy sencilla a este problema:

$$\bar{e} = 0 \quad \bar{y} = r \quad \bar{u} = \frac{r}{P(0)} \quad (4.9)$$

Conseguimos que el valor medio de la señal de control sea el indicado por la expresión (4.9) añadiendo un término constante  $u_0$  a la salida de la GVA, según el esquema de la figura 4.18. El valor de  $u_0$  necesario es  $r / P(0)$  si la planta es lineal, pero en la práctica lo habitual es que no lo sea y que se realice el Ajuste Automático en un determinado punto de trabajo. Antes de comenzar el Ajuste Automático, el sistema está en régimen permanente con un determinado control, que da lugar al mando necesario para mantener la salida en ese punto de trabajo. Pues bien, ese valor conocido de mando es el que hay que utilizar como  $u_0$ .

En nuestro ejemplo el valor necesario es  $u_0 = \frac{r}{P(0)} = \frac{40}{2\pi}$ . Con este valor se

obtiene el resultado que se muestra en la segunda gráfica de la figura 4.17, donde se observa que efectivamente se ha solucionado el problema.

### 4.2.3 Comparación relé $\leftrightarrow$ GVA

Para realizar la comparación se ha utilizado la Batería de Plantas que trata de representar en la medida de lo posible toda la variedad existente en la práctica industrial (capítulo 3). Cada planta incluye un parámetro que puede variar dentro de un cierto margen. Para cada planta se ha tomado cada uno de los valores extremos de su parámetro y se ha obtenido la siguiente información sobre el punto de oscilación: en primer lugar, el valor exacto; en segundo lugar, el obtenido mediante la realimentación con relé y en tercer lugar, el obtenido mediante la realimentación con la GVA.

En el caso del relé se han puesto las condiciones para que el resultado sea lo más preciso posible, con una histéresis despreciable. En el caso de la GVA se ha escogido un valor del parámetro  $g_{max}$  aproximadamente del doble de la ganancia de oscilación, lo cual da un compromiso razonable entre rapidez de establecimiento de las señales y precisión.

El análisis de la información obtenida se resume en la siguiente tabla:

	<i>Relé</i>			<i>GVA</i>		
Planta	ciclos	% Tu	% Ku	ciclos	% Tu	% Ku

P1	D=0,1	4	+5,6	-9,8	8	+1,6	-2,8
P1	D=10	2	-2,3	+0,3	6	-1,0	+0,2
P2	n=3	5	+1,6	-3,5	8	+0,4	-0,9
P2	n=10	3	-0,6	+0,6	6	-0,3	+0,2
P3	$\alpha=2$	3	+7,3	-3,3	4	+1,8	-0,9
P4	$\alpha=0,2$	5	+4,1	-7,7	9	+0,9	-1,8
P4	$\alpha=0,7$	4	+0,9	-1,8	7	+0,5	-0,5
P5		2	+0,5	-0,5	7	+0,0	+0,0
P6	D=0,05	6	+9,1	-15,6	15	+2,2	-4,2
P6	D=0,8	4	+3,2	-4,5	5	+1,3	-1,9
P8	D=0,1	5	+2,6	-4,7	8	+0,8	-1,4
P8	D=10	3	+0,1	+0,0	6	+0,1	+0,0
P9	n=3	4	+2,2	-3,6	7	+0,7	-1,1
P9	n=10	3	+0,8	-1,0	6	+0,3	-0,3
P10	$\alpha=2$	3	+7,3	-6,7	5	+2,2	-2,1
P11	$\alpha=0,2$	5	+3,8	-7,0	8	+1,1	-2,2
P11	$\alpha=0,7$	4	+2,1	-3,3	6	+0,7	-1,2

**Tabla 4.1** Comparación entre realimentación con relé y con GVA.

Observaciones sobre la tabla 4.1:

- La primera columna indica la planta y el valor del parámetro correspondiente.
- La columna *ciclos* en cada uno de los métodos indica el número aproximado de ciclos que tardan las señales en alcanzar su régimen permanente.
- Las columnas  $\% Tu$  y  $\% Ku$  indican el tanto por cierto de error (con signo) cometido por cada método en la obtención del periodo de oscilación ( $Tu$ ) y de la ganancia de oscilación ( $Ku$ ) con respecto a los valores exactos.

Las conclusiones que se pueden extraer de la información representada en la tabla 4.1 son:

- Relé:
  - Número de ciclos: las plantas cuyo diagrama de Black es *más vertical*<sup>1</sup> tardan más ciclos en alcanzar el régimen permanente.
  - $T_u$ : en casi todos los casos el error es positivo, es decir, que el método del relé ha dado lugar a un valor de  $T_u$  superior al real. En general, las plantas más verticales tienden a dar más error. Los errores son en casi todos los casos inferiores al 5%, lo cual es bastante aceptable. El mayor error es de +9,1%, sombreado en la tabla 4.1.
  - $K_u$ : en casi todos los casos el error es negativo. La precisión también tiende a disminuir en las plantas más verticales. Los errores son algo mayores que en  $T_u$ , siendo el más desfavorable -15,6%, en el caso sombreado.
  
- GVA:
  - Número de ciclos: Mayor en las plantas más verticales, igual que con el relé. La tabla se ha realizado pasando la referencia de 1 a 0 al cabo de un tiempo pequeño comparado con el periodo de oscilación.
  - $T_u$ : Mayor error las plantas más verticales. El error obtenido es muy pequeño en este parámetro (el mayor es de +2,2%).
  - $K_u$ : Análogo a  $T_u$ , siendo el máximo error de -4,2%.
  
- Comparación:
  - La realimentación con GVA es más lenta en estas condiciones, empleando aproximadamente el doble de ciclos que la realimentación con el relé. Como se comentó en la sección anterior, el número de ciclos en la GVA depende de las condiciones iniciales. Si se dispone de algo de información sobre la planta, aunque sea sólo aproximada, se puede reducir el número de ciclos llegando a ser más rápido que el relé (ver figura 4.16). En ese caso pasaría a ser una ventaja más en lugar de un inconveniente de la GVA.

---

<sup>1</sup> El significado de la expresión *más vertical* es el mismo que el utilizado en el estudio sobre la Batería de Plantas en el capítulo 3.

- La precisión es mucho mayor en el caso de la GVA que en el del relé. Hay que tener en cuenta además que en el relé no se ha utilizado la histéresis, cuando en la práctica es necesaria en muchas ocasiones. La histéresis hace que el punto identificado no sea exactamente el de oscilación, por lo que si no se corrige de ninguna manera y se utiliza la información obtenida como si fuera la del punto de oscilación, el error aumenta apreciablemente (en función de la relación entre la histéresis y la amplitud de la salida).

- Si no se tiene en cuenta el problema de la histéresis, se plantea la cuestión de juzgar si la mejora en la precisión aportada por la GVA sobre el relé es significativa o no. En una primera aproximación es interesante observar que, en un ajuste del tipo Ziegler-Nichols, un incremento en porcentaje en la estimación de  $K_u$  se traduce en el mismo incremento en la ganancia proporcional  $K$  del regulador. De igual forma, el incremento en la estimación de  $T_u$  se traduce en el mismo incremento en el valor de los parámetros  $T_i$  y  $T_d$  del regulador. De todas formas, en el capítulo 5 se plantea la cuestión de que para juzgar la importancia de la diferencia entre varios controles es más conveniente estudiar el cambio provocado en la respuesta del sistema (por ejemplo, mediante el índice ITAE) que el cambio en los parámetros del regulador. Así por ejemplo, un mismo porcentaje de cambio tiene mayor influencia si se refiere a la ganancia proporcional que si se refiere a la constante de tiempo de la acción integral.

- En conjunto, proponemos la utilización de la realimentación con la GVA en lugar del relé, ya que creemos que el incremento de precisión compensa el incremento del tiempo necesario para la identificación del punto de oscilación (especialmente si el nivel de ruido presente en el sistema obliga al uso de una histéresis importante). Si se dispone de información sobre la planta (por ejemplo por haber realizado previamente un Ajuste Automático sobre ese sistema), la realimentación con la GVA es superior en los dos aspectos.

### 4.3 Obtención del punto de cruce

En §4.1.1 se justificó el interés que tiene para el Ajuste Automático la obtención del punto de cruce. En primer lugar es necesario aclarar que no tiene sentido obtener el punto

de cruce de la planta por sí sola. A modo de ejemplo podemos estudiar el caso de dos plantas con la misma dinámica y muy diferente ganancia estática. El punto de cruce de ambas resulta completamente distinto. Si utilizamos la pulsación de cruce como medida de la rapidez de la planta estamos cometiendo un error, ya que las dos plantas son igual de rápidas (compensando la diferencia de ganancias) y sin embargo las pulsaciones son muy diferentes. Podría decirse que el punto de cruce informa sobre las características de la planta siempre que la respuesta en frecuencia de la planta esté situada *en la zona de interés*, por ejemplo ajustando previamente un margen de ganancia razonable.

Como consecuencia de lo anterior se va a obtener el punto de cruce de la planta con un control PI razonable cualquiera. Después, como lo que interesa es la respuesta en frecuencia de la planta, se *descuenta* el efecto de ese control. De alguna manera, el control sirve únicamente para asegurarnos de que el punto que se identifica está en la zona de frecuencias de interés. El control se ajusta a partir de la información sobre el punto de oscilación de la planta, identificado previamente. En principio se utilizó el ajuste de Ziegler y Nichols, pero en el caso de las plantas más verticales llegaba a hacerse inestable, por lo que se modificaron los valores para dar un control más amortiguado:

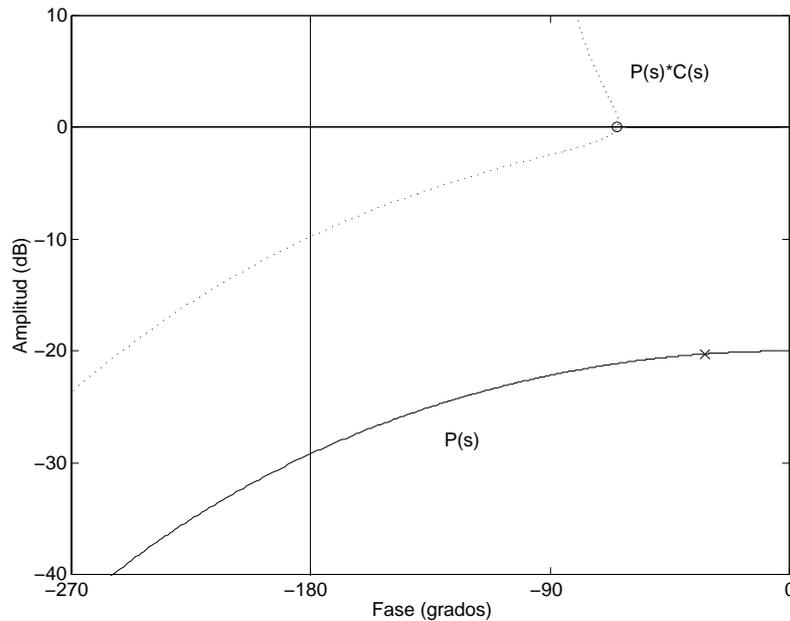
$$K = 0,3 K_u \quad T_i = 1,6 T_u \quad \left( \begin{array}{l} K = 0,45 K_u \quad T_i = 0,8 T_u \\ \text{en Ziegler - Nichols} \end{array} \right) \quad (4.10)$$

La figura 4.19 muestra un ejemplo de lo explicado. En trazo continuo se muestra el diagrama de Black de una planta  $P(s)$ . Se ha utilizado una planta del tipo  $P_2$  de la Batería:

$$P(s) = \frac{0,1}{(1+s)^5} \quad (4.11)$$

A esta planta se le ha aplicado el control PI indicado en la ecuación (4.10), mostrándose en la figura 4.19 la respuesta en frecuencia de  $P(s)*C(s)$  con trazo discontinuo. En este ejemplo se aprecia que no tiene interés calcular el punto de cruce de la planta por sí sola (en este caso ni siquiera existe). El control es un instrumento utilizado para llevar a la

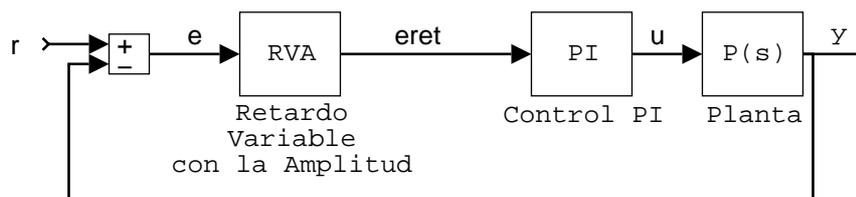
planta a la *zona de interés*. Se identifica entonces el punto de cruce de  $P(s)*C(s)$ , indicado en la figura con un círculo. Posteriormente se *descuenta* el efecto del control, calculando la amplitud y fase de la planta  $P(s)$  a esa pulsación de cruce. Se indica este punto en la figura con un aspa.



**Figura 4.19** Diagrama de Black de la planta  $P(s)$  y de la planta con control  $C(s)$

### 4.3.1 Retardo Variable con la Amplitud

Esta técnica es una aportación original de la tesis para la identificación del punto de cruce del sistema (planta + control PI según (4.10)) [Pecharromán y Pagola, 1995], [Pecharromán y Pagola, 1996], [Pecharromán y Pagola, 1999]. Se utilizará según el esquema de la figura 4.20, equivalente a las figuras 4.1 y 4.9, con la diferencia ya comentada de que se realimenta la planta con el control PI.

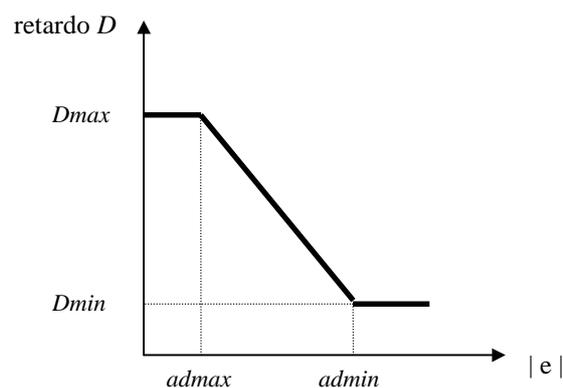


**Figura 4.20** Realimentación con Retardo Variable con la Amplitud (RVA).

### Descripción

Esta técnica es dual de la realimentación con GVA. Para obtener el punto de cruce se podría introducir en el lazo un retardo, ajustando su valor iterativamente hasta conseguir que la ganancia de la planta sea la unidad. Esto sería un proceso lento y difícil de automatizar, igual que la automatización directa del método de Ziegler y Nichols para obtener el punto de oscilación. Por esto se ha desarrollado el RVA, que permite la obtención *directa* (sin iteraciones) del punto de cruce del sistema, de la misma manera que la GVA permitía la obtención directa del punto de oscilación.

$$eret(t) = e(t - D(|e|)) \quad (4.12)$$



**Figura 4.21** Retardo Variable con la Amplitud (RVA). Descripción.

La figura 4.21 y la expresión (4.12) describen la característica no lineal del bloque RVA. En cada instante (cada muestra) la salida  $eret$  de este bloque es la entrada  $e$  retrasada un tiempo  $D$ , dependiente del valor absoluto de la magnitud de la entrada según la característica indicada en la figura 4.21, donde

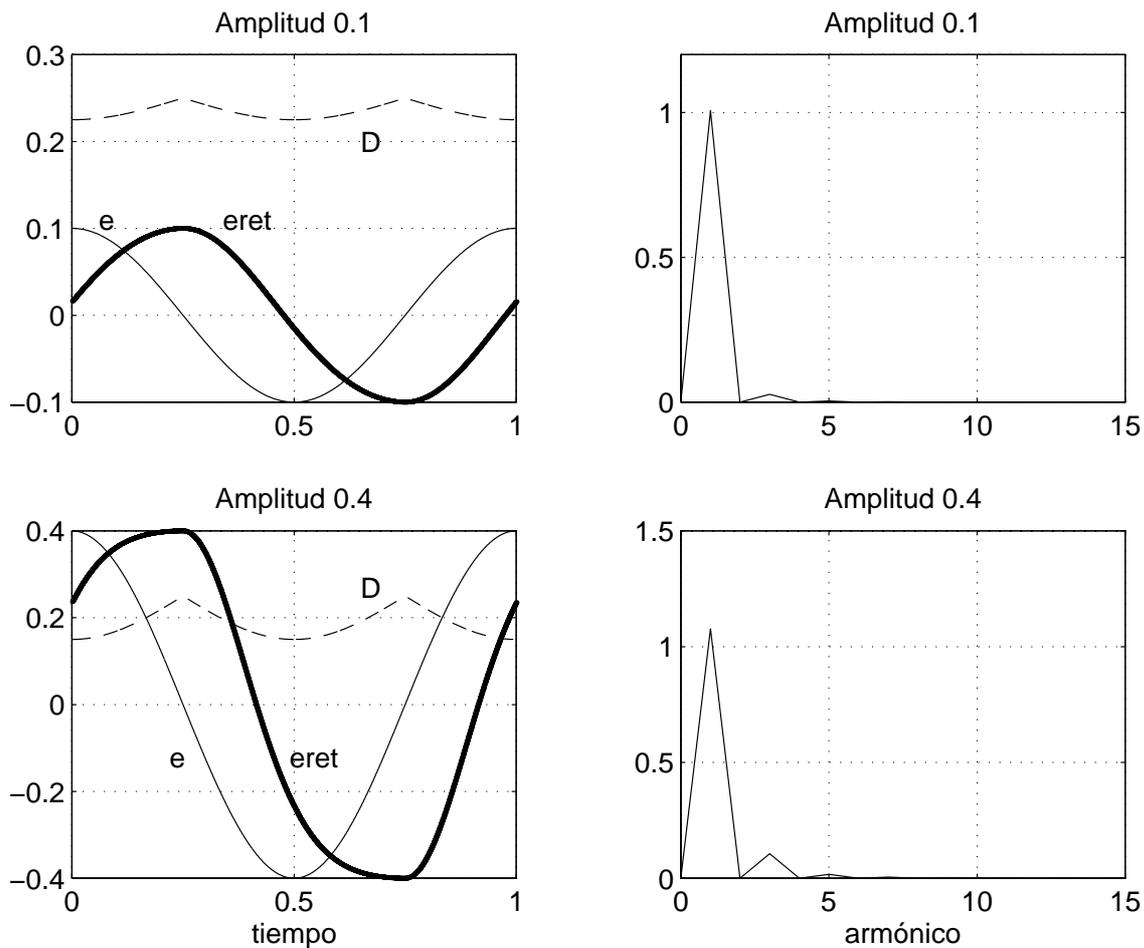
$D_{max}$ : retardo máximo

$D_{min}$ : retardo mínimo

$ad_{max}$ : entrada que da lugar al retardo máximo

$ad_{min}$ : entrada que da lugar al retardo mínimo

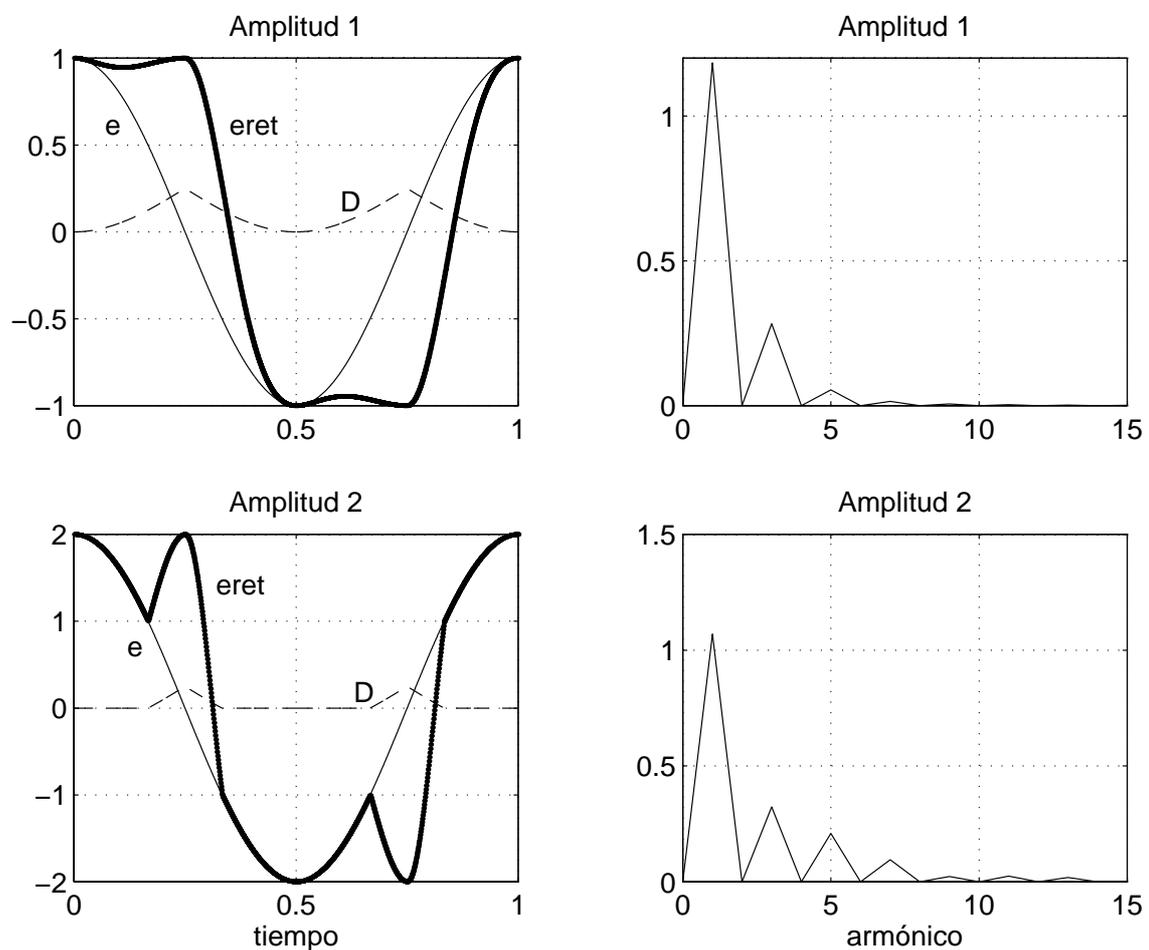
Esta característica instantánea da lugar a un desfase decreciente con la amplitud de la senoidal de entrada, como se verá más adelante mediante la función descriptiva. Se va a utilizar  $D_{min} = ad_{max} = 0$ , de manera análoga al caso de GVA. Igual que en éste, el valor de  $ad_{min}$  no es significativo, sino sólo la relación entre la amplitud de la entrada y  $ad_{min}$ .



**Figura 4.22** RVA. Entradas senoidales de diferentes amplitudes (I)

Las figuras 4.22 y 4.23 muestran el resultado de alimentar al RVA con una señal  $e$  senoidal de diferentes amplitudes. Se muestran las señales de entrada  $e$  y salida  $eret$  del RVA y el retardo  $D$  en función del tiempo y a la derecha el contenido de armónicos de  $eret$  relativo a la amplitud de la entrada. En todos los casos  $D_{min} = ad_{max} = 0$ ,  $ad_{min} = 1$  y  $D_{max} = 0,25$ . Puesto que la frecuencia de las señales es de 1 Hz, el valor  $D_{max} = 0,25$  supone un desfase máximo de  $90^\circ$  en este caso. Más adelante se discutirá el valor adecuado de este parámetro.

Cuando la amplitud de la entrada es pequeña frente a  $admin$ , por ejemplo la primera gráfica con amplitud 0,1, la salida  $eret$  es prácticamente senoidal. El retardo varía entre el máximo (0,25 s, que suponen  $90^\circ$ ) cuando  $e$  es nula y un valor ligeramente inferior, alcanzando su mínimo cuando la entrada alcanza su máximo. El primer armónico es prácticamente 1 y los demás muy pequeños. Para una amplitud de  $e$  de 0,4 (segunda gráfica) se observa cómo se va deformando  $eret$ , pero el primer armónico sigue siendo muy superior al resto.



**Figura 4.23** RVA. Entradas de diferentes amplitudes (II)

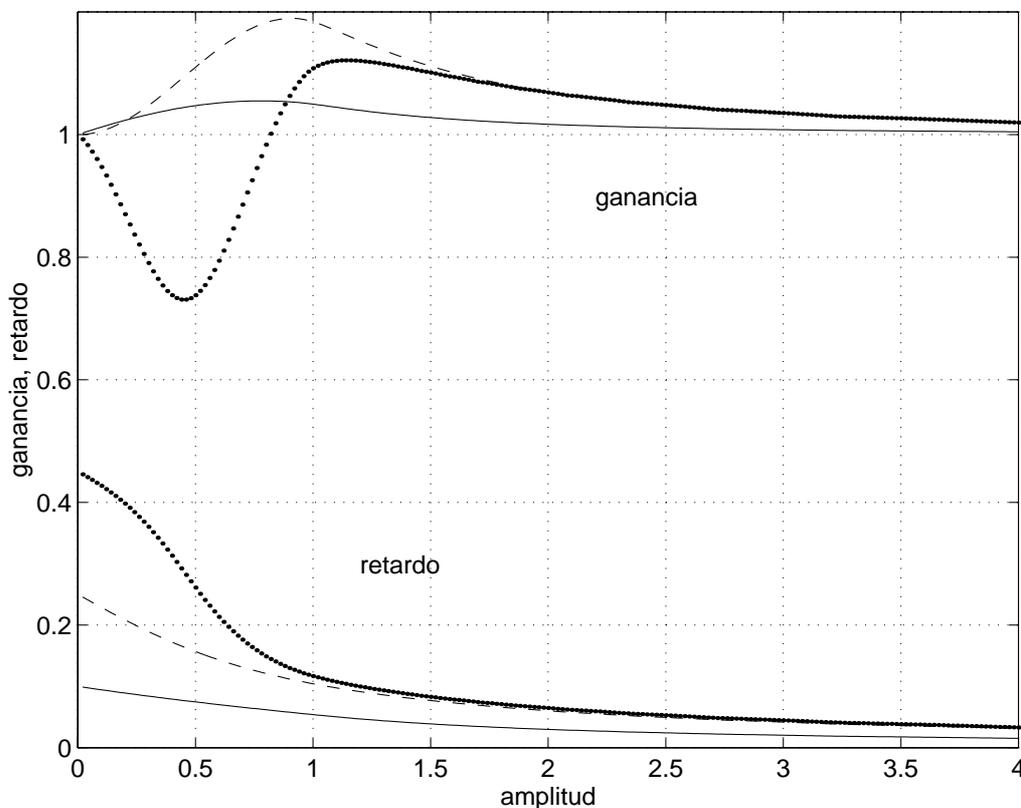
Cuando la amplitud crece (igual a  $admin$  en la primera gráfica de la figura 4.23) la forma de  $eret$  es cada vez menos senoidal y el contenido de armónicos crece. Para amplitudes de la entrada superiores a  $admin$  la forma es cada vez más extraña. Es

interesante observar la saturación del retardo ( $D = 0$ ) mientras la entrada tiene un valor superior a  $admin$ .

En caso de utilizar otro valor de  $D_{max}$  dentro de lo razonable la forma de las señales es ligeramente diferente, pero las conclusiones son similares.

### ***Función Descriptiva***

Igual que en el caso de la GVA, continuamos el estudio del RVA mediante el uso de la Función Descriptiva.

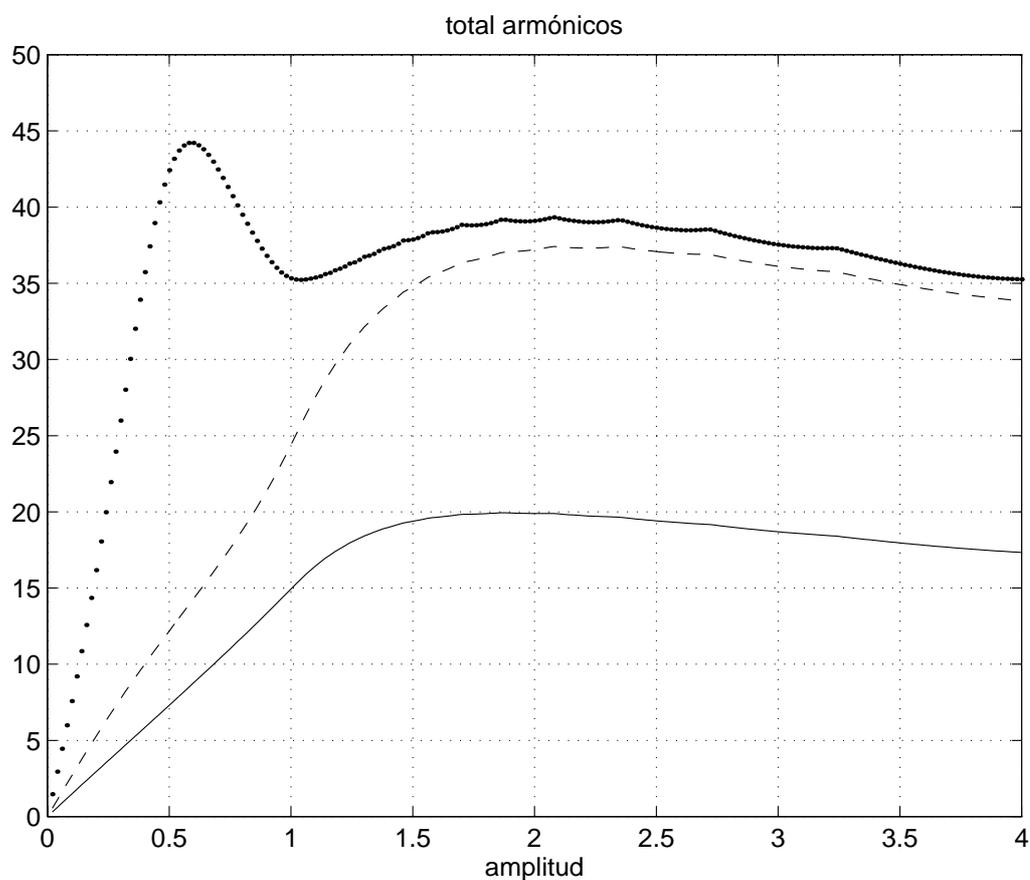


**Figura 4.24** RVA. Análisis mediante Función Descriptiva

(—)  $D_{max} = 0,1$ ; (- -)  $D_{max} = 0,25$ ; (●●●)  $D_{max} = 0,45$

La figura 4.24 muestra la ganancia y el retardo del armónico fundamental de la salida del bloque RVA en función de la amplitud de la senoidal de entrada (frente a  $admin$ , normalizado a 1 en este caso) para distintos valores de  $D_{max}$ . El retardo del primer armónico es decreciente con la amplitud de la entrada, que es lo que se pretende, siendo correcto en los tres casos representados. Recuérdese que la diferencia con la figura 4.21

estriba en que aquélla representa la relación *instantánea* entre entrada y salida mientras que la figura 4.24 representa la relación entre el primer armónico de la salida y la senoidal de entrada. En cuanto a la ganancia, lo ideal sería que fuera la unidad en cualquier caso. Se observa en la figura que el resultado no es tan bueno como en el caso de la GVA: allí se pretendía que el desfase fuera nulo y eso se cumplía rigurosamente (ver la figura 4.13). Se puede concluir que habrá que escoger adecuadamente el valor de  $D_{max}$  y la zona de funcionamiento para que el resultado sea el mejor posible.



**Figura 4.25** RVA. Análisis mediante Función Descriptiva

(—)  $D_{max} = 0,1$ ; (- -)  $D_{max} = 0,25$ ; (●●)  $D_{max} = 0,45$

La figura 4.25 muestra el contenido total de armónicos de la salida en función de la amplitud de la senoidal de entrada (en % y relativo al primer armónico). Se observa que la amplitud que supone el caso más desfavorable depende del valor de  $D_{max}$ . De acuerdo con esta figura y las dos anteriores se puede concluir que interesa trabajar en la zona de amplitudes pequeñas. En el caso de amplitudes grandes (muy superiores a *admin*) los

armónicos no son excesivamente elevados (figura 4.25) pero la forma de la señal de salida es muy extraña (figura 4.23).

### **Realimentación con el RVA**

Para analizar el funcionamiento del RVA en lazo cerrado vamos a utilizar como ejemplo la siguiente función de lazo abierto (planta + control PI):

$$G(s) = \frac{2\pi}{s} e^{-0,125 \cdot s} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 2\pi \rightarrow f_0 = T_0 = 1 \\ M_f = 45^\circ \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

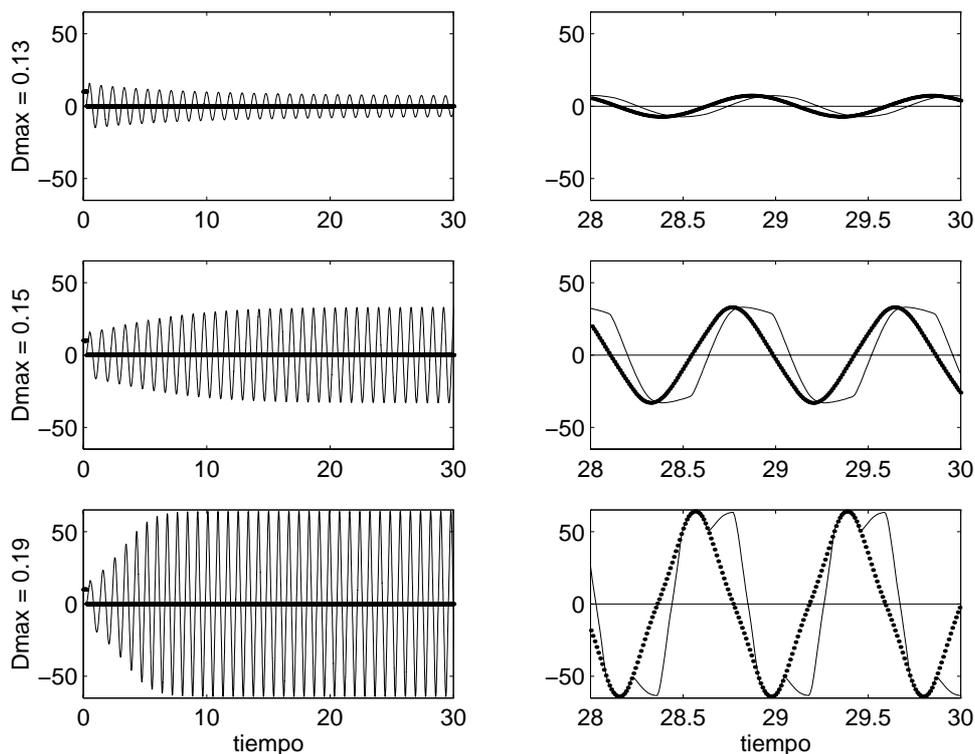
El sistema en lazo cerrado según el esquema de la figura 4.20 deberá oscilar con una pulsación muy próxima a  $\omega_0$ . El bloque RVA introducirá el desfase necesario para que eso ocurra, en este caso  $45^\circ$ , que en tiempo suponen 0,125 segundos. De manera análoga a la elección de  $g_{max}$  en la GVA se escoge aquí un valor de  $D_{max}$  que deberá ser superior a 0,125 s. Si  $D_{max}$  es sólo ligeramente superior al retardo necesario la amplitud de la entrada será muy inferior a  $admin$ , que es la situación más ventajosa según lo estudiado en los apartados anteriores. El valor de  $admin$  influye en la amplitud de la salida, pero no en la forma de las señales ni en la calidad del resultado. Por tanto, en el ejemplo tomamos  $admax = D_{min} = 0$ ;  $admin = 50$  y diferentes valores de  $D_{max}$ .

La figura 4.26 muestra las oscilaciones en lazo cerrado al realimentar con el RVA. Las dos gráficas superiores corresponden al caso de  $D_{max} = 0,13$ . Este valor es sólo ligeramente superior al retardo necesario (0,125 s). Las señales son prácticamente senoidales y la amplitud de la salida es de aproximadamente 7, muy inferior a  $admin$  (50 en el ejemplo). La gráfica izquierda muestra la evolución desde condiciones iniciales nulas introduciendo un escalón en la referencia de 10 a 0 en el instante 0,25. La gráfica de la derecha es un detalle de la anterior una vez alcanzado el régimen permanente. El resultado es bastante exacto:  $T_0 = 0,97$  y  $M_f = 44^\circ$ .

El segundo caso es el de  $D_{max} = 0,15$ . Se observa que la salida del RVA tiene ya un cierto contenido de armónicos, mientras que la entrada sigue siendo prácticamente senoidal, debido al filtrado proporcionado por la planta. La amplitud de la oscilación crece,

acercándose a  $admin$ . El resultado es aceptable, aunque se aprecia la disminución de precisión:  $T_0 = 0,88$  y  $M_f = 40^\circ$ .

Por último, con  $Dmax = 0,19$ , la señal de salida del RVA tiene ya una forma extraña, a pesar de lo cual la señal de entrada todavía es bastante senoidal. La amplitud sigue creciendo, siendo en este caso ya superior a  $admin$ . El resultado empeora claramente:  $T_0 = 0,82$  y  $M_f = 36^\circ$ .



**Figura 4.26** Oscilación en lazo cerrado realimentando con RVA.

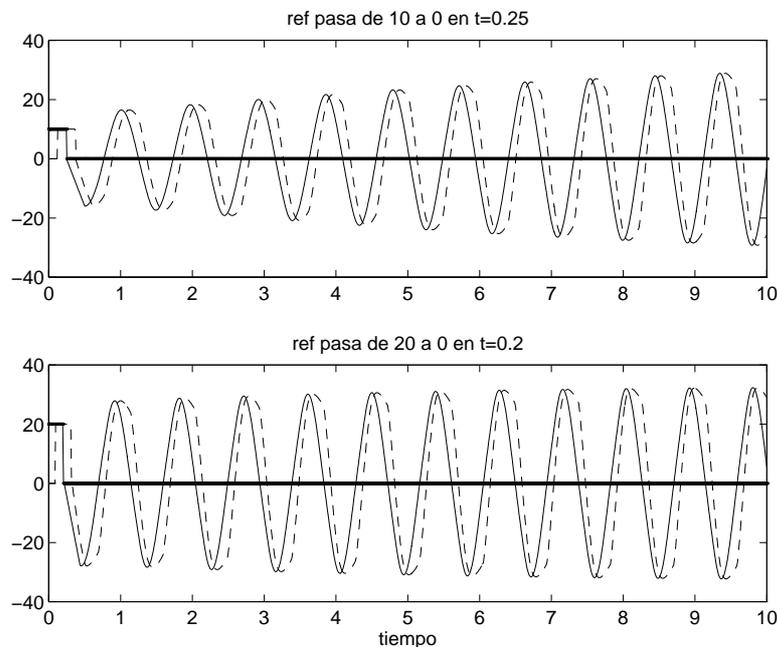
Gráficas de la izquierda: (•••)  $r$ : referencia; (—)  $y$ : salida.

Gráficas de la derecha: (•••)  $e$ : entrada del RVA; (—)  $eret$ : salida del RVA

En los tres casos se ha partido de condiciones iniciales nulas y se ha realizado un escalón en la referencia, pasando de 10 a 0 en  $t = 0,25$  s. Este escalón afecta a la rapidez con la que se establece la oscilación. Se observa que un valor mayor de  $Dmax$  favorece la rapidez, para las mismas condiciones iniciales y el mismo escalón.

### Rapidez de establecimiento de la oscilación

En la figura 4.26 se ha observado que, para las mismas condiciones iniciales y el mismo escalón en la referencia, la oscilación se establece antes para valores mayores de  $D_{max}$ . Dentro del proceso del Ajuste Automático, en el momento de realizar el ensayo de realimentación con RVA se dispone de un modelo aproximado de la planta de una cierta calidad, puesto que ya se ha obtenido el punto de oscilación y posiblemente la ganancia estática. Esto permite decidir con criterio el valor conveniente del escalón que conviene aplicar en la referencia para que la oscilación se establezca lo más rápidamente posible.



**Figura 4.27** Oscilación en lazo cerrado con RVA. Influencia de las condiciones iniciales.

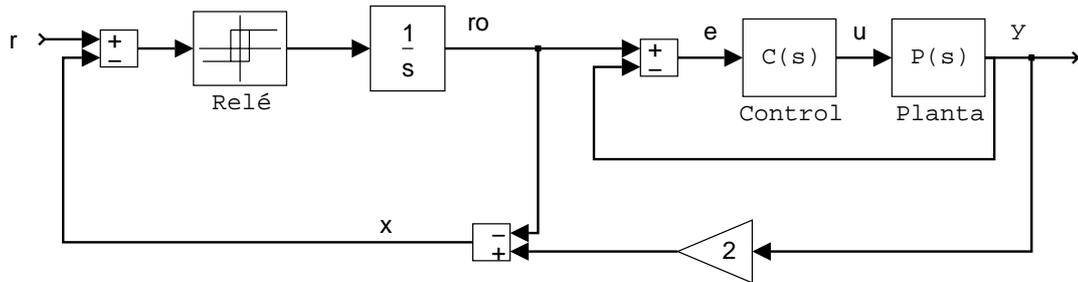
(— gruesa)  $r$ : referencia; (—)  $e$ : entrada del RVA; (- -)  $eret$ : salida del RVA

La figura 4.27 muestra la influencia del escalón en la referencia en el caso de la planta utilizada como ejemplo y con  $D_{max} = 0,15$ . La gráfica superior es un detalle de la segunda gráfica de la figura 4.26, donde la referencia pasa de 10 a 0 en  $t = 0,25$  s. En la segunda gráfica la referencia pasa de 20 a 0 en  $t = 0,2$ , apreciándose una mejora en la rapidez del establecimiento de la oscilación.

El hecho de que se disponga de un modelo de la planta hace que se pueda escoger habitualmente un valor adecuado de todos los parámetros del RVA sin necesidad de iterar.

### 4.3.2 Realimentación con relé, variante Schei

[Schei, 1994] presenta una variante de la realimentación con relé que permite obtener el punto de cruce de un sistema, según el esquema de la figura 4.28:



**Figura 4.28** Variante de Schei de la realimentación con relé para la obtención del punto de cruce.

[Åström, 1996] presenta también un esquema para la obtención del margen de fase, equivalente al de [Schei, 1994]. El esquema de la figura 4.28 da lugar a una oscilación mantenida en la cual se cumplen las siguientes relaciones:

$$G(s) = C(s) \cdot P(s) \qquad J(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

$$\arg\left(\frac{x}{r_0}\right) = -90^\circ \qquad \frac{X(s)}{R_0(s)} = 2 \cdot J(s) - 1$$

$$G(j\omega) = \frac{1 - k \cdot j}{1 + k \cdot j} \qquad |G(j\omega)| = 1 \qquad \omega = \omega_0 \qquad (4.14)$$

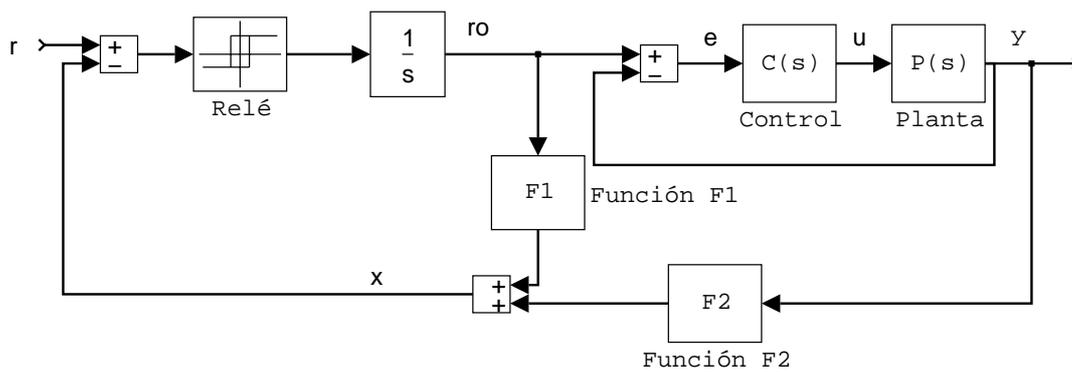
siendo  $k$  un número real positivo. Es decir, la oscilación que se genera es de una pulsación aproximadamente igual a la de cruce. El margen de fase del sistema se puede obtener observando el desfase entre la entrada y la salida del lazo abierto  $G(s)$ , o bien mediante la expresión:

$$M_f = \pi - 2 \cdot \operatorname{arctg} \left( \frac{\omega_0}{R} \right) \quad (4.15)$$

siendo  $R$  la ganancia entre los primeros armónicos de la entrada y la salida del relé.

### Generalización I

La solución propuesta por Schei para la obtención del punto de cruce del sistema se puede generalizar para estudiar otras posibilidades y tratar de comprender mejor el funcionamiento de esta realimentación. En primer lugar, manteniendo la estructura del esquema de Schei:



**Figura 4.29** Generalización I de la variante de Schei de la realimentación con relé.  
Obtención del punto de cruce.

El objetivo es que se genere una oscilación de la pulsación de cruce del sistema, es decir, que la pulsación sea tal que  $|G(j\omega)| = 1$ . Esto implica que

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{ J(j\omega) \} &= 1/2 \\ \operatorname{Im} \{ J(j\omega) \} &< 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

y según el esquema,

$$\arg \left( \frac{x}{r_0} \right) = -90^\circ; \quad \frac{X(s)}{R_0(s)} = F1 + J(s) \cdot F2 \quad J(s) = \frac{1}{F2} \cdot \frac{X(s)}{R_0(s)} - \frac{F1}{F2} \quad (4.17)$$

Tomando  $F1$  y  $F2$  reales, la solución genérica de las expresiones anteriores es

$$F2 = k > 0 \quad \text{y} \quad F1 = -F2/2 = -k/2 \quad (4.18)$$

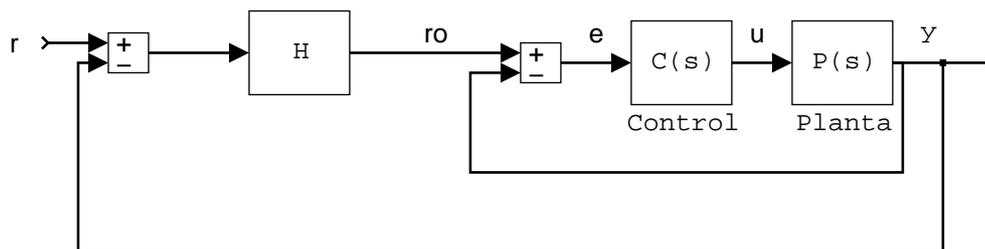
La solución propuesta por Schei corresponde con  $F1 = -1$  y  $F2 = 2$ . La otra solución sencilla sería  $F1 = -1/2$  y  $F2 = 1$ .

Si se elimina del esquema de la figura 4.29 la integración asociada al relé, también valdría la solución:

$$F2 = \frac{k}{s} \quad \text{y} \quad F1 = -F2/2 = \frac{-k}{2 \cdot s} \quad (4.19)$$

**Generalización II**

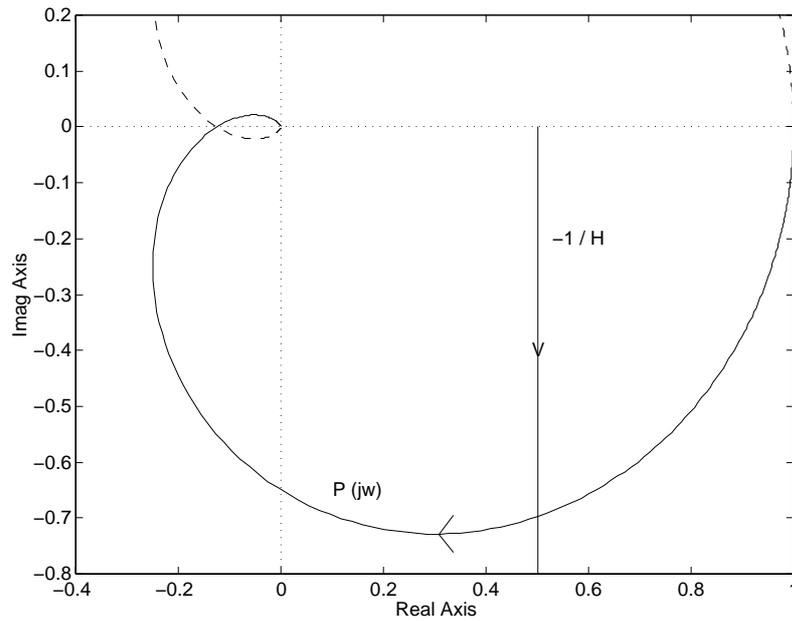
Se puede tratar de generalizar aún más enfocando el tema desde el punto de vista de la Función Descriptiva, como se hizo con la realimentación con relé en §4.2.1. Sea el esquema de la figura 4.30:



**Figura 4.30** Generalización II de la variante de Schei de la realimentación con relé. Obtención del punto de cruce.

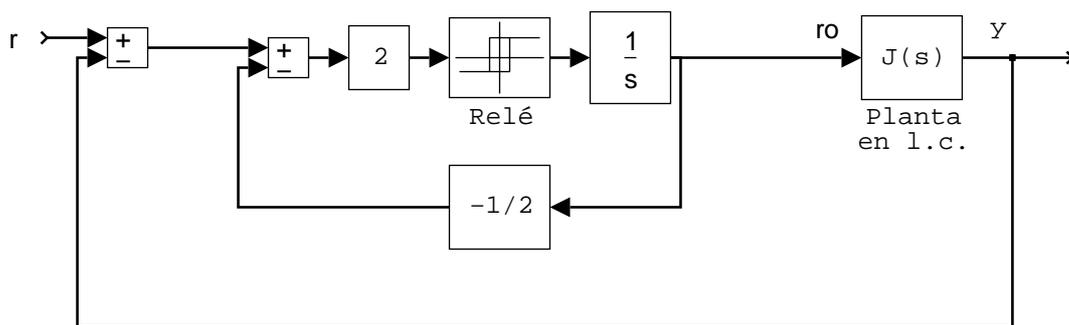
Se realimenta el lazo cerrado  $J(s)$  con una función  $H$ , que incluirá una función no lineal, que podemos estudiar mediante su función descriptiva. La condición de oscilación de este sistema viene dada por la siguiente ecuación (análoga a (4.2) en el caso del relé):

$$1 + H(a, j\omega) \cdot J(j\omega) = 0 \quad J(j\omega) = -1/H \quad (4.20)$$



**Figura 4.31** Generalización II de la variante de Schei de la realimentación con relé.  
Determinación gráfica del punto de cruce.

La figura 4.31 muestra la solución gráfica de la expresión (4.20). El punto de corte entre  $J(j\omega)$  y  $-1/H$  da el punto de cruce del sistema. La función  $H$  es tal que  $-1/H$ , de acuerdo con las ecuaciones (4.16), tiene parte real  $1/2$  y parte imaginaria negativa y de módulo creciente con la amplitud de la señal de entrada al bloque no lineal.



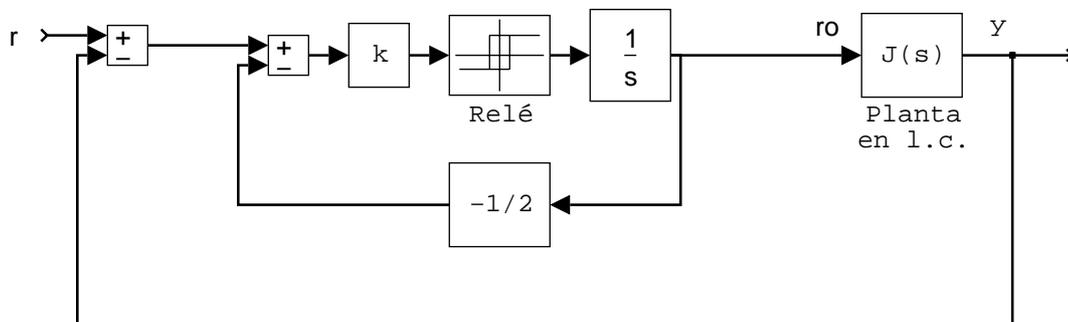
**Figura 4.32** Variante de Schei. Esquema generalizado.

La figura 4.32 muestra la forma que adquiere la función  $H$  en la realimentación propuesta por Schei. Obsérvese que en este esquema se cumplen las condiciones de oscilación:

$$H = \frac{2 \cdot R \cdot \frac{1}{s}}{1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot R \cdot \frac{1}{s}} \qquad \frac{-1}{H} = \frac{1}{2} - j \frac{\omega}{2 \cdot R} \qquad (4.21)$$

siendo  $R$  la ganancia del relé.

De la misma manera, las variantes estudiadas en la *Generalización I*, dadas por la ecuación (4.18), vendrían dadas por el esquema de la siguiente figura:



**Figura 4.33** Variante de Schei. Esquema generalizado. Solución general en función de  $k$ .

$$H = \frac{k \cdot R \cdot \frac{1}{s}}{1 - \frac{1}{2} k \cdot R \cdot \frac{1}{s}} \qquad \frac{-1}{H} = \frac{1}{2} - j \frac{\omega}{k \cdot R} \qquad (4.22)$$

Observaciones:

- Con este esquema, la solución más sencilla es  $k = 1$ , que se corresponde en la *Generalización I* con el caso  $F1 = -1/2$  y  $F2 = 1$ .
- Cambiar la constante  $k$  tiene el mismo efecto que cambiar la amplitud del relé.
- El punto de cruce se obtendría también con cualquier otra función  $H$  que cumpliera las condiciones dadas por las ecuaciones (4.16).

### Aplicación a la planta ejemplo

Al igual que se hizo en el caso del RVA, utilizamos como ejemplo el lazo abierto  $G(s)$  de la ecuación (4.13). Se escogen como parámetros del relé:  $h = 0,01$  (despreciable) y oscilación del relé  $\pm 20$ . Se genera una oscilación en lazo cerrado de periodo  $T_0 = 1,12$  y  $M_f = 50^\circ$  aproximadamente, por los dos métodos de cálculo indicados anteriormente. La precisión del resultado es relativamente buena.

### 4.3.3 Realimentación de Schei, variante con GVA

En §4.2.2 se presentó la técnica de la Ganancia Variable con la Amplitud (GVA) para la obtención del punto de oscilación. El bloque GVA se comporta de manera similar al relé según su aproximación mediante la función descriptiva, pero el resultado obtenido es mejor con la GVA debido fundamentalmente a dos factores:

- Menor contenido de armónicos en la GVA que en el relé, siempre que se escojan adecuadamente los parámetros de aquella.
- La fase es rigurosamente nula en la GVA mientras que no lo es en el caso del relé, dependiendo de la histéresis que sea necesario utilizar en cada sistema.

Pues bien, tanto en el esquema original de [Schei, 1994] como en el de [Åström, 1996] o en cualquiera de las formas y variantes estudiadas en la sección anterior, podemos sustituir el relé por el bloque GVA [Pecharromás y Pagola, 1999]. Las ventajas de la GVA sobre el relé se mantienen en estas realimentaciones, por lo que es de esperar que el resultado también sea superior. Este es el ensayo propuesto en esta tesis para la obtención del punto de cruce.

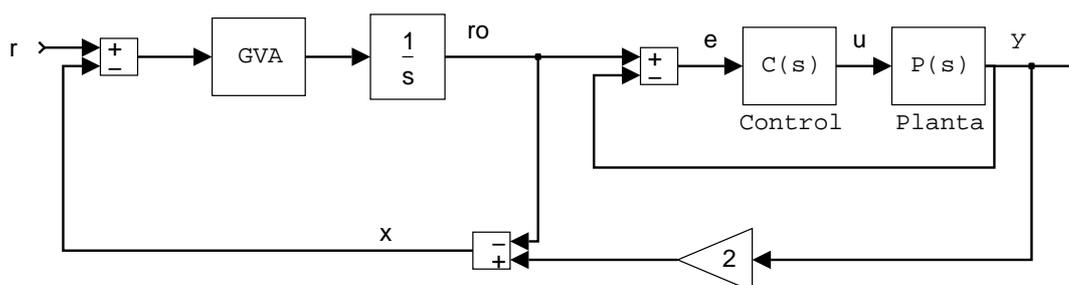


Figura 4.34 Realimentación de Schei, variante con GVA.

A modo de ejemplo, la figura 4.34 muestra el esquema de la realimentación de Schei, pero sustituyendo el relé por la GVA.

Igual que en el uso de la GVA para la obtención del punto de oscilación, para conseguir el mejor resultado posible es necesario que el parámetro  $g_{max}$  tenga un valor sólo ligeramente superior a la ganancia necesaria. Con el modelo aproximado de la planta obtenido a partir del punto de oscilación y la ganancia estática, se pueden fijar valores adecuados de los parámetros de la GVA.

#### ***Aplicación a la planta ejemplo***

Al igual que se hizo en el caso del RVA y de la realimentación de Schei, utilizamos como ejemplo el lazo abierto  $G(s)$  de la ecuación (4.13). Se escogen como parámetros de la GVA:  $g_{max} = 5$  (aproximadamente el doble de la ganancia necesaria de ese bloque);  $g_{min} = ag_{max} = 0$ ;  $ag_{min} = 50$ . Se genera una oscilación en lazo cerrado de periodo  $T_0 = 1,013$  y  $M_f = 45,6^\circ$  aproximadamente, por los dos métodos de cálculo indicados anteriormente. La precisión del resultado es excelente, muy superior a la obtenida con los otros dos métodos.

### **4.3.4 Comparación RVA $\leftrightarrow$ Schei $\leftrightarrow$ Schei con GVA**

Al igual que en la comparación entre la realimentación con relé y con la GVA, ahora se ha utilizado también la Batería de Plantas. Para los valores extremos del parámetro de cada planta se han calculado los valores exactos del periodo en el punto de cruce y del margen de fase y los valores aproximados obtenidos mediante la realimentación con RVA, la realimentación propuesta por Schei y la propuesta en esta tesis (Schei con GVA en lugar de relé).

En el caso de la realimentación con Schei se han puesto las condiciones para que el resultado sea lo más preciso posible, con una histéresis despreciable en el relé. En el caso de la realimentación con RVA se ha escogido un valor del parámetro  $D_{max}$  de aproximadamente 1,5 veces el retardo necesario en cada caso. En la realimentación con Schei y GVA se ha escogido un valor de  $g_{max}$  del doble de la ganancia necesaria en ese bloque. Las tablas 4.2 y 4.3 resumen la información obtenida.

Planta	$M_f$ (°)	RVA			Schei			
		ciclos	% $T_0$	% $M_f$	ciclos	% $T_0$	% $M_{f1}$	% $M_{f2}$
P1 D=0,1	23	17	-2,9	-5,6	5	+1,3	+2,6	+2,5
P1 D=10	103	6	+13	-1,2	3	+20,4	-1,9	-1,8
P2 n=3	43	17	-9,5	-17,7	4	+6,8	+11,6	+11,4
P2 n=10	109	7	+16	-1,9	3	+23,7	-2,9	-2,7
P3 $\alpha=2$	101	6	+12,6	-1,1	3	+22,2	-2,0	-1,8
P4 $\alpha=0,2$	24	16	-3,4	-6,5	5	+1,5	+2,2	+2,1
P4 $\alpha=0,7$	75	18	0	-0,2	4	+105	+39,4	+40,6
P5	44	10	-15,4	-6,2	4	+10,2	+2,6	+1,8
P6 D=0,05	5,5	57	-0,1	-3,2	13	+0,1	-2,1	-2,0
P6 D=0,8	36	10	-10,4	-8,6	5	+5,4	+3,5	+3,1
P8 D=0,1	29	13	-5,8	-7,4	4	+2,7	+2,8	+2,6
P8 D=10	44	11	-15,3	-6,4	4	+10	+2,7	+2,0
P9 n=3	35	12	-8,8	-8,3	5	+4,6	+3,4	+3,1
P9 n=10	43	10	-14,6	-7,7	4	+9,0	+3,3	+2,7
P10 $\alpha=2$	43	9	-16,4	-7,0	4	+9,8	+2,9	+2,1
P11 $\alpha=0,2$	20	17	-2,6	-4,7	5	+1,0	+1,1	+1,0
P11 $\alpha=0,7$	37	11	-10,6	-8,9	4	+5,3	+3,5	+3,1

**Tabla 4.2** Comparación entre realimentación con RVA y con relé, variante de Schei.

Observaciones sobre la tabla 4.2:

- La primera columna indica la planta y el valor del parámetro correspondiente.
- La segunda columna indica el margen de fase de la planta con el control PI ajustado en función del punto de oscilación, obtenido previamente.
- La columna *ciclos* en cada uno de los métodos indica el número aproximado de ciclos que tardan las señales en alcanzar su régimen permanente.
- Las columnas %  $T_0$  y %  $M_f$  indican el tanto por ciento de error (con signo) cometido por cada método en la obtención del periodo de las señales en el punto de cruce ( $T_0$ ) y del margen de fase ( $M_f$ ) con respecto a los valores exactos. En el

caso de Schei, el margen de fase se ha obtenido de dos maneras:  $M_{f1}$  indica el obtenido mediante la expresión (4.15) mientras que  $M_{f2}$  indica el obtenido directamente del desfase entre la entrada y la salida del lazo abierto  $G(s)$ .

Puesto que el control PI utilizado en estos ensayos está ajustado en función del punto de oscilación de la planta, el diagrama de Black del lazo abierto en todos los casos coincide en un punto próximo a  $-180^\circ$  en módulo y fase. Por eso el margen de fase del lazo abierto indica de alguna manera lo *vertical* que es la planta en cuestión. Se indica en una columna para ayudar a sacar conclusiones.

- RVA:

- Número de ciclos: bastante elevado en muchos casos. Tardan más en estabilizarse las plantas más verticales (menor margen de fase). De todas maneras, no se han ajustado condiciones iniciales (como si no se tuviera ninguna información sobre la planta) con las cuales se puede reducir drásticamente este tiempo, según se analizó antes.

- $T_0$ : en casi todos los casos el error es negativo, es decir, que el valor de  $T_0$  obtenido por este método es inferior al real (salvo en las plantas más horizontales). En general, las plantas más verticales tienen menos error. Los errores son relativamente grandes, estando en muchos casos entre el 10% y el 20%.

- $M_f$ : el error es siempre negativo y en general mayor en las plantas más verticales. Los errores son aceptables, estando en la mayoría de los casos entre el 5% y el 10%.

- Realimentación de Schei:

- Número de ciclos: mayor en las plantas más verticales, pero muy inferior al empleado por el RVA en las condiciones de la tabla.

- $T_0$ : el error es siempre positivo. Las plantas más verticales tienden a dar menos error, en general por debajo del 10%, mientras que las más horizontales alcanzan valores bastante elevados de error (por encima del 20%). Hay un caso aislado extraño con un error enorme: 105%. Hasta el momento no se ha encontrado justificación para esa

anomalía, ya que la planta no tiene nada que la diferencie especialmente de las demás y con otros métodos se comporta normalmente.

-  $M_f$ : el error es positivo en la mayoría de los casos y en general bastante pequeño (inferior al 4%). En cuanto a las dos posibilidades para evaluar el margen de fase, parece mejor la segunda (directamente a partir del desfase entre la entrada y la salida del lazo abierto)

- Comparación RVA - Schei:

- La realimentación con RVA es mucho más lenta en estas condiciones (para estos valores de los parámetros y sin ajustar condiciones iniciales). Como ya se ha comentado, en el momento de realizar el ensayo para obtener el punto de cruce ya se conoce el punto de oscilación, por lo que se puede disponer de un modelo aproximado de la planta que permite disminuir enormemente el tiempo necesario para este ensayo. Pasaría entonces a ser una ventaja del RVA en lugar de un inconveniente.

- En cuanto a la precisión de los resultados, en general es mejor la realimentación de Schei. Únicamente en las plantas muy horizontales es superior el RVA.

Dado que parece superior el comportamiento del esquema de Schei al de la realimentación con RVA, comparamos ahora este esquema con la variante incluyendo el bloque GVA. La tabla 4.3 recoge esta comparación. Las principales observaciones sobre la tabla 4.3 son:

- La primera parte de la tabla es común con la tabla anterior. Se repite aquí la parte correspondiente al esquema original de Schei, puesto que daba en general mejores resultados que la realimentación con el RVA.
- La segunda parte es la correspondiente a la realimentación de Schei, sustituyendo el relé por la GVA.

Planta	$M_f$ (°)	Schei			Schei con GVA			
		ciclos	% $T_0$	% $M_{f2}$	ciclos	% $T_0$	% $M_{f1}$	% $M_{f2}$
P1 D=0,1	23	5	+1,3	+2,5	9	+0,1	-0,5	-0,5
P1 D=10	103	3	+20,4	-1,8	7	+1,6	+0,1	-0,2
P2 n=3	43	4	+6,8	+11,4	5	+1,1	+1,8	+1,8
P2 n=10	109	3	+23,7	-2,7	7	+1,3	-0,3	-0,2
P3 $\alpha=2$	101	3	+22,2	-1,8	6	+1,5	-0,2	-0,2
P4 $\alpha=0,2$	24	5	+1,5	+2,1	6	+0,3	0	0
P4 $\alpha=0,7$	75	4	+105	+40,6	5	+1,6	+1,1	+1,1
P5	44	4	+10,2	+1,8	5	+1,6	+0,1	+0,1
P6 D=0,05	5,5	13	+0,1	-2,0	35	0	-2,4	-2,2
P6 D=0,8	36	5	+5,4	+3,1	5	+1,0	+0,4	+0,4
P8 D=0,1	29	4	+2,7	+2,6	5	+0,5	0	0
P8 D=10	44	4	+10	+2,0	5	+1,6	0	+0,1
P9 n=3	35	5	+4,6	+3,1	5	+0,9	+0,4	+0,4
P9 n=10	43	4	+9	+2,7	5	+1,1	+0,1	+0,1
P10 $\alpha=2$	43	4	+9,8	+2,1	5	+1,8	+0,4	+0,4
P11 $\alpha=0,2$	20	5	+1	+1,0	8	+0,1	-0,5	-0,4
P11 $\alpha=0,7$	37	4	+5,3	+3,1	5	+0,8	+0,2	+0,3

**Tabla 4.3** Comparación entre esquema de Schei original y de Schei, variante con GVA.

Conclusiones:

- Realimentación de Schei, variante con GVA:

- Número de ciclos: en las condiciones de la tabla, intermedio. Se pueden reducir ajustando las condiciones iniciales como ya se ha indicado.

-  $T_0$ : el error es siempre positivo, pero muy pequeño: inferior al 2%.

-  $M_f$ : el error también es muy pequeño y prácticamente igual por los dos métodos propuestos.

- Comparación RVA - Schei - Schei con GVA:
  - En cuanto a rapidez del ensayo, con los valores de las tablas, el mejor método es la realimentación de Schei, pero ya se ha indicado que los otros se pueden acelerar notablemente.
  - La precisión obtenida en la realimentación de Schei con GVA es muy superior a la obtenida con los otros dos métodos. Recuérdese además que se ha utilizado una histéresis despreciable en el relé. En un caso real con histéresis no despreciable empeorará la precisión del esquema de Schei.
  - En conjunto, la realimentación propuesta en esta tesis, la de Schei con GVA, es claramente superior a la propuesta por Schei y a la realimentación con RVA.

## **4.4 Determinación automática de los parámetros de los ensayos**

El objetivo central de esta tesis es presentar un método completo de Ajuste Automático, incluyendo algoritmos robustos de identificación y síntesis. El método es independiente de los detalles de implantación práctica, aunque el enfoque general de toda la tesis es eminentemente práctico, buscando la utilidad industrial. Hay infinidad de detalles que concretar con vistas a una implantación práctica, incluso utilizando un mismo método. Una de las cuestiones más importantes es la elección del valor de los parámetros en los ensayos. Así por ejemplo, en el caso más conocido, la realimentación con relé para la determinación del punto de oscilación, hay que decidir el valor de la amplitud del relé, su valor medio y la histéresis. Una posibilidad, empleada por algunos fabricantes, es dejar la elección de estos parámetros al usuario. Esto va en cierto modo en contra del objetivo general de que el proceso de Ajuste Automático se realice simplemente pulsando un botón. La otra posibilidad es intentar que el propio regulador seleccione valores adecuados, en algunos casos mediante un número reducido de iteraciones.

Aunque se sale un poco del tema central de la tesis, creemos que es útil presentar aquí un guión aproximado de lo que podría ser el proceso completo de identificación, tratando de determinar automáticamente valores adecuados de los parámetros de los

diferentes ensayos. Sobre todo puede ayudar a comprender claramente la información de la que se dispone al comienzo de cada ensayo.

### ***Paso 1: lejos del punto de trabajo***

La primera vez que se realiza el proceso de Ajuste Automático lo normal es que la salida de la planta se encuentre lejos del punto de trabajo deseado. Es importante tener en cuenta que la mayoría de las plantas cambian sus características si se produce un cambio apreciable de punto de trabajo, por lo que el proceso de Ajuste Automático va asociado al mismo. El primer problema que se plantea es entonces el de llevar al sistema al punto de trabajo de manera segura. Una posibilidad es realizar en primer lugar un pequeño escalón de mando en lazo abierto. Este ensayo permite obtener un modelo aproximado de la planta muy sencillo a partir de la pendiente y el retardo [Åström y Hägglund, 1995], [Åström y Wittenmark, 1995], incluyendo las plantas con y sin integración.

### ***Paso 2: aproximación al punto de trabajo***

A partir de este sencillo modelo de la planta se diseña un control PI *seguro*. Este podría ser el propuesto por Ziegler y Nichols, o preferiblemente un control más amortiguado. Este control no es en absoluto crítico, sólo se emplea para acercar al sistema al punto de trabajo deseado.

Se realiza entonces un escalón en lazo cerrado con este control, hasta el valor de la referencia menos un 10%.

### ***Paso 3: medida de la ganancia estática y del ruido***

Se realiza ahora un escalón desde  $r-10\%$  hasta  $r$ , para medir la ganancia estática en el punto de trabajo, a partir del incremento que se haya producido en este ensayo en la señal de mando. Por debajo de un determinado incremento en esta señal se considerará que la planta contiene integraciones.

También se podría aprovechar este momento para estimar el ruido presente en el sistema en este punto de trabajo, en el caso de que se fuera a utilizar el ensayo de realimentación con relé.

#### ***Paso 4: identificación del punto de oscilación***

En la tesis se ha estudiado un método (la realimentación con relé) y se ha propuesto otro (la realimentación con la GVA) para la obtención del punto de oscilación del sistema. En los dos casos hay que determinar el valor de ciertos parámetros. Para ello se utilizará el modelo aproximado disponible en este momento del proceso de Ajuste Automático. Si es la primera vez que se realiza el proceso se utilizará el modelo obtenido en el paso 1. No será un modelo muy válido ya que está obtenido lejos del punto de trabajo, pero sirve como punto de partida. Si no es la primera vez que se ordena realizar el proceso de Ajuste Automático se utilizará el modelo resultante de la vez anterior. Este será por una parte más preciso, porque utiliza la información de los ensayos posteriores (correspondientes al ajuste anterior) y por otra parte no será del todo válido, porque normalmente la razón de solicitar un nuevo ajuste es que el usuario ha observado un cambio importante en el comportamiento del sistema.

En primer lugar estudiemos el caso del relé. La histéresis se determinará en función del nivel de ruido, estimado en el paso 3. El valor medio del relé será el valor de mando que se está empleando hasta este instante para mantener la salida en el punto de trabajo. La amplitud del relé será aquella que, con el modelo de la planta disponible, dé la amplitud deseada en la oscilación de la salida. Ésta deberá ser suficientemente grande para poder realizar correctamente la identificación (en especial grande frente al valor de la histéresis) pero a la vez lo más pequeña posible para no perturbar más de lo necesario al sistema. La oscilación que resulta puede no estar dentro de los márgenes aceptables debido a la baja calidad del modelo empleado, pero entonces bastará con un número muy reducido de iteraciones para conseguir una oscilación de amplitud razonable.

En el caso de que se utilice la realimentación con la GVA, el procedimiento es el mismo. A partir del modelo se fija un valor de  $g_{max}$  del doble de la ganancia de oscilación y un valor de  $ag_{min}$  del doble de la amplitud deseada en la oscilación de la salida de la planta. Si el resultado no es el esperado se realiza alguna iteración retocando el valor de estos parámetros.

***Paso 5: modelo más preciso; diseño de un control***

A partir de la información obtenida hasta este momento se puede deducir un modelo de la planta del mismo orden que el anterior, pero más preciso.

Los métodos de ajuste derivados de [Ziegler y Nichols, 1942] diseñan el control a partir de la información del punto de oscilación y dan por finalizado el ajuste.

[Åström y Hägglund, 1995] proponen utilizar además la ganancia estática de la planta, obteniendo un modelo a partir del cual diseñan el control, finalizando también aquí el ajuste.

Esta tesis propone continuar la identificación obteniendo el punto de cruce de la planta con un control PI que se diseña a partir de la información del punto de oscilación. En este punto, por tanto, diseñamos un control PI que no es el definitivo (a diferencia de los demás) y utilizamos el modelo, ya más preciso, para determinar los parámetros adecuados en el siguiente ensayo.

***Paso 6: identificación del punto de cruce (planta + PI)***

Se han estudiado en la tesis tres métodos de obtención del punto de cruce de la planta con el control PI diseñado en el paso anterior. El modelo disponible se utilizará para determinar los parámetros adecuados según el ensayo que se vaya a realizar (la tesis propone la realimentación de Schei, variante con GVA). El modelo es ahora muy válido para la zona de frecuencias cercanas a la de oscilación y para la frecuencia nula (ganancia estática). No lo es tanto para la zona de frecuencias intermedias, próximas a la que ahora se va a identificar. Por esta razón, es posible que también haya que realizar alguna iteración para ajustar los parámetros del RVA, el relé o la GVA.

La fase de identificación del Ajuste Automático termina aquí, dando como resultado la información de los dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta y la ganancia estática. Si se desea se puede obtener a partir de esta información un modelo más elaborado de la planta, como se discute en §4.5.

## 4.5 Función de transferencia representativa

La fase de identificación podría terminar con la obtención de un modelo de la planta más completo que el utilizado hasta ahora, ajustado a partir de la información de los dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta y la ganancia estática. La fase de síntesis del Ajuste Automático determinaría los parámetros del regulador en función de los parámetros de este modelo de la planta. Sin embargo, el método propuesto en esta tesis, como se explicará más adelante, deja implícito este modelo de la planta y obtiene directamente los parámetros del regulador en función de los dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta.

La obtención de un modelo de la planta podría ser de todas maneras interesante desde los siguientes puntos de vista:

- Asesoramiento del usuario: éste puede saber de qué tipo de planta se trata y tomar ciertas decisiones, por ejemplo sobre el uso de control PI o PID.
- Diseño de otro método de Ajuste Automático. Si se decide cambiar la síntesis pero mantener la identificación propuesta, la información de salida de la fase de identificación es más compacta en forma de un modelo de la planta. Si se decide cambiar la identificación manteniendo la síntesis bastaría con preocuparse de que el resultado final de la identificación fuera este mismo modelo de la planta (supuestamente mejor ajustado).
- Decisión de la estrategia de control. Esta tesis se centra en el control PID aunque mejorado, por ejemplo, con un factor de ponderación de la referencia (capítulo 5). Dentro de la Batería de Plantas representativa de la práctica industrial se contempla, entre otros, el caso de retardos grandes. En consecuencia, el método propuesto dará como resultado para estos casos un control PID cercano al PID óptimo. Sin embargo, es conocido que hay algoritmos de control diseñados específicamente para este tipo de plantas, por ejemplo los derivados del predictor de Smith. Pues bien, a partir del modelo de la planta obtenido se puede tomar la

decisión de, en ciertos casos como éste, utilizar algoritmos de control diferentes del habitual.

El modelo de la planta utilizado debe ser lo más sencillo posible, pero lo suficientemente flexible como para ser capaz de recoger la información de los dos puntos de la respuesta en frecuencia identificados. El modelo habitual de primer orden con retardo, utilizado hasta ahora, es claramente insuficiente. Parece razonable utilizar un modelo de segundo orden con retardo, en alguna de sus posibles formas.

En el contexto de la metodología utilizada en esta tesis se realizaría el ajuste por un modelo de estas características para cada una de las plantas de la Batería en el margen posible del parámetro correspondiente. Los pasos a seguir serían:

1. Obtención del valor de cada parámetro del modelo en función del parámetro de cada planta.
2. Juntando la información de las diferentes plantas, obtención de cada parámetro del modelo en función de los dos puntos de la respuesta en frecuencia.
3. Por último, tal como se explicará en el capítulo 6, se normalizaría la información de la respuesta en frecuencia para simplificar el uso y facilitar la implantación práctica.

## 4.6 Conclusiones

Las conclusiones principales de este capítulo son las siguientes:

- El punto de partida del trabajo correspondiente a este capítulo es una de las conclusiones extraídas de los capítulos 2 y 3: todos los autores identifican el punto de oscilación y muchos utilizan además la ganancia estática de la planta. Nosotros proponemos mejorar la identificación obteniendo dos puntos de la respuesta en frecuencia: el punto de oscilación y el punto de cruce.
- Para la identificación del punto de oscilación de la planta se presenta una técnica nueva, la realimentación con la Ganancia Variable con la Amplitud (GVA). Esta técnica es

---

analizada en detalle y se comprueba que proporciona mejores resultados que la conocida realimentación con relé.

- En lo referente a la identificación del punto de cruce (de la planta con un control PI obtenido a partir del punto de oscilación) se estudian tres técnicas. La primera es la realimentación con el Retardo Variable con la Amplitud (RVA), técnica novedosa análoga a la GVA. La segunda es la presentada en [Schei, 1994], que incluye el relé en su esquema. La tercera es similar a ésta, pero sustituyendo el relé por la GVA. Se analizan en detalle las tres técnicas y se comparan, siendo la tercera (la realimentación de Schei, variante con GVA) la que da lugar a resultados más precisos.
- Aunque no es un objetivo de la tesis se dan ideas sobre la posibilidad de la determinación automática de los parámetros correspondientes a cada uno de los ensayos.
- La identificación propuesta en la tesis como parte del método completo de Ajuste Automático termina con la identificación de los dos puntos de la respuesta en frecuencia citados anteriormente. Sin embargo, también es posible obtener un modelo de la planta que recoja adecuadamente la información obtenida. Este modelo debe ser suficientemente complejo, por ejemplo de segundo orden con retardo. Este modelo de la planta puede ser útil en una implantación práctica para asesoramiento del usuario o para la toma de ciertas decisiones, por ejemplo sobre el tipo de control adecuado.

# Capítulo 5

---

## Síntesis del regulador

### 5.1 Introducción

En este capítulo se analiza la segunda fase de cualquier método de Ajuste Automático: la síntesis de los parámetros del regulador. El regulador es del tipo PID, pero se adoptan algunas de las variantes presentadas en la literatura que mejoran su comportamiento.

El diseño se basará en las plantas incluidas en la Batería (§3), con el fin de que sea válido para el mayor espectro posible de aplicaciones industriales. En principio se separará el diseño para dos grupos de plantas: las que contienen y las que no contienen integraciones. Asimismo, se realizarán dos diseños diferentes: control Proporcional-Integral (PI) y control Proporcional-Integral-Diferencial (PID). [Pecharromán y Pagola, 2000] contiene algunas de las cuestiones tratadas en este capítulo.

La organización del capítulo es la que sigue. En esta misma sección (§5.1) se plantean dos posibles enfoques del diseño. En §5.2 se explica la estructura detallada del regulador de tipo PID que se va a utilizar. En §5.3 se comenta el tipo de diseño que se realiza. En §5.4 se presenta, mediante un caso ejemplo, el proceso completo de síntesis del regulador. En §5.5 se extraen las conclusiones más importantes del capítulo.

#### 5.1.1 Diseño basado en la Función de Transferencia Representativa

En la sección §4.5 se analizaba la posibilidad de que la fase de identificación terminara obteniendo un modelo de la planta capaz de contener la información obtenida de dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta. Parece razonable utilizar un modelo

de segundo orden con retardo, que sería la función de transferencia representativa. Se dispondría entonces de los parámetros de este modelo en función de los dos puntos de la respuesta en frecuencia. El siguiente paso sería diseñar el control PID apropiado para la función de transferencia representativa, obteniendo cada parámetro del regulador en función de cada parámetro del modelo.

El uso de esta metodología en la práctica tendría entonces dos pasos. En primer lugar se obtendría un modelo de la planta a partir de los dos puntos de la respuesta en frecuencia. En segundo lugar se diseñaría el control para ese modelo. Es evidente que, así planteado, el modelo es sólo un paso intermedio que puede quedar implícito, llegándose al mismo resultado.

Sin embargo, para que este método pueda ser utilizado en un regulador industrial de propósito general, es necesario que el diseño se realice *off-line*. Se normalizará la información y se realizarán aproximaciones de las funciones implicadas en el proceso. A esta cuestión se dedica el capítulo 6. Según se analizará en el capítulo 6, las aproximaciones implicadas en la obtención del modelo de la planta provocan errores innecesarios en el método.

### **5.1.2 Diseño basado en cada planta de la Batería**

La otra alternativa es diseñar el control sobre cada planta de la Batería por separado. Se juntará el resultado de las diferentes plantas al final del proceso para normalizar la información y realizar las aproximaciones necesarias para el uso práctico del método en un regulador industrial. Este enfoque tiene dos ventajas principales:

- Menor acumulación de errores por dejar implícito el paso intermedio de la obtención del modelo de la planta.
- Mayor independencia entre las fases de identificación y síntesis del método. Si se cambia la forma de realizar la identificación se puede llegar a un modelo distinto de la planta o incluso a un tipo de información diferente (no de respuesta en frecuencia). En ese caso supondría una ventaja el que el diseño no esté basado en

un determinado modelo de la planta. Los resultados de síntesis obtenidos serían igualmente válidos, cambiando sólo la unión de las dos partes del método (capítulo 6)

Esta discusión es difícil de entender antes de leer el capítulo 6, ya que las ventajas o inconvenientes de cada una de las alternativas están más relacionadas con la normalización de la información y las aproximaciones que se realizan para el uso práctico que con el diseño del regulador en sí. A pesar de ello se justifica aquí de esta manera la decisión sobre la alternativa utilizada.

## 5.2 Estructura del regulador PID

El regulador PID lleva varias décadas siendo utilizado. Durante este tiempo se han presentado en la literatura muchas variantes de la estructura básica, que tratan de perfeccionar su comportamiento. Algunas de ellas han sido ya utilizadas en la industria con éxito. Esto ha dado lugar a una gran disparidad y a una cierta confusión, ya que todas las variantes se siguen denominando genéricamente *control PID*. Especialmente peligrosa resulta la utilización de “recetas” de diseño sin tener seguridad sobre la estructura a la que se refieren (por ejemplo que la constante de la acción integral sea cuatro veces mayor que la de la acción diferencial). Una referencia muy completa sobre esta cuestión es [Åström y Hägglund, 1995]. Nos limitaremos en esta sección a detallar la estructura adoptada en la tesis.

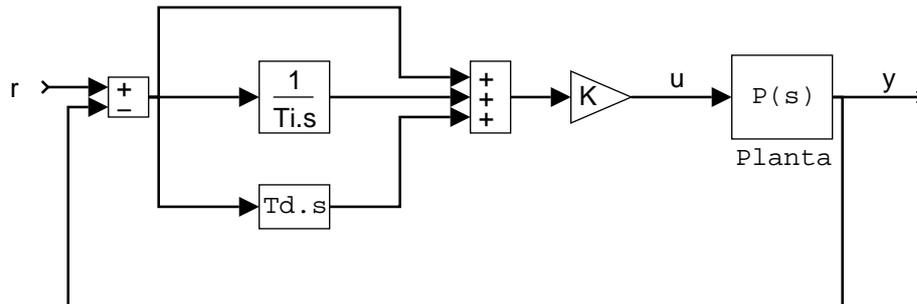
### 5.2.1 Representaciones alternativas

El algoritmo de control PID básico se puede representar mediante tres funciones de transferencia diferentes:

- Formulación no interactiva (también llamada estándar y en ocasiones paralelo, lo que puede llevar a confusión con la tercera formulación presentada aquí). Es la utilizada en la tesis:

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (5.1)$$

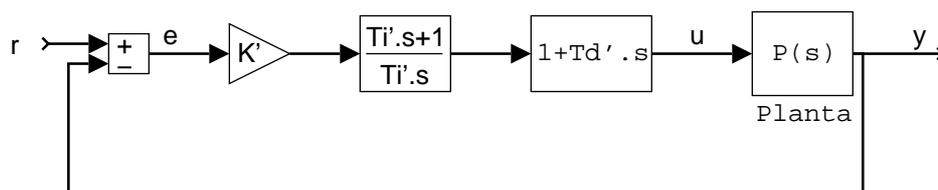
Una representación en diagramas de bloques sería:



**Figura 5.1** Control PID. Formulación no interactiva

- Formulación interactiva o serie:

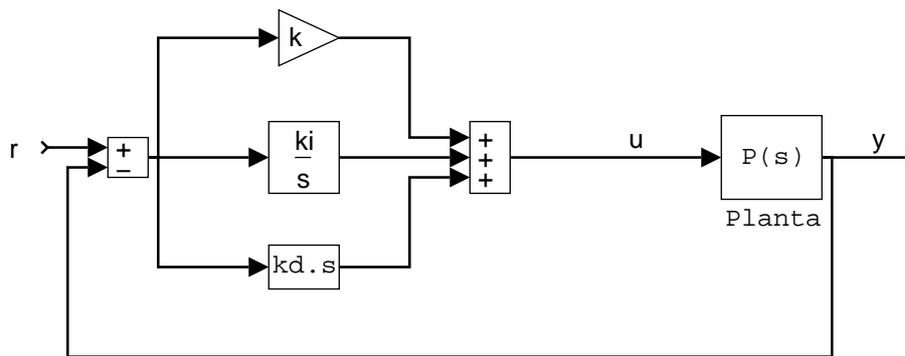
$$C'(s) = K' \left( 1 + \frac{1}{T_i' s} \right) (1 + T_d' s) \quad (5.2)$$



**Figura 5.2** Control PID. Formulación interactiva

- Formulación paralelo:

$$C''(s) = k + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (5.3)$$



**Figura 5.3** Control PID. Formulación paralelo

La formulación paralelo es la más general pero los parámetros pierden el sentido físico. La costumbre de los ajustadores hace que sea conocido el efecto de un cambio en cada uno de los parámetros del control sobre la respuesta del sistema, pero esto es así en las otras dos formulaciones y no en la paralelo. La formulación interactiva es la más utilizada en la industria por razones históricas, pero es menos flexible. La formulación no interactiva es flexible y conserva el sentido físico de los parámetros, por lo que va a ser la que utilizemos en esta tesis. Las “recetas” de ajuste del tipo “póngase la constante de tiempo de la acción integral cuatro veces mayor que la de la acción diferencial” se refieren en general a las formulaciones interactiva o no interactiva, pero no a la paralelo. Como se comenta a continuación, las dos primeras son equivalentes o parecidas en algunos casos.

Disponiendo de los parámetros en la formulación no interactiva se pueden deducir fácilmente los parámetros correspondientes en la interactiva, pero sólo si  $T_i \geq 4 T_d$ . La razón es que para valores que no cumplan esta condición aparecen ceros complejos en el regulador, imposibles de representar en la versión interactiva. Esto puede interesar en ocasiones, por ejemplo en el control de sistemas con polos oscilantes. Por tanto, ésta es una razón más para utilizar la formulación no interactiva. En cualquier caso, esta diferencia sólo aparece en el control PID. Si se trata de control PI o PD las dos formulaciones son idénticas.

### 5.2.2 Filtrado de la acción diferencial

La acción diferencial del control PID tiene el inconveniente de que amplifica los ruidos de alta frecuencia contenidos en la medida. Por ello, para que el regulador funcione correctamente en la práctica es necesario filtrar la acción diferencial. La expresión del PID no interactivo con filtrado de la acción diferencial sería:

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + f \cdot T_d s} \right) \quad (5.4)$$

En la tesis se utiliza un valor del filtrado de  $f = 0,1$ .

### 5.2.3 Ponderación de la referencia (*Setpoint weighting*)

En la versión clásica del control PID no interactivo (expresión (5.1), figura 5.1) la señal de mando  $u$  se genera a partir del error  $e$ , diferencia entre la referencia  $r$  y la salida  $y$ . Sin embargo, se obtiene un comportamiento mejor en la respuesta a referencia del sistema de control mediante una estructura más flexible que genere la señal de mando tratando por separado a cada una de las dos señales (referencia y salida), según la siguiente expresión:

$$u(t) = K \left( e_p + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de_d}{dt} \right) \quad (5.5)$$

donde el error de la parte proporcional es

$$e_p = b \cdot r - y \quad (5.6)$$

y el error de la parte diferencial es

$$e_d = c \cdot r - y \quad (5.7)$$

El error de la parte integral es el habitual,

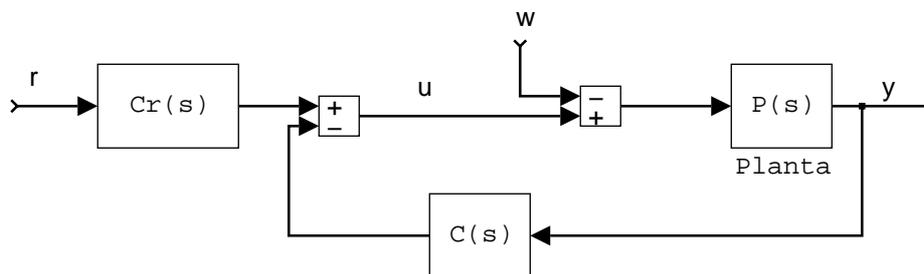
$$e = r - y \tag{5.8}$$

necesario para anular los errores en régimen permanente.

Los nuevos parámetros  $b$  y  $c$  influyen sólo en la respuesta a referencia, pero no en la respuesta a perturbación. Las funciones de transferencia entre cada una de las entradas al regulador (referencia y salida del sistema cambiada de signo) y la señal de mando  $u$  son las siguientes:

$$C_r(s) = K \left( b + \frac{1}{T_i s} + c \cdot T_d s \right) \tag{5.9}$$

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{5.10}$$



**Figura 5.4** Control PID con ponderación de la referencia

En la respuesta del sistema a una perturbación  $w$  introducida en el mismo punto que el mando sólo interviene la parte del mando correspondiente a la salida del sistema (5.10), idéntica a la expresión correspondiente del mando en la versión clásica del control PID no interactivo.

En la tesis se utiliza siempre  $c = 0$ , debido a que así se evitan las grandes excursiones que provocan en la señal de mando los cambios bruscos en la referencia. Por tanto, la acción diferencial se ejecuta sólo sobre la salida y no sobre la referencia. En la ecuación (5.7) resulta  $e_d = -y$ . En la ecuación (5.9) desaparece el término correspondiente a la acción diferencial.

Por el contrario, resulta muy útil dar al parámetro  $b$  el valor adecuado en cada caso, especialmente para reducir el sobrepaso provocado por cambios bruscos en la referencia. La función de transferencia en lazo cerrado entre la referencia y la salida es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C_r(s) \cdot P(s)}{1 + C(s) \cdot P(s)} = \frac{K \left( b + \frac{1}{T_i s} \right) P(s)}{1 + K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) P(s)} \quad (5.11)$$

A partir de esta expresión se pueden destacar las siguientes cuestiones:

- El hacer  $c = 0$  se traduce aquí en que desaparece el cero correspondiente a la acción diferencial.
- Los distintos valores del parámetro  $b$  permiten controlar el valor del cero correspondiente a la acción integral.
- El caso  $b = 1$  da lugar a un cero ( $-1 / T_i$ ). Es el que da la versión básica del PID no interactivo y el responsable del sobrepaso frecuentemente excesivo de la respuesta del sistema a un escalón en la referencia aun tratándose de sistemas correctamente amortiguados.
- Si se hace  $b = 0$  desaparece el cero. La acción proporcional actúa (al igual que la diferencial) sólo sobre la salida y no sobre la referencia (ver ecuaciones 5.6 y 5.9). Esta situación da en general mejor resultado que el caso anterior, pero aún resulta más beneficioso determinar para cada sistema el valor más adecuado de  $b$ .
- El denominador de la función de transferencia es el mismo que en la versión básica del PID no interactivo. La ponderación de la referencia no afecta al bucle (ver ecuación 5.10 y figura 5.4). Esto hace que no cambie nada en cuanto a la estabilidad del sistema, el amortiguamiento (márgenes de fase y de ganancia, pico de resonancia), etc.

La función de transferencia en lazo cerrado entre la perturbación y la salida (figura 5.4) no se ve afectada por la ponderación de la referencia:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{-P(s)}{1+C(s) \cdot P(s)} = \frac{-P(s)}{1+K \left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) P(s)} \quad (5.12)$$

Se puede observar que tampoco se ve afectada la función de transferencia de perturbaciones introducidas en otros punto diferentes del lazo, como en un punto intermedio de la planta o en la salida de la misma.

#### 5.2.4 Estructura definitiva del control utilizado en la tesis

Teniendo en cuenta todo lo anterior, diremos que la estructura utilizada en esta tesis es la de un control PID no interactivo, con acción diferencial filtrada que actúa sólo sobre la salida y con ponderación de la referencia. El diagrama de bloques es el de la figura 5.4. Las funciones de transferencia correspondientes son:

$$C_r(s) = K \left( b + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (5.13)$$

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1+0,1 \cdot T_d s} \right) \quad (5.14)$$

Estos algoritmos de control dan lugar a las funciones de transferencia en lazo cerrado de la salida con respecto a la referencia y a la perturbación indicadas en las expresiones (5.15) y (5.16) y al diagrama de bloques representado en la figura 5.5:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \left( b + \frac{1}{T_i s} \right) P(s)}{1+K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1+0,1 \cdot T_d s} \right) P(s)} \quad (5.15)$$

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{-P(s)}{1 + K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + 0,1 \cdot T_d s} \right) P(s)} \quad (5.16)$$

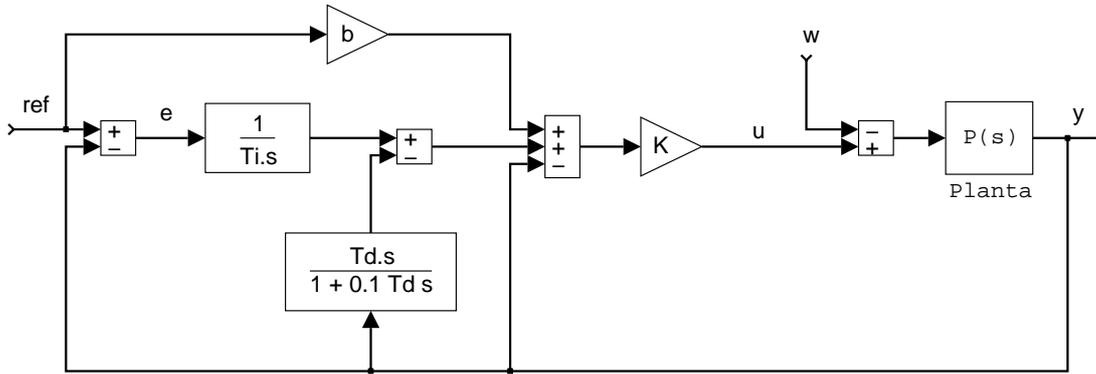


Figura 5.5 Control PID con ponderación de la referencia. Perturbación  $w$ .

### 5.3 Diseño del regulador

Una vez definida la estructura del regulador PID es necesario decidir la técnica de diseño que se va a emplear. Hay una gran variedad de técnicas en la literatura. Entre todas ellas hemos optado por las basadas en la minimización de la integral del error en el tiempo. Pensamos que es una de las más completas, admitiendo además ciertas variantes según el criterio del diseñador. Su principal desventaja es el coste computacional, ya que es necesario calcular en cada iteración de la optimización la respuesta del sistema en un tiempo largo (en relación con la dinámica del mismo). En nuestro caso esta cuestión no supone un problema, ya que todos los cálculos son realizados *off-line*. El regulador finalmente utilizará los resultados, pero no tendrá que realizar ninguna optimización.

Dentro de las técnicas de diseño por optimización hay muchas variantes, según el índice de optimización que se utilice. En esta tesis se utiliza el óptimo ITAE, que da muy buen resultado para muchos tipos de plantas diferentes:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (5.17)$$

La siguiente cuestión es que la optimización puede realizarse en la respuesta a referencia del sistema o en la respuesta a perturbación. Lo tradicional es decidir esto en función de la respuesta que sea más importante en cada caso concreto. Sin embargo, la estructura del regulador adoptada en esta tesis (§5.2) permite optimizar cada una de las dos. Así, en cada caso se realizan dos optimizaciones consecutivas (como se verá la segunda no es en realidad una optimización completa porque algunos parámetros están ya fijados):

- a) Optimización ITAE de la respuesta de la planta a un escalón en la perturbación (figura 5.5). La aplicación de esta técnica a las diferentes plantas de la Batería para todo el margen de valores de sus respectivos parámetros daba lugar a respuestas correctas en la inmensa mayoría de los casos. En algunos casos resultaban sistemas poco amortiguados, por lo que se estudiaron posibles modificaciones del índice de optimización que corrigieran esta cuestión. Finalmente, se utiliza en la tesis la optimización ITAE con restricción  $M_s \leq 2$ , siendo  $M_s$  el máximo de la *función sensibilidad* [Morari y Zafiriou, 1989], [Åström y Hägglund, 1995]:

$$M_s = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + C(j\omega)P(j\omega)} \right| \quad (5.18)$$

donde  $P(s)$  es la función de transferencia de la planta y  $C(s)$  la del control.

$M_s$  es una de las medidas de amortiguamiento de un sistema más fiables, con un significado muy similar al del pico de resonancia (además de otras interpretaciones útiles, como sensibilidad del sistema a ruido de medida, a variaciones en la planta, etc.). El valor escogido de 2 es razonable. Si se desea un diseño más amortiguado se debe reducir este valor.

La inclusión de la restricción de la máxima sensibilidad en la optimización supone un mayor coste computacional. En cada iteración, además de la respuesta temporal del sistema, es necesario calcular la respuesta en frecuencia del mismo para poder determinar el valor de la máxima sensibilidad.

Es importante recordar que el parámetro  $b$  del regulador no interviene en la respuesta del sistema a perturbación (ecuación 5.16). Por tanto, la optimización realizada nos dará el valor óptimo del resto de parámetros del regulador:  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$ .

- b) Optimización ITAE de la respuesta del sistema a un escalón en la referencia dados los valores de  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$  obtenidos en el paso anterior (figura 5.5). Ésta nos permite obtener el valor óptimo del parámetro  $b$ . Lógicamente, al estar fijados los valores del resto de los parámetros, esta respuesta a referencia no es el óptimo absoluto que se obtendría dando libertad al algoritmo para variar los cuatro parámetros. Sin embargo, con este diseño en dos pasos y gracias a la flexibilidad que ofrece la ponderación de la referencia, se consigue una respuesta muy satisfactoria en conjunto, tanto a referencia como a perturbación. Así, el resultado es más general.

## 5.4 Caso ejemplo

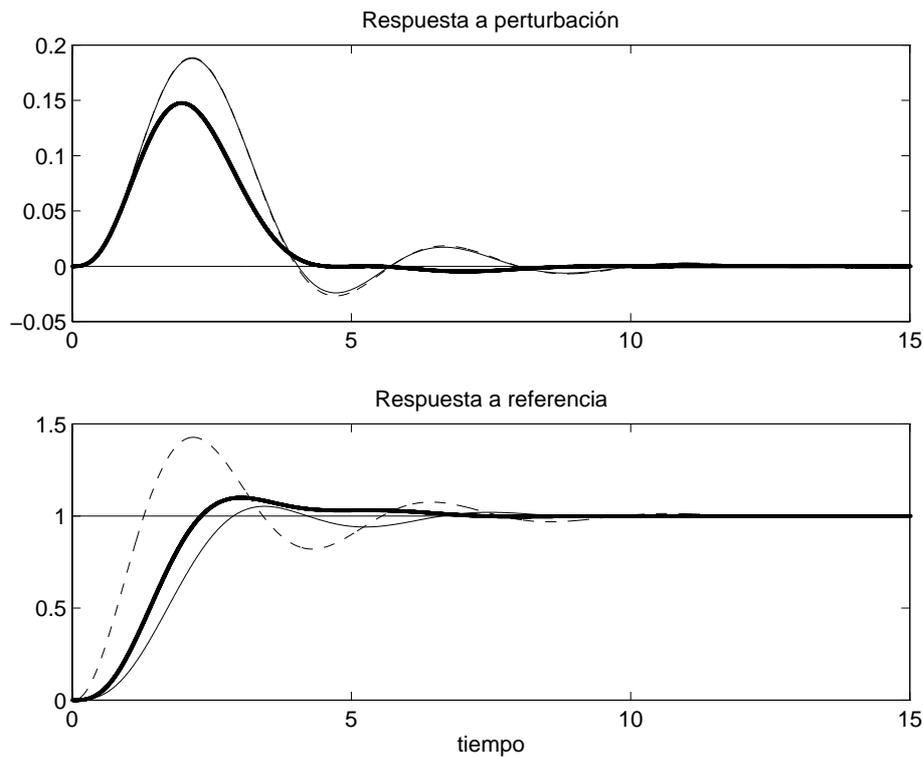
El capítulo 3 contiene la Batería de Plantas que se ha tomado como representativa de la práctica industrial. Incluye once plantas diferentes, cada una de ellas con un parámetro que varía dentro de un margen determinado. Pues bien, la técnica descrita en §5.3 se ha aplicado sucesivamente a todas las plantas y para cada valor considerado de su parámetro correspondiente. Además, se ha distinguido el caso de control PI (Proporcional-Integral) del caso de control PID (Proporcional-Integral-Diferencial).

Como la presentación exhaustiva de los resultados resultaría demasiado extensa se ha escogido un caso ejemplo para mostrar el procedimiento. La planta utilizada es la número 3 de la Batería con control de tipo PID.

$$P_3(s) = \frac{(1 - \alpha s)}{(1 + s)^3} \quad 0 < \alpha < 2 \quad (5.19)$$

### 5.4.1 Respuesta temporal

En primer lugar se muestra la respuesta temporal del sistema para los valores extremos del parámetro de la planta, para distintos procedimientos de síntesis.



**Figura 5.6** Respuesta temporal. Planta 3,  $\alpha = 0$ . Varios controles PID:

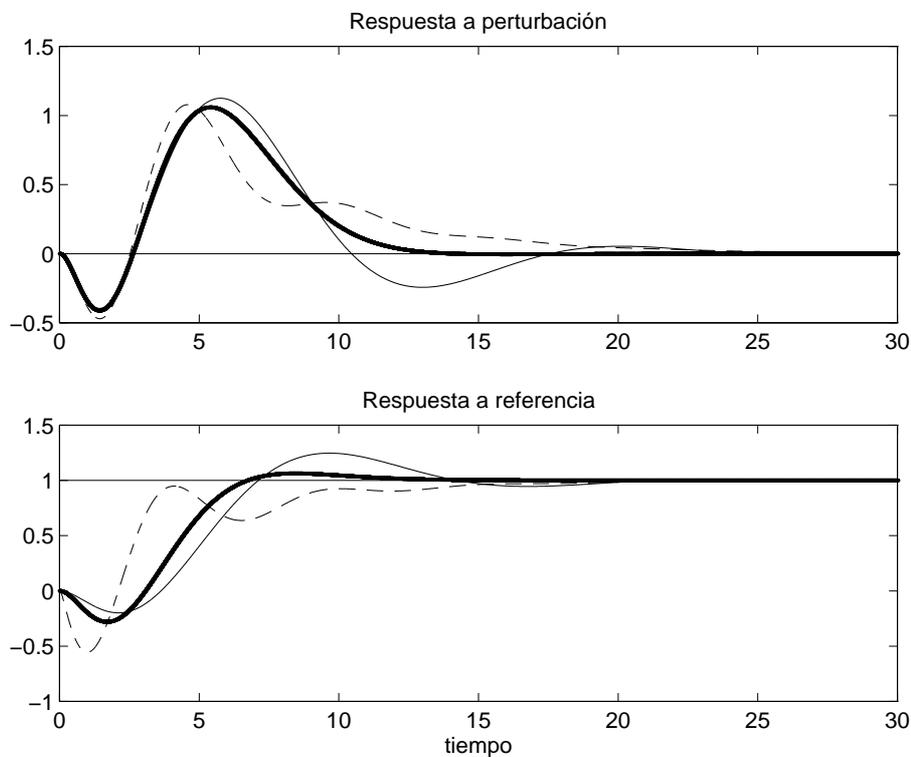
(— gruesa) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

La figura 5.6 muestra la respuesta de la planta 3, con parámetro  $\alpha = 0$ . La parte superior muestra la respuesta a un escalón unitario en la perturbación introducida en el mismo lugar que el mando (figura 5.5). Se comparan tres controles diferentes. Con línea continua gruesa se muestra la respuesta con el control óptimo propuesto en esta tesis, diseñado según lo indicado en §5.3. El resultado que se muestra con línea continua fina es el del control propuesto en [Åström y Hägglund, 1995], capítulo 5, sección 5.4, tabla 5.6, para  $M_s = 2$ . Creemos que la técnica propuesta por estos autores es de las más completas de la literatura, por lo que vamos a contrastar los resultados del control propuesto en la tesis con los suyos. Por último, con trazo discontinuo se muestra la respuesta del conocido control propuesto en [Ziegler y Nichols, 1942], que da los parámetros de control en función

del punto de oscilación de la planta. En este caso, las respuesta de Åström y Z-N (Ziegler y Nichols) son prácticamente idénticas. La respuesta con el control óptimo es claramente superior, tanto en rapidez como en amortiguamiento.

La parte inferior de la figura 5.6 muestra la respuesta ante un escalón unitario en la referencia, con los mismos controles. En este caso, el comportamiento del control de Z-N es claramente inferior al de los otros dos. La razón principal es la mejora que se obtiene gracias a la ponderación de la referencia, técnica utilizada tanto por Åström como por el óptimo.

Es necesario aclarar que el control de Åström que se está utilizando es una aproximación del obtenido a partir de diferentes plantas [Åström y Hägglund, 1995], mientras que el propuesto en esta tesis es el óptimo calculado expresamente para esta planta. Sin embargo, esta “ventaja” en la comparación no es muy significativa. [Åström y Hägglund, 1995] indican que los parámetros varían muy poco por la aproximación. En nuestro caso también se realizarán aproximaciones para el uso práctico del método propuesto pero, como se verá en §6, la diferencia es también muy pequeña.



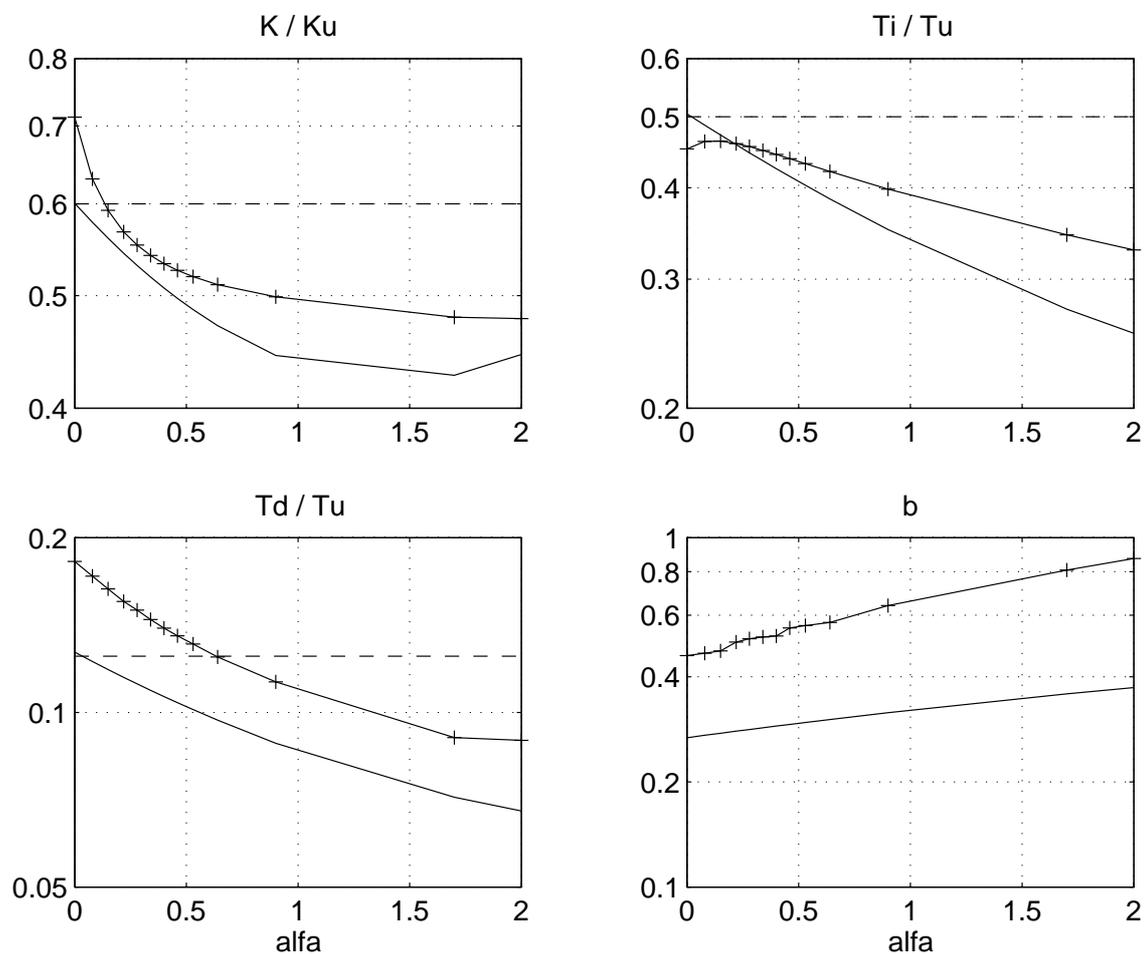
**Figura 5.7** Respuesta temporal. Planta 3,  $\alpha = 2$ . Varios controles PID:

(— gruesa) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

La figura 5.7 muestra la respuesta de la planta 3, con parámetro  $\alpha = 2$ . Se observa en primer lugar el efecto del cero positivo de la planta en la parte inicial de la respuesta, tanto a perturbación como a referencia. La respuesta del control óptimo es mejor que las de los otros controles considerados.

### 5.4.2 Parámetros de control

Este proceso se repite para valores intermedios del parámetro  $\alpha$  de la planta 3 en el intervalo  $[0 \div 2]$ .



**Figura 5.8** Parámetros normalizados de control en función del parámetro  $\alpha$  de la planta 3.

Varios controles PID: (+) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

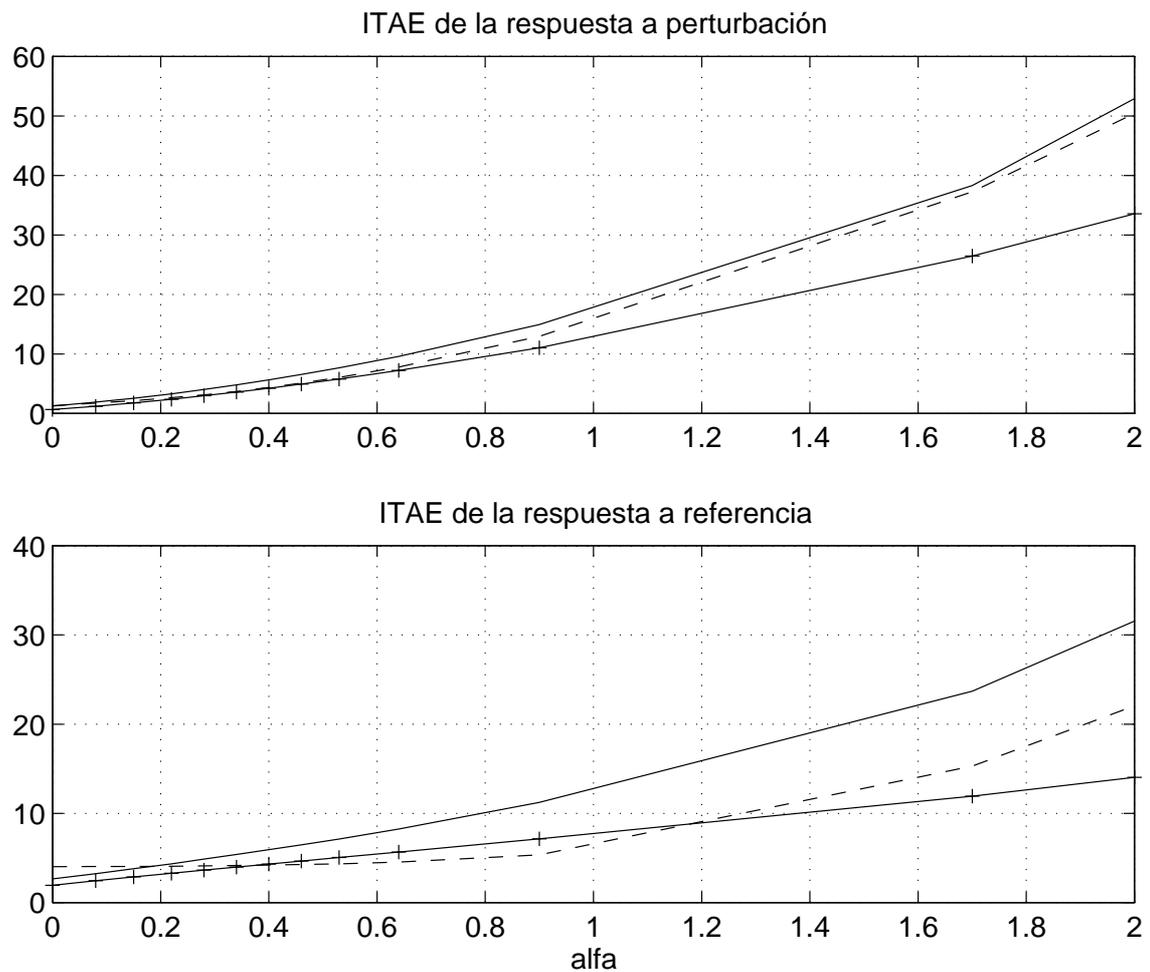
La figura 5.8 muestra los resultados en función del parámetro  $\alpha$  de la planta. Los parámetros de control se normalizan de la manera habitual. La ganancia  $K$  se divide por la

ganancia de oscilación de la planta  $K_u$ , las constantes de tiempo de la acción integral y diferencial ( $T_i$  y  $T_d$ ) se dividen por el periodo de oscilación  $T_u$  y el parámetro  $b$  no es necesario normalizarlo. En la figura se indican el control óptimo propuesto en la tesis, el control de Åström y el de Ziegler-Nichols. Se observan diferencias notables entre ellos. Por supuesto, en el gráfico correspondiente al parámetro  $b$  no aparece el control de Ziegler-Nichols.

### 5.4.3 Comportamiento del control óptimo

Lo importante a la hora de evaluar las diferencias entre diversos controles no es la diferencia entre los parámetros de control, sino la diferencia que ésta provoca en el comportamiento del sistema. En definitiva, en su respuesta temporal. Una posible forma de estudiar la cuestión es mediante alguno de los índices basados en la integral del error en la respuesta del sistema a un escalón tanto en referencia como en perturbación. Evidentemente, si comparamos los controles basándonos en el índice ITAE, el control presentado en la tesis sale favorecido, ya que se ha diseñado precisamente minimizando este índice. Pero es que la razón de haber seguido esta técnica de diseño es precisamente que el índice ITAE está aceptado como una medida muy fiable para la comparación de controles. Por ello se presentan a continuación tanto el índice ITAE como el IAE.

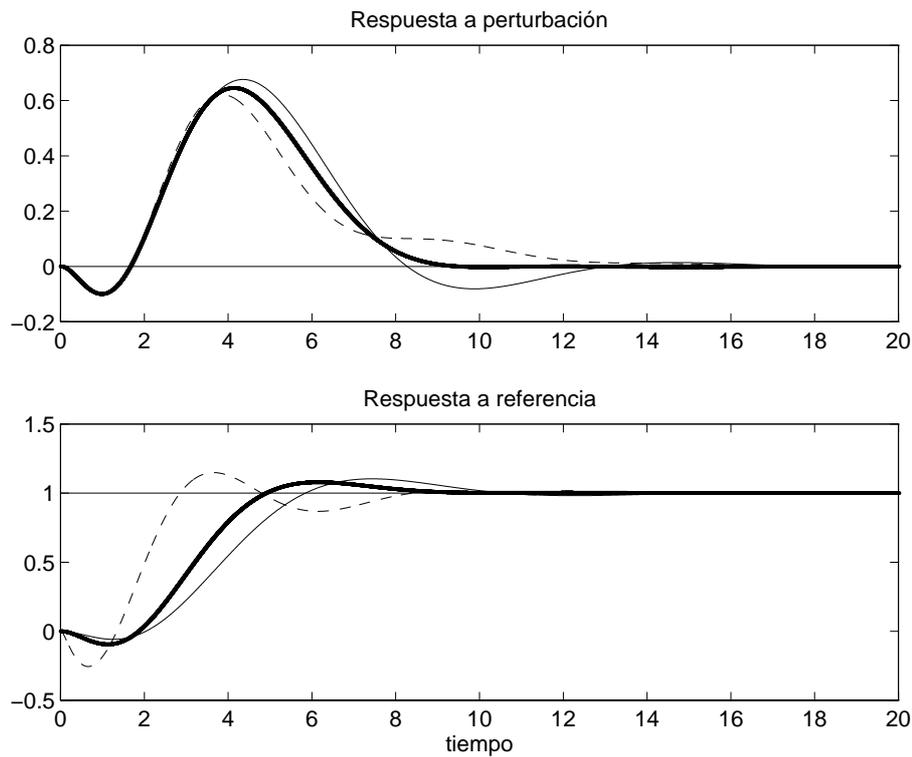
La figura 5.9 muestra el índice ITAE obtenido en las respuestas del sistema a un escalón en perturbación (introducida en el mismo punto que el mando, ver figura 5.5) y en referencia para los controles considerados. Se observa la mejora del control propuesto en la tesis con respecto al de Åström. El control de Ziegler-Nichols da un resultado que puede parecer bueno. Aparentemente es mejor que el de Åström para la mayor parte de los valores considerados de  $\alpha$  e incluso en algunos casos mejor que el óptimo (como para  $\alpha = 0,9$  en la respuesta a referencia), lo cual parece un contrasentido. La explicación es que el control de Ziegler-Nichols es muy poco amortiguado. Resulta un índice ITAE pequeño, pero a costa de reducir el amortiguamiento del sistema. Esta cuestión fue la que obligó a introducir la restricción de la máxima sensibilidad en la optimización.



**Figura 5.9** Índice ITAE de las respuestas del sistema en función del parámetro  $\alpha$  de la planta 3.

Varios controles PID: (+-) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

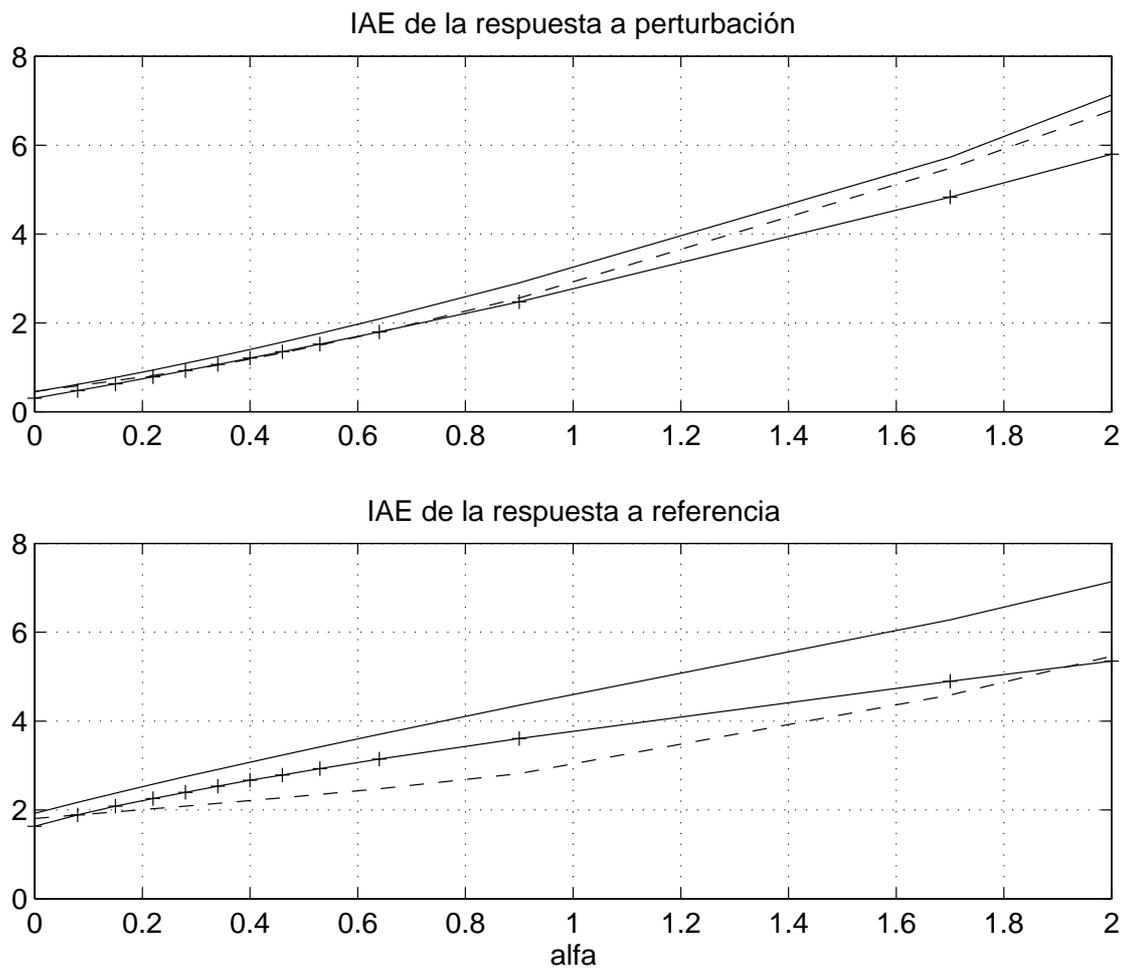
La figura 5.10 muestra las respuestas del sistema en el caso más extremo, para  $\alpha=0,9$ . La respuesta a referencia del control Ziegler-Nichols da un ITAE menor que los otros dos, pero a costa de un amortiguamiento demasiado pequeño.



**Figura 5.10** Respuesta temporal. Planta 3,  $\alpha = 0,9$ . Varios controles PID:

(— gruesa) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

La figura 5.11 muestra el índice IAE obtenido en las respuestas del sistema a un escalón en perturbación y en referencia para los controles considerados. El índice IAE tiene la ventaja de tener una interpretación física muy clara, ya que es el área de la señal error en cada respuesta. El utilizar el valor absoluto del error sirve para que las áreas positivas y negativas se sumen en lugar de compensarse. Comparando con la figura 5.9 se observa que los valores son por supuesto diferentes, pero las conclusiones que se pueden extraer son las mismas.



**Figura 5.11** Índice IAE de las respuestas del sistema en función del parámetro  $\alpha$  de la planta 3.

Varios controles PID: (+) óptimo; (—) Åström; (- -) Ziegler-Nichols

## 5.5 Conclusiones

Las principales conclusiones que se pueden extraer de este capítulo son las siguientes:

- La síntesis del regulador se basa en las plantas incluidas en la Batería de Plantas (capítulo 3), con el ánimo de que los resultados sean útiles para la mayor cantidad posible de aplicaciones industriales.

- 
- Manteniendo el espíritu de sencillez del regulador PID se utiliza una estructura más completa. De entre las modificaciones y variantes presentadas en la literatura a lo largo de las últimas décadas para hacer frente a las limitaciones del control PID original se han escogido las que a nuestro juicio aportan mejoras significativas en el comportamiento final del sistema. La versión definitiva utilizada podría denominarse control PID con estructura no interactiva, con acción diferencial filtrada que actúa sólo sobre la señal de salida y con ponderación de la referencia.
  - La técnica de diseño empleada se basa en la minimización del índice ITAE (integral del valor absoluto del error) en la respuesta del sistema. Aprovechando la flexibilidad que ofrece la estructura del PID utilizada se realiza la síntesis en dos pasos. En el primer paso, mediante la optimización del ITAE en la respuesta a un escalón en perturbación se obtienen la ganancia proporcional  $K$  y las constantes de tiempo de las acciones integral y diferencial ( $T_i$  y  $T_d$  respectivamente). En el segundo paso, mediante la optimización del ITAE en la respuesta a un escalón en la referencia se obtiene el parámetro  $b$  de ponderación de la referencia.
  - En el primer paso la optimización se realiza con la restricción del valor máximo admitido de la *función sensibilidad* ( $M_s$ ), debido a que el óptimo ITAE sin restricciones tiende a dar como resultado un sistema demasiado poco amortiguado. En la tesis se ha utilizado  $M_s \leq 2$ .
  - Los resultados obtenidos son satisfactorios para todas las plantas, tanto para control PI como para control PID. Se han realizado comparaciones con otros controles presentados en la literatura y ampliamente aceptados, como el de [Åström y Hägglund, 1995].

## Capítulo 6

---

# Normalización y aproximación del control óptimo

### 6.1 Introducción

Este capítulo relaciona el resultado de la síntesis de los parámetros del regulador obtenido en el capítulo 5 con el resultado de la fase de identificación desarrollada en el capítulo 4. Para construir un método de Ajuste Automático es necesario obtener finalmente unas relaciones lo más sencillas posible entre los parámetros de control buscados y la información sobre la respuesta en frecuencia de la planta, que constituye el resultado del proceso de identificación. [Pecharromán y Pagola, 2000] contiene algunas de las cuestiones tratadas en este capítulo.

Los parámetros del regulador quedan en principio en función de dos puntos de la respuesta en frecuencia de la planta, lo cual se traduce en seis parámetros, esto es, pulsación, módulo y fase de cada uno de los dos puntos. Para que la información sea fácilmente utilizable es necesario simplificarla. A ello se dedica la sección §6.2, que estudia la normalización más adecuada de los datos.

Por otra parte, en el capítulo 5 se ha obtenido el control óptimo para cada planta de las que componen la Batería de Plantas representativas de los procesos industriales. En primer lugar será necesario poner los parámetros del control óptimo de cada planta en función de la información sobre su respuesta en frecuencia, en lugar de en función de su parámetro (el retardo en  $P_1$ , la multiplicidad del polo en  $P_2$ , etc.). En segundo lugar, será necesario realizar una aproximación de los controles óptimos de las plantas de la Batería, obteniendo unos valores aproximados adecuados para cualquier otra planta nueva a la que se aplique el método. A esta cuestión se dedica la sección §6.3.

El resto del capítulo se organiza como sigue. La sección §6.4 analiza el error derivado de la aproximación anterior. La aproximación se realiza en principio separando dos tipos de controles (PI y PID) y dos tipos de plantas (sin y con integraciones). En §6.5 se estudia la posibilidad de realizar la aproximación sin separar los dos tipos de plantas. Finalmente, en §6.6 se extraen las conclusiones más importantes del capítulo.

Dado que la cuestión de la normalización y aproximación de los controles óptimos es ciertamente enrevesada y relaciona diferentes secciones de la tesis, se añade aquí un guión resumido de los pasos seguidos con el ánimo de facilitar la lectura del capítulo (y al que se recomienda volver si “se pierde el hilo” de la explicación):

1. El punto de partida es la Batería de Plantas representativas de los procesos industriales (capítulo 3). Consta de once plantas diferentes y cada planta incluye un parámetro que puede variar dentro de un margen determinado.
  - Para cada planta y cada valor de su parámetro, se obtiene el control óptimo del modo mostrado en §5.4, distinguiendo entre el control PI y el PID. El resultado es un fichero de datos con el valor de los parámetros de control  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ , y  $b$  para cada valor del parámetro correspondiente a cada planta. En §6.2 se normalizan los parámetros de control con la información del punto de oscilación, obteniendo un fichero con  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$ ,  $T_d/T_u$  y  $b$  para cada valor del parámetro correspondiente a cada planta.
  - Para cada planta y cada valor de su parámetro, en §6.2 se analizan las relaciones entre los dos puntos de la respuesta en frecuencia que se van a identificar: el de oscilación y el de cruce con un control PI. La conclusión es que además del punto de oscilación utilizado para normalizar los parámetros de control, el parámetro  $\varphi_0$  (que se define más adelante) es suficiente para representar el resto de la información relevante.
2. En §6.3.1 se obtienen los parámetros de control normalizados  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$ ,  $T_d/T_u$  y  $b$  en función de un mismo parámetro  $\varphi_0$  para todas las plantas. Se observa que, además de distinguir el control PI y el PID es necesario diferenciar entre las plantas sin y con

integración. Resultan, por tanto, cuatro familias de valores: plantas sin o con integración, control PI ó PID.

3. En §6.3.2 se analizan diferentes aproximaciones de estas familias de puntos. El resultado es un conjunto de tablas de los parámetros de control normalizados  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$ ,  $T_d/T_u$  y  $b$  en función de  $\varphi_0$ , aplicables a cualquier planta. El uso de las tablas dará lugar a controles próximos a los óptimos.

## 6.2 Normalización adecuada

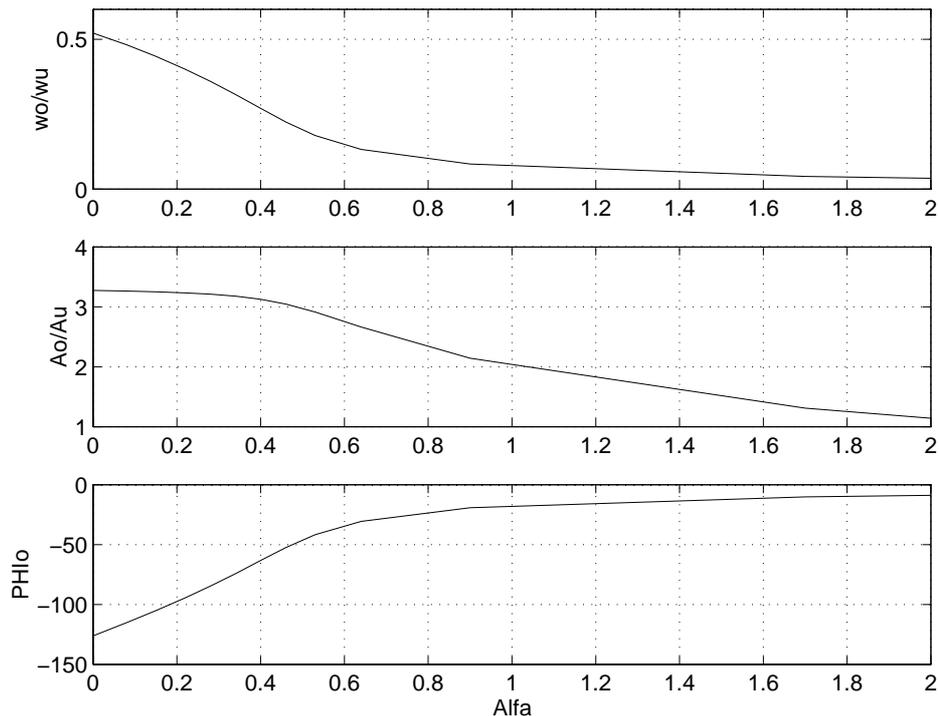
En la fase de identificación del Ajuste Automático se determinan dos puntos de la respuesta en frecuencia. El primero de ellos es el punto de oscilación de la planta. El segundo es el punto de cruce de la planta más un control PI diseñado a partir del punto de oscilación. Descontando el efecto del control en el módulo y fase a la pulsación identificada se obtiene un punto de la respuesta en frecuencia de la planta en la zona de frecuencias de interés (ver §4.3). Por tanto, en principio se dispone de seis datos: pulsación, amplitud y fase de cada uno de los dos puntos.

- Punto de oscilación:       $\omega_u$ : pulsación de oscilación  
     $A_u$ : amplitud de la planta a la pulsación  $\omega_u$   
     $\varphi_u$ : fase de la planta a la pulsación  $\omega_u$
  
- Punto de cruce :             $\omega_0$ : pulsación de cruce de la planta + control PI  
     $A_0$ : amplitud de la planta a la pulsación  $\omega_0$   
     $\varphi_0$ : fase de la planta a la pulsación  $\omega_0$

El objetivo final del método de Ajuste Automático es el de disponer de relaciones entre los parámetros buscados del regulador y los datos obtenidos en la fase de identificación. En principio tenemos los parámetros en función de seis datos, lo cual es muy complicado de utilizar en la práctica.

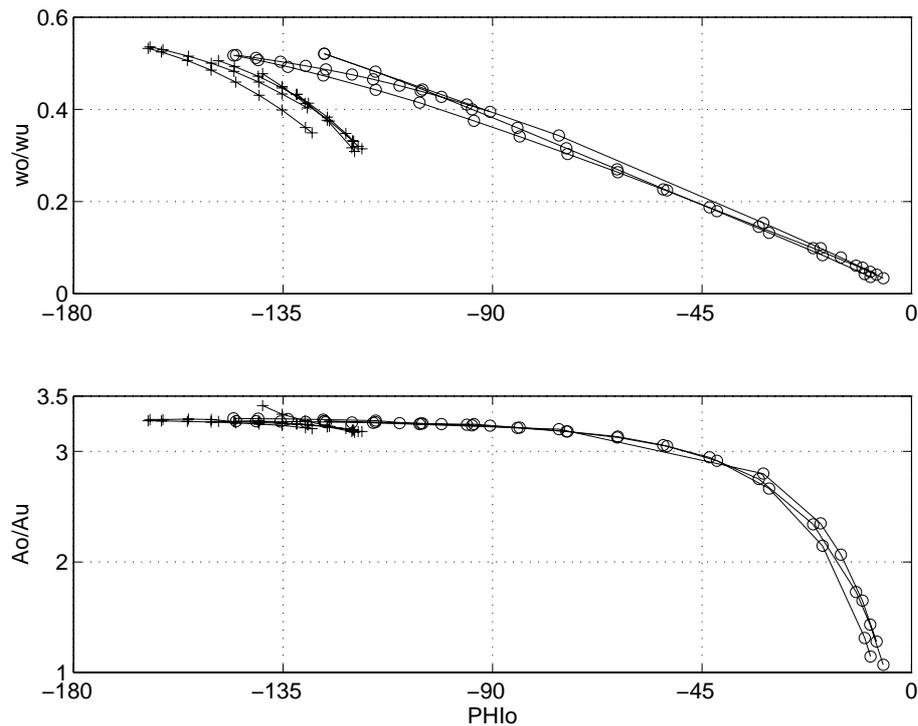
Algunas simplificaciones son bastante sencillas. En primer lugar, uno de los datos es fijo:  $\varphi_u = -180^\circ$ , por ser el punto de oscilación. En segundo lugar, podemos normalizar sin pérdida de generalidad las amplitudes y pulsaciones dividiendo respectivamente por  $A_u$  y  $\omega_u$ . Esto se traducirá al final en que las relaciones buscadas darán como  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$  y  $T_d/T_u$ , como es habitual en muchos de los métodos de Ajuste Automático derivados del de Ziegler-Nichols.

Aun así, después de esta primera normalización quedarían los parámetros del regulador en función de tres datos relevantes:  $\omega_0/\omega_u$ ,  $A_0/A_u$  y  $\varphi_0$ . Esto es todavía un serio inconveniente para el uso práctico del método, por lo que se han buscado relaciones entre ellos para simplificar aún más la información.



**Figura 6.1** Planta  $P_3$ , con parámetro  $\alpha$ . Datos resultantes de la identificación.

La figura 6.1 muestra el valor de los datos  $\omega_0/\omega_u$ ,  $A_0/A_u$  y  $\varphi_0$  resultantes de la identificación en el caso de la planta  $P_3$  de la Batería, en función del parámetro  $\alpha$  de esta planta. Esta es la misma planta que se utilizó como ejemplo en el capítulo 5.



**Figura 6.2**  $\omega_0/\omega_u$  y  $A_0/A_u$  en función de  $\phi_0$  para todas las plantas de la Batería.  
(o--o) Plantas P<sub>1</sub>-P<sub>4</sub>, sin integración; (+--+ ) Plantas P<sub>5</sub>-P<sub>11</sub>, con integración.

La figura 6.2 muestra el valor de los parámetros  $\omega_0/\omega_u$  y  $A_0/A_u$  en función de  $\phi_0$  para las once plantas que componen la Batería. Los signos “o” y “+” de la gráfica representan los puntos calculados dando valores al parámetro correspondiente en cada una de las plantas. Se observa que es conveniente analizar por separado los grupos de plantas sin y con integración.

El grupo de plantas con integración da lugar a valores de la fase  $\phi_0$  más próximos a  $-180^\circ$ . Esto coincide con las conclusiones obtenidas en el capítulo 3, donde se observa que la plantas con integración son *bastante verticales* en la representación de su respuesta en frecuencia en el diagrama de Black.

En cada uno de los grupos y para cada valor de la fase  $\phi_0$ , el valor de la pulsación y amplitud normalizadas ( $\omega_0/\omega_u$  y  $A_0/A_u$ ) es muy similar en las diferentes plantas. Se pueden encontrar funciones de transferencia arbitrarias donde esto no sea así, pero es razonable que modelos de plantas reales presenten pocas diferencias entre sí en estas características. Puesto que las plantas consideradas en la Batería tratan de representar la práctica industrial, el resultado obtenido no es sorprendente.

Esta característica de las diferentes plantas de la Batería es muy importante para nuestro propósito. Dado que existe una relación muy similar para todas las plantas entre  $\omega_0/\omega_u$ ,  $A_0/A_u$  y  $\varphi_0$  resulta que estos tres parámetros no son independientes y se puede utilizar cualquiera de los tres para representar la información que contienen. Si la relación entre los tres parámetros fuera diferente para cada una de las plantas, esto no sería posible.

La decisión de cuál de los tres parámetros utilizar para representar la información de la respuesta en frecuencia de la planta se basa en criterios subjetivos, pero en cualquier caso no afecta al resultado final. En la tesis hemos escogido la fase  $\varphi_0$ , debido a que es el parámetro con más fácil interpretación de los tres. Recuérdese que  $\varphi_0$  es la fase de la planta a la pulsación de cruce de la planta con un control PI basado en el punto de oscilación. Este control hace coincidir el módulo de todas las plantas para una fase próxima a los  $-180^\circ$ . Por tanto,  $\varphi_0$  da idea de la “verticalidad” de la planta en la representación de su respuesta en frecuencia en el diagrama de Black. Es sabido, por ejemplo, que las plantas dominadas por retardos tienden a dar respuestas más “horizontales” en el diagrama de Black.

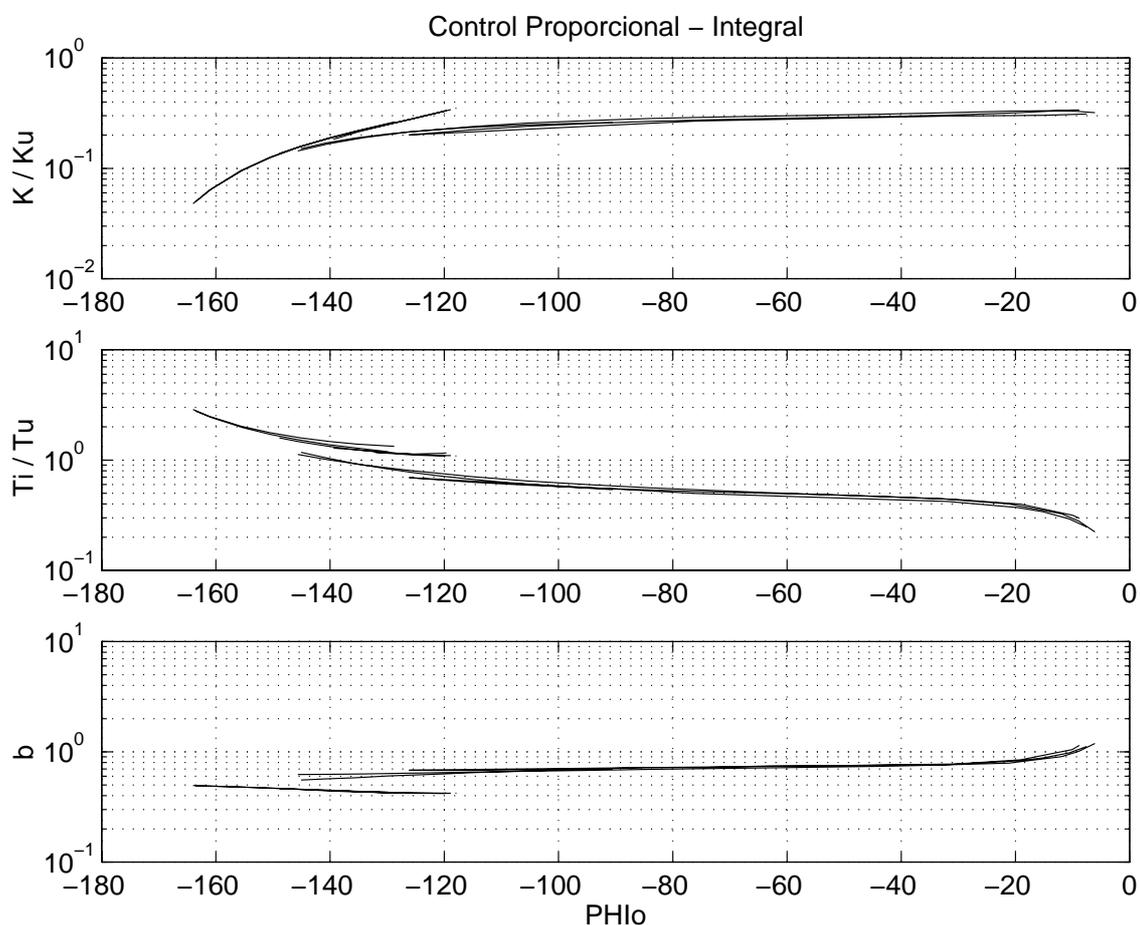
La idea general que subyace detrás de estas conclusiones es que los tres parámetros son diferentes medidas de la “verticalidad” de la planta. Incluso la ganancia estática da una idea de la “verticalidad” en el caso de las plantas sin integración, aunque menos exacta por tratarse de una frecuencia alejada de la zona de frecuencias de interés. Esta información es la que utiliza el método de Åström (ver el capítulo 5). El problema con el uso de la ganancia estática es que deja de ser aplicable en el caso de plantas con integración.

Como conclusión de esta sección, lo que se ha conseguido con las normalizaciones y simplificaciones es que en lugar de buscar relaciones entre los parámetros de control  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ,  $b$  y los dos puntos de la respuesta en frecuencia (seis datos), se busque la relación entre los parámetros normalizados de control  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$ ,  $T_d/T_u$ ,  $b$  y el dato  $\varphi_0$  resultante de la identificación.

## 6.3 Aproximación del control óptimo

### 6.3.1 Control óptimo en función de $\varphi_0$

En el capítulo 5 se ha obtenido el control óptimo para cada planta de la Batería, para distintos valores de su parámetro correspondiente. El primer paso es utilizar la normalización propuesta en §6.2, poniendo los parámetros de control normalizados de cada planta en función del parámetro  $\varphi_0$ .

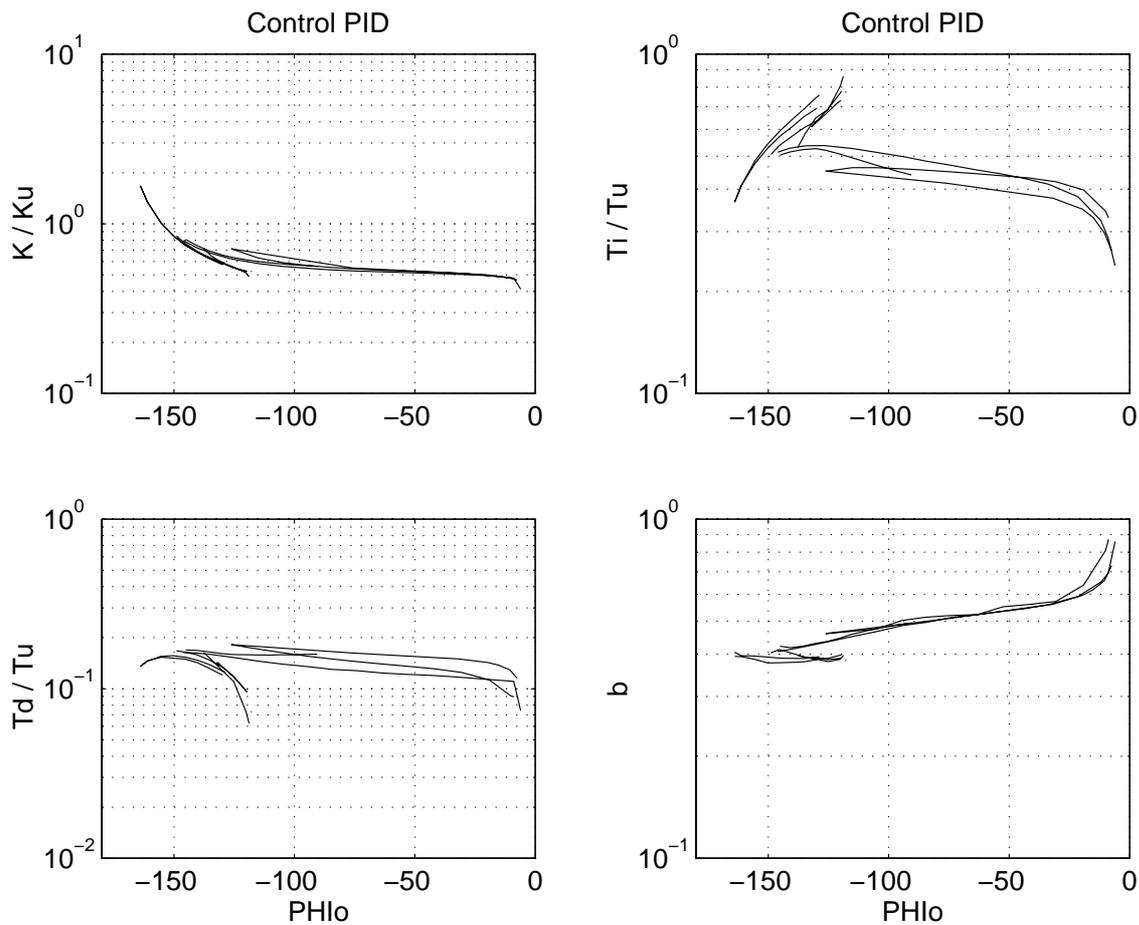


**Figura 6.3** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$  para todas las plantas de la Batería.

Control Proporcional - Integral.

La figura 6.3 muestra los parámetros normalizados del control óptimo para todas las plantas de la Batería en el caso de control Proporcional-Integral. En los tres gráficos se distinguen claramente dos familias de curvas. Las curvas con valores de  $\varphi_0$

aproximadamente entre  $-165^\circ$  y  $-120^\circ$  corresponden a las plantas con integración ( $P_5 - P_{11}$ ), como ya se observó en la figura 6.2. La otra familia corresponde a las plantas sin integración ( $P_1 - P_4$ ). El resultado es muy bueno para nuestro propósito, porque se observa que el valor óptimo de cada parámetro de control es muy similar para todas las plantas para cada valor de  $\varphi_0$ , separando las plantas sin y con integración.



**Figura 6.4** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$  para todas las plantas de la Batería.

Control Proporcional - Integral - Diferencial.

La figura 6.4 muestra los parámetros normalizados del control óptimo para todas las plantas de la Batería, pero ahora en el caso de control Proporcional-Integral-Diferencial. En los cuatro gráficos se distinguen las mismas dos familias de curvas que en la figura anterior. La dispersión entre las diferentes plantas parece un poco mayor en el caso del control PID que en el caso del control PI, pero hay que tener en cuenta el efecto de las escalas.

### 6.3.2 Cálculo de las aproximaciones del control óptimo

El siguiente paso es obtener unas aproximaciones válidas de las curvas anteriores, que se utilizarán para determinar los parámetros de control a partir del dato  $\varphi_0$  obtenido en la identificación.

#### *Aproximación mediante funciones o mediante tablas*

Hay dos formas naturales de realizar las aproximaciones:

- Mediante funciones cuyo argumento es  $\varphi_0$  y cuyo resultado son los parámetros de control normalizados.
- Mediante tablas cuya entrada es  $\varphi_0$  y cuya salida son los parámetros de control normalizados, obtenidos interpolando entre los valores de las tablas.

En el trabajo de la tesis se han explorado las dos posibilidades. En la literatura se utiliza más la aproximación mediante funciones [Åström y Hägglund, 1995]. Sin embargo, no es fácil obtener funciones razonablemente sencillas que se ajusten correctamente. Nosotros utilizamos tablas, solución que resulta más flexible y que igualmente es de fácil implantación para el uso práctico del método.

Las tablas se generan con un número relativamente pequeño de puntos, aprovechando que las gráficas que se trata de aproximar tienen formas bastante suaves. Los puntos están correctamente espaciados en  $\varphi_0$ . El uso de la tabla implicará la interpolación entre los puntos disponibles.

Se han analizado varios criterios posibles para realizar las aproximaciones, optando finalmente por las dos posibilidades que se explican a continuación.

#### *Aproximación I*

Es la más sencilla y directa. Se calcula por separado la tabla correspondiente a cada parámetro. El criterio para determinar cada punto de la tabla es la minimización del error cuadrático cometido por la aproximación en el valor del parámetro. En la obtención de cada punto intervienen los puntos con un valor de  $\varphi_0$  cercano en las diferentes plantas de la

Batería. El índice de optimización para el parámetro normalizado  $K/K_u$  (para los demás es análogo) es por tanto:

$$j = \sum_i \left[ \frac{K}{K_u}(\text{apx})_i - \frac{K}{K_u}(\text{opt})_i \right]^2 \quad (6.1)$$

donde:

$K/K_u(\text{apx})_i$  es el valor aproximado (interpolando en la tabla) de la constante proporcional normalizada, para cada una de las plantas que intervienen en la obtención del punto que se está calculando.

$K/K_u(\text{opt})_i$  es el valor óptimo de la constante proporcional normalizada, para cada planta.

### ***Aproximación II***

Es más compleja que la anterior. La *aproximación I* minimiza la diferencia entre los parámetros de control óptimos y los aproximados. Pero lo que realmente interesa no es minimizar la diferencia entre los parámetros, sino la diferencia que ésta provoca en el comportamiento del sistema. Siguiendo con la filosofía de la tesis lo natural es que el índice de optimización se base en el incremento producido en el índice ITAE de la respuesta temporal del sistema por el hecho de utilizar los parámetros aproximados en lugar de los óptimos.

Al igual que ocurría en el diseño del control óptimo realizado en el capítulo 5, es necesario ahora tener en cuenta que en la respuesta a perturbación intervienen los parámetros  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$  del control, pero no el parámetro  $b$ . En la respuesta a referencia intervienen todos. Por tanto, para realizar las aproximaciones se realiza un proceso similar al de diseño del control óptimo para cada planta, en dos pasos. En el primer paso se aproximan los parámetros normalizados  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$  y  $T_d/T_u$  teniendo en cuenta la respuesta a perturbación y en el segundo se aproxima el parámetro  $b$ , que sólo interviene en la respuesta a referencia.

Para el primer paso se exploraron distintos índices de optimización. El utilizado finalmente es el siguiente:

$$j = \left\{ \frac{|ITAE(apx)_i - ITAE(opt)_i|}{ITAE(opt)_i} + \gamma \frac{|Ms(apx)_i - Ms(opt)_i|}{Ms(opt)_i} \right\} \quad (6.2)$$

donde:

$ITAE(opt)_i$  es el índice ITAE de la respuesta a perturbación obtenido con el control óptimo para un valor concreto de su parámetro en una planta determinada de la Batería.

$ITAE(apx)_i$  es el índice ITAE de la respuesta a perturbación obtenido con el control aproximado, interpolando en las tablas para esa misma planta.

$Ms(opt)_i$  es el parámetro *Máxima sensibilidad* definido en la ecuación (5.18) para una determinada planta, con el control óptimo.

$Ms(apx)_i$  es el parámetro *Máxima sensibilidad* para esa misma planta, con el control aproximado interpolando en las tablas.

Las tablas se generan con un número relativamente pequeño de puntos, adecuadamente espaciados en  $\varphi_0$ . Para la obtención cada punto se utilizan los valores del control óptimo en puntos con un valor cercano de  $\varphi_0$  en las plantas de la Batería, minimizando el índice  $j$  descrito. Es importante observar que hay tantas optimizaciones como puntos se desee que tengan las tablas de aproximación y que en cada optimización se obtienen simultáneamente tres valores, correspondientes a las tablas de los parámetros normalizados  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$  y  $T_d/T_u$ . De esta manera se obtiene la mejor aproximación a los controles óptimos, teniendo en cuenta el efecto conjunto de las desviaciones en cada uno de los tres parámetros en la respuesta del sistema a perturbación.

El índice  $j$  contiene dos sumandos. El primero es el valor absoluto del incremento que sufre el índice ITAE de la respuesta a perturbación en cada planta con el control aproximado por la tabla frente al obtenido con el control óptimo, en términos relativos. Si se utiliza un índice de optimización que incluye sólo estos términos se obtienen algunos

puntos extraños. La razón es que el mecanismo de optimización fuerza unos valores de los parámetros normalizados  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$  y  $T_d/T_u$  que dan un índice ITAE prácticamente igual al obtenido con el control óptimo, pero a costa de un amortiguamiento mucho menor. Este problema ya aparecía en el diseño de los controles óptimos (donde se trataba de minimizar el índice ITAE y daba lugar a sistemas muy poco amortiguados) y se solucionó incluyendo la restricción  $M_s \leq 2$  (ver §5.3). Con la misma intención se incluye aquí en el índice  $J$  el segundo término, que tiene en cuenta el valor absoluto del incremento sufrido por la *máxima sensibilidad* con el control aproximado frente a la obtenida con el control óptimo, también en términos relativos. Este segundo término se incluye con un factor de peso  $\gamma$  respecto al primer sumando, que se ha ajustado heurísticamente al valor  $\gamma = 10$  para las plantas sin integración ( $P_1$  a  $P_4$  de la Batería) y al valor  $\gamma = 20$  para las plantas con integración ( $P_5$  a  $P_{11}$  de la Batería).

Obsérvese que la aproximación propuesta tiene un coste computacional importante, ya que se traduce en un problema de optimización simultánea de los tres parámetros de control minimizando un índice que exige, en cada iteración, el cálculo de la respuesta temporal y la respuesta en frecuencia del sistema para varias plantas diferentes (las que tienen para algún valor de su parámetro correspondiente un valor de  $\phi_0$  próximo al del punto de la tabla que se está obteniendo). Esta optimización hay que realizarla tantas veces como puntos se desee que incluya la tabla de aproximación.

El segundo paso es mucho más sencillo, porque sólo resta optimizar la aproximación del parámetro  $b$ . Para cada valor de  $\phi_0$  de la tabla de aproximación se podría obtener el valor de  $b$  que minimiza un índice similar al definido por la expresión (6.2), pero basado en el ITAE de la respuesta a referencia. Sin embargo, el resultado no mejoraba en nada al obtenido mediante la *Aproximación I*, más sencilla, que será por tanto la que se utilice. La principal virtud del índice de optimización utilizado para la aproximación de los parámetros  $K/K_u$ ,  $T_i/T_u$  y  $T_d/T_u$  (expresión (6.2)) es tener en cuenta el efecto combinado de los tres parámetros en la respuesta temporal. Como en este segundo paso se trata de aproximar sólo el parámetro  $b$ , ocurre que minimizar el cambio del parámetro (*Aproximación I*) es equivalente a minimizar el cambio provocado en la respuesta temporal por el mismo (*Aproximación II*).

### 6.3.3 Aproximaciones del control óptimo

Como se ha visto, es necesario distinguir cuatro casos: plantas sin y con integración, control PI y PID. Para cada uno de los casos hemos visto dos posibles aproximaciones. Los resultados de aplicar los índices explicados antes son:

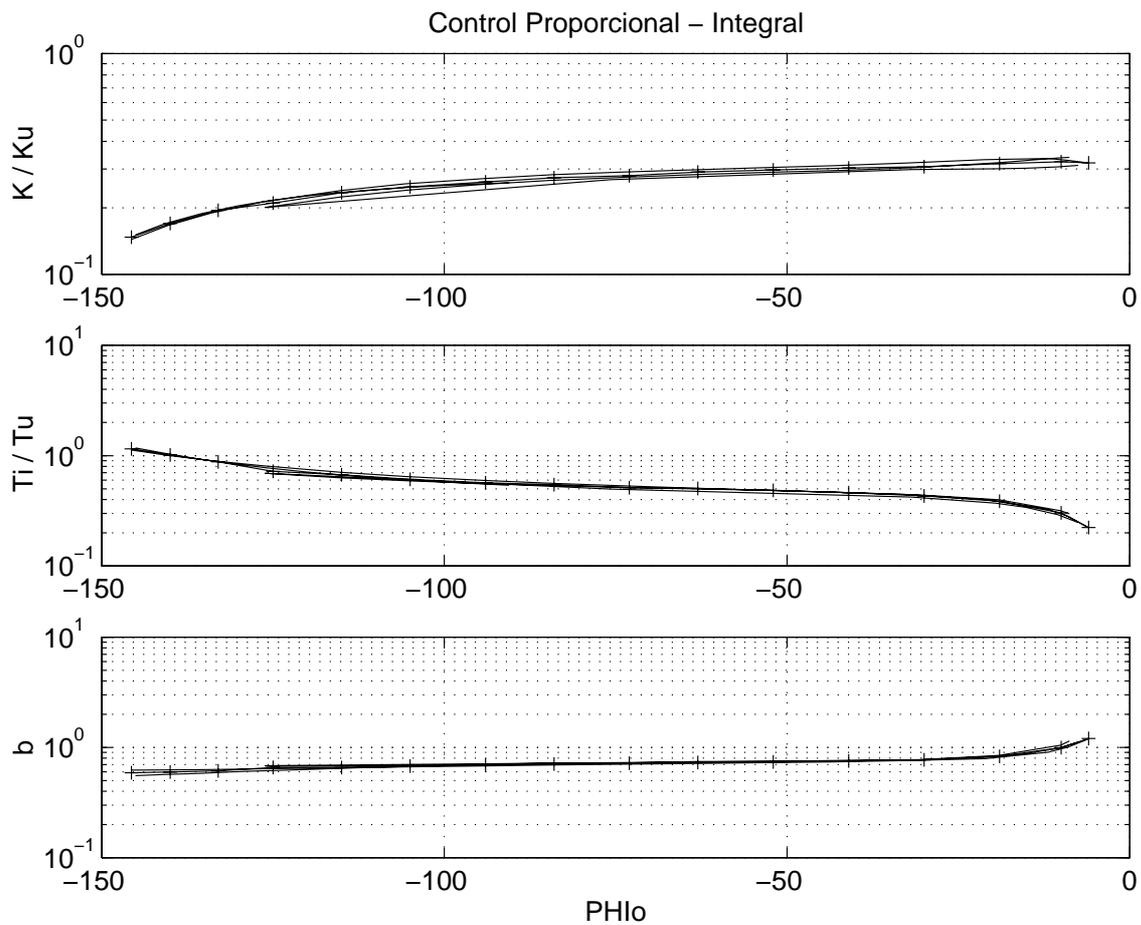
#### *Plantas sin integración, control PI*

- *Aproximación I*

El resultado final de la aproximación es una tabla cuya entrada es el valor del parámetro  $\varphi_0$  y cuyas salidas son los valores de los parámetros normalizados de control. Para valores de  $\varphi_0$  intermedios se interpolará linealmente.

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	b
-145,66	0,1474	1,1504	0,5891
-140,00	0,1701	1,0125	0,5991
-133,00	0,1948	0,8797	0,6136
-125,00	0,2101	0,7204	0,6580
-115,00	0,2340	0,6717	0,6548
-105,00	0,2491	0,6101	0,6767
-94,00	0,2621	0,5676	0,6920
-84,00	0,2739	0,5452	0,7089
-73,00	0,2796	0,5122	0,7190
-63,00	0,2908	0,5030	0,7303
-52,00	0,2973	0,4834	0,7396
-41,00	0,3032	0,4618	0,7542
-30,00	0,3074	0,4310	0,7708
-19,00	0,3173	0,3860	0,8286
-10,00	0,3238	0,3024	0,9958
-6,00	0,3196	0,2231	1,2039

**Tabla 6.1** Plantas sin integración. Control PI. *Aproximación I.*



**Figura 6.5** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$ . Plantas sin integración ( $P_1 - P_4$ ).  
Control PI. (---) *Aproximación I*.

La tabla 6.1 y la figura 6.5 muestran los valores correspondientes a la *Aproximación I* para las plantas sin integración ( $P_1$  a  $P_4$  de la Batería), con control Proporcional-Integral. La figura 6.5 es similar a la figura 6.3, pero añade los puntos correspondientes a la tabla 6.1 con el símbolo “+”.

- **Aproximación II**

La tabla 6.2 muestra los valores correspondientes a la *Aproximación II* para las mismas plantas y tipo de control PI. Los valores son muy similares y no se muestran gráficamente porque la figura apenas se distingue de la figura 6.5. Según se explicó en §6.3.2 la *Aproximación II* se ha utilizado sólo para las constantes proporcional e integral, mientras que el parámetro  $b$  se ha obtenido con la *Aproximación I*, por lo que las columnas correspondientes a este parámetro en las tablas 6.1 y 6.2 contienen los mismos valores.

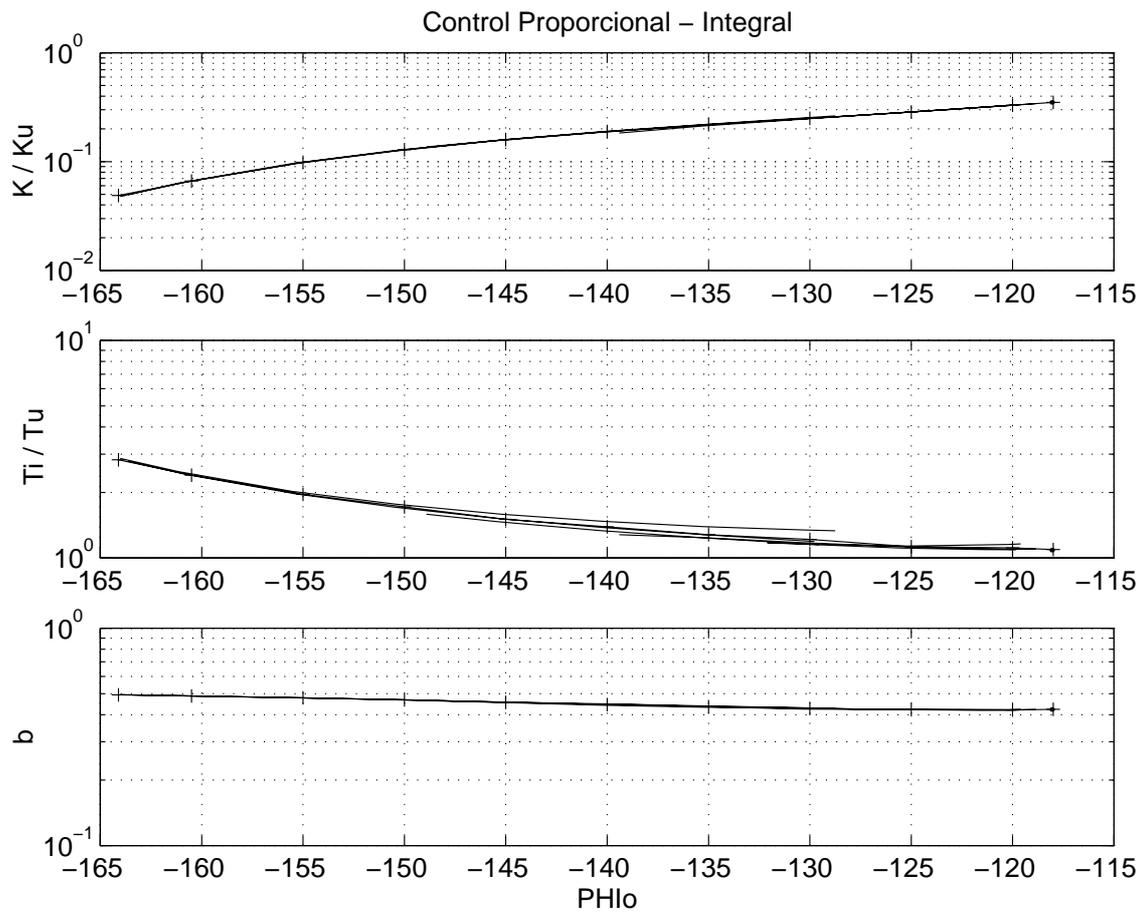
$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	$b$
-145,66	0,1476	1,1569	0,5891
-140,00	0,1696	1,0102	0,5991
-133,00	0,1942	0,8895	0,6136
-125,00	0,2134	0,7243	0,6580
-115,00	0,2325	0,6683	0,6548
-105,00	0,2537	0,6257	0,6767
-94,00	0,2555	0,5408	0,6920
-84,00	0,2649	0,5204	0,7089
-73,00	0,2742	0,5046	0,7190
-63,00	0,2815	0,4929	0,7303
-52,00	0,2882	0,4765	0,7396
-41,00	0,2955	0,4598	0,7542
-30,00	0,3051	0,4317	0,7708
-19,00	0,3117	0,3796	0,8286
-10,00	0,3108	0,2813	0,9958
-6,00	0,3245	0,2261	1,2039

**Tabla 6.2** Plantas sin integración. Control PI. *Aproximación II*.

*Plantas con integración, control PI*• *Aproximación I*

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	b
-164,10	0,0487	2,8256	0,4939
-160,50	0,0663	2,4024	0,4881
-155,00	0,0985	1,9617	0,4780
-150,00	0,1287	1,7162	0,4681
-145,00	0,1594	1,5058	0,4561
-140,00	0,1889	1,3916	0,4454
-135,00	0,2180	1,2789	0,4358
-130,00	0,2504	1,2164	0,4270
-125,00	0,2861	1,1272	0,4223
-120,00	0,3297	1,1143	0,4206
-118,00	0,3509	1,0930	0,4233

**Tabla 6.3** Plantas con integración. Control PI. *Aproximación I.*



**Figura 6.6** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$ . Plantas con integración ( $P_5 - P_{11}$ ).  
Control PI. (+--+). Aproximación I.

La tabla 6.3 y la figura 6.6 muestran los valores correspondientes a la *Aproximación I* para las plantas con integración ( $P_5$  a  $P_{11}$  de la Batería), con control Proporcional-Integral. Obsérvese que el margen en el que se mueve el parámetro  $\varphi_0$  es muy diferente en el caso de plantas sin y con integración.

- *Aproximación II*

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	b
-164,10	0,0469	2,8052	0,4939
-160,50	0,0662	2,3867	0,4881
-155,00	0,0988	1,9581	0,4780
-150,00	0,1271	1,6757	0,4681
-145,00	0,1589	1,5052	0,4561
-140,00	0,1866	1,3619	0,4454
-135,00	0,2174	1,2566	0,4358
-130,00	0,2511	1,1948	0,4270
-125,00	0,2870	1,1281	0,4223
-120,00	0,3280	1,0860	0,4206
-118,00	0,3501	1,0822	0,4233

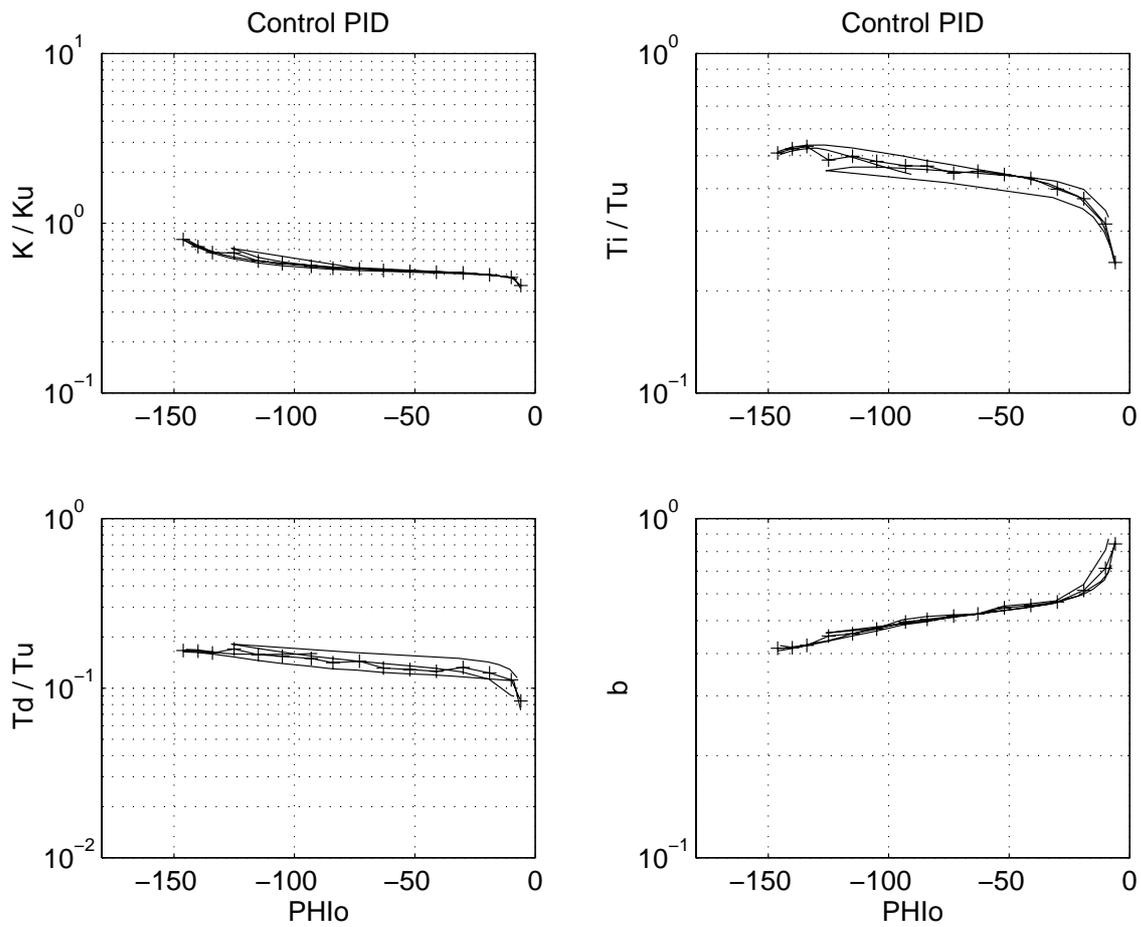
**Tabla 6.4** Plantas con integración. Control PI. *Aproximación II*.

De nuevo, los valores de los parámetros  $K/K_u$  y  $T_i/T_u$  obtenidos con las dos aproximaciones (tablas 6.3 y 6.4) son muy similares, por lo que los datos de la segunda no se muestran gráficamente.

**Plantas sin integración, control PID**• **Aproximación I**

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	$T_d/T_u$	b
-146,10	0,8027	0,5091	0,1665	0,4146
-140,00	0,7268	0,5242	0,1652	0,4156
-134,00	0,6724	0,5322	0,1611	0,4229
-125,00	0,6687	0,4859	0,1700	0,4502
-115,00	0,5996	0,4983	0,1572	0,4572
-105,00	0,5780	0,4810	0,1542	0,4724
-93,00	0,5572	0,4670	0,1494	0,4958
-84,00	0,5441	0,4658	0,1413	0,5049
-73,00	0,5374	0,4444	0,1440	0,5156
-63,00	0,5267	0,4500	0,1314	0,5231
-52,00	0,5206	0,4400	0,1286	0,5456
-41,00	0,5146	0,4292	0,1256	0,5548
-30,00	0,5089	0,3986	0,1324	0,5673
-19,00	0,4962	0,3737	0,1228	0,6145
-10,00	0,4795	0,3145	0,1119	0,7140
-6,00	0,4296	0,2423	0,0840	0,8423

**Tabla 6.5** Plantas sin integración. Control PID. Aproximación I.



**Figura 6.7** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$ . Plantas sin integración ( $P_1 - P_4$ ).  
Control PID. (+--+ *Aproximación I*).

La tabla 6.5 y la figura 6.7 muestran los valores correspondientes a la *Aproximación I* para las plantas sin integración ( $P_1$  a  $P_4$  de la Batería), con control Proporcional-Integral-Diferencial.

- *Aproximación II*

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	$T_d/T_u$	b
-146,10	0,7965	0,5139	0,1638	0,4146
-140,00	0,7139	0,5275	0,1625	0,4156
-134,00	0,6675	0,5109	0,1600	0,4229
-125,00	0,6540	0,4240	0,1704	0,4502
-115,00	0,5996	0,4736	0,1629	0,4572
-105,00	0,5801	0,4660	0,1573	0,4724
-93,00	0,5604	0,4545	0,1512	0,4958
-84,00	0,5500	0,4520	0,1470	0,5049
-73,00	0,5451	0,4321	0,1491	0,5156
-63,00	0,5312	0,4431	0,1361	0,5231
-52,00	0,5247	0,4356	0,1325	0,5456
-41,00	0,5189	0,4260	0,1281	0,5548
-30,00	0,5153	0,3971	0,1324	0,5673
-19,00	0,4987	0,3680	0,1227	0,6145
-10,00	0,4846	0,3131	0,1146	0,7140
-6,00	0,4610	0,2471	0,0966	0,8423

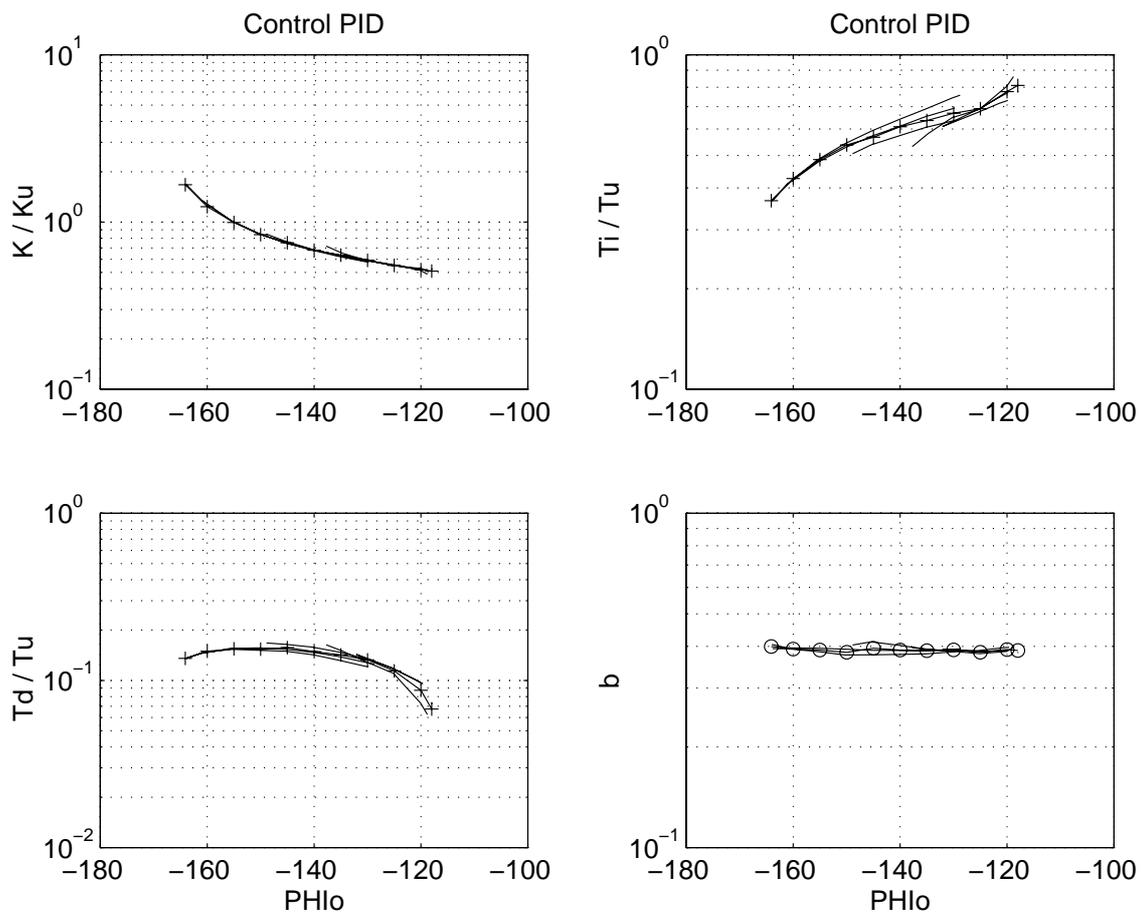
**Tabla 6.6** Plantas sin integración. Control PID. *Aproximación II.*

*Plantas con integración, control PID*

• *Aproximación I*

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	$T_d/T_u$	b
-164,10	1,6720	0,3664	0,1355	0,3993
-160,00	1,2360	0,4267	0,1493	0,3927
-155,00	0,9938	0,4864	0,1546	0,3898
-150,00	0,8418	0,5379	0,1539	0,3837
-145,00	0,7516	0,5671	0,1569	0,3948
-140,00	0,6788	0,6100	0,1487	0,3895
-135,00	0,6353	0,6365	0,1419	0,3880
-130,00	0,5903	0,6690	0,1326	0,3904
-125,00	0,5510	0,6901	0,1140	0,3843
-120,00	0,5201	0,7760	0,0872	0,3912
-118,00	0,5093	0,8099	0,0675	0,3885

**Tabla 6.7** Plantas con integración. Control PID. *Aproximación I.*



**Figura 6.8** Parámetros de control normalizados en función de  $\varphi_0$ . Plantas con integración ( $P_5 - P_{11}$ ).  
Control PID. (+--+ ) Aproximación I.

La tabla 6.7 y la figura 6.8 muestran los valores correspondientes a la *Aproximación I* para las plantas con integración ( $P_5$  a  $P_{11}$  de la Batería), con control Proporcional-Integral-Diferencial.

- *Aproximación II*

$\varphi_0$	$K/K_u$	$T_i/T_u$	$T_d/T_u$	$b$
-164,10	1,6695	0,3684	0,1323	0,3993
-160,00	1,2434	0,4389	0,1507	0,3927
-155,00	0,9901	0,4846	0,1587	0,3898
-150,00	0,8378	0,5393	0,1562	0,3837
-145,00	0,7383	0,5789	0,1548	0,3948
-140,00	0,6728	0,6283	0,1488	0,3895
-135,00	0,6196	0,6221	0,1376	0,3880
-130,00	0,5948	0,6939	0,1326	0,3904
-125,00	0,5513	0,7050	0,1190	0,3843
-120,00	0,5271	0,7471	0,0992	0,3912
-118,00	0,5229	0,8886	0,0862	0,3885

**Tabla 6.8** Plantas con integración. Control PID. *Aproximación II.*

## 6.4 Análisis del error en las aproximaciones

El análisis del error cometido con las dos aproximaciones con respecto al control óptimo se ha realizado, una vez más, utilizando la Batería de Plantas. Se han comparado varios aspectos de las aproximaciones. El primero de ellos es el incremento sufrido por cada uno de los parámetros de control, que se ha calculado para cada una de las plantas y cada valor de su parámetro correspondiente. A modo de ejemplo se muestra el resultado para la planta P<sub>7</sub> de la Batería, con control PID:

$\alpha$	$\Delta K$ (%)		$\Delta T_i$ (%)		$\Delta T_d$ (%)		$\Delta b$ (%)
	Apx. I	Apx. II	Apx. I	Apx. II	Apx. I	Apx. II	
0,05	-1,21	-1,34	0,52	1,15	0,46	-1,84	-1,47
0,07	-0,17	0,17	-0,16	2,12	0,39	0,45	-0,35
0,12	0,32	0,08	-0,96	-1,01	-0,53	1,89	-1,20
0,18	0,34	-0,12	-1,50	-1,31	-1,59	-0,01	-1,99
0,26	0,89	-0,84	-4,60	-2,69	2,23	0,98	1,28
0,36	-0,07	-0,97	-5,07	-2,25	1,25	1,28	0,31
0,49	0,57	-1,83	-7,71	-9,57	2,57	-0,36	-0,07
0,68	-0,70	-0,08	-10,2	-7,04	3,77	3,63	-0,38
0,75	-1,10	-0,52	-11,0	-8,03	2,41	3,37	-1,12

**Tabla 6.9** Incrementos en los parámetros. Planta P<sub>7</sub> de la Batería.

Control PID. Aproximaciones I y II.

La primera columna de la tabla 6.9 indica el valor del parámetro  $\alpha$  correspondiente a la planta P<sub>7</sub>. Las columnas 2 y 3 indican el incremento relativo (en %) del parámetro  $K$  con respecto a su valor óptimo para ese caso, es decir,

$$\Delta K (\%) = \frac{K_{apx} - K_{opt}}{K_{opt}} \cdot 100 \quad (6.3)$$

donde  $K_{apx}$  es el valor obtenido en la tabla correspondiente a las aproximaciones I y II respectivamente. Análogamente, las columnas 4 a 7 indican los incrementos relativos (en %) de los parámetros  $T_i$  y  $T_d$ . La última columna indica el incremento del parámetro  $b$  correspondiente a la *Aproximación I* que, como se comentó en §6.3.2, es la que se utiliza para este parámetro.

Parece que la *Aproximación I* debería dar siempre un mejor resultado en este aspecto puesto que se obtuvo precisamente minimizando el sumatorio de los incrementos de los parámetros. No es así siempre debido, sobre todo, a que las dos aproximaciones dan unos resultados tan parecidos que influye más el punto concreto del que se trate. En la obtención de cada punto de la tabla de aproximación han influido también las demás plantas con integración, además de la planta  $P_7$  a la que se refiere la tabla 6.9.

El segundo aspecto en el que se van a comparar las aproximaciones es el incremento que sufre el índice ITAE de las respuestas a perturbación y a referencia y el incremento de la *máxima sensibilidad*.

$\alpha$	$\Delta ITAE_p(\%)$		$\Delta ITAE_r(\%)$		$\Delta M_s(\%)$	
	Apx. I	Apx. II	Apx. I	Apx. II	Apx. I	Apx. II
0,05	2,62	3,48	1,77	2,71	-0,49	-0,27
0,07	0,33	0,47	0,56	-3,60	-0,06	-0,00
0,12	-0,83	-0,01	0,99	1,62	0,21	0,21
0,18	-0,83	0,11	2,26	2,53	0,42	0,00
0,26	-1,50	1,97	7,16	7,26	0,82	-0,40
0,36	0,61	2,47	10,54	7,15	0,12	-0,57
0,49	0,04	6,45	15,56	26,57	0,59	-0,02
0,68	3,89	1,63	25,97	16,67	-0,32	0,05
0,75	4,84	2,71	27,74	19,48	-0,37	-0,28

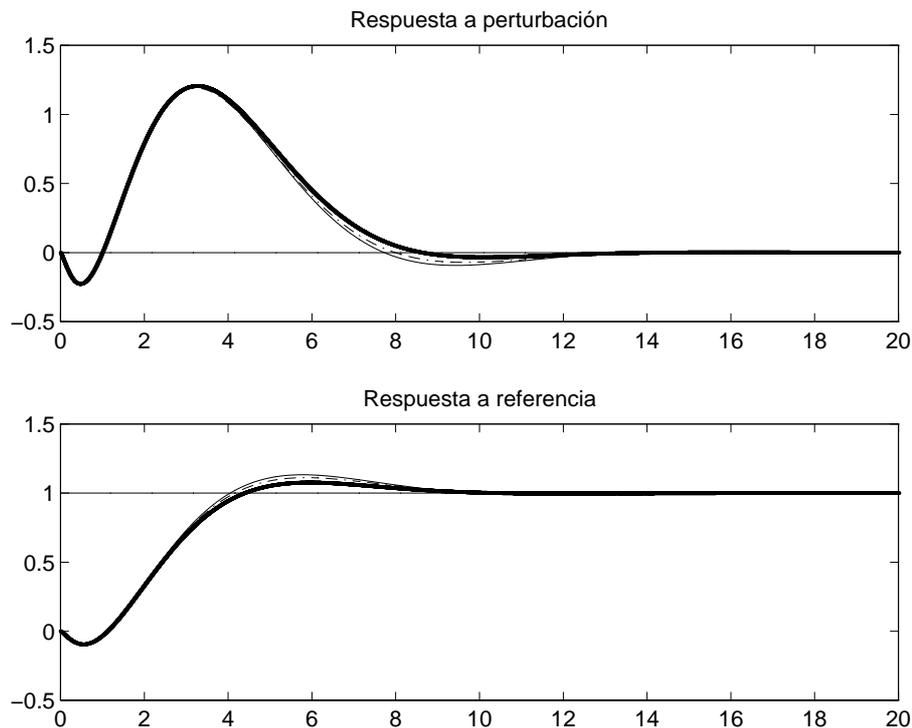
**Tabla 6.10** Incrementos en los índices ITAE. Planta  $P_7$  de la Batería.  
Control PID. *Aproximaciones I y II.*

Las columnas 2 y 3 muestran el incremento relativo (en %) del índice ITAE de la respuesta a perturbación con el control aproximado frente al obtenido con el control óptimo para cada caso, es decir,

$$\Delta ITAE_p(\%) = \frac{ITAE_p(apx) - ITAE_p(opt)}{ITAE_p(opt)} \cdot 100 \quad (6.4)$$

donde  $ITAE_p(apx)$  es el índice ITAE de la respuesta a perturbación con el control aproximado e  $ITAE_p(opt)$  es el índice ITAE con el control óptimo. Análogamente, las columnas 4 a 7 reflejan el incremento relativo del índice ITAE de la respuesta a referencia con el control aproximado frente al obtenido con el control óptimo y el incremento relativo del parámetro  $M_s$ , máxima sensibilidad. Parece en este caso que la *Aproximación II* debería dar claramente mejor resultado, ya que se obtuvo minimizando un índice en el que intervenía el incremento del índice ITAE en la respuesta a perturbación. No es así debido a que el índice incluía también un término dependiente del incremento de  $M_s$ , lo cual hace que en ocasiones el incremento del ITAE sea mayor en la *Aproximación II*. Además, hay que recordar que en la obtención de cada punto de la aproximación influyen todas las plantas. En cualquier caso, las dos aproximaciones resultan tan parecidas que la aparente ventaja de una u otra se manifiesta más en puntos concretos que como una tendencia general.

El índice ITAE de la respuesta temporal está muy bien considerado en la literatura como indicador de la bondad de un control determinado, razón por la cual es la base de nuestro diseño. Sin embargo, no hay costumbre de comparar numéricamente el índice ITAE en distintos casos, ni siquiera en términos relativos, como hemos hecho aquí. En consecuencia, es difícil tener una idea intuitiva de la importancia real de un determinado tanto por ciento de incremento y su influencia en la respuesta. Por esta razón, para completar este estudio se van a mostrar las respuestas temporales de algunos casos significativos. Hemos escogido para ello, entre las cuatro posibles, la misma *familia* representada en las tablas anteriores: plantas con integración y control PID.



**Figura 6.9** Planta  $P_7$ ,  $\alpha=0.68$ . Controles PID. Respuesta temporal.  
 (— gruesa) óptimo; (—) *Aproximación I*; (- -) *Aproximación II*.

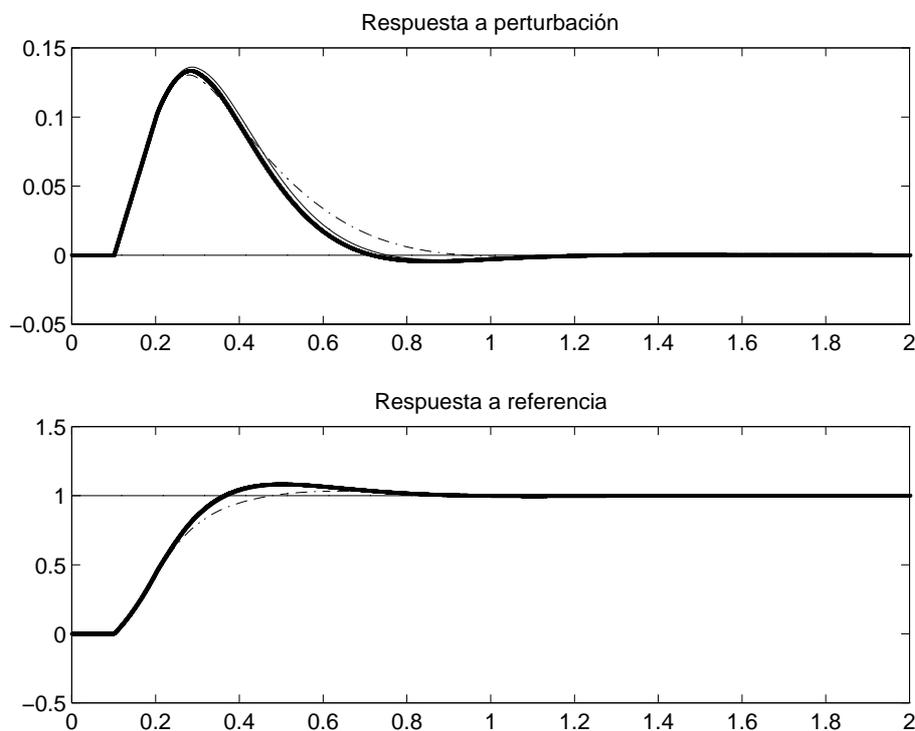
La figura 6.9 muestra, como ejemplo, la respuesta temporal ante perturbación y referencia obtenida con el control óptimo y las dos aproximaciones para la planta  $P_7$ , con parámetro  $\alpha = 0,68$ . Según se puede observar en la tabla 6.10, éste es de los casos más favorables para la *Aproximación II* y además es uno de los casos en los que los incrementos de los índices ITAE son mayores. La figura muestra que las dos aproximaciones son muy correctas y que números relativamente grandes en % en los incrementos de los índices ITAE son poco apreciables en las respuestas temporales.

La figura 6.10 muestra uno de los casos más favorables a la *Aproximación I*, el de la planta  $P_5$  con control PID. Los valores correspondientes a este caso son:

$\Delta ITAE_p(\%)$	Apx I:	6,45 %
	Apx II:	16,59 %
$\Delta ITAE_r(\%)$	Apx I:	-1,88 %
	Apx II:	-2,82 %

$\Delta Ms(\%)$	Apx I:	-1,81 %
	Apx II:	0,00 %

Éste es el caso en el que las respuestas temporales presentan una mayor diferencia entre las dos aproximaciones por una parte y entre ellas y el óptimo por otra. En general las diferencias son mucho menores e, incluso, a simple vista no se distinguen con escalas apropiadas.



**Figura 6.10** Planta  $P_5$ . Controles PID. Respuesta temporal.

(— gruesa) óptimo; (—) Aproximación I; (- -) Aproximación II.

### Conclusiones

- Ambas aproximaciones dan un resultado correcto y muy similar entre sí.
- La *Aproximación I* es más sencilla en todos los aspectos: conceptualmente y de cálculo.
- La *Aproximación II* es más elaborada. Conceptualmente tiene mucho más sentido, pero el cálculo es más complejo.

- Dado que la mejora aportada por la *Aproximación II* no es significativa en la situación considerada en la tesis, se utilizará la *Aproximación I* en el método propuesto de Ajuste Automático.
- La *Aproximación II* queda como metodología válida para desarrollos similares, donde las diferencias entre ambas sean más apreciables.

## 6.5 Aproximación conjunta de plantas con y sin integración

Con el ánimo de simplificar aún más la información se exploró la posibilidad de realizar una aproximación conjunta para las plantas sin y con integración. Como se puede apreciar en las figuras 6.3 y 6.4, la zona con valores de  $\varphi_0$  entre  $-140^\circ$  y  $-120^\circ$  aproximadamente es la zona de solape entre las dos familias de plantas y es donde una aproximación conjunta dará peores resultados.

Utilizando la metodología de la *Aproximación I* (cada parámetro por separado mediante mínimos cuadrados) se ha realizado la aproximación conjunta. Los resultados, como era de esperar, son muchos peores que los obtenidos separando los dos tipos de plantas. Así, en la zona de solape son frecuentes valores de  $\Delta ITAE_p$  superiores al 40 %. Aún mayores son los valores de  $\Delta ITAE_r$ , en muchas ocasiones superiores al 100 %.

Desde el punto de vista de la implantación práctica del método de Ajuste Automático, si bien sería aún más cómodo disponer de la aproximación conjunta, no es ningún problema el utilizar las dos aproximaciones por separado. La cantidad de información que es necesario almacenar (cuatro tablas: plantas sin y con integración, control PI y PID) es suficientemente pequeña. Por tanto, se utilizará la *Aproximación I* separando los cuatro casos.

Para distinguir si la planta sobre la que se está realizando el Ajuste Automático contiene o no integraciones es necesario realizar un pequeño cambio en el punto de trabajo del sistema, ya sea en lazo abierto o en lazo cerrado, para determinar la ganancia estática de

la planta en ese punto de trabajo. Por encima de un determinado valor de ganancia estática se considerará que la planta contiene integración. Una posibilidad sería el proceso indicado en §4.4.

## 6.6 Conclusiones

- Este capítulo simplifica el uso de la información derivada de aplicar la metodología de diseño explicada en el capítulo 5 a cada una de las plantas de la Batería (capítulo 3).
- La identificación propuesta da como resultado dos puntos de la respuesta en frecuencia. El primero es el de oscilación, cuya amplitud y pulsación se utilizan para normalizar los parámetros de control. El segundo es el punto de cruce de la planta con un control PI. La información relacionada con este punto queda reducida a un sólo parámetro, escogiéndose  $\varphi_0$ .
- En consecuencia, se dispone de los parámetros normalizados del control óptimo en función de  $\varphi_0$  para cada una de las plantas de la Batería.
- Se ha realizado una aproximación válida de estas curvas, dando valores cercanos al control óptimo para cualquier planta con características englobadas dentro de la Batería, es decir, la inmensa mayoría de las que aparecen en la práctica industrial.
- Por tanto, ya se dispone de un método completo de Ajuste Automático: con la información sobre la respuesta en frecuencia obtenida en la fase de identificación y las tablas que contienen las aproximaciones del control óptimo se determinan los parámetros de control adecuados.



# Capítulo 7

---

## Resultados experimentales

### 7.1 Introducción y descripción del sistema de control

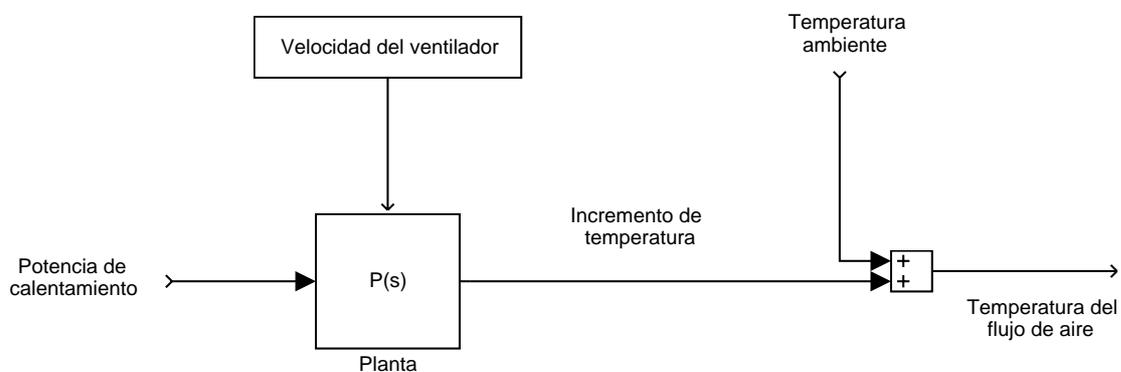
En este capítulo se presentan resultados experimentales relevantes, obtenidos en laboratorio con un prototipo de una planta industrial. Como se comentó en §1.3, el enfoque de la tesis es eminentemente práctico. El objetivo final es el desarrollo de un método completo de Ajuste Automático de reguladores industriales. Dentro de este marco, los resultados experimentales cobran una gran importancia para demostrar no sólo la validez del método propuesto, sino también la viabilidad de una implantación práctica en un regulador industrial de propósito general.

La organización del capítulo es la que sigue. En esta misma sección (§7.1) se explica brevemente el sistema completo utilizado en el laboratorio para la obtención de los resultados experimentales. En §7.2 se presentan los resultados correspondientes a la fase de identificación del método de Ajuste Automático. En §7.3 se muestran los relativos a la fase de síntesis. En §7.4 se presenta el método completo aplicado a la planta en cuestión. En §7.5 se extraen las conclusiones más importantes del capítulo.

A lo largo del trabajo de la tesis se han realizado ensayos sobre diferentes plantas: control de temperatura de un horno, de nivel de un depósito, etc. Las técnicas desarrolladas se han implantado en diferentes plataformas. Aquí se describe el sistema completo de control que finalmente se ha utilizado para obtener los resultados experimentales que se muestran en la tesis.

### 7.1.1 Descripción de la planta

Se controla la temperatura de salida de un flujo de aire. La planta está formada por un tubo con aislamiento térmico por el que circula el aire, un ventilador, una resistencia eléctrica y un sensor de temperatura. El ventilador está acoplado a la entrada del tubo, de forma que toma el aire del ambiente y le obliga a circular por el mismo. La resistencia, colocada al comienzo del tubo, calienta el aire que circula. Gobernando la corriente eléctrica de la resistencia se gobierna la potencia de calentamiento suministrada al flujo de aire. A la salida del tubo está colocado el sensor de temperatura.



**Figura 7.1** Esquema de la planta utilizada

La figura 7.1 muestra un esquema del funcionamiento de la planta utilizada. La planta incluye el tubo, la resistencia y el ventilador. La variable de entrada a la planta (variable de mando en el sistema de control) es la potencia de calentamiento suministrada. La salida en primera instancia es el incremento de temperatura sobre el ambiente. La suma de la temperatura ambiente y el incremento da lugar a la temperatura del flujo de aire, que es la variable controlada. Por tanto, la temperatura ambiente se puede considerar como una perturbación en el sistema de control. Otra perturbación importante es la velocidad del ventilador, que podemos fijar externamente. Ésta afecta lógicamente a la relación entre la potencia eléctrica suministrada y el incremento de temperatura que la misma provoca en el aire.

## 7.1.2 Descripción del *Hardware*

Además de la planta, el *hardware* del sistema está formado por un ordenador personal, una tarjeta de adquisición de datos y el equipo electrónico de acoplamiento entre la tarjeta y la planta.

### *Equipo de acoplamiento entre tarjeta y planta*

Incluye la electrónica asociada a tres cuestiones:

- Acondicionamiento de la señal del sensor de temperatura.
- El actuador en este sistema es un rectificador monofásico alimentado de la red eléctrica. La variable de mando se traduce en una señal de tensión suministrada por la tarjeta. Esa señal se emplea para determinar el ángulo de disparo del rectificador y controlar así la corriente que circula por la resistencia y por tanto la potencia de calentamiento.
- Alimentación del ventilador. La velocidad del mismo viene determinada por la tensión que se le suministra.

### *Ordenador personal*

El PC utilizado está equipado con un procesador *Pentium II*, a 333 MHz y 64 MB de memoria RAM. Las características del mismo no son especialmente importantes, dado que las constantes de tiempo de la planta son grandes. La única limitación es que sea capaz de trabajar con el *software* descrito en el apartado siguiente, siendo muy suaves las restricciones de tiempo real.

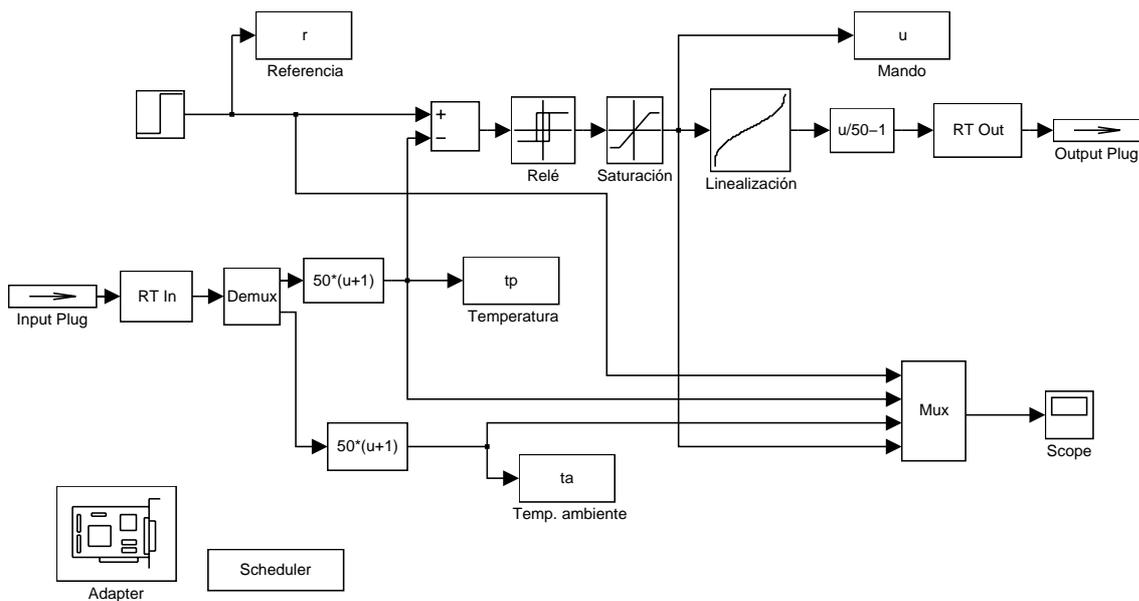
### *Tarjeta de adquisición de datos*

La tarjeta utilizada es la PCL812PG de *Advantech*. Es una tarjeta de adquisición de datos de bajo coste. Téngase en cuenta que el periodo de muestreo utilizado en este sistema es de 1 segundo.

## 7.1.3 Descripción del *Software*

Se ha utilizado el entorno de trabajo de MATLAB y SIMULINK (The MathWorks, Inc) en el desarrollo de los algoritmos y en las simulaciones. Para los ensayos

se ha utilizado un *software* que permite relacionar directamente Simulink con una planta real a través de una tarjeta de adquisición de datos (en nuestro caso la descrita en §7.1.2). Este *software* se denomina Real Time Toolbox (Humusoft) y se incorpora al entorno de trabajo de Matlab y Simulink como una *Toolbox* más, con comandos y bloques que permiten la relación entre los bloques de Simulink y la tarjeta PCL812PG.



**Figura 7.2** Esquema de control en lazo cerrado con Matlab + Simulink + Real Time Toolbox

La figura 7.2 muestra el esquema de control en lazo cerrado de la planta descrita en §7.1.1. La referencia “r” de temperatura del flujo de aire se compara con la medida “tp” que entra a través de la tarjeta de adquisición de datos. El error entra al relé (el ejemplo muestra la conocida realimentación con relé). Se limita el valor máximo y mínimo del mando con el bloque de saturación y se envía el mando “u” a la tarjeta. El bloque “Scope” permite ver las señales en tiempo real mientras controla. Los bloques “Input Plug”, “RT In”, “RT Out” y “Output Plug” pertenecen a la librería de Real Time Toolbox y realizan la conexión con la tarjeta. Los bloques intermedios adaptan la escala de las señales de la tarjeta a la escala utilizada en el esquema (%). El bloque “Adapter” especifica el *hardware* utilizado y lo configura. El bloque “Linealización” linealiza la relación entre el mando y la potencia suministrada a la planta (si no se incluyera sería lineal la relación entre el mando y el ángulo de disparo del rectificador y por tanto no sería lineal la relación con la potencia). El bloque “Scheduler” mejora el comportamiento del ordenador en tiempo real.

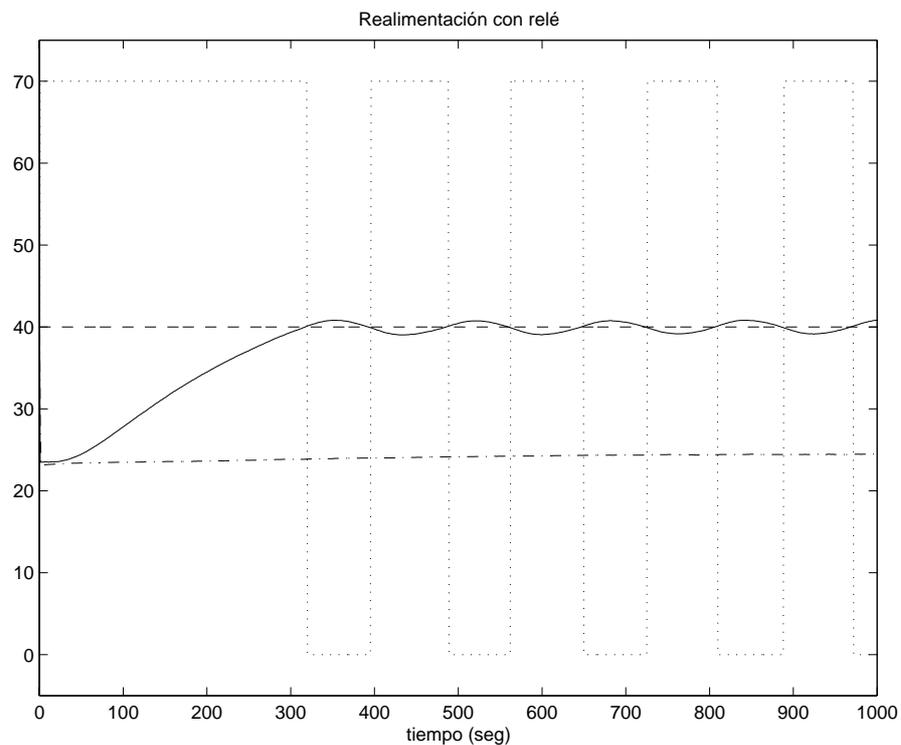
## 7.2 Resultados experimentales de identificación

En esta sección se analizan los resultados experimentales correspondientes a la fase de identificación del Ajuste Automático.

### 7.2.1 Obtención del punto de oscilación

#### *Realimentación con relé*

En el Capítulo 4 se analizaron dos métodos de obtención del punto de oscilación de la planta. El primero de ellos era el conocido como realimentación con relé.



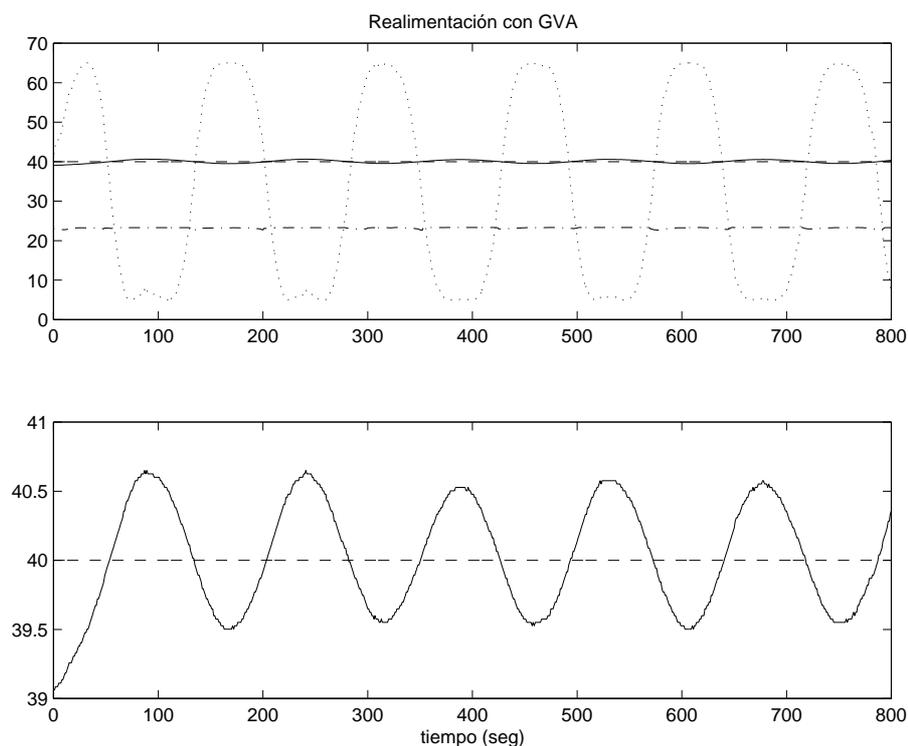
**Figura 7.3** Ensayo de realimentación con relé. (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) temp. ambiente; (...) salida del relé.

La figura 7.3 muestra el ensayo de realimentación con relé, según el esquema de la figura 4.1. La referencia y las temperaturas del flujo de aire y del ambiente están medidas en grados centígrados. La salida del relé está medida en % del margen total del mando (0 - 100%). La amplitud del relé es de 35 % por encima y por debajo del valor necesario para mantener el punto de trabajo (40 °C) y la histéresis es de 0.1 °C. Analizando los datos resultantes del ensayo se obtiene el siguiente resultado:

- Periodo de oscilación  $T_u = 164$  segundos.
- Ganancia de oscilación  $K_u = 52,2$  p.u.

### **Realimentación con GVA**

El segundo método de obtención del punto de oscilación es el propuesto en esta tesis: realimentación con GVA (Ganancia Variable con la Amplitud)



**Figura 7.4** Ensayo de realimentación con GVA. (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) temp. ambiente; (...) salida de la GVA.

La figura 7.4 muestra el ensayo de realimentación con GVA, según el esquema de la figura 4.9. Las medidas están en las mismas unidades y escalas que en la figura 7.3. El gráfico inferior es una ampliación del superior para observar la oscilación de la temperatura. Los parámetros del GVA utilizados en el ensayo son:  $agmax = gmin = 0$ ;  $agmin = 1$ ;  $gmax = 120$ . Estos valores son razonables, de acuerdo con lo analizado en §4.2.2. Se aprecia la forma aproximadamente senoidal de la salida del GVA y mucho más senoidal de la temperatura, debido al filtrado realizado por la planta. Analizando los datos resultantes del ensayo se obtienen los siguientes valores:

- Periodo de oscilación  $T_u = 146$  s.
- Ganancia de oscilación  $K_u = 66$  p.u.

### **Comparación**

Se observa una diferencia relativamente importante entre los valores obtenidos con la realimentación con relé y con la GVA. Para evaluar la precisión de la identificación se ha realizado un ensayo de respuesta en frecuencia en lazo abierto, introduciendo en la planta una señal senoidal de la frecuencia correspondiente a cada uno de los métodos.

En el primer caso se introduce una senoidal de periodo 164 segundos (el periodo de oscilación según el ensayo del relé). Analizando las ondas de entrada y salida se obtiene:

$$\text{Arg}(P(j\omega)) = -171,6^\circ \quad A(P(j\omega)) = 1 / 49,8 \text{ p.u.}$$

Si la identificación fuera correcta y por tanto ese periodo fuera realmente el de oscilación, la fase sería de  $-180^\circ$ . Es conocido que el ensayo del relé tiende a identificar un punto de la respuesta en frecuencia de la planta de fase algo más positiva que  $-180^\circ$  debido, entre otras causas, al efecto de la histéresis. El error obtenido en este caso es pequeño pero apreciable. Aparte de otros errores, si se ha identificado un punto de la respuesta en frecuencia con fase algo más positiva que  $-180^\circ$  es de esperar que la ganancia de la planta a esa frecuencia sea algo superior al  $1 / K_u$  exacto.

En el segundo caso se introduce una senoidal de periodo 146 segundos (el periodo de oscilación según el ensayo de realimentación con GVA) obteniéndose:

$$\text{Arg}[P(j\omega)] = -179,4^\circ \qquad A[P(j\omega)] = 1 / 64,6 \text{ p.u.}$$

La fase de la planta a esta frecuencia es prácticamente  $-180^\circ$  y la ganancia de la planta es muy aproximadamente la inversa de la ganancia de oscilación obtenida en el ensayo con GVA. Por tanto se puede concluir que la identificación realizada mediante la realimentación con GVA es prácticamente exacta, coincidiendo con los resultados teóricos obtenidos en el Capítulo 4 y mejora claramente la obtenida mediante la realimentación con relé.

### 7.2.2 Obtención del punto de cruce

Como se explica en §4.3 se trata de identificar el punto de cruce de la planta con un control PI razonable cualquiera, diseñado a partir de la información del punto de oscilación. En este caso se ha utilizado un PI con valores:

$$K = 20,5 \qquad T_i = 231 \text{ segundos.}$$

En el Capítulo 4 se analizaron tres métodos diferentes de identificación del punto de cruce:

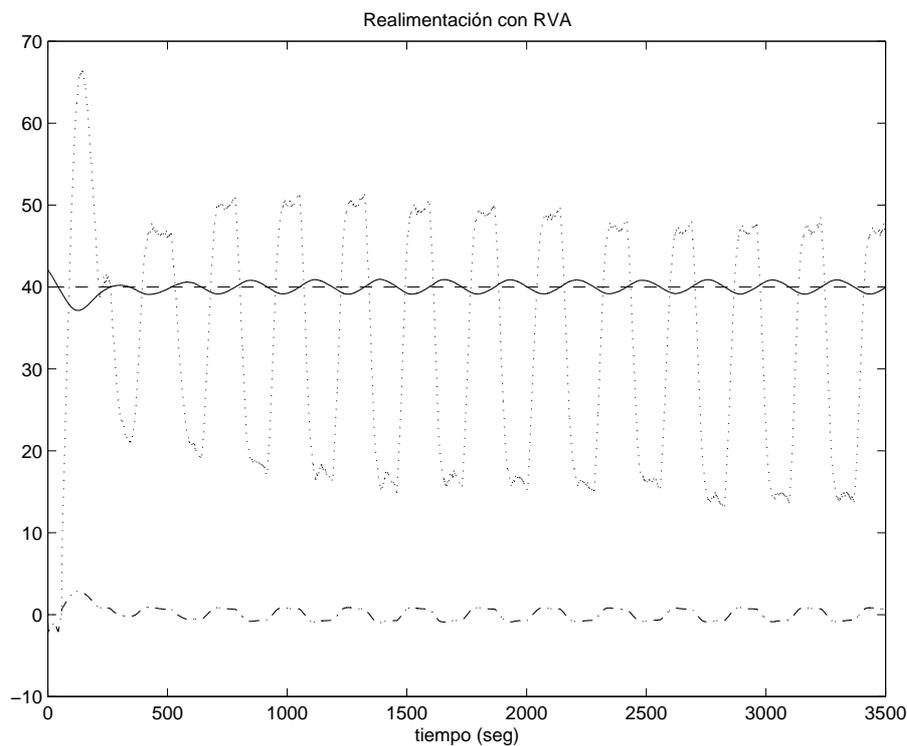
#### ***Realimentación con RVA***

El primer método es la realimentación con RVA (Retardo Variable con la Amplitud). Es una técnica nueva presentada en esta tesis, aunque no es la que finalmente se propone para ser utilizada en el método completo de Ajuste Automático.

La figura 7.5 muestra el ensayo de realimentación con RVA, según el esquema de la figura 4.20. Los parámetros del RVA utilizados en el ensayo son:  $ad_{max} = D_{min} = 0$ ;  $ad_{min} = 0,8$ ;  $D_{max} = 43$ . Estos valores son razonables, de acuerdo con lo analizado en §4.3.1. Se aprecia la forma relativamente senoidal de las salidas del RVA y del PI y mucho

más senoidal de la temperatura, debido al filtrado realizado por la planta. También se observa la ganancia aproximadamente unitaria entre la salida del RVA y la temperatura. Analizando los datos resultantes del ensayo se obtienen los siguientes valores:

- Periodo de la pulsación de cruce  $T_0 = 271$  segundos.
- Margen de fase  $M_f = 27,6^\circ$



**Figura 7.5** Ensayo de realimentación con RVA. (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) *eret*: salida del RVA; (...) mando, salida del PI.

### ***Realimentación con relé, variante Schei***

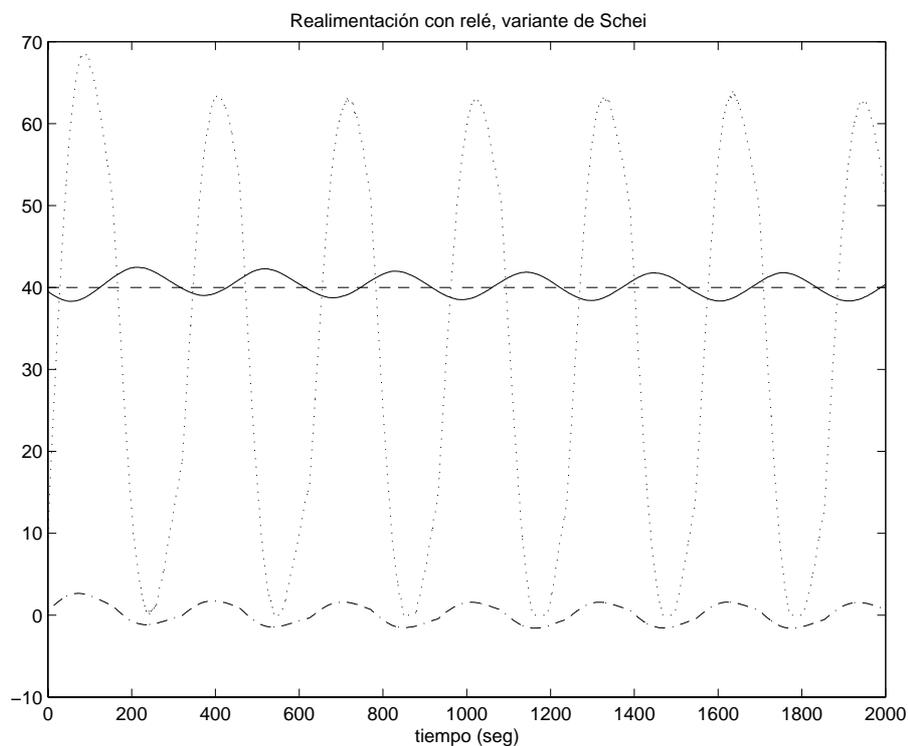
El segundo método de obtención del punto de cruce es la variante de [Schei, 1994] de la realimentación con relé, según el esquema de la figura 4.28.

La figura 7.6 muestra el ensayo de realimentación con relé, variante de Schei. La amplitud del relé es de 0,015 % y la histéresis es de 0,1°C. En este ensayo también se observa la ganancia aproximadamente unitaria entre la entrada al PI y la temperatura. Las

formas de onda son ahora más senoidales. Analizando los datos resultantes del ensayo se obtiene el siguiente resultado:

- Periodo de la pulsación de cruce  $T_0 = 314$  segundos.
- Margen de fase  $M_f = 34^\circ$

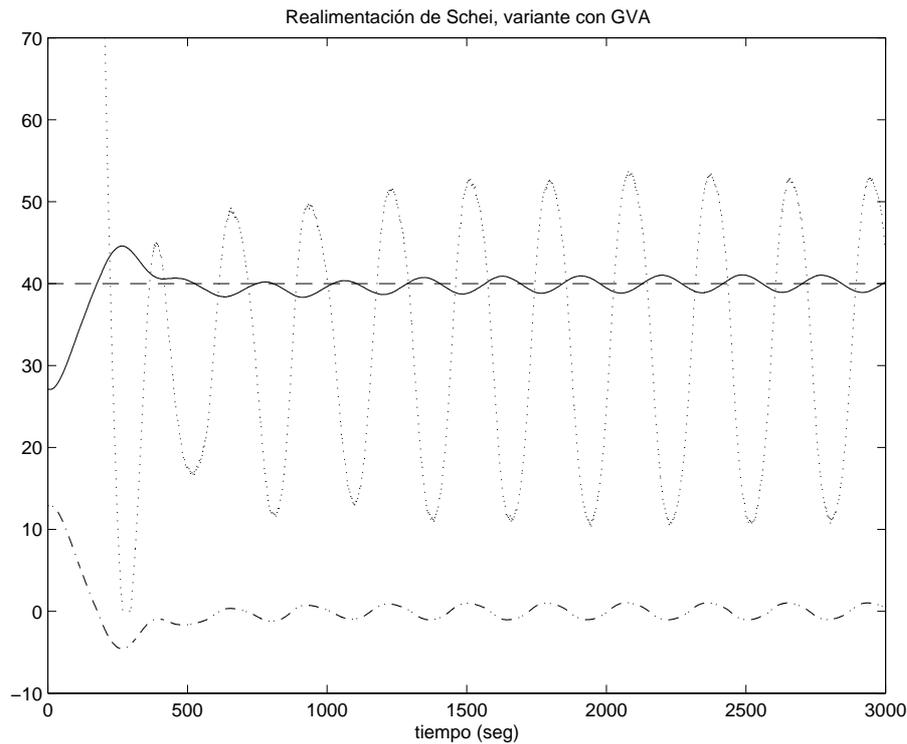
Como se ve, la diferencia es apreciable con respecto al ensayo anterior.



**Figura 7.6** Ensayo de realimentación con relé, variante de Schei. (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) entrada al PI; (...) mando, salida del PI.

### ***Realimentación de Schei, variante con GVA***

El tercer método de obtención del punto de cruce es la variante de [Schei, 1994] de la realimentación con relé, pero sustituyendo el relé por la GVA, según el esquema de la figura 4.34. Este es el método finalmente propuesto en la tesis para la obtención del punto de cruce.



**Figura 7.7** Ensayo de realimentación de Schei, variante con GVA. (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) entrada al PI; (...) mando, salida del PI.

La figura 7.7 muestra el ensayo correspondiente. Los parámetros del GVA utilizados en el ensayo son:  $agmax = gmin = 0$ ;  $agmin = 3$ ;  $gmax = 0,014$ . Los resultados son:

- Periodo de la pulsación de cruce  $T_0 = 286$  segundos.
- Margen de fase  $M_f = 29,2^\circ$

### Comparación

Se observa una diferencia relativamente importante entre los valores obtenidos mediante los tres métodos. Para evaluar la precisión de la identificación se ha realizado un ensayo de respuesta en frecuencia en lazo abierto, aplicando al conjunto planta + PI una señal senoidal de la frecuencia correspondiente a cada uno de los métodos. Se van a comparar la realimentación con relé, variante de Schei y la propuesta en la tesis, con GVA.

En el caso de realimentación con relé, variante de Schei se introduce una senoidal de periodo 314 segundos (el periodo de la pulsación de cruce según el ensayo correspondiente). Analizando las ondas de entrada y salida se obtiene:

$$A [P(j\omega)+PI(j\omega)] = 1,22 \qquad M_f [P(j\omega)+PI(j\omega)] = 32,6^\circ$$

Obsérvese que la ganancia de la planta y el control PI debería ser 1 si el periodo utilizado fuera realmente el correspondiente a la pulsación de cruce.

En el caso de la realimentación de Schei, pero utilizando GVA, se introduce una senoidal de periodo 286 segundos, obteniéndose:

$$A [P(j\omega)+PI(j\omega)] = 1,02 \qquad M_f [P(j\omega)+PI(j\omega)] = 29,1^\circ$$

La ganancia es prácticamente 1, lo cual indica que la identificación fue muy correcta. El resultado del método propuesto en la tesis supera claramente al obtenido con el método propuesto en [Schei, 1994].

## 7.3 Resultados experimentales de síntesis

En esta sección se analizan los resultados experimentales obtenidos con los controles diseñados mediante el proceso de síntesis propuesto en la tesis a partir de los resultados de la identificación.

### 7.3.1 Obtención de los parámetros del regulador

Los datos de partida, obtenidos en la identificación, son los siguientes:

#### *Realimentación con GVA*

- Periodo de oscilación  $T_u = 146$  segundos.
- Ganancia de oscilación  $K_u = 66$  p.u.

#### *Realimentación de Schei, variante con GVA*

- Periodo de la pulsación de cruce  $T_0 = 286$  segundos.
- Margen de fase  $M_f = 29,2^\circ$

Esta es la pulsación de cruce y el margen de fase de la planta con un control PI, donde la constante proporcional era  $K = 20,5$  y la integral  $T_i = 231$  segundos. Descontando el efecto que el control PI tiene en el módulo y fase a esa frecuencia, se obtiene:

- $T_0 = 286$  segundos  $\omega_0 = 0,022$  rad/s
- $A_0 = 0,0479$
- $\varphi_0 = -139,65^\circ$

Es interesante observar la relación entre estos datos y la figura 6.2. Para esta planta desconocida resultan  $\omega_0/\omega_u = 0,51$  y  $A_0/A_u = 3,2$ , valores que encajan con los representados en la figura 6.2, correspondientes a las plantas de la Batería.

### **Control PI**

Esta planta no tiene integración, por lo que los parámetros del control PI se obtienen de la tabla 6.1. Interpolando en esta tabla para  $\varphi_0 = -139,65^\circ$  se obtienen los parámetros normalizados:

- $K/K_u = 0,1713$
- $T_i/T_u = 1,0059$
- $b = 0,5998$

Deshaciendo la normalización se obtienen los parámetros definitivos:

- $K = 11,31$
- $T_i = 146,86$  segundos
- $b = 0,6$

### **Control PID**

Los parámetros del control PID para plantas sin integración se obtienen de la tabla 6.5. Interpolando en esta tabla para  $\varphi_0 = -139,65^\circ$  se obtienen los parámetros normalizados:

- $K/K_u = 0,7236$
- $T_i/T_u = 0,5247$
- $T_d/T_u = 0,1650$
- $b = 0,4160$

Deshaciendo la normalización se obtienen los parámetros definitivos:

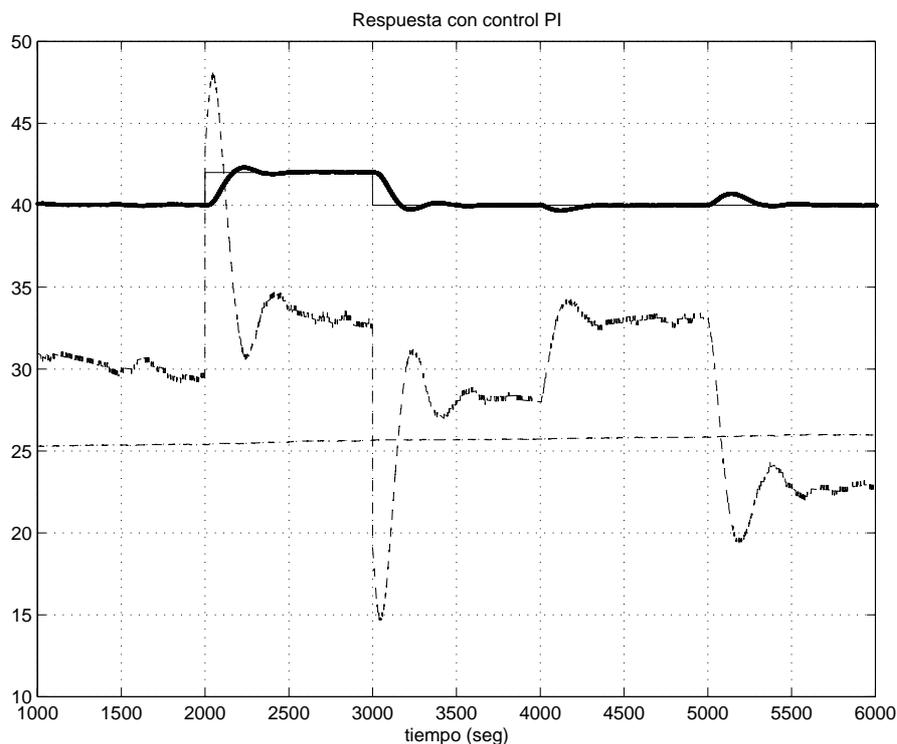
- $K = 47,76$
- $T_i = 76,6$  segundos
- $T_d = 24,086$  segundos      $f = 0,1$
- $b = 0,416$

Es interesante observar que la relación entre las constantes integral y diferencial es  $T_i/T_d = 3,2$ , no muy alejada de la recomendación clásica de  $T_i/T_d = 4$ .

### 7.3.2 Resultados experimentales con control PI

Utilizando el sistema de control descrito en §7.1 se han realizado varios ensayos con control Proporcional - Integral. La figura 7.8 muestra el comportamiento del sistema con el control PI en varias situaciones que después se analizan en detalle: cambios en la referencia y perturbación consistente en cambios de velocidad del ventilador. La figura incluye la referencia de temperatura del aire de salida del tubo, dicha temperatura, la temperatura ambiente y el mando (potencia de calentamiento). El tiempo está medido en segundos. En §7.1.1 se explicó que la temperatura ambiente es una perturbación que se suma a la variable controlada. Es interesante observar que cambia a lo largo del experimento. Además, el valor es ligeramente superior al que había durante los ensayos de identificación (ver figuras de §7.2). En los ensayos de identificación se consideró como punto de trabajo 40 °C. Pues bien, el cambio de temperatura ambiente supone un cambio del punto de trabajo a pesar de mantener la referencia en 40 °C, puesto que el mando (la

potencia de calentamiento) afecta directamente al incremento de temperatura sobre el ambiente e indirectamente a la temperatura medida de salida del tubo. Por tanto, el control utilizado no es el óptimo para esta situación aunque, como se observa en la figura 7.8, el comportamiento es correcto. En cualquier caso, si el cambio de temperatura ambiente llegara a afectar a la respuesta del sistema, el operador puede ordenar un nuevo Ajuste Automático, que realizaría la identificación para este nuevo punto de trabajo.



**Figura 7.8** Ensayo con control PI. (—) referencia; (—gruesa) temperatura; (-.-) temperatura ambiente; (---) mando.

Se observa también que el nivel de ruido en la medida es pequeño y el control PI lo amplifica moderadamente, apareciendo todavía pequeño en la señal de mando.

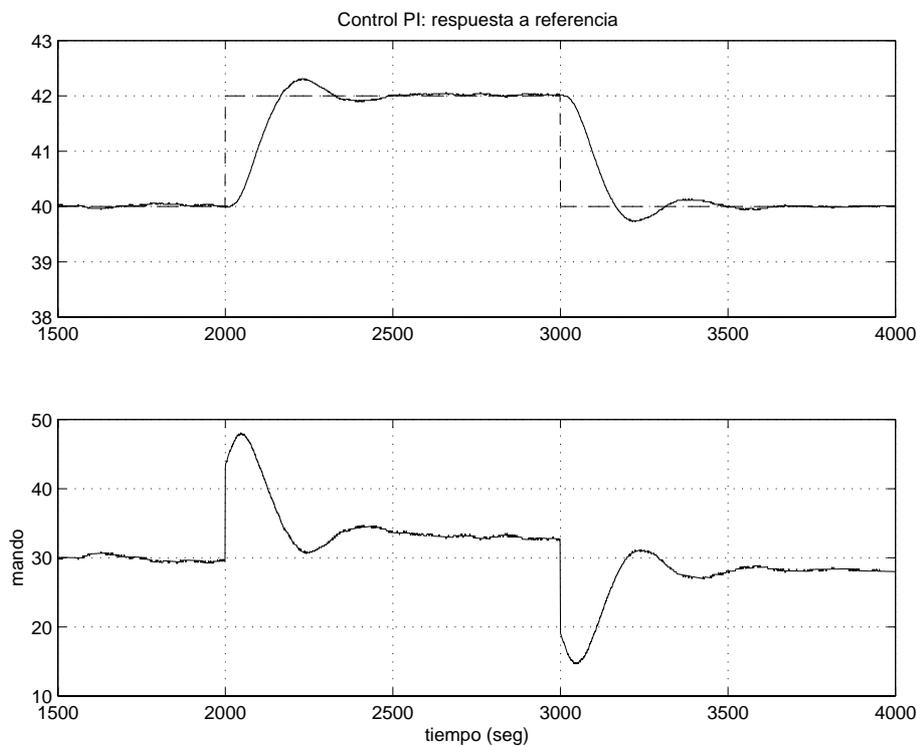
Los transitorios mostrados en la figura 7.8 son los siguientes:

- Estabilización del sistema con referencia 40 °C. Ventilador a velocidad intermedia (posición 3)
- $t = 2000$  s. Cambio en la referencia de 40 °C a 42 °C.
- $t = 3000$  s. Cambio en la referencia de 42 °C a 40 °C.

- $t = 4000$  s. Cambio en la velocidad del ventilador de intermedia a máxima (paso de posición 3 a posición 5)
- $t = 5000$  s. Cambio en la velocidad del ventilador de máxima a mínima (paso de posición 5 a posición 1)

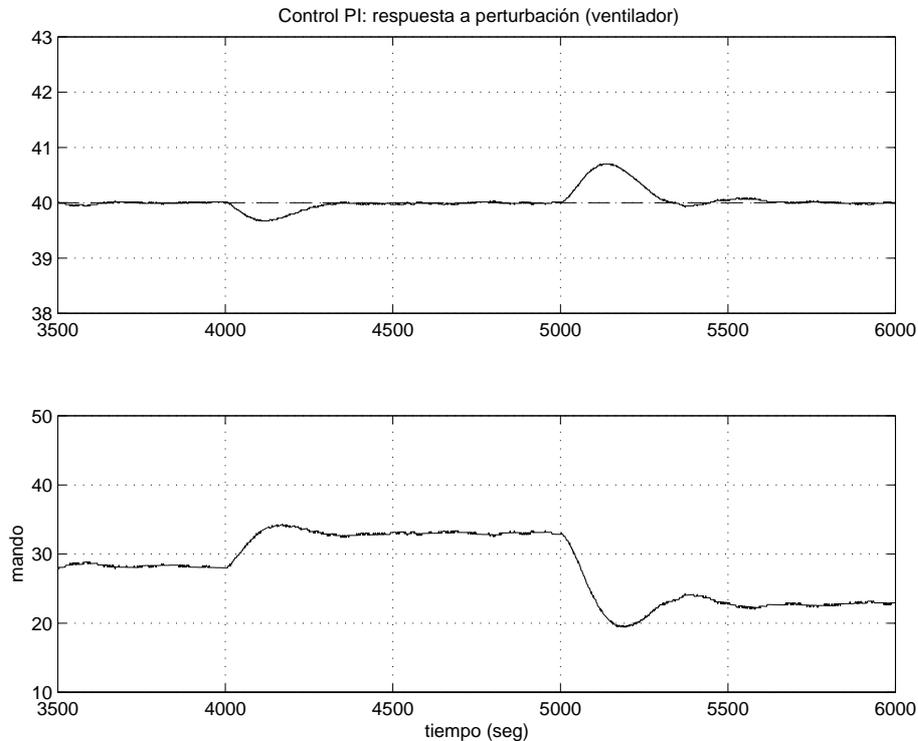
Estos transitorios y algún otro se analizan a continuación más en detalle.

### *Respuesta a referencia*



**Figura 7.9** Ensayo con control PI. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura;  
Gráfico inferior: (—) mando.

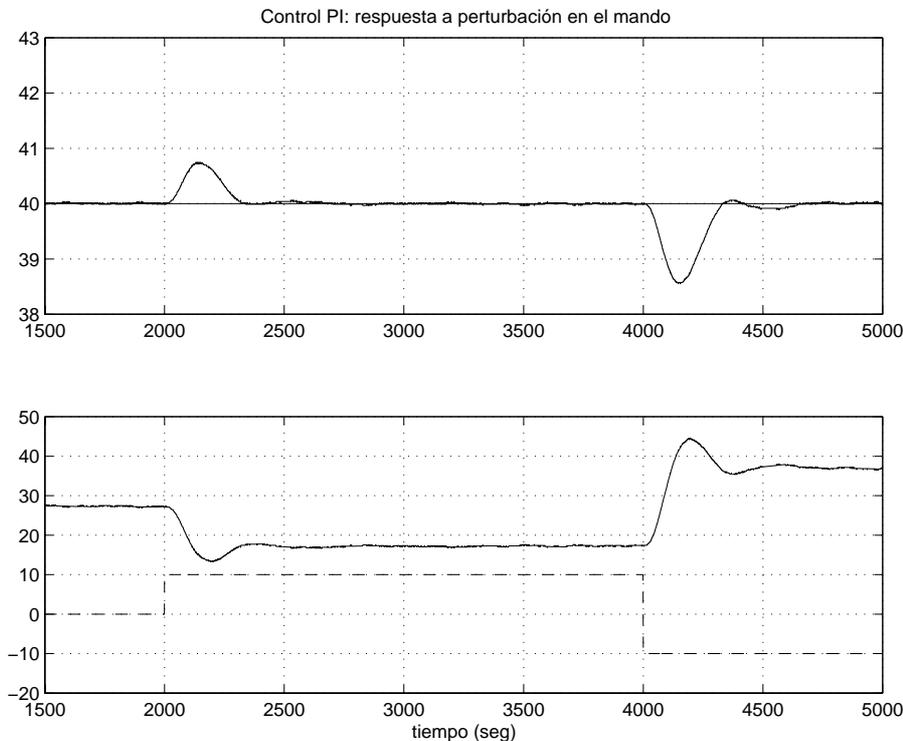
La figura 7.9 muestra la respuesta del sistema ante escalones de subida y de bajada en la referencia. La respuesta es correcta, con un sobrepaso de un 15,5 % en la subida y de un 13,9 % en la bajada, con un tiempo de pico aproximado de 230 segundos en ambos. El tiempo de establecimiento es en general una medida más fiable de la rapidez, pero en este caso su determinación viene influida por el ruido de medida.

**Respuesta a perturbación: variación en la velocidad del ventilador**

**Figura 7.10** Ensayo con control PI. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura; Gráfico inferior: (—) mando.

La figura 7.10 muestra la respuesta del sistema ante una perturbación consistente en variar la velocidad del ventilador. Inicialmente, el ventilador está en una velocidad intermedia (posición 3). En  $t = 4000$  segundos se pasa a velocidad máxima (posición 5) y en  $t = 5000$  segundos se pasa a velocidad mínima (posición 1). Ésta es una perturbación que afecta internamente a la planta, ya que condiciona la relación entre la potencia de calentamiento suministrada y el incremento de temperatura obtenido. La respuesta transitoria es correcta y el valor en régimen permanente del mando necesario para mantener los 40 °C de temperatura es diferente según la velocidad del ventilador. Obsérvese que el segundo transitorio es mayor que el primero porque el cambio de velocidad del ventilador también es mayor.

### Respuesta a perturbación sumada en el mismo punto que el mando



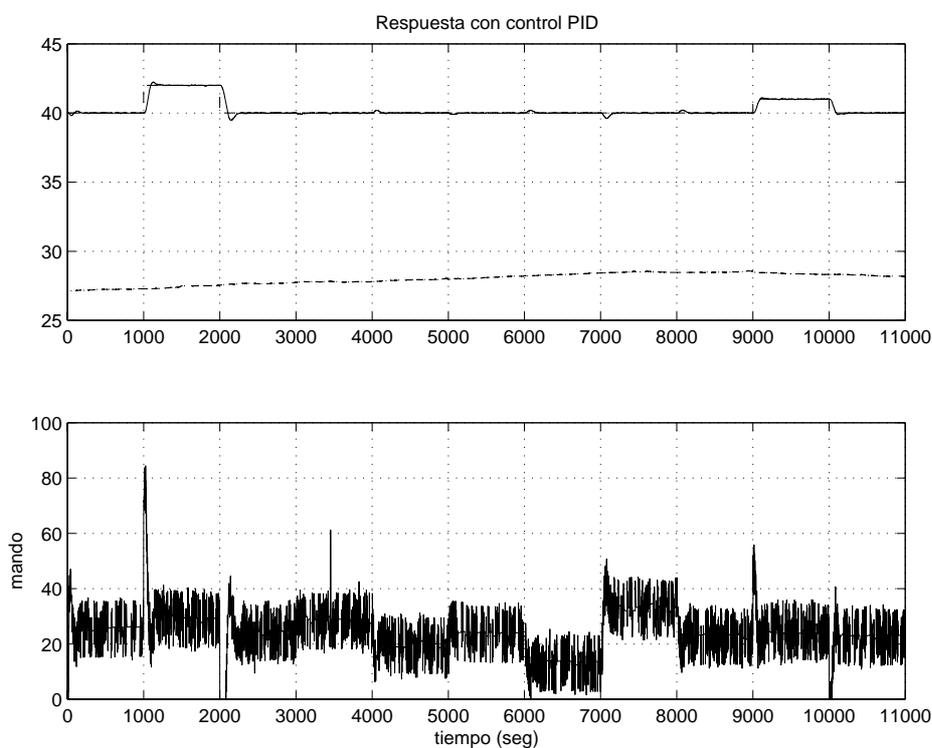
**Figura 7.11** Ensayo con control PI. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura; Gráfico inferior: (---) perturbación en el mando; (—) mando.

La figura 7.11 muestra un ensayo más con el control PI: la respuesta del sistema ante una perturbación introducida en el mismo punto que el mando. En  $t = 2000$  segundos se suma al mando un valor del 10 %, provocando un transitorio que el control resuelve correctamente. En  $t = 4000$  segundos el valor sumado al mando pasa de +10 % a -20 %. El transitorio provocado ahora es por tanto mayor, pero el control sigue respondiendo perfectamente.

### 7.3.3 Resultados experimentales con control PID

La figura 7.12 muestra el comportamiento del sistema con el control PID ante cambios en la referencia y perturbaciones en el mando y en la velocidad del ventilador. La temperatura ambiente cambia apreciablemente a lo largo del ensayo, con las consecuencias comentadas en §7.3.2. El nivel de ruido en la medida es similar al caso anterior, pero el

ruido en el mando es mucho mayor (gráfico inferior). Esto se debe a la acción diferencial, a pesar de tener un filtrado de la misma de valor  $f = 0,1$  (ver ecuación (5.13) en §5.2). A pesar de ser apreciable, el ruido en el mando no afecta al comportamiento del sistema, como se puede ver en las respuestas en el gráfico superior. La razón es que no llega a saturar y la planta filtra el ruido, como es habitual. En este caso concreto tampoco supone un desgaste del actuador, puesto que se traduce en la variación del ángulo de disparo de un rectificador electrónico.



**Figura 7.12** Ensayo con control PID. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura; (-.-) temperatura ambiente; Gráfico inferior: (—) mando.

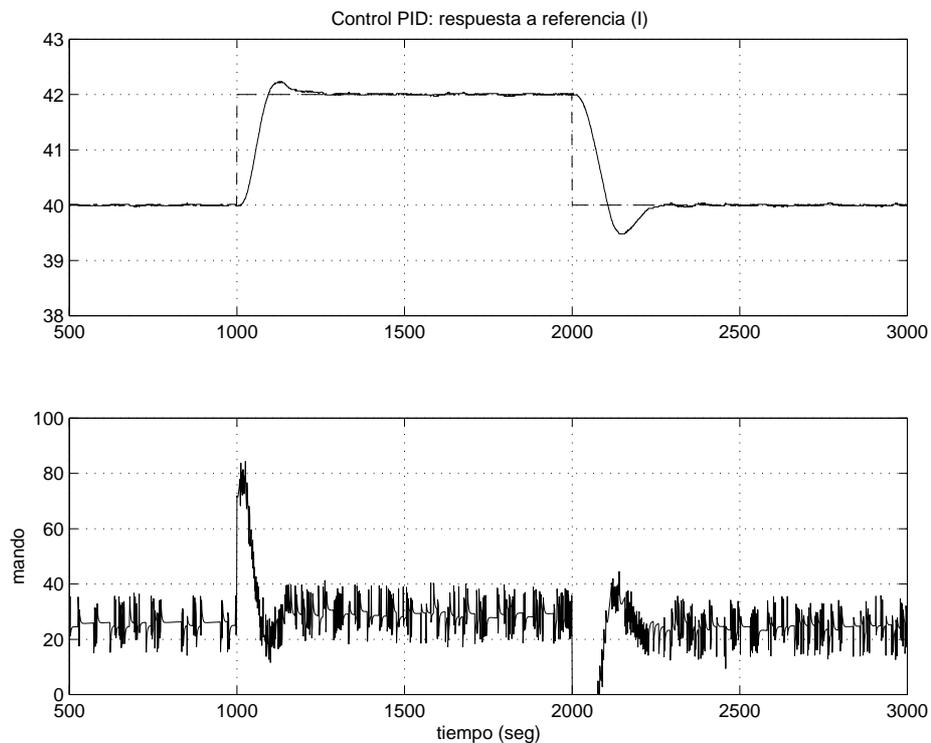
Los transitorios mostrados en la figura 7.12 son los siguientes:

- Estabilización de la temperatura del aire de salida a 40 °C, con velocidad intermedia en el ventilador (posición 3).
- $t = 1000$  s. Cambio en la referencia de 40 °C a 42 °C.
- $t = 2000$  s. Cambio en la referencia de 42 °C a 40 °C.
- $t = 3000$  s. Cambio en la velocidad del ventilador de intermedia (posición 3) a máxima (posición 5).

- $t = 4000$  s. Cambio en la velocidad del ventilador de máxima (posición 5) a mínima (posición 1).
- $t = 5000$  s. Estabilización de nuevo en la situación inicial.
- $t = 6000$  s. Perturbación sumada en el mismo punto que el mando. Pasa de 0 a 10%.
- $t = 7000$  s. Perturbación sumada en el mismo punto que el mando. Pasa de +10 % a -10%.
- $t = 8000$  s. Estabilización de nuevo en la situación inicial.
- $t = 9000$  s. Cambio en la referencia de 40 °C a 41 °C.
- $t = 10000$  s. Cambio en la referencia de 41 °C a 40 °C.

Estos transitorios se analizan en detalle a continuación.

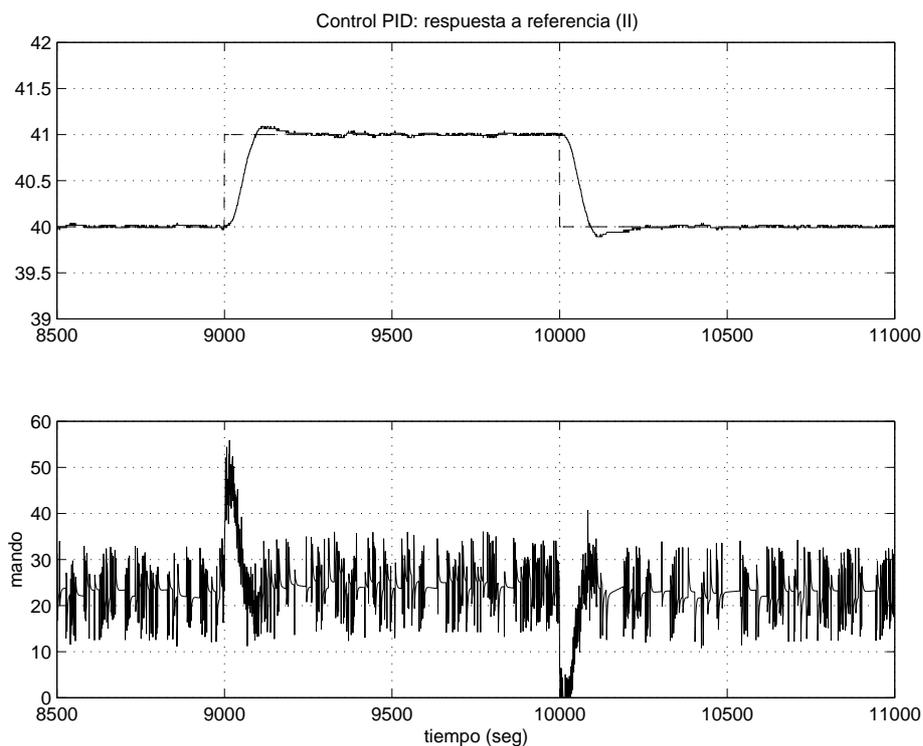
### *Respuesta a referencia*



**Figura 7.13** Ensayo con control PID. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura;  
Gráfico inferior: (—) mando.

La figura 7.13 muestra la respuesta del sistema con control PID ante escalones en la referencia de amplitud 2, igual que en el caso del control PI. En el escalón de subida se aprecia el incremento de velocidad con respecto al control PI (figura 7.9). El sobrepaso es ahora de un 11,8 % (frente al 15,5 % del PI) pero el tiempo de pico ha pasado a ser de 130 segundos. El escalón de bajada resulta muy diferente del de subida, con un sobrepaso del 26,1 % y velocidad mayor que en el PI, pero menor que en la subida. La razón, como se puede apreciar en el gráfico inferior de la figura 7.13, es la saturación del mando. Además, el control PI utilizado en este caso no tiene ningún mecanismo de *anti-windup*, aunque por supuesto se le puede añadir.

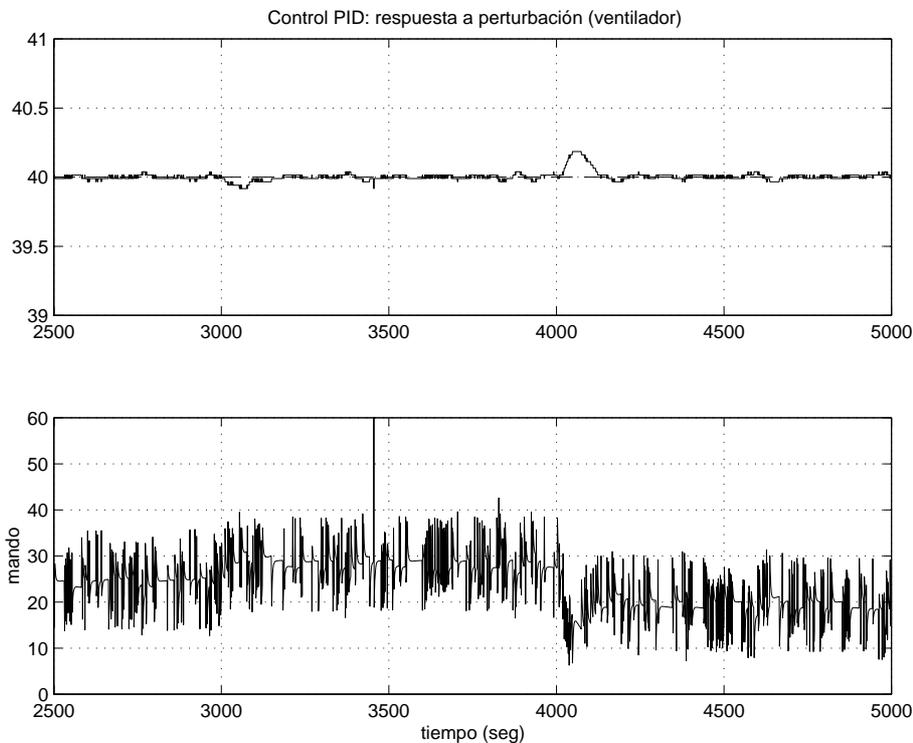
Puesto que esta cuestión desvirtúa la comparación entre el control PI y el PID se realizó de nuevo el ensayo, pero con un escalón en la referencia de sólo 1 °C.



**Figura 7.14** Ensayo con control PID. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura;  
Gráfico inferior: (—) mando.

El resultado se muestra en la figura 7.14, donde los escalones de subida y bajada producen respuestas similares y más rápidas que las obtenidas con el control PI.

### *Respuesta a perturbación: variación en la velocidad del ventilador*



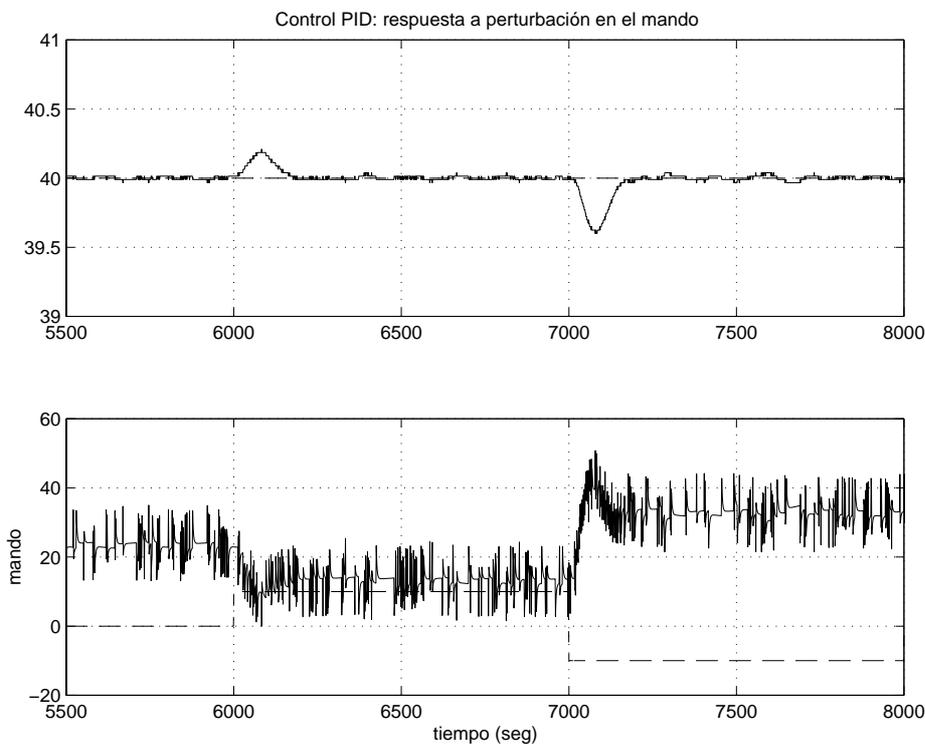
**Figura 7.15** Ensayo con control PID. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura; Gráfico inferior: (—) mando.

La figura 7.15 muestra la respuesta del sistema ante una perturbación consistente en cambiar la velocidad del ventilador. Éste gira inicialmente a una velocidad intermedia (posición 3); en  $t = 3000$  segundos se pasa a velocidad máxima (posición 5) y en  $t = 4000$  segundos se pasa a velocidad mínima (posición 1). Este ensayo es equivalente al representado en la figura 7.10, pero ahora con control PID en lugar de PI. El primer transitorio apenas afecta a la temperatura controlada. El segundo sí es apreciable, pero el cambio que provoca en la temperatura es mucho menor que en el caso del control PI (téngase en cuenta el cambio de escala entre las dos figuras) y además se corrige en un tiempo mucho menor, como era de esperar.

### *Respuesta a perturbación sumada en el mismo punto que el mando*

Finalmente, la figura 7.16 muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación introducida en el mismo punto que el mando. Es un ensayo equivalente al

representado en la figura 7.11, pero ahora con control PID en lugar de PI. Igual que en el caso anterior, el efecto de las perturbaciones es menor tanto en amplitud como en tiempo con el control PID (téngase en cuenta el cambio de las dos escalas entre las dos figuras).



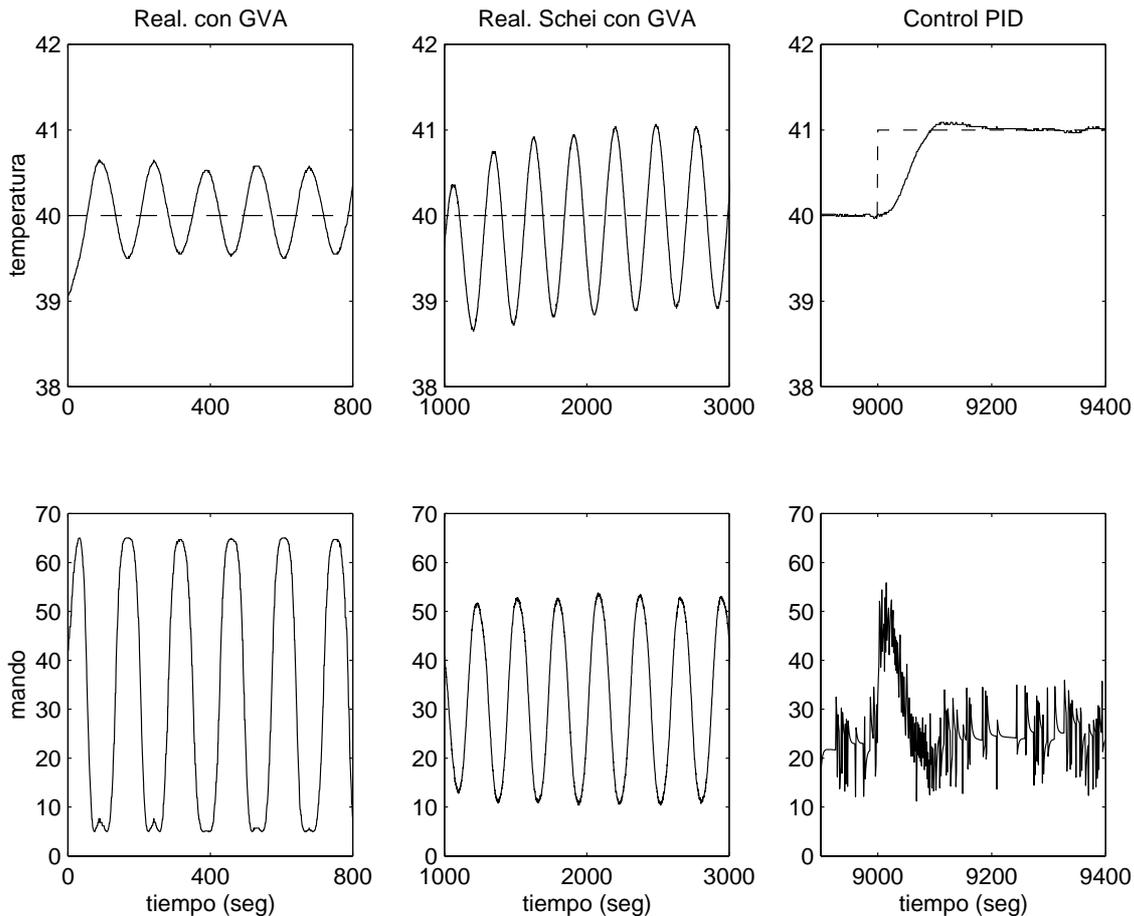
**Figura 7.16** Ensayo con control PID. Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura; Gráfico inferior: (---) perturbación en el mando; (—) mando.

## 7.4 Proceso completo de Ajuste Automático

El proceso completo de Ajuste Automático consta de los siguientes pasos:

- Se parte del sistema estabilizado en un determinado punto de trabajo, aunque en §4.5 se daban orientaciones sobre cómo llegar a esta situación.
- Identificación del punto de oscilación de la planta mediante la realimentación con la Ganancia Variable con la Amplitud (GVA). Determinación de un control PI sencillo a partir de esta información (ecuación (4.9) en §4.3).
- Identificación del punto de cruce de la planta con dicho control PI mediante la realimentación de Schei, variante con GVA.

- Determinación de los parámetros del regulador mediante las tablas 6.1, 6.3, 6.5 ó 6.7 según se trate de una planta sin o con integración y según se desee un control PI ó PID. Con esto termina el Ajuste Automático, pasando a funcionamiento normal.



**Figura 7.17** Proceso completo de Ajuste Automático y control PID.

Gráfico superior: (---) referencia; (—) temperatura. Gráfico inferior: (—) mando.

La figura 7.17 muestra el proceso completo de Ajuste Automático aplicado a la planta en estudio. Los gráficos superiores indican la referencia y la temperatura controlada. Los gráficos inferiores indican el mando. Se representan extractos de las figuras mostradas anteriormente en el capítulo, por lo que el origen de tiempos de cada segmento no guarda relación con el de los demás. El tiempo está en todos los segmentos en segundos, pero el intervalo mostrado es el más adecuado en cada caso. Las escalas verticales sí se han hecho coincidir en todos los segmentos. Se pueden realizar las siguientes observaciones:

- Los parámetros utilizados en los ensayos de identificación son los indicados en las secciones correspondientes. Otros parámetros razonables habrían dado lugar a otras amplitudes en las oscilaciones, pero la información obtenida habría sido la misma.
- El Ajuste Automático finaliza con el segundo segmento. El tercer segmento muestra ya el funcionamiento normal del regulador. Como ejemplo para esta figura se ha escogido un cambio en la referencia con control PID.
- La temperatura ambiente era superior durante el ensayo de funcionamiento con control PID que durante los ensayos de identificación. Como ya se explicó anteriormente, esto es equivalente en este sistema a un cambio del punto de trabajo. Una consecuencia de esta cuestión es que el valor inicial del mando en el tercer segmento (el necesario para mantener 40 °C) es ligeramente inferior al valor medio del mando en los segmentos anteriores, donde la temperatura estaba oscilando alrededor del mismo valor de temperatura de 40 °C.

## 7.5 Conclusiones

Las principales conclusiones de este capítulo son las siguientes:

- Dado el enfoque eminentemente práctico de esta tesis, la comprobación de los resultados teóricos obtenidos mediante ensayos experimentales cobra una especial importancia. Se han realizado ensayos en laboratorio con un prototipo de una planta industrial de control de la temperatura de un flujo de aire.
- En cuanto a la identificación del punto de oscilación, se han realizado ensayos de realimentación con relé y con GVA. Para estudiar la precisión de los resultados obtenidos con cada uno de ellos se han realizado también ensayos de lazo abierto. Los resultados experimentales confirman los estudios teóricos: la realimentación con la GVA es superior.

- En lo referente a la identificación del punto de cruce de la planta con el control PI se ha seguido el mismo procedimiento. Se han ensayado las tres técnicas analizadas teóricamente en el capítulo 4 y se han evaluado los resultados mediante ensayos de lazo abierto. Los resultados experimentales confirman también en este caso las conclusiones extraídas de los estudios teóricos. La técnica propuesta en la tesis, la realimentación de Schei, variante con GVA, proporciona los mejores resultados.
- La síntesis de los parámetros del regulador se realiza mediante las tablas obtenidas en el capítulo 6 a partir de la información obtenida en la fase de identificación. Los resultados con control PI y PID son excelentes, tanto en la respuesta del sistema a referencia como en la respuesta ante diferentes perturbaciones.
- En conjunto, los resultados experimentales confirman plenamente la validez de los algoritmos de identificación y síntesis propuestos en la tesis y por tanto del método completo de Ajuste Automático.

# Capítulo 8

---

## Conclusiones

Este último capítulo de la tesis está dividido en tres partes. En §8.1 se hace un breve resumen de los capítulos anteriores, indicando las conclusiones que pueden extraerse del conjunto. En §8.2 se resaltan las aportaciones originales del trabajo. Finalmente, en §8.3 se hacen sugerencias sobre futuros trabajos de interés relacionados con el desarrollado en la tesis.

### 8.1 Resumen y conclusiones

Esta tesis presenta un nuevo método de Ajuste Automático de reguladores industriales del tipo PID. El planteamiento del trabajo es eminentemente práctico y está orientado a la obtención de un método de fácil implantación en un regulador de propósito general.

La revisión bibliográfica (§2) de los métodos de Ajuste Automático existentes en la actualidad permite situar el punto de partida del trabajo desarrollado en esta tesis a partir de las conclusiones extraídas, entre las que destacan las siguientes:

- Las dos fases que integran cualquier método de Ajuste Automático (identificación de la planta y síntesis de los parámetros del regulador) no están suficientemente diferenciadas en la literatura.
- En la fase de identificación de la planta, la información que se extrae sobre la respuesta en frecuencia de la misma (punto de oscilación y ganancia estática) es insuficiente.
- En la fase de síntesis, las limitaciones de los métodos actuales se deben, principalmente, a la insuficiente información de la que parten (procedente de la fase de identificación de la planta).

De acuerdo con esta situación de partida, la tesis se centra en mejorar primero la identificación de la planta para luego diseñar el regulador aprovechando al máximo la información obtenida.

Otra causa importante de las limitaciones de los métodos actuales es la gran dispersión de características que presentan las plantas industriales. Por ello, en el capítulo 3 se presenta una Batería de Plantas que trata de representar la variedad existente en la práctica industrial. En §3.2 se explica cómo se han seleccionado estas plantas. En §3.3 se comparan las diferentes plantas mediante su respuesta en frecuencia, utilizando el diagrama de Black. En §3.4 se emplea la Batería de Plantas para justificar las limitaciones de la identificación utilizada en los métodos existentes.

Recogiendo las conclusiones de los capítulos 2 y 3, el capítulo 4 se dedica a la fase de identificación de la planta. Se realiza la identificación en la respuesta en frecuencia, que consideramos aporta ventajas considerables sobre la identificación en la respuesta temporal. Se van a identificar dos puntos de la respuesta en frecuencia: §4.2 se dedica a la obtención del punto de oscilación, mientras que §4.3 aborda la identificación del punto de cruce de la planta con un control diseñado a partir del punto de oscilación.

Para la identificación del punto de oscilación (§4.2) se analizan dos métodos. El primero es sobradamente conocido y ha sido ampliamente utilizado en la industria: es el método de realimentación con relé (§4.2.1). De este método sólo se realiza una breve descripción, puntualizando algunas cuestiones y destacando los aspectos más importantes para compararlo con otras técnicas.

El segundo método es novedoso: la realimentación con la Ganancia Variable con la Amplitud, GVA (§4.2.2). Esta nueva técnica es estudiada en detalle. En primer lugar se describe el algoritmo. En segundo lugar se analiza utilizando la técnica de la Función Descriptiva, ya que es un algoritmo no lineal. Después de algunas cuestiones se comparan la realimentación con la GVA y la realimentación con el relé, analizando ventajas e inconvenientes de cada una. La comparación se basa en el comportamiento de ambas técnicas aplicadas a todas las plantas de la Batería. La principal conclusión es que la

realimentación con la GVA aporta una precisión mayor que con el relé, especialmente en el caso de que el nivel de ruido del sistema obligue a usar una histéresis apreciable en el relé. La única desventaja es la posibilidad de una mayor rapidez en la realimentación con relé, pero este inconveniente inicial de la GVA puede solventarse si se dispone de algo de información sobre la planta, situación habitual según se discute en §4.2.2.

Para la identificación del punto de cruce se presentan tres métodos diferentes. El primero (§4.3.1) es una técnica novedosa, dual a la realimentación con la GVA: la realimentación con el Retardo Variable con la Amplitud (RVA). Esta técnica es analizada en detalle siguiendo los mismos pasos que en el análisis de la realimentación con GVA.

El segundo método (§4.3.2) es una variante de la realimentación con relé, de forma que se obtiene el punto de cruce en lugar del de oscilación [Schei, 1994], [Åström, 1996].

El tercer método (§4.3.3) utiliza la idea del segundo, pero sustituyendo el relé por la GVA. Dado que la realimentación con GVA da mejores resultados que la realimentación con relé, era de esperar que también en esta nueva configuración el resultado mejorara.

En §4.3.4 se comparan las tres formas de obtener el punto de cruce. La principal conclusión es que el tercer método aporta un incremento importante de la precisión, aun en el caso de que en el segundo método no sea necesaria la utilización de histéresis en el relé.

El apartado §4.4 explora la cuestión de la determinación automática de los parámetros de los ensayos anteriores de identificación. Esta no es una cuestión central de la tesis, pero se aportan algunas ideas y ayuda a situar el marco de trabajo del método propuesto. En §4.5 se analiza la posibilidad de terminar la fase de identificación del método propuesto con la obtención de un modelo de la planta más complejo que el utilizado habitualmente, para que sea capaz de recoger adecuadamente la información obtenida.

En resumen, para la fase de identificación del método de Ajuste Automático se presentan algoritmos robustos que permiten obtener dos puntos relevantes de la respuesta en frecuencia de la planta.

El capítulo 5 se dedica a la segunda fase del método de Ajuste Automático: la síntesis de los parámetros del regulador. En §5.2 se determina la estructura del regulador PID que se propone utilizar en la tesis. Esta estructura recoge las variantes más interesantes del algoritmo PID original que se han aportado durante las décadas de uso del mismo. Entre ellas destacan, por ejemplo, el filtrado de la acción diferencial y la ponderación de la referencia.

Como técnica de diseño se ha escogido la optimización basada en un índice de la integral del error en el tiempo (§5.3). En concreto se ha realizado la optimización basada en el conocido índice ITAE (integral del valor absoluto del error ponderada con el tiempo):

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

Esta técnica es conocida y habitualmente se decide si es más relevante para un sistema de control concreto la respuesta a referencia o la respuesta a perturbación. En la tesis se realiza la optimización en dos pasos, lo que permite obtener una respuesta muy satisfactoria tanto frente a referencia como frente a perturbación. Esto es posible gracias a la flexibilidad que aporta la estructura escogida del regulador PID, con ponderación de la referencia.

En el primer paso se optimiza según el índice ITAE la respuesta a un escalón en la perturbación, pero con restricción  $M_s \leq 2$ , siendo  $M_s$  el máximo de la *función sensibilidad*:

$$M_s = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + C(j\omega) P(j\omega)} \right|$$

Esta restricción es necesaria para asegurar el correcto amortiguamiento del sistema que resulta. Puesto que el parámetro  $b$  de ponderación de la referencia (ver §5.2) no interviene en la respuesta a perturbación, esta optimización permite obtener el resto de parámetros del regulador:  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$ .

En el segundo paso se realiza la optimización con índice ITAE de la respuesta del sistema a un escalón en la referencia dados los valores de  $K$ ,  $T_i$  y  $T_d$  obtenidos en el paso anterior. Esta optimización permite obtener el valor óptimo del parámetro  $b$ .

La aplicación de esta técnica de diseño a las plantas de la Batería permite confirmar la validez del método, incluyendo comparaciones con otros métodos (§5.4).

El capítulo 6 se dedica a la normalización y aproximación del control óptimo. El objetivo del trabajo desarrollado en este capítulo es simplificar la información para hacer viable una implantación práctica del método propuesto. El punto de partida es el control óptimo para cada una de las plantas de la Batería, obtenido según lo descrito en el capítulo 5. Es necesario relacionar estos controles con los dos puntos de la respuesta en frecuencia obtenidos en la identificación y simplificar estas relaciones al máximo. Después de normalizaciones sencillas y conocidas se consigue poner los controles en función de un único parámetro representativo  $\phi_0$  (§6.2). Se observa entonces que es necesario tratar por separado las plantas con integración y las que no la tienen. El siguiente paso es obtener una aproximación de las curvas de los controles óptimos de las planta de la Batería. El objetivo es obtener los parámetros de control óptimos para una planta cualquiera en función del parámetro  $\phi_0$  que se obtiene a partir de los ensayos de identificación. Las aproximaciones se pueden hacer mediante funciones o mediante tablas (§6.3.2), habiéndose optado finalmente por tablas. Se analizan distintos criterios para generar las tablas. En §6.3.3 se muestran las aproximaciones resultantes distinguiendo cuatro casos: por una parte, plantas con o sin integración; por otra parte, control PI o control PID. En §6.4 se analiza el error que se comete al utilizar las aproximaciones, no sólo en el valor de cada uno de los parámetros sino también en índices de comportamiento del sistema (como el ITAE) que reflejan el efecto conjunto de las desviaciones de cada parámetro. Este análisis permite concluir que la *Aproximación II* (más compleja pero conceptualmente más completa) aporta en este caso resultados muy similares a la *Aproximación I* (más sencilla), por lo que será ésta la que se utilice. Las ideas aportadas en la *Aproximación II* podrán ser utilizadas en otro caso.

En resumen, el trabajo de normalización y aproximación permite una fácil implantación del método, suministrando tablas que permiten obtener los parámetros adecuados del regulador en función de parámetros obtenidos en los ensayos de identificación.

Dada la orientación eminentemente práctica de la tesis, los resultados experimentales (§7) cobran aún más importancia. Se ha aplicado el método a un prototipo de un sistema de control de la temperatura de salida de un flujo de aire. Se han comprobado los algoritmos de identificación y se han aplicado los controles PI y PID proporcionados por el método, estudiando la respuesta del sistema ante referencia y ante diferentes perturbaciones. Los resultados experimentales confirman plenamente la validez del método.

## 8.2 Aportaciones originales

La aportación global de la tesis es la presentación de un nuevo método completo de Ajuste Automático de reguladores industriales de tipo PID. Las aportaciones concretas más importantes son:

- Desde el punto de vista del enfoque general del trabajo, la principal aportación es la separación clara entre la parte de identificación y la parte de síntesis del Ajuste Automático. Esta separación ha permitido clarificar las causas de las limitaciones de los métodos existentes actualmente y abordar el trabajo de tesis partiendo de la idea clara de que para mejorar el conjunto del Ajuste Automático era necesario primero mejorar la identificación de la planta.
- La Batería de Plantas no es estrictamente una aportación original de la tesis, pero su uso es ocasional en la literatura. Se ha formado la Batería con plantas que diferentes autores presentan como modelos de procesos industriales. Se han analizado las diferencias entre las plantas desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia, el más interesante para el diseño de los controles. Finalmente, no sólo se ha utilizado en la síntesis del regulador, sino que se ha utilizado para validar cada parte del trabajo. Esto refuerza la

orientación práctica de esta tesis, cuyo objetivo final es un método de fácil implantación en un regulador de propósito general.

- En cuanto a la fase de identificación, la principal aportación original es el método de realimentación con la *Ganancia Variable con la Amplitud* (GVA), que permite obtener el punto de oscilación de la planta. La información obtenida es la misma que la que proporciona la conocida realimentación con relé pero la precisión es mayor, especialmente en el caso de que el relé necesite de una histéresis apreciable debido al nivel de ruido existente en el sistema.
- También dentro de la identificación, para la obtención del punto de cruce se aportan dos ideas originales. La primera es la realimentación con el *Retardo Variable con la Amplitud* (RVA) Esta técnica es interesante conceptualmente, pero proporciona resultados inferiores a los de otros métodos. La segunda es una modificación de un esquema presentado en la literatura, sustituyendo el relé incluido en el esquema por el bloque GVA presentado en la tesis. Los resultados son superiores con el método propuesto en la tesis.
- La idea de que es necesario que la fase de identificación aporte información de más puntos de la respuesta en frecuencia (aparte de la ganancia estática) no es completamente original de la tesis, pero aparece de forma muy aislada y vaga en la literatura. Además, no se da el paso de utilizar esa mayor cantidad de información en la fase de síntesis (diseño de los parámetros de control).
- En casi todos los métodos existentes la fase de identificación termina con la obtención de un modelo de la planta (frecuentemente de primer orden con retardo) que sirve como punto de partida para el diseño del regulador. En esta tesis hay dos aspectos novedosos relacionados con el modelo. En primer lugar, en el método propuesto el modelo queda implícito: se obtienen los parámetros del regulador directamente a partir de la información procedente de la identificación. En segundo lugar, si se desea a pesar de todo obtener un modelo (por ejemplo para asesoramiento del usuario) éste será más

---

completo, puesto que se dispone de más información sobre la planta. Este tema no está desarrollado a fondo en la tesis, pero se comenta en §4.5.

- En la parte de síntesis (diseño de los parámetros del regulador) la aportación más significativa es el aprovechamiento de la flexibilidad que proporciona la ponderación de la referencia para optimizar simultáneamente las respuestas ante referencia y ante perturbación, en lugar de tener que dar más importancia en el diseño a una de las dos.
- La normalización y aproximación permite relacionar entre sí los algoritmos propuestos de identificación y de síntesis. La primera aportación importante en este tema es la conclusión de que un sólo parámetro (en la tesis se utiliza  $\phi_0$ ) es suficiente para representar adecuadamente la información contenida en el segundo punto de la respuesta en frecuencia (el primero es el de oscilación). Esto permite en la práctica obtener los parámetros de control en función de dos puntos de la respuesta en frecuencia con el mismo nivel de complejidad que en los métodos que utilizan el punto de oscilación y la ganancia estática.
- La segunda aportación en este campo es la denominada en la tesis como *Aproximación II*, donde se aproximan los controles óptimos teniendo en cuenta el efecto conjunto de los mismos en el comportamiento del sistema, en lugar de aproximar cada parámetro por separado. En el caso tratado en la tesis la mejora aportada por esta idea es pequeña, pero la metodología es válida para ser aplicada en otras ocasiones, donde la mejora sea más apreciable.
- La aportación más significativa del método completo es que proporciona el Ajuste Automático tanto para plantas sin integración como con ella. Este método mejora el comportamiento en el caso de plantas sin integración, pero los métodos existentes ya daban buenos resultados. Sin embargo, los métodos basados en la ganancia estática de la planta no funcionan correctamente en el caso de plantas con integración, mientras que el método presentado en la tesis sí lo hace. Esto es una consecuencia directa de la mejora

en la fase de identificación y del aprovechamiento de esta mejora en la síntesis del regulador.

### 8.3 Sugerencias para futuros desarrollos

En nuestra opinión, hay una serie de trabajos que pueden enriquecer y prolongar el alcance del trabajo aquí expuesto. En algunos casos son cuestiones que se salen claramente del objetivo fundamental de la tesis, mientras que en otros casos podrían haber formado parte de ella. Algunas sugerencias son:

- Recientemente se está insistiendo más en la necesidad de disponer de una Batería de Plantas representativa de la práctica industrial para validar los métodos propuestos. En la tesis se ha utilizado una que se considera fiable, pero siempre se puede completar con otras plantas o eliminar las que menos aporten al conjunto.
- Creemos que la identificación de dos puntos significativos de la respuesta en frecuencia es suficiente para realizar el Ajuste Automático correctamente. Sin embargo, siempre se puede mejorar la identificación obteniendo más puntos. En todo caso, parece que esto puede ser interesante sólo si se hace sin incrementar el tiempo necesario para la identificación, en la línea de [McCormack y Godfrey, 1998].
- Uno de los aspectos que es interesante completar con vistas a la implantación del método es el de la determinación automática de los parámetros de los ensayos de identificación. En la tesis se esbozan algunas ideas, pero no se estudia a fondo. Aquí entra también la cuestión de la “filosofía” del fabricante, en cuanto a darle al sistema más flexibilidad obligando al usuario a fijar algunos parámetros o, por el contrario, procurar que el equipo automatice al máximo el proceso sin que el usuario tenga que intervenir.
- En la tesis se han generado tablas que dan los parámetros de reguladores PI y PID. Siguiendo el mismo procedimiento se pueden generar controles P, PD o cualquier combinación. Asimismo, se ha fijado un filtrado de  $f = 0,1$  en la acción diferencial y se

ha fijado la restricción de  $M_s < 2$ . Se pueden generar tablas para otros valores de filtrado y sistemas más o menos amortiguados variando el parámetro  $M_s$  en las optimizaciones.

- En la tesis se ha hecho hincapié en separar la identificación y la síntesis. Si se desarrollan algoritmos mejores de síntesis se puede construir un método de Ajuste Automático aprovechando la parte de identificación y viceversa.
- En la línea de lo anterior, un complemento interesante de la tesis sería el que, a partir de la información obtenida en la identificación se asesorara al usuario sobre la conveniencia de usar un regulador PID. Por ejemplo, si el sistema contiene importantes retardos, se puede aconsejar el uso de un control apropiado para esta situación, como el predictor de Smith. Este control puede estar también diseñado previamente. Incluso, el “consejo al usuario” puede ser sustituido por un sistema experto, que aplica el control más adecuado según el tipo de sistema que se trate de controlar: sistemas con grandes retardos, sistemas oscilantes, etc. Para esta tarea puede ser interesante hacer explícito un modelo de la planta, que en el método propuesto en la tesis ha quedado implícito.
- El método de Ajuste Automático desarrollado funciona correctamente con todas las plantas de la Batería, que representan a la inmensa mayoría de los procesos industriales. Hay tipos de plantas consideradas como “difíciles de controlar” y/o extrañas en la industria. Será interesante realizar un estudio más exhaustivo del comportamiento del método con este tipo de plantas. Obsérvese que algunas de ellas están ya incluidas en la Batería, como plantas con grandes retardos, plantas de orden elevado, plantas con ceros en el semiplano derecho, etc., por lo que no son de esperar grandes sorpresas. Otras no están directamente consideradas, como plantas con modos muy oscilatorios, por lo que será necesario evaluar el comportamiento del método con ellas.
- El método propuesto está prácticamente listo para ser implantado en un regulador industrial. El trabajo que falta por desarrollar depende en gran parte de las preferencias del fabricante, especialmente en el aspecto comentado de dar más flexibilidad obligando

al usuario a intervenir o bien automatizar al máximo el proceso, liberando al usuario de esa tarea.

- En la literatura aparecen extensiones de los métodos de Ajuste Automático actuales a sistemas de varias entradas y varias salidas (MIMO). En especial, extensiones de la realimentación con relé a sistemas  $2 \times 2$ . En la tesis no se ha abordado esta cuestión en absoluto, pero sería interesante tratar de generalizar el método desarrollado. De la misma manera, también será interesante estudiar la posible aplicación de las ideas presentadas al ajuste automático de prealimentaciones.



# Bibliografía

---

El encabezamiento de cada referencia es la forma en que se cita en el texto. Si son más de dos autores se indica sólo el primero, añadiendo “y otros”.

[Al-Assadi y Al-Chalabi, 1987]

Al-Assadi, S. A. K. y L. A. M. Al-Chalabi (1987). “Optimal Gain for Proportional-Integral-Derivative Feedback”. *IEEE Control Systems*, Dec. 1987, pp. 16-19.

[Åström, 1983]

Åström, K. J. (1983). “Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey”. *Automatica*, vol. 19, no. 5, pp. 471-486.

[Åström, 1987]

Åström, K. J. (1987). “Adaptive Feedback Control”. *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, no. 2, pp. 185-217.

[Åström, 1996]

Åström, K. J. (1996). “Tuning and Adaptation”. *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 1-18.

[Åström y Hägglund, 1984]

Åström, K. J. y T. Hägglund (1984). "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins". *Automatica*, vol. 20, no. 5, pp. 645-651.

[Åström y Hägglund, 1995]

Åström, K. J. y T. Hägglund (1995). *PID Control - Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, USA, second edition.

[Åström y Wittenmark, 1990]

Åström, K. J. y B. Wittenmark (1990). *Computer Controlled Systems - Theory and Design*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, second edition.

[Åström y Wittenmark, 1995]

Åström, K. J. y B. Wittenmark (1995). *Adaptive Control*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts, USA, second edition

[Åström y otros, 1992]

Åström, K. J., C. C. Hang, P. Persson y W. K. Ho (1992). "Towards Intelligent PID Control". *Automatica*, vol. 28, no. 1, pp. 1-9.

[Åström y otros, 1993]

Åström, K. J., T. Hägglund y A. Wallenborg (1993). "Automatic Tuning of Digital Controllers with Applications to HVAC Plants". *Automatica*, vol. 29, no. 5, pp. 1333-1343.

[Bi y otros, 1997]

Bi, Q., Q. Wang y C. Hang (1997). "Relay-based Estimation of Multiple Points on Process Frequency Response". *Automatica*, vol. 33, no. 9, pp. 1753-1757.

[Calcev y Gorez, 1996]

Calcev, G. y R. Gorez (1996). "A Fast Iterative Technique for On-Line Tuning of PI Controllers". *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 660-664.

[Carels y Gorez, 1996]

Carels, P. y R. Gorez (1996). "An Approach to Automatic Tuning of Feedback Controllers. Application to Internal Model Control Systems". *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 650-655.

[Chidambara, 1970]

Chidambara, M. R. (1970). "Chemical process control - A new technique for adaptive tuning of controllers". *Int. J. Control*, vol. 12, no. 6, pp. 1057-1074.

[Cluett y Goberdhansingh, 1990]

Cluett, W. R. y E. Goberdhansingh (1990). "Autotuning for Model-based Predictive Control". *Automatica*, vol. 26, no. 4, pp. 691-697.

[Cohen y Coon, 1953]

Cohen, G. H. y G. A. Coon (1953). "Theoretical consideration of retarded control". *Trans. ASME*, 75, pp. 827-834.

[Denolin y Hanus, 1996]

Denolin, E. y R. Hanus (1996). "An Iterative Method for Automatic Tuning of PID Controllers with Specifications on Gain or Phase Margins". *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 644-649.

[Desbiens y otros, 1996]

Desbiens, A., A. Pomerleau y D. Hodouin (1996). "Frequency based tuning of SISO controllers for two-by-two processes". *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 143, no. 1, pp. 49-56.

[Dreinhofer, 1988]

Dreinhofer, L. H. (1988). "Controller Tuning for a Slow Nonlinear Process". *IEEE Control Systems*, April 1988, pp. 56-60.

[Fendrich, 1992]

Fendrich, O. R. (1992). "Describing Functions and Limit Cycles". *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 4, pp. 486-487.

[González, 1994]

González, A. M. A. (1994). *Un Planteamiento Continuo de la Autosintonía de Controladores PI y PID*. PhD thesis, Dpto. de Informática y Automática, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid, España.

[Grau, 1994]

Grau, L. (1994). *Autosintonía de Reguladores PID Mediante Sistemas de Muestreo Adaptativo*. PhD thesis, Dpto. de Informática y Automática, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid, España.

[Greensite, 1970]

Greensite, A. L. (1970). *Elements of Modern Control Theory*, Spartan Books, New York, USA.

[Hägglund, 1992]

Hägglund, T. (1992). "A Predictive PI Controller for Processes with Long Dead Times". *IEEE Control Systems*, vol. 12, no. 1, pp. 57-60.

[Hägglund y Åström, 1991]

Hägglund, T. y K. J. Åström (1991). "Industrial Adaptive Controllers Based on Frequency Response Techniques". *Automatica*, vol. 27, no. 4, pp. 599-609.

[Hägglund y Åström, 1996]

Hägglund, T. y K. J. Åström (1996). "Automatic Tuning of PID Controllers". *The Control Handbook*, CRC Press, IEEE Press, Chapter 52, pp. 817-826.

[Hang y Sin, 1991]

Hang, C. C. y K. K. Sin (1991). "A comparative Performance Study of PID Auto-Tuners". *IEEE Control Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 41-47.

[Hang y otros, 1991]

Hang, C. C., K. J. Åström y W. K. Ho (1991). "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula". *Proc. IEE, Pt. D*, vol. 138, no. 2, pp. 111-118.

[Hang y otros, 1993]

Hang, C. C., K. J. Åström y W. K. Ho (1993). "Relay Auto-tuning in the Presence of Static Load Disturbance". *Automatica*, vol. 29, no. 2, pp. 563-564.

[Hang y otros, 1994]

Hang, C. C., A. P. Loh y V. U. Vasnani (1994). "Relay Feedback Auto-Tuning of Cascade Controllers". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 2, no. 1, pp. 42-45.

[Ho y otros, 1995a]

Ho, W. K., C. C. Hang y L. S. Cao (1995a). "Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications". *Automatica*, vol. 31, no. 3, pp. 497-502.

[Ho y otros, 1995b]

Ho, W. K., C. C. Hang y J. H. Zhou (1995b). "Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PI Tuning Formulas". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 3, no. 2, pp. 245-248.

[Ho y otros, 1996]

Ho, W. K., O. P. Gan, E. B. Tay y E. L. Ang (1996). "Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PID Tuning Formulas". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 4, no. 4, pp. 473-477.

[Ho y otros, 1997]

Ho, W. K., C. C. Hang y J. Zhou (1997). "Self-Tuning PID Control of a Plant with Under-Damped Response with Specifications on Gain and Phase Margins". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 4, pp. 446-452.

[Johansson y Rantzer, 1996]

Johansson, K. H. y A. Rantzer (1996). "Global Analysis of Third-Order Relay Feedback Systems". *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 55-60.

[Khan y Lehman, 1996]

Khan, B. Z. y B. Lehman (1996). "Setpoint PI Controllers for Systems with Large Normalized Dead Time". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 4, no. 4, pp. 459-466.

[Lee y otros, 1995]

Lee, T. H., Q. G. Wang y K. K. Tan (1995). "A Modified Relay-Based Technique for Improved Critical Point Estimation in Process Control". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 330-337.

[Leva, 1993]

Leva, A (1993). "PID autotuning algorithm based on relay feedback". *Proc. IEE, Pt. D*, vol. 140, no. 5, pp. 328-338.

[Leva, 1996]

Leva, A (1996). "A Fast Relay-Based Identification Technique for the Automatic Tuning of Industrial Regulators". *Symposium on Control, Optimization and Supervision*, CESA'96, pp. 638-643.

[Loh y Vasnani, 1994]

Loh, A. P. y V. U. Vasnani (1994). "Necessary conditions for limit cycles in multiloop relay systems". *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 141, no. 3, pp. 163-168.

[Loron, 1997]

Loron, L. (1997). "Tuning of PID Controllers by the Non-symmetrical Optimum Method". *Automatica*, vol. 33, no. 1, pp. 103-107.

[Lundh y Åström, 1994]

Lundh, M. y K. J. Åström (1994). "Automatic Initialization of a Robust Self-tuning Controller". *Automatica*, vol. 30, no. 11, pp. 1649-1662.

[McCormack y Godfrey, 1998]

McCormack, A. S. y K. R. Godfrey (1998). "Rule-Based Autotuning Based on Frequency Domain Identification". *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 6, no. 1, pp. 43-61.

[Megretski, 1996]

Megretski, A. (1996). "Global Stability of Oscillations Induced by a Relay Feedback". *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 49-54.

[Menani y Koivo, 1996]

Menani, S. y H. N. Koivo (1996). "Relay Tuning of Multivariable PI Controllers". *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 139-144.

[Miller y otros, 1967]

Miller, J. A., A. M. Lopez, C. L. Smith y P. W. Murrill (1967). "A Comparison of Controller Tuning Techniques". *Control Engineering*, Dec. 1967, pp. 72-75.

[Moeini y Atherton, 1996]

Moeini, A. y D. P. Atherton (1996). "The Determination of Limit Cycles in Mode Dependent Relay Systems". *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 43-48.

[Morari y Zafiriou, 1989]

Morari, M. y E. Zafiriou (1989). *Robust Process Control*. PTR Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

[Morilla, 1987]

Morilla, F. (1987). *Contribución a los Métodos de Autosintonía de Reguladores PID*. PhD thesis, Dpto. de Informática y Automática, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid, España.

[Nishikawa y otros, 1984]

Nishikawa, Y., N. Sannomiya, T. Ohta y H. Tanaka (1984). "A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters". *Automatica*, vol. 20, no. 3, pp. 321-332.

[Palmor y otros, 1995]

Palmor, Z. J., Y. Halevi y N. Krasney (1995). "Automatic Tuning of Decentralized PID Controllers for TITO Processes". *Automatica*, vol. 31, no. 7, pp. 1001-1010.

[Park y otros, 1997]

Park, J. H., S. W. Sung y I. Lee (1997). "Improved Relay Auto-tuning with Static Load Disturbance". *Automatica*, vol. 33, no. 4, pp. 711-715.

[Pecharromán y Pagola, 1995]

Pecharromán, R. R. y F. L. Pagola (1995). "Ajuste Automático de Reguladores Utilizando Retardo Variable con la Amplitud". *Memoria Técnica del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial 1995, SAAEI'95*, Tarragona, España, I.S.B.N.: 84-605-4315-3, pp. 435-438.

[Pecharromán y Pagola, 1996]

Pecharromán, R. R. y F. L. Pagola (1996). "Utilización del Retardo Variable con la Amplitud en la Identificación de la Planta para el Ajuste Automático de un Regulador". *XVII Jornadas de Automática*, Santander, España, Sept. 1996, pp. I-109-114.

[Pecharromán y Pagola, 1999]

Pecharromán, R. R. y F. L. Pagola (1999). "Improved Identification for PID Controllers Auto-Tuning". *5th European Control Conference, ECC'99*, Karlsruhe, Germany.

[Pecharromán y Pagola, 2000]

Pecharromán, R. R. y F. L. Pagola (2000). "Control Design for PID Controllers Auto-tuning Based on Improved Identification". *IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control, PID'00*, Terrassa, Spain.

[Peng y otros, 1996]

Peng, Y., D. Vrancic y R. Hanus (1996). "A Review of Anti-Windup, Bumpless and Conditioned Transfer". *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, USA, pp. 79-84.

[Poulin y otros, 1996]

Poulin, E., A. Pomerleau, A. Desbiens y D. Hodouin (1996). "Development and Evaluation of an Auto-tuning and Adaptive PID Controller". *Automatica*, vol. 32, no. 1, pp. 71-82.

[Schei, 1992]

Schei, T. S. (1992). "A Method for Closed Loop Automatic Tuning of PID Controllers". *Automatica*, vol. 28, no. 3, pp. 587-591.

[Schei, 1994]

Schei, T. S. (1994). "Automatic Tuning of PID Controllers Based on Transfer Function Estimation". *Automatica*, vol. 30, no. 12, pp. 1983-1989.

[Shafiei y Shenton, 1994]

Shafiei, Z. y A. T. Shenton (1994). "Tuning of PID-type Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay". *Automatica*, vol. 30, no. 10, pp. 1609-1615.

[Shafiei y Shenton, 1997]

Shafiei, Z. y A. T. Shenton (1997). "Frequency-domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay". *Automatica*, vol. 33, no. 12, pp. 2223-2232.

[Shinskey, 1996]

Shinskey, F. G. (1996). *Process Control Systems*. McGraw-Hill, USA, 4th edition.

[St. Clair, 1991]

St. Clair, D. W. (1991). "Improving Control Loop Performance - Without The Math". *Control Engineering*, Oct. 1991, pp. 141-143.

[Taiwo, 1993]

Taiwo, O. (1993). "Comparison of four methods of on-line identification and controller tuning". *Proc. IEE, Pt. D*, vol. 140, no. 5, pp. 323-327.

[Thaler y Pastel, 1962]

Thaler, G. J. y M. P. Pastel (1962). *Analysis and Design of Nonlinear Feedback Control Systems*, McGraw-Hill, USA.

[Tsytkin, 1984]

Tsytkin, Ya. Z. (1984). *Relay Control Systems*. Cambridge University Press, Great Britain.

[Voda y Landau, 1995]

Voda, A. A. y I. D. Landau (1995). "A Method for the Auto-calibration of PID Controllers". *Automatica*, vol. 31, no. 1, pp. 41-53.

[Vrancic y otros, 1996a]

Vrancic, D., Y. Peng, S. Strmenik y R. Hanus (1996a). "A New Tuning Method for PI Controllers Based on a Process Step Response". *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 790-794.

[Vrancic y otros, 1996b]

Vrancic, D., Y. Peng, M. Klopčic, R. Hanus y Z. Sehic (1996b). "Amplitude and Phase Margin Settings with On-Line PI Controller". *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 809-813.

[Vu, 1992]

Vu, K. M. (1992). "Optimal setting for discrete PID controllers". *IEE Proc. -D*, vol. 139, no. 1, pp. 31-40.

[Wang y Cluett, 1994]

Wang, L. y W. R. Cluett (1994). "System identification based on closed-loop step response data". *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 141, no. 2, pp.107-110.

[Wang, L. y otros, 1995]

Wang, L., T. J. D. Barnes y W. R. Cluett (1995). "New frequency-domain design method for PID controllers". *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 142

[Wang, Q. G. y otros, 1995]

Wang, Q. G., T. H. Lee y K. K. Tan (1995). "Automatic Tuning of Finite Spectrum Assignment Controllers for Delay Systems". *Automatica*, vol. 31, no. 3, pp. 477-482.

[Wang y otros, 1997]

Wang, Q. G., B. Zou, T. H. Lee y Q. Bi (1997). "Auto-tuning of Multivariable PID Controllers from Decentralized Relay Feedback". *Automatica*, vol. 33, no. 3, pp. 319-330.

[Williams y Adeniyi, 1996]

Williams, A. O. F. y V. O. Adeniyi (1996). "A New Method for the Design of PID-Type Controllers". *IFAC 13th World Congress, San Francisco, USA*, pp. 331-336.

[Zervos y otros, 1988]

Zervos, C., P. R. Belanger y G. A. Dumont (1988). "On PID Controller Tuning using Orthonormal Series Identification". *Automatica*, vol. 24, no. 2, pp. 165-175.

[Zhuang y Atherton, 1993]

Zhuang, M. y D. P. Atherton (1993). "Automatic tuning of optimum PID controllers". *Proc. IEE, Pt. D*, vol. 140, no. 3, pp. 216-224.

[Zhuang y Atherton, 1994]

Zhuang, M. y D. P. Atherton (1994). "PID controller design for a TITO system". *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 141, no. 2, pp. 111-120.

[Ziegler y Nichols, 1942]

Ziegler, J. G. y N. B. Nichols (1942). "Optimum settings for automatic controllers." *Trans. ASME* 64, pp. 759-768.