



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

**OBSERVABILIDAD DE LAS DINÁMICAS DE LA
MULTIPLICADORA DE UN AEROGENERADOR
BASADO EN UN GENERADOR DE INDUCCIÓN
DOBLEMENTE ALIMENTADO**

Autor: Rafael María Fuentes Poveda

Director: Luis Rouco Rodríguez

Madrid

Enero de 2021

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título

**OBSERVABILIDAD DE LAS DINÁMICAS DE LA MULTIPLICADORA DE UN
AEROGENERADOR BASADO EN UN GENERADOR DE INDUCCIÓN
DOBLEMENTE ALIMENTADO**

en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el curso académico 2020/2021 es de mi autoría, original e inédito y no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos. El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Rafael María Fuentes Poveda; Fecha: 19 / 01 / 2021

Autorizada la entrega del proyecto
EL DIRECTOR DEL PROYECTO



Fdo.: Luis Rouco Rodríguez; Fecha: 19 / 01 / 2021

OBSERVABILIDAD DE LAS DINÁMICAS DE LA MULTIPLICADORA DE UN AEROGENERADOR BASADO EN UN GENERADOR DE INDUCCIÓN DOBLEMENTE ALIMENTADO

Autor: Fuentes Poveda, Rafael María.

Director: Rouco Rodríguez, Luis.

RESUMEN DEL PROYECTO

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción, la turbina eólica y el generador de inducción están acoplados mecánicamente mediante una caja multiplicadora (ver la Figura 1-1). La caja multiplicadora es uno de los componentes mecánicos del aerogenerador más vulnerables y más sujetos a fallos. El fallo de una caja multiplicadora tiene gran impacto en la disponibilidad de un aerogenerador debido a la complejidad de su sustitución.

La detección incipiente del fallo en una caja multiplicadora es de gran relevancia económica. La detección incipiente del fallo en una caja multiplicadora se realiza en la actualidad por medida de vibraciones mecánicas con sensores mecánicos apropiados. La instalación de sensores mecánicos de vibraciones es costosa.

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados el sistema de control de los convertidores electrónicos dispone de medidas de las corrientes del rotor. Una alternativa a la medida mecánica de vibraciones es analizar las corrientes del rotor tal y como son utilizadas por el control de los convertidores electrónicos.

Este proyecto investiga la factibilidad de la monitorización de las vibraciones de las cajas multiplicadoras de los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados analizando las corrientes del rotor tal y como son utilizadas por el control de los convertidores electrónicos. Se trata de evaluar la observabilidad de las dinámicas de la caja multiplicadora desde las corrientes del rotor del generador de inducción doblemente alimentados.

Las dinámicas asociadas a la caja multiplicadora estarán caracterizadas por uno o varios modos de oscilación (autovalores del modelo lineal). La observabilidad de las dinámicas de la caja multiplicadora se estudiará mediante la respuesta en el dominio del tiempo y los residuos (producto de los factores de controlabilidad y observabilidad modal) de dichos autovalores desde las corrientes de rotor.

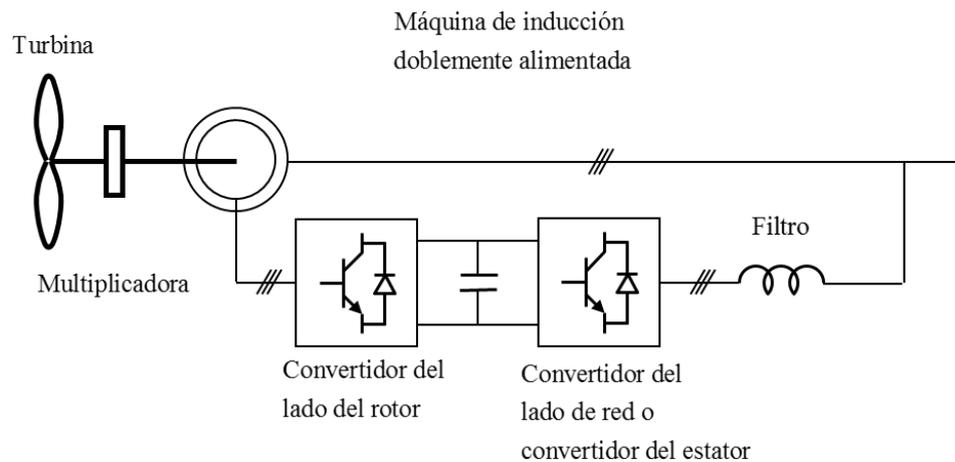


Figura 1-1: Generador de inducción doblemente alimentado.

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados, la turbina eólica y el generador de inducción están acoplados mecánicamente mediante una multiplicadora. La turbina eólica gira típicamente entre 10 y 40 revoluciones por minuto mientras que el rotor del generador de inducción gira alrededor de 1500 revoluciones por minuto.

Las multiplicadoras están formadas por un complejo sistema de engranajes. La Figura 1-2, tomada de [9], muestra tres diferentes configuraciones de multiplicadora. En general, el modelo mecánico del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora es un modelo de masas, muelles y amortiguadores como el mostrado en la Figura 1-3.

La Figura 1-4, tomada de [8], muestra el análisis de respuesta en frecuencia de la dinámica del rotor de un aerogenerador. Se señalan las frecuencias naturales del eje de baja velocidad (LSS), alta velocidad (HSS) y de la multiplicadora. Cada frecuencia natural aparece como un pico en la respuesta en frecuencia.

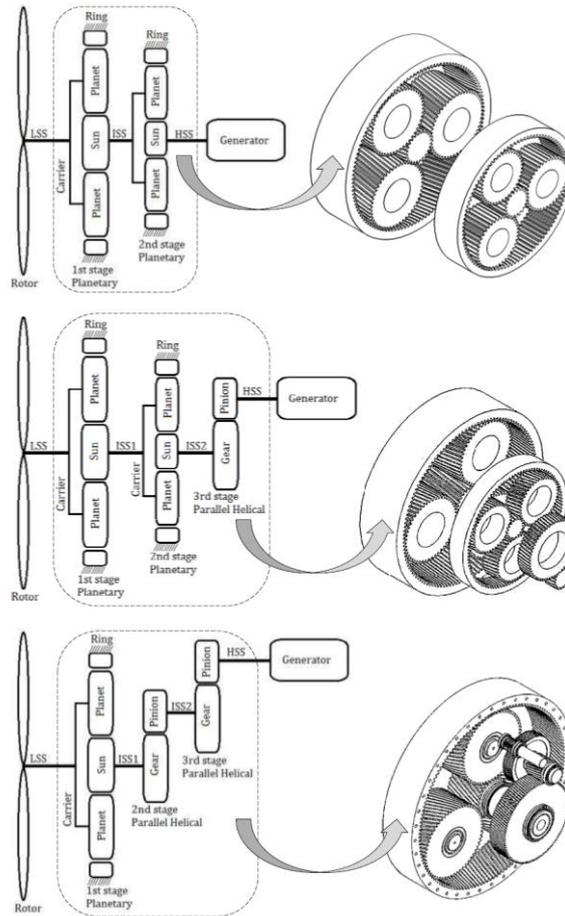


Figura 1-2: Tipos de multiplicadoras (tomada [9]).

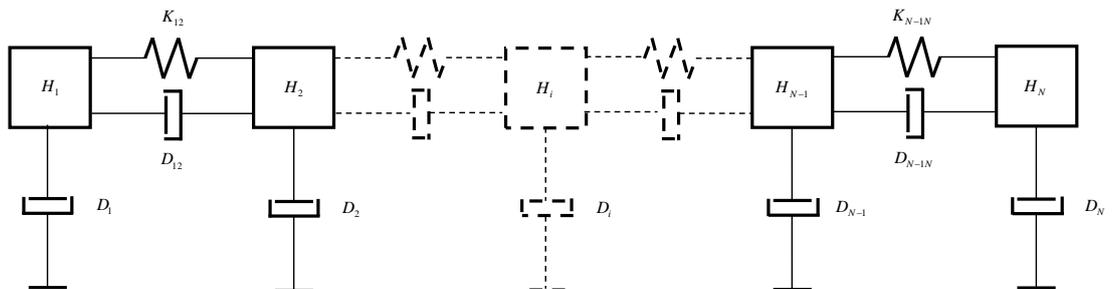


Figura 1-3: Modelo general del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora.

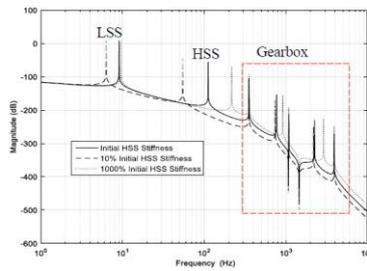


Figura 1-4: Respuesta en frecuencia de la dinámica del rotor de un aerogenerador (tomada de [9]).

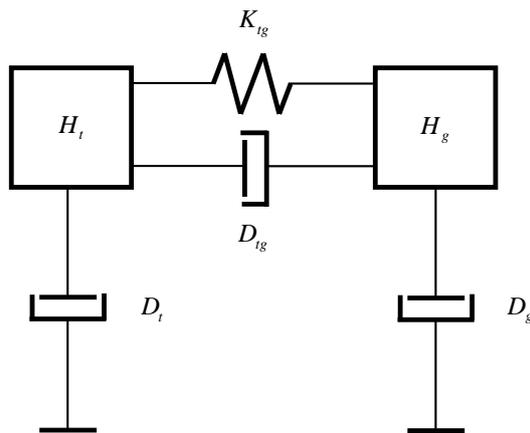


Figura 1-5: Modelo de dos masas.

El modelo de rotor del aerogenerador que desprecia las dinámicas de la multiplicadora es un modelo de dos masas (Figura 1-5). Para representar la frecuencia de resonancia más baja de la multiplicadora sería preciso un modelo de tres masas. Este proyecto propone estudiar la observabilidad de la frecuencia natural más baja de la multiplicadora utilizando un modelo de tres masas (Figura 1-6).

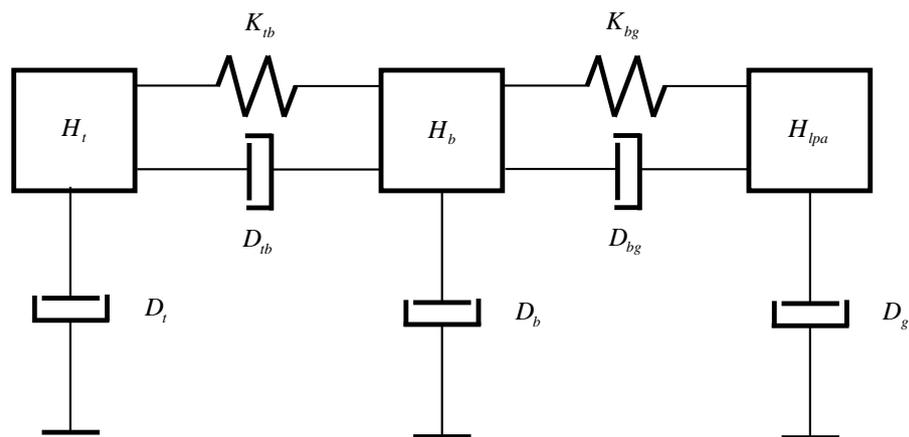


Figura 1-6: Modelo de tres masas.

La Tabla 1-1 compara los autovalores del modelo lineal de un aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado cuando se consideran modelos de tres y de dos masas. El análisis de participaciones permite relacionar los autovalores con las variables de estado. En el modelo de tres masas, el autovalor n° 3

está asociado a la multiplicadora (41 Hz), el autovalor n° 5 está asociado al generador (20 Hz) y el autovalor n° 15 está asociado a la turbina (0.66 Hz). En el modelo de dos masas, el autovalor n° 3 está asociado al generador (20 Hz) y el autovalor n° 13 está asociado a la turbina (0.65 Hz).

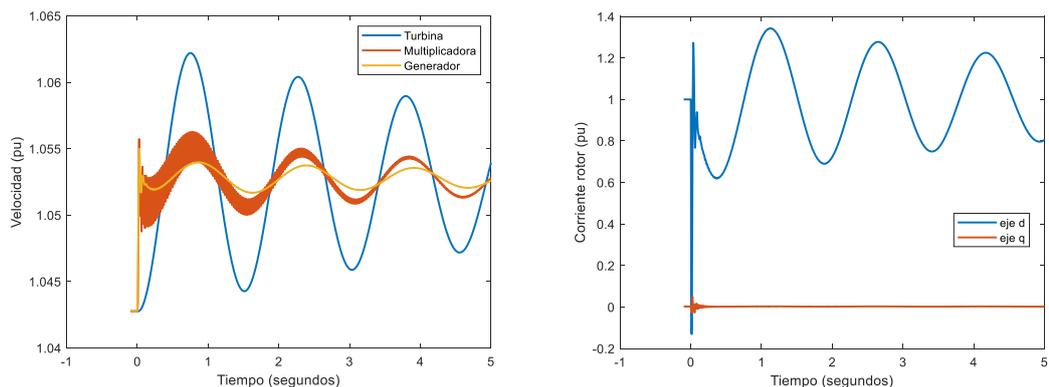
Tabla 1-1: Comparación de los autovalores de los modelos de dos y tres masas.

Modelo del rotor de tres masas					Modelo del rotor de dos masas				
Autovalores complejos					Autovalores complejos				
No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)	No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)
1	-11,0129	308,7011	3,57	49,13	1	-10,987	308,7117	3,56	49,13
3	-0,81	260,5464	0,31	41,47	3	-40,5222	128,4911	30,08	20,43
5	-39,8314	127,4682	29,83	20,29	5	-69,7762	71,8897	69,65	11,44
7	-69,7737	71,8897	69,65	11,44	7	-70	71,4143	70	11,37
9	-70	71,4143	70	11,37	9	-62,8546	75,3114	64,08	11,99
11	-62,8546	75,3114	64,08	11,99	11	-7,1883	7,2539	70,39	1,15
13	-7,1883	7,2539	70,39	1,15	13	-0,2825	4,111	6,86	0,65
15	-0,138	4,1271	3,34	0,66					
Autovalores reales					Autovalores reales				
No.	Real	Constante tiempo (s)			No.	Real	Constante tiempo (s)		
17	-50,7554	0,0197			15	-51,7532	0,01932		
18	-8,8817	0,1126			16	-8,6978	0,115		

El autovalor n° 3 está asociado a la multiplicadora (41 Hz)
 El autovalor n° 5 está asociado al generador (20 Hz)
 El autovalor n° 15 está asociado a la turbina (0.66 Hz)

El autovalor n° 3 está asociado al generador (20 Hz)
 El autovalor n° 13 está asociado a la turbina (0.65 Hz)

La Figura 1-7 (izquierda: velocidades, derecha: corrientes del rotor) muestra la respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón de consigna de deslizamiento cuando se considera un modelo del rotor de tres masas. Se aprecia que en la velocidad de la multiplicadora hay una componente de alta frecuencia (41 Hz) que corresponde al modo de la multiplicadora. Sin embargo, esa componente no aparece en ni en la velocidad de la turbina ni en la velocidad del generador. Tampoco aparece en las corrientes del rotor. En las corrientes del rotor aparece el modo del generador (20 Hz).

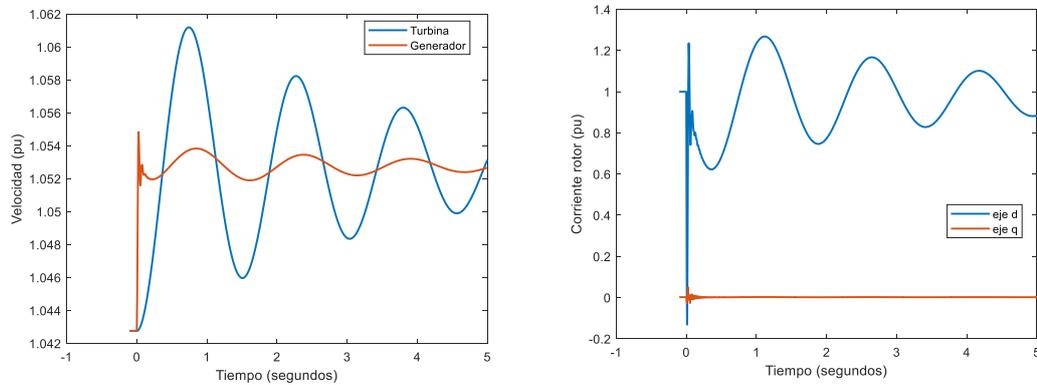


En la velocidad de la multiplicadora se aprecia el modo de 41 Hz
 En las corrientes del rotor no se aprecia el modo de 41 Hz. Se aprecia el modo de 20 Hz

Figura 1-7: Respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón en consigna de deslizamiento (modelo de tres masas).

La Figura 1-8 (izquierda: velocidades, derecha: corrientes del rotor) muestra la respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón de consigna de deslizamiento cuando se considera un modelo del rotor de dos masas. Se aprecia que en las

velocidades del generador y de la turbina tienen la misma forma que cuando se considera el modelo de tres masas. También se aprecia que las corrientes del rotor tienen la misma forma que cuando se considera el modelo de tres masas.



La evolución de corrientes del rotor en el modelo de dos masas es similar a la evolución en el modelo de tres masas

Figura 1-8: Respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón en consigna de deslizamiento (modelo de dos masas).

La Tabla 1-2 contiene los residuos de los modos mecánicos correspondientes cuando la entrada es la consigna del deslizamiento y las salidas son las corrientes del rotor en eje directo y transversal. Los residuos confirman las observaciones de la respuesta en el dominio del tiempo: el modo del generador es el que tiene mayor residuo; el modo de la multiplicadora es el que tiene menor residuo.

Tabla 1-2: Modelo del rotor de tres masas. Residuos de los modos mecánicos.

Modo	Entrada	Salida	
		ird	irq
Multiplicadora	sref	32,2854	3,9577
Generador	sref	10813,6089	649,926
Turbina	sref	82,776	0,1593

Como conclusión se puede afirmar que la dinámica de la multiplicadora no es observable desde las corrientes del rotor al contrario que las dinámicas del rotor de la turbina y del generador.

OBSERVABILITY OF THE GEAR BOX DYNAMICS IN A WIND GENERATOR BASED ON A DOUBLY FED INDUCTION GENERATOR

Author: Fuentes Poveda, Rafael María.

Supervisor: Rouco Rodríguez, Luis.

SUMMARY OF THE PROJECT

In wind generators based on doubly fed induction generators, the wind turbine and the rotor of the generator are coupled through a gear box (see). The gear box is one of the most vulnerable mechanical components. The failure of the gear box has great impact on the availability of wind generators due to the complexity of the repair and even substitution process.

The early detection of the failure of a gear box is economically very relevant. Currently, the early detection of the failure of gear box is addressed by measurement of mechanical vibrations with appropriate sensors. The installation of vibration sensors is very costly.

Rotor currents are available in the control system of the power electronic converters of wind generators based on doubly fed induction generators. An alternative to the use of vibration sensors is analyzing the rotor currents using in the converters control system.

This project investigates the feasibility of monitoring vibrations in gear boxes of wind generators based on doubly fed induction generators by analyzing the rotor currents as they are used by the control systems of the power electrónico converters. Precisely, the observability of the gear box dynamics from the rotor currents will be addressed.

The dynamics of the gear box are characterized by one or several modes (eigenvalues of the linear model). The observability of the gear box dynamics will be studied using the time response and the residues (expressed as the product of the modal observability and modal controllability factors) of such modes from the rotor currents.

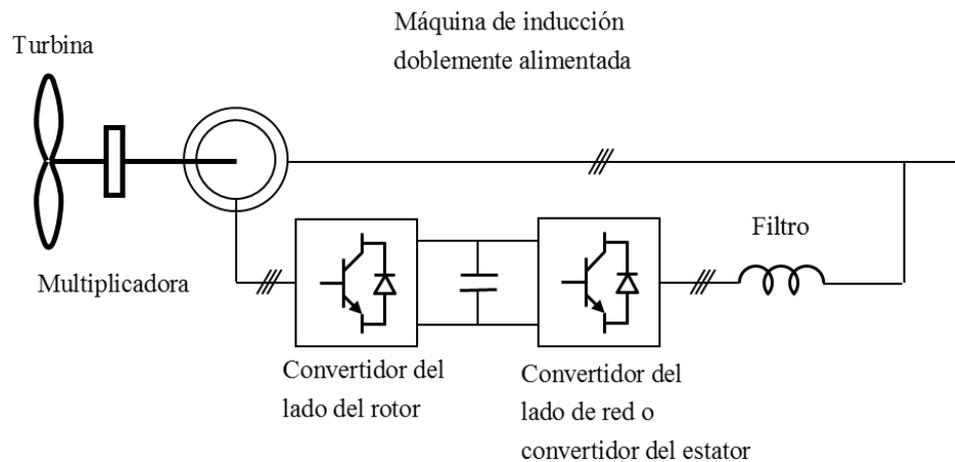


Figure 1-1: Doubly fed induction generator.

In wind generators based on doubly fed induction generators, the wind turbine and the induction generator are mechanically coupled through a gear box. The rotation speed of the wind turbine is between 10 and 40 revolutions per minute whereas the rotation speed of the induction generators is around 1500 revolutions per minute.

The gear boxes are made of a complex system of gears. Figure 1-2, borrowed from [9], shows three configurations of gear boxes. In general, the mechanical model of the rotor of a wind generator including the model of the gear box is mass-spring-damper model as shown in Figure 1-3.

Figure 1-4, borrowed from [8], shows the frequency response of the rotor dynamics of a wind generator. The natural frequencies of the low speed shaft, the high speed shaft and the gearbox can be identified as a peak in the frequency response.

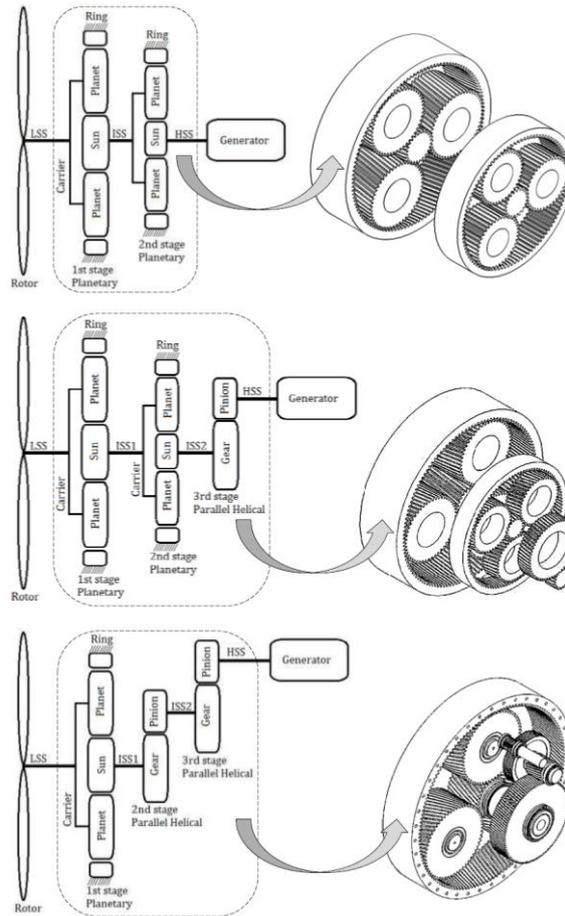


Figure 1-2: Types of gear boxes [9].

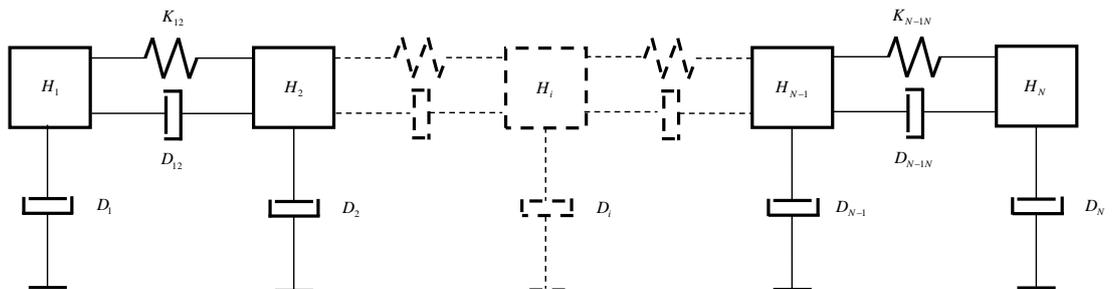


Figure 1-3: General model of the rotor of a doubly fed induction generator including the model of the gear box.

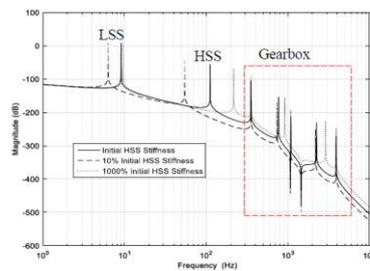


Figure 1-4: Frequency response of the rotor dynamics of a wind generator [9].

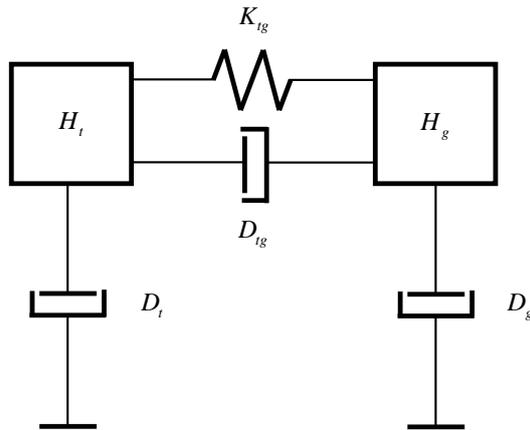


Figure 1-5: Two masses model.

The common used model of the rotor dynamics of wind generator, which neglects the dynamics of the gear box, is a two masses model (Figure 1-5). A three masses model (Figure 1-6) is proposed to represent the lower natural frequency of the gear box. This project investigates the observability of the lower natural frequency from the rotor currents.

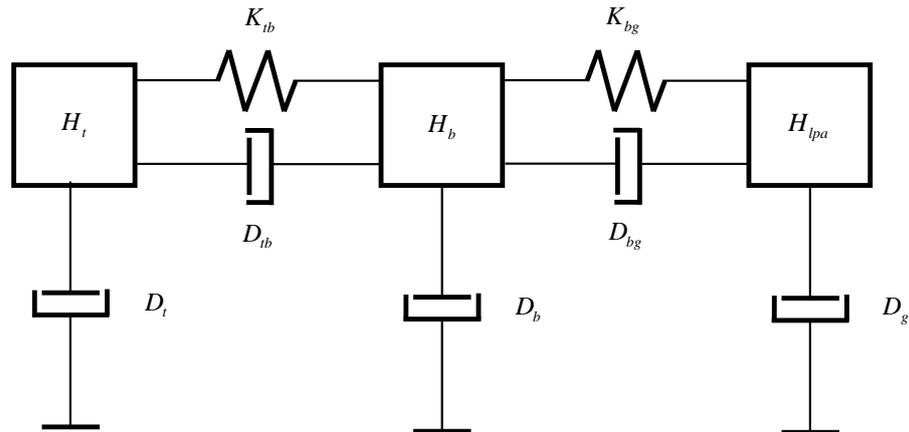


Figure 1-6: Three masses model.

Tabla 1-1 compares the eigenvalues of the the linear model of a wind generator base don a doubly fed induction generator when a three masses model and a two masses model is considered. Participation factor analysis allows to relate eigenvalues and state variables. In the three masses model, eigenvalue number 3 (41 Hz) is associated to the gear box, eigenvalue number 5 (20 Hz) is associated to the generator and eigenvalue number 15 (0.66 Hz) is associated to the turbine. In the two masses model, eigenvalue number 3 (20 Hz) is associated to the generator and eigenvalue number 13 (0.65 Hz) is associated to the turbine.

Table 1-1: Comparison of the eigenvalues of the three masses and the two masses models.

Modelo del rotor de tres masas					Modelo del rotor de dos masas				
Autovalores complejos					Autovalores complejos				
No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)	No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)
1	-11,0129	308,7011	3,57	49,13	1	-10,987	308,7117	3,56	49,13
3	-0,81	260,5464	0,31	41,47	3	-40,5222	128,4911	30,08	20,45
5	-39,8314	127,4682	79,83	20,29	5	-69,7762	71,8897	69,65	11,44
7	-69,7737	71,8897	69,65	11,44	7	-70	71,4143	70	11,37
9	-70	71,4143	70	11,37	9	-62,8546	75,3114	64,08	11,99
11	-62,8546	75,3114	64,08	11,99	11	-7,1883	7,2539	70,39	1,15
13	-7,1883	7,2539	70,39	1,15	13	-0,2825	4,111	6,86	0,65
15	-0,138	4,1271	3,34	0,66					

Autovalores reales			Autovalores reales		
No.	Real	Constante tiempo (s)	No.	Real	Constante tiempo (s)
17	-50,7554	0,0197	15	-51,7532	0,01932
18	-8,8817	0,1126	16	-8,6978	0,115

El autovalor nº 3 está asociado a la multiplicadora (41 Hz)

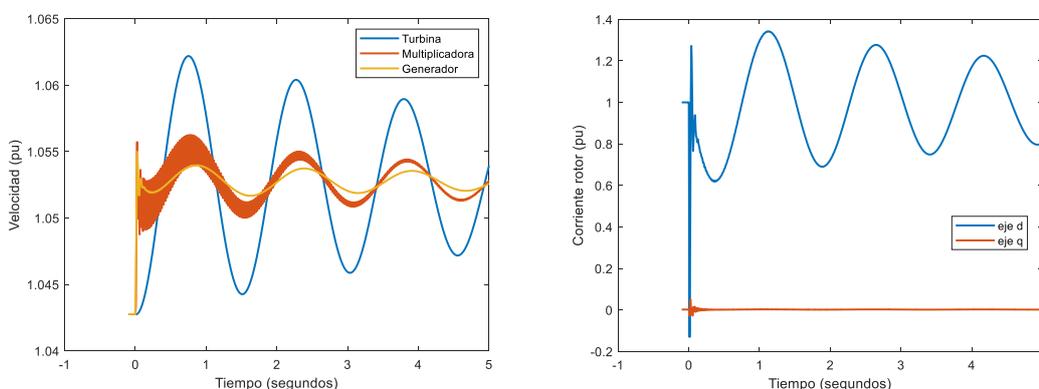
El autovalor nº 5 está asociado al generador (20 Hz)

El autovalor nº 15 está asociado a la turbina (0.66 Hz)

El autovalor nº 3 está asociado al generador (20 Hz)

El autovalor nº 13 está asociado a la turbina (0.65 Hz)

Figure 1-7 (left: speeds, right: rotor current components) shows the time domain response in case a step at the slip reference when a three masses model is assumed. The gear box speed exhibits the 41 Hz mode. In contrast, such mode does not appear either on the turbine speed or in the generator speed. It does not appear in the rotor current components either. The generator mode (20 Hz) appears in the rotor current components.

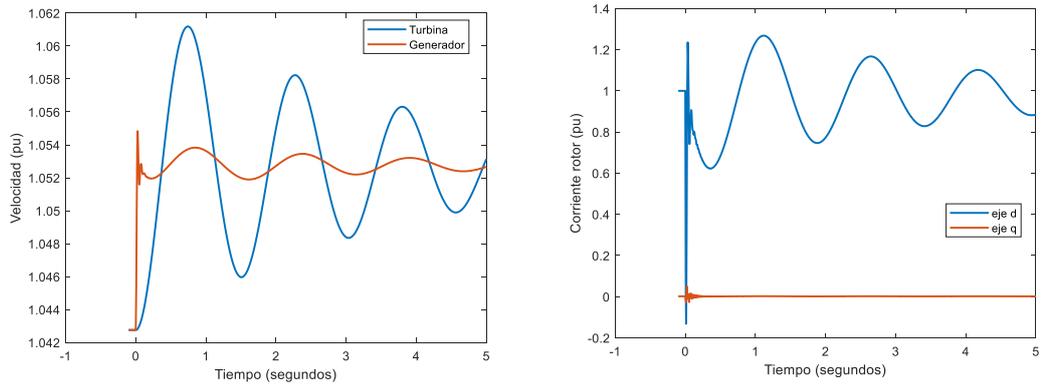


En la velocidad de la multiplicadora se aprecia el modo de 41 Hz

En las corrientes del rotor no se aprecia el modo de 41 Hz. Se aprecia el modo de 20 Hz

Figure 1-7: Time domain response in case a step at the reference of slip (three masses model).

Figure 1-8 (left: speeds, right: rotor current components) shows the time domain response in case a step at the slip reference when a two masses model is assumed. The turbine and generator speed time evolution in case of that the two masses model is assumed is like the turbine and generator speed time evolution in case of that the three masses model is assumed. The rotor current components time evolution in case of that the two masses model is assumed is like rotor current components time evolution in case of that the three masses model is assumed.



La evolución de corrientes del rotor en el modelo de dos masas es similar a la evolución en el modelo de tres masas

Figure 1-8: Time domain response in case a step at the reference of slip (two masses model).

Table 1-2 provides the residues of the mechanical modes when the input is the slip reference and the output are the rotor current components. The residues confirm the observations of the time responses. The mode with higher residue is the generator mode whereas the mode with lower residue is the gear box model.

Table 1-2: Three masses model. Residues of the mechanical modes.

Modo	Entrada	Salida	
		ird	irq
Multiplicadora	sref	32,2854	3,9577
Generador	sref	10813,6089	649,926
Turbina	sref	82,776	0,1593

It can be concluded that the dynamics of the gear box is not observable from the rotor current components in contrast with the dynamics of the turbine and the generator.

Tabla de contenidos

1.	Introducción.....	1
1.1	El tema del proyecto.....	1
1.2	Objetivos	1
1.3	Organización del documento.....	2
2.	Controlabilidad y observabilidad modal	3
2.1	Sistemas dinámicos no lineales	3
2.2	Solución de sistemas dinámicos no lineales.....	4
2.3	Sistemas dinámicos lineales	5
2.4	Solución de sistemas dinámicos lineales.....	6
2.5	Participaciones.....	9
2.6	Residuos	9
3.	Aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados 11	
3.1	Principios de funcionamiento.....	11
3.2	Multiplicadoras.....	12
4.	Modelo de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados.....	15
4.1	Modelo no lineal.....	15
4.1.1	Ecuaciones diferenciales y algebraicas	16
4.1.2	Forma condensada de las ecuaciones diferenciales y algebraicas.....	20
4.2	Modelo lineal.....	20
5.	Modelo detallado de la dinámica del rotor	23
5.1	Modelo de dos masas	23
5.1.1	Modelo no lineal.....	23
5.1.2	Modelo lineal.....	24
5.2	Modelo de tres masas	26
5.2.1	Modelo no lineal.....	27
5.2.2	Modelo lineal.....	28
6.	Resultados	31
6.1	Datos.....	31
6.2	Modelo del rotor de una masa	31
6.3	Modelo del rotor de dos masas.....	35
6.4	Modelo del rotor de tres masas.....	40
7.	Conclusiones	47
8.	Referencias	49
9.	Anexo. Objetivos de desarrollo sostenible (ODS)	50

Índice de figuras

Figura 1-1: Generador de inducción doblemente alimentado.	ii
Figura 1-2: Tipos de multiplicadoras (tomada [9]).	iii
Figura 1-3: Modelo general del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora.	iii
Figura 1-4: Respuesta en frecuencia de la dinámica del rotor de un aerogenerador (tomada de [9]).	iv
Figura 1-5: Modelo de dos masas.	iv
Figura 1-6: Modelo de tres masas.	iv
Figura 1-7: Respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón en consigna de deslizamiento (modelo de tres masas).	v
Figura 1-8: Respuesta en el dominio del tiempo ante un escalón en consigna de deslizamiento (modelo de dos masas).	vi
Figura 2-1: Relación entre la localización de los autovalores de la matriz de estados y la respuesta temporal ante un impulso.	9
Figura 3-1: Generador de inducción doblemente alimentado.	11
Figura 3-2: Tipos de multiplicadoras (tomada de [9]).	13
Figura 3-3: Modelos generales del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora.	13
Figura 3-4: Frecuencias naturales de la dinámica del rotor de un aerogenerador (tomada de [9]).	13
Figura 4-1: Circuito equivalente del generador de inducción doblemente alimentado	15
Figura 4-2: Control del convertidor del lado del rotor.	16
Figura 4-3: Control del convertidor del lado de red o del estator.	16
Figura 5-1: Modelo de dos masas de la dinámica del rotor.	23
Figura 5-2: Modelo de tres masas de la dinámica del rotor.	27
Figura 6-1: Datos del caso de estudio.	31
Figura 6-2: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	32
Figura 6-3: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	32
Figura 6-4: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.	34
Figura 6-5: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.	34
Figura 6-6: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.	35
Figura 6-7: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.	35
Figura 6-8: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	36

Figura 6-9: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	36
Figura 6-10: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.....	38
Figura 6-11: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.	38
Figura 6-12: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.	39
Figura 6-13: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.	39
Figura 6-14: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	40
Figura 6-15: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.	41
Figura 6-16: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.....	43
Figura 6-17: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.	43
Figura 6-18: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.	44
Figura 6-19: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad. Detalle.....	44
Figura 6-20: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.	45
Figura 6-21: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q. Detalle.	45
Figura 9-1: Objetivos de desarrollo sostenible.....	50
Figura 9-2: Desarrollo de la energía eólica en España.....	51
Figura 9-3: Desarrollo de la energía eólica en el mundo.	52

Índice de tablas

Tabla 1-1: Comparación de los autovalores de los modelos de dos y tres masas.	v
Tabla 1-2: Modelo del rotor de tres masas. Residuos de los modos mecánicos.	vi
Tabla 6-1: Modelo del rotor de una masa. Autovalores.	33
Tabla 6-2: Modelo del rotor de una masa. Participaciones.	33
Tabla 6-3: Modelo del rotor de dos masas. Autovalores.	37
Tabla 6-4: Modelo del rotor de dos masas. Participaciones.	37
Tabla 6-5: Modelo del rotor de tres masas. Autovalores.	42
Tabla 6-6: Modelo del rotor de tres masas. Participaciones.	42
Tabla 6-7: Modelo del rotor de tres masas. Residuos de los modos mecánicos.	46

1. Introducción

Este capítulo presenta el tema del proyecto. Además plantea los objetivos del proyecto y la organización del documento.

1.1 El tema del proyecto

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción la turbina eólica y el generador de inducción están acoplados mecánicamente mediante una caja multiplicadora [1]. La turbina eólica gira típicamente entre 10 y 40 revoluciones por minuto mientras que el rotor del generador de inducción gira alrededor de 1500 revoluciones por minuto.

La caja multiplicadora es uno de los componentes mecánicos del aerogenerador más vulnerables y más sujetos a fallos. El fallo de una caja multiplicadora tiene gran impacto en la disponibilidad de un aerogenerador debido a la complejidad de su sustitución.

La detección incipiente del fallo en una caja multiplicadora es de gran relevancia económica. La detección incipiente del fallo en una caja multiplicadora se realiza en la actualidad por medida de vibraciones mecánicas con sensores mecánicos apropiados [2].

Sin embargo, la instalación de sensores mecánicos de vibraciones es costosa.

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados el sistema de control de los convertidores electrónicos dispone de medidas de las corrientes del rotor. Una alternativa a la medida mecánica de vibraciones es analizar las corrientes del rotor tal y como son utilizadas por el control de los convertidores electrónicos.

1.2 Objetivos

El objetivo de este proyecto es investigar la factibilidad de la monitorización de las vibraciones de las cajas multiplicadoras de los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados analizando las corrientes del rotor tal y como son utilizadas por el control de los convertidores electrónicos.

De forma más precisa, se trata de investigar la observabilidad de las dinámicas de la caja multiplicadora desde las corrientes del rotor del generador de inducción doblemente alimentados.

Las dinámicas asociadas a la caja multiplicadora estarán caracterizadas por uno o varios modos de oscilación (autovalores del modelo lineal). La observabilidad de las dinámicas de la caja multiplicadora se medirá mediante la respuesta en el tiempo y por los residuos de dichos autovalores desde las corrientes de rotor. El residuo correspondiente a un autovalor es el producto de los factores de observabilidad y controlabilidad modal.

Para alcanzar esos objetivos

- se estudiará el modelo mecánico de la caja multiplicadora
- se incorporará un modelo mecánico del rotor que separe las dinámicas del rotor de la turbina, la caja multiplicadora y el generador a un modelo detallado de aerogenerador basado en generador de inducción doblemente alimentado disponible [3] en Matlab
- se estudiará la observabilidad de las dinámicas asociadas a la caja multiplicadora (utilizando la respuesta en el dominio del tiempo y los residuos expresados como producto de los factores de controlabilidad y observabilidad modal [4]) desde las corrientes del rotor

1.3 Organización del documento

Esta memoria contiene 8 capítulos.

El capítulo 2 introduce los residuos como producto de los factores de controlabilidad y observabilidad modal.

El capítulo 3 revisa el funcionamiento de los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados y de las cajas multiplicadoras.

El capítulo 4 detalla el modelo dinámico de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados utilizado.

El capítulo 5 presenta modelos mecánicos detallados del rotor de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados.

El capítulo 6 contiene los resultados numéricos obtenidos.

El capítulo 7 resume las conclusiones del proyecto.

El capítulo 8 contiene las referencias bibliográficas.

2. Controlabilidad y observabilidad modal

Este capítulo presenta los conceptos de controlabilidad y observabilidad modal. Para ello revisa los conceptos fundamentales de sistemas dinámicos no lineales y lineales. Se explica la forma de los citados modelos matemáticos y su solución. Los sistemas dinámicos no lineales se resuelven por simulación numérica en el dominio del tiempo mientras que los sistemas dinámicos líneas se resuelven con ayuda de los autovalores y autovectores de la matriz de estados. Lo expuesto aquí está tomado de [4].

2.1 Sistemas dinámicos no lineales

Los sistemas dinámicos están descritos, en general, por sistemas de ecuaciones diferenciales y algebraicas no lineales

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})\end{aligned}\tag{0.1}$$

donde \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{H} y \mathbf{M} son vectores de funciones no lineales y \mathbf{x} , \mathbf{u} , e \mathbf{y} son los vectores de variables de estado, algebraicas, entrada y perturbaciones

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &\in \mathfrak{R}^{N_x \times 1} \\ \mathbf{z} &\in \mathfrak{R}^{N_z \times 1} \\ \mathbf{u} &\in \mathfrak{R}^{N_u \times 1} \\ \mathbf{y} &\in \mathfrak{R}^{N_y \times 1}\end{aligned}\tag{0.2}$$

Un punto de equilibrio es un punto de trabajo $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, \mathbf{z} = \mathbf{z}_0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_0$ en el que se cumple

$$\begin{aligned}\mathbf{0} &= \mathbf{F}(\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{u}_0) \\ \mathbf{0} &= \mathbf{G}(\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{u}_0) \\ \mathbf{y}_0 &= \mathbf{H}(\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{u}_0)\end{aligned}$$

Se dice que un sistema dinámico descrito por las ecuaciones (0.1) está expresado en forma implícita.

Si se pudieran eliminar las variables algebraicas \mathbf{z} (ello solo es posible si las funciones \mathbf{F} y \mathbf{G} son lineales), entonces el sistema de ecuaciones (0.1) quedaría en la forma

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r})\end{aligned}\tag{0.3}$$

Se dice que un sistema dinámico descrito por las ecuaciones (0.3) está expresado en forma explícita.

2.2 Solución de sistemas dinámicos no lineales

La solución del sistema de ecuaciones diferenciales no lineales (0.3) se obtiene por simulación en el dominio del tiempo. La simulación en el dominio del tiempo consiste en la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del sistema. Un algoritmo de integración numérica de las ecuaciones diferenciales es explícito si obtiene en el caso más sencillo las variables de estado en el paso $k+1$ a partir de las variables de estado en el paso anterior k :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}_k)\tag{0.4}$$

siendo $\mathbf{\Gamma}$ una función que depende del método considerado.

Los métodos explícitos pueden no ser estables. Ello depende del paso de integración Δt y su relación con las constantes de tiempo del sistema.

Un método explícito es el método de Runge-Kutta. El método de Runge-Kutta de orden 4-5 obtiene \mathbf{x}_{k+1} según:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \\ k_2 &= \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_k + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 &= \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_k + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k + k_3)\end{aligned}\tag{0.5}$$

La interpretación física de la solución anterior es la siguiente:

k_1 es la derivada al principio del escalón de tiempo Δt .

k_2 es la primera aproximación a la derivada en la mitad del escalón Δt .

k_3 es la segunda aproximación a la derivada en la mitad del escalón Δt .

k_4 es la derivada al final del escalón de tiempo Δt .

$\Delta x = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ significa que x viene dado por la ponderación de estimaciones basadas en rampas al principio, en el punto medio y al final del escalón de tiempo Δt .

2.3 Sistemas dinámicos lineales

Si el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales (0.1) se linealiza alrededor del punto de trabajo $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, \mathbf{z} = \mathbf{z}_0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_0, \mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, resulta:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} & \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} & \left. \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\
 \Delta \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} & \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, \mathbf{z}=\mathbf{z}_0, \mathbf{u}=\mathbf{u}_0} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}
 \end{aligned} \tag{0.6}$$

donde:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_0, \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0$$

El sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas lineales (0.6) se puede escribir en forma condensada

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\
 \Delta \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}
 \end{aligned} \tag{0.7}$$

Si en el sistema de ecuaciones y algebraicas lineales (0.7) se eliminan las variables algebraicas $\Delta \mathbf{z}$ queda:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{z} &= -\mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{A}_3 \Delta \mathbf{x} - \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{u} \\
\Delta \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{A}_3) \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{B}_2) \Delta \mathbf{u} \\
\Delta \mathbf{y} &= (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{A}_3) \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{D}_1 - \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{B}_2) \Delta \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{0.8}$$

o de forma resumida

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \\
\Delta \mathbf{y} &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{0.9}$$

siendo

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{A}_3 \\
\mathbf{B} &= \mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{B}_2 \\
\mathbf{C} &= \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{A}_3 \\
\mathbf{D} &= \mathbf{D}_1 - \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_4^{-1} \mathbf{B}_2
\end{aligned} \tag{0.10}$$

Donde \mathbf{A} es la matriz de estado o planta del sistema, \mathbf{B} es la matriz de control o de entradas, \mathbf{B}_r es la matriz de perturbaciones, \mathbf{C} es la matriz de salidas, \mathbf{D} es la matriz de prealimentación que define la proporción de las entradas que aparece en las salidas.

2.4 Solución de sistemas dinámicos lineales

Considérese que en el sistema dinámico descrito (0.9) sólo se considera una entrada

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u \tag{0.11}$$

La solución del sistema (0.11) tiene dos componentes: la solución homogénea y la solución particular de la completa.

La solución homogénea es la solución que corresponde a entrada nula y condiciones iniciales no nulas. La solución particular de la completa es la solución que corresponde a condiciones iniciales nulas y entrada no nula.

La solución del sistema de ecuaciones diferenciales (0.9) se puede expresar en términos de la exponencial de la matriz de estado \mathbf{A} de acuerdo con la expresión

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \Delta \mathbf{x}_h(t) + \Delta \mathbf{x}_p(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \Delta \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(\tau-t_0)} \mathbf{b} \Delta u(\tau) d\tau \tag{0.12}$$

La exponencial de la matriz de estado \mathbf{A} se puede calcular usando el desarrollo en serie de Taylor

$$e^{At} = \mathbf{I} + \frac{\mathbf{A}}{1!}t + \frac{\mathbf{A}^2}{2!}t^2 + \dots \quad (0.13)$$

Sin embargo, este método no es siempre numéricamente robusto. Una solución numéricamente robusta y llena de sentido físico se puede obtener en términos de los autovalores y autovectores de la matriz de estado \mathbf{A} .

Una alternativa llena de significado físico está basada en los autovalores y autovectores de la matriz de estado \mathbf{A} [4]. Un autovalor λ_i de la matriz de estado \mathbf{A} y los correspondientes autovectores derecho \mathbf{v}_i e izquierdo \mathbf{w}_i asociados se definen como:

$$\mathbf{A}\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i\lambda_i \quad (0.14)$$

$$\mathbf{w}_i^T \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{w}_i^T \quad (0.15)$$

El estudio de las ecuaciones (0.14) y (0.15) indica que los autovalores derecho e izquierdo no están determinados de forma única (éstos se calculan como la solución de un sistema lineal de N ecuaciones y $N+1$ incógnitas). Una forma de eliminar el grado de libertad es introducir la normalización

$$\mathbf{w}_i^T \mathbf{v}_i = 1 \quad (0.16)$$

En el caso de N autovalores distintos, las ecuaciones (0.14) y (0.16) se pueden escribir juntas para todos los autovalores en forma matricial

$$\begin{aligned} \mathbf{A}[\mathbf{v}_1 \quad \dots \quad \mathbf{v}_N] &= [\mathbf{v}_1 \quad \dots \quad \mathbf{v}_N] \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N^T \end{bmatrix} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N^T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N^T \end{bmatrix} [\mathbf{v}_1 \quad \dots \quad \mathbf{v}_N] &= \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (0.17)$$

o en forma más compacta como

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{V} &= \mathbf{V}\mathbf{\Lambda} \\ \mathbf{W}\mathbf{A} &= \mathbf{\Lambda}\mathbf{W} \\ \mathbf{W}\mathbf{V} &= \mathbf{I} \end{aligned} \quad (0.18)$$

donde Λ , \mathbf{V} y \mathbf{W} son respectivamente las matrices de los autovalores y los autovectores derechos e izquierdos

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_N]$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N^T \end{bmatrix}$$

Si la exponencial de la matriz de estado $e^{\mathbf{A}t}$ se expresa en términos de los autovalores y de los autovectores derechos e izquierdos de la matriz de estados \mathbf{A} , resulta

$$\begin{aligned} e^{\mathbf{A}t} &= \mathbf{V}\mathbf{W} + \frac{\mathbf{V}\Lambda\mathbf{W}}{1!}t + \frac{\mathbf{V}\Lambda^2\mathbf{W}}{2!}t^2 + \dots \\ &= \mathbf{V} \left(\mathbf{I} + \frac{\Lambda}{1!}t + \frac{\Lambda^2}{2!}t^2 + \dots \right) \mathbf{W} = \mathbf{V}e^{\Lambda t}\mathbf{W} \end{aligned} \quad (0.19)$$

La solución (0.12) del sistema de ecuaciones diferenciales en términos de los autovalores y autovectores de una matriz

$$\Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}e^{\Lambda(t-t_0)}\mathbf{W}\Delta\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{V}e^{\Lambda(\tau-t_0)}\mathbf{W}\mathbf{b}\Delta u(\tau) d\tau \quad (0.20)$$

Por otra parte, la solución homogénea del sistema de ecuaciones diferenciales lineales se puede expresar en términos de los autovalores y de los autovectores derechos e izquierdos de la matriz de estados \mathbf{A} como

$$\Delta\mathbf{x}(t)_h = \mathbf{V}e^{\Lambda t}\mathbf{W}\Delta\mathbf{x}(t_0) = \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} [\mathbf{w}_i^T \Delta\mathbf{x}(t_0)] \quad (0.21)$$

El estudio de la ecuación (0.21) permite obtener las siguientes conclusiones.

- La respuesta del sistema se expresa como una combinación de la respuesta del sistema para N modos.
- Los autovalores de la matriz de estado \mathbf{A} determinan la estabilidad del sistema. Un autovalor real negativo (positivo) indica un comportamiento exponencial decreciente (creciente) mientras que un autovalor complejo con parte real negativa (positiva) indica un comportamiento oscilatorio decreciente (creciente), tal y como se muestra en la Figura 2-1.

- Los componentes del autovector derecho \mathbf{v}_i indican la actividad relativa de cada variable en el modo i -ésimo.
- Las componentes de autovector izquierdo \mathbf{w}_i pesa las condiciones iniciales en el modo i -ésimo.

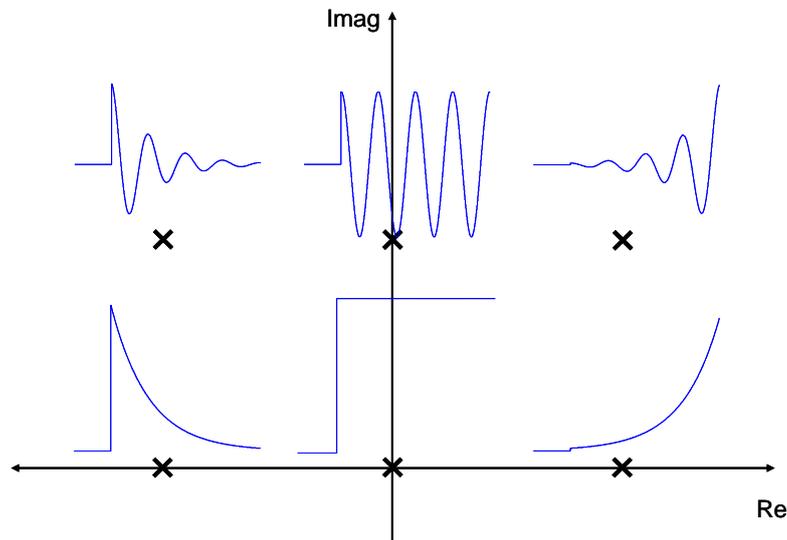


Figura 2-1: Relación entre la localización de los autovalores de la matriz de estados y la respuesta temporal ante un impulso.

2.5 Participaciones

El factor de participación de la variable j -ésima en el modo i -ésimo se define como el producto de las componentes j -ésimas del autovector derecho v_{ji} e izquierdo w_{ji} en el modo i -ésimo

$$p_{ji} = w_{ji} v_{ji}$$

El factor de participación de una variable en un modo es una magnitud adimensional. En otras palabras, es independiente de las unidades de las variables de estado.

Además, como resultado de la normalización adoptada (1.6), la suma de los factores de participación de todas las variables en un modo y la suma de los factores de participación de todos los modos en una variable son igual a la unidad.

$$\sum_{j=1}^N p_{ji} = \sum_{i=1}^N p_{ji} = 1$$

2.6 Residuos

Considérese que se define en el sistema (0.11) una variable de salida y que no tiene dependencia directa con la entrada u . Entonces la descripción del sistema queda en la forma

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= \mathbf{c}\Delta \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (0.22)$$

La función de transferencia expresada en términos de los polos y los residuos queda

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta u(s)} = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{s - p_i} \quad (0.23)$$

La función de transferencia (0.23) también se puede expresar en términos de los autovalores y autovectores de la matriz de estados como

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta u(s)} = \mathbf{cV}(s\mathbf{I} - \Lambda)^{-1} \mathbf{Wb} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{c}\mathbf{v}_i \mathbf{w}_i^T \mathbf{b}}{s - \lambda_i} \quad (0.24)$$

Por tanto los autovalores son los polos de cualquier función de transferencia que se pueda considerar $p_i = \lambda_i$ y los residuos se puedan calcular en términos de los autovectores derechos e izquierdos como

$$R_i = \mathbf{c}\mathbf{v}_i \mathbf{w}_i^T \mathbf{b} \quad (0.25)$$

Los residuos se pueden descomponer en términos de los factores de observabilidad y controlabilidad modal. En efecto, si se considera la transformación

$$\begin{aligned}\mathbf{c}\mathbf{x} &= \mathbf{V}\xi \\ \xi &= \mathbf{W}\mathbf{x}\end{aligned}$$

La ecuación (0.22) resulta

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\xi}(t) &= \Lambda \Delta \xi(t) + \mathbf{b}\mathbf{W}\Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= \mathbf{c}\mathbf{V}\Delta \xi(t)\end{aligned}$$

o también

$$\left. \begin{aligned}\Delta \dot{\xi}_i(t) &= \lambda_i \Delta \xi_i(t) + \mathbf{b}\mathbf{w}_i^T \Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= \mathbf{c}\mathbf{v}_i \Delta \xi_i(t)\end{aligned} \right\} i = 1, \dots, N \quad (0.26)$$

De donde se deducen los factores modales de observabilidad y controlabilidad:

$$\begin{aligned}c_{i,\Delta y} &= \mathbf{c}\mathbf{v}_i \\ b_{i,\Delta u} &= \mathbf{b}\mathbf{w}_i^T\end{aligned}$$

3. Aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados

Este capítulo desarrolla el funcionamiento de los aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados, tomado de [4], y de las cajas multiplicadoras.

3.1 Principios de funcionamiento

La Figura 3-1 muestra la configuración de un aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado.

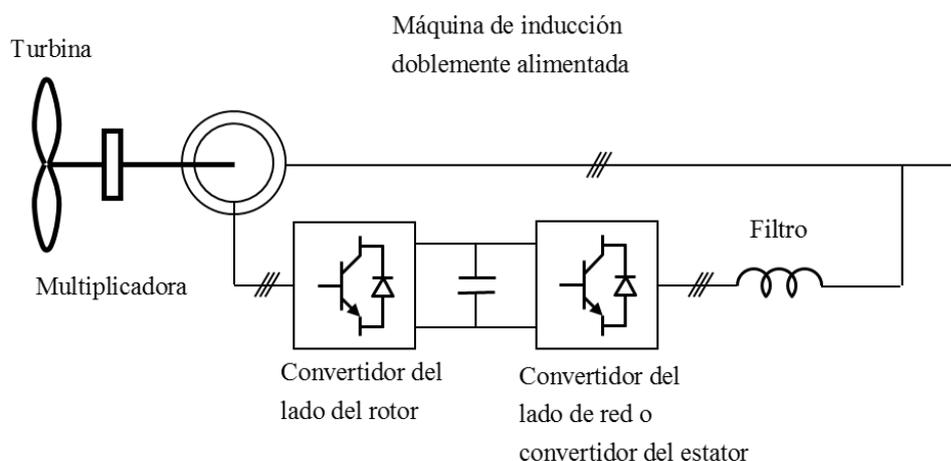


Figura 3-1: Generador de inducción doblemente alimentado.

El control de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados se basa en la utilización de dos convertidores fuentes de tensión con modulación de ancho de pulso acoplados a través de un condensador. Un convertidor está conectado al rotor de la máquina y el otro al estator.

El convertidor del rotor aplica un sistema trifásico de tensiones de frecuencia variable. La modificación de la frecuencia de las corrientes del rotor resulta en una modificación de la velocidad de giro del rotor.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

El objetivo de la modificación de la velocidad de giro del rotor es que la turbina eólica trabaje en el punto de máximo rendimiento cuando cambia la velocidad del viento.

El convertidor electrónico tiene dos convertidores acoplados a través de un condensador de acoplamiento. El convertidor del lado de red o convertidor del estator se puede utilizar para generar o consumir potencia reactiva.

Los principios del control del convertidor del lado del rotor son:

- La componente de eje directo de la corriente del rotor en un sistema de referencia solidario con el flujo del estator es la corriente de excitación y permite controlar la potencia reactiva del generador. Lo usual es anularla.
- La componente de eje transversal de la corriente del rotor es un sistema de referencia solidario con el flujo del rotor es la corriente de par y permite controlar el par electromagnético con el fin de seguir el punto de máxima potencia de la turbina eólica.

Los principios del control del convertidor del lado de red o del lado del estator son:

- La componente de eje directo de la corriente del convertidor del estator (colineal con la tensión de red) determina la potencia activa por el convertidor de red y permite regular la tensión en el condensador de acoplamiento.
- La componente en eje transversal de la corriente del convertidor del estator (en cuadratura con la tensión de red) determina la potencia reactiva por el convertidor de red.

3.2 Multiplicadoras

En los aerogeneradores basados en generadores de inducción la turbina eólica y el generador de inducción están acoplados mecánicamente mediante una caja multiplicadora. La turbina eólica gira típicamente entre 10 y 40 revoluciones por minuto mientras que el rotor del generador de inducción gira alrededor de 1500 revoluciones por minuto.

Las multiplicadoras están formadas por un complejo sistema de engranajes. La Figura 3-2 (tomada de [9]) muestra tres diferentes configuraciones de multiplicadora. La multiplicadora mostrada en la parte superior de la Figura 3-2 tiene dos etapas. Cada etapa, denominada sistema planetario, tiene un sol y tres planetas. La multiplicadora mostrada en la parte media de la Figura 3-2 tiene tres etapas. Las dos primeras etapas son del tipo sistema planetario. La tercera etapa es del tipo piñón. La multiplicadora mostrada en la parte inferior de la Figura 3-2 tiene tres etapas. La primera etapa es del tipo planetario y la segunda y tercera etapa es del tipo piñón.

En [9] se proponen modelos mecánicos de cada uno de los componentes de la multiplicadora. En general, el modelo mecánico del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora es un modelo de masas, muelles y amortiguadores como el mostrado en la Figura 3-3.

La Figura 3-4, tomada de [8], muestra el análisis de respuesta en frecuencia del rotor de un aerogenerador. Se señalan las frecuencias naturales del eje de baja velocidad (LSS), alta velocidad (HSS) y de la multiplicadora. Cada frecuencia natural aparece como un pico en la respuesta en frecuencia.

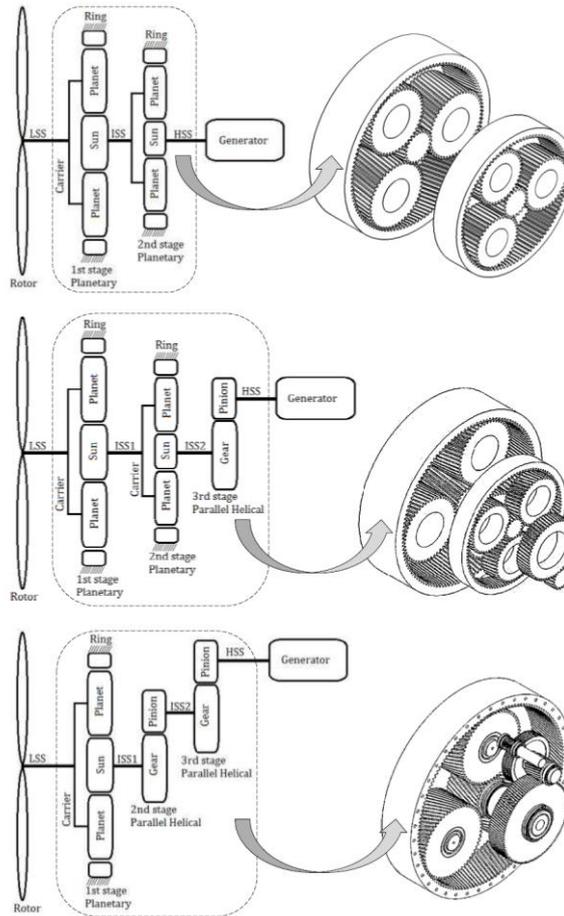


Figura 3-2: Tipos de multiplicadoras (tomada de [9]).

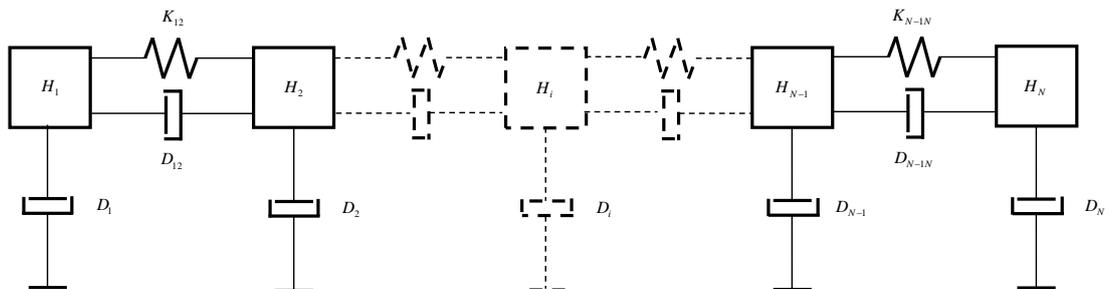


Figura 3-3: Modelos generales del rotor de un aerogenerador incluyendo el modelo de la multiplicadora.

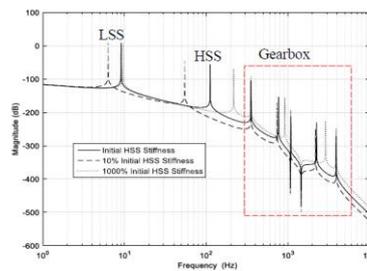


Figura 3-4: Frecuencias naturales de la dinámica del rotor de un aerogenerador (tomada de [9]).

El modelo de rotor del aerogenerador que desprecia las dinámicas de la multiplicadora es un modelo de dos masas. Para representar la frecuencia de resonancia más baja de la multiplicadora sería preciso un modelo de tres masas. Este proyecto propone estudiar la observabilidad de la frecuencia natural más baja de la multiplicadora utilizando un modelo de tres masas.

4. Modelo de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados

Este capítulo detalla las ecuaciones de los modelos no lineal y lineal de aerogeneradores basados en generadores de inducción doblemente alimentados. Estos modelos consideran una única masa en el rotor. Estos modelos están tomados de [3].

4.1 Modelo no lineal

La Figura 4-1 muestra el circuito equivalente de la máquina de inducción junto con el circuito equivalente del filtro de conexión del convertidor a la red.

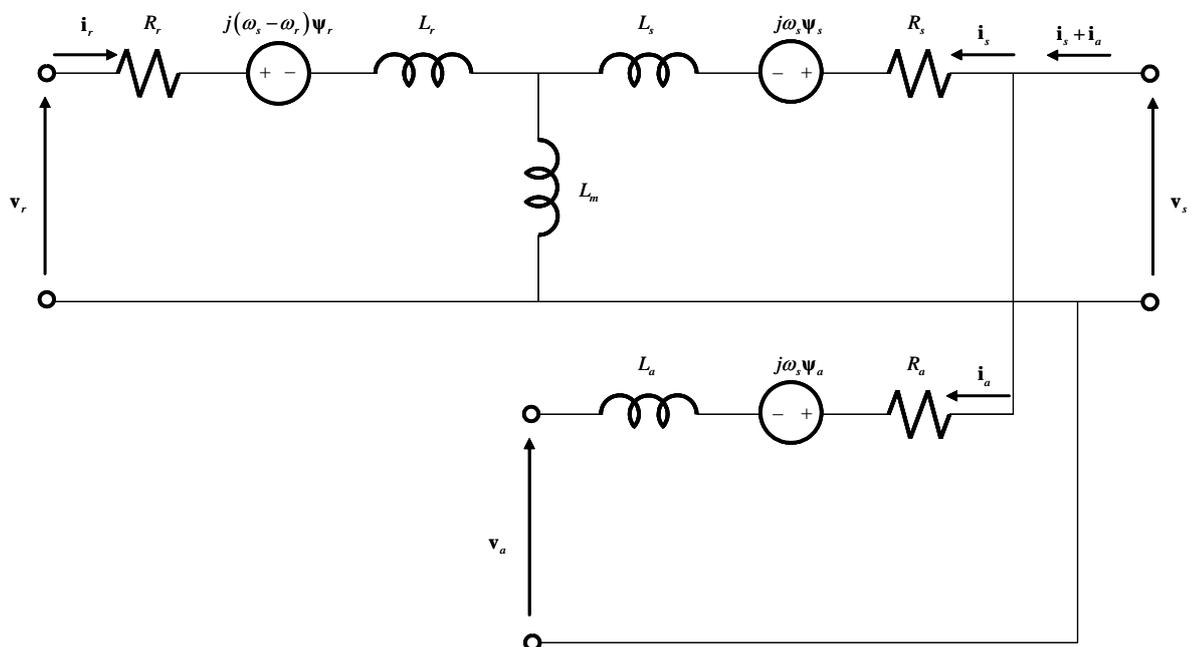


Figura 4-1: Circuito equivalente del generador de inducción doblemente alimentado

La Figura 4-2 muestra el diagrama de bloques del control convertidor del lado del rotor. La Figura 4-3 muestra el diagrama de bloques del control del convertidor del lado de red.

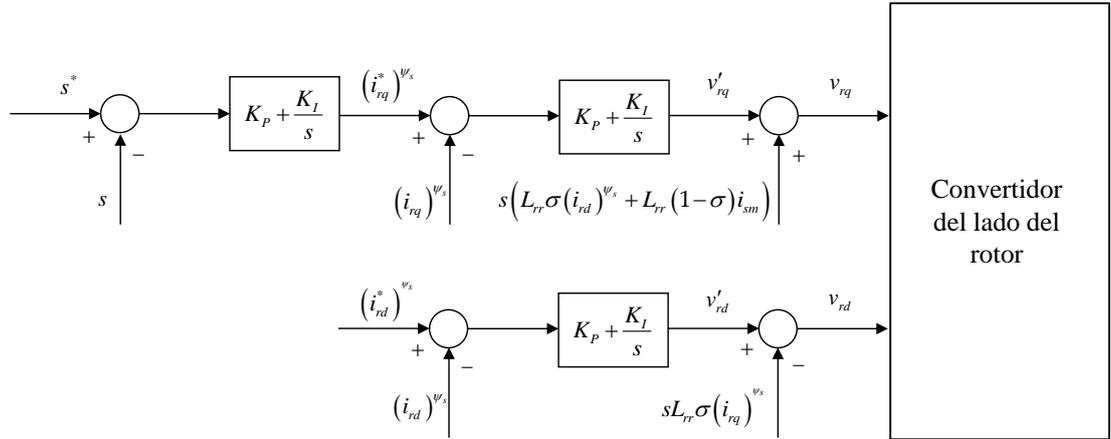


Figura 4-2: Control del convertidor del lado del rotor.

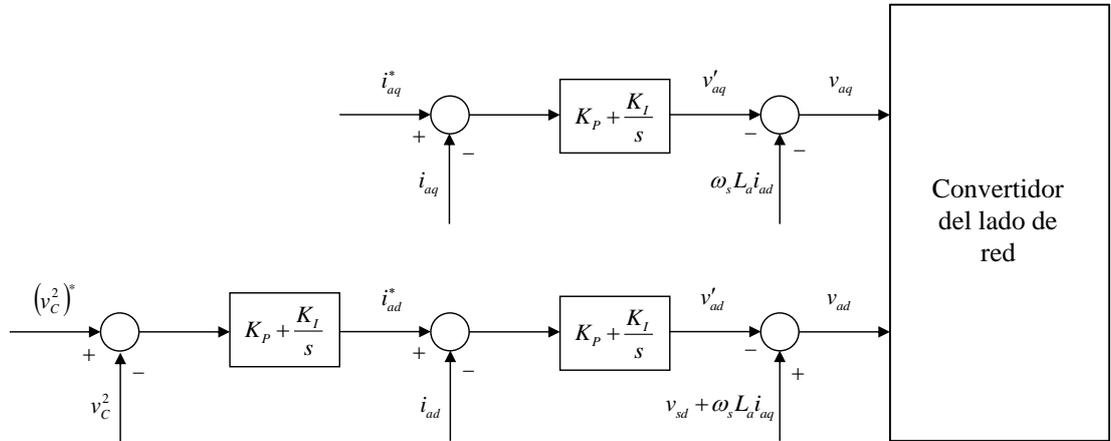


Figura 4-3: Control del convertidor del lado de red o del estator.

4.1.1 Ecuaciones diferenciales y algebraicas

- Estator de la máquina de inducción:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix} = -\omega_0 \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} - \omega_0 \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 \\ 0 & L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

- Convertidor del estator:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{ad} \\ \psi_{aq} \end{bmatrix} = -\omega_0 \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ad} \\ i_{aq} \end{bmatrix} - \omega_0 \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{ad} \\ \psi_{aq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} - \omega_0 \begin{bmatrix} v_{ad} \\ v_{aq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{ad} \\ \psi_{aq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ad} \\ i_{aq} \end{bmatrix}$$

- Dinámica del rotor:

$$2H\omega_s \frac{ds}{dt} = t_m - t_e$$

- Balance de energía en el condensador:

$$\frac{d(v_C^2)}{dt} = \frac{2}{C}(p_r - p_a)$$

$$p_r = v_{rd}i_{rd} + v_{rq}i_{rq}$$

$$p_a = v_{ad}i_{ad} + v_{aq}i_{aq}$$

- Control del convertidor del estator (componentes de la corriente en eje directo y transverso y tensión en el condensador). En forma de funciones de transferencia:

$$v'_{aq} = \left(K_{Pa} + \frac{K_{Ia}}{s} \right) (i_{aq}^* - i_{aq})$$

$$v_{aq} = -\omega_s L_a i_{ad} - v'_{aq}$$

$$v'_{ad} = \left(K_{Pa} + \frac{K_{Ia}}{s} \right) (i_{ad}^* - i_{ad})$$

$$v_{ad} = v_{sd} + \omega_s L_a i_{aq} - v'_{ad}$$

$$i_{ad}^* = \left(K_{Pv} + \frac{K_{Iv}}{s} \right) \left((v_C^2)^* - v_C^2 \right)$$

- Control del convertidor del estator (componentes de la corriente del convertidor del estator en eje directo y transverso y tensión en el condensador). En forma de ecuaciones de espacio de estado.

$$\dot{x}_{a1} = K_{Ia} (i_{aq}^* - i_{aq})$$

$$v'_{aq} = x_{a1} + K_{Pa} (i_{aq}^* - i_{aq})$$

$$v_{aq} = -\omega_s L_a i_{ad} - v'_{aq}$$

$$\dot{x}_{a2} = K_{Ia} (i_{ad}^* - i_{ad})$$

$$v'_{ad} = x_{a2} + K_{Pa} (i_{ad}^* - i_{ad})$$

$$v_{ad} = v_{sd} + \omega_s L_a i_{aq} - v'_{ad}$$

$$\dot{x}_{a3} = K_{Iv} \left((v_C^2)^* - v_C^2 \right)$$

$$i_{ad}^* = x_{a3} + K_{Pv} \left((v_C^2)^* - v_C^2 \right)$$

- Rotor de la máquina de inducción:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = -\omega_0 \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{v_s} - \omega_0 s \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix}^{v_s}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 \\ 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{v_s}$$

- Convertidor del rotor (componentes de la corriente en eje directo y transverso del rotor y de la velocidad en caso de considerar el control de velocidad). En forma de funciones de transferencia:

$$v'_{rd} = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) \left((i_{rd}^*)^{v_s} - (i_{rd})^{v_s} \right)$$

$$(v_{rd})^{v_s} = v'_{rd} - (\omega_s - \omega_r) L_{rr} \sigma (i_{rq})^{v_s}$$

$$v'_{rq} = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) \left((i_{rq}^*)^{v_s} - (i_{rq})^{v_s} \right)$$

$$(v_{rq})^{v_s} = v'_{rq} + (\omega_s - \omega_r) (L_{rr} \sigma (i_{rd})^{v_s} + L_{rr} (1 - \sigma) i_{sm})$$

$$(i_{rq}^*)^{v_s} = \left(K_{Ps} + \frac{K_{Is}}{s} \right) (s^* - s)$$

$$i_{sm} = \frac{\psi_s}{L_m} = \frac{\sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2}}{L_m}$$

$$\psi_s = \sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{\psi_{sd}}{\psi_{sq}}$$

$$\begin{bmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix}^{v_s} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix}^{v_s}$$

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{v_s} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{v_s}$$

- Convertidor del rotor (componentes de la corriente en eje directo y transverso del rotor y de la velocidad en caso de considerar el control de velocidad). En forma de ecuaciones de espacio de estado:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{r1} &= K_I \left((i_{rd}^*)^{\psi_s} - (i_{rd})^{\psi_s} \right) \\
v'_{rd} &= x_{r1} + K_P \left((i_{rd}^*)^{\psi_s} - (i_{rd})^{\psi_s} \right) \\
(v_{rd})^{\psi_s} &= v'_{rd} - (\omega_s - \omega_r) L_{rr} \sigma (i_{rq})^{\psi_s} \\
\dot{x}_{r2} &= K_I \left((i_{rq}^*)^{\psi_s} - (i_{rq})^{\psi_s} \right) \\
v'_{rq} &= x_{r2} + K_P \left((i_{rq}^*)^{\psi_s} - (i_{rq})^{\psi_s} \right) \\
(v_{rq})^{\psi_s} &= v'_{rq} + (\omega_s - \omega_r) (L_{rr} \sigma (i_{rd})^{\psi_s} + L_{rr} (1 - \sigma) i_{sm}) \\
\dot{x}_s &= K_{Is} (s^* - s) \\
(i_{rq}^*)^{\psi_s} &= x_s + K_{Ps} (s^* - s) \\
i_{sm} &= \frac{\psi_s}{L_m} = \frac{\sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2}}{L_m} \\
\psi_s &= \sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2} \\
\phi &= \arctan \frac{\psi_{sd}}{\psi_{sq}} \\
\begin{bmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} &= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} \\
\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} &= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s}
\end{aligned}$$

siendo

R_s y R_r son las resistencias de los arrollamientos del estator y del rotor,
 ω_0 es la velocidad base en radianes eléctricos por segundo $\omega_0 = 2\pi f_0$
 ω_s es la velocidad del campo del estator expresada en magnitudes unitarias $\omega_s = 1$
 $\omega_s - \omega_r = s\omega_s$ es la velocidad del campo del rotor respecto de un sistema de referencia que gira a la velocidad de sincronismo
 s es el deslizamiento
 v_{sd} y v_{sq} son las componentes de la tensión del estator en ejes directo y transversal,
 v_{rd} y v_{rq} son las componentes de la tensión del rotor en ejes directo y transversal,
 i_{sd} y i_{sq} son las componentes de la corriente del estator en ejes directo y transversal,
 i_{rd} y i_{rq} son las componentes de la corriente del rotor en ejes directo y transversal,
 ψ_{sd} y ψ_{sq} son las componentes del flujo del estator en ejes directo y transversal,

ψ_{rd} y ψ_{rq} son las componentes del flujo del rotor en ejes directo y transverso,
 L_s y L_r son las inductancias de dispersión del estator y del rotor,
 L_m es la inductancia de magnetización
 L_{ss} es la inductancia propia del estator $L_{ss} = L_s + L_m$
 L_{rr} es la inductancia propia del rotor $L_{rr} = L_r + L_m$

4.1.2 Forma condensada de las ecuaciones diferenciales y algebraicas

Las ecuaciones diferenciales y algebraicas se pueden escribir en la siguiente forma compacta:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \\
 \mathbf{0} &= \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{u})
 \end{aligned} \tag{0.27}$$

donde:

\mathbf{x} es el vector de variables de estado

$$\mathbf{x}^T = \left[\psi_{sd} \ \psi_{sq} \ \psi_{rd} \ \psi_{rq} \ \psi_{ad} \ \psi_{aq} \ s \ v_C^2 \ x_{a1} \ x_{a2} \ x_{a3} \ x_{r1} \ x_{r2} \ x_s \right]$$

\mathbf{z} es el vector de variables algebraicas

$$\mathbf{z}^T = \left[i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq} \ i_{ad} \ i_{aq} \ v_{ad} \ v_{aq} \ i_{ad}^* \ i_{sm} \ \psi_s \ \phi(v_{rd})^{\psi_s} \ (v_{rq})^{\psi_s} \ v_{rd} \ v_{rd} \ (i_{rd})^{\psi_s} \ (i_{rq})^{\psi_s} \ t_e \ P_r \ P_a \ (i_{rq}^*)^{\psi_s} \right]$$

\mathbf{u} es el vector de variables de entrada

$$\mathbf{u}^T = \left[v_{sd} \ v_{sq} \ t_m \ i_{aq}^* \ (v_C^2)^* \ (i_{rd}^*)^{\psi_s} \ s^* \right]$$

4.2 Modelo lineal

El modelo lineal del generador de inducción doblemente alimentado se obtiene por linealización alrededor del punto de funcionamiento del sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas no lineales.

El resultado de la linealización de cada una de las ecuaciones diferenciales y algebraicas es:

- Ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{sd} \\ \Delta \psi_{sq} \end{bmatrix} = -\omega_0 \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \end{bmatrix} - \omega_0 \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{sd} \\ \Delta \psi_{sq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \end{bmatrix} &= -\omega_0 \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{rd} \\ \Delta i_{rq} \end{bmatrix} \\
-\omega_0 \Delta s \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd0} \\ \psi_{rq0} \end{bmatrix} - \omega_0 s_0 \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} \Delta v_{rd} \\ \Delta v_{rq} \end{bmatrix} \\
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{ad} \\ \Delta \psi_{aq} \end{bmatrix} &= -\omega_0 \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{ad} \\ \Delta i_{aq} \end{bmatrix} \\
-\omega_0 \omega_s \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \psi_{ad} \\ \Delta \psi_{aq} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \end{bmatrix} - \omega_0 \begin{bmatrix} \Delta v_{ad} \\ \Delta v_{aq} \end{bmatrix} \\
\frac{d \Delta s}{dt} &= \frac{1}{2H \omega_s} \Delta t_m - \frac{1}{2H \omega_s} \Delta t_e \\
\frac{d(\Delta v_C^2)}{dt} &= \frac{2}{C} (\Delta p_r - \Delta p_a) \\
\Delta \dot{x}_{a1} &= K_{Ia} (\Delta i_{aq}^* - \Delta i_{aq}) \\
\Delta \dot{x}_{a2} &= K_{Ia} (\Delta i_{ad}^* - \Delta i_{ad}) \\
\Delta \dot{x}_{a3} &= K_{Ia} \left((\Delta v_C^2)^* - \Delta v_C^2 \right) \\
\Delta \dot{x}_{r1} &= K_I \left((\Delta i_{rd}^*)^{\omega_s} - (\Delta i_{rd})^{\omega_s} \right) \\
\Delta \dot{x}_{r2} &= K_I \left((\Delta i_{rq}^*)^{\omega_s} - (\Delta i_{rq})^{\omega_s} \right) \\
\Delta \dot{x}_s &= K_{Is} (s^* - s)
\end{aligned}$$

- Ecuaciones algebraicas:

$$\begin{aligned}
-\begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{ad} \\ \psi_{aq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ss} & & & & & \\ & L_{ss} & & & & \\ & & L_{rr} & & & \\ & & & L_{rr} & & \\ & & & & L_a & \\ & & & & & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{ad} \\ i_{aq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
-\Delta v_{aq} - \Delta x_{a1} - K_{Pa} (\Delta i_{aq}^* - \Delta i_{aq}) - \omega_s L_a \Delta i_{ad} = 0 \\
-\Delta v_{ad} - \Delta x_{a2} - K_{Pa} (\Delta i_{ad}^* - \Delta i_{ad}) + \omega_s L_a \Delta i_{aq} + \Delta v_{sd} = 0 \\
-\Delta i_{ad}^* + \Delta x_{a3} + K_{Pv} \left((\Delta v_C^2)^* - \Delta v_C^2 \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(\Delta v_{rd})^{\psi_s} + \Delta x_{r1} + K_P \left((\Delta i_{rd}^*)^{\psi_s} - (\Delta i_{rd})^{\psi_s} \right) \\
& -(-\Delta \omega_r) L_{rr} \sigma (i_{rq0})^{\psi_s} - (-\omega_{r0}) L_{rr} \sigma (\Delta i_{rq})^{\psi_s} = 0 \\
& -(\Delta v_{rq})^{\psi_s} + \Delta x_{r2} + K_P \left((\Delta i_{rq}^*)^{\psi_s} - (\Delta i_{rq})^{\psi_s} \right) \\
& + (-\Delta \omega_r) \left(L_{rr} \sigma (i_{rd0})^{\psi_s} + L_{rr} (1-\sigma) i_{sm0} \right) \\
& + (-\omega_{r0}) \left(L_{rr} \sigma (\Delta i_{rd})^{\psi_s} + L_{rr} (1-\sigma) \Delta i_{sm} \right) = 0 \\
& \quad - (i_{rq}^*)^{\psi_s} + x_s + K_{Ps} (s^* - s) = 0 \\
& \Delta i_{sm} = \frac{\Delta \psi_s}{L_m} \\
& -\psi_{s0} \Delta \psi_s + \psi_{sd0} \Delta \psi_{sd} + \psi_{sq0} \Delta \psi_{sq} = 0 \\
& -\frac{1}{\cos^2 \phi_0} \Delta \phi + \frac{\Delta \psi_{sq}}{\psi_{sd0}} - \frac{\psi_{sq0}}{\psi_{sd0}^2} \Delta \psi_{sd} = 0 \\
& - \begin{bmatrix} \Delta v_{rd} \\ \Delta v_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} + \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \\ \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{rd} \\ \Delta v_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} \\
& + \begin{bmatrix} -\sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{rd0} \\ v_{rq0} \end{bmatrix}^{\psi_s} \Delta \phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} \Delta i_{rd} \\ \Delta i_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} + \begin{bmatrix} \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \\ \sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{rd} \\ \Delta i_{rq} \end{bmatrix}^{\psi_s} \\
& + \begin{bmatrix} -\sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd0} \\ i_{rq0} \end{bmatrix}^{\psi_s} \Delta \phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
& -\Delta t_e + (\Delta \psi_{qr} i_{dr0} + \Delta i_{dr} \psi_{qr0} - \Delta \psi_{dr} i_{qr0} - \Delta i_{qr} \psi_{dr0}) = 0 \\
& -\Delta p_r + (i_{rd0} \Delta v_{rd} + v_{rd0} \Delta i_{rd} + i_{rq0} \Delta v_{rq} + v_{rq0} \Delta i_{rq}) = 0 \\
& -\Delta p_a + (i_{ad0} \Delta v_{ad} + v_{ad0} \Delta i_{ad} + i_{aq0} \Delta v_{aq} + v_{aq0} \Delta i_{aq}) = 0
\end{aligned}$$

5. Modelo detallado de la dinámica del rotor

Este capítulo detalla las ecuaciones de los modelos de la dinámica del rotor de dos y tres masas de aerogeneradores.

5.1 Modelo de dos masas

La Figura 6-4 muestra el modelo de dos masas (turbina y generador) de la dinámica del rotor.

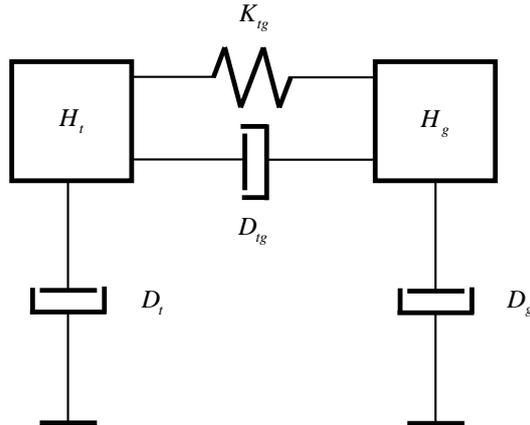


Figura 5-1: Modelo de dos masas de la dinámica del rotor.

5.1.1 Modelo no lineal

Las ecuaciones del modelo mecánico no-lineal de dos masas del rotor de un aerogenerador son

$$\begin{aligned}\frac{d\delta_t}{dt} &= \omega_t - \omega_{t0} \\ \frac{d\delta_g}{dt} &= \omega_g - \omega_{g0}\end{aligned}\tag{0.28}$$

$$\begin{aligned}2H_t \frac{d\omega_t}{dt} &= t_m - K_{tg} (\delta_t - \delta_g) - D_t (\omega_t - \omega_{t0}) - D_{tg} (\omega_t - \omega_g) \\ 2H_g \frac{d\omega_g}{dt} &= -t_e - K_{tg} (\delta_g - \delta_t) - D_g (\omega_g - \omega_{g0}) - D_{tg} (\omega_g - \omega_t)\end{aligned}\tag{0.29}$$

siendo

ω_t y ω_g son las velocidades angulares en magnitudes unitarias de la turbina y del generador

ω_{t0} y ω_{g0} son las velocidades angulares en magnitudes unitarias de la turbina y del generador en el punto de funcionamiento

δ_t y δ_g son los ángulos en radianes de la turbina y del generador

H_t y H_g son las inercias de la turbina y del generador en segundos

D_t y D_g son los amortiguamientos propios de la turbina y del generador en magnitudes unitarias

D_{tg} es el amortiguamiento mutuo entre la turbina y el generador en magnitudes unitarias

Las ecuaciones (0.28) y (0.29) se pueden también escribir en términos de tres ecuaciones diferenciales

$$\frac{d(\delta_t - \delta_g)}{dt} = \omega_0 (\omega_t - \omega_g) \quad (0.30)$$

$$2H_t \frac{d\omega_t}{dt} = t_m - K_{tg} (\delta_t - \delta_g) - D_t (\omega_t - \omega_{t0}) - D_{tg} (\omega_t - \omega_g) \quad (0.31)$$

$$2H_g \frac{d\omega_g}{dt} = -t_e - K_{tg} (\delta_g - \delta_t) - D_g (\omega_g - \omega_{g0}) - D_{tg} (\omega_g - \omega_t)$$

5.1.2 Modelo lineal

Las ecuaciones del modelo lineal de dos masas del rotor de un aerogenerador se obtienen por linealización de las ecuaciones (0.28) y (0.29) y son

$$\frac{d\Delta\delta_t}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_t \quad (0.32)$$

$$\frac{d\Delta\delta_g}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_g$$

$$2H_t \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = \Delta t_m - K_{tg} (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g) - D_t \Delta\omega_t - D_{tg} (\Delta\omega_t - \Delta\omega_g) \quad (0.33)$$

$$2H_g \frac{d\Delta\omega_g}{dt} = -\Delta t_e - K_{tg} (\Delta\delta_g - \Delta\delta_t) - D_g \Delta\omega_g - D_{tg} (\Delta\omega_g - \Delta\omega_t)$$

Las ecuaciones (0.32) y (0.33) se pueden escribir en forma matricial como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_t \\ \Delta\omega_g \\ \Delta\delta_t \\ \Delta\delta_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_t + D_{tg}}{2H_t} & \frac{D_{tg}}{2H_t} & \frac{-K_{tg}}{2H_t} & \frac{K_{tg}}{2H_t} \\ \frac{D_{tg}}{2H_g} & -\frac{D_g + D_{tg}}{2H_g} & \frac{K_{tg}}{2H_g} & \frac{-K_{tg}}{2H_g} \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_t \\ \Delta\omega_g \\ \Delta\delta_t \\ \Delta\delta_g \end{bmatrix} \quad (0.34)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{2H_t} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t_m + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t_e$$

Cuando se desprecian los amortiguamientos la respuesta libre queda descrita por las ecuaciones

$$\frac{d\Delta\delta_t}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_t \quad (0.35)$$

$$\frac{d\Delta\delta_g}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_g$$

$$2H_t \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = -K_{tg} (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g) \quad (0.36)$$

$$2H_g \frac{d\Delta\omega_g}{dt} = -K_{tg} (\Delta\delta_g - \Delta\delta_t)$$

que pueden escribirse también como

$$\frac{d\Delta\delta_t}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_t$$

$$\frac{d\Delta\delta_g}{dt} = \omega_0 \Delta\omega_g \quad (0.37)$$

$$\frac{d(\Delta\delta_t - \Delta\delta_g)}{dt} = \omega_0 (\Delta\omega_t - \Delta\omega_g)$$

$$\begin{aligned}
2H_t H_g \frac{d\Delta\omega_t}{dt} &= -H_g K_{tg} (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g) \\
2H_t H_g \frac{d\Delta\omega_g}{dt} &= -H_t K_{tg} (\Delta\delta_g - \Delta\delta_t) \\
2H_t H_g \frac{d(\Delta\omega_t - \Delta\omega_g)}{dt} &= -K_{tg} (H_t + H_g) (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g) \\
2 \frac{H_t H_g}{H_t + H_g} \frac{d(\Delta\omega_t - \Delta\omega_g)}{dt} &= -K_{tg} (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g)
\end{aligned} \tag{0.38}$$

y que resultan en una ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2(\Delta\delta_t - \Delta\delta_g)}{dt^2} + \frac{K_{tg} \omega_0}{2 \frac{H_t H_g}{H_t + H_g}} (\Delta\delta_t - \Delta\delta_g) = 0 \tag{0.39}$$

cuya ecuación característica es

$$s^2 + \frac{K_{tg} \omega_0}{2 \frac{H_t H_g}{H_t + H_g}} = 0 \tag{0.40}$$

$$s^2 + \omega_n^2 = 0 \tag{0.41}$$

Por tanto, la pulsación natural vale

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{tg} \omega_0}{2 \frac{H_t H_g}{H_t + H_g}}} \tag{0.42}$$

y la frecuencia natural vale

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{tg} \omega_0}{2 \frac{H_t H_g}{H_t + H_g}}} \tag{0.43}$$

5.2 Modelo de tres masas

La Figura 5-2 muestra el modelo de tres masas (turbina, generador y multiplicadora) de la dinámica del rotor.

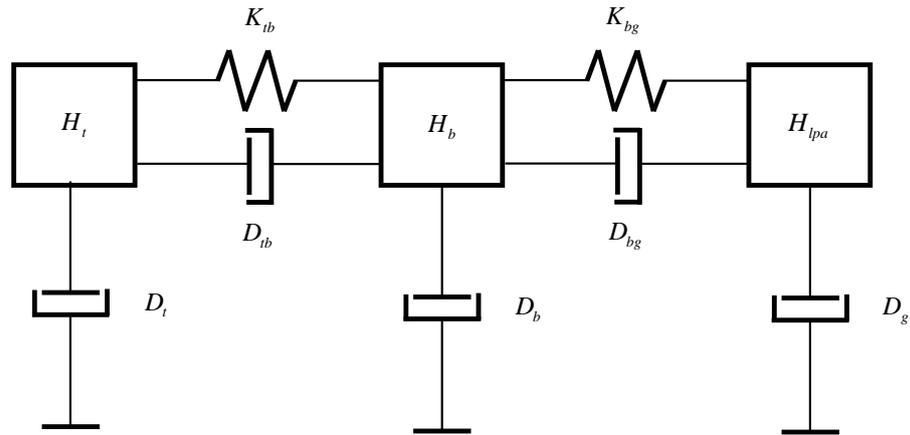


Figura 5-2: Modelo de tres masas de la dinámica del rotor.

5.2.1 Modelo no lineal

Las ecuaciones del modelo no-lineal de tres masas del rotor de un aerogenerador son

$$\begin{aligned}\frac{d\delta_t}{dt} &= \omega_0 (\omega_t - \omega_{t0}) \\ \frac{d\delta_b}{dt} &= \omega_0 (\omega_b - \omega_{b0}) \\ \frac{d\delta_g}{dt} &= \omega_0 (\omega_g - \omega_{g0})\end{aligned}\quad (0.44)$$

$$\begin{aligned}2H_t \frac{d\omega_t}{dt} &= t_m - K_{tb} (\delta_t - \delta_b) \\ &\quad - D_t (\omega_t - \omega_{t0}) - D_{tb} (\omega_t - \omega_b) \\ 2H_b \frac{d\omega_b}{dt} &= -K_{tb} (\delta_b - \delta_t) - K_{bg} (\delta_b - \delta_g) \\ &\quad - D_b (\omega_b - \omega_{b0}) - D_{tb} (\omega_b - \omega_t) - D_{bg} (\omega_b - \omega_g) \\ 2H_g \frac{d\omega_g}{dt} &= -t_e - K_{bg} (\delta_g - \delta_b) \\ &\quad - D_g (\omega_g - \omega_{g0}) - D_{bg} (\omega_g - \omega_b)\end{aligned}\quad (0.45)$$

siendo

ω_b es la velocidad angular en magnitudes unitarias de la caja multiplicadora

ω_{b0} es la velocidad angular en magnitudes unitarias de la caja multiplicadora en el punto de funcionamiento

δ_b es el ángulo en radianes de la caja multiplicadora

H_b es la inercia de la caja multiplicadora en segundos

D_b es el amortiguamiento propio de la caja multiplicadora en magnitudes unitarias
 D_{tb} y D_{bg} son los amortiguamientos mutuos entre la turbina y la caja multiplicadora
y entre la caja multiplicadora y el generador en magnitudes unitarias

5.2.2 Modelo lineal

Las ecuaciones del modelo lineal de tres masas del rotor de un aerogenerador son

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\delta_t}{dt} &= \omega_0\Delta\omega_t \\ \frac{d\Delta\delta_b}{dt} &= \omega_0\Delta\omega_b \\ \frac{d\Delta\delta_g}{dt} &= \omega_0\Delta\omega_g\end{aligned}\quad (0.46)$$

$$\begin{aligned}2H_t \frac{d\Delta\omega_t}{dt} &= \Delta t_m - K_{tb}(\Delta\delta_t - \Delta\delta_b) \\ &\quad - D_t\Delta\omega_t - D_{tb}(\Delta\omega_t - \Delta\omega_b) \\ 2H_b \frac{d\Delta\omega_b}{dt} &= -K_{tb}(\Delta\delta_b - \Delta\delta_t) - K_{bg}(\Delta\delta_b - \Delta\delta_g) \\ &\quad - D_b\Delta\omega_b - D_{tb}(\Delta\omega_b - \Delta\omega_t) - D_{bg}(\Delta\omega_b - \Delta\omega_g) \\ 2H_g \frac{d\Delta\omega_g}{dt} &= -\Delta t_e - K_{bg}(\Delta\delta_g - \Delta\delta_b) \\ &\quad - D_g\Delta\omega_g - D_{bg}(\Delta\omega_g - \Delta\omega_b)\end{aligned}\quad (0.47)$$

Las ecuaciones (0.32) y (0.33) se pueden escribir en forma matricial como

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_t \\ \Delta\omega_b \\ \Delta\omega_g \\ \Delta\delta_t \\ \Delta\delta_b \\ \Delta\delta_g \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{D_t + D_{tb}}{2H_t} & \frac{D_{tb}}{2H_t} & 0 & -\frac{K_{tb}}{2H_t} & \frac{K_{tb}}{2H_t} & 0 \\ \frac{D_{tb}}{2H_t} & -\frac{D_b + D_{tb} + D_{bg}}{2H_b} & \frac{D_{bg}}{2H_g} & \frac{K_{tb}}{2H_b} & -\frac{K_{tb} + K_{bg}}{2H_b} & \frac{K_{bg}}{2H_b} \\ 0 & \frac{D_{bg}}{2H_g} & -\frac{D_g + D_{bg}}{2H_g} & 0 & \frac{K_{bg}}{2H_g} & -\frac{K_{bg}}{2H_g} \\ \hline \omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_t \\ \Delta\omega_b \\ \Delta\omega_g \\ \Delta\delta_t \\ \Delta\delta_b \\ \Delta\delta_g \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \frac{1}{2H_t} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2H_g} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t_e
\end{aligned}
\tag{0.48}$$

6. Resultados

Este capítulo contiene los resultados numéricos obtenidos. Para comprender mejor los resultados numéricos del modelo de tres masas, se presentan primero los resultados numéricos de los modelos de una y de dos masas. El capítulo comienza detallando los datos del caso de estudio.

6.1 Datos

La Figura 6-1 muestra los datos del caso de estudio.

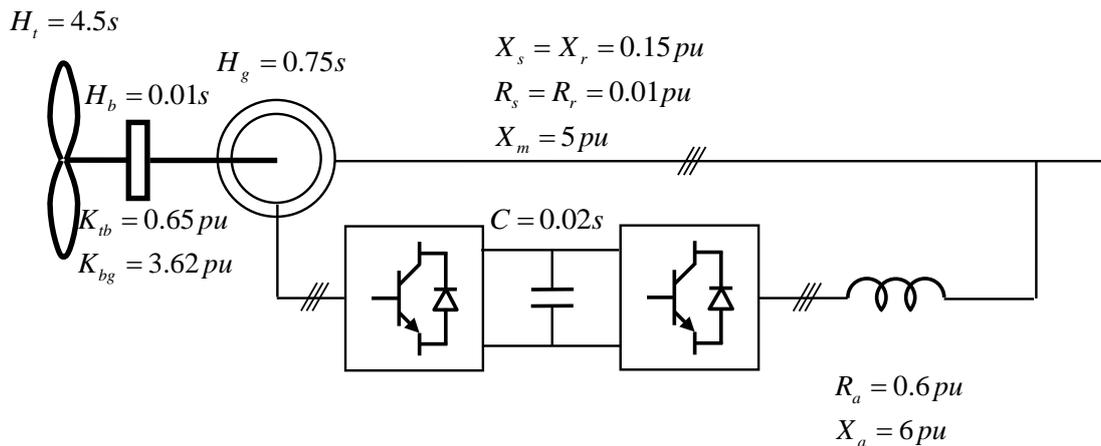


Figura 6-1: Datos del caso de estudio.

Los parámetros del subsistema eléctrico están tomados de [10]. Los parámetros del subsistema mecánico están tomados de la tabla 24.2 de la página 545 de [6]. La inercia de la multiplicadora ha sido supuesta.

6.2 Modelo del rotor de una masa

Cuando el modelo del rotor tiene una sola masa el modelo dinámico del aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado está descrito por 14 variables de estado.

Para validar los modelos desarrollados, se comparan las respuestas proporcionadas por los modelos no lineal y lineal. La Figura 6-2 compara la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos no lineal y línea en caso de un escalón de par mecánico. La Figura 6-4 compara la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos no lineal y línea en caso de un escalón de consigna de deslizamiento. A la vista de la Figura 6-2 y de la Figura 6-4 se puede dar el modelo por validado.

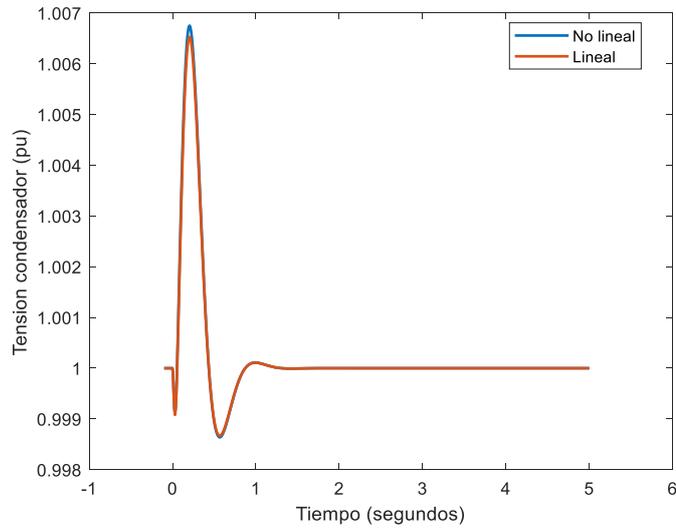


Figura 6-2: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

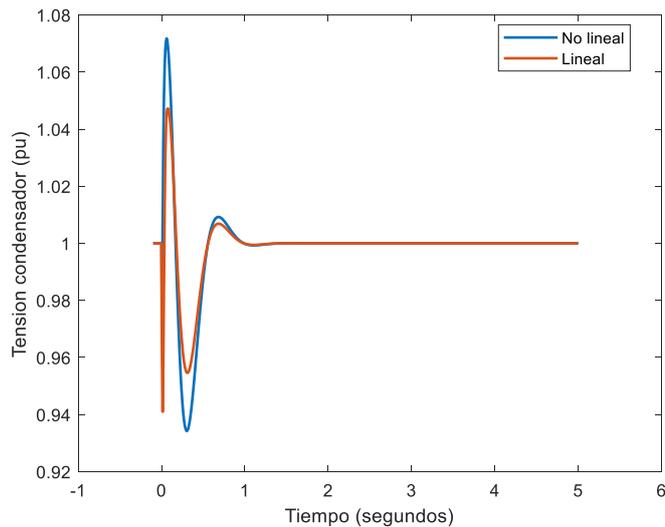


Figura 6-3: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

La matriz de estado del modelo lineal es de 14x14 y por tanto tiene 14 autovalores.

La Tabla 6-1 contiene los autovalores del modelo del rotor de una masa. La Tabla 6-2 contiene el módulo de las participaciones de los autovalores del modelo del rotor de una masa. Del análisis de las participaciones se pueden confirmar que el autovalor nº 13 corresponde a la dinámica del rotor. Tiene una frecuencia de 1.1 Hz y está muy bien amortiguado.

Tabla 6-1: Modelo del rotor de una masa. Autovalores.

Autovalores complejos				
Nº	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)
1	-10,4412	309,3497	3,37	49,23
3	-63,7138	78,4489	63,04	12,49
5	-70	71,4143	70	11,37
7	-69,3436	71,5204	69,61	11,38
9	-62,8546	75,3114	64,08	11,99
11	-7,1883	7,2539	70,39	1,15
13	-7,1282	7,1286	70,71	1,13

Tabla 6-2: Modelo del rotor de una masa. Participaciones.

Variable	Participaciones						
	Autovalores						
	1	3	5	7	9	11	13
psi_sd	0,508	0,003	0	0,008	0	0	0
psi_sq	0,509	0,009	0	0	0	0	0
psi_rd	0,008	0,714	0	0,051	0	0	0,008
psi_rq	0,008	0,053	0	0,698	0	0	0
psi_ad	0	0	0	0	0,715	0,009	0
psi_aq	0	0	0,7	0	0	0	0
s	0	0,098	0	0,007	0	0	0,705
v_c2	0	0	0	0	0,089	0,727	0
x_a1	0	0	0,7	0	0	0	0
x_a2	0	0	0	0	0,679	0,022	0
x_a3	0	0	0	0	0,007	0,716	0
x_r1	0,002	0,048	0	0,697	0	0	0
x_r2	0,002	0,649	0	0,051	0	0	0,007
x_s	0	0,007	0	0,001	0	0	0,706

La Figura 6-4 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor cuando se produce un escalón de par mecánico suministrado por la turbina. La Figura 6-5 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q cuando se produce un escalón de par mecánico suministrado por la turbina.

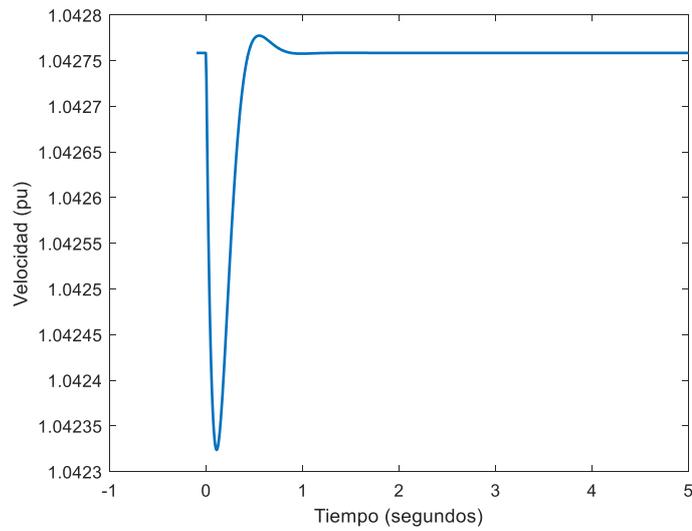


Figura 6-4: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.

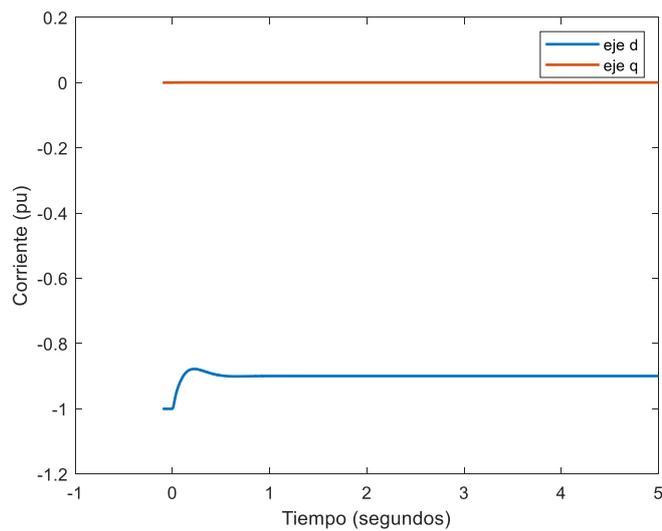


Figura 6-5: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.

La Figura 6-6 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor cuando se produce un escalón en la consigna de deslizamiento. La Figura 6-7 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q cuando se produce un escalón en la consigna de deslizamiento.

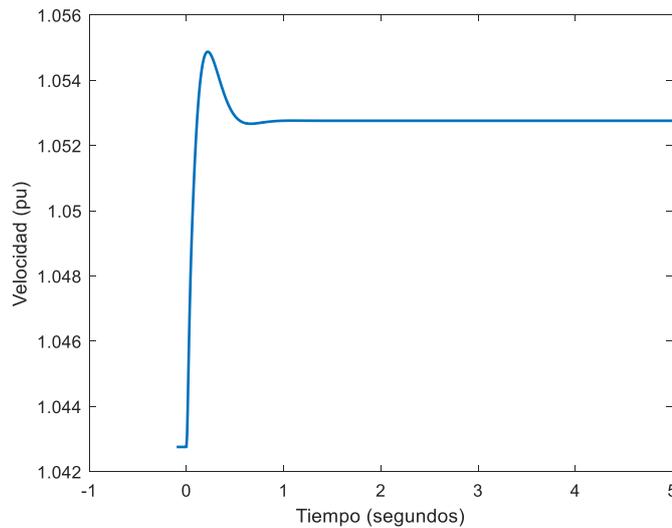


Figura 6-6: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.

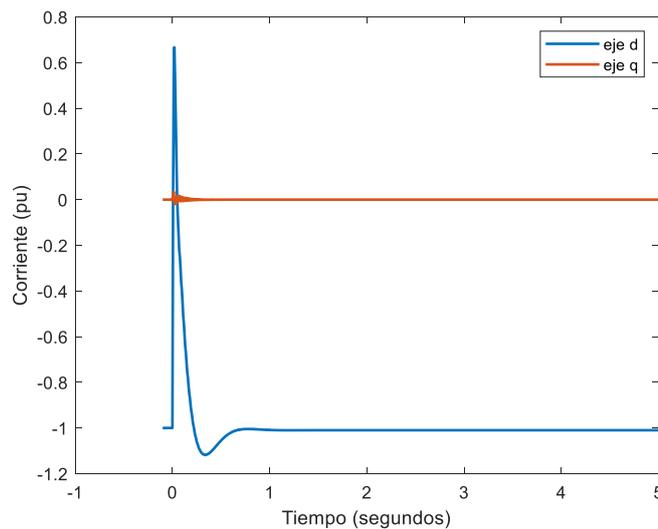


Figura 6-7: Modelo de una masa. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.

6.3 Modelo del rotor de dos masas

Cuando el modelo del rotor tiene dos masas el modelo dinámico del aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado está descrito por 16 variables de estado.

Para validar los modelos desarrollados, se comparan las respuestas proporcionadas por los modelos no lineal y lineal. La Figura 6-8 compara la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos no lineal y línea en caso de un escalón de par mecánico. La Figura 6-9 compara la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos

no lineal y lineal en caso de un escalón de consigna de deslizamiento. A la vista de la Figura 6-8 y de la Figura 6-9 se puede dar el modelo por validado.

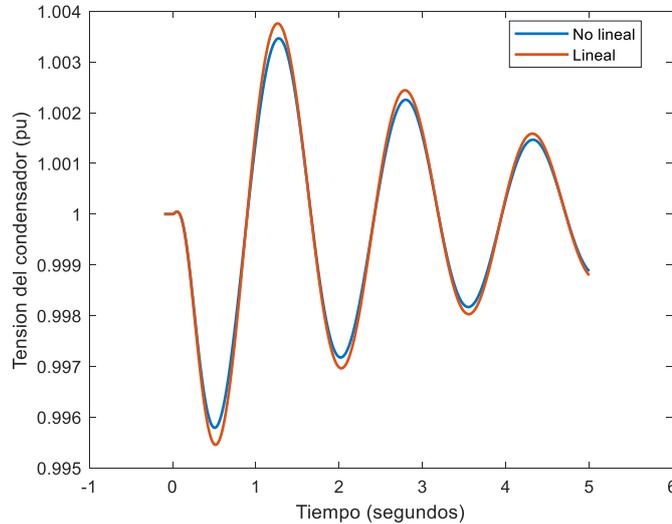


Figura 6-8: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

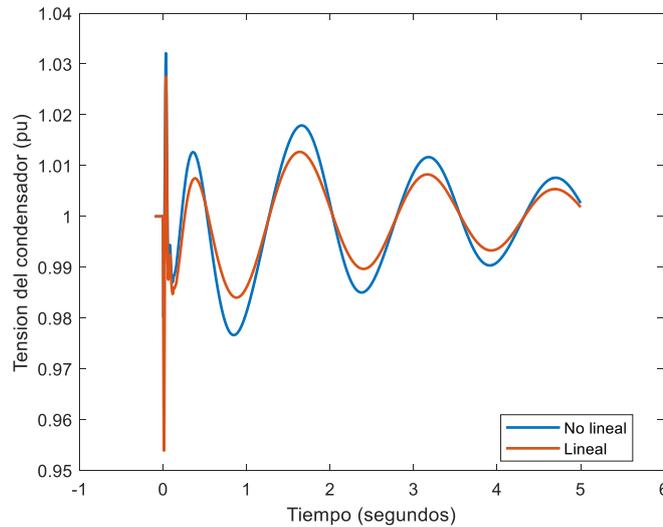


Figura 6-9: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

La matriz de estado del modelo lineal es de 16x16 y por tanto tiene 16 autovalores.

La Tabla 6-3 contiene los autovalores del modelo del rotor de dos masas. La Tabla 6-4 contiene el módulo de las participaciones de los autovalores del modelo del rotor de dos masas. Del análisis de las participaciones se pueden extraer las siguientes conclusiones sobre los modos relacionados con las dinámicas del rotor.

- El autovalor n° 3 corresponde a la dinámica del rotor del generador Tiene una frecuencia natural de 20 Hz. Es un modo amortiguado
- El autovalor n° 13 corresponde a la dinámica del rotor de la turbina. Tiene una frecuencia natural de 0.65 Hz. Es un modo poco amortiguado

Tabla 6-3: Modelo del rotor de dos masas. Autovalores.

Autovalores complejos				
No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)
1	-10,987	308,7117	3,56	49,13
3	-40,5222	128,4911	30,08	20,45
5	-69,7762	71,8897	69,65	11,44
7	-70	71,4143	70	11,37
9	-62,8546	75,3114	64,08	11,99
11	-7,1883	7,2539	70,39	1,15
13	-0,2825	4,111	6,86	0,65

Autovalores reales		
No.	Real	Constante tiempo (s)
15	-51,7532	0,01932
16	-8,6978	0,115

Tabla 6-4: Modelo del rotor de dos masas. Participaciones.

Variable	Participaciones								
	Autovalores								
	1	3	5	7	9	11	13	15	16
psi_sd	0,511	0,004	0,008	0	0	0	0	0	0
psi_sq	0,513	0,012	0	0	0	0	0	0,001	0
psi_rd	0,012	0,565	0,001	0	0	0	0	0,2	0,002
psi_rq	0,008	0,002	0,706	0	0	0	0	0	0
psi_ad	0	0	0	0	0,715	0,009	0	0	0
psi_aq	0	0	0	0,7	0	0	0	0	0
v_c2	0	0	0	0	0,089	0,727	0	0	0
x_a1	0	0	0	0,7	0	0	0	0	0
x_a2	0	0	0	0	0,679	0,022	0	0	0
x_a3	0	0	0	0	0,007	0,716	0	0	0
x_r1	0,002	0,001	0,701	0	0	0	0	0	0
x_r2	0,003	0,319	0,001	0	0	0	0	0,479	0
x_s	0	0,021	0	0	0	0	0,061	0,065	1,024
omega_t	0	0	0	0	0	0	0,512	0	0,023
omega_g	0,004	0,4	0,001	0	0	0	0,001	0,404	0,109
delta_tg	0	0,003	0	0	0	0	0,453	0,017	0,11

La Figura 6-10 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor de la turbina y del generador cuando se produce un escalón de par mecánico suministrado por la turbina. La Figura 6-11 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q. Se observa una oscilación de 0.6 Hz. En otras palabras, cuando se aplica un escalón en la consigna de par mecánico sólo se excita el modo de la turbina.

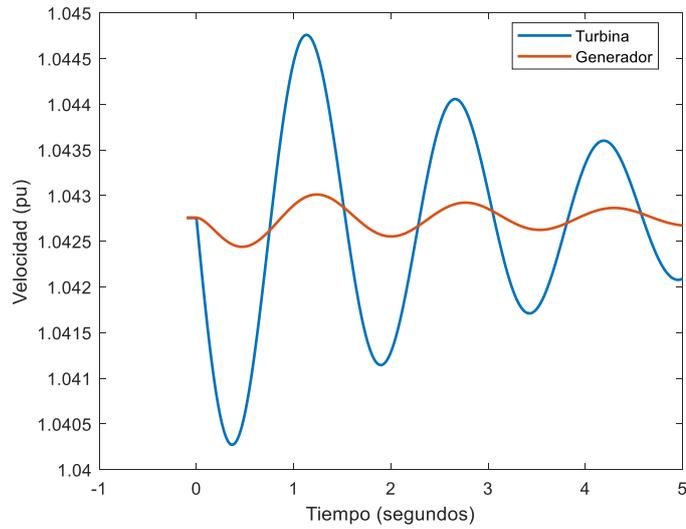


Figura 6-10: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.

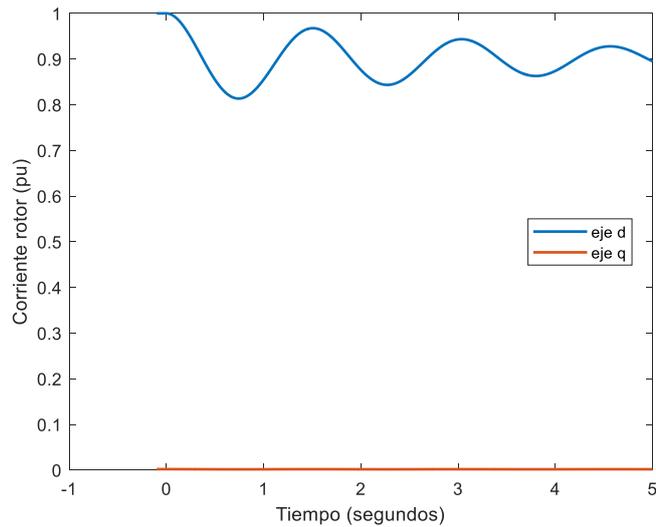


Figura 6-11: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.

La Figura 6-12 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor de la turbina y del generador cuando se produce un escalón de consigna de deslizamiento. La Figura 6-13 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q. Se observan oscilaciones de 0.6 y de 20 Hz. En otras palabras, cuando se aplica un escalón en la consigna de deslizamiento se excita tanto el modo de la turbina como el modo del generador.

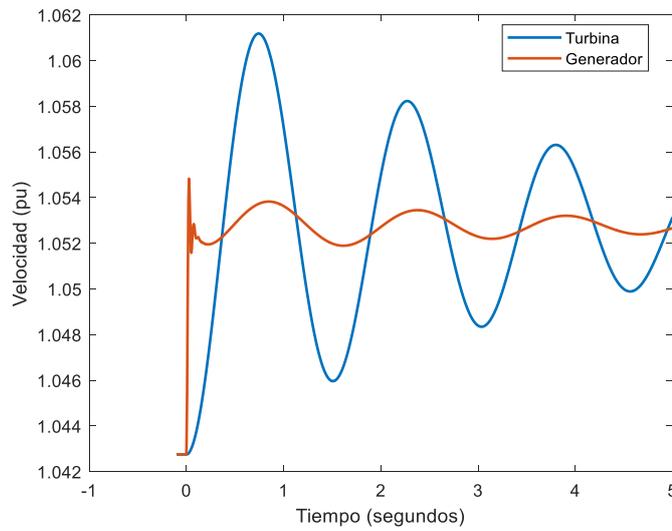


Figura 6-12: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.

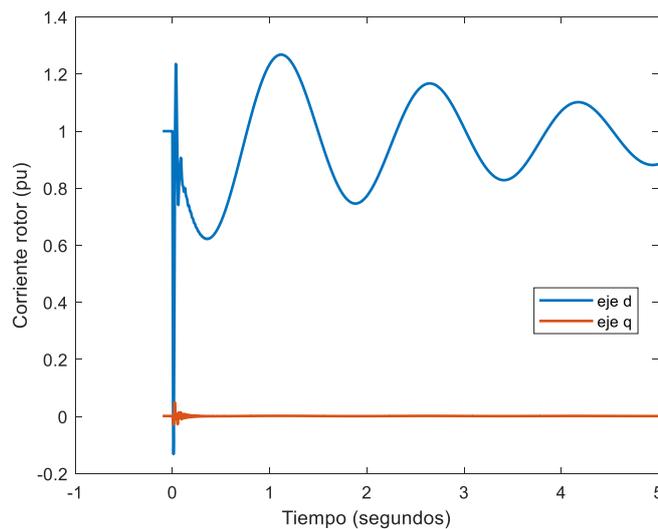


Figura 6-13: Modelo de dos masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.

La simulación en el dominio del tiempo del modelo de dos masas se puede resumir en los siguientes términos

- Un escalón de par mecánico sólo excita el modo de la turbina (0.6 Hz)
- Un escalón en la consigna de deslizamiento excita el modo de la turbina (0.6 Hz) como el modo del generador (20 Hz)
- El modo del generador es observable desde las corrientes del rotor

6.4 Modelo del rotor de tres masas

Cuando el modelo del rotor tiene tres masas el modelo dinámico del aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado está descrito por 19 variables de estado.

Para validar los modelos desarrollados, se comparan las respuestas proporcionadas por los modelos no lineal y lineal. La Figura 6-14 comparan la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos no lineal y línea en caso de un escalón de par mecánico. La Figura 6-15 compara la evolución temporal de la tensión del condensador de continua proporcionadas por los modelos no lineal y línea en caso de un escalón de consigna de deslizamiento. A la vista de la Figura 6-14 y Figura 6-15 se puede dar el modelo por validado.

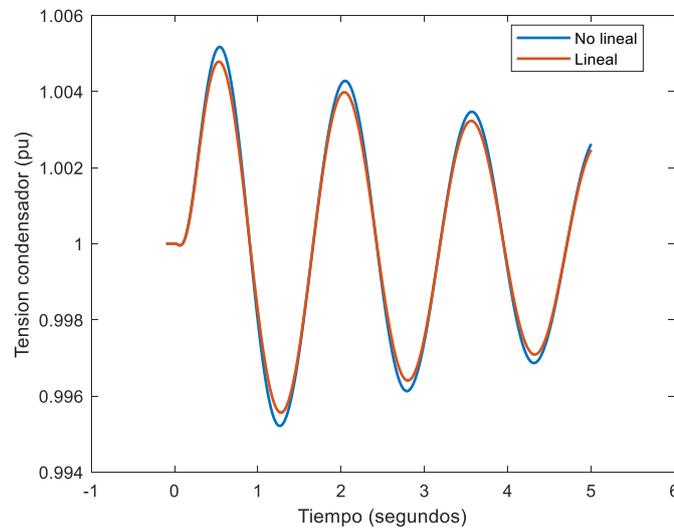


Figura 6-14: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

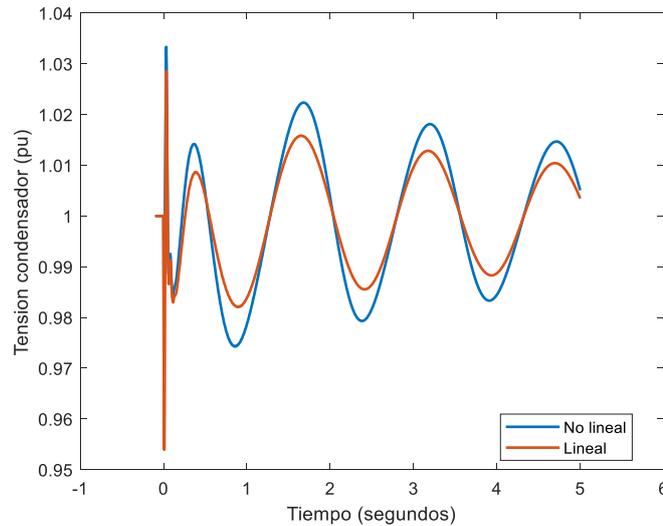


Figura 6-15: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Tensión del condensador de continua. Comparación de los modelos no lineal y lineal.

La matriz de estado del modelo lineal es de 19x19 y por tanto tiene 19 autovalores.

La Tabla 6-5 contiene los autovalores del modelo del rotor de tres masas. La Tabla 6-6 contiene el módulo de las participaciones de los autovalores del modelo del rotor de tres masas. Del análisis de las participaciones se pueden extraer las siguientes conclusiones sobre los modos relacionados con las dinámicas del rotor

- El autovalor n° 3 corresponde la dinámica de rotor de la multiplicadora. Tiene una frecuencia natural de 41 Hz. Es un modo poco amortiguado
- El autovalor n° 5 corresponde a la dinámica del rotor del generador Tiene una frecuencia natural de 20 Hz. Es un modo poco amortiguado
- El autovalor n° 15 corresponde a la dinámica del rotor de la turbina. Tiene una frecuencia natural de 0.66 Hz. Es un modo poco amortiguado

Tabla 6-5: Modelo del rotor de tres masas. Autovalores.

Autovalores complejos				
No.	Real	Imaginaria	Amortiguamiento (%)	Frecuencia (Hz)
1	-11,0129	308,7011	3,57	49,13
3	-0,81	260,5464	0,31	41,47
5	-39,8314	127,4682	29,83	20,29
7	-69,7737	71,8897	69,65	11,44
9	-70	71,4143	70	11,37
11	-62,8546	75,3114	64,08	11,99
13	-7,1883	7,2539	70,39	1,15
15	-0,138	4,1271	3,34	0,66

Autovalores reales		
No.	Real	Constante tiempo (s)
17	-50,7554	0,0197
18	-8,8817	0,1126

Tabla 6-6: Modelo del rotor de tres masas. Participaciones.

Variable	Participaciones									
	Autovalores									
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	18
psi_sd	0,511	0	0,003	0,008	0	0	0	0	0	0
psi_sq	0,513	0,001	0,012	0	0	0	0	0	0,001	0
psi_rd	0,012	0,002	0,565	0,001	0	0	0	0	0,204	0,002
psi_rq	0,008	0	0,002	0,706	0	0	0	0	0	0
psi_ad	0	0	0	0	0	0,715	0,009	0	0	0
psi_aq	0	0	0	0	0,7	0	0	0	0	0
v_c2	0	0	0	0	0	0,089	0,727	0	0	0
x_a1	0	0	0	0	0,7	0	0	0	0	0
x_a2	0	0	0	0	0	0,679	0,022	0	0	0
x_a3	0	0	0	0	0	0,007	0,716	0	0	0
x_r1	0,002	0	0,001	0,701	0	0	0	0	0	0
x_r2	0,003	0	0,322	0,001	0	0	0	0	0,47	0,001
x_s	0	0	0,022	0	0	0	0	0,06	0,071	1,036
omega_t	0	0	0	0	0	0	0	0,513	0	0,027
omega_b	0	0,493	0,006	0	0	0	0	0	0,004	0,001
omega_g	0,004	0,007	0,396	0,001	0	0	0	0,001	0,413	0,115
delta_t	0	0	0	0	0	0	0	0,513	0	0,027
delta_b	0	0,493	0,006	0	0	0	0	0	0,004	0,001
delta_g	0	0,006	0,003	0	0	0	0	0,067	0,022	0,137

La Figura 6-16 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor de la turbina, de la caja multiplicadora y del generador cuando se produce un escalón de par mecánico suministrado por la turbina. La Figura 6-17 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q. Se observa una oscilación de 0.6 Hz. En otras palabras, cuando se aplica un escalón en la consigna de par mecánico sólo se excita el modo de la turbina.

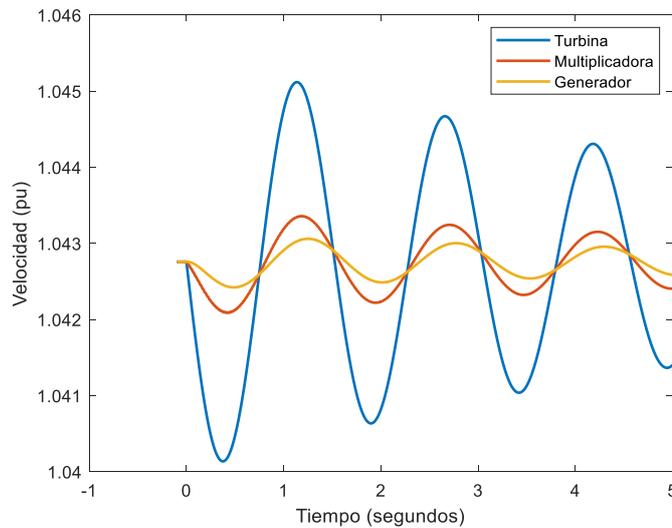


Figura 6-16: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Velocidad.

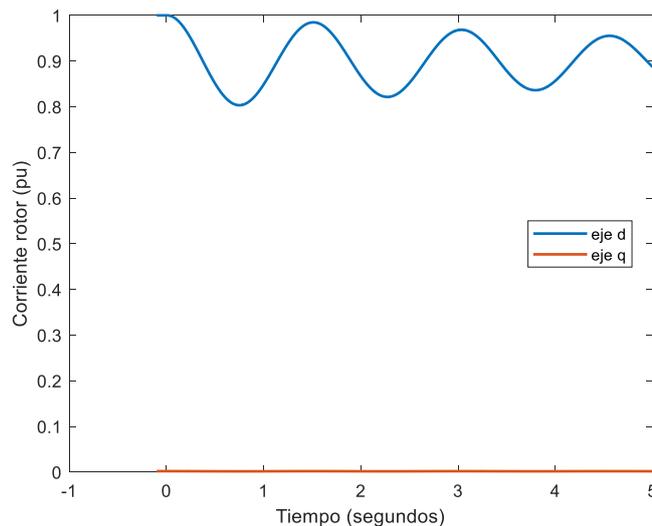


Figura 6-17: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de par mecánico. Corriente del rotor en ejes d y q.

La Figura 6-18 muestra la evolución temporal de la velocidad del rotor de la turbina, de la caja multiplicadora y del generador cuando se produce un escalón de consigna de deslizamiento. La Figura 6-19 muestra un detalle de la Figura 6-18. Se observan oscilaciones de 0.6, 20 Hz y 41 Hz. Se aprecia que en la velocidad de la multiplicadora hay una componente de alta frecuencia (41 Hz) que corresponde al modo de la multiplicadora. En otras palabras, cuando se aplica un escalón en la consigna de deslizamiento se excita tanto el modo de la turbina como el modo del generador.

La Figura 6-20 muestra la evolución temporal de la corriente del rotor en ejes d y q. La Figura 6-21 muestra un detalle de la Figura 6-20. La componente de 41 Hz no

aparece en las corrientes del rotor. En las corrientes del rotor sólo aparece el modo del generador de 20 Hz y de la turbina de 0.6 Hz.

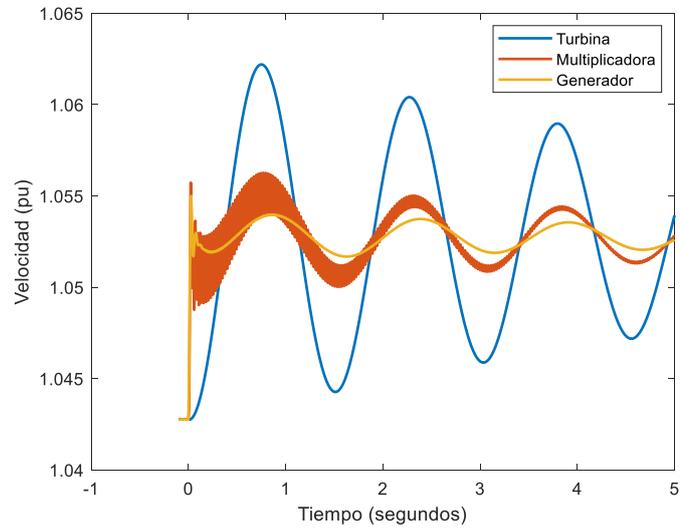


Figura 6-18: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad.

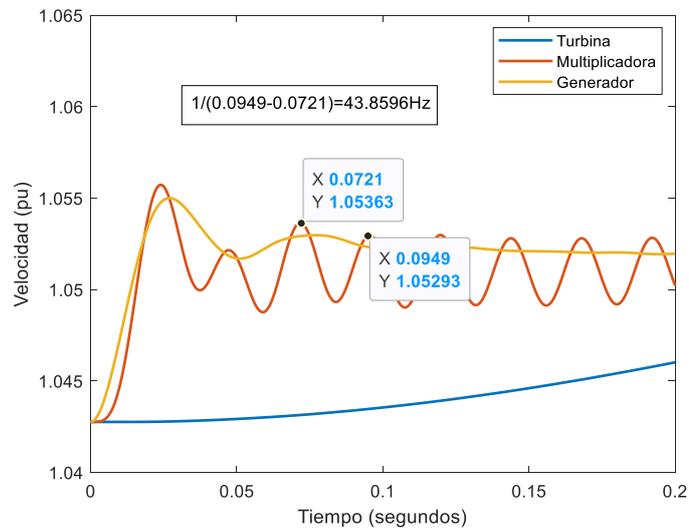


Figura 6-19: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Velocidad. Detalle.

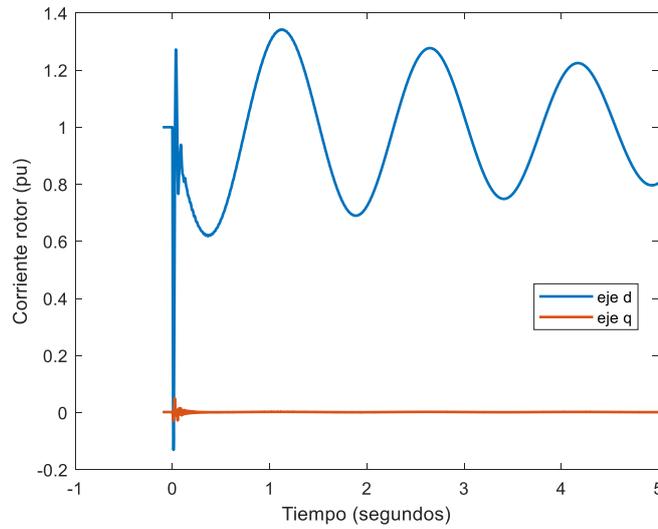


Figura 6-20: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q.

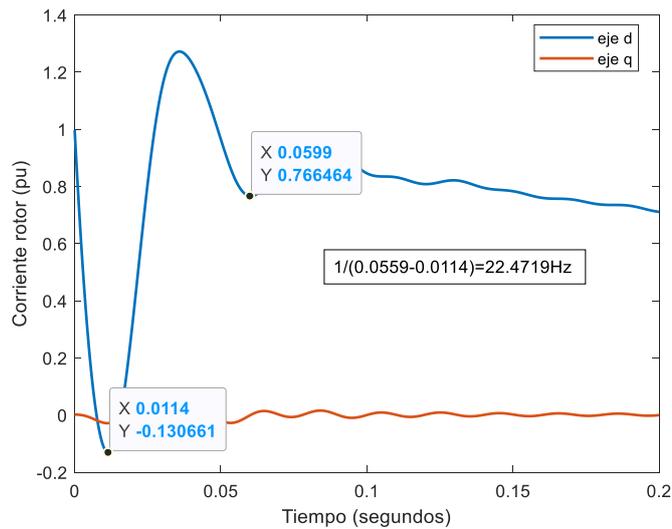


Figura 6-21: Modelo de tres masas. Respuesta ante un escalón de consigna de deslizamiento. Corriente del rotor en ejes d y q. Detalle.

La simulación en el dominio del tiempo del modelo de tres masas se puede resumir en los siguientes términos

- Un escalón de par mecánico sólo excita los modos de la turbina (0.6 Hz) y del generador (20 Hz)
- Un escalón en la consigna de deslizamiento excita los modos tanto los modos de la multiplicadora (0.41 Hz) como los modos de la turbina (0.6 Hz) y del generador (20 Hz)
- El modo de la multiplicadora (0.41 Hz) es observable desde la velocidad de la multiplicadora

- El modo de la multiplicadora (0.41 Hz) no es observable desde las corrientes del rotor

La Tabla 6-7 contiene los residuos de los modos mecánicos correspondientes las entradas par mecánico y a la consigna del deslizamiento y a las salidas corriente del rotor en eje directo y transverso.

Los residuos confirman las observaciones de la respuesta en el dominio del tiempo

- Los residuos cuando la entrada es la consigna del deslizamiento son mucho mayores que los residuos cuando la entrada es el par mecánico.
- El modo del generador es el que tiene mayor residuo; el modo de la multiplicadora es el que tiene menor residuo.

Tabla 6-7: Modelo del rotor de tres masas. Residuos de los modos mecánicos.

Modo	Entrada	Salida	
		ird	irq
Multiplicadora	tm	0,0094	0,0011
Generador	tm	0,0727	0,0044
Turbina	tm	2,184	0,0042

Modo	Entrada	Salida	
		ird	irq
Multiplicadora	sref	32,2854	3,9577
Generador	sref	10813,6089	649,926
Turbina	sref	82,776	0,1593

7. Conclusiones

Este proyecto ha investigado la observabilidad de las dinámicas asociadas a la caja multiplicadora de un aerogenerador basado en un generador de inducción doblemente alimentado desde las corrientes del rotor.

Para ello, ha propuesto utilizar un modelo del rotor de tres masas: turbina, multiplicadora y generador.

Se ha incorporado ese modelo del rotor de tres masas a un modelo detallado de aerogenerador basado en generador de inducción doblemente alimentado disponible en el que el rotor estaba representado por una única masa. También se ha desarrollado un modelo en el que el rotor estaba representado por dos masas para comparar con el modelo en el que el rotor estaba representado por tres masas.

Para investigar la observabilidad se ha utilizado la respuesta en el dominio del tiempo ante escalones de par mecánico suministrado por la turbina y de consigna de deslizamiento y los residuos de los autovalores del modelo lineal. Los residuos se han calculado como producto de los factores de controlabilidad y observabilidad modal.

La simulación en el dominio del tiempo del modelo de tres masas se puede resumir en los siguientes términos

- Un escalón de par mecánico sólo excita los modos de la turbina (0.6 Hz) y del generador (20 Hz)
- Un escalón en la consigna de deslizamiento excita los modos tanto los modos de la multiplicadora (0.41 Hz) como los modos de la turbina (0.6 Hz) y del generador (20 Hz)
- El modo de la multiplicadora (0.41 Hz) es observable desde la velocidad de la multiplicadora
- El modo de la multiplicadora (0.41 Hz) no es observable desde las corrientes del rotor

Los residuos confirman las observaciones de la respuesta en el dominio del tiempo

- Los residuos cuando la entrada es la consigna del deslizamiento son mucho mayores que los residuos cuando la entrada es el par mecánico.
- El modo del generador es el que tiene mayor residuo; el modo de la multiplicadora es el que tiene menor residuo.

En resumen, las dinámicas de la multiplicadora desde las corrientes del rotor no son observables desde las corrientes del rotor.

8. Referencias

- [1] J. L. Rodríguez Amenedo, J.C. Burgos Díaz, S. Arnalte Gómez, “Sistemas eólicos de producción de energía eléctrica”, 2003, Editorial Rueda S. L.
- [2] M. Martínez Montaña, “Detección de anomalías en aerogeneradores a través de vigilancia del comportamiento observable mediante vibraciones”, Proyecto fin de master, E.T.S. Ingeniería ICAI, Junio 2017.
- [3] M. Diez Martínez, “Modelo de generadores eólicos asíncronos doblemente alimentados para estudios de estabilidad de pequeña perturbación de sistemas eléctricos”, Proyecto fin de carrera, E.T.S. Ingeniería ICAI, Junio 2005.
- [4] Matlab, <https://es.mathworks.com/help/control/ref/lqr.html>.
- [5] L. Rouco, F.L. Pagola, G.C. Verghese, I.J. Pérez-Arriaga, “Selective modal analysis” in Power system coherency and model reduction, J. H. Chow editor, Springer, Berlin, 2013.
- [6] T. Ackermann, Editor, Wind Power in PowerSystems, John Wiley and Sons 2005.
- [7] M. Haastrup, M. R. Hansen, M. K. Ebbesen, “Modeling of Wind Turbine Gearbox Mounting”, Modeling, Identification and Control, Vol. 32, No. 4, 2011, pp. 141-149.
- [8] F.L.J. van der Linden P.H. Vazques de Souza Silva, “Modelling and Simulating the Efficiency and Elasticity of Gearboxes”, Proceedings 7th Modelica Conference, Como, Italy, Sep. 20-22, 2009.
- [9] A. Hamadani, T. An, M. King, Hui Long, “System Dynamic Modelling of Three Different Wind Turbine Gearbox Designs under Transient Loading Conditions”, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 18 (11). pp. 1659-1668, 2017.
- [10] L. Rouco, J. Zamora, A. García-Cerrada, “Wind generation in weak systems”, International Conference on Renewable Energies and Power Quality - ICREPQ'20, Granada, España, 2-4 septiembre 2020.

9. Anexo. Objetivos de desarrollo sostenible (ODS)

En el año 2015, la Organización de las Naciones Unidas (ONU) aprobó un proyecto llamado “Agenda 2030 para el desarrollo sostenible”, también conocido por el nombre de “Objetivos de desarrollo sostenible”. Este acuerdo, que consta de 17 objetivos, que deben alcanzarse en un periodo de 15 años, fue apoyado por más de la mitad de los países miembros de la ONU.



Figura 9-1: Objetivos de desarrollo sostenible.

Figura 9-1 muestra que los objetivos son muy diversos y abarcan multitud de áreas: el fin del hambre y la pobreza, acabar con las desigualdades, tanto económicas como sociales, alcanzar una economía sostenible, etc.

De entre todos los objetivos este proyecto incide esencialmente en el objetivo número 7: “Energía asequible y no contaminante”.

La principal meta del objetivo número 7 es *garantizar el acceso a una energía asequible, fiable, sostenible y moderna para todos*. Es decir, se trata de que la energía eléctrica se obtenga de fuentes renovables y que sea accesible para todas las personas independientemente de su situación geográfica y de su riqueza.

Este proyecto se enmarca en el ámbito de la energía eólica. La energía eólica es junto con la energía hidráulica y solar, una fuente de energía renovable por excelencia.

Este proyecto ha estado orientado a hacer la generación eólica más fiable y económicamente más eficiente.

Los dos objetivos que tiene este proyecto y que implican que cumpla el objetivo 7 de los ODS son:

- Prevenir los fallos que se producen en la multiplicadora de un aerogenerador con el fin de evitar elevadas pérdidas económicas, tanto por la complejidad que supone su sustitución como las pérdidas derivadas de tener el aerogenerador parado y sin producir energía eléctrica.
- Utilizar un método económico de monitorizar las dinámicas de la multiplicadora (a través de las corrientes del rotor) evitando instalar costosos sensores mecánicos de vibraciones.

Por tanto, este proyecto supone una apuesta decidida por la fiabilidad y eficiencia de la generación eólica.

La Figura 9-2 y la Figura 9-3 muestran la evolución de la potencia eólica instalada en España y el mundo respectivamente. Confirman que cualquier acción emprendida a nivel de aerogenerador tendrá un gran impacto no solo en el ámbito nacional sino también en el ámbito mundial.

EVOLUCIÓN ANUAL Y ACUMULADA DE LA POTENCIA INSTALADA EN ESPAÑA

Fuente: AEE

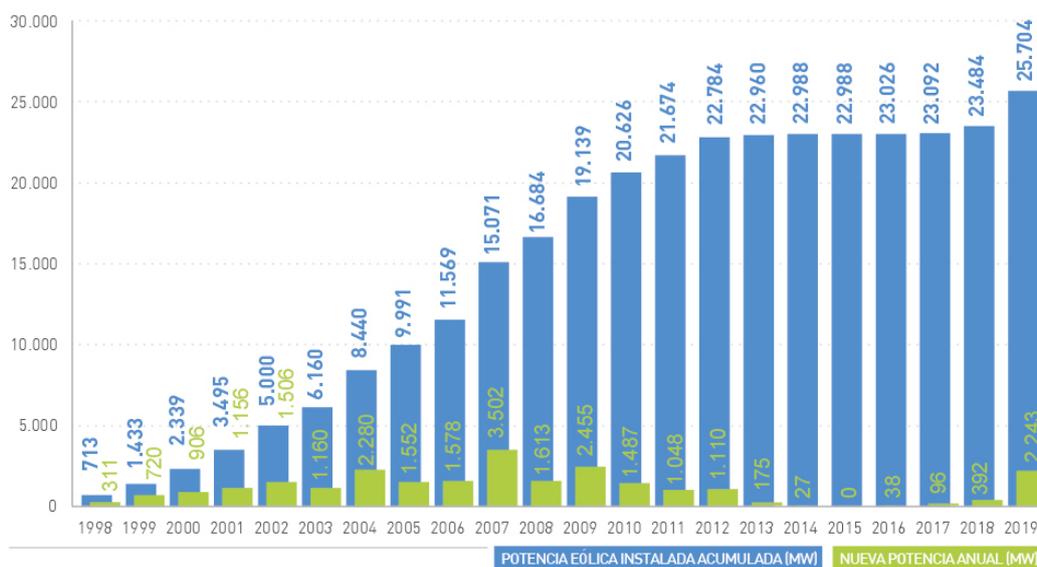


Figura 9-2: Desarrollo de la energía eólica en España.

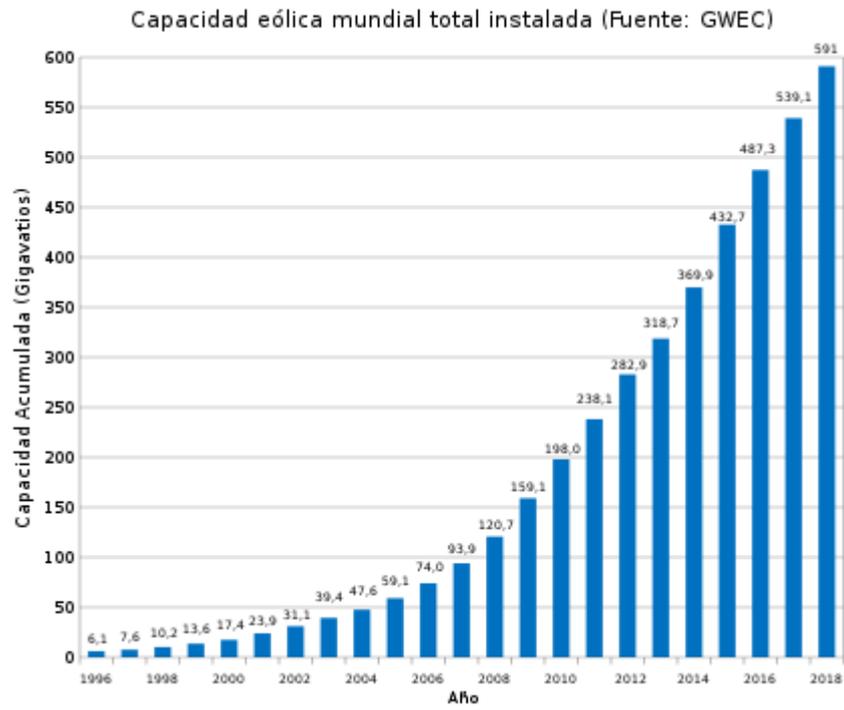


Figura 9-3: Desarrollo de la energía eólica en el mundo.