



TRABAJO FIN DE GRADO

PROYECTO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Educación Primaria

Ana López Sainz

Directora: Elsa Santaolalla Pascual

Doble Grado de Educación Primaria

y Educación Infantil

Curso 2020/2021

4 de junio de 2021

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN



“GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN”

PROYECTO DE APRENDIZAJE SERVICIO EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS CON EL DEPARTAMENTO DE CALIDAD EDUCATIVA DE FUNDAP GUATEMALA

Educación Primaria

Ana López Sainz

Directora: Elsa Santaolalla Pascual

Doble Grado de Educación Primaria
y Educación Infantil
Curso 2020/2021
4 de junio de 2021

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

TABLA DE CONTENIDO

LEYENDA DE PICTOGRAMAS	6
LISTA DE ABREVIATURAS	7
RESUMEN/ABSTRACT Y PALABRAS CLAVE	8
A) RESUMEN.....	8
B) ABSTRACT	9
1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO	11
3. MARCO TEÓRICO.....	16
3.3 APRENDIZAJE Y SERVICIO	16
<i>Metodología</i>	16
<i>Sentido de este proyecto ApS</i>	17
<i>Participantes de este proyecto</i>	18
3.4 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	21
<i>¿Qué se entiende por buena didáctica?</i>	24
<i>Fases del acto didáctico</i>	26
PROPUESTA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA.....	28
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN	28
1. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA	29
4. CONTENIDO CURRICULAR	30
5. PROPUESTA DE TALLERES Y DESARROLLO DE LOS BLOQUES	38
BLOQUE 0: INTRODUCCIÓN. NOCIONES GENERALES DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.....	38
1. <i>Metodologías activas</i>	39
2. <i>Didáctica de las Matemáticas</i>	43
3. <i>Actividades matemáticas universales</i>	47
4. <i>El pensamiento lógico-matemático</i>	48
5. <i>Acertijos y adivinanzas matemáticas</i>	49
6. <i>Problemas y experimentos matemáticos</i>	50
CONCLUSIÓN	176
ANEXOS.....	182
ANEXO 1: CRONOGRAMA DE INICIO DEL PROYECTO.....	183
ANEXO 2: COMUNICACIÓN ENTRE LA UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS (ESPAÑA) Y FUNDAP (GUATEMALA)	186
<i>Anexo 2.1: Correo enviado por Indira Ordóñez a Elsa Santaolalla</i>	186
<i>Anexo 2.2: Correo enviado a Indira Ordoñez y sus respuestas para empezar con el diseño del proyecto 26/11/2020</i>	187
<i>Anexo 2.3: Correo con más dudas y sus respuestas 22/02/2021</i>	191
<i>Anexo 2.4: Correo con propuestas y sus preguntas 15/04/2021</i>	192
<i>Anexo 2.5: Correo con sus respuestas 22/04/2021</i>	194
<i>Anexo 2.6: Correo con preguntas y sus respuestas sobre los cuestionarios 01/05/2021</i>	197
ANEXO 6: OBJETIVOS Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE DE CADA UNO DE LOS BLOQUES DE CONTENIDOS.	200
<i>Anexo 6.1: BLOQUE 1: Números</i>	200
<i>Anexo 6.2: BLOQUE 2: Operaciones básicas</i>	201
<i>Anexo 6.3: BLOQUE 3: Geometría</i>	202
<i>Anexo 6.4: BLOQUE 4: Fracciones</i>	203
<i>Anexo 6.5: BLOQUE 5: Medida</i>	204
<i>Anexo 6.6: BLOQUE 6: Iniciación a la Estadística</i>	205
ANEXO 7: ARTÍCULOS POR TEMÁTICA	206

LEYENDA DE PICTOGRAMAS



CALENTAMIENTO



RECURSOS LÚDICOS



DESARROLLO



RECURSO LITERARIO



CIERRE



RECURSO TECNOLÓGICO



SITUACIONES COTIDIANAS



RECURSO GRÁFICO



RUTINAS DE
PENSAMIENTO



ATENCIÓN



MATERIALES
MANIPULATIVOS

LISTA DE ABREVIATURAS

- ApS: Aprendizaje-Servicio.
- et al.: et alii, indicación de la omisión de autores.
- FDV: Fundación del Valle.
- FUNDAP: Fundación para el Desarrollo Integral de Programas Socioeconómicos.
- ONG: Organización No Gubernamental.
- ONGD: Organización No Gubernamental para el Desarrollo.
- TIC: Tecnología de la Información y la Comunicación.
- TFG: Trabajo Fin de Grado.
- UP Comillas: Universidad Pontificia Comillas.
- ZDP: Zona de Desarrollo Próximo

RESUMEN/ABSTRACT Y PALABRAS CLAVE

a) Resumen

Ante la reciente situación pandémica provocada por el Covid-19, el Diplomado de Didáctica de las Matemáticas que desde FUNDAP se llevaba a cabo de forma presencial, se ha visto en la necesidad de adaptarse a una formación online. Por ello y tomando en cuenta que FUNDAP y la Universidad Pontificia Comillas han colaborado en cursos anteriores, se realiza este proyecto de Aprendizaje y Servicio con el objetivo de recopilar todos los recursos creados y facilitar aquellos necesarios para poner en funcionamiento el diplomado en formato digital.

Esta educación ideal en el ámbito de las Matemáticas implica la comprensión de éstas desde el entorno para pasar de lo concreto a lo abstracto y, de este modo, adquirir un aprendizaje significativo de las Matemáticas siendo durante el proceso imprescindible manipular las matemáticas utilizando recursos variados. Las matemáticas cobran significado cuando se convierten en vitales, se conectan con la vida cotidiana y se asume su utilidad. Para ello, se han seguido las pautas e ideas teóricas de referentes destacados en este ámbito.

Finalmente, teniendo en consideración las necesidades planteadas por el Equipo de Calidad Educativa de FUNDAP se ha realizado una propuesta didáctica de 6 sesiones para los contenidos esenciales del currículo de Educación Primaria tratando de darle una estructura flexible para que el docente pueda adaptarla a las características de los estudiantes y, además, pueda adaptarse a un formato presencial, bimodal u online, según las condiciones y circunstancia técnicas. Esto supone la implicación personal y profesional del estudiante, así como la responsabilidad de su aplicación en las aulas. En este documento, se abordarán los bloques correspondientes a números, operaciones y geometría. Los otros tres restantes, están recogidos en la otra parte del trabajo conjunto realizado por Ainhoa González.

En definitiva, este trabajo pretende ayudar a que se acorte la brecha digital existente en Guatemala y agudizada por la pandemia del Covid-19.

Palabras clave: Aprendizaje y Servicio (ApS), formación de profesorado, didáctica de las Matemáticas, digitalización, Guatemala.

b) Abstract

Given the recent pandemic situation due to Covid-19, the diploma course that the Foundation for the Integral Development of Socioeconomic Programs (FUNDAP) conducts onsite has had to adapt to online training. For this reason and considering that FUNDAP and Comillas Pontifical University (UP Comillas) have collaborated in previous years, this Learning and Service project is carried out with the aim of collecting all the resources created and providing those necessary for the diploma course in digital format. Thanks to this method, we have learned to adapt all the contents of the diploma course to the needs of the current situation and context of Guatemala and moreover, teachers in Guatemala will be able to attend an adequate training on the didactic of Mathematic through ICT.

Although it is true that teacher training in Guatemala is insufficient, this diploma course is intended to provide primary school teachers with the opportunity to receive a broader and more complete training in mathematics. It is also essential to bridge the digital divide in Guatemala and ensure that the most appropriate education also reaches rural areas, particularly the western areas, which are the focus of FUNDAP's work.

This ideal education in the field of mathematic involves the understanding of mathematic from the environment to move from the concrete to the abstract and thus acquire meaningful learning of mathematic being essential during the process to manipulate mathematic using various resources. To this end, the theoretical guidelines of prominent authors such as Alsina and Fernández Bravo have been followed.

Finally, this didactic knowledge is transmitted to the teachers participating in the diploma course by means of a webinar presentation that involves the personal and professional involvement of the student.

This project has been done by two authors, so in this document will be addressed the first three blocks of content referring to numbers, operations and geometry.

Key words: Service Learning, Didactic of Mathematics, Digitization, Teacher Education, Guatemala.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL TEMA ELEGIDO

Las matemáticas siempre han sido una de mis asignaturas favoritas de pequeña. Sin embargo, al empezar en 1º las prácticas en un centro educativo me di cuenta de por qué tantos alumnos sienten miedo y rechazo hacia ellas. La clave estaba en la metodología utilizada por los profesores. Sin embargo, yo no tenía las herramientas ni conocimientos necesarios que un profesor de matemáticas debería tener. Sin embargo, en el tercer curso de carrera al cursar la asignatura anual de Didáctica de las matemáticas y gracias a las numerosas y ricas experiencias propuestas por mi profesora Elsa Santaolalla y leyendo a expertos en este ámbito, descubrí cuál es la mejor manera de enseñarlas.

Esto fue posible porque yo misma logré entender, a través de la manipulación el por qué de conceptos que, en la mayoría de las ocasiones, son enseñados de forma errónea y son aprendidos de una manera puramente mecánica sin llegar a comprender.

Este curso, cuando se acercaba el momento de ir pensando cuál iba a ser el área donde destinar mi Trabajo Fin de Grado (TFG), una de mis primeras opciones era la relacionada con las matemáticas. Días más tarde, mi profesora Elsa Santaolalla me propuso abordar este proyecto, a pesar de las inseguridades y miedos del principio, decidí involucrarme de lleno en él.

Este TFG no es solo un proyecto de innovación e investigación educativa, sino también el resultado de una experiencia de Aprendizaje y Servicio (ApS). No solo ha implicado un estudio sobre la situación económica y educativa de Guatemala, sino que, ha sido una enseñanza en profundidad sobre la Didáctica de las Matemáticas. Además, la propuesta final supone una relevante contribución a la mejora de la formación de docentes en Guatemala que atiende a sus necesidades actuales.

Es más, se trata de una propuesta única puesto que surge de forma especial siendo la propia organización FUNDAP, y en concreto la coordinadora de Calidad Educativa, Indira Ordóñez, quien se pone en contacto con la Universidad Pontificia Comillas (UP Comillas), representada por Elsa Santaolalla, para hacer la petición de digitalizar su diplomado de formación de Didáctica de las Matemáticas cuya impartición presencial fue impedida por la Covid-19.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Sin duda, en toda didáctica es imprescindible tener en cuenta el contexto donde se desarrolla para, así, poder valorar los recursos disponibles, las expectativas sobre el profesor, los objetivos a cumplir, los conocimientos previos... Por ello, para la enseñanza de matemáticas diseñada en esta propuesta, se realiza un pequeño estudio previo sobre la educación en países en vía de desarrollo, en particular en Guatemala, y la cooperación educativa internacional basada en la metodología de Aprendizaje y Servicio.

Si bien es cierto que la instrucción de maestros en Guatemala es insuficiente, con este proyecto de **digitalización del diplomado** de Didáctica de las Matemáticas se pretende brindar la oportunidad a los docentes de Educación Primaria de formarse de manera más extensa e integral en esta área. Asimismo, es fundamental acortar la brecha digital existente en Guatemala y lograr que la educación más idónea llegue también a las zonas rurales, en concreto a las occidentales que son en las que incide la labor de FUNDAP. Esto es, se pretende familiarizar a los maestros en diversos recursos y alfabetizar en tecnología mediante guías y vídeos.

Aunque el equipo de Calidad Educativa de FUNDAP y la UP Comillas han colaborado en proyectos anteriores, es la primera vez que FUNDAP acude en busca de ayuda y mejora directamente a Elsa Santaolalla sin necesidad de mediadores como Fundación del Valle (FDV), cuyo socio local en el occidente de Guatemala es FUNDAP, ha sido otros años para la puesta en contacto, la grabación de los vídeos y la entrega de materiales. Además, el encargo de este año es de mayor extensión puesto que se pide digitalizar todo el currículo del diplomado actual. Por ello, es imprescindible que se recurra a cuatro proyectos ApS anteriores llevados a cabo por estudiantes de la UP Comillas y cuyo título global es "Guatemáticas en acción". En ellos, se elaboraron materiales y documentos para favorecer la enseñanza de distintos contenidos matemáticos como son la multiplicación, la división, las fracciones y las medidas. De este modo y continuando la estructura de las denominaciones previas, se ha decidido nombrar a este proyecto: **GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN** haciendo alusión también al formato online del diplomado de este curso.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 1. Proyectos anteriores relacionados con este. Fuente: elaboración propia

GUATEMÁTICAS EN ACCIÓN		
Curso	Proyecto	Contenido
2016-2017	“Nuestra acción se multiplica”	Multiplicación
2017-2018	“La medida de nuestra acción”	Medidas
2017-2018	“Dividiendo la acción para agrupar culturas”	División
2018-2019	“Guatemáticas en Fr-acción”	Fracción
2019-2020	“Guate la MENTE”	Pensamiento lógico
2020-2021	“Guatemáticas en teleformación”	Adaptación del diplomado a formato online para Formación a Distancia

Uno de los motivos los cuales siempre he querido ser profesora era el deseo de sentir que ayudo a personas y niños que realmente lo necesitan. Ahora que el tiempo ha avanzado, he podido formarme en la enseñanza de las matemáticas y realizar acciones de compromiso social. La formación recibida en UP Comillas a lo largo del doble grado me ha permitido aprender una perspectiva diferente, más realista y motivadora, de Didáctica de las Matemáticas. Está claro que las matemáticas deben ser impartidas de manera lúdica y manipulativa para convertirlas en atractivas y motivantes para los estudiantes y eso es lo que se va a plasmar en la propuesta.

Asimismo, la intención y deseo de ayudar a otros, de ser solidarias y de ofrecer nuestro tiempo y conocimientos a aquellos que lo necesitasen se hace real en tercero de carrera gracias, una vez más, a Elsa Santaolalla, tutora de este TFG. Durante ese curso, 2019-2020, toda nuestra clase participó en un proyecto de ApS con una Organización No Gubernamental (ONG) de Colombia, Benposta, Nación de los Muchachos. En él tuvimos que diseñar recursos lúdicos para la enseñanza de las matemáticas y explicar su uso y utilidad conectando con la realidad del país. Todo esto, se englobaba en el proyecto “*Matemáticas bakanas*”. Aunque esta experiencia fue interrumpida por al Covid-19, pudimos, por un lado, acercarnos a la situación

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

educativa de un país cuyas necesidades difieren mucho de aquellas a las que estamos habituadas y, por otro lado, nos tuvimos que adentrar en su cultura para conocerla y conectarla con los materiales.

Del mismo modo, puesto que este proyecto, orientado a las zonas rurales del occidente de Guatemala, será llevado a la práctica, supone un compromiso social enorme y un gran reto al que nos enfrentamos con entusiasmo. Cabe destacar que, por nuestra facilidad de acceso y manejo de recursos tecnológicos y disponibilidad para dedicar tiempo y esfuerzo al proyecto, FUNDAP desde Guatemala decidió pedir ayuda a estudiantes no graduadas de España para mejorar la programación de formación de maestros de Matemáticas. Por todo ello, formar a docentes guatemaltecos es un desafío tremendamente gratificante. En definitiva, es un orgullo poder brindar ayuda y depositar los conocimientos adquiridos durante el grado para contribuir a la mejora de la calidad educativa en Guatemala.

Así pues, el proyecto se inició en septiembre con la puesta en contacto de FUNDAP con Elsa Santaolalla y tuvo distintas fases hasta que se puso en marcha y se elaboró para la entrega final, todas ellas resumidas en la Tabla 2 y expuestas más detalladamente en el anexo 1 y anexo 2.

Tabla 2. Cronograma del proyecto. Fuente: Elaboración propia.

FECHA	CONTACTO
Septiembre 2020	Indira Ordóñez, Coordinadora del equipo de Calidad Educativa de FUNDAP se pone en contacto con la profesora Elsa Santaolalla para proponer un proyecto de ApS basado en la formación a docentes de Didáctica de las Matemáticas. ANEXO 2.1
Octubre 2020	Se oferta un TFG enmarcado en ApS de didáctica de las matemáticas para poder dar respuesta a la petición.
Noviembre 2020	Asignación de TFG y presentación de la asociación y del proyecto a Ainhoa González Uriarte y Ana López Sainz.
19/11/2020	Recepción del vídeo de presentación del equipo de Calidad Educativa de FUNDAP y bienvenida al proyecto.
26/11/2020	Primera recopilación de preguntas y respuestas esenciales (enviadas y recibidas a Indira Ordóñez por correo electrónico). ANEXO 2.2
12/12/2020	Primera videollamada para conocer en profundidad la labor del equipo completo de Calidad Educativa de FUNDAP, presentarnos y aclarar algunas dudas más extensamente.
12/01/2021	Recepción de la documentación sobre la situación educativa en Guatemala (actual y previa al coronavirus mediante informes oficiales).
22/02/2021	Correo con dudas específicas una vez empezada la elaboración de la propuesta. ANEXO 2.3
15/04/2021	Correo con algunas propuestas y preguntas esenciales para terminar de diseñar la propuesta. ANEXO 2.4
22/04/2021	Respuestas sobre algunos contenidos y con algunas modificaciones para los cuestionarios. ANEXO 2.5
01/05/2021	Respuestas a las interrogantes que fueron trabajadas por José Montufar y Romeo Cabrera sobre los cuestionarios ANEXO 2.6

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Como se ha ido introduciendo, por la gran envergadura del encargo que se pidió desde FUNDAP, el proyecto se asignó a dos estudiantes de Educación primaria y Educación Infantil, por ello se trata de un TFG con dos autoras. De este modo, se aúnan energías y esfuerzos para poder dar respuesta a las necesidades planteadas desde Guatemala. Siendo, por lo tanto, un trabajo colaborativo y complementario, se debió dividir su organización para la presentación final. Así pues, la redacción de todos los apartados ha sido conjunta excepto el desarrollo de la propuesta de los bloques de contenidos del diplomado de Matemáticas del Currículo formativo de FUNDAP. En este caso, Ana López es la autora de los bloques 1, 2 y 3 (Números, Operaciones básicas y Geometría respectivamente); mientras que Ainhoa González es la de los bloques 4, 5 y 6 (Fracciones, Medidas y Estadística respectivamente). Este proyecto ha sido diseñado siguiendo una estructura estable con una fundamentación teórica y unos criterios unificados como se explica en el marco teórico (Apartado 3) y en la metodología de la propuesta de intervención (Apartado 4.4).

3. MARCO TEÓRICO

En este marco teórico se abordarán aspectos relacionados con los objetivos indicados anteriormente. Para ello, se ubicará Guatemala y su contexto, se contextualizará la situación educativa de Guatemala previa y posterior a la pandemia provocada por la COVID-19, la formación del profesorado en Guatemala, el uso de las TIC, el diplomado de formación en Didáctica de las Matemáticas de FUNDAP, los proyectos anteriores englobados en *Guatemáticas en acción*, los fundamentos de la Didáctica de las Matemáticas y la explicación de la metodología de Aprendizaje y Servicio.

3.3 APRENDIZAJE Y SERVICIO¹

“Cuando se emplea bien el talento lo importante es no vanagloriarse y tener el compromiso de seguir haciendo las cosas mejor”

Julio L. Martínez, SJ.

Metodología

Durante los últimos años, los proyectos de aprendizaje y servicio son cada vez más frecuentes en el ámbito universitario. El *aprendizaje-servicio* o ApS, es “un servicio solidario destinado a atender necesidades reales y sentidas de una comunidad, protagonizado activamente por los estudiantes desde el planeamiento a la evaluación, y articulado intencionadamente con los contenidos de aprendizaje (contenidos curriculares o formativos, reflexión, desarrollo de competencias para la ciudadanía y el trabajo, investigación” (Tapia, 2009, p.21). En otras palabras, el ApS es un método de enseñanza en el que se integra aprendizaje y servicio en una única propuesta pedagógica articulada. El servicio, combinado con el aprendizaje, añade valor y transforma a ambos. Estos proyectos tienen en cuenta las dos partes que constituyen la palabra: aprendizaje, aquello que aprenden las personas que están realizando el proyecto y, servicio, entendido como acción social destinada a ofrecer ayuda a una comunidad específica.

¹ Los apartados 3.1 y 3.2 que abordan la contextualización de la propuesta y los antecedentes de este proyecto, respectivamente, están en el TFG de la alumna Ainhoa González que forma parte de este proyecto conjunto.

Puij y Palos (2006) establecen seis características que toda propuesta educativa enmarcada dentro de esta metodología tiene: el ApS es válido tanto para la educación formal como para la educación no formal, destinado a cualquier edad y puede ser aplicado en distintos espacios temporales. A su vez, gracias a la experiencia de ofrecer un servicio destinado a una comunidad, permite a las dos partes implicadas aprender y colaborar de manera recíproca propiciando la adquisición de conocimientos y competencias para la vida, así como la reflexión durante y tras el servicio. Además, se establece una red de alianzas entre instituciones educativas como en este caso la instaurada entre la UP Comillas y las entidades sociales de FUNDAP y FDV permitiendo que impulsen cambios y produzcan mejoras en su desarrollo para posteriores actuaciones.

Por ello, la metodología de ApS y la educación mantienen una relación cada vez más valorada dado que busca vincular el aprendizaje del estudiante con el servicio a la comunidad propiciando beneficios en el ámbito del currículo académico, la formación en valores y en el desarrollo de la responsabilidad social. El ApS es un método innovador que relaciona el aprendizaje con el compromiso social (Puig, 2015).

Sentido de este proyecto ApS

Por todo lo expuesto anteriormente, esta propuesta se considera un proyecto de aprendizaje y servicio. Es más, es innovadora, está destinada a un contexto específico, escuelas rurales del occidente de Guatemala, y tiene por objetivo dar respuesta a una demanda educativa proporcionando formación a un conjunto de profesores teniendo en cuenta la situación excepcional e imprevisible que ha tenido lugar en todo el mundo a causa de la COVID-19, sirviendo de aprendizaje tanto para nosotras como redactoras de la propuesta como para los docentes de Guatemala como receptores de la formación (Véase el [ANEXO 3](#) para completar la información sobre los participantes del proyecto).

No cabe duda de que la educación no trata únicamente de instruir unos determinados conocimientos, sino de educar mediante el desarrollo y la maduración a los futuros miembros de una sociedad en constante cambio, una sociedad cuyas necesidades varían sin cesar. Por esta razón, es esencial fomentar el compromiso social y la colaboración entre países. En UP Comillas, la formación integral del estudiante es parte de su marca, a cuyo objetivo se llega

mediante una metodología pedagógica que anexa los conocimientos con los valores jesuitas. Es más, desde 2016, los proyectos de aprendizaje y servicio forman parte de la formación transversal que la UP Comillas garantiza a sus estudiantes en el Proyecto Educativo.

Pero, el ApS no solo está relacionado con el ámbito educativo. El ApS puede entenderse como programa, filosofía y pedagogía con una alta intencionalidad social. Uno de los principios del ApS es que las personas que participan en él aprenden a partir de lo que hacen y las experiencias que tienen, es decir, “aprenden haciendo” en situaciones o contextos reales en la sociedad. Los contextos de intervención pueden ser muy variados, así como las actividades referidas a áreas de conocimiento, por ejemplo, ciencias sociales, educación física, matemáticas... Por ello, la acción, los valores y el aprendizaje se llevan a cabo conjuntamente. Todo esto tiene como último fin satisfacer la demanda o necesidad que tiene una comunidad potenciando la participación y la reflexión personal de los participantes encargados de realizarlo (Puig, 2007), por lo que el beneficio es doble: para la persona que lo realiza y a la comunidad que recibe ese “servicio”.

Por último, es importante resaltar que, con estas acciones, se trabajan los contenidos de forma interdisciplinar ya que se desarrollan diversas competencias transversales tanto sociales como cívicas, conciencia y expresiones culturales, valores de responsabilidad social, versatilidad. Estos proyectos propician el trabajo cooperativo (como es nuestro caso), mejoran la autoestima y motivación en el rendimiento escolar ya que convierte a los participantes en agentes de cambio y ciudadanos activos en una sociedad globalizada como es esta del siglo XXI.

Participantes de este proyecto

Además de la UP Comillas representada por nosotras las autoras del proyecto y la supervisora Elsa Santaolalla, es indispensable mencionar y presentar a las organizaciones FUNDAP y FDV puesto que son la conexión entre la redacción de la propuesta y su puesta en práctica.

FUNDAP

*Equidad, honestidad, libertad,
excelencia, respeto a la dignidad y democracia²*

La Fundación para el Desarrollo Integral de Programas Socioeconómicos (FUNDAP) es una fundación privada voluntaria, apolítica y con fines no lucrativos localizada en la República de Guatemala. Su principal objetivo es impulsar el desarrollo sostenible a través de proyectos y actividades innovadoras para apoyar a aquellas personas y comunidades que se encuentran en una situación menos favorecida y con insuficientes recursos económicos para que puedan lograr una mejor calidad de vida.

Para conseguir estos objetivos, los programas de acción están orientados en los ámbitos de la educación, la salud, la artesanía, el microcrédito, el agropecuario, así como el de ambientación forestal.

Su área de acción está situada en las regiones del Altiplano Central, Norte y Sur Occidente de Guatemala, ya que cuentan con el nivel más alto de pobreza en el país. Estas regiones atendidas representan un 31.57% del territorio nacional.

Concretamente en el ámbito educativo, llevan trabajando desde el año 1992 ofreciendo una formación actualizada e innovadora bianual a 45 maestros de las escuelas rurales del Occidente del país, para garantizar y brindar una educación de calidad a los estudiantes de edades comprendidas entre los 7 y 12 años. El equipo del Proyecto de Calidad Educativa de FUNDAP consta de 7 personas, pero son 3 las que dan las clases del curso. Ellos serán quienes reciban esta propuesta que hemos planteado y poder así dar una formación integral y online a los maestros.

Asimismo, es importante mencionar los proyectos existentes para la inserción laboral de los jóvenes ofreciendo una formación técnica empresarial competitiva de alto nivel, el fortalecimiento de ideas emprendedoras y la educación orientada para el trabajo, con la meta de lograr un empleo digno.

² Lema de Fundap para más información, consultar su página web: <https://www.fundap.com.gt/>

FUNDACIÓN DEL VALLE ³

Es una ONGD española privada sin ánimo de lucro cuyo objetivo es desarrollar iniciativas sociales y de carácter educativo que están dirigidas fundamentalmente a la formación de jóvenes y mujeres en situaciones de debilidad y mayor dificultad en ejercer sus derechos.

El lema de FDV es “Educación, camino para la paz” y hace alusión a contemplar la educación como un bien social. Dentro de sus tres líneas estratégicas de actuación y los proyectos que se realizan, están enfocados al desarrollo de la mujer, la promoción y fomento del voluntariado y a la cooperación para el desarrollo.

Los principios de esta fundación están orientados con la plena dignidad de las personas, su desarrollo integral, el fortalecimiento institucional de las entidades y socios locales con los que colabora y, por último, la sostenibilidad de los proyectos que se llevan a cabo.

Esta propuesta es una de las diversas iniciativas sociales enfocada e integrada dentro del ámbito educativo. Además, está vinculada con uno de los socios locales, FUNDAP (Guatemala), fundación con la que hemos estado colaborando estrechamente para la realización de este proyecto educativo.

Finalmente, hay que destacar los cursos de formación que FDV ofrece para ayudar a aquellos sectores de la sociedad que más lo necesitan.

³ Para una información más detallada, acceder a: <https://www.fundaciondelvalle.org/>

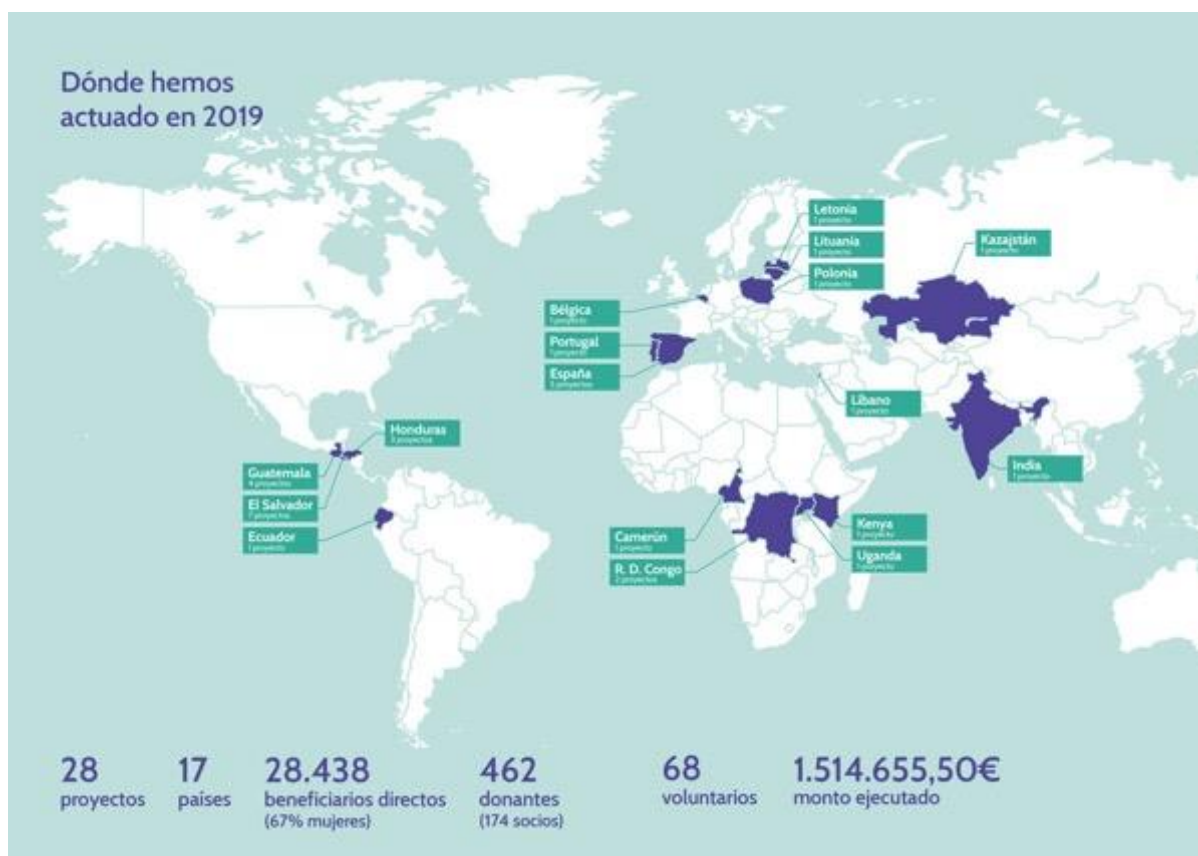


Ilustración 1. Mapa de proyectos llevados a cabo por FDV en 2019. Fuente: Fundación Del Valle, 2019.

3.4 ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

*Además de enseñar las asignaturas a través de la vida real,
hay que enseñar VIDA a través de las asignaturas*

AprendemosJuntos (2020, 0m18s)

Antes de cursar la asignatura Didáctica de las Matemáticas en la universidad, nuestro conocimiento acerca de esta área, al igual que el de la mayoría de las personas, estaba basado en nuestras propias experiencias en el colegio. Desafortunadamente, estas vivencias son con frecuencia deficientes. Por ello, es imprescindible replantearse cómo han de ser las clases de Matemáticas.

Sin duda, la enseñanza de las Matemáticas ha ido evolucionando a lo largo de los años y, actualmente, el debate sobre la buena didáctica y los contenidos apropiados se extiende entre profesionales de la educación. Lógicamente, para cambiar la enseñanza de las Matemáticas es imprescindible comenzar por modificar su objetivo principal. Es decir, dirigir la didáctica de las Matemáticas hacia el desarrollo competencial lógico-matemático de los

estudiantes. Con este objetivo es esencial que las actividades llevadas a cabo en el aula se basen en la conexión entre contenidos, objetivos y estándares (Carrillo et al., 2007). Por ello, en este proyecto quedarán pautados estos tres aspectos de manera orientativa según la malla curricular del diplomado y el currículo español.

De este modo, el aprendizaje significativo de las Matemáticas se convierte en uno de los ejes de la enseñanza en los centros educativos. Por lo tanto, es imprescindible comprender que un aprendizaje se considera significativo siempre y cuando se dé sentido propio a una experiencia. Para ello, el estudiante ha de tener un interés y una predisposición a aprender tanto como la actividad ha de ser reveladora (Ausubel, 2002). Asimismo, es importante partir el aprendizaje desde unos conocimientos previos y tener en cuenta la estructura cognoscitiva del estudiante. En este sentido, Vygotski (Moll, 1993) enuncia en su teoría de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) que, a pesar de partir de unas habilidades base, es esencial que el maestro guíe y apoye al estudiante para desarrollar sus competencias potenciales. De la misma forma, Bruner (1995) afirma que es necesario proveer al estudiante con un andamiaje, una ayuda escalonada, para que logre un mayor progreso.

Es más, la adquisición de los conceptos matemáticos ha de partir desde el entorno de los propios estudiantes y sus conocimientos previos (Alsina, 2016). Asimismo, Carrillo et al. (2007) afirman que las actividades realizadas en diversos contextos constituyen el propio aprendizaje. Pero, para aprender matemáticas, antes hay que vivirlas. Las ideas que se van generando en la mente son consecuencia de experiencias y acciones vividas. Para que esto suceda, hay que *hacer* matemáticas, es decir, observar, reflexionar, imaginar, manipular, contrastar, cometer errores, rectificar, conjeturar...; hay que reflexionar sobre lo que se ha hecho y, por último, hay que enunciar lo que se ha comprendido.

A continuación, se expondrán las ideas fundamentales sobre la didáctica de las Matemáticas detalladas por autores destacables como Fernández Bravo, Alsina o Canals. Ante todo, Fernández Bravo (2003) expone una serie de capacidades o variables que facilitan y favorecen el desarrollo del pensamiento lógico-matemático:

- La **observación**: a través de juegos dirigidos se impulsa a los estudiantes a mirar, con gusto y tranquilidad, lo que ellos quieran y no lo que el adulto le imponga. Para

estimular la atención necesaria en el proceso es crucial tener en cuenta varios factores como el tiempo, la cantidad y la diversidad.

- La **imaginación**: entendida como acción creativa, se potencia proporcionando a los estudiantes actividades que puedan ser realizadas y resueltas de múltiples formas.
- La **intuición**: se debe intentar que las respuestas de los estudiantes no sean aleatorias y dichas al azar, sino que sean resultado del proceso de razonamiento. Esto es, el estudiante intuye cómo llegar a la solución y cuál podría ser sin operar.
- El **razonamiento lógico**: partiendo de premisas o juicios verdaderos, se llega a una conclusión teniendo en cuenta ciertas reglas. Bertrand Russell (1985, p.171), expone la idea de que las matemáticas y la lógica están estrechamente relacionadas ya que, juntas, deben generar ideas cuando se presenta un desafío.
- La **emoción** y la **curiosidad**: ambas cualidades influyen en la adquisición y desarrollo del aprendizaje matemático. “El cerebro solo aprende si hay emoción” (Mora, 2019).

“Hacer Matemática implica ante todo establecer relaciones” (Fernández Bravo, 2007, p.15).

Por ello, toda acción lógica que opere significativamente en el aprendizaje debe:

- Basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la construcción de los conceptos, procedimientos y estrategias de falsación o contraejemplos.
- Proponer actividades que provoquen, desafíen y motiven a los estudiantes a través de la manipulación de materiales. Para la presentación de estas actividades o enunciación de los conceptos, debe usarse un lenguaje claro, simple y conciso.
- Acostumbrar al estudiante a explicar, con argumentos lógicos, sus propias conclusiones tras haber contrastado sus posibles respuestas o soluciones. A través de esta verbalización, se podrá afirmar que el estudiante ha comprendido el concepto y, por tanto, desarrollado y mejorado su competencia lógico-matemática.

Según Canals (Biniés, 2008), uno de los pilares fundamentales de la enseñanza de las matemáticas es el conocimiento de la materia por parte de los maestros. En otras palabras, un maestro no puede enseñar una disciplina o intentar ayudar a que sus estudiantes desarrollen su pensamiento, en este caso matemático, si él mismo no lo hace ni es suficientemente competente en la materia. Consecuentemente, los estudiantes ejercitarán las matemáticas de forma mecánica sin lograr practicar ni entender el concepto en sí. Por ello, es importante que el profesor consiga que sus estudiantes tengan claridad sobre los

conceptos, que razonen de diversas maneras, que establezcan relaciones entre conceptos... No obstante, para que adquieran y desarrollen estas habilidades, el profesor ha de conocer y manejar la materia adecuadamente para poder transmitir sus conocimientos a los estudiantes (Chamorro, 2003).

Por tanto, es fundamental la formación de los maestros en maneras de actuación, así como ponerlas en práctica. Para ello, deben de disponer y establecer criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es adecuado de enseñar y realizar una reflexión experiencial sistemáticamente. En definitiva, como exponen Esteve et al. (2009), lo que conforma el punto principal de partida para el aprendizaje profesional son las experiencias y la práctica.

Sin embargo, hay maestros que saben mucha matemática, pero no saben explicarla, puesto que les falta la pedagogía necesaria para que sus estudiantes las comprendan. Por ello, el otro pilar que Canals (Biniés, 2008) plantea, es el de una buena didáctica.

¿Qué se entiende por buena didáctica?

Se podría definir didáctica como la técnica empleada para dirigir, de la manera más eficiente y minuciosa, el proceso de enseñanza-aprendizaje (De la Torre, 2005). Sin embargo, “el principal objetivo de la didáctica no es enseñar a los estudiantes sino conseguir que los estudiantes aprendan” (Biniés, 2008, p.14). Dicho de otra forma, si se presenta a un niño un nuevo concepto, nunca podrá conocerlo por sí mismo (Piaget, 1976). En conclusión, enseñar es un proceso que no garantiza el aprendizaje ya que debe ser un proceso personal y cuyo protagonista ha de ser el propio estudiante. De este modo, la clave está en la metodología que el profesor utilice en sus clases. Es fundamental el crear situaciones educativas que permitan al niño enfrentarse a problemas o cuestiones cotidianas y que nazca en él la necesidad de resolverlas a través de las matemáticas. Así, al dar sus propias soluciones y obtener un cambio real en sus estructuras, se potenciará el desarrollo cognitivo.

Como expone Canals (Biniés, 2008) “los buenos problemas y juegos matemáticos son aquellos que ayudan a desarrollar el pensamiento lógico, el ingenio y la actitud de querer resolver situaciones interesantes y la capacidad de buscar estrategias adecuadas para hacerlo” (p.28).

El **tipo de actividades matemáticas** diseñadas para llevar a cabo los bloques de contenidos, están creadas y planificadas según su grado de complejidad y, por tanto, se pueden clasificar

en actividades de reproducción, aquellas en las que se llevan a cabo acciones como nombrar, definir, mostrar, imitar...; de conexión como clasificar, aplicar, resolver, comparar, contrastar...; y de reflexión, es decir, aquellas tareas que requieren comprensión, reflexión, creatividad, relación de conocimientos para solucionar problemas complejos y justificar los resultados conseguidos (Rico, 2005).

Además, Fernández Bravo (2007) expone varias claves sobre metodología didáctica para la enseñanza de la matemática:

- Distinguir la idea de la noción de idea. Es decir, el significado y la simbología que se utiliza para representarlo. Por ejemplo, el número cero no es simplemente el símbolo "0", sino su interpretación, la ausencia de elementos.
- Partir del lenguaje y vocabulario del estudiante e introducir los llamados "**interrogantes**" relacionados con la propia experiencia y el entorno de vida del estudiante (Biniés, 2008). Estos interrogantes provocan que el estudiante necesite encontrar y descubrir la respuesta a un problema, generando un diálogo y la necesidad de activar el pensamiento lógico-matemático.
- Los materiales que se utilicen en el proceso de enseñanza-aprendizaje han de favorecer las situaciones de curiosidad, necesidad, realidad y evidencia.
- Utilizar modelos didácticos que fomenten la investigación y el método científico y permitan el descubrimiento de conceptos.
- Presentar al estudiante distintos tipos de actividades matemáticas con variedad de dificultad.
- Ayudar al estudiante a lograr la abstracción, aplicación y transferencia de los contenidos a cualquier ámbito científico, social y natural.
- Escuchar al estudiante, apoyar su participación y motivar su aprendizaje.

En definitiva, Alsina (2010) establece que, para que una actividad sea matemáticamente rica, ésta ha de estar relacionada con el contenido curricular y la vida diaria, generar conexiones entre varios campos de la asignatura, suponer un reto motivador con cierto grado de complejidad, posibilitar la participación de los estudiantes, generar preguntas y buscar respuestas y, por último, finalizar únicamente cuando el estudiante sea consciente de su desarrollo.

Fases del acto didáctico

Autores como Alsina (2010), Canals (Biniés, 2008), Santaolalla (2011) o Fernández Bravo (2007) han establecido las diferentes fases que el acto didáctico debería seguir. Este último autor es el que se ha tomado como referencia en esta propuesta y por ello, a continuación, se explican detalladamente cada una de las cuatro etapas del aprendizaje en matemáticas que él establece:

- **Elaboración:** en la que se debe conseguir la comprensión del concepto o procedimiento. Para lograrlo, el profesor tendrá que generar ideas mediante desafíos, retos, ejemplos y contraejemplos respetando el trabajo y el propio lenguaje del estudiante. En este proyecto, esta fase se llevará a cabo mediante rutinas de pensamiento y algunos talleres con los materiales manipulativos de cada bloque (regletas, ábaco, geoplano...) que permitirán el planteamiento y contraste de hipótesis.
- **Enunciación:** después de comprender el concepto, los estudiantes deben ser capaces de verbalizar y utilizar correctamente la nomenclatura y los términos que se usan convencionalmente en matemáticas de lo que ellos, previamente, han dicho con sus propias palabras.
- **Concretización:** en la que los estudiantes deben ser capaces de aplicar lo aprendido a situaciones similares gracias a la memorización y consolidación, y el uso de ejemplos vinculados a su experiencia. En este proyecto se desarrollará mediante juegos lúdicos como el memory, bingo, dominós y, a través, de recursos literarios como son las rimas y canciones y poesías para las tablas de multiplicar creadas por los estudiantes de UP Comillas en un proyecto anterior.
- **Abstracción:** finalmente, en esta etapa los estudiantes deberán generalizar los conocimientos, aplicarlos y transferirlos a situaciones novedosas o distintas en las que el concepto esté implicado de una forma no tan evidente, independientemente de su experiencia. En esta última fase, hemos planteado juegos y actividades lúdicas virtuales y físicas donde tengan que poner en práctica todo lo aprendido.

En cambio, Santaolalla (2011), haciendo una metáfora entre las matemáticas y la elaboración de una paella, divide el acto didáctico en tres etapas: manipulativa (el sofrito), referida a todo aquello que hace referencia a las manos y a “hacer matemáticas”, es decir, se llevan a cabo

acciones como observar, relacionar, experimentar, contrastar, buscar estrategias...; la simbólica (el arroz) que permite el paso de lo concreto a lo abstracto ya que no solo se opera con los objetos sino también con sus representaciones gráficas; y, por último, la fase abstracta (el colorante y los complementos decorativos) donde tiene lugar el paso de los símbolos a los signos abstractos y arbitrarios como son los números.

De un modo muy similar, María Antonia Canals (Biniés, 2008) expone que la primera fase debe consistir en que el profesor y el estudiante sean felices haciendo lo que hacen. A continuación, habla también de la fase manipulativa, al igual que los autores previamente mencionados, seguida de la comprensión, la verbalización del concepto aprendido, y, por último, lograr la fase de abstracción.

PROPUESTA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Ainhoa González Uriarte y Ana López Sainz

Directora: Elsa Santaolalla

4 de junio de 2021

1. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

A pesar de que el diplomado se ha realizado siempre de forma presencial, este año, debido a la pandemia mundial provocada por la COVID-19, se va a realizar en formato digital. Por ello, se han debido recopilar, organizar y adaptar los recursos disponibles de proyectos anteriores a las condiciones TIC actuales, recopilando también aquellos enlaces de aplicaciones y páginas web externas. Estos materiales han sido seleccionados tras llevar a cabo una gran y rigurosa investigación ya que son los que mejor se adaptan a la metodología y objetivo de la propuesta.

Asimismo, se ha intentado abarcar el máximo número de contenidos de la malla curricular inicial del diplomado formativo en Matemáticas incorporando al mismo tiempo un nuevo bloque inicial sobre fundamentación teórica y nociones básicas para una correcta didáctica de las Matemáticas. A lo largo de los siguientes apartados, se explica detalladamente la justificación metodológica y la estructura que sigue cada uno de los bloques de contenidos. Cabe destacar que la disposición de los contenidos varía respecto a la de España por la propuesta se ha basado también en el Currículo Nacional Base de Guatemala.

Este proyecto de innovación educativa va destinado al equipo de formadores de FUNDAP que lo pondrán en práctica con los 45 maestros en formación de didáctica de las matemáticas. Para el diseño y elección de los materiales y recursos, cuyos principales y últimos beneficiarios serán los estudiantes y estudiantes de las escuelas rurales del occidente de Guatemala, se ha tenido en consideración el contexto concreto ya que al ser tan distinto al de España, resulta fundamental para diseñar las actividades correctamente.

Por último, se espera que esta propuesta se lleve a cabo durante la próxima edición del Diplomado, en junio 2021. Por lo tanto, es esencial que se complete con el mayor detalle posible para la rápida y fácil comprensión del equipo de formadores de FUNDAP. Aun así, es preciso destacar que, como autoras del proyecto, una vez terminada la entrega, estaremos dispuestas a responder todas las dudas que puedan surgir a lo largo de la implantación de la propuesta.

4. CONTENIDO CURRICULAR⁴

A continuación, se expone una breve síntesis de los contenidos planteados en el currículo formativo del diplomado de Matemática elaborado por el equipo de Calidad Educativa de FUNDAP y adaptados según ciertas consideraciones basadas en Alsina (2019). Además, hay que tener en cuenta que, puesto que se trata de una formación al profesorado de matemáticas guatemalteco, en esta propuesta, se ha añadido un bloque inicial conformado con algunos contenidos, originalmente situados en distintos bloques, que pretende ser la base pedagógica de la didáctica de las Matemáticas. Para completar este bloque se proponen diferentes recursos literarios y audiovisuales que complementarán teóricamente la metodología del proyecto. De este modo, el diplomado no ofrece únicamente una actualización de los conocimientos matemáticos del docente, sino también una modernización de la metodología.

Finalmente, en el [ANEXO 6](#) se encuentran desarrollados los contenidos, objetivos y estándares de aprendizaje de cada bloque que, evidentemente, se relacionan con los contenidos mencionados en este apartado. Para ello, se ha hecho uso del Currículo Nacional Base del Nivel Primario para Sexto Grado de Guatemala (Ministerio de Educación Guatemala, 2008) y se ha complementado con el DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria (2014) y el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. De este modo, el docente que imparta las sesiones podrá tener una clara idea de lo que es evaluable en cada bloque y podrá elegir según las necesidades de los estudiantes sobre qué objetivos y contenidos centrarse.

⁴ Los apartados 2 y 3 que abordan los objetivos concretos y la metodología de la propuesta de intervención, respectivamente, están en el TFG de la alumna Ainhoa González que forma parte de este proyecto conjunto.

A continuación, se expone una tabla comparativa entre los contenidos del currículo formativo del diplomado de matemáticas y nuestra propuesta redistribuida y basada en las indicaciones de Alsina (2019). Asimismo, se ha añadido un nuevo bloque introductorio que da la base formativa imprescindible a los maestros de matemáticas que cursen el diplomado.

Tabla 3. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque intrductorio. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Introducción: Nociones generales de la didáctica de las Matemáticas		<ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis sobre metodologías activas para la enseñanza de la matemática en el nivel primario 2. Didáctica de las Matemáticas 3. Actividades Matemáticas Universales 4. ¿Cómo Estimular el pensamiento lógico? 5. Acertijos y adivanzas Matemáticas 6. Problemas y experimento matemáticos

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 4. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 1: Números. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
<p>Bloque 1: Base para la construcción del concepto de número.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis sobre metodologías activas para la enseñanza de la matemática en el nivel primario 2. Estrategias alternativas para la enseñanza de los números: 3. Cardinalidad, Clasificación, Seriación. 4. Números naturales Composición y descomposición de números. 5. Numeración decimal (recta numérica). Numeración maya 6. ¿Cómo Estimular el pensamiento lógico? 7. Acertijos y adivanzas Matemáticas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estrategias alternativas para la enseñanza de los números. 2. Cardinalidad, Clasificación, Seriación. 3. Números naturales Composición y descomposición de números. 4. Numeración decimal (recta numérica). Numeración maya.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 5. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 2: Operaciones básicas. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Bloque 2: Operaciones básicas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estrategias alternativas para la enseñanza de Suma, Sentido de la suma, Suma de U hasta CDU. 2. Estrategias alternativas para la enseñanza de Resta. 3. Sentido de la Resta de U hasta CDU. 4. Estrategias alternativas para la enseñanza de la Multiplicación 5. Sentido de la multiplicación. 6. Construcción de la tabla de multiplicar. 7. Estrategias alternativas para la enseñanza de la División: Sentido de la división, Cálculo de la división <p>Manipulativos para enseñar potencia y raíz cuadrada</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estrategias alternativas para la enseñanza de Suma, Sentido de la suma, Suma de U hasta CDU. 2. Estrategias alternativas para la enseñanza de Resta, Sentido de la Resta, Resta de U hasta CDU. 3. Estrategias alternativas para la enseñanza de la Multiplicación, Sentido de la multiplicación, Construcción de la tabla de multiplicar. 4. Estrategias alternativas para la enseñanza de la División, Sentido de la división, Cálculo de la división 5. Manipulativos para enseñar potencia y raíz cuadrada.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 6. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 3: Geometría. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Bloque 3: Geometría	1. Ángulos: Concepto de Angulo Medición y trazo de ángulo. 2. Triangulo: Clasificación por la medida de sus lados. 3. Clasificación por la medida de sus ángulos 4. Elaboración de sólidos geométricos. 5. Cálculo de medida de perímetro de triángulos y cuadriláteros (en cm. y metros. 6. Concepto de área y perímetro. Estrategias para enseñar área y perímetro Área de rectángulo y cuadrado, área de figuras combinadas	1. Ángulos: Concepto de Ángulo Medición y trazo de ángulo. 2. Triángulo: Clasificación por la medida de sus lados. Clasificación por la medida de sus ángulos 3. Elaboración de sólidos geométricos. 4. Cálculo de medida de perímetro de triángulos y cuadriláteros en cm. y metros. 5. Concepto de área y perímetro. Estrategias para enseñar área y perímetro 6. Área de rectángulo y cuadrado, área de figuras combinadas.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 7. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 4: Fracciones. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Bloque 4: Fracciones	1. Estrategias alternativas para la enseñanza de las fracciones. 2. Suma de fracciones 3. Resta de fracciones 4. Multiplicación de Fracciones 5. División de Fracciones Las proporciones Para resolver problemas.	1. Estrategias alternativas para la enseñanza de las fracciones <ul style="list-style-type: none"> ○ Presentación del concepto fracción. ○ Fracción como parte de una unidad. ○ Fracciones equivalentes 2. Suma y resta de fracciones 3. Multiplicación de Fracciones 4. División de Fracciones 5. Las proporciones para resolver problemas .

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 8. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 5: Medidas. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Bloque 5: Medidas	1. ¿Cómo enseñar las Diferentes unidades de medida para calcular longitud, volumen y masa? 2. Didáctica para los Decimales y los Sistemas de Medida 3. Experimentos matemáticos: 4. Unidades para establecer peso, capacidad, temperatura y tiempo. Resolución de problemas que involucren el uso de la moneda nacional: suma, resta, multiplicación y división.	1. Didáctica para los Decimales . 2. Enseñanza de las diferentes unidades de medida para calcular a. longitud b. capacidad c. masa d. volumen 3. Resolución de problemas (repasso de medidas). 4. Unidades para establecer tiempo . 5. Unidades para establecer temperatura . 6. Resolución de problemas que involucren el uso de la moneda nacional : suma, resta, multiplicación y división.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 9. Comparación de contenidos de la malla curricular de Guatemala y la nueva propuesta del bloque 6: Estadística. Fuente: Elaboración propia

Bloque	Malla curricular del diplomado de Fundap	Nueva propuesta de malla curricular
Bloque 6: Iniciación a la estadística	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estrategias para la facilitación de la enseñanza de las gráficas como una enseñanza inicial de la estadística. 2. Identificación del dato mayor y menor. 3. Representación de información en diferentes gráficas (de barras y pictogramas). 4. Clasificación y organización de datos. <p>Interpretación de gráficas de barras y tablas estadística.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estrategias para la facilitación de la enseñanza de las gráficas como una enseñanza inicial de la estadística. 2. Identificación del dato mayor y menor. 3. Clasificación y organización de datos. 4. Representación de información en diferentes gráficas (de barras y pictogramas). 5. Interpretación de gráficas de barras y tablas estadística.



Si bien es cierto que cada bloque consta de contenidos específicos de un solo área, se deben poner en práctica conocimientos previos adquiridos anteriormente por lo que todos los bloques son complementarios y se interrelacionan entre sí.

5. PROPUESTA DE TALLERES Y DESARROLLO DE LOS BLOQUES

BLOQUE 0: Introducción. Nociones generales de la didáctica de las Matemáticas

En este bloque introductorio se tratarán diferentes temas esenciales sobre la Didáctica de las Matemáticas. Al ser comunes y transversales a todos los bloques de contenidos que se desarrollan a lo largo de la propuesta, se considera necesario que los docentes lean y reflexionen sobre las diferentes técnicas metodológicas aplicables al aula y razonen sobre su utilidad no solo para los contenidos matemáticos, sino también para estimular las habilidades y fomentar la construcción del conocimiento y razonamiento lógico.

Específicamente sobre las matemáticas, es imprescindible mencionar las actividades matemáticas universales establecidas por Bishop (1999) y determinar su función dentro de la didáctica de esta área.

Asimismo, un apartado versa sobre uno de los mayores “enemigos” de las matemáticas para muchos estudiantes: los problemas. Por ello, haciendo alusión a lo expuesto por autores referentes en este ámbito, se presentarán ciertas claves para que los profesores introduzcan, propongan y alejen los *buenos problemas*. Para completar este apartado, se aclarará lo que realmente es un *problema* y los diferentes tipos que existen, así como la actitud y postura de los maestros a la hora de abordarlos en todos los bloques de contenidos.

En conclusión, se ofrecen links a diferentes vídeos, páginas web y artículos, así como breves explicaciones sobre diversas metodologías participativas donde los estudiantes son los protagonistas de su propio aprendizaje. Además, se fomenta el pensamiento lógico-matemático y se impulsa el razonamiento y la resolución de problemas. De este modo, se pretende que los docentes tengan una amplia selección de métodos innovadores para aplicar a sus aulas.

Finalmente, es fundamental aclarar que este bloque introductorio de didáctica de las matemáticas no está incluido en la malla curricular, aunque sí contenga ciertos contenidos específicos relacionados con el tema, y, por lo tanto, los conceptos propuestos no son de carácter obligatorio, aunque sí se consideran esencial para conseguir una formación del profesorado integral. Consecuentemente, el proceso de

enseñanza-aprendizaje de estas nociones generales está abierto a cualquier sugerencia y adaptación que el docente crea conveniente.

1. Metodologías activas

“La única condición para iniciar la transformación en la enseñanza es que exista la intención de hacerlo”

Juanjo Vergara. pág. 29

La sociedad está en constante cambio y, por ello, la educación debe adaptarse y adecuarse a los nuevos tiempos donde la tecnología y la globalización están cada vez más presentes en la vida cotidiana de los estudiantes. En los últimos años, la enseñanza tradicional se ha ido transformando en una enseñanza activa, participativa e interdisciplinaria gracias a la implantación de las nuevas metodologías en el aula. De este modo y con el objetivo de dar a conocer las estrategias y pedagogías mejor reconocidas para la didáctica general y, en particular, de las matemáticas, se ofrece a continuación un listado explicativo de las mismas. Asimismo, esta metodología pretende favorecer la inclusión, el trabajo en equipo, la solidaridad... es decir, valores esenciales para el desarrollo personal y la convivencia en sociedad. Todo ello, adaptándose a las necesidades individuales de los estudiantes y permitiendo a los estudiantes construir conocimiento y aplicarlo integralmente en diferentes y variados ámbitos de la vida (Labrador y Andreu, 2008).

- **Trabajo cooperativo:**

Está basado en la organización de los estudiantes en grupos mixtos y heterogéneos donde cada uno de ellos poseerá un rol creando una interdependencia entre el trabajo de todos. Eso sí, siempre dialogando desde el respeto y la solidaridad. De esta forma, se fomentan las cinco C's: compromiso, comunicación, confianza, colaboración y complementariedad. En esta metodología es importante que haya unas normas preestablecidas y comprensibles para los estudiantes para poder potenciar las destrezas básicas de manera centrada. Por último, es recomendable que la evaluación sea autoevaluativa, por pares y del profesor. Algunos ejemplos son: técnica del rompecabezas, 1-2-4, pies manos pareja, técnica Kagan...

- **Gamificación:**

Consiste en aplicar elementos (puntos, insignias...), mecánicas de juego (reglas) y dinámicas (retos), propio de los juegos en entornos no lúdicos como la clase. En otras palabras, el juego es el principal elemento y en torno a él se plantean los contenidos. Para planificar y llevar a cabo una gamificación hay que tener en cuenta unas condiciones o elementos característicos que han de estar presentes: recompensas, estatus o niveles, logros, avatares y altruismo (acciones por el bien común y trabajo en equipo).

- **Aprendizaje basado en problemas:**

En esta metodología se plantea un proceso muy estructurado donde el estudiante, por aprendizaje cooperativo, llega al conocimiento sin que el profesor dé la información. Además, lo más importante es la preparación y elección del problema. El problema de partida puede ser totalmente variado, pero siempre ha de enganchar al estudiante.

- **Aprendizaje basado en proyectos (ABP):**

Este método se basa en que los estudiantes adquieran los conocimientos, habilidades y actitudes realizando actividades que formen parte de un proyecto o producto final, resultado de todos los aprendizajes logrados. El papel del docente durante este proceso es el de gestionar el aprendizaje de sus estudiantes renunciando así a ser la única fuente de conocimiento. A su vez, es importante que la propuesta conecte directamente con los intereses y necesidades reales de los estudiantes construyendo una experiencia educativa basada en situaciones reales.

- **Inteligencias múltiples:**

La teoría de las inteligencias múltiples surge de la combinación de la teoría sobre el aprendizaje mediante la experimentación y las teorías básicas de las habilidades lingüística y matemática. Su creador, Howard Gardner, afirma que todo ser humano posee ocho tipos de inteligencias desarrolladas en diferentes niveles: Lingüística, Lógico-Matemática, Visual-Espacial, Musical, Corporal y kinestésica, Intrapersonal (emocional), Interpersonal (social) y Naturalista. Por ello, es imprescindible adaptar la enseñanza a las diversas formas de aprendizaje

combinando las inteligencias de manera dinámica comprendiendo que se trata de un sistema de interdependencia.

- **Interdisciplinar y transversal:**

Precisamente en consonancia con la teoría anterior, surge la metodología interdisciplinar y transversal. Con ella, se pretende que las asignaturas se interrelacionen fomentando el pensamiento divergente. De esta forma, todos los conocimientos y los valores que se pretenden enseñar se transversalizan y se combinan para que el aprendizaje sea de mayor valor. Por ejemplo, el plan lector de Lengua y Literatura se podría relacionar con Matemáticas.

- **ApS:**

Consiste en un aprendizaje basado en el servicio para dar respuesta a una necesidad concreta ofreciendo ayuda a un contexto determinado. En particular, el presente proyecto está vinculado con esta metodología la cual ha sido explicada con mayor detalle en el apartado 4.2: *Aprendizaje y Servicio*.

- **Flipped classroom o aula invertida:**

En esta pedagogía el concepto de la clase y las tareas se invierte, los estudiantes estudian en su casa, generalmente desde visualizaciones cortas creadas por los docentes, aquellos contenidos más teóricos antes de que se trabajen y practiquen en el aula.

- **Método Singapur:**

Este método centra su objetivo en la resolución de problemas matemáticos reales, no rutinarios o sin solución evidente. Para ello, es necesario impulsar 5 áreas básicas del desarrollo: las habilidades matemáticas, la metacognición, los conceptos matemáticos, las actitudes positivas y los procesos matemáticos. En su página web se pueden encontrar diversas explicaciones sobre los recursos manipulativos, gráficos y materiales didácticas según la etapa de enseñanza, así como cursos de formación en el método.

- **Pedagogía Amco Guatemala:**

Al igual que existen muchas formas de aprender, también existen diversas maneras de enseñar. Esta metodología favorece el desarrollo de herramientas múltiples generadoras de inteligencia: Robótica, Flipped Classroom, Visible Thinking, ThinkTank, STEAM y Global Citizenship. Una vez más consiste en educar

desde una perspectiva innovadora e inclusiva dirigida a una sociedad globalizada y tecnológica. En la plataforma se pueden encontrar explicaciones, artículos, recursos y eventos para una ampliación de la formación docente.

- **Colectivo cinético:**

Este colectivo formado por profesionales de distintas áreas con un interés común, la educación, ha dedicado su esfuerzo y trabajo a ofrecer diversos documentos descargables para ayudar a gestionar e implementar en las aulas metodologías innovadoras de éxito. De esta forma y presentando un espacio de reflexión y colaboración, mejorará la experiencia educativa de todos.

- **TIC:**

- **Google classroom:** Es la plataforma del navegador Google desde la que muchos profesores están organizando e impartiendo su docencia online o semipresencial. Tiene la posibilidad de asociarse con muchas otras herramientas del navegador (Gmail, Google Calendar, Documentos...) lo que la hace muy práctica y fundamental para quien se mueva en ese entorno.
- **Nearpod:** lecciones interactivas. Este recurso fomenta la participación en clase. Consiste en herramientas que permiten realizar presentaciones interactivas, de manera que los estudiantes no solo están mirando a una pantalla mientras el profesor habla, sino que puedan participar activamente durante las sesiones online o híbridas, tanto si están en casa como en clase.
- **Kahoot:** es una aplicación que combina el aprendizaje y la diversión. Permite crear cuestionarios para competir y aprender de forma lúdica, síncrona o asíncronamente, creando un ránking de puntos entre los estudiantes.
- **Wakelet:** Guarda, organiza, y comparte contenido de toda la web (sin necesidad de registrarse). Es una plataforma totalmente gratuita en la que se pueden crear colecciones públicas (para compartir con todos), ocultas (para compartir con nuestros estudiantes), privadas (para crear contenido propio) o colaboradoras (para que nuestros estudiantes colaboren sin tener que registrarse).

2. Didáctica de las Matemáticas

Por un lado, en esta [lista de reproducción](#) de YouTube se encuentran diversas ponencias y grabaciones que enriquecen la formación profesional del maestro no solo del área de las Matemáticas, sino del sentido más extenso de la educación. Por ello, recomendamos que los maestros y formadores que formen parte del diplomado visualicen aquellos cuyos títulos más les llame la atención y realicen optativamente una reflexión en el portfolio individual. Asimismo, cualquier comentario o ampliación sobre ello se puede exponer durante la formación en un formato de asamblea general donde se compartan las diversas opiniones y sensaciones que las visualizaciones de los vídeos hayan producido y, de este modo, los participantes puedan enriquecerse mutuamente y valorar otras recomendaciones.

Por otro lado, más allá de la bibliografía utilizada para la realización de este proyecto, se ofrece un **listado de artículos**, más detallado en el [ANEXO 7](#), cuya lectura puede ser muy enriquecedora para los docentes de Matemáticas e, incluso, para los familiares de los estudiantes.

- Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. [Ejemplificación en un entorno colaborativo](#). Detalla una propuesta de desarrollo profesional a partir de los procesos cognitivos durante el aprendizaje de las matemáticas.
- Profesores de matemáticas reflexivos: [formación y cuestiones de investigación](#). Se describen ciertas variables que caracterizan a los docentes reflexivos sobre su desarrollo profesional y su proceso de aprendizaje.
- El aprendizaje realista: [una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado](#). Presenta un modelo de formación docente en Educación Matemática Realista basado en la perspectiva sociocultural y el aprendizaje reflexivo.

- GUÍA PARA PADRES PARA Fomentar el Éxito Escolar: [Matemáticas en la escuela preparatoria](#). Esta breve orientación explica las competencias matemáticas objetivo de la escuela preparatoria y propone ciertas claves para que los padres ayuden a sus hijos en casa.
- [AYUDANDO A SU HIJO CON LA MATEMÁTICA DE HOY](#): Pretende ofrecer algunas pautas para desarrollar las aptitudes que los hijos necesitan para desenvolverse con éxito en la escuela y en la vida.
- Neurociencias y Enseñanza de la Matemática. [Prólogo de algunos retos educativos](#). Fernández Bravo introduce la neuroeducación y relaciona la relevancia del conocimiento del funcionamiento cerebral para la enseñanza de las Matemáticas.
- Principios y estándares para la educación matemática: [una visión de las matemáticas escolares](#). Este artículo presenta la traducción al español del documento de educación matemática básica publicado en 2000 de gran relevancia en la formación de docentes de matemáticas.
- [La educación matemática en las primeras edades](#). A través del análisis de la experiencia de aprendizaje temprano, reflexiona sobre el proceso de enseñanza de las matemáticas, describe las características de la infancia y la escuela primaria dominando las habilidades básicas y las habilidades matemáticas básicas y relaciona el bajo aprendizaje de los niños y algunos abandonos escolares posteriores.
- [La competencia matemática en PISA](#). Analiza las variables del dominio matemático, su evaluación y el concepto de enseñanza de las matemáticas.

- [La adquisición de competencias básicas en Educación Primaria](#): una aproximación interdisciplinar desde la Didáctica de la Lengua y de las Matemáticas. A partir de una primera revisión bibliográfica se exponen ciertas estrategias prácticas para facilitar la instrucción integrada y la evaluación de Didáctica de las Matemáticas y Lengua.
- [Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula](#). Alsina presenta una propuesta guía para la correcta programación educativa de los contenidos matemáticos.
- Aprender matemáticas. [Metodología y modelos europeos](#). Este libro formativo propone metodologías, recursos y técnicas para el diseño y el desarrollo de actividades significativas que mejoren el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes.
- Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: [vinculando investigación con buenas prácticas](#). Fundamentado en las últimas investigaciones, se presenta en el artículo un método de enseñanza de las matemáticas en la etapa Infantil.
- [La «pirámide de la educación matemática»](#): Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. Partiendo de la competencia matemática, se ofrecen andamios, recursos y criterios para programar talleres matemáticos ricos.
- [¡Marchando una de Matemáticas!](#) Un recorrido por las fases del proceso de aprendizaje significativo de las matemáticas utilizando el símil de una receta de cocina.

- Aprender a hacer y conocer: [el pensamiento lógico](#). La inseparable relación entre el pensamiento lógico y las matemáticas queda plasmada en este artículo que recorre la importancia del razonamiento en la enseñanza-aprendizaje de la materia.
- [Desarrollo del pensamiento lógico-matemático](#): el concepto del número y otros conceptos. Con base en la experiencia investigadora, no solo presenta una propuesta desde una perspectiva práctica, sino que también proporciona "contenidos de lógica y matemáticas" para que pueda ser fuente y origen de un nuevo diseño instruccional, y proporciona una guía para evitar errores matemáticos.
- [Algo sobre resolución de problemas matemáticos en Educación Primaria](#) Sugiere métodos que incorporen razonamiento y creatividad para mejorar la forma de actuar de los docentes y presentar los problemas.
- La inestabilidad de la normalidad del error en la actividad escolar. [¿Cuánto de error tienen los errores que cometen los estudiantes?](#) Una respuesta incorrecta no significa que exista un mal razonamiento. Análisis de las posibles respuestas de los estudiantes a interrogantes planteados estudiándolas desde el conocimiento científico y desde el razonamiento lógico.
- El concepto de fracción: [Actividades para desarrollar el significado de la relación parte-todo](#) Usar las fracciones unitarias y dividir un todo en partes congruentes resulta fundamental para aprender la relación parte-todo del concepto de *fracción*.
- [Matemáticas y juego](#) Argumentos favorables para usar el juego como recurso en las clases de matemáticas y ejemplos para estudiantes de 3 a 8 años.

- **El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas** El juego es un elemento necesario para el aprendizaje de la matemática ya que genera motivación, permite experimentar y ayuda a consolidar los conocimientos aprendidos.

3. Actividades matemáticas universales

Las actividades matemáticas universales definidas por Bishop (1999) son seis: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar.

1. **Contar:**

Esta actividad se relaciona con las diversas formas de representar los números y las situaciones en las que hay conteo. En ella se incluyen también:

- El razonamiento numérico.
- El cálculo mental.
- El razonamiento cuantitativo.
- La manipulación de cantidades.
- La estimación.

Esta actividad es fundamental para la resolución de problemas matemáticos.

2. **Medir:**

Esta actividad comprende:

- Estimación.
- Aproximación.
- Evaluación.
- Visualización.

Además, es la responsable de la descomposición en áreas y volúmenes o cálculo de medidas.

3. **Localizar:**

Encargada de encontrar rutas, orientarse y localizar objetos. Es también la responsable de la orientación, la coordinación espacial, la interpretación de mapas, calendarios o brújulas.

Hay cuatro niveles en la concepción espacial:

- Espacio físico.
- Espacio de objetos.
- Espacio socio geográfico.
- Espacio cosmológico.

4. **Diseñar:**

Incluye aspectos relacionados con:

- Visualización.
- Imaginación.
- Interpretación de información figurativa.
- Dibujo.
- Formas de representación.

5. **Jugar:**

Considera actividades como:

- El pensamiento estratégico.
- La acción de planificar.
- Conjeturar.
- Aspectos sociales e intrapersonales.

Como ya se ha señalado a lo largo de la propuesta, promover el juego en la actividad matemática debería ser la base del desarrollo del pensamiento.

6. **Explicar:**

Explicar consiste en explicar con claridad las ideas para facilitar su comprensión.

Se trata de evitar lo confuso o complicado

Desarrolla actividades como:

- El pensamiento lógico-matemático.
- Razonamiento verbal.
- Toma de decisiones.

4. El pensamiento lógico-matemático

La matemática y la lógica están estrechamente relacionadas. La lógica no viene del lenguaje, sino de cómo éste es interpretado por el estudiante. Tal y como expone

Fernández Bravo (2007) los maestros, con su didáctica, pueden abordar y contribuir al desarrollo del pensamiento lógico-matemático del estudiante:

- Creando y ayudando a que los estudiantes establezcan relaciones, clasificaciones y mediciones
- Propiciando que averigüen, observen, experimenten, pregunten, conjeturen, que apliquen lo ya conocido a nuevas situaciones...
- Ayudándoles a elaborar las nociones fundamentales de espacio-tiempo, formas, números, así como estructuras lógicas.
- Captando su curiosidad e interés por comprender.
- Brindándoles técnicas y conceptos matemáticos a partir de los cuales ellos puedan elaborar sus conclusiones y justificar sus resultados.
- Siendo guía en el descubrimiento realizado tras una investigación donde la creatividad esté presente.

Todos los procedimientos que vayan a ser utilizados en las clases deberán tener como base la experimentación y la vivencia de experiencias ya que así lograrán la consecución de los objetivos previstos para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

5. Acertijos y adivinanzas matemáticas

Los acertijos matemáticos o adivinanzas son un recurso generalmente olvidado, pero relevante desde la perspectiva de la pirámide de la educación matemática de Alsina (2010). Por ello, en esta propuesta se presenta y se trabaja transversalmente en todos los bloques de contenidos. Es más, como se detalla en el apartado 4.4, se recurrirá a dos páginas web donde se pueden encontrar diversas adivinanzas, poemas y canciones sobre varios temas matemáticos:

- **Matemáticas divertidas:** <https://matematicasdivertidas.es/>
- **Árbol ABC:** <https://arbolabc.com/adivinanzas-matematicas-y-numeros>

6. Problemas y experimentos matemáticos

El problema de los problemas

*“Los problemas son para **hacer pensar**,
no para hacer calcular”*

Canals (Biniés, 2008, pág. 23)

La resolución de problemas es un marco de aplicación y un eje transversal a todos los contenidos no solo de la asignatura de matemáticas (problemas de geometría, de medida, de estadística...) sino de cualquier otra. Los problemas pueden ser considerados según el contenido, interpretados en cuanto al tipo de enunciado que tengan (visual o verbal), dependiendo de su finalidad (aprender una estrategia, aplicar una fórmula...) o si la respuesta es abierta o cerrada.

Fernández Bravo (2006) clasifica en *cinco clases* las respuestas recogidas en una investigación acerca de la concepción de “problema” y cómo se enfrentan o actúan ante ellos los estudiantes:

1. Acomodación operativa con necesidad de solución: el fin es obtener una solución del problema tras realizar una operación.
2. *Reflexión operativa consciente*, donde reflexionan y razonan la estrategia utilizada y el proceso seguido, o *inconsciente*, saben que hay que pensar, pero actúan similar a la *clase 1*.
3. Sustitución de contenido: perciben el problema como un conjunto de operaciones difíciles de resolver.
4. Imitación de iniciativas: únicamente hacen bien los problemas que han realizado previamente puesto que actúan de forma mecánica e imitativa. Ante una nueva situación, no saben resolverla.
5. Negación consciente: los estudiantes se rinden ya que lo ven como algo imposible de resolver.

Uno de los principales errores que comenten muchos estudiantes a la hora de enfrentarse a un problema es que intentan “adivinar” qué operación es la que tienen que hacer (suma, resta, multiplicación...). En numerosas ocasiones son los propios maestros quienes propician que realicen ese error actitudinal al hacer preguntas

similares a: “¿qué es lo que tienes que hacer: sumar, restar...?” impidiendo, como principal consecuencia, el razonamiento.

Canals (Biniés, 2008) sugiere que los maestros tengan presente en su didáctica, que los problemas son para pensar y descubrir cuál es la mejor forma de resolverlos, no para que los estudiantes calculen. Para ello, en primer lugar, se debe comprender el enunciado del problema por lo que la competencia lingüística y la comprensión escrita cobra gran relevancia. En consecuencia, es conveniente que planteen *buenos problemas*, donde se proponga una situación nueva, próxima a la realidad, experiencia y nivel evolutivo del estudiante, que implique un reto y admita más de una solución correcta. En relación con las posibles y múltiples resoluciones que pueda tener un problema, Canals (Biniés, 2008) recomienda la utilización de los **problemas abiertos**. De esta forma, los estudiantes experimentan las numerosas y válidas soluciones que pueden darse ante una misma situación. Asimismo, se fomenta el trabajo en equipo para permitir mayor variedad de pensamiento. Estos problemas siguen el enfoque *Teaching Through Problem Solving* (Bingölbali et al., 2016) donde hay un problema o situación real motivadora que permite hacer una estimación, se resuelve el problema mediante preguntas con su correspondiente comprobación y, por último, se realizan ejercicios mecánicos para lograr la abstracción del concepto. Esto está relacionado con las fases planteadas por Fernández Bravo (2007).

Sin embargo, hay varias tipologías de problemas que pueden combinarse en las clases de matemáticas para ejercitar las habilidades mentales de los estudiantes. Algunos tipos son los problemas de **enigmas y juegos** cuya solución requiere de un pensamiento abierto, creativo y no habitual; los **problemas de comprensión del texto** donde se genera una serie de preguntas sobre la situación inicial planteada en el enunciado; los de **comprensión de la estructura o problemas “con trampa”** que ayudan a seleccionar y reconocer cuáles son los datos importantes en un problema y cuáles son insignificantes puesto que no aportan o no se necesitan para la resolución final.

Pese a la variedad de tipología, actualmente en la enseñanza de las matemáticas, los problemas “*tradicionales*” de aplicación mecánica para obtener un resultado siguen siendo los principales protagonistas. Muchos de ellos podemos encontrarlos en los libros de texto cuyo enfoque es *Teaching For Problem Solving* (Bingölbali et al., 2016) ya

que explican los contenidos descontextualizados seguidos de un ejemplo resuelto, ejercicios y problemas meramente mecánicos.

Por ello, los docentes deben tener presentes y aplicar las **estrategias** que se presentan brevemente a continuación, para lograr plantear los problemas que fomenten y desarrollen en los estudiantes el pensamiento lógico, el ingenio, una actitud positiva hacia la situación problemática y real planteada y la capacidad de buscar las mejores tácticas para resolverlos:

- Los propios estudiantes sean quienes inventen el enunciado del problema.
- Plantear problemas donde se dé la situación final y sean los estudiantes quienes tengan que buscar la situación inicial. Esto favorece la reversibilidad del pensamiento.
- Lograr que los estudiantes sean capaces de verbalizar cuál es la estrategia que han utilizado y expongan razonadamente su respuesta.
- Diversidad en la presentación de los problemas para intercambiar reflexiones: de forma grupal, en pequeños grupos, por parejas, individual...
- Uso de materiales manipulativos para la resolución de situaciones cuantitativas y geométricas.
- Fomentar el cálculo mental y no siempre hay que pedir que lo realicen por escrito.

BLOQUE I: NÚMEROS

Introducción didáctica

“La adquisición del concepto de cantidad y la realización de operaciones han de ir juntas, son simultáneas”.
Canals (2008)

Uno de los grandes bloques y eje vertebrador de las matemáticas es el de números. Como expone Canals (Biniés, 2008), la noción de cantidad está muy ligada a la de operación y no se debe llegar a ella a partir del número escrito, sino a través de la comparación de grupos con diferente número de objetos. Piaget establece que la noción de cantidad no se modifica cuando los elementos cambian de aspecto, forma o de posición, sino cuando añadimos o quitamos objetos.

Por ello, es fundamental constituirlos a partir de la experiencia resultante de trabajar de forma manipulativa.

Los contenidos que van a ser abordados en este bloque y que están recogidos en la malla curricular de Guatemala son los siguientes:

1. Ordenación de números, clasificación y series numéricas.
2. Composición y descomposición de números naturales.
3. El Sistema de Numeración Decimal: valor posicional de sus cifras (recta numérica).
4. Numeración maya

Progresión didáctica por edad

La tabla 1 muestra un resumen de los nuevos contenidos geométricos que se abordan según la edad de los alumnos. En cada curso, se trabajan los vistos en cursos anteriores y se van introduciendo otros más complejos.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 10. Progresión didáctica por edad y contenido de Números. Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina (2019)

Edad	Nuevos contenidos
6-7 años	<p>Números naturales menores que 100.</p> <p>Lectura y escritura (con cifras y letras) números de dos cifras.</p> <p>Identificación del valor posicional y establecimiento de equivalencias entre decenas y unidades</p> <p>Descomposición de números de dos cifras en forma aditiva, teniendo en cuenta su valor posicional.</p> <p>Identificación de números pares e impares</p>
7-8 años	<p>Números naturales menores que 1000.</p> <p>Identificación del valor posicional y establecimiento de equivalencias entre centenas, decenas y unidades.</p> <p>Utiliza los diez primeros ordinales.</p> <p>Descomposición de números de tres cifras en forma aditiva</p>
8-9 años	<p>Números naturales menores que 10000.</p> <p>Identificación del significado y valor posicional de las cifras y establece equivalencias entre millares, centenas, decenas y unidades.</p> <p>Descomposición en forma aditiva y aditivo-multiplicativa de números menores de 10000</p>
9-10 años	<p>Números naturales menores que 100000.</p> <p>Ordenación de números naturales menores que 100000</p> <p>Utiliza los treinta primero números ordinales</p>
10-11 años	<p>Números naturales menores que un millón</p> <p>Construye reglas graduadas, hechas de materiales asequibles, en las que estén ya señalados el 0 y el 1</p>
11-12 años	<p>Descomposición aditiva y aditivo-multiplicativa de números naturales</p> <p>Ordena números enteros</p> <p>Introducción y utilización de los números negativos en contextos reales</p>

A continuación, se explican las actividades que introducen y trabajan el concepto número. En la ilustración 2, se muestra la pirámide de Alsina (2010) realizada con imágenes de los recursos que se van a utilizar durante la propuesta.

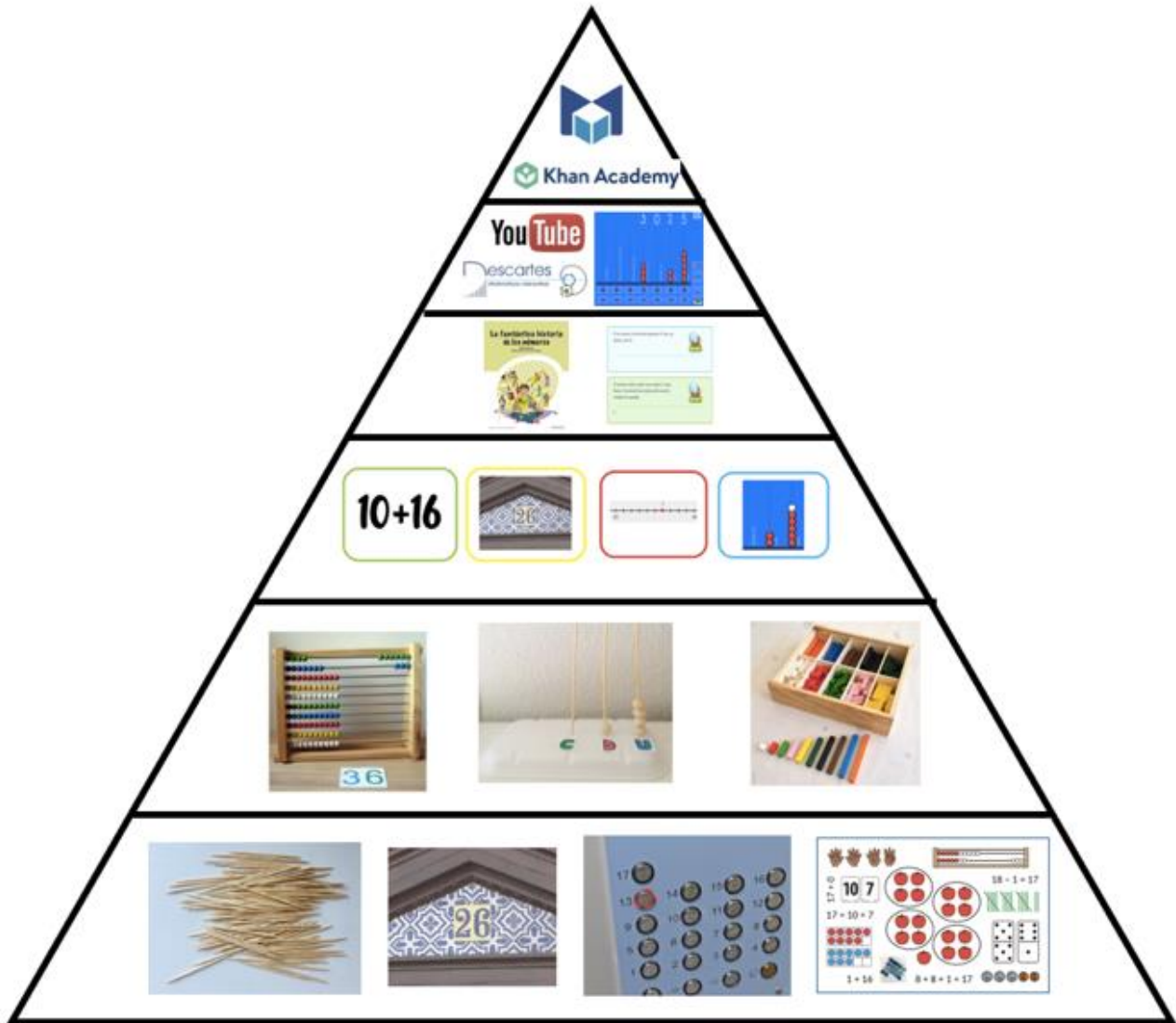


Ilustración 2. Pirámide matemática de recursos para trabajar el contenido de números.
Fuente: Elaboración propia a partir de la Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)

Desarrollo de actividades



CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

El profesor comenzará la sesión realizando una serie de preguntas abiertas para que los alumnos puedan pensar, reflexionar y compartir de forma común las múltiples respuestas posibles:

- ¿Qué números conocéis? *Naturales, enteros, negativos, romanos, decimales...*
- ¿En qué lugares podemos encontrar esos números en nuestro entorno y nuestra vida?
- ¿Qué pueden indicar los números? ¿Para qué se utilizan? Posibles respuestas: *El número de teléfono, el portal, lo que algo cuesta, la cantidad que hay de algo, los pisos de un edificio, los días de un mes, los años de una persona, la altura, el peso, la capacidad de un recipiente, las horas...*
- ¿Crees que si un alumno sabe “contar” significa que el alumno sabe y tiene adquirido el concepto de cantidad?



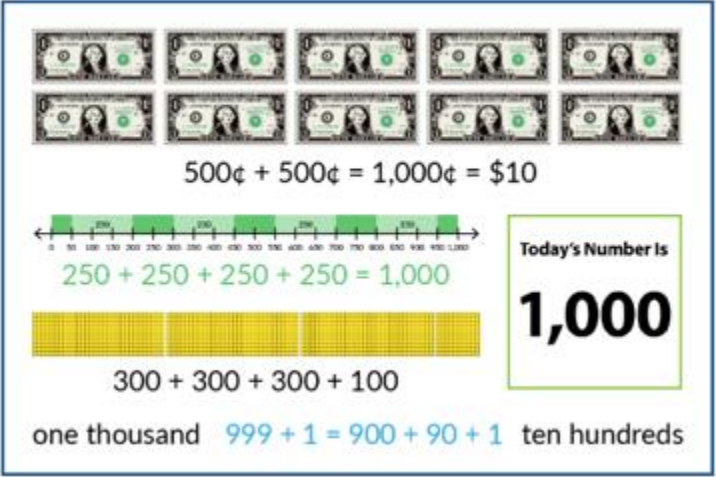
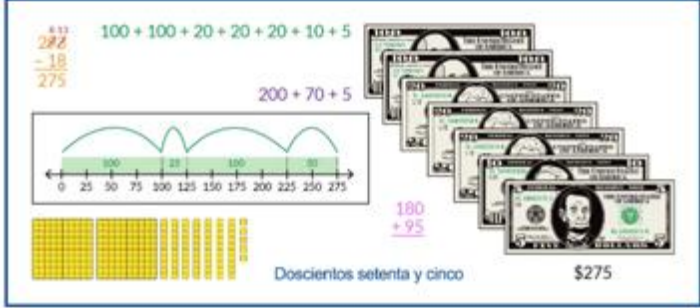
Rutinas de pensamiento

- **Veo, pienso, me pregunto**

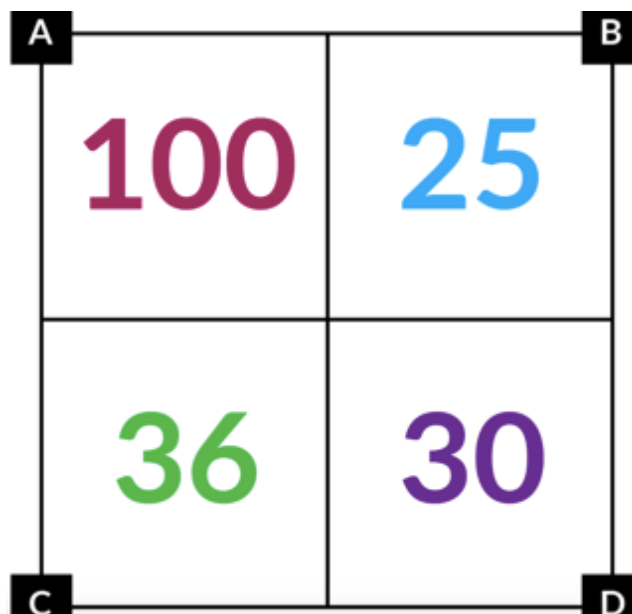
El número del día: El profesor mostrará un número y pedirá a los alumnos que piensen y muestren las diversas formas de representarlo: con el ábaco, operaciones, fichas de dominó, fichas, palillos, dedos de las manos, regletas...

EL NÚMERO DEL DÍA		
Curso	Número y enlace	Ejemplos de posibles soluciones
K	17	

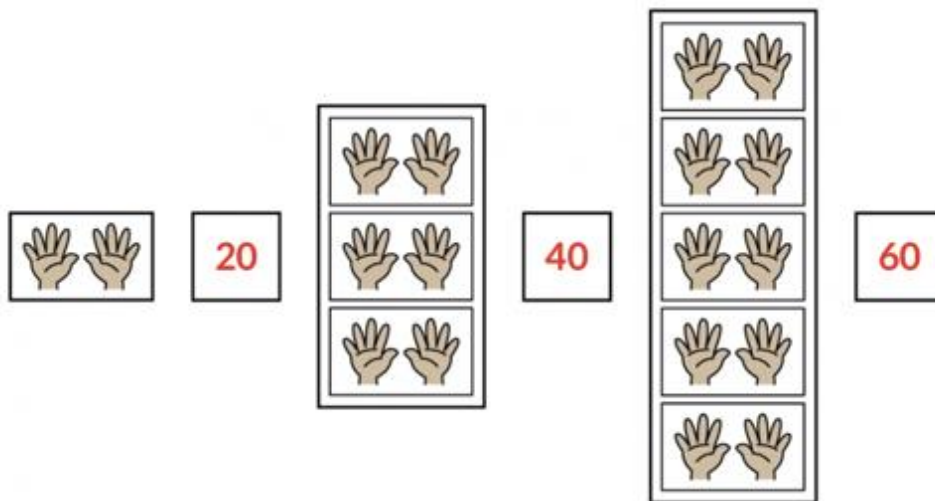
<p>1</p>	<p><u>20</u></p>	<p>20 = 19 + 1</p> <p>2 tens</p> <p>50 - 30 = 20</p> <p>10 + 5 + 5</p> <p>10 + 10 = 20</p> <p>ten less than 30</p>
<p>1</p>	<p><u>10</u></p>	<p>6 + 4</p> <p>8 + 2 = 10</p> <p>10 = 3 + 7</p> <p>12 - 2</p> <p>decena</p> <p>El número de hoy es 10</p> <p>1 más que 9</p> <p>1 menos que 11</p>
<p>2</p>	<p><u>125</u></p>	<p>5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125...</p> <p>El número de hoy es 125</p> <p>100 + 25</p> <p>130 - 5</p> <p>100 + 20 + 5 = 125</p>

3	<u>1000</u>	
9-10	<u>275</u>	

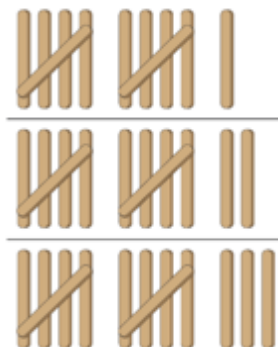
¿A cuál no pertenece? Números: Se muestran cuatro números y el estudiante tendrá que pensar y exponer las razones por las que cada uno de ellos no pertenece con los otros tres.



[¿Qué viene después? ¡Dame diez!](#) Se muestra una imagen con una serie de objetos para que el alumno describa cómo serán los siguientes objetos en la secuencia.



[¿Qué va después? Detectives de palitos para manualidades:](#) Se sigue el mismo procedimiento que con la propuesta anterior mostrando otra imagen.



- **Estimamos, listos, ¡ya!**

Observando la foto, ¿cuántos palillos crees que hay?



Ilustración 3. Rutina de pensamiento "Estimamos, listos ¡ya!"

ESTIMO	COMPRUEBO	COMPARO

¿Qué estrategias has utilizado para la estimación? ¿cómo lo has comprobado?

Solución: Para la comprobación de la estimación de la ilustración, se ha llevado a cabo un recuento de palillos agrupándolos en grupos de 10 unidades. Por lo que, en total, hay 105 palillos.





DESARROLLO



Recursos manipulativos

EL ÁBACO

El ábaco es un recurso manipulativo que, junto con las regletas de colores, constituye un material muy útil para el aprendizaje del cálculo. Se encuentra situado en el segundo eslabón de la Pirámide de Alsina (2010) y permite abordar la primera etapa de Fernández Bravo (2007) para, una vez que hayan comprendido el sistema de numeración posicional y decimal y el cálculo de operaciones con números naturales, introducir y guiar a los alumnos hacia las posteriores expresiones más simbólicas y abstractas.

Consiste en un marco o soporte de madera con una serie de varillas metálicas y paralelas, situadas de forma horizontal o vertical. En las varillas, se insertan e introducen unas bolas perforadas o anillas de colores diferentes y fácilmente manipulables por los alumnos. Cada varilla representa y hace alusión al orden y valor posicional de las unidades, decenas, centenas... en el sistema de numeración decimal. Esta posición de las bolas en las varillas coincide con la de la escritura numérica por lo que es un instrumento que facilita la comprensión en los alumnos.

Hay varios **tipos** de ábacos y pueden clasificarse y diferenciarse en función del material con el que están hechos (de madera, de plástico...) o según la disposición de las varillas:

- **Ábaco vertical:** sobre un soporte, habitualmente, de madera, las varillas están colocadas de manera vertical. El número de varillas puede variar en función de la edad de los alumnos e ir introduciendo más, según se vayan comprendiendo y dominando las anteriores. En cada varilla hay diez bolas de un color diferente para que el alumno pueda asociarlo a las distintas unidades. El ábaco vertical puede tener las varillas abiertas (ilustración 1) o cerradas, formando una “U” invertida (ilustración 2).



Ilustración 4. Ábaco vertical abierto



Ilustración 5. Ábaco vertical cerrado

- **Ábaco horizontal:** las varillas están clavadas en un marco de madera dispuestas en forma horizontal y paralelas entre sí. En cada varilla hay diez bolas fácilmente manejables para deslizar. Como inconveniente, los niños no podrán quitar aquellas bolas que no sean requeridas ni necesarias para la actividad que estén realizando.



Ilustración 6. Ábaco horizontal

- **Ábaco plano:** la gran diferencia respecto al resto de ábacos es que al no tener un soporte material suponen un nivel superior de abstracción. Se recomienda su uso una vez los alumnos hayan manipulado con otro tipo de ábaco ya que el posee las representaciones gráficas en papel, aunque es recomendable introducirlo al mismo tiempo cuando se trabaja con el vertical u horizontal.

Como puede verse en la imagen (ilustración 4), cada orden de unidades se representa por letras mayúsculas (U**ni**dades, **D**ecenas, **C**entenas) y, es recomendable, diferenciarlas con colores.

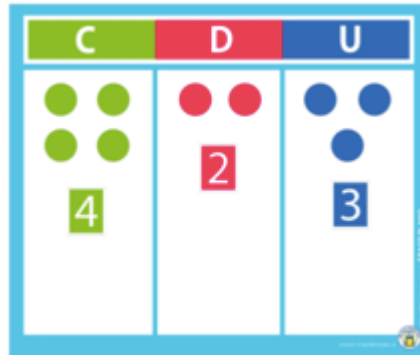


Ilustración 7. Ábaco plano

- **Ábaco “casero”**: es muy similar al ábaco vertical abierto ¡Vamos a construir nuestro ábaco de una forma muy sencilla!

¿Qué necesitamos?

- Una bandeja de *poliespan*
- Varias brochetas
- Bolas o abalorios perforados
- Regla
- Letras que indiquen las unidades, decenas, centenas... y números
- Velcro

¿Cómo lo elaboramos?

En la bandeja de *poliespan* debemos medir con una regla el lugar donde vamos a colocar cada varilla (en nuestro caso, palos de brochetas). La separación entre ellas debe ser la misma. Por último, colocaremos con velcro los “carteles” que indiquen qué representa cada varilla. En el ejemplo (ilustración 5), se observa con Unidades, Decenas y Centenas.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN



Ilustración 8. Ábaco casero

- **Ábaco online:** puede resultar muy útil para esta formación ya que todos los alumnos pueden tener acceso a él y es sencilla la forma de utilizarlo en el siguiente enlace: <https://www.ictgames.com/mobilePage/abacus/>

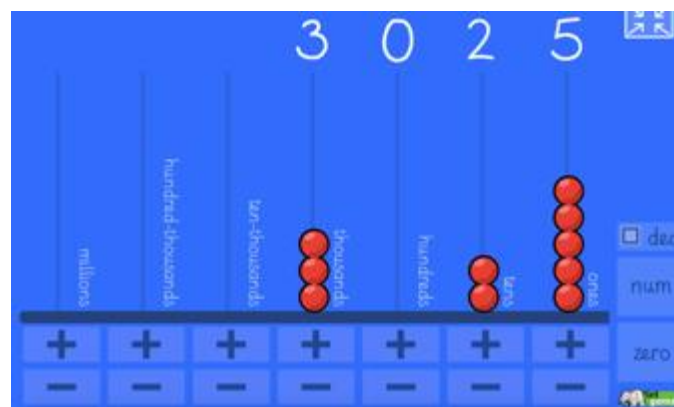


Ilustración 9. Ábaco online

El Math Learning Center ofrece un ábaco online horizontal:
<https://apps.mathlearningcenter.org/number-rack/>

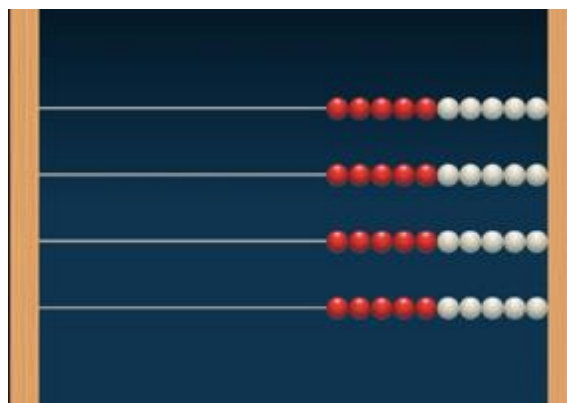


Ilustración 10. Ábaco online horizontal Math Learning Center

Gracias a las actividades e interrogantes que puedan introducirse y realizar con este material, se pueden trabajar y comprender **contenidos** tales como:

- El sistema de numeración, cómo se forman las unidades de orden superior
- Representación de los números naturales, números decimales y expresiones de medida de longitud, capacidad y peso.
- Identificar el valor relativo de las cifras, según la posición que ocupen.
- Facilita la comprensión del cero.
- Comparación de números y demostración de cuál es mayor o menor.
- Redondeo de números a la decena, centena...

PROPUESTA DE TALLERES

Dictado de números naturales

1. Escribir la expresión abstracta de un número representada en un ábaco.

El profesor mostrará un ábaco virtual y preguntará por la cantidad que se representa en él. El estudiante escribirá el número que corresponda a dicha cantidad. A continuación, se muestran dos enlaces online para que los estudiantes puedan practicar:

https://proyectodescartes.org/uudd/materiales_didacticos/numeros1-JS/abacos.htm



Ilustración 11. Ábaco vertical del Proyecto Descartes

<https://proyectodescartes.org/descartescms/matematicas/canals/item/1249-abacos-de-operaciones-con-decenasycentenas>



Ilustración 12. Ábaco vertical del Proyecto Descartes

2. Representación de números naturales en el ábaco.

El profesor pedirá que cada alumno represente en su ábaco virtual o físico varios números tales como:

47

32

589

50250

Pedirá que los estudiantes representen en el ábaco todos los números posibles utilizando 6 bolas y compartan sus descubrimientos.

Para practicar más, en el siguiente enlace muestra un [ábaco para expresar y representar números en base 10:](#)

REGLETAS CUISENAIRE

Las Regletas Cuisenaire o Números en color es un material matemático y manipulativo que permite y ayuda a que los alumnos adquieran progresivamente las competencias numéricas entendiendo los números, las maneras de representarlos y las relaciones de equivalencias que se establecen entre ellos. Las Regletas están próximas a la representación concreta de las cantidades, números y operaciones ya que cada número se representa con una longitud distinta y no existe ninguna “regla” como en el caso del ábaco o Numerator donde una bola o un botón situada en las decenas tiene valor de 10, o en las centenas de 100.

Este material consta de un conjunto de 10 prismas cuadrangulares de diferentes colores y longitudes que al ordenarlos de menor a mayor (desde la regleta blanca hasta la naranja) resultan la “escalera” que se muestra en la siguiente imagen (ilustración 9):



Ilustración 13. Regletas Cuisenaire

Es importante que el profesor no introduzca las regletas diciendo que “la regleta blanca es 1” si no que la regleta blanca es blanca. Esto es debido a que, si tomamos otra regleta como unidad de medida, ¿cuál sería el valor de la regleta blanca?

Es recomendable que los alumnos dispongan de este recurso de forma que puedan manipularlas con sus propias manos, pero, en caso de que no dispongan de ellas, existen unas regletas interactivas⁵ donde además se pueden practicar conceptos básicos antes de iniciar el trabajo de las operaciones.

A continuación, se va a mostrar un ejemplo de la descomposición del **número 18** con este material y la ayuda de tapones para hacerlo más visual:

En primer lugar, podríamos realizar la rutina de pensamiento del “número del día” para que los alumnos piensen distintas formas de descomponerlo y representarlo. Gracias a esa recogida de conocimientos previos, el profesor irá desarrollando las diferentes formas de descomposición del número:

- **Descomposición aditiva en dos sumandos.**

En primer lugar, representamos el número 18 con el menor número posible de regletas simulando un tren. A partir de él, construimos y formamos todos los “vagones” distintos únicamente con dos regletas que sean equivalentes al vagón de la base.

⁵ Enlace a las regletas interactivas: <https://clic.xtec.cat/projects/regletas/jclic.js/index.html>



9+9	9+9
10+8	8+10

Ilustración 14. Tren y vagón del número 18

- **Descomposición aditiva de dos sumandos de números iguales.**

En esta descomposición formaremos trenes, partiendo de la descomposición anterior, cuyos “vagones” sean todos iguales.



18 veces 1	18x1
9 veces 2	9x2
6 veces 3	6x3
3 veces 6	3x6
2 veces 9	2x9

A partir de esto, se pide a los alumnos que piensen, inventen y escriban una situación/problema real que podría darse por cada una de las descomposiciones.

Por ejemplo: 2×9 : *Daniela tiene 9 caramelos de limón y su hermana Carlota 9 caramelos de menta. ¿Cuántos caramelos tienen entre las dos?*

- **Descomposición multiplicativa como producto de dos factores.**

El profesor parte de una situación real como, por ejemplo: *Ana tiene 6 cajas de pinturas y en cada caja hay 3 pinturas. Su amiga Martina tiene 3 cajas de pintura y en cada caja tiene 6 pinturas. ¿Quién tiene más pinturas de las dos amigas?*

Tras exponer estas situaciones, se pide a los alumnos que las representen con las regletas:



Ilustración 15. Representación con regletas

Posterior a ambas representaciones, se podrá formular interrogantes tales como:
¿observáis alguna forma en ellas? ¿qué forma tienen?



3 veces 6	6 veces 3
3x6	6x3

¿Qué ocurre si ponemos una encima de la otra? ¿Es una coincidencia? ¿Cómo se llama en matemáticas a “que son iguales”? A partir de estas cuestiones llegaremos a la conclusión de que es la propiedad conmutativa de la multiplicación.



Los alumnos tendrán que realizar otro ejemplo similar (partiendo de otra situación) para comprobar que en todos los casos ocurre esta propiedad tanto en la suma como en la multiplicación.



Recursos lúdicos



Creación de un memory y juego de familias.

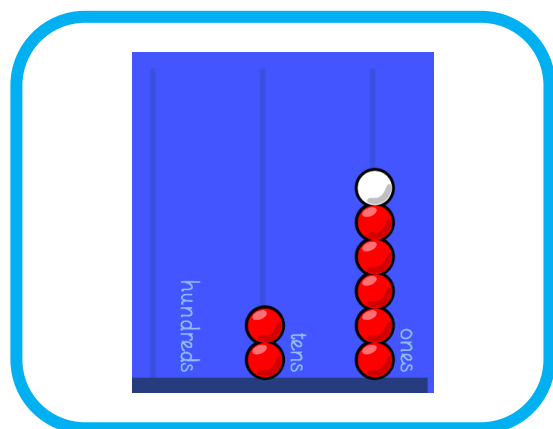
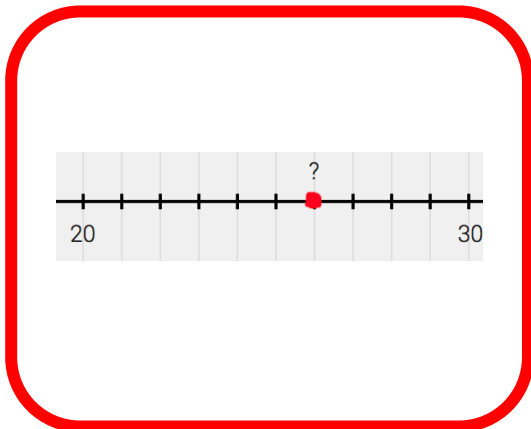
Para ello, el estudiante debe elegir un curso de Educación Primaria y el contenido que va a trabajar con el recurso. Después, selecciona los 4 o 5 números los cuales va a representar en las cuatro categorías escogidas. Por último, diseña las 16 tarjetas.

En el anexo 8 se expone un ejemplo de memory para trabajar los números naturales de dos cifras (unidades y decenas) destinados a los estudiantes de 6-7 años. Se han

seleccionado los números 26, 13, 30 y 70 para representarlos en cuatro categorías diferentes:

- Categoría roja: representación en la recta numérica
- Categoría azul: representación en el ábaco
- Categoría verde: operación (suma o resta)
- Categoría amarilla: fotos del entorno (matematización)

En primer lugar, los estudiantes podrán jugar con dos categorías al *memory* para, posteriormente, poder jugar con todas las tarjetas al juego de familias. Un ejemplo de las cuatro tarjetas de una posible combinación ganadora que debe conseguir el estudiante sería la siguiente (número 26):



$$10 + 1$$

⌒



[El salto de la rana](#): Saltos en la recta numérica.

Instrucciones de Work Place 4A Juego de El salto de la rana 1 de 2

- 1 Cada jugador escoge una rana que sirva de marcador de juego.
- 2 Los jugadores mezclan bien las tarjetas de números y las colocan en una pila boca abajo entre ellos. Cada jugador saca una tarjeta de la pila. El jugador que saque el número más alto va primero.
- 3 Ambos jugadores colocan su marcador de rana en la posición 0 del tablero de juego. El jugador A saca dos tarjetas del mazo, hace girar la flecha y las usa para hacer una expresión. Después, el jugador inventa un problema que coincida con la expresión y mueve su marcador sobre la recta numérica en el tablero de juego para representar y resolver la combinación.

Jugador A Sacó un 5 y un 3, y la flecha giratoria cayó en el signo de suma. Bien. ¡La ranita estaba sentada en el 0!

Después, oyó a las otras ranas jugando en la roca 5, así que saltó hasta allí.

Cuando llegó, las otras ranas se habían ido. Tuvo que saltar 3 más para encontrarlas.

Tabla de juego de El salto de la rana

Bridges in Mathematics Grade 1 | Unidad 4 Módulo 1 Sesión 4

Instrucciones del juego y plantilla para jugar.

[Camino de la rana](#) Instrucciones y tablero de juego para practicar operaciones básicas (suma y resta) de números enteros.

Work Place 4C Camino de la rana

Bridges in Mathematics Grade 1 | Unidad 4 Módulo 3 Sesión 1




Recursos literarios

- Adivinanzas de números: En este enlace se encuentran varias adivinanzas sobre varios números. Este recurso se recomienda para todos los cursos, pudiendo incluso pedir, que sean los propios estudiantes quienes inventen y compartan


sus propias adivinanzas para otros números. Pulsando en el icono de “respuesta” se mostrará el número que corresponde al enunciado.

Si le sumas su hermano gemelo al tres, ya sabes cuál es.



Si quieres saber quién soy, espera a que llueva. Contando los colores del arcoíris tendrás la prueba.

7



- **La fantástica historia de los números** (Martín, 2012)

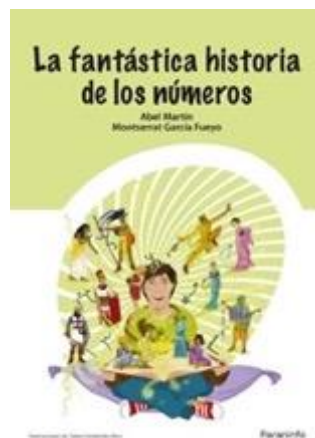


Ilustración 16. *La fantástica historia de los números*

A lo largo de la historia, se han ido desarrollando diferentes y variados sistemas de numeración. En este libro se narran relatos en los cuales se detallan varios de ellos de civilizaciones tales como los prehistóricos, los babilonios, el Antiguo Egipto, la Antigua Grecia, el Imperio Romano, la antigua China, la civilización hindú, árabe, los incas, los aztecas o los **mayas**. Esta última civilización es uno de los contenidos de la malla curricular por lo que se puede introducir mediante la lectura del capítulo de este libro (ilustración 17).

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

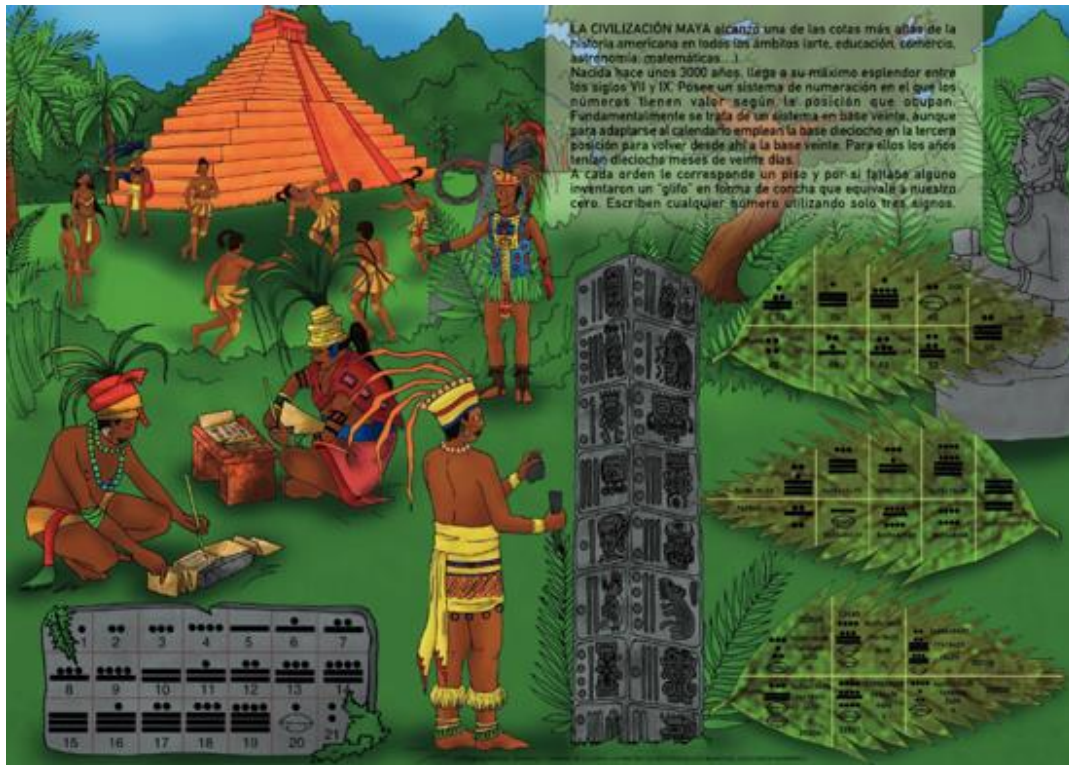


Ilustración 17. Capítulo sobre la Civilización Maya




Tuvo lugar durante los **siglos VII-IX** en las zonas del sureste de México, Guatemala, parte de Honduras y Belice.



Ilustración 18. Ubicación geográfica de los Mayas

Su sistema de numeración es de **base 20** y es **posicional**, es decir, los números tienen valor según la posición que ocupan. Existen tres símbolos:

Tabla 11: Símbolos de la civilización maya

Símbolo	Número
	0
	1
	5

Existen varias **reglas** para escribir correctamente los números:

- Los números mayas se escriben de abajo hacia arriba.
- El punto (1) no se puede repetir más de cuatro veces. Cuando sean 5, se sustituyen por la raya.
- La raya no puede aparecer más de 3 veces.
- Si se necesitan 4 rayas, esto quiere decir que el número es igual o mayor que 20, necesitando emplear otro nivel de orden mayor.

En el **primer nivel** o orden (el de abajo) están los símbolos correspondientes a los números del 0 al 19. A continuación, se muestra una ilustración a modo de ejemplo:

NIVEL	EJEMPLO 1	VALORES	MULTIPLICADOR	NÚMERO DECIMAL
PRIMERO		$5+5+5+4=19$	X 1	19
TOTAL				19

Ilustración 16. Número 19 representado en numeración maya

En el **segundo nivel** o orden cada punto tiene un valor de 20 unidades y cada raya vale 100 unidades. A continuación, se muestra una ilustración a modo de ejemplo:

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN



NIVEL	EJEMPLO 1	VALORES	MULTIPLICADOR	NÚMERO DECIMAL
SEGUNDO		$5 + 5 = 10$	X 20	200
PRIMERO		$5+1+1+1=8$	X 1	8
TOTAL				208

Ilustración 17 Número 208 representado en numeración maya

Cuando se utiliza el **tercer nivel**, el número se multiplica por 400. A continuación, se muestra una ilustración a modo de ejemplo:

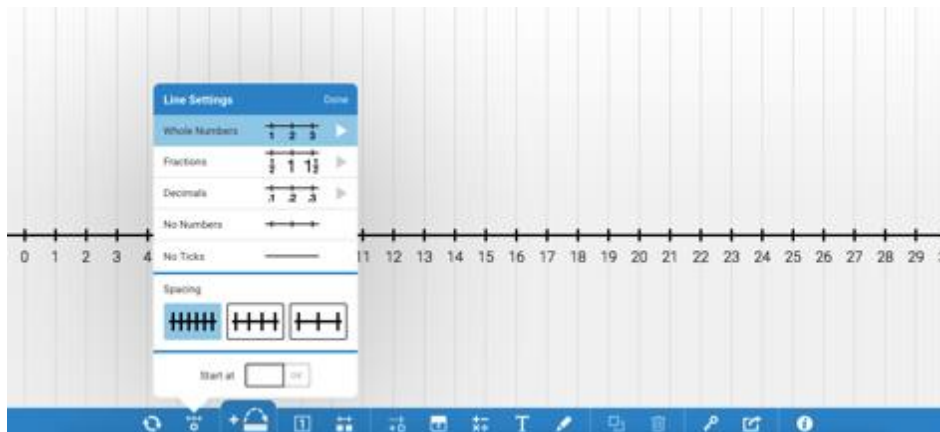
NIVEL	EJEMPLO 1	VALORES	MULTIPLICADOR	NÚMERO DECIMAL
TERCERO		5	X 400	2000
SEGUNDO		$5 + 1 = 6$	X 20	120
PRIMERO		$1+1=2$	X 1	2
TOTAL				2122

Ilustración 18 Número 2122 representado en numeración maya

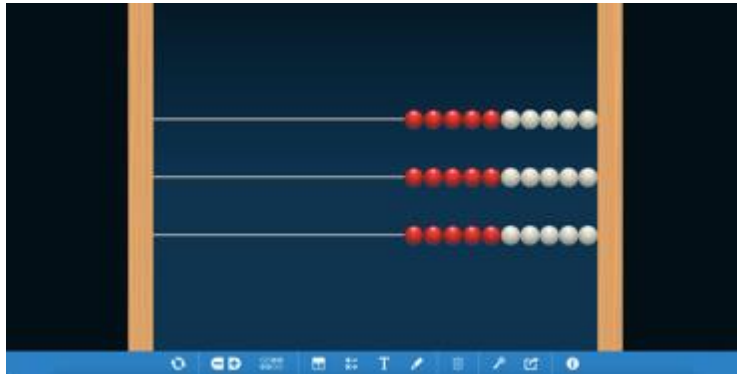


Recursos tecnológicos:

[Recta numérica](#) del Math Learning Center: Hay varias opciones para elegir los intervalos de números de la recta: números enteros (de uno en uno, de cinco en cinco, de diez en diez...), fracciones, números decimales, la recta sin números...

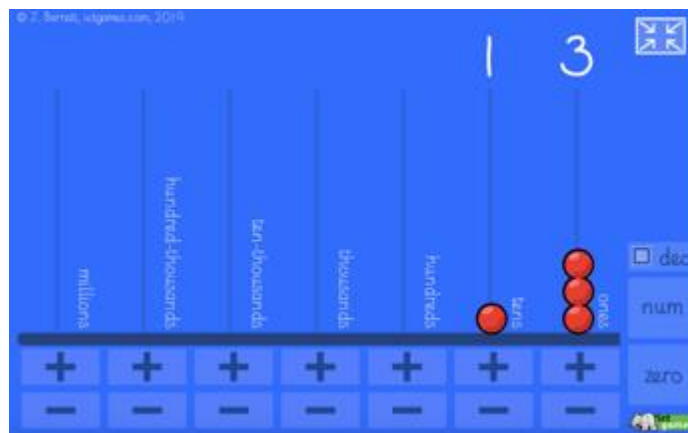


[Ábaco online horizontal](#) del Math Learning Center: Para representar los números se deben arrastrar las bolas desde la parte derecha de la varilla hacia la parte izquierda.



Pulsando en los símbolos $-/+$ se pueden añadir o quitar las varillas.

[Ábaco online vertical](#): En él se pueden representar los números pulsando el símbolo $+$ para añadir bolas en cada varilla o, el símbolo $-$, para quitar.



CIERRE

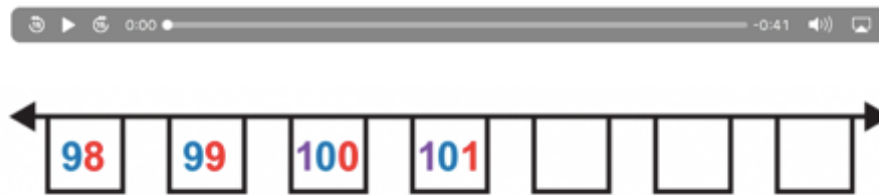


Recursos gráficos:

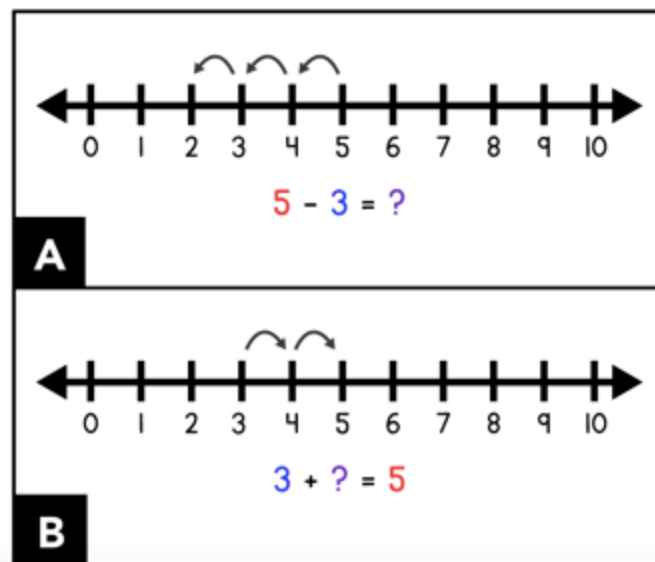
A parte de los ya expuestos durante los talleres, se han seleccionado los siguientes:

[¿Qué viene después? Dígitos en una recta numérica.](#) Los estudiantes tendrán que observar la imagen y completar los dígitos que continuarían la serie siguiendo el patrón propuesto.

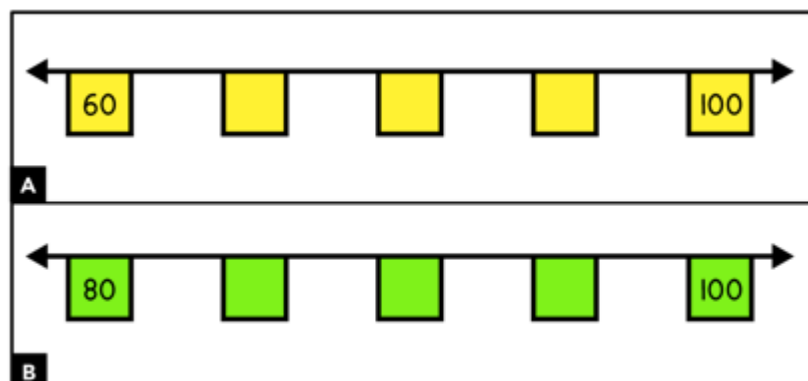
¿Qué va después? Dígitos en una recta numérica



[Igual y diferente: número faltante](#) se muestran dos imágenes de dos rectas numéricas en las cuales hay un número que falta. Los estudiantes podrán resolver la operación para hallar dicho número fijándose en la representación. Finalmente, deberán comparar dichas imágenes estableciendo qué aspectos que las diferencian y cuáles tienen similares.



[Igual y diferente: Números en una línea](#) Similar a la actividad anterior, pero en esta ocasión, deberán completar la línea numérica a partir de los datos dados.



[Saltos en la recta numérica](#): Enlace que contiene varias y diversas actividades diferentes para trabajar de forma lúdica la recta numérica, los números enteros y su valor posicional.



[Ordenación de números](#): El estudiante tendrá que ordenar de menor a mayor o al revés, los números que vienen dados. Para ello, tendrá que arrastrar ese número al lugar donde corresponda.

Ordena estos números según se indica.

Menor a Mayor:

○ < ○ < ○ < ○ < ○ < ○ < ○ < ○

42 527 341 118 87 8 258 64

inicio

Mayor a Menor:

○ > ○ > ○ > ○ > ○ > ○ > ○ > ○

274 925 996 44 12 522 95 127

inicio

[Sistema de numeración maya](#) En esta página se puede practicar y aprender la numeración maya a través de divertidas actividades en forma de reto con niveles de dificultad crecientes.

¿Eres un principiante en matemática maya? Haz clic aquí para aprender lo básico y recibir la ayuda de Itzamná. **RONDAS DE PRÁCTICA**

¿Estás listo? Haz clic aquí para aceptar mi reto. **COMIENZA EL JUEGO**

¿Buscando una actividad para hacer en el salón de clases? Haga clic aquí para bajar una lección de matemática maya. **ACTIVIDAD DE MATEMÁTICA MAYA**

Nivel 1
Reto 1

PROBLEMA $10 + 22 = 32$

MUESTRA LOS NÚMEROS

BASE de 20	400's	20's	1's	Respuesta PRELIMINAR	Respuesta FINAL
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

INSTRUCCIONES:
Arrastra el o los símbolos correctos de los cuadros dorados a los cuadros blancos que correspondan con el número. Entonces completa la reducción para la respuesta final.
Arrastra un nuevo símbolo para reemplazar algún valor o haz clic en el símbolo para quitarlo.

BLOQUE II: OPERACIONES BÁSICAS

Introducción didáctica

A pesar de que en el currículo de Educación primaria de España trabaja Números y operaciones como un único bloque de conocimientos, siguiendo la malla curricular que nos enviaron desde Guatemala, corresponden a dos bloques diferenciados, aunque estrechamente relacionados.

Para trabajar este bloque importantísimo en matemáticas, es fundamental que los alumnos hayan comprendido adecuadamente los conceptos trabajados en el *Bloque 1* sobre los números, su representación y la noción de cantidad.

En este bloque se presentan unas orientaciones didácticas y se proponen una serie de actividades y recursos que sirvan a los maestros como base para ofrecer a sus alumnos una correcta enseñanza de las cuatro operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división. Por ello, el principal objetivo es que los alumnos puedan adquirir el significado correcto de cada operación, lo vinculen con su algoritmo correspondiente y puedan aplicarlo a situaciones cotidianas. De esta forma, se evita que los alumnos únicamente operen de una forma mecánica y sin llegar a comprender el verdadero significado.

En Educación Primaria, para una correcta enseñanza de las operaciones aritméticas en el aula, es importante que los docentes pongan a disposición del alumno los medios necesarios que les permitan descubrir los principios básicos que algoritmizan el cálculo. Además, es necesario que tengan presentes tres aspectos (Alsina, 2019 y Biniés, 2008):

- **El aspecto comprensivo o la lógica de las operaciones:** los alumnos tienen que comprender que operar significa transformar y realizar cambios de cantidades. Además, deben descubrir las propiedades de las operaciones y reconocer la operación inversa. Para que esto se realice de forma exitosa es fundamental trabajar a partir de situaciones reales y materiales que ayuden a su comprensión, así como propiciar momentos que ayuden e inciten a que los estudiantes observen, descubran, reflexionen y expresen lo que pasa. Es importante diferenciar las tres partes que hay en cada operación: una situación inicial, un cambio y una situación final.

- **El aspecto funcional o de relación con la vida:** los alumnos deben descubrir cuándo es necesario utilizar las cuatro operaciones aritméticas elementales, es decir, tienen que ser capaces de reconocer y aplicar aquella operación u operaciones que puedan servir para dar solución a la situación concreta planteada.
- **El aspecto técnico:** hace referencia a la resolución práctica de la operación, en otras palabras, saber hacerla. Canals (Biniés, 2008) expone que el primer contacto con ellas, debería ser el cálculo mental porque facilita la verdadera comprensión y un mayor conocimiento de los números. Este cálculo tiene que ser experimental junto con la manipulación de diversos materiales (quitar, juntar, añadir...). Una vez realizadas estas experiencias, se iniciará el cálculo escrito entendido como aquello que previamente se ha descubierto, observado a través del material y expresado verbalmente para finalmente, utilizar los algoritmos que se usan para ejecutar las operaciones.

Las primeras operaciones que los alumnos comprenden son la suma y la resta ya que el “añadir” o “quitar” está muy presente en sus vidas cotidianas. Es por ello por lo que, los docentes debemos introducir y presentar aquellos *interrogantes* que inviten a la toma de conciencia y expresión verbal.

En esta ocasión, teniendo en cuenta lo requerido por FUNDAP, vamos a proponer una secuencia didáctica con los distintos recursos que muestra la pirámide de Alsina, para trabajar las cuatro operaciones aritméticas en base a la fundamentación expuesta en el marco teórico del presente trabajo. Además, hemos recopilado aquellos recursos creados en los proyectos de *Nuestra Acción se multiplica* y *Dividiendo la acción para agrupar culturas* para abordar las operaciones de multiplicación y división.

Fernández Bravo (2012) en su libro *La numeración y las cuatro operaciones matemáticas* también muestra como a través del Numerator (similar a un ábaco plano), los alumnos pueden descubrir los algoritmos de las cuatro operaciones, sus propiedades y las relaciones que existen entre ellas.

A continuación, se muestra la pirámide de Alsina (2010) realizada con imágenes de algunos de los recursos que van a ser utilizados para abordar cada eslabón:

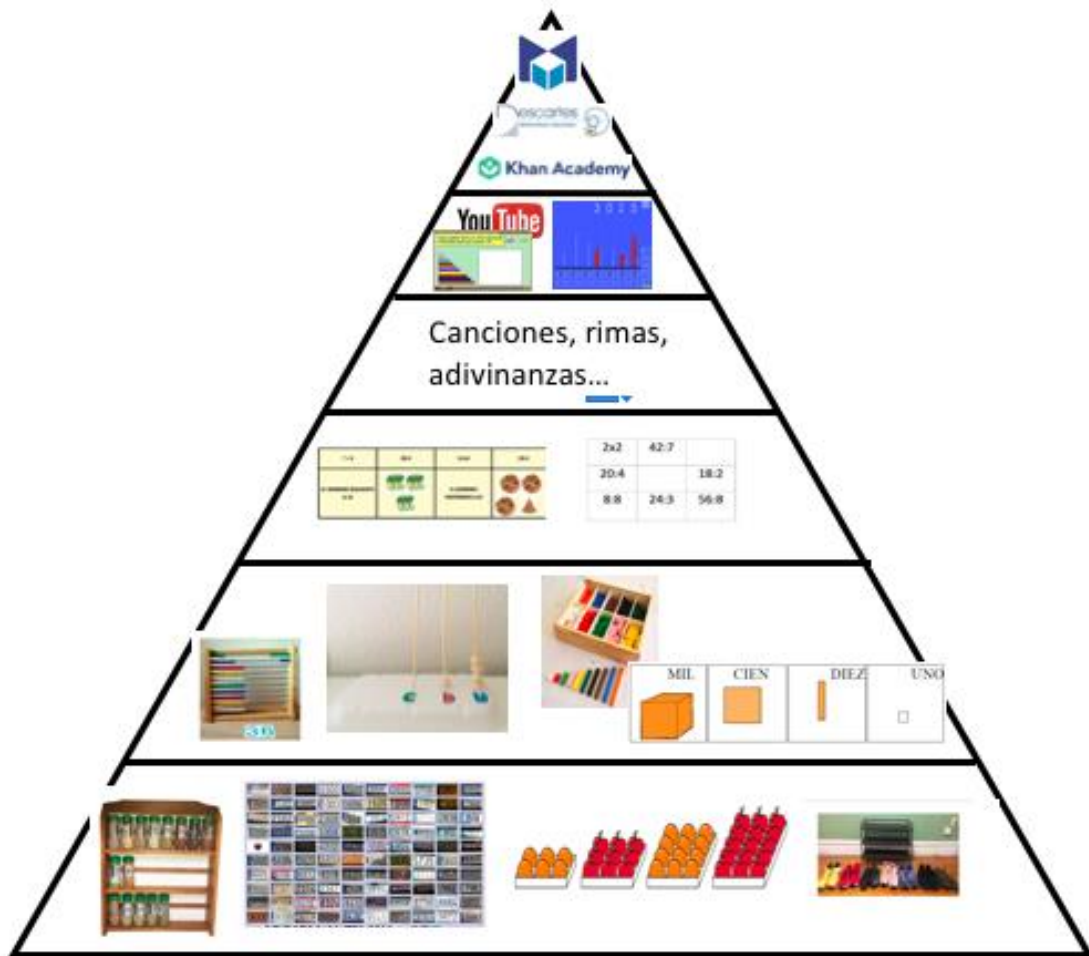


Ilustración 19 Pirámide de Alsina (2010) con los recursos para el aprendizaje de las operaciones.

Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina (2010)

1. Suma

La suma es un algoritmo que suma dos o más cantidades iguales o diferentes para obtener una cantidad total. La operación de la suma se puede definir desde la perspectiva del *conteo*, la *modelación*, es decir, “la suma de dos números como dos conjuntos unidos que forman un tercero cuyo cardinal es la suma de los otros dos” (Alsina, 2019, pág. 58) y desde las diversas *estrategias de conteo*.

Resulta fundamental que los estudiantes comprendan las propiedades de:

- **Operación interna:** el resultado de la suma de dos números naturales es un número natural.
- **Elemento neutro:** al sumar cero a un número, este no varía. Los docentes tienen que favorecer que los alumnos descubran cuál es el papel que tiene el 0 en una

operación aritmética a partir de casos concretos, evitando darles nociones conceptuales o meramente teóricas.

- **Asociativa:** independientemente del orden de agrupación de tres o más números naturales, el resultado de la suma permanece invariable.
- **Conmutativa:** independientemente del orden en el que se sumen los números, el resultado es el mismo.
- **Distributiva:** <https://youtu.be/OS2UhXETv8E>

Es importante haber trabajado muy bien el valor posicional de los números para sumar unidades con unidades, decenas con decenas, etc. Además, el alumno debe conocer las descomposiciones aditivas que equivalen a un número y ser capaz de realizarlas expresando ese número de varias maneras. Por último, un requisito para poder sumar es el que para sumar varios números han de ser *equipotentes*, es decir, poseer las mismas propiedades numéricas.

Desarrollo de actividades:



CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

Matemáticas en nuestro mundo

- [Una situación jabonosa](#) Se plantea un problema y se pide a los estudiantes que representen mediante dibujos o números la situación descrita inicialmente.



Es importante lavarse las manos para conservarlas limpias.

Para lavarse las manos el tiempo suficiente para eliminar todos los gérmenes, Kim cuenta despacio por 20 segundos. Eso le indica que pasó suficiente tiempo con el agua y jabón.

A veces, Kim cuenta hasta 20.

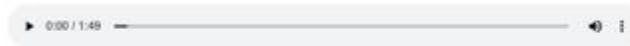
A veces cuenta hasta 15 y después cuenta hasta 5.

A veces cuenta hasta 12 y después cuenta hasta 8.

A veces cuenta hasta 5 cuatro veces seguidas.

- [La zapatera](#): Se muestra una imagen de un zapatero de tres estantes y varios pares de zapatillas. Se plantea a los alumnos varias cuestiones y órdenes tales como contarlos de 2 en 2, ordenarlos en los tres estantes, pensar de qué forma los ordenarían si en un estante solamente pueden poner 6 zapatos...

Las matemáticas en nuestro mundo: La zapatera



Rutinas de pensamiento

- **Veo, pienso, me pregunto**

[Tres pequeñas bibliotecas](#) Se muestra una imagen de tres bibliotecas y varios libros. Los alumnos podrán preguntarse los libros que hay en total, cuántos libros caben en cada biblioteca, escribir cuál es la operación de suma que pueda coincidir con cada situación...

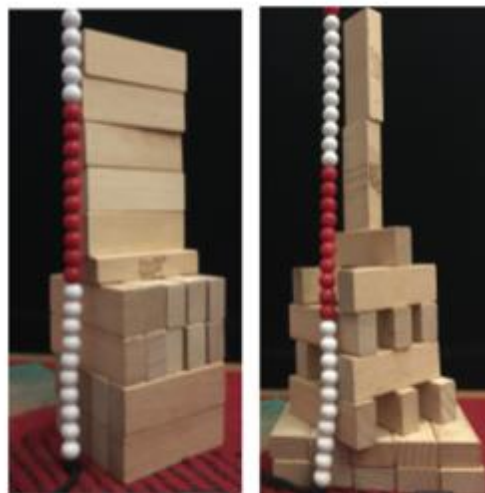


[El especiero](#): Se muestra la siguiente ilustración y se pide a los alumnos que piensen qué preguntas se harían, como, por ejemplo, cuántos botes de especias ven en total, cuántos

en cada estante, cómo podría representarse esa situación en una operación matemática...



Dos torres altas: se muestra una imagen de dos torres de construcción y unas bolas rojas y blancas del ábaco midiendo su altura. Se pide que observando la foto piensen cuál es la torre más alta, el por qué, qué estrategia ha utilizado...



La torre de Rita

La torre de Ebony



DESARROLLO



Recursos manipulativos

EL ÁBACO

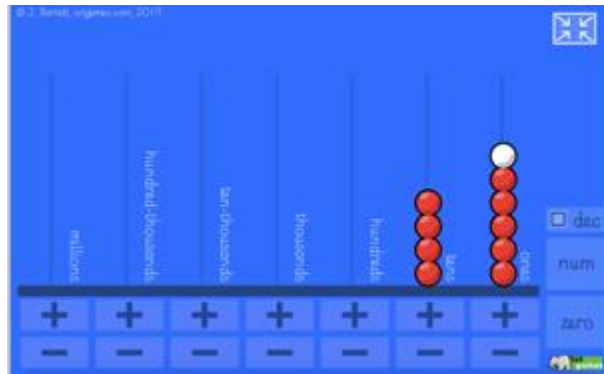
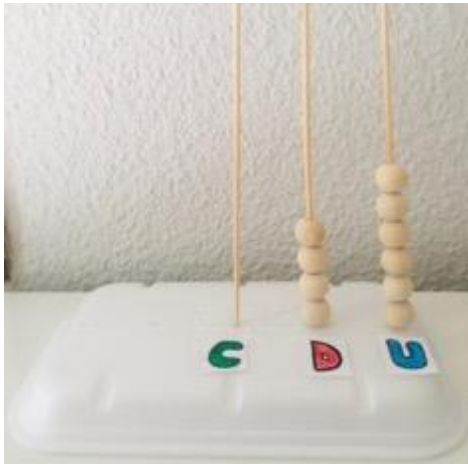
El ábaco sirve para iniciar y afianzar en cálculo de las operaciones con números naturales. Por ello, resulta fundamental haber trabajado el concepto de número y valor posicional de las cifras explicado en el bloque 1. A continuación, se van a desarrollar algunos ejemplos de una secuencia didáctica para trabajar la operación de la suma con ayuda del ábaco “casero” y el virtual.

Suma de dos sumandos de números naturales con orden hasta las decenas y sin llevadas: **14+32**.

1º paso: Colocar el primer sumando, el número 14 en el ábaco, poniendo 4 bolas en la varilla de la derecha (unidades) y 1 bola en la varilla de las decenas.



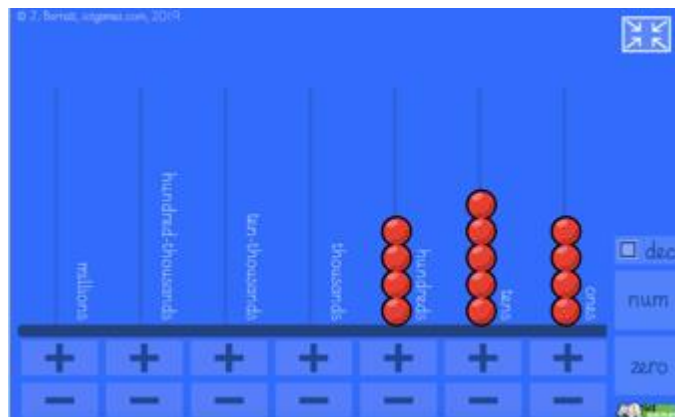
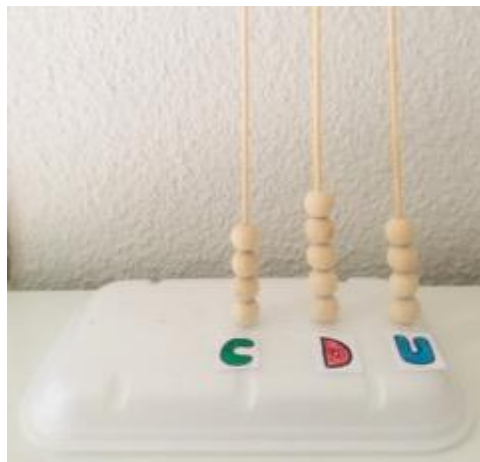
2º paso: Colocar el segundo sumando en el ábaco, el número 32. Es recomendable utilizar bolas de otro color para diferenciarlo del primer sumando. Se introducen dos bolas en la varilla de las unidades y tres bolas en la de las decenas.



3º paso: Para hallar el resultado de la suma $14+32$ bastará con contar las bolas que hay en la varilla de las unidades y en la de las decenas. Por tanto, obtenemos como resultado final de la operación $14+32$ es **46**.

Suma de dos sumandos de números naturales de orden hasta las centenas y con llevadas encadenadas en las posiciones de las unidades y las decenas: $454+166$

1º paso: Colocar el primer sumando, el número 454 en el ábaco, poniendo 4 bolas en la varilla de las unidades, 5 bolas en la varilla de las decenas y 4 bolas en la varilla de las centenas.



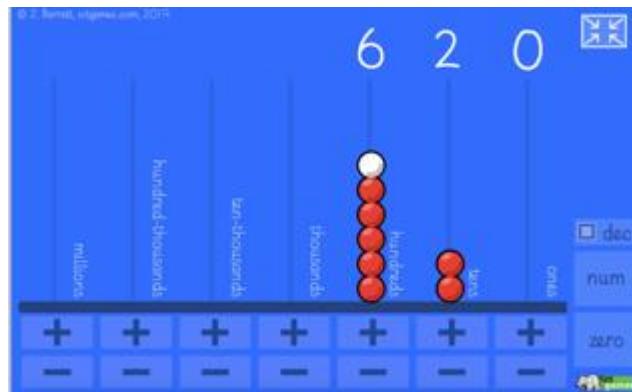
2º paso: Colocar el segundo sumando, el número 166 en el ábaco, situando 6 bolas en la varilla de las unidades, 6 bolas en la varilla de las decenas y 1 bola en la varilla de las



3º paso: Contar cuantas bolas hay en cada varilla. Comenzamos por la varilla de las unidades y obtenemos un total de 10 bolas. Recordamos la regla fundamental para trabajar con el ábaco “nunca puede haber 10 bolas en una misma varilla”, por lo tanto, cambiamos esas 10 bolas de las unidades por una bola en la varilla de las decenas.



4º paso: Contar cuántas bolas hay en la varilla de las decenas: 12. Por tanto, volvemos a aplicar la regla fundamental y cambiamos 10 de las 12 bolas que hay en esa varilla por 1 que añadimos en la varilla de las centenas. Finalmente, contamos las bolas de la varilla de las centenas que es 6. El resultado final de la operación $454+166$ es **620**



Una vez el profesor haya mostrado el ejemplo de cómo sumar con el ábaco tanto virtual como “casero”, se pedirá a los alumnos que realicen varias operaciones para que asimilen el contenido expresando qué tipo de situación didáctica es y cómo traducirían esa suma manipulativa a la fase más abstracta. Además, deberán realizar una flexión sobre las dificultades que los alumnos podrían encontrar en cada operación:

- **15+13**
- **21+12**
- **35+206**
- **789+133**
- **1207+4034**

En el siguiente enlace se ofrecen sumas con el ábaco virtual:

https://proyectodescartes.org/canals/materiales_didacticos/CL-CP-07-JS/index.html

LAS REGLETAS

A continuación, se va a explicar paso a paso cómo resolver una suma con regletas.

Ejemplo resuelto de la operación **13+8**

1º paso. Representamos los dos números (13 y 8) seguidos, formando un “tren” usando el menor número de regletas. En este caso se ha realizado la descomposición aditiva del número 13 (10+3), sin embargo, también es válido si el estudiante apuesta por otra descomposición (7+6, 5+8...).



2º paso. Formamos y representamos otro tren usando la mayor cantidad de regletas naranjas, es decir, de decenas. Una vez que hayamos puesto las regletas naranjas, observamos qué regleta es la que “cabe” en el hueco para que los dos “trenes” sean equivalentes (hay casos en los que se utiliza más de una regleta). En este ejemplo, dos regletas naranjas y una blanca. Este número representado será el resultado de nuestra operación: $10+10+1=$ **21**.



En el apartado de recursos gráficos, se adjuntan varios enlaces sacados del proyecto Descartes para practicar y afianzar la suma con regletas de una manera dinámica y muy visual que ayuda a entender el proceso.



Realiza las siguientes sumas con tus regletas, mostrando con fotos, los pasos que has seguido para resolver cada suma.

$$13+5$$

$$17+6$$

$$18+9$$



Recursos lúdicos

- [Bingo de sumas y restas](#) (6-7 años) (Disponible en el anexo 9)



Las categorías seleccionadas para representar los números elegidos para este recurso han sido: sumas, restas, matematización del entorno (fotos/dibujos) y números anteriores o posteriores.

[¿Verdadero o falso?](#) En el enlace aparecen escritas las instrucciones de cómo jugar y la plantilla donde ir anotando los resultados obtenidos. Gracias a este juego se trabaja y practica la suma y el cálculo mental.

Work Place 6C Hoja de anotaciones de ¿Verdadero o falso?

$\square + \square = \square + \square$	Verdadero	Falso
$\square + \square = \square + \square$	Verdadero	Falso
$\square + \square = \square + \square$	Verdadero	Falso
$\square + \square = \square + \square$	Verdadero	Falso

¿Cuántas ecuaciones verdaderas hiciste?

Bridges in Mathematics Grade 1 | Unidad 4 Módulo 3 Sesión 3

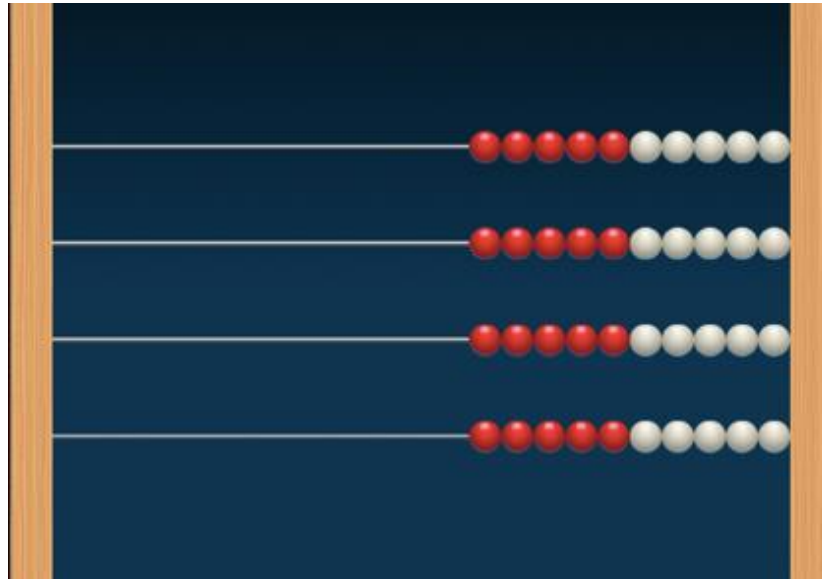


Recursos tecnológicos

[Ábaco online vertical:](#) En él se pueden representar los números pulsando el símbolo + para añadir bolas en cada varilla o, el símbolo -, para quitar.



[Ábaco online horizontal:](#) Para representar números, hay que arrastrar las bolas desde la izquierda hacia la derecha de las varillas.

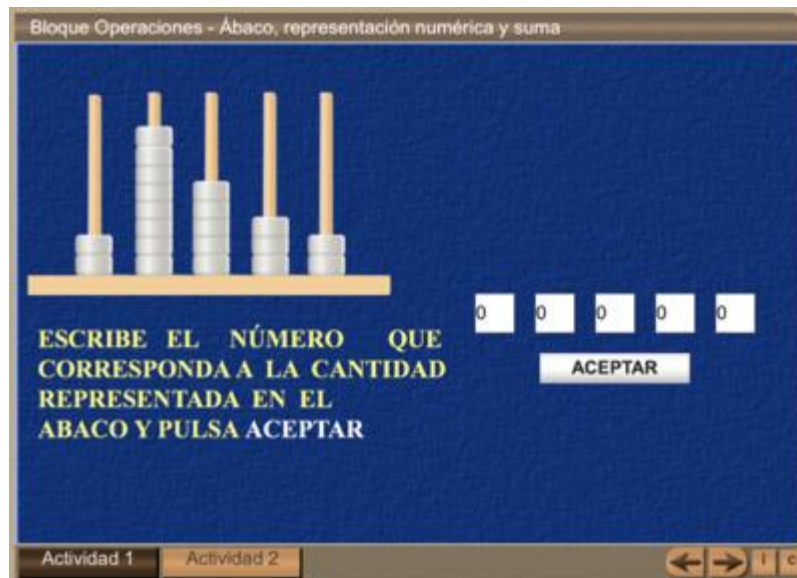


CIERRE

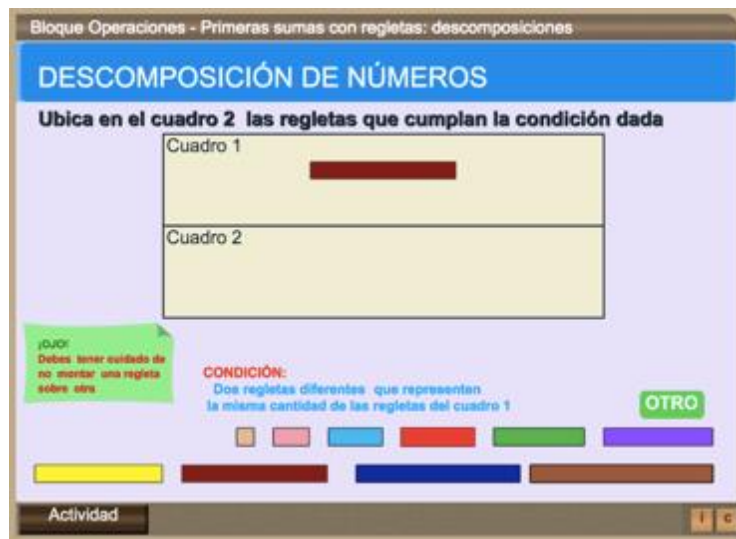


Recursos gráficos

Enlace para practicar [sumas con el ábaco virtual](#):



Primeras sumas con regletas: descomposición (8-10 años)



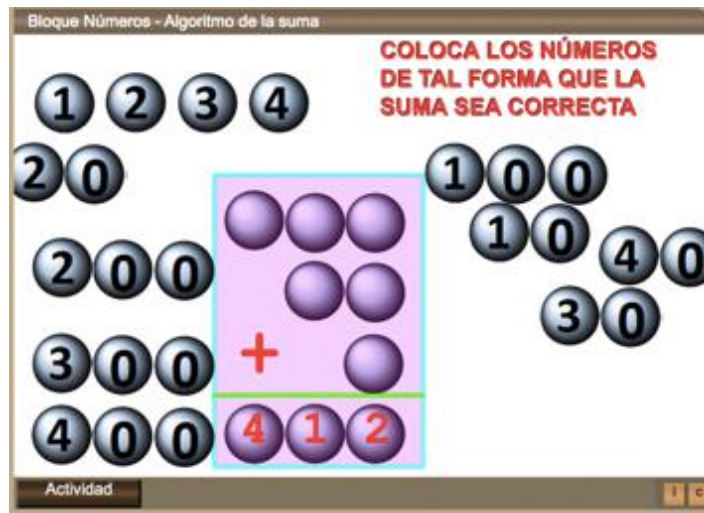
Suma y resta con regletas (6-8 años)



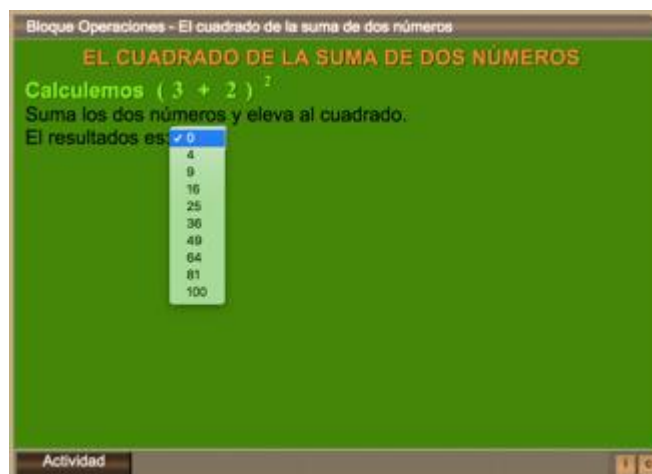
Suma con regletas, cálculo mental (6-8 años)



[Algoritmo de la suma](#) (8-10 años)



[El cuadrado de la suma de dos números](#) (10-12 años)

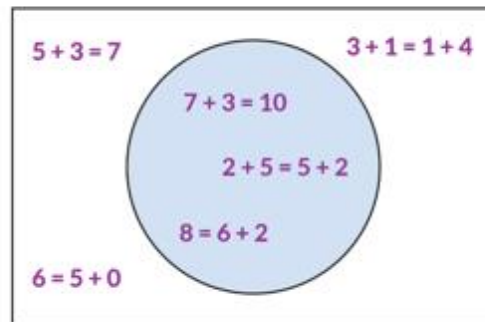


[El cubo de la suma de dos números](#) (10-12 años)



Adivina mi regla: Clasificación de ecuaciones

Adivina mi regla: Clasificación de ecuaciones



1. Algunas ecuaciones pertenecen al círculo, y otras no. ¿Cuál es la regla para estar en el círculo?
2. Escribe al menos un ejemplo más que pertenezca adentro del círculo.
3. Escribe al menos un ejemplo más que pertenezca afuera del círculo.

2. Resta

La resta es la diferencia entre dos números. Está compuesta por un conjunto total inicial llamado *minuendo* y un subconjunto de este denominado *sustraendo*. Dicho en otras palabras, a diferencia de la suma donde existen dos cantidades distintas, en la resta existe un único número al cual le sustraemos una cantidad determinada de él mismo. Por ello, el minuendo y sustraendo forma parte de una totalidad, donde una cantidad (sustraendo) es parte de la otra (minuendo). Esto es fundamental que el alumno lo comprenda para ser consciente de que el sustraendo tiene que ser menor que el minuendo, pues en otro caso, el resultado de la resta generaría los números negativos. (Fernández Bravo, 2017).

Un requisito fundamental para restar es que el alumno previamente domine y comprenda el algoritmo de la suma (Fernández Bravo, 2005) y entienda el valor posicional de los números para restar cifras del mismo orden (Bermejo, 2009). La resta ha de ser entendida y trabajada como la operación inversa a la suma. Esto quiere decir que, si a un número le restamos otro, obtenemos un tercer número de resultado, al que, si le sumamos el segundo, conseguimos el primero. Por ejemplo: $6-2=4$ / $4+2=6$.

En relación con las propiedades de la operación de restar (Alsina, 2019): no cumple la operación interna, ni la asociativa, ni la conmutativa, excepto para el elemento neutro, cumpliendo la propiedad elemento neutro únicamente cuando restamos cero a cualquier número ya que este no varía y la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta:

<https://youtu.be/QCPQFidM-RU>



CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

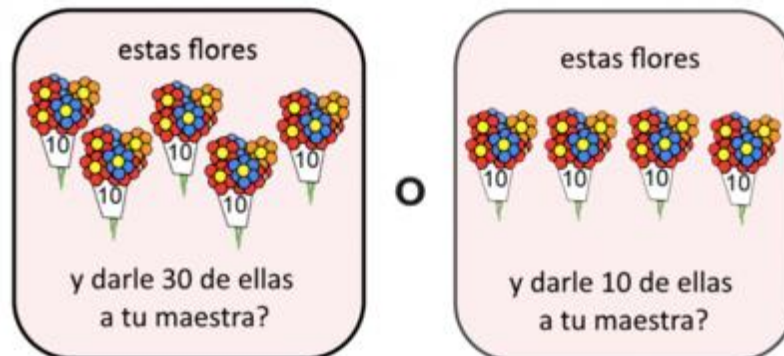
[La altura de las plantas](#) Se muestra la siguiente imagen de dos plantas y se pide a los alumnos que, observando los cubos utilizados para representar la altura, hallen la diferencia entre ellas.



Rutinas de pensamiento

- **Veo, pienso, me pregunto**

[¿Qué preferirías? Abundancia de ramos](#) Se muestran dos imágenes junto con dos preguntas para elegir cuál es la opción que prefieren y por qué.





DESARROLLO



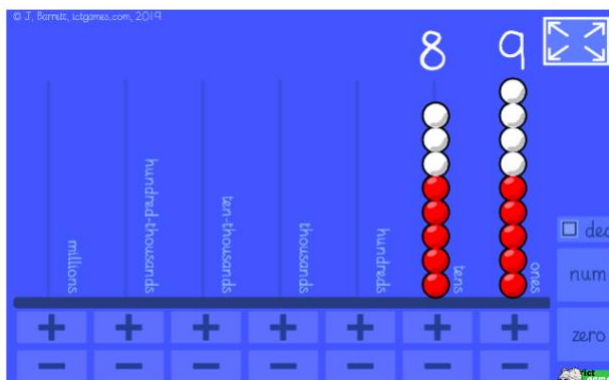
Recursos manipulativos

EL ÁBACO

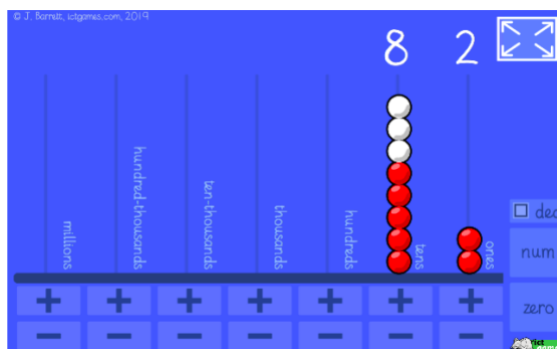
A continuación, se exponen varios ejemplos de cómo restar con el recurso manipulativo del ábaco. Es importante que el maestro sepa reconocer cuál es la situación didáctica y la dificultad que puede causar para los alumnos para plantear aquellos interrogantes que hagan a los alumnos descubrir el algoritmo. Por ello, al plantear una secuencia de este tipo de operación, es conveniente que la dificultad esté graduada.

Situación didáctica: Resta de dos números naturales menores a 100 y sin llevadas: **89-7**

1º Colocamos en nuestro ábaco el número 89. Para ello ponemos 9 bolas en la varilla de las unidades y 8 bolas en la de las decenas.



2º Quitamos al minuendo tantas unidades como indique el sustraendo. Es este caso, a 9 bolas que hay en la varilla de las unidades le quitamos 7. Contamos las bolas que nos quedan y al sumar unidades y decenas obtenemos el resultado final de la operación $89-7$ que es igual a 82.





Practica realizando las siguientes restas “sin llevadas” con tu ábaco casero o

virtual:

678-32

435-310

1837-325

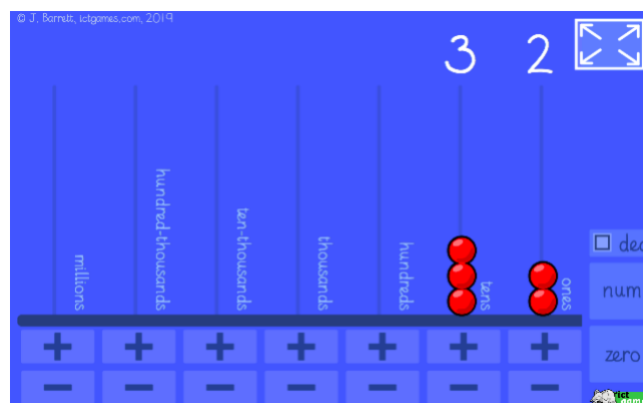
Cuando el alumno calcule con rapidez y seguridad usando el material, entonces el profesor presentará la siguiente situación didáctica.

Situación didáctica: Resta de dos números naturales de dos cifras en el minuendo y en el sustraendo con llevadas: **32-15**

El profesor, al presentar la operación podrá introducir interrogantes a los alumnos tales como:

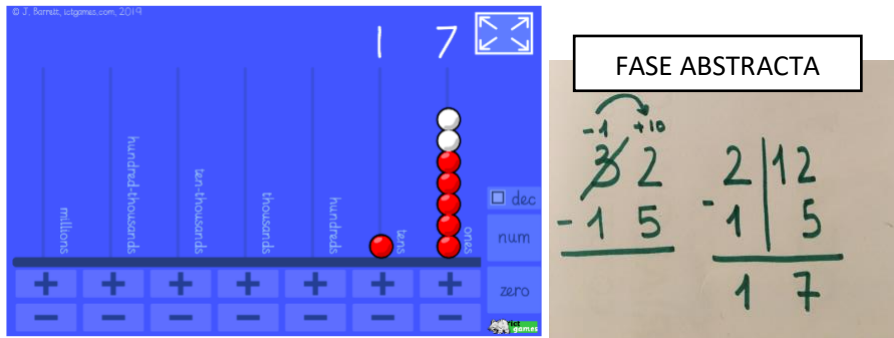
- ¿Qué observas?
- ¿Coincide con la fase abstracta del algoritmo tradicional?
- ¿Qué habría que hacer para tener el paralelismo?

1º Colocar en nuestro ábaco el número 32 poniendo 2 bolas en la varilla de las unidades y 3 bolas en la de las decenas.



2º Observamos que a 2 unidades no le podemos “quitar” 5, por lo que cogemos 1 bola de las decenas para convertirla en 10 unidades en la varilla de las unidades. Por lo tanto, sumamos esas 2 unidades iniciales a las 10 unidades que constituyen 1 bola de las decenas. Ahora sí, restamos 12 unidades menos 5 unidades y obtenemos 7 unidades. En

las decenas, a 2 le restamos 1 por lo que resulta 1 decena. El resultado de la operación es igual a 1 decena y 7 unidades, es decir, $10+7=17$.



Reproduce las fases simbólica y abstracta de forma simultánea para que se aprecie cómo una se traduce y justifica en la otra. Luego, escribe tú, una secuencia de restas graduando la dificultad.

345-123

923-315

127-56

1323-254

202-138

732-234

En el siguiente enlace se pueden practicar numerosas operaciones de restas con el ábaco virtual. En las siguientes imágenes se muestra un [ejemplo de una secuencia:](#)



Bloque Operaciones - Ábacos para operaciones con decenas y centenas

Operaciones con decenas y centenas

Reste ahora las decenas.
Si no se puede, pida "prestada" una centena.

533
- 271
—
2

Bloque Operaciones - Ábacos para operaciones con decenas y centenas

Operaciones con decenas y centenas

Finalmente,
resta las centenas.

533
- 271
—
62

Bloque Operaciones - Ábacos para operaciones con decenas y centenas

Operaciones con decenas y centenas

!Perfecto!
Pulsa continuar para otro ejercicio.

Otro Ejercicio

533
- 271
—
262

LAS REGLETAS

A continuación, se muestra un ejemplo de como restar “con llevadas” con el material manipulativo de las regletas. En el apartado de recursos gráficos, se adjuntas varios enlaces para que los estudiantes practiquen de forma virtual.

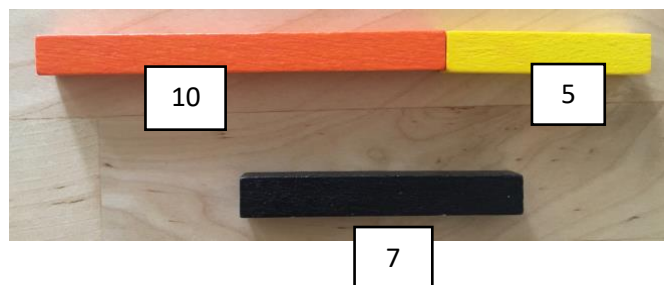
Operación: **15-7**

Descomponemos y representamos el número 15 de diversas maneras con las regletas:

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

15
15= 14+1
15= 13+2
15= 12+3
15= 11+4
15= 10+5
15= 9+6
15= 8+7

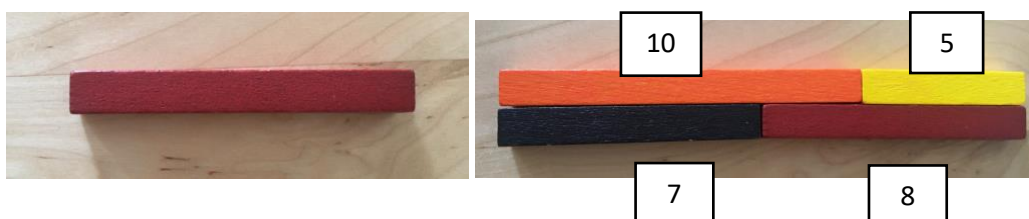
1º Tomando como referencia que la regleta blanca es la unidad, se representa el minuendo (15) y el sustraendo (7) con la menor cantidad de regletas.



2º Situamos las regletas de forma que pueda verse cuál es la regleta que faltaría para formar el tren o vagón completo. En este ejemplo, la regleta que representa el número 7.



3º La regleta que hemos añadido en el paso anterior, es el resultado de la operación. Comprobamos que $8+7$ es igual a 15.



Realiza las siguientes restas con tus regletas, mostrando con fotos, los pasos que has seguido para resolver cada resta.

30-8

14-5



Recursos lúdicos

Se invitará a que los docentes diseñen y creen un recurso lúdico para trabajar las restas. Pueden tomar como ejemplo el bingo diseñado para trabajar las sumas.



Recursos tecnológicos

Vídeos explicativos sobre la resta y ejercicios para practicar:

- [Introducción a la resta](#)
- [Relacionar sumas y restas](#)

Vídeo explicativo

Práctica

Matemáticas > Matemáticas elementales > Introducción a las sumas y restas > Relacionar sumas y restas

Relacionar sumas y restas

Práctica: Relacionar sumas y restas

Siguiente lección
Problemas verbales de su...

Relacionar sumas y restas

- [Restar 1, 10, 100](#)
- [Sumas y restas](#) Ejercicios prácticos para afianzar contenidos. Pulsando cada título se accede a la práctica.

A continuación para ti:
Sumas y restas

0/3700 puntos de dominio

La suma y resta básicas	Suma números hasta 100
Sumas del 1 al 20	Resta números del 1 al 100
Sumar con arreglos	Estrategias para sumar y restar números hasta 100
Restas del 1 al 20	Problemas verbales con números hasta 100
Sumas y restas con números del 1 al 20	Suma de números de varios dígitos con reagrupación
	Resta de varios dígitos con reagrupación

Empieza



CIERRE



Recursos gráficos

[Ábaco para restar con unidades, decenas y centenas](#) (6-8 años). Ábaco online para practicar restas con llevadas.

Bloque Operaciones - Ábaco para restar con unidades, decenas y centenas

Operaciones con decenas y centenas

En el ábaco está representado el número 734.

Vamos a restar el número 362
>Inicia restando las unidades.

$$\begin{array}{r} 734 \\ - 362 \\ \hline \end{array}$$

The screenshot shows an online abacus interface. It has three vertical rods. The left rod has seven red beads, the middle rod has three blue beads, and the right rod has four black beads, representing the number 734. To the right of the abacus, the subtraction problem 734 - 362 is displayed with a horizontal line under the 2 in 362. The interface includes a title bar, instructional text, and a 'Actividad' button at the bottom left.

[Resta con regletas](#) (6-8 años). Se proponen varias restas para resolver paso a paso con las regletas guiando todo el proceso de una forma dinámica y visual.

Bloque Operaciones - Resta con regletas

HAZ USO DE LAS REGLETAS PARA RESOLVER LA RESTA INDICADA

DECENAS (regletas de 10) UNIDADES

Minuendo

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$$

Usa una sólo regleta en la casilla de unidades

Ubica las regletas que representan las cantidades del minuendo en las casillas de las decenas y de las unidades respectivamente.

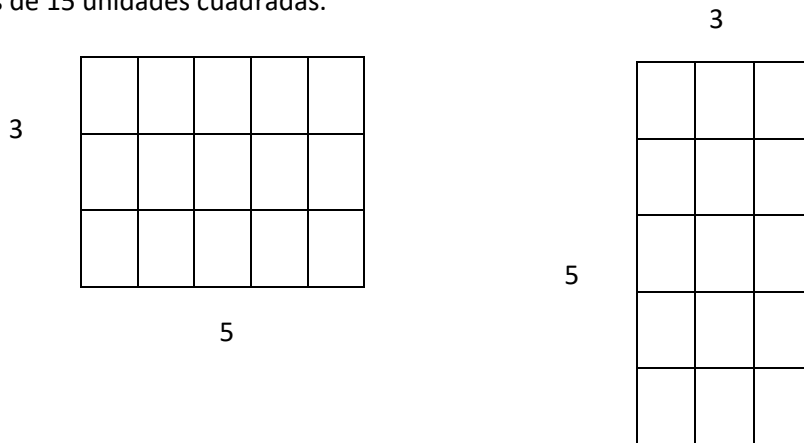
¡OJO!
Debes tener cuidado de no mentar una regleta sobre otra.

OTRO

The screenshot shows an online activity for subtraction using rods. It features two columns labeled 'DECENAS (regletas de 10)' and 'UNIDADES'. A 'Minuendo' button is on the left. A blue box on the right shows the subtraction problem 28 - 10. Below the columns, there are several colored rods (yellow, red, blue, green, purple) and a 'OTRO' button. A green box with a warning icon says '¡OJO! Debes tener cuidado de no mentar una regleta sobre otra.' The interface includes a title bar, instructional text, and a 'Actividad' button at the bottom left.

3. Multiplicación

Tras trabajar la suma y la resta, se introducirá la multiplicación a los alumnos de 7-8 años. La multiplicación puede ser entendida como la suma reiterada de una determinada cantidad, es decir, el resultado o producto que se obtiene de sumar un mismo número (multiplicando) tantas veces como indique el otro número (multiplicador) así como, el área que ocupa el producto de dos factores. Si tomamos como ejemplo la expresión 3×5 , significa que vamos a sumar 3 veces el 5 ($5+5+5$) o 5 veces el tres ($3+3+3+3+3$) o bien que forman un rectángulo cuyo área o superficie es de 15 unidades cuadradas.



En el caso de las multiplicaciones con números de más de una cifra, es importante que los alumnos comprendan que después de multiplicar cada una de las cifras del multiplicador por cada una de las del multiplicando, se efectúa una suma, entre esos resultados respetando el valor posicional de cada número, cuyo resultado será el producto (Bermejo, 2009).

Teniendo presentes las [propiedades](#), la operación de multiplicar cumple las siguientes (Alsina, 2019):

- **Operación interna:** al multiplicar dos números naturales obtenemos otro número natural.
- **Elemento neutro:** al multiplicar un número natural por 1, este no varía.

La propiedad de la identidad 1: <https://youtu.be/HdkLiPefRc>

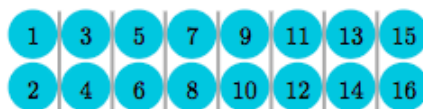
- **Asociativa:** el modo o la forma de agrupar los factores de una multiplicación no altera el producto, independientemente de los factores que haya. Por ejemplo:

$$(5 \times 3) \times 2 = 5 \times (3 \times 2)$$

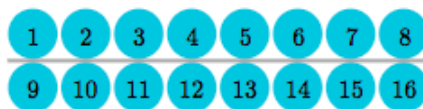
$$15 \times 2 = 5 \times 6$$

- **Conmutativa:** el orden de multiplicar los factores no afecta al producto.

$$8 \times 2 = 16$$



$$2 \times 8 = 16$$



Entonces, $8 \times 2 = 2 \times 8$.

- **Distributiva:** la multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos. Es decir: $4 \times (2 + 3) = 4 \times 2 + 4 \times 3$

Hay varios **métodos alternativos** a la multiplicación como son el chino, el egipcio o el de las áreas, el de “suma repetida”, la multiplicación en la recta numérica...

En esta propuesta, hemos recopilado varios de los recursos y materiales creados por los estudiantes que formaron parte del proyecto *Nuestra Acción se multiplica*.



Tabla 12. Progresión didáctica por edad y contenido de multiplicaciones. Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina (2019)

Edad	Nuevos contenidos
6-7 años	-----
7-8 años	El doble Comprensión de las situaciones de agrupamiento y de área como multiplicación Construcción de las tablas de multiplicar (1-6) Realización de multiplicaciones
8-9 años	Comprensión de la multiplicación como suma repetida y como área Construcción de las tablas de multiplicar hasta el 10 Mecanización del algoritmo de la multiplicación por una y dos cifras
9-10 años	Multiplicación con números naturales Propiedades de la multiplicación
10-11 años	Operaciones combinadas
11-12 años	Multiplicación por números inferiores a 1 Operaciones combinadas con decimales

A continuación, se muestran unas tablas resúmenes recopilando y clasificando todos los materiales elaborados en el proyecto “**Nuestra acción se multiplica**”, para que el docente pueda rápidamente acceder al documento y vídeo explicativo.





Guatemala (tabla del 10):

Tabla 13 Guatemala (tabla del 10). Fuente: Elaboración propia

NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: GUATEMATE				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Multiplicación (tabla del 10)		Memory tabla del 10	20/28 Juego del Memory propuesto por el grupo Guatemala	CONSTRUCCIÓN DEL MEMORY (GUATEMATE) INSTRUCCIONES DEL MEMORY (GUATEMATE)
Multiplicación (todas las tablas)		Oca multiplicadora	23/28 Juego de la oca multiplicadora propuesto por el grupo Guatemala	CONSTRUCCIÓN JUEGO DE LA OCA (GUATEMATE) INSTRUCCIONES JUEGO DE LA OCA (GUATEMATE)
Multiplicación (todas las tablas)		Bingo multiplicador		CONSTRUCCIÓN DEL BINGO (GUATEMATE) INSTRUCCIONES DEL BINGO (GUATEMATE)
Relación entre diferentes expresiones de las multiplicaciones (sumas, imágenes, veces, multiplicación, representa).		Mural de la propiedad conmutativa	10/28 . Mural gigante para construir todas las tablas de multiplicar	CONSTRUCCIÓN DEL MURAL (GUATEMATE) INSTRUCCIONES DEL MURAL (GUATEMATE)
Multiplicación (tabla del 10)		Canción de la Tabla del 10	27/28 Canción para la tabla del 10 propuesto por el grupo Guatemala	CANCIÓN DE LA TABLA DEL 10 (GUATEMATE)

Magua / Guatimáticos ⁶(tabla del 5)

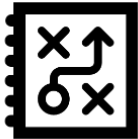
Tabla 5..Magua / Guatimáticos (tabla del 5). Fuente: Elaboración propia

NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: MAGUA				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Multiplicación. Multiplicaciones equivalentes.		Dominó	22/28 . Dominó de la multiplicación propuesto por los Guatimáticos	Instrucciones Dominó
Relación entre diferentes expresiones de las multiplicaciones (sumas, imágenes, veces, multiplicación, representa). Conmutativa con veces. Multiplicación.		Juegos de cartas		Cartas: con signo x, con sumas, con veces Conmutativa 1, 2 y 3 Fotos imágenes 1 y 2 Instrucciones juego de cartas
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación. Multiplicación (tabla del 5)		Mural tabla del 5	5/28 Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 5 (1/3) 6/28 . Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 5 (2/3) 7/28 . Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 5. (3/3)	
Multiplicación (tabla del 5)		Rima-Canción	25/28 . Rimas y rap para la tabla del 5 propuesto por los Guatimáticos	Instrucciones Rimas y Canciones Rimas tabla del 5

⁶ En los vídeos se presentan como Guatimáticos, pero la carpeta de documentos corresponde a la de Magua.


Los 5 quetzales (tablas del 2, 5 y 7)

Tabla 14. Los 5 quetzales (tablas del 2, 5 y 7). Fuente: Elaboración propia

NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: LOS 5 QUETZALES				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Multiplicación (todas las tablas)		Juegos de pinzas	24/28 . Pinzas multiplicadoras propuestas por los 5 Quetzales	Guatemala 1 Guatemala 2
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación. Multiplicación (tabla del 7)		Mural tabla del 7	9/28 Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 7	

Maguas (todas las tablas)

Tabla 7. Maguas (todas las tablas). Fuente: Elaboración propia



NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: MAGUAS				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Multiplicación (todas las tablas)		Bingo matemático	15/28 Bingo de la multiplicación propuesto por el grupo Maguas (1/2) 16/28 Bingo de la multiplicación propuesto por el grupo Maguas (2/2)	Instrucciones Bingo Guatemala
Relación entre la representación de la multiplicación mediante los dibujos y veces.		Memory: dibujos y veces	19/28 Juego del Memory propuesto por los Maguas	Intruccionemory
Relación entre la representación de la multiplicación mediante los dibujos y veces.		Memory: veces y sumas	19/28 Juego del Memory propuesto por los Maguas	Intruccionemory
Relación entre la representación de la multiplicación mediante las sumas y las multiplicaciones.		Memory: sumas y multiplicaciones	19/28 Juego del Memory propuesto por los Maguas	Intruccionemory
Relación entre la representación de la multiplicación mediante las multiplicaciones y los gomets.		Memory: multiplicaciones y representa (gomets)	19/28 Juego del Memory propuesto por los Maguas	Intruccionemory
Relación entre diferentes expresiones de las multiplicaciones (sumas, imágenes, veces, multiplicación, representa).		Cuadrado		
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación.		Mural tabla del 4	4/28 . Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 4	
Multiplicación (tabla del 4)				

Mateguates (tabla del 8)







[11/28](#). Presentación del material preparado por el grupo Mateguates.

Tabla 8. Mateguates (tabla del 8). Fuente: Elaboración propia

NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: MATEGUATES				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación. Multiplicación (todas las tablas)	 	Cartas de multiplicar	12/28 . Juego de cartas para trabajar el concepto “veces”	Cómo construir el Juego de veces INSTRUCCIONES DE COMO SE CONSTRUYE EL JUEGO[4308] JUEGO VECES Cómo jugar al Juego de veces
La propiedad conmutativa de la multiplicación		Memory (propiedad conmutativa)	13/28 Talleres para trabajar la propiedad conmutativa de la multiplicación (1/2) 14/28 . Talleres para trabajar la propiedad conmutativa de la multiplicación (2/2)	INSTRUCCIONES DE USO DE LA PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA MULTIPLICACIÓN[4309] JUEGO CONMUTATIVA
Multiplicación (todas las tablas)		Bingo	17/28 . Bingo de la multiplicación propuesto por los Mateguates	
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación. Multiplicación (tabla del 8)		Mural tabla del 8	8/28 Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 8	

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

MateQuetzales (tabla del 2)

NUESTRA ACCIÓN SE MULTIPLICA: MATEQUETZALES				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo	Documento
Multiplicación y veces.		Bingo	18/28 . Bingo de la multiplicación propuesto por los Matequetzales	bingo instrucciones final
Representación de la multiplicación mediante imágenes y veces		Memory		Cartas instrucciones FINAL
Representación de la multiplicación mediante imágenes, multiplicación, veces y sumas.		Mi otra mitad		Cartas instrucciones FINAL
Representación de la multiplicación mediante imágenes, multiplicación, veces y sumas.		Familias	21/28 Cartas para jugar a las "Familias" propuesto por los MateQuetzales	Cartas instrucciones FINAL
Representación de la multiplicación mediante botones, multiplicación, sumas y resultados.		Cinquillo, Cuadrado y Dobble		Cartas instrucciones FINAL
Representación de la multiplicación mediante imágenes, veces, sumas y multiplicación.		Mural tabla del 2	3/28 Mural para construir y dotar de significado a la tabla de multiplicar del 2	
Multiplicación (tabla del 2).		Rima y canción	26/28 Canción y rimas para la tabla del 2 propuesto por los MateQuetzales	rimas final
Multiplicación (tabla del 2)				

A continuación, se ofrecen algunos recursos para completar la propuesta sobre las multiplicaciones para la parte de calentamiento y cierre.



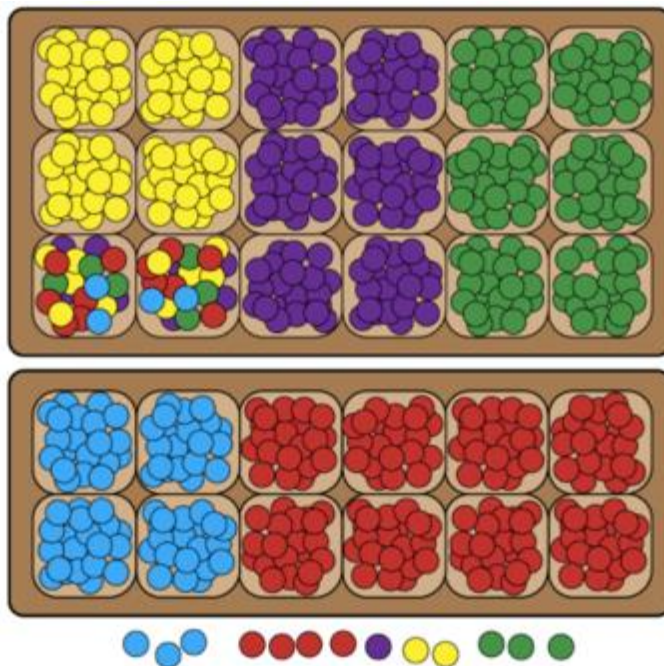
CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

Matemáticas en nuestro mundo

- [Hacer pulseras](#)



A Amy le gusta hacer pulseras. Descubrió que almacenar sus cuentas en cartones de huevos era una excelente manera de reutilizar algo y organizar sus cuentas al mismo tiempo.

Cada compartimento puede contener un máximo de 20 cuentas. Llenó por completo una caja de cartón de 18 unidades y una caja de 12 unidades con cuentas y todavía le sobraron algunas.

Amy puede hacer una pulsera con 30 cuentas, un collar con 60 cuentas y un llavero con 8 cuentas.

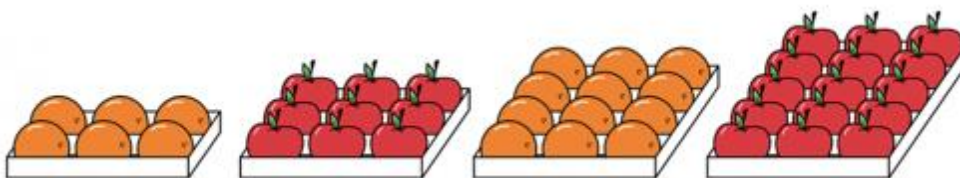
<https://mathathome.mathlearningcenter.org/es/activity/1586>

- **Veo, pienso y me pregunto**

Matrículas de multiplicar. Los alumnos observarán la fotografía y realizarán posibles preguntas que surgen al analizarla.



[¿Qué va después? Puesto de frutas](#) Observando las imágenes, los alumnos tendrán que averiguar y razonar qué imagen de la secuencia sería la siguiente.

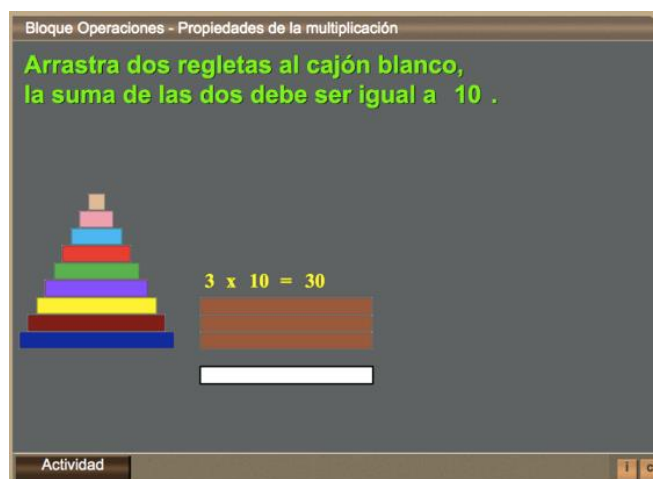


CIERRE



Recursos gráficos

[Propiedades de la multiplicación](#) (8-10 años). Se trabajan las distintas propiedades de la multiplicación de una forma interactiva, dinámica y visual con la ayuda de las regletas.



[La multiplicación con regletas](#) (6-8 años) Se muestran actividades para conocer el doble.

Bloque Operaciones - La multiplicación con regletas (parte I)

Otro Ejemplo

El doble es:
 $(2 \times 10) + (2 \times 2) = 24$

Estas regletas valen 12, haz clic en el botón para conocer el **doble**.

12 es la mitad de 24

Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4

[La multiplicación con regletas](#) (6-8 años). Se plantean multiplicaciones de números naturales que han de ser resueltas a través de las regletas que el recurso ofrece.

Bloque Operaciones - La multiplicación con regletas (parte II)

Otro Ejemplo

Utiliza el botón *animar* para construir con las regletas de 3 el producto 6×3 :

El producto es igual a:
 $6 \times 3 = 18$

La **multiplicación o producto** se representa mediante el rectángulo de altura 6 y base 3.

Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3

[Multiplicación de números grandes con las regletas](#) (8-10 años). Se proponen una serie de pasos pautados para resolver las multiplicaciones de números de más de una cifra para que el estudiante entienda visualmente cómo resolverla.

Bloque Operaciones - Multiplicación de números grandes con las regletas

Calcula 17×24

¡Muy bien! Ahora, debes completar el rectángulo
¿cuántas regletas de tamaño 7 nos faltan para completarlo?

Número de regletas

Actividad

[Adivina mi regla: Multiplicación](#)

¿Cuál es la regla para estar en el círculo?

18 × 19
12 × 12
13 × 15
133 × 3
20 × 20
23 × 15

42 × 13
26 × 20
32 × 25
22 × 24
43 × 14



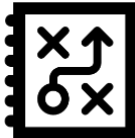
6 × 83
20 × 21
23 × 18
15 × 33
67 × 6

4. División

Para completar los eslabones de la pirámide de Alsina (2010) sobre los distintos recursos, se tendrán en cuenta las propuestas de actividades y talleres realizados en el proyecto *Dividiendo la acción para agrupar culturas*. Con el objetivo de facilitar la actuación del docente, se ofrece una tabla resumen de todos los talleres y vídeos explicativos recopilados de ese proyecto:

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 15 Propuesta de actividades sobre la división. Fuente: Elaboración propia a partir del proyecto Dividiendo la acción para agrupar culturas.

DIVIDIENDO LA ACCIÓN PARA AGRUPAR CULTURAS				
Contenido	Tipo de recurso (Pirámide de Alsina, 2010)	Recurso	Vídeo explicativo (ANEXO 7)	Documento
TALLER I: Tipos de divisiones y su relación con la multiplicación.		Actividades introductorias	1/6 . Explicación de los tipos de divisiones y su relación con la multiplicación.	Anexo 5: Instrucciones de cada actividad. Pág. 102
Verbalización de la relación entre la multiplicación y la división.		Actividad	2/6 . Actividad para que los estudiantes verbalicen la relación entre la multiplicación y la división.	
Relación entre la multiplicación y la división.		Cartas con el signo X y la propiedad conmutativa	3/6 . Juego para relacionar multiplicación y división con término "veces" y sumas reiteradas.	Anexo 6, a: Plantilla de los materiales utilizados Nuestra acción se multiplica (Mateguáticos)
Relación entre la multiplicación y la división.		Cartas con el término "veces" y las cartas de las sumas reiteradas	4/6 . Juego para relacionar multiplicación y división con signo "x" y propiedad conmutativa.	Nuestra acción se multiplica (Mateguáticos)
TALLER II: Material Numerator.		Explicación y actividades	5/6 . Explicación y actividades con el material Numerator.	Anexo 5: Instrucciones de cada actividad. Pág. 105
TALLER III: LOS JUEGOS DIVISORIOS. Relaciones entre las distintas expresiones matemáticas.		<ol style="list-style-type: none"> 1. El "cinquillo" que relaciona 2. El bingo de la división 3. El dominó de la división 	6/6 . Juego del "cinquillo" para relacionar expresiones matemáticas a una configuración gráfica	Explicación: pág. 109 Materiales: Anexo 6: Plantilla de los materiales utilizados (Dominó y Bingo)

Desarrollo de actividades:



CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

[Colección de canicas](#) El profesor realiza dos preguntas

¿Preferirías tener ...

6 bolsas de canicas
para compartir entre
3 personas?

o

5 bolsas de canicas
para compartir entre
2 personas?



Usa dibujos, modelos, palabras, números o símbolos para justificar tu elección.

Preferiría tener ... porque ...



Rutinas de pensamiento

- **Qué sé, qué quiero saber**

El profesor podrá utilizar una presentación de Jamboard o bien realizar la rutina de forma oral y realizar preguntas tales como:

- ¿Qué sabes sobre los dos tipos de divisiones que hay?
- ¿Qué estrategias utilizas en tus clases para trabajar este contenido?
- ¿Qué recursos manipulativos usas?



DESARROLLO



Recursos manipulativos

La propuesta de actividades para abordar este eslabón, podrá encontrarse en el documento del proyecto *Dividiendo la acción para agrupar culturas* en el que se plantean varios talleres para trabajar con el material Numerator, similar al ábaco plano.



Recursos lúdicos

Se exponen tres recursos lúdicos recogidos en el documento del proyecto *Dividiendo la acción para agrupar culturas* y cuya explicación y objetivos se encuentran en las páginas 109 y 110 de ese proyecto. A pesar de que estos recursos han sido diseñados para poderlos utilizar y jugar con ellos de forma presencial, resulta muy conveniente que el docente pueda distribuirlos entre los estudiantes para que ellos reflexionen sobre la intención didáctica que tienen, cómo poder utilizarlos en sus clases o que sean ellos quienes diseñen otros similares. En el anexo 6 del proyecto *Dividiendo la acción para agrupar culturas* se pueden descargar las tarjetas necesarias del dominó y bingo.

1. El “cinquillo” que relaciona. Con este recurso, los estudiantes afianzarán todo lo aprendido durante la propuesta.

En el siguiente enlace puede encontrarse un vídeo explicativo de cómo utilizarlo: <https://youtu.be/kRyon04SuD0> y los materiales necesarios son cartas del proyecto *Nuestra acción se multiplica*:

- Cartas para trabajar la propiedad conmutativa.
- Cartas de las tablas de multiplicar.
- Cartas con el término “veces”.
- Cartas con sumas reiteradas.
- Cartas con divisiones.

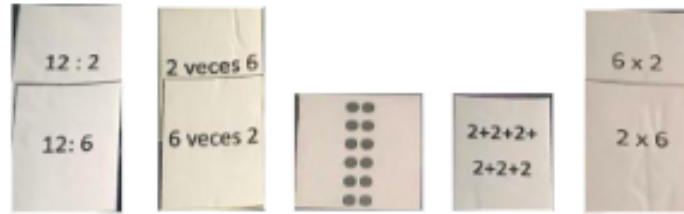


Ilustración 20 Representación del juego "el cinquillo que relaciona. Fuente: Proyecto Dividiendo la acción para agrupar culturas

2. El bingo de la división

2×2	$42 : 7$	
$20 : 4$		$18 : 2$
$8 : 8$	$24 : 3$	$56 : 8$

Ilustración 21 Ejemplo de cartón del bingo. Fuente: Proyecto Dividiendo la acción para agrupar culturas

3. El dominó de la división

$10 : 5$	$48 : 8$
3	• • •
$9 : 3$	$2 + 2$

Ilustración 22 Ejemplo de fichas del dominó de la división. Fuente: Proyecto Dividiendo la acción para agrupar culturas



Realizar una reflexión sobre la utilidad e intención didáctica de estos recursos.



Recursos tecnológicos

Explicación de los [tipos de divisiones existentes y la relación con la multiplicación](#)

Actividad para verbalizar [la relación entre la multiplicación y la división:](#)

Relación entre la multiplicación y la división (juego):

<https://www.youtube.com/watch?v=LLtJ052NGeM>

<https://www.youtube.com/watch?v=cR47sFcZeSw>

Explicación y actividades con el [material Numerator:](#)

[El “cinquillo” que relaciona](#)

[La idea de división:](#) Vídeos explicativos sobre el concepto de división y actividades para practicar.

'."/>

En la lista de la izquierda, se pueden acceder a los vídeos y a las actividades prácticas.

[División de varios dígitos sin resto.](#) Vídeos explicativos y práctica.



CIERRE



Recursos gráficos

[Introducción a la división](#) (8-10 años). Se plantean varios enunciados introduciendo la división como reparto de cantidades iguales que los alumnos estudiantes tendrán que resolver representándolas con la ayuda de los objetos situados en la parte derecha.

Bloque Operaciones - Introducción a la división

1 UBICA EN LAS CASILLAS
2 EN BLANCO CANTIDADES
3 IGUALES DE MODO QUE
4 DEN COMO RESULTADO
5

12

Arrastra aquí la figura seleccionada

OTRO EJERCICIO

Actividad

[La división entera](#) (10-12 años) Se proponen una serie de situaciones cotidianas que son resueltas a través de divisiones.

Bloque Operaciones - La división entera

INTRODUCCIÓN A LA DIVISIÓN
Si Carlitos tiene 144 caramelos y los quiere repartir entre sus 9 amigos, ¿Cuántos caramelos le toca a cada amigo?

Número de amigos	Caramelos para cada amigo	Número total de caramelos
9	<input type="text"/>	144

Coloca el número de caramelos para cada amigo

VERIFICAR

Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3

[La división con regletas](#): Se plantean interrogantes para resolver con ayuda de las “regletas interactivas”.

Bloque Operaciones - La división con regletas

Otro Ejemplo

¿Cuántas regletas de 9 necesitas para llegar lo más cerca de 81 ?

VERIFICAR

81

9 regletas

¡MUY BIEN!

81 dividido entre 9 es 9 y no sobran unidades

Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3

[División de números grandes con regletas](#) Para practicar la división de números de más de una cifra, se proponen unas instrucciones para guiar la resolución de la división planteada.

Bloque Operaciones - División de números grandes con las regletas

NOCIÓN EXPERIMENTAL DE LA DIVISIÓN

Vamos a practicar la división con las regletas de centenas, decenas y unidades. Para ello, sigue las siguientes instrucciones.

Calcula
576 dividido 16

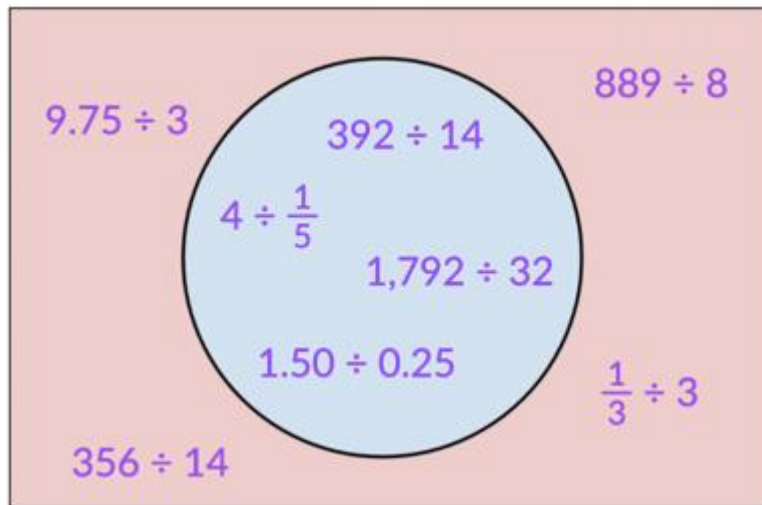
Construyamos el divisor

Regletas de 10 0

Regletas de 1 0

Actividad

[Adivina mi regla: Dilema de divisiones](#) Los estudiantes deberán buscar cuál es la regla que se tiene que cumplir para estar dentro del círculo.



BLOQUE 3: FORMAS GEOMÉTRICAS Y SITUACIÓN EN EL ESPACIO

Introducción didáctica

*“El aprendizaje de la geometría, además de la manipulación,
exige una **vivencia motriz** de todo el cuerpo”*

Canals (2008)

La geometría es un bloque fundamental en la etapa de Educación Primaria ya que provoca que los alumnos y alumnas contribuyan intuitivamente en ciertas relaciones o conceptos geométricos como producto de la interacción con el espacio. Por ello, el papel del docente debe ser relacionar y propiciar situaciones donde los conceptos geométricos tengan una relación con hechos de la vida cotidiana y el entorno próximo del estudiante.

Son numerosas las ocasiones donde se tiende a asociar la geometría únicamente con la identificación y definición de las formas. Sin embargo, en este bloque de conocimientos dinámicos, deben ser desempeñadas funciones como el razonamiento visual que facilita la interpretación y descripción de entornos físicos, cálculos sobre la distribución de los objetos y la orientación en el espacio, la estimación de las distancias o apreciaciones, construir, dibujar, clasificar, establecer relaciones entre la geometría y otros contenidos matemáticos... Este bloque temático está especialmente relacionado con los bloques de números y operaciones y, sobre todo, con el de medida. A su vez, mantiene una estrecha relación con la práctica de la psicomotricidad y la expresión plástica (Alsina y Canals, 2000).

La geometría, al igual que las otras áreas de las matemáticas, se aprende observando, tocando y experimentando. Por eso, la mejor manera de que los niños descubran esta rama es mediante la geometría manipulativa. Son muchos los materiales manipulativos con los que los niños pueden explorar, deducir y aprender las propiedades geométricas de las figuras y cuerpos, así como interiorizar conceptos geométricos abstractos. Algunos de ellos son el geoplano, mecano, construcciones, libros de espejos, tramas de puntos...

Según Canals (2008) y Alsina (2019) la geometría se ocupa de tres tipos o grupos de conocimiento, todos ellos relacionados con el espacio por lo que se deben abordar de

forma sistemática y cíclica para ayudar a que los alumnos desarrollen el razonamiento visual:

1. Las **relaciones de posición en el espacio**, es decir, aquellos elementos que permiten ubicarse en el espacio: la posición relativa, el sentido de la dirección y la distancia.
2. Las **formas** que hay en la vida de una (la línea), dos (la superficie) y tres (el volumen) dimensiones. Es fundamental que los alumnos descubran las diferencias existentes entre estos conceptos básicos
3. Los cambios de posición y/o de forma, también llamados “**transformaciones geométricas**”: el giro, la simetría, la traslación y la composición y descomposición de formas.

Respecto a los *problemas de geometría* es recomendable trabajarlos a partir del uso y la manipulación de objetos o materiales. Es de gran importancia combinar las diferentes tipologías de problemas para lograr ejercitar las habilidades mentales de los alumnos.

En este bloque, vamos a proponer una secuencia didáctica para los **contenidos** requeridos en la malla curricular de Guatemala:

1. Concepto de ángulo.
2. Clasificación de los triángulos atendiendo a la medida de sus lados y sus ángulos
3. Construcción de sólidos geométricos.
4. Concepto y cálculo de perímetro de triángulos y cuadriláteros (en cm. y metros).
5. Estrategias para enseñar el área y perímetro
6. Cálculo del área de rectángulo, cuadrado y de figuras combinadas.

Progresión didáctica por edad

En tabla 1 se muestra un resumen de los nuevos contenidos geométricos que se abordan según la edad de los estudiantes. En cada curso, se trabajan los vistos en cursos anteriores y se van introduciendo otros más complejos.

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

Tabla 16. Progresión didáctica por edad y contenido de geometría. Fuente: Elaboración propia a partir de Alsina (2019)

Edad	Nuevos contenidos
6-7	Observación de formas geométricas en el entorno Construcción y representación de formas: líneas y figuras planas Comparación de formas geométricas a partir de sus distintas propiedades Cálculo de área y perímetro
7-8	Construcción, denominación y representación de polígonos. Justificación de los criterios elegidos para relacionar formas geométricas
8-9	Introducción de la noción de ángulo (amplitud), vinculándolo a los giros Composición y descomposición de formas Clasificación de elementos según su magnitud
9-10	Conocimiento de los distintos tipos de ángulos (agudo, recto, obtuso) Clasificación y ordenación de elementos según su magnitud
10-11	Conocimiento de los distintos tipos de ángulos (consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice) Asociación de elementos según su magnitud. Por ejemplo, emparejar dos figuras planas con la misma superficie y distinto perímetro
11-12	Conocimiento de otros tipos de ángulos (complementarios y suplementarios) Construcción y exploración de figuras geométricas utilizando distintos recursos y estrategias

Propuesta de actividades

La ilustración 22 muestra la Pirámide de la educación matemática de Alsina (2010) con fotografías de los recursos que van a ser utilizados en la propuesta para trabajar cada eslabón de este bloque de geometría.

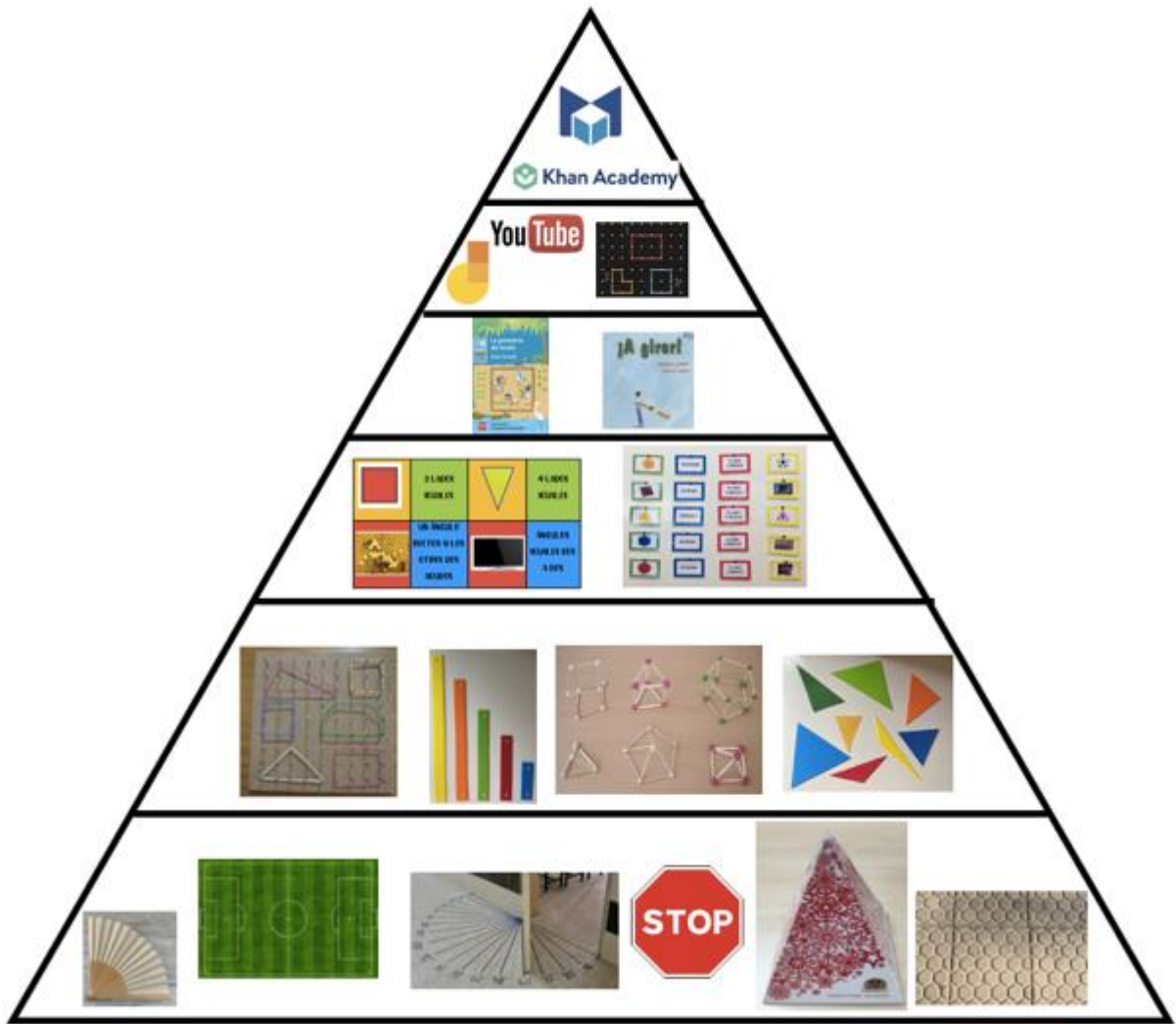


Ilustración 23. Pirámide de la Educación Matemática con los contenidos geométricos.

Fuente: Elaboración propia a partir de la Pirámide de Alsina (2010)



CALENTAMIENTO



Situaciones cotidianas

Las situaciones cotidianas se van a incluir y trabajar en el desarrollo de actividades pertenecientes al taller de geoplano (taller 1) y sólidos geométricos (taller 4) en el apartado de “recursos manipulativos”.



Rutinas de pensamiento

- **Veo, pienso, me pregunto:** El profesor mostrará las distintas imágenes seleccionadas y realizará las preguntas propuestas.
- **Campo de fútbol:** Pienso cómo puedo utilizar esta fotografía en mi aula de Primaria y qué contenidos abordar.



Ilustración 24 Fotografía para realizar la rutina de pensamiento

Al pulsar en el título, se accede a las distintas propuestas didácticas extraídas del *Math Learning Center*.

- Casa de collage: La imagen trae asociada una situación cotidiana la cuál propone al alumno tener que elegir 15 de las figuras que se muestran para construir el collage de una casa.

Grado 2

Las matemáticas en nuestro mundo: Casa de collage

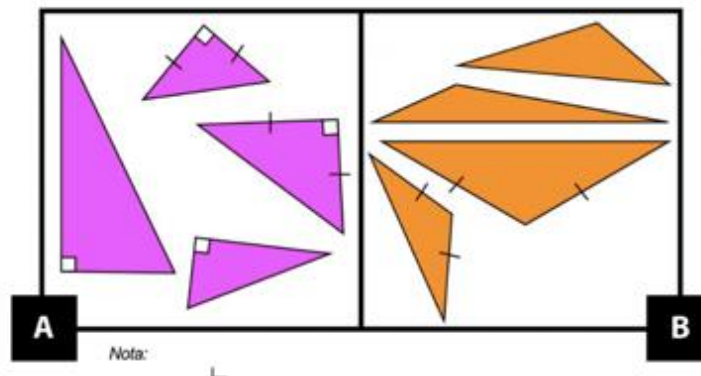


- Enredo de triángulos: Tras observar las dos imágenes, los estudiantes deberán exponer razonadamente en qué se parecen y en qué se diferencian y los motivos de sus respuestas.

Grado 5

Iguales y diferentes: Enredo de triángulos

Observa los dos dibujos. ¿Qué ves?



- ¿Qué preferirías? Plano de la casa club: Los estudiantes tendrán que dar respuesta al interrogante que se plantea usando dibujos, palabras, números o símbolos para razonar su elección.

Grado 3

¿Qué preferirías? Plano de la casa club

¿Preferirías construir una casa club con un piso que tuviera ...



- Tanque de cangrejo ermitaño: Sabiendo que una pecera tiene unas dimensiones de 70x30 cm, se plantea si cabrán todos los artículos que irán dentro de ella cuyas dimensiones vienen descritas en la tabla.

Imagen del artículo	Descripción	Dimensiones	Precio
	Rama para trepar	16 cm x 5 cm	\$5.00
	Laguna/recipiente para agua	8 cm x 10 cm	\$4.00
	Recipiente para comida	12 cm x 10 cm	\$5.00
	Cueva	23 cm x 40 cm	\$9.00
	Palmera	5 cm x 15 cm	\$7.00
	Decoración de estrella de mar	6 cm x 6 cm	\$3.00
	Castillo miniatura	14 cm x 25 cm	\$12.00

- Arte callejero: Se muestra una imagen que representa el diseño de una acera realizado con distintas figuras geométricas. Se pide a los estudiantes, que, viendo la imagen, piensen qué preguntas les surgen.

Grado 4

Las matemáticas en nuestro mundo: Arte callejero



- **Qué se, qué quiero saber**

El profesor compartirá con los estudiantes el enlace a una presentación de *Jamboard*⁷, donde se plantean dos cuestiones que permitirán al docente conocer los contenidos previos de los estudiantes sobre este bloque, así como aquellas cuestiones o conocimientos que deseen adquirir durante la formación. Se formularán dos interrogantes:

⁷ Enlace a la presentación: <https://jamboard.google.com/d/1MHO8glsCdjQEnaiBRUcmtLQppr-sRPqbWxBNdXHxIgo/edit?usp=sharing>

- ¿Qué **recursos didácticos** he utilizado para enseñar geometría?
- ¿Cuáles me gustaría conocer?

Cada alumno añadirá y compartirá en forma de “Nota adhesiva” (ilustración 21) sus respuestas. Al terminar, se llevará a cabo una lectura y puesta en común de lo escrito por ellos.



Ilustración 25 Presentación Jamboard

Estimamos, listos, ¡ya!

Esta rutina se llevará a cabo en ciertas ocasiones durante el transcurso de la propuesta para abordar distintos contenidos durante la realización de los talleres manipulativos.



DESARROLLO



Recursos manipulativos

TALLER 1: DESCUBRIENDO EL GEOPLANO

*“Todo lo que se palpa a nivel **sensorial** llega al **cerebro**”*

Canals (Biniés, 2008, p.15)

El geoplano es un recurso didáctico manipulativo muy motivador y útil para comprender términos geométricos abstractos gracias a la manipulación y análisis de las figuras teniendo en cuenta sus propiedades (número de lados, diagonales...), estableciendo relaciones espaciales y clasificaciones, aplicando ciertas transformaciones o reproduciendo figuras por imitación o a partir de modelos o criterios dados. A su vez, permite que los alumnos puedan contrastar sus trabajos, intercambien sus ideas, aprendan de sus errores, formulen conjeturas y lleguen a conclusiones (Santaolalla, 2011).

Haciendo alusión al método CEMA de Fernández Bravo (2007), gracias a su carácter manipulativo y experimental, con esta herramienta se abordan las etapas de comprensión y memorización. En referencia a su localización y uso en el aula, Alsina (2010) lo incluye en el segundo escalafón de su pirámide por lo que debe estar muy presente y usado frecuentemente.

Es recomendable que cada alumno disponga de su propio geoplano físico para que puedan desarrollar los diferentes talleres y propuestas con este material. En caso de no ser posible, podrían disponer de uno por pareja o pequeños grupos, pero, teniendo cada alumno la posibilidad de realizar todas las actividades propuestas en la secuencia para una mayor asimilación de los contenidos y logro de los objetivos. A su vez, gracias a las TICS se puede disponer o complementar el geoplano físico con el virtual.

A continuación, vamos a proponer una secuencia de actividades recogidas en talleres que llevarán a los alumnos a descubrir las fórmulas de la geometría a través del descubrimiento guiado del profesor.

Los **materiales** que necesitamos para la realización de estas propuestas son:

- Geoplano físico
- Geoplano digital: Geoboard by The Math Learning Center
- Gomas de plástico elásticas de distintos colores y medida (ilustración 25).



*Ilustración 26:
Gomas elásticas*

¿Qué es un geoplano?

Fue creado en 1960 por Caled Gattergno, un matemático egipcio. Un geoplano consiste en un tablero cuadrado dispuesto de un número variable de cuadrículas. En los vértices de cada cuadrícula tiene que haber un clavo, o un material semejante, de cabeza plana, sobresaliendo de la plancha de madera y dispuestos en filas con la misma distancia los unos de los otros.

Tipos de geoplanos

- **Geoplano “comercial”**: el material habitualmente utilizado es el plástico y suelen ser reversibles con trama cuadrada en un lado, y trama triangular o circular al otro (Ilustración 23). En cuanto a las principales ventajas caben destacar la existencia de ejemplares bastante económicos que el centro educativo puede adquirir permitiendo así que todos los alumnos dispongan de geoplanos similares. Sin embargo, conviene revisar y tener en cuenta las medidas que presentan ya que si no pueden tener un tamaño demasiado pequeño o con pocos “enganches”. Además, para los alumnos de los primeros cursos de primaria, suele resultarles difícil enganchar bien las gomas elásticas debido a que apenas sobresalen y aún no tienen la motricidad fina bien desarrollada.

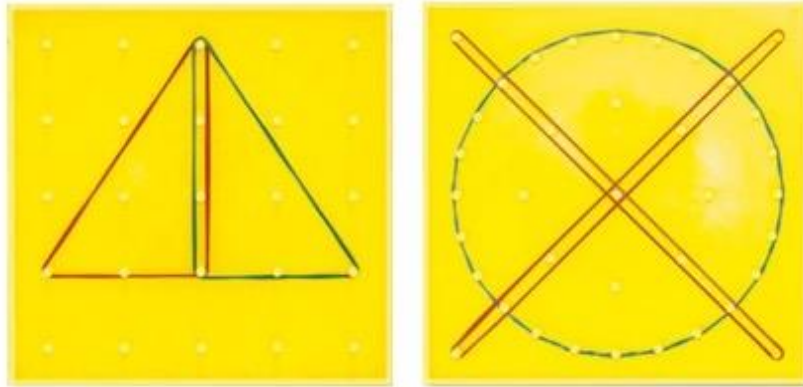


Ilustración 27: Geoplano comercial reversible con trama cuadrada y circular

- **Geoplano “casero”:** Este material didáctico es de construcción sencilla. Se puede elaborar con materiales sencillos y fáciles de conseguir como son las chinchetas, es importante fijarlas bien al corcho, (ilustración 27) o clavos finos de cabeza plana (Ilustración 28).



Ilustración 28 Geoplano con chinchetas.
plana



Ilustración 29 Geoplano con clavos de cabeza plana

A continuación, se muestran los pasos y los materiales necesarios para elaborar uno propio, así como un vídeo explicativo:

¡VAMOS A CONSTRUIR NUESTRO GEOPLANO!

¿Qué necesitamos?

- Un tablero de madera de 20x20 centímetros y de 2 cm de grosor.
- 81 clavos pequeños de cabeza plana.
- Una plantilla de 16x16 cm cuadrículada con puntos dibujados con una separación entre ellos de 2 cm (Disponible en el Anexo 10)

¿Cómo lo elaboramos?

Una vez dispongas de todos los materiales, fija la plantilla cuadrículada al tablero con cinta adhesiva. A continuación, clava los clavos en cada una de las intersecciones dibujadas logrando que queden lo más rectos posible. Una vez clavados, retira la cuadrícula y... ¡tu geoplano está creado y listo para utilizar!

El siguiente enlace es un vídeo tutorial donde se muestran los pasos para la **construcción** de un geoplano de trama cuadrada: <https://youtu.be/bPh3lyLWqKE>

- **Geoplano virtual:** este es el enlace de la versión online cuya utilización y manejo es sencilla. <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/> (Ilustración 29)

En el siguiente enlace, puede encontrarse un breve **vídeo explicativo** de cómo usarlo y la función de cada icono de la barra de herramientas: <https://youtu.be/-bR3decgTBM>

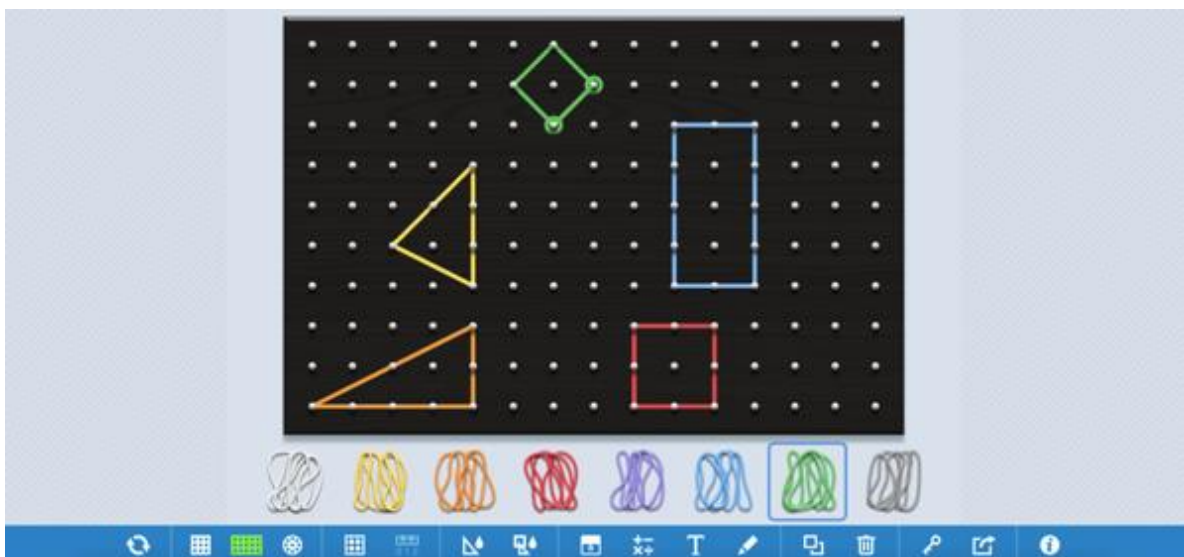


Ilustración 30 Geoboard del Math Learning Center

Propuestas de talleres

1. Descubriendo los polígonos

Pediremos a los estudiantes que fotografíen y compartan las imágenes o situaciones cotidianas que puedan ver en su casa, lugar de trabajo, por la calle, al mirar por la

ventana... donde se puedan reconocer diferentes polígonos. Por ejemplo: la pizarra rectangular, una mesa cuadrada, señales de tráfico triangulares...

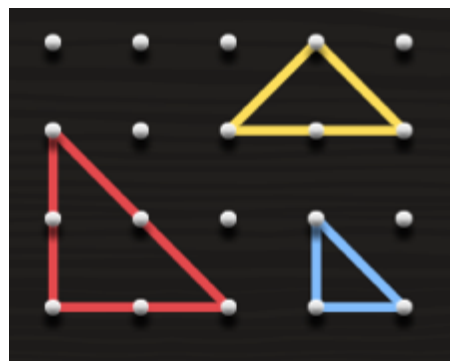


Ilustración 31 Fuente: Twitter @SantaolallaElsa

- ¿Qué nombre reciben estas figuras según el número de lados?
- En tu opinión, ¿tiene lógica su nombre teniendo en cuenta su forma?

2. Diagonales y catetos de los polígonos

Para introducir esta actividad, el profesor mostrará uno o varios triángulos en el geoplano físico o virtual. Podrá guiar el descubrimiento a través de preguntas tales como *¿qué veis? ¿cómo son sus lados? ¿son todos iguales?*



A simple vista pueden parecer triángulos equiláteros ya que puede haber estudiantes que consideren que, si tiene 3 puntos de lado, el lado mide 3 y, por tanto, que son todos iguales. Sin embargo, estos tres triángulos son isósceles ya que la diagonal no mide lo mismo que los lados. Este descubrimiento, se puede plantear en forma de taller sin ser el profesor quien enuncie esta afirmación fundamental para la adquisición del concepto área y perímetro. Por ello, pedirá a los a los alumnos que construyan un cuadrado para

realizar la rutina *Estimamos, listos ¡ya!* Para comprobar con cuerdas la medida de la diagonal y si mide lo mismo o si es mayor o menor que la medida de un lado. Así comprobarán, que la diagonal de un cuadrado o la hipotenusa de un triángulo, no miden lo mismo por lo que no se puede considerar que tenga la misma longitud de punto a punto. En el geoplano, esto hay que tenerlo en cuenta para el cálculo del perímetro, que se explica a continuación.

3. Concepto de perímetro

Antes de trabajar el perímetro con el geoplano, conviene introducirlo con objetos cotidianos y acciones sencillas que sirvan para matematizar el entorno y acercar al alumno a este concepto con su propio cuerpo. Posteriormente, resultaría muy beneficioso trabajarlo fuera del aula.

En primer lugar, el docente planteará **interrogantes** que invitará a los alumnos a comprobar y poner a prueba su ingenio para resolverlos, así como su planteamiento y pensamiento reflexivo.

Un objeto cotidiano con el que trabajar es la mesa o pupitre ya que pueden tocarla. Se puede platear con la rutina de pensamiento **¡Estimamos, listos, ya!:**

- *¿Cuánto mide el lado de tu mesa?* Para comprobar la estimación previa, los alumnos pueden utilizar una cuerda o cinta para después comprobar con una regla, con una cinta métrica o incluso las regletas Cuisenaire lo que mide exactamente el lado.
- *¿Cuánto miden todos los lados de la mesa?* Con las manos pueden tocar los lados y con la cinta bordearlos. Posteriormente, podrán medir toda la cinta que han utilizado con ayuda de una regla, o bien, medir cada lado y hacer una suma de todos ellos.

Una vez hayan experimentado y tocado con sus propias manos lo que es el perímetro de una figura presente en un objeto cotidiano, se procederá a trabajar con el geoplano físico o virtual.

Es importante recalcar a los alumnos e instaurar en el geoplano virtual, que *cada goma roja pequeña es 1* (ilustración 31). Por ello, en el ejemplo, el lado del rectángulo mide 4 unidades (1+1+1+1), y sumando el resto de los lados, obtendríamos un perímetro de 14 unidades (4+4+3+3). Para el geoplano físico, conviene que los alumnos dispongan de gomas elásticas más pequeñas (ilustración 32) que ilustren y representen cada unidad de medida.

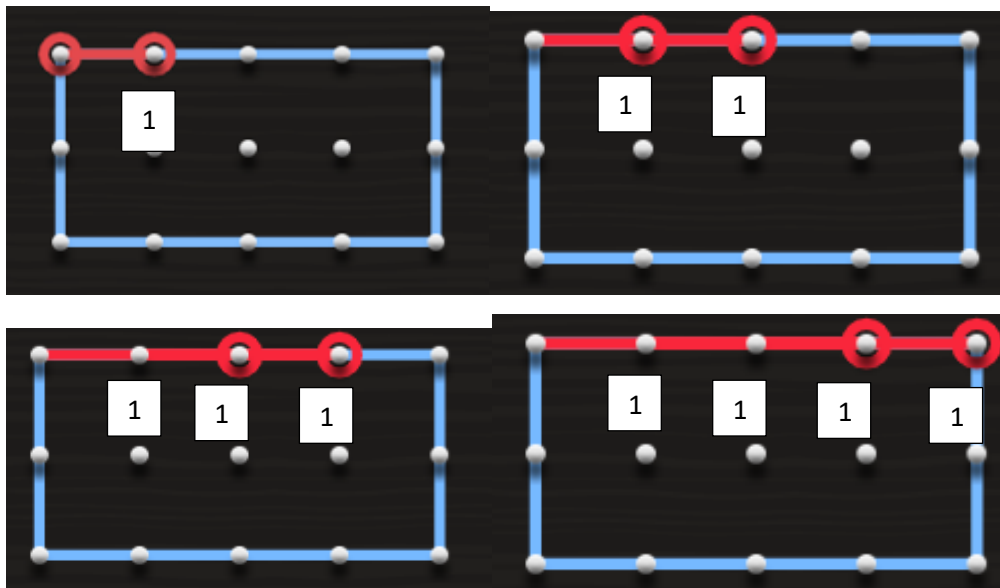


Ilustración 32 Medida de cada goma pequeña. Fuente: elaboración propia

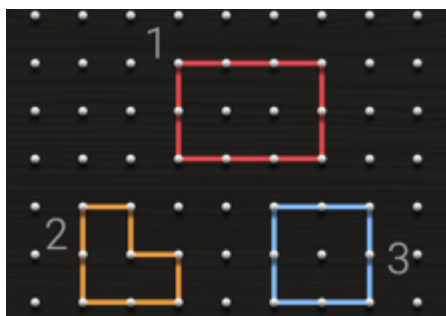


Ilustración 33 Gomas elásticas pequeñas Fuente: Imagen sacada de Internet

Sin embargo, esto solo ocurre cuando la distancia es de 1 unidad entre puntos en vertical y horizontal. Por ello, en el caso de que los alumnos quieran calcular el perímetro de un triángulo, les debemos explicar que para averiguarlo es necesario utilizar la fórmula que resulte la longitud de la diagonal.

A continuación, se realizará una propuesta de actividades adaptadas de Alsina (2008, p. 85):

1. Representa en tu geoplano físico o virtual las siguientes figuras:



2. Rutina de pensamiento **Estimamos, listos, ¡ya!**: Teniendo en cuenta que la distancia entre dos puntos consecutivos es de 1 cm, los estudiantes **estimarán** qué figura creen que tiene un perímetro mayor y cuál de ellas un perímetro menor. (Columna 2: estimo)

3. Calcula cuántos cm mide el perímetro de cada figura (Columna 3: compruebo). Finalmente, cuando se ha obtenido la solución final, los estudiantes anotan en la cuarta columna (comparo) la diferencia de error de su estimación inicial y la solución real.

	ESTIMO	COMPRUEBO	COMPARO
FIGURA 1		10 cm	
FIGURA 2		8 cm	
FIGURA 3		8 cm	

Debate en pequeños grupos: ¿puede haber dos figuras diferentes cuyo perímetro sea el mismo?

4. Representa en tu geoplano cuatro figuras distintas cuyo **perímetro sea 10** centímetros.

Este es un problema abierto con distintas soluciones posibles. En la ilustración 12, se muestran algunos ejemplos válidos y otros que ilustran posibles respuestas erróneas (marcadas con una X en rojo) al representar un lado de la figura en diagonal contando que mide 1 cuando previamente se ha comprobado que la diagonal mide más que 1.

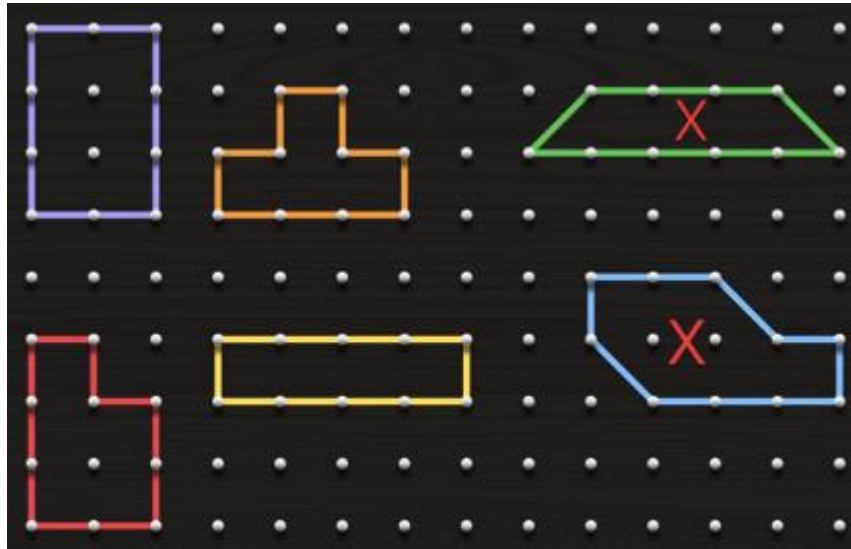


Ilustración 34 Posibles respuestas (actividad 4)

4. Concepto de área

Para trabajar este contenido, procederemos de forma similar a como hemos hecho con el perímetro utilizando la mesa o pupitre. En esta ocasión, para “tocar” su área podremos pedir a los alumnos que simulen como *si estuviéramos quitando el polvo a la mesa o limpiándola con las manos*. Enunciaremos que eso que tocan, esa superficie que ocupa la mesa es a lo que se denomina **área**.

Para medir la superficie que ocupa su mesa, dejaremos que piensen cómo pueden medirla y qué pueden utilizar para ello. Podemos invitarles a que construyan en un folio, cartulina o cartón, un cuadrado de 10 centímetros de lado. Al ponerlo por la superficie podrán calcular aproximadamente los centímetros cuadrados que tiene.

Haciendo alusión a la foto del campo de fútbol utilizada en el *Calentamiento*, podemos trabajar este concepto relacionándolo con el área de penalti ya que podemos encontrarlo en las pistas de fútbol o baloncesto que se encuentran en los patios de los colegios. El área de penalti está delimitada por un rectángulo y cualquier falta que se realice en su interior será penalti, por ello, el área es el espacio que ocupa la figura rectangular (ilustración 34).

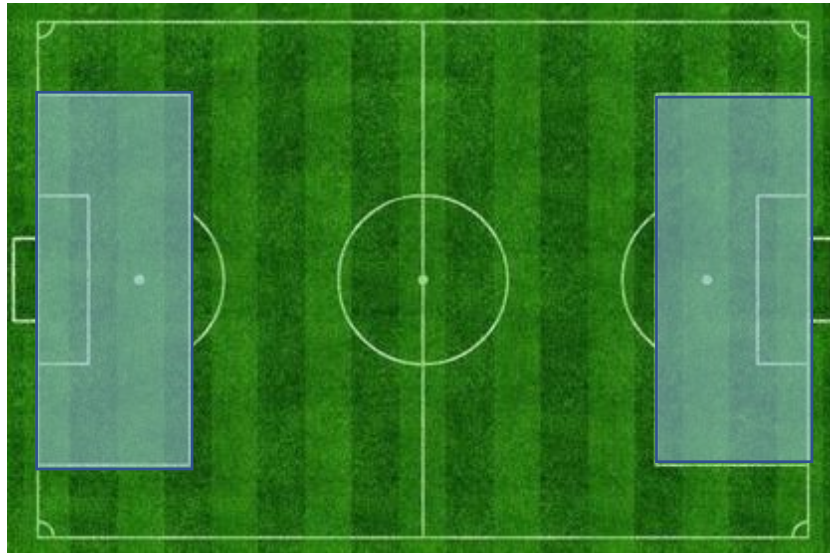


Ilustración 35 Área de penalti

A continuación, trabajaremos el concepto área con la ayuda del geoplano calculando la superficie de figuras planas, como, por ejemplo, el cuadrado. Es importante establecer como referencia de medida, el cuadrado pequeño ya que es la unidad más pequeña de medida (ilustración 35). En el geoplano físico, esta unidad mínima la podemos representar gracias a las gomas pequeñas.

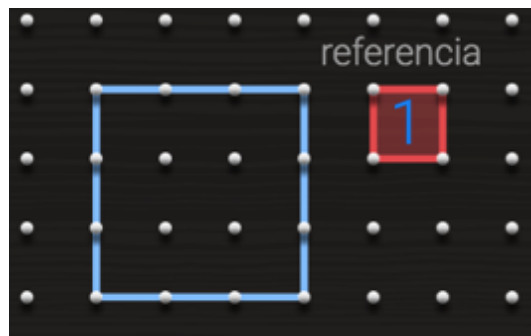


Ilustración 36

Tras esto, para medir el área de este cuadrado azul debemos comprobar cuántos cuadrados rojos pequeños caben en su interior. Finalmente, podemos concluir que este cuadrado mide 9 cuadrados de superficie (ilustración 26).

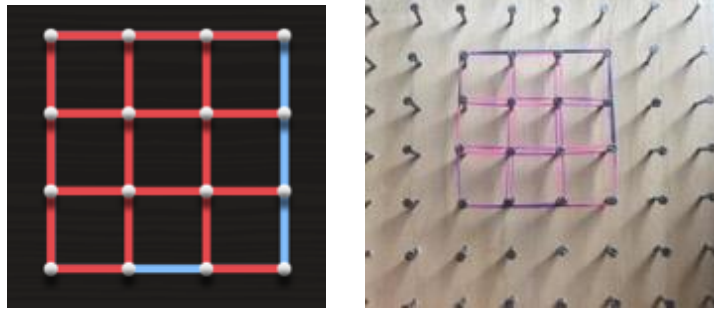


Ilustración 37 Área del cuadrado

Sin embargo, no todas las figuras van a estar formadas por cuadrados pequeños enteros en su interior. Por tanto, ¿cómo podríamos medir su área? En este ejemplo (Ilustración 37), se debe lograr formar cuadrados enteros juntando mitades para concluir que su área mide 5 cuadrados: 4 enteros + dos mitades (1).

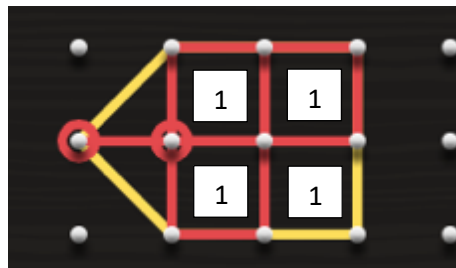


Ilustración 38

En este otro ejemplo (ilustración 38), para calcular el área de un triángulo isósceles, podemos “meterlo” en un rectángulo ya que ocupa su mitad.

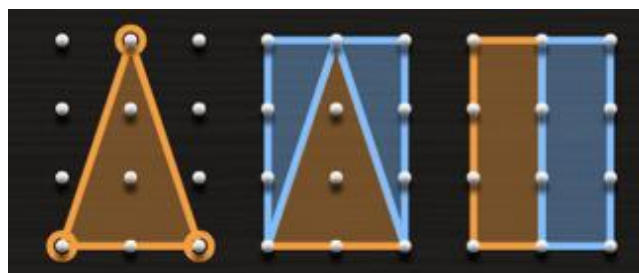


Ilustración 39

En el caso de calcular el área de polígonos irregulares, es decir, aquellos cuyos ángulos y lados no son iguales, no sirven estrategias como las explicadas anteriormente puesto que se utilizan teoremas que no entran dentro de los contenidos que han de abordarse en esta etapa educativa. Sin embargo, este tipo de problemas tienen diferentes formas o maneras de ser abordados. Cabe la posibilidad de hacer particiones de polígonos cuya

área es conocida para calcularlas por separado y, finalmente, sumarlas. En las siguientes ilustraciones, se muestra el contorno del polígono irregular y dos posibilidades de resolución.

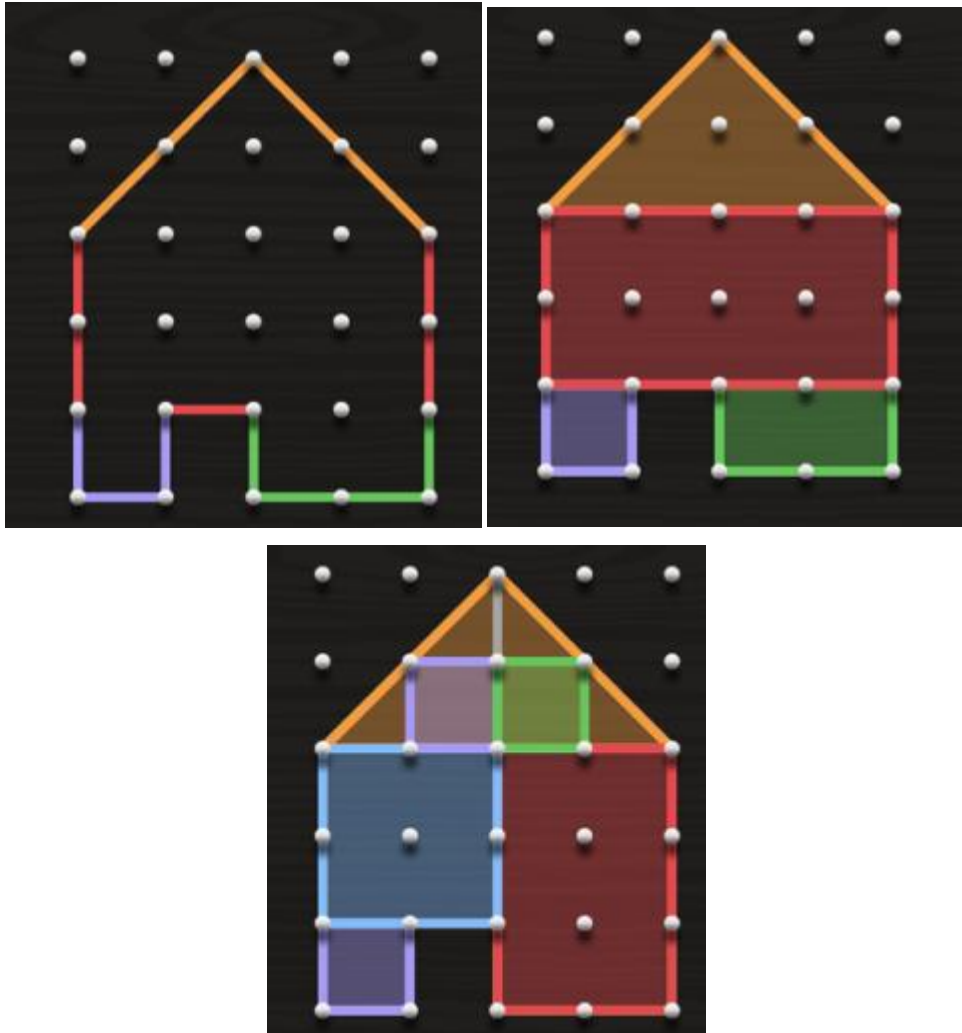
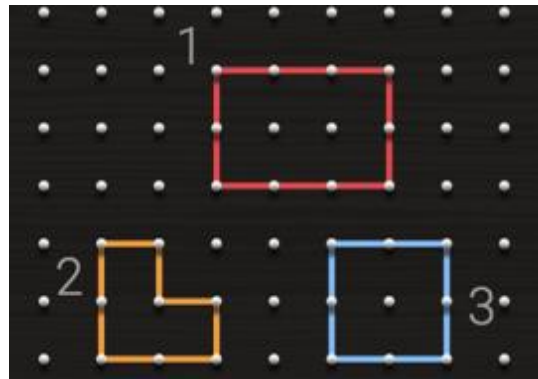


Ilustración 40 Ejemplo de figura combinada y

Continuando con la propuesta de actividades adaptadas de Alsina (2008, p. 86):

5. Observa de nuevo estas figuras y completa la tabla con la rutina de pensamiento **Estimamos, listos, ¡ya!** teniendo en cuenta que utilizamos como unidad un cuadrado de 1 cm de lado, el cual tiene, por tanto, 1 cm² de superficie. Los estudiantes, sabiendo este dato, estimarán el área de cada figura completando la columna de *estimo*.

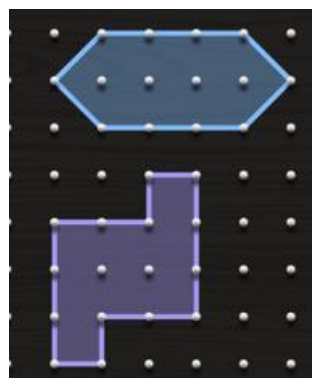


	ESTIMO	COMPRUEBO	COMPARO
FIGURA 1		6 cm ²	
FIGURA 2		3 cm ²	
FIGURA 3		4 cm ²	

6. Comprueba, con la ayuda de tu geoplano, cuántas gomas elásticas pequeñas “caben” en el interior de cada figura y anota los resultados en la columna de *compruebo*. Finalmente, cuando se ha obtenido la solución final, compara la diferencia de error entre la estimación inicial y la solución finalmente obtenida.

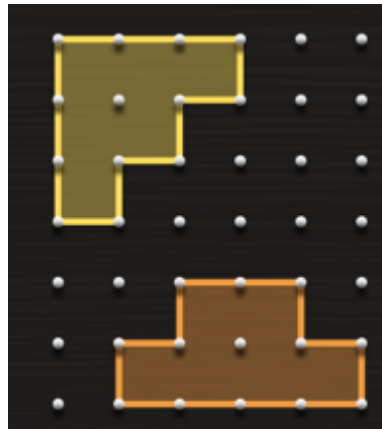
Debate en pequeños grupos: ¿puede haber dos figuras diferentes que tengan la misma superficie?

7. Representa en tu geoplano dos figuras de perímetro distinto cuya superficie sea 8 cm².

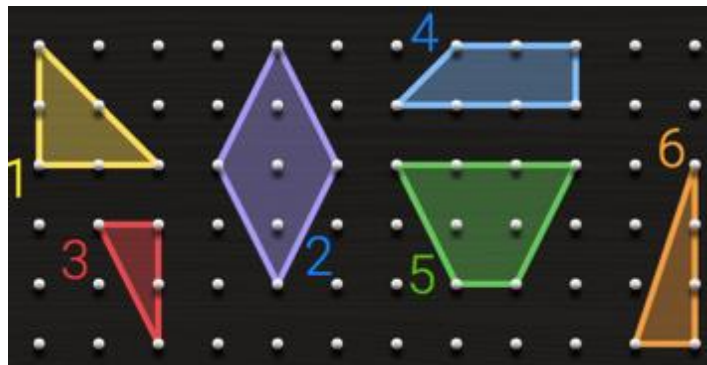


8. Representa en tu geoplano dos figuras distintas cuyo área y perímetro sea el mismo.

En este ejemplo, ambas figuras tienen un perímetro de 12 cm y una superficie de 6 cm²



9. Imita en tu geoplano virtual o físico las siguientes figuras. Explica el procedimiento utilizado para calcular sus superficies. Después, al compartir las respuestas obtenidas por los estudiantes, se exponen las distintas estrategias que pueden ser empleadas para calcular las superficies.



Posibles soluciones:

Figura 1: área 2 cm². Un cuadrado entero y dos mitades que juntas forman otro cuadrado.

Figura 2: área 4 cm² La figura es simétrica por lo que, si la partimos en horizontal por la mitad, podemos poner esa mitad en la otra completando así un cuadrado.

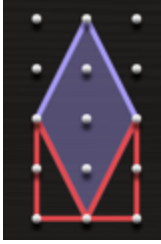


Figura 3: área 1 cm^2 . Construyendo el doble de esa figura, obtenemos un rectángulo con área 2. Por tanto, la mitad, que es la figura inicial, sería 1.



Figura 4: $2,5 \text{ cm}^2$. Dos cuadrados enteros más la mitad de otro (0,5).

Figura 5: 4 cm^2 . En el interior de la figura hay 2 cuadraditos enteros. Para hallar el resto, completamos la figura formando dos rectángulos cuya área es 2. Por tanto, la mitad, 1, será la del triángulo escaleno. Como hay dos triángulos escalenos sumamos 1 más. $(2+1+1=4)$

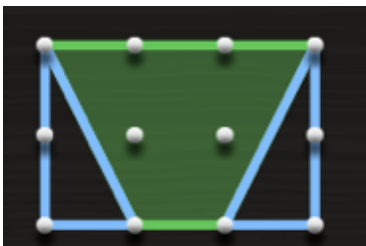


Figura 6: $1,5 \text{ cm}^2$. Representamos el doble del triángulo escaleno para formar un rectángulo. El área del rectángulo es 3. Por tanto, como su mitad es nuestra figura, al dividir 3 entre 2 obtenemos 1,5.



5. Dictado de formas

Para finalizar este taller, el profesor podrá realizar un dictado donde puedan repasarse los contenidos trabajados y practicados previamente. Esta actividad puede realizarse en todos los cursos de Educación Primaria, sin embargo, el profesor tendrá que adaptar los conceptos y los términos empleados en función del curso, contenidos, objetivos y conocimiento de sus estudiantes.

En un aula, esta actividad puede llevarse a cabo de forma individual, aunque es preferible que se realice por parejas o en grupos pequeños. El profesor dirá en voz alta distintas características de las figuras que los estudiantes tendrán que representar en sus geoplanos.

Para un mayor valor didáctico, el dictado deberá plantear problemas abiertos con la intención de que, ante una misma orden o situación a resolver, puede haber distintas respuestas posibles y válidas. En esta formación el profesor irá dando las órdenes, dejará tiempo para que los estudiantes las realicen en sus geoplanos, y las mostrarán por la cámara de su ordenador para que tanto profesor, como estudiantes puedan ver las múltiples respuestas. En caso de utilización del geoplano virtual, compartirán la pantalla de su ordenador o lo realizarán en papel.

Conviene que, al principio, el dictado de formas y los retos planteados tengan una solución cerrada que permita al profesor contrastar si se hizo de forma adecuada o no,

y poco a poco, poder plantear retos o problemas más abiertos con múltiples soluciones posibles.

Las **propuestas** para realizar en el dictado son las siguientes:

Construye un/una...

- Polígono de 9 lados
- Rectángulo de base 3 y altura 2
- Construye un romboide de 4 unidades de base y 3 de altura
- Halla cuántos cuadrados se pueden construir en un geoplano de 5x5

Traza...

- Dos segmentos de recta de 3 y 4 unidades de longitud, respectivamente, que sean paralelos
- Dos segmentos de recta que sean perpendiculares
- Dos rectas secantes que no sean perpendiculares

TALLER 2: LOS TRIÁNGULOS

En este taller está tomado de una de las recetas de *MateChef* (Santaolalla, 2020) en el cual se va a presentar una secuencia didáctica que permite desarrollar y vivenciar las dos primeras etapas o fases del método CEMA (Fernández Bravo, 2019): comprensión y enunciación. Esto es debido a que la tercera y última etapa, memorización y abstracción respectivamente, se pueden realizar a través de los recursos lúdicos, juegos y actividades que pueden encontrarse en el apartado de recursos gráficos y tecnológicos.

Contenidos:

- Clasificación de los triángulos según sus lados
- Clasificación de los triángulos según sus ángulos
- La propiedad de la suma de los ángulos de un triángulo

Materiales necesarios:

- Goma EVA o cartulinas de colores
- Tijeras

- Rotuladores de colores

Presentación de los triángulos:

En primer lugar, el profesor presentará a los alumnos una colección de distintos tipos de triángulos colocados de forma intencionada en diferentes posiciones para evitar la posición habitual de la base paralela al borde del papel o a la pizarra. Esto hará que los alumnos sean capaces de reconocer los triángulos en posiciones diversas y no como siempre suelen aparecer en los libros de texto. Es recomendable que el profesor los tenga imantados en la pizarra o con velcro ya que facilitará la guía y el desarrollo de la actividad permitiendo que todos los alumnos puedan seguir el modelo e instrucciones. Aunque es favorable que los alumnos lleven a cabo la actividad en sus pupitres por grupos de trabajo o por parejas de hombro, también pueden hacerla individualmente construyendo sus propios triángulos y realizando las actividades propuestas por el profesor al mismo tiempo.



Ilustración 41 Ejemplos de triángulos

A continuación, el profesor guiará la rutina de pensamiento “Veo (triángulos de distintos tamaños y colores), Pienso y me pregunto” ¿qué tienen en común estos triángulos? ¿puedo hacer alguna agrupación según un criterio? Tras esto, se deja a los alumnos que

manipulen y clasifiquen según los criterios que ellos mismos establezcan (color, tamaño...). El profesor los guiará hacia el criterio de clasificación de características centradas en el objetivo del taller: lados y ángulos.

Clasificamos a los triángulos

1. Según la medida de sus lados

Para realizar una primera clasificación, se procederá con la metodología “Estimamos, listos, ¡ya!”. Se pedirá a los alumnos que conjeturen a simple vista, cómo de similares son los lados de los triángulos de la colección. Después, para comprobar sus conjeturas, podrán medir con materiales u objetos como una cuerda, evitando todavía el uso de la regla. Finalmente, se realiza la comparación de la conjetura con la conclusión de que los triángulos se clasifican y agrupan en tres grupos distintos: aquellos que tienen todos los lados iguales, dos lados iguales y todos los lados distintos:

TODOS LOS LADOS IGUALES	DOS LADOS IGUALES	TODOS LOS LADOS DISTINTOS

Tras esta fase de comprensión, se realiza la etapa de enunciación “*a eso que tú llamas... en matemáticas se denomina ...*” pasando del lenguaje del alumno (metalenguaje) al lenguaje propio de las matemáticas:

- A esto que tú llamas “triángulo con todos los lados iguales” en matemáticas se denomina “triángulo equilátero”.
- A esto que tú llamas “triángulo con dos lados iguales” en matemáticas se denomina “triángulo isósceles”.
- A esto que tú llamas “triángulo con todos los lados desiguales o distintos” en matemáticas se denomina “triángulo escaleno”.

A partir de entonces, se trabaja con esta nomenclatura matemática y se permite al alumno que compare con la ayuda de una regla cuál es la medida exacta de los lados de cada triángulo.

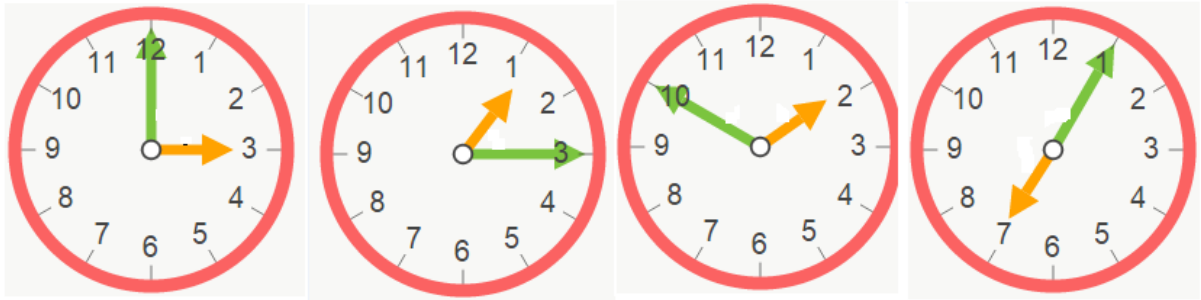
2. Según la amplitud de sus ángulos

Tras esta clasificación, el profesor pedirá que vuelvan a agruparlos, pero esta vez, teniendo en cuenta la amplitud de los ángulos. Esta clasificación se realizará teniendo como referencia aquellos triángulos que poseen un ángulo recto, los que tienen todos sus ángulos menores que el recto y los que son mayores que él.

Para hacerlo, simplemente se necesita que el alumno identifique un objeto próximo y cercano a él, como puede ser la esquina de su pupitre, la de un libro o cuaderno y vaya comprobando cómo son los ángulos de cada triángulo al ponerlo sobre la esquina recta. Posterior a esto, los alumnos deben reorganizar los triángulos en base a este nuevo criterio en una nueva tabla:

TODOS SUS ÁNGULOS SON MENORES QUE EL RECTO	UN ÁNGULO RECTO	TIENE UN ÁNGULO MAYOR QUE EL RECTO

Los ángulos y su amplitud están estrechamente relacionados con el movimiento, y por ello, resulta fundamental que el profesor plantee y ofrezca buenas oportunidades a los alumnos para que puedan observar y comparar la amplitud de los ángulos. Se pueden vivenciar los distintos tipos de ángulos usando el propio cuerpo (con los brazos, con los dedos, con las piernas) así como observarlos en el entorno como pueden verse en las agujas de un reloj, la propia puerta de la clase al abrirla o cerrarla o con un abanico.



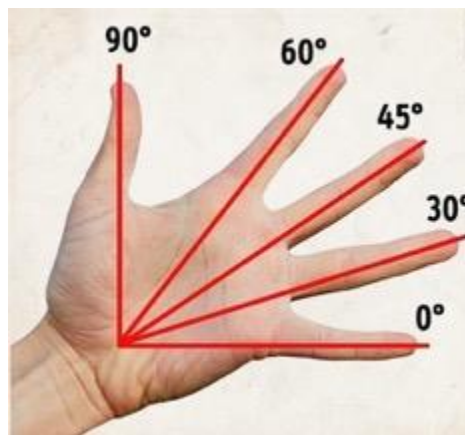
ÁNGULO RECTO



ÁNGULO MENOR QUE EL RECTO



ÁNGULO MAYOR QUE EL RECTO



Una vez hecha la clasificación teniendo como referencia un objeto que posea un ángulo de 90° , procedemos a la enunciación:

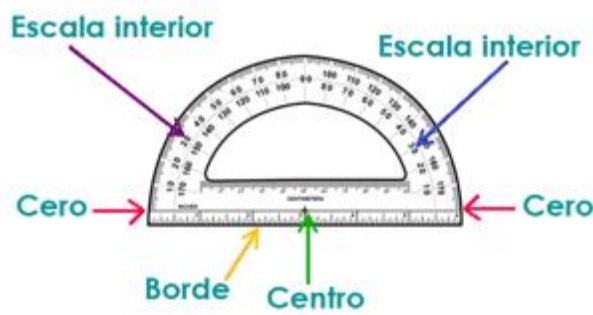
- A esto que tú llamas “ángulo recto” en matemáticas se denomina “ángulo recto” y tiene una amplitud de 90° ”
- A esto que tú llamas “ángulo mayor que el recto” en matemáticas se denomina “ángulo obtuso” y su amplitud es mayor a 90° .
- A esto que tú llamas “ángulo menor que el recto” en matemáticas se denomina “ángulo agudo” y su amplitud es menor a 90° .
- Al ángulo cuya medida es 180° en matemáticas se le llama “ángulo llano”.



A partir de poner el “nombre matemático” a cada ángulo, se procederá a denominar a cada triángulo de la colección con la nomenclatura puramente matemática una vez comprobada amplitud real y exacta de cada ángulo de los triángulos con la ayuda del transportador de ángulos:

- A los triángulos cuyos ángulos son todos agudos se denominan *acutángulos*.
- A los triángulos con un ángulo recto se denominan *rectángulos*.
- A los triángulos con un ángulo obtuso se denominan *obtusángulos*.

Pasos para usar correctamente el **transportador de ángulos**:



1. Para medir los grados de un ángulo, se alinea el lado inicial del triángulo con la línea cero del transportador.
2. El vértice del ángulo se sitúa en el punto centro del transportador.
3. Se lee con la ayuda de la escala graduada el punto correspondiente a los grados del ángulo

PREGUNTA: ¿Qué tienen en común estos triángulos teniendo en cuenta sus ángulos?

“La suma de los ángulos internos de un triángulo siempre es 180°”. ¡Vamos a comprobarlo y demostrarlo!

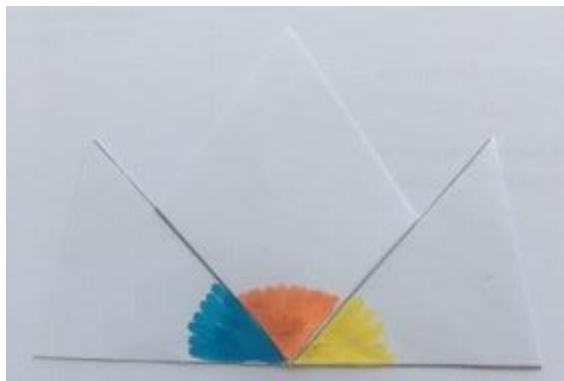
Para demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo, independientemente de cuánto midan sus lados y sus ángulos, es siempre 180°, se puede comprobar de dos maneras manipulativas y visuales:

Puzle de triángulos

1. Se dibuja un triángulo y se colorean sus tres ángulos.



2. Se recorta el triángulo en tres partes tres ángulos y se colocan en un mismo punto a modo de “puzle” como puede verse en la siguiente imagen. Entre los tres ángulos forman un ángulo llano.



Plegado de triángulos

1. Dibujamos un triángulo cualquiera y coloreamos los tres vértices de diferentes colores.



2. El vértice de arriba lo doblamos hasta colocarlo en el punto medio de la base.



3. Realizamos lo mismo con los otros dos vértices y observamos como los tres vértices forman un ángulo de 180° , es decir, llano.



TALLER 3: EL MECANO

El mecano es un material y recurso manipulativo que consta de unas tiras alargadas, con una serie de agujeros equidistantes, de diferentes tamaños que se pueden unir mediante tuercas. Las tiras de mecano pueden estar construidas con diversos materiales tales como el metal, plástico o madera (ilustración 41) y con métodos distintos para unir las piezas. El mecano permite desarrollar la creatividad y la habilidad manual además de la construcción y reconocimiento de polígonos.



Ilustración 42 Mecano de metal, plástico y madera.

A continuación, vamos a construir las tiras de un mecano “casero” (ilustración 20):

Materiales necesarios:

- Goma Eva de colores
- Regla
- Marcador
- Tijeras
- Taladradora de agujeros
- Encuadernadores para unir las tiras



Color	Cm de largo
Azul	7
Roja	9
Verde	17
Naranja	22
Amarilla	27

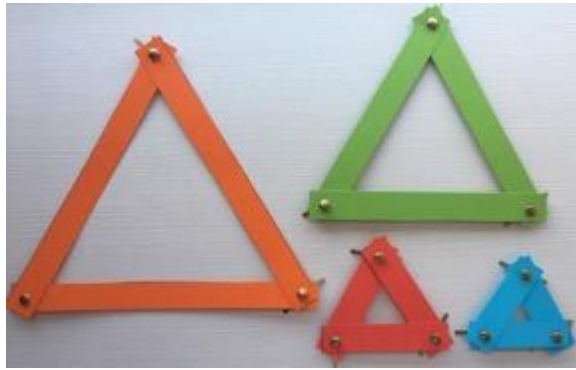
Ilustración 43 Tiras de mecano "casero"

Para la elaboración, puedes ver este vídeo tutorial con los pasos a seguir:

<https://youtu.be/iq9g9BMg7wI>

Propuesta de taller con posibles respuestas:

1. Forma una figura con tres tiras de mecano diferentes. ¿Qué figura se forma?
2. Forma una figura con dos tiras del mismo color y otra de un color diferente. ¿Qué figura se forma?
3. Forma una figura con tres tiras que sean del mismo color. ¿Qué figura se forma?

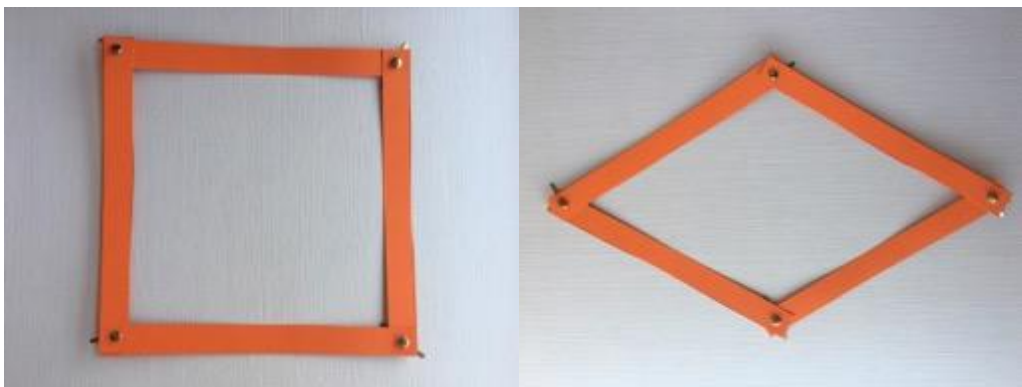


4. Coge dos tiras de color azul y una verde. ¿Es posible construir un triángulo?
5. Coge una tira azul, una roja y una verde. ¿Puedes construir un triángulo? ¿Por qué? Compara cada uno de los lados, con la suma de los otros dos.

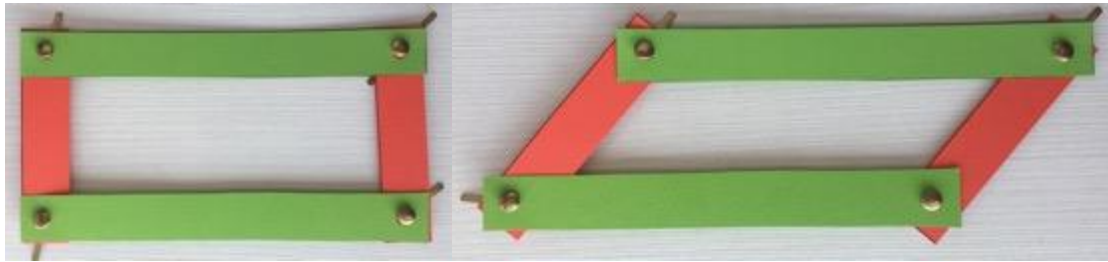
Por tanto, teniendo en cuenta los resultados de las propuestas anteriores, ¿en qué casos se puede construir un triángulo conociendo la medida de los lados? Experimenta con los triángulos que has formado y escribe tus conclusiones.

Para formar un triángulo los dos lados de menor tamaño tienen que ser más largos que el lado mayor.

6. Construye un triángulo con las tiras que desees, y presiona suavemente por uno de sus vértices o uno de sus lados. ¿Eres capaz de deformarlos?
7. Elige cuatro tiras de diferentes longitudes y construye un cuadrilátero. ¿Es siempre posible su construcción? ¿En qué casos no es posible?
8. Elige 4 tiras del mismo color. ¿Qué figura se forma? ¿Eres capaz de deformarlo? ¿Qué nueva figura aparece?



9. Coge cuatro tiras, dos de un color y las otras dos de otro color distinto. ¿Qué figura forman? ¿Eres capaz de deformarlo? ¿Qué nueva figura aparece?



Observa los paralelogramos que has formado en la actividad 8 y 9. ¿Qué características comparten el cuadrado, rectángulo, rombo y romboide? ¿Cuáles no?

Tabla 17 Características de los paralelogramos teniendo en cuenta sus lados y ángulos

	CUADRADO	RECTÁNGULO	ROMBO	ROMBOIDE
LADOS	4 lados iguales	Lados iguales 2 a 2	4 lados iguales	Lados iguales 2 a 2
ÁNGULOS	4 ángulos rectos	4 ángulos rectos	Ángulos iguales dos a dos	Ángulos iguales dos a dos

Los alumnos tendrán que reflexionar sobre los lados y los ángulos de cada paralelogramo. Por ejemplo, teniendo en cuenta los **lados**, el cuadrado y el rombo los tienen iguales ya que los cuatro miden lo mismo. Sin embargo, si nos fijamos en los **ángulos**, los cuadrados los comparten con los rectángulos.

Es importante aclarar los conceptos de cuadrilátero y paralelogramo, que podrán enunciarse durante se realiza esta propuesta.

- A las figuras de “cuatro lados” en matemáticas se les denomina **cuadriláteros**.
- A las figuras cuyos lados son paralelos dos a dos, en matemáticas se les denomina **paralelogramos** y son el rombo, romboide, cuadrado y rectángulo.

TALLER 4: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Pediremos a los estudiantes que colecten diferentes cajas de cartón que puedan encontrar en su casa o en un supermercado las cuales sean prismas o pirámides. A continuación, se ilustran algunos ejemplos:



Ilustración 44 Prisma hexagonal regular



Ilustración 45 Prisma octogonal



Ilustración 46 Pirámide cuadrangular



Ilustración 47 Prisma hexagonal irregular



Ilustración 48 Prisma triangular



Ilustración 49 Pirámide rectangular truncada



Ilustración 50 Prisma triangular



Ilustración 51 Prisma rectangular



Ilustración 52 Prisma hexagonal irregular cuyas caras son trapecios

Para comprobar que realmente se tratan de caras trapezoidales, se puede pedir que los estudiantes dibujen la silueta de las caras en un papel y comprobarlo. Otra forma más divertida y motivadora para su comprobación, siempre y cuando el cuerpo no sea de cartón si no de un material mucho más sólido, es apretar las caras sobre una plancha de arcilla o plastilina para ver qué forma dejan sobre ellas.





Ilustración 53 Prisma trapezoidal

Al descomponer la caja, el estudiante podrá marcar con dos rotuladores diferentes los polígonos que forman las bases y las caras laterales. En este caso, se puede observar que las cuatro caras laterales son rectángulos (rotulador verde) y las bases, que es lo que da el nombre al prisma, son dos trapecios.

Propuesta de actividades e interrogantes a partir de la visualización de las cajas:

¿Qué es lo que da el nombre a cada prisma o pirámide?

Completa la siguiente tabla fijándote en las fotografías expuestas anteriormente:

	Vértices	Caras	Aristas
Prisma trapezoidal			
Prisma hexagonal			
Prisma rectangular			
Prisma triangular			
Pirámide cuadrangular			

¿Qué observas? ¿Notas alguna relación entre los vértices, caras y aristas de un prisma o pirámide? Si las respuestas de los estudiantes no permiten que el docente llegue a provocar el descubrimiento de la **fórmula de Euler (Vértices + Caras = Aristas + 2)**, añadirá una nueva columna a la tabla anterior, en la que pedirá que sumen las caras y los vértices y volverá a formular la pregunta inicial para ver si han descubierto esa relación.

	Vértices	Caras	Vértices + caras	Aristas
Prisma trapezoidal				
Prisma hexagonal				
Prisma rectangular				
Prisma triangular				
Pirámide cuadrangular				

En caso de no recibir la respuesta esperada, añadirá, en la columna de aristas, “+2” para que lo sumen a las aristas. Tras ello, el docente repetirá la pregunta.

	Vértices	Caras	Vértices + caras	Aristas+2
Prisma trapezoidal				
Prisma hexagonal				
Prisma rectangular				
Prisma triangular				
Pirámide cuadrangular				

Para construir los sólidos geométricos matematizando nuestro entorno, se pueden construir al desmontar las cajas y al apoyarla en un papel, repasar su contorno. Esto permite que el alumno vea cuál es su desarrollo y observe y nombre las figuras geométricas planas que forman sus bases y caras laterales.

También se pueden construir con **palillos** las aristas y que los vértices sean chuches o **plastilina**. ¿Te atreves?

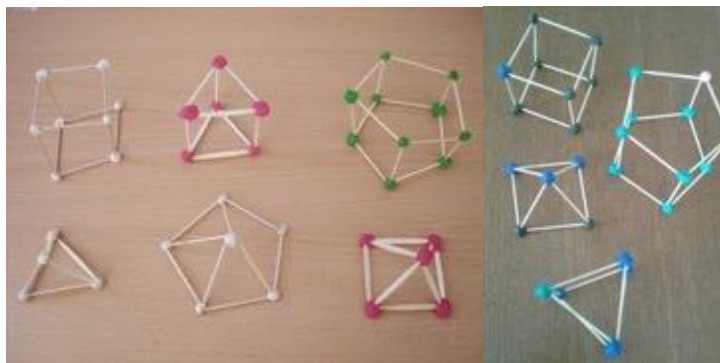


Ilustración 54 Sólidos geométricos hechos con plastilina y palillos



Recursos lúdicos

Para abordar el siguiente eslabón de la pirámide, hemos elaborado dos recursos con sus respectivos vídeos en los cuales se muestra cómo utilizarlos para la formación con los alumnos:

- Memory y juego de familias (Disponible en el anexo 11)

Para crear este memory y juego de familias se han seleccionado cinco figuras geométricas (triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono y octógono) y se han elegido cuatro categorías distintas para realizar las tarjetas (ilustración 16):

- La amarilla: fotos de la vida real las cuales muestran las figuras elegidas.
- La verde: la representación abstracta de la figura.
- La roja: el número de lados y ángulos que posee la figura.
- La azul: el nombre escrito que recibe la figura.

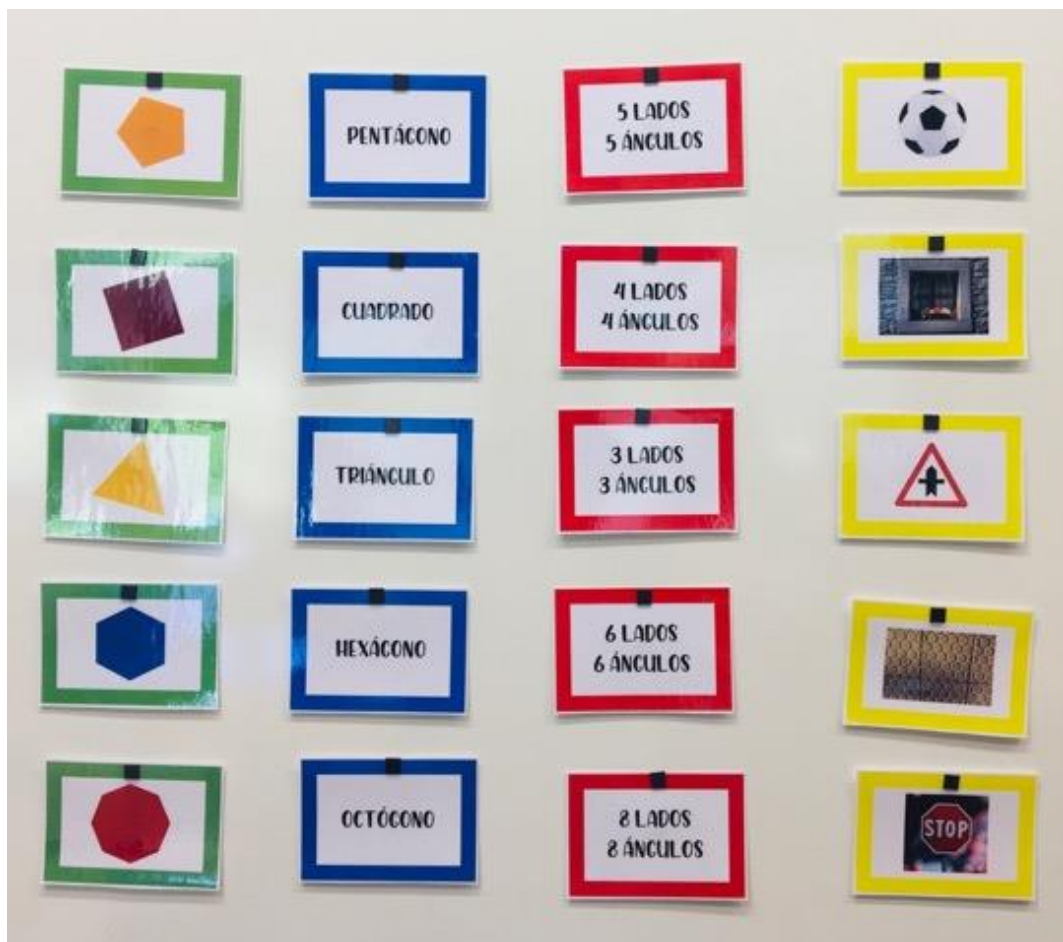


Ilustración 55 Tarjetas del memory y juego de familias geométrico

- Bingo geométrico (Disponible en el anexo 12)

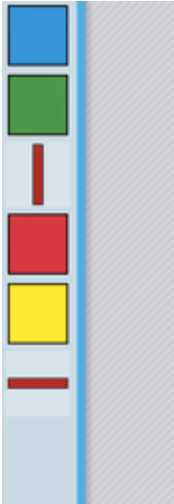
Es conveniente que se realicen tarjetas separadas de cada categoría realizada para el bingo, para jugar a memorys y a las familias antes que al bingo. Una vez que los alumnos

hayan trabajado y practicado con las distintas representaciones de las figuras elegidas, se procede a jugar al bingo.

Además, se han seleccionado del *Math Learning Center* las siguientes **propuestas de juegos** con sus respectivas instrucciones. Se propone dividir a los alumnos en grupos y cada uno de esos grupos juegue a un juego. Posteriormente, en gran grupo, un portavoz explicará en qué consiste cada juego, cuál es el objetivo, qué contenidos se trabajan, las posibilidades didácticas que presenta, así como plantear otra propuesta similar o una adaptación para realizar ese juego en una clase de Educación Primaria.

Se debe pulsar el título para acceder a ellos:

- Área o perímetro



Instrucciones de Work Place 6D Área o perímetro


- Los jugadores deciden si van a lanzar y mantener el **área** o el **perímetro** igual para los rectángulos que construyen. Cada uno escríben en un círculo esa palabra en su propia hoja de anotaciones.
- Un jugador lanza el dado. Con sus hojas de anotaciones individuales, cada jugador usa la columna 1 para anotar los números que lanzó y la columna 2 para anotar el producto de los dos números.
- Si los jugadores están trabajando con el **área**, cuentan las fichas para que sean igual al producto de los dos números lanzados. Si están trabajando con el **perímetro**, cuentan las unidades lineales rojas para que sean igual al producto de los dos números lanzados.
- Los jugadores colocan sus fichas o unidades lineales en el papel cuadrículado para formar un rectángulo.
 - Los jugadores pueden necesitar usar más de 1 hoja de papel cuadrículado para construir algunos rectángulos.
 - El papel cuadrículado es opcional para los jugadores que trabajan con **área** usando fichas. Si los jugadores están trabajando con el **perímetro** y usando las piezas lineales rojas, necesitan colocar las piezas en el papel cuadrículado.
- Los jugadores anotan las dimensiones, **área** y **perímetro** del rectángulo que hicieron en sus hojas de anotaciones.
 - Algunos productos no funcionan como perímetros para los rectángulos. En ese caso, los jugadores solamente escriben "imposible" en la línea para ese lanzamiento.
- Los jugadores trabajan juntos para volver a ordenar las fichas o unidades lineales rojas para formar otro rectángulo (con la misma **área** o **perímetro** del que lanzaron para el primer rectángulo) y anotan la información para este en la siguiente línea de la hoja de anotaciones.
 - Los jugadores siguen ordenando y formando rectángulos con esa misma **área** o **perímetro** hasta que no pueden hacer ninguno más.
 - Los jugadores usan un lápiz de color para dibujar una línea a través de la tabla debajo de la información para el último rectángulo que pudieron hacer para un par de números.
- Los jugadores lanzan el dado y construyen tantos rectángulos como pueden para la nueva **área** o **perímetro**.
 - Los jugadores deben continuar trabajando con el tipo de medida que escogieron para esa hoja de anotaciones, en lugar de cambiar del **área** al **perímetro** o viceversa.
 - Si los jugadores lanzan dos números que ya lanzaron hoy o dos números que hacen el mismo producto, lanzan de nuevo.
- Los jugadores siguen lanzando y construyendo rectángulos hasta que **terminan** la tabla o se les termina el tiempo.

Variaciones del juego

- A** Se usa un dado de 6 a 5 y un dado de 4 a 9, en lugar de dos dados de 1 a 6.
- B** Se usan dos dados de 4 a 9, en lugar de dos dados de 1 a 6.

Ilustración 56 Recurso lúdico: área o perímetro

- Polígonos de tangram



Instrucciones de Work Place 6A Polígonos de tangram

Cada pareja de jugadores necesita:

- una hoja de anotaciones 6A de Polígonos de tangram, para compartir
- 2 conjuntos de tangram
- 2 reglas

- Los jugadores deciden cuántas piezas de tangram desean usar para construir cada figura. Escriben ese número en el espacio en blanco en la Hoja de anotaciones de los polígonos de tangram. Los jugadores pueden escoger de 3, 4, 5 o 7 piezas.
- Los jugadores tienen las 7 piezas de tangram para usar, pero utilizarán únicamente el número escogido para construir cada polígono. Por ejemplo, si un jugador escogió construir con 4 piezas, puede usar cualquiera de las 4 piezas del juego completo para cada polígono. Los jugadores no tienen que usar las mismas 4 piezas todo el tiempo.
- Los jugadores trabajan juntos para construir cada uno de los polígonos que se muestran en la hoja de anotaciones. Muchos tienen más de una solución.
- Nota:** Una de las figuras no se puede hacer con 5 piezas, y una figura no se puede hacer con 7 piezas.
- Los jugadores pueden hacer dibujos en papel borrador para mostrar cómo construyeron sus polígonos.
 - Los jugadores pueden utilizar una regla si necesitan ayuda para dibujar líneas rectas.
 - Los jugadores rotulan las piezas de tangram en sus dibujos con las letras de la pieza de tangram, de manera que otros jugadores puedan ver cómo resolvieron los rompecabezas.
 - Los jugadores muestran una o más maneras que pueden encontrar para construir una figura.
- Los jugadores pueden regresar a este Work Place otro día, cada vez cuando un número diferente de piezas y una nueva hoja de anotaciones.


Variaciones del juego

- A** Los jugadores pueden escoger trabajar solos en este Work Place.
- B** Después de cuatro visitas a este Work Place, los estudiantes pueden estar interesados en ver qué otros polígonos se pueden formar con 3, 4, 5 o 7 piezas. Es posible formar una amplia variedad de polígonos irregulares. Los estudiantes pueden crear sus propios rompecabezas/hojas de anotaciones para que los resuelvan los compañeros de clases.

Bridges in Mathematics Grade 1 | Unidad 6, Módulo 1, Sesión 5

Ilustración 57 Recurso lúdico: polígonos de tangram

- Búsqueda de polígonos. Cada jugador deberá realizar polígonos en un tablero de coordenadas y otro deberá adivinar de cuál se trata diciendo varias coordenadas para ver si en algún punto está dibujado el polígono.

 Instrucciones de Work Place 6B Búsqueda de polígonos página 1 de 2

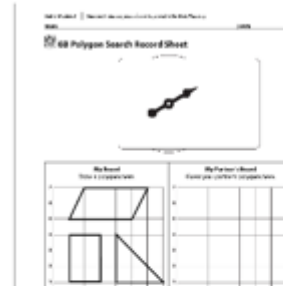
Cada pareja de jugadores necesita:

- 2 hojas de anotaciones de Búsqueda de polígonos
- 2 flechas giratorias
- 2 lápices regulares, 2 lápices rojos y 2 lápices azules
- 2 reglas
- 2 pantallas de privacidad (como carpetas o libros)

1 Trabajando en sus propios dispositivos, ambos jugadores giran tres veces para determinar qué polígonos dibujarán en la cuadrícula de coordenadas de la izquierda, titulada "Mi tablero", en sus hojas de anotaciones.

- Los jugadores pueden dibujar sus polígonos en cualquier parte del tablero.
- Cada figura debe tener un área de al menos 4 unidades cuadradas.
- Cada vértice se debe colocar en donde se intersecan las coordenadas x y y .
- Los polígonos no deben tocarse entre sí ni compartir ningún vértice.

2 Después de que ambos jugadores han dibujado sus figuras sin dejar que su compañero vea, los jugadores deciden quién será el jugador 1 y quién será el jugador 2.



Jugador 1 ¡Bien, estoy listo! ¿Ya terminaste de girar y dibujar tus tres figuras?

- 3** El jugador 1 dice en voz alta un par de coordenadas. El jugador 2 marca el par de coordenadas en su tablero para ver si cae en alguna parte de uno de sus polígonos, y le da al jugador 1 una de cuatro respuestas:
- Acierto, si el par de coordenadas está a en lado del polígono.
 - Vértice, si el par de coordenadas está en un vértice del polígono.
 - Interior, si el par de coordenadas está adentro de un polígono.
 - Falla, si el par de coordenadas no cae encima ni adentro de un polígono.

Ilustración 58 Recurso lúdico: Búsqueda de polígonos



Recursos literarios

- **La geometría del faraón** (de 7 a 9 años): En esta historia se cuentan los inicios de la geometría en el Antiguo Egipto. El protagonista tiene que marcar los límites de los huertos de los campesinos y lo realizará usando cuerdas.

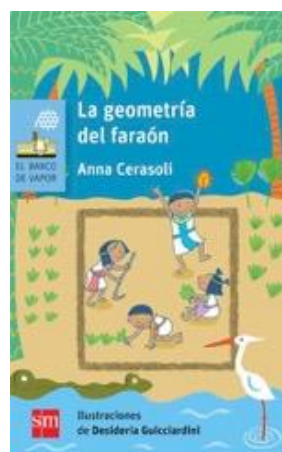


Ilustración 59. La geometría del faraón (Cerasoli, 2015)

- **¡A girar! ¿Ángulos y grados? ¡dales la vuelta!**



Ilustración 60 ¡A girar! (Ferrari, 2007)

- **Canción de las rectas y los ángulos.** Gracias a la letra y a los movimientos que pueden realizar los estudiantes con su propio cuerpo al mismo tiempo que la cantan, ayudará a su memorización de una forma dinámica y divertida.

Recursos tecnológicos

A continuación, se ha realizado una selección y recopilación de vídeos explicativos y apps útiles para aprender, practicar y afianzar los contenidos de este bloque. Cada título tiene el hipervínculo por lo que, pulsando en ellos, se accede al recurso.

- Geoplano online (Geoboard)
- Breve vídeo explicativo de **cómo usar geoboard** y la función de cada icono de la barra de herramientas: <https://youtu.be/-bR3decgTBM>
- App **formas de patrones**
- Vídeos explicativos sobre **ángulos** con actividades posteriores:
 - Introducción a los ángulos
 - Medir y dibujar ángulos
 - Tipos de ángulos
 - Ángulos opuestos por el vértice, complementarios y suplementarios
 - Los ángulos entre rectas que se intersecan
- Vídeos explicativos sobre **área y perímetro** con actividades posteriores:
- Cómo construir un **geoplano “casero”**

- Cómo construir **tiras de mecano**
- Vídeos explicativos sobre clasificación de **triángulos**:
- Cómo construir un transportador de ángulos casero:

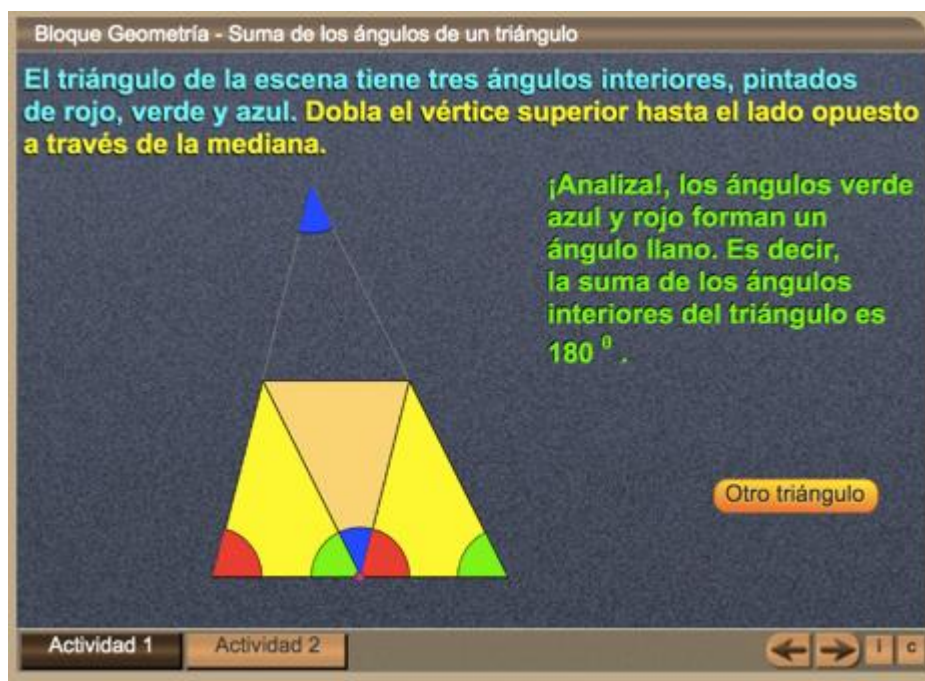


CIERRE



Recursos gráficos

[Suma de los ángulos de un triángulo](#)

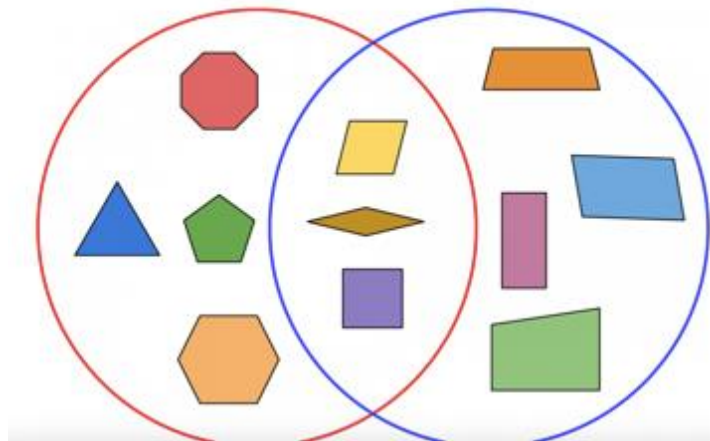


Actividades sobre área y perímetro

Actividades sobre ángulos (Khan Academy). Vídeos explicativos y actividades para practicar conceptos de medición, tipos y dibujo de ángulos.

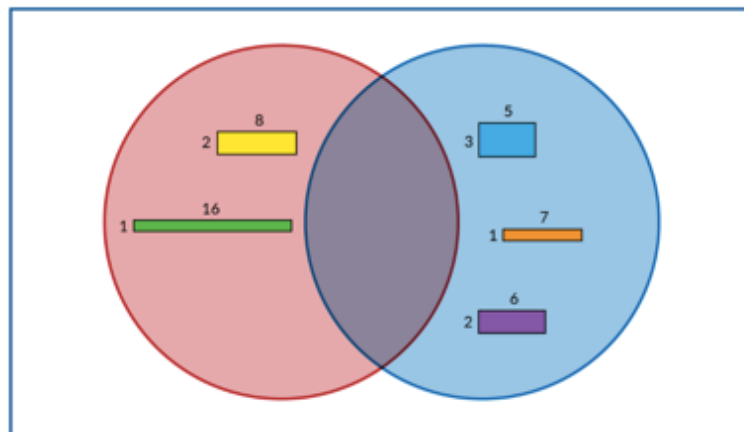
Adivina mi regla: clasificación de polígonos La imagen muestra dos círculos en cuya intersección hay figuras que pertenecen tanto al círculo rojo como al azul. Los estudiantes deben averiguar cuál es la regla para aquellos que sólo pueden estar en el rojo o en el azul y la regla para estar y pertenecer a ambos.

Adivina mi regla: Clasificación de polígonos



Adivina mi regla: Dimensiones Mismo objetivo que el recurso anterior pero teniendo en cuenta las dimensiones de las figuras.

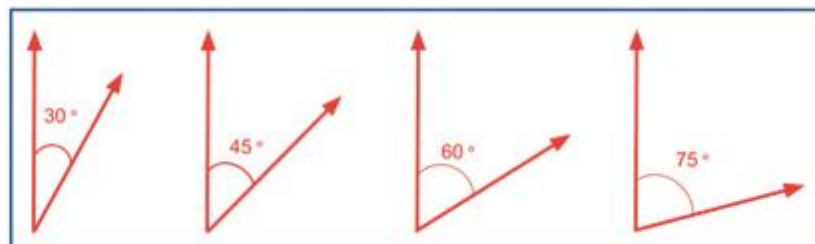
Guess My Rule: Dimensions



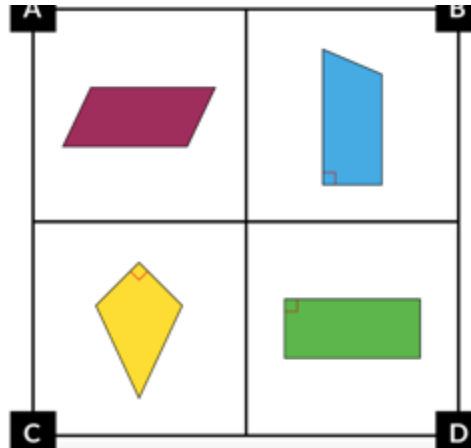
¿Qué va después? Ángulos que aumentan. Observando la imagen sobre la amplitud de cuatro ángulos diferentes, los estudiantes deben pensar cuál sería el siguiente.

¿Qué va después? Ángulos que aumentan

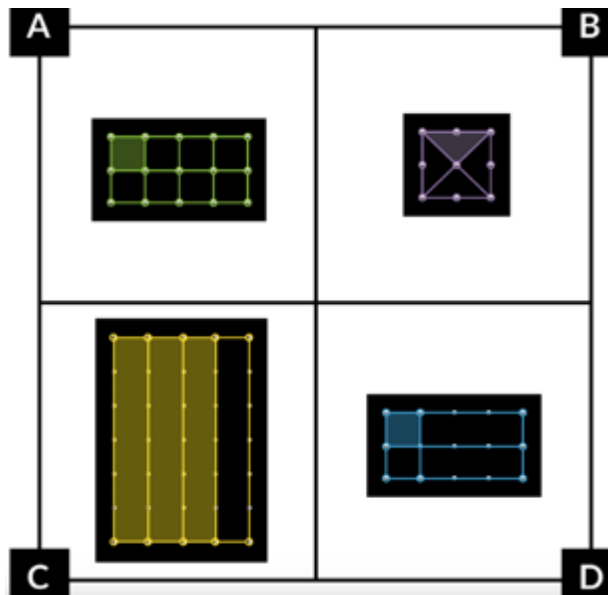
¿Qué ves? ¿Qué te preguntas? ¿Qué va después?



¿A cuál no pertenece? Prueba de cuadrilátero Se muestran cuatro dibujos y los estudiantes deben pensar en las razones por las que *cada uno* de los dibujos podría no pertenecer con los otros tres.



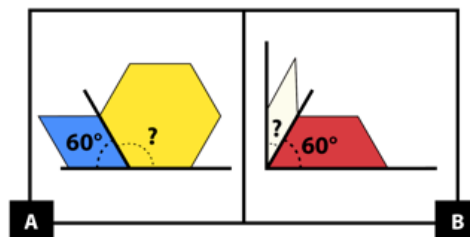
¿Cuál no pertenece? Somos muchas partes:



Igual y diferentes: Ángulos de bloques de patrón Se muestran dos imágenes para que los alumnos razonan en qué se parecen y en qué se diferencian.


Igual y diferentes: Ángulos de bloques de patrón

Observa los dos dibujos. ¿Qué ves?





Sólidos geométricos. Figuras en 3D: Preguntas sobre los elementos de los prismas y pirámides para practicar contenidos.

Identifica partes de figuras en 3D

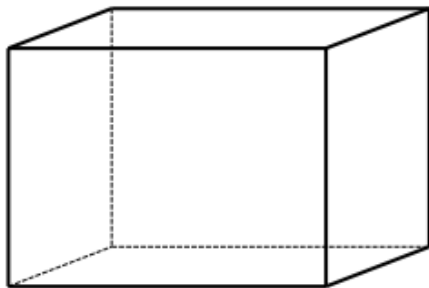
 Google Classroom

 Facebook

 Twitter

 Correo electrónico

¿Cuántas caras tiene la siguiente figura?



Para acabar la sesión, completar la tercera y última cuestión de la rutina de pensamiento: **“qué he aprendido”**.



Hacer las propuestas que se recogen dentro de cada taller con su correspondiente reflexión de lo aprendido

CONCLUSIÓN

Si bien es cierto que nuestro trabajo finaliza con la entrega de la propuesta, consideramos importante señalar que nuestra implicación para con el proyecto continuará ofreciendo nuestra ayuda para comprender completamente el desarrollo de éste y poder asegurar su aplicación, así como verificar su funcionamiento y practicidad y considerar posibles mejoras para futuras ediciones.

Aunque el número de horas del diplomado no son suficientes para llevar a cabo una formación completa de Didáctica de las Matemáticas abarcando todos los contenidos propuestos en la malla curricular inicial, en esta propuesta se ofrecen talleres y recursos para aprender a enseñar todos ellos desde una metodología inclusiva y adecuada que se centre en el desarrollo del estudiante. Si bien es cierto que de esta forma es muy complejo individualizar el aprendizaje y prestar la atención requerida a la diversidad, el docente será responsable de elegir y dotar de mayor importancia a lo que considere oportuno según el contexto de sus estudiantes.

Precisamente por este motivo y puesto que se trata de un proyecto programado para que otros la pongan en práctica, la propuesta no puede ser cerrada, sino que ha de flexibilizarse ofreciendo diferentes opciones para cada contenido. Este ha sido, sin duda, uno de los mayores retos en el desarrollo del trabajo. Cabe destacar, que a pesar de que la propuesta está destinada y adaptada al contexto de Guatemala, es perfectamente aplicable en las aulas de España.

Indudablemente, este trabajo ha contribuido a mi formación tanto profesional como personalmente. He investigado, analizado y aprendido sobre la situación y el sistema educativo de un país totalmente distinto a España, con dicho análisis, hemos diseñado esta propuesta que ha reforzado nuestros valores y la certeza de que una educación inclusiva es posible. Por lo tanto, este proyecto me ha enriquecido de una manera inigualable.

Con nuestra acción, pretendemos el fin social, es decir, ayudar a los maestros para que puedan aplicar en sus aulas todos los conocimientos, destrezas y habilidades innovadoras que les ofrecemos y, así, contribuir a una mejora en la calidad educativa de

todos los niños y niñas, intentado superar las barreras de las metodologías tradicionales y reducir la alta tasa de abandono escolar. A su vez, se han explorado, recopilado y diseñado unas sesiones de cada bloque de contenidos con los recursos matemáticos adecuados teniendo en cuenta cómo debe ser llevado a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y cómo deben ser las actividades matemáticas competenciales (Alsina, 2016).

Además, coincidimos con las conclusiones del proyecto “La medida de nuestra acción” puesto que este Trabajo de Fin de Grado ha servido para que los universitarios tomen conciencia de las desigualdades sociales y económicas que hay entre España y Guatemala [...] Asimismo, este proyecto ha permitido que los futuros maestros descubran la importancia de ajustar las propuestas al contexto social en el que van a realizarse.

Gracias a esta metodología ApS, por un lado, he aprendido a adaptar los contenidos del diplomado a las necesidades de la situación y el contexto actual en Guatemala y, por otro lado, los docentes de Guatemala podrán asistir a una formación adecuada sobre la didáctica de las Matemáticas a través de las TIC.

Por todo ello, me llena de orgullo haber colaborado de manera significativa en una propuesta que mejorará la calidad educativa de un gran número de estudiantes y estoy enormemente agradecida por la confianza depositada y ayuda constante tanto de mi tutora Elsa Santaolalla, como por el equipo de FUNDAP. Sin duda, trabajar junto con mi compañera Ainhoa González, ha sido un placer y compartir con ella cada avance y paso durante el proceso.

Ahora, ya con el proyecto terminado después de muchos meses de trabajo y dedicación puedo sentirme muy orgullosa de todo el esfuerzo que he depositado sobre él y de cómo ha quedado el resultado final. Puedo afirmar que ha sido el proyecto más bonito que jamás he hecho y ha supuesto una transformación tanto en mi persona como en el crecimiento y desarrollo de mi profesión.

BIBLIOGRAFÍA

Libros y artículos

- Alsina, Á. (2010). La pirámide de la educación matemática. *Aula de innovación educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, revista de Educación Matemática*, 33(92), 7-29.
- Alsina, Á. (2019). Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años). Barcelona, España: Editorial GRAÓ.
- Ausubel, D. P. 2002. *Adquisición y retención del conocimiento*, Paidós, Barcelona. [Orig. en inglés, 2000].
- Biniés, P. (2008). *Conversaciones Matemáticas con María Antonia Canals*. Girona, España: Graó.
- Bishop, A. (1999). Enculturación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós.
- Bermejo, V. (2014). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: CCS.
- Bingölbali, E., Bingölbali, F. y Summak, A. E. (2016). Curriculum, Textbooks and Problem Solving. *13th International Congress on Mathematical Education Hamburg*, July 24-31, 2016
- Bruner, J. 1995. *El habla del niño: aprendiendo a usar el lenguaje*, Paidós, Barcelona. [Orig. en inglés, 1983].
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras L. C. y Muñoz-Catalá, M. C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las ciencias*, 25(1), 33–44. Recuperado de: <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v25n1/02124521v25n1p33.pdf>
- Chamorro, M^a. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Education.
- Cerasoli, A. (2015). *La geometría del faraón*. Madrid: Ediciones SM.

DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria, B.O.C.M., Núm. 175 (2014).

De la Torre, F. (2005). *12 lecciones de pedagogía, educación y didáctica*. México: Alfaomega.

Esteve, O., Melief, K. y Alsina, À. (2009). *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado*. Barcelona: Octaedro (en prensa).

Fernández Bravo, J. A. (2003). *La numeración y las cuatro operaciones matemáticas*. Madrid: CCS.

Fernández Bravo, J. A. (2006). *Algo sobre la resolución de problemas matemáticos*. Revista Sigma 29 (pp. 29-42).

Fernández Bravo, J. A. (2007). Metodología didáctica para la enseñanza de la matemática variables facilitadoras del aprendizaje. En Camarena Cabeza, M. D., Aizpún, A. *Aprender matemáticas. Metodología y modelos europeos* (pp. 9-26).

Recuperado

de: <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/PdfServlet?pdf=VP12221.pdf&ar ea=E>

Labrador, J. y Andreu, M. A (2008). *Metodologías activas. Grupo de Innovación en Metodologías Activas (GIMA)* España: Editorial Universidad Politécnica de Valencia (UPV).

Recuperado

de http://www.upv.es/diaal/publicaciones/Andreu-Labrador12008_Libro%20Metodologias_Activas.pdf

Martín, A. J y García, M. (2012). *La fantástica historia de los números*. SA Ediciones Paraninfo.

Moll, L. C. (Comp.). 1993. *Vygotsky y la educación*, Aique, Buenos Aires. [Orig. en inglés, 1990]. (Capítulos 2, 3, 14 y 15).

Mora, F. (2019, septiembre, 5). Francisco Mora: "El cerebro sólo aprende si hay emoción". *Educación* 3.0.

Recuperado

de <https://www.educaciontrespuntocero.com/entrevistas/francisco-mora-el-cerebro-solo-aprende-si-hay-emocion/>

Piaget, J. (1976) *La toma de conciencia*. Madrid: Morata.

- Puig, J. M. (Coord.) (2015) *¿Cómo realizar un proyecto de aprendizaje servicio? 11 ideas clave*. Barcelona: Graó, p.229-231.
- Puig, J. M. y Palos, J. (2006, mayo). Rasgos pedagógicos del aprendizaje-servicio. *Cuadernos de pedagogía*, (357), pp. 60-63. Recuperado de: <https://roserbatlle.files.wordpress.com/2009/03/rasgos-pedagogicos.pdf>
- Puig, J. M., Batlle, R., Bosch, C. y Palos, J. (2007). *Aprendizaje servicio: Educar para la ciudadanía*. Barcelona: Octaedro.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, Boletín Oficial del Estado (BOE) núm. 52 § 2222 (2014).
- Rico, L. (2005). La competencia matemática en PISA. En Fundación Santillana (Ed.), *La Enseñanza de las matemáticas y el Informe PISA* (p. 60). Madrid: Editor. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2238336.pdf>
- Russell, B. (1985). *Introducción a la filosofía matemática*. Paidós: Madrid.
- Santaolalla, E. (2011). Marchando una de matemáticas. *Padres y Maestros*, (341), pp. 10-13.
- Tapia, M. N. (2009). *Fortalezas y debilidades de la labor del voluntariado universitario en América Latina*. Ponencia presentada en el Seminario Internacional Políticas e Instrumentos de Gestión para Potenciar el Voluntariado Universitario. Escuela Universitaria Iberoamericana de Compromiso Social y Voluntariado de la REDIVU, Universidad Autónoma de Madrid, 16-18 de noviembre de 2009.
- Universidad Pontificia Comillas (2017, junio 14). *Nuestra Acción se Multiplica* [Videos]. Recuperado de <https://www.youtube.com/playlist?list=PLwfseCnG07ToYL0hRJ3T0c5cszqjiZlPu>
- Universidad Pontificia Comillas (2018, junio 21). *Dividiendo la acción para agrupar culturas* [Videos]. Recuperado de https://www.youtube.com/playlist?list=PLwfseCnG07To5_yow8CRZf3nng5ABmXOf

Webgrafía

Página web oficial de la Fundación del Valle:

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

<https://www.fundaciondelvalle.org/>

<https://www.fundaciondelvalle.org/proyecto-de-aprendizaje-servicio-guaticas-en-accion-de-universidad-pontificia-comillas-y-fundacion-del-valle/>

<https://www.fundaciondelvalle.org/la-universidad-de-comillas-un-ano-mas-trabaja-con-fundacion-del-valle-en-el-aps-de-este-ano/>

Página web oficial de Fundap:

<https://www.fundap.com.gt/>

ANEXOS

ANEXO 1: Cronograma de inicio del proyecto

Cuando se nos pidió que completásemos un listado de posibles temáticas para el TFG, nosotras, entusiasmadas, escribimos en primer lugar la opción de realizar un proyecto de innovación en el área de Didáctica de las Matemáticas.

Afortunadamente, se nos concedió a las dos nuestra primera opción y Elsa Santaolalla, como tutora del TFG, a mediados de noviembre nos informó sobre el objetivo del proyecto y las necesidades que FUNDAP le había comunicado para cubrir este curso.

Sin embargo, este contexto tan lejano al de España era prácticamente desconocido desde la experiencia de unas estudiantes universitarias de Madrid. Por ello, primeramente, se llevó a cabo una investigación sobre este país de Centroamérica que permitió conocer mejor el lugar en el que se va a desarrollar la propuesta y ayudó a que ésta se ajustase a las necesidades específicas demandadas.

Sin duda, la pobreza es un aspecto a tener en cuenta a la hora de colaborar en un proyecto como este. Por eso, quisimos aportar todo lo que pudiésemos siendo conscientes de las limitaciones.

Concretamente, la coordinadora del equipo de Calidad Educativa de FUNDAP, Indira Ordóñez, se puso en contacto con Elsa Santaolalla [ANEXO 2.1](#) nos informó de que había una carencia de habilidades tecnológicas entre los docentes de Guatemala y que necesitaban nuestra ayuda para digitalizar todos los recursos de la programación e implementar nuevos recursos tecnológicos al diplomado.

Así pues, nos pusimos en contacto con la Fundación en noviembre y el 19 de noviembre recibimos un vídeo de presentación en el que nos daban la bienvenida y nos comentaban cuál era la situación, quiénes eran y cuál era su labor. La siguiente semana, el 26 de noviembre, tras estudiar los documentos que habíamos recibido informativos sobre el diplomado y la malla curricular, redactamos las dudas más esenciales que nos surgieron y a las que necesitábamos dar respuesta para comenzar el proyecto. (Véase el [ANEXO 2.2](#)).

Unas semanas más tarde, el 12 de diciembre nos reunimos por la aplicación de Microsoft TEAMS con el equipo de FUNDAP, los docentes del diplomado, la representante de Fundación del Valle, Belén Valenzuela, nuestra tutora del TFG, Elsa Santaolalla, y

nosotras mismas. En esta reunión pudimos poner cara al proyecto y entablar un contacto directo con ellos, así como resolver algunas cuestiones sobre la organización y la implementación de la formación. Además, Belén Valenzuela, en representación de Fundación del Valle se ofreció a financiar los posibles gastos de gestión o de adquisición de material que surgiesen a la entrega de la propuesta.

Un mes después, el 12 de enero de 2021, recibimos documentación e informes sobre la situación contextualizada de Guatemala en términos de educación, economía, bienestar... que fuimos leyendo para poder contextualizar la emergencia del proyecto y la propuesta a diseñar.

Asimismo, tras un mes y habiendo comenzado a idear la propuesta, el 22 de febrero de 2021, escribimos a Indira Martínez, coordinadora de Calidad Educativa de FUNDAP, para preguntarle algunas dudas más específicas (léase detalladamente en el [ANEXO 2.3](#)).

Por consiguiente, habiendo entendido qué era lo que esperaban de nosotras, nos dispusimos a analizar la malla curricular, los contenidos que aparecían en ella y los materiales que tenían a su disposición. Finalmente, llegamos a la conclusión de que esta propuesta sería una recopilación de recursos de todo tipo que confirmasen una enseñanza significativa y completa de los contenidos básicos de educación primaria. Para ello, partiríamos de los materiales de los que ya disponían como los juegos lúdicos elaborados en proyectos colaborativos anteriores. De este modo, aprovecharíamos recursos con los que ya estaban familiarizados los docentes de FUNDAP y añadiríamos otros que habría que crear o, al menos, guiar para su utilización. Por ello, decidimos que el nombre de la propuesta se conectase con el del gran proyecto inicial GUATEMÁTICAS EN ACCIÓNy, en consecuencia, a los anteriores “Guatemáticas en FR-acción”, “Nuestra acción se multiplica”, “La medida de nuestra acción”, “Dividiendo la acción para agrupar culturas” y “Guate la mente” y concluimos llamar a nuestra propuesta GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN haciendo alusión a la formación telemática del diplomado de Matemáticas en Guatemala y a la continua formación a la que debe someterse el docente.

En cuanto al formato de la propuesta, como en todo gran proyecto, éste ha tenido una evolución y un cambio radical desde las primeras ideas iniciales. Al principio, cuando se

planteó el proyecto se ideó una estructura de desarrollo de contenidos totalmente distinta:

- Iniciar con una actividad dinámica que capte la atención
- Lectura de un artículo inicial sobre la didáctica del bloque
- Recogida y preparación de material de baúl matemático (4-5 objetos manipulativos con paralelismo digital en páginas web con recursos)
- Aplicación del material en talleres activos (1 actividad por contenido principal)
- Redacción en el portfolio creando los propios maestros actividades diferentes con el mismo material.
- Foros de reflexión (por parejas, mini grupos individual...)

Sin embargo, tras el estudio y el análisis bibliográfico sobre Didáctica de las Matemáticas, se acordó realizar el desarrollo de los bloques en base a la pirámide de didáctica de las Matemáticas de Alsina (2010) y la organización de sesiones planteado por Santaolalla y Fernández Rivas (2019), siguiendo también las etapas del acto didáctico de Fernández Bravo (2007) y las fases de aprendizaje de Alsina (2016). Finalizando todo ello en una tabla resumen que se puede consultar en el [ANEXO 5](#).

A este respecto, tras las correcciones y sugerencias de la directora del TFG, Elsa Santaolalla, se decidió incluir también los recursos gráficos, último recurso de la pirámide didáctica de las matemáticas de Alsina (2010), cuya aplicación, en un primer borrador, había sido obviada. De esta forma, se mantenía la pirámide al completo tratando de abarcar todos los contenidos desde cada uno de los recursos propuestos en ella.

Asimismo, el formato de entrega para los docentes de FUNDAP en Guatemala se planteó inicialmente como un enlace desde el que acceder a una carpeta compartida con toda la documentación necesaria para llevar a cabo la propuesta. No obstante, se concluyó que era más conveniente y práctico tener todo adjuntado en la propia propuesta en forma de anexos.

ANEXO 2: Comunicación entre la Universidad Pontificia Comillas (España) y FUNDAP (Guatemala)

Anexo 2.1: Correo enviado por Indira Ordóñez a Elsa Santaolalla

Apoyo en formaciones

indira ordonez <indira.ordonez@fundap.com.gt>

Vie 02/10/2020 22:45

Para: Elsa Santaolalla Pascual <esantaolalla@comillas.edu>

Buenas tardes Elsa, deseo que se encuentre bien. Acá estamos bien gracias a Dios. Le comento estamos realizando formaciones en línea para nuestros maestros el 17 de marzo se suspendieron las clases como producto del ingreso del COVID a Guatemala, ante ello hemos estado realizando diferentes estrategias de acercamiento y de actualización para nuestros directores y maestros, pues pese a las circunstancias los maestros deben seguir actualizándose y la manera más accesible es en línea. Sin embargo estas formaciones están hechas para poder ser realizadas presencialmente y la estamos adaptando para hacerlas de forma virtual. Sin embargo considero que debemos mejorar y especializarnos en este aspecto.

Estoy buscando apoyo para poder ver la posibilidad adecuar algunos diplomados formativos para maestros para poder ser dados en línea, por lo que solicito podamos tener una reunión la otra semana si bien le parece, para poder comentar mi intención y si es posible contar con el apoyo de ustedes en este tema. El martes tengo una reunión vía zoom 9:00 horas Guatemala con una cooperante pero los demás días estoy disponible.

Deseo un feliz fin de semana.

Un abrazo

Indira Mercedes Ordóñez de León
Coordinadora Calidad Educativa



FUNDAP EDUCACION Y SALUD

3ra. Calle 15-16, zona 1, Quetzaltenango
Guatemala C.A.

✉ indira.ordones@fundap.com.gt

☎ 7794-2300 extensión 116

🌐 www.fundap.com.gt

Apoyo en formaciones

indira ordonez <indira.ordonez@fundap.com.gt>

Vie 02/10/2020 22:45

Para: Elsa Santaolalla Pascual <esantaolalla@comillas.edu>

Buenas tardes Elsa, deseo que se encuentre bien. Acá estamos bien gracias a Dios. Le comento estamos realizando formaciones en línea para nuestros maestros el 17 de marzo se suspendieron las clases como producto del ingreso del COVID a Guatemala, ante ello hemos estado realizando diferentes estrategias de acercamiento y de actualización para nuestros directores y maestros, pues pese a las circunstancias los maestros deben seguir actualizándose y la manera más accesible es en línea. Sin embargo estas formaciones están hechas para poder ser realizadas presencialmente y la estamos adaptando para hacerlas de forma virtual. Sin embargo considero que debemos mejorar y especializarnos en este aspecto.

Estoy buscando apoyo para poder ver la posibilidad adecuar algunos diplomados formativos para maestros para poder ser dados en línea, por lo que solicito podamos tener una reunión la otra semana si bien le parece, para poder comentar mi intención y si es posible contar con el apoyo de ustedes en este tema. El martes tengo una reunión vía zoom 9:00 horas Guatemala con una cooperante pero los demás días estoy disponible.

Deseo un feliz fin de semana.

Un abrazo

Indira Mercedes Ordóñez de León Coordinadora Calidad Educativa



FUNDAP EDUCACION Y SALUD

3ra. Calle 15-16, zona 1, Quetzaltenango
Guatemala C.A.

indira.ordones@fundap.com.gt

7794-2300 extensión 116

www.fundap.com.gt

Anexo 2.2: Correo enviado a Indira Ordoñez y sus respuestas para empezar con el diseño del proyecto 26/11/2020

Hemos revisado la malla curricular que nos enviasteis y hemos visto que la estructura de la formación del Diplomado de Matemáticas constaba de 6 sesiones de 16 horas cada una. Nos interesa saber un poco más sobre cómo era esta formación cuando se daba en formato “presencial” para intentar adaptarla al formato online de forma que sea lo más realista posible que vaya a ser interesante y posible realizar por los futuros estudiantes del diplomado. Por eso hacemos estas preguntas relacionadas con las sesiones del diplomado anterior:

¿Cómo se organizaba cada sesión?

A partir del plan de formación y de las agendas que ya están establecidas por el proyecto.

Agenda: consiste en detallar las actividades con su respectivo tiempo de ejecución (plan de clase).

¿Cuál era el número habitual de estudiantes que participaba en este diplomado?

Aproximadamente 45 maestros.

¿Eran sesiones semanales?

Eran mensuales (2 días secuenciales al mes).

¿Cuál era la duración de cada encuentro presencial?

8 horas al día.

¿Eran las 16 horas presenciales?

Sí efectivamente.

¿Había alguna parte de las 16 horas que se computaban en tiempo de trabajo personal en casa?

No. (las 16 horas de formación al mes eran presenciales los trabajos que se les dejaba para realizarlos en la clase eran extra)

¿Qué tiempo se dedicaba a la evaluación?

Hay dos momentos de evaluación:

Por cada sesión se realiza una evaluación sobre el proceso de formación (30 minutos, depende de la cantidad de participantes).

La otra evaluación al final. Se realiza de manera individual en el segundo día de la última sesión, estas se realizan de manera escrita y de manera práctica (8 horas).

¿En esas 16 horas estaban computadas las horas en las que los participantes elaboraban su portafolio y los materiales? ¿o ese tiempo era un tiempo “extra” que los participantes tenían que añadir fuera del horario del Diplomado?

Es un tiempo extra.

¿Tenéis pensado que al pasarlo al formato webinar siga teniendo la misma estructura (en cuanto a tiempo dedicado a recibir formación y tiempo dedicado a elaborar materiales y hacer el portafolio o participar en foros)?

No, deseamos reducir el tiempo a la mitad, 48 horas virtuales y complementarlo con 48 horas de trabajo en casa (elaboración de material, aplicación de las técnicas y estrategias en distintas maneras por ejemplo fotos, videos caseros y diseño de portafolio. Y estamos abiertos a las sugerencias que ustedes pueden aportar para la mejora de esta actividad.

Que es un portafolio: consiste en que cada maestro participante en el diplomado diseña de manera detallada y creativa un documento físico o digital que sirve para evidenciar la aplicación de los conocimientos adquiridos con sus estudiantes y para que el participante pueda reforzar o complementar los diferentes contenidos que se han visto en las diferentes sesiones. A partir de la segunda sesión es revisado por el equipo del proyecto para asesora y asignar una ponderación que se reflejará en la nota alcanzada al final del diplomado (este documento se realiza en casa).

Esta última pregunta es muy importante que nos ayuden a resolverla porque de ella depende la estructura que le demos al programa. No es lo mismo que, en las 16 horas de cada bloque de contenidos tengamos que incluir tiempo de trabajo personal o que las 16 horas sean todas para llenar con contenidos: vídeos, charlas, materiales, ...

Hemos visto que en la metodología del Diplomado hay un listado muy interesante de especificaciones: aprendizaje cooperativo, análisis de casos, puesta en común, tareas dirigidas, aprendizajes prácticos, aprendizaje significativo, aprendizaje por descubrimiento...

Consideramos que todos estos aspectos no deberían perderse al pasar al formato webinar pero nos gustaría que nos ayudarais a imaginar cómo consideráis que podrían trasladarse a un formato no presencial.

Para ello, una de las preguntas “clave” es saber si consideráis que el nuevo formato del Diplomado va a ser online Asíncrono o Síncrono.

El **modelo asíncrono** supone que cada uno de los participantes se conecta a la hora que le viene bien a una web y realiza las tareas que se hayan programado.

El **modelo síncrono**, supone que todos los participantes se conectan a la misma hora y al mismo tiempo a una plataforma o enlace para recibir la formación desde sus dispositivos móviles o sus ordenadores con la guía y de un formador de Fundap que les va orientando y guiando en las actividades que tienen que elaborar.

¿Cómo imagináis que va a ser este Diplomado online:

- **Síncrono?**
- **Asíncrono?**
- **Mixto?**

Mixto, ya que en los webinar que hemos realizado este año nos ha resultado muy efectivo.

¿Lo imagináis como una colección de materiales (vídeos, documentos, tareas, encargos, materiales, foros...) todos alojados en una plataforma web que tenga una estructura fácil de entender de modo que los “estudiantes” hagan el recorrido de forma autónoma?

Si eso es lo ideal para nosotros y practico, pero en la actualidad, no se cuenta con una plataforma que nos facilite ello.

Si la respuesta es SI.

¿Disponéis de una plataforma o soporte web en el que podamos organizar y alojar todos los materiales que preparemos?

Si la respuesta es NO.

Entonces, ¿tenéis pensado que haya un momento concreto en el que todos los participantes se conectan de forma Síncrona, y todos al mismo tiempo están recibiendo la formación desde sus dispositivos móviles o sus ordenadores?

Sí, de hecho, se está trabajando actualmente con diferentes grupos de maestros del suroccidente del país de forma síncrona.

Esta **modalidad síncrona** supone que haya alguien de ustedes dirigiendo o supervisando las sesiones pero igualmente requiere que haya una plataforma virtual a la que conectarse todos al mismo tiempo desde un enlace, **¿Cuál es la plataforma que usan?**

Actualmente utilizamos Google Meet (la utiliza el Ministerio de Educación de Guatemala para webinar con maestros a nivel nacional) por lo cual nosotros la comenzamos a utilizar y Classroom. Posteriormente sería "Canvas" (es nuestro ideal) cuando a nivel institucional se nos sea habilitado dicha plataforma, por ello también es importante migrar nuestros diplomados de manera virtual para estar preparados cuando la fundación nos dé el Ok. En la utilización de esta plataforma, pero por el momento las dos primeras que se mencionan nos han resultado buenas.

En la **modalidad asíncrona**, no es muy importante el número de estudiantes porque cada uno accede a la plataforma en el momento en que le convenga mejor por tiempo, conectividad, etc. Pero en la modalidad síncrona, el número de participantes debe ser limitado para que el docente pueda atenderles a todos.

Además, en el modelo síncrono, es importante tener en cuenta que puede haber fallos de conexión, problemas técnicos... que dificulten el desarrollo de la sesión. Asimismo, para gestionar las conversaciones, turnos de palabra, ... es necesario saber cuántos estudiantes pueden recibir al mismo tiempo.

¿Cuál es el número de participantes que tienen pensado recibir como máximo?

Máximo 45 maestros, para llevar y tener el control de todos.

Como nos habéis pedido que preparemos todo el diplomado, sin contar con materiales previos, y esto es una tarea de mucha envergadura.

Por eso consideramos que es muy importante aprovechar todos los proyectos que hemos elaborado en años anteriores que pueden ser de gran ayuda puesto que no solo hay materiales, sino que también disponemos de los vídeos explicativos que los estudiantes habían preparado y que la Fundación del Valle había grabado y editado con una gran calidad. Entendemos que, en otras ediciones, esos vídeos únicamente los utilizaban los formadores de Fundap para conocer bien los materiales, pero no era necesario mostrarlos a los estudiantes del Diplomado puesto que para eso estaban los formadores de Fundap.

Sin embargo, consideramos que en el formato online del diplomado estos vídeos pueden ser una gran ayuda para complementar los materiales y las explicaciones de manera que, en tres de los 6 bloques de contenidos, tendríamos avanzado el trabajo.

Para los bloques de contenidos:

1. Multiplicación y división;
 - Fracciones;
 - Medida de las magnitudes

Contamos con vídeos y materiales de los proyectos de años anteriores: **¿Les parece oportuno que hagamos una revisión de esos materiales para adaptarlos al formato y estructura de webinar de modo que en tres de los 6 bloques de contenidos no tengamos que generar nuevos materiales?**

Sí es importante realizar una revisión y si es necesario adaptarlo al formato webinar.

Si la respuesta es Si, entonces sería mucho más sencillo organizar un diplomado completo porque tendríamos que:

- Crear una estructura "tipo" para cada uno de los bloques de modo que en todos ellos se siga la misma estructura de presentación del contenido, ejemplos, materiales y encargos
- Para los 3 bloques en los que ya hemos realizado los materiales en años anteriores, aprovecharíamos todos esos materiales para adaptarles a la estructura tipo de este formato digital

- Para los 3 bloques en los que no hemos generado materiales (construcción del concepto número, geometría y estadística) tendríamos que generar materiales para darles contenidos.

En cualquier caso, hay como veis, muchas cuestiones prácticas que tenemos que resolver antes de ponernos a diseñar todo el programa porque es importante saber por ejemplo:

¿Cómo van a pedirles a los maestros que compartan los materiales que les pidan que elaboren ellos?

Classroom. Se utiliza actualmente.

¿Disponen los docentes de habilidades técnicas para hacer los materiales en formato digital?

Sí (fotografías donde se evidencia la aplicación de las técnicas aprendidas, videos no profesionales y portafolio).

Es importante mencionar que nuestros maestros no cuentan con habilidades tecnológicas y lo que saben lo han descubierto de manera empírica.

¿Disponen los docentes de la posibilidad de crear los materiales y grabarse un vídeo mostrando cómo les han quedado?

Sí (a través de un video sencillo no profesional con su teléfono móvil, de baja calidad en la resolución).

¿Cuáles son los requerimientos técnicos mínimos que les van a pedir a los docentes que se inscriban en el curso (tanto los de sus dispositivos móviles o PC, como los que ellos mismos tengan para poder resolver los encargos)?

1. Teléfono móvil con capacidad suficiente para soportar la aplicación o aplicaciones que se utilizarán.
2. En lo mejor de los casos tendremos una minoría que utilizará computadora (PC).
3. Acceso a conectividad (tomando en cuenta que en Guatemala en algunas regiones es deficiente el servicio. La mayoría de los maestros accede a internet por medio de sus datos móviles, una minoría utiliza red Wi Fi).

Son muchas cuestiones, pero todas de gran importancia para que, desde la distancia que nos encontramos y con las dificultades de comprender una realidad que no es la nuestra, podamos trabajar con mayor conocimiento para que el esfuerzo que realicemos sea en beneficio de todos y en un mayor aprovechamiento de los recursos.

Quedamos a la espera.

Un fuerte abrazo

Anexo 2.3: Correo con más dudas y sus respuestas 22/02/2021

En cuanto a los contenidos que aparecen en la malla curricular, ¿podríamos añadir (a los contenidos ya presentes) otros contenidos que nos parecen fundamentales para la

consecución de los objetivos de los bloques? Por ejemplo, incluir el contenido sobre los números romanos (bloque 1), jerarquía de operaciones (bloque 2), las equivalencias entre fracciones (bloque 4).

Si me parece bien.

En relación con la pregunta anterior, ¿podríamos modificar/reagrupar ciertos contenidos de la malla curricular? En caso afirmativo, por supuesto, lo justificaríamos adecuadamente.

OK.

En el bloque 1 (números) y 2 (operaciones básicas) hemos seleccionado tres recursos imprescindibles para estos bloques: **numerator**, las regletas y el ábaco. Nos gustaría saber con cuál de los tres os resultaría más sencillo trabajar (y las actividades que nosotras planteemos serán con ese recurso) y que los maestros pudieran conseguirlo y tener acceso a él.

Abaco y la reglas (regletas) está dentro de su material didáctico. Pero el Abaco puede ser atractivo y sencillo de trabajar.

Sobre la plataforma online para subir los recursos y materiales para la formación, no nos quedó muy clara en la reunión por Teams, cuál iba a ser la elegida para utilizar. Hemos estado mirando e investigando Google Classroom que es una herramienta sencilla que está dando muy buenos resultados, pero querríamos saber con cuál os gustaría trabajar y así nosotras empezar a utilizarla y a familiarizarnos con ella. En el caso de que google Classroom sea la elegida, necesitaríamos que nos facilitarais una cuenta de acceso que nos permitiera subir a nosotras los documentos.

Ya iniciamos los procesos de formación con maestros y directores y las plataformas que se utilizan son google meet y classroom la cual me comentan mis compañeros de trabajo que les ha resultado muy bien. Si no hay alguna disposición sobre la utilización de otra plataforma de parte del Ministerio de Educación y/o alguna de orden institucional seguiremos con ello.

Anexo 2.4: Correo con propuestas y sus preguntas 15/04/2021

Querida Indira,

Esperamos que todo esté yendo bien. En España, Ainhoa y yo, con la gran supervisión y apoyo de nuestra profesora Elsa, estamos trabajando y avanzando en la propuesta del diplomado online. Además, nos alegra informaros de que ya tenemos título para el proyecto y estamos deseando escuchar qué os parece: "Guatemáticas en teleformación". De este modo, mantenemos la esencia del proyecto global y sumamos la novedad telemática de este año. Esperamos que os entusiasme tanto como a nosotras.

Asimismo, nos han surgido varias dudas que necesitamos que podáis resolver cuanto antes ya que nos serían de gran ayuda para ultimar los detalles de la entrega del trabajo dentro de pocas semanas:

1. En el encargo, uno de los contenidos de la malla curricular era **“experimentos matemáticos”**. Suponemos que os referís a talleres experienciales-experimentales como los planteados en proyectos anteriores y sobre los cuales seguimos completando actividades. Aun así, ¿podríais explicarnos brevemente en qué consiste y cómo lo impartís con los docentes en formación?
2. Como sabéis, en este gran proyecto nos gustaría medir su impacto respecto al diplomado anterior. Por ello, vamos a crear **dos cuestionarios** para que sean respondidos por los docentes que van a recibir la formación: uno PREVIO al inicio y otro

POSTERIOR, al final, una vez terminada. En este sentido, nos sería de gran ayuda vuestra colaboración para que nosotras los realicemos adecuadamente.

- En el cuestionario PREVIO: pretendemos conocer información relevante sobre su experiencia docente, participación en formaciones o proyectos de FUNDAP, sus habilidades y conocimientos con la tecnología, cuáles son los recursos tecnológicos con los que cuentan...
 - En el POSTERIOR incluiremos preguntas que sirvan para conocer y medir el impacto que ha supuesto este proyecto, si hemos abordado y cubierto las necesidades requeridas por FUNDAP, el grado de motivación al cursarla, la relevancia que ha tenido la propuesta entregada al impartirla, de los recursos propuestos cuáles son los que consideran más útiles... Por un lado, os pedimos si podéis **facilitarnos algún cuestionario o varias preguntas** que consideréis fundamentales para plantearles. Por otro lado, os proponemos la opción de entregar un **enlace a google forms** para rellenar los cuestionarios telemáticamente compartiéndolo con los profesores y participantes del diplomado. ¿Os parece correcto?
 - Nos gustaría que estos cuestionarios fueran rellenados de manera anónima para garantizar la privacidad y la honestidad de los resultados, pero queremos poder medir el progreso y para ello debemos disponer de un método de identificación. En España a veces pedimos las 4 últimas cifras y la letra del DNI. De modo que si el DNI es 123456789H entonces ponen 6789H. ¿Sería posible pedir esto a los participantes de Guatemala? ¿disponen de algún tipo de identificación con números o letras? ¿cómo se llama?
3. ¿Qué tal os está yendo en los diplomados digitales por ahora? Sería bueno aprovechar la **experiencia** que estáis teniendo **durante los primeros diplomados actuales** para incluir algunas preguntas (que consideréis relevantes) en los cuestionarios. Quizás podamos enviar el cuestionario inicial al **próximo grupo de docentes** que cursen el diplomado para tener una mayor variedad de respuestas y que las conclusiones sobre la situación de los docentes sea lo más precisa posible a la realidad e, incluso, detectar si es necesario mejorar alguna pregunta. ¿Cuándo es comienzo y finaliza el próximo diplomado?
 4. Esta propuesta la tendremos acabada para finales de mayo, pero no la podremos compartir hasta que no sea evaluada y, por lo tanto, el envío podría demorarse hasta mediados de junio. Nos es conveniente explicar a lo largo del trabajo y dominar para la defensa de éste, cuál será el calendario de aplicación de la propuesta. Por lo tanto, nos gustaría saber **cuándo se va a poner en práctica.**

De nuevo, muchísimas gracias por vuestra atención y colaboración. Quedamos a la espera de la respuesta.

Un abrazo "virtual" desde España.

Ainhoa y Ana.

Anexo 2.5: Correo con sus respuestas 22/04/2021

Por este medio remito las respuestas que hicieron llegar por este medio, trabajaron en ello José Montufar y Luisa Sánchez personal que ha llevado a cabo el diplomado de formación de matemáticas.

Deseamos que llenen lo requerido.

Gracias por su apoyo, entusiasmo y profesionalismo al estar trabajando para la virtualización del primer diplomado o curso que tendríamos dentro del proyecto.

Pregunta No. 1

“Experimentos Matemáticos”

¿En qué consiste?

En que los docentes de manera organizada participen y experimenten vivencialmente de forma concreta las actividades experimentales.

¿cómo lo impartís con los docentes en formación?

Se le solicita con anterioridad al maestro los materiales que utilizará en el experimento que presentó el facilitados para que ponga en práctica de manera individual y puedan vivir personalmente el resultado del trabajo realizado. (individual).

Se les solicita con anterioridad a los maestros los materiales que utilizarán en el experimento que presentó el facilitador para que pongan en práctica de manera grupal y puedan vivir en equipo el resultado del trabajo realizado. (grupal).

Otra de las formas de trabajar experimentos es: Los docentes realizan grupos para presentar diferentes experimentos investigado y propuestos por ellos para enriquecer esta actividad para que posterior al diplomado cada maestro tenga variedad de experimentos que ofrecerles a los estudiantes en la escuela (tipo feria de experimentos).

Pregunta No. 2

“Cuestionarios”

Propuesta:

Cuestionario para docentes

“Previo”

1. PERFIL DEL DOCENTE

Escriba los primeros 4 dígitos de su DPI (documento personal de identificación)

¿Nombre de la Escuela donde labora?

¿Nivel académico?

¿Ha recibido talleres o diplomados por parte del proyecto fomento de la calidad Educativa?

Si -----No-----

¿Años de experiencia como docente?

¿Grados que ha impartido y frecuencia de los mismos

Grado	No. de veces

Grado que imparte actualmente

¿Con qué recursos tecnológicos cuenta usted??

- [Computadora portátil](#)
- [Computadora de escritorio](#)
- [Tablet](#)
- [Teléfono inteligente](#)

2. INFORMACIÓN DE LA ESCUELA

Nombre de la escuela:

Municipio:

Departamento:

¿Con qué recursos tecnológicos cuenta el centro educativo donde usted labora?

3. ASPECTOS PEDAGÓGICO

¿Cuáles son las plataformas tecnológicas que ha utilizado para recibir formaciones en línea?

- [Goole Meet](#)
- [Zoom](#)
- [Teams](#)
- [Skype](#)
- [Messenger](#)
- [Facebook](#)

¿Prepara su clase con anticipación?

- [Si](#)
- [No](#)
- [Parcialmente](#)

¿Aplica técnicas modernas de enseñanza del área de matemática?

- [Si](#)
- [No](#)
- [Parcialmente](#)
- [No aplica](#)
- [Especificar / medio de verificación](#)

¿Aplica métodos concretos en su aula?

- Sí
- No
- Parcialmente
- No aplica
- Especificar / medio de verificación

¿Las aulas cuentan con rincones de aprendizaje del área de matemática?

- Si
- No
- Parcialmente
- No aplica
- Especificar / medio de verificación

Relaciona los conocimientos previos de los estudiantes con los temas de las clases

- Si
- No
- Parcialmente
- No aplica
- Especificar / medio de verificación

¿Posee material didáctico de matemática en su aula?

- Si
- No
- Parcialmente
- No aplica
- Especificar / medio de verificación

¿Qué actividades realiza para su actualización pedagógica?

- Estudia en la universidad
- Lee libros
- Se capacita constantemente
- Otro

Propuesta:
Cuestionario para docentes
“Posterior”

¿Prepara su clase con anticipación?

Si___No_____

¿Aplica técnicas sugeridas del diplomado de Matemáticas?

Si___No_____ Especificar / medio de verificación_____

¿De las técnicas que ha implementado mencione al menos tres de ellas las que más le ha funcionado?

¿Cómo se evidencia la aplicación del material y las técnicas compartidas en el diplomado?

¿Ha sido favorable los resultados al aplicar lo aprendido en las formaciones?

¿Se han presentado limitaciones al momento de aplicar en clase lo aprendido en las formaciones?

¿En caso de haber limitaciones y ya fueron resueltas, cómo las solucionó?

¿En qué le ha ayudado las formaciones para mejorar su desempeño laboral?

Pregunta No. 3

¿Qué tal os está yendo en los diplomados digitales por ahora?

En las primeras formaciones virtuales, nos está yendo muy bien, es un reto para nosotros, como equipo, trabajar con esta modalidad. Los maestros están recibiendo las formaciones con mucho entusiasmo, responsabilidad y compromiso, esto nos compromete a estar en constante actualización en las diferentes herramientas tecnológicas para ofrecerle a nuestros beneficiarios una alternativa para que la educación de calidad llegue a los estudiantes.

Pregunta No. 4

¿cuándo se va a poner en práctica?

Se tiene contemplado en julio o agosto 2021. Esto debido a que ya iniciaron algunos diplomados y otros están por iniciar, por ello es necesario calendarizar en junio los que se realizarán en el siguiente semestre. El cual está contemplado realizar el que ustedes están virtualizando.

Anexo 2.6: Correo con preguntas y sus respuestas sobre los cuestionarios 01/05/2021

Deseo que se encuentren bien anhelando un fin de semana de salud y bienestar, remito respuestas a las interrogantes que fueron trabajadas por José Montufar y Romeo Cabrera, cualquier inquietud no duden en escribirnos, y/o si desean que se amplíe mejor en relación a la prueba que desean elaborar, podemos reunirnos la otra semana si les queda bien, solo nos indican el día y hora para poder agendar.

Respuesta a las preguntas solicitadas.

1. ¿Qué **diplomados** ofrece FUNDAP? Qué áreas, por ejemplo: lengua, tecnología... Queremos recoger y analizar aquella información y datos referidos a otros diplomados, no solo el de matemáticas, ya que ayudará a posibles mejoras futuras.

Educación Lúdica

Lenguaje Integral

Enseñanza Abierta

Matemática para la vida

2. ¿Desde qué **edad** se realizan los diplomados y hasta más o menos cuál? Vamos a poner intervalos de edades, por ello, necesitamos saber el intervalo/rango de edad de los maestros. Por ejemplo: desde los 20 años hasta los 50 años.

20 a 30

31 a 40

41 a 50

Mas de 50

3. **Años de experiencia docente:** al igual que en la pregunta 2, necesitamos saber qué años de experiencia pueden tener los participantes. Por ejemplo: desde ninguno hasta 15 años de experiencia.

0 a 5

6 a 10

11 a 15

16 a 20

21 a 25

26 a 30

Mas de 30

4. Para especificar el **nivel académico máximo que los participantes han cursado**, hemos propuesto 3 opciones (Foto adjunta de la pregunta con opciones) y necesitamos verificarlas y saber si hay más “niveles” de formación previa de los participantes que podamos ampliar y añadir. Por ejemplo: Universidad...

Se sugiere que queden así las opciones:

Educación media (Magisterio)

Educación media (Bachillerato)

Profesorado

Licenciatura

Maestría

5. ¿Con qué **recursos tecnológicos cuenta el centro educativo** donde usted labora? Necesitamos varias opciones cerradas similares como: tablets, computadora portátil...

Computadora portátil

Computadora de escritorio

Tablets

Televisor

Acceso a internet

6. Una de las respuestas a la pregunta de: ¿Aplica técnicas modernas de enseñanza del área de matemática? Es “**medios de verificación**”, necesitamos saber qué son y un listado de cuáles.

Medios de verificación

- Fotografías
 - Materiales didácticos
 - Los estudiantes están familiarizados con la técnica.
7. En el POST cuestionario, en el apartado de “aspectos pedagógicos”, hay preguntas abiertas, necesitamos que nos deis **posibles opciones “específicas/concretas”** para que los estudiantes las seleccionen:

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

- ¿De las técnicas que ha implementado mencione al menos tres de ellas las que más le ha funcionado?

El diplomado contiene bastantes técnicas, por lo que es mejor que nos escriban las que más han implementado

- ¿Cómo se evidencia la aplicación del material y las técnicas compartidas en el diplomado?

- Rincones de aprendizaje
- Materiales manipulativos de matemática
- Portafolio (documento elaborado por cada maestro durante el diplomado)
-

- ¿Se han presentado limitaciones al momento de aplicar en clase lo aprendido en las formaciones? ¿Cuáles?

- Tiempo
- Carencia de materiales
- Carencia de recursos económicos

- En caso de haber limitaciones y ya fueron resueltas, ¿cómo las solucionó?

Asesoría del director
Asesoría del orientador pedagógico
Cada niño elaboró material
Comprando material con sus propios fondos

- ¿En qué le ha ayudado las formaciones para mejorar su desempeño laboral?

- Mejorar mis clases en el aula
- Utilización de variedad de materiales y técnicas
- Mejora el rendimiento de los estudiantes
- Mejora la participación de los estudiantes
- Fomento en el aula del aprendizaje cooperativo

ANEXO 6: Objetivos y estándares de aprendizaje de cada uno de los bloques de contenidos.

Anexo 6.1: BLOQUE 1: Números

BLOQUE 1: Números		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<ol style="list-style-type: none"> 1. Análisis sobre metodologías activas para la enseñanza de la matemática en el nivel primario 2. Estrategias alternativas para la enseñanza de los números. 3. Ordenación de números, clasificación y series numéricas. 4. Composición y descomposición de números naturales. 5. El Sistema de Numeración Decimal: valor posicional de sus cifras (recta numérica). Numeración maya. 6. Acertijos Matemáticos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Analizar distintas metodologías para la enseñanza de la matemática 2. Diseñar estrategias para la enseñanza de los números 3. Clasificar los números según diferentes criterios. 4. Descomponer y componer números naturales atendiendo a su valor posicional. 5. Reconocer, comprender y representar números decimales. <p>Conocer el sistema de numeración maya</p>	<ol style="list-style-type: none"> 3.1 Clasifica números naturales y decimales según diferentes criterios: de una cifra, de dos, números pares o impares... 3.2 Ordena números naturales 3.3 Utiliza los números ordinales en contextos reales 3.4 Ejecuta series numéricas con patrones dados 4.1 Descompone y compone números naturales 5.1 Reconoce, comprende y representa números decimales. 5.2 Situa los números naturales y decimales dentro de la recta numérica. 5.3 Conoce el sistema de numeración maya

Anexo 6.2: BLOQUE 2: Operaciones básicas

BLOQUE 2: Operaciones básicas		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<p>1. Operaciones con números naturales: adición Estrategias alternativas para la enseñanza de Suma, Sentido de la suma, Suma de U hasta CDU.</p> <p>2. Estrategias alternativas para la enseñanza de Resta.</p> <p>3. Operaciones con números naturales: sustracción Sentido de la Resta de U hasta CDU.</p> <p>4. La multiplicación como suma de sumandos iguales y viceversa. Las tablas de multiplicar.</p> <p>5. La división como reparto. Estrategias alternativas para la enseñanza de la División: Sentido de la división, Cálculo de la división</p> <p>6. Potencia como producto de factores iguales.</p> <p>7. Raíz cuadrada.</p>	<p>1. Comprender la operación de suma con números naturales</p> <p>5. Comprender de manera significativa el concepto de dividir</p> <p>6. Operar con potencias.</p> <p>6 y 7. Reconocer la potencialización y radicación como operaciones inversas</p>	<p>1.1 Comprende los distintos significados de la suma (añadir, juntar, agrupar, reunir)</p> <p>1.2 Realiza la suma utilizando diversos algoritmos</p> <p>2.1 Comprende los distintos significados de la resta (sacar, los que faltan para llegar a...)</p> <p>4.1 Comprende la multiplicación como suma repetida y como área</p> <p>4.2 Construye las tablas de multiplicar</p> <p>4.3 Mecaniza el algoritmo de la multiplicación</p> <p>5.1 Asocia la operación de división con repartos equitativos</p> <p>5.2 Distingue los dos tipos de divisiones: de medida y partitiva</p> <p>5.3 entiende el significado del “resto” de una división</p> <p>6.1 Calcula potencias</p> <p>Opera con los números sabiendo la jerarquía de operaciones</p>

Anexo 6.3: BLOQUE 3: Geometría

BLOQUE 3: Geometría		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conoce el concepto de ángulos, realiza mediciones y trazado de los mismos. 2. Clasificación de los triángulos atendiendo a la medida de sus lados y sus ángulos 3. Construcción de sólidos geométricos. 4. Concepto y cálculo de perímetro de triángulos y cuadriláteros (en cm. y metros). 5. Estrategias para enseñar área y perímetro 6. Cálculo del área de rectángulo, cuadrado y de figuras combinadas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar, medir y trazar ángulos en diferentes posiciones. 2. Clasificar triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos, identificando las relaciones entre ellos. 3. Construir sólidos geométricos utilizando herramientas de dibujo. 4. Calcular el perímetro de triángulos y cuadriláteros. 5. Aplicar los conceptos de perímetro y superficie de figuras para interpretar situaciones de la vida diaria. 6. Comprender el método de calcular el área de rectángulos, cuadrado y aplicarlo a figuras combinadas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 1 Conoce los diferentes tipos de ángulos: recto, agudo, obtuso, complementarios y suplementarios 2.1 Conoce la clasificación de triángulos según sus lados y sus ángulos 3.1 Utiliza instrumentos de dibujo y herramientas tecnológicas para la construcción y exploración de formas geométricas. 5.1 Calcula el área y perímetro de figuras planas.

Anexo 6.4: BLOQUE 4: Fracciones

BLOQUE 4: Fracciones		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<p>1. Identificación de los elementos de conjuntos numéricos fraccionarios.</p> <p>2. Iniciación a los números decimales. Equivalencia entre fracciones y decimales.</p> <p>3. Cálculo de operaciones combinadas de suma y resta de fracciones con diferente denominador.</p> <p>4. Cálculo de multiplicación de entero por fracción, fracción por entero, fracciones por fracciones.</p> <p>5. Cálculo de división de entero entre fracción, fracción entre entero y fracción entre fracción.</p> <p>6. Solución de problemas en los que utiliza una o dos operaciones aritméticas con fracciones o decimales.</p>	<p>1. Conocer las equivalencias entre decimales y fracciones.</p> <p>2. Realizar cálculos aritméticos de adición, sustracción, multiplicación, división con fracciones.</p> <p>3. Resolver problemas sencillos que impliquen una o dos operaciones con fracciones o decimales.</p>	<p>1.1 Reconoce el uso de los números decimales en distintos contextos de la vida cotidiana, justifica su utilidad y da automáticamente las expresiones decimales de fracciones sencillas.</p> <p>1.2 Muestra mediante ejemplos la equivalencia de fracciones.</p> <p>1.3 Ordena fracciones después de haber hallado sus correspondientes expresiones decimales.</p> <p>1.4 Escribe la expresión decimal de una fracción.</p> <p>1.5 Dada una fracción o un número decimal, halla el otro.</p> <p>2.1 Suma y resta fracciones con el mismo denominador.</p> <p>2.2 Multiplica y divide entre sí números enteros y fracciones.</p> <p>3. Comparte estrategias de enseñanza que le ayudan a comprensión y aplicación de las fracciones para solución de problemas.</p>

Anexo 6.5: BLOQUE 5: Medida

BLOQUE 5: Medida		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<p>1. Estimación y medición de longitud, peso y capacidad utilizando diferentes unidades.</p> <p>2. Interpretación de la escala de medición de la temperatura, grados sobre cero y grados bajo cero.</p> <p>3. Medida de tiempo. Equivalencias entre las diferentes unidades de tiempo.</p> <p>4. Resolución de problemas que involucren el uso de la moneda nacional: suma, resta, multiplicación y división.</p>	<p>1. Identificar unidades de medida de longitud, peso, capacidad y temperatura.</p> <p>2. Calcular equivalencias entre sistemas de medida para: longitud, superficie, volumen, peso, temperatura, moneda y tiempo.</p> <p>3. Resolver problemas utilizando las diferentes unidades de medida y la moneda nacional.</p>	<p>1.1 Estima y calcula las medidas de un objeto según su longitud, peso y capacidad utilizando diferentes unidades.</p> <p>1.2 Identifica las unidades del Sistema Métrico Decimal estudiadas hasta el momento.</p> <p>1.3 Utiliza un termómetro para medir la temperatura del ambiente.</p> <p>2.1 Establece equivalencias entre el metro y sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>2.2 Establece equivalencias entre el gramo y sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>2.3 Establece equivalencias entre el litro y sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>3.1 Resuelve problemas utilizando las unidades de medida usuales, convirtiendo unidades en otras de la misma magnitud, expresando los resultados en las unidades de medida más adecuadas y explicando oralmente y por escrito el proceso seguido.</p> <p>3.2 Resuelve problemas utilizando estrategias de razonamiento y conectando con situaciones cotidianas.</p>

Anexo 6.6: BLOQUE 6: Iniciación a la Estadística

BLOQUE 6: Iniciación a la Estadística		
CONTENIDOS	OBJETIVOS	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
<p>1. Recogida de datos. Utilización de la información que obtiene de diferentes elementos y fenómenos que ocurren en su contexto social, cultural y natural y la expresa en forma gráfica y simbólica.</p> <p>2. Análisis e interpretación de diferencias de datos numéricos.</p> <p>3. Presentación e interpretación de información gráfica (barra simple, circular, poligonal o lineal).</p>	<p>1. Utilizar plantillas para anotar y hacer el recuento posterior de los resultados obtenidos, en observaciones sistemáticas llevadas a cabo dentro de un período de tiempo. Por ejemplo: temperaturas durante una quincena, lluvia durante un mes, etcétera.</p> <p>2. Representar por medio de tablas de frecuencia, gráficas de barras y circulares la información estadística de hechos de su entorno natural y cultural.</p> <p>3. Interpretar gráficos estadísticos (de barras, poligonales y de sectores) con datos sobre situaciones que sean familiares y realizar análisis críticos.</p>	<p>1.1 Toma datos de su entorno.</p> <p>1.2 Diferencia entre el dato más bajo y el más alto (datos no agrupados).</p> <p>2.1 Utiliza la información que obtiene de diferentes elementos y fenómenos que ocurren en su contexto social, cultural y natural y la expresa en forma gráfica, descriptiva y simbólica.</p> <p>2.2 Organiza información recopilada en tablas de frecuencias, gráficas de barras y circulares.</p> <p>3. Interpreta gráficos estadísticos sencillos (de barras, lineales y de sectores) y realiza un análisis crítico de los resultados.</p>

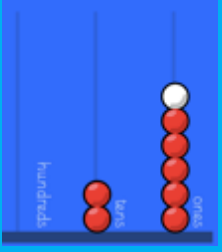


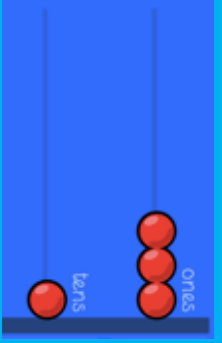


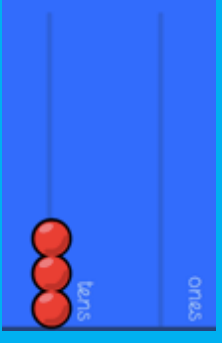


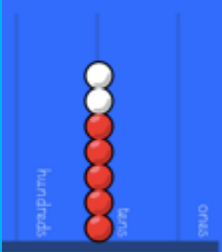


ANEXO 7: Artículos por temática

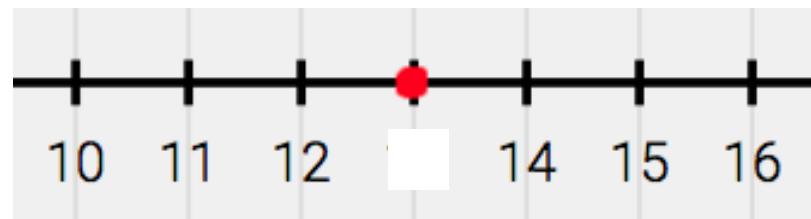
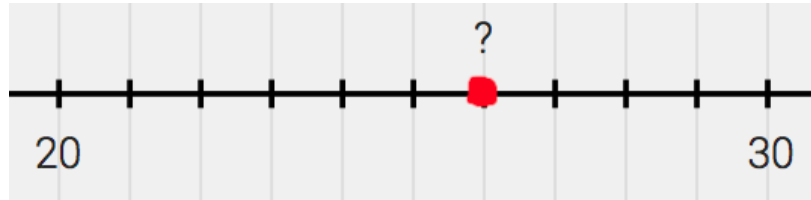
Título artículo con enlace	Autor(es)	Temática	Número de páginas
Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo.	Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C.	Desarrollo profesional y formación	12
Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación.	Flores, P.	Desarrollo profesional y formación	22
El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado	Alsina, Á.	Desarrollo profesional y formación	9
GUÍA PARA PADRES PARA Fomentar el Éxito Escolar: Matemáticas en la escuela preparatoria	National PTA	Para familiares	4
AYUDANDO A SU HIJO CON LA MATEMÁTICA DE HOY : Promover las habilidades que necesitan para tener éxito en la escuela y en la vida	National PTA National Education Association	Para familiares	3
Neurociencias y Enseñanza de la Matemática. Prólogo de algunos retos educativos	Fernández Bravo J.A.	Didáctica de las Matemáticas	12
Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares.	Marín, A., Lupiáñez J. L.	Didáctica de las Matemáticas	9
La educación matemática en las primeras edades	Canals, M. A.	Didáctica de las Matemáticas	12
La competencia matemática en PISA	Rico, L.	Didáctica de las Matemáticas	20
La adquisición de competencias básicas en Educación Primaria : una aproximación interdisciplinar desde la Didáctica de la Lengua y de las Matemáticas	Llach, S., Alsina Á.	Didáctica de las Matemáticas	16

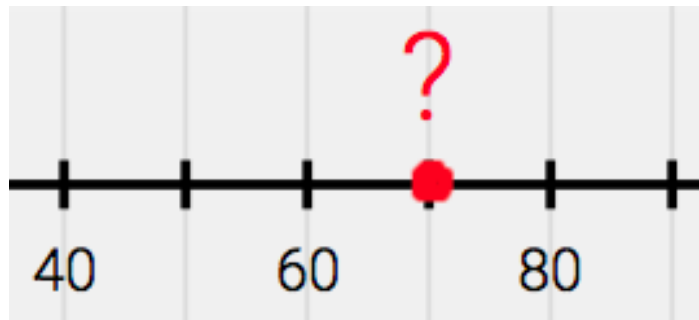
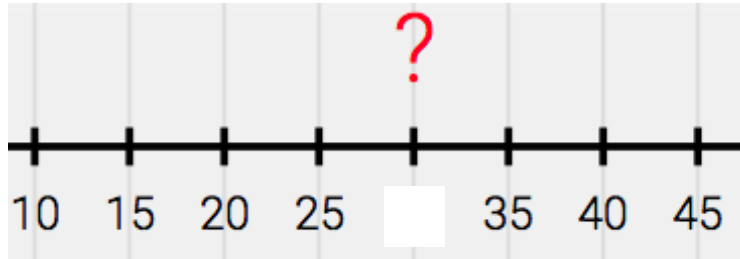
Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

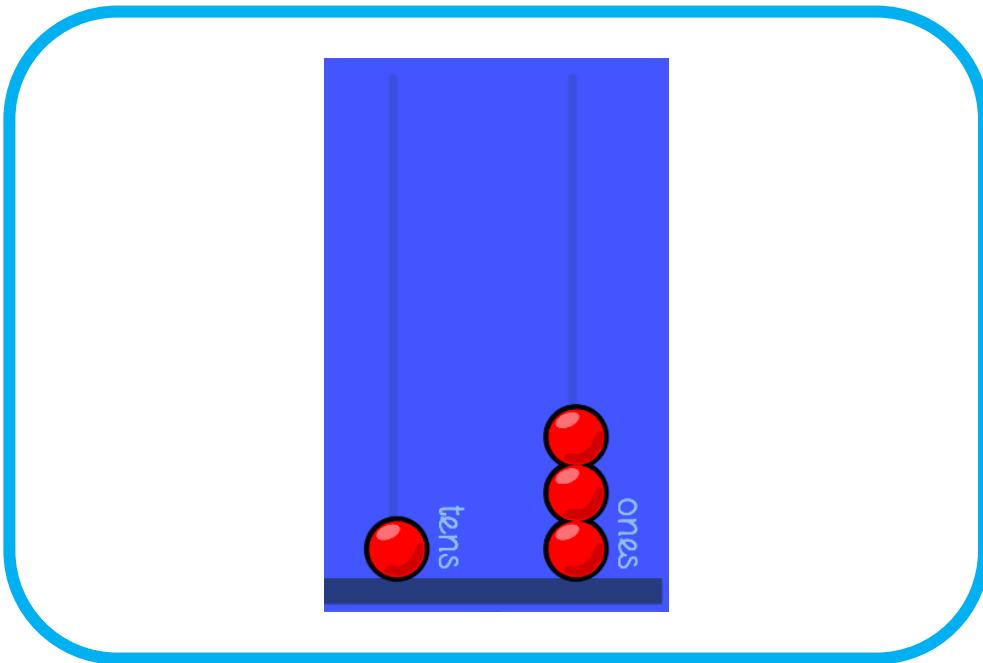
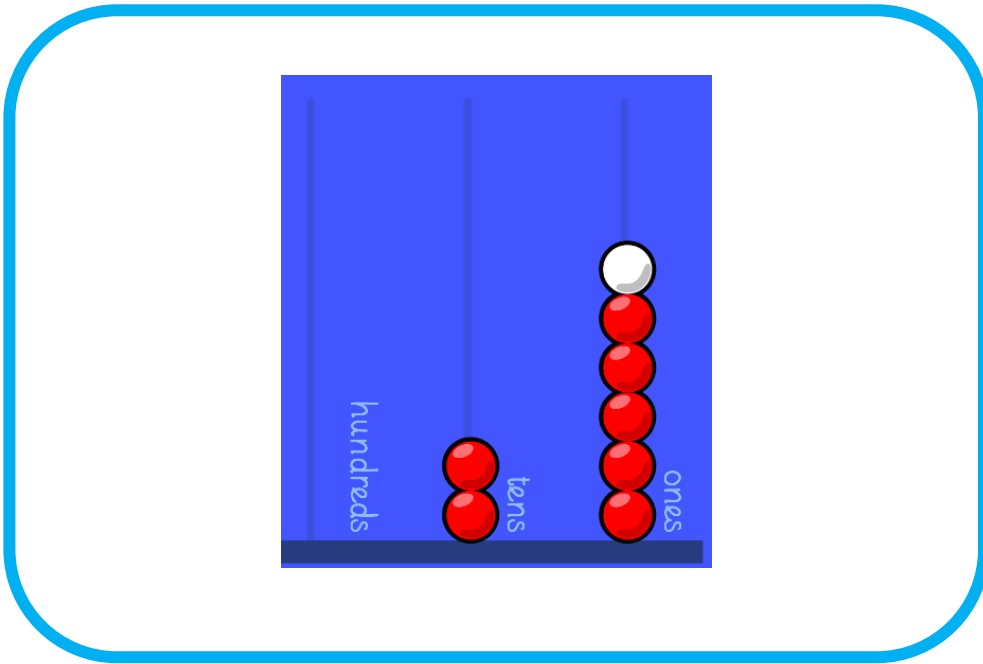
Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula	Alsina, Á.	Didáctica de las Matemáticas	23
Aprender matemáticas. Metodología y modelos europeos	Instituto Superior de Formación al Profesorado	Didáctica de las Matemáticas	23
Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: vinculando investigación con buenas prácticas	Alsina, Á.	Didáctica de las Matemáticas	19
La «pirámide de la educación matemática» : Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática	Alsina, Á.	Didáctica de las Matemáticas	5
¡Marchando una de Matemáticas!	Santaolalla, E.	Didáctica de las Matemáticas	4
Aprender a hacer y conocer: el pensamiento lógico	Fernández Bravo, J. A.	Didáctica de las Matemáticas	19
Desarrollo del pensamiento lógico-matemático : el concepto del número y otros conceptos	Fernández Bravo, J. A.	Didáctica de las Matemáticas	4
Algo sobre resolución de problemas matemáticos en Educación Primaria	Fernández Bravo, J. A.	Didáctica de las Matemáticas	13
La inestabilidad de la normalidad del error en la actividad escolar. ¿Cuánto de error tienen los errores que cometen los estudiantes?	Fernández Bravo, J. A.	Didáctica de las Matemáticas	22
El concepto de fracción: Actividades para desarrollar el significado de la relación parte-todo	Bufo, Á.	Didáctica de las Matemáticas	7
Matemáticas y juego	Alsina, Á.	Didáctica de las Matemáticas	3
El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas	Tamayo, C. A.	Didáctica de las Matemáticas	4

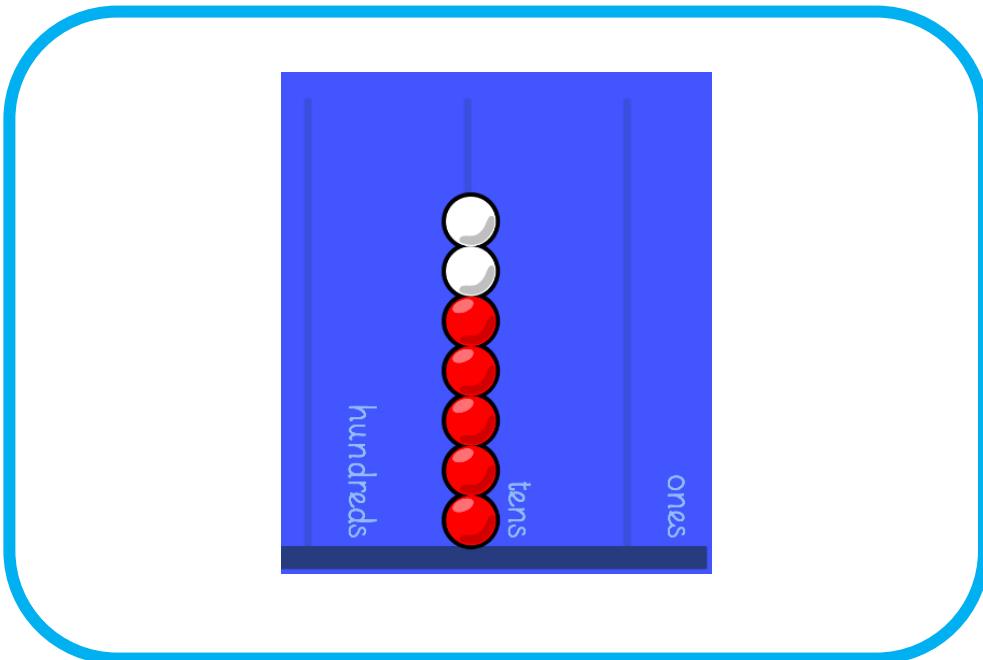
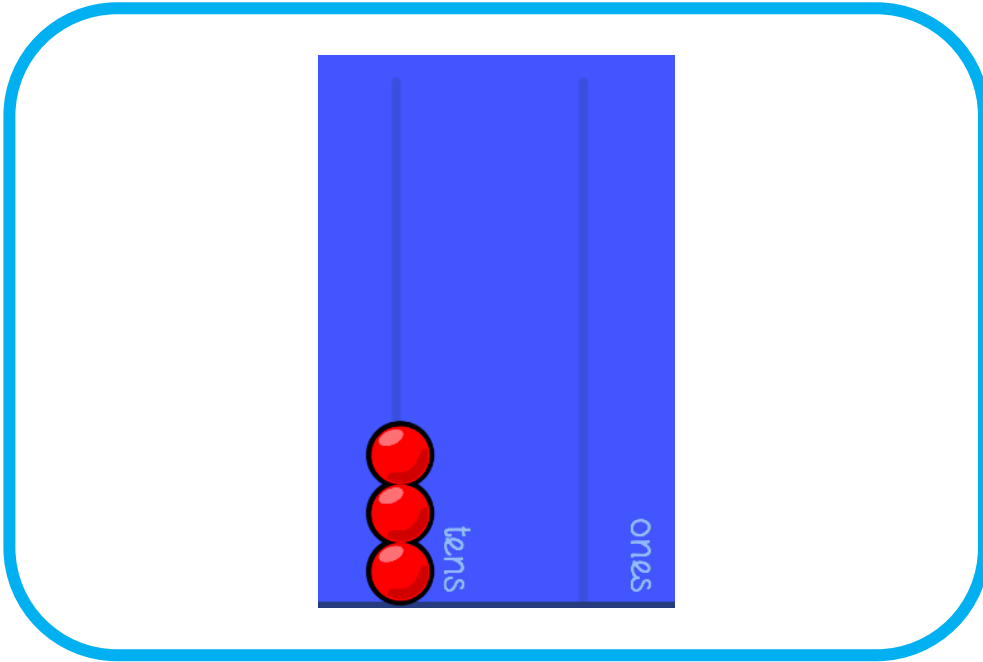
Anexo 8: Tabla de categorías y tarjetas del memory

Números elegidos	Representación en el ábaco	Recta numérica	Matematización del entorno	Suma
26				10+16
13				20-7
30				10+10+10
70				50+20









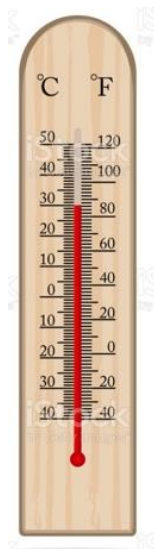
$$10+16$$

$$20-7$$

$$10+10+10$$

$$50+20$$





Anexo 9: Cartones del bingo sumas y restas (6-7 años)

EL NÚMERO ANTERIOR A 20		EL ANTERIOR A 24	
25-5	12+10	27-3	13+13

EL ANTERIOR A 28		EL ANTERIOR A 32	
39-11	14+16	42-10	15+19

20-1	12+9	29-2	16+13
	EL NÚMERO SIGUIENTE A 21		EL NÚMERO SIGUIENTE A 29



	EL NÚMERO SIGUIENTE A 16		EL NÚMERO SIGUIENTE A 27
11+10	29-11	16+12	35-5

Proyecto de innovación educativa
GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN



	EL NÚMERO SIGUIENTE A 20		EL NÚMERO SIGUIENTE A 32
13+7	33-11	13+19	36-2

39-8	20+13		EL NÚMERO SIGUIENTE A 24
	EL NÚMERO SIGUIENTE A 33	18+6	29-3

25+6	39-6	EL NÚMERO ANTERIOR A 16	
EL POSTERIOR A 31		27-11	9+9

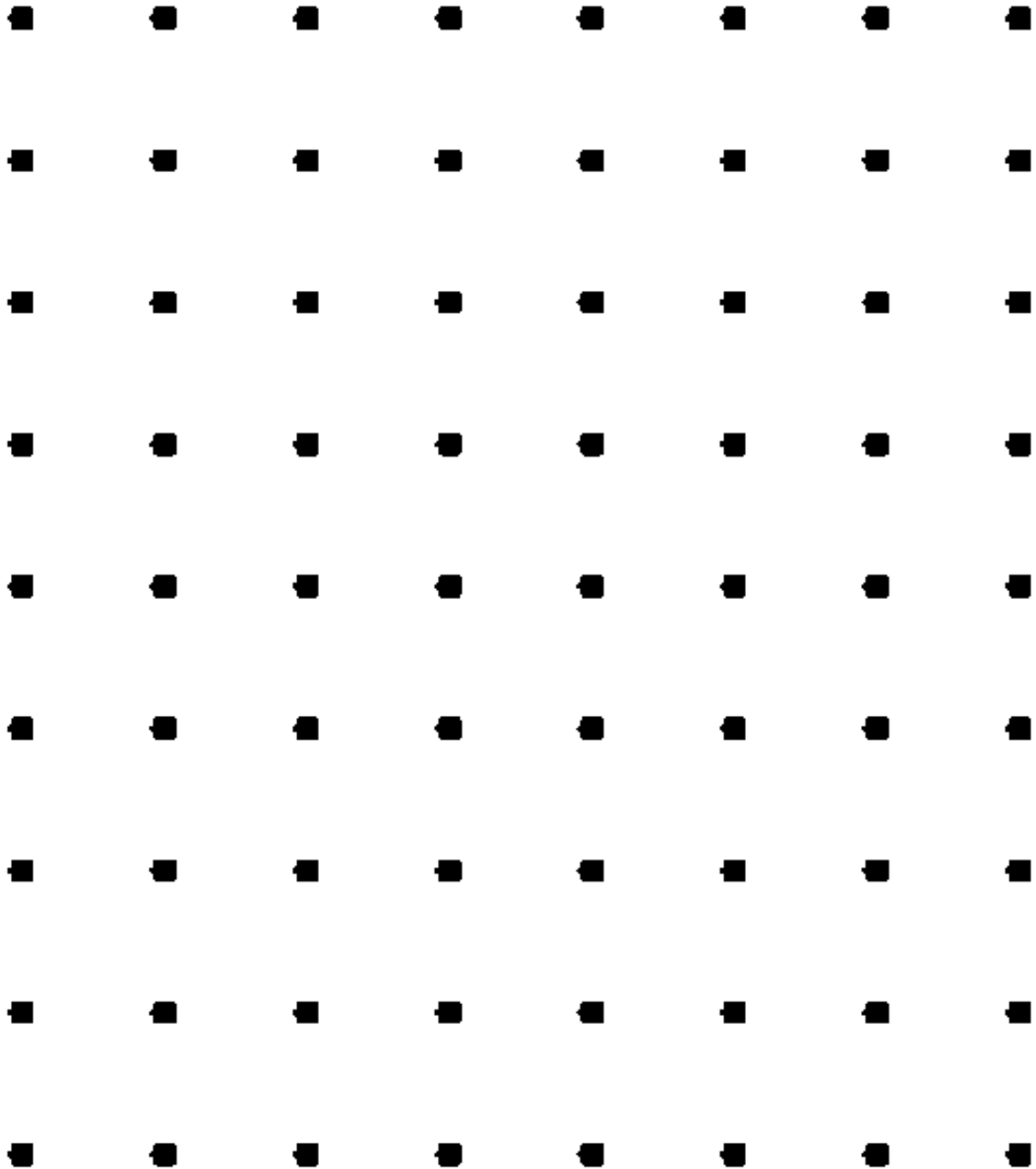
25-10	12+5	29-6	17+8
	EL NÚMERO POSTERIOR A 17		UNO MENOR QUE 27

Proyecto de innovación educativa
 GUATEMÁTICAS EN TELEFORMACIÓN

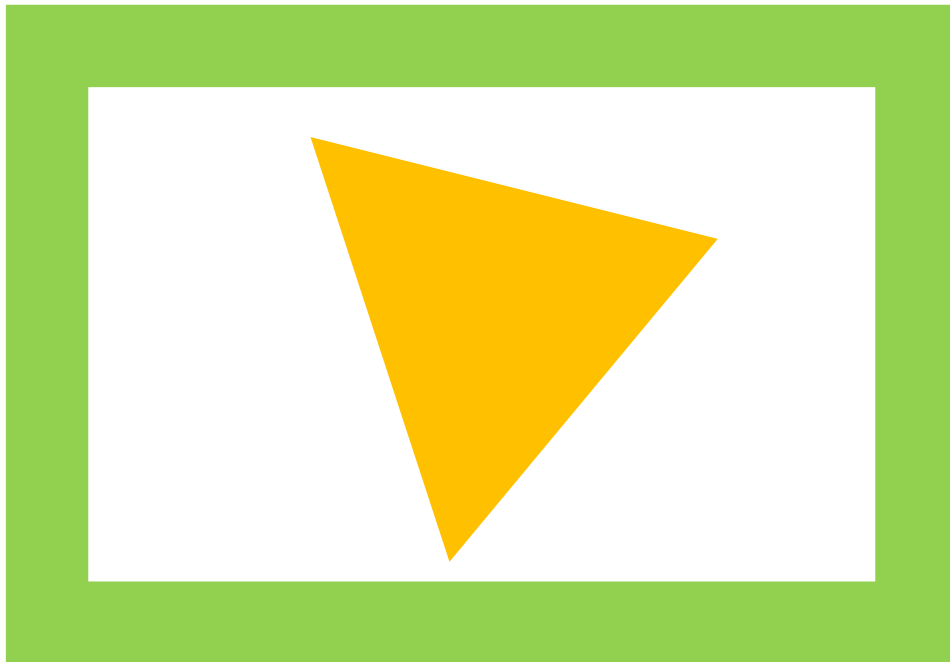
$7 + 8$	$20 - 3$	$11 + 8$	$23 - 2$
EL NÚMERO SIGUIENTE A 15		EL NÚMERO POSTERIOR A 19	

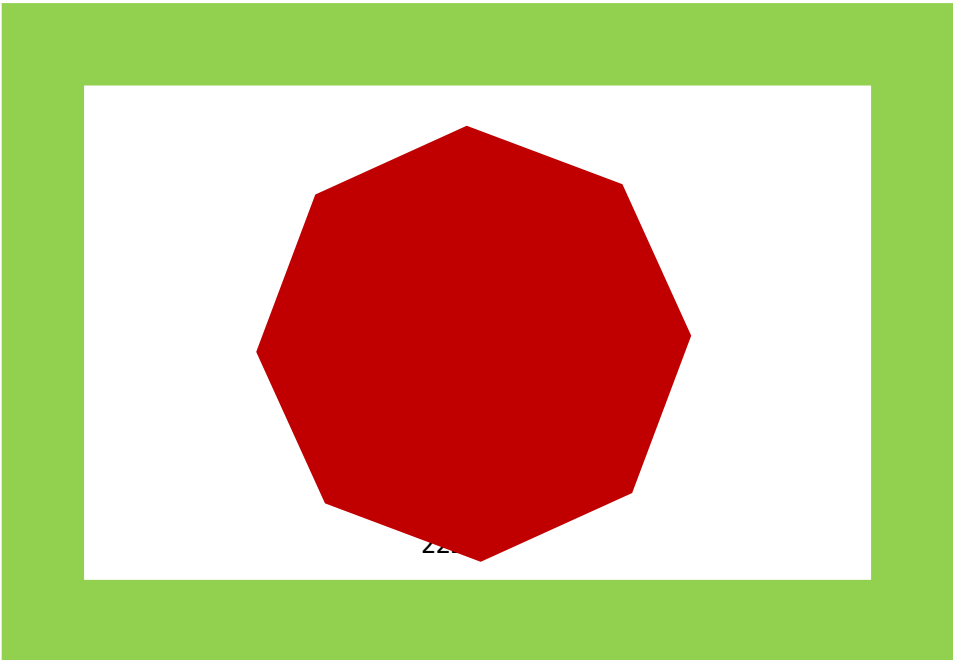
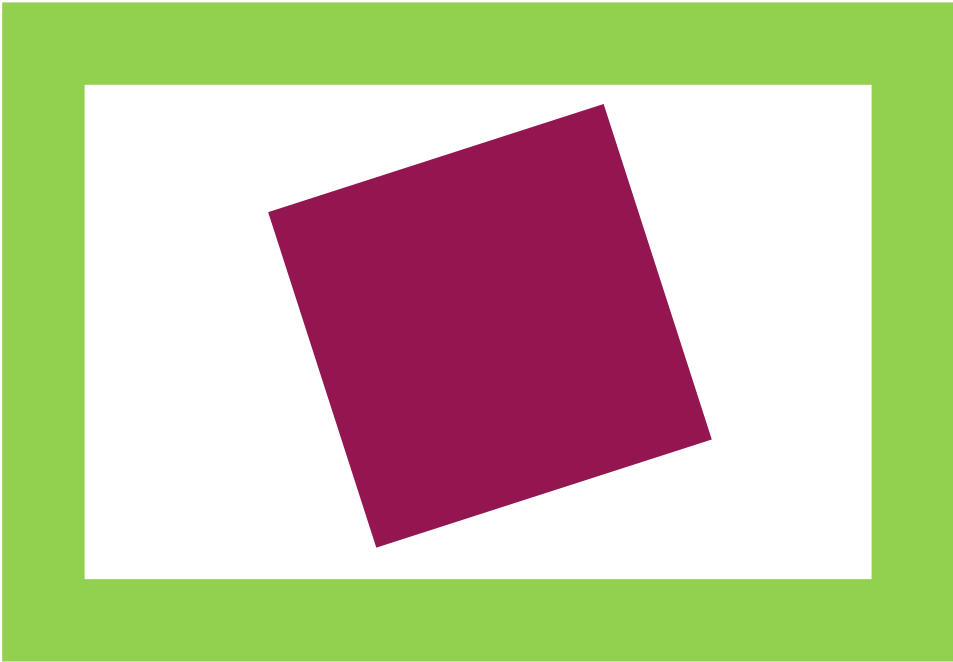
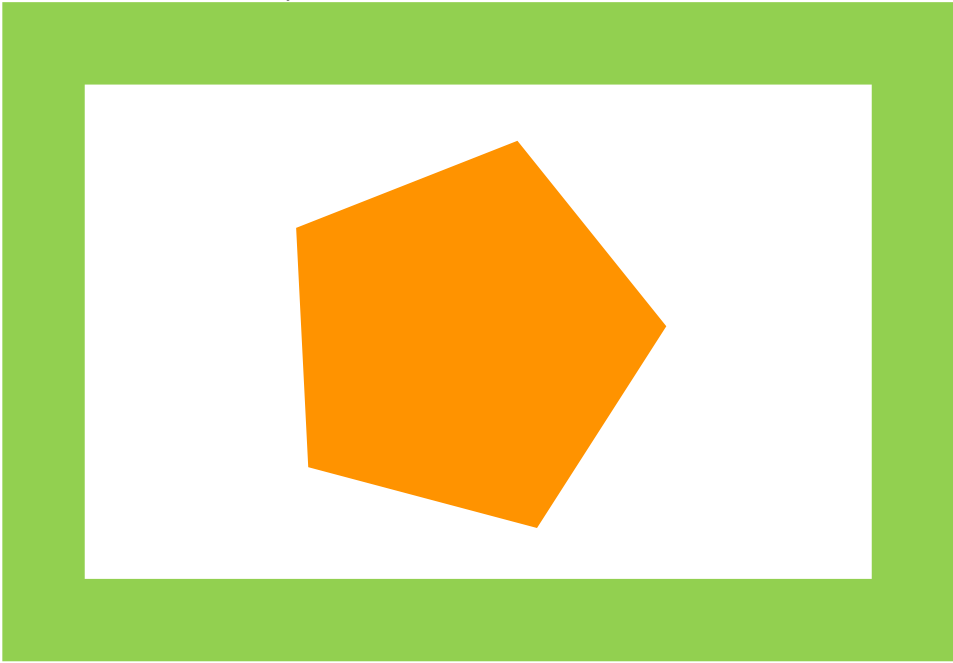
$19 + 4$	$35 - 10$	$20 + 7$	$39 - 10$
EL POSTERIOR A 23		EL POSTERIOR A 27	

Anexo 10: Plantilla imprimible para geoplano de trama cuadrada



Anexo 11: Recurso lúdico. Memory y juego de familias.





OCTÓGONO

TRIÁNGULO

CUADRADO

HEXÁGONO

PENTÁGONO





8 lados
8 ángulos

6 lados

6 ángulos

3 lados

3 ángulos

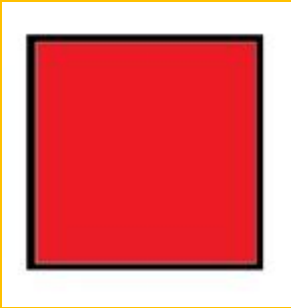

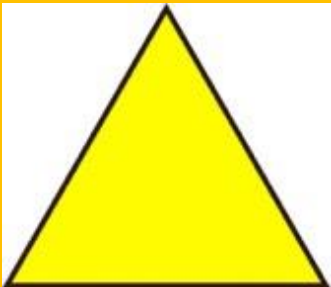

4 lados

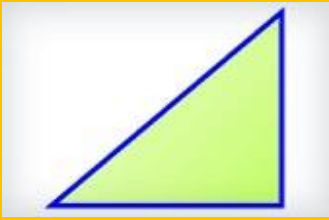

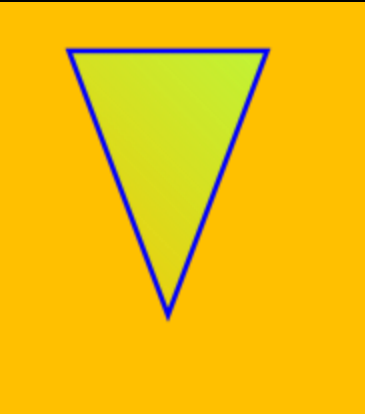


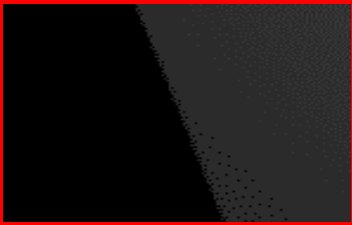
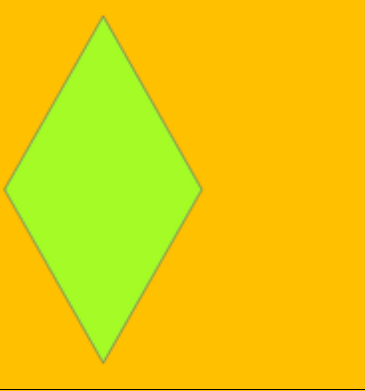



4 ángulos





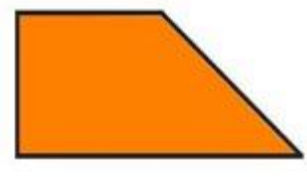

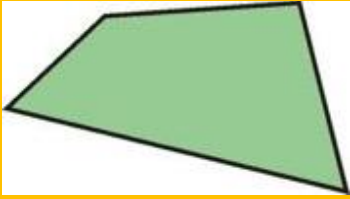



5 lados



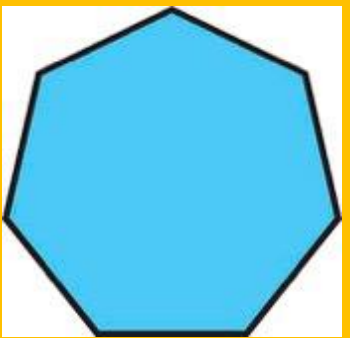
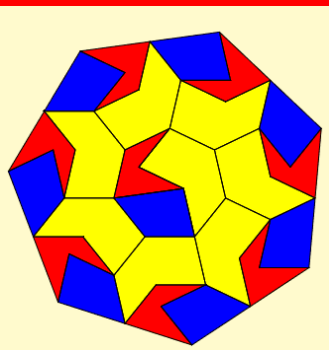
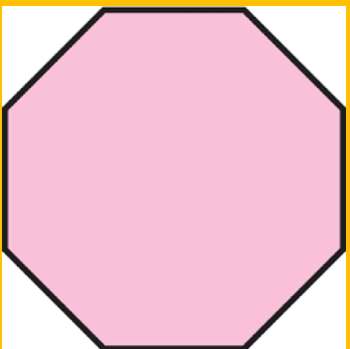

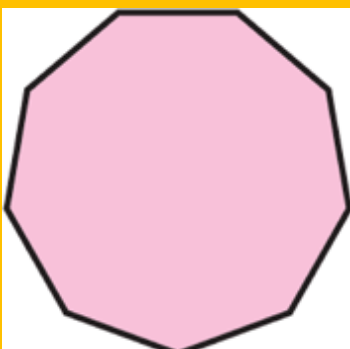

5 ángulos

Anexo 12: Recurso lúdico. Bingo geométrico.

MODALIDADES					
	A. FICHAS DEL BINGO/ "BOLAS"	B. FIGURA	C. MATEMATIZACIÓN DEL ENTORNO	D. LADOS	E. ÁNGULOS
1º	CUADRADO			4 LADOS IGUALES	4 RECTOS, IGUALES
2º	TRIÁNGULO EQUILÁTERO			3 LADOS IGUALES	3 ÁNGULOS AGUDOS IGUALES

3º	TRIÁNGULO ESCALENO			3 LADOS, CADA UNO DE ELLOS DISTINTO	UN ÁNGULO RECTO Y DOS AGUDOS
4º	TRIÁNGULO ISÓSCELES			3 LADOS: 2 iguales y 1 distinto	3 ÁNGULOS AGUDOS, DOS IGUALES Y UNO DISTINTO
5º	RECTÁNGULO			4 LADOS IGUALES DOS A DOS	4 ÁNGULOS RECTOS
6º	ROMBO			4 LADOS IGUALES	4 ÁNGULOS IGUALES DOS A DOS
7º	ROMBOIDE			4 LADOS, paralelos dos a dos	4 ÁNGULOS IGUALES 2 A 2

8º	TRAPECIO ISÓSCELES			4 LADOS: 2 opuestos paralelos y 2 lados con la misma longitud	2 ÁNGULOS AGUDOS Y 2 ÁNGULOS OBTUSOS
9º	TRAPECIO ESCALENO			4 LADOS, todos distintos, dos de ellos son paralelos	2 AGUDOS Y 2 ÁNGULOS OBTUSOS
10º	TRAPECIO RECTÁNGULO			4 LADOS: 2 son paralelos y 1 de ellos es perpendicular a las bases	2 ÁNGULOS RECTOS, 1 AGUDO Y 1 OBTUSO
11º	TRAPEZOIDE			4 LADOS, NINGUNO PARALELO A OTRO	DOS ÁNGULOS OBTUSOS Y DOS AGUDOS
12º	PENTÁGONO			5 LADOS	5 ÁNGULOS OBTUSOS

13º	HEXÁGONO			6 LADOS	6 ÁNGULOS OBTUSOS
14º	HEPTÁGONO			7 LADOS	7 ÁNGULOS OBTUSOS
15º	OCTÓGONO			8 LADOS	8 ÁNGULOS OBTUSOS
16º	ENEÁGONO			9 LADOS	9 ÁNGULOS OBTUSOS

17º	DECÁGONO			10 LADOS	10 ÁNGULOS OBTUSOS
-----	----------	---	--	----------	--------------------------

BOLAS DEL BINGO



**TRIÁNGULO
ISÓSCELES**

RECTÁNGULO

ROMBO

ROMBOIDE

TRapeciO

TRapezoide

pentágono

HEXágono

HEPtágono

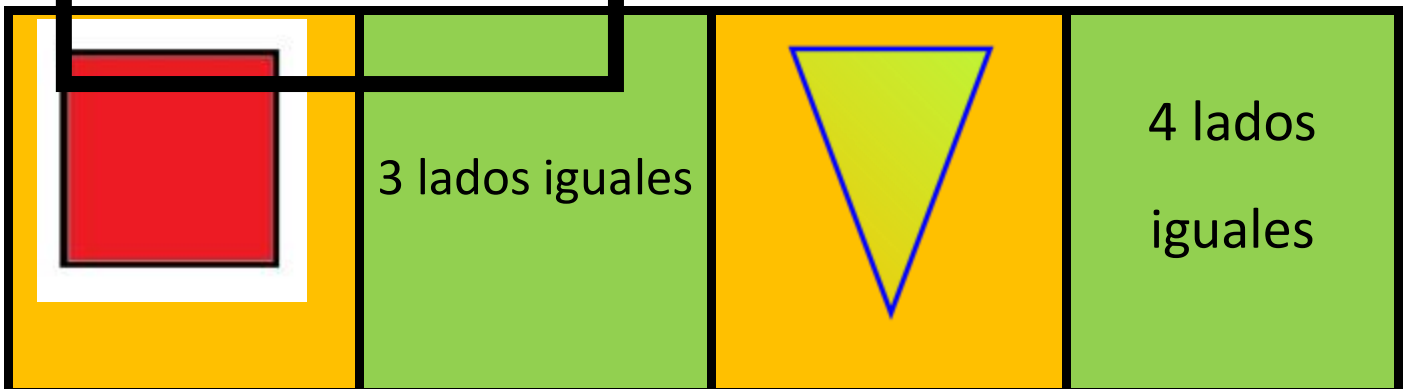
OCTÓgono

ENEágono


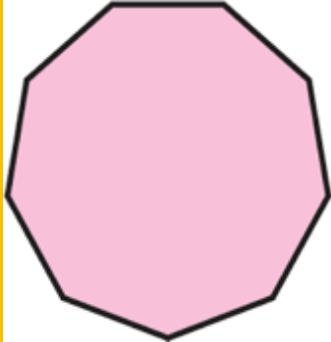
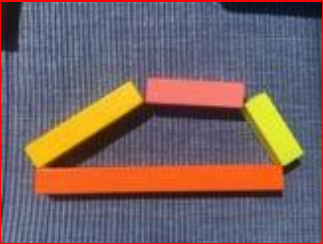

DECágono

**Trapezio
ESCALENO**

CARTONES DEL BINGO



	<p>UN ÁNGULO RECTOS Y LOS OTROS DOS AGUDOS</p>		<p>ÁNGULOS IGUALES DOS A DOS</p>
---	--	--	--

	<p>4 lados: 2 son paralelos y uno de ellos es perpendicular a las bases</p>		<p>7 lados</p>
	<p>2 ángulos obtusos y 2 agudos</p>		<p>8 ángulos obtusos</p>


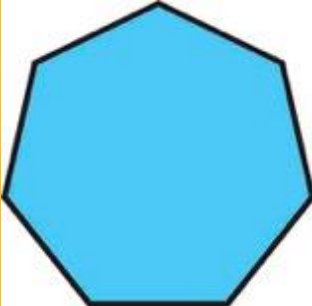


	<p>10 LADOS</p>		<p>3 ÁNGULOS AGUDOS IGUALES</p>
---	-----------------	--	---



	<p>7 ÁNGULOS OBTUSOS</p>	<p>6 LADOS</p>	
---	------------------------------	----------------	---



	<p>4 ÁNGULOS IGUALES DOS A DOS</p>		<p>2 ÁNGULOS RECTOS, 1 AGUDO Y 1 OBTUSO</p>
<p>4 LADOS IGUALES DOS A DOS</p>		<p>4 LADOS, todos distintos, dos de ellos son paralelos</p>	

	<p>7 ÁNGULOS OBTUSOS</p>		<p>3 ÁNGULOS AGUDOS IGUALES</p>
<p>6 LADOS</p>		<p>10 LADOS</p>	

<p>4 LADOS IGUALES</p>		<p>4 LADOS: 2 opuestos paralelos y 2 lados con la misma longitud</p>	
<p>4 ÁNGULOS RECTOS</p>		<p>2 AGUDOS Y 2 ÁNGULOS OBTUSOS</p>	

3 LADOS: 2 iguales y 1 distinto		5 LADOS	
4 ÁNGULOS RECTOS		6 ÁNGULOS OBTUSOS	

9 LADOS		2 ÁNGULOS AGUDOS Y 2 ÁNGULOS OBTUSOS	
---------	---	--------------------------------------	---

<p>10 ÁNGULOS OBTUSOS</p>			<p>4 LADOS, NINGUNO PARALELO A OTRO</p>
-------------------------------	---	--	---

<p>4 RECTOS, IGUALES</p>		<p>5 ÁNGULOS OBTUSOS</p>	
	<p>3 LADOS, CADA UNO DE ELLOS DISTINTO</p>		<p>8 LADOS</p>

<p>3 ÁNGULOS AGUDOS, DOS IGUALES Y UNO DISTINTO</p>		<p>9 ÁNGULOS OBTUSOS</p>	
	<p>4 LADOS, paralelos dos a dos</p>		<p>5 LADOS</p>