



Francisco Miguel Echavarren Cerezo
Ingeniero Industrial (2001) del ICAI por la Universidad Pontificia Comillas, es Investigador en Formación del Instituto de Investigación Tecnológica (IIT) de la ETS de Ingeniería (ICAI) de la Universidad Pontificia Comillas.



Enrique Lobato Miguélez
Ingeniero Industrial (1998) y Doctor Ingeniero Industrial (2002) del ICAI por la Universidad Pontificia Comillas, es profesor del Departamento de Electrotecnia y Sistemas de la ETS de Ingeniería (ICAI) de la Universidad Pontificia Comillas.



Luis Rouco Rodríguez
Ingeniero Industrial (1985) y Doctor Ingeniero Industrial (1990) por la Universidad Politécnica de Madrid, es Profesor Propio Agregado (1996) de la ETS de Ingeniería (ICAI) de la Universidad Pontificia Comillas.



Juan Manuel Rodríguez García
Ingeniero Industrial (1988) del ICAI por la Universidad Pontificia Comillas, es Jefe del Departamento de Estudios de Red de Red Eléctrica de España.

Comentarios a:
comentarios@icai.es



El colapso de tensión: causas y soluciones (I/II)

El colapso de tensiones constituye uno de los fenómenos más estudiados en los sistemas de energía eléctrica durante los últimos años. El colapso de tensiones está íntimamente relacionado con el estudio de la estabilidad de tensiones. Pese a que la estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica, se puede medir el grado de inestabilidad de las tensiones de un sistema de energía eléctrica utilizando un modelo estático.

Esta serie de artículos realiza una recapitulación de los conceptos básicos asociados a la estabilidad de tensiones desde el análisis de las ecuaciones estáticas. En el primero de estos artículos se analiza el fenómeno del colapso de tensiones: qué es y cómo se mide su proximidad. En el segundo artículo se aborda el problema de cómo mejorar la estabilidad de las tensiones de un sistema alejándolo del punto de colapso.

En ambos artículos se ilustran los conceptos con un caso realista en el que el sistema eléctrico peninsular español se encuentra próximo al colapso de tensiones.

Introducción

Desde hace más de veinte años, el fenómeno de la inestabilidad de tensiones tiene gran importancia en la explotación de sistemas de energía eléctrica. La inestabilidad de tensiones está relacionada con la capacidad de un sistema de energía eléctrica de mantener niveles aceptables de tensión en todos los nudos, tanto bajo condiciones normales de operación como tras sufrir perturbaciones¹.

En la literatura técnica se encuentran importantes incidentes directamente relacionados con la inestabilidad de tensiones^{2, 3}. Algunos incidentes muy bien documentados son los acaecidos en la Columbia Británica en 1979, en Bélgica en 1982, en Suecia en 1983 o en Bretaña en 1987.

Una situación próxima al colapso de tensiones se produjo recientemente en el sistema eléctrico peninsular español el día 17 de

⁽¹⁾ P. Kundur, Power System Stability and Control, Mc. Graw-Hill, 1994.

⁽²⁾ J. Barquin, Inestabilidad de Tensiones: Criterios de Seguridad, presentada en Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI) de Universidad Pontificia Comillas, Madrid, Spain, Octubre 1993.

⁽³⁾ C.W. Taylor, Power System Voltage Stability, Mc. Graw-Hill, 1994.

Diciembre de 2001. Se muestra a continuación en la Figura 1 la evolución de la demanda de potencia activa del sistema eléctrico peninsular español durante el 17 de diciembre de 2001.

La ola de frío que afectaba a España provocó un aumento sin precedentes de la demanda de energía eléctrica, como muestra la Figura 1. Se alcanzó el récord histórico tanto de demanda punta a las 18:45 horas con 35.500 MW, como de demanda media horaria en el intervalo de las 18 a las 19 horas con 34.930 MW. A la baja capacidad hidráulica motivada por un año muy seco, se sumó la indisponibilidad de algunos grupos térmicos. Todas estas circunstancias desembocaron en valores de tensión muy bajos a la hora de la punta, como los registrados en los nudos de 400 kV de San Sebastián de los Reyes con 348 kV en la zona Centro, o Cattedau con 358 kV en la zona de Levante. Se muestra a continuación en la Figura 2 la evolución de la demanda de potencia activa de la comunidad autónoma de Madrid y de la tensión en San Sebastián de los Reyes - 400 kV durante el 17 de diciembre de 2001.

Ante esta caída de las tensiones, el operador del sistema tomó la decisión cerca de la 19:00 de deslazar 500 MW de carga de las zonas de Madrid y Valencia. Esta medida fue suficiente para frenar la caída de las tensiones y devolver al sistema a un punto de funcionamiento más seguro, como muestra la recuperación de la tensión San Sebastián de los Reyes - 400 kV a partir del momento del deslastre (ver Figura 2).

La estabilidad de tensiones es un fenómeno de naturaleza fundamentalmente dinámica⁴, y su estudio requiere el modelado detallado de todos los elementos que conforman un sistema de energía eléctrica: generadores, cargas, transformadores, reactancias, FACTS, interconexiones en DC, etc. Desde un punto de vista físico, las causas fundamentales por las que un sistema puede alcanzar el colapso de tensiones son variadas:

- **Reactiva generada/absorbida por los generadores.** Un mal ajuste de las tensiones de consigna en la regulación de la potencia reactiva de los generadores puede derivar en corrientes por las líneas demasiado elevadas, que provocan grandes caídas de tensiones en las mismas.
- **Sistemas con grandes desequilibrios generación-demanda entre áreas (grandes**

Figura 1. Evolución de la demanda del sistema eléctrico peninsular español durante el 17 de diciembre de 2001

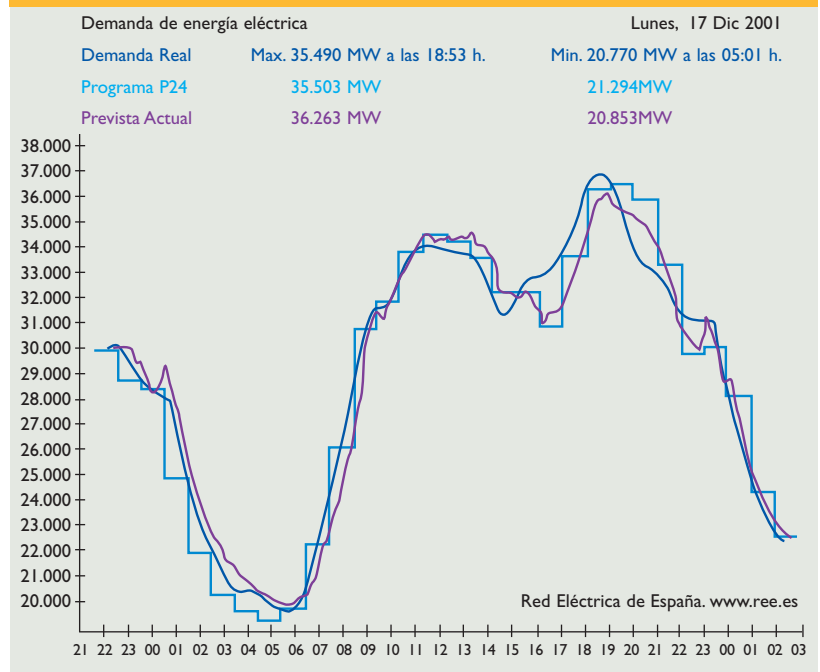
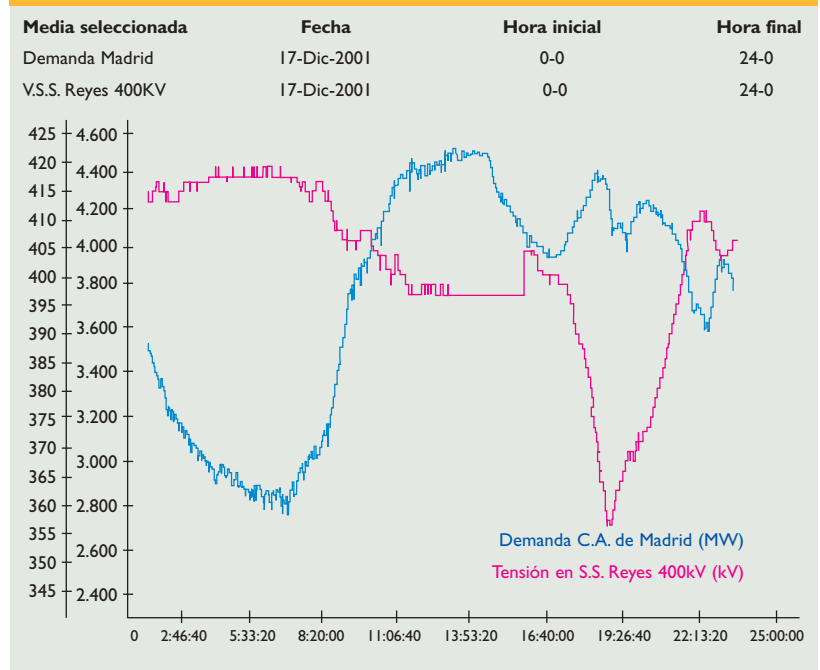


Figura 2. Evolución de la demanda de la comunidad autónoma de Madrid y de la tensión en San Sebastián de los Reyes - 400kV durante el 17 de diciembre de 2001



transferencia de energía entre las áreas). El exceso de transporte de energía entre áreas de intercambio a través de las líneas de interconexión, provoca que en éstas las corrientes sean elevadas, lo que contribuye a grandes caídas de tensión.

⁽⁴⁾ T. van Cutsem and C. Vournas, Voltage Stability of Electric Power systems, Kluwer Academic Publishers, 1998.

- **Grupos en sus límites de generación o absorción de potencia reactiva.** La saturación del límite máximo de generación de potencia reactiva en un generador, desemboca en una disminución de su tensión de consigna. Esto provoca que, para transportar la misma potencia a nudos cercanos, la corriente por las líneas debe crecer, aumentando la caída de tensión en dichas líneas (análogo en el caso del límite inferior).
- **Pérdida de uno o más elementos de la red: líneas, generadores, transformadores, etcétera.** En el caso de líneas y/o transformadores, la pérdida de cualquiera de estos elementos conlleva por lo general a un reparto de los flujos por otras líneas, que como consecuencia ven aumentadas sus pérdidas. En el caso de generadores, si una gran parte de la generación perdida la asumen generadores de otras áreas de intercambio, tiene como consecuencia un aumento del transporte de energía.

Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente matemático, el grado de inestabilidad de tensiones de un sistema de energía eléctrica depende directamente de la distancia existente entre el punto inicial de funcionamiento y el punto límite de las ecuaciones estáticas del sistema (flujo de cargas). Este punto es conocido como punto de colapso de tensiones.

El punto de colapso se caracteriza matemáticamente por constituir una bifurcación silla-nodo de las ecuaciones estáticas del sistema. Las bifurcaciones silla-nodo se caracterizan por presentar una matriz jacobiana de las ecuaciones de estado singular, esto es, con al menos un autovalor nulo. Esta propiedad matemática de las bifurcaciones silla-nodo es la responsable de que los métodos tradicionales de resolución del flujo de cargas, tales como Gauss-Seydel o Newton-Rhapson, presenten serios problemas de convergencia en las cercanías del punto de colapso de tensiones.

La distancia hasta el punto de colapso de tensiones se puede medir variando gradualmente uno o más parámetros de las ecuaciones del flujo de cargas (despachos de potencia en nudos, reactancias, tomas de transformadores, impedancias de líneas...), hasta alcanzar dicha bifurcación. Sin embargo, la medida más utilizada es la que se obtiene variando el despacho inicial de potencia activa y reactiva, generada y consumida, en una determinada dirección, con-

trolando la magnitud de dicha variación mediante un parámetro conocido como factor de carga.

Fenómeno del colapso de tensiones

En esta sección se hace una revisión de los conceptos básicos que acompañan al fenómeno del colapso de tensiones. Para ello, se comienza analizando una red simple de dos nudos, en la que un generador alimenta una carga a través de una línea puramente inductiva. Posteriormente se generaliza a sistemas reales de energía eléctrica.

Características básicas del fenómeno

La Figura 3 muestra una red simple de dos nudos, en la que un generador ideal, con una tensión de consigna E , alimenta una carga (P , Q) controlada, a través de una línea puramente inductiva de impedancia jX .

Las expresiones de la potencia activa P y reactiva Q consumidas por la carga son:

$$P = \frac{EU}{X} \sin \delta ; Q = \frac{EU}{X} \cos \delta - \frac{U^2}{X} \quad (1)$$

Con intención de generalizar estas expresiones, se realizan los siguientes cambios de variable que eliminan la reactancia X de la línea y la tensión E en bornes del generador de las ecuaciones (1):

$$P = p \frac{E^2}{X} ; Q = q \frac{E^2}{X} ; U = uE \quad (2)$$

Aplicando los cambios de variable (2) en (1), se obtienen estas nuevas expresiones:

$$p = u \sin \delta ; q = u \cos \delta - u^2 \quad (3)$$

Eliminando el ángulo de carga δ de las ecuaciones (3), se obtiene:

$$u^4 + (2q - 1)u^2 + (p^2 + q^2) = 0 \quad (4)$$

Es decir, (4) es una ecuación de segundo

Figura 3. Red de dos nudos para el estudio de los aspectos básicos del colapso de tensiones

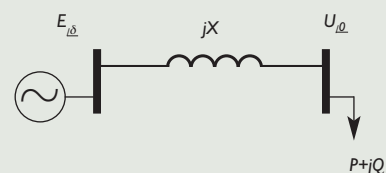
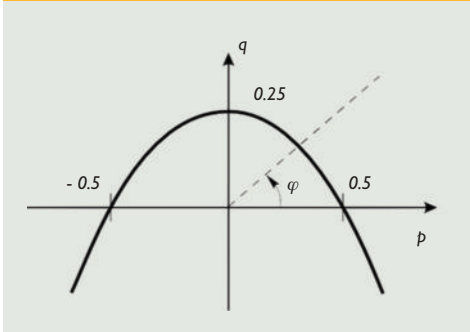


Figura 4. Frontera de la región factible en el plano p-q



grado de variable u^2 . Extrayendo por tanto las raíces, se obtiene:

$$u^2 = \frac{1}{2} - q \pm \sqrt{\frac{1}{4} - p^2 - q} \quad (5)$$

De la ecuación (5) se deduce que el problema de flujo de cargas definido en las ecuaciones (3) sólo admite solución real para u y δ cuando el radicando sea mayor o igual que cero. Esto es:

$$\frac{1}{4} - p^2 - q \geq 0 \quad (6)$$

De modo que la frontera factible en el plano p - q será una parábola, debajo de la cual todo punto corresponderá con dos soluciones del flujo de cargas, mientras que por encima de ella el flujo de cargas no tendrá solución real alguna. En la frontera, la raíz será doble. La Figura 4 muestra la forma de esta frontera factible en el plano p - q .

Por otra parte, de los dos valores posibles que puede tomar la tensión u a causa del signo de la raíz, el correspondiente a la raíz positiva es el valor estable de u , mientras que el correspondiente a la raíz negativa es considerado punto de funcionamiento inestable. La Figura 5 muestra la familia de curvas módulo de tensión u en función de la potencia activa consumida por la carga p , para varios valores del factor de potencia de la carga ($\cos\varphi$). El trazo continuo corresponde a puntos de equilibrio estable, mientras que el trazo discontinuo corresponde a puntos de funcionamiento inestable.

La Figura 5 es la que da el nombre de “curvas de nariz” a las curvas tensión-carga. En el caso de carga inductiva se aprecia cómo el módulo de la tensión de la carga disminuye cada vez más rápido a medida que crece dicha carga. Por otro lado, cuanto más inductiva

es la carga más cerca se está del punto de colapso. Por el contrario, para el caso de carga capacitiva, la tensión aumenta con la carga en un principio. Sin embargo, este crecimiento alcanza un máximo, a partir del cual la tensión también cae con el incremento de la carga, como en el caso de carga inductiva.

Generalización a un sistema eléctrico de n nudos

La estabilidad de los sistemas de energía eléctrica depende de múltiples factores que contribuyen en mayor o menor medida a la proximidad del sistema a su límite de operación estática. Sin embargo, en los nudos de carga la característica potencia total demandada-módulo de tensión es cualitativamente igual a las curvas de nariz expuestas en la sección anterior. En sistemas poco cargados, las tensiones tienden a caer lentamente a medida que aumenta la carga. Sin embargo, esa caída tiende a acelerarse cada vez más conforme el sistema se acerca al punto de colapso. Alcanzado el punto de colapso, cualquier aumento en la carga del sistema daría origen a un sistema de ecuaciones sin solución⁵.

Las ecuaciones de estado de las que se parte son las del flujo de cargas ordinario, esto es:

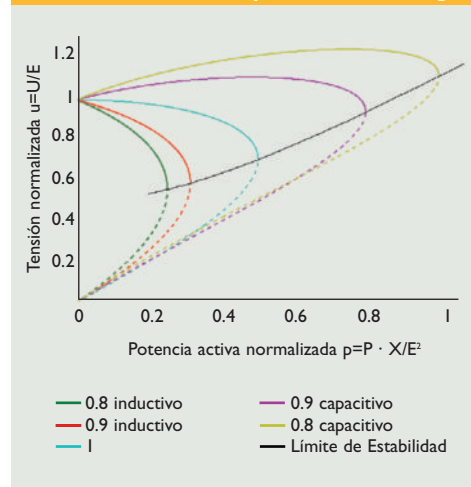
$$P(\theta, V) - P^{esp} = 0 \quad (7)$$

$$Q(\theta, V) - Q^{esp} = 0 \quad (8)$$

donde:

V, θ : Vectores de los módulos y argumentos de la tensión de los nudos.

Figura 5. Familia de curvas $u - p$ en función del factor de potencia de la carga



⁽⁵⁾ Es importante matizar que la expresión “sin solución” realmente significa que las tensiones en módulo y argumento no tienen solución real, sino compleja. Esto implica por tanto un punto de operación no válido desde el aspecto técnico.

P, Q : Vectores de potencia activa y reactiva neta inyectada calculada.

P^{esp}, Q^{esp} : Vectores de potencia activa y reactiva neta inyectada especificada.

Como ya se comentó anteriormente, en el punto de colapso se puede alcanzar variando gran número de parámetros del sistema (despachos de potencia, tensiones de consigna de grupos, impedancia de líneas, etc.). Sin embargo, la bifurcación que se busca usualmente es la que se alcanza haciendo variar el despacho inicial de potencia, en una dirección concreta, controlando esta variación mediante un parámetro denominado factor de carga.

Sean ΔP^{esp} y ΔQ^{esp} los vectores de la variación parametrizada de la potencia activa y reactiva neta inyectada especificada. Por otro lado, sea λ el factor de carga que controla la magnitud de dicha variación. Con esto se formula a continuación la forma ampliada de las ecuaciones del flujo de cargas:

$$P(\theta, V) - P^{esp} - \lambda \cdot \Delta P^{esp} = 0 \quad (9)$$

$$Q(\theta, V) - Q^{esp} - \lambda \cdot \Delta Q^{esp} = 0 \quad (10)$$

El problema de detección del punto de colapso de tensiones consistirá por tanto en, partiendo de un caso inicial ($\lambda=0$), obtener el máximo λ para el cual las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas (9) y (10) tienen solución real.

Para resolver dicho problema, existen dos grandes familias de algoritmos: técnicas de continuación y métodos de punto de colapso. Los algoritmos de la primera familia trazan mediante aproximaciones sucesivas las trayectorias de las variables de estado del sistema conforme uno o varios parámetros del sistema varían, hasta alcanzar el punto de colapso. Los algoritmos de la segunda familia, basándose en la afirmación de que en el punto de colapso la matriz jacobiana es singular y por tanto posee un autovalor nulo, localiza la bifurcación silla-nodo buscando el punto de equilibrio en el que aparece dicho autovalor nulo. En la siguiente sección se realiza una revisión de estas dos grandes familias de métodos desarrollados en la literatura para la detección del punto de colapso, haciendo una enumeración de los conceptos

matemáticos en los que están basadas, así como sus ventajas y sus inconvenientes.

Cálculo del margen al colapso de tensiones

Existen dos grandes familias de técnicas en el cálculo del margen al colapso de tensiones: técnicas de continuación y métodos de punto de colapso.

- Los métodos de continuación trazan mediante aproximaciones sucesivas las trayectorias de las variables de estado del sistema según varían uno o varios parámetros del sistema, hasta alcanzar el punto de colapso.
- Los métodos de punto de colapso, basándose en la afirmación de que en el punto de colapso la matriz jacobiana es singular y por tanto posee un autovalor nulo, localiza la bifurcación silla-nodo buscando el punto de equilibrio en el que aparece dicho autovalor nulo.

Se plantea⁶ una alternativa consistente en el empleo conjunto de ambas técnicas para obtener de este modo todas las ventajas que las dos proporcionan. Y en este sentido, se sugiere el uso de la solución aproximada que se obtiene con el flujo de cargas de continuación como punto inicial en la convergencia del algoritmo de punto de colapso por optimización.

Se realiza a continuación una revisión de estas dos grandes familias de métodos desarrollados en la literatura técnica para la detección del punto de colapso, haciendo una enumeración de los conceptos matemáticos en los que están basadas, así como sus ventajas y sus inconvenientes.

Técnicas de continuación

Las técnicas de continuación suponen una herramienta de gran robustez en el problema de cálculo de trayectorias de variables de estado en sistemas dependientes de uno o más parámetros⁷. Dado el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$g(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \quad (11)$$

y un punto inicial $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$, solución de (11), el problema consiste en calcular más soluciones del sistema de ecuaciones $\{(\mathbf{x}_1, \lambda_1), (\mathbf{x}_2, \lambda_2), \dots\}$, aumentando progresivamente el factor de escala λ hasta alcanzar su máximo.

⁽⁶⁾ F. M. Echavarren, E. Lobato, L. Rouco, M. I. Navarrete, R. Casanova, G. López, F. Cacho, y M. Pézic, A Least-Squares Approach to Estimate Lagrange Multipliers in a Combined Method to Voltages Collapse Detection, presented at 8º Congreso Luso-Hispano de Ingeniería Eléctrica, Villamoura (Algarve), Portugal, julio 2003.

⁽⁷⁾ En la literatura inglesa, este problema es conocido como branch tracing o también path following».

⁽⁸⁾ R. Seydel, "4 - Principles of Continuation" in From Equilibrium to Chaos. Practical Bifurcation and Stability Analysis, Elsevier Science Publishing Co., 1988.

A simple vista, el problema de *branch tracing* no debería requerir ningún tipo de técnicas ni algoritmos especiales. Bastaría con ir aumentando gradualmente el factor de escala λ e ir resolviendo el sistema de ecuaciones (11) para cada uno de sus valores. Sin embargo, en la práctica este método no es viable en multitud de casos, al aparecer bifurcaciones en las ecuaciones o sistemas mal condicionados⁹. En estos casos, se producen oscilaciones e incluso la divergencia en la solución del sistema durante la convergencia de los métodos iterativos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, tales como Gauss-Seydel o Newton-Rhapson. En estos casos las técnicas de continuación se presentan como una herramienta de gran robustez en el problema de *branch tracing*, mediante la inclusión de ecuaciones adicionales que mejoran el condicionamiento del sistema en las cercanías de alguna bifurcación.

El propósito por tanto de las técnicas de continuación consiste en, a partir de una solución $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$ del sistema (11), obtener una nueva solución $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$. Este proceso está dividido en dos pasos fundamentales, **predicador y corrector**. La Figura 6 muestra un paso completo de las técnicas de continuación para obtener $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ a partir de $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$.

La Figura 6 muestra cómo el paso predicador obtiene una primera aproximación $(\mathbf{x}_j^*, \lambda_j^*)$ del nuevo punto. Esta solución, por tanto, no satisface (11), pero sí está cerca de hacerlo, y se toma como punto de partida para el paso corrector. A continuación, en el paso corrector, se resuelve el sistema de ecuaciones (11) partiendo de la solución que proporciona el método predicador. De este modo se obtiene $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ mediante un método corrector que se encarga de añadir ecuaciones adicionales

que evitan que se obtengan sistemas mal condicionados en su resolución.

Entre las ventajas del flujo de cargas de continuación, se pueden destacar las siguientes:

- Las sucesivas etapas correctoras convergen con facilidad al partir de puntos iniciales calculados con el predictor cercanos a la solución, y gracias también a la orientación perpendicular al predictor proporcionada como ecuación adicional.
- Todos los puntos intermedios satisfacen las ecuaciones del flujo de cargas, lo cual permite construir curvas que representan la evolución de las variables del sistema (módulos y ángulos de las tensiones) y de otras magnitudes (potencia reactiva generada por grupos, pérdidas en las líneas, ...) del sistema, en función del factor de carga.
- Permite un tratamiento cómodo y progresivo de los límites de generación de potencia reactiva en los grupos. Incluso se puede hacer uso de los definidos en las curvas PQ de capacidad de los mismos, donde los límites de reactiva dependen de la potencia activa generada por los grupos.

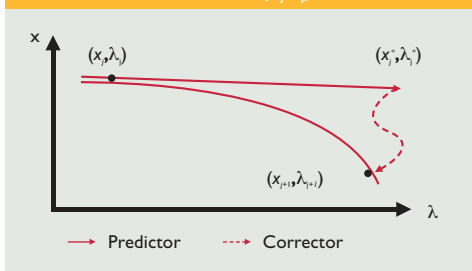
Sin embargo, es preciso señalar los siguientes inconvenientes:

- Los puntos obtenidos (punto de colapso incluido) sólo aportan dichos puntos, de modo que en caso de perturbación de algún parámetro o variable de control, habría que repetir el proceso.
- Si no se controla adecuadamente la convergencia del corrector, se pueden obtener puntos factibles, pero en zonas de equilibrio inestable (ramas inferiores de las curvas de nariz).

Técnicas de optimización

Como se comentó anteriormente, el problema de detección del punto de colapso consiste en, partiendo de un caso inicial ($\lambda=0$), obtener el máximo λ para el cual las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas (9) y (10) tienen solución real. Es decir, que el punto de colapso de tensiones corresponde con el punto en el que el factor de carga λ no puede aumentar más, puesto que cualquier aumento infinitesimal implicaría un sistema de ecuaciones sin solución. Por tanto, el problema consiste en maximizar el factor de carga λ , sujeto a las ecuaciones ampliadas del flujo de cargas (9) y (10). Formulándolo como problema de optimización¹⁰, se obtiene:

Figura 6. Paso completo de las técnicas de continuación, para la obtención de una nueva solución $(\mathbf{x}_{j+1}, \lambda_{j+1})$ a partir de una anterior $(\mathbf{x}_j, \lambda_j)$



⁽⁹⁾ Aunque en la literatura técnica existen ciertas diferencias sobre el concepto de "sistemas mal condicionados", la descripción más extendida asocia el mal condicionamiento a gradientes elevados de las variables del sistema respecto de los parámetros del mismo. Esto es, pequeñas perturbaciones provocan grandes variaciones en las variables del sistema.

$$\begin{aligned} & \max \quad \lambda \\ & \text{sujeto a } \mathbf{P}(\theta, \mathbf{V}) - \mathbf{P}^{\text{esp}} - \lambda \cdot \Delta \mathbf{P}^{\text{esp}} = \mathbf{0} \quad (12) \\ & \quad \quad \mathbf{Q}(\theta, \mathbf{V}) - \mathbf{Q}^{\text{esp}} - \lambda \cdot \Delta \mathbf{Q}^{\text{esp}} = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Por tanto, el problema de detección del punto de colapso de tensiones en sistemas de energía eléctrica puede reformularse como un problema de optimización no lineal. Esto permite aplicar técnicas específicas de optimización no lineal al problema (12) para obtener de forma directa el punto de colapso sin trazar todas las curvas de nariz.

Entre las ventajas del uso de las técnicas de optimización en el cálculo del punto de colapso de tensiones, se pueden señalar:

- La precisión en la localización del punto de colapso es perfectamente controlable, reduciendo el máximo error permitido en el cumplimiento de las condiciones de optimalidad.
- El análisis post-optimización de la solución del problema (12) proporciona unas sensibilidades muy útiles para poder estudiar la influencia que los distintos parámetros del sis-

tema (despachos de potencia, cargas, tensiones de consigna de grupos, etc.) tienen en el factor de carga crítico.

Sin embargo, es preciso mencionar los siguientes inconvenientes:

- La convergencia de los métodos específicos de optimización no lineal aplicados a la resolución del problema (12) no es fácil de conseguir. Ésta depende en gran medida del punto inicial que se tome, y de su cercanía al colapso de tensiones.
- La resolución de problemas de optimización no lineales implican una enorme cantidad de recursos computacionales.

Caso de estudio

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en el proceso de detectar el punto de colapso de tensiones en un caso de tiempo real del funcionamiento del sistema peninsular español. Inicialmente se hace una pequeña descripción del caso y a continuación se muestran los resultados del cálculo del punto de colapso del sistema, mediante la combinación del flujo de cargas de continuación y el flujo de cargas de punto de colapso por optimización.

Descripción del caso

El caso que se presenta a continuación parte del resultado obtenido por el estimador de estado de Red Eléctrica de España, el día 17 de Diciembre de 2001 a las 18:10. El sistema contiene un total de 1.244 nudos, 498 de ellos con generación, y 1.830 ramas.

El sistema español se encuentra dividido en 5 áreas. Los sistemas de **Portugal, Marruecos y Francia** se encuentran representados por redes equivalentes. La Figura 7 muestra de forma aproximada la situación geográfica de cada una de las áreas del sistema eléctrico peninsular español con sus códigos, así como sus áreas fronteras.

Se muestra en la Figura 8 la generación y la demanda de potencia activa en cada una de las áreas del sistema eléctrico peninsular español. Se puede observar cómo el área **Noroeste** es un área exportadora de energía, mientras que el área **Norte** es un área equilibrada. Sin embargo, las áreas **Este, Centro y Sur** son importadoras.

Los intercambios programados corresponden a unas importaciones de 448 MW desde

Figura 7. Esquema de la división de áreas en el sistema eléctrico peninsular español

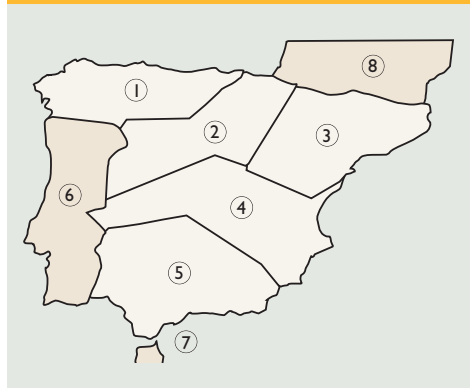
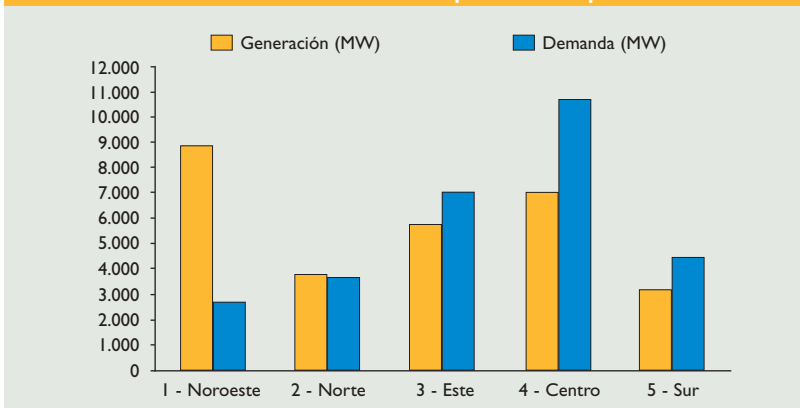


Figura 8. Distribución por áreas de la generación y demanda de potencia activa del sistema eléctrico peninsular español



⁽¹⁰⁾ O. O. Obadina and G. J. Berg, Determination of Voltage Stability Limit in Multimachine Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 3, nº 4, pp. 1545-1554, Nov. 1988.

Portugal, 214 MW desde Marruecos y 404 MW desde Francia, lo que da una idea del déficit de generación del sistema eléctrico peninsular español en este caso, ya que en condiciones normales Portugal y Marruecos son los que importan energía de España.

Para la presentación de los resultados de este caso, se han escogidos un conjunto de nudos de 400kV representativos del sistema eléctrico peninsular español:

- En las áreas **Noroeste** y **Norte** se ha seleccionado un nudo por área, al ser zonas exportadoras. Los nudos seleccionados son Mesón do Vento en el área **Noroeste** y Vitoria en el área **Norte**.
- Por el contrario, en las áreas **Este**, **Centro** y **Sur** se han escogido dos nudos por área, al ser áreas importadoras de energía. Los nudos seleccionados por tanto son Vic y Rubí en el área **Este**, San Sebastián de los Reyes y Catadau en el área **Centro**, y Guillena y Pinar del Rey en el área **Sur**.

Cálculo del punto de colapso

En primer lugar, para definir la variación parametrizada ΔP_i^{esp} y ΔQ_i^{esp} de la potencia activa y reactiva neta inyectada, especificada en el nudo i , se ha considerado que tanto la generación como la demanda crecen proporcionalmente a sus valores iniciales en todos los nudos de las áreas del sistema español. Por otro lado, en los nudos de las áreas de Portugal, Marruecos y Francia no sufren ninguna variación en sus consignas de generación y demanda. Esto es:

$$\begin{cases} \Delta P_i^{esp} = P_i^{esp} \\ \Delta Q_i^{esp} = Q_i^{esp} \quad \forall i / \text{area}(i) \in \{1,2,3,4,5\} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \Delta P_i^{esp} = 0 \\ \Delta Q_i^{esp} = 0 \quad \forall i / \text{area}(i) \in \{6,7,8\} \end{cases} \quad (14)$$

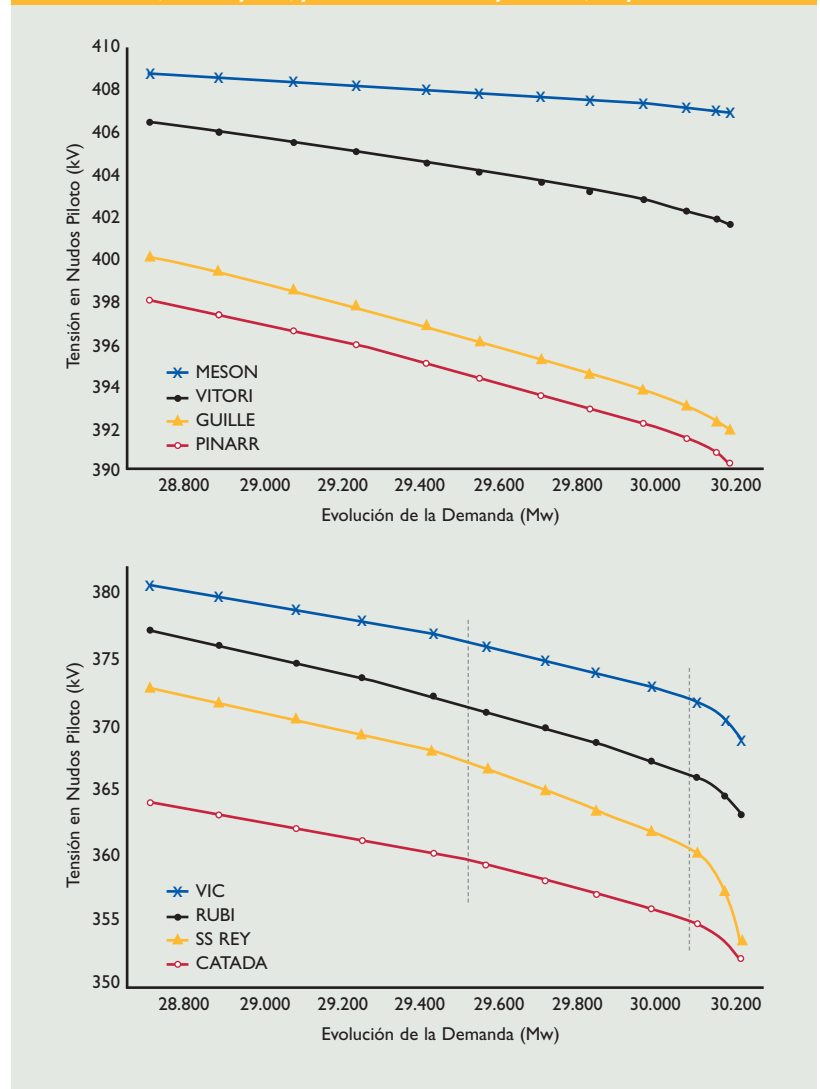
Sobre una demanda inicial⁽¹⁾ de 28.707 MW, el factor crítico de carga del caso es de $\lambda_{crítico} = 5,2\%$, correspondiente con un valor de demanda de 30.200 MW. La Figura 9 muestra la evolución de las tensiones de los nudos representativos escogidos en la sección "Descripción del Caso", conforme aumenta la demanda del sistema.

Se observa que en la Figura 9 se encuentran separados los nudos de las áreas **Noroeste**, **Norte** y **Sur** de los nudos de las áreas **Este** y **Centro**. Las tensiones de las áreas **Noroeste**, **Norte** y **Sur** son claramente

superiores a las de las áreas **Este** y **Centro**. En el caso de las áreas **Noroeste** y **Norte** se encuentra justificado al tratarse de áreas exportadoras de energía, mientras que en el caso del área **Sur**, a pesar de ser área importadora de energía, posee generación en zonas de gran demanda, lo que reduce el transporte y eleva las tensiones.

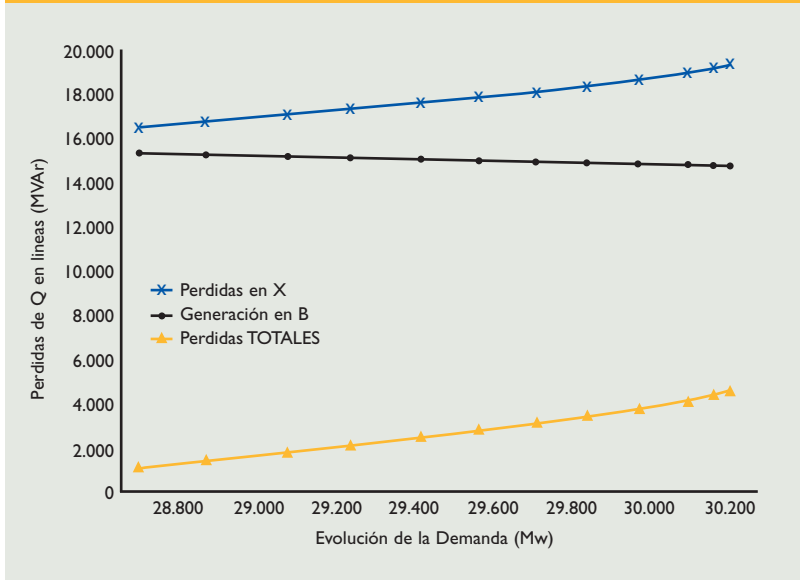
En la Figura 9 se puede observar dos codos principales en las curvas de nariz: uno bastante tenue, con demanda aproximada de 29.500 MW ($\lambda \approx 2,7\%$), y otro mucho más pronunciado, situado alrededor del punto de demanda 30.100 MW ($\lambda \approx 4,9\%$). Ambos codos sólo son claramente apreciables en las tensiones de los nudos de las áreas **Este** y **Centro** (marcados con línea discontinua). Este efecto se

Figura 9. Curvas de nariz de los nudos representativos de las áreas Noroeste, Norte y Sur, y de las áreas Este y Centro, respectivamente



(1) Demanda modelada nacional.

Figura 10. Balance de la potencia reactiva generada y consumida por las líneas de transporte



debe a que dichos codos son producidos por haberse alcanzado los límites de generación de potencia reactiva en determinados grupos.

En condiciones normales de operación, las líneas de transporte tienden a generar potencia reactiva, como balance entre la generada por las admitancias paralelo y la consumida por la reactancia serie. Sin embargo, en casos mal condicionados ocurre lo contrario. Los dos efectos más directos de la cercanía al punto de colapso son:

- **Reducción de los módulos de las tensiones:** esto conlleva una disminución de potencia reactiva generada por las admitancias paralelo de las líneas, al depender del cuadrado de las tensiones.
- **Aumento del transporte de potencia a través de las líneas:** Como consecuencia de esto, y sumado a que las tensiones disminuyen, son las corrientes a través de las líneas las que aumentan. Esto provoca que las pérdidas de potencia reactiva en las reactancias serie de las líneas aumenten, al depender del cuadrado de las corrientes.

En la Figura 10 se muestran las evoluciones con el aumento de la demanda del sistema de:

- Las pérdidas de potencia reactiva en las reactancias X serie de las líneas.
- La potencia reactiva generada en las admitancias B paralelo de las líneas.
- El balance total de pérdidas de potencia reactiva en las líneas.

Se puede observar en la Figura 10 que el caso de partida se encontraba en condi-

ciones extraordinarias de operación, al partir de una situación en el que el transporte es suficientemente alto y las tensiones suficientemente bajas como para provocar que las líneas consuman potencia reactiva.

Conclusiones

El tema principal en torno al cual gira este artículo es el fenómeno de la estabilidad de tensiones, analizado desde el punto de vista de las ecuaciones estáticas de los sistemas de energía eléctrica. Alrededor de este tema se concentran multitud de conceptos como punto de colapso de tensiones, bifurcación silla-nodo, técnicas de continuación, etcétera. Con el fin de aclarar y desarrollar dichos conceptos, la primera parte de este artículo trata de responder a la pregunta *¿qué es el colapso de tensiones?* Para ello, se ha analizado el fenómeno del punto de colapso partiendo de una red simplificada de dos nudos, para después generalizarlo a cualquier sistema de energía eléctrica. La naturaleza cuadrática y trigonométrica de las ecuaciones del flujo de cargas provocan que siempre existan dos posibles soluciones que las satisfagan. La bifurcación silla-nodo corresponde matemáticamente con el punto donde ambas soluciones coinciden, o lo que es lo mismo, donde las ecuaciones del flujo de cargas tienen una raíz doble. En este punto la matriz jacobiana de las ecuaciones es singular, y por tanto posee un autovalor nulo. Esto provoca que en el empleo del método de Newton-Raphson en la resolución de las ecuaciones del flujo de cargas para puntos cercanos al colapso de tensiones pueden surgir problemas de convergencia, puesto que la matriz jacobiana está mal condicionada.

En este punto surge una nueva pregunta, *¿cómo se detecta dicho punto de colapso?* En la literatura existen dos grandes familias de técnicas: el flujo de cargas de continuación y el flujo de cargas de punto de colapso. Mientras que el flujo de cargas de continuación proporciona unas curvas de enorme interés al calcular los puntos intermedios entre el caso base y el punto de colapso, el flujo de cargas de punto de colapso devuelve unas sensibilidades del factor de carga crítico respecto del despacho de potencia activa y reactiva, muy útiles en el diseño de algoritmos de mejora del factor crítico de carga. ■