FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICA Y EMPRESARIALES

(ICADE BUSINESS SCHOOL)

EXTRAPOLACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS MEDIANTE EL MÉTODO SMITH WILSON

Autor: Mª Dolores Varela Esteban
Director: Luis Garvía Vega

Madrid

Agosto, 2015

Mª Dolores
Varela
Esteban

EXTRAPOLACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS MEDIANTE EL MÉTODO SMITH WILSON

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE ECUACIONES

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

Mediante el siguiente trabajo se pretende desarrollar un modelo de estimación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés. Concretamente se trata de aplicar el modelo de interpolación y extrapolación de Smith-Wilson.

Para ello en primer lugar se describen los conceptos básicos necesarios para introducir el tema, la normativa aplicable y los distintos tipos de métodos que existen para extrapolar la curva de tipos de interés.

Para concluir se pretende sacar conclusiones de cómo son los distintos tipos de métodos de extrapolación de la ETTI en función de la volatilidad, la flexibilidad, la estabilidad y cuanto se aproxime a la realidad. Sacando conclusiones sobre en qué condiciones es mejor utilizar unos métodos u otros.

Palabras clave: Smith-Wilson, Nelson-Siegel, Svensson, EIOPA, Estructura Temporal de Tipos de Interés, tipo de interés.

ABSTRACT

The purpose of this work is to develop an estimation model of term structure of interest rates and more concretely to apply the interpolation and extrapolation model of Smith-Wilson.

First of all, the main concepts of this topic are described in order to give a better understanding: legal framework and the different methods that can be used to extrapolate the interest rate curve.

It is intended to draw conclusions from how are the different types of extrapolation methods ETTI based on volatility, flexibility, stability and whether it reflects reality and determining in which conditions it is better to use each of the different methods.

Key words: Smith-Wilson, Nelson-Siegel, Svensson, EIOPA, Term structure of interest rates, interest rates.

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

I. INTRODUCCIÓN

1.1. Objetivo

El objetivo primordial del presente trabajo es hacer un recorrido por algunos de los distintos modelos existentes para la extrapolación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés, haciendo especial hincapié en el modelo desarrollado por Smith-Wilson en 2001, que será expuesto de forma teórica y llevado a la práctica mediante un ejemplo resuelto en EXCEL Y Visual Basic.

Se partirá de unos supuestos tipos *spot* de unos bonos cupón cero con vencimiento desde un año hasta el último punto líquido de la misma, desde la fecha de cálculo y se pretende extrapolarlos para conocer los tipos *spot* de bonos con vencimientos posteriores. Y así poder mediante un ejemplo práctico las características del método.

Se hará una comparación entre los distintos modelos usados para la extrapolación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés llegando así a conclusiones que permita concluir que modelo es más adecuado para cada situación.

1.2. Justificación

El cálculo de los tipos de interés ocupa un papel fundamental en la economía global actual, es por ello que la extrapolación de la curva de tipos es una herramienta clave para hacer inversiones a largo plazo, intentando evitar así el riesgo de tipo de interés.

Debido a ello, el tema de base del presente trabajo es precisamente la extrapolación de la curva de tipos de interés.

El modelo elegido ha sido el de Smith-Wilson. Se ha optado por este modelo entre otros por haber menos estudios sobre él, como por ejemplo Nelson-Siegel y Svensson. Además de porque es el modelo que utiliza la EIOPA para extrapolar la curva de tipos.

1.3. Estructura del documento

En el capítulo I, se pretende introducir los conceptos relativos al tipo de interés que serán utilizados en el presente trabajo, como son el propio tipo de interés, el riesgo de tipo de interés, la Estructura Temporal de los Tipos de Interés, el bono cupón cero, la tasa interna de rendimiento (TIR), el tipo al contado o tipo s*pot* y el tipo a plazo o tipo *forward.*

En el capítulo II, se pretende encuadrar el tema elegido en la normativa vigente, así como una breve explicación de la importancia de los tipos de interés en la política monetaria y la utilidad de los métodos para extrapolar la ETTI.

En el Capítulo III, se introducen los tipos de métodos para interpolar y extrapolar la curva de tipos. Haciendo una división entre estáticos y dinámicos. Y dentro de los estáticos entre no paramétricos, McCulloch (1971) y Vasicek y Fong (1982), y paramétricos, Nelson-Siegel (1987), Svensson (1994) y el método Smith Wilson (2001) que se desarrollará en el presente trabajo. También en este capítulo, se realiza un estudio, dando distintos valores a los parámetros de los métodos Nelson- Siegel y Svensson para llegar a una generalización de cómo afectan los mismos a la forma de la curva extrapolada.

En el capítulo IV, se desarrolla el método Smith Wilson teóricamente, así como sus principales ventajas y desventajas y la comparativa del mismo con los métodos Nelson-Siegel y Svensson.

En el capítulo V, se desarrolla un ejemplo de extrapolación de la curva de tipos de interés mediante el método Smith Wilson. Se explican paso a paso los *inputs* del modelo, como fue implementado en Excel y la función programada en Visual Basic para obtener la función de Wilson, así como los resultados y una gráfica que representa los tipos extrapolados.

En el capítulo VI, se desarrollan las principales conclusiones que se extraen del trabajo.

1.4. Conceptos previos

A continuación se definen unos conceptos necesarios para el desarrollo del presente trabajo.

1.4.1. Tipo de interés

El tipo de interés suele conocerse en el ámbito financiero como "cuánto cuesta el dinero". Cuanto le tiene que devolver el prestatario al prestamista, cuando éste le presta dinero, más la cantidad prestada, siendo el prestatario el que recibe el dinero y el prestamista el que presta el dinero.

Lo que va a reflejar el tipo de interés es el precio oficial del dinero, como se detalla más adelante. El precio del dinero será mayor cuanto mayor sea el riesgo de no poder recuperar el importe dinerario cedido entre dichos agentes económicos, lo que se conoce como riesgo de crédito.

Dependiendo de los efectos a continuación explicados los tipos de interés van a ser diferentes, estos aspectos son:

I. **Vencimiento**. En función del plazo que se establezca para devolver el préstamo los tipos de interés variaran. Normalmente a mayor plazo o vencimiento el tipo de interés es mayor, ya que el acreedor va a tardar más tiempo en recuperar su capital. Por el contrario, el tipo de interés será menor cuanto menor sea el vencimiento.

Sería interesante citar una medida de riesgo relacionada con el vencimiento de los bonos, la Duración de Macaulay o simplemente Duración, que no es más que la media ponderada de todos vencimientos de los flujos de caja de un bono:

$$\mathbf{D} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{t * C}{(1+i)^{t}} + \frac{n * M}{(1+i)^{n}}}{P}$$

Ecuación 1: Duración de Macaulay

Dónde:

- N= número de flujos
- T=tiempo
- C=flujos de caja
- P=Precio del bono
- I= tipo de interés
- M=Vencimiento

La Duración calcula un resultado anual si se utiliza *inputs* anuales, si se utilizase otra unidad de tiempo como *input* el resultado sería expresado en dicha unidad.

II. **Riesgo de crédito:** Este factor es el que hemos usado anteriormente para definir el tipo de interés. Cuando un acreedor concede un préstamo debe saber que tiene el riesgo de que el deudor no lo reintegre, ya sea en plazo o forma, esto es lo que se conoce como riesgo de crédito. Cuanto mayor es el riesgo de crédito que percibe el prestamista o acreedor de que el deudor no devuelva el préstamo mayor tipo de interés le exige por asumir este un mayor riesgo.

III. **Tratamiento fiscal**. Los tipos de interés deben tributar. Esta sujeción a impuestos influye en el mayor o menor precio del dinero. Es decir, si la tributación es mayor por prestar a determinado agente económico, eso repercutirá en el tipo de interés cobrado, aumentando este. Si se sabe que el interés de prestar dinero a una entidad o agente no tributa dicho préstamo se formalizará a un precio menor que si quien lo concede debe pagar impuestos.

Por un lado según estos se distinguen diferentes tipos de interés. Estos tipos al igual que la mayoría de bienes y servicios varían en función de la oferta y demanda del mercado correspondiente (Ley de la oferta y la demanda).

Desde el punto de vista del ofertante, los recursos tienen una relación directa con el tipo de interés, es decir, a mayor tipo de interés, mayor cantidad de recursos financieros se ofrecen y viceversa, a menor tipo de interés menor financiación se ofrece ya que se pagará menos por prestar el dinero.

Por el contrario, desde el punto de vista del demandante, a menor tipo de interés, más barato le saldrá financiarse, por lo que pedirá más dinero en momentos de tipos bajos de interés.

Esta oferta y demanda de recursos financieros acaba en un precio de equilibrio que marca la cantidad de recursos que los acreedores concederán a los deudores o prestatarios y que tipo de interés cobrarán y pagarán por esa cantidad de dinero.

El tipo de interés suele venir expresado en forma de porcentaje respecto a un capital determinado que un acreedor concede a un deudor. El tipo de interés que se acuerda también viene referenciado a un periodo de tiempo.

Entre los tipos de interés que se encuentran en los mercados se distinguen tipos con distinto funcionamiento y estructura. A continuación se describen los más relevantes:

- **Tipo de interés fijo y variable**. El tipo de interés puede permanecer fijo o fluctuar durante el tiempo que dure el préstamo, esto es tipo de interés fijo o variable.
  Puede ocurrir que durante un periodo tenga vigencia un tipo de interés fijo y a continuación un tipo de interés variable y al contrario, a esto se le llama operaciones mixtas.
  Las ventajas principales del interés fijo sobre el variable es que se va a conocer la tasa de interés a pagar desde el momento que se contrata la operación, además de que si suben los tipos de interés se estará pagando menos que el mercado. El inconveniente principal es si bajan los tipos, ya que se estará pagando precios por encima del mercado.
  Para poder hacer fijo o variable el tipo de interés, según tus expectativas sobre la evolución, hay un producto financiero conocido como Swap de tipo de interés (IRS por sus siglas en inglés), el cual es un contrato por el que dos partes se comprometen a pagar/cobrar un tipo fijo o variable en fechas futuras.
- **Tipo de interés simple**. Es aquel en el que los intereses se liquidan al final de año (o del periodo acordado) además de la cuota de amortización del préstamo correspondiente a ese periodo. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\boldsymbol{Is = C * r * t}$$

Ecuación 2: Tipo de interés simple

Dónde:

- Is= interés simple obtenido
- $C =$ capital empleado
- r= tipo de interés
- t= tiempo

- **Tipo de interés compuesto**. Los intereses que se liquidan no se pagan y se van sumando al capital inicial hasta el vencimiento del préstamo. Es decir, los intereses devengados van generando más intereses. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\boldsymbol{IC = (1 + r)^n - 1}$$

Ecuación 3: Tipo de interés compuesto

Dónde:

- $IC =$ Interés compuesto obtenido.
- r= tipo de interés.
- n =es el número de períodos.

1.4.2. Riesgo de tipo de interés

Este término hace referencia a la posibilidad de que los tipos de interés fluctúen en el mercado. Dicho riesgo provoca la variabilidad de la rentabilidad en los bonos, ya que cuando sube el tipo de interés cae el precio del bono y viceversa.

1.4.3. Bono cupón cero

Es un título que no paga intereses durante el ciclo de vida del mismo, es decir, la rentabilidad, llamada implícita, está en que son emitidos con descuento. Un ejemplo típico de bonos cupón cero son las Letras del Tesoro español.

1.4.4. Tipo de interés al contado

Se entiende por tipo de interés al contado o *spot* el tipo de interés actual en el mercado en un momento concreto t y para un plazo M marcado. Sus expresiones matemáticas son las siguientes:

➢ **Tiempo discreto $r_{t,M}$:**

$$P_{t,M} = N * (1 + r_{t,M})^{-M}$$

Ecuación 4: Precio de un título en tiempo discreto

Dónde:

- P_t= valor teórico del título.
- N= Nominal del titulo.
- r_t=tipo de interés al contado.
- t = plazo de tiempo en años.

➢ **Tiempo continuo $\tilde{r}_{t,M}$:**

$$P_{t,M} = N * e^{-\tilde{r}_{t,M}M}$$

Ecuación 5: Precio de un título en tiempo continuo

Dónde en tiempo continuo los parámetros coinciden con tiempo discreto, a excepción de $\tilde{r}_{t,M}$ que es el tipo de interés nominal en capitalización continua en t para un plazo M.

Se igualan los precios teóricos del título, para obtener la relación entre el tipo a tiempo discreto y a tiempo a continuo:

$N * (1 + r_{t,M})^{-M} = N * e^{-\tilde{r}_{t,M}M} \leftrightarrow (1 + r_{t,M})^{-M} = e^{-\tilde{r}_{t,M}M} \leftrightarrow$ - M * $\ln(1 + r_{t,M}) = -\tilde{r}_{t,M}M \leftrightarrow$ $\ln(1 + r_{t,M}) = \tilde{r}_{t,M} \leftrightarrow (1 + r_{t,M}) = e^{\tilde{r}_{t,M}} \leftrightarrow$

$r_{t,M} = e^{\tilde{r}_{t,M}} - 1$

Por tanto la relación es la siguiente:

$$r_{t,M} = e^{\tilde{r}_{t,M}} - 1$$

Ecuación 6: Tipo de interés al contado discreto.

$$\tilde{r}_{t,M} = \ln(1 + r_{t,M})$$

Ecuación 7: Tipo de interés al contado continuo

1.4.5. Tipo de interés Forward

Un tipo de interés *forward* o a plazo es aquel tipo que comienza en un plazo futuro de tiempo. Los tipos de interés *forward* o a plazo se hallan implícitos en los tipos de interés al contado, que definen la ETTI.

En un mercado sin incertidumbre ni costes de transacción, los tipos *forward* deberán coincidir con los tipos *spot* futuros, si no fuese así habría posibilidad de arbitraje.

$f_{t,\tau}$ es el tipo *forward* para el plazo futuro de (t+ τ -1, t+ τ) en el momento t dónde τ=1,…,m.

Los tipos forward a partir de los de tipo al contado se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{f_{t,\tau}} = \frac{(1+ r_{t,\tau})^{\tau}}{(1+r_{t-1,\tau})^{t-1}} - 1.$$

Ecuación 8: Tipo Forward

1.4.6. Factor de descuento

Se conoce como factor de descuento al coeficiente usado para calcular el valor presente de un flujo de caja futuro. El factor de descuento depende del tipo de interés que se utilice para descontar y del plazo de tiempo. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\boldsymbol{FD = (1 + \mathrm{i})^{(-t)}}$$

Ecuación 9: Factor de descuento

Dónde:

- i = tipo de interés
- *t* = tiempo en años transcurrido desde hoy hasta la fecha a actualizar.

1.4.7. Tasa interna de rendimiento

Se define como la media de los rendimientos de una inversión, se expresa en tanto por ciento sobre el principal. También se define como la tasa de descuento con la cual el valor actual neto (VAN) se iguala a cero.

La TIR es un indicador de si la inversión es adecuada o no para el inversor, ya que comparando la TIR con el coste de financiación vemos si la inversión es rentable o no. La inversión será rentable desde el punto en el que la TIR sea mayor que el coste de financiación. La expresión matemática de la TIR es la siguiente:

$$\mathbf{VAN} = \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{(1+TIR)^t} - \mathbf{C} = \mathbf{0}$$

Ecuación 10:Relación VAN y TIR

Dónde:

- F_t= flujo de caja en el periodo *t.*

- *C*= valor del desembolso inicial de la inversión.
- *n* es el periodo de tiempo.

1.4.8. Estructura temporal de Tipos de Interés

Hoy en día la ETTI (Estructura Temporal de Tipos de Interés) es una herramienta fundamental para el análisis macroeconómico de los mercados financieros, ya que gracias a ella los inversores pueden intentar predecir la evolución de los tipos de interés y así realizar inversiones con un mayor fundamento.

La ETTI se define como la representación gráfica de los diferentes tipos de interés que se corresponden con cada plazo al que se están valorando los activos, es decir, pone en relación el tipo de interés con un plazo de tiempo.

La representación gráfica consiste en una curva. Para representarla, en el eje de ordenadas se ponen los tipos de interés expresados en tanto por ciento que tienen validez cuando se genera la curva y en el eje de las abscisas se representa el plazo normalmente expresado en años.

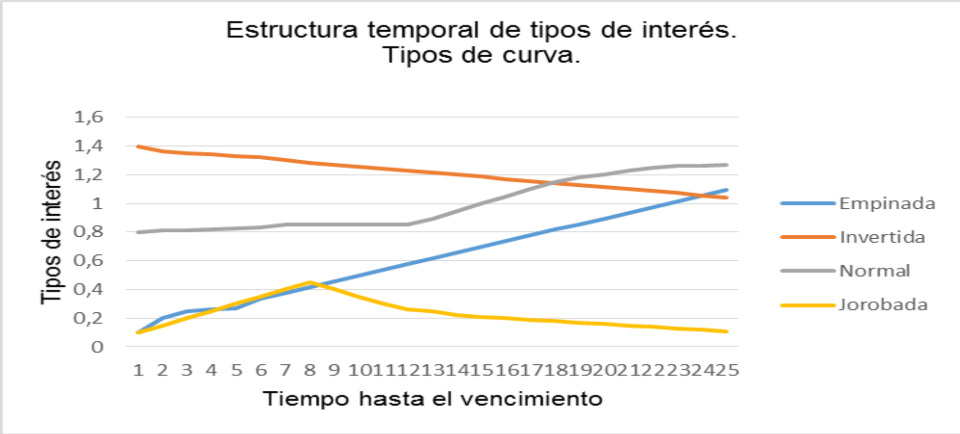
Para representar la ETTI deben usarse activos de similares características, lo más habitual es usar bonos cupón cero emitidos por un Estado ya que se entiende que no tiene riesgo de crédito ni liquidez además de un régimen fiscal similar pero también se puede usar la pata fija de los *Interest Rate Swap (IRS).*

Hay tres clases de expresar la ETTI:

- **Curva al contado o *spot***: Hace referencia al tipo que el mercado utiliza en las operaciones actuales en un momento concreto y para un plazo determinado. Si estos tipos fuesen iguales la ETTI tendría una forma plana.
- **Curva a plazo o *forward***: mediante esta curva se expresan los tipos en un plazo futuro para un momento un concreto de tiempo.
- **Función de descuento**: es igual al valor en el momento actual de una unidad monetaria que se pagará en algún momento futuro.

De manera general a mayor plazo, mayor pendiente tendrá la curva ya que el inversor se expone a un mayor riesgo al estar expuesto a una mayor incertidumbre. Pero ante estimaciones de posibles recesiones futuras la ETTI tomará pendiente negativa, esto es debido a que los inversores prevén un menor rendimiento en el largo que en el corto plazo.

Gráfico 1: Tipos de curvas de Estructura Temporal de Tipos de Interés



Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO II:

MARCO TEÓRICO

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Normativa

El Consejo de la Unión Europea y el Parlamento Europeo aprobaron en noviembre de 2009 la directiva (La Directiva 2009/138 / CE) de Solvencia II "EIOPA", por sus siglas en inglés (*European Insurance and Occupational Pensions Autthority*), anteriormente CEIOPS, la cual es un nuevo marco de supervisión cuya finalidad es la asimilación de la industria de los seguros en la Unión Europea (UE).

La nueva regulación está diseñada para mejorar la protección de los tomadores de los seguros e igualarla entre los países miembros de UE. La medida más importante conlleva la reducción de riesgo para los clientes de seguros en caso de insolvencia de la compañía contratada.

Hasta la aprobación de esta nueva regulación cuando las empresas aseguradoras no podían cumplir con sus obligaciones de pago, los asegurados tenían que soportar las pérdidas de sus reclamaciones interpuestas.

La EIOPA establece los criterios técnicos para la extrapolación de la curva de tipos de interés. Además establece el modelo de Smith-Wilson (desarrollado en este trabajo) para la extrapolación de la curva. Los criterios técnicos son los siguientes:

- *Ultimate Forward Rate* (UFR**)**, es una tasa de descuento calculada después del último punto líquido (*last liquid point*), por lo que es una tasa de descuento libre de riesgo para los contratos a largo plazo, donde debido a la larga duración no hay datos suficientes en el mercado.

EIOPA define el UFR como la suma de los tipos de interés reales esperados más la inflación. Con una inflación objetivo del 2% y tipos de interés reales esperados representados por los pasados, es decir UFR = 4,2 %, con excepciones para las divisas no pertenecientes a la Unión Europea.

- Punto de convergencia. La Directiva refleja explícitamente un período de convergencia de 40 años desde el último punto líquido, lo que es equivalente a suponer que el plazo convergerá a su nivel máximo (UFR) en 60 años (20 años, último punto líquido, más 40 años).
- α es el parámetro que representa la velocidad en que los tipos convergen a UFR. EIOPA considera que la aplicación del α =0.1 proporciona una extrapolación que se ajusta a la mayoría de las curvas de tipos de interés.

2.2. El tipo de interés como instrumento de la política monetaria

Se entiende por política monetaria, los mecanismos por los cuales un gobierno o banco central controla, en su zona de influencia, la cantidad de dinero circulante en el mercado así como los tipos de interés.

La política monetaria de la zona euro es definida por el Banco Central Europeo y sus principales objetivos son:

- **Estabilidad de precios**: Esta situación se da cuando los precios, de media y en el medio plazo se mantienen constantes. En este apartado habría que citar la inflación, que se define como el aumento generalizado de precios, la inflación objetivo fijada por el Banco Central Europeo es inferior pero próxima al 2%. El fenómeno opuesto sería la deflación, que es la bajada generalizada de precios.
  Para medir la estabilidad de precios en España se usa el IPC (Índice de Precios al Consumo), que es la media de la evolución del conjunto de precios de los bienes y servicios consumidos por las familias residentes en España.
- **Crecimiento económico**: Mide el incremento o decremento en la producción de bienes y servicios de una economía. La forma más habitual de medirlo es el PIB (Producto Interior Bruto), es la producción total de bienes y servicios, se suele medir anualmente y por país o región geográfica.
- **Consecución del pleno empleo de la zona euro:** El pleno empleo no es necesariamente una tasa nula de desempleados (personas en edad de trabajar), si no que se considera pleno empleo un tasa de desempleo inferior al 3%.

El proceso por el que las decisiones de la política monetaria afectan a la zona económica influenciada por esta, se denomina mecanismo de transmisión de la política monetaria y está compuesto por las vías mediante. Estas son: cambios en el tipo de interés, en el tipo de cambio, vía o canal de crédito por el cual restringe permite el acceso al crédito a los agentes y los efectos en el precio de los activos mediante el control de la masa monetaria.

Dentro de política monetaria se encuentran dos clases: expansiva y restrictiva.

- **Expansiva:** Consiste en aumentar la masa monetaria (cantidad de dinero) que hay en circulación. Se lleva a cabo mediante; una reducción del tipo de interés, lo que favorece que los bancos tengan acceso al crédito y así en teoría este fluya a las personas; reducir los coeficientes legales de caja para que los bancos tengan que aprovisionar menos capital y así puedan prestar más. Otra medida para llevar a cabo esta política es mediante la compra de títulos de deuda pública. Esta política desincentiva el ahorro, aumenta el consumo y la inversión.

- **Restrictiva**: Al contrario de la expansiva, lo que trata es de reducir la masa monetaria usando las medidas opuestas a la política expansiva, es decir; subir el tipo de interés, lo que dificultará el acceso al crédito. Aumentar el coeficiente legal de caja, para así obligar a los bancos a mantener más capital fuera de circulación y por último vendiendo títulos de deuda pública. La política fiscal restrictiva se usa para bajar la inflación y bajar el consumo (aumentando el ahorro).

Para concluir este apartado, cabe destacar la importancia de la política monetaria dado el objeto de este trabajo, que consiste en extrapolar la curva de tipos mediante el modelo Smith-Wilson, ya que si el Banco Central Europeo cambiase los tipos de interés que hemos calculado con anterioridad podría afectar a las inversiones tomadas en base a los tipos que previamente se calcularon.

2.3. Finalidad de extrapolar la Estructura temporal de Tipo de Interés

Los inversores quieren eliminar o reducir lo más posible la incertidumbre a la hora de realizar sus inversiones, es decir, mitigar lo más posible el riesgo de tipo de interés, para llevar a cabo dicha tarea una herramienta muy útil es la ETTI ya que la evolución de los tipos de interés es indeterminada.

La importancia de la curva de tipos nace en que sirve como referencia en la valoración de activos. Esta curva permite predecir cuáles van a ser los tipos de interés esperados en un tiempo futuro, indicando cuáles son las expectativas de los inversores sobre las variables que afectan a los tipos de interés. Por esto, la curva de tipos es uno de las principales herramientas que emplean los inversores para decidir la adquisición de este tipo de activos ya que por adelantado les permite conocer que rendimiento pueden esperar en el largo plazo en función del vencimiento y el riesgo.

La curva de tipos de interés al proporcionar información de las expectativas de los inversores sobre la inflación y la política monetaria se ha convertido en una herramienta fundamental para llevar a cabo el análisis de la economía a nivel macroeconómico. La autoridad monetaria correspondiente, en el caso de Europa el Banco Central Europeo, controla el tipo de interés a corto plazo, pero por lo general los agentes económicos toman sus decisiones de inversión y ahorro en un plazo mayor, es decir, se guían por el tipo de interés a largo plazo.

Es por esto que si se conoce la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) puede estudiarse el impacto a largo plazo que tendrá el establecimiento de un tipo de interés a corto plazo por parte de la autoridad monetaria; por esto los inversores podrán juzgar el impacto que ha tenido la política monetaria en el crecimiento económico para elegir si invertir o no.

Cada Banco Central elegirá los modelos que van a aplicar para obtener las curvas de interés en función del uso que quiera dar a cada curva. Entre los modelos más utilizados para estimar la curva de tipos se hallan los de Nelson-Siegel, el posterior desarrollo del mismo, realizado por Svensson, y el modelo Smith-Wilson para estimar la ETTI.

En la siguiente tabla se muestran las diferentes metodologías utilizadas por algunos de los principales Bancos Centrales.

Tabla 1: Metodologías utilizadas por distintos bancos centrales.

Banco Central	Metodología	Frecuencia	Minimización de error	Amplitud relevante de vencimientos
Finlandia	Nelson-Siegel	Semanalmente; diariamente desde 4 Enero 1999	Precio ponderado	De 1 a 12 años
Alemania	Svensson	diariamente mensualmente	Rendimiento	De 1 a 10 años
Francia	Nelson-Siegel	Semanalmente	Precio ponderado	Hasta 10 años
Japón	*Splines* suavizados	Semanalmente	Precio	De 1 a 10 años
Noruega	Svensson	± mensualmente	Rendimiento	Hasta 10 años
España	Svensson Nelson-Siegel	Diariamente Mensualmente	Precio ponderado	Hasta 10 años Hasta 10 años
Suecia	Svensson	Como mínimo una vez por semana	Rendimiento	Hasta 10 años
Estados Unidos	*Splines* suavizados	Diariamente	Bonos: Precio	De 1 año a 10 años
Suiza	Svensson	Diariamente Mensualmente	Rendimiento	De 1 a 30 años

Reino Unido	Svensson	Diariamente Mensualmente	Precio ponderado	De 1 semana a 30 años
	Variable de penaliz. Por rigurosidad	Diariamente	Bonos: precio	De 1 año a 10 años

Fuente: BIS Data Bank

CAPÍTULO III

MÉTODOS PARA EXTRAPOLAR LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

III. MÉTODOS PARA EXTRAPOLAR LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

Existen dos enfoques generales para modelizar la Estructura Temporal de Tipos de Interés.

- El primer enfoque es puramente estadístico y deriva en una Estructura Temporal estática.
- El segundo enfoque, en contraste, se basa en un modelo dinámico que explícitamente describe la evolución de la curva de rendimiento.

3.1. Modelos estáticos

Este tipo de modelos a su vez de divide en:

3.1.1 Modelos no pararamétricos

Los modelos no paramétricos o *splines* permiten aproximar los rendimientos de la función de descuento mediante polinomios a trozos, especificando funciones polinomiales entre los precios observados.

Concretamente, la función de descuento está dividida en k intervalos. Cada intervalo expone una función de tiempo distinta, la cual es anudada a cada punto de transferencia de un intervalo al siguiente. Las k funciones combinadas constituye la función total de descuento.

Si la función tiene una forma cúbica, entonces el análisis de la regresión requiere que se sean estimados k * 4 parámetros. La estimación de un elevado número de coeficientes puede ser tedioso, especialmente si el número de intervalos aumenta, lo que puede significar que la forma de la actual Estructura Temporal puede ser observada en detalle, pero por el contrario tiene el riesgo de sobrecargar la curva pues los valores atípicos no disminuyen.

3.1.1.1. Modelo de McCulloch

McCulloch (1971) para activos de renta fija modeliza la Estructura Temporal de Tipo de Interés como una función *spline* y estima los coeficientes mediante regresiones lineales. Realizó un trabajo innovador empleando *splines* cuadráticos para estimar la función de descuento. En 1975 modifica el método utilizando *splines* cúbicos, que definen cada función a trozos como un polinomio de tercer grado, mejorando así la flexibilidad de la curva.

Mediante la siguiente ecuación:

$$\delta_t(\text{m}) = 1 + \sum_{h=1}^{k} a_h \, g_h(\text{m})$$

Ecuación 11: Ecuación de McCulloch

El número de funciones a incorporar, k, se define arbitrariamente, aunque se obtiene un mejor ajuste cuantas más funciones definidas se tengan. Pero este número ha de tener relación con el número de títulos disponibles en el mercado. Cuando el número de referencias que cotizan es reducido, un número elevado de funciones no proporcionaría un ajuste significativo. McCulloch propone utilizar:

$$\text{k} = \text{E} \left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor$$

Ecuación 12:Número de funciones a utilizar en McCulloch

Siendo *E* la parte entera más próxima al resultado y *n* el número de título utilizados en el ajuste.

El fin de definir k es establecer la división del plazo en periodos diferentes pero que agrupen el mismo número de títulos en cada tramo. Las funciones g_h se definen para cada uno de los tramos y enlazan en los vértices de unión.

3.1.1.2. Modelo de Vasicek y Fong

Uno de los principales de utilizar *splines* polinómicos para estimar la ETTI es que las funciones de descuento estimadas normalmente son muy inestables y oscilantes y pueden ser poco reales, sobre todo a largo plazo dónde debería haber convergencia asintótica. Esto es debido a la imposibilidad de los polinomios para describir comportamientos asintóticos.

Intentando solventar este problema Vasicek y Fong (1982) proponen estimar mediante un *spline* exponencial una función de descuento por medio de un *spline exponencial* de tercer orden, es decir, una función que entre dos pares de nudos tiene la forma:

$$\delta\ (\text{t}) = b_0 + b_1\, e^{-\alpha t} + b_2 e^{-2\alpha t} + b_3\, e^{-3\alpha t}$$

Ecuación 13: Ecuación spline exponencial

La principal ventaja de este método es que a largo plazo la curva *forward* es plana porque los incrementos poco realistas de los tipos a largo plazo son eliminados.

Shea (1985) indica que mediante los *splines* exponenciales no se obtiene una estimación más estable que los con los *splines* polinómicos.

A partir de los datos observados, los modelos paramétricos proporcionan una aproximación la curva de tipos, estimando para ello unos parámetros que hacen mínimo el error entre los datos ajustados y los reales. Los más utilizados son los propuestos por Nelson y Siegel (1987) y la posterior ampliación de Svensson (1994).

3.1.2. Modelo de Nelson-Siegel

Estos autores defienden que la curva de tipos *forward* debe ser asintótica para plazos muy largos, por lo que la función de ajuste que utiliza este método considera que cuando el plazo es suficientemente largo el tipo de interés *forward* de un año y el del siguiente apenas varía.

El método especifica una función para la actual curva *forward*, f (t) es el tipo *forward* implícito a un vencimiento t con la siguiente expresión:

$$\mathbf{f(t) = \beta_0 + \beta_1}\, e^{-\frac{t}{\tau}} \mathbf{+ \beta_2} \left(\frac{t}{\tau}\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Ecuación 14: Tipo forward Nelson-Siegel.

A partir de la curva de tipos *forward*, se pueden determinar los tipos al contado con vencimiento t:

$$\mathbf{s(t) = \beta 0 + (\beta 1 + \beta 2)\left(\frac{\tau}{t}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \beta 2}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ecuación 15: Tipo spot Nelson-Siegel.

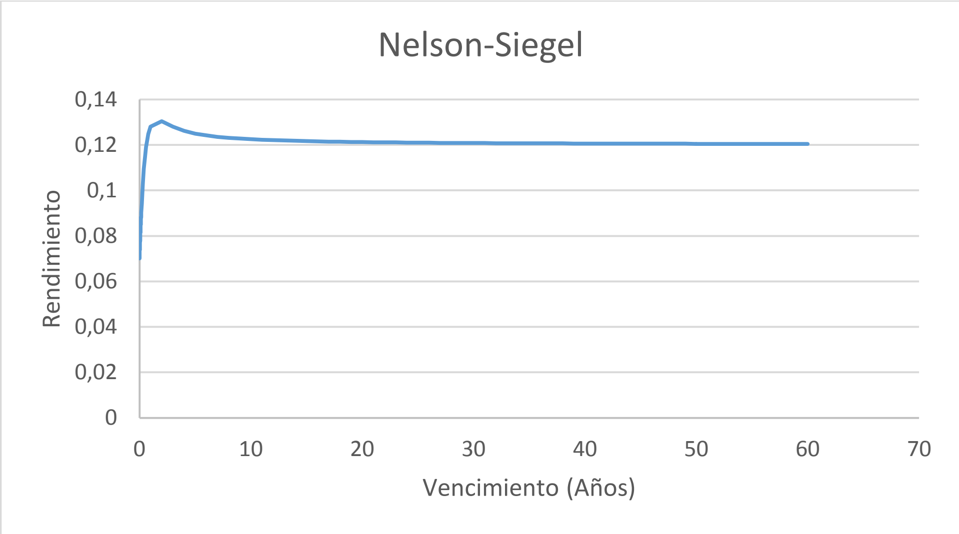
Dónde los parámetros β_0, β_1, β_2 y τ tienen que ser estimados, normalmente por mínimos cuadrados ordinarios. En particular, los tres factores (β_0, β_1, β_2) afectan el nivel, la pendiente y la curvatura de la curva de rendimiento. Una combinación de estos tres componentes es capaz de producir cualquier forma de la curva de rendimiento observada, al menos en el extremo corto de la misma.

- El factor β_0 determina el tipo de interés para largo plazo, es decir, s(t)= β_0 cuando t → ∞. β_0 > 0 ya que tipos a largo plazo negativos son teórica y prácticamente no razonables. Proporciona nivel a la curva de rendimiento, es decir de la asíntota horizontal.
- El factor β_1 determina el tipo de interés a corto plazo, proporcionando la pendiente a la curva de rendimiento, Si $\beta_1 > 0$ la curva será decreciente y $\beta_1 < 0$ será creciente.
- El factor (β_0 + β_1) determina el tipo de interés a muy corto plazo, es decir, s (t)= $\beta_0 + \beta_1$ cuando t → 0.
- El factor β_2 determina un tipo de interés a medio plazo, entre el corto plazo y el largo, proporcionando la forma de la curva de rendimientos.

- El parámetro τ, del cual dependen β_0, β_1, β_2 determina la velocidad de convergencia del tipo de interés *forward* a β_2. τ >0 por razones de convergencia.

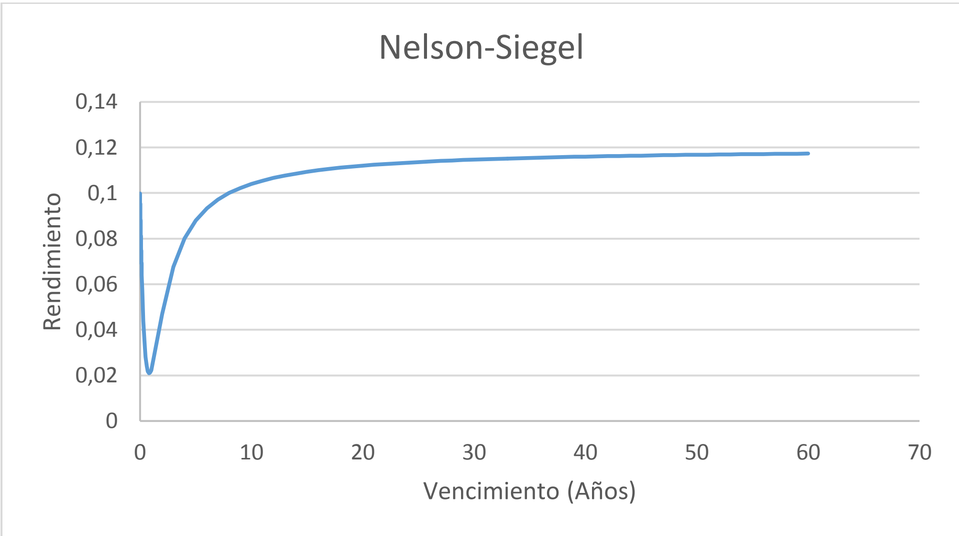
A continuación se muestran algunos ejemplos de la representación gráfica de la curva de tipos al contado obtenida por Nelson-Siegel según distintos valores de los parámetros del modelo con el objetivo de llegar a una generalización de la forma de la curva a partir de dichos valores.

Gráfico 2: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=-5%, β2 = 10% y τ=0.5.



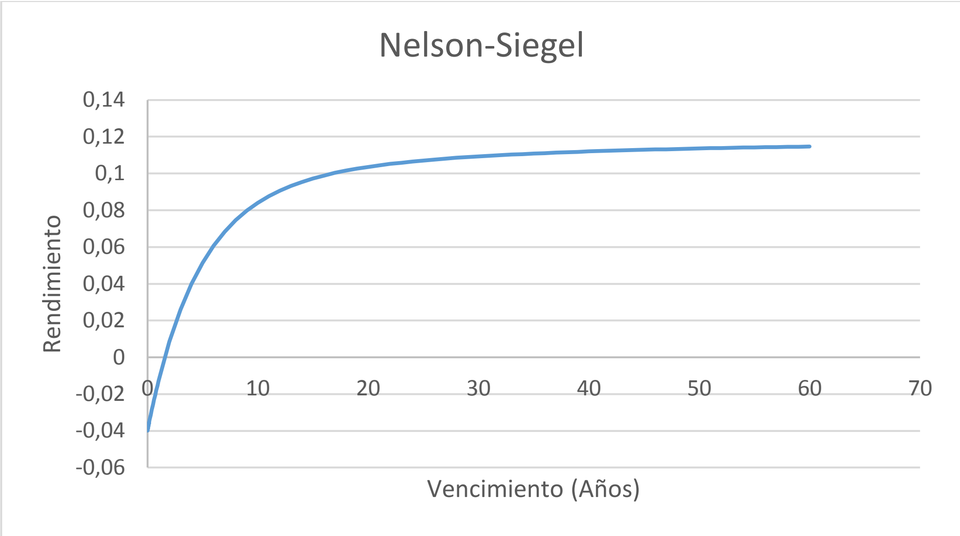
Fuente: Elaboración propia

Gráfico3: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=-2%, β2 = -30% y τ=0.5.



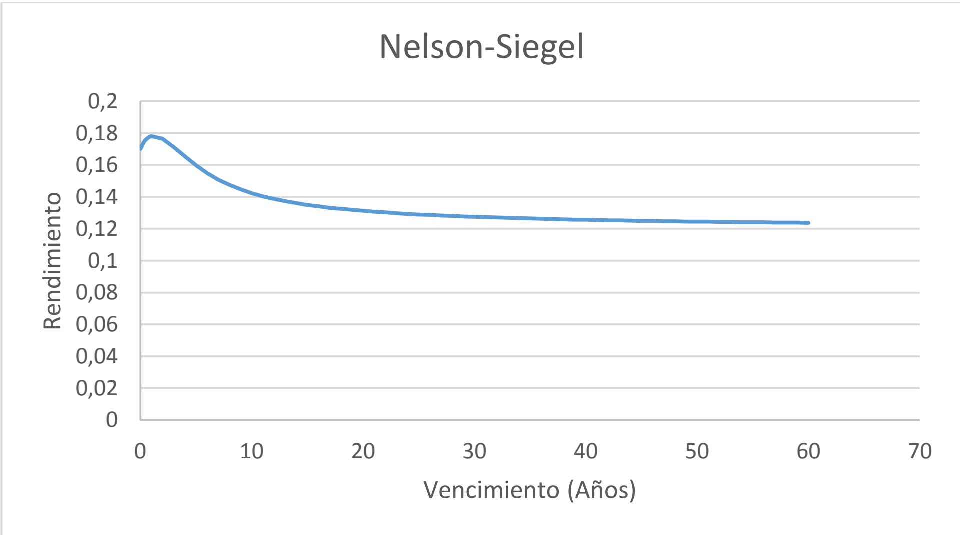
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=-16%, β2 = 8% y τ=4.



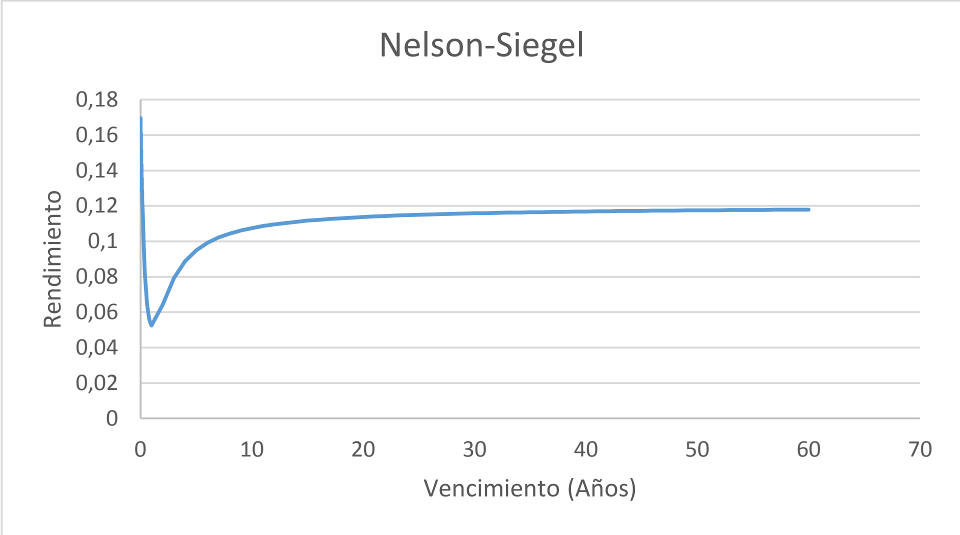
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 5: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=5%, β2 = 10% y τ=1.5.



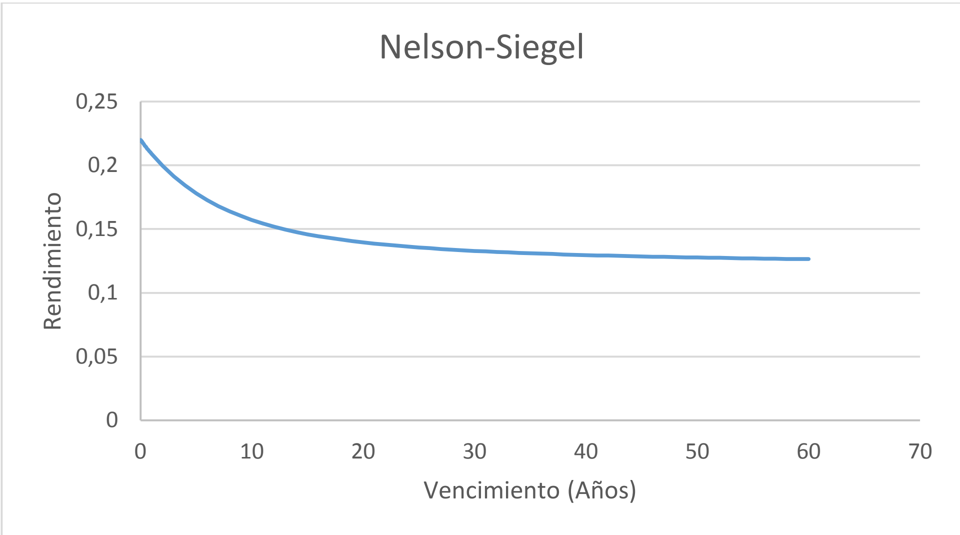
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 6: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=5%, β2 = -30% y τ=0.5.



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 7: Curva spot Nelson-Siegel con parámetros: β0=12%, β1=10%, β2 = -3% y τ=5.5.



Fuente: Elaboración propia

En base a los gráficos anteriores se puede generalizar:

1. Cuanto mayor sea τ más tarde se dará la curvatura en el tiempo.
2. Si $\beta_1 < 0$ la curva tendrá pendiente positiva, por tanto será creciente. Se distinguen tres casos según el valor o el signo de β_2:

- Si $\beta_2 > 0$, la curva será cóncava.
- Si $\beta_2 < 0$, la curva será convexa.
- Si $|\beta_1| > |\beta_2|$, la curva será monótona creciente, no será ni cóncava ni convexa.

Cuanto mayor sea β_2 más pronunciada será la concavidad o convexidad.

3. Si β_1>0, la curva tendrá pendiente negativa, por tanto será decreciente. Se distinguen tres casos según el valor o el signo de β_2:

- Si $\beta_2 > 0$, la curva será cóncava.
- Si $\beta_2 < 0$, la curva será convexa.
- Si $|\beta_1| > |\beta_2|$, la curva será monótona decreciente, no será ni cóncava ni convexa.

Cuanto mayor sea β_2 más pronunciada será la concavidad o convexidad.

Este método utiliza una única función en lugar de k funciones paramétricas que se ajusten a la curva de rendimiento, como en el caso de los *splines*. Esta única función asegura una curva suavizada. Las oportunidades de arbitraje surgen cuando los tipos al contado esperados futuros en t años están desnivelados de los rendimientos de los bonos implícitos en el año t, con un margen correspondiente a la inecuación de Jensen.

Diebold and Li muestra como la versión dinámica del modelo Nelson-Siegel es teóricamente consistente añadiendo un período de tiempo que ajuste el modelo a las limitaciones de no-arbitraje. Sin embargo, el período de corrección conduce a una estimación más compleja del modelo y por consiguiente, la ventaja del modelo de ser simple de implementar desaparece.

Para enfatizar la interpretación económica de la función Nelson-Siegel, Diebold and Li (2006) la reescribieron de la siguiente forma:

$$\mathbf{R(t) = \beta0 + \beta1(1-} e^{-\frac{t}{\tau}}) \frac{\tau}{t} + \mathbf{\beta2}\left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\frac{\tau}{t} - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

Ecuación 16: Tipo spot Diebold and Li.

3.1.3. Método de Svensson

Svensson (1994) mejora el método de Nelson-Siegel para el período completo, añadiendo un cuarto trimestre que permite una segunda curvatura en la curva:

$$\mathbf{R(t)=\beta0+\beta1(1-} e^{-\frac{t}{\tau_1}}) \frac{\tau_1}{t} + \mathbf{\beta2}\left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)\frac{\tau_1}{t} - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right] + \mathbf{\beta3}\left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)\frac{\tau_2}{t} - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right]$$

Ecuación 17: :Tipo spot Svensson.

La problemática de la función de Nelson-Siegel es capturar una segunda curvatura pues el valor asintótico de los enfoques del modelo es muy rápido.

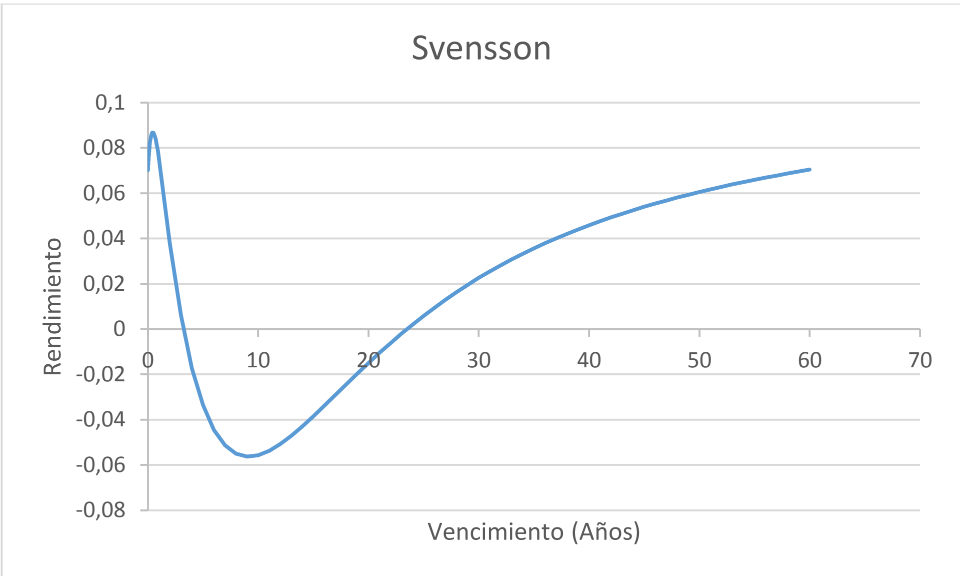
La inclusión de este término adicional permite la existencia de más de un extremo, por lo que el modelo puede presentar, de manera simultánea, un máximo y un mínimo.

La interpretación de los parámetros τ_1, β_0, β_1, β_2 coincide con el modelo de Nelson-Siegel. Se tienen que estimar dos parámetros más a través de la curva de rendimiento, β_3 y τ_2, que se interpretan de la misma forma que β_2 y τ_1 respectivamente, pero para la segunda curvatura en vez de para la primera:

- El parámetro β_2 está relacionado con la posición de la primera curvatura, β_2 determina la primera curvatura en el corto plazo.
- El parámetro τ_1, $\tau_1 > 0$, indica el plazo en el que se dará la primera curvatura.
- El parámetro β_3 está relacionado con la posición de la segunda curvatura.
- El parámetro τ_2, $\tau_2 > 0$, indica el plazo en el que se dará la segunda curvatura.

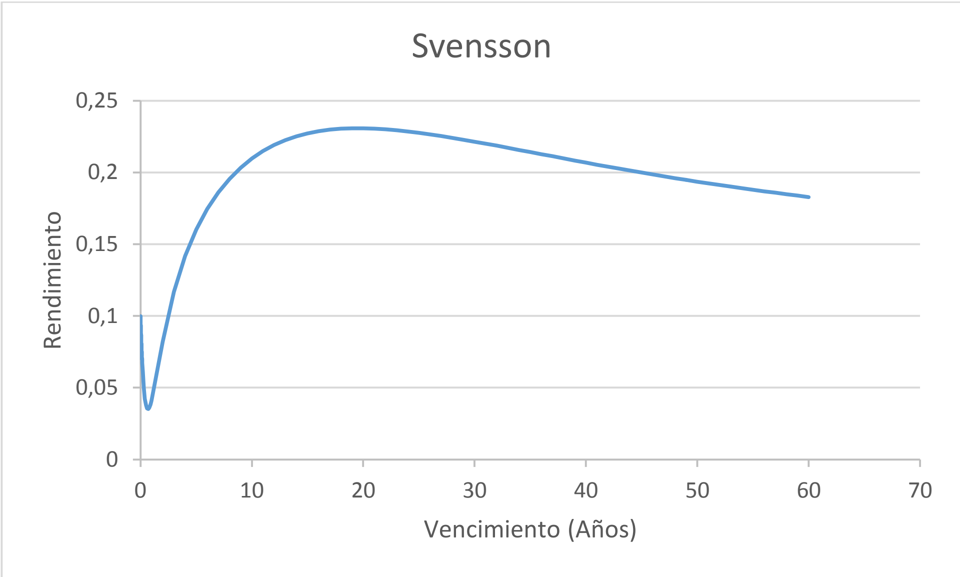
A continuación se muestran algunos ejemplos de la representación gráfica de la curva de tipos al contado obtenida por Svensson, según distintos valores de los parámetros del modelo, con el objetivo de llegar a una generalización de la forma de la curva a partir de dichos valores:

Gráfico8: Curva spot Svensson con parámetros: β0=12%, β1=-5%, β2 = 10%, β3 = -60%, τ_1=0.5 y τ_2=5.



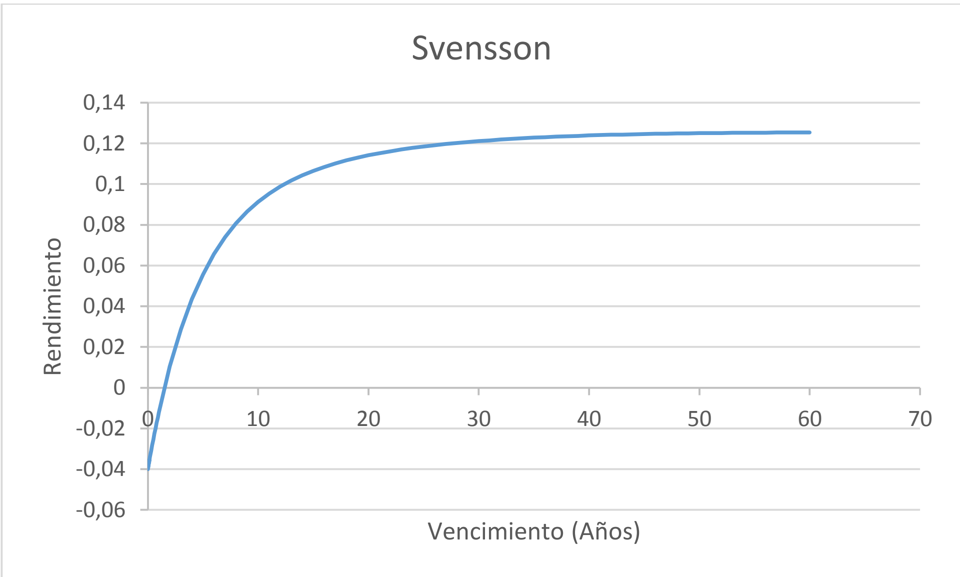
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 9: Curva spot Svensson con parámetros: β0=12%, β1=-2%, β2 = -30%, β3 = 40%, τ_1=0.5 y τ_2=10.



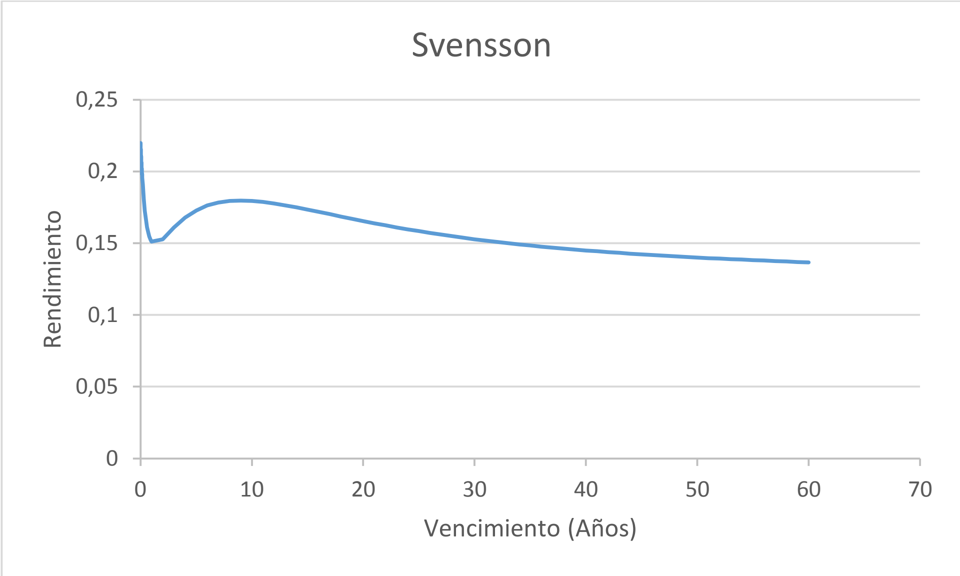
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 10: Curva spot Svensson con parámetros: β0=12%, β1=-16%, β2 = 8%, β3 = 4%, τ_1=4 y τ_2=20.



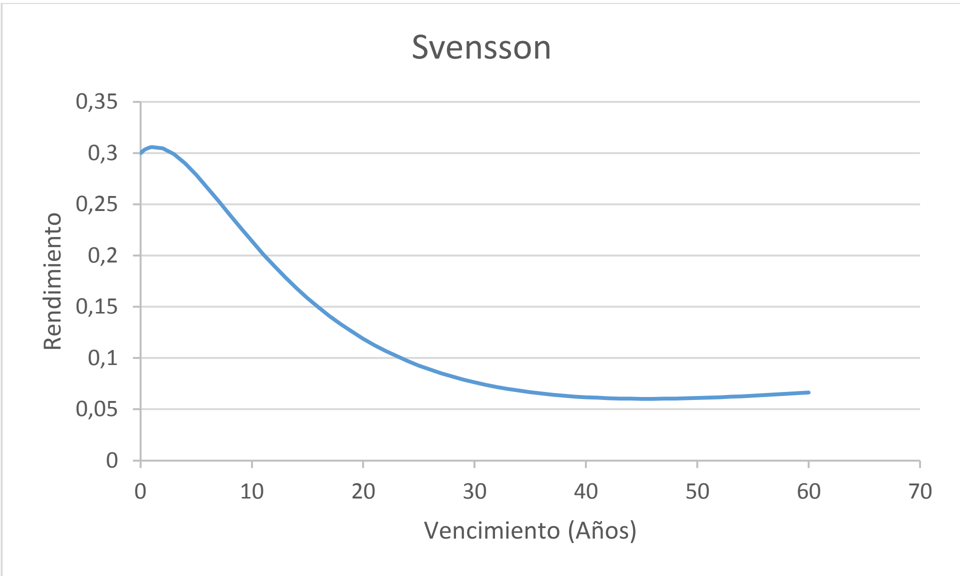
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 21: Curva spot Svensson con parámetros: β_0=12%, β_1=10%, β_2=-10%, β_3 = 20%, τ_1=0.5 y τ_2=5.



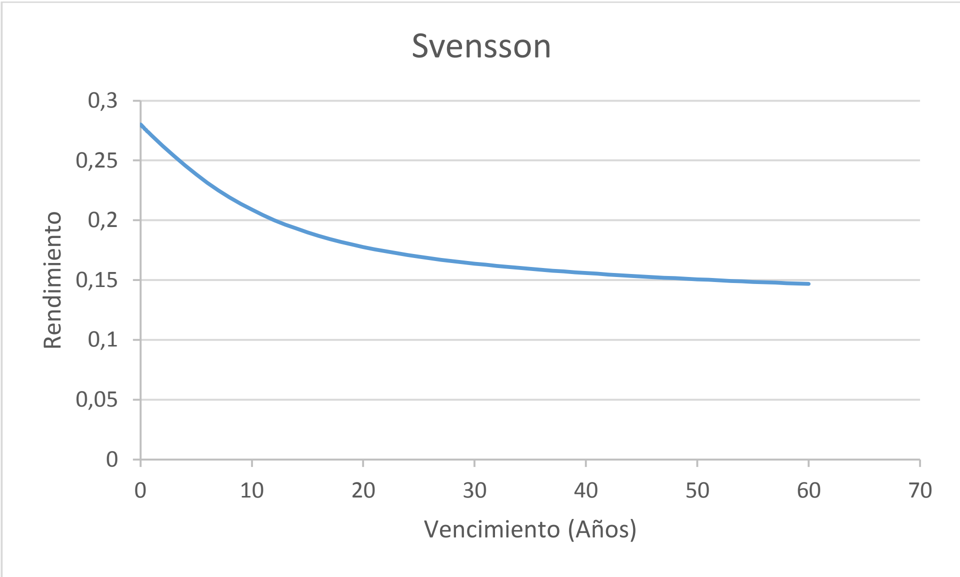
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 12: Curva spot Svensson con parámetros: β0=20%, β1=10%, β2 = 30%, β3 =60%, τ_1=4 y τ_2=20.



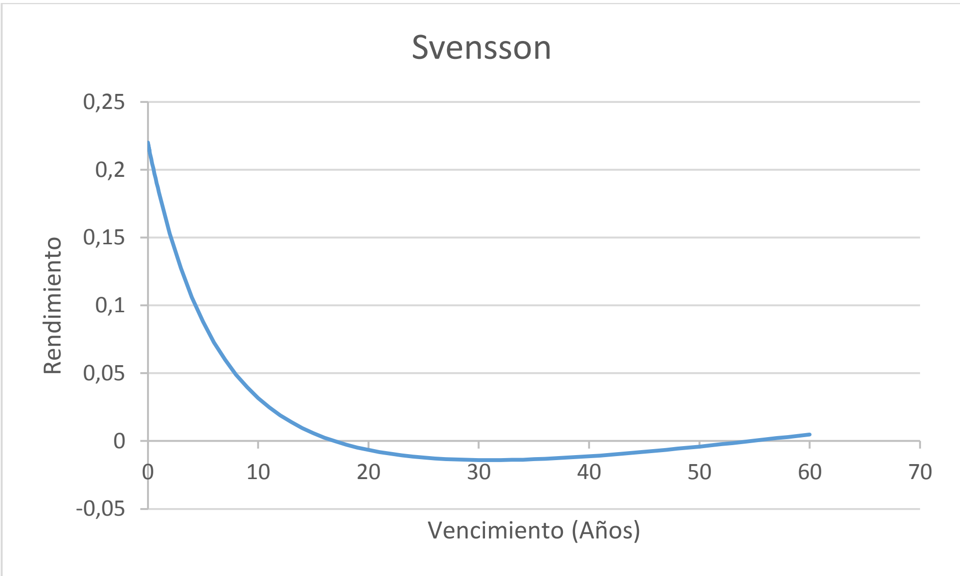
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 13: Curva spot Svensson con parámetros: β0=12%, β1=16%, β2 = 8%, β3 = 4%, τ_1=4 y τ_2=20.



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 14:: Curva spot Svensson con parámetros: β_0=12%, β_1=10%, β_2 = -20%, β_3 = -40%, τ_1=5 y τ_2=20.



Fuente: Elaboración propia

En base a los gráficos anteriores se puede generalizar:

1 Cuanto mayor sea τ_2 más tarde se dará la segunda curvatura en el tiempo

2 Si $|\beta_1| > |\beta_2| > |\beta_3|$:

- Si $\beta_1 < 0$ la curva será monótona creciente, es decir, la segunda curvatura no será ni cóncava ni convexa.
- Si $\beta_1 > 0$ la curva será monótona decreciente, es decir, la segunda curvatura no será ni cóncava ni convexa.

3 Si $\beta_3 > 0$, la segunda curvatura será cóncava. La concavidad dependerá de cuanto mayor sea en valor absoluto β_3 en relación con β_1. La forma de la curva total dependerá de la primera curvatura, es decir, del valor de β_2 :

- Si $\beta_2 > 0$, la primera curvatura será también cóncava. Por tanto, la curva total será cóncava.
- Si $\beta_2 > 0$, la primera curvatura será convexa. Por lo tanto, la curva total presentará una primera curvatura convexa y una segunda cóncava.

4 Si $\beta_3 < 0$ la segunda curvatura será convexa. La convexidad dependerá de cuanto mayor sea en valor absoluto β_3 en relación con β_1 .La forma de la curva total dependerá de la primera curvatura, es decir, del valor de β_2 :

- Si $\beta_2 > 0$, la primera curvatura será cóncava. Por lo tanto, la curva total presentará una primera curvatura cóncava y una segunda convexa.
- Si $\beta_2 > 0$, la primera curvatura será también convexa. Por lo tanto, la curva total será convexa.

3.1.4. Comparativa de los modelos estáticos

El método *spline* es incapaz de extrapolar ya que se centra en la interpolación, el Nelson-Siegel Svensson es capaz de estimar tipos al contado para cualquier vencimiento, una vez estimados los parámetros del modelo. Como t puede aumentar, los tipos al contado y *forward* se aproximan a β_0. La elevada condición de los valores de los parámetros conduce a un rápido aplanamiento al largo plazo, de modo que la parte extrapolada estará cerca del último rendimiento líquido. Nelson y Siegel propusieron que cuando se estimase que el parámetro iba a ser alto, la curva de rendimiento fuese bien ajustada a vencimientos cortos, de ese modo el rápido aplanamiento recaería a largo plazo. Por lo que concluyeron que la curva aproxima los tipos a largo plazo β_0 demasiado rápido. Su prueba empírica, por tanto, muestra la tendencia del modelo a sobrestimar los rendimientos a largo plazo cuando los rendimientos a corto plazo son elevados y la curva tiene inclinación descendente. Por el contrario tiende a subestimar los rendimientos a largo plazo cuando la curva tiene pendiente positiva.

El objetivo del modelo de Svensson es capturar el efecto convexo a largo plazo que pueda derivar en parámetros intuitivos de estimación. El sesgo descendente en el rendimiento a largo plazo no distorsiona el ajuste sobre el rendimiento observable pero puede crear extrapolaciones no realistas. El modelo Svensson es probable que cree más extrapolaciones que el modelo Nelson, cuyo rápido aplanamiento reduce la volatilidad.

La principal desventaja de la función *spline* cúbica de McCulloch consiste en que tiende a ser muy inestable, lo que deriva en tipos de interés oscilantes, los cuales son bastante improbables en la práctica.

El modelo Nelson-Siegel-Svensson puede ser bastante apropiado para análisis macroeconómico, mientras que profesionales que dependen de una prueba exacta de precios observados pueden inclinarse a un *spline* más flexible. Sin embargo, no hay una opinión unificada sobre que método proporciona un encaje mejor.Tanto el modelo de Nelson- Siegel como el de Svensson son muy usados en el ámbito de la política monetaria ya que ambos proporcionan normalmente estructuras temporales de tipos de interés flexibles y se obtienen resultados adecuados en términos de bondad de ajuste.

3.1.5. Modelo Smith Wilson

Este método macroeconómico sobre el que versa el trabajo combina características de los ajustes *spline* y el enfoque macroeconómico del método Nelson-Siegel-(Svensson). En particular, proporciona un ajuste exacto a los precios observados, pero al largo plazo enfoca una tasa predeterminada de construcción macroeconómica. En este sentido, la primera parte de la curva es el extremo del método *splines*, y la segunda parte es el extremo de la técnica de Nelson-Siegel-(Svensson).

EL método de Smith Wilson será explicado con mayor detalle en el capítulo IV de este trabajo.

3.2. Modelos dinámicos

La segunda forma de modelizar la curva de rendimientos se centra en describir su parte dinámica, en lugar de proporcionar un ajuste como en los métodos estáticos. Estima la estructura de los tipos al contado a partir de una función diferencial estocástica suponiendo una relación entre los tipos a corto plazo y el resto de tipos.

Cada modelo de Estructura Temporal es un sistema compuesto por un conjunto de variables *state* que evolucionan a lo largo del tiempo. Su dinámica consiste en una parte determinística y otra aleatoria, el componente determinístico refleja la característica del tipo a corto plazo de revertir a un nivel t a un tipo medio a largo plazo μ, mientras que el componente aleatorio refleja su volatilidad como una función de la moción Browniana W(t).

La ecuación diferencial estocástica para el tipo de corto plazo es:

$$\boldsymbol{dr(t)=\mu(t,r(t))dt+\sigma(t,r(t))dW(t)}$$

Ecuación 18: Ecuación diferencial de Vasicek

3.2.1. Modelo deVasicek

Vasicek (1997) propone un modelo dinámico unifactorial de reversión a la media, en el cual se asume que el término $\mu(t,r(t))$ es una función lineal del tipo de interés en el momento t,$r(t)$, con la propiedad de introducir un comportamiento asintóticamente estable hacia μ, tomando: $\mu(t,r(t))=\alpha(r_e-r(t))$ y, el término de volatilidad $\sigma(t,r(t))$ se asume constante.

La función r(t) cumple lo siguiente:

- Si r(t) < μ entonces $\mathrm{r(t)}$ es creciente ya que $r'(\mathrm{t}) > 0$. produciendo rendimientos extrapolados que sobreestimen los rendimientos actuales
- Si r(t) > μ entonces $\mathrm{r(t)}$ es decreciente ya que $r'(\mathrm{t}) < 0$. Produciendo rendimientos extrapolados que subestimen los rendimientos actuales.
- Si no hay tendencia para la curva a corto, el modelo Vasicek es improbable que sea sesgado.

Lo que indica que a largo plazo r(t) tiende a regresar al valor medio μ, es decir, $\lim_{t\to\infty} \mathrm{r(t)}$ =μ. De ahí a que el modelo se llame de reversión a la media.

CAPÍTULO IV

MÉTODO DE SMITH WILSON

IV. MÉTODO DE SMITH WILSON

4.1. Metodología del método Smith Wilson

A continuación se detalla el modelo de Smith-Wilson para llevar a cabo posteriormente la extrapolación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI), que es el objetivo de este trabajo.

El método de Smith Wilson (2001) es un modelo estático y fue desarrollado para hacer extrapolaciones estables de la ETTI, produciendo como *output* una función de descuento P(t), t≥0 que es la valoración al precio de mercado de un bono cupón cero de una unidad monetaria en algún plazo futuro. Y como *inputs* los precios actuales para los vencimientos líquidos de la ETTI, que pueden ser expresados de la siguiente forma, dependiendo de si los datos son considerados como tipos al contado continuos o como tipos discretos:

$$m_i = P\,(u_i) = (1 + r_{u_i})^{-u_i},$$

Ecuación 19: Precio de un bono cupón cero en forma discreta.

$$m_i = P\,(u_i) = e^{u_i\,\tilde{r}_{u_i}}$$

Ecuación 20: Precio de un bono cupón cero en forma continua.

P(t) es la suma de dos factores de descuento, en primer lugar comprende un término asintótico, que usa como tipo de interés de descuento la UFR (*Ultimate Forward Rate*) que hace que el término se aproxime al auténtico valor de la función precio cuando está próximo el horizonte temporal que hemos marcado. El segundo término es una combinación lineal de las funciones Wilson que provienen de los precios de los bonos cupón cero observados con vencimiento u_i , i=1,…N.

$$P(t) = e^{-UFR*t} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i\, W(t, u_i),\ t \geq 0$$

Ecuación 21: Función de precios del Método Smith Wilson

Entre las principales características de esta función destacan que es una función positiva, decreciente, P(t)→ 0 cuando t → ∞ y P(0) =1.

La función Wilson se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$W(t, u_i) = e^{-UFR\,(t+u_i)}\left\{\alpha \min(t, u_i) - 0,5\, e^{-\alpha\, \text{máx}\,(t,u_i)}\left(e^{\alpha \min\,(t,u_i)} - e^{-\alpha \min\,(t,u_i)}\right)\right\}$$

Ecuación 22: Función de Wilson

Dónde:

- N es la cantidad de tipos al contado líquidos presente en la ETTI o el número de bonos cupón cero teóricos conocidos en la función de precios.
- m_i, para i = 1,…,N, es el precio de mercado conocido de un bono cupón cero teórico de una unidad monetaria.
- u_i, para i = 1,…,N, son los vencimientos de los bonos cupón cero teóricos con precios conocidos.
- t es el vencimiento observado como *output* en la función de precios.
- UFR es la *Ultimate Forward Rate*.
- α es el parámetro que representa la velocidad en que la función converge a UFR.
- ζ_i, i = 1,…,N son los únicos parámetros desconocidos del método.

La EIOPA establece que, u_N=20, α=0,1 y UFR=4,2%. Lo que implica que la liquidez de los instrumentos de mercado con un vencimiento más allá de 20 años es insuficiente para una curva fiable, por lo tanto la curva de rendimientos de Smith Wilson para Solvencia II consiste en observar la curva de rendimientos de mercado hasta un vencimiento de 20 años y después construir las tasas de rendimiento, estás tasas aproximan a un nivel de 4,2% con una velocidad de convergencia de 0,1. UFR resulta de la suma de la inflación esperada a largo plazo y los tipos reales estimados por datos históricos es decir, en la inflación estimada que estará presente en el año en que la extrapolación converge a la UFR y de igual modo, el tipo de interés real esperado presente en dicho año.

Se considera T=60 el punto de convergencia, es decir, la convergencia de los tipos *forward* a la UFR convergerá con un máximo de 60 años.

Para calcular ζi, el método de Smtih Wilson propone establecer un sistema lineal de N funciones de descuento, una por cada bono cupón cero. Cada ecuación de este sistema lineal es la expresión del precio actual de un bono cupón cero teórico de una unidad monetaria para cada tipo de interés al contado líquido presentado en la ETTI:

$$m_1 = P(u_1) = e^{-UFR\times u_1} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i \times W(u_1, u_i)$$

$$m_2 = P(u_2) = e^{-UFR\times u_2} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i \times W(u_2, u_i)$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$m_N = P(u_N) = e^{-UFR\times u_N} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i \times W(u_N, u_i)$$

Dicho sistema lineal de ecuaciones se puede simplificar a través de la siguiente notación matricial:

$$\mathbf{M = P = U + W \, x \, \zeta}$$

Dónde:

- M = $(m_1, m_2, \dots, m_N)$
- P = (P(u_1), P(u_2), …, P(u_N))
- U = $(e^{-UFR*u_1}, e^{-UFR*u_2}, \dots, e^{-UFR*u_N})$
- $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N)$
- W = $\begin{bmatrix} W(u_1, u_1) & W(u_1, u_N) \\ W(u_N, u_1) & W(u_N, u_N) \end{bmatrix}$

Para obtener la el vector ζ se invierte la matriz de funciones simétricas Wilson y se multiplica por la diferencia entre el vector de precios y el vector de términos asintóticos, como se muestra a continuación:

$$\boldsymbol{\zeta = W^{-1}\, (P - U) = W^{-1}\, (M - U)}$$

Una vez determinado el vector ζ_i es posible obtener los precios de todos los bonos cupón cero para todos los vencimientos que se quiera, mediante la ecuación 21 citada anteriormente.

$$\boldsymbol{P(t) = e^{-UFR*t} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i \, W(t, u_i), t \geq 0}$$

Después de obtener el precio actual para un bono cupón cero teórico de una unidad monetaria, se determina fácilmente el valor del tipo de interés al contado que va a componer la Estructura Temporal de Tipos de Interés mediante la siguiente expresión:

$$\tilde{r}_t = \frac{\ln(\frac{1}{P(t)})}{t}$$

Ecuación 233::Tipo de interés al contado Smith Wilson

Aunque vamos a trabajar con cupón cero se podría aplicar otros instrumentos financieros. Estos instrumentos para ser considerados como *inputs* deben estar especificados mediante:

- Su precio de mercado en la fecha de valoración.
- Fechas de pago de cupones hasta el vencimiento.
- Cuantía del efectivo en la fecha correspondiente.

4.2. Ventajas y desventajas del método Smith Wilson

Comparado con los otros métodos de extrapolación, las principales ventajas pueden resumirse en las siguientes:

- ✓ El método Smith-Wilson es muy flexible en cuanto a los *inputs* y, al mismo tiempo, muy fácil de implementar.
- ✓ Los cálculos de la curva de rendimiento pueden ser representados en Excel como se hace posteriormente en este trabajo haciendo la técnica Smith-Wilson utilizable en toda la industria.
- ✓ El método Smith-Wilson puede ser usado como una estimación muy mecanizada.
  - ✓ El método de Smith-Wilson provee un mejor ajuste de la Estructura Temporal de tipos de interés a partir de los valores líquidos de mercado. En muchos de los otros métodos la estructura de tipo está calculada como una curva suavizada que tan solo es razonablemente cercana a los valores de mercado.
  - ✓ La interpolación y extrapolación de la ETTI se hace de forma conjunta, sin que haya la necesidad de aplicar una técnica para la interpolación y otra distinta para la extrapolación, aportando así consistencia al método.

Algunas de las desventajas del modelo de Smith-Wilson son las siguientes:

  - × El método depende del parámetro α que es elegido de forma arbitraria basándose en valores empíricos y estudios anteriores. Debido a ello, se deben realizar más estudios para determinar el parámetro a partir de criterios objetivos en vez de basarse en criterios empíricos. EIOPA considera que la aplicación de α = 0,1 proporciona una extrapolación que se ajusta a la mayoría de las curvas de tipos de interés.

- A través de la parte líquida de la curva de tipos estimada, la función de precios P (t) puede hacerse negativa. Esta situación puede surgir cuando el último tipo de interés *forward* en la parte líquida de la curva de tipos es alto comparado con la suma de UFR y el parámetro α.

4.3. Comparativa del método Smith Wilson con otros modelos de extrapolación de la ETTI

Como se dijo anteriormente una de las propiedades que llevaron a la EIOPA a elegir el método Smith-Wilson, es que asegura un ajuste más preciso de la actual curva de rendimiento, lo que no puede ser garantizado por otros modelos. En particular, el método Nelson-Siegel, aunque proporciona un ajuste muy cercano puede sobre o subestimar los rendimientos observados, tiende a subestimar los rendimientos a largo plazo cuando la pendiente de la curva es positiva y a sobrestimarlos cuando es negativa.

El método Smith Wilson garantiza el rendimiento extrapolado para acercarse a la UFR fijada, de este modo las extrapolaciones son menos flexibles y nunca está sujeto a parámetros inestables, es decir, a saltos parámetricos, a diferencia de Nelson- SIegel y Svenson que si están sujetos a ellos. A pesar de que estos tres métodos son paramétricos en Smith Wilson se fijan los parámetros y en Nelson-Siegel y Svensson se estiman.

Por tanto el método de Smith-Wilson es el que reduce más la volatilidad, es decir la desviación respecto de la media, ya que es el más estable.

Por el contrario en el método de SmIth Wilson, al predeterminar que los tipos van a converger a la UFR, es menos probable que coincidan con los tipos reales, lo que puede traducirse en extrapolaciones que estén más lejos de los rendimientos reales y por tanto produzcan mayores sesgos, es decir, que los valores reales estén lejos de los valores extrapolados. En métodos como Nelson-Siegel y Svensson producen extrapolaciones más reales y por tanto menores sesgos, ya que los tipos obtenidos mediante la extrapolación por estos métodos se asemeja a los reales. Razón por la cual estos métodos son los más usados por los bancos centrales más importantes.

CAPÍTULO V

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE SMITH WILSON EN EXCEL

V. IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE SMITH WILSON EN EXCEL

5.1. Inputs del modelo Smith Wilson

Se parte de los tipos al contado de los bonos cupón cero emitidos en la fecha 30-07-2014, con vencimiento desde un año hasta el último punto líquido de la ETTI, desde la fecha de cálculo. Considerando u_i= 20 el último punto líquido de la misma.

Además se consideran los siguientes valores como sugiere la EIOPA:

- UFR= 4,20%
- T=60 punto de convergencia
- α=0,10 velocidad de convergencia

Tabla 2: Inputs del modelo de Smith Wilson

Fecha de vencimiento	Tiempo a vencimiento $\boldsymbol{u_i}$	Tipo al contado $\boldsymbol{r_i}$
31-07-15	1,00	0,225%
31-07-16	2,00	0,275%
31-07-17	3,00	0,350%
31-07-18	4,00	0,475%
31-07-19	5,00	0,550%
31-07-20	6,00	0,675%
31-07-21	7,00	0,800%
31-07-22	8,00	1,050%
31-07-23	9,00	1,175%
31-07-24	10,00	1,300%
31-07-25	11,00	1,425%
31-07-26	12,00	1,490%
31-07-27	13,00	1,575%
31-07-28	14,00	1,625%

31-07-29	15,00	1,685%
31-07-30	16,00	1,725%
31-07-31	17,00	1,790%
31-07-32	18,00	1,825%
31-07-33	19,00	1,860%
31-07-34	20,00	1,895%

Fuente: Elaboración propia

5.2. Desarrollo del modelo Smith Wilson

A continuación se explica el desarrollo del modelo en Excel, con la ayuda de la función de Wilson programada en Visual Basic.

A partir del tipo al contado, se obtiene el tipo al contado continuo de los mismos mediante la fórmula:

$$\tilde{r}_i = \ln\ (1 + r_i)$$

A continuación se obtiene la función de precios:

$$m_i = e^{(-u_i * \tilde{r}_i)}$$

Obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 3: Tipos cupón cero y precios de los puntos líquidos de la ETTI

Tasa cupón cero	Continuo	P(ui)
0,225%	0,225%	0,998
0,275%	0,275%	0,995
0,350%	0,349%	0,990
0,475%	0,474%	0,981
0,550%	0,548%	0,973
0,675%	0,673%	0,960
0,800%	0,797%	0,946

1,050%	1,045%	0,920
1,175%	1,168%	0,900
1,300%	1,292%	0,879
1,425%	1,415%	0,856
1,490%	1,479%	0,837
1,575%	1,563%	0,816
1,625%	1,612%	0,798
1,685%	1,671%	0,778
1,725%	1,710%	0,761
1,790%	1,774%	0,740
1,825%	1,809%	0,722
1,860%	1,843%	0,705
1,895%	1,877%	0,687

Fuente: Elaboración propia

Como se dijo anteriormente la finalidad del método es calcular la siguiente función:

$$\mathrm{P(t)} = e^{-UFR*t} + \sum_{i=1}^{N} \zeta_i\, W(t, u_i), \mathrm{t} \geq 0$$

Para ello se programa la siguiente función en Visual Basic obteniendo la función Wilson del método:

$$W(t, u_i) = e^{-UFR\,(t+u_i)} \left\{\alpha \min(\mathrm{t}, u_i) - 0,5\, e^{-\alpha\, \mathrm{máx}\,(t,u_i)} \left(e^{\alpha \min\,(t,u_i)} - e^{-\alpha \min\,(t,u_i)}\right)\right\}$$

Function W_t_u(alpha, UFR, T, U) 'Calcula la función de Wilson de vencimientos T y U.

W_t_u = Exp(-UFRC* (T + U)) * (alpha * Application.WorksheetFunction.min(T, U) - 0.5 * Exp(-alpha*Application.WorksheetFunction.max(T,U))*(Exp(alpha*Application.WorksheetFunction.min(T, U)) - Exp(-alpha * (Application.WorksheetFunction.min(T, U)))))

End Function

Como se citó anteriormente se tienen que calcular los parámetros ζi, i = 1,...,20.

$\zeta_i = \sum_{i=1}^{20} \boldsymbol{W^{-1}} * (\boldsymbol{m_i} - \boldsymbol{e^{-UFR*u_i}})$

Para ello se siguen los siguientes pasos:

1. Se calcula la función W simétrica de Wilson,con u_i =1,…20

$$\boldsymbol{W(u_i, u_i)} = \boldsymbol{e^{-UFR\,(u_i+\,u_i)}}\{\boldsymbol{\alpha \min(u_i, u_i) - 0{,}5\, e^{-\,\alpha\, \text{máx}\,(u_i,u_i)}}\; (\boldsymbol{e^{\alpha \min\,(u_i,u_i)}} - \boldsymbol{e^{-\,\alpha \min\,(u_i,u_i)}})\},$$

mediante la función programada en visual, obteniendo el siguiente resultado:

Tabla 4: Matriz simétrica de Wilson

t \ u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5016,44	-5022,90	2282,37	-636,63	177,58	-49,53	13,82	-3,85	1,07	-0,30
2	5022,90	7729,04	6090,32	2655,69	740,77	206,63	57,64	16,08	4,48	1,25
3	2282,37	-6090,32	8569,49	-6662,18	2897,27	-808,15	225,42	-62,88	17,54	-4,89
4	-636,63	2655,09	-6662,18	9310,26	-7237,41	3146,03	-877,76	244,84	-68,29	19,05
5	177,58	-740,77	2897,27	-7237,41	10118,50	-7858,42	3416,80	-953,07	265,84	-74,15
6	-49,53	206,63	-808,15	3146,83	-7858,42	10986,39	-8532,41	3709,84	-1034,81	288,64
7	13,02	-57,64	225,42	-877,76	3416,80	-8532,41	11920,63	-9264,19	4020,02	-1123,55
8	-3,85	16,08	-62,88	244,84	-953,07	3709,84	-9264,19	12951,68	-10058,72	4373,47
9	1,074991322	-4,484291734	17,5388919	-68,2940411	265,843299	-1034,80556	4028,01505	-10058,7189	14062,4708	-10921,3949
10	-0,29985281	1,25082635	-4,892212512	19,049605	-74,1530264	288,64359	-1123,55477	4373,47377	-10921,3949	15268,5246
11	0,083639473	-0,348899369	1,364609768	-5,31360341	20,6838816	-80,5128278	313,398858	-1219,91533	4748,56038	-11858,0574
12	0,02	0,10	0,38	1,48	5,77	22,46	87,42	340,28	1.324,54	5.155,82
13	0,01	-0,03	0,11	-0,41	1,61	-6,26	24,38	-94,92	369,46	-1.438,14
14	0,00	0,01	-0,03	0,12	-0,45	1,75	-6,80	26,48	-103,06	401,15
15	0,00	0,00	0,01	-0,03	0,13	0,49	1,90	7,38	28,75	111,89
16	0,00	0,00	0,00	0,01	-0,03	0,14	-0,53	2,06	-8,02	31,21
17	0,00	0,00	0,00	-0,00	0,01	-0,04	0,15	-0,57	2,24	-0,70
18	0,00	0,00	0,00	-0,00	0,00	0,01	-0,04	0,16	-0,62	2,42
19	0,00	0,00	0,00	-0,00	0,00	0,00	0,01	-0,04	0,16	-0,63
20	0,00	0,00	0,00	-0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	-0,03	0,11

t \ u	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,0836305	-0,02333	0,0065075	-0,00182	0,000506	-0,00014	3,94E-05	-1,1E-05	2,86E-06	-5,1E-07
2	0,348899	0,0973203	0,027146	0,007572	0,00211	0,000589	0,00016	4,56E-05	1,2E-05	2,11E-06
3	1,3646098	-0,380638	0,1061732	-0,02962	0,008261	-0,0023	0,000643	-0,00018	4,67E-05	-8,3E-06
4	-5,313603	1,4021505	-0,413424	0,115318	-0,03217	0,000972	-0,0025	0,000695	-0,00018	3,22E-05
5	20,683882	-5,769461	1,609305	-0,44889	0,125211	-0,03493	0,009739	-0,0027	0,000708	-0,00013
6	-80,51283	22,457853	-6,264283	1,747328	-0,48739	0,135947	-0,03791	0,010527	-0,00275	0,000488
7	313,39806	-87,41794	24,303932	-6,00153	1,897103	-0,52918	0,14756	-0,04098	0,010721	-0,0019
8	-1219,915	340,2772	-94,91525	26,47519	-7,38485	2,059847	-0,57438	0,159506	-0,04173	0,007392
9	4748,5604	-1324,54	369,46073	-103,056	28,74576	-8,01802	2,235798	-0,62088	0,16244	-0,02877
10	-11858,06	5155,8159	-1438,138	401,1471	-111,894	31,21041	-8,70292	2,416803	-0,6323	0,112007
11	16578,014	-12875,05	5597,9993	-1561,48	435,5504	-121,488	33,87639	-9,40749	2,461262	-0,43599
12	12875,05	17999,811	13979,27	6078,105	1695,39	472,8942	131,865	36,61895	9,58054	1,697112
13	5597,9993	-13979,27	19543,546	-15178,2	6599,377	-1840,76	513,2887	-142,54	37,29258	-6,60607
14	-1561,478	6078,1054	-15178,18	21219,67	-16479,9	7165,203	-1997,99	554,8434	-145,163	25,71432
15	435,56039	1695,394	6599,3772	16479,9	23039,39	17892,6	7777,253	2159,75	565,0502	100,094
16	-121,4875	477,89419	-1840,756	7165,203	-17892,6	25012,87	-19417,6	8406,882	-2199,48	389,6186
17	33,07639	-131,005	513,28067	-1997,99	7777,253	-19417,6	27120,7	-20937,4	8561,533	-1516,6
18	-9,407486	36,618949	-142,5405	554,8434	-2159,75	8406,882	-20937,4	28880,32	-20528,5	5903,427
19	2,4612622	-9,580544	37,292581	-145,163	565,0502	-2199,48	8561,533	-20528,5	22775,88	-9084,18
20	-0,435992	1,6971122	-6,606065	25,71432	-100,094	389,6186	-1516,6	5903,427	-9084,18	4409,496

Fuente : Elaboración propia

2. Se calcula la inversa de la matriz W^{-1} mediante la función de Excel minversa:

Tabla 5:Matriz simétrica inversa de Wilson

t \ u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,01	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05
2	0,03	0,05	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10
3	0,03	0,07	0,09	0,11	0,13	0,14	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15	0,15	0,14	0,14
4	0,04	0,08	0,11	0,14	0,16	0,18	0,19	0,20	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,20	0,20	0,20	0,19	0,19	0,18	0,18
5	0,05	0,09	0,13	0,16	0,19	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,22	0,21
6	0,05	0,10	0,14	0,18	0,21	0,23	0,25	0,26	0,27	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,27	0,27	0,26	0,26	0,25	0,24
7	0,06	0,11	0,15	0,19	0,22	0,25	0,27	0,29	0,30	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31	0,30	0,29	0,29	0,28	0,27
8	0,06	0,11	0,16	0,20	0,23	0,26	0,29	0,31	0,32	0,33	0,34	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,32	0,31	0,31	0,30
9	0,06	0,11	0,16	0,20	0,24	0,27	0,30	0,32	0,34	0,35	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,35	0,34	0,34	0,33	0,32
10	0,06	0,11	0,16	0,21	0,25	0,28	0,31	0,33	0,35	0,36	0,37	0,38	0,38	0,38	0,37	0,37	0,36	0,36	0,35	0,34
11	0,06	0,11	0,16	0,21	0,25	0,28	0,31	0,34	0,36	0,37	0,38	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,38	0,37	0,36	0,36
12	0,06	0,11	0,16	0,21	0,25	0,28	0,31	0,34	0,36	0,38	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,39	0,39	0,38	0,37
13	0,06	0,11	0,16	0,21	0,25	0,28	0,31	0,34	0,36	0,38	0,39	0,40	0,41	0,41	0,41	0,41	0,40	0,40	0,39	0,38
14	0,06	0,11	0,16	0,20	0,24	0,28	0,31	0,34	0,36	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40	0,39
15	0,06	0,11	0,16	0,20	0,24	0,27	0,31	0,33	0,36	0,37	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40
16	0,06	0,11	0,15	0,20	0,23	0,27	0,30	0,33	0,35	0,37	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41	0,40
17	0,05	0,10	0,15	0,19	0,23	0,26	0,29	0,32	0,34	0,36	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41
18	0,05	0,10	0,15	0,19	0,22	0,26	0,29	0,31	0,34	0,36	0,37	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41
19	0,05	0,10	0,14	0,18	0,22	0,25	0,28	0,31	0,33	0,35	0,36	0,38	0,39	0,40	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,40
20	0,05	0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27	0,30	0,32	0,34	0,36	0,37	0,38	0,39	0,40	0,40	0,41	0,41	0,40	0,40

Funte: Elaboración propia

3. Se calcula el vector U = $(e^{-UFR*u_1}, e^{-UFR*u_2}, \ldots., e^{-UFR*u_{20}})^{T}$
4. Se obtiene el vector ($m_i - e^{-UFR*u_i}$), i=1,…,20. Siendo m_i=P(u_i)

Tabla 6: Vector diferencia entre el vector de precios y el vector de términos asintóticos

e^(-UFR*t)	0,960	0,921	0,884	0,848	0,814	0,781	0,750	0,720	0,691	0,663	0,636	0,610	0,586	0,562	0,539	0,518	0,497	0,477	0,458	0,439
P(t)-e^(-UFR*t)	0,038	0,074	0,106	0,133	0,159	0,179	0,196	0,200	0,210	0,216	0,220	0,227	0,230	0,236	0,239	0,243	0,243	0,245	0,247	0,248

Fuente: Elaboración propia

5. Se multiplica la $\boldsymbol{W^{-1}}$ por el vector ($\boldsymbol{m_i - e^{-UFR*u_i}}$) y se obtiene el vector ζ_i, i=1,…,20.

Tabla 7: Vector ζ_i del método Smith Wilson

ζ_i
-0,3
-3,0
9,0
-14,2
17,7
-31,1
54,8
-53,0
21,6
13,6
-37,3
44,0
-41,8
39,3
-44,9
55,2
-49,0
25,3

-10,2
4,8

Fuente: Elaboración propia

Finalmente para obtener la función de precios P(t), t=1,…,135 se siguen los siguientes pasos:

1. Se calcula la matriz de Wilson para t=1,…,135 y $u_i = 1, \dots, 20$.
2. Se multiplica esta matriz por los ζ_i.
3. Se calcula el vector e^{-UFR*t} .
4. Finalmente se calcula el vector de precios para t=1,…,135.

   P(t) = $\boldsymbol{e^{-UFR*t}} + \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\zeta_i \, W(t, u_i)}$, t $\geq \mathbf{0}$

A partir de la función que se acaba de calcular se obtienen los tipos al contado continuos mediante la siguiente fórmula:

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{t}} = \frac{\ln(\frac{1}{P(t)})}{t}$$

Del cual se obtiene el tipo discreto al contado mediante la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{r_t} = \boldsymbol{e^{\tilde{r}_t}}\text{-}\mathbf{1}$$

Y finalmente se calcula el tipo forward para el plazo (i-1,i) en el momento t=0.

$$\boldsymbol{f_{t,i}} = \frac{(1+r_{t,i})^{i}}{(1+r_{t,i-1})^{i-1}} - \mathbf{1}$$

5.3. Outputs del modelo Smith Wilson

Como *outputs* del modelo se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 8: Outputs del modelo Smith Wilson

P(t)	Tipo al contado continuo	Tipo al contado Smith-Wilson	Tipo *forward* Smith-Wilson
0.997755051	0.225%	0.225%	0.225%
0.994522605	0.275%	0.275%	0.325%
0.989573073	0.349%	0.350%	0.500%

0.981223499	0.474%	0.475%	0.851%
0.97294799	0.548%	0.550%	0.851%
0.960439848	0.673%	0.675%	1.302%
0.945749837	0.797%	0.800%	1.553%
0.919833997	1.045%	1.050%	2.817%
0.900204299	1.168%	1.175%	2.181%
0.878831361	1.292%	1.300%	2.432%
0.85586412	1.415%	1.425%	2.684%
0.837376888	1.479%	1.490%	2.208%
0.816152278	1.563%	1.575%	2.601%
0.797980318	1.612%	1.625%	2.277%
0.778299238	1.671%	1.685%	2.529%
0.76060088	1.710%	1.725%	2.327%
0.739627509	1.774%	1.790%	2.836%
0.722138438	1.809%	1.825%	2.422%
0.704579876	1.843%	1.860%	2.492%
0.686977522	1.877%	1.895%	2.562%
0.668672709	1.916%	1.935%	2.737%
0.64963734	1.961%	1.980%	2.930%
0.630130595	2.008%	2.028%	3.096%
0.610365264	2.057%	2.078%	3.238%
0.590515243	2.107%	2.129%	3.361%
0.570721839	2.157%	2.181%	3.468%
0.551099092	2.207%	2.231%	3.561%
0.531738245	2.256%	2.281%	3.641%
0.512711512	2.304%	2.330%	3.711%

0.494075246	2.350%	2.378%	3.772%
0.475872605	2.396%	2.424%	3.825%
0.458135793	2.439%	2.469%	3.872%
0.440887943	2.482%	2.513%	3.912%
0.424144699	2.523%	2.555%	3.948%
0.407915543	2.562%	2.595%	3.979%
0.392204907	2.600%	2.634%	4.006%
0.377013113	2.636%	2.671%	4.030%
0.362337148	2.672%	2.708%	4.050%
0.348171318	2.705%	2.742%	4.069%
0.334507798	2.738%	2.776%	4.085%
0.321337087	2.769%	2.808%	4.099%
0.308648384	2.799%	2.838%	4.111%
0.296429906	2.828%	2.868%	4.122%
0.284669148	2.856%	2.897%	4.131%
0.273353101	2.882%	2.924%	4.140%
0.262468429	2.908%	2.951%	4.147%
0.252001615	2.933%	2.976%	4.153%
0.241939083	2.956%	3.001%	4.159%
0.232267292	2.979%	3.024%	4.164%
0.222972814	3.001%	3.047%	4.168%
0.214042403	3.023%	3.069%	4.172%
0.205463036	3.043%	3.090%	4.176%
0.197221959	3.063%	3.110%	4.179%
0.189306713	3.082%	3.130%	4.181%
0.181705157	3.101%	3.149%	4.183%

0.174405484	3.119%	3.168%	4.185%
0.167396232	3.136%	3.185%	4.187%
0.160666292	3.152%	3.203%	4.189%
0.154204906	3.169%	3.219%	4.190%
0.148001675	3.184%	3.235%	4.191%
0.14204655	3.199%	3.251%	4.192%
0.136329833	3.214%	3.266%	4.193%
0.130842169	3.228%	3.281%	4.194%
0.125574539	3.242%	3.295%	4.195%
0.120518256	3.255%	3.309%	4.195%
0.115664954	3.268%	3.322%	4.196%
0.11100658	3.281%	3.335%	4.196%
0.106535385	3.293%	3.348%	4.197%
0.102243917	3.305%	3.360%	4.197%
0.098125009	3.316%	3.372%	4.198%
0.09417177	3.328%	3.384%	4.198%
0.090377579	3.339%	3.395%	4.198%
0.086736069	3.349%	3.406%	4.198%
0.083241128	3.359%	3.417%	4.199%
0.079886879	3.370%	3.427%	4.199%
0.076667681	3.379%	3.437%	4.199%
0.073578112	3.389%	3.447%	4.199%
0.070612968	3.398%	3.457%	4.199%
0.06776725	3.407%	3.466%	4.199%
0.065036158	3.416%	3.475%	4.199%
0.062415085	3.425%	3.484%	4.199%

0.059899606	3.433%	3.493%	4.199%
0.057485472	3.441%	3.501%	4.200%
0.055168607	3.449%	3.509%	4.200%
0.052945096	3.457%	3.518%	4.200%
0.05081118	3.465%	3.525%	4.200%
0.048763253	3.472%	3.533%	4.200%
0.046797853	3.479%	3.541%	4.200%
0.044911656	3.487%	3.548%	4.200%
0.043101472	3.494%	3.555%	4.200%
0.04136424	3.500%	3.562%	4.200%
0.03969702	3.507%	3.569%	4.200%
0.038096993	3.514%	3.576%	4.200%
0.036561452	3.520%	3.583%	4.200%
0.035087798	3.526%	3.589%	4.200%
0.033673537	3.532%	3.595%	4.200%
0.032316277	3.538%	3.602%	4.200%
0.031013721	3.544%	3.608%	4.200%
0.029763664	3.550%	3.614%	4.200%
0.02856399	3.556%	3.620%	4.200%
0.02741267	3.561%	3.625%	4.200%
0.026307755	3.567%	3.631%	4.200%
0.025247374	3.572%	3.636%	4.200%
0.024229732	3.577%	3.642%	4.200%
0.023253108	3.582%	3.647%	4.200%
0.022315847	3.587%	3.652%	4.200%
0.021416364	3.592%	3.657%	4.200%

0.020553136	3.597%	3.662%	4.200%
0.019724702	3.602%	3.667%	4.200%
0.018929659	3.606%	3.672%	4.200%
0.018166661	3.611%	3.677%	4.200%
0.017434417	3.615%	3.682%	4.200%
0.016731688	3.620%	3.686%	4.200%
0.016057283	3.624%	3.691%	4.200%
0.015410062	3.628%	3.695%	4.200%
0.014788928	3.633%	3.699%	4.200%
0.01419283	3.637%	3.704%	4.200%
0.013620759	3.641%	3.708%	4.200%
0.013071746	3.645%	3.712%	4.200%
0.012544862	3.649%	3.716%	4.200%
0.012039215	3.653%	3.720%	4.200%
0.01155395	3.656%	3.724%	4.200%
0.011088244	3.660%	3.728%	4.200%
0.010641309	3.664%	3.732%	4.200%
0.010212389	3.667%	3.735%	4.200%
0.009800757	3.671%	3.739%	4.200%
0.009405717	3.674%	3.743%	4.200%
0.0090266	3.678%	3.746%	4.200%
0.008662764	3.681%	3.750%	4.200%
0.008313594	3.685%	3.753%	4.200%
0.007978497	3.688%	3.757%	4.200%
0.007656907	3.691%	3.760%	4.200%
0.007348279	3.694%	3.763%	4.200%

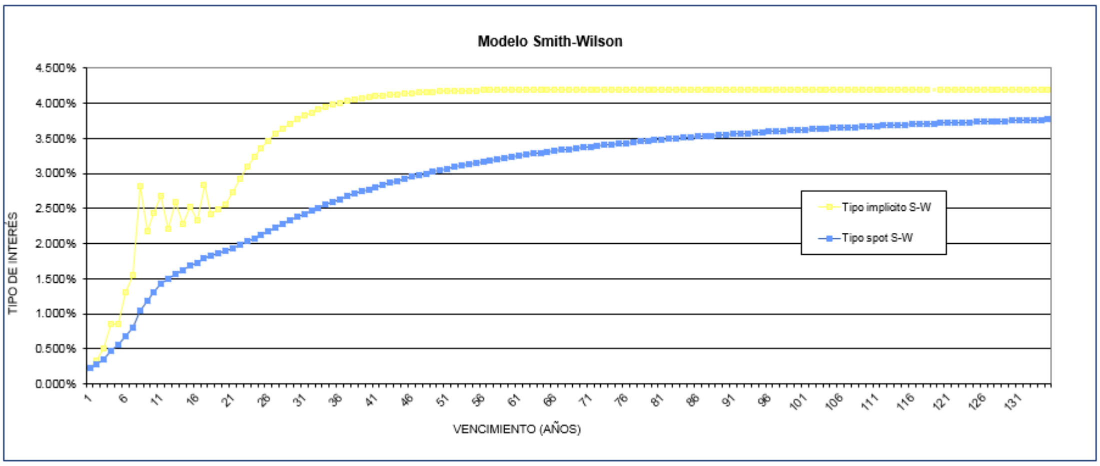
0.007052091	3.697%	3.767%	4.200%
0.006767842	3.700%	3.770%	4.200%

Fuente: Elaboración propia

A continuación se representan los tipos al contado y los tipos *forward*.

En el eje de abscisas queda representado los años hasta el vencimiento (135 años) y en el eje de ordenadas queda representado el tipo de interés.

Gráfico 15: Tipo spot y forward obetenidos por Smith Wilson



Fuente: Elaboración propia

De esta representación se observa:

- A partir de T=60 el tipo *forward* converge a la UFR.
- El tipo implícito calculado por Smith-Wilson es siempre superior al tipo *spot*.
- La pendiente de las dos curvas es positiva, por tanto crecientes.
- A partir del año 20 (último punto líquido) tanto la curva *spot* como la *forward* son crecientes.
- La primera parte de la curva, hasta el último punto líquido, sigue las características de los métodos *splines* que tienden a ser muy inestable, lo que deriva en tipos de interés oscilantes.
- La segunda parte, a largo plazo sigue el enfoque macroeconómico de la técnica de Nelson-Siegel-(Svensson).
- No es nada inestable se ve como reduce la volatilidad.
- La parte líquida es más flexible que la de a largo plazo, esto deriva de que en esta parte de la curva sigue las características de los métodos *splines.*

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES

VI. CONCLUSIONES

Por todo lo expuesto durante el desarrollo del presente trabajo se llega a las siguientes conclusiones:

El método Smith Wilson garantiza el rendimiento extrapolado para acercarse a la UFR fijada, de este modo las extrapolaciones son menos flexibles. En este sentido, evita la discusión del coste de oportunidad entre ajuste y flexibilidad, es decir, si ajustas mucho el modelo se convierte en más flexible, asociadas con métodos de regresión *spline*, centrándose únicamente en el ajuste. Adicionalmente, el enfoque macroeconómico relativo al método Smith-Wilson asegura tipos *forward* estables en el largo plazo. El comportamiento asintótico está alineado con la teoría de expectativas de la curva de rendimiento que a partir de un punto lejano en el futuro, la variación de los tipos cada año es irrelevante.

Cuanto mejor sea el ajuste mayor es la flexibilidad, por tanto se deduce que el modelo menos flexible es Smith-Wilson, seguido de Nelson-Siegel y Svensson y por último los *splines.*

En el método de Nelson-Siegel los parámetros tienen que ser estimados, y a partir de los valores que tomen, la forma de la curva variará en gran cantidad. Los tipos tienden a sobrestimarse si la pendiente de la curva es negativa (β_1>0) y a subestimarlos si es positiva (β_1<0). Depender tanto de los valores de los parámetros puede derivar en inestabilidades.

Desde este mismo enfoque, el modelo de Smith Wilson al utilizar los valores recomendados por la EIOPA para los parámetros, no está sujeto a inestabilidad, por tanto reduce mucho más la volatilidad.

Por otro lado en métodos como Nelson-Siegel y Svensson se producen extrapolaciones más reales y por tanto menores sesgos, ya que los tipos obtenidos mediante la extrapolación por estos métodos se asemejan a los reales. Por el contrario Smith Wilson produce extrapolaciones más sesgadas y no tan reales como Nelson-Siegel.

De estas conclusiones se deduce en que ámbitos es adecuado utilizar cada método:

- Nelson-Siegel y Svensson serán modelos aceptables en el ámbito de la política monetaria y para los bancos centrales, ya que ambos proporcionan normalmente estructuras temporales de tipos de interés flexibles y se obtienen resultados próximos a los reales.
  Como se puede observar en la tabla 1 es el método más utilizado por los bancos centrales.
- El método Smith Wilson es adecuado para adoptar por las compañías aseguradoras para el cálculo de capital por riesgo de tipo de interés, ya que por este método se consigue moderar

la volatilidad por tanto tiende a sobrestimar los tipos de interés a largo plazo, lo que deriva en que los requerimientos de capital por riesgo de tipo de interés van a ser mayores, lo que implica aprovisionar más capital. Por lo que los clientes se ven beneficiados al asegurarse el pago en caso de siniestro por parte las compañías.

- El método *spline*, a pesar de ser muy flexible, puede ser muy inestable por eso sólo es de utilidad para interpolar y obtener pruebas exactas de precios observados.

CAPÍTULO VII

BIBLIOGRAFÍA

VII. BIBLIOGRAFÍA

- Abad Romero, P. Robles Fernandez, Mª D. (2003). *Estructura Temporal de los Tipos de Interés: teoría y evidencia empírica*. Recuperada de: http://www.revistaasturianadeeconomia.org/raepdf/27/ABAD.pdf
- Bank for International Settlements. (2205). *Zero-coupon yield curves: technical documentation.* Monetary and Economic Departament. Recuperado de: http://www.bis.org/publ/bppdf/bispap25.pdf
- Bliss Robert, R. (Noviembre, 1996). *Testing Term Structure Estimation Methods.* Recuperado de: http://core.ac.uk/download/pdf/6780910.pdf
- De Nederlandsche Bank. (2012). *Ufr method for calculating the term structure of interest rates*. Recuperado de: http://www.toezicht.dnb.nl/en/binaries/51-234028.pdf
- European Insurance and Occupational Pensions Authority (2015, Febrero). Recuperado de: https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA_RFR_Technical_Documentation.pdf
- European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2011, Marzo). *Eiopa report on the fith quantitative impact study (QIS5) for solvencyII.* Recuperado de*:* https://eiopa.europa.eu/Publications/Reports/QIS5_Report_Final.pdf
- Francis, X. Diebolda, B. Canlin, Lic. (2006). *Forecasting the term structure of government bond yields.* Recuperado de: http://www.ssc.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper49/Diebold-Li.pdf
- Hull, J.C. (2002). *Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones*. Pearson Education. 4º Edición. México
- Krugman, P.R. Wells, R**.** (2006). *Introducción a la Economía. Macroeconomía.* Barcelona*:* Editorial Reverte. 2ª Edición.
- Lord, R., Potters, J. & Bouwman, K. (2012).*The Ultimate Forward Rate - Background, Issues and Impact*. Recuperado de: http://www.rogerlord.com/ufrtopquants.pdf
- Nuñez Ramosn, S. *Estimación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en España: elección entre métodos alternativos.* Recuperado de: http://www.bde.es/f/webbde/SES/Secciones/Publicaciones/PublicacionesSeriadas/DocumentosTrabajo/95/Fich/dt9522.pdf
- Meneu, V. Navarro, E, Barreira, T. (1992). *Análisis de la Duración. La Gestión del Riesgo de Tipo de Interés.* Ariel. Barcelona
- Rgandoña, A. (1981). *La teoría monetaria moderna*. Editorial Ariel. 2º Edición. Barcelona

- Smith, A., & Wilson, T. (2001). *Fitting yield curves with long term constraints*. (Research Notes,Bacon and Woodrow. Recuperado en: Thomas, M. and Mar_e, E. (2007))