COMILLAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Modelos Optimización para la planificación de horarios en la Universidad Pontificia Comillas. Una mirada hacia la automatización.

Autor: Alicia Mateo Rivas
Tutor: Manuel Alejandro Betancourt Odio

MADRID | Abril 2024

RESUMEN

La planificación docente es uno de los hitos más importantes dentro de las labores administrativas de la Universidad. Cuadrar los horarios de los profesores y optimizar el uso de los recursos materiales disponibles representa un desafío considerable. En este trabajo, he desarrollado un modelo matemático para la Universidad Pontificia de Comillas utilizando programación lineal entera-mixta y programas informáticos avanzados, como el sistema GAMS. Este enfoque busca abordar de manera eficiente y efectiva la planificación de la actividad docente y la asignación de recursos. La programación lineal entera-mixta permite manejar múltiples restricciones y variables complejas, garantizando que los horarios de los profesores se ajusten a sus disponibilidades y preferencias, al mismo tiempo que se maximiza el uso de las aulas y otros recursos educativos. Mediante el uso del sistema GAMS, hemos podido implementar y optimizar este modelo, logrando una solución que no solo facilita la creación de horarios coherentes y equilibrados, sino que también mejora la satisfacción tanto del personal docente como de los estudiantes. Este modelo proporciona una herramienta robusta y adaptable para enfrentar los desafíos de la planificación académica en un entorno universitario, asegurando que se cumplan los objetivos estratégicos y funcionales de la institución.

PALABRAS CLAVE

Programación lineal entera-mixta, planificación docente, optimización, horarios, docentes, GAMS, investigación operativa, uso de recursos, y modelo matemático.

ABSTRACT

Academic planning is one of the most important milestones in the university's administrative tasks. Coordinating professors' schedules and optimizing the use of available material resources represents a considerable challenge. In this work, I have developed a mathematical model for the Universidad Pontificia de Comillas using mixed-integer linear programming and advanced software programs, such as the GAMS system. This approach aims to efficiently and effectively address the planning of academic activities and resource allocation. Mixed-integer linear programming allows for handling multiple constraints and complex variables, ensuring that professors' schedules align with their availability and preferences while maximizing the use of classrooms and other educational resources. Through the use of the GAMS system, we have been able to implement and optimize this model, achieving a solution that not only facilitates the creation of coherent and balanced schedules but also improves the satisfaction of both the teaching staff and students. This model provides a robust and adaptable tool to tackle the challenges of academic planning in a university setting, ensuring that the institution's strategic and functional objectives are met.

KEY WORDS

Mixed-integer linear programming, academic planning, optimization, schedules, faculty, GAMS, operations research, resource utilization, and mathematical model.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN ... 8

CAPÍTULO I. REVISIÓN DE LA LITERATURA ... 11

CAPÍTULO II. METODOLOGÍA PARA LA PLANIFICACIÓN DE HORARIOS EN INSTITUCIONES UNIVERSITARIAS ... 17

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA MATEMÁTICO ... 17

2.1.1. Descripción de la fase de asignación de aulas ... 18

2.1.2. Descripción de la fase de asignación de aulas ... 18

2.2 PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE AULAS ... 19

2.2.1 Definición de conjuntos y parámetros ... 19

2.2.2 Definición de la variable de decisión ... 20

2.2.3 Definición de función objetivo ... 20

2.2.4 Determinación de restricciones ... 21

2.2.5 Asignación de las aulas disponibles a los subgrupos. ... 21

2.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE PROFESORES ... 24

2.3.1 Definición de conjuntos y parámetros ... 24

2.3.2 Definición de las variables de decisión ... 25

2.3.3 Definición de función objetivo ... 25

2.3.4 Determinación de restricciones ... 25

2.4 ANÁLISIS ESTADISTICO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR EL MODELO MATEMÁTICO ... 27

CAPÍTULO III. IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS ECONÓMICOS MATEMÁTICOS. ... 29

3.1 SISTEMA INFORMÁTICO GAMS ... 29

3.2 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LAS PRÁCTICAS TRADICIONALES UTILIZADAS EN EL MEDIO OBJETO DE ESTUDIO ... 32

3.2.1 Análisis de los resultados obtenidos del modelo de asignación de aulas …………………………………………………………………….32

3.2.2 Análisis de los resultados obtenidos del modelo de asignación de profesores y asignaturas. 33

CONCLUSIONES 35

BIBLIOGRAFÍA 38

ANEXO.. 41

Tabla 1. Códigos de GAMS de las carreras de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas. 41

Tabla 2. Códigos de GAMS de las aulas disponibles de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas. 42

Tabla 3. Descripción de los grupos y subgrupos utilizados como muestra para la asignación de aulas a los subgrupos. 43

Tabla 4. Aulas disponibles tras la primera asignación... 43

Tabla 5. Distribución de las asignaturas y profesores de los distintos grupos............ 44

Tabla 6. Pesos W(p) asociados a cada profesor (p). 44

Tabla 7. Preferencias de los profesores para impartir clases en un momento de día y hora determinado. 45

Tabla 8. Distribución actual de las aulas en la Universidad Pontificia de Comillas. . 45

Código 1. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de aulas a los grupos. 46

Código 2. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de aulas a los subgrupos.. 47

Código 3. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de profesor y asignatura del grupo 1ºE-6 A.. 47

Código 4 . Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de profesor y asignatura del grupo 1ºE-6 BA.. 49

Código 5. Código del script de RStudio sobre el contraste de hipótesis. 51

Solución 1. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los grupos... 53

Solución 2. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los subgrupos. 54

Solución 3. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de profesores para los grupos y subgrupos... 54

Gráfica 1. Desperdicio de asientos con el modelo actual de la universidad y desperdicio de asientos con el modelo planteado... 55

Gráfica 2. Resultados del contraste de hipótesis sobre el desperdicio de asientos. 57

INTRODUCCIÓN

La planificación de los horarios universitarios se erige como una tarea intrínsecamente compleja y exigente dentro de la estructura organizativa de las instituciones de educación superior. Esta labor, caracterizada por su naturaleza tediosa y multifacética, conlleva la ponderación de una amplia gama de necesidades, restricciones y compromisos, con el propósito último de optimizar y racionalizar la utilización de los recursos disponibles existentes en cada universidad.

La complejidad inherente a esta tarea se encuentra arraigada en las dificultades que enfrenta la universidad para coordinar los horarios de los docentes, garantizar la disponibilidad de espacios físicos adecuados, atender las preferencias horarias de los estudiantes y armonizar las interacciones con otras asignaturas. La ejecución de esta labor no solo demanda un considerable desembolso y dedicación de recursos materiales y financieros, sino que también suele derivar en una gestión ineficiente y costosa de los recursos universitarios disponible (Nakasuwan et al., 1999). Más aún, la complejidad se agudiza al enfrentarse la institución a diversas restricciones, tales como la variabilidad en la duración de las clases, la limitada disponibilidad temporal de ciertos docentes vinculados a la universidad, la introducción de nuevos programas académicos o la diversidad de itinerarios curriculares influenciados por intercambios, prácticas y electivas, así como la necesidad de impartir ciertas asignaturas en múltiples cursos y programas.

En la actualidad, se observa una creciente accesibilidad a los softwares y herramientas informáticas diseñadas para facilitar la planificación de horarios en universidades y centros educativos (Nakasuwan et al., 1999). No obstante, es imperativo tener en cuenta que muchas instituciones académicas se enfrentan a restricciones presupuestarias y recursos limitados. Además, la utilización efectiva de dichos programas requiere un sólido dominio y habilidad en el manejo de estas herramientas informáticas, una competencia que no todas las instituciones educativas pueden costearse o desarrollar en su totalidad.

Para resolver problemas de planificación, la aplicación de modelos de optimización y técnicas avanzadas en la asignación de horarios ha demostrado ser altamente efectiva, mejorando tanto la eficiencia como la calidad de las soluciones. Mediante el empleo de programación lineal, programación entera mixta y el uso de algoritmos genéticos y otras metaheurísticas, se ha logrado abordar de manera eficiente problemas complejos caracterizados por múltiples restricciones (Miranda, 2010).

La optimización no solo permite una mejor asignación de recursos, sino que también contribuye significativamente a la satisfacción del personal y a la mejora de los servicios prestados, como ocurre en la planificación de turnos de enfermería y la asignación de cursos en instituciones educativas (Miranda, 2010). Los avances tecnológicos y en métodos de optimización continúan evolucionando, proporcionando herramientas cada vez más sofisticadas para enfrentar los desafíos en la planificación y asignación de horarios en diversos contextos.

En consecuencia, se puede afirmar que la investigación operativa y los modelos de optimización juegan un papel crucial en la administración eficiente de recursos y en la toma de decisiones estratégicas. Estos modelos impactan positivamente en la economía y en la sostenibilidad de las organizaciones, demostrando su relevancia en un amplio espectro de aplicaciones.

El presente trabajo se centra en la optimización de los horarios de clase en la Universidad Pontificia de Comillas.

El objetivo general es construir modelos de optimización en enteros con el objetivo de realizar la más satisfactoria asignación de horarios a profesores y alumnos. Para lograr este objetivo general, se han planteado una serie de objetivos específicos detallados como sigue:

(1) Construir un modelo en entero que permita asignar el espacio de las aulas a los grupos de clase.
(2) Construir un modelo de optimización, que con la solución del modelo anterior, permita la asignación de asignaturas y docentes a grupos de clases en determinados momentos de los días lectivos.
(3) Modelar con el sistema informático GAMS los modelos anteriormente planteados.

Asimismo, el trabajo detallará los modelos previamente propuestos en la literatura académica, con el propósito de identificar sus fortalezas y debilidades. Se dedicará particular atención a la detección de posibles deficiencias que puedan limitar su aplicabilidad en el contexto específico de la Universidad Pontificia Comillas. Se buscarán tanto mejoras potenciales para los modelos existentes como adaptaciones que los adecuen a las necesidades específicas de distribución y espacio de esta institución.

Será necesario realizar un análisis detallado y exhaustivo de las restricciones intrínsecas al problema planteado. De manera, que se tratará de identificar de manera minuciosa y precisa las limitaciones y condiciones que influyen en el proceso de planificación docente. Este análisis profundo tiene como propósito primordial determinar cuáles de estas restricciones son críticas y deben ser consideradas de manera prioritaria para alcanzar una resolución eficiente del problema en cuestión.

Para lograr este cometido, se llevará a cabo una revisión de los diferentes aspectos que pueden imponer limitaciones al proceso de planificación, tales como disponibilidad de recursos humanos y físicos, restricciones temporales, requisitos curriculares, políticas institucionales y cualquier otro factor relevante. Se emplearán métodos analíticos y herramientas específicas para identificar y categorizar estas restricciones, con el fin de establecer una base sólida para el diseño del modelo matemático propuesto.

Finalmente, se realizará un análisis de los recursos disponibles destinados a la ejecución del proceso de planificación de horarios. El propósito fundamental radica en asegurar una asignación y utilización adecuadas de estos recursos, en consonancia con las necesidades y requerimientos del contexto universitario en cuestión. Para alcanzar este cometido, se examinará los recursos tanto físicos como humanos y tecnológicos, teniendo en cuenta la disponibilidad de aulas, personal docente y administrativo, así como cualquier otro recurso relevante para la planificación de horarios. Además, se considerarán las restricciones presupuestarias y logísticas que puedan influir en la asignación de estos recursos.

Este análisis exhaustivo permitirá una comprensión profunda de los recursos disponibles y sus limitaciones, lo que facilitará la toma de decisiones informadas durante el proceso de planificación. Se buscará optimizar la asignación de recursos, asegurando su utilización eficiente y maximizando su impacto en la calidad y eficacia de la planificación de horarios en la institución universitaria. En última instancia, esta premisa contribuirá a garantizar la viabilidad y el éxito del modelo matemático propuesto, alineando la planificación de horarios con los recursos disponibles y las necesidades específicas de la universidad.

Para abordar los objetivos delineados, se empleará un enfoque basado en modelos de programación en entero, específicamente se utilizará un modelo lineal de minimización del desperdicio de espacio. Este modelo estará compuesto por una función objetivo, un conjunto de restricciones, variables de decisión y coeficientes asociados a cada variable, los cuales serán fundamentales en la construcción del modelo matemático requerido para resolver el problema planteado.

El presente trabajo se estructura en cuatro secciones principales, complementadas por la presente introducción. En esta primera sección introductoria, se delinea el enfoque de investigación, se establecen los objetivos del estudio y se subraya la relevancia de la investigación para el ámbito universitario. Asimismo, se expone la metodología que guiará el desarrollo del estudio. El primer capítulo, a su vez, se consagrará a la revisión exhaustiva de la literatura pertinente. En este sentido, se focalizará en el análisis crítico de las investigaciones previas relacionadas con la planificación de horarios en el entorno universitario. Posteriormente, en el segundo capítulo, se abordará el planteamiento del problema matemático, acompañado de su correspondiente descripción matemática. Además de ello, se presentará un análisis estadístico de contraste de hipótesis que facilitará la posterior explicación de los resultados obtenidos. Por último, el tercer capítulo se dedicará a la exposición de la implementación del modelo matemático propuesto. Se efectuará un análisis minucioso, incluyendo una comparativa entre los resultados obtenidos en investigaciones previas y las soluciones derivadas del modelo matemático desarrollado en este estudio. Cada una de estas secciones contribuirá de manera significativa a la comprensión global del problema en cuestión, a la par que orientará el desarrollo y la aplicación del modelo matemático propuesto.

CAPÍTULO I. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Desde la Revolución Industrial, el mundo ha experimentado un significativo incremento en el tamaño y la complejidad de las organizaciones. Esta evolución ha conllevado una mayor división del trabajo y una separación más definida de las responsabilidades administrativas. La creciente complejidad y especialización han dificultado la asignación eficiente de recursos, creando la necesidad de métodos efectivos para resolver estos problemas. En este contexto surge la investigación operativa (IO) (Hillier & Lieberman, 2002).

Se puede definir la investigación operativa como la aplicación del método científico por parte de equipos interdisciplinarios para abordar problemas complejos en la gestión y dirección de grandes sistemas que incluyen personas, máquinas y otros componentes. Su principal característica es la construcción de modelos científicos del sistema, los cuales permiten predecir y comparar los resultados de diferentes estrategias y decisiones, integrando medidas de azar y riesgo. El propósito es proporcionar a los responsables un apoyo fundamentado en la ciencia para la determinación de políticas y acciones (Linares et al., 2001).

Aunque sus orígenes se remontan a los siglos XVIII y XIX con los trabajos de Lagrange y Euler, fue en los años cuarenta cuando Kantorovich y Dantzig realizaron avances significativos en la programación matemática (Bermúdez Colina, 2011). Desde los años setenta, el desarrollo de la computación ha facilitado su adopción generalizada, permitiendo aplicaciones prácticas en áreas como la producción, transporte, salud, investigación de mercado, logística y finanzas (Hillier & Lieberman, 2002). De manera que, durante los últimos cuarenta años, la IO ha sido una herramienta esencial para la optimización en diversos sectores de la economía, desempeñando un papel crucial en la ciencia, las ingenierías y los negocios, especialmente en la ingeniería industrial.

La IO aplica el método científico a la administración de organizaciones, proporcionando un enfoque estructurado para la resolución de problemas complejos (Arias-Osorio et al., 2019). En particular, la elaboración de horarios en el ámbito educativo representa un desafío significativo que implica la asignación de recursos limitados—tales como cursos y aulas— a diversas tareas, incluyendo la programación de clases y la disponibilidad de docentes, dentro de marcos temporales específicos. Esta tarea debe realizarse de manera que se satisfagan tanto las necesidades institucionales como una serie de restricciones y preferencias, subrayando su importancia y complejidad inherentes.

Numerosas investigaciones han desarrollado modelos matemáticos para optimizar este proceso, haciéndolo más eficiente y económico. Los estudios en la optimización de la planificación de horarios universitarios han explorado una variedad de enfoques y metodologías para abordar los retos asociados con la asignación eficaz de cursos, aulas y horarios. Estos esfuerzos han considerado una amplia gama de restricciones y objetivos, desde la disponibilidad de los docentes hasta las preferencias de los estudiantes, pasando por la capacidad de las aulas y la optimización del uso de recursos. La búsqueda de soluciones ha llevado a la aplicación de diversas técnicas de investigación operativa y algoritmos computacionales, desde programación lineal hasta algoritmos genéticos.

Bermúdez Colina (2011) clasificó los modelos de planificación de horarios en dos categorías principales: clásicos y metaheurísticos. Dentro de los modelos clásicos se incluyen la programación lineal, la programación lineal entera-mixta, la programación no lineal y la programación estocástica y dinámica. Por otro lado, los modelos metaheurísticos abarcan los algoritmos evolutivos y los algoritmos de recocido simulado. Esta clasificación permite una comprensión más estructurada de las diversas técnicas disponibles para abordar la complejidad inherente a la planificación de horarios (Bermúdez Colina, 2011).

Asimismo, el estudio realizado por Janewit Nakasuwan, Piyawadee Srithip y Somrote Komolavanij (1999) aborda la planificación de horarios universitarios mediante la implementación de un modelo matemático de optimización lineal, con el objetivo de minimizar el gasto total asociado a la asignación de cursos a aulas en diferentes periodos. Este modelo integra restricciones cruciales como la capacidad de los espacios físicos, la disponibilidad de profesores y estudiantes, y la prevención de conflictos de horario, utilizando el lenguaje de modelos LINGO para su ejecución (Nakasuwan et al., 1999).

Esta metodología permitió contemplar integralmente todas las restricciones antes mencionadas, logrando generar un horario óptimo que responde adecuadamente a las necesidades de la institución educativa y de sus integrantes. Los resultados derivados de la implementación de este modelo evidencian una mejora sustancial en la eficacia del proceso de planificación de horarios, manifestada a través de la reducción de conflictos de horario y una optimización en la utilización de los recursos disponibles. No obstante, la implementación de este modelo depende considerablemente de software especializado, lo que puede constituir una barrera en términos de accesibilidad y facilidad de uso para aquellos sin la experiencia técnica necesaria. Además, el modelo debe ser capaz de adaptarse a variaciones imprevistas, como la introducción de nuevos cursos o cambios en la disponibilidad de recursos (Nakasuwan et al., 1999).

Por otro lado, el modelo matemático desarrollado por Yu Chen, Mahmonir Bayanati, Maryam Ebrahimi, y Sadaf Khalijian (2002) para la planificación de horarios universitarios representa un avance significativo en la metodología aplicada anteriormente en materia de asignación de recursos en el ámbito educativo. A través de una detallada formulación que integra programación lineal entera junto con un avanzado algoritmo genético, este modelo aborda de manera eficaz los desafíos asociados con la optimización de horarios (Chen et al., 2022).

Este modelo considera un amplio abanico de restricciones y preferencias, tanto de docentes como de alumnos, el modelo consigue un equilibrio óptimo en la asignación de aulas, la disponibilidad de los profesores y la estructura curricular (Chen et al., 2022). Su implementación no sólo facilita una distribución más eficiente de los recursos disponibles, sino que también potencia la satisfacción de los participantes del proceso educativo, alineando las necesidades académicas con las capacidades institucionales. Por ende, dicho estudio, aporta una contribución significativa al conocimiento previo sobre planificación educativa, y ofrece una herramienta práctica y adaptable para enfrentar uno de los problemas más complejos que enfrentan las instituciones educativas.

La planificación de horarios académicos en universidades constituye solo una faceta de las complejidades a las que estas instituciones deben hacer frente de manera continua. Paralelamente, la programación de exámenes emerge como otro desafío significativo, exacerbado por la limitación de recursos disponibles. Este dilema ha sido abordado mediante el desarrollo de diversas técnicas, las cuales a menudo se categorizan dentro de problemas de "tiempo polinomial no determinístico difícil" (NP-hard). Estas estrategias buscan la generación de horarios factibles que satisfagan restricciones estrictas —como la prevención de conflictos de programación y el cumplimiento de las capacidades de las aulas— al tiempo que se procuran optimizar restricciones más flexibles, tales como la minimización de los intervalos entre los exámenes (Aldeeb et al., 2019).

En este contexto, el estudio realizado en el artículo “*A Comprehensive Review of Uncapacitated University Examination Timetabling Problem*” propone modelos basados en la coloración de grafos y matrices de bits simétricas para representar y abordar estos retos de programación. La técnica de coloración de grafos se destaca particularmente por su eficacia en la minimización de conflictos entre exámenes. Esto se logra asignando diferentes colores —que representan franjas horarias específicas— a los exámenes (modelados como nodos dentro de un grafo), garantizando así que los exámenes adyacentes no coincidan en el mismo color (Aldeeb et al., 2019). Este enfoque no solo facilita la asignación clara y coherente de horarios de exámenes, sino que también contribuye a una administración más eficaz de los recursos limitados de las universidades, alineando las prácticas de programación con los principios de optimización y eficiencia.

Por otro lado, la investigación operativa aplicada a los problemas de transporte también se identifica como un factor clave en las economías modernas. Existe una constante contradicción entre la creciente demanda de movilidad por parte de la sociedad y la intolerancia social hacia las demoras y la baja calidad de algunos servicios de transporte. La alta demanda en el sistema de transporte moderno, que debe ser sostenible económica, social y ambientalmente, genera un significativo desafío de optimización. El transporte es un componente crucial y costoso de la cadena de suministro de las organizaciones, pudiendo representar un alto porcentaje del costo logístico total. Las rutas deben diseñarse casi a diario para satisfacer la demanda de los clientes finales o intermedios de la cadena (Bermúdez Colina, 2011). Según Moreno (2006), el problema del transporte se estructura como un programa lineal y se resuelve mediante el algoritmo de transporte, que mejora el desempeño del método simplex utilizado en programación lineal.

La investigación de Moreno (2006) concluye que la modelación del transporte de carga presenta mayores desafíos en comparación con el transporte de pasajeros debido a la multiplicidad de actores involucrados, cada uno con objetivos diversos y a menudo contrapuestos. Además, resalta la escasez de literatura sobre modelos de transporte de carga en comparación con los de pasajeros. A su vez, este propone que un enfoque sistémico, junto con el uso de diagramas de "imagen enriquecida", es fundamental para identificar los elementos clave y las variables de desempeño del sistema de transporte de carga, facilitando así su modelación efectiva (Moreno Quintero, 2006).

Además, se han realizado investigaciones adoptando un enfoque de programación multiobjetivo, específicamente utilizando la optimización por metas. Este sistema se basa en un enfoque multicriterio, mediante el cual se definen una serie de objetivos que deben ser optimizados simultáneamente. Sin embargo, esta simultaneidad suele ser inalcanzable debido a restricciones conflictivas. Aunque este método es altamente operativo, su solidez teórica es menor, ya que se desvía del contexto tradicional de la optimización. En lugar de buscar una solución óptima única, considera una serie de metas relevantes que deben aproximarse lo máximo posible a los niveles de aspiración previamente establecidos (Garza Ríos & González Sánchez, 2004).

Por último, es fundamental destacar los estudios realizados en el ámbito hospitalario. La logística hospitalaria implica la gestión de todas las actividades relacionadas con el flujo de recursos y pacientes en una institución médica, asegurando una asignación eficiente que permita cumplir con los objetivos estratégicos y funcionales del hospital. En este contexto, la programación de turnos de enfermería es crucial, ya que una planificación deficiente puede causar insatisfacción laboral y afectar la calidad del servicio médico (Arias-Osorio et al., 2018).

Entre los métodos más efectivos, los algoritmos genéticos destacan por su flexibilidad y capacidad para manejar problemas complejos con múltiples restricciones. Además, se han introducido nuevos enfoques como la colonia de abejas, que simula el comportamiento de estos insectos para encontrar soluciones óptimas. Asimismo, los modelos de programación lineal entera han sido aplicados exitosamente para gestionar restricciones duras y blandas en la programación de turnos. De esta manera, la literatura reciente evidencia una evolución hacia modelos más complejos y técnicas híbridas que mejoran la eficiencia en la planificación de horarios. Cada modelo de planificación tiene sus propias ventajas y limitaciones, y su importancia radica en cómo abordan los diferentes aspectos del problema (Arias-Osorio et al., 2018).

Los estudios mencionados en este capítulo muestran la complejidad y diversidad de métodos requeridos para enfrentar el desafío que supone la optimización de la planificación de horarios en cualquier contexto. Asimismo, resaltan la necesidad de contemplar una amplia gama de factores y restricciones para incrementar la eficiencia operativa y la satisfacción de docentes y estudiantes por igual.

Tras la revisión de la metodología empleada con anterioridad se puede afirmar que predominantemente se utilizan modelos matemáticos de Programación Lineal Entera (PLE) y algoritmos genéticos, en busca de optimizar este complejo proceso. La Programación Lineal Entera se distingue por su enfoque en la formulación de modelos matemáticos donde las restricciones se articulan a través de ecuaciones lineales, con el propósito fundamental de maximizar o minimizar una función objetivo definida. Contrariamente, los algoritmos genéticos se inspiran en los principios de evolución y selección natural genética, reflejando las restricciones mediante sistemas de penalización (Aldeeb et al., 2019). La implementación de técnicas avanzadas de optimización matemática emerge como una práctica común, evidenciando su capacidad para minimizar conflictos y mejorar la asignación de recursos disponibles.

En esta línea de trabajo, se va a desarrollar un modelo de programación lineal que se ajuste específicamente a las necesidades y particularidades de la Universidad Pontificia de Comillas representando un paso adelante en la personalización de estas soluciones optimizadas. Tal modelo no solo tiene el potencial de atender de manera efectiva las demandas únicas de recursos humanos y materiales de la Universidad, sino que también establece un precedente para la adaptabilidad y aplicabilidad de estos enfoques en distintos contextos educativos.

CAPÍTULO II. METODOLOGÍA PARA LA PLANIFICACIÓN DE HORARIOS EN INSTITUCIONES UNIVERSITARIAS

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA MATEMÁTICO

En el marco de la preparación para el inicio de un nuevo curso académico en una facultad que imparte diversos grados universitarios, se presenta un problema complejo y de vital importancia relacionado con la planificación de los horarios docentes. Este desafío implica la asignación de aulas a distintos grupos de estudiantes para sesiones que se llevan a cabo tanto en horario matutino como vespertino.

La esencia del problema reside en la necesidad de optimizar el uso del espacio disponible en las aulas para minimizar el número de asientos desocupados, lo cual implica una gestión eficiente de los recursos espaciales destinados a la enseñanza. Esta optimización no solo busca aprovechar al máximo el espacio físico, sino también reducir coste operativo y mejorar la experiencia educativa al garantizar un entorno adecuado y confortable para los estudiantes.

Además, es crucial maximizar el cumplimiento de las preferencias y la disponibilidad de los profesores que impartirán las asignaturas. Esto significa que el sistema de asignación de aulas debe ser lo suficientemente flexible y adaptable para acomodar las diversas necesidades y horarios de los docentes, sin comprometer la calidad de la enseñanza ni la satisfacción de los mismos. En este sentido, la sincronización entre la disponibilidad de las aulas y los horarios de los profesores se convierte en un factor determinante para el éxito del proceso educativo.

Para abordar este problema, se procederá a distinguir dos fases importantes en la descripción del modelo.

2.1.1. Descripción de la fase de asignación de aulas

El objetivo de la primera fase es la asignación de aulas a cada grupo de un curso y carrera específico, garantizando que todos los grupos tengan un aula asignada. Los datos utilizados incluyen la capacidad de asientos disponibles[1] en cada aula y el número de estudiantes por grupo. Cada grupo está identificado claramente por año, titulación y, en ciertos casos, una letra distintiva para aquellos años y titulaciones con más de un grupo[2].

Las restricciones a las que se enfrenta esta fase incluyen la limitación de la capacidad de las aulas en relación con el número de alumnos de cada grupo, la asignación de una única aula por grupo y la necesidad de garantizar que cada grupo tenga un aula asignada.

Una consideración especial en esta fase es la existencia de desdoblamientos para ciertas asignaturas, lo que implica que un grupo puede necesitar dividirse en varios subgrupos debido a limitaciones pedagógicas o la necesidad de crear subgrupos basados en diferentes niveles de conocimiento previo. En consecuencia, posteriormente a la asignación inicial de aulas a los grupos principales, se procederá a asignar a los distintos subgrupos de cada grupo una de las aulas disponibles tras la primera asignación de aulas.

La finalidad de esta parte del modelo matemático es minimizar el desaprovechamiento de espacio en las aulas, garantizando así una utilización óptima de los recursos disponibles y satisfaciendo las necesidades educativas de todos los grupos y subgrupos implicados.

2.1.2. Descripción de la fase de asignación de aulas

La segunda fase se centra en la asignación del profesorado a cada grupo y subgrupo. En esta fase, se asignará un profesor para cada una de las asignaturas que cada grupo o subgrupo deba cursar durante el semestre.

Además, se establecerán las horas y los días de la semana en los que se impartirán estas asignaturas, teniendo en cuenta una serie de limitaciones importantes. En primer lugar, se considerarán las preferencias horarias de los profesores, quienes pueden tener horarios específicos en los que prefieren impartir clases. Las preferencias de los profesores serán

[1] Véase Tabla 2. Códigos de GAMS de las aulas disponibles de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas.

[2] Véase Tabla 1. Códigos de GAMS de las carreras de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas.

ponderadas según su tipo de contratación (tiempo parcial o completo) y su género, especialmente en el caso de las mujeres, para considerar la conciliación laboral y personal. Esta ponderación busca promover la igualdad y el bienestar dentro del ámbito académico, reconociendo las diferentes circunstancias y responsabilidades de los docentes.

Es importante considerar las horas semanales necesarias para cada asignatura, de acuerdo con los créditos ECTS que esta posea. Estos créditos ECTS determinan la carga de trabajo del estudiante y, por ende, el tiempo que debe dedicarse a cada materia. Esta relación debe reflejarse adecuadamente en la planificación horaria para asegurar que cada asignatura tenga la frecuencia semanal que le corresponde.

Asimismo, se asegurar que cada grupo de estudiantes no tenga más de una asignatura en el mismo espacio temporal de día y hora, evitando conflictos y sobrecargas en el horario académico. De igual manera, cada profesor solo puede estar asignado a una clase en un mismo momento temporal, asegurando que cada profesor imparta las asignaturas en las cuales está especializado

Las clases tendrán una duración estándar de dos horas, lo cual se reflejará en la programación del horario académico. Pudiendo, también, existir limitaciones respecto al número máximo de horas de clase diarias que un grupo puede tener.

Esta fase culmina con una optimización secundaria con el que se pretende obtener un horario académico para cada grupo, incluyendo los desdoblamientos necesarios a lo largo de la semana y asignando aulas, profesores y asignaturas para cada día en un momento determinado del día. Este modelo matemático refleja un compromiso con la eficiencia en la gestión de los recursos físicos de la Universidad, y subraya la importancia de una planificación eficiente para facilitar el desarrollo adecuado de las actividades docentes en el contexto universitario.

2.2 PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE AULAS

2.2.1 Definición de conjuntos y parámetros

Para la adecuada formulación del modelo matemático en cuestión, resulta imprescindible inicialmente definir los conjuntos que constituirán la base de la notación matemática empleada. A continuación, se especifican estos conjuntos:

C: conjunto que representa las carreras ofertadas en la franja horaria matutina por la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas, donde cada carrera se identifica mediante el elemento c, tal que $c \in C$.

G_c: conjunto que describe los grupos asociados a la carrera c, donde cada grupo se designa con el elemento g, tal que $g \in G_c$.

A: conjunto que representa las aulas disponibles durante la franja horaria de la mañana, con cada aula representada con el elemento a, tal que a ∈ A.

T_c: conjunto que describe el curso asociado a cada carrera c, donde cada curso se especifica con elemento el t, de manera que $t \in T_c$.

Esta estructuración facilita la representación precisa de los componentes esenciales del problema y, además, establece una clara delineación de elementos involucrados en el modelo matemático. Ahora se procederá a definir los parámetros que nos encontráremos en nuestro problema.

P_a: define la cantidad de asientos disponibles en el aula (a).

K_{gct} define el número de estudiantes pertenecientes a un determinado grupo (g) de una carrera (c) y curso (t).

2.2.2 Definición de la variable de decisión

La variable de decisión describe el nivel de actividad del conjunto de elementos sobre los que tenemos que decidir. En esta primera fase, tendremos una variable de decisión binaria, denominada X_{cgat}.

X_{cgat}: Variable binaria que adopta el valor de 1 si el grupo (g) de la carrera (c) dentro del curso (t) se ha asignado a la clase (a), en caso contrario, tomará el valor 0.

2.2.3 Definición de función objetivo

La función objetivo puede ser conceptualizada como una expresión algebraica que establece el criterio de optimización a ser maximizado o minimizado dentro de un marco de referencia matemático específico. En el contexto del modelo matemático en cuestión, la función objetivo se formula con el propósito de minimizar el desperdicio de asientos en las aulas.

$$\boldsymbol{Min\ Z}: \sum_{a\in A}\sum_{c\in C}\sum_{g\in G_c}\sum_{t\in T_c}(\boldsymbol{P_a} - \boldsymbol{K_{cgt}})\,\boldsymbol{X_{cgat}} \qquad (\mathbf{1})$$

2.2.4 Determinación de restricciones

A continuación, procederemos a detallar las restricciones inherentes a nuestro problema matemático. La restricción inicial estipula que cada grupo (g) perteneciente a una determinada carrera (c) y curso (t) debe ser asignado a un aula (a), para ello es necesario que el número de alumnos sea menor o igual a la capacidad del aula. Esta condición garantiza la adecuación entre la capacidad del espacio físico y el número de estudiantes que cursan la asignatura, asegurando así que todos los alumnos puedan ser acomodados de manera satisfactoria sin exceder los límites de capacidad del aula designada.

$$\boldsymbol{K_{cgt}}\,\boldsymbol{X_{cgat}} \leq \boldsymbol{P_a} \qquad \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{C};\ \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T_c};\ \boldsymbol{g} \in \boldsymbol{G_c};\ \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A} \qquad (\mathbf{2})$$

La siguiente restricción garantiza que a cada grupo (g), correspondiente a una carrera específica (c) y un curso determinado (t), no se le asigne más de un aula (a). Esta restricción asegura evitar la duplicidad en la asignación de recursos físicos y facilitar así la gestión logística de los espacios educativos.

$$\sum_{c\in C}\sum_{g\in G_c}\sum_{t\in T_c}\boldsymbol{X_{cgat}} \leq 1 \qquad \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A} \qquad (\mathbf{3})$$

Esta restricción garantiza que a cada grupo (g), asociado a una carrera específica (c) y un curso determinado (t), se le asigne un aula (a). De este modo, se asegura que ninguna clase quede sin aula asignada.

$$\sum_{a\in A}\boldsymbol{X_{cgat}} = \mathbf{1} \qquad \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{C}; \boldsymbol{g} \in \boldsymbol{G_c}; \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T_c} \qquad (\mathbf{4})$$

Finalmente, se debe definir la restricción de no negatividad.

$$\boldsymbol{x_{cgat}} \in \{\mathbf{0},\mathbf{1}\} \qquad \forall\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A}; \forall\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{C}; \forall\boldsymbol{g} \in \boldsymbol{G_c}; \forall\boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T_c} \qquad (\mathbf{5})$$

2.2.5 Asignación de las aulas disponibles a los subgrupos.

Tras la asignación inicial de aulas realizada en el apartado anterior, esta sección se enfoca en la distribución de aulas disponibles a los subgrupos dentro de cada grupo. Dada la complejidad y el volumen significativo de datos, esta asignación se ha limitado a tres grupos específicos: 1º E-6 A, 1º E-6 B Analytics y 1º E-8. El grupo 1º E-6 A se subdivide únicamente para la asignatura de Habilidades Personales, mientras que los grupos 1º E-6 B Analytics y 1º E-8 también se subdividen para la asignatura de Idiomas I.

Para la resolución del problema, se considerará que los grupos se subdividen equitativamente en dos subgrupos, con la mitad de los estudiantes en el primer subgrupo y la otra mitad en el segundo subgrupo. Además, se establecerá que el primer subgrupo del grupo (g) permanecerá en el aula asignada inicialmente al grupo (g) en su conjunto. De este modo, solo será necesario asignar un aula adicional para el segundo subgrupo del grupo (g) [3].

En primer lugar, es imprescindible analizar las capacidades de las aulas que, en una asignación inicial, no han sido designadas a ningún grupo. La identificación de estas aulas se basará en los resultados obtenidos en el apartado anterior, donde se determinó la disponibilidad y ocupación de las mismas. Una vez identificadas las aulas no asignadas, se procederá a evaluar su capacidad en términos de espacio y recursos disponibles[4].

Para la adecuada formulación esta parte del modelo matemático para la asignación de aulas a los subgrupos, resulta imprescindible inicialmente definir los conjuntos. A continuación, se especifican estos conjuntos:

C: conjunto que representa las carreras ofertadas en la franja horaria matutina por la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas, donde cada carrera se identifica mediante el elemento c, tal que $c \in C$.

G_c: conjunto que describe los grupos asociados a la carrera c, donde cada grupo se designa con el elemento g, tal que $g \in G_c$.

S_c: conjunto que describe los subgrupos asociados a la carrera c, donde cada grupo se designa con el elemento s, tal que $s \in S_c$.

A: conjunto que representa las aulas que han quedado disponibles durante la franja horaria de la mañana tras la primera asignación, con cada aula representada con el elemento a, tal que $a \in A$.

---

[3] Véase Tabla 3. Descripción de los grupos y subgrupos utilizados como muestra para la asignación de aulas a los subgrupos.

[4] Véase Tabla 4. Aulas disponibles tras la primera asignación.

T_c: conjunto que describe el curso asociado a cada carrera c, donde cada curso se especifica con elemento el t, de manera que $t \in T_c$.

Al igual que en el anterior modelo los parámetros que utilizaremos serán:

P_a: define la cantidad de asientos disponibles en el aula (a).

K_{sct}: define el número de estudiantes pertenecientes a un determinado subgrupo (s) de una carrera (c) y curso (t).

Asimismo, se debe definir la variable de decisión. X_{csat} : Variable binaria que adopta el valor de 1 si el subgrupo (s) de la carrera (c) dentro del curso (t) se ha asignado a la clase (a), en caso contrario, se tomará el valor 0.

La función objetivo se formula con el propósito de minimizar el desperdicio de asientos en las aulas. De esta manera, la función objetivo se define como:

$$\boldsymbol{Min\ Z}: \sum_{a\in A} \sum_{c\in C} \sum_{s\in S_c} \sum_{t\in T_c} (\boldsymbol{P_a} - \boldsymbol{K_{cst}})\ \boldsymbol{X_{csat}} \qquad (\mathbf{6})$$

A continuación, se detallarán las restricciones inherentes a nuestro problema matemático. La primera restricción determina que cada subgrupo (s) perteneciente a una determinada carrera (c) y curso (t) debe ser asignado a un aula (a) cuya capacidad sea menor igual o superior al número de estudiantes en el grupo.

$$\boldsymbol{K_{cst}\ X_{csat} \leq P_a} \qquad \boldsymbol{c \in C;\ t \in T_c\ ;\ s \in S_c\ ;\ a \in A} \qquad (\mathbf{7})$$

La siguiente restricción garantiza que a cada aula (a), no se le asigne más de un subgrupo (s), correspondiente a una carrera específica (c) y un curso determinado (t), evitando así la duplicidad de asignación de recursos materiales de la Universidad.

$$\sum_{c\in C} \sum_{s\in S_c} \sum_{t\in T_c} \boldsymbol{X_{csat}} \leq 1 \qquad \boldsymbol{a \in A} \qquad (\mathbf{8})$$

Esta restricción garantiza que a cada subgrupo (s), asociado a una carrera específica (c) y un curso determinado (t), se le asigne un aula (a). Esto asegura que ningún subgrupo se quede sin aula para dar la asignatura que le corresponda.

$$\sum_{a\in A} \boldsymbol{X_{csat}} = \mathbf{1} \qquad \boldsymbol{c \in C; s \in S_c; t \in T_c} \qquad (\mathbf{9})$$

La restricción de no negatividad.

$$\boldsymbol{X_{csat}} \in \{\mathbf{0},\mathbf{1}\} \qquad \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A}; \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{C}; \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S_c}; \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T_c} \qquad (\mathbf{10})$$

2.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA MATEMÁTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE PROFESORES

Tras la asignación de aulas planteada en el apartado anterior, este apartado se centrará en la construcción de un modelo matemático que determine la asignación de profesores para cada grupo y subgrupo, y la determinación del día y momento concreto en el que estos deberán impartir la asignatura a un grupo determinado.

2.3.1 Definición de conjuntos y parámetros

En esta segunda parte del modelo, se definen un nuevo grupo de conjuntos y parámetros que formaran la base de la notación matemática que emplearemos en la construcción del modelo matemático para la planificación de los horarios. A continuación, se detallarán estos conjuntos:

G: conjunto que define los grupos de las distintas carreras que existen en la Universidad Pontificia de Comillas, donde cada grupo se identifica mediante el elemento g, tal que $g \in G$.

P: conjunto que representa a los profesores que imparten las asignaturas en la Universidad Pontificia de Comillas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, donde cada profesor se identifica mediante el elemento p, tal que $p \in P$.

C: conjunto que define las asignaturas que se imparten a cada grupo, donde cada asignatura se identifica mediante el elemento a, tal que $c \in C$.

P_c: conjunto que relaciona los profesores con las asignaturas que imparten, donde cada profesor asociado a una asignatura estará identificado con el elemento p, tal que $p \in P_c$.

D: conjunto de días lectivos de la semana, donde cada día está identificado por el elemento d, tal que $d \in D$.

T: conjunto de horas disponibles para impartir las clases, de manera que cada periodo se encuentra identificado por el elemento t, tal que $t \in T$.

Ahora se definirán los parámetros que son necesarios para el planteamiento del problema.

F_c: describe la frecuencia semanal de cada asignatura (c) de acuerdo con los créditos de cada una.

R_{pdt}: define la preferencia y disponibilidad del profesor (p) para dar la clase el día (d) y en el momento (t).

W_p: define el peso asociado a las preferencias de cada profesor (p), considerando diferentes criterios. Si el profesor trabaja a tiempo parcial en la universidad, entonces $W_p = 3$. Si el profesor es mujer, $W_p = 2$. Si el profesor se dedica exclusivamente a la docencia en la universidad, $W_p = 1$.

L_d: define la limitación máxima de clases que se pueden impartir durante el día d.

2.3.2 Definición de las variables de decisión

En esta segunda fase del problema, se utilizará la siguiente variable binaria:

Z_{cgdtp}: Variable binaria que toma el valor de 1 si el grupo (g) tiene clase de la asignatura (c) el día (d) en el momento (t) con el profesor (p), en caso contrario, adoptará el valor de 0.

2.3.3 Definición de función objetivo

La función objetivo buscará maximizar la suma de las preferencias de los profesores para impartir una asignatura en un momento y día concreto.

$$\boldsymbol{Max\ Obj}: \sum_{p\in P}\sum_{c\in C}\sum_{d\in D}\sum_{t\in T}\sum_{g\in G} \boldsymbol{P_c * R_{pdt} * Z_{pcdtg}} \qquad (\mathbf{11})$$

2.3.4 Determinación de restricciones

La primera restricción se centra en respetar el límite máximo de horas diarias de clase, lo que conlleva una limitación en el número de asignaturas que se pueden impartir en un solo día.

$$\sum_{c\in C}\sum_{t\in T} \boldsymbol{Z_{pcdtg} \leq L(d)} \qquad \boldsymbol{g \in G; d \in D; p \in P} \qquad (\mathbf{12})$$

Asimismo, todas las asignaturas deben cumplir con la frecuencia semanal estipulada para sus clases. Estas frecuencias se calculan de la siguiente manera (Real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre de 2003):

(a) Un ECTS equivale a 25 horas de dedicación total a la asignatura. Por lo tanto, las asignaturas de 6 ECTS deben cumplir con 150 horas, mientras que las de 3 ECTS deben cumplir con 75 horas.

(b) Sin embargo, de este total, solo el 40% de las horas están destinadas a la impartición de la materia, y el 60% restante corresponde al trabajo individual que debe realizar el alumno. Así, las asignaturas de 6 ECTS deben cumplir con 60 horas cuatrimestrales de clases, y las de 3 ECTS con 30 horas.

(c) Suponiendo que cada cuatrimestre tiene 15 semanas lectivas, al distribuir estas horas a lo largo del período, las asignaturas de 6 ECTS deben ofrecer 4 horas semanales, lo que se traduce en una frecuencia de dos veces por semana. Por otro lado, las asignaturas de 3 ECTS deben ofrecer 2 horas semanales, correspondientes a una única sesión por semana.

De este modo, la restricción establece que cada asignatura debe cumplir con la frecuencia semanal determinada según el número de créditos ECTS que posee es la siguiente:

$$\sum_{p\in P}\sum_{g\in G}\sum_{d\in D}\sum_{t\in T} \boldsymbol{P_c * R_{pdt} * Z_{pcdtg}} \le \frac{\boldsymbol{F_c}}{\boldsymbol{3}} \qquad \boldsymbol{c \in C} \qquad (\mathbf{13})$$

A continuación, se define la restricción que asegura las preferencias de los profesores. Esta restricción asegura que un profesor (p) solo pueda ser asignado a una asignatura (c) en el día (d) y en el momento (t) si esa asignación respeta las preferencias del profesor.

Si $R_{pdt} = 0$ (el profesor no prefiere a esa hora), entonces $Z_{cpdt} = 0$ (el profesor no puede ser asignado a esa hora), independientemente del peso. Si $R_{pdt} = 1$ (el profesor prefiere a esa hora), entonces Z_{cpdt} puede ser 1, pero el peso W_p modulará la influencia de esta preferencia en la asignación final.

$$\sum_{c\in C}\sum_{g\in G} \boldsymbol{Z_{pcdtg} \le W_p\, R_{pdt}} \qquad \boldsymbol{p \in P;\ t \in T; d \in D} \qquad (\mathbf{15})$$

Asimismo, es imperativo que un profesor esté asignado a una única asignatura para un grupo específico en un momento del día determinado.

$$\sum_{c\in C}\sum_{p\in P} \boldsymbol{Z_{pcdtg} \le 1} \qquad \boldsymbol{g \in G; d \in D; t \in T} \qquad (\mathbf{16})$$

Las restricciones de no negatividad:

$$Z_{pcdtg} \in \{0,1\} \qquad g \in G; d \in D ; p \in P; t \in T; \ c \in C \qquad (17)$$

2.4 ANÁLISIS ESTADISTICO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR EL MODELO MATEMÁTICO

En este apartado, se llevará a cabo un contraste de hipótesis estadístico. El contraste de hipótesis es fundamental dentro de la inferencia estadística, ya que permite determinar, a partir de la información de la muestra, si una afirmación sobre la población debe ser aceptada como válida o rechazada (Cobo et al., 2014).

El propósito de este análisis es evaluar la existencia de una diferencia significativa en el desperdicio de asientos entre el modelo actualmente implementado por la Universidad Pontificia de Comillas para la planificación de aulas y el modelo propuesto en este trabajo como solución al problema de planificación de horarios académicos.

En primer lugar, para llevar a cabo este análisis se recopilaron datos sobre el desperdicio de asientos en ambos casos[5]. Se denotará como D1 al desperdicio de asientos resultante de la aplicación del modelo actualmente utilizado en la Universidad, mientras que D2 representa el desperdicio obtenido al aplicar el modelo propuesto en este trabajo.

Posteriormente, es necesario definir las hipótesis para determinar cuándo se debe aceptar o rechazar la decisión. Se han planteado las siguientes hipótesis para el desarrollo del contraste:

La Hipótesis Nula (H0) se define como $|D1-D2|=0$, lo cual implica que no existe una diferencia significativa entre el desperdicio de asientos en el modelo actual y el nuevo modelo. En este caso, se acepta la hipótesis nula, indicando que ambos modelos planifican el desperdicio de asientos de manera igualmente eficiente.

Por otro lado, la Hipótesis Alternativa (H1) se formula como $|D1-D2|>0$. Esto sugiere que existe una diferencia significativa en el desperdicio de asientos entre los dos modelos, indicando que uno de los modelos (en este caso, el modelo actual) no planifica tan eficientemente como el otro. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula en este contexto.

[5] Véase Tabla 8. Distribución actual de las aulas en la Universidad Pontificia de Comillas y Solución 1. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los grupos.

Para realizar este contraste de hipótesis, se empleó la prueba t de muestras emparejadas, la cual comparó las dos distribuciones de desperdicio de asientos. Esta prueba es apropiada para datos emparejados, como en este caso donde cada grupo tiene asignada una clase específica, y por ende, un desperdicio asociado (Cobo et al., 2014)..

Utilizando el programa informático R Studio, se calculó el valor p correspondiente. Para interpretar este valor p, es importante considerar que si el valor p es menor que el nivel de significación establecido, en este caso 0.05, se rechaza la hipótesis nula (H0) (Cobo et al., 2014). Esto sugiere que existe una diferencia significativa entre los dos modelos de distribución evaluados. Por otro lado, si el valor p es mayor o igual al nivel de significación, no se rechaza la hipótesis nula, lo cual indica que no hay suficiente evidencia para afirmar que existe una diferencia significativa entre los dos modelos.

Después de analizar los datos en R Studio, se obtuvo un valor p de 0.004135 mediante la prueba t de muestras emparejadas, el cual es inferior al nivel de significación de 0.05. Este resultado indica que se debe rechazar la hipótesis nula H0, la cual establece que no existe diferencia significativa entre los desperdicios de asientos de los dos modelos ($|D1 - D2| = 0$). Dado que debe rechazarse la hipótesis nula (H0), se puede determinar existe una diferencia significativa en los desperdicios de asientos entre el modelo actual y el nuevo modelo de planificación de distribución. La estimación de la diferencia de medias es de 7.9, demostrando que, en promedio, el desperdicio de asientos en el modelo actual es considerablemente mayor que en el nuevo modelo.

Este análisis estadístico sugiere que el nuevo modelo de planificación de los horarios de la Universidad distribuye las aulas de una manera que planifica mejor el desperdicio de asientos en comparación con el modelo actual. Específicamente, se observa una reducción significativa en el desperdicio de asientos cuando se implementa el nuevo modelo. Esto proporciona evidencia sólida para considerar la implementación del nuevo modelo en la Universidad Pontificia de Comillas, con el fin de optimizar el uso de las aulas y reducir el desperdicio de asientos[6].

[6] Véase Gráfica 2. Resultados del contraste de hipótesis sobre el desperdicio de asientos.

CAPÍTULO III. IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS ECONÓMICOS MATEMÁTICOS.

3.1 SISTEMA INFORMÁTICO GAMS

En este apartado se presentará el sistema informático utilizado para implementar el modelo matemático destinado a resolver los problemas de optimización en la planificación de horarios universitarios. Además, se expondrán las razones que justificaron la elección de esta herramienta para abordar dicha problemática.

El Sistema General de Modelado Algebraico (GAMS) es un software avanzado que facilita la modelación, resolución y despliegue de sistemas basados en optimización matemática (*Desarrollo Modelos Gams*, 2022). Esta herramienta es capaz de manejar problemas lineales, no lineales y de optimización entera mixta, ofreciendo una plataforma robusta para abordar problemas complejos en diversas disciplinas.

El desarrollo inicial de GAMS fue posible gracias al financiamiento del Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento, conocido como el Banco Mundial. Desde 1987, GAMS Development Corporation ha continuado proporcionando financiamiento, permitiendo así la evolución y mejora continua del sistema. La colaboración estrecha con economistas matemáticos fue crucial en su desarrollo, ya que este grupo de usuarios sigue siendo un nicho importante dentro de la comunidad de GAMS. La sinergia entre economía, informática e investigación operativa se configura como un factor decisivo para el éxito del sistema, al integrar conceptos complejos de manera efectiva (*Introduction*, s. f.).

La conexión entre la programación matemática y la teoría económica se evidencia en la historia de GAMS. El Premio Nobel de Economía otorgado a Leonid Kantorovich y Tjalling Koopmans en 1975 por su contribución a la teoría de la asignación óptima de recursos refleja la importancia de la programación matemática en la economía. Otros premiados del Nobel, como Kenneth Arrow, Wassily Leontief y Harry Markowitz, también son figuras importantes dentro de este sector. Un ejemplo menos actual de la aplicación de la programación lineal es el trabajo del economista Alan Manne en 1956 sobre la programación de operaciones de refinería de petróleo (*Introduction*, s. f.).

La motivación para desarrollar GAMS surgió de las experiencias frustrantes de un grupo de modelado económico en el Banco Mundial durante la década de 1970. Estos economistas encontraron difícil reproducir sus éxitos fuera de su entorno de investigación debido a las limitaciones de las técnicas existentes. La solución fue adoptar una aproximación algebraica que combinara la notación algebraica multidimensional con el modelo de datos relacional y el uso de estructuras de datos dispersas (Mora Escobar, 2009).

En cuanto a la estructura de los programas de GAMS, estos consisten en una serie de sentencias que definen estructuras de datos, valores iniciales, modificaciones de datos y ecuaciones (Casasus et al., 1997). Aunque no existe un orden fijo para organizar estas sentencias, el orden en que se realizan las modificaciones de datos es crucial. Los símbolos deben ser declarados con su tipo antes de ser utilizados y deben tener valores asignados antes de poder ser referenciados en las sentencias de asignación. Cada sentencia debe terminar con un punto y coma, excepto la última, donde es opcional (Ramos, 2023).

Las sentencias en GAMS se clasifican en dos categorías principales: declaraciones y definiciones, y sentencias de ejecución. Las sentencias de declaración describen la clase de un símbolo y pueden incluir valores iniciales, mientras que las sentencias de ejecución instruyen acciones como la transformación de datos, la solución de modelos y la generación de informes. Aunque los programas de GAMS permiten gran flexibilidad en el orden de las sentencias, un estilo común es organizar primero los datos, seguido por la definición del modelo y finalmente las sentencias de solución. Este enfoque garantiza una estructura clara y eficiente del programa, como se observa en el modelo de transporte (Mora Escobar, 2009).

La utilidad práctica de emplear GAMS radica en su capacidad para resolver programas matemáticos complejos de manera eficiente. Los diferentes tipos de modelos de programación matemática que GAMS puede manejar incluyen (Mora Escobar, 2009):

(a) Los modelos de Programación Lineal permiten relaciones lineales entre variables continuas y son generalmente sencillos, logrando soluciones óptimas rápidamente.
(b) Los modelos de Programación Lineal Mixta Entera permiten variables continuas o discretas (enteras y binarias), siendo ideales para casos complejos de planificación.
(c) Los modelos de Programación No Lineal permiten relaciones tanto lineales como no lineales entre variables continuas, siendo más complejos y a menudo obteniendo soluciones sub-óptimas.

(d) Los modelos de Programación No Lineal Mixta Entera combinan variables continuas y discretas con relaciones lineales y no lineales, siendo los más complejos y sin garantía de soluciones óptimas.

GAMS está diseñado para resolver cualquiera de estos tipos de programación matemática, ofreciendo flexibilidad y eficiencia en el manejo de modelos complejos. En el caso de este trabajo se ha trabajado con modelos de Programación Lineal y modelos de Programación Lineal Mixta Entera para la resolución del problema que se ha planteado.

Este sistema informático ofrece numerosas ventajas que lo convierten en una herramienta destacada en la programación matemática y la optimización (Marín Alberti, 2000).

(a) Su versatilidad permite modelar y resolver una amplia variedad de problemas de optimización, haciéndolo útil en diversas disciplinas y aplicaciones.
(b) La estructura de GAMS facilita la integración de datos y modelos, utilizando notación algebraica multidimensional y el modelo de datos relacional para gestionar grandes volúmenes de datos de manera eficiente y coherente.
(c) Proporciona una gran libertad en la organización de las sentencias dentro de un programa, permitiendo a los usuarios estructurar sus modelos de manera flexible según sus necesidades específicas.
(d) La sintaxis y la estructura de GAMS facilitan la legibilidad y documentación de los modelos, simplificando su mantenimiento y actualización a lo largo del tiempo.
(e) Su enfoque algebraico y el uso de estructuras de datos dispersas permiten una optimización eficiente de los recursos computacionales, crucial para resolver problemas de gran escala y complejidad.

Desde su concepción, GAMS ha sido desarrollado para superar las limitaciones de herramientas de optimización anteriores, con un diseño orientado a reducir costos y aumentar la fiabilidad, haciéndolo adecuado para aplicaciones críticas en ciencias e ingeniería. También cuenta con el respaldo de una comunidad activa de usuarios, incluyendo economistas matemáticos, lo que garantiza una evolución continua y acceso a una amplia biblioteca de modelos y ejemplos de referencia (*Introduction*, s. f.).

Estas ventajas fueron determinantes para elegir el sistema informático GAMS para la implementación efectiva del modelo matemático planteado en este trabajo. Gracias a

GAMS, se ha logrado una solución integral y eficiente para la compleja tarea de planificación de horarios universitarios.

3.2 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LAS PRÁCTICAS TRADICIONALES UTILIZADAS EN EL MEDIO OBJETO DE ESTUDIO

3.2.1 Análisis de los resultados obtenidos del modelo de asignación de aulas

La primera fase del modelo matemático tenía como finalidad asignar un aula específica a cada clase, de manera que esta aula se utilizara como principal para todas las asignaturas correspondientes. En este esquema, es el profesor quien se trasladaría de un aula a otra para impartir las clases, y no los alumnos.

No obstante, como se ha mencionado anteriormente, uno de los desafíos de esta asignación de aulas es la necesidad de desdoblar los grupos. Existen ciertas asignaturas que, debido a razones pedagógicas o a su complejidad, requieren que los alumnos se dividan en dos grupos. Este requisito introduce una capa adicional de complejidad en el diseño de un modelo matemático para la asignación de aulas.

La necesidad de desdoblar grupos implica que se deben considerar múltiples variables adicionales, como la disponibilidad de aulas adicionales, la sincronización de horarios para evitar conflictos, y la capacidad de cada aula para acomodar un subgrupo específico. El desarrollo de un modelo matemático para abordar esta problemática debe ser lo suficientemente flexible para adaptarse a las fluctuaciones en el tamaño de los grupos y a las variaciones en la demanda de diferentes asignaturas. También debe ser capaz de minimizar el desperdicio de asientos y optimizar la utilización del espacio, al tiempo que se cumplen los requisitos pedagógicos y logísticos.

Este nivel de complejidad hace que la tarea de planificación no solo requiera de un enfoque matemático riguroso, sino también de una integración efectiva de datos sobre la disponibilidad de recursos, las preferencias de los profesores, y las necesidades específicas de cada asignatura.

Actualmente, en la Universidad Pontificia de Comillas, se utilizan numerosos recursos económicos, materiales y humanos para la planificación de los horarios, lo cual hace que el modelo actual de planificación sea ineficiente y costoso para la Universidad. No obstante, el modelo propuesto en este trabajo ha logrado construir una solución matemática que minimiza el desperdicio de asientos en las aulas cuando estas son asignadas a un grupo.

Tras la implementación del modelo matemático planteado en este trabajo, los resultados obtenidos han demostrado de manera concluyente que dicho modelo mejora la eficiencia y la distribución de los recursos materiales de la universidad, minimizando de forma considerable el desperdicio de asientos. Esta optimización es particularmente evidente al comparar los escenarios pre y post-implementación del modelo, donde se observa una significativa reducción en el número de asientos no utilizados[7].

El análisis estadístico y el contraste de hipótesis realizado en el apartado anterior respaldan esta afirmación. Al aplicar el modelo propuesto, se ha logrado una asignación más equilibrada y eficiente de las aulas, lo cual no solo reduce el desperdicio, sino que también permite una mejor utilización de los espacios disponibles, mejorando así la experiencia académica y administrativa.

3.2.2 Análisis de los resultados obtenidos del modelo de asignación de profesores y asignaturas.

La segunda fase del modelo matemático ha alcanzado exitosamente su objetivo principal: la correcta asignación de los profesores a las asignaturas correspondientes, en días y franjas horarias determinadas. Esta fase del modelo estaba sujeta a numerosas restricciones, tales como la frecuencia horaria de las asignaturas, las preferencias y la disponibilidad de los profesores, así como la limitación de no programar más de dos clases simultáneas.

A pesar de los logros alcanzados, no se puede determinar con precisión el grado de satisfacción de los profesores con respecto al horario en comparación con el sistema actual de la universidad. Sin embargo, la nueva asignación de profesores respeta sus preferencias y horarios de disponibilidad, considerando también las diversas circunstancias personales, como la necesidad de conciliación laboral y familiar, o si se trata de profesores colaboradores.

[7] Véase Solución 1. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los grupos y Gráfica 1. Desperdicio de asientos con el modelo actual de la universidad y desperdicio de asientos con el modelo planteado.

En conclusión, el horario se ha planificado de manera eficiente, utilizando un método que no solo permite flexibilidad para realizar modificaciones, sino que también se adapta a las distintas preferencias de los profesores. Este enfoque no solo optimiza la distribución de recursos, sino que también fomenta un entorno de trabajo más satisfactorio para el cuerpo docente, mejorando así la calidad general de la enseñanza en la universidad.

CONCLUSIONES

Este trabajo ha proporcionado una visión integral de la complejidad inherente a la planificación de los horarios universitarios. El análisis comenzó con la identificación del problema, revelando que esta tarea no solo requiere una considerable inversión de tiempo, materiales y recursos informáticos, sino que también demanda la intervención de personal cualificado para asegurar una distribución eficiente y coherente de los recursos humanos y materiales. Este diagnóstico evidenció la necesidad de crear un modelo matemático capaz de abordar estos desafíos.

Tras la identificación del problema, se procedió a su descripción detallada, estructurándola en dos fases para facilitar el proceso. Esta descripción se concretó en la formulación de ecuaciones, funciones objetivo, variables y parámetros. Inicialmente, se intentó plantear el problema como un sistema de optimización de metas. Sin embargo, debido a la complejidad y las contradicciones inherentes a las restricciones, esta aproximación no resultó viable, ya que el problema no tenía solución bajo ese enfoque.

Posteriormente, se implementó el modelo matemático utilizando el software GAMS. En los problemas de planificación horaria, tanto a nivel universitario como empresarial y hospitalario, se maneja un volumen considerable de información que debe ser considerado en la formulación matemática del modelo, lo cual complica su resolución. La complejidad de estos problemas radica en la necesidad de integrar múltiples variables y restricciones, tales como la disponibilidad de los profesores, las capacidades de las aulas, las preferencias docentes y la frecuencia horaria de las asignaturas.

Es evidente que, debido al enorme volumen de datos involucrados, la implementación eficaz de este modelo requiere equipos y sistemas informáticos de alta capacidad. Esta necesidad de recursos informáticos robustos complicó la resolución del problema, haciendo necesario recurrir a servidores como NEOS para realizar la optimización. Por lo tanto, es necesario la utilización de tecnologías avanzadas y potentes infraestructuras computacionales para manejar y procesar grandes cantidades de información de manera eficiente. Solo mediante la aplicación de estas herramientas tecnológicas se puede garantizar la optimización y efectividad del modelo matemático en cuestión.

El modelo matemático diseñado permite reducir significativamente el número de asientos desperdiciados en la universidad, optimizando así el uso del espacio disponible y proporcionando mayor capacidad para imprevistos o eventos que la universidad pueda organizar a lo largo del curso académico. Además, el modelo incorpora las preferencias de los profesores y los desdoblamientos de las materias, lo que contribuye a una planificación más personalizada y ajustada a las necesidades del cuerpo docente.

La implementación de este modelo no solo evidencia una mejora en la eficiencia operativa de la universidad, sino que también destaca la importancia de un enfoque meticuloso y sistemático en la gestión de los horarios académicos. Al integrar múltiples variables y restricciones, el modelo garantiza una asignación óptima de los recursos, mejorando así la calidad del ambiente educativo y administrativo.

En definitiva, la aplicación de técnicas avanzadas de optimización matemática puede tener un impacto positivo significativo en la gestión de horarios universitarios, proporcionando soluciones que equilibran eficientemente las necesidades de espacio, las preferencias del personal docente y las exigencias académicas. Este enfoque no solo facilita una mejor utilización de los recursos, sino que también contribuye a la creación de un entorno educativo más adaptable y eficiente, beneficiando a toda la comunidad universitaria.

Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado

ADVERTENCIA: Desde la Universidad consideramos que ChatGPT u otras herramientas similares son herramientas muy útiles en la vida académica, aunque su uso queda siempre bajo la responsabilidad del alumno, puesto que las respuestas que proporciona pueden no ser veraces. En este sentido, NO está permitido su uso en la elaboración del Trabajo fin de Grado para generar código porque estas herramientas no son fiables en esa tarea. Aunque el código funcione, no hay garantías de que metodológicamente sea correcto, y es altamente probable que no lo sea.

Por la presente, yo, Alicia Mateo Rivas, estudiante de E-3 Analytics de la Universidad Pontificia Comillas al presentar mi Trabajo Fin de Grado titulado "Modelos Optimización para la planificación de horarios en la Universidad Pontificia Comillas. Una mirada hacia la automatización", declaro que he utilizado la herramienta de Inteligencia Artificial Generativa ChatGPT u otras similares de IAG de código sólo en el contexto de las actividades descritas a continuación:

1. **Crítico:** Para encontrar contra-argumentos a una tesis específica que pretendo defender.
2. **Interpretador de código:** Para realizar análisis de datos preliminares.
3. **Corrector de estilo literario y de lenguaje:** Para mejorar la calidad lingüística y estilística del texto.
4. **Sintetizador y divulgador de libros complicados:** Para resumir y comprender literatura compleja.
5. **Traductor:** Para traducir textos de un lenguaje a otro.

Afirmo que toda la información y contenido presentados en este trabajo son producto de mi investigación y esfuerzo individual, excepto donde se ha indicado lo contrario y se han dado los créditos correspondientes (he incluido las referencias adecuadas en el TFG y he explicitado para que se ha usado ChatGPT u otras herramientas similares). Soy consciente de las implicaciones académicas y éticas de presentar un trabajo no original y acepto las consecuencias de cualquier violación a esta declaración.

Fecha: 20 de junio de 2024

Firma: Alicia Mateo Rivas

BIBLIOGRAFÍA

Aldeeb, B. A., Al-Betar, M. A., Abdelmajeed, A. O., Younes, M. J., AlKenani, M., Alomoush, W., Alissa, K. A., & Alqahtani, M. A. (2019). *A Comprehensive Review of Uncapacitated University Examination Timetabling Problem*. *14*(24), 4524-4547.

Arias-Osorio, J., Karina Bautista, D., & Meneses-Pico, C. C. (2019). Revisión de literatura sobre los modelos de optimización en programación de turnos de enfermería. *Revista UIS Ingenierías*, *18*(2), 245-258. https://doi.org/10.18273/revuin.v18n2-2019023

Bermúdez Colina, Y. (2011). *Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta*. *II*(7), 85-104.

Casasus, T., Mocholi Arce, M., & Sala, R. (1997). *Optimización económica con Gams.* https://www.researchgate.net/profile/Ramon-Sala/publication/26428443_Optimizacion_economica_con_Gams/links/540ef8360cf2f2b29a3d1f31/Optimizacion-economica-con-Gams.pdf

Chen, Y., Bayanati, M., Ebrahimi, M., & Khalijian, S. (2022). *A Novel Optimization Approach for Educational Class Scheduling with considering the Students and Teachers' Preferences*. https://doi.org/10.1155/2022/5505631

Cobo, E., Cortés, J., González, J. A., Riba, L., Peláez, R., Vilaró, M., & Bielsa, Ne. (2014). *Capítulo 9: Prueba de significación y contraste de hipótesis*. Universitat Politècnica de Catalunya. BarcelonaTech. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/91897068/334547325-libre.pdf?1664781334=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DPrueba_de_significacion_y_contraste_de_h.pdf&Expires=1718835660&Signature=Ca29pw-AK2wTXnTLj3DuWdQAQfekxqXb1eBjOLH84iZBIwtuF4vnVJRKlaibCN7KhFO2ryo1qa5EJTikj4XS8HksDXkaviL1BobbzmRpyjuZxBQJnYsOe4mg-7~G2HSJ2RYQsGzwkjPD5y46J-B5yBBkKGMaeZo07oXb6Mm~-8Z4IeC1mgau6GkkrtsniMTjlb~bEkVqLMwprzySM9HAMh7hU3lKh1MzGvSGUAbyULqVxs89CEXj26BRqi5OQkoNeHiujAl7RwES9DkAQai5aengMRvw

RAztboBD5qhbey~djNjPOUv3PmzxTju5dOi8q-4z-18fW9474AAEfsBwIg__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

Desarrollo Modelos Gams. (2022). Conexyner. https://www.conexyner.com/desarrollo-modelos-gams

Garza Ríos, R., & González Sánchez, C. (2004). Modelo matemático para la planificación de la producción en la cadena de suministro. *Ingeniería Industrial*, *25*(2), 7.

Hillier, F. S., & Lieberman, G., J. (2002). *Introducción a la investigación de operaciones* (Novena). McGraw Hill. https://dudasytareas.wordpress.com/wp-content/uploads/2017/05/hillier_lieberman.pdf

Introduction. (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2024, de https://www.gams.com/latest/docs/UG_Introduction.html#UG_The_Origins_of_GAMS

Linares, P., Ramos, A., Sánchez, P., Sarabia, Á., & Vitoriano, B. (2001). *Modelos matemáticos de optimización*. Universidad Pontificia de Comillas. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/31277585/modelado_en_gams-libre.pdf?1369129862=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DModelos_matematicos_de_optimizacion.pdf&Expires=1718835853&Signature=bkst~Un3Sy6SaBMJ8mLGDBEPQnXjat-OgCSOnTKmI2EuKo-bQziyu37a5TWc0K8MWnqcZWuVmAzh4vIbkAgL8G4uDXhwj4uSZXap~GNcE73Nsn8wTPiDTwBnDBTwpdim6jT4eHNEg9HDgLgAekI~gRqaPExnnmrY1kzblMrGw9SxAfkULU7h4G9q~S7qj8HJ6GGZyMOiUHRFVvePpXZEuSa9f~50GAmVXp5kMwJ3iwLV8~1F6cKZ1gUCJf7mEhB8nrrOy8XTt3JqH-T6mEz6ggSdl6CtkB107ps0HRia6nd8JqQqs62FibVZQer49gNLWLjLX2tEq9Vzq2Z5bsTIHA__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

Marín Alberti, J. I. (2000). *Introducción al lenguaje GAMS*. https://www.diquima.upm.es/old_diquima/recursos/manuales/Gams.pdf

Miranda, J. (2010). eClasSkeduler: A Course Scheduling System for the Executive Education Unit at the Universidad de Chile. *Interfaces*, *40*(3), 196-207. https://doi.org/10.1287/inte.1090.0485

Mora Escobar, H. M. (2009). *GAMS, ejemplos introductorios*. https://es.scribd.com/document/96558574/Gams-Ejemplos

Moreno Quintero, E. (2006). *Análisis comparativo de la modelación del autotransporte: Carga Vs Pasajeros*. *300*, 1-77.

Nakasuwan, J., Piyawadee, S., & Komolavanij, S. (1999). *Class scheduling Optimization. 4*(2), 88-98.

Ramos, A. (2023). *Lenguajes de modelado algebraico. GAMS*. Universidad Pontificia de Comillas. https://pascua.iit.comillas.edu/aramos/simio/transpa/t_gams_ar.pdf

Real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en todo territorio nacional. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, núm. 224, BOE [Boletín Oficial del Estado, 19 de septiembre de 2003. https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2003-17643

ANEXO

Tabla 1. Códigos de GAMS de las carreras de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas.

Parámetro en GAMS	Grado	Curso	Grupo	Horario	Número de alumnos
g1	E2 + E4	1	A	M	65
g2	E2 + E4	1	B	M	65
g3	E2 BA	1	A	M	65
g4	E2 BA	1	B	M	65
g5	E2 ING	1	A	M	65
g6	E6	1	A	M	65
g7	E6 Analytics	1	B	M	65
g8	E8	1	A	M	65
NA	E2 BA	2	A	T	60
NA	E2 BA	2	B	T	60
NA	E2 + E4	2	A	T	60
NA	E2 + E4	2	B	T	60
NA	E2 ING	2	A	T	60
NA	E6	2	A	T	60
NA	E6	2	B	T	60
g9	E2 BA	3	A	M	60
g10	E2 BA	3	B	M	60
g11	E2	3	A	M	55
g12	E2 ING	3	A	M	55
g13	E4	3	A	M	60
g14	E4	3	B	M	60
g15	E6	3	A	M	60
g16	E6	3	B	M	60
NA	FIN ESP	4	A	T	50
NA	FIN ING	4	A	T	50
g17	E2 BA	4	A	M	50
g18	E2 BA	4	B	M	50
g19	E6	4	A	M	50
g20	E6	4	B	M	50
NA	GES ESP	4	A	T	40
NA	GES ING	4	A	T	40
NA	MKT ESP	4	A	T	30
NA	MKT ING	4	A	T	30
NA	E2 BA	5	A	T	50
NA	E2 BA	5	B	T	50
NA	E6	5	A	T	50
NA	E6	5	B	T	50

Tabla 2. Códigos de GAMS de las aulas disponibles de la Facultad de Económicas y Empresariales de la Universidad Pontificia de Comillas.

Parámetro en GAMS	Aulas	Capacidad
a1	O-102	66
a2	O-103	61
a3	O-104	60
a4	O-105 Polav.	90
a5	O-106	67
a6	O-107	75
a7	O-108	60
a8	O-109	60
a9	O-201A	48
a10	O-201B	80
a11	O-201C	80
a12	O-201D	80
a13	O-202	24
a14	O-203	44
a15	O-204	44
a16	O-205	60
a17	O-206	100
a18	O-207	67
a19	O-208	68
a20	O-209	66
a21	O-210	63
a22	O-211	36
a23	O-301	86
a24	O-302	86
a25	O-303	65
a26	O-304	80
a27	O-305	51
a28	O-306	51
a29	O-307	54
a30	O-308	60
a31	O-309	40
a32	O-310	40
a33	O-311	60
a34	O-312	54

Tabla 3. Descripción de los grupos y subgrupos utilizados como muestra para la asignación de aulas a los subgrupos.

Descripción de los grupos:

Parámetro en GAMS	**Grado**	**Curso**	**Grupo**	**Clase asignada**	**Número de alumnos**
g6	E6	1	A	M	65
g7	E6 Analytics	1	B	M	65
g8	E8	1	A	M	65

Descripción de los subgrupos:

Parámetro en GAMS	**Grupo**	**Curso**	**Clase asignada**	**Subgrupo**	**Número de alumnos**
s1	E6A	1	O-208	Primero (g6)	33
s2	E6A	1	¿?	Segundo (g6)	32
s3	E6 Analytics B	1	O-106	Primero (g7)	33
s4	E6 Analytics B	1	¿?	Segundo (g7)	32
s5	E8 A	1	O-304	Primero (g8)	33
s6	E8 A	1	¿?	Segundo (g8)	32

Tabla 4. Aulas disponibles tras la primera asignación.

Código en GAMS	**Aula**	**Capacidad**
a4	O-105 Polav.	90
a9	O-201A	48
a10	O-201B	80
a11	O-201C	80
a12	O-201D	80
a13	O-202	24
a14	O-203	44
a15	O-204	44
a17	O-206	100
a22	O-211	36
a23	O-301	86
a24	O-302	86
a31	O-309	40
a32	O-310	40

Tabla 5. Distribución de las asignaturas y profesores de los distintos grupos.

1º E6 A

Asignatura	**Código asignatura**	**Profesor**	**Créditos**
Introducción a las relaciones internacionales	c1	p1	6 ECTS
Habilidades personales (1º grupo) *Habilidades personales (2º grupo)*	c2 c3	p2 p3	3 ECTS
Matemáticas Empresariales I	c4	p4	6 ECTS
Fundamentos de Gestión Empresarial	c5	p5	6 ECTS
Introducción a la Contabilidad	c6	p6	6 ECTS
Historia de las Relaciones Internacionales	c7	p7	6 ECTS
Matemáticas Financieras	c8	p8	6 ECTS

1º E6 B Analytics

Asignatura	**Código asignatura**	**Profesor**	**Créditos**
Introducción a las relaciones internacionales	c9	p9	6 ECTS
Habilidades personales (1º grupo) *Habilidades personales (2º grupo)*	c10 c11	p10 p11	3 ECTS
Álgebra	c12	p12	6 ECTS
Desafíos Empresariales en la Era Digital	c13	p13	6 ECTS
Introducción a la Programación	c14	p14	6 ECTS
Historia de las Relaciones Internacionales	c15	p15	6 ECTS
Idioma I (1º grupo) *Idioma I (2º grupo)*	c16 c17	p16 p17	6 ECTS
Habilidades de Comunicación Intercultural	c18	p18	3 ECTS

Tabla 6. Pesos W(p) asociados a cada profesor (p).

P	**Tipo de contrato**	**Pesos W(p)**
p1	Colaborador asociado	3
p2	Colaborador asociado	3
p3	Colaborador asociado	3
p4	Colaborador asociado	3
p5	Colaborador asociado	3
p6	Colaborador asociado	3
p7	Propio adjunto	1
p8	Propio adjunto	1
p9	Propio adjunto	1
p10	Propio adjunto	2
p11	Propio adjunto	1
p12	Propio adjunto	1
p13	Colaborador asociado	3

p14	Colaborador asociado	3
p15	Propio adjunto	2
p16	Propio adjunto	2
p17	Propio adjunto	1
p18	Colaborador asociado	3

Tabla 7. Preferencias de los profesores para impartir clases en un momento de día y hora determinado.

	L-8:00/10:00	L-10:30/12:30	L-12:30/14:30	L-14:30/16:30	M-8:00/10:00	M-10:30/12:30	M-12:30/14:30	M-14.30/16:30	X-8:00/10:00	X-10:30/12:30	X-12:30/14:30	X-14:30/16:30	J-8:00/10:00	J-10:30/12:30	J-12:30/14:30	J-14:30/16:30	V-8:00/10:00	V-10:30/12:30	V-12:30/14:30	V-14:30/16:00
p1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
p2	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0
p3	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0
p4	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
p5	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
p6	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
p7	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1
p8	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
p9	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
p11	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
p12	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
p13	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
p14	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
p15	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
p16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
p17	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
p18	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1

Tabla 8. Distribución actual de las aulas en la Universidad Pontificia de Comillas.

Aulas	**Capacidad del aula**	**Grupo**	**Alumnos de cada grupo**	**Desperdicio de asientos**
O-102	66	3ºE6 A	60	6
O-103	61	4ºADEA+BA	50	11
O-104	60	4ºADEB+BA	50	10
O-106	67	1ºE6 A	65	2
O-108	60	3ºADEA+BA	60	0
O-109	60	4ºE6	50	10
O-201B	80	4ºE6 A	50	30
O-201C	80	1ºADEA+BA	65	15
O-201D	80	1ºE2ING	65	15
O-205	60	3ºE6 A	60	0
O-206	100	1º E2E4B	65	35
O-207	67	3ºE4A	60	7
O-208	68	3ºE4B	60	8
O-209	66	1ºE6 A	65	1
O-210	63	3ºADEB+BA	60	3
O-301	86	1ºE8	65	21
O-302	86	1ºADEB+BA	65	21
O-303	65	1º E2E4A	65	0
O-304	80	3ºE2	55	25
O-308	60	3ºE2ING	55	5

Código 1. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de aulas a los grupos.

Set

g/g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,g9,g10,g11,g12,g13,g14,g15,g16,g17,g18,g19,g20/

a/a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,a11,a12,a13,a14,a15,a16,a17,a18,a19,a20,a21,a22,a23, a24,a25,a26,a27,a28,a29,a30,a31,a32,a33,a34/;

Parameters

K(g)/g1 65,g2 65,g3 65,g4 65,g5 65,g6 65,g7 65,g8 65,g9 60,g10 60,g11 55,g12 55,g13 60,g14 60,g15 60,g16 60,g17 50,g18 50,g19 50,g20 50/

P(a)/a1 66,a2 61,a3 60,a4 90,a5 67,a6 75,a7 60,a8 60,a9 48,a10 80,a11 80,a12 80,a13 24,a14 44,a15 44,a16 69,a17 100,a18 67,a19 68,a20 66,a21 63,a22 36,a23 86,a24 86,a25 65,a26 80,a27 51,a28 51,a29 54,a30 60,a31 40,a32 40,a33 60,a34 54/;

Variables

x(g,a)

z;

Binary Variable

x;

Equations

fobj,capacidad,clases,momento;

fobj..z=e=sum(g, sum(a,(P(a)-K(g))*x(g,a)));

capacidad(g,a)..K(g)*x(g,a) =l= P(a);

clases(g)..sum(a, x(g,a)) =e= 1;

momento(a)..sum(g, x(g,a))=l=1;

model asignación_aulas /all/;

SOLVE asignación_aulas MINIMIZING z USING MIP;

Código 2. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de aulas a los subgrupos.

Set

```
s/s2,s4,s6/
a/a4,a9,a10,a11,a12,a13,a14,a15,a17,a22,a23,a24,a31,a32/;
```

Parameters

```
K(s)/s2 32,s4 32,s6 32/
P(a)/a4 90,a9 48,a10 80,a11 80,a12 80,a13 24,a14 44,a15 44,a17 100,a22 36,a23 86,a24
86,a31 40,a32 40/;
```

Variables

```
x(s,a)
z;
```

Binary Variable

```
x;
```

Equations

```
fobj,capacidad,clases,momento;
fobj..z=e=sum(s, sum(a,(P(a)-K(s))*x(s,a)));
capacidad(s,a)..K(s)*x(s,a) =l= P(a);
clases(s)..sum(a, x(s,a)) =e= 1;
momento(a)..sum(s, x(s,a))=l=1;
model asignacion_aulas_subgrupos /all/;
SOLVE asignacion_aulas_subgrupos MINIMIZING z USING MIP;
```

Código 3. Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de profesor y asignatura del grupo 1ºE-6 A.

Set

```
g/E-6A/
c/c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9/
t/t1,t2,t3,t4/
```

DT/lt1,lt2,lt3, lt4,mt1,mt2,mt3,mt4,xt1,xt2,xt3,xt4,jt1,jt2,jt3,jt4,vt1,vt2,vt3,vt4/

p/p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8, p9/;

Parameters

F(c) / c1 6, c2 3, c3 3, c4 6, c5 6, c6 6, c7 6, c8 6, c9 6/

PC(p,c)/p1.c1 1, p2.c2 1, p3.c3 1,p4.c4 1,p5.c5 1, p6.c6 1,p7.c7 1, p8.c8 1,p9.c9 1/

R(p,DT) / p1.lt1 1, p1.mt1 1, p1.mt2 1, p1.xt1 1, p1.xt2 1, p1.xt3 1, p1.jt1 1, p1.jt3 1, p1.vt1 1, p1.vt3 1, p2.mt1 1, p2.mt2 1, p2.mt3 1, p2.xt2 1, p2.jt3 1, p2.vt1 1, p2.vt2 1, p2.vt3 1, p3.lt1 1, p3.lt2 1, p3.lt3 1, p3.mt1 1, p3.mt2 1, p3.xt1 1, p3.xt2 1, p3.jt1 1, p3.jt2 1, p3.jt3 1, p4.lt1 1, p4.lt2 1, p4.mt1 1, p4.mt2 1, p4.mt3 1, p4.xt2 1, p4.xt3 1, p4.jt1 1, p4.jt3 1, p4.vt1 1, p4.vt2 1, p5.lt1 1, p5.lt2 1, p5.mt2 1, p5.mt3 1, p5.xt1 1, p5.jt2 1, p5.jt3 1, p5.vt1 1, p5.vt2 1, p5.vt3 1, p6.lt3 1, p6.mt1 1, p6.mt2 1, p6.mt3 1, p6.xt1 1, p6.xt2 1, p6.xt3 1, p6.jt3 1, p6.vt1 1, p6.vt2 1, p6.vt3 1, p7.mt2 1, p7.xt1 1, p7.xt2 1, p7.jt1 1, p7.jt2 1, p8.lt1 1, p8.lt2 1, p8.lt3 1, p8.mt2 1, p8.mt3 1, p8.xt2 1, p8.xt3 1, p8.jt1 1, p8.jt3 1, p8.vt1 1, p8.vt2 1, p9.lt1 1, p9.lt2 1, p9.lt3 1, p9.mt2 1, p9.xt1 1, p9.xt3 1, p9.vt2 1, p9.vt3 1/

W(p) /p1 3, p2 3, p3 3, p4 3, p5 3, p6 3, p7 1, p8 1, p9 1/;

Scalar

Lim /4/;

Variables

Z(p,c,DT,g)

Obj;

Binary Variable

Z(p,c,DT,g);

Equations

fobj,

frecuencia_semanal,

```
preferencias_profesores,

una_clase_por_franjahoraria,

maximo_horas_diarias;


fobj..Obj=e=sum([p,DT,c,g],PC(p,c)*R(p,DT)*Z(p,c,DT,g));

frecuencia_semanal(c)..sum([p,DT,g],PC(p,c)*R(p,DT)*Z(p,c,DT,g))=l=F(c)/3;

preferencias_profesores(p,DT)..sum([g,c],Z(p,c,DT,g))=l= R(p,DT)*W(p);

una_clase_por_franjahoraria(g,DT)..sum([c,p],Z(p,c,DT,g))=l=1;

maximo_horas_diarias(p,DT,g)..sum([c,t], Z(p,c,DT,g))=l=Lim;

model Asignacion_profesores /all/;

SOLVE Asignacion_profesores Maximizing Obj USING MIP
```

Código 4 . Transcripción del código de GAMS relacionado con la asignación de profesor y asignatura del grupo 1ºE-6 BA.

Set

```
g/E-6BA/

c/c9,c10,c11,c12,c13,c14,c15,c16,c17,c18/

t/t1,t2,t3,t4/

DT/lt1,lt2,lt3,lt4,mt1,mt2,mt3,mt4,xt1,xt2,xt3,xt4,jt1,jt2,jt3,jt4,vt1,vt2,vt3,vt4/

p/p9, p10, p11, p12, p13, p14, p15, p16, p17, p18/;
```

Parameters

```
F(c) / c9 6,c10 3, c11 3, c12 6, c13 6, c14 6, c15 6, c16 6, c17 6, c18 3/

PC(p,c)/p10.c10 1, p12.c12 1, p13.c13 1,p14.c14 1,p15.c15 1, p16.c16 1,p17.c17 1, p18.c18 1/

R(p,DT) /p9.lt1 1, p9.lt2 1, p9.lt3 1, p9.lt4 1, p9.mt1 1, p9.mt2 1, p9.mt3 1, p9.xt1 1, p9.xt2 1, p9.xt3 1, p9.xt4 1, p9.jt1 1, p9.jt2 1, p9.jt3 1, p9.jt4 1, p9.vt1 1, p9.vt2 1, p9.vt3 1, p9.vt4 1, p10.lt1 1, p10.lt2 1, p10.lt3 1, p10.lt4 1, p10.mt1 1, p10.mt2 1, p10.mt3 1, p10.mt4 1, p10.xt1 1, p10.xt2 1, p10.xt3 1, p10.xt4 1, p10.jt1 1, p10.jt2 1, p10.jt3 1,
```

p10.jt4 1, p10.vt1 1, p10.vt2 1, p10.vt3 1, p11.lt2 1, p11.lt3 1, p11.lt4 1, p11.mt2 1, p11.mt3 1, p11.xt1 1, p11.xt3 1, p11.xt4 1, p11.jt1 1, p11.jt2 1, p11.jt3 1, p11.jt4 1, p11.vt3 1, p12.lt1 1, p12.lt2 1, p12.lt4 1, p12.mt1 1, p12.mt3 1, p12.mt4 1, p12.xt1 1, p12.xt2 1, p12.xt3 1, p12.xt4 1, p12.jt1 1, p12.jt2 1, p12.jt3 1, p12.vt2 1, p12.vt4 1, p13.lt1 1, p13.lt2 1, p13.lt3 1, p13.mt1 1, p13.mt2 1, p13.mt3 1, p13.mt4 1, p13.xt1 1, p13.xt2 1, p13.xt3 1, p13.jt1 1, p13.jt2 1, p13.jt3 1, p13.vt1 1, p13.vt2 1, p13.vt3 1, p14.lt1 1, p14.lt2 1, p14.lt3 1, p14.lt4 1, p14.mt1 1, p14.mt2 1, p14.mt3 1, p14.xt1 1, p14.xt2 1, p14.xt3 1, p14.jt1 1, p14.jt2 1, p14.jt3 1, p14.vt1 1, p14.vt2 1, p14.vt3 1, p14.vt4 1, p15.lt2 1, p15.lt3 1, p15.mt2 1, p15.mt3 1, p15.mt4 1, p15.xt2 1, p15.xt3 1, p15.jt2 1, p15.jt3 1, p15.vt3 1, p15.vt4 1, p16.lt1 1, p16.lt2 1, p16.lt3 1, p16.lt4 1, p16.mt1 1, p16.mt2 1, p16.mt3 1, p16.mt4 1, p16.xt1 1, p16.xt2 1, p16.xt3 1, p16.jt1 1, p16.jt2 1, p16.jt3 1, p16.vt2 1, p17.lt4 1, p17.mt3 1, p17.xt2 1, p17.xt3 1, p17.jt2 1, p17.jt3 1, p17.vt3 1, p18.lt1 1, p18.lt2 1, p18.lt3 1, p18.lt4 1, p18.mt2 1, p18.mt3 1, p18.xt1 1, p18.xt2 1, p18.xt3 1, p18.jt1 1, p18.jt2 1, p18.jt3 1, p18.vt1 1, p18.vt2 1, p18.vt3 1, p18.vt4 1/

W(p) /p9 1, p10 2, p11 1, p12 1, p13 3, p14 3, p15 2, p16 2, p17 1, p18 3/;

Scalar

Lim /4/;

Variables

Z(p,c,DT,g)

Obj;

Binary Variable

Z(p,c,DT,g);

Equations

fobj,

frecuencia_semanal,

preferencias_profesores,

una_clase_por_franjahoraria,

maximo_horas_diarias;

```
fobj..Obj=e=sum([p,DT,c,g],PC(p,c)*R(p,DT)*Z(p,c,DT,g));

frecuencia_semanal(c)..sum([p,DT,g],PC(p,c)*R(p,DT)*Z(p,c,DT,g))=l=F(c)/3;

preferencias_profesores(p,DT)..sum([g,c],Z(p,c,DT,g))=l= R(p,DT)*W(p);

una_clase_por_franjahoraria(g,DT)..sum([c,p],Z(p,c,DT,g))=l=1;

maximo_horas_diarias(p,DT,g)..sum([c,t], Z(p,c,DT,g))=l=Lim;

model Asignacion_profesores2 /all/;

SOLVE Asignacion_profesores2 Maximizing Obj USING MIP
```

Código 5. Código del script de RStudio sobre el contraste de hipótesis.

```
# Datos de desperdicio actual (D1) y desperdicio nuevo (D2)
D1 <- c(6, 11, 10, 2, 0, 10, 30, 15, 15, 0, 35, 7, 8, 1, 3, 21, 21, 0, 25, 5)
D2 <- c(1, 2, 4, 10, 1, 3, 2, 15, 0, 0, 5, 5, 0, 1, 3, 5, 1, 4, 1, 4)

# Realizar la prueba t de muestras emparejadas
t_test_result <- t.test(D1, D2, paired = TRUE)

# Imprimir el resultado de la prueba

print(t_test_result)


# Interpretar el resultado

if(t_test_result$p.value < 0.05) {

  cat("Rechazamos la hipótesis nula (H0). Hay una diferencia significativa entre los desperdicios de asientos de los dos modelos.\n")

} else {

  cat("No rechazamos la hipótesis nula (H0). No hay una diferencia significativa entre los desperdicios de asientos de los dos modelos.\n")

}
```

```r
if (!require(ggplot2)) {
  install.packages("ggplot2")
}
library(ggplot2)

# Crear un dataframe para los datos
data <- data.frame(
  Aula = rep(1:20, each = 2),
  Desperdicio = c(D1, D2),
  Modelo = rep(c("Actual", "Nuevo"), times = 20)
)

# Crear la gráfica
ggplot(data, aes(x = factor(Aula), y = Desperdicio, fill = Modelo)) +
  geom_bar(stat = "identity", position = position_dodge()) +
  labs(title = "Comparación del Desperdicio de Asientos",
       x = "Aula",
       y = "Desperdicio de Asientos") +
  theme_minimal() +
  scale_fill_manual(values = c("Actual" = "blue", "Nuevo" = "red"))
```

Solución 1. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los grupos.

Solución GAMS	Grupo	Aula	Número de sitios desperdiciados
g1.a1	1º E2 + E4 A	O-102	1
g2.a18	1º E2 + E4 B	O-207	2
g3.a16	1º E2 BA A	O-205	4
g4.a6	1º E2 BA B	O-107	10
g5.a20	1º E2 ING A	O-209	1
g6.a19	1º E6 A	O-208	3
g7.a5	1º E6 B Analytics	O-106	2
g8.a26	1º E8 A	O-304	15
g9.a33	3º E2 BA A	O-311	0
g10.a30	3º E2 BA B	O-308	0
g11.a3	3º E2 A	O-104	5
g12.a7	3º E2 ING A	O-108	5
g13.a8	3º E4 A	O-109	0
g14.a2	3º E4 B	O-103	1
g15.a21	3º E6 A	O-210	3
g16.a25	3º E6 B	O-303	5
g17.a27	4º E2 BA A	O-305	1
g18.a34	4º E2 BA B	O-312	4
g19.a28	4º E6 A	O-306	1
g20.a29	4º E6 B	O-307	4
Número total de asientos desperdiciados			67

Solución 2. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de aulas para los subgrupos.

Solución GAMS	Subgrupo	Aula	Número de sitios desperdiciados
s2.a22	1º E6A-Segundo (g6)	O-211	4
s4.a32	1º E6B Analytics-Segundo (g7)	O-309	8
s6.a31	1ºE8-Segundo (g8)	O-310	8
Número total de asientos desperdiciados			**20**

Solución 3. Transcripción de la solución de GAMS para la asignación de profesores para los grupos y subgrupos.

Grupo: 1º E-6 A

Profesor		**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**
Lunes	**8.00**		**X**						
	10.30								
	12.30					**X**			
	14.30								**X**
Martes	**8.00**			**X**					
	10.30				**X**				
	12.30						**X**		
	14.30								
Miércoles	**8.00**								**X**
	10.30	**X**							
	12.30						**X**		
	14.30								
Jueves	**8.00**				**X**				
	10.30								
	12.30					**X**			
	14.30								
Viernes	**8.00**							**X**	
	10.30							**X**	
	12.30	**X**							
	14.30								

Grupo: 1º E-6 BA

Profesor		P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18
Lunes	**8.00**		X								
	10.30										X
	12.30						X				
	14.30									X	
Martes	**8.00**								X		
	10.30			X							
	12.30					X					
	14.30							X			
Miércoles	**8.00**				X						
	10.30						X				
	12.30								X		
	14.30	X									
Jueves	**8.00**				X						
	10.30					X					
	12.30									X	
	14.30	X									
Viernes	**8.00**										
	10.30										
	12.30										
	14.30							X			

Gráfica 1. Desperdicio de asientos con el modelo actual de la universidad y desperdicio de asientos con el modelo planteado.

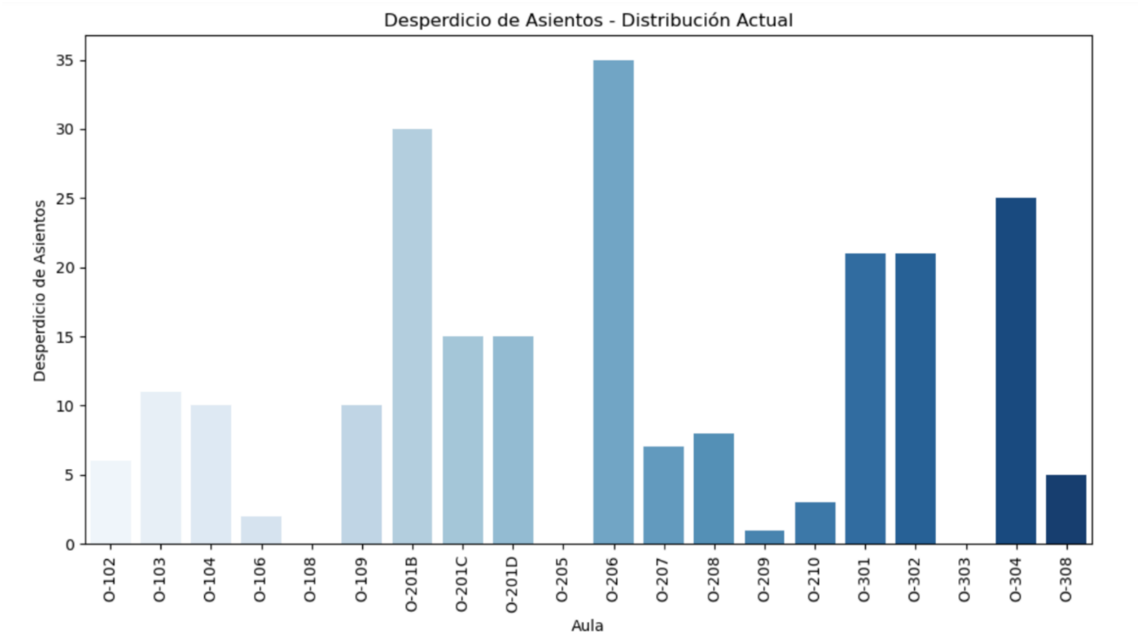

Ilustración 1. Desperdicio de asientos con el modelo actual de la universidad.

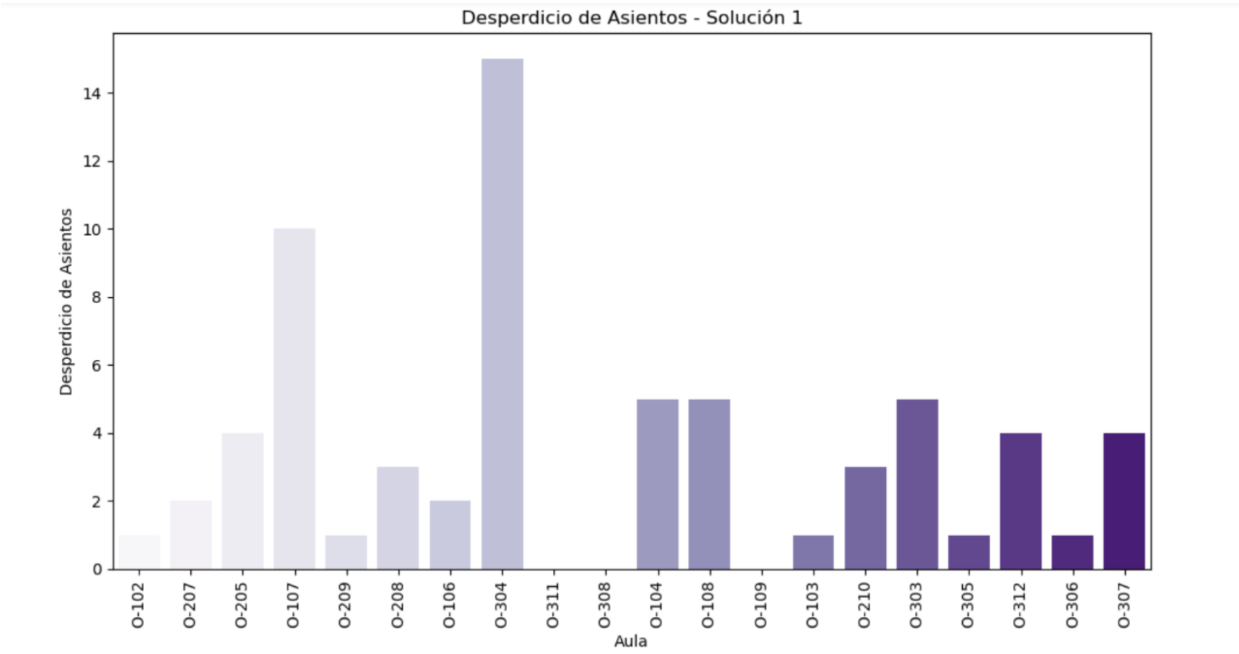

Ilustración 2. Desperdicio de asientos con el modelo planteado

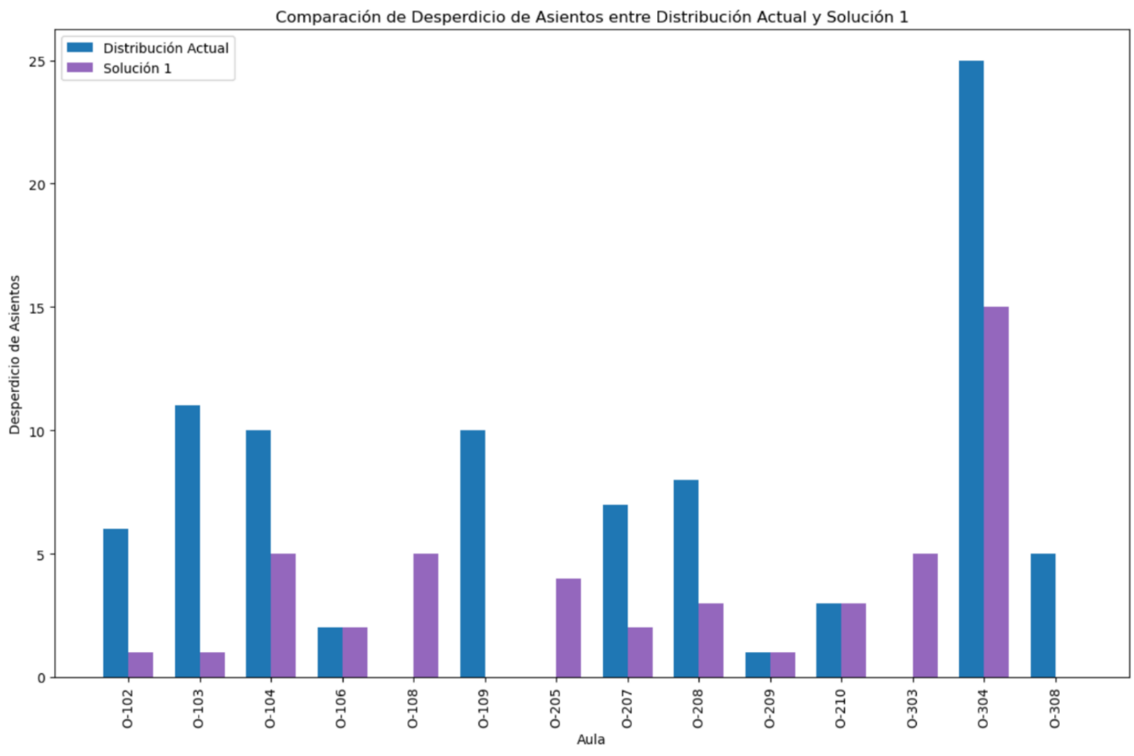

Ilustración 3. Comparación entre los dos modelos

Gráfica 2. Resultados del contraste de hipótesis sobre el desperdicio de asientos.

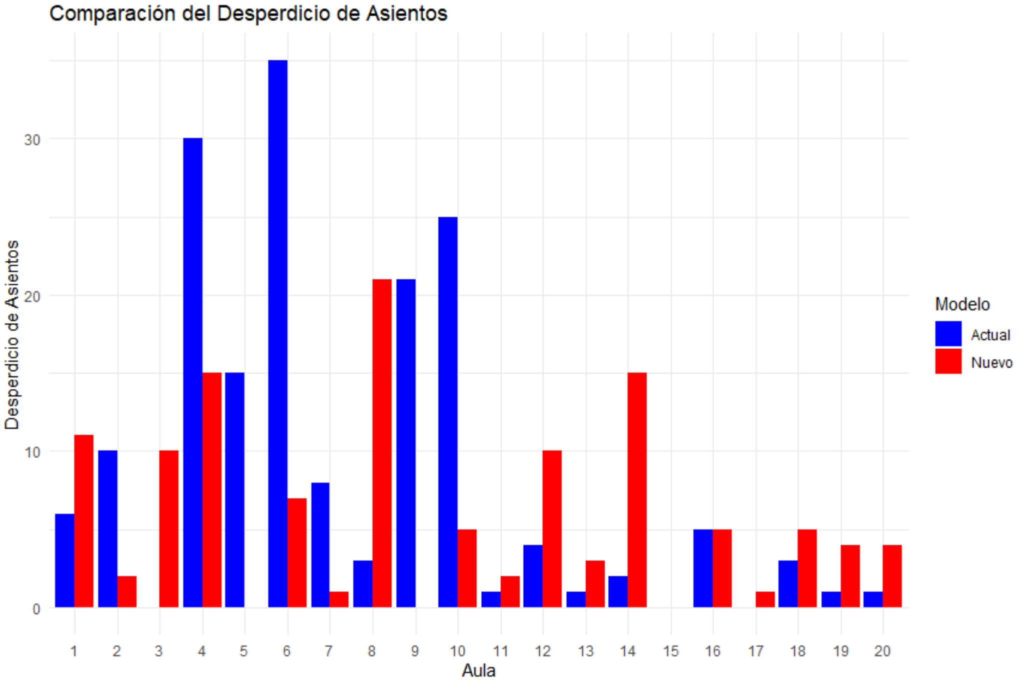

Ilustración 4. Desperdicio de asientos