Facultad, de ciencias económicas y empresariales

# MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA LA PLANIFICACIÓN DE HORARIOS.

# UNA MIRADA HACIA LA AUTOMATIZACIÓN.

Autor: Pérez-Andújar Marhuenda, Almudena
Director: Betancourt Odio, Manuel Alejandro

Clave: 201900175

MADRID | Junio, 2024

## RESUMEN

Este trabajo pretende ofrecer nuevas perspectivas sobre la organización de los horarios académicos. La necesidad de optimizar esta tarea administrativa, y buscar nuevas alternativas a los métodos que se usan a fecha de hoy, es una de las cuestiones más importantes en los centros de educación, concretamente en las universidades. En este trabajo se ha realizado un análisis de los distintos modelos ya desarrollados, en una diversidad de centros, bajos diversas variables y objetivos. Siguiendo los fundamentos de la investigación operativa, se ha diseñado un modelo de optimización matemático, para proponer una nueva posibilidad que organice la asignación de aulas, asignaturas y grupos de alumnos, con la que presentar una alternativa de planificación de horarios. Para este modelo, se ha tomado como ejemplo una universidad específica, teniendo en cuenta variables como la infraestructura, grados ofertados y disponibilidad del profesorado. Alrededor de esta, se han planteado distintos modelos teóricos, que han sido puestos a prueba bajo el lenguaje de programación GAMS. En este trabajo se demuestra la existencia de nuevas soluciones óptimas para la organización de horarios, presentando resultados positivos que se aproximan a obtener una solución más precisa.

Palabras clave: problema matemático, horarios, universidad, profesores, modelo matemático, optimización, profesores, alumnos, limitaciones.

## ABSTRACT

This paper aims to offer new perspectives on the organisation of academic timetables. The need to optimise this administrative task, and to look for new alternatives to the methods currently in use, is one of the most important issues in education centres, specifically in universities. In this work, an analysis has been carried out of the different models developed in a variety of centres, under different variables and objectives. Following the fundamentals of operational research, a mathematical optimisation model has been designed to propose a new possibility to organise the allocation of classrooms, subjects and groups of students, in order to present an alternative timetable planning. For this model, a specific university has been chosen, taking into account variables such as infrastructure, degrees offered and availability of teaching staff. Different theoretical models have been proposed around this university, which have been developed using the GAMS programming language. This work demonstrates the existence of new optimal solutions for the organisation of timetables, presenting positive results that are close to obtaining a more precise solution.

Keywords: mathematical problem, timetables, university, teachers, mathematical model, optimisation, teachers, students, constraints.

# ÍNDICE

# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES



# ÍNDICE DE TABLAS

# INTRODUCCIÓN

Se considera que el tiempo, al igual que la información o el dinero, representa uno de los activos más valiosos que existen. Utilizar el tiempo de forma eficaz, permite optimizar su uso y rendimiento de otros recursos disponibles. Para sacarle el máximo provecho al tiempo, debe ser organizado y distribuido correctamente. Se trata de un recurso finito que no puede extenderse; es decir, todas las personas cuentan con las mismas 24 horas en un día (Mengual et al., 2012). Como es ampliamente reconocido, la administración del tiempo es un proceso único, donde participan tanto seres humanos como distintos recursos, incluyendo técnicas y sistemas de organización (Madrigal, 2009).

La organización del tiempo varía considerablemente según la etapa de vida en la que uno se encuentre. La rutina de un profesional, a menudo se caracterizada por un horario laboral extenso y monótono, que difiere mucho de la de un niño. En el ámbito estudiantil, la gestión del tiempo se ve influenciada por diversos factores como la calidad del profesorado en colegios y universidades, su formación y desarrollo profesional, así como las condiciones laborales en las que operan. Uno de los retos críticos dentro de los sistemas educativos es asegurar la presencia de docentes cualificados, que puedan impartir enseñanza de manera efectiva. A esto se suma la preocupación por la carga académica impuesta a los estudiantes, la cual suele limitar el tiempo que le dedican a estudiar (Cornejo et al., 2007). Es imperativo abordar estos aspectos para mejorar tanto la calidad educativa como la experiencia de aprendizaje (Kirby et al, 1993).

La planificación de horarios en instituciones educativas es una tarea compleja que involucra múltiples variables y restricciones. Desde la distribución equitativa de asignaturas y aulas hasta la consideración de las preferencias de profesores y estudiantes, cada elemento debe ser cuidadosamente coordinado para garantizar un funcionamiento eficiente del sistema educativo. En este contexto, los modelos de optimización ofrecen una herramienta poderosa para abordar este desafío de manera sistemática y automatizada.

La automatización de la planificación de horarios mediante modelos de optimización presenta numerosos beneficios tanto para las instituciones educativas como para sus usuarios. En primer lugar, permite ahorrar tiempo y recursos al eliminar la necesidad de realizar esta tarea de forma manual, que suele ser laboriosa y propensa a errores. Además, algoritmos como los evolutivos o los basados en inteligencia artificial pueden encontrar soluciones óptimas o cercanas a óptimas en un tiempo considerablemente más corto que el humano. Además de la eficiencia, automatizar la planificación de horarios puede mejorar la calidad de los resultados obtenidos. Los modelos de optimización pueden considerar una amplia gama de factores, como las preferencias individuales de profesores y estudiantes, la disponibilidad de recursos y la distribución equitativa de clases, lo que conduce a horarios más equilibrados y satisfactorios para todas las partes involucradas. Por último, la implementación de sistemas automatizados de planificación de horarios puede facilitar la adaptación a cambios repentinos o inesperados, como la inclusión de nuevas asignaturas o la reprogramación de clases debido a eventos imprevistos. Esto mejora la flexibilidad y la capacidad de respuesta de la institución educativa ante situaciones cambiantes, lo que contribuye a una gestión más eficaz y a una experiencia educativa más satisfactoria para todos los implicados.

El objetivo de la investigación es construir un modelo de optimización, que permita una mejor planificación de los espacios disponibles y lograr una distribución acorde al tiempo de trabajo de los profesores y estudiantes en las universidades. Para poder lograrlo, se necesitan establecer y alcanzar unos objetivos específicos, para la correcta ejecución del trabajo. Por un lado, se desea realizar una investigación exhaustiva de los diversos modelos de optimización estudiados y creados por autores secundarios, junto con las metodologías aplicadas a la planificación de horarios en entornos universitarios. Con este análisis, se desea estudiar las limitaciones y complejidades específicas asociadas a la organización de horarios en una institución educativa con características particulares.
Además, se desea diseñar un modelo teórico que se ajuste a las necesidades y peculiaridades de la Universidad, teniendo en cuenta las variables, las restricciones del modelo y la función objetivo. Para desarrollar y testear el modelo se utilizará un lenguaje de programación junto a una suposición de datos para evaluar su eficacia y funcionamiento. Finalmente, se evaluarán los resultados obtenidos, para poder recomendar tanto a las universidades como a futuras investigaciones, nuevos pasos hacia el encuentro de una solución óptima con respecto a la organización de los horarios. Con este modelo, se tiene como objetivo final automatizar la obtención de una solución en este problema, con el fin de mejorar la eficiencia, la calidad y la flexibilidad en esta gestión administrativa.

Para el correcto desarrollo de este trabajo, consta de dos partes principales. En primer lugar, se propone realizar una búsqueda específica y exhaustiva para obtener y crear una fuente de información válida y fiable. Se desea conocer todas las propuestas y modelos planteados acerca de encontrar aquel problema y modelo matemático con la misma idea de resolver la organización de los horarios del profesorado universitario. Con ello, se podrá contextualizar el tema, y saber hasta qué punto ha llegado la investigación, y que nuevos planteamientos se pueden proponer. En segundo lugar, se realizará un análisis técnico, centrado en estudios y modelos matemáticos ya planteados. Para el análisis de dicha base de datos, se utilizará el lenguaje de programación GAMS con el que se obtendrán unos resultados acordes al modelo y sus restricciones. Junto a estos resultados, se incorporará un análisis de conclusiones y recomendaciones, donde se planteará una evaluación crítica del modelo desarrollado. Además, se establecerán las limitaciones y nuevos puntos de investigación para futuras propuestas (General Algebraic Modeling System).

# CAPITULO I. REVISIÓN DE LA LITERATURA

## 1.1 Modelos de optimización para la programación de horarios universitarios.

La organización de horarios universitarios ha sido una preocupación constante a lo largo de la historia debido a su complejidad y a la diversidad de factores que deben considerarse. Esta importancia ha dado lugar al desarrollo de un campo de estudio especializado, conocido como el problema de programación de cursos universitarios (University Course Scheduling Problem, UCS). Este concepto engloba los desafíos únicos enfrentados al intentar optimizar la asignación de horarios, salas y recursos docentes, resaltando la necesidad de soluciones innovadoras y eficientes en este ámbito. En la programación de cursos universitarios no es sólo un desafío complejo sino también una tarea que consume tiempo considerablemente en las instituciones educativas. Uno de los obstáculos más significativos en esta problemática, es el limitado tiempo disponible para abordar esta tarea. Esto provoca que se necesite contar con herramientas efectivas que permitan elaborar un plan de estudios semanal de manera rápida y de alta calidad. El objetivo es identificar los aspectos de la herramienta que puedan superar las barreras impuestas por el problema UCS (Chen et al, 2023).

Aunque existen diversas técnicas desarrolladas para abordar el UCS, muchas de ellas se asemejan al modelo propuesto en este trabajo. Sin embargo, difieren significativamente en términos de eficiencia, rendimiento y optimización, particularmente en lo que respecta al uso eficaz del tiempo (Chen et al., 2022).

La aplicación de un método uniforme para resolver los desafíos administrativos, que evolucionan constantemente con el tiempo, no es tarea fácil. La necesidad de adaptarse a los cambios en las universidades se ve agravada por el incremento en la diversidad de facultades, la aceptación de un mayor número de estudiantes y la oferta de una amplia gama de grados y niveles de estudio. La demanda por una herramienta capaz de enfrentar estos retos se intensifica con la aparición de nuevos centros educativos, resaltando la importancia crítica de encontrar soluciones eficaces y adaptables. (Shobaki et al, 2023).

Al abordar la organización de horarios, se encuentran diversas aproximaciones para formular las variables implicadas y los objetivos específicos que se buscan alcanzar. Esta diversidad de enfoques permite clasificar el problema en varias categorías, reflejando la riqueza y complejidad del desafío de la planificación académica. Esta clasificación no sólo subraya la variedad de estrategias disponibles, sino también enfatiza la necesidad de identificar la más adecuada en función de las condiciones y requisitos particulares de cada institución educativa (Chen et al., 2022).

En este contexto de variadas metodologías, se desarrolló un modelo de dos etapas para abordar la programación de horarios universitarios, comenzando por encontrar una solución factible mediante enfoques innovadores y luego aplicando restricciones blandas a través del proceso de recocido simulado. Este enfoque, que combina el algoritmo de recocido simulado (SA) con la coloración de grafos, logró producir soluciones viables. El análisis se extiende a los desafíos de programación de recursos en varias áreas y a la aplicación de métodos heurísticos y metaheurísticos para resolver problemas NP-complejos, incluyendo el de la planificación de cursos universitarios. Se ofrece también una revisión detallada de la literatura, destacando técnicas como los algoritmos genéticos, la búsqueda tabú y los enfoques híbridos. La complejidad de la planificación de cursos universitarios y la necesidad de emplear métodos aproximados para lograr soluciones prácticas en tiempos computacionales razonables son aspectos resaltados en el estudio (Cruz-Rosales et al., 2022)

La complejidad de la planificación académica no se limita únicamente a la asignación de horarios para las clases. Un ámbito igual de desafiante es el del cronograma de exámenes universitarios, es el estudio sobre el Problema de Cronograma de Exámenes Universitarios, también conocido como el UETP.  Este enfoque destaca la necesidad de asignar exámenes a un número restringido de franjas horarias, cumpliendo con restricciones diversas. La investigación proporciona un análisis detallado de las estrategias y modelos empleados para abordar estas restricciones, desde el coloreado de grafos hasta la matriz simétrica de bits, y evalúa críticamente los algoritmos utilizados, subrayando sus principales características y efectividad. Este enfoque resalta la profundidad y la variedad de las soluciones posibles frente a las restricciones del UETP, ofreciendo una perspectiva valiosa sobre los desafíos de programar horarios de manera eficiente y efectiva (Aldeeb et al., 2019).

En la búsqueda continua de soluciones innovadoras para la planificación de horarios universitarios, se destaca otro enfoque que explora la eficacia del algoritmo genético aplicado a estos desafíos. Este análisis se enfoca en la implementación detallada de esta técnica en Java y el uso eficiente del coloreado de grafos para identificar y resolver conflictos, cumpliendo con una amplia gama de restricciones. A través de la representación de los horarios como cromosomas y la aplicación de operadores genéticos específicos, se busca acercarse a soluciones casi óptimas que minimicen los conflictos, abordando tanto restricciones duras como blandas. Este enfoque subraya el potencial del algoritmo genético para optimizar la programación académica, proponiendo una metodología capaz de equilibrar eficazmente las necesidades y limitaciones inherentes al proceso, además de minimizar los conflictos en el horario propuesto, teniendo en cuenta tanto todo tipo de restricciones (Assi et al., 2018).

Además de la aplicación de algoritmos genéticos, existen otras aproximaciones innovadoras en la literatura que abordan el desafío de la programación de horarios universitarios. Una de estas aproximaciones incluye la optimización de la planificación de clases en campos específicos como la enfermería, donde se han introducido mejoras en la rotación de personal y la asignación de clases. Este enfoque ha optimizado el uso de los recursos educativos, y además ha aportado nuevas perspectivas para la gestión eficaz del personal docente. Se ha enfocado en reducir los días laborales de los profesores mediante un modelo de programación lineal que toma en cuenta tanto la eficiencia energética de los edificios como la percepción térmica variable de los estudiantes, integrando consideraciones de bienestar y sostenibilidad en la planificación académica (Mokhtari et al., 2021).

Como se puede apreciar, todos estos estudios recogen similitudes a la hora de plantear y resolver el problema de planificación horaria. Se utilizan metodologías y algoritmos teóricos avanzados y complejos, junto con conclusiones y gráficos claros. Sin embargo, muchos de ellos se quedan apalancados en el marco teórico de la investigación, y no se aporta un empuje hacia la aplicación del modelo en la universidad. Se desea proporcionar todo con la mayor claridad, de modo que la administración, junto con un equipo especializado, sean capaces de organizar los horarios con este modelo usando la herramienta de GAMS.

## 1.2 Importancia de la aplicación de los modelos económico-matemáticos y de los sistemas automatizados.

La implementación de sistemas automatizados fundamentados en modelos matemáticos es un desafío que demanda un enfoque meticuloso, donde la metodología de Investigación de Operaciones aparece como una herramienta invaluable. Esta disciplina, que se apoya en supuestos fundamentales como la variabilidad en las decisiones, tiene la capacidad de automatizar el proceso y los requisitos mínimos para la implementación efectiva de los resultados, ofreciendo un marco robusto para abordar complejidades inherentes a los sistemas dinámicos. Aunque no todos estos supuestos se cumplen de manera integral en cada situación, la flexibilidad y aplicabilidad de la Investigación de Operaciones permiten su uso efectivo en una amplia gama de contextos.

Se inicia este proceso con la observación e identificación del problema. Este paso inicial es crucial, ya que establece la dirección de toda la investigación. Una comprensión profunda de este permite no tanto definir el alcance del estudio, y además asegurar que todas las soluciones propuestas sean relevantes. La transición hacia la formulación general para la construcción del modelo representa el nexo entre el entendimiento conceptual del problema y su representación abstracta. En este punto, se traducen los desafíos identificados y las necesidades observadas en variables y estructuras matemáticas. Este es un paso delicado donde la exactitud y la relevancia de cada elemento del modelo se vuelven fundamentales para su éxito posterior. Con el modelo conceptual en mano, la construcción efectiva del modelo matemático se convierte en el siguiente horizonte. Aquí, las abstracciones se transforman en ecuaciones y algoritmos capaces de simular la realidad del problema. La construcción del modelo no sólo refleja la comprensión teórica de la situación, sino que también prepara el terreno para la experimentación y análisis futuros (López Calvajar et al., 2017).

Finalmente, el proceso no termina con la implementación. La mejora y un desarrollo novedoso constante del modelo son esenciales para adaptarse a los cambios que pueden surgir. Este ciclo de refinamiento asegura que el modelo y sus soluciones permanezcan relevantes y efectivos a lo largo del tiempo, cerrando el bucle de la metodología de Investigación de Operaciones de una manera que permite tanto la adaptación como la innovación. A través de estas etapas interconectadas, desde la observación inicial hasta el desarrollo continuo, la metodología de Investigación de Operaciones se revela como un enfoque comprensivo y adaptable, capaz de abordar la complejidad de implementar sistemas automatizados y modelos matemáticos en un sinfín de contextos prácticos (Schaerf, 1999).

La generación de soluciones es entonces el fruto de aplicar técnicas de resolución al modelo construido. Cada solución propuesta es un candidato potencial para abordar el problema identificado, y la selección entre estas opciones se basa en criterios de optimización y factibilidad. Sin embargo, la prueba y evaluación de las soluciones propuestas no pueden ser subestimadas. Esta etapa verifica la validez y efectividad de las soluciones propuestas. La evaluación crítica de los resultados frente a los objetivos originales es crucial para asegurar que la solución no solo sea teóricamente válida sino también práctica y aplicable. La implementación de la solución elegida es el penúltimo paso hacia la resolución del problema. Aquí, la teoría se encuentra con la práctica, y las soluciones matemáticas se traducen en acciones concretas. La implementación exitosa requiere una adaptación cuidadosa al contexto específico, garantizando que los resultados teóricos se materialicen en mejoras tangibles.

## 1.3 Alcances y limitaciones de los modelos de optimización.

Debido al gran número de estudios e investigaciones realizadas sobre la optimización de horarios universitarios, se han conseguido obtener grandes avances, pero también se han encontrado limitaciones en cada uno de ellos. Algunas de estas limitaciones pueden coincidir de manera más generalista, y en otras ocasiones son más específicas al modelo que se intenta resolver. La principal razón de la aparición de las limitaciones se debe a intentar crear un modelo demasiado sencillo, que desee alcanzar varios objetivos, definiendo restricciones y funciones sencillas en el modelo (Ozdemir et al., 2004).

Los problemas que aparecen a la hora de plantear el modelo de optimización dependen de muchos factores de decisión, principalmente para qué sector se desea utilizar y con qué función. No surgirán las mismas limitaciones si se desea adaptar el modelo, por ejemplo, para el sector del transporte como para el de los deportes. Para el sector académico, pueden aparecen el mismo número de limitaciones que para cualquier otra funcionalidad. Diseñar un modelo genérico de optimización de horarios, cuya intención sea que el mayor número de centros lo utilicen, y que funcione correctamente, es muy complicado. La primera problemática aparece cuando universidades de distintos países y con funcionamiento de cursos diferentes, deseen hacer uso de este modelo y no encaje con la dinámica del centro (Lindahl et al., 2018).

No todos los centros académicos tienen la misma forma de administrar y planificar los horarios, a la hora de organizar los grados que ofertan. Esto ocurre principalmente por factores como la disponibilidad del profesorado y de los alumnos. Cada vez es más recurrente que las universidades ofrezcan la posibilidad de que el alumno pueda elegir aquellas clases que desee cursar, y en qué periodo de tiempo. Coordinar los requerimientos y peticiones de ambos estudiantes y profesores, supone un problema más que tener en cuenta (Mokhtari et al., 2021).

Otros factores problemáticos tienen que ver con la infraestructura con la que se trabaje, que afecta a variables como son la capacidad y liberación de las aulas. La localización de las universidades juega un papel fundamental por dos factores. En primer lugar, la universidad no cuenta con el mismo espacio si está situada en medio de una ciudad, o si está en medio del campo para construir numerosos edificios y espacios específicos para el desarrollo de distintos cursos. El número de aulas y la capacidad de cada una de ellas, es un factor fundamental a la hora de tener en cuenta cuántos alumnos pueden recibir clase en un mismo día. No es lo mismo tener un aula asignada a un grupo de alumnos con un número específico, que tener un aula con espacio sobrante, que acepte la flexibilidad de recibir más o menos alumnos. En segundo lugar, aparece la cuestión del nivel de oferta que puede permitirse la universidad. La optimización de todo espacio es crucial, y sabiendo que hay momentos del día donde hay aulas libres, da lugar a ofertar otro tipo de cursos que no sean grados universitarios. La posibilidad de ofertar másteres, clases extracurriculares o particulares, charlas o sesiones formativas voluntarias, o incluso exposiciones permite al centro amortizar el espacio. Sin embargo, dificulta más el planteamiento del problema, ya que tener características adicionales que coordinar supone mayor número de limitaciones y más tiempo dedicado al modelo (Winter et al., 2017).

Finalmente, todas y cada una de las limitaciones que se plantean, giran en torno a evitar el solapamiento de las aulas, grupos de alumnos y horarios en los que el profesorado imparte la materia. Conseguir una correcta coordinación y funcionamiento del sistema es el objetivo principal, que, sin el planteamiento de las restricciones, no se podría ejecutar. Si además se decide tener en cuenta todos, o la mayor parte de los problemas mencionados, la dificultad del modelo aumenta considerablemente. Cuantas más restricciones, más objetivos va a tener el modelo, provocando de este sea específico y complejo. Conocido como problema combinatorio, donde este da el caso de los horarios universitarios, que desea organizar las aulas, la disponibilidad del profesorado, de los alumnos y de las materias a impartir, sin que nada ni nadie se quede fuera del modelo (López Balboa, 2017).

A raíz de estas limitaciones, que surgen a la hora de plantear el problema, aparecen nuevas soluciones. Junto a estas nuevas alternativas, se adoptan nuevas herramientas innovadoras que facilitan el proceso de solucionarlo. Una de las maneras más sencillas y generales que se proponen como avance, es a través de la satisfacción de las restricciones, donde el modelo se plantea como un problema de satisfacción de restricciones, también conocido en inglés como "Constrains Satisfaction Problem" (CSP). Esta es una de las técnicas más generales y de las que han variado nuevos alcances (Abdennadher et al., 2000).

Para aquellas situaciones donde se deseen implementar la posibilidad de permitir tanto a los alumnos como a los profesores la opción de elegir cuándo o qué clase desean realizar. Para esta problemática, se empezaron a utilizar métodos de programación entera, también conocida como Integer Programing en inglés (IP). En este tipo de programación, para aumentar su complejidad, se adaptaron para conseguir modelos de programación entera mixta, cuyos modelos permitían que los problemas de la optimización de horarios universitarios pudiesen incluir y asumir condiciones reales, para añadir complejidad al modelo y obtener resultados más específicos y ajustados

(Phillips et al., 2015). Otra de las técnicas utilizadas, fue proponer un modelo de optimización binario, dividido en dos fases, con el cual se maximiza las preferencias de la facultad. La primera parte se centra en asignar el profesorado a los cursos ofertados basándose en sus preferencias de enseñanza mediante una matriz que enlaza profesores, cursos y prioridades. La segunda parte del modelo se basa en aplicar una estrategia similar para asignar horarios a los cursos ya establecidos, utilizando una segunda matriz que vincula profesores, horarios y prioridades (Badri, 1996). Otros estudios enfocaron el análisis también con el objetivo de implementar la selección de preferencias por los estudiantes y profesores (Bloomfield et al., 1979)

Otros avances utilizados sugieren de las técnicas heurísticas, que se centran en plantear el problema de forma esquemática, organizando la información usando reglas generales. Una vez organizada, se establece el orden en el que las variables y sus valores son elegidas. Este tipo de técnicas ayuda a plantear de manera que se pueda recoger en una única función objetivo, varias funciones con una serie de prolongadas restricciones (Ozdemir et al, 2004). Una de las técnicas más exitosas en este tipo de problemas es la búsqueda de tabú, donde el objetivo es reducir o evitar que aquellas clases que son comunes para alumnos y en un mismo rango de horas, pero que tienen en común la misma aula o el mismo profesor. Además, utilizan grandes grupos de alumnos, lo que provoca que el modelo vaya a ser más complejo (Costa, 1994).

Otra de las técnicas revolucionarias, es conocida como algoritmo genético, o “genetic algorithm” en inglés. Esta técnica no sirve sólo para proporcionar una solución, sino que además garantice la satisfacción de todas las personas involucradas, a la hora de incluir todas las restricciones. Este tipo de técnicas se consiguen utilizando softwares de programación como C o PROLOG, junto a unas herramientas conocidas como cromosomas. Este tipo de variable funciona como una serie de algoritmos, que son leídos en el código como mapas, que van describiendo la información de la situación (Erben et al., 1995).

Finalmente, mencionar la técnica de sistemas de experto, conocida en inglés como “expert system”. Esta surge como alternativa de programación, más compleja para problemas de mayor dificultad. Aquellos códigos de programación convencional se quedan atrás a la hora de utilizarlos para modelos más específicos y complejos. Por ello, se desarrolló un modelo más experto, que proporcionaba resultados efectivos (Guyette et al., 1994)

# CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO DEL MODELO MATEMÁTICO

## 2.1 Fundamentos de la investigación operativa.

La investigación operativa, también conocida como investigación de operaciones, en su versión más amplia, puede definirse como la aplicación de metodologías científicas, y obtener resultados óptimos y deseados, gracias al uso de recursos actualizados (Robinson, 1999). El principal objetivo de la investigación matemática es construir un modelo científico del sistema para predecir y comparar los resultados de distintas opciones, decisiones e incorporar medidas de azar y riesgo. Al aumentar el uso de esta metodología, se colabora de manera conjunta, diseñando y aportando mejoras en las operaciones y de aportaciones, que promueven la resolución de problemas. Frecuentemente, para la resolución de todos los problemas de investigación operativa, se tiende a recurrir a las matemáticas. Sin embargo, muchos de estos se pueden resolver utilizando el sentido común. Aun que necesiten un modelo para su correcta y adecuada ejecución, muchas veces el elemento humano y las observaciones sencillas, pueden ser de las herramientas más útiles a la hora de resolverlo. Por ello, para el correcto planteamiento del problema, se recomienda explorar las posibilidades de utilizar ideas creativas, como puede ser recurrir al apoyo de personas externas al proyecto, que desde una perspectiva diferente o no matemática se les proponer aportar ideas de resolverlo, o antes de escoger la herramienta de trabajo, se deben analizar los datos para que las soluciones no queden predefinidas por la herramienta. (Vitoriano et al., 2010).

Para la implementación de la Investigación operativa en la práctica, se recomienda seguir un número de fases, o tener incluido ciertos apartados en el trabajo.
Por un lado, la **definición del problema**, donde se describe y se explican los alcances a conseguir. Se suele incluir una descripción de la situación hasta e que se ha llegado, y las ideas u objetivos que se desean alcanzar con este. Dejar claro que el objetivo ha de conseguir y concretar las restricciones o limitaciones que van a ayudar a definir el problema.
En segundo lugar, se debe **construir un modelo matemático**, capaz de resolver el problema definido. Dependiendo del nivel de complejidad, se necesitarán distintas herramientas. Si tiene un grado muy alto de dificultad, se pueden usar modelos de predicción, que representan una solución plausible.
En tercer lugar, la **solución del modelo** y su análisis de sensibilidad. Con estos dos resultados, se estudia la validez del modelo y el comportamiento de los parámetros. El análisis de sensibilidad contribuye aportando información adicional sobre la solución óptima, sobre cómo y cuánto variaría en distintos escenarios.
Finalmente, la **validez del modelo y su implementación** demuestran si el modelo hace

verdaderamente lo que debería. Se debe analizar si los resultados tienen sentido, y si el modelo representa correctamente la solución. No deben aparecer nuevos sistemas o resultados inexplicables. Si el equipo detrás del modelo ha implementado todo correctamente, las soluciones serán válidas y comprensibles (Taha, 2004).

Una de las partes más características de los modelos de investigación operativa, es la definición de las restricciones. Las restricciones, como se ha mencionado anteriormente, se pueden encontrar dentro de la definición del problema. Estas restricciones dan forma al modelo, exigiendo unas limitaciones que darán lugar a un tipo de resultados que se están buscando concretamente. Dentro de las restricciones se puede clasificarlas en dos tipos. Por un lado, hay las restricciones obligatorias o duras. Este tipo de restricciones exigen que se cumplan una seria de condiciones, que han de ser satisfechas por el propio modelo, no es cuestionable si pudiesen aparecer o no. Por otro lado, se tienen las restricciones suaves. Estas son aquellas que definen el modelo en un nivel menos forzado, pudiendo obviarse en caso de que no hiciesen falta, o modificasen de más el modelo. Por objetivo principal, se requiere que se cumplan el mayor número de restricciones suaves posibles, pero no está en la obligación del modelo. Aquellos que tienden a centrarse en la satisfacción de las restricciones son considerados problemas de optimización, donde se usa las restricciones para conseguir maximizar o minimizar la función objetivo (Schaerf, 1999). Además, estos problemas regidos por el cumplimiento de las restricciones se categorizan como CSP, como se ha mencionado anteriormente.

Es tal la importancia que ronda alrededor de las restricciones de los modelos, que se han desarrollado lenguajes de programación, diseñadas exclusivamente para redactar solvers o softwares de restricciones. Esta extensión de programación se conoce como Normas de gestión de las restricciones, o Constraint handling rules (CHR) en inglés. Existen dos tipos de reglas para el uso del CHR, las reglas de las reglas de simplificación y las reglas de propagación. Las reglas de simplificación sustituyen las restricciones existentes por otras más simples, manteniendo la equivalencia lógica. Por otro lado, las reglas de propagación introducen nuevas restricciones que pueden provocar más simplificaciones, pero pueden acabar siendo bastante redundantes. CHR utiliza múltiples cabezas y reglas de propagación para ofrecer características esenciales en el manejo efectivo de restricciones complejas (Frühwirth, 1995).

## 2.2 Fundamentos de optimización matemática.

La optimización matemática es una parte crucial dentro de la investigación operativa. Esta engloba varios tipos de problemas de programa lineal o no lineal, entre otros. (Vitoriano et al., 2010). La optimización matemática, también conocida como optimización numérica, es conocida como aquella ciencia que resuelve los problemas matemáticos, obteniendo la mejor versión de los posibles resultados. Cada vez es más común utilizar este método de resolución para propósitos científicos, como la suspensión de fuentes o la obtención máxima de energía. También es recurrente utilizarlo para casos comerciales, financieros o económicos, para la toma de decisiones, como puede ser asegurar el mínimo coste o la obtención máxima de beneficio.

Formalmente, y de los primeros planteamientos que hubo, se conocía a la optimización matemática como el proceso de formular y solucionar un problema matemático, teniendo en cuenta una serie de restricciones. Se plantea de la siguiente manera:

(1) Minimizar: $f(x), x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$

Sujeto a las siguientes restricciones:

(2) $g_j(x) \leq 0,\ j = 1,2, \dots m$

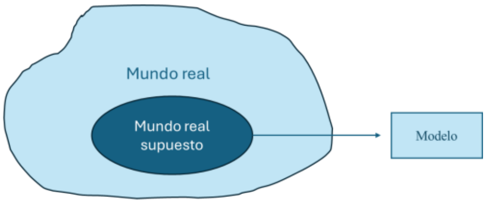
(3) $h_j(x) = 0,\ j = 1,2, \dots r$

Donde $f(x)$, $g_j(x)$, y $h_j(x)$ son funciones escalares, que derivan del vector $x$. Los componentes de $x$, son conocidos como variables de diseño, que se encuentran dentro de la función objetivo $f(x)$. Por parte de las restricciones, $g_j(x)$ hace referencia a aquellas restricciones de desigualdad la función, y $h_j(x)$ hace referencia a las de igualdad. Si no hubiese restricciones, se clasificaría como problema de minimización.

Este simple pero eficaz método se desarrolló en 1940, enfocado en la resolución de problemas lineales. Desde entonces, se desarrollaron nuevos estudios que han dado pie a nuevas formas de plantear y actualizar el problema, con los que obtuvieron resultados de éxito, y dieron lugar a nuevos planteamientos y formalización de nuevos modelos de optimización (Snyman et al., 2005). Aun existiendo múltiples algoritmos, cada uno se diseñó específicamente para satisfacer la resolución de optimización concreto. Por ello, no existe un único método genérico capaz de resolver cualquier problema. El uso y enfoque que se le desee dar al algoritmo depende plenamente del usuario, y debe determinar para qué o con qué finalidad lo quiere implementar, ya que el resultado derivará del planteamiento inicial (Nocedal et al., 1999).

Los modelos se diseñan para obtener soluciones aplicadas a situaciones o momentos diarios, cuya solución vaya a resolver un problema real. Se entiende que parte del diseño de los modelos no replica la realidad, y es simplemente una aproximación. Dentro de lo considerado como mundo real, se encuentra un pequeño apartado reservado para modelar el supuesto a resolver, donde se abstrae de la situación el mundo real, y se intenta adecuar las variables dominantes, para que puedan pesar en el desarrollo del modelo. Al a hora de diseñar los modelos matemáticos, es modelar la función matemática, ya que, en una situación superficial, se intenta replicar la realidad que se viviría en el mundo real de ese supuesto (Taha, 2004).

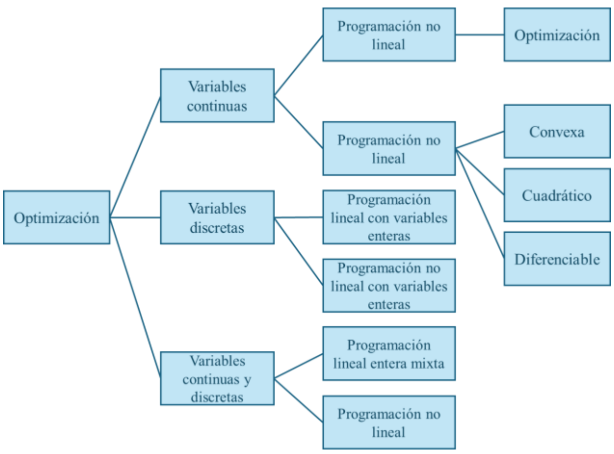
Ilustración 1. Representación del supuesto problema para un modelo matemático




*Fuente: Figura obtenida del libro publicado en 2004 por Hamdy A. Taha, titulado "Investigación de Operaciones".*

Una vez establecido el concepto de optimización matemática, se debe entender las diversas categorías y clasificaciones que engloba esta rama. Se pueden clasificar todos estos métodos de optimización en dos categorías. La primera es métodos clásicos, donde se encuentran la programación lineal, lineal entera mixta, no lineal, estocástica, dinámica, etc. Todas ellas tienen en común el objetivo de encontrar un óptimo local. La segunda categoría es la de los métodos metaheurísticos, que destacan por utilizar algoritmos evolutivos o el reconocimiento simulado, entre otros. Estos métodos se caracterizan por tener mecanismos particulares con los que obtener un óptimo global, o una estimación de este (Linares et al., 2001). Una vez establecida la clasificación más genérica, aparecen otras maneras de subclasificar en base al tipo de variables que aparecen en el problema. En este caso, entre las categorías que se pueden encontrar, se engloban todas en los métodos clásicos, junto a los que se utilizan métodos metaheurísticos para obtener el óptimo global, como se ha mencionado anteriormente. Toda esta clasificación se puede resumir de la siguiente manera: (Colina, 2011).

Ilustración 2. Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta



*Fuente: Recuperado de la publicación "Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta" por Bermúdez Colina, Yeicy, 2011. Gráfico de elaboración propia.*

Dependiendo del tipo de variables que se utilicen en el problema de optimización, pueden clasificarse de manera que tengan en cuenta variables continuas, discretas o ambas. Aquellos que contienen variables continuas, se pueden dividir en programación lineal, y no lineal (Caballero et al, 2007). La programación lineal es aquella cuyo objetivo trata de optimizar el problema con restricciones de igualdad o desigualdad. Estos tienden a ser sencillos, y tienen por objetivo la optimización. Por otro lado, la programación no lineal se encarga de optimizar una función objetivo, la cual está sujeta a restricciones de igualdad o desigualdad, pero también utiliza restricciones de mayor o menor igual. La programación no lineal suele aplicarse a problemas que presentan ciertas características específicas, como suele ser tener una función objetivo convexas, cuadráticas o diferenciables (Cantú, 1996).

Si el problema cuenta con variables discretas, tiende a clasificarse como programación lineal o no lineal, ambas con variables enteras en las restricciones. Estos se encuentras restricciones con variables enteras, las cuales especifican que las variables de decisión deben ser valores no negativos y enteros. Dependiendo de si es línea o no lineal, entran en juego el resto de las restricciones, teniendo en cuenta el signo de igualdad que se esté utilizando. Finalmente, si el problema cuenta con variables tanto continuas como discretas, se tienden a tener un problema de programación no lineal o programación entera mixta. El segundo caso, se consideran variables de decisión tanto enteras, es decir variables no negativas, como continuas (Sánchez et al., 2006).

## 2.3 Descripción del problema para el modelo matemático.

La planificación de horarios en las universidades constituye una tarea administrativa anual que requiere atención meticulosa. La asignación adecuada de aulas, considerando su capacidad, es esencial para el desarrollo eficiente de los horarios académicos de cada año. Inicialmente, es crucial evaluar la infraestructura disponible dentro del centro, y la forma en la que se organiza para repartir los distintos grados y cursos ofertados.

Las universidades suelen estructurar los horarios académicos en dos turnos, matutino y vespertino. El turno matutino transcurre desde las ocho de la mañana hasta las dos y media de la tarde, mientras que el turno vespertino comienza a las tres de la tarde. Es imperativo que todas las clases del turno matutino compartan un horario uniforme, facilitando así la transición simultánea de grupos sin causar retrasos en el inicio de las clases siguientes. Para realizar este trabajo, se centrará el análisis exclusivamente en el turno de mañana. Se debe organizar la asignación de grupos de estudiantes, pertenecientes a diferentes carreras, a las aulas disponibles. Cada grupo, correspondiente a un grado específico o doble grado, está compuesto por un número determinado de alumnos. La distribución de estos grupos debe optimizar el uso del espacio disponible, evitando el exceso de capacidad y asegurando que la cantidad de alumnos por grupo se ajuste adecuadamente al tamaño de las aulas designadas. El desafío principal radica en ubicar todos los grupos en las aulas asignadas de manera que se utilice el espacio de forma eficiente, sin dejar aulas excesivamente vacías ni alumnos sin asiento. Además, es crucial considerar la disponibilidad y especialización del profesorado al planificar los horarios. Cada docente está limitado por su horario y áreas de especialización, lo que debe considerarse para evitar conflictos de programación y garantizar que los profesores los impartan las asignaturas.

La optimización del espacio y la adecuación de los recursos son sólo el comienzo de este complejo proceso. La eficacia de la planificación de horarios también debe garantizar la coherencia en la secuencia de clases, permitiendo a los estudiantes y profesores maximizar su productividad y minimizar los periodos ociosos durante el día académico. Por ello, es esencial implementar un sistema que contemple la secuenciación lógica de las materias, adaptándose tanto a las necesidades curriculares de cada carrera como a las particularidades de los distintos grupos de estudiantes.

Un aspecto adicional para considerar en este proceso es la gestión de los recursos compartidos, como laboratorios y salas de informática, que requieren una asignación cuidadosa para satisfacer las demandas de diversas asignaturas. La disponibilidad limitada de estos espacios especializados añade otra capa de complejidad a la tarea, exigiendo una planificación que equilibre de manera eficiente las necesidades académicas con las capacidades físicas de la institución. La integración de todas estas variables en un modelo cohesivo de planificación de horarios demanda el uso de herramientas analíticas avanzadas y, posiblemente, la aplicación de software de optimización. Estas tecnologías permiten abordar el problema desde una perspectiva holística, considerando simultáneamente múltiples restricciones y objetivos para encontrar la solución más adecuada que beneficie a toda la comunidad universitaria.

Finalmente, la implementación exitosa de los horarios planificados es un proceso iterativo que requiere la retroalimentación constante de todas las partes interesadas. Profesores, estudiantes y personal administrativo deben estar involucrados en la evaluación continua de la efectividad de los horarios, permitiendo ajustes y mejoras basados en experiencias reales y preferencias expresadas. Esta colaboración asegura que el sistema de planificación de horarios no solo cumpla con los requisitos logísticos y académicos, sino que también fomente un ambiente educativo propicio para el aprendizaje y el desarrollo personal.

# CAPÍTULO III. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA MATEMÁTICO

## 3.1 Planteamiento teórico del modelo matemático para la asignación de aulas oficiales.

La planificación de horarios y asignación de espacios en instituciones educativas es una tarea compleja que requiere un manejo detallado de recursos y restricciones. Esta tarea se vuelve especialmente desafiante en el contexto de instituciones con una amplia oferta académica que incluye carreras de duraciones variables y programas de doble grado. En el edificio destinado a la enseñanza, las aulas varían en capacidad, desde pequeños espacios para grupos reducidos hasta grandes auditorios.

Dentro de este marco, cada grupo de estudiantes está vinculado a una carrera específica, con programas que pueden extenderse por cuatro años o cinco en el caso de los dobles grados. Esta variabilidad en la duración y la estructura de las carreras introduce una capa adicional de complejidad en la asignación de aulas. No sólo debe considerarse la capacidad física de las aulas, sino también la diversidad académica y la secuencia curricular de cada grupo. El objetivo principal es optimizar la asignación del espacio, teniendo en cuenta el número de estudiantes por grupo, asegurando que las aulas se utilicen de manera eficiente y que los estudiantes reciban su educación en un ambiente adecuado. Además, es fundamental organizar estos grupos de manera que se respeten las particularidades de cada carrera y año de estudio, promoviendo una secuencia lógica de clases que apoye el progreso académico, sin conflictos de horario o espacio. El modelo matemático propuesto debe, por lo tanto, incorporar parámetros que reflejen no solo la capacidad de las aulas y el tamaño de los grupos, sino también la estructura académica de las carreras y los programas de doble grado. La solución óptima deberá equilibrar estas diversas necesidades, garantizando una asignación de aulas que facilite un horario coherente y racional para todos los involucrados.

Se utilizará como ejemplo la Universidad Pontificia Comillas, de la que se hará uso de un caso con datos semejantes a la realidad, para una correcta aplicación del modelo matemático. La Universidad Pontifica Comillas, todos los años, tiene la tarea administrativa de planificar los horarios, para cada año académico. Para una correcta resolución, se debe plantear el problema de la manera más específica y detallada, teniendo en cuenta todas las características y variables que afectan a este.

Se comienza evaluando los aspectos relacionados con la infraestructura de la universidad. Por un lado, el edificio consta de tres pisos, pero a su vez, está dividido en dos alas: el ala Este, donde se recoge la facultad de derecho, y el ala Oeste, donde se encuentra la facultad de ciencias económicas y empresariales. Cada ala cuenta con 3 plantas, y por ello, un número de aulas por planta, con una capacidad de alumnos diferente a la siguiente. En este problema, se trabajará únicamente con el ala Oeste, y por ello con todas las aulas que se encuentran en ella.

Por otro lado, la universidad organiza los horarios del curso académico en base a dos turnos: el turno de mañana y el turno de tarde. Además, se debe tener en cuenta que, todas las asignaturas que se van a impartir en ambos turnos tendrán el mismo horario, de tal manera que empiecen y acaben todas a la vez. Al igual que ocurre con el ala Oeste y sus correspondientes aulas, se trabaja únicamente con el turno de mañana, de modo que los grupos que se tendrán que asignar, se verán reducidos al horario de mañana. Durante este horario, las horas del día que le corresponden son de 8 de la mañana a 14:30 de la tarde.

Una vez establecido el horario de mañana, se tendrá un número de grupos de diferentes carreras, de la facultad de ciencias económicas y empresariales, compuestos por un número específico de alumnos. Cada grupo pertenece a un grado, o doble grado, y a un curso específico. El objetivo es que se maximice el espacio de las aulas, acorde al número de alumnos por grupo, de tal manera que se evita que sobren sillas en las aulas, y de la misma forma, que quepan todos los alumnos en una misma clase.

Para el desarrollo de este primer modelo, se presenta un planteamiento matemático destinado a formalizar este problema, introduciendo los conjuntos, parámetros y variables necesarios para su modelización. Este enfoque permitirá aplicar técnicas de optimización para encontrar la distribución más eficiente de aulas a grupos de estudiantes, considerando las restricciones inherentes a la capacidad de las aulas, la disponibilidad horaria y las necesidades específicas de cada carrera.

**Definición de Conjuntos**

$A$ : Conjunto que identifica a las aulas disponibles en el edificio durante el turno de mañana. Cada aula se identificará por a.

$Capacidad_a$: Conjunto que identifica la capacidad de las aulas. Cada grupo de estudiantes será identificado como e.

$G$: Conjunto que identifica a los grupos por cada curso de cada carrera. Cada grupo será identificado como g.

$Alumnos_g$: Conjunto que identifica a los estudiantes por cada grupo. Cada grupo de estudiantes será identificado como e.

**Definición de variables de decisión**

$Asignación_{a,g}$: Variable binaria que toma valor 1 si el grupo de alumnos g, se asigna al aula s. En caso contrario, la variable binaria tomará el valor 0.

$\lambda$: lambda es un coeficiente escalar que se utiliza para ajustar la importancia relativa de ciertas penalizaciones dentro de la función objetivo de un modelo de optimización. Su propósito es equilibrar múltiples componentes o intereses dentro del modelo, permitiendo que el modelo no solo busque una solución óptima desde la perspectiva de maximización, sino que también tome en cuenta otros aspectos críticos del problema.

**Función objetivo**

Para la primera función objetivo, se desea maximizar el espacio de las aulas, asignando a los grupos en cada una, maximizando la capacidad que tienen con respecto a los alumnos de cada grupo.

$$MAX\ X = \sum_{a,g} alumnos_g * asignación_{a,g} - \lambda * \sum_{a,g} \max\,[0, capacidad\,(a) - alumnos(g)] * asignación(a,g)$$

**Restricciones del modelo**

<u>Restricción 1. Capacidad de aulas</u>

(1) $\sum_g asignación_{a,g} * alumnos_g \leq capacidad_a, \quad \forall A$

<u>Restricción 2. Asignación de grupos a aulas</u>

(2) $\sum_a asignación_{a,g} = 1\,, \quad \forall G$

## 3.2 Planteamiento teórico del modelo matemático para la asignación de aulas para el desdoblamiento.

Se requiere el diseño de un segundo modelo para la asignación de aulas de aquellos grupos de estudiantes que requieran desdoblamientos, en función de las asignaturas del programa de estudios que lo demanden. El objetivo del desdoblamiento se centra en reducir el número de alumnos por clase, para que, a la hora de impartir la asignatura, sea de mayor impacto para los alumnos. Por ello, se tendrá en cuenta a la hora de organizar los horarios, que se deberá dividir dicho grupo en dos o tres subgrupos. El primero de los subgrupos permanecerá en el aula original y el resto deberán ser reasignados a otra aula y a otro profesor.

Para el correcto desarrollo de este segundo modelo, y proponer un resultado más asequible de interpretar, se trabajará con dos grupos de alumnos, de carreras y cursos distintos, para poder presentar unos resultados reales. Se definirán las variables de manera general, pero dando como ejemplo el uso de dichos grupos.

Concretamente, para estos dos grupos seleccionados, el grupo 5 y 18, representados en la tabla 6, se realizará el desdoblamiento para las siguientes asignaturas, dividiendo a los grupos en 2 o 3 subgrupos. Para el grupo 18 se realizará el desdoblamiento para la asignatura 22, la cual requiere que la clase se divida en 2 subgrupos. Para el grupo 5, se requiere desdoblamiento para la asignatura 2, donde se dividirá el grupo en 3 subgrupos. En el caso específico de la asignatura de 2, el desdoblamiento se realiza dependiendo del nivel de idioma de los alumnos. Para este caso teórico se asume que se divide en 3 subgrupos, 2 de nivel bajo y 1 de nivel alto.

Como en el primer modelo, se deberá tener en cuenta que la capacidad de alumnos del grupo desdoblado no debe superar la capacidad del aula, es decir, deben caber todos los alumnos en el aula. Para realizar esta reasignación de aula, se hará uso de las aulas que han quedado libres del primer modelo. Al haber aulas que triplican la capacidad del grupo, se decide no tener en cuenta las aulas con capacidad superior a 50 alumnos, y hacer una reducción de la oferta. Por ello, se reduciría la oferta de aulas a la siguiente tabla. Se desea que el modelo se ajuste lo máximo al grupo de alumnos.

En este apartado se presenta un planteamiento matemático derivado del modelo anterior. Usando conjuntos, parámetros y variables necesarias, se modelarán técnicas de optimización para encontrar la distribución más eficiente de aulas para el desdoblamiento de grupos, siguiendo las restricciones del modelo anterior.

**Definición de Conjuntos**

$A$ : Conjunto que identifica a las aulas disponibles en el edificio durante el turno de mañana. Cada aula se identificará por a.

$Capacidad_a$: Conjunto que identifica la capacidad de las aulas.

$S$: Conjunto que identifica a los subgrupos en los que se desdoblan los grupos de alumnos, a lo por cada curso de cada carrera. Cada grupo será identificado como s.

$Alumnos_s$: Conjunto que identifica el número de estudiantes por cada subgrupo.

**Definición de variables de decisión**

$Asignación_{a,s}$: Variable binaria que toma valor 1 si el subgrupo de alumnos s, se asigna al aula a. En caso contrario, la variable binaria tomará el valor 0.

$\lambda$: lambda es un coeficiente escalar que se utiliza para ajustar la importancia relativa de ciertas penalizaciones dentro de la función objetivo de un modelo de optimización. Su propósito es equilibrar múltiples componentes o intereses dentro del modelo, permitiendo que el modelo no solo busque una solución óptima desde la perspectiva de maximización, sino que también tome en cuenta otros aspectos críticos del problema.

**Función objetivo**

Para la primera función objetivo, se desea maximizar el espacio de las aulas, asignando a los grupos en cada una, maximizando la capacidad que tienen con respecto a los alumnos de cada grupo.

$$MAX\ \ X = \sum_{a,s} alumnos_s * asignación_{a,s} - \lambda * \sum_{a,s} \max\,[0, capacidad\ (a) - \ alumnos(s)] * \ asignación(a,s)$$

**Restricciones del modelo**

<u>Restricción 1. Capacidad de aulas</u>

(1) $\quad \sum_s asignación_{a,s} * \ alumnos_s \ \leq \ capacidad_a\,, \ \ \forall\, A$

<u>Restricción 2. Asignación de grupos a aulas</u>

(2) $\sum_a asignación_{a,s} = 1\,, \quad \forall\, S$

## 3.3 Planteamiento teórico del modelo matemático para la asignación de profesores.

Una vez establecidos los modelos de asignación de grupos a las respectivas aulas, se presenta un tercer modelo de optimización, para organizar las asignaturas que el grupo debe recibir, junto a la organización de los profesores las imparten. Este modelo se centra directamente en optimizar la asignación de profesores y materias a cada grupo de estudiantes, todo ello ajustado a unas franjas horarias.

En primer lugar, se debe tener en cuenta el rango de horas disponible para cada asignatura. Se debe entender que la duración de las clases debe de ser de una hora y cuarenta minutos. Esta duración de clase debe realizarse en el rango de dos horas que está disponible el aula.

En segundo lugar, la universidad cuenta con un número de profesores específico. Cada uno de ellos está especializado en una o varias materias. Estos profesores pueden coincidir entre ellos en una o varias especialidades para impartir las asignaturas, es decir, puede ocurrir que uno o más profesores impartan la misma materia, pero siempre a distintos grupos de alumnos. Un grupo de estudiantes sólo puede tener a un profesor impartiendo una materia, pero puede ocurrir que un profesor imparta la materia a más de un grupo de estudiantes. Concretamente con estos dos grupos seleccionados anteriormente, coincide que no comparten profesores para las asignaturas recibe cada uno. Por lo que, cada grupo tendrá un profesor para cada asignatura.

Cada grupo de alumnos cuenta con un número de asignaturas que debe recibir en un año académico. Este número de asignaturas, de manera conjunta, suma un número de créditos académicos que cada grupo de estudiantes debe alcanzar para poder graduarse de dicho curso. Dependiendo del grado académico, si es único o doble grado, tendrá un número de créditos específicos. Se conoce que 1 crédito de una asignatura equivale a 10 horas impartidas de dicha materia. Por lo que el total de créditos por asignatura deben de ser repartidos a lo largo de las 30 semanas del año académico.

Estas asignaturas se deben encajar en los cinco días lectivos de la semana de ocho de la mañana a dos y media de la tarde. A la hora de rellenar las horas del horario con las asignaturas, deberán comenzar por el lunes por la mañana, e intentar encajar de un máximo de 3 asignaturas por día, dejando entre clase y clase un descanso. No hay problema en que haya uno o dos días al a semana que contengan únicamente 2 clases, ya que hay grupos de alumnos que cuentan con menos asignaturas, dependiendo del grado académico y del año que cursen. Además, se debe tener en cuenta que cada una de las asignaturas se deben impartir dos veces a la semana. Lo importante del reparto de clases, es que el modelo entienda que debe comenzar por el lunes, y encajar tres asignaturas por día, así hasta que se hayan distribuido todas, teniendo en cuenta la disponibilidad del profesorado. Además, se debe recordar que cada grupo recibirá clases en la misma aula, por lo que las asignaturas que reciba dicho grupo ya tendrán un aula asignada.

Finalmente, se debe destacar la prioridad de profesorado. Los profesores a tiempo parcial tienen mayor prioridad, con respecto a los que están a tiempo completo. Esto significa que, si dos profesores pueden dar clase el mismo día en el mismo periodo, se priorizará aquel que está a tiempo parcial, debido a que tiene otras responsabilidades fuera de la universidad. Seguidamente, se prioriza de manera secundaria a las profesoras, y, en tercer lugar, los profesores hombres a tiempo completo. Esta prioridad se refleja estableciendo unos pesos, dependiendo de las preferencias que se acaban de relatar. En caso de trabajar con la misma prioridad para todos ellos, se establecerá un peso único igual a 1. Cada profesor puede y tiene derecho a tener unas especificaciones con respecto a su disponibilidad para impartir clase. Esto quiere decir, que el ajuste del comienzo de cada asignatura debe ir acorde a la disponibilidad del profesor. Si dicho profesor debe empezar media hora más tarde que lo establecido, por ejemplo, se deberá ajustar las asignaturas de ese día conforme a satisfacer todas las condiciones de los profesores, respetando los 10 minutos como mínimo de descaso entre clase y clase. Se trabajará la disponibilidad del profesor con una variable binaria, donde 1 se refiere a que ese profesor tiene disponibilidad para dar clase a un grupo de alumnos a una hora en un día específico.

En este apartado se presenta un planteamiento del tercer modelo matemático, que como en el primero y segundo, se destina a la introducción de los conjuntos, parámetros y variables necesarios para su modelización. En este enfoque, se añadirá mayor complejidad, permitiendo aplicar técnicas de optimización para encontrar la distribución más eficiente de las asignaturas y el profesorado a los grupos de estudiantes que tienen aulas asignadas, resultados del primer modelo. Con todo ello, se debe optimizar el horario de turno de mañana, donde encajar todos estos parámetros y variables, para el correcto funcionamiento del modelo. Esta vez, se consideran las restricciones inherentes a la disponibilidad del profesorado, la disponibilidad horaria y el número de créditos específicas de cada asignatura.

**Definición de conjuntos**

$G$ : Conjunto que identifica a los grupos y subgrupos de estudiantes en los que se divide cada grupo, que se asignan a un aula específica. Cada grupo se identificará por g.

$P$ : Conjunto que identifica a los profesores que impartirán las materias. Cada profesor se identificará por p.

$DT$ : Conjunto que identifica los días de la semana y los periodos de cada día en los que se debe impartir clase. Cada día se identificará por dt.

$T$ : Conjunto que identifica las franjas horarias o el tiempo que se deben impartir clases. Cada franja de tiempo se identificará por t.

$A$ : Conjunto que identifica las asignaturas que imparten los profesores. Cada asignatura se identificará por a.

$Creditos_a$: Número de créditos de cada asignatura.

$Disponibilidad_{p,dt}$: Disponibilidad de cada profesor en cada día y turno, indicado como un parámetro binario.

$Profesor\_especialidad_{a,p}$: Especialidad de cada profesor para cada asignatura, indicado como un parámetro binario.

**Definición de variables de decisión**

$X_{a,p,g,dt}$: Variable binaria que indica si una asignatura A la imparte el profesor P al grupo G en el día D y turno T.

Z: Variable que representa el objetivo del modelo, usualmente para maximizar el número total de clases asignadas correctamente.

**Función objetivo**

La función objetivo en el modelo descrito es maximizar la suma total de asignaciones correctas de profesores a asignaturas y grupos, teniendo en cuenta las especializaciones de los profesores y su disponibilidad.

$$MAX\ Z = \sum_{a \in A} \sum_{p \in P} \sum_{g \in G} \sum_{dt \in DT} X_{a,p,g,dt} * Profesor\_especialidad_{a,p} * Disponibilidad_{p,dt}$$

**Restricciones del modelo**

Restricción 1. Asignación de asignaturas en base a los créditos

(1) $\sum_{a \in A} \sum_{p \in P} \sum_{g \in G} \sum_{dt \in DT} X_{a,p,g,dt} * Profesor\_especialidad_{a,p} * Disponibilidad_{p,dt}) = (Créditos_a)/3$

Restricción 2. Asegurar disponibilidad del profesor

(2) $\sum_{a \in A} \sum_{p \in P} \sum_{g \in G} \sum_{dt \in DT} X_{a,p,g,dt}\, Disponibilidad_{p,dt}$

Restricción 3. Impartir una única asignatura en un único turno

(3) $\sum X_{a,p,g,dt \leq}\ 1$

### 3.4 Modelo teórico para el análisis de residuos de la asignación de horarios.

Una vez obtenidos los resultados del modelo, se desea realizar un análisis de residuos. En este análisis, se desea comparar la asignación de aulas planteadas por el modelo y la asignación real que realiza la universidad.

El objetivo es estudiar cuánto error o diferencia existe entre la asignación realizada por el modelo, y la asignación real de la universidad. Ambos utilizan herramientas de organización y modelización diferentes. Esta diferencia establecida entre las asignaciones se representa a través del conocido como residuo. Cuanto mayor el residuo, el mayor el error de asignación que hay de un aula para cada uno de los grupos. Cuanto más espacio libre queda en el aula, peor se realiza la asignación y mayor es el desperdicio del espacio. Por ello, para ambos escenarios se comparará el desperdicio de asignación para cada una del as aulas.

Para realizar este análisis se utiliza un análisis de hipótesis junto a la herramienta R estudio. Para el análisis, se plantea usar la prueba de la hipótesis nula. Se plantea de la siguiente manera:

Hipótesis nula (H0): ambos escenarios asignan las aulas correctamente:

H0: $|\ Desperdicio_{Modelo\ teórico} - Desperdicio_{Universidad}\ | = 0$

Hipótesis alternativa (H1): ambos escenarios asignan incorrectamente las aulas.

H1: $|\ Desperdicio_{Modelo\ teórico} - Desperdicio_{Universidad}\ | > 0$

Para llevar a cabo este estudio, se va a recopilar datos precisos sobre la asignación de aulas por parte de la universidad, junto a los resultados del primero modelo matemático. Estos datos deben incluir el tamaño de cada aula, y la cantidad de estudiantes asignados a cada aula en ambos escenarios. En la tabla 17 se presenta el desperdicio de cada una de las asignaciones con respecto a cada grupo. Con estos datos, se analizará una comparativa. que se llevará a cabo mediante el uso de una prueba de hipótesis con la herramienta R Studio, que permitirá evaluar la magnitud y significancia de las diferencias entre ambos conjuntos de datos. Este análisis estadístico es crucial para determinar la eficacia relativa de cada método de asignación.

El análisis de los resultados se centrará en el p-valor obtenido de la prueba t. Si este p-valor es menor que el nivel de significancia establecido, en este caso $\alpha = 0.1$, se rechazará la hipótesis nula, indicando que hay una diferencia significativa entre los métodos de asignación. Si el p-valor es mayor, no se rechazará la hipótesis nula, sugiriendo que ambos métodos asignan aulas de manera similar. Este análisis proporcionará una comprensión clara de la eficacia del modelo teórico en comparación con la práctica actual de la universidad.

# CAPITULO IV: IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS TEÓRICOS PLANTEADOS

## 4.1 Sistema informático GAMS.

Para realizar la implementación de los modelos, se ha decidido utilizar el lenguaje de programación GAMS.

La herramienta General Algebraic Modeling System, también conocida como GAMS, es un software o lenguaje de modelización diseñado para resolver la optimización, centrado en la programación lineal y no lineal. El usuario introduce toda la descripción y formulación del modelo, junto con las restricciones, variables y condiciones necesarias para su correcta formulación. La descripción del modelo se centra más en la parte conceptual, ya que GAMS proporciona el resto de las herramientas a usar para resolver el problema. GAMS tiene una alta capacidad para modelos de gran tamaño, permitiendo al usuario incorporar y modificar el problema las veces necesarias para obtener una correcta resolución.

El lenguaje de GAMS es sencillo de interpretar y de utilizar, por lo que usuarios nuevos a la herramienta son capaces de entenderla sin ningún tipo de dificultad. Además, una vez resuelto el problema, la herramienta imprime un informe muy detallado de los resultados. Muestra una comparativa de todos los resultados obtenidos, mostrando las mejoras de los diferentes modelos.

GAMS cuenta con una gran reserva de bases de datos, librerías y herramientas que el usuario puede usar para su modelo. Muchos de estos, son gracias a la influencia económica que tiene la herramienta, ya que en su forma inicial fue desarrollada para la resolución de problemas económicos y financieros. Sin embargo, GAMS ha evolucionado y ahora es utilizado en distintos campos como la ingeniería o las finanzas (Terapuez et al., 2010).

## 4.2 Modelo práctico para la asignación de aulas oficiales.

En este apartado se presenta la información a utilizar en el primer modelo, para la asignación de grupos a las aulas disponibles. Se presentan todas las aulas con las que se va a trabajar, y sus respectivas capacidades.

Tabla 1. Aulas de la primera planta, y la capacidad de alumnos de cada una.

| Aula | Aula 1 | Aula 2 | Aula 3 | Aula 4 | Aula 5 | Aula 6 | Aula 7 | Aula 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacidad | 66 | 61 | 60 | 90 | 67 | 75 | 60 | 60 |

Tabla 2. Aulas de la segunda planta, y la capacidad de alumnos de cada una

| Aula | Aula 9 | Aula 10 | Aula 11 | Aula 12 | Aula 13 | Aula 14 | Aula 15 | Aula 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacidad | 48 | 80 | 80 | 80 | 24 | 44 | 44 | 60 |

| Aula | Aula 17 | Aula 18 | Aula 19 | Aula 20 | Aula 21 | Aula 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacidad | 100 | 67 | 68 | 66 | 63 | 36 |

Tabla 3. Aulas de la tercera planta, y la capacidad de alumnos de cada una

| Aula | Aula 23 | Aula 24 | Aula 25 | Aula 26 | Aula 27 | Aula 28 | Aula 29 | Aula 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacidad | 86 | 86 | 65 | 80 | 51 | 51 | 54 | 60 |

| Aula | Aula 31 | Aula 32 | Aula 33 | Aula 34 |
|---|---|---|---|---|
| Capacidad | 40 | 40 | 60 | 54 |

Por otro lado, se presenta una tabla con todos los grupos de alumnos que necesitan ser asignados a un aula, en la que se minimice el espacio sobrante. Para cada grupo de estudiantes, se presenta el curso y los alumnos que lo componen.

Tabla 4. Grupos de Económicas y empresariales, con sus respectivos números de alumnos

| Identificador GAMS | Grupo | Curso | Grupo | Número de alumnos |
|---|---|---|---|---|
| G1 | Grupo 1 | 1 | A | 65 |
| G2 | Grupo 2 | 1 | B | 65 |
| G3 | Grupo 3 | 1 | A | 65 |
| G4 | Grupo 4 | 1 | B | 65 |
| G5 | Grupo 5 | 1 | A | 65 |
| G6 | Grupo 6 | 1 | A0 | 65 |
| G7 | Grupo 7 | 1 | A | 65 |
| G8 | Grupo 8 | 1 | A0 | 65 |
| G9 | Grupo 9 | 3 | A | 60 |
| G10 | Grupo 10 | 3 | B | 60 |
| G11 | Grupo 11 | 3 | A0 | 55 |
| G12 | Grupo 12 | 3 | A0 | 55 |
| G13 | Grupo 13 | 3 | A | 60 |
| G14 | Grupo 14 | 3 | B | 60 |
| G15 | Grupo 15 | 3 | A0 | 60 |
| G16 | Grupo 16 | 3 | A | 60 |
| G17 | Grupo 17 | 4 | A | 50 |
| G18 | Grupo 18 | 4 | B | 50 |
| G19 | Grupo 19 | 4 | A0 | 50 |
| G20 | Grupo 20 | 4 | A | 50 |

**Análisis de resultados**

Una vez implementado los datos en el modelo matemático, y obtenidos unos resultados acordes a los objetivos del trabajo, se realiza un análisis de los resultados del modelo. Este análisis se realiza desde un enfoque comparativo, donde se toma como punto de partida la descripción del primer problema, o visto de otra manera, la primera parte del problema, de manera más introductoria.

Según la tabla 5, se puede observar que, de las 20 aulas utilizadas, 5 son únicamente utilizadas en su total capacidad. Una vez utilizadas las aulas que con menor precisión se pueden ajustar a los grupos de alumnos, se continúa asignado al siguiente rango de aulas, las cuales son aquellas que contienen cierto especio libre que no se llenará con los alumnos, pero de manera muy limitada. En este caso, quedarán libres entre 1 o 5 asientos de la clase sin llenar.

Finalmente, las aulas donde quedarán más asientos disponibles son el aula 12, 7 y 33. Esta asignación de aulas no es incorrecta, ya que el modelo ha realizado una asignación correspondiente donde, de los grupos de alumnos con mayor número de miembros, lo ha asignado aquellas aulas disponibles libres con capacidad próxima a este número. Esta tabla nos demuestra que la asignación del modelo ha sido correcta ya que todos los alumnos están asignados a un aula, cuya capacidad los recoge correctamente. Seguidamente, se imprimen la segunda tabla con resultados que representan la asignación de los alumnos de la tabla anterior, a que grupo pertenecen, y en que aula.

Tabla 5. Desperdicio en base a la asignación de aulas, ajustado a su capacidad.

| Grupos | Nº de Alumnos | Asignación modelo | Capacidad | Asignación real | Capacidad |
|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 65 | Aula 1 | 66 | Aula 24 | 86 |
| G2 | 65 | Aula 5 | 67 | Aula 26 | 80 |
| G3 | 65 | Aula 19 | 68 | Aula 11 | 80 |
| G4 | 65 | Aula 20 | 66 | Aula 12 | 80 |
| G5 | 65 | Aula 6 | 75 | Aula 23 | 86 |
| G6 | 65 | Aula 18 | 67 | Aula 16 | 80 |
| G7 | 65 | Aula 12 | 80 | Aula 1 | 66 |
| G8 | 65 | Aula 25 | 65 | Aula 19 | 68 |
| G9 | 60 | Aula 8 | 60 | Aula 7 | 60 |
| G10 | 60 | Aula 3 | 60 | Aula 8 | 60 |
| G11 | 55 | Aula 16 | 60 | Aula 18 | 67 |
| G12 | 55 | Aula 33 | 60 | Aula 5 | 67 |
| G13 | 60 | Aula 7 | 60 | Aula 27 | 80 |
| G14 | 60 | Aula 2 | 61 | Aula 6 | 75 |
| G15 | 60 | Aula 30 | 60 | Aula 2 | 61 |
| G16 | 60 | Aula 21 | 63 | Aula 30 | 60 |
| G17 | 50 | Aula 29 | 54 | Aula 20 | 66 |
| G18 | 50 | Aula 28 | 51 | Aula 21 | 63 |
| G19 | 50 | Aula 27 | 51 | Aula 14 | 60 |
| G20 | 50 | Aula 33 | 60 | Aula 28 | 51 |

La única crítica hacia el código es el ajuste por decimal del número de alumnos que tiene cada grupo. En la tabla, para algunos de los grupos, se muestra un número con 4 decimales. Este número es consecuencia del uso del valor escalar de lambda en el código de la función objetivo.

Lambda actúa como un escalar que multiplica el término de penalización en la función objetivo. Este término penaliza el espacio no utilizado en las aulas, calculado como la diferencia positiva entre la capacidad de un aula y la cantidad de alumnos asignados a ella, cuando esta diferencia es mayor que cero. Con lambda, el modelo no solo busca llenar las aulas hasta su capacidad máxima, sino también manejar eficientemente el espacio para evitar el desperdicio. Al ajustar lambda, se puede influir en cuánto el modelo prioriza evitar el espacio no utilizado comparado con simplemente maximizar el número de alumnos asignados.

En el código, lambda está configurado a un valor muy pequeño (0.0001), lo que sugiere que la penalización por el espacio no utilizado no es dominante en la función objetivo, pero aun así ayuda a afinar la solución para evitar ineficiencias extremas en la asignación del espacio. Por ello, ese error mínimo decimal, el impacto de lambda en el modelo. No obstante, la asignación de aulas respeta y coincide con los resultados de la tabla anterior, unificando y asignando los resultados de los grupos a las aulas correspondientes.

Todo ello recoge la conclusión de que la asignación de los grupos a aquellas aulas de capacidad similar y ajustada se ha realizado correctamente, respetando las restricciones y limitaciones de la universidad.

## 4.3 Modelo práctico para la asignación de aulas para el desdoblamiento.

Para el segundo modelo de asignación de aulas en base al desdoblamiento, se seleccionan dos grupos de alumnos, como se ha mencionado anteriormente. Estos grupos son el grupo 5 y 18, ambos pertenecientes a carreras diferentes, con asignaturas distintas.

Tabla 6. Ejemplos de grupos para establecer horarios

| Identificador GAMS | Grupo de alumnos |
|---|---|
| G18 | Grupo 18 |
| G5 | Grupo 5 |

Junto a la selección de ambos grupos, se debe aplicar el modelo teórico para asignar aulas al desdoblamiento de estos. Par ello, se establece repartir dichos grupos en base al número de alumnos, como se ve reflejado en la tabla 7.

Tabla 7. Desdoblamiento de los grupos para ciertas asignaturas

| Identificador GAMS | Asignatura | Subgrupo | Nº de alumnos |
|---|---|---|---|
| G18 | Asignatura 22 | S1 | 25 |
| G18 | Asignatura 22 | S2 | 25 |
| G5 | Asignatura 2 | S3 | 22 |
| G5 | Asignatura 2 | S4 | 22 |
| G5 | Asignatura 2 | S5 | 21 |

Además, como se ha mencionado anteriormente, se utilizan aquellas aulas que no han sido utilizadas en los resultados del primer modelo de asignación. De todas ellas, se han descartados aquellas cuya capacidad excedía a exageradamente el espacio libre, haciéndolas completamente incoherentes para esta modelo.

Tabla 8. Aulas disponibles para asignar al grupo del desdoblamiento

| Aulas | Capacidad de aulas |
|---|---|
| Aula 9 | 48 |
| Aula 13 | 24 |
| Aula 14 | 44 |
| Aula 15 | 44 |
| Aula 22 | 36 |
| Aula 31 | 40 |
| Aula 32 | 40 |

**Análisis de resultados**

Una vez corrido el código, se obtiene la asignación de los subgrupos, en base al número de alumnos en cada uno de ellos. Se debe tener en cuenta que, una vez desdoblado el grupo principal, los dos primeros subgrupos S1 y S3 se quedarán en el aula original, y los grupos restantes se asignarán a nuevas aulas. Por ello, el reparto de aulas quedaría de la siguiente manera:

Tabla 9. Resultados de asignación de aulas al desdoblamiento

| Aula | Capacidad del aula | Alumnos | Subgrupo |
|---|---|---|---|
| **Aula 28** | 51 | 25 | S1 |
| **Aula 22** | 36 | 25 | S2 |
| **Aula 6** | 75 | 22 | S3 |
| **Aula 13** | 24 | 22 | S4 |
| **Aula 31** | 40 | 21 | S5 |

Se puede observar en la tabla 15 el respeto de las restricciones del modelo. Ente ellas que se ajuste el número de alumnos a la capacidad del aula, de manera que se minimice el especio libre del aula. El análisis muestra que el subgrupo S1, con 25 alumnos, se asigna al Aula 28, que tiene una capacidad de 51, permitiendo una utilización efectiva del espacio. De manera similar, el subgrupo S2, también con 25 alumnos, se asigna al Aula 22, cuya capacidad es de 36. El subgrupo S3, con 22 alumnos, se mantiene en el Aula 6, que tiene una capacidad mayor de 75, pero dado que este es uno de los subgrupos que permanecen en el aula original, no es reubicado.

La estrategia de asignación utilizada demuestra la eficiencia del modelo en distribuir a los alumnos de manera equitativa y óptima, respetando las restricciones de capacidad de las aulas y optimizando la distribución de los recursos educativos.

### 4.4 Modelo práctico para la asignación de profesores.

Finalmente, para el último modelo, se `presentan distintas tablas sobre las franjas horarias en las que se reparte el turno de mañana, y las asignaturas en las que se deben repartir a lo largo de los 5 días lectivos de la semana. Para cada una de estas asignaturas, se indica el profesor responsable de impartir dicha asignatura.

Tabla 10. Franjas horarias para la impartición de las asignaturas

| Turno asignaturas | Identificador GAMS | Franja horaria |
|---|---|---|
| Turno 1 | T1 | 8:00 – 10:00 |
| Turno 2 | T2 | 10:30 – 12:00 |
| Turno 3 | T3 | 12:30 – 14:30 |

Tabla 11. Asignaturas de Grupo 5 impartidas por sus correspondientes profesores

| Asignatura | Identificador GAMS | Créditos | Profesor |
|---|---|---|---|
| Asignatura 1 | A1 | 6 | P1 |
| Asignatura 2 | A2 | 6 | P2/P3/P4 |
| Asignatura 6 | A6 | 6 | P6 |
| Asignatura 7 | A7 | 6 | P7 |
| Asignatura 8 | A8 | 6 | P8 |

Tabla 12. Asignaturas de Grupo 18 impartidas por sus correspondientes profesores

| Asignatura | Identificador GAMS | Créditos | Profesor |
|---|---|---|---|
| Asignatura 15 | A15 | 6 | P15 |
| Asignatura 16 | A16 | 6 | P16 |
| Asignatura 17 | A17 | 6 | P17 |
| Asignatura 18 | A18 | 6 | P18 |
| Asignatura 19 | A19 | 3 | P19 |
| Asignatura 20 | A20 | 3 | P20 |
| Asignatura 21 | A21 | 3 | P21 |
| Asignatura 22 | A22 | 3 | P22/P23 |

Finalmente, se presenta la disponibilidad del profesorado, con la que se ajustarán las signaturas y el reparto de créditos entre los días de la semana.

Tabla 13. Disponibilidad de los profesores para impartir clases al grupo 5

| | L.T1 | LT.2 | L.T3 | M.T1 | M.T2 | M.T3 | X.T1 | X.T2 | X.T3 | J.T1 | J.T2 | J.T3 | V.T1 | V.T2 | V.T3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **P1** | 1 | | | 1 | | | | | | 1 | | | 1 | | |
| **P2** | 1 | 1 | | | | | 1 | 1 | | | | | 1 | 1 | |
| **P3** | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | |
| **P4** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P6** | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | |
| **P7** | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | 1 |
| **P8** | 1 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | | | | | |
| **P9** | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | |

Tabla 14. Disponibilidad de los profesores para impartir clases al grupo 18

| | L.T1 | L.T2 | L.T3 | M.T1 | M.T2 | M.T3 | X.T1 | X.T2 | X.T3 | J.T1 | J.T2 | J.T3 | V.T1 | V.T2 | V.T3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **P15** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P16** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P17** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| **P18** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P19** | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 |
| **P20** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 |
| **P21** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P22** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **P23** | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

**Análisis de resultados**

Como resultado del modelo, se imprimen dos tablas donde se asignan y distribuyen los profesores y las asignaturas acorde a las restricciones que se ha establecido previamente. Todas las asignaturas de 6 créditos se imparten 2 días a la semana, mientras que las de 3 créditos sólo una vez. Esto se puede ver reflejado concretamente en la tabla 15 y 16.

Además, coincide que ninguna asignatura se imparte dos veces en el mismo día. Se respeta la disponibilidad de los profesores para cada asignatura, junto con que no se imparta la misma asignatura en el mismo día.

Tabla 15. Resultado de horarios para el Grupo 5

| Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **T1** | Asignatura 8 - Profesor 8 | Asignatura 1 – Profesor 1 | Asignatura 8 - Profesor 8 | Asignatura 1 – Profesor 1 | |
| **T2** | Asignatura 2 – Profesor 2/3/4 | Asignatura 7 – Profesor 7 | Asignatura 6 – Profesor 6 | Asignatura 7 – Profesor 7 | Asignatura 6 – Profesor 6 |
| **T3** | | Asignatura 2 – Profesor 2/3/4 | | | |

Tabla 16. Resultado de horarios para el Grupo 18

| | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|---|---|---|---|---|---|
| **T1** | Asignatura 19 – Profesor 19 | Asignatura 16 – Profesor 16 | Asignatura 22 – Profesor 22 | Asignatura 21 – Profesor 21 | Asignatura 18 – Profesor 18 |
| **T2** | Asignatura 15 – Profesor 15 | | Asignatura 16 – Profesor 16 | Asignatura 15 – Profesor 15 | Asignatura 17 – Profesor 17 |
| **T3** | Asignatura 18 – Profesor 18 | Asignatura 17 – Profesor 17 | Asignatura 20 – Profesor 20 | | |

## 4.5 Resultados del análisis del desperdicio en la asignación de aulas.

En esta sección, se presentan los resultados obtenidos del análisis de desperdicio en la asignación de aulas, comparando el modelo teórico con la asignación real de la universidad. La gráfica y la tabla a continuación proporcionan una visión detallada de los residuos y el desperdicio de asientos en ambos escenarios.

Este desperdicio se calcula estableciendo la diferencia entre el número de asientos del aula con respecto al número de estudiantes en el grupo. Para cada modelo se establece este análisis, el cual se incorporará en el estudio con R.

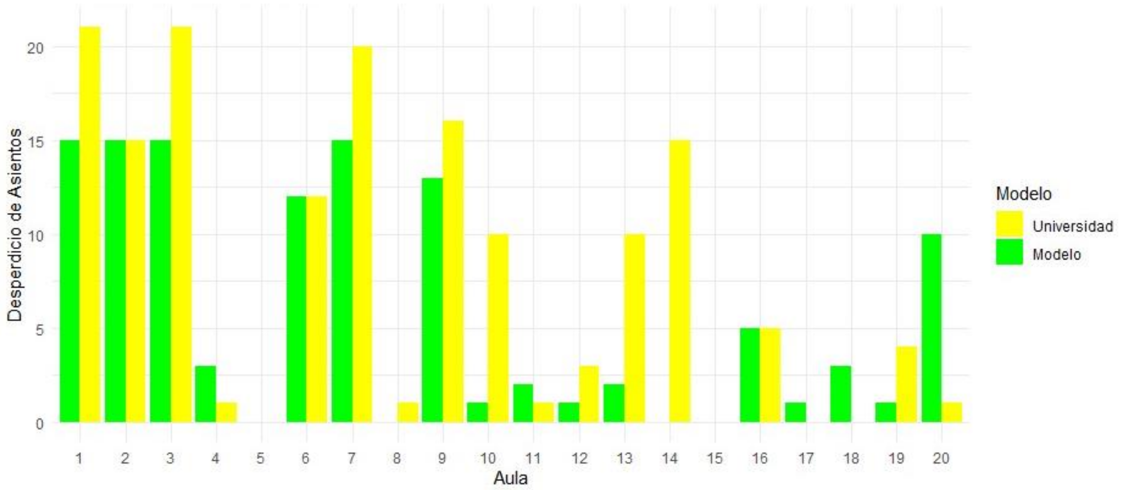
Tabla 17. Comparativa de asignación de aulas: asignación del modelo y asignación real

| Grupos | Asignación del modelo | Desperdicio | Asignación real de la universidad | Desperdicio |
|---|---|---|---|---|
| G1 | Aula 1 | 1 | Aula 24 | 21 |
| G2 | Aula 5 | 2 | Aula 26 | 15 |
| G3 | Aula 19 | 3 | Aula 11 | 15 |
| G4 | Aula 20 | 1 | Aula 12 | 15 |
| G5 | Aula 6 | 10 | Aula 23 | 21 |
| G6 | Aula 18 | 2 | Aula 16 | 15 |
| G7 | Aula 12 | 15 | Aula 1 | 1 |
| G8 | Aula 25 | 0 | Aula 19 | 3 |
| G9 | Aula 8 | 0 | Aula 7 | 0 |
| G10 | Aula 3 | 0 | Aula 8 | 0 |
| G11 | Aula 16 | 5 | Aula 18 | 12 |
| G12 | Aula 33 | 5 | Aula 5 | 12 |
| G13 | Aula 7 | 0 | Aula 27 | 20 |
| G14 | Aula 2 | 1 | Aula 6 | 15 |
| G15 | Aula 30 | 0 | Aula 2 | 1 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| G16 | Aula 21 | 3 | Aula 30 | 0 |
| G17 | Aula 29 | 4 | Aula 20 | 16 |
| G18 | Aula 28 | 1 | Aula 21 | 13 |
| G19 | Aula 27 | 1 | Aula 14 | 10 |
| G20 | Aula 33 | 10 | Aula 28 | 1 |

El gráfico de barras presentado ilustra la comparación del desperdicio de asientos entre el modelo teórico y la asignación real de la universidad para 20 aulas diferentes. En el gráfico, las barras amarillas representan el desperdicio de asientos según la asignación real de la universidad, mientras que las barras verdes muestran el desperdicio de asientos de acuerdo con el modelo teórico.

Ilustración 3. Comparación del desperdicio de la asignación de aulas.




El análisis del gráfico muestra que el modelo teórico generalmente tiene un menor desperdicio de asientos en comparación con la asignación real de la universidad. Esta tendencia sugiere una mayor eficiencia del modelo teórico en la utilización del espacio disponible.
Las aulas de la gráfica 1, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 16, 17 y 18 destacan por tener una gran diferencia en el desperdicio de asientos entre los dos modelos, con ICADE mostrando un desperdicio significativamente mayor. Por otro lado, en aulas como la 7, 8, 9, 10 y 15, ambos modelos no presentan desperdicio, indicando una asignación óptima del espacio.

En términos de gestión de espacios, la aplicación del modelo teórico podría llevar a una utilización más eficiente de los recursos de espacio en la universidad. Esto sugiere que la implementación del modelo teórico en la práctica podría ser beneficiosa para reducir el desperdicio de asientos y optimizar la asignación de aulas. Este análisis visual respalda la necesidad de considerar ajustes en la metodología actual de asignación de aulas para mejorar la eficiencia y reducir el desperdicio de recursos en la universidad.

# CONCLUSIONES

Al identificar las principales características e intereses de los usuarios de la Universidad, ha sido posible establecer de manera adecuada las restricciones del modelo matemático. A través de estas, se establece que el modelo genere un resultado que se adapte al sistema y cumpla los objetivos establecidos.

La implementación de un sistema de gestión optimizado, para la asignación de recursos educativos, ha demostrado ser altamente efectiva en varios aspectos clave. En primer lugar, la optimización de la asignación de aulas ajustada a los grupos ha permitido maximizar la utilización de los espacios disponibles. Este enfoque garantiza que cada grupo tenga un espacio adecuado para sus actividades, mejorando así la eficiencia operativa de la universidad. La correcta distribución de las aulas no solo facilita la organización de las clases, sino que también contribuye a un ambiente de aprendizaje más ordenado y productivo.

Además, la optimización de la asignación de profesores y asignaturas en base a su disponibilidad ha resultado en una gestión más eficiente y equilibrada, en base a los horarios académicos. Al considerar la disponibilidad de los profesores durante la planificación, se ha logrado reducir la incidencia de conflictos de horario, lo que contribuye a un entorno de trabajo más organizado y armonioso. Esta metodología no solo optimiza el uso del tiempo de los profesores, sino que también mejora la satisfacción del personal al facilitar una mejor conciliación entre su vida laboral y personal. Gracias a este análisis, se garantiza que se respeten las prioridades del profesorado. Se establece que se puede establecer un orden de prioridad entre los profesores de la universidad en la organización de los horarios. En este reparto del profesorado también se analiza la distribución óptima y correcta de las asignaturas. Se confirma que se puede distribuir la carga de trabajo de los estudiantes a lo largo de la semana, sin tener que repetir asignaturas o profesor en el mismo día. Esto asegura que las necesidades educativas se cumplan de manera efectiva, al mismo tiempo que se mantiene un equilibrio saludable en las cargas de trabajo de los profesores y alumnos. De este modo, se promueve un ambiente educativo más estructurado, sano y eficiente.

Sin embargo, a lo largo de la realización del modelo se encuentran limitaciones a la hora de dividir los grupos en subgrupos más pequeños. Esta práctica conduce a la formación de subgrupos muy pequeños asignados a aulas diseñadas para capacidades mayores. Esta discrepancia entre el tamaño reducido de los subgrupos y el espacio disponible puede afectar negativamente, dificultando la gestión eficiente del espacio físico y potencialmente afectando la interacción y el aprendizaje dentro de estos entornos.

Otra de las limitaciones encontradas a raíz de los resultados obtenidos, es el nivel de complejidad que alcanza el modelo, debido a la omisión de numerosos factores y variables esenciales que influyen en la dinámica universitaria. El modelo actual tiene ciertas limitaciones que no le permiten incluir todos los factores y variables importantes que afectan la dinámica universitaria. Esto destaca la necesidad urgente de que la universidad considere usar un modelo más complejo o flexible. Esta limitación subraya la necesidad de considerar la implementación de un modelo con mayor capacidad y flexibilidad para alcanzar los objetivos de la universidad.

En base a estas conclusiones, se pueden proponer futuras líneas de investigación. Por un lado, se plantea rediseñar el espacio de aulas más pequeñas o en el desarrollo de programas de enseñanza que permitan manejar grupos de alumnos más grandes, sin necesidad de dividirlas en grupos tan reducidos. Esto implica explorar cómo adaptar los espacios físicos y las metodologías educativas para optimizar el aprendizaje y la interacción en entornos más amplios. Investigar estrategias efectivas para gestionar clases numerosas sin comprometer la calidad educativa podría ofrecer soluciones innovadoras para las instituciones educativas que enfrentan limitaciones de espacio o recursos.

Otra dirección prometedora sería investigar el uso de otros lenguajes de programación con mayor capacidad y potencia para la optimización de la asignación de recursos educativos. Actualmente, muchos sistemas utilizan herramientas como GAMS u otros lenguajes específicos para modelar problemas complejos, pero explorar alternativas más avanzadas podría mejorar significativamente la eficiencia y la flexibilidad de los resultados obtenidos. Estos nuevos enfoques podrían permitir una integración más completa de variables adicionales y un procesamiento más eficiente de grandes cantidades de datos, mejorando así la precisión y la adaptabilidad de las soluciones aplicadas en la gestión educativa.

Por ello, aun teniendo ciertas limitaciones, el modelo alcanza los objetivos planteados en el presente trabajo, demostrando la obtención de resultados válidos y una planificación óptima para la universidad.

**Declaración de Uso de Herramientas de Inteligencia Artificial Generativa en Trabajos Fin de Grado**

**ADVERTENCIA:** Desde la Universidad consideramos que ChatGPT u otras herramientas similares son herramientas muy útiles en la vida académica, aunque su uso queda siempre bajo la responsabilidad del alumno, puesto que las respuestas que proporciona pueden no ser veraces. En este sentido, NO está permitido su uso en la elaboración del Trabajo fin de Grado para generar código porque estas herramientas no son fiables en esa tarea. Aunque el código funcione, no hay garantías de que metodológicamente sea correcto, y es altamente probable que no lo sea.

Por la presente, yo, Almudena Pérez-Andújar Marhuenda, estudiante de 5ºB E2 y Business Analytics, de la Universidad Pontificia Comillas al presentar mi Trabajo Fin de Grado titulado " MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA LA PLANIFICACIÓN DE HORARIOS, UNA MIRADA HACIA LA AUTOMATIZACIÓN", declaro que he utilizado la herramienta de Inteligencia Artificial Generativa ChatGPT u otras similares de IAG de código sólo en el contexto de las actividades descritas a continuación:

1. **Interpretador de código:** Para realizar análisis de datos preliminares.
2. **Constructor de plantillas:** Para diseñar formatos específicos para secciones del trabajo.
3. **Corrector de estilo literario y de lenguaje:** Para mejorar la calidad lingüística y estilística del texto.

Afirmo que toda la información y contenido presentados en este trabajo son producto de mi investigación y esfuerzo individual, excepto donde se ha indicado lo contrario y se han dado los créditos correspondientes (he incluido las referencias adecuadas en el TFG y he explicitado para que se ha usado ChatGPT u otras herramientas similares). Soy consciente de las implicaciones académicas y éticas de presentar un trabajo no original y acepto las consecuencias de cualquier violación a esta declaración.

Fecha: 21/06/2024

Firma: Almudena Pérez-Andújar Marhuenda.

# REFERENCIAS

Abdennadher, S., & Marte, M. (2000). University course timetabling using constraint handling rules. Applied Artificial Intelligence, 14(4), 311-325.

Aldeeb, B. A., Al-Betar, M. A., Abdelmajeed, A. O., Younes, M. J., AlKenani, M., Alomoush, W., ... & Alqahtani, M. A. (2019). A comprehensive review of uncapacitated university examination timetabling problem. International Journal of Applied Engineering Research, 14(24), 4524-4547.

Assi, M., Halawi, B., & Haraty, R. A. (2018). Genetic algorithm analysis using the graph coloring method for solving the university timetable problem. Procedia Computer Science, 126, 899-906.

Badri, M. A. (1996). A two-stage multiobjective scheduling model for [faculty-course-time] assignments. European Journal of Operational Research, 94(1), 16-28.

Bloomfield, S. D., & McSharry, M. M. (1979). Preferential course scheduling. Interfaces, 9(4), 24-31.

Caballero, J. A., & Grossmann, I. E. (2007). Una revisión del estado del arte en optimización. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 4(1), 5-23.

Cantú Cuéllar, R. (1996). Programación no lineal (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nuevo León).

Chen, M., Werner, F., & Shokouhifar, M. (2023). Mathematical Modeling and Exact Optimizing of University Course Scheduling Considering Preferences of Professors. Axioms, 12(5), 498.

Chen, Y., Bayanati, M., Ebrahimi, M., & Khalijian, S. (2022). A Novel Optimization Approach for Educational Class Scheduling with considering the Students and Teachers' Preferences. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2022.

Colina, Y. B. (2011). Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta. Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias, 2(7), 85-104.

Cornejo, R., & Redondo, J. M. (2007). Variables y factores asociados al aprendizaje escolar: una discusión desde la investigación actual. Estudios pedagógicos (Valdivia), 33(2), 155–175.

Costa, D. (1994). A tabu search algorithm for computing an operational timetable. European Journal of Operational Research, 76(1), 98-110.

Cruz-Rosales, M. H., Cruz-Chávez, M. A., Alonso-Pecina, F., Peralta-Abarca, J. D. C., Ávila-Melgar, E. Y., Martínez-Bahena, B., & Enríquez-Urbano, J. (2022). Metaheuristic with cooperative processes for the university course timetabling problem. Applied Sciences, 12(2), 542.

Erben, W., & Keppler, J. (1995). A genetic algorithm solving a weekly course-timetabling problem. In International conference on the practice and theory of automated timetabling (pp. 198-211). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Frühwirth, T. (1995). Constraint handling rules. In Constraint Programming: Basics and T rends, ed. A. Padelski. LNCS 910. New York: Springer.

Guyette, L., Hamidian, K., & Tuazon, J. O. (1994). A rule-based expert system approach to class scheduling. Computers & electrical engineering, 20(2), 151-162.

Kirby, S. N., & Grissmer, D. W. (1993). Teacher attrition: Theory, evidence, and suggested policy options. Santa Monica, CA: Rand Corporation, Center for the Study of the Teaching Profession.

Lindahl, M., Mason, A. J., Stidsen, T., & Sørensen, M. (2018). A strategic view of university timetabling. European Journal of Operational Research, 266(1), 35-45.

López Calvajar, G. A., Castro Perdomo, N. A., & Guerra, O. (2017). Optimización del plan de producción: estudio de caso carpintería de aluminio. *Revista Universidad y Sociedad*, *9*(1), 178-186.

López Balboa, L. A. (2017). *Análisis y propuesta de un procedimiento para la gestión de horarios del curso académico en la Facultad de ADE de la UPV* (Doctoral dissertation, Universitat Politècnica de València).

Madrigal Torres, B. (2009). Habilidades Directivas. México: McGraw-Hill.

Mengual Recuerda, A., Juárez Varón, D., Sempere Ripoll, M. F., & Rodríguez Villalobos, A. (2012). La gestión del tiempo como habilidad directiva. 3C Empresa, Investigación y pensamiento crítico, (7), 6-30.

Mokhtari, M., Vaziri Sarashk, M., Asadpour, M., Saeidi, N., & Boyer, O. (2021). Developing a model for the university course timetabling problem: a case study. Complexity, 2021, 1-12.

Ozdemir, M. S., & Gasimov, R. N. (2004). The analytic hierarchy process and multiobjective 0–1 faculty course assignment. European Journal of Operational Research, 157(2), 398-408.

Phillips, A. E., Waterer, Ehrgott, H., M., and Ryan, D. M., “Integer programming methods for large-scale practical classroom assignment problems,” Computers & Operations Research, vol. 53, pp. 42–53, 2015.

Robinson, R. (1999) “Welcome to OR Territory” OR/MS Today pp. 40-43 August.

Sánchez, C. C., & Puente, M. M. (2006). Formulación de un modelo de programación lineal entera mixta para el planeamiento de las importaciones en régimen aduanero definitivo para una Empresa de Producción. Industrial Data, 9(2), 33-38.

Schaerf, A. (1999). A survey of automated timetabling. Artificial intelligence review, 13, 87-127.

Shobaki, G., Gordon, V.S., McHugh, P., Dubois, T., Kerbow, A. Register-Pressure-Aware instruction scheduling using ant colony optimization. ACM Trans. Archit. Code Optim.

Snyman, J. A., & Wilke, D. N. (2005). Practical mathematical optimization (pp. 97-148). Springer Science+ Business Media, Incorporated.

Nocedal, J., & Wright, S. J. (Eds.). (1999). Numerical optimization. New York, NY: Springer New York.

Linares, P., Ramos, A., Sánchez, P., Sarabia, A., & Vitoriano, B. (2001). Modelos matemáticos de optimización. Madrid, España.

Taha, H. A. (2004). Investigación de operaciones. Pearson Educación.
Terapuez Roa, J. C., & Barrera Ardila, G. S. (2010). GAMS aplicado a las Ciencias Económicas. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional Colombia.

Vitoriano, B., & Ramos, A. (2010). Programación matemática: modelos de optimización.

Winter, E., & Thompson-Whiteside, H. (2017). Location, location, location: does place provide the opportunity for differentiation for universities? *Journal of Marketing for Higher Education*, *27*(2), 233-250.

# ANEXOS

## Anexo 1. Código del Modelo 1

*Definición de título del modelo:*

```
$title TFG
```

*Definición de conjuntos o sets:*

```
Sets
a / O-102, O-103, O-104, O-105, O-106, O-107, O-108, O-109, O-201A, O-201B, O-201C, O-201D, O-202, O-203, O-204, O-205, O-206, O-207, O-208, O-209, O-210, O-211, O-301, O-302, O-303, O-304, O-305, O-306, O-307, O-308, O-309, O-310, O-311, O-312 /

g / g1*g20 /;
```

*Definición de parámetros:*

```
Parameters
   capacidad(a) / O-102 66, O-103 61, O-104 60, O-105 90, O-106 67, O-107 75,
                  O-108 60, O-109 60, O-201A 48,
                  O-201B 80,
                  O-201C 80, O-201D 80,
                  O-202 24, O-203 44, O-204 44, O-205 60, O-206 100, O-207 67,
                  O-208 68, O-209 66, O-210 63, O-211 36, O-301 86, O-302 86,
                  O-303 65, O-304 80, O-305 51, O-306 51, O-307 54, O-308 60,
                  O-309 40, O-310 40, O-311 60, O-312 54 /
   alumnos(g)
     / g1 65, g2 65, g3 65, g4 65, g5 65, g6 65, g7 65, g8 65,
       g9 60, g10 60, g11 55, g12 55, g13 60, g14 60, g15 60, g16 60,
       g17 50, g18 50, g19 50, g20 50 /;
```

*Definición de las variables, tanto binarias como no:*

```
Variables
   X;
Binary Variables
   asignacion(a,g) ;
```

*Definición de las ecuaciones, tanto las restricciones como la función objetivo y la variable escalar:*

```
Equations
R1Capacidad(a)
 R2Asignacion(g)
FO;
R1Capacidad(a)..sum(g, asignacion(a,g) * alumnos(g)) =l= capacidad(a);
R2Asignacion(g)..sum(a, asignacion(a,g)) =e= 1;
```

```
Scalar lambda /0.0001/;
FO..X =e= sum((a,g), alumnos(g) * asignacion(a,g)) - lambda * sum((a,g), max(0, capacidad(a) -
alumnos(g)) * asignacion(a,g));

Model TFG /all/;
Solve TFG using mip maximizing X;
```

## Anexo 2. Código del Modelo 2

*Definición de título del modelo:*

```
$title TFG1B
```

*Definición de conjuntos o sets:*

```
Sets
  a / O-201A, O-202, O-203, O-204, O-211, O-309, O-310, O-311, O-312 /
  s / S2, S4, S5 /;
```

*Definición de parámetros:*

```
Parameters
  capacidad(a) / O-201A 48, O-202 24, O-203 44, O-204 44, O-211 36, O-309 40, O-310 40/
  alumnos(s) / S2 25, S5 21, S4 22/;
```

*Definición de las variables, tanto binarias como no:*

```
Variables
  X ;
Binary Variables
  asignacion(a,s) ;
```

*Definición de las ecuaciones, tanto las restricciones como la función objetivo y la variable escalar:*

```
Equations
  R1Capacidad(a)
  R2Asignacion(s)
  FO  ;

R1Capacidad(a).. sum(s, asignacion(a,s) * alumnos(s)) =l= capacidad(a);
R2Asignacion(s).. sum(a, asignacion(a,s)) =e= 1;
Scalar lambda /0.001/;
FO.. X =e= sum((a,s), alumnos(s) * asignacion(a,s)) - lambda * sum((a,s), max(0, capacidad(a) -
alumnos(s)) * asignacion(a,s));

Model TFG1B /all/;
Solve TFG1B using mip maximizing X.
```

## Anexo 3. Código del Modelo 3

*Definición de título del modelo:*

```
$title tfg2
```

*Definición de conjuntos o sets:*

```
Sets
  A /A1, A2, A6, A7, A8/
  P /P1*P9/
  G /1E2ING/
  T /T1, T2, T3/
  DT /LT1, LT2, LT3, MT1, MT2, MT3, XT1, XT2, XT3, JT1, JT2, JT3, VT1, VT2, VT3/;
```

*Definición de parámetros:*

```
Parameters
 creditos(A) /A1 6, A2 6, A6 6, A7 6, A8 6/
  profesor_especialidad(A,P)  /A1.P1 1, A2.P2 1, A2.P3 1, A2.P4 1, A6.P6 1, A7.P7 1, A8.P8 1 /
disponibilidad(P, DT)
/  P1.LT1 1, P1.MT1 1, P1.JT1 1, P1.VT1 1,
   P2.LT1 1, P2.LT2 1, P2.MT1 1, P2.XT1 1, P2.XT2 1, P2.VT1 1, P2.VT2 1,
   P3.LT1 1, P3.LT2 1, P3.MT1 1, P3.MT2 1, P3.XT1 1, P3.XT2 1, P3.JT1 1, P3.JT2 1,
   P4.LT2 1, P4.LT3 1, P4.MT2 1, P4.MT3 1, P4.XT2 1, P4.XT3 1, P4.JT2 1, P4.JT3 1, P4.VT2 1,
   P4.VT3 1, P6.LT1 1, P6.LT2 1, P6.MT1 1, P6.MT2 1, P6.XT1 1, P6.XT2 1, P6.JT1 1, P6.JT2 1,
   P6.VT1 1, P6.VT2 1,
   P7.MT1 1, P7.MT2 1, P7.XT1 1, P7.XT2 1, P7.JT1 1, P7.JT2 1, P7.VT1 1,
   P8.LT1 1, P8.MT1 1, P8.XT1 1, P8.VT1 1,
   P9.LT1 1, P9.LT2 1, P9.MT1 1, P9.MT2 1, P9.MT3 1, P9.XT1 1, P9.XT2 1, P9.JT1 1, P9.JT2 1/;
```

*Definición de las variables, tanto binarias como no:*

```
Binary Variables
  x(A, P, G, DT);
Variables
  z;
```

*Definición de las ecuaciones, tanto las restricciones como la función objetivo y la variable escalar:*

```
Equations
  EachClassPerWeek
  EnsureAvailability
  OneSubjectPerSlot
  FO;

EachClassPerWeek(A).. sum((P, G, DT)$(profesor_especialidad(A,P) * disponibilidad(P,DT)), x(A, P, G,
DT)) =e= creditos(A) / 3;
EnsureAvailability(P, DT)..sum((A, G), x(A, P, G, DT)) =l= disponibilidad(P, DT);
OneSubjectPerSlot(G, DT)..sum((A, P), x(A, P, G, DT)) =l= 1;
FO..z =e= sum((A, P, G, DT)$(profesor_especialidad(A, P) * disponibilidad(P, DT)), x(A, P, G, DT));

Model tfg2 /all/;
Solve tfg2 using mip maximizing z;
```

## Anexo 4. Código del Modelo R

*Código del script de RStudio sobre el contraste de hipótesis. Datos de desperdicio actual (ICADE) y desperdicio nuevo (APA)*

```
Universidad <- c(21,15,15,15,21,15,1,3,0,0,12, 12,20,15,1,0,16,13,10,1)
Modelo <- c(1,2, 3, 1,10,2,15,0,0,0, 5, 5,0,1, 0,3,  4,1, 1, 10)
```

*Realizar la prueba t de muestras emparejadas*

```
t_test_result <- t.test(Universidad, Modelo, paired = TRUE)
```

*Imprimir el resultado de la prueba*

```
print(t_test_result)
Interpretar el resultado
if(t_test_result$p.value < 0.1) {
  cat("Rechazamos la hipótesis nula (H0). Hay una diferencia significativa entre los desperdicios de asientos de los dos modelos.\n")
} else {
  cat("No rechazamos la hipótesis nula (H0). No hay una diferencia significativa entre los desperdicios de asientos de los dos modelos.\n")
}
if (!require(ggplot2)) {
  install.packages("ggplot2")
}
library(ggplot2)
```

*Crear un dataframe para los datos*

```
data <- data.frame(
  Aula = rep(1:20, each = 2),
  Desperdicio = c(Universidad, Modelo),
  Modelo = rep(c("Universidad", "Modelo"), times = 20) )
```

*Crear la gráfica*

```
ggplot(data, aes(x = factor(Aula), y = Desperdicio, fill = Modelo)) +
  geom_bar(stat = "identity", position = position_dodge()) +
  labs(title = "Comparación del Desperdicio de Asientos",
       x = "Aula",
       y = "Desperdicio de Asientos") +
  theme_minimal() +
    scale_fill_manual(values = c("Universidad" = "yellow", "Modelo" = "green"))
```