



# COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

GUÍA DOCENTE

2024 - 2025

## FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

Datos de la asignatura	
Nombre completo	Álgebra y geometría
Código	DMA-IMAT-101
Título	<a href="#">Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial</a>
Impartido en	Grado en Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial [Primer Curso]
Nivel	Reglada Grado Europeo
Cuatrimestre	Anual
Créditos	12,0 ECTS
Carácter	Básico
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Responsable	David Alfaya Sánchez

Datos del profesorado	
<b>Profesor</b>	
Nombre	David Alfaya Sánchez
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-203] Ext: 2409
Correo electrónico	dalfaya@icai.comillas.edu
<b>Profesor</b>	
Nombre	Estrella Alonso Pérez
Departamento / Área	Departamento de Matemática Aplicada
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-207] Ext: 2370
Correo electrónico	ealonso@icai.comillas.edu
<b>Profesores de laboratorio</b>	
<b>Profesor</b>	
Nombre	Pedro José Cazorla García
Despacho	Alberto Aguilera 25 [D-201] Ext: 2377
Correo electrónico	pjcazorla@icai.comillas.edu

## DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

<b>Contextualización de la asignatura</b>
<b>Aportación al perfil profesional de la titulación</b>



La asignatura *Álgebra y Geometría* supone un pilar fundamental en la formación inherentemente dual del graduado de IMAT. Desde el punto de vista matemático, esta asignatura contribuye significativamente al desarrollo de las capacidades de pensamiento abstracto, lógico y crítico del alumno, proporcionando además conocimientos matemáticos fundamentales de álgebra y geometría diferencial, que sientan las bases sobre las que se sustentan otras asignaturas del plan de estudios, tales como Ecuaciones Diferenciales, Matemática Discreta, Geometría Computacional y Matemática Avanzada entre otras.

Por otro lado, esta asignatura sienta una parte importante de las bases teóricas en las que se fundamenta una gran variedad de tecnologías de análisis de datos e inteligencia artificial, que el alumno explorará durante el plan de estudios y su posterior carrera profesional, preparándole para comprender en profundidad los algoritmos y tecnologías utilizados.

Al finalizar el curso los alumnos conocerán las herramientas básicas del álgebra lineal, como el análisis matricial y las técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, comprenderán los conceptos de espacio vectorial y aplicación lineal, utilizando con soltura dichos conceptos en situaciones prácticas y entendiendo los fundamentos de la teoría espectral y su aplicación en el modelado de problemas de la vida real.

También comprenderán los fundamentos teóricos del álgebra multilineal y tensorial y aprenderán a manipular con soltura expresiones tensoriales en situaciones prácticas.

Así mismo, los alumnos manejarán los conceptos y resultados teórico-prácticos de los espacios euclídeos y espacios afines, trabajando con las transformaciones asociadas a ellos. Conocerán los principales conceptos de curvas y superficies, calculando sus expresiones analíticas y elementos característicos (curvatura, triedro de Frenet, curvas geodésicas, etc.).

Finalmente, tras completar el curso, los estudiantes también estarán familiarizados con las principales estructuras algebraicas (grupo, anillo, cuerpo, álgebra, etc.) y algunas de sus propiedades fundamentales, siendo capaces de identificar la aparición de estas estructuras en diversos escenarios prácticos.

## Prerrequisitos

Se presuponen conocimientos matemáticos de los estudios de Bachillerato, en particular:

1. Análisis matricial.
2. Determinantes.
3. Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
4. Geometría analítica en el plano y el espacio.

## Competencias - Objetivos

### Competencias

#### GENERALES

CG01	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos generales que puedan plantearse en la ingeniería.
CG02	Capacidad de razonamiento abstracto y sentido crítico, así como de cálculo, modelado, simulación, optimización y predicción, para dar respuesta a los problemas planteados por la ciencia, la tecnología y la sociedad en general.

#### ESPECÍFICAS

CE01	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería, aplicando con aptitud los conocimientos sobre: álgebra lineal y multilineal, geometría, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales, métodos numéricos, estadística y optimización.
------	--



<b>CE03</b>	Capacidad para saber aplicar las técnicas matemáticas más adecuadas en la resolución de los diferentes problemas, técnicos y tecnológicos, planteados en el ámbito de la ingeniería y la inteligencia artificial. Aptitud para conocer el rango de aplicabilidad y limitaciones en la resolución de problemas de las diferentes herramientas matemáticas.
<b>CE04</b>	Capacidad para utilizar con habilidad y soltura software matemático, así como para implementar algoritmos y desarrollar programas informáticos que permitan resolver los problemas matemáticos planteados en el ámbito de la ingeniería y de la inteligencia artificial.

## Resultados de Aprendizaje

<b>RA1</b>	Conocer las herramientas básicas del álgebra lineal como el análisis matricial y el cálculo de determinantes, así como su aplicación a la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
<b>RA2.</b>	Conocer las principales estructuras algebraicas, Grupo, Anillo y Espacio Vectorial. Dominar el concepto de base de un espacio vectorial y manejar con soltura coordenadas en distintas bases, para poder operar ágilmente con subespacios vectoriales.
<b>RA3</b>	Dominar el concepto de aplicación lineal. Saber calcular el núcleo y la imagen de una aplicación lineal, así como la matriz de una aplicación lineal respecto de dos bases dadas.
<b>RA4</b>	Dominar los conceptos de autovalores y autovectores de una matriz cuadrada, así como su cálculo y obtención de una forma canónica de Jordan de dicha matriz.
<b>RA5</b>	Comprender los conceptos de formas bilineales y cuadráticas, obtener sus respectivas formas matriciales respecto de una base y saber determinar con soltura el carácter de una forma cuadrática.
<b>RA6</b>	Comprender el concepto de aplicación multilineal y tener habilidad en el álgebra tensorial.
<b>RA7</b>	Comprender el concepto de producto escalar y saber calcular su matriz respecto de una base. Dominar los conceptos relacionados con la ortogonalidad y saber proyectar un vector sobre un subespacio. Manejar el método de los mínimos cuadrados.
<b>RA8</b>	Reconocer si una aplicación es una transformación ortogonal y saber clasificarla. Saber factorizar una matriz como descomposición QR.
<b>RA9</b>	Conocer la estructura de espacio afín. Saber calcular las coordenadas de un punto y las ecuaciones de un subespacio afín respecto de una referencia afín. Saber clasificar los movimientos y las principales transformaciones afines.
<b>RA10</b>	Comprender los conceptos de curvas y superficies. Manejar con soltura sus expresiones analíticas y saber determinar los elementos más característicos de curvas y superficies.

## BLOQUES TEMÁTICOS Y CONTENIDOS

### Contenidos – Bloques Temáticos

#### Álgebra y Geometría

Tema previo: Análisis matricial, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales.



1. Definiciones, nomenclaturas y notaciones.
2. Operaciones con matrices.
3. Trasposición de matrices.
4. Algunos tipos de matrices cuadradas.
5. Definición de determinante.
6. Propiedades de los determinantes.
7. Cálculo práctico de determinantes.
8. Definición de sistema de ecuaciones lineales.
9. Resolución de sistemas.
10. Sistemas homogéneos.
11. Métodos de resolución de sistemas lineales.

## Tema 1: Espacios vectoriales.

1. Definición de espacio vectorial y propiedades.
2. Dependencia e independencia lineal.
3. Espacio generado por un conjunto.
4. Subespacios vectoriales.
5. Bases y dimensión de un espacio vectorial.
6. Coordenadas en una base.
7. Ecuaciones paramétricas e implícitas. Suma e intersección de subespacios.
8. Ecuaciones de cambio de base.

## Tema 2: Aplicaciones lineales.

1. Definición y propiedades.
2. Núcleo e imagen de una aplicación lineal.
3. Matriz asociada a una aplicación lineal.
4. Espacio dual.

## Tema 3: Autovalores y autovectores. Forma canónica de Jordan.

1. Matrices semejantes. Propiedades de las matrices semejantes.
2. Autovalores y autovectores de un endomorfismo.
3. Polinomio característico.
4. Autoespacios.
5. Propiedades de autovalores y autovectores.
6. Matrices diagonalizables. Cálculo de forma diagonal y matriz de paso.
7. Matrices no diagonalizables. Forma de Jordan.
8. Aplicaciones.

## Tema 4: Aplicaciones multilineales. Álgebra tensorial.

1. Aplicaciones bilineales y multilineales.
2. Matriz asociada a una aplicación bilineal.
3. Cambios de base.
4. Producto tensorial de espacios vectoriales.
5. Base del producto tensorial. Elementos descomponibles y no descomponibles.



6. Tensor asociado a una forma multilineal.
7. Aplicaciones lineales como tensores. Traza y composición de tensores. Producto tensorial de aplicaciones lineales. Productos de Hadamard y Kronecker.
8. Aplicaciones.

## Tema 5: Espacio Euclídeo.

1. Definición de producto escalar y espacio Euclídeo. Formas cuadráticas. Criterio de Sylvester.
2. Ortogonalidad.
3. Norma de un vector y ángulo entre vectores.
4. Bases ortonormales. Algoritmo de Gram-Schmidt. Diagonalización ortogonal y descomposición QR.
5. Proyecciones ortogonales en espacios Euclídeos.
6. Método de mínimos cuadrados.
7. Aplicaciones ortogonales.

## Tema 6: Espacio afín. Transformaciones afines.

1. Definición de espacio afín y propiedades.
2. Referencia afín. Coordenadas de un punto en una referencia. Ecuaciones de cambio de referencia afín.
3. Subespacios afines.
4. Transformaciones afines.
5. Movimientos rígidos.

## Tema 7: Estructuras algebraicas.

### Grupos

1. Definición de grupo. Grupos abelianos y no abelianos. Subgrupos.
2. Presentación de un grupo: generadores y relaciones.
3. Orden de un elemento y orden de un grupo.
4. Grupo simétrico y Teorema de Cayley.

### Anillos y cuerpos

1. Definición de anillo.
2. Ideales y divisores de cero.
3. Definición de cuerpos. Característica de un cuerpo y cuerpos finitos.
4. Definición de espacio vectorial sobre un cuerpo y módulo sobre un anillo.

### Álgebras y álgebras de Boole

1. Álgebras sobre un cuerpo.
2. Álgebras de Boole.

## Tema 8: Introducción a la geometría diferencial.

### Curvas

1. Definición de curva.
2. Regularidad. Puntos singulares. Curvas cerradas.
3. Reparametrizaciones. Longitud de arco.



4. Triedro de Frenet y curvatura.

### Superficies

1. Definición y regularidad.
2. Plano tangente y vector normal.
3. Métrica inducida en una superficie. Primera forma fundamental.
4. Curvas geodésicas en una superficie.

## METODOLOGÍA DOCENTE

### Aspectos metodológicos generales de la asignatura

En esta asignatura se busca favorecer un rol activo del estudiante. Por ello, las técnicas didácticas activas tendrán gran importancia en el desarrollo de esta asignatura. La docencia se centrará en el alumno y las actividades que éste realiza para alcanzar un aprendizaje significativo.

### Metodología Presencial: Actividades

#### 1. Clase magistral expositiva y participativa (50 horas)

El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema mediante una exposición dialogada en la que, apoyándose en un buen material, presentará de forma clara y organizada los contenidos, a la vez que estimulará la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Se fomentará el diálogo a través de formulación de preguntas diversas, dirigidas por una parte a la comprensión de la información, así como preguntas retadoras, orientadas a identificar los conocimientos previos de los estudiantes. También se utilizará la presentación de ejemplos prácticos, problemas tipo y situaciones cercanas que despierten la motivación de los estudiantes en torno al tema; como por ejemplo noticias de actualidad.

CG01, CG02, CE01, CE03

#### 2. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (55 horas).

En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema, análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. En estas clases se favorecerá la participación del alumno y la interacción alumno-profesor y alumno-alumno como vía para fomentar el aprendizaje colaborativo y la capacidad de autoaprendizaje. Además, siguiendo la metodología de clase invertida, se propondrá el aprendizaje de ciertos contenidos de la asignatura fuera del aula, liberando tiempo para facilitar la participación de los estudiantes en el aprendizaje activo a través de preguntas.

CG01, CG02, CE01, CE03

#### 3. Sesiones prácticas con uso de software (6 horas).

Se realizarán en grupos reducidos. En ellas, los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos con ayuda del software MATLAB.

CG01, CG02, CE01, CE03,  
CE04

#### 4. Casos prácticos (4 horas)

Para fomentar el aprendizaje colaborativo se organizará un Concurso Matemático por Equipos, denominado *Maths Team Contest (MTC)*. Los estudiantes formarán equipos estables de 4 o 5 alumnos en el primer cuatrimestre y competirán en 4 pruebas presenciales evaluables, de 1 hora de duración, que se desarrollarán a lo largo de todo el curso.



Las pruebas consistirán en la resolución en equipo de una serie de problemas matemáticos de Álgebra y Geometría, incluyendo:

- **problemas de carácter transversal**, que necesiten la aplicación combinada de diversos conceptos estudiados,
- **preguntas aplicadas**, y
- problemas que requieran combinar los conocimientos matemáticos del alumno con el **uso del ordenador**.

CG01, CG02, CE01, CE03,  
CE04

Las sesiones estarán diseñadas para que **sea imprescindible la colaboración, organización y comunicación entre los miembros del grupo** y tendrán un **marcado componente dinámico** (envío/corrección de problemas en tiempo real, marcadores digitales interactivos, premios especiales por velocidad de resolución, etc.). Por su naturaleza, todos los integrantes deberán cooperar y trabajar sincronizados para poder abarcar los retos propuestos.

### 5. Actividades de evaluación continua del rendimiento (5 horas)

A lo largo de todo el periodo lectivo se realizarán varias pruebas de evaluación continua, con el objetivo de valorar en su totalidad el proceso de aprendizaje del alumnado, y mejorarlo a medida que transcurre el curso. En concreto, se efectuarán:

- dos pruebas intermedias de 30 minutos, a realizar después del primer mes de clase en cada cuatrimestre,
- dos exámenes intercuatrimestrales de 1h y 30 min, a realizar hacia la mitad de cada cuatrimestre, y
- una prueba de prácticas con Matlab, de una hora de duración, que se realizará en la segunda mitad del segundo cuatrimestre.

CG01, CG02, CE01, CE03,  
CE04

## Metodología No presencial: Actividades

### 1. Estudio personal sobre contenidos teóricos por parte del alumno (49 horas)

El alumno debe realizar un trabajo autónomo para comprender e interiorizar los fundamentos teóricos de la asignatura. Este trabajo de asimilación se realizará después de las clases magistrales y previamente a las sesiones donde se utilice el modelo de Clase Invertida.

CG01, CG02, CE01, CE03

### 2. Ejercicios prácticos y resolución de problemas (165 horas)

Es de vital importancia para la formación integral del alumnado que los estudiantes sean capaces de aplicar los conocimientos asimilados para resolver diferentes tipos de problemas. Para lograr este objetivo se aconseja la resolución de las hojas de problemas propuestas, pues ayudarán a la asimilación, la reflexión y la interiorización del conocimiento adquirido. Además, con la realización de estas hojas se trata de promover una cultura de trabajo colaborativo, ya que para conseguir un mayor aporte de ideas se sugiere la realización de éstas en grupo. Pasado un cierto tiempo desde su planteamiento, los alumnos dispondrán de la solución de dichos problemas, pudiendo pedir tutorías con el profesor (individuales o en grupo) para aclaración de dudas.

CG01, CG02, CE01, CE03

### 3. Sesiones prácticas con uso de software (6 horas)

El alumno, una vez realizada cada práctica con ordenador, en clase, guiada por el profesor, deberá poner en práctica los conocimientos adquiridos para resolver con ordenador otros problemas similares a los ya desarrollados. Al igual que en el apartado anterior, se aconseja la realización por grupos de las prácticas con ordenador propuestas.

CG01, CG02, CE01, CE03,  
CE04



#### 4. Casos prácticos (12 horas)

En relación al Concurso Matemático por equipos *Maths Team Contest*, una vez formados los equipos, y antes de realizar las 4 pruebas presenciales evaluables, se realizará una "prueba 0" virtual, no evaluable, de una hora de duración, que servirá de práctica para la adecuación al estilo de problemas y para la auto-organización de los equipos. Se estima que, adicionalmente al estudio personal y a la resolución de ejercicios prácticos y la resolución de problemas de los epígrafes anteriores, los estudiantes dedicarán aproximadamente 12 horas no presenciales a esta actividad (incluyendo la "prueba 0"), destinadas a entrenar específicamente los tipos de problemas de esta competición matemática y a establecer estrategias coordinadas que les permitan afrontar los retos colaborativos propuestos.

CG01, CG02, CE01, CE03, CE04

#### 5. Actividades de evaluación continua del rendimiento (3 horas)

Con la intención de ayudar a los alumnos a construir un conocimiento sólido en matemáticas que les permita enfrentarse con garantías a las diferentes situaciones de aprendizaje, se integrará un sistema de test, basados en los conceptos fundamentales de cada tema. Presentada como un juego bajo el título **QUIZ desafío Álgebra y Geometría**, esta actividad consistirá en la realización periódica de cuestionarios de Moodle, en un pequeño periodo de tiempo, más o menos al final de cada tema, que permitirán proporcionar retroalimentación de los conocimientos adquiridos, Las preguntas de los cuestionarios abarcarán los conceptos e ideas fundamentales de los tres pilares de la asignatura: fundamentos teóricos, problemas prácticos y uso del software Matlab. El objetivo es ayudar al estudiante a detectar si ha adquirido los conocimientos o si debe llevar a cabo acciones adaptadas a sus carencias.

CG01, CG02, CE01, CE03, CE04

### RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO

HORAS PRESENCIALES					
Clases magistrales expositivas y participativas	Ejercicios prácticos y resolución de problemas	Sesiones prácticas con uso de software	Casos prácticos	Actividades de evaluación continua del rendimiento	Tutorías para resolución de dudas
50.00	55.00	6.00	4.00	5.00	5.00
HORAS NO PRESENCIALES					
Estudio personal	Ejercicios prácticos y resolución de problemas	Sesiones prácticas con uso de software	Casos prácticos	Actividades de evaluación continua del rendimiento	
49.00	165.00	6.00	12.00	3.00	
<b>CRÉDITOS ECTS: 12,0 (360,00 horas)</b>					

### EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	Peso
	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Pruebas cortas de seguimiento (PC):</b> Se realizará una prueba corta en cada cuatrimestre, en horario de clase, que abarcará el temario especificado por el profesor de la asignatura. En lo sucesivo</li> </ul>	





## Pruebas de teoría y problemas

- Pruebas cortas de seguimiento (**PC**) (10%)
- Pruebas intercuatrimestrales (**I**) (25%)
- Exámenes parciales y/o final (**E**) (65%)
- *Quiz, Desafío Álgebra (Q)* (selectivo)

**Nota:** Para aplicar las ponderaciones indicadas en el sistema de evaluación general de la asignatura, será necesario obtener una nota mínima de al menos 4 puntos en el examen parcial/final de la asignatura y haber superado los test de la actividad *Quiz, Desafío Álgebra*. Ver apartado de calificaciones para más detalles.

denotaremos por **PC1** y **PC2** a las calificaciones (sobre 10 puntos) obtenidas por el alumno en tales pruebas, en el primer y segundo cuatrimestre, respectivamente.

- **Pruebas intercuatrimestrales (I):** A mitad de cada cuatrimestre se realizará una prueba intercuatrimestral, que abarcará todo el temario del cuatrimestre impartido hasta el momento. En lo sucesivo denotaremos por **I1** e **I2** a las notas (sobre 10 puntos) obtenidas por el alumno en tales pruebas, en el primer y segundo cuatrimestre, respectivamente.
- **Exámenes parciales y/o final (E):** Al final del primer cuatrimestre se realizará un examen parcial, que abarcará toda la materia de éste, con el que el alumno obtendrá una nota **E1** (sobre 10 puntos). Al finalizar el segundo cuatrimestre, el alumno realizará un examen parcial/final con el que obtendrá una nota **E2** (sobre 10 puntos). En función del rendimiento académico del alumno en el primer cuatrimestre, este examen del segundo cuatrimestre podrá ser parcial, abarcando únicamente la materia impartida en el segundo cuatrimestre, o final, abarcando toda la materia del curso. Si el rendimiento académico del alumno en el primer cuatrimestre no superó el mínimo establecido (detallado más adelante), dicho examen será obligatoriamente final. En caso contrario, el alumno podrá optar entre realizar un examen parcial o final.
- **Quiz, Desafío Álgebra (Q):** En cada tema se realizarán uno o varios test online que incluirán cuestiones fundamentales, tanto teóricas, como prácticas, incluido Matlab. La superación de esta actividad tendrá un carácter selectivo, siendo necesario superar todos los test para mantener la evaluación continua. Por la realización de esta actividad, el alumno obtendrá una nota **Q** al final de cada cuatrimestre, cuyo valor será **Q=1**, si todos los test han sido superados, o **Q=0**, si algún test no ha sido realizado o superado. Se considerará que un test ha sido superado, cuando el número de respuestas correctas supere el mínimo establecido en cada test. En lo sucesivo denotaremos por **Q1** y **Q2**, las notas obtenidas por el alumno en esta actividad en el primer y segundo cuatrimestre, respectivamente.



<b>Prueba de prácticas con Matlab (PM)</b>	Al final del segundo cuatrimestre se realizará un examen presencial de prácticas con MATLAB, en el que el alumno obtendrá una nota (sobre 10 puntos) que denotaremos por <b>PM</b> .	10
<b>Maths Team Contest (MTC)</b>	<p>A lo largo del año tendrá lugar una competición matemática por equipos de 4 o 5 participantes. Se realizarán 4 pruebas presenciales, consistentes en la realización de 10 problemas, con contenido tanto teórico, como práctico y aplicado, incluyendo MATLAB. La nota de esta actividad colaborativa <b>MTC</b> se obtendrá como combinación de dos factores. El primer factor, denotado por <b>A</b>, será una <b>evaluación autónoma del rendimiento</b> de los equipos durante las pruebas, que no dependerá de la posición del equipo en el "ranking" de la competición. El segundo factor, denotado por <b>P</b>, será un <b>modificador o "premio"</b> para los mejores equipos de la competición.</p> <p>La <b>participación en la actividad es obligatoria</b> y la falta de asistencia no justificada de un alumno a las pruebas, supondrá una calificación de 0 en esta actividad y la pérdida de la evaluación continua para dicho alumno.</p>	10

## Calificaciones

### Calificación de evaluación continua (C)

En cada cuatrimestre se establecerá una **calificación de evaluación continua (C1 y C2 respectivamente)**, a partir de las pruebas escritas realizadas durante el mismo. La calificación de evaluación continua de cada cuatrimestre será

$$C1 = \max(Q1 \times (0.1 \times PC1 + 0.25 \times I1 + 0.65 \times E1), 0.9 \times E1)$$

$$C2 = \max(Q2 \times (0.1 \times PC2 + 0.25 \times I2 + 0.65 \times E2), 0.9 \times E2)$$

### Calificación del Maths Team Contest (MTC)

En cada una de las 4 pruebas que se realizarán, los equipos podrán obtener puntos de las siguientes formas:

- Resolver un problema correctamente otorgará 10 puntos.
- Para cada problema de la sesión, los dos primeros equipos capaces de resolverlo de manera perfecta recibirán 5 puntos adicionales.

La puntuación autónoma de cada equipo (**A**) se obtendrá de la siguiente manera:

$$A = 10 \times (\text{puntos totales obtenidos}) / 320$$

Los equipos que acumulen un mayor número de puntos al final del año obtendrán un premio en forma de puntuación adicional **P**:



- Primer premio: +1.5 puntos
- Segundo premio: +1 punto
- Tercer premio: +0.75 puntos
- Cuarto premio: +0.5 puntos
- Quinto premio: +0.4 puntos
- Sexto premio: +0.3 puntos
- Séptimo premio: +0.2 puntos
- Octavo premio: +0.1 puntos
- Adicionalmente, el mejor equipo de cada prueba recibirá +0.5 puntos y el segundo mejor de cada prueba recibirá +0.25 puntos.

La puntuación final de la competición se calculará como la suma:

$$MTC=A+P$$

**Nota:** Siguiendo las fórmulas anteriores, cabe destacar que la puntuación final **MTC** puede ser mayor que 10 en aquellos casos en los que el rendimiento de un equipo haya sido excepcional. A modo de premio, por el esfuerzo y la excelencia académica, esta nota por encima de 10 se mantendrá y hará media de la manera usual, siguiendo las fórmulas presentadas en los siguientes apartados.

## I. Evaluación del primer cuatrimestre

Al final del primer cuatrimestre, el alumno obtendrá una nota final **NF1** que será:

- Si  $E1 < 4$ , entonces  $NF1 = E1$
- Si  $E1 \geq 4$  entonces  $NF1 = C1$

Si  $NF1 \geq 4$ , en el segundo cuatrimestre el alumno podrá optar entre presentarse a un examen parcial (véase apartado II) o a un examen final (véase apartado III). En caso contrario ( $NF1 < 4$ ), deberá presentarse obligatoriamente al examen final (véase apartado III).

## II. Evaluación en la convocatoria ordinaria por parciales

Únicamente posible si  $NF1 \geq 4$ . De elegir esta modalidad, el alumno se presentará en la convocatoria ordinaria a un examen parcial sobre los contenidos impartidos en el segundo cuatrimestre. La nota final en la convocatoria ordinaria según esta modalidad será **NF**, obtenida de la siguiente forma:

- Si  $E2 < 4$ , entonces  $NF = E2$ .
- Si  $E2 \geq 4$ , la nota final **NF** se computará como:

$$NF = 0.8 \times (C1 + C2) / 2 + 0.1 \times PM + 0.1 \times MTC$$

La asignatura se aprueba por esta vía si  $NF \geq 5$ .

## III. Evaluación en la convocatoria ordinaria con examen final

Obligatoria si  $NF1 < 4$  (y optativa si  $NF1 \geq 4$ ). En esta modalidad el alumno se presentará en la convocatoria ordinaria a un examen final sobre la totalidad de los contenidos del curso. La nota final en la convocatoria ordinaria según esta modalidad será **NF**, obtenida de la siguiente forma:

- Si  $E2 < 4$ , entonces  $NF = E2$ .
- Si  $E2 \geq 4$ , entonces la nota final **NF** se computará como:

$$NF = 0.8 \times C2 + 0.1 \times PM + 0.1 \times MTC$$



La asignatura se aprueba por esta vía si  $NE \geq 5$ .

#### IV. Evaluación de la convocatoria extraordinaria

El alumno realizará un examen final extraordinario, cuya nota (sobre 10 puntos) denotaremos por **EJ**, que abarcará toda la materia desarrollada en el curso. La nota final del alumno en esta convocatoria será **NE**, obtenida de la siguiente forma:

- Si  $EJ < 4$ , entonces  $NE = EJ$ .
- Si  $EJ \geq 4$ , entonces

$$NE = 0.8 \times \max(EJ, CJ1, CJ2) + 0.1 \times PM + 0.1 \times MTC$$

donde

$$CJ1 = Q1 \times (0.1 \times PC1 + 0.25 \times I1 + 0.65 \times EJ)$$

$$CJ2 = Q2 \times (0.1 \times PC2 + 0.25 \times I2 + 0.65 \times EJ)$$

La asignatura se aprueba en esta convocatoria si  $NE \geq 5$ .

#### Normas de la asignatura

- En los exámenes intercuatrimestrales de la asignatura no se liberará materia.
- La falta de asistencia a lo largo de todo el curso a más de un 15% de las horas lectivas de la asignatura (18 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. Artículo 93°. Escolaridad, del Reglamento General de la Universidad, Normas Académicas ETSI-ICAI).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el Artículo 168°. Infracciones y sanciones del alumnado, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura (a excepción de las pruebas del MTC) se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. En los exámenes intercuatrimestrales, parciales y final, el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color no blanco, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá contener problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

## BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

#### Bibliografía Básica

- De la Villa, A. Problemas de Álgebra con esquemas teóricos. Ed. CLAGSA Madrid 2010.
- López de la Rica, A. y De la Villa, A. Geometría Diferencial. Ed. CLAGSA, Madrid 1997.

#### Bibliografía Complementaria

- Hernández Rodríguez, E., Vázquez Gallo, M. J. y Zurro Moro, M. A. Álgebra Lineal y Geometría, Ed. Pearson, Madrid 2012.
- Merino, L. y Santos, E. Álgebra Lineal con Métodos Elementales, Ed. Thomson, 2006.
- Halmos, P. R., Finite-dimensional vector spaces, Undergraduate Texts in Mathematics 1958, Springer-Verlag New York 1958
- Hackbusch, W., Tensor Spaces and Numerical Tensor Calculus, Springer Series in Computational Mathematics 56, Berlin 2012.
- Lang, S., Undergraduate Algebra, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag New York 2005
- Do Carmo. Geometría Diferencial de curvas y superficies. Ed. Alianza, 1994.



# COMILLAS

UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI

ICADE

CIHS

**GUÍA DOCENTE**

**2024 - 2025**

En cumplimiento de la normativa vigente en materia de **protección de datos de carácter personal**, le informamos y recordamos que puede consultar los aspectos relativos a privacidad y protección de datos que ha aceptado en su matrícula entrando en esta web y pulsando "descargar"

<https://servicios.upcomillas.es/sedelectronica/inicio.aspx?csv=02E4557CAA66F4A81663AD10CED66792>

Planificación Álgebra y Geometría IMAT

120,0      50      55      8      5

	Total	Horas	Teoría	Problemas	Prácticas	Evaluación
<b>Tema 0 Introducción y repaso.</b>	<b>1</b>		<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
Introducción		0,5	0,5			
Repaso de determinantes y sistemas		0,5	0,5			
<b>Tema 1 Espacios vectoriales.</b>	<b>15,5</b>		<b>5,5</b>	<b>9</b>	<b>1</b>	
<b>1.1 Espacios vectoriales</b>	<b>4,5</b>					
Definición de espacio vectorial		3	1	2		
Dependencia e independencia lineal		1	0,5	0,5		
Espacio generado por un conjunto		0,5	0,5			
<b>1.2 Subespacios vectoriales</b>	<b>2</b>					
Subespacios vectoriales		2	0,5	1,5		
<b>1.3 Base y dimensión</b>	<b>8</b>					
Definición de base		1	0,5	0,5		
Dimensión de un espacio vectorial		0,5	0,5			
Coordenadas en una base		1	0,5	0,5		
Ecuaciones paramétricas e implícitas.						
Suma e intersección de subespacios.		3,5	1	2,5		
Cambio de base		2	0,5	1,5		
<b>P1: Introducción a Matlab. Matrices y Determinantes</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>C1 Prueba corta temas 0 y 1</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>				<b>0,5</b>
<b>Tema 2 Aplicaciones lineales.</b>	<b>18</b>		<b>8</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	
<b>2.1 Definición</b>	<b>2</b>					
Definición y nomenclatura		1	0,5	0,5		
Propiedades de las aplicaciones lineales		1	0,5	0,5		
<b>2.2 Núcleo e imagen</b>	<b>4</b>					
Núcleo		1,5	0,5	1		
Imagen		1	0,5	0,5		
Rango de una aplicación y dimensiones de imagen y núcleo		1,5	1	0,5		
<b>P2: Sistemas de ecuaciones lineales</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>2.3 Matriz de una aplicación lineal</b>	<b>5</b>					
Matriz de una aplicación lineal		2	1	1		
Operaciones con aplicaciones lineales		2	1	1		
Cambio de base		1	0,5	0,5		
<b>2.4 Espacio dual</b>	<b>5</b>					
Espacios de aplicaciones lineales. Definición de espacio dual.		1	1			
Base dual. Isomorfismo entre espacio y su dual.		1,5	0,5	1		
Anulador de un subespacio vectorial. Coordenadas implícitas.		1	0,5	0,5		
Aplicación transpuesta. Rango de la aplicación transpuesta		1,5	0,5	1		
<b>P3: Espacios vectoriales</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>Inter 1 Examen intersemestral. Temas 0, 1 y mitad tema 2</b>	<b>1,5</b>	<b>1,5</b>				<b>1,5</b>
<b>Tema 3 Autovalores y autovectores. Forma canónica de Jordan.</b>	<b>13</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	
<b>3.1 Autovalores y autovectores</b>	<b>5,5</b>					
Matrices semejantes		0,5	0,5			
Autovalores y autovectores de un endomorfismo		1,5	0,5	1		
Polinomio característico		1	0,5	0,5		
Autoespacios		2	1	1		
Propiedades de autovalores y autovectores		0,5	0,5			
<b>3.2 Forma de Jordan</b>	<b>5</b>					
Matrices diagonalizables.						
Cálculo de forma diagonal y matriz de paso.		2	1	1		
Matrices no diagonalizables. Forma de Jordan.		3	1	2		
<b>3.3 Aplicaciones</b>	<b>1,5</b>					
Potencia de una matriz.		0,75	0,5	0,25		
Aplicaciones: Random walk. Pagerank		0,75	0,5	0,25		
<b>P4: Aplicaciones lineales. Autovalores, autovectores y forma canónica</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>Q1-3 Quizzes de temas 1-3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
<b>Parcial Examen parcial diciembre. Temas 1-3</b>						
<b>Tema 4 Aplicaciones multilineales. Álgebra tensorial.</b>	<b>9</b>		<b>4</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	
<b>4.1 Aplicaciones bilineales y multilineales</b>	<b>4</b>					
Definición de aplicación bilineal y multilineal. Ejemplos		1,5	0,5	1		
Matriz asociada a una aplicación bilineal		1,5	0,5	1		
Cambio de base		1	0,5	0,5		
<b>4.2 Producto tensorial de espacios vectoriales. Tensores y álgebra tensorial.</b>	<b>5</b>					
Producto tensorial de espacios vectoriales.		0,75	0,75			

	Base del producto tensorial. Elementos descomponibles y no descomponibles.		0,75	0,25	0,5		
	Tensor asociado a una forma multilineal.		1	0,5	0,5		
	Aplicaciones lineales como tensores. Traza y composición de tensores. Producto tensorial de aplicaciones lineales. Productos de Hadamard y Kronecker		2	1	1		
	Aplicaciones: Representación vectorial de imagen y vídeo. Suavizado y compresión de imagen.		0,5		0,5		
<b>C5</b>	<b>Control del tema 4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>				<b>0,5</b>
<b>Tema 5</b>	<b>Espacio euclídeo.</b>	<b>17</b>		<b>8</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	
	<b>5.1 Productos escalares y ortogonalidad</b>	<b>7,5</b>					
	Definición		1	0,5	0,5		
	Ortogonalidad. Definición, subespacio ortogonal.		1	0,5	0,5		
	Norma de un vector y ángulo entre vectores.		1	0,5	0,5		
	Bases ortonormales. Algoritmo de Gram-Schmidt.		2	1	1		
	Diagonalización ortogonal y factorización QR.		1,5	0,5	1		
	Carácter de una forma bilineal simétrica.		1	0,5	0,5		
	<b>5.2 Proyecciones ortogonales en espacios euclídeos</b>	<b>2</b>					
	Proyección de un vector sobre otro		0,25	0,25			
	Proyección sobre un subespacio vectorial		0,5	0,5			
	Matriz de una proyección		1,25	0,25	1		
	<b>5.3 Método de mínimos cuadrados</b>	<b>1,5</b>					
	Método de los mínimos cuadrados.						
	Pseudoinversa de una matriz.		0,75	0,25	0,5		
	Ajuste lineal		0,25	0,25			
	Ajuste lineal en dimensión superior		0,25	0,25			
	Ajuste polinomial		0,25	0,25			
	<b>5.4 Aplicación adjunta</b>	<b>1</b>					
	Definición		0,5	0,5			
	Cálculo de la aplicación adjunta		0,5		0,5		
	<b>5.5 Aplicaciones ortogonales</b>	<b>4</b>					
	Definición y propiedades		0,5	0,5			
	Aplicaciones ortogonales en 1D, 2D y 3D		3,5	1,5	2		
	<b>P5: Espacio vectorial euclídeo</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>Inter 2</b>	<b>Examen intercuatrimestral temas 4 y 5.</b>	<b>1,5</b>	<b>1,5</b>				<b>1,5</b>
<b>Tema 6</b>	<b>Espacio afín. Transformaciones afines.</b>	<b>12</b>		<b>5</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	
	<b>6.1 Espacio afín</b>	<b>4</b>					
	Definición		0,5	0,5			
	Propiedades de espacio afín		0,5	0,5			
	Referencia afín, coordenadas afines		1,5	0,5	1		
	Subespacios afines		1,5	0,5	1		
	<b>6.2 Transformaciones afines</b>	<b>2</b>					
	Definición y propiedades		0,5	0,5			
	Representación matricial de una transformación afín		1,5	0,5	1		
	<b>6.3 Movimientos rígidos</b>	<b>5</b>					
	Definición de movimiento rígido		0,5	0,5			
	Clasificación en 1D, 2D y 3D		4,5	1,5	3		
	<b>P6: Tensores y movimientos. Tratamiento de imagen.</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	
<b>Tema 7</b>	<b>Estructuras algebraicas.</b>	<b>12</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>0</b>	
	<b>7.1 Grupos</b>	<b>5,5</b>					
	Definición de grupo. Grupos abelianos y no abelianos. Subgrupos.		2	1	1		
	Presentación de un grupo: generadores y relaciones.		1,5	0,5	1		
	Orden de un elemento y orden de un grupo.		1,5	0,5	1		
	El grupo simétrico. Teorema de Cayley.		0,5	0,5			
	<b>7.2 Anillos y cuerpos</b>	<b>5</b>					
	Definición de anillo y ejemplos.		1	0,5	0,5		
	Ideal en un anillo. Divisores de cero.		1	0,5	0,5		
	Definición de cuerpo y ejemplos.		1	0,5	0,5		
	Característica de un cuerpo. Cuerpos finitos.		1	0,5	0,5		
	Definición general de espacio vectorial y módulo. Ejemplos		1	0,5	0,5		
	<b>7.3 Álgebras y álgebras de Bool</b>	<b>1,5</b>					
	Definición de álgebra sobre un cuerpo y ejemplos básicos.		1	0,5	0,5		
	Definición de álgebra de Boole y ejemplos clásicos (conjunto y operadores binarios).		0,5	0,5			
<b>Tema 8</b>	<b>Introducción a la geometría diferencial.</b>	<b>13,5</b>		<b>6,5</b>	<b>7</b>	<b>0</b>	
	<b>8.1 Curvas</b>	<b>6,5</b>					

	Definición		0,5	0,5			
	Regularidad. Puntos singulares. Curvas cerradas.		0,5	0,5			
	Reparametrizaciones. Longitud de arco		1,5	0,5	1		
	Triedro de Frenet		2	1	1		
	Curvatura		2	1	1		
	<b>8.2 Superficies</b>	<b>4,5</b>					
	Definición y regularidad		1	0,5	0,5		
	Plano tangente y vector normal.		1,5	0,5	1		
	Métrica inducida en una superficie (primera forma fundamental). Nociones		2	1	1		
	<b>8.4 Geodésicas</b>	<b>2,5</b>					
	Definición		0,5	0,5			
	Ecuación de una geodésica en una superficie		1	0,5	0,5		
	Ejemplos		1		1		
<b>Q4-8</b>	<b>Quizzes de temas 4-8</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
<b>MTC</b>	<b>Math Team Contest</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			<b>4</b>	
<b>Práct.</b>	<b>Examen final de prácticas.</b>	<b>1</b>	<b>1</b>				<b>1</b>
<b>Final</b>	<b>Examen parcial/final mayo.</b>						