



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO MODELADO DE UN MONOPLAZA DE FORMULA STUDENT Y CONTROL POR VECTORIZACIÓN DE PAR

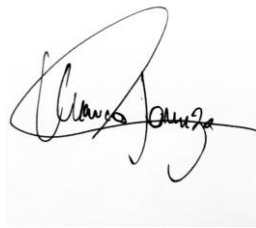
Autor: Marco Lorenzo González

Director: Alberto Freire Montero

Madrid

Junio de 2025

Declaro, bajo mi responsabilidad, que el Proyecto presentado con el título
Modelado de un monoplaza de *Formula Student* y control por vectorización de par
en la ETS de Ingeniería - ICAI de la Universidad Pontificia Comillas en el
curso académico 2024/25 es de mi autoría, original e inédito y
no ha sido presentado con anterioridad a otros efectos.
El Proyecto no es plagio de otro, ni total ni parcialmente y la información que ha sido
tomada de otros documentos está debidamente referenciada.



Fdo.: Marco Lorenzo González Fecha: 28/06/2025

Autorizada la entrega del proyecto

EL DIRECTOR DEL PROYECTO



Fdo.: Alberto Freire Montero Fecha: 02/ 07/ 25



GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO MODELADO DE UN MONOPLAZA DE FORMULA STUDENT Y CONTROL POR VECTORIZACIÓN DE PAR

Autor: Marco Lorenzo González

Director: Alberto Freire Montero

Madrid

Junio de 2025

AGRADECIMIENTOS

*A mi familia, porque sin su apoyo no estaría hoy aquí.
A mis compañeros y profesores de la universidad, por educarme en valores y enseñarme el
peso que supone decir que soy ingeniero del ICAI.
A mis amigos, por hacer de este mundo un lugar más divertido.*

MODELADO DE UN MONOPLAZA DE FORMULA STUDENT Y CONTROL POR VECTORIZACIÓN DE PAR

Autor: Lorenzo González, Marco.

Director: Freire Montero, Alberto.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

RESUMEN DEL PROYECTO

Este proyecto presenta el diseño, modelado y control de un sistema de control por vectorización de par aplicado a un vehículo eléctrico tipo *Formula Student*. Se desarrolla un modelo de referencia para generar una guiñada deseada, y se implementa un controlador PI en lazo cerrado que actúa mediante reparto de par entre las ruedas traseras.

Palabras clave: *Torque vectoring*, Control PI, Dinámica lateral, Formula Student, Tasa de guiñada.

1. Introducción

El control avanzado de la dinámica de vehículos es un aspecto esencial en el desarrollo de vehículos de competición, especialmente en entornos como *Formula Student*, donde la maniobrabilidad y la estabilidad son factores determinantes del rendimiento. En este trabajo se ha desarrollado un sistema de control de guiñada basado en la vectorización de par, más conocido como *torque vectoring*, aprovechando la presencia de dos motores eléctricos independientes en el eje trasero. El objetivo es mejorar la estabilidad direccional del vehículo ajustando de forma activa el par aplicado a cada rueda en función de la diferencia entre la guiñada deseada y la real.

2. Definición del proyecto

El proyecto parte de un modelo de vehículo conocido como modelo de bicicleta con representación completa de la dinámica lateral y longitudinal así como un modelo de neumáticos mediante curvas de Pacejka [13]. Se define una velocidad de guiñada de referencia a partir de un modelo de comportamiento neutro, y se construye un controlador PI que genera un momento corrector para cerrar el lazo. Este momento se convierte en una diferencia de par entre ruedas mediante un algoritmo de distribución de par, buscando no superar en ningún momento tanto los límites de los motores como la adherencia disponible. El sistema se ha simulado y validado en el entorno MATLAB/Simulink.

3. Descripción del modelo/sistema/herramienta

El sistema desarrollado está compuesto por varias capas: un generador de la señal de referencia basado en un modelo bicicleta que busca representar de manera simplificada un prototipo de *Formula Student* de comportamiento neutro [8], un controlador PI en lazo cerrado, y un bloque de reparto de par, que distribuye el momento deseado entre las ruedas traseras. Este último respeta las restricciones de par máximo de los motores y aplica saturación para evitar condiciones no realizables, lo que supone que hay que

realizar un estudio sobre los parámetros de los actuadores y de los neumáticos y buscar la manera de caracterizar su comportamiento y sus límites.

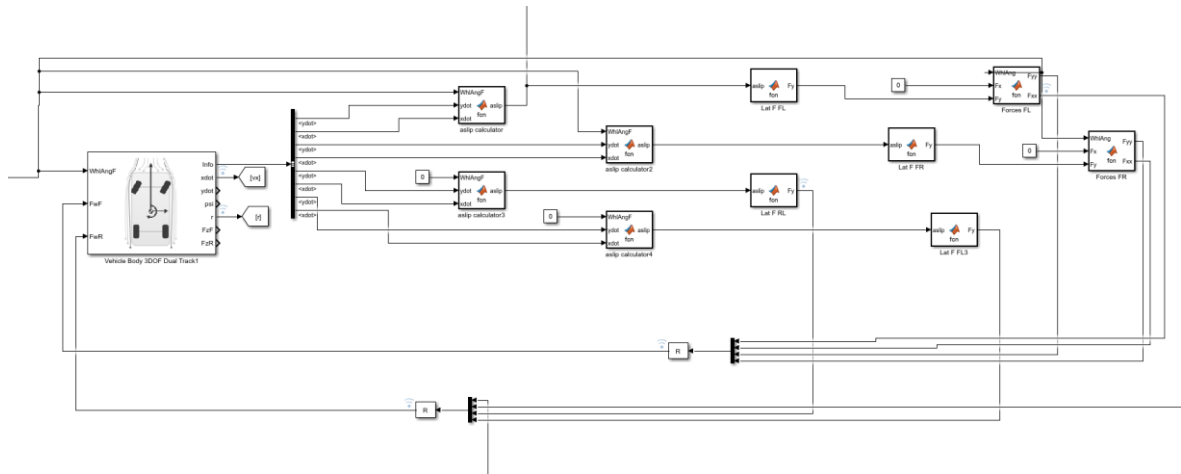


Ilustración 1 – Modelo del sistema generador de guiñada de referencia

4. Resultados

Entre los resultados obtenidos caben destacar los siguientes:

- Mejora del seguimiento de la guiñada en maniobras tipo escalón en la entrada.
- Respuesta más rápida y estable respecto a una arquitectura sin *torque vectoring*.
- Comportamiento neutro mantenido incluso en condiciones con transferencias de carga lateral.

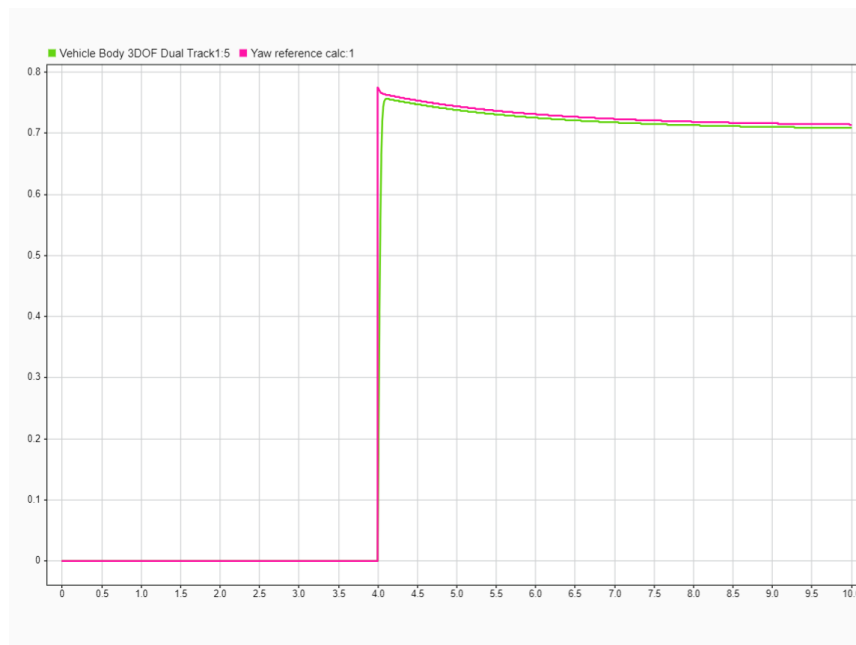


Ilustración 2 – Comparativa entre guiñada real y guiñada de referencia en una curva rápida

5. Conclusiones

La implementación de un sistema de *torque vectoring* controlado mediante una arquitectura PI ha demostrado ser eficaz para mejorar el comportamiento dinámico de un vehículo eléctrico en configuración *Formula Student*. El sistema permite controlar de forma activa la guiñada del vehículo, adaptándose a condiciones cambiantes y manteniendo la estabilidad lateral. Los resultados sugieren que, incluso con una arquitectura sencilla, se pueden obtener mejoras significativas en maniobrabilidad y seguridad.

6. Referencias

- [1] M. Asperti, M. Vignati, y E. Sabbioni, «On Torque Vectoring Control: Review and Comparison of State-of-the-Art Approaches», *Machines*, vol. 12, n.º 3, p. 160, feb. 2024, doi: 10.3390/machines12030160.
- [2] S. Taherian, S. Kuutti, M. Visca, y S. Fallah, «Self-adaptive Torque Vectoring Controller Using Reinforcement Learning», 27 de marzo de 2021, *arXiv*: arXiv:2103.14892. doi: 10.48550/arXiv.2103.14892.
- [3] «Formula Student - Institution of Mechanical Engineers». Accedido: 30 de abril de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.imeche.org/events/formula-student>
- [4] Formula Student Germany, «Formula Student Rules 2025». Informe, FSG, 2025.
- [5] N. Amati, A. Bonfitto, y K. Kone, «Lateral and longitudinal control of an autonomous racing vehicle». Tesis de máster dirigida por N. Amati y A. Bonfitto, Politécnico de Turín, 2019.
- [6] A. Gaither, «Vehicle Dynamics on an Electric Formula SAE Racecar». Tesis de grado, Massachusetts Institute of Technology, 2021
- [7] A. Vigliani, «Design of Torque Vectoring system for Formula SAE electric vehicle». Tesis de máster, Politécnico de Turín, 2019.
- [8] J. Balkwill, *Performance vehicle dynamics: engineering and applications*. Libro, Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.
- [9] «Vehicle Dynamics in Automotive and Motorsport – Motorsport Engineer». Accedido: 20 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://motorsportengineer.net/vehicle-dynamics-in-automotive-and-motorsport/>
- [10] D. Schramm, M. Hiller, y R. Bardini, *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. Libro, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. doi: 10.1007/978-3-540-36045-2.
- [11] B. Schofield y T. Hagglund, «Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation», Paper científico en *2008 American Control Conference*, Seattle, WA: IEEE, jun. 2008, pp. 3231-3236. doi: 10.1109/ACC.2008.4586990.
- [12] M. Metzler, «Automotive applications of explicit non-linear model predictive control», Tesis doctoral, Universidad de Surrey, 2019.
- [13] H. B. Pacejka, «Tire Characteristics and Vehicle Handling and Stability», Libro en *Tire and Vehicle Dynamics*, Elsevier, 2012, pp. 1-58. doi: 10.1016/B978-0-08-097016-5.00001-2.
- [14] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber, y A. Pennycott, «Comparison of Feedback Control Techniques for Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles», *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Paper científico vol. 63, n.º 8, pp. 3612-3623, oct. 2014, doi: 10.1109/TVT.2014.2305475.
- [15] A. E. Majoral y S. D. Pinto, «Model-Based Torque Vectoring for a 4WD Formula Student Vehicle». Tesis de grado, Universidad Politecnica de Barcelona, 2024.

- [16] S. Mansell, «Maximise Corner Entry: Optimising Turn-In and Trail Braking», DRIVER61.com. Accedido: 25 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://driver61.com/uni/corner-entry/>
- [17] B. Lenzo, M. Zanchetta, A. Sorniotti, P. Gruber, y W. De Nijs, «Yaw Rate and Sideslip Angle Control Through Single Input Single Output Direct Yaw Moment Control», Paper científico en *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 29, n.º 1, pp. 124-139, ene. 2021, doi: 10.1109/TCST.2019.2949539.

MODELING OF A FORMULA STUDENT PROTOTYPE AND DESIGN OF A TORQUE VECTORING CONTROLLER

Autor: Lorenzo González, Marco.

Director: Freire Montero, Alberto.

Entidad Colaboradora: ICAI – Universidad Pontificia Comillas

ABSTRACT

This project studies the design, modelling, and control of a torque vectoring system applied to a Formula Student electric vehicle. A reference model is developed to generate a desired yaw rate, and a closed-loop PI controller is implemented, acting through torque distribution between the rear wheels.

Keywords: Torque vectoring, PI Control, Lateral dynamics, Formula Student, Yaw rate

1. Introduction

Advanced vehicle dynamics control is the new trend when it comes to designing competition vehicles, especially in environments like Formula Student, where stability and handling are critical for performance. In this project, a yaw rate control system based on torque vectoring has been developed, based on the use of two independent electric motors on the rear axle. The objective is to improve the directional stability of the vehicle by actively adjusting the torque applied to each wheel based on the difference between the desired and actual yaw rate.

2. Project definition

The project is based on a bicycle model that takes into account both lateral and longitudinal vehicle dynamics, as well as a complex, non-linear tire model based on Pacejka's Magic Formula [13]. A reference yaw rate is defined taking as reference the behavior of a neutral handling behavior model, and a PI controller is implemented to generate a corrective yaw moment to close the control loop. This moment is converted into a torque difference between the rear wheels through a torque allocator algorithm, which ensures that motor torque and tire grip limits are not exceeded. The system has been simulated in the MATLAB/Simulink environment.

3. Model/system/tool description

The developed system is composed of several layers: a reference signal generator based on a bicycle model aimed at approximating the behavior of a neutral Formula Student prototype [8], a closed-loop PI controller, and a torque allocator that distributes the desired moment across the rear wheels. This last stage accounts for motor torque limits

and applies saturation to prevent non-physical commands, requiring a prior study of actuator and tire characteristics to define their behavior and operating boundaries.

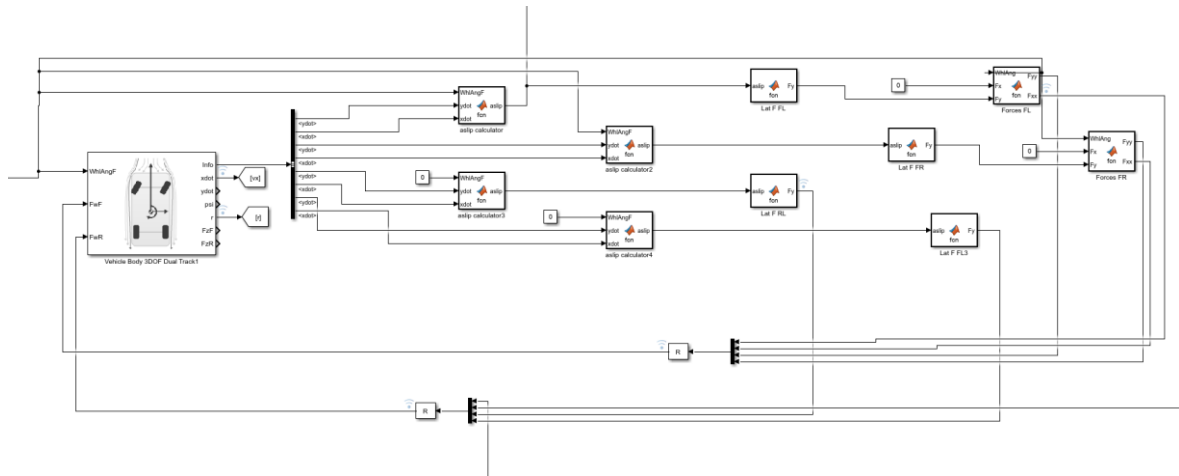


Figure 1 – Model overview of the yaw reference generator

4. Results

Key results obtained include:

- Improved tracking of the desired yaw rate in step-steering manoeuvres.
- Faster and more stable response compared to an architecture without torque vectoring.
- Neutral handling maintained even under lateral load transfer conditions.

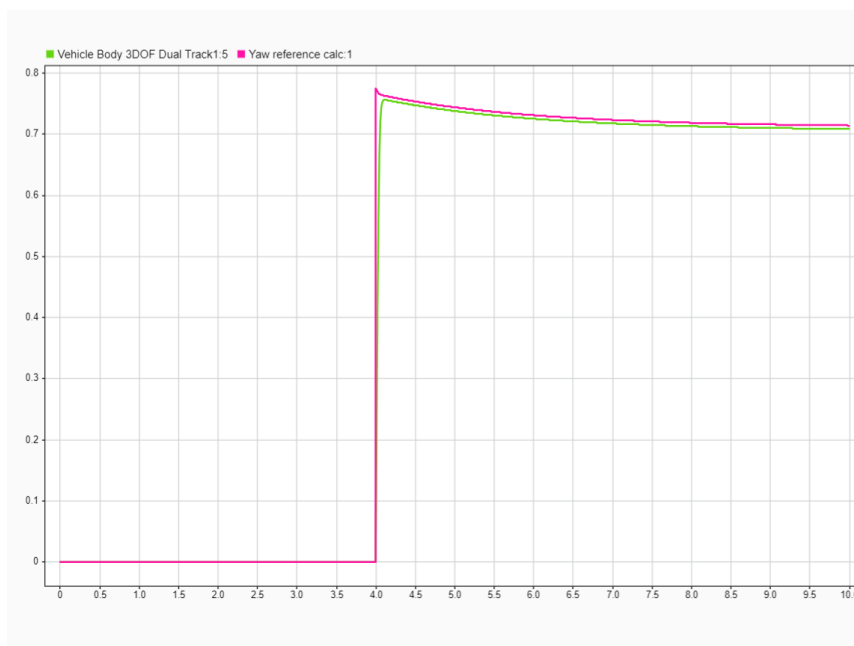


Figure 2 – Yaw rate reference vs real in a quick cornering situation

5. Conclusions

The implementation of a torque vectoring system using a PI-based control architecture has proven to be effective in improving the dynamic behavior of a Formula Student electric vehicle. The system allows for active control of yaw rate, adapting to changing conditions while maintaining lateral stability. Results suggest that even with a simple architecture, significant improvements in handling and driver's safety can be achieved.

6. References

- [1] M. Asperti, M. Vignati, y E. Sabbioni, «On Torque Vectoring Control: Review and Comparison of State-of-the-Art Approaches», *Machines*, vol. 12, n.º 3, p. 160, feb. 2024, doi: 10.3390/machines12030160.
- [2] S. Taherian, S. Kuutti, M. Visca, y S. Fallah, «Self-adaptive Torque Vectoring Controller Using Reinforcement Learning», 27 de marzo de 2021, *arXiv*: arXiv:2103.14892. doi: 10.48550/arXiv.2103.14892.
- [3] «Formula Student - Institution of Mechanical Engineers». Accedido: 30 de abril de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.imeche.org/events/formula-student>
- [4] Formula Student Germany, «Formula Student Rules 2025». Informe, FSG, 2025.
- [5] N. Amati, A. Bonfitto, y K. Kone, «Lateral and longitudinal control of an autonomous racing vehicle». Tesis de máster dirigida por N. Amati y A. Bonfitto, Politécnico de Turín, 2019.
- [6] A. Gaither, «Vehicle Dynamics on an Electric Formula SAE Racecar». Tesis de grado, Massachusetts Institute of Technology, 2021
- [7] A. Vigliani, «Design of Torque Vectoring system for Formula SAE electric vehicle». Tesis de máster, Politécnico de Turín, 2019.
- [8] J. Balkwill, *Performance vehicle dynamics: engineering and applications*. Libro, Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.
- [9] «Vehicle Dynamics in Automotive and Motorsport – Motorsport Engineer». Accedido: 20 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://motorsportengineer.net/vehicle-dynamics-in-automotive-and-motorsport/>
- [10] D. Schramm, M. Hiller, y R. Bordini, *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. Libro, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. doi: 10.1007/978-3-540-36045-2.
- [11] B. Schofield y T. Hagglund, «Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation», Paper científico en *2008 American Control Conference*, Seattle, WA: IEEE, jun. 2008, pp. 3231-3236. doi: 10.1109/ACC.2008.4586990.
- [12] M. Metzler, «Automotive applications of explicit non-linear model predictive control», Tesis doctoral, Universidad de Surrey, 2019.
- [13] H. B. Pacejka, «Tire Characteristics and Vehicle Handling and Stability», Libro en *Tire and Vehicle Dynamics*, Elsevier, 2012, pp. 1-58. doi: 10.1016/B978-0-08-097016-5.00001-2.
- [14] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber, y A. Pennycott, «Comparison of Feedback Control Techniques for Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles», *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Paper científico vol. 63, n.º 8, pp. 3612-3623, oct. 2014, doi: 10.1109/TVT.2014.2305475.

- [15] A. E. Majoral y S. D. Pinto, «Model-Based Torque Vectoring for a 4WD Formula Student Vehicle». Tesis de grado, Universidad Politecnica de Barcelona, 2024.
- [16] S. Mansell, «Maximise Corner Entry: Optimising Turn-In and Trail Braking», DRIVER61.com. Accedido: 25 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://driver61.com/uni/corner-entry/>
- [17] B. Lenzo, M. Zanchetta, A. Sorniotti, P. Gruber, y W. De Nijs, «Yaw Rate and Sideslip Angle Control Through Single Input Single Output Direct Yaw Moment Control», Paper científico en *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 29, n.º 1, pp. 124-139, ene. 2021, doi: 10.1109/TCST.2019.2949539.

Índice de la memoria

Capítulo 1. Introducción	6
1.1 Motivación del proyecto.....	6
1.2 Estado de la cuestión	6
1.3 Objetivos	7
1.4 Metodología del trabajo.....	8
1.5 Estructura del proyecto.....	9
1.6 Alineación con los objetivos de desarrollo sostenible (ODS).	11
Capítulo 2. Formula Student.....	12
2.1 Introducción	12
2.2 Eventos de la competición.....	13
2.2.1 Pruebas estáticas.....	14
2.2.2 Pruebas dinámicas	14
Capítulo 3. Descripción de las tecnologías	17
3.1 Bases Teóricas - dinámica de vehículos.....	17
3.1.1 Transferencia de carga longitudinal.....	18
3.1.2 Transferencia de carga lateral.....	19
3.1.3 Guiñada y momento de guiñada.....	20
3.2 Neumáticos.....	21
3.2.1 Ángulo de deriva.....	21
3.2.2 Ratio de deslizamiento.....	22
3.2.3 Comportamiento dinámico	23
3.3 Herramientas empleadas.....	24
3.3.1 IFS-07.....	24
3.3.2 Matlab	29
Capítulo 4. Modelo dinámico de vehículo	30
4.1 Modelo de bicicleta doble	30
4.2 Modelo de neumático	32
Capítulo 5. Control de guiñada.....	34
5.1 Esquema del control.....	34

5.2	Diseño de la señal de referencia	35
5.3	Diseño del controlador	37
Capítulo 6.	<i>Distribución de par.....</i>	40
6.1	Diseño.....	40
6.2	Implementación	43
Capítulo 7.	<i>Análisis de Resultados.....</i>	45
7.1	Resultados curva rápida.....	47
7.2	Resultados curva lenta.....	48
7.3	Resultados curva media.....	49
Capítulo 8.	<i>Análisis de viabilidad económica.....</i>	50
8.1	Coste de personal	50
8.2	Coste material.....	51
8.3	Coste de software	51
8.4	Coste total.....	52
8.5	Estimación de ingresos y análisis de viabilidad	52
Capítulo 9.	<i>Conclusiones y Trabajos Futuros.....</i>	54
Bibliografía		58
ANEXO I	60	

Índice de Figuras

Figura 1: Diagrama de Gantt del trabajo	9
Figura 2: Mapa de las competiciones de Formula Student.....	13
Figura 3: Circuito de la prueba Skidpad.....	15
Figura 4: Imagen de los ejes del modelo del IFS-07.....	17
Figura 5: Perfil de un vehículo, con sus correspondientes distancias.	19
Figura 6: Alzado de un vehículo, con sus correspondientes distancias.....	19
Figura 7: Modelo de bicicleta de un carril. Tomado en:	20
Figura 8: Ángulo de deriva de un neumático.	21
Figura 9: Curva fuerza lateral del neumático frente a slip angle.....	22
Figura 10: explicación distintos comportamientos dinámicos de un vehículo.....	23
Figura 11: Diseño provisional en CAD del IFS-07	24
Figura 12: Cremallera de dirección de un modelo de Formula Student.....	26
Figura 13: Motor de AMK montado en un Formula Student.....	28
Figura 14: Esquema de montaje del doble inversor de AMK Racing.	29
Figura 15: Representación de un vehículo mediante un modelo bicicleta simple.....	30
Figura 16: Modelo de bicicleta doble.....	31
Figura 17: Bloque modelo de bicicleta doble de Simulink.	32
Figura 18: Curva F_y -ángulo de deriva correspondiente a los neumáticos del IFS-07	33
Figura 19: Esquema en Simulink del modelo del IFS-07.....	34
Figura 20: Esquema del control en Simulink.	35
Figura 21: Respuesta del sistema ante un escalón en la referencia.	46
Figura 22: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva rápida.....	47
Figura 23: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva lenta.	48
Figura 24: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva media.	49
Figura 25: Disposición de bloques para calcular el ángulo de deslizamiento en función de sus entradas.....	60

Figura 26: Disposición de los bloques que calculan fuerzas laterales a partir del ángulo de deslizamiento.	61
Figura 27: Esquema del control en Simulink.	62
Figura 28: Sistema de cálculo de fuerzas longitudinales.....	63

Índice de tablas

Tabla 1: Datos de los motores eléctricos AMK.....	28
Tabla 2: Datos de las entradas del modelo	46
Tabla 3: Coste de personal.....	50
Tabla 4: Coste material.....	51
Tabla 5: Coste software	52
Tabla 6: Coste total.....	52
Tabla 7: Análisis de flujos de caja.....	53

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN DEL PROYECTO

El mundo de la ingeniería y principalmente el de la automoción, se han caracterizado por una constante innovación con una gran inversión económica y de recursos en la seguridad vial y de optimización de rendimiento. En este sentido, uno de los avances que se han desarrollado en los últimos años y que cada vez está presente en más modelos de coche, principalmente eléctricos ya que permite abordar ambos problemas a la vez es el control de vectorización de par (de ahora en adelante TV, por sus siglas en inglés *torque vectoring*, y, que a su vez, es el término empleado en la industria).

Un ejemplo de innovación e ingeniería en esta industria es *Formula Student*, una competición de ingeniería en la que estudiantes de todo el mundo ponen en práctica sus conocimientos para diseñar y fabricar un monoplaza con el que competirán en distintos lugares del mundo.

El ISC FS *Racing Team* es el equipo de la facultad de ingeniería de la Universidad Pontificia de Comillas (ICAI), compuesto por ingenieros de distintas especialidades que trabajan en la creación de un monoplaza eléctrico de *Formula Student*. Para competir con el resto de universidades, y cumplir con el objetivo de ser el mejor equipo de España, se ha llegado a la conclusión de que una de las áreas de mejoras que desbloquearán más rendimiento será la implementación de un sistema de TV sobre un monoplaza con dos motores independientes en el eje trasero.

1.2 ESTADO DE LA CUESTIÓN

El TV es una tecnología relativamente novedosa de aplicación en el mundo del automóvil y que permite la distribución independiente de par motor en cada rueda del vehículo, lo que permite mejorar la maniobrabilidad, estabilidad y el paso por curva del mismo. El primer

modelo de producción en incorporar este control de par vectorizado fue el Mitsubishi Lancer Evolution VIII en 2003, con su sistema *Super Active Yaw Control* (S-AYC), y fue evolucionando en otros vehículos con motores de combustión.

Hoy en día, se puede encontrar esta solución principalmente en vehículos eléctricos por dos razones. En primer lugar, los motores son de un tamaño mucho menor que aquellos de combustión interna, lo que permite enviar a cada motor una demanda de par independiente. En segundo lugar, no existe la necesidad de integrar ningún componente mecánico que redistribuya el par, lo que hace al sistema más barato y eficiente. Esto facilita llevar a cabo la optimización de rendimiento en todo momento y en tiempo real, y permite controlar la estabilidad del vehículo para hacer la conducción más segura y eficiente [1]. El hecho de que el TV permita mejorar la maniobrabilidad y se aplique principalmente en los vehículos eléctricos da otro motivo de peso en la discusión frente a los vehículos de combustión.

El desafío actual está en encontrar un control que sea capaz de adaptarse fácilmente a las demandas de cada vehículo en cada momento, pues no será lo mismo el control de par demandado en un coche de carreras que en un monovolumen familiar. Por ello, se está profundizando en el tipo de control que se aplica para la consecución de un sistema de TV optimizado, empleando los conocimientos ya existentes en el campo del aprendizaje por refuerzo para crear algoritmos de aprendizaje por refuerzo, específicamente mediante un refuerzo DDPG (Por sus siglas en inglés *Deep Deterministic Policy Gradient*), que mejora significativamente la estabilidad del vehículo en diversas condiciones de conducción [2].

1.3 OBJETIVOS

Este proyecto busca diseñar un sistema de TV para un monoplaza eléctrico mediante el control de par de sus dos motores, situados cada uno en una rueda del eje trasero.

De este proyecto, caben destacar los siguientes objetivos:

- I. En primer lugar, la comprensión y el estudio de los conocimientos básicos de la dinámica de vehículos, que nos permitan comprender cómo se mueve un monoplaza, y su comportamiento en curva. Para ello, nos será imprescindible conocer aquellos factores que explican el comportamiento del vehículo, a partir de los cuales se realizará el modelo de vehículo.
- II. En segundo lugar, se pretende investigar sobre los distintos modelos dinámicos de vehículo que existen, buscando el balance entre simplicidad y precisión. El objetivo es adoptar lo que se conoce técnicamente como un modelo de bicicleta con dos ejes, que garantice un cierto nivel de fidelidad con el monoplaza real, pero sin elevar la complejidad del programa a nivel teórico y computacional.
- III. En tercer lugar, se pretende realizar un control de la guiñada del vehículo, para lo cual, se definirá el valor de guiñada óptimo, que servirá de referencia para nuestro control de par por realimentación. Además, se elegirá un control que nos garantice la precisión a la hora de seguir dicha referencia de guiñada, optimizándolo con las herramientas que ofrece Matlab.
- IV. En cuarto lugar, se realizará una propuesta sobre cómo podría implementarse este sistema en el prototipo actual del ISC, el IFS-07, que incluirá datos técnicos del mismo, así como las limitaciones físicas que deberán de tenerse en cuenta a la hora de repartir el par entre ambos motores.

1.4 METODOLOGÍA DEL TRABAJO

Como se puede ver en el diagrama de Gantt de la Figura 1, el proyecto se podría agrupar en tres grandes bloques. El primero (color rosa), se centrará en la realización del modelo dinámico del vehículo, para lo cual, necesitaremos realizar una toma de contacto con los conceptos básicos de la dinámica de vehículos, entre los que destacan conceptos como el ángulo de deslizamiento (más comúnmente referenciado como *slip angle*), o los ángulos que sirven de referencia para determinar la posición y movimientos del monoplaza. Estos conceptos serán empleados posteriormente para la realización del modelo. Este comenzará

con un modelo de bicicleta simple y, tras entender cómo se utiliza, pasará a emplear modelos más complejos como el de bicicleta doble.

El segundo gran bloque (color verde) consiste en la elaboración del control, ya que será el que garantice la precisión y velocidad de respuesta del sistema. Para ello, habrá que determinar, en primera instancia, qué referencia es la que se establecerá y, posteriormente, analizar qué controles son los que permiten optimizar el sistema al máximo, sin suponer una excesiva complicación.

Por último, encontramos el tercer bloque (color azul), que consiste en pasar de la teoría del segundo bloque a la realidad, en el cual, se explicará brevemente cómo funciona el sistema de TV físicamente, y se realizará una pequeña propuesta de implementación, que será la guía que seguirá el *ISC Racing Team* para llevar a cabo el sistema objeto de estudio.

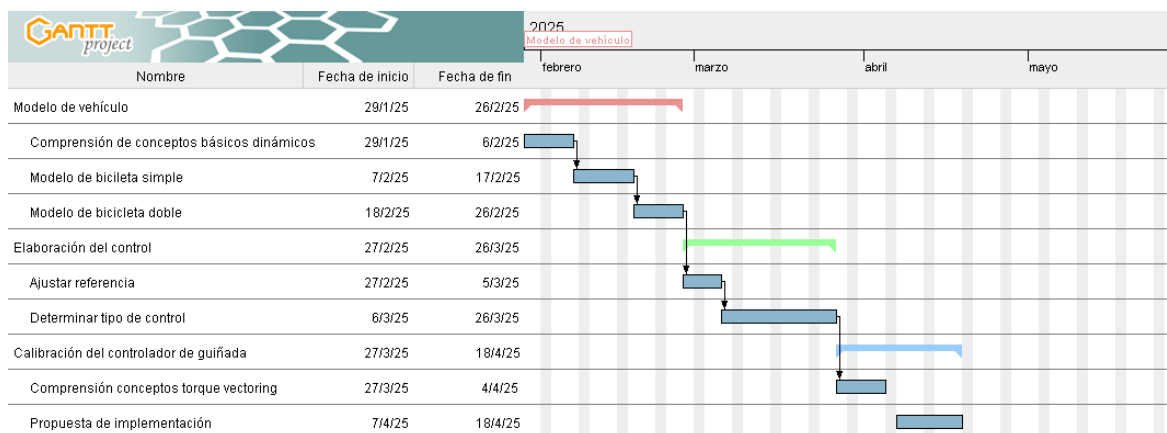


Figura 1: Diagrama de Gantt del trabajo

1.5 ESTRUCTURA DEL PROYECTO

Este proyecto se estructura en nueve capítulos, ordenados de forma que reflejen el desarrollo lógico del trabajo desde su motivación inicial hasta la evaluación de resultados y su

viabilidad técnica y económica. A continuación, se describe brevemente el contenido de cada uno de ellos:

- Capítulo 1: establece el contexto general del proyecto, abarcando desde la motivación detrás del mismo hasta los objetivos planteados, la metodología utilizada y su alineación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). También se incluye el estado del arte en el marco de este proyecto.
- Capítulo 2 : se explica la estructura de la competición Formula Student, sus pruebas estáticas y dinámicas, y la importancia del rendimiento dinámico en la puntuación del equipo.
- Capítulo 3: se abordan los fundamentos teóricos necesarios para comprender el comportamiento dinámico del vehículo, principalmente relacionados con la dinámica lateral y longitudinal, la guiñada y el comportamiento de los neumáticos. También se describen las herramientas utilizadas, tanto el software como la plataforma del vehículo IFS-07.
- Capítulo 4: se explica el modelo matemático como el modelo computacional del vehículo, incluyendo tanto el modelo de bicicleta doble como el modelo de neumático basado en la caracterización de las curvas de Pacejka.
- Capítulo 5 : se desarrolla el diseño del sistema de control en lazo cerrado, incluyendo la generación de la señal de referencia de guiñada y la implementación del controlador proporcional-integral (PI) para corregir el error entre la referencia y la guiñada real.
- Capítulo 6 : se expone el diseño e implementación del sistema de reparto de par (*torque allocator*), encargado de traducir el momento adicional de guiñada en el par a aplicar en cada rueda, teniendo en cuenta las limitaciones físicas del sistema.
- Capítulo 7: se presentan los resultados obtenidos a través de las simulaciones, evaluando la eficacia del sistema en distintas situaciones de conducción en pista y se analiza el comportamiento del vehículo con y sin el sistema de control.
- Capítulo 8: se estudian los costes asociados al desarrollo e implementación del sistema, así como su viabilidad económica en el contexto real del equipo, incluyendo

una estimación de retorno y del tiempo necesario hasta amortizar la inversión basado en un calculo por descuento de flujos de caja.

- Capítulo 9: se recogen las conclusiones del proyecto, evaluando el grado de cumplimiento de los objetivos y exponiendo las áreas de mejora o líneas de investigación y desarrollo a futuro.

1.6 ALINEACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE (ODS).

Como se ha comentado con anterioridad, sistemas como el TV fomentan el uso del vehículo eléctrico, ya que mejoran su rendimiento con respecto a sus rivales de combustión, haciéndoles más atractivos, y por tanto, más demandados.

El hecho de que suponga un impacto positivo para el uso de la movilidad eléctrica supone una contribución a los ODS, de los que cabe destacar:

- Objetivo nº7: tiene que ver con la energía asequible y no contaminante. Este es el caso de la energía eléctrica, que puede ser de fuentes renovables, y que es más asequible y sostenible que los combustibles derivados del petróleo.
- Objetivo nº9: promueve la industrialización sostenible y la innovación, y es que de una manera u otra, este es un ejemplo de innovación que emplea métodos que están a la vanguardia de la ingeniería y fomenta, a su vez, una industria del automóvil más sostenible.
- Objetivo nº11: el acceso a la infraestructura necesaria para que la adopción del vehículo eléctrico crezca es clave, lo que hace alusión al objetivo número once, que tiene que ver con la creación de ciudades más sostenibles, con una infraestructura desarrollada.

Capítulo 2. FORMULA STUDENT

2.1 INTRODUCCIÓN

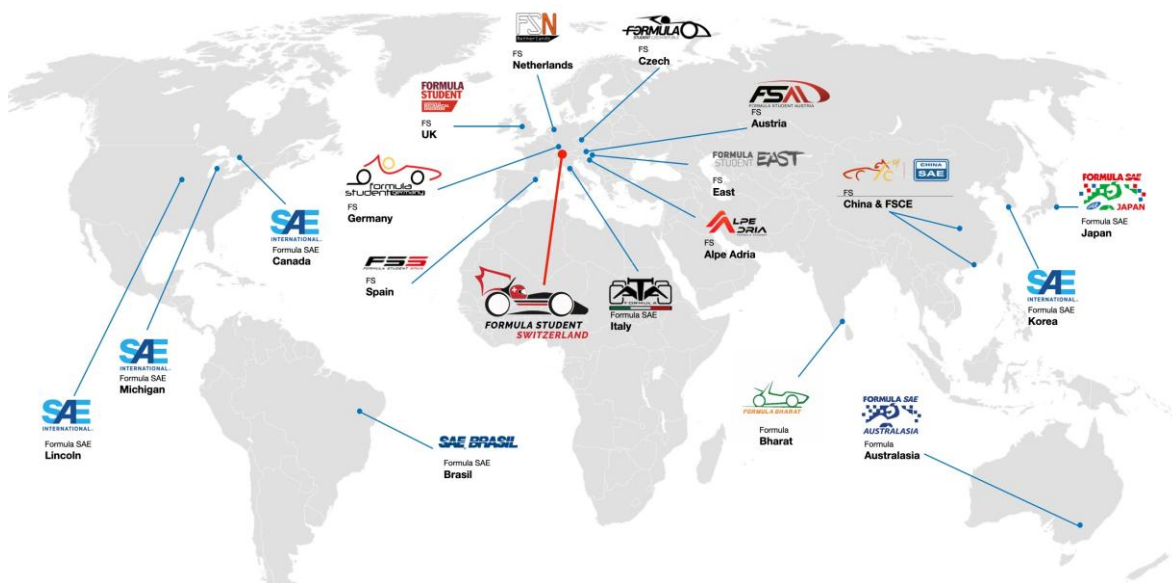
Formula Student es una competición internacional de ingeniería en la que equipos formados por estudiantes universitarios diseñan y fabrican monoplazas de competición. Organizada por instituciones como la SAE (Society of Automotive Engineers) y distintas asociaciones europeas, esta competición es vista por la industria automovilística como el estándar que deben cumplir todos los graduados de ingeniería que busquen un futuro en este sector tan popular en los últimos tiempos [3].

A diferencia de otras competiciones de automovilismo, *Formula Student* no solo evalúa el rendimiento dinámico del vehículo, sino que toman especial relevancia otros aspectos como el diseño, la eficiencia, el análisis económico y de viabilidad y la presentación del proyecto.

En *Formula Student* es especialmente relevante poder comprender y controlar comportamiento del monoplaza, especialmente durante maniobras exigentes que se pueden realizar en las pruebas dinámicas (*skidpad*, *autocross* o *endurance*), que serán comentadas más adelante, donde la dinámica lateral o el balanceo del coche son determinantes para obtener buenos resultados. En este contexto, soluciones como el TV adquieren gran relevancia como técnica de mejora de la maniobrabilidad y estabilidad del vehículo eléctrico o híbrido.

La implicación en un entorno como *Formula Student* proporciona una oportunidad para experimentar con tecnologías avanzadas de control, que posteriormente pueden ser escaladas a vehículos de producción o de competición a nivel profesional.

Formula Student es una competición internacional y, por tanto, los diferentes eventos se celebran en distintos emplazamientos a nivel mundial. Para participar en ellos, es necesario calificar a través de unos exámenes de acceso que se celebran en enero todas las temporadas.



Tomado de: <https://formulastudent.ch/what-is-fs.php>

Una vez en la competición, los monoplazas deberán de pasar una serie de pruebas estrictas que certifiquen que el coche es seguro y cumple con la normativa establecida por la organización pertinente, que busca que la competición sea justa, limpia y segura tanto para los participantes como para los voluntarios que la gestionan.

Los eventos de *Formula Student* varían en función de la categoría (combustión, eléctrico, *driverless*...). En este caso, se presentarán solamente aquellos que afecten al ISC, ya que son las pruebas en las que se basará el diseño del sistema. Estos deben ser diferenciados por su naturaleza en dos categorías: pruebas estáticas y pruebas dinámicas.

2.2.1 PRUEBAS ESTÁTICAS

Las pruebas estáticas buscan puntuar y evaluar tanto el diseño del monoplaça como la distribución del presupuesto y la evaluación de costes y del proyecto en general [4]. Como su nombre indica, no requieren que el coche se mueva, y, por tanto, se pueden realizar sin que el coche haya superado el escrutinio previo. Estas son imprescindibles a la hora de realizar una valoración del equipo en base a la solidez de la organización y de los conocimientos que tenga. Las pruebas estáticas incluyen:

Design Event: En esta prueba se busca evaluar el diseño del monoplaça, así como la innovación y la viabilidad a la hora de elegir las soluciones que permitan evolucionar y desarrollar el vehículo. Los jueces revisan todos los aspectos del coche desde la elección de materiales y los ensayos correspondientes hasta la implementación de sistemas como el TV.

Cost and Manufacturing Event: En esta prueba, los equipos han de presentar un informe detallado de los costes de todos los componentes implicados en el diseño y fabricación del monoplaça. Además, se valorará el proceso de fabricación y la viabilidad económica del proyecto.

Business Presentation: En esta prueba se realizará una propuesta de negocio real basada en el proyecto, por lo que se evaluarán tanto la creatividad a la hora de elegir la temática del negocio como el rigor a la hora de realizar los cálculos y defender su diseño frente a los jueces de la competición.

2.2.2 PRUEBAS DINÁMICAS

Las pruebas dinámicas buscan medir las capacidades físicas (su rendimiento real) de los distintos monoplaças en condiciones de conducción en pista. Aquí no se evalúa tan solo el diseño o la creatividad a la hora de diseñar un coche, sino que entran en juego otros factores como la competitividad, fiabilidad y eficiencia del coche, así como la habilidad de su piloto.

A continuación se describen las principales pruebas dinámicas:

Skidpad: La prueba de *Skidpad* consiste en hacer que el monoplaza dé dos vueltas alrededor de un circuito en forma de “8” (dos círculos unidos), con las dimensiones establecidas en la figura 3. El objetivo es medir el rendimiento del vehículo en base a su capacidad de giro y estabilidad en curva. Conocer el funcionamiento de esta prueba es esencial, pues la utilizaremos como ejemplo a la hora de simular el comportamiento del modelo de vehículo que se explicará más adelante.

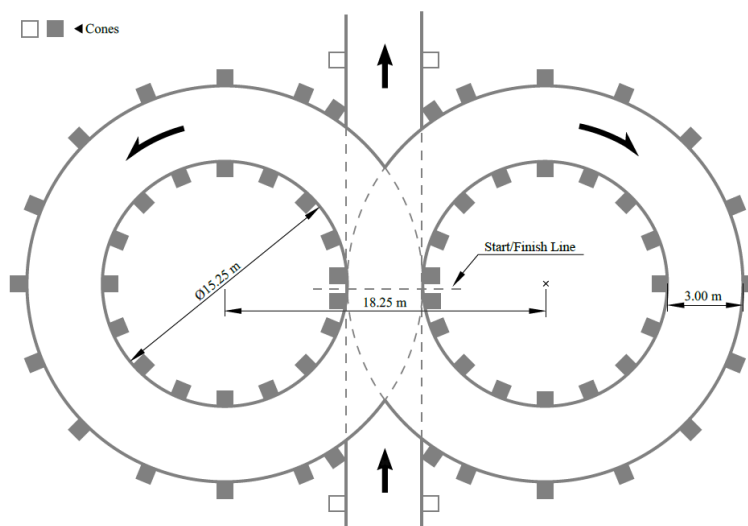


Figura 3: Circuito de la prueba Skidpad.

Tomado de <https://www.formulastudent.de/fsg/rules/>

Autocross: El *Autocross* es una de las pruebas más importantes de la competición, pues es la equivalente a una clasificación cronometrada en un circuito de conos en la que se pone a prueba la maniobrabilidad y agilidad del monoplaza en una serie de curvas de distintos radios, con cambios de dirección, zonas estrechas y eslálones. El TV será especialmente importante en esta prueba, pues, por ser la más rápida, necesitará de controles de estabilidad avanzados.

Endurance: La *Endurance* es la prueba que más puntos otorgará, ya que, al igual que la *Autocross*, se celebra en un circuito que evalúa el rendimiento dinámico del coche pero,

además, entra en juego la fiabilidad y eficiencia del vehículo a lo largo del extenso recorrido que supone.

Efficiency: esta prueba se podría considerar conjunta con la *Endurance*, pues evalúa el rendimiento del vehículo en términos de eficiencia energética a terminar dicha prueba.

Acceleration: En esta prueba se mide el tiempo que tardará el vehículo en acelerar desde parado hasta alcanzar una distancia de 75 metros. Aunque a primera vista pueda parecer que solo se evalúa la potencia, el control sobre el reparto de par entre las ruedas es clave para evitar pérdidas de tracción y maximizar la transferencia de fuerza al suelo.

Capítulo 3. DESCRIPCIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS

En este capítulo, se introducirán los conceptos teóricos que se necesitan emplear a la hora de diseñar un control de TV, así como las herramientas empleadas a lo largo del proyecto, tanto para el diseño como para la simulación del sistema.

A continuación, se presentarán las tecnologías empleadas para la elaboración del proyecto:

3.1 BASES TEÓRICAS - DINÁMICA DE VEHÍCULOS

La dinámica de vehículos es la rama de la ingeniería que aplica los principios de la dinámica sobre los vehículos con la finalidad de estudiar su movimiento en un espacio y un tiempo determinado. Además, estudia cómo afectan las fuerzas y momentos que actúan sobre estos y cómo influyen en su trayectoria y estabilidad.

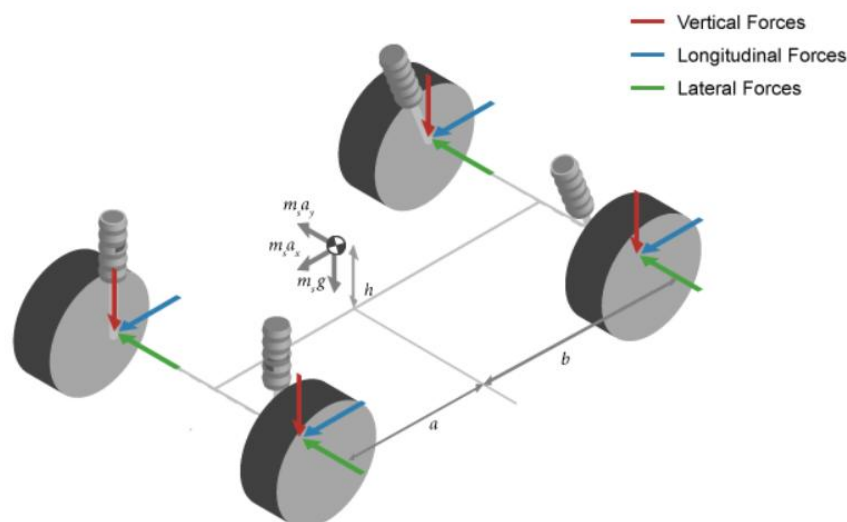


Figura 4: Imagen de los ejes del modelo del IFS-07.

Tomada en <https://es.mathworks.com/help/releases/R2024b/vdynblks/ref/vehiclebody3dof.html>

El estudio de la dinámica vehicular [5] se divide habitualmente en tres planos, como se puede observar en la figura 4. Un eje longitudinal (eje x), un eje lateral (eje y) y un eje vertical (eje z), que pueden verse sobre el coche.

La dinámica longitudinal describe los movimientos de aceleración y frenado. La dinámica lateral analiza la capacidad del vehículo para girar y mantener la estabilidad en estas maniobras. Por último, la dinámica vertical se ocupa de otros movimientos como el rebote y el balanceo. Todas estas se analizarán en profundidad

En el contexto de *Formula Student*, la dinámica lateral es especialmente relevante, ya que determina en gran medida la agilidad y la capacidad del coche para extraer el máximo rendimiento del neumático. Conceptos como el ángulo de deriva [6] (más conocido como *slip angle*), el ratio de deslizamiento longitudinal (más conocido como *slip ratio*), el momento de guiñada y la distribución de cargas son esenciales para diseñar sistemas de control avanzados como el TV, que mejoren el rendimiento y seguridad del vehículo.

3.1.1 TRANSFERENCIA DE CARGA LONGITUDINAL

Cuando un vehículo acelera, se produce una transferencia de peso hacia las ruedas traseras (de igual manera que cuando se frena, se produce el efecto contrario), lo que le aporta una mayor adherencia al vehículo, que presenta un momento de cabeceo. Este efecto es muy ventajoso para los vehículos de tracción trasera y tracción a las cuatro ruedas a la hora de acelerar [7] .

Esto es, cuando un vehículo se mueve, cambia la distribución de pesos (posición del centro de gravedad o CoG en la Figura 5), por lo que cada rueda recibe una fuerza vertical (sobre el eje z) diferente y de cuyo valor dependen las fuerzas longitudinales y laterales que pueda soportar el vehículo.

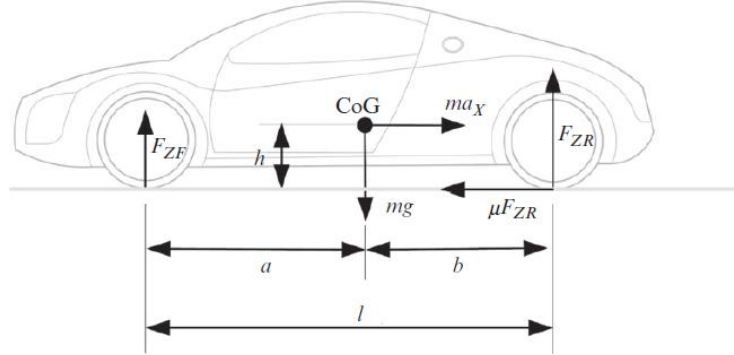


Figura 5: Perfil de un vehículo, con sus correspondientes distancias.

Tomada de: J. Balkwill, Performance vehicle dynamics: engineering and applications. Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.

Como se puede observar en la Figura 5, se podría calcular el valor del reparto de pesos de la siguiente manera:

$$\Delta W_{long} = \frac{h_{CoG} m a_x}{l} \quad (1)$$

Donde h_{CoG} equivale a la altura del centro de gravedad, $m a_x$ a la fuerza de aceleración o frenado y l equivale a la distancia entre ejes o batalla.

3.1.2 TRANSFERENCIA DE CARGA LATERAL

De igual manera, cuando tomas una curva, se produce un cambio en la posición del centro de gravedad, lo que genera unas fuerzas laterales (transferencia de carga lateral).

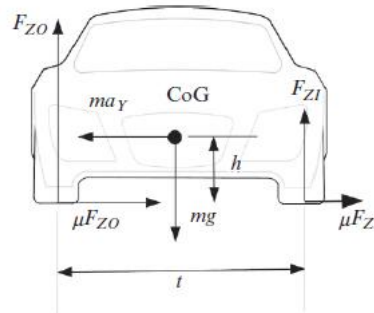


Figura 6: Alzado de un vehículo, con sus correspondientes distancias.

Tomada de: J. Balkwill, *Performance vehicle dynamics: engineering and applications*. Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.

Como se puede observar en la Figura 6, se podría calcular el valor del reparto de pesos de la siguiente manera:

$$\Delta W_{lat} = \frac{h_{CoG} m a_y}{t} \quad (2)$$

Donde h_{CoG} equivale a la altura del centro de gravedad, $m a_y$ a la fuerza lateral y t equivale a la distancia entre ruedas del mismo eje o ancho de vía.

Este planteamiento no tiene en cuenta el alabeo del vehículo, pero no será necesario en este proyecto, pues añadiría un grado de complejidad innecesario dado el caso.

3.1.3 GUIÑADA Y MOMENTO DE GUIÑADA

Cuando un vehículo toma una curva, se produce una aceleración en la guiñada. Si está tomando la curva en régimen permanente, la velocidad de guiñada permanecerá constante y el coche rotará con una velocidad angular ω , como se puede observar en la [Figura 7](#).

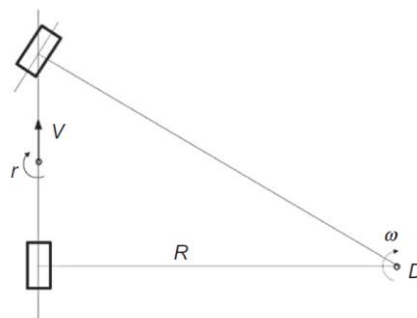


Figura 7: Modelo de bicicleta de un carril. Tomado en:

Tomada de: J. Balkwill, *Performance vehicle dynamics: engineering and applications*. Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.

En este caso, asumiendo que r (valor de la velocidad de guiñada) es igual a ω , pues el vehículo dará una vuelta sobre sí mismo al mismo tiempo que da una vuelta sobre el centro de la circunferencia, la velocidad lineal (V) del vehículo vendría dada por la siguiente ecuación [8]

$$V = R\omega \quad (3)$$

Y, por tanto:

$$r = \frac{V}{R} \quad (4)$$

3.2 NEUMÁTICOS

Los neumáticos son un componente esencial de los vehículos de competición, pues son los encargados de soportar la interacción de fuerzas entre el suelo y el monoplaza. La dinámica de neumáticos trata de estudiar y caracterizar unos parámetros que son de vital importancia tanto para el rendimiento del vehículo como para la seguridad de sus ocupantes. De estos parámetros, caben destacar los siguientes, pues serán usados a la hora de elaborar el modelo de vehículo.

3.2.1 ÁNGULO DE DERIVA

El ángulo de deriva representa la diferencia entre la dirección en la que se mueve la rueda y el eje longitudinal de la misma, como se puede apreciar en la figura 8, donde α_i representa el ángulo de deriva.

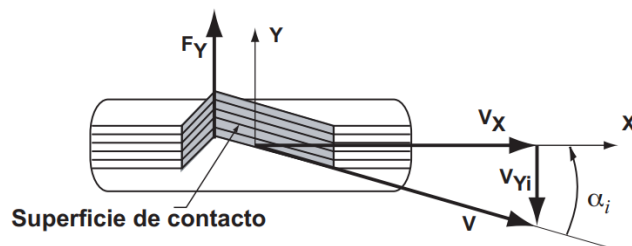


Figura 8: Ángulo de deriva de un neumático.

Tomado en: Tomada de: E. Haro, Estimación de parámetros físicos de un automóvil. Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI) · October 2008.

Este se puede calcular como:

$$\alpha_i = \text{atan} \left(\frac{V_{yrueda}}{V_{xrueda}} \right) \quad (5)$$

Donde V_{yrueda} representa la velocidad lateral sobre el eje fijo que sigue a la rueda y V_{xrueda} la velocidad longitudinal sobre el eje fijo que sigue a la rueda.

Como se puede observar, la superficie de contacto de la rueda tiene la capacidad de deformarse, generando una fuerza lateral. Esta fuerza crecerá linealmente a ángulos de deriva pequeños, hasta que la deflexión alcance su valor máximo, y a partir de este, perderá su forma lineal a ángulos de deriva mayores llegando incluso a deslizar, como se puede observar en la siguiente figura:

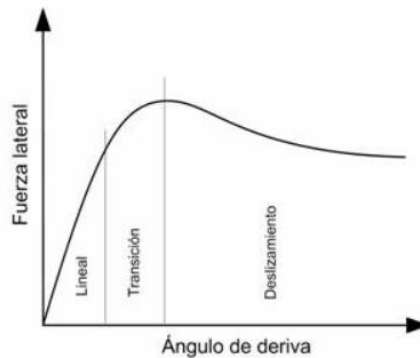


Figura 9: Curva fuerza lateral del neumático frente a slip angle.

Tomado en: <https://www.km77.com/tecnica/bastidor/angderiva/t01.asp>

3.2.2 RATIO DE DESLIZAMIENTO

Es el equivalente al ángulo de deriva en el eje longitudinal del vehículo, y corresponde a la ratio entre la velocidad lineal y la velocidad de un punto de la superficie sobre el radio de giro efectivo [8].

Durante una aceleración, la rueda que transmite el par gira más rápido que la que solamente gira, mientras que en frenada ocurre lo contrario, es decir, que la rueda que únicamente gira lo hará más rápido que la que está frenando.

La siguiente ecuación expresa el valor para el ratio de deslizamiento:

$$sr = \frac{\omega_i R - V_x}{\max(\omega_i R, V_x)} \quad (6)$$

Donde R es el radio de la rueda y ω_i la velocidad de giro de la misma, y V_x la velocidad longitudinal del vehículo.

3.2.3 COMPORTAMIENTO DINÁMICO

El comportamiento dinámico define los dos modos de respuesta de un vehículo al tomar una curva: subviraje y sobreviraje. El subviraje ocurre cuando, pese a producirse un giro de volante, el coche no entra correctamente en la curva y las ruedas delanteras no son capaces de generar un agarre [8], por lo que las ruedas traseras empujan el coche fuera de la curva. En cambio, el sobreviraje representa el fenómeno contrario: las ruedas traseras pierden agarre, lo que provoca que el tren trasero se des controle y se pierda el control en medio de la curva.

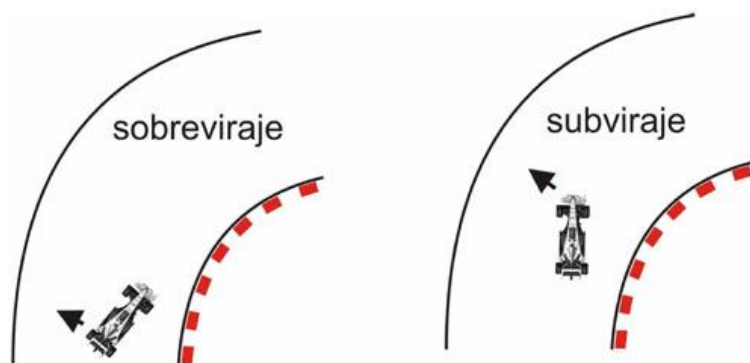


Figura 10: explicación distintos comportamientos dinámicos de un vehículo.

Tomado en: <https://dmkracing.com/noticias/consejos-mantenimiento-chasis/sobreviraje-subviraje/>

En un punto medio entre sobreviraje y subviraje se encuentra el coche neutro, que no carece de agarre en ningún eje. Este coche neutro es el más rápido según el marco teórico [9], por lo que se tendrá en cuenta este requisito a la hora de generar una referencia que sea seguida por el modelo que se presentará más adelante.

El comportamiento dinámico de un vehículo depende de otros factores como el diseño de la geometría de la suspensión o el reparto de pesos, aunque, como se ha explicado, están enormemente relacionados con las ruedas.

3.3 HERRAMIENTAS EMPLEADAS

3.3.1 IFS-07

El IFS-07 es el vehículo diseñado por los alumnos de ICAI que competirá en la temporada 24-25 de *Formula Student*. Todos los parámetros físicos que debe recoger el modelo de vehículo que se explicará en el siguiente capítulo tratan de representar este prototipo y de imitar su comportamiento dinámico.

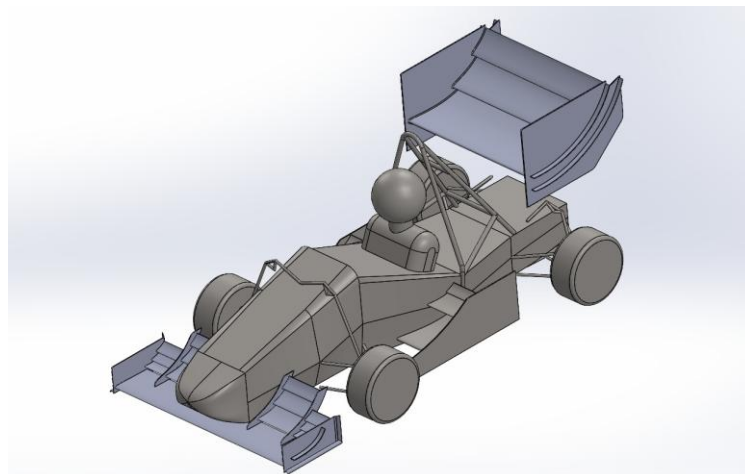


Figura 11: Diseño provisional en CAD del IFS-07

Entre estos parámetros se encuentran las distancias entre ejes (más conocido como batalla), distancia entre ruedas (más conocido como ancho de vía), masa del vehículo, reparto de pesos y datos de carga aerodinámica. Además de estos datos, que son constantes en el modelo, se deben de leer otros parámetros en tiempo real, que servirán como entradas para el modelo, con los que se generarán las referencias y se ajustará el par que se le deberá enviar a cada rueda.

3.3.1.1 Sensores y actuadores

- Potenciómetros.

Para la medición precisa del desplazamiento del pedal del acelerador en el IFS-07, se ha seleccionado el potenciómetro lineal MLP-25 de *TE Connectivity*. Este sensor es fundamental para determinar la demanda de aceleración por parte del piloto, lo que a su vez será uno de las entradas del sistema de control de tracción (TV). La señal de salida del potenciómetro se utiliza para calcular la demanda de par del piloto, permitiendo al sistema de control de tracción ajustar la entrega de potencia de manera óptima. Esto mejora la tracción y la estabilidad del vehículo, especialmente en condiciones de baja adherencia o durante aceleraciones bruscas.

En el ISC, también se ha usado este sensor en otras ocasiones a la hora de leer la compresión de la suspensión, lo que sirve, entre otras cosas, para calcular la transferencia de pesos del monoplaza o caracterizar la rigidez de la suspensión.

- IMU

Se ha integrado en el IFS-07 un módulo Bosch BNO085, IMU de alta precisión que combina un conjunto de sensores inerciales triaxiales, que son acelerómetro, giroscopio y magnetómetro, junto con un procesador de señales de movimiento. Esta unidad es capaz de proporcionar orientación absoluta en ángulos de Euler, tasas de giro (velocidad angular) y aceleraciones lineales, entre otros parámetros.

Desde el punto de vista del TV, la IMU desempeña un papel esencial al permitir la estimación en tiempo real del estado dinámico del vehículo. Variables como la velocidad de guiñada, la aceleración lateral, y la orientación del chasis permiten inferir la dinámica vehicular en curva, así como detectar condiciones de subviraje o sobreviraje.

- Giro de volante

Para medir el giro de volante, se ha implementado una solución innovadora que permite calcular mediante el desplazamiento de la cremallera de dirección, en vez de montar un sensor de desplazamiento rotacional, que puede resultar mucho más costoso.



Figura 12: Cremallera de dirección de un modelo de Formula Student.

Tomado en: <https://www.kaztechnologies.com/steering-rack>

En este caso, se ha utilizado la lectura de la compresión de la cremallera (medida también con los potenciómetros mencionados anteriormente), y se ha aplicado una conversión para calcular la magnitud del giro de volante del piloto, lo que se usará a su vez como entrada para el modelo que permite calcular la señal de referencia.

- CAN

El bus de comunicaciones CAN (por sus siglas en inglés *Controller Area Network*) constituye un componente estructural imprescindible para garantizar la interoperabilidad entre los distintos módulos electrónicos del vehículo. Este protocolo, ampliamente utilizado en la industria automotriz mucho más allá de *Formula Student*, permite la transmisión

eficiente, robusta y en tiempo real de datos entre las unidades de control electrónico (ECUs), sensores, actuadores y sistemas de adquisición de datos.

El sistema CAN permite así la implementación de una arquitectura de control distribuida, en la cual el algoritmo de TV puede actuar en función de los datos de sensores situados en diferentes partes del vehículo sin necesidad de conexiones punto a punto directas. Por ejemplo, la VCU (por sus siglas en inglés *Vehicle Control Unit*) puede leer las señales de la IMU y los sensores de rueda a través del bus CAN, lo que nos permite calcular en cada instante el reparto óptimo de par entre las ruedas motrices. Posteriormente, la orden de par para cada motor se transmite también vía CAN hacia los inversores o controladores de motor correspondientes, siguiendo el protocolo indicado por los proveedores de los mismos.

- Motores e inversores

Para la configuración del tren motriz del IFS-07, se ha elegido un sistema de propulsión eléctrico de tracción trasera con dos motores *in-wheel* (el montaje del motor se integra en la mangueta del vehículo). Tanto los motores como el inversor serán suministrados por la empresa AMKmotion, que tiene una gran reputación en el mundo de *Formula Student*. Este sistema incluye dos servomotores del modelo DD5-14-10-POW-18600B5, acompañados por un inversor doble KW 26-S5-FSE-2Q. Este conjunto se vende como un kit y está específicamente diseñado para adaptarse a las necesidades técnicas y normativas de la competición *Formula Student*.

A continuación, se indican en una tabla algunas de las características más importantes de estos motores, incluyendo algunos límites que habrá que tener en cuenta a la hora de elaborar el algoritmo de distribución de par, como se explicará más adelante.

Potencia continua estimada	40kW/Unidad
Par máximo	85Nm

Velocidad máxima	18.600rpm
Tensión nominal	400V DC
Refrigeración	Líquida
Peso	4kg/Unidad

Tabla 1: Datos de los motores eléctricos AMK



Figura 13: Motor de AMK montado en un Formula Student.

Tomado en: https://www.wob-racing.de/amk_group/

En cuanto al inversor, el modelo KW 26-S5-FSE-2Q es un inversor doble capaz de gestionar la alimentación y el control de ambos motores simultáneamente. Incorpora de fábrica funcionalidades de control de par, un control que no tiene en cuenta factores clave como los presentados en este trabajo, por lo que se decide desarrollar un control propio de TV. Además, es completamente compatible con el software de configuración y puesta en marcha *AipexPro V3*, también incluido en el kit, y el cual será el encargado de soportar el software que se encargue del control de par.

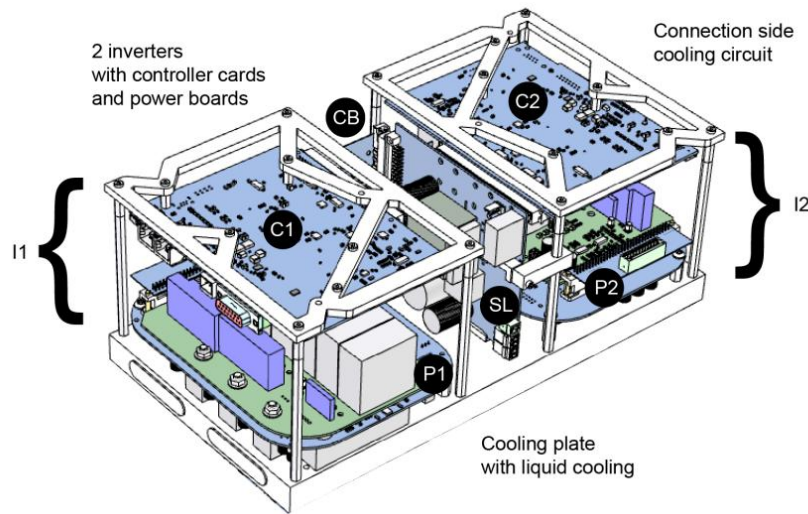


Figura 14: Esquema de montaje del doble inversor de AMK Racing.

Tomado en: https://www.amk-motion.com/amk-dokucd/dokucd/en/content/resources/pdf-dateien/pdk_205481_kw26-s5-fse-4q_en_.pdf

3.3.2 MATLAB

Matlab será la herramienta clave a utilizar, pues el IFS-07 no estará fabricado hasta julio de 2025, por lo que no se podrá correlacionar ningún dato del control. Por tanto, se elaborará un modelo en Simulink que imite el comportamiento del coche real, y sobre este se realizará el control a partir de una referencia que se generará con el mismo modelo.

Simulink es especialmente útil, pues tiene bloques predefinidos sobre los que volcar toda la información del vehículo, y que calculan mediante proyecciones físicas ciertos parámetros, como la velocidad de las ruedas, que emplearemos posteriormente para calcular aquellos datos que necesitamos para representar el comportamiento en curva del vehículo. Con estos datos se procederá a realizar el control de TV.

Capítulo 4. MODELO DINÁMICO DE VEHÍCULO

4.1 *MODELO DE BICICLETA DOBLE*

Este modelo será el que se use para modelar el comportamiento en curva del vehículo que se ha presentado con anterioridad. Se caracteriza por no modelar la geometría de la suspensión, por lo que las ruedas estarían conectadas directamente al chasis del vehículo [10]. La realidad es que la suspensión afecta al comportamiento del vehículo, pero no se modelará debido a su excesiva complejidad que supondría que el modelo fuera muy lento a la hora de simular.

Para poder elaborar un modelo de bicicleta doble se partirá de un modelo de bicicleta simple, que busca aproximar la dinámica lateral de un vehículo en base a una serie de simplificaciones que tan solo permiten estudiar la dinámica lineal en ejes cartesianos y la dinámica de guiñada. La representación del modelo viene dada por la siguiente figura:

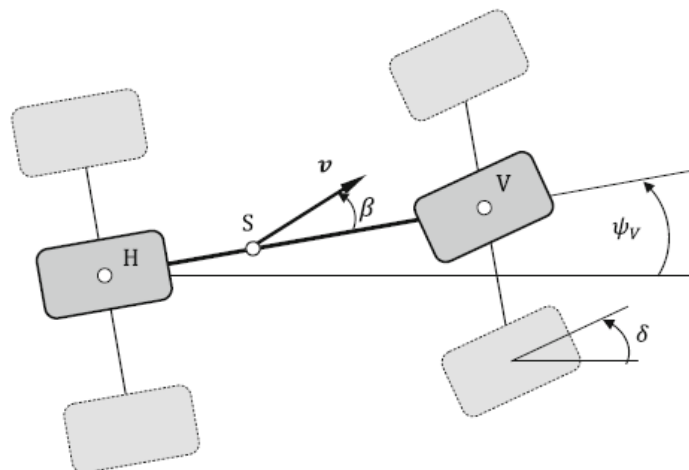


Figura 15: Representación de un vehículo mediante un modelo bicicleta simple.

Tomado en: D. Schramm, M. Hiller, y R. Bardini, Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. doi: 10.1007/978-3-540-36045-2.

A partir del modelo de bicicleta simple se puede pasar al modelo de bicicleta doble [11]. Al tratarse de un vehículo con dos motores, uno situado en cada rueda trasera, se necesita tener en cuenta otros factores que requiere que ambas ruedas sean independientes, de manera que el modelo más adecuado es el modelo de bicicleta doble, pues permite realizar una aproximación más realista al coche en cuestión sin elevar el nivel de complejidad más de lo necesario. Este modelo aproxima al coche a dos bicicletas en paralelo en la que las ruedas de ambos ejes están a la misma altura, lo que tiene en cuenta otros factores adicionales como la transferencia de carga o las fuerzas en cada neumático. A continuación se muestra un ejemplo de representación de este modelo:

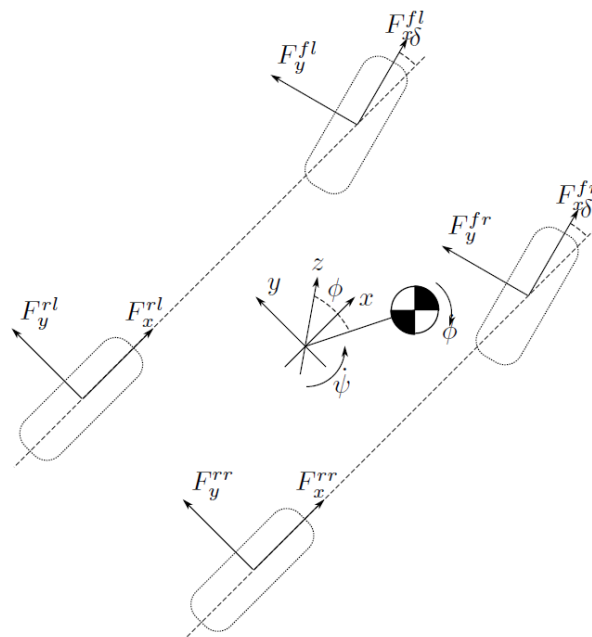


Figura 16: Modelo de bicicleta doble.

Tomado en: B. Schofield y T. Hagglund, «Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation», en 2008 American Control Conference, Seattle, WA: IEEE, jun. 2008, pp. 3231-3236. doi: 10.1109/ACC.2008.4586990.

Este modelo se integra en el Simulink de manera directa gracias a un bloque que recoge todos los datos del vehículo original y es capaz de simular la respuesta del mismo para unas entradas que incluyen el giro de volante a una velocidad determinada y las fuerzas que se

aplican en los neumáticos. El siguiente paso sería desarrollar un modelo de neumático que permita calcular las fuerzas en los neumáticos en cada momento, de manera que se pueda realimentar el modelo de vehículo.

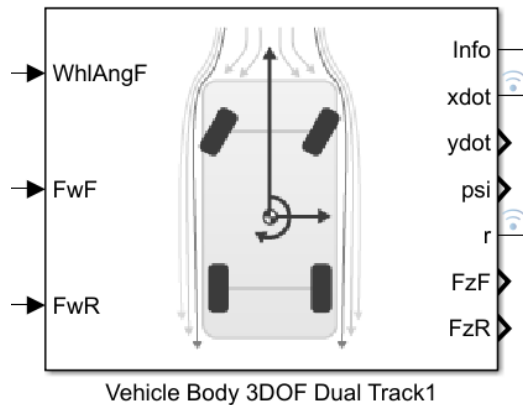


Figura 17: Bloque modelo de bicicleta doble de Simulink.

4.2 MODELO DE NEUMÁTICO

En cuanto al modelado de neumático, es una de las partes más determinantes del proyecto, pues las ruedas no se comportan de manera lineal como asumiría el modelo de vehículo que incluye Matlab. En cambio, se ha demostrado de manera empírica [12] que los neumáticos se comportan de manera lineal solo para ángulos de deriva pequeños, y que su comportamiento varía para ángulos de deriva mayores. Esto significa que para ángulos de deriva pequeños, la fuerza es proporcional a una constante (rigidez en curva, más conocida como *cornering stiffness*), variando para ángulos superiores.

En este caso, para garantizar que el modelo se asemeja con el vehículo real, es imprescindible modelar los neumáticos correctamente, lo que supone que se debe de representar el comportamiento en la zona no lineal del neumático. Para ello, se necesita obtener las curvas del neumático de forma empírica. Dado que hacer los ensayos requiere de material muy costoso, a los equipos de *Formula Student* se les facilita el acceso a datos recogidos en ensayos realizados por la empresa *FSAE Tire Test Consortium*. Estos datos recogen, entre otras, las curvas mencionadas anteriormente. Con estas, se procede a hacer un modelo de

Pacejka simple, más conocido como *Magic Formula*. Este busca caracterizar los parámetros de la siguiente fórmula [13]:

$$F_y = D * \sin (C * \operatorname{atan}(B * \alpha - E * (B * \alpha - \operatorname{atan}(B * \alpha)))) \quad (7)$$

Para caracterizar dichos parámetros (B, C, D, E) es necesario hacer un ajuste en el que se inicializan unos parámetros y se buscan aquellos que hagan que la diferencia entre la curva del neumático y la curva que genera la fórmula 7 sea mínima. Una vez obtenidos los parámetros mencionados, se genera un bloque en Matlab que calcule la fuerza lateral en función de el ángulo de deriva. De igual manera, se ajusta la curva correspondiente a la fuerza longitudinal, F_x , y se caracterizan los parámetros para la siguiente fórmula.

$$F_x = D * \sin (C * \operatorname{atan}(B * SR - E * (B * SR - \operatorname{atan}(B * SR)))) \quad (8)$$

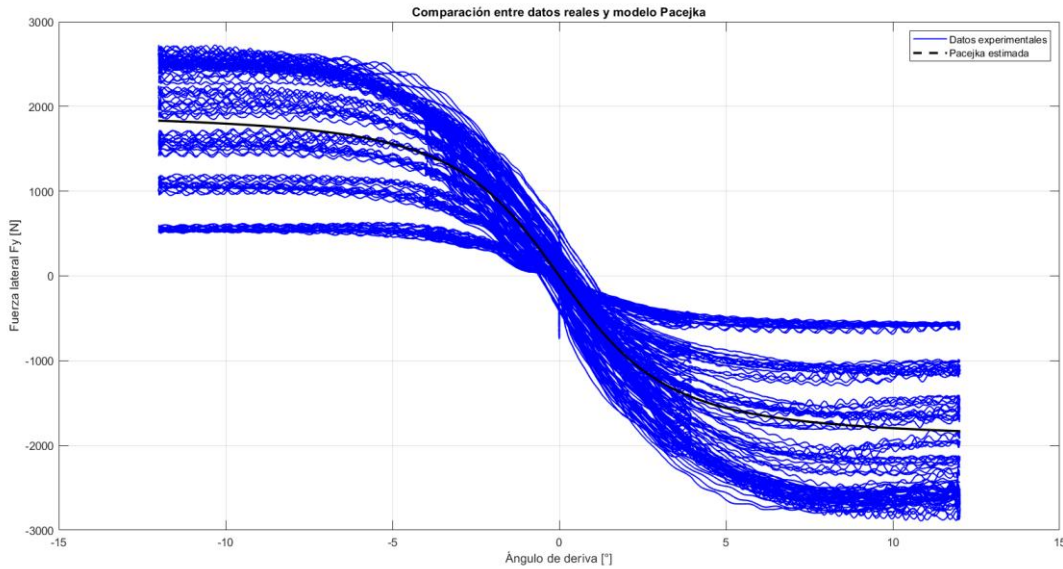


Figura 18: Curva F_y -ángulo de deriva correspondiente a los neumáticos del IFS-07

Capítulo 5. CONTROL DE GUIÑADA

5.1 ESQUEMA DEL CONTROL

A partir de las distintas salidas del sistema que forman el modelo dinámico del IFS-07 y el modelo de sus neumáticos, se puede obtener la velocidad de guiñada del vehículo, sobre la cual se realizará un control. La idea es poder establecer un momento de guiñada deseado gracias a un momento de guiñada adicional. Este momento adicional, se consigue mediante una diferencia en la fuerza longitudinal en las ruedas (en este caso las traseras, por ser las ruedas motrices). Esta fuerza longitudinal se obtiene aplicando un par determinado a cada rueda, o lo que es lo mismo, a cada motor.

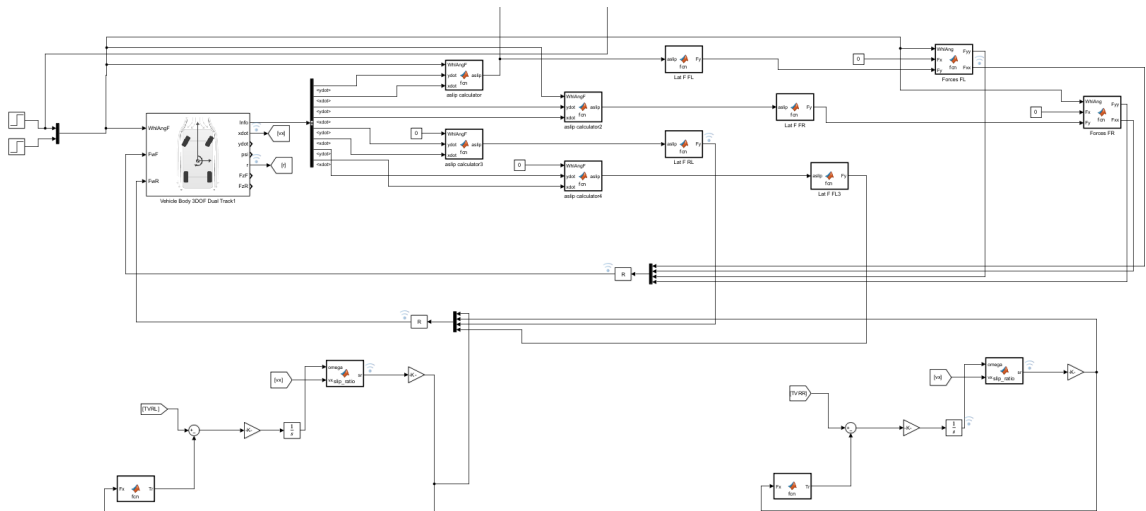


Figura 19: Esquema en Simulink del modelo del IFS-07.

Para controlar la velocidad de guiñada del vehículo, es necesario establecer una referencia para compararla con la velocidad real, de manera que se obtenga un error sobre el que realizar el control. El resultado de aplicar un control sobre el error entre la velocidad de guiñada real y la referencia será el momento de guiñada adicional que deberán de generar

los motores. Más adelante se explicará cómo transformar este momento adicional que deben aportar los motores en fuerza longitudinal, y posteriormente en par motor.

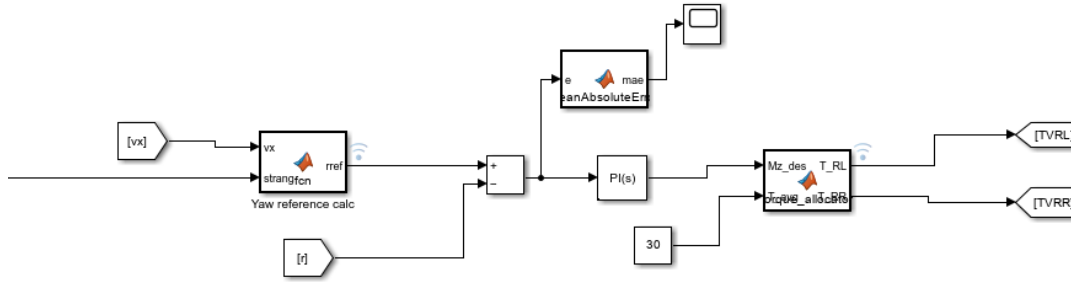


Figura 20: Esquema del control en Simulink.

5.2 DISEÑO DE LA SEÑAL DE REFERENCIA

La señal de referencia empleada para el control es la velocidad de guiñada deseada, la cual se define como aquella que tendría un vehículo con comportamiento neutro ante una determinada maniobra de dirección [8]. Esta elección no solo proporciona una base realista y alcanzable para el control, sino que también permite maximizar el rendimiento dinámico del vehículo sin comprometer su estabilidad.

Un vehículo “neutro” es aquel en el que no se manifiestan ni subviraje ni sobreviraje, lo que garantiza una respuesta predecible y óptima. Este tipo de comportamiento es especialmente deseable tanto en vehículos de competición como en vehículos comerciales. En el caso de *Formula Student*, mejora tanto la maniobrabilidad como la capacidad de mantener la trayectoria ideal durante maniobras exigentes. Por otro lado, en el caso de los vehículos comerciales, se abre un abanico de posibilidades con las que fomentar una conducción más segura de la mano de una movilidad eléctrica y sostenible.

Para obtener la señal de referencia, se parte de la siguiente formula:

$$\delta = \frac{a+b}{R_{giro}} + K_u * \frac{V_x^2}{R_{giro}} \quad (9)$$

Donde delta es el ángulo de giro del vehículo, $a + b$ la batalla del vehículo, V_x la velocidad longitudinal del vehículo, R_{giro} representa el radio de la curva y K_u el gradiente de subviraje.

La ecuación representa que el ángulo de giro debe cambiar con la velocidad longitudinal del vehículo para un radio de giro determinado, dependiendo del valor que tome el gradiente de subviraje. Este puede tomar valores positivos o negativos influyendo en la manera en que el ángulo de giro debería responde a una variación en la aceleración centrípeta [7].

Se puede reescribir la ecuación 7 para obtener los parámetros en función del radio de curvatura:

$$\frac{1}{R_{giro}} = \frac{\delta}{(a+b) + K_u * V_x^2} \quad (10)$$

Como se ha desarrollado antes, el objetivo será el de imitar el comportamiento que seguiría un vehículo neutro, por lo que el valor del gradiente de subviraje pasaría a ser cero. Esto daría lugar a la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{R_{giro}} = \frac{\delta}{(a+b)} \quad (11)$$

Esta implicaría que para un radio de giro determinado, el ángulo de giro permanecería constante, lo cual explicaría por qué este coche sería neutro al no entrar en pérdidas sobre el control del giro, es decir, ni subvira ni sobrevira.

De igual manera, el último paso sería introducir en la ecuación 4 el término R_{giro} , de manera que se puede despejar en última instancia la velocidad de guiñada deseada, o, lo que es lo mismo, la señal de referencia que deberá de seguir el modelo:

$$r_{ref} = \frac{V_x}{(a+b)} * \delta \quad (12)$$

5.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR

Para el controlador de este sistema se partirá de un control PID, uno de los más empleados tradicionalmente en la industria. Aunque hoy en día, las investigaciones más avanzadas emplean otros controles predictivos [14] gracias a la implementación de grandes bases de datos y métodos aprendizaje profundo (más conocido como Deep Learning), se usará el control PID por su simplicidad, robustez y eficacia para una variedad de aplicaciones.

Su estructura permite corregir errores de forma proporcional, anticiparse a las variaciones mediante la componente derivativa, y eliminar errores en régimen permanente gracias a la acción integral.

Como primer paso, se obtendrán los resultados con un control proporcional. El control proporcional presenta varias ventajas, entre las que destacan su simplicidad de implementación, el bajo coste computacional y su capacidad para ofrecer una respuesta rápida ante cambios en el error. Estas características [1] lo hacen especialmente útil en fases tempranas de desarrollo, así como en sistemas con comportamiento lineal bien caracterizado. Por tanto, se decide que sea el punto de partida para la implementación del sistema de TV en el caso del IFS-07. El control seguirá la siguiente ecuación:

$$M_z^{FB} = K_p(r_{\text{ref}} - r) \quad (13)$$

Sin embargo, también presenta limitaciones importantes. La principal es la imposibilidad de eliminar el error estacionario: si no se emplea una componente integral, el sistema tiende a estabilizarse en un punto en el que la salida no alcanza exactamente la referencia. Además, un valor de ganancia elevado puede provocar oscilaciones o incluso inestabilidad, mientras que una ganancia baja reduce la efectividad del control. Por otro lado, al no disponer de componente derivativa, el sistema carece de capacidad para anticipar tendencias o amortiguar transitorios agresivos.

Tras evaluar el comportamiento del sistema con control proporcional, se opta por extender la arquitectura a un controlador proporcional-integral (PI). Esta decisión responde a la

necesidad de eliminar el error estacionario presente en el control P simple, sin introducir la complejidad o sensibilidad a ruido del término derivativo. El control PI genera el momento de guiñada corrector como:

$$M_z^{FB} = K_p(r_{\text{ref}} - r) + K_i \int (r_{\text{ref}} - r) dt \quad (14)$$

Este tipo de control es ampliamente utilizado en sistemas automotrices debido a su equilibrio entre simplicidad y eficacia.

Las principales ventajas del control PI [3] son la posibilidad de eliminar el error estacionario, al acumular la componente integral un error en el tiempo que permite forzar la salida a alcanzar la referencia incluso ante perturbaciones. Además, es relativamente sencillo de ajustar, ya sea manualmente o con otras herramientas como el PID Tuner de Simulink, el cual se comentará más adelante. Por último, es menos sensible al ruido que el controlador PID al no incluir un término derivativo, lo que permite ahorrar el fenómeno conocido como “patada” derivativa.

En cuanto a las limitaciones, cabe destacar que el control PI es un control que puede generar oscilaciones si los coeficientes no están bien ajustados, principalmente si el término integral es dominante. Además, se obtiene una respuesta más lenta que con un control proporcional ante cambios en la referencia.

En último lugar, se plantea la inclusión de una componente derivativa al control, dando lugar a un control PID completo, cuya expresión sería:

$$M_z^{FB} = K_p(r_{\text{ref}} - r) + K_i \int (r_{\text{ref}} - r) dt + K_d \frac{d}{dt} (r_{\text{ref}} - r) \quad (15)$$

El término derivativo permite anticipar el comportamiento del error, amortiguando oscilaciones y mejorando la estabilidad en transitorios rápidos. No obstante, en sistemas reales es común que esta componente amplifique el ruido en la señal de entrada, por lo que su implementación requiere filtrado adecuado o derivadas numéricas suavizadas.

En el caso del control de guiñada, donde se trabaja con sensores de alta frecuencia y precisión limitada, la utilidad del término derivativo depende en gran medida de la calidad de la señal. Si esta es lo suficientemente limpia, el uso de un PID puede proporcionar una mejora adicional en la estabilidad y el confort dinámico. En el caso del IFS-07, dadas las limitaciones que se encuentran tanto en los sensores como, principalmente, en el procesado de señales, se ha decidido no emplear una componente derivativa, por lo que no se estudiarán sus posibles efectos en el resultado del control.

A la hora de calibrar los parámetros de los controles mencionados, se ha decidido emplear la herramienta PID Tuner en Simulink. Esta herramienta permite diseñar y calibrar de manera semi automática controladores P, PI, PD y PID a partir de un modelo sistema, estimando una representación lineal del mismo en torno al punto de operación.

En este proyecto, el PID Tuner se ha empleado para ajustar los parámetros del controlador regula el momento de guiñada adicional generado mediante un sistema de TV. Para ello, se ha definido una arquitectura de lazo cerrado en el modelo de Simulink, asegurando que la salida del controlador (el momento de guiñada adicional) afecte de forma directa y medible al comportamiento dinámico del vehículo.

Durante el proceso de ajuste, se han definido manualmente los puntos de análisis mediante bloques de perturbación y medición en el modelo, permitiendo al PID Tuner realizar la linealización de forma satisfactoria. Posteriormente, se ha utilizado el deslizador de rendimiento para modificar el comportamiento deseado: se ha priorizado una respuesta rápida con un tiempo de establecimiento bajo, pero sin sobrepaso excesivo ni oscilaciones.

En último lugar, se transfieren de manera automática los parámetros obtenidos al bloque PID del modelo, y su rendimiento ha sido validado en simulaciones en lazo cerrado sobre el modelo completo no lineal, verificando que el sistema es capaz de seguir correctamente la referencia y generar un momento de guiñada coherente con las maniobras previstas.

Capítulo 6. DISTRIBUCIÓN DE PAR

Como se ha explicado en capítulos anteriores, la dinámica de un vehículo puede mejorarse significativamente mediante el control selectivo del par transmitido a cada una de las ruedas motrices. Este principio es la base del sistema de TV que se ha explicado a lo largo del proyecto. Por tanto, es esencial que el algoritmo de distribución de par esté bien desarrollado, de manera que los datos obtenidos del modelo sean transformados en los datos que precisan los motores para funcionar.

En este proyecto, se ha implementado un sistema de distribución de par aplicado exclusivamente al eje trasero, aprovechando la arquitectura de doble motor eléctrico. El sistema tiene como objetivo generar un momento de guiñada adicional, calculado a partir de un controlador en lazo cerrado PI que actúa sobre el error de guiñada.

Este capítulo describe el diseño, formulación y lógica del sistema de reparto de par a las ruedas traseras, detallando cómo se convierte el momento deseado en una diferencia de par entre ruedas, y cómo se respetan las restricciones físicas impuestas por los motores y la adherencia del neumático. Asimismo, se explican las consideraciones necesarias para garantizar la coherencia con el sistema de referencia del vehículo, y se analiza el impacto del TV sobre la dinámica global del monoplaza.

6.1 DISEÑO

En este capítulo se desarrolla el diseño del sistema de distribución de par implementado en el eje trasero del vehículo, con el objetivo de mejorar el seguimiento de la trayectoria deseada mediante el control de la guiñada. Se parte de un modelo de referencia que define la velocidad de guiñada ideal en función de una serie de entradas que vienen dadas por el comportamiento del conductor y el estado dinámico del vehículo, generando un momento adicional que se traduce en una diferencia de par entre las ruedas traseras. Esta diferencia

nace de una componente en lazo cerrado, que corrige el error entre la velocidad de guiñada deseada y la real mediante un controlador.

Una vez determinado el momento de guiñada adicional que debe generarse, el siguiente paso consiste en traducirlo en términos de par aplicado individualmente a cada rueda del eje trasero. Esta etapa es conocida como reparto de par o *torque allocation* [15], y tiene como finalidad distribuir el esfuerzo entre las ruedas de forma que se cumpla el objetivo dinámico sin sobrepasar los límites físicos del sistema, tanto de la rueda como de los actuadores.

El principio básico consiste en generar el momento deseado mediante una diferencia de par entre las ruedas traseras izquierda y derecha. Al aplicar más par en una rueda que en la otra, se induce una asimetría en las fuerzas de tracción, lo que da lugar a un momento de guiñada alrededor del centro de masas del vehículo. Este efecto es análogo al de frenar una rueda más que la otra, pero en este caso se realiza de forma activa, precisa y reversible mediante el control de los motores eléctricos.

Para que esta estrategia sea eficaz, se parte de un par que viene dado por la lectura de los acelerómetros de los pedales, que indican la demanda de par que pide el piloto. Sobre este se superpone una diferencia ΔT calculada a partir del momento. Así, la suma y la diferencia entre los pares de ambas ruedas se ajustan para cumplir simultáneamente con los objetivos de tracción y guiñada.

Otra consideración importante es que este reparto debe respetar en todo momento las limitaciones físicas del sistema, como, por ejemplo, los valores máximos de par que pueden entregar los motores o la adherencia disponible en los neumáticos. Por tanto, el diseño del algoritmo de distribución de par debe contemplar no solo criterios dinámicos, sino también restricciones operativas.

A continuación se detalla la formulación matemática que permite convertir el momento deseado en una distribución de par por rueda de forma precisa y coherente con el sistema de referencia empleado en este proyecto.

Una vez calculado el momento adicional deseado de guiñada, el sistema debe traducir este valor en un par específico a aplicar sobre cada rueda del eje trasero. Este reparto se realiza generando una diferencia de fuerzas longitudinales entre la rueda trasera derecha (RR) y la izquierda (RL), que, aplicadas a una distancia lateral (la mitad de la vía trasera), producen el momento deseado. La formula que representa el momento adicional generado por el TV es la siguiente, sin embargo, estaría incompleta si lo que se busca es representar la ecuación completa de la dinámica rotacional del vehículo, pues habría que tener en cuenta las fuerzas laterales de los neumáticos y la inercia rotacional del vehículo.

$$M_z^{TV} = -\frac{t}{2}(F_{x,RR} - F_{x,RL}) \quad (16)$$

Dado que las fuerzas longitudinales se generan a partir del par aplicado y el radio dinámico de la rueda:

$$F_{x,i} = -\frac{T_i}{r} \quad (17)$$

Considerando el sistema de ejes utilizado, donde un torque positivo genera una fuerza hacia atrás, la expresión del momento queda:

$$M_z^{TV} = -\frac{t}{2r}(T_{RR} - T_{RL}) \quad (18)$$

De donde se despeja la diferencia de torque necesaria entre ruedas:

$$\Delta T = T_{RR} - T_{RL} = -\frac{2r}{t}M_z^{TV} \quad (19)$$

Para la obtención del par final que debe obtenerse del motor, se superponen los valores obtenidos de la lectura del acelerador, que recoge la consigna de potencia que es estimada necesaria por el piloto en cada momento, sobre el par correspondiente a la componente dada por el sistema de TV. El par final en cada rueda se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$T_{RL} = T_{PILOTO} - \frac{\Delta T}{2} \quad (20)$$

$$T_{RR} = T_{PILOTO} + \frac{\Delta T}{2} \quad (21)$$

Finalmente, se debe introducir una protección para comprobar que no se superan los valores límites de los motores:

$$T_i \in [T_{min}, T_{max}] \quad (22)$$

6.2 IMPLEMENTACIÓN

Uno de los objetivos de este proyecto es el de realizar una propuesta de implementación para el IFS-07, el monoplaza del ISC FS *Racing Team*, que competirá la temporada 2024-2025 en los prestigiosos circuitos de Montmeló y Hockenheim. Esta implementación tendrá en cuenta los sensores que equipa el IFS-07, así como los actuadores del vehículo, de manera que lo que se ha explicado teóricamente pueda verse reflejado en la realidad.

El proceso comienza con la adquisición de variables dinámicas del vehículo, como la velocidad de guiñada, la velocidad longitudinal y el ángulo de dirección. Estos datos son recogidos por los sensores que se han presentado en el capítulo 3, y son enviados a la unidad de control del vehículo (ECU), donde se ejecuta el algoritmo de control en tiempo real.

El controlador PI, alojado en esta unidad, calcula el momento de guiñada adicional deseado, M_z^{TV} , comparando la guiñada real con una guiñada de referencia, generada en el algoritmo a partir de un modelo de referencia que establece la guiñada de un vehículo neutro en cada instante. Este momento es transformado mediante el algoritmo de reparto en una diferencia de par entre las ruedas traseras, generando los torques a aplicar sobre cada motor.

Una vez determinados los valores de par objetivo, estos se codifican según indica AMK, de manera que el inversor sea capaz de procesar esa información. Posteriormente la consigna de par se envía a través del bus de comunicaciones CAN (por sus siglas en inglés, *Controller Area Network*), típicamente en forma de unidades físicas o porcentajes de capacidad.

Posteriormente, los inversores reciben estos mensajes con una frecuencia determinada, y se encargan de traducir esta consigna en una orden interna de corriente, ajustando el par aplicado mediante un control interno.

El sistema funciona de forma continua durante la marcha del vehículo, generando nuevos comandos de par en cada ciclo de control. Para asegurar una respuesta rápida y segura, es necesario garantizar 3 condiciones:

1. Baja latencia en el envío y recepción de mensajes CAN
2. Coherencia entre sensores y lógica de control
3. Sincronización entre unidades de control y actuadores

Este enfoque permite implementar el sistema de TV desarrollado en Simulink de una manera realista, siendo esta la forma más típica en los vehículos eléctricos de competición que componen *Formula Student*.

Capítulo 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Destacar los resultados más relevantes del proyecto y hacer un análisis crítico de los mismos. También es un capítulo obligatorio y clave.

Para la obtención de resultados, se ha seguido una estrategia basada en el análisis de situaciones realistas de competición, obteniendo 3 situaciones típicas que serán analizadas:

1. Curva rápida: en esta primera situación, el piloto podría hacer la curva a fondo, por lo que el par que suministran los motores será por un lado la consigna de potencia que manda el acelerador y la componente adicional que calcula el algoritmo de TV. Además, el giro de volante no será muy pronunciado, por tratarse de una curva que no es muy cerrada.
2. Curva lenta: en este caso, la curva sería cerrada, lo que requeriría de un giro de volante más pronunciado. Para poder tomar esta curva dentro de los límites de adherencia del neumático, habría que frenar hasta alcanzar el vértice [16]. La forma en la que se ha modelado esto es mediante un escalón muy pronunciado en el giro de volante y con un valor nulo en la consigna del acelerador.
3. Curva media: este último caso se modela como una combinación de los dos anteriores, en la que el acelerador disminuye progresivamente en una rampa y el giro del volante es menos pronunciado que en el caso de la curva lenta, pero más que en el caso de la curva rápida.

Para estas 3 situaciones, se calculará en tiempo real la referencia que debe seguir el sistema, y se evaluarán las respuestas tanto para un control proporcional como para un control proporcional integrativo y por último, se comparará con la respuesta del modelo sin aplicar ningún control de TV. Con esto se logrará comprobar la supuesta mejora que supone la implementación del TV, así como identificar qué tipo de control es el más adecuado para el proyecto, y si el controlador óptimo varía en cada situación.

Por tanto, la siguiente tabla representa los valores de las entradas del modelo, con los que se simularán las salidas:

Caso	Ángulo de dirección	Acelerador piloto	Comentario
Curva rápida	10°	Mantener constante	No hay cambio de velocidad
Curva media	22,5°	Escalón 100% a 20%	Reducción progresiva de velocidad
Curva lenta	35°	Escalón 100% a 0%	Giro muy brusco, frenada inmediata

Tabla 2: Datos de las entradas del modelo

Se prueba el modelo para ajustar los valores del control PI y se utiliza una referencia constante que se asemeje en proporciones a la señal de referencia que se podría obtener en un caso de comportamiento normal del vehículo, obteniéndose la siguiente señal:

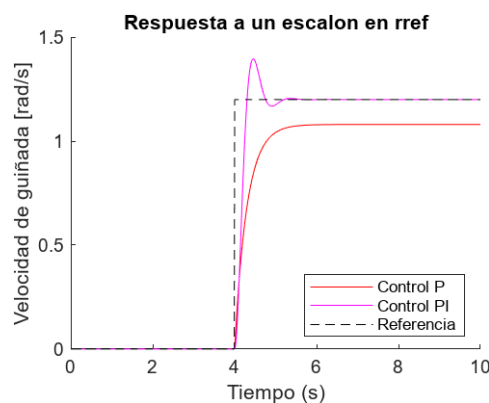


Figura 21: Respuesta del sistema ante un escalón en la referencia.

Se puede apreciar un ligero sobrepaso en el control PI, lo que puede indicar un pequeño problema de inestabilidad en el control con los parámetros que se obtienen con el bloque PID *tuner*.

7.1 RESULTADOS CURVA RÁPIDA

Para esta simulación, se parte de una velocidad inicial de 10m/s, y, aplicando un par constante de 50 Nm, se toma una curva muy poco cerrada, con un ángulo de dirección de 10°, aplicado en el segundo 4 de la simulación.

Los resultados muestran en rosa la referencia, y en verde la velocidad de guiñada real del coche aplicando el control de par. Se puede observar en este régimen de curva el vehículo se comporta prácticamente en todo momento como un vehículo de comportamiento neutro, alcanzando la referencia en régimen permanente. Por tanto, la curva rápida podría decirse que es un punto fuerte del control, pues garantiza una estabilidad y comportamiento neutro.

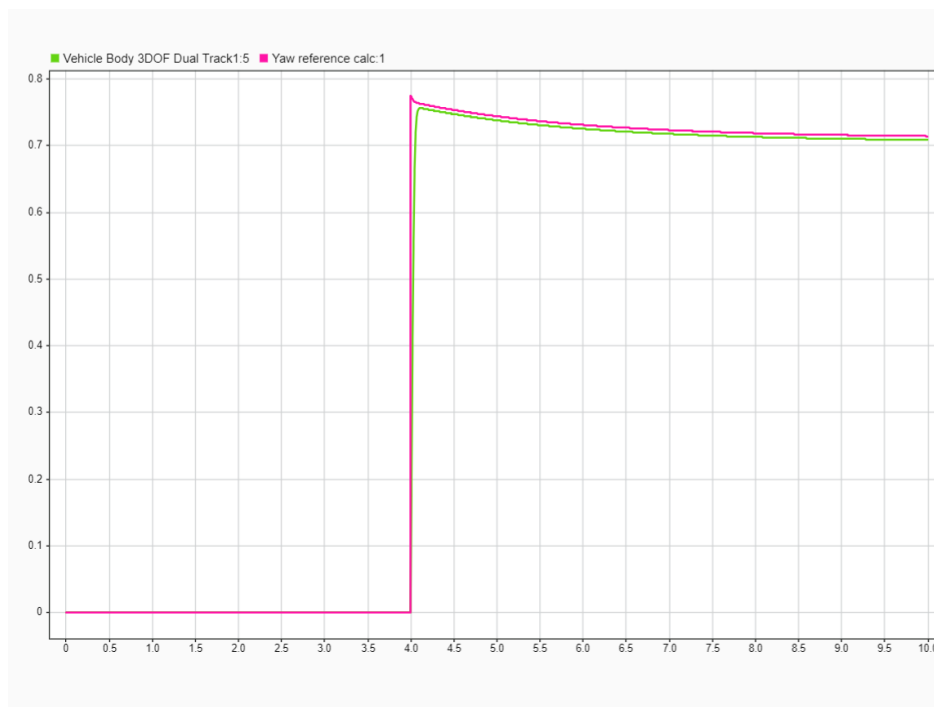


Figura 22: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva rápida.

7.2 RESULTADOS CURVA LENTA

Para esta simulación, se parte de una velocidad inicial de 10m/s, y, partiendo de un par de 30 Nm, se aplica un escalón de 30 a 0 Nm en el segundo 4, momento en el que se toma una curva muy cerrada, con un ángulo de dirección de 35°.

De igual manera, los resultados muestran en rosa la referencia, y en verde la velocidad de guiñada real del coche aplicando el control de par. Se puede observar que, en este régimen de curva, al control le cuesta más seguir a la referencia que en el caso de la curva rápida. Sin embargo, el control actúa haciendo que en régimen permanente el error se anule, por lo que también alcanzaría el comportamiento de un vehículo de comportamiento neutro.

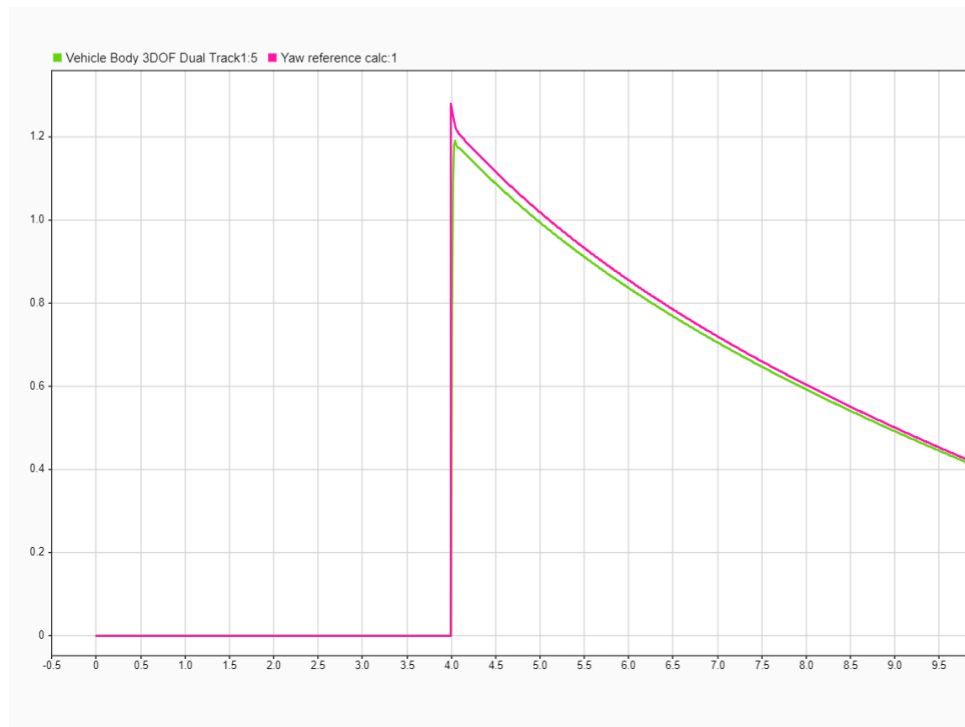


Figura 23: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva lenta.

7.3 RESULTADOS CURVA MEDIA

Para esta simulación, se parte de una velocidad inicial de 10m/s, y, partiendo de un par de 50 Nm, se aplica un escalón de 50 a 20 Nm en el segundo 4, momento en el que se toma una curva muy poco cerrada, con un ángulo de dirección de 22,5°.

En este caso, se puede observar que, el régimen de curva lenta, es el que peor le viene al control, pues el error en los primeros instantes se acentúa en comparación con los otros dos tipos de curva. De igual manera, el control actúa haciendo que en régimen permanente el error disminuya hasta llegar a 0, pero habría que tener en cuenta que el tiempo de respuesta de la señal probablemente sea demasiado lento, lo que nos da un posible punto de mejora para futuras actualizaciones del control.

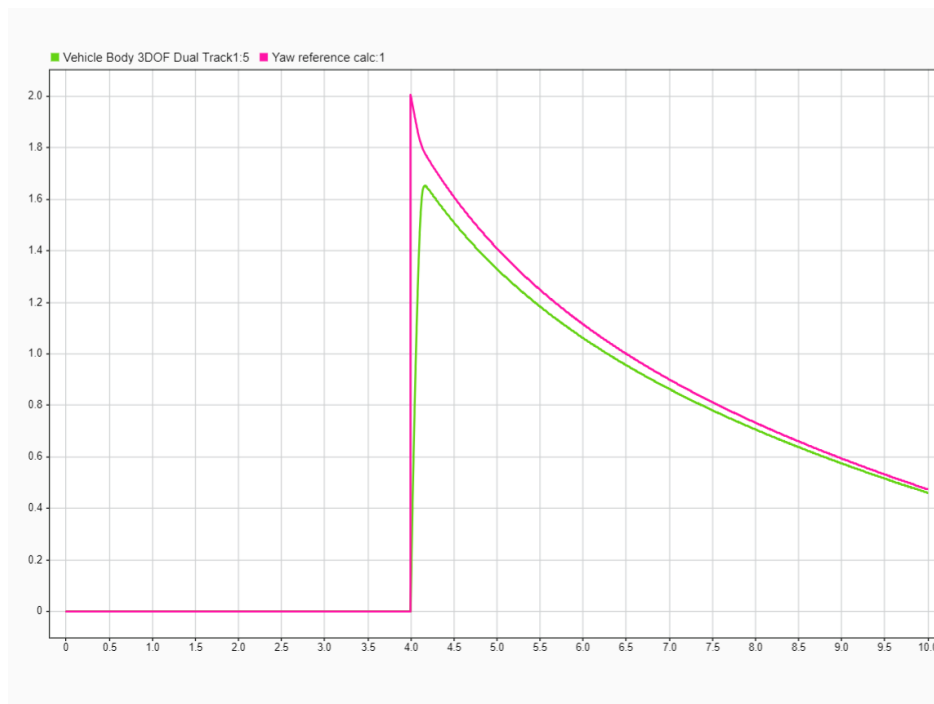


Figura 24: Velocidad de guiñada real vs referencia en un caso de curva media.

Capítulo 8. ANÁLISIS DE VIABILIDAD ECONÓMICA

El objetivo de este capítulo es el de hacer un análisis de los costes que incurren en el diseño de este proyecto, desde el coste de personal, así como el coste del material y del software que se emplean. Además, se estimarán los ingresos esperados de la actividad del equipo ISC FS *Racing Team*, de manera que se pueda hacer un análisis más completo de los flujos de caja descontados de la inversión que supondría implementar este proyecto.

8.1 COSTE DE PERSONAL

El coste de personal recoge todas las tareas que se han empleado para la consecución del sistema de TV.

Concepto	Tiempo [h]	Coste [€/h]	Coste total [€]
Investigación	90	17	1.530
Diseño del modelo	70	17	1.190
Diseño del controlador	40	17	680
Diseño del reparto de par	30	17	510
Análisis y procesado de datos	40	17	680
Total			4.590

Tabla 3: Coste de personal

8.2 COSTE MATERIAL

Se tendrá en cuenta el coste de las herramientas físicas que se han tenido que adquirir para la implementación del TV.

Concepto	Coste [€]
Potenciómetros	800
Actuadores (kit AMK)	15.650
IMU	1.000
Ordenador MSI GE66 Raider	1.600
Total	19.050

Tabla 4: Coste material

8.3 COSTE DE SOFTWARE

En este caso se tendrá en cuenta el coste de las licencias de Matlab, Microsoft 365 y ChatGPT. El último ha sido empleado principalmente para aligerar tareas de programación y para sintetizar grandes contenidos de texto.

Concepto	Coste [€]
Matlab	10.000
Microsoft365	129
ChatGPT	276
Total	10.405

Tabla 5: Coste software

8.4 COSTE TOTAL

Concepto	Coste [€]
Coste de personal	4.590
Coste de material	19.050
Coste de software	10.405
Total	34.045

Tabla 6: Coste total

8.5 ESTIMACIÓN DE INGRESOS Y ANÁLISIS DE VIABILIDAD

Para el análisis de viabilidad económica, se tendrá en cuenta que el ISC FS *Racing Team* tiene unos ingresos anuales gracias a sus patrocinadores de en torno a 60.000€, con unos gastos operativos de unos 50.000€. Sobre estos datos, la inversión en un sistema de TV supondrá un gasto inicial de 34.045€, pero representa una oportunidad estratégica para el equipo para mejorar el rendimiento de su monoplaza, lo que supondría a su vez una mejora considerable en su posicionamiento comercial, aumentando potencialmente los ingresos provenientes de sus patrocinadores.

Se estima que la mejora de rendimiento se traduciría en una mayor exposición en redes sociales y un mayor interés de patrocinadores, lo que llevaría a un incremento estimado del 5% anual en los ingresos por patrocinios durante las tres temporadas siguientes a la implementación. A la vez se tiene la precaución de estimar que los gastos también subirían, en este caso a razón de un 3% anual, debido a la inflación.

Suponiendo una tasa de descuento anual de un 3%, se calcula el VAN (Valor actualizado neto) de la inversión con los siguientes flujos de caja (el primer año incluye en el beneficio la inversión inicial):

AÑO		INGRESOS [€]	COSTES [€]	BENEFICIO [€]
2026		63.000	51.500	11.500
2027		66.150	53.045	13.105
2028		69.457,5	54.636,35	14.821,15
INV. INICIAL	-34.045€			

Tabla 7: Análisis de flujos de caja

Se procede a calcular el VAN mediante la siguiente fórmula:

$$VAN = -34.045 + \frac{11500}{1,03} + \frac{13.105}{1,03^2} + \frac{14.821,15}{1,03^3} = 3.036,22€$$

Bajo estos supuestos de valoración razonables, el proyecto generará un valor actual neto de 3.036,22€ en tan solo 3 años, lo que demuestra que es económicamente viable al suponer que se recuperará el valor de la inversión en tan solo 3 años. Esta inversión se alinea con los objetivos estratégicos del equipo, incrementando su competitividad y mejorando su imagen de marca ante actuales y potenciales patrocinadores.

Capítulo 9. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Este trabajo ha abordado el diseño, modelado y simulación de un sistema de control de vectorización de par, o *torque vectoring*, aplicado a un vehículo eléctrico de competición con el claro objetivo de mejorar su comportamiento dinámico mediante el control activo de la dinámica del vehículo. Para ello, se ha implementado un modelo dinámico de vehículo de bicicleta doble, que permite estudiar tanto la dinámica lateral como la dinámica longitudinal del mismo.

Además, se ha diseñado una señal de referencia que permita optimizar el comportamiento en curva del monoplaça, basándose en que el comportamiento del mismo será el de un vehículo neutro (es decir, que no tiene subviraje ni sobreviraje).

Más adelante, se ha construido un controlador PI en lazo cerrado capaz de calcular el momento de guiñada adicional que debe generar el monoplaça mediante sus actuadores.

Por último, se ha ajustado el reparto de par entre las ruedas traseras, respetando las limitaciones físicas del sistema garantizando tanto su viabilidad teórica como su compatibilidad con una implementación real.

Se ha demostrado, mediante simulaciones de Matlab, que el sistema propuesto mejora la capacidad del vehículo para seguir una trayectoria deseada, reduciendo el error de guiñada y manteniendo un comportamiento más estable y predecible en curva. Además, se ha evaluado la integración del sistema en el mundo real. Este análisis demuestra que el sistema no solo tiene una aplicación teórica, sino que también es implementable en un vehículo real.

Desde el punto de vista económico, se ha probado que la inversión necesaria para la realización del sistema puede recuperarse holgadamente en un plazo de tres años, considerando su impacto sobre el rendimiento deportivo, el posicionamiento del equipo y el crecimiento en ingresos por patrocinio.

En definitiva, este trabajo ha logrado cumplir con los objetivos inicialmente planteados, aportando un sistema de control robusto, flexible y orientado a mejorar el rendimiento dinámico de un monoplaça de *Formula Student*.

En cuanto a los trabajos futuros, cabe destacar que este sistema de control de tracción es relativamente novedoso, por lo que está expuesto a una gran cantidad de cambios para mantenerse a la vanguardia de la técnica.

En primer lugar, cabe destacar como área de mejora el modelado del vehículo. Al fin y al cabo, un modelo que imita el comportamiento de una bicicleta de doble carril es suficiente para replicar la dinámica lateral de un vehículo, pero escaso a la hora de evaluar otros aspectos como el balanceo o el efecto de la suspensión.

Por otro lado, en cuanto al modelo de neumático, se puede identificar un área de mejora muy importante. Entre las áreas a mejorar se encuentra la caracterización del neumático. Como se ha explicado, el modelo de Pacejka es empírico, y como tal, sigue evolucionando continuamente, habiendo introducido en las nuevas variaciones decenas de términos que aumenten la precisión del modelo y la complejidad de las curvas. Estos incluyen las influencias de fenómenos como el reparto de cargas y el ángulo de caída del neumático [13].

En tercer lugar, una dirección clara es la implementación de controladores más avanzados, como el control predictivo (MPC) [17], que permite anticipar el comportamiento del sistema teniendo en cuenta restricciones físicas y dinámicas en el horizonte temporal. Este tipo de control es especialmente adecuado para entornos altamente no lineales como el TV, donde las condiciones de adherencia, velocidad y carga varían de forma continua.

Otra vía de desarrollo consiste en la incorporación de observadores de estado o filtros de Kalman, que permitirían estimar variables no directamente medibles como las fuerzas de neumático o el coeficiente de fricción disponible. Esto permitiría al controlador adaptarse dinámicamente a las condiciones de la carretera, mejorando la robustez del sistema ante incertidumbre.

También se plantea como extensión natural la implementación de un sistema de control en capas jerárquicas, donde una capa superior genere objetivos de guiñada o trayectoria a partir de parámetros como la velocidad, trayectoria deseada o condiciones del entorno, y una capa inferior ejecute el reparto de par en tiempo real.

Por último, se propone la posibilidad de incorporar técnicas de control adaptativo o incluso enfoques basados en inteligencia artificial (como redes neuronales entrenadas en simulación) [2], capaces de ajustar los parámetros del controlador en función del estilo de conducción o el entorno dinámico.

Estas líneas de investigación permitirían avanzar hacia un sistema de control más inteligente, robusto y eficiente, capaz de maximizar el rendimiento dinámico del vehículo en una gama más amplia de condiciones.

Otro de los trabajos futuros que se deberían llevar a cabo serían la validación de los datos reales del monoplaza, de manera que se pueda evaluar la correlación entre los datos del modelo y la realidad, lo que sería de gran utilidad para saber qué áreas del modelo presentan debilidades y deben ser mejoradas.

Adicionalmente, se debería de estudiar la respuesta del sistema en distintas condiciones, pues los resultados del proyecto se han obtenido en base a simulaciones de situaciones que limitan mucho las capacidades del monoplaza. Por ejemplo, se ha simulado la respuesta a un escalón en el giro de volante, lo que simularía una sola curva. Por tanto, para obtener una simulación más completa se deberían tener en consideración más elementos que formen parte de un circuito de carreras, como por ejemplo una serie de curvas encadenadas o una recta seguida de un eslabon.

En último lugar, el trabajo invita a reflexionar sobre las posibilidades que ofrece un sistema de control de tracción como este a la hora de influir sobre la seguridad vial. En este caso, un vehículo que pueda ajustar el reparto de potencia independientemente mediante actuadores, podría utilizar esta tecnología para evitar posibles accidentes, por un lado mediante sistemas predictivos que permitan al coche cambiar de dirección de manera autónoma sin la necesidad

de dar un volantazo que pueda resultar brusco y comprometedor, y por otro, puede ser considerado como una medida de prevención de accidentes, ya que se puede ajustar la señal de referencia para conseguir un coche más predictivo y dinámicamente estable, lo que puede resultar de gran ayuda para los conductores.

Bibliografía

- [1] M. Asperti, M. Vignati, y E. Sabbioni, «On Torque Vectoring Control: Review and Comparison of State-of-the-Art Approaches», *Machines*, vol. 12, n.º 3, p. 160, feb. 2024, doi: 10.3390/machines12030160.
- [2] S. Taherian, S. Kuutti, M. Visca, y S. Fallah, «Self-adaptive Torque Vectoring Controller Using Reinforcement Learning», 27 de marzo de 2021, *arXiv*: arXiv:2103.14892. doi: 10.48550/arXiv.2103.14892.
- [3] «Formula Student - Institution of Mechanical Engineers». Accedido: 30 de abril de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.imeche.org/events/formula-student>
- [4] Formula Student Germany, «Formula Student Rules 2025». Informe, FSG, 2025.
- [5] N. Amati, A. Bonfitto, y K. Kone, «Lateral and longitudinal control of an autonomous racing vehicle». Tesis de máster dirigida por N. Amati y A. Bonfitto, Politécnico de Turín, 2019.
- [6] A. Gaither, «Vehicle Dynamics on an Electric Formula SAE Racecar». Tesis de grado, Massachusetts Institute of Technology, 2021
- [7] A. Vigliani, «Design of Torque Vectoring system for Formula SAE electric vehicle». Tesis de máster, Politécnico de Turín, 2019.
- [8] J. Balkwill, *Performance vehicle dynamics: engineering and applications*. Libro, Oxford, England: Butterworth-Heinemann, 2018.
- [9] «Vehicle Dynamics in Automotive and Motorsport – Motorsport Engineer». Accedido: 20 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://motorsportengineer.net/vehicle-dynamics-in-automotive-and-motorsport/>
- [10] D. Schramm, M. Hiller, y R. Bardini, *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. Libro, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. doi: 10.1007/978-3-540-36045-2.
- [11] B. Schofield y T. Hagglund, «Optimal control allocation in vehicle dynamics control for rollover mitigation», Paper científico en *2008 American Control Conference*, Seattle, WA: IEEE, jun. 2008, pp. 3231-3236. doi: 10.1109/ACC.2008.4586990.
- [12] M. Metzler, «Automotive applications of explicit non-linear model predictive control», Tesis doctoral, Universidad de Surrey, 2019.
- [13] H. B. Pacejka, «Tire Characteristics and Vehicle Handling and Stability», Libro en *Tire and Vehicle Dynamics*, Elsevier, 2012, pp. 1-58. doi: 10.1016/B978-0-08-097016-5.00001-2.
- [14] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber, y A. Pennycott, «Comparison of Feedback Control Techniques for Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles», *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Paper científico vol. 63, n.º 8, pp. 3612-3623, oct. 2014, doi: 10.1109/TVT.2014.2305475.
- [15] A. E. Majoral y S. D. Pinto, «Model-Based Torque Vectoring for a 4WD Formula Student Vehicle». Tesis de grado, Universidad Politecnica de Barcelona, 2024.
- [16] S. Mansell, «Maximise Corner Entry: Optimising Turn-In and Trail Braking», DRIVER61.com. Accedido: 25 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://driver61.com/uni/corner-entry/>

- [17] B. Lenzo, M. Zanchetta, A. Sorniotti, P. Gruber, y W. De Nijs, «Yaw Rate and Sideslip Angle Control Through Single Input Single Output Direct Yaw Moment Control», Paper científico en *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 29, n.º 1, pp. 124-139, ene. 2021, doi: 10.1109/TCST.2019.2949539.

ANEXO I

- Código del bloque que permite calcular el ángulo de deslizamiento:

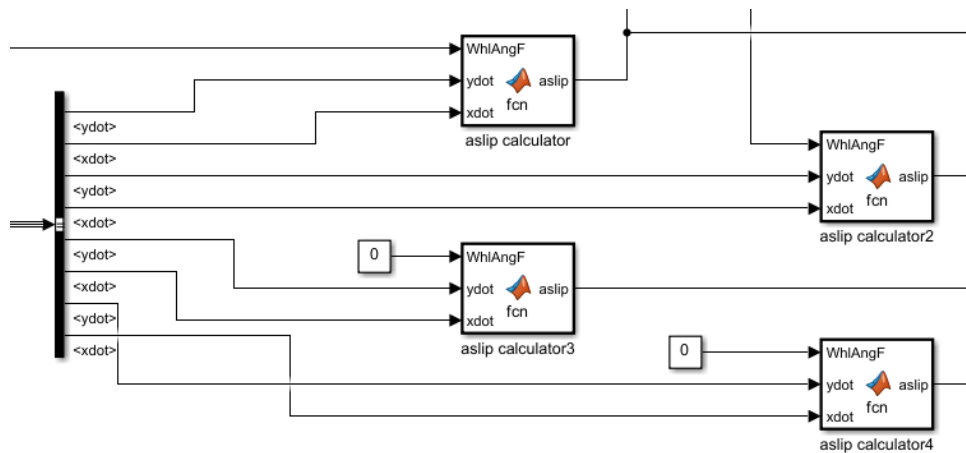


Figura 25: Disposición de bloques para calcular el ángulo de deslizamiento en función de sus entradas

```
function aslip = fcn(WhlAngF, ydot, xdot)
```

```
%ydot-velocidad rueda eje y ligado  
%xdot-velocidad rueda eje x ligado  
%WhlAng1-ángulo de la rueda
```

```
aslip = atan(ydot/xdot)-WhlAngF(1);
```

- **Código del bloque que permite calcular las fuerzas a partir del modelo de Pacejka:**

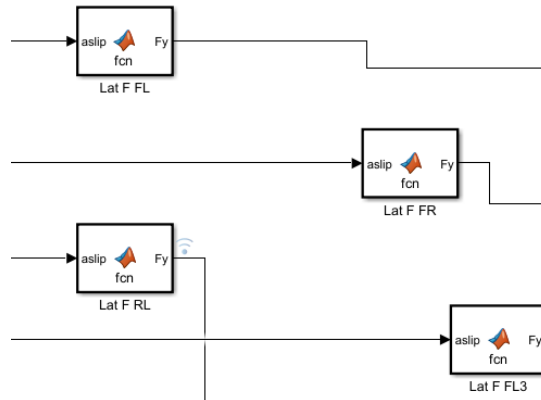


Figura 26: Disposición de los bloques que calculan fuerzas laterales a partir del ángulo de deslizamiento.

```
function Fy= fcn(aslip)

% --- Parámetros estimados Pacejka ---
D = 2000;      % Pico
C = 1.3;       % Forma
B = 12.1;      % Rigidez
E = 0.97;      % Curvatura

% --- Calcular la curva Pacejka ---

Fy = - D * sin(C * atan(B * aslip - E * (B * aslip - atan(B * aslip))));
```

- **Código del bloque que proyecta las fuerzas sobre ejes del vehículo:**

```
function [Fyy, Fxx]= fcn(WhlAng, Fx, Fy)

WhlAngF=WhlAng(1)

Fyy=Fy*cos(WhlAngF)-Fx*sin(WhlAngF)
Fxx=-Fy*sin(WhlAngF)+Fx*cos(WhlAngF);
```

- *Parte correspondiente a señal de referencia y control :*

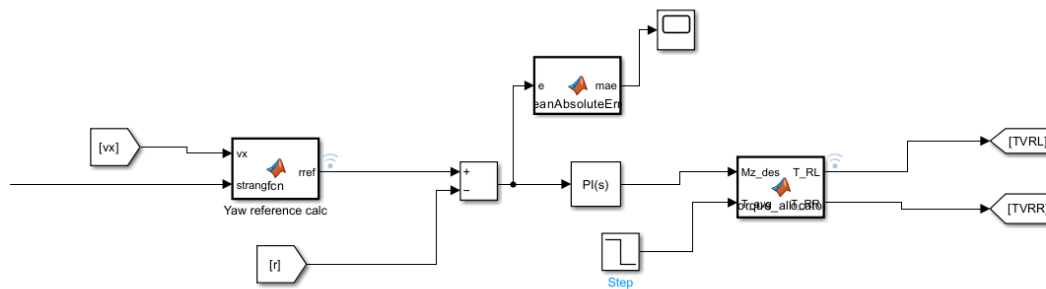


Figura 27: Esquema del control en Simulink.

- *Código del bloque que calcula la señal de referencia:*

```
function rref = fcn(vx, strang)

m=300
Cf=50000
Cr=60000
a=0.785
b=0.785

Ku=0
%Ku=(m/(a+b))*(b/Cf-a/Cr)
%Ku=0 si asumimos neutro
%Calcular Ku coche

rref=vx*strang/((a+b)+Ku*vx^2);
```

- *Código del bloque que hace el reparto de par:*

```
function [T_RL, T_RR] = torque_allocator(Mz_des, T_avg)
% torque_allocator: calcula el par a aplicar en cada rueda trasera
% en base al momento de guiñada deseado (Mz_des), el par medio (T_avg),
% la vía trasera (t) y el radio dinámico de rueda (r)
r=0.2032
t=1.2
% Límite del motor (puede adaptarse por mapa o condiciones)
```

```
% Paso 1: calcular la diferencia de torque necesaria
% CORRECTO: incluye radio de rueda y cambio de signo por sistema de ejes
delta_T = - (2 * Mz_des * r) / t;

% Paso 2: repartir el torque entre las ruedas traseras
T_RL_cmd = T_avg - delta_T / 2;
T_RR_cmd = T_avg + delta_T / 2;

% Paso 3: aplicar saturación por límites del motor
T_RL = T_RL_cmd;
T_RR = T_RR_cmd;
end
```

- **Conjunto que permite calcular la fuerza longitudinal:**

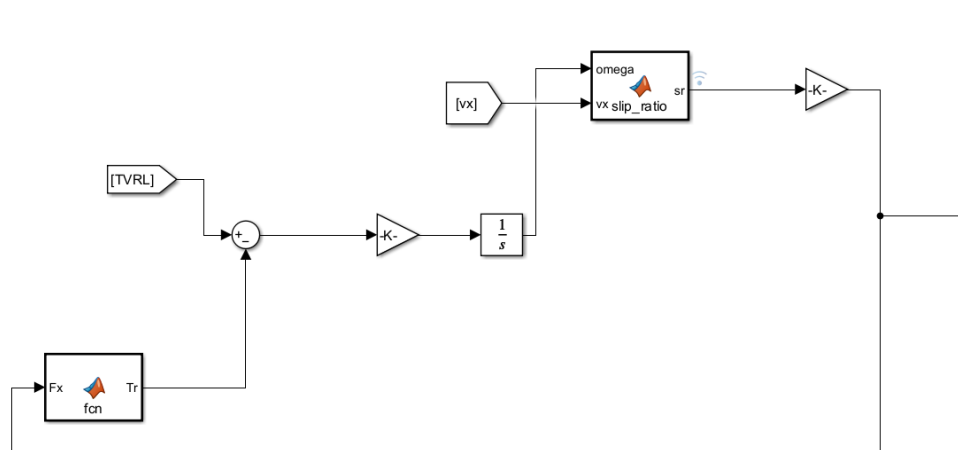


Figura 28: Sistema de cálculo de fuerzas longitudinales.

- *Código del bloque que hace el reparto de par*

-

```
function sr = slip_ratio(omega, vx)
% calc_slip_ratio - Calcula el slip ratio longitudinal
%
% Entradas:
%   omega : velocidad angular de la rueda [rad/s]
%   vx    : velocidad longitudinal del vehículo [m/s]
%   r     : radio de la rueda [m]
r=0.2032
% Salida:
%   s     : slip ratio (adimensional)

% Evita división por cero cuando vx es muy pequeño
epsilon = 0.1;

% Cálculo del slip ratio
sr = (r * omega - vx) / max(abs(vx), epsilon);

end
```