

# Mercados de productos Agrícolas

Baptiste Stéphane Marie Quidet

2013/2014



*Trabajo Fin de Master sobre los mercados de materias primas agrícolas: un estudio sobre tres precios de trigo, maíz y soja del Chicago Board Of Trade. Utilizamos herramientas matemáticas para hacer análisis cuantitativos sobre la información disponible para el mercado mundial.*

Universidad Pontificia Comillas  
Calle de Alberto Aguilera, 23, 28015  
Madrid, España  
+34 915 42 28 00

Director de Trabajo: Ricardo Gimeno

|  |    |
|--|----|
| Introducción:.....   | 2  |
| Objetivos:.....  | 3  |
| Marco Teórico / Estado de la Cuestión: .....   | 3  |
| La teoría del equilibrio del CAPM:.....  | 3  |
| Modelos de valoración de subyacente:.....  | 4  |
| Modelo de valoración de derivados de Black Merton y Scholes .....  | 6  |
| Metodología:.....  | 8  |
| Planteamiento y dificultades .....   | 8  |
| Mercado agrícola mundial y sus fundamentales .....   | 9  |
| Análisis cuantitativo de los rendimientos .....  | 9  |
| Cartera optimizada por el criterio de Sharpe .....   | 10 |
| Modelo a 1 periodo de Schwartz.....  | 10 |
| Determinar el valor de opciones según el modelo obtenido .....   | 12 |
| Estudio Práctico o Análisis de Datos:.....   | 13 |
| Funcionamiento del CBOT del CME .....  | 13 |
| Resumen de la Oferta y Demanda de Trigo, Maíz y Soja. ....   | 13 |
| Estudio de Precios de Futuros Soja, Trigo y Maíz del Chicago Board of Trade: Histórico de Precios desde 2004 ..... | 17 |
| Eventos relevantes.....  | 17 |
| Correlación entre rendimientos de precios.....   | 18 |
| Distribuciones de probabilidades.....  | 21 |
| Volatilidad de los precios .....   | 23 |
| Auto-correlaciones.....  | 27 |
| Medidas de Rentabilidad y de Riesgo: Ratio de Sharpe.....  | 29 |
| VaR: Value at Risk.....  | 31 |
| Modelos de Valoración de precios.....  | 32 |
| Simulación de Precio del Proceso de un Factor de Schwartz: Determinar $\delta$ .....                               | 32 |
| Calculo de Precio de una opción .....  | 33 |
| Conclusión .....   | 35 |
| Futuras líneas de investigación .....  | 35 |
| Referencias bibliográficas: .....  | 37 |
| Apéndice.....  | 39 |

## Introducción:

“It is much more convenient not to be a public company. As a private company you don't have to give information to the public. Secrecy is an important factor of success in the commodity business.”  
Marc Rich

Los numerosos estudios académicos de las finanzas de los mercados desde la teoría de las carteras hasta el CAPM <sup>1</sup>suponen que la información es perfecta y que cada inversor tiene acceso a esta información. Deseamos replantear esta suposición analizando los precios de futuros de maíz, soja y trigo desde 1973 y utilizar la información que nos proporcionan los números en el caso práctico del mercado agrícola mundial.

El mercado de cobertura agrícola mundial es el *Chicago Board of Trade* del *Chicago Mercantile Exchange*. Esta plataforma de intercambio es la más importante del mundo para productos agrícolas y es utilizada para las coberturas del negocio físico global. Por lo tanto, los precios del CBOT son la imagen más fiel de la relación entre demanda y oferta en los mercados. El tema de estudio es la valoración de productos agrícolas de trigo, maíz y soja. Queremos hacer análisis cuantitativos en el ámbito de las finanzas del sector primario agrícola para exponer algunos conceptos básicos en la formación del precio. Además esperamos que el estudio pueda ser útil para cualquier lector interesado en las matemáticas/estadísticas aplicadas a los mercados financieros. El trabajo desarrolla lo siguiente:

- 9 “Comportamiento y estacionalidad de la volatilidad en los precios de futuros y opciones para productos granos y oleaginosos: trigo de Chicago, soja y maíz. Impacto del calor y de la lluvia sobre la volatilidad en el periodo crítico del desarrollo de la planta”.
- 9 “Correlación entre productos: ratio Maíz-Soja y Maíz-Trigo. Del lado de la Oferta: competición en cuanto a la decisión del agricultor. Del lado de la demanda: que factores explican el margen de utilización de los distintos productos.”
- 9 “Estimación de los parámetros de un procesos estocástico Ornstein-Uhlenbeck <sup>2</sup>con el fin de reproducir el precio de un derivado futuro de materias primas. Simulación de trayectoria de precio del modelo a 1 factor obtenido con el parámetro del rendimiento de almacenamiento  $\delta$ .”
- 9 “Valoración de opciones y futuros para productos agrícolas: métodos teóricos de Black & Scholes. Métodos empíricos: aproximación por Monte Carlo de los valores de opción de venta y de compra. Método de aproximación de los valores de opción de nuestro modelo a 1 factor.”

---

<sup>1</sup> William F. Sharpe: “Asset Prices with and without negative holdings”, *Stanford University Graduate School of Business*, December 1990.

<sup>2</sup> Uhlenbeck, G. E.; Ornstein, L. S. (1930). "On the theory of Brownian Motion". *Physical Review* 36.

## Objetivos:

El primer objetivo de mi Estudio es poder juntar en un proyecto personal tres aspectos de mi carrera universitaria y de mi experiencia profesional: las herramientas matemáticas y de programación con el entorno financiero aplicado para los mercados de materias primas. El mayor reto es el manejo del idioma y poder explicar de manera clara los argumentos.

La dificultad que encuentro es evitar perderme en temas complicados que vayan más allá de los detalles fundamentales y de las fórmulas matemáticas. El enfoque consistirá en utilizar herramientas simples como son las de la dispersión lineal, el método de los menores cuadrados, el cálculo de las correlaciones para despejar y explicar situaciones de desequilibrio en los mercados. Por lo tanto, el análisis consistirá en aportar argumentos explicativos de los fenómenos. Alguno de los temas planteados como es el de la “volatilidad en tiempos críticos para las cosechas” se podría explicar con argumentos cuantitativos, así como también con argumentos teóricos. El trabajo objeto de estudio tendrá en cuenta tanto los fundamentales de los productos agrícolas como el entorno macroeconómico (Riesgo específico contra el riesgo sistemático) que permite explicar los comportamientos de los precios. Sin embargo el análisis se centra más en el desarrollo de los productos financieros, apartándose de conocimientos demasiados complejos del sector agrícola.

En el comienzo de cualquier investigación resulta necesario recoger precios de mercados del CBOT para futuros y opciones. De este modo vamos a obtener un precio para cada futuro a partir de los cuales se podrá construir series de precios combinando los años. Por ejemplo para un año, los símbolos de meses de futuros de la Soja son: Enero: F, Marzo: H, Mayo: K, Julio: N, Agosto: Q, Octubre: U, Noviembre: X. La plataforma Reuters nos permite obtener un índice de precio de futuro al contado desde 1973, pasando de un mes de futuro al siguiente cuando vence. Las opciones se valoran sobre los futuros.

## Marco Teórico / Estado de la Cuestión:

### La teoría del equilibrio del CAPM:

*Capital Asset Pricing Model<sup>3</sup> (Financial Theory)* : permite determinar un precio de mercado para un activo y una medida de riesgo apropiada. Fue desarrollado en un primer momento por Sharpe y Treynor. Nos muestra que el rendimiento de equilibrio para todos los activos arriesgados es una función de la covariancia con la cartera eficiente del mercado. El CAPM se desarrolla en un mundo hipotético donde se cumplen varias hipótesis:

1. Los inversores son individuos que pretenden maximizar el valor de su utilidad esperada

---

<sup>3</sup> William F. Sharpe: “Asset Prices with and without negative holdings”, *Stanford University Graduate School of Business*, December 1990.

2. Los inversores tienen expectativas idénticas sobre los rendimientos de los activos cuyas distribuciones son normales.
3. Existe un activo sin riesgo con lo cual los inversores pueden invertir importes ilimitados.
4. La cantidad de activos es fija y ellos mismos son perfectamente divisibles
5. No existen fricciones en el mercado y la información es disponible para todos en cualquier momento
6. No existen imperfecciones de mercado como: impuestos, regulaciones o restricciones sobre las posiciones cortas de venta.

No tendremos en cuenta una parte de la hipótesis 6) en este estudio puesto que hemos considerado que los inversores no pueden invertir en posiciones en corta. Únicamente vamos a utilizar carteras optimizadas que representan ciertos inversores como fondos de pensiones o de seguro. Suelen tener estrategias bastantes estáticas donde sólo invierten en posiciones largas con los productos agrícolas de Trigo, Maíz y Soja. El ratio de Sharpe corresponde a la pendiente de la *CML (Capital Market Line)*:

$$\frac{E(R)-rf}{\sigma} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma: \text{desviación típica} \\ rf: \text{Activo sin Riesgo} \\ E(R): \text{Esperanza de los rendimientos logarítmicos} \end{array} \right.$$

En la representación de: la esperanza del rendimiento y de la desviación típica de los activos óptimos, maximizando la esperanza, minimizando la varianza y los activos sin riesgo, provoca que la CML reproduzca la oportunidad de inversión entre los activos que llevan riesgo y el activo sin riesgo.

## Modelos de valoración de subyacente:

Cómo conceptos básicos suponemos que los precios de las materias primas siguen procesos estocásticos de Orstein-Ulhenbeck <sup>4</sup>según el modelo de Schwartz clásico de dos factores:

$$\ln S(t) = X(t) + Y(t) + S(t)$$

Con  $X(t)$  y  $Y(t)$  los procesos de Orstein-Ulhenbeck que describen respectivamente el equilibrio a largo plazo y la desviación a corto plazo.

$$\begin{cases} dX(t) = \mu dt + \sigma_x dW(t) \\ dY(t) = -k dt + \sigma_y dB(t) \end{cases}$$

Por otro lado, es necesario conocer los términos del tipo de interés en el mundo neutral al riesgo, los costes de almacén y los “*convenience yield*” ya que se trata de factores que hacen variar los precios de las materias primas.

---

<sup>4</sup> Uhlenbeck, G. E.; Ornstein, L. S. (1930). "On the theory of Brownian Motion". Physical Review 36.

En nuestro modelo, no vamos a utilizar el modelo de dos factores de Schwartz aunque representa una manera muy cómoda de simular precios de subyacentes para materias primas. Nosotros vamos a enfocar el estudio sobre un modelo a 1 factor de tal manera que el precio del subyacente siga el proceso estocástico que se muestra a continuación:

$$S(t + 1) = S(t)e^{(r-\delta)dt + \sigma dB_t}$$

Que equivale a la ecuación diferencial:  $dS(t) = S_t((r - \delta)dt + \sigma dz)$

Eugene F. Fama y Kenneth R. French en “*Commodity Futures Prices: Some Evidence on Forecast Power, Premiums, and the Theory of Storage*” estudian el comportamiento de futuros de materias primas sobre la teoría del almacenamiento y despejan la variable del rendimiento del almacenamiento  $\delta$ , también llamado “Convenience yield”. El rendimiento del almacenamiento es significativo cuando por ejemplo, una materia prima crea cierto valor por estar almacenada si surge un periodo de alta demanda en los mercados por el riesgo de escasez.

Los factores de oferta y demanda sobre el producto subyacente crean una dinámica de la Reversión a la media. Esta teoría fue desarrollada por primera vez por Eduardo S. Schwartz en 1997 en su artículo<sup>5</sup>. S. Schwartz utiliza un modelo factorial a uno, dos y tres componentes para describir el comportamiento del precio de un contrato de futuro sobre una materia prima.

La dinámica de la Reversión a la media de los precios de derivados de materias primas es un principio desarrollado desde 1930 por Leonard Ornstein y George Eugene Uhlenbeck<sup>6</sup>. El proceso utilizado es un proceso estocástico geométrico en lugar de emplear un proceso aritmético, esto se debe a que tiene una pendiente positiva, este procedimiento es llamado Proceso de Ornstein-Uhlenbeck.

La teoría de la Reversión a la media de los precios de materias prima es un asunto muy desarrollado en la literatura académica. El principio supone que los precios tienden a volver a la media. Esa teoría es consistente con la teoría de la eficiencia del mercado en un mundo sin costes de transacciones. Los numerosos estudios como el desarrollado por Conrad and Kaul en 1998<sup>7</sup>, han demostrado que el modelo de Reversión a la media puede ser empleado para cualquier tipo de subyacente. Según ellos, el comportamiento de los agentes es irracional ante una información específica y que el equilibrio se traduce en la reversión a la media. Luego, Shen, Szakmary y Sharma <sup>8</sup>muestran el impacto de la teoría de Reversión a la media en 2009. Según ellos últimos, el fenómeno de reversión es más importante en los productos de materias primas porque el coste de transacción es menor que el coste para productos de acciones.

---

<sup>5</sup> Eduardo S. Schwartz, “The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging”. July 1997, *The Journal of Finance*. Vol. 52, pp. 923–973

<sup>6</sup> Uhlenbeck, G. E.; Ornstein, L. S. (1930). "On the theory of Brownian Motion". *Physical Review* 36.

<sup>7</sup> Conrad y Kaul, "An Anatomy of Trading Strategies", *The review of Financial Studies*, Volume 11, ( 1998)

<sup>8</sup> Shen, Szakmary y Sharma, " Momentum in Futures Prices", *Journal of Multinational Financial*, (2009)

## Modelo de valoración de derivados de Black Merton y Scholes

En un primer lugar tenemos que definir el concepto de opción: una opción es un contrato financiero cuyo valor depende del valor del subyacente y que da el derecho al comprador de la opción de comprar (opción de compra) o vender (opción de venta) el subyacente, a un precio determinado (Precio de ejercicio) a una fecha determinada (Fecha de vencimiento). El suscriptor de una opción tiene la obligación de entregar el contrato subyacente si el comprador de la opción decide ejercer su derecho. Existen dos versiones principales de opciones: europeas y americanas. Enfocamos en la valoración de las opciones europeas que se pueden ejercer solo en el día de la expiración a la diferencia de las americanas que se pueden ejercer en cualquier momento. Los trabajos de Black, Merton y Scholes en 1973<sup>9</sup> han permitido obtener una teoría de replicación de las opciones Europeas para cada ámbito de las finanzas, cuando el retorno del contrato subyacente conlleva incertidumbre. Más abajo desarrollamos la prueba, sin embargo los trabajos posterior de Cox, Ross y Rubinstein en <sup>10</sup>1979 han permitido llegar a los mismos resultados (Calculo del precio y de las griegas para una opción) que el modelo de B&S con un modelo más sencillo de desarrollar y de entender: el modelo binomial. Además, queremos utilizar la aproximación de Monte Carlo a Black and Scholes para valorar las opción con numerosas simulaciones de precios.

El conocimiento de las características de los contratos derivados de futuros y opciones es necesario para la comprensión de nuestro trabajo: por ejemplo las letras griegas: delta, gama, beta, teta y rho. La teoría de replicación de Black, Merton y Scholes es fundamental para poder hacer una prueba científica de los comportamientos de los derivados y saber analizar sus variaciones de precios. La volatilidad implícita, el tipo de interés, el horizonte de tiempo y la madurez son las características indispensables. Partimos de las suposiciones siguientes: normalidad de los rendimientos logarítmicos de precios de materias primas y ausencia de oportunidad de arbitraje en los mercados caracterizada por una medida neutra al riesgo.

La fórmula de Black & Scholes es una ecuación diferencial derivada de la ecuación diferencial del calor:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t}(t, x) + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(t, x) + r x \frac{\partial v}{\partial x}(t, x) = r v(t, x) \\ v(T, x) = \varphi(x) \end{cases}$$

Dónde:

$\varphi$ : Es la aplicación que es el valor final del derivado, en el caso de una opción de compra  $Call = (S_T - K)^+$   
 $x$  representa el proceso estocástico, es decir, la cartera del inversor.

La condición de AOA nos asegura que la ecuación diferencial sea verificada para cada momento  $t$  entre hoy  $t=0$  y el vencimiento del derivado  $t=T$ . Resolver el problema de evaluación y de replicación de una

---

<sup>9</sup> Fisher Black y Myron Scholes, (1973) "The pricing and Options and Corporate Liabilities". *The journal of Political Economy*, Volume 81, Issue 3.

John C. Cox, Stephen A. Ross y Mark Rubinstein, "Option pricing: A simplified Approach", *Journal of Financial Economics* 7 (March 1979).

cartera (aquí la estrategia  $S_t$ ) es encontrar una función que verifique las dos condiciones de la ecuación. Obtenemos la solución siguiente cuando  $\varphi(x)$  es la opción de compra:

$$v(t, S_t) = E^Q \left[ (S_T - K)^+ e^{-r(T-t)} | \mathcal{F}_t \right] = S_t \omega(d_1(t, S_t)) - K e^{-r(T-t)} \omega(d_2(t, S_t))$$

La prueba utiliza una posición neutra al riesgo que permite transformar el proceso estocástico  $S_t = e^{\sigma W_t - \sigma^2 t/2}$  en una martingala en el espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q})$ , donde el proceso estocástico  $W_t = B_t + \left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)t$  es un movimiento Browniano con la medida de probabilidad  $\mathbb{Q}$  por lo cual sus crecimientos son independientes y siguen leyes paramétricas Normales dependiendo de la varianza del crecimiento del tiempo.  $B_t$  es el movimiento Browniano en la medida de probabilidad original.

Dónde:

$$\omega : z \rightarrow \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-y^2/2) dy$$

$$d_1(t, x) = \frac{\ln\left(\frac{x}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2(t, x) = d_1(t, x) - \sigma\sqrt{T-t}$$

Como consecuencias podemos calcular las griegas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Delta} = \frac{dv}{dx}(t, x) = \omega(d_1(t, x)) \\ \text{Gamma} = \frac{d^2v}{dx^2}(t, x) = \frac{\omega(d_1(t, x))}{x\sigma\sqrt{T-t}} \\ \text{Têta} = \frac{dv}{dt}(t, x) = -\frac{x\sigma}{2\sqrt{T-t}} \omega(d_1(t, x)) - rK e^{-r(T-t)} \omega(d_2(t, S_t)) \end{array} \right.$$

Requisitos y suposiciones:

El modelo de Black and Scholes supone que los rendimientos de los activos siguen una distribución paramétrica normal como se utilizan los movimientos brownianos para modelizar la aleatoriedad. Se utiliza en un mundo continuo: en la práctica se traduce por utilizar movimientos brownianos como desviación aleatoria en lugar de una ley binomial discreta y utilizar la función exponencial en los precios en lugar del paseo aleatorio discreto.

La prueba matemática utiliza algunos conceptos que vamos a desarrollar brevemente:

- ✓ Hipótesis de un mercado sin fricciones: Suponemos que los activos del mercado son perfectamente divisibles y que no son sometidos a costes de transacciones. Además suponemos que no existe ningún requisito sobre las carteras.

- ✓ Condición de autofinanciación: Los agentes disponen de cantidad de dinero inicial, y a cada periodo pueden colocar el dinero entre varios activos que conllevan riesgo y el activo sin riesgo. Se dice que una estrategia es autofinanciada cuando sus variaciones sucesivas son explicadas solamente por las variaciones de precio.
- ✓ Lema de Itô: A diferencia del Desarrollado limitado de Taylor que permite escribir una aplicación en función de sus distintas derivadas y según las variables fijadas, el Lema de Itô permite escribir una aplicación en función de sus distintas derivadas y según las variables estocásticas. En nuestro caso, es muy útil porque nos permite tener una fórmula de replicación de la cartera en función de sus derivadas, del tiempo  $t$  y de la variable estocástica: el movimiento browniano.
- ✓ Condición de AOA (Ausencia de Oportunidad de Arbitraje): Un arbitraje es una estrategia particular en el mercado mediante la cual es posible obtener una ganancia sin asumir riesgo a partir de una estrategia inicial nula. En la práctica, la condición de no existencia de arbitrajes se traduce en utilizar el tipo de interés sin riesgo como rentabilidad para todos los activos.
- ✓ Uso de la Martingala: Una Martingala es una estrategia donde la esperanza de las ganancias futuras es igual al valor actual. Las propiedades de la Martingala permiten obtener una condición suficiente para la condición de AOA, porque si existe una medida de probabilidad en el mundo financiero con la cual la estrategia financiera es una Martingala, entonces el mercado financiero verifica la condición de AOA.
- ✓ Calidad de completo del mercado financiero: Esta propiedad significa que para cada activo financiero se puede construir una estrategia que replique el valor del activo en cualquier momento  $t$ . De esa manera, vamos a poder rebatir el precio de un derivado (que es una fórmula particular al momento final de la inversión  $T$ ) por ejemplo la opción de compra  $E[(S_T - K)^+]$  se puede replicar en cualquier momento  $t \in [0, T]$ , además la condición de AOA nos permite saber que la estrategia es única.

## Metodología:

### Planteamiento y dificultades

La primera dificultad encontrada es respecto a los precios de la Soja, el Maíz y el Trigo porque tenemos un índice de precios diarios histórico construido con los precios de futuros del próximo mes y que se traspa al mes siguiente cuando vence. Hemos recuperado los precios directamente de Reuters. El estudio se desarrolla en 7 puntos: Empieza por una introducción donde se explican los objetivos del trabajo. Se presentará el ámbito en el cual se hace el estudio con una ilustración en el segundo apartado de Objetivos para que el lector entienda correctamente de que va a tratar el estudio. Luego vamos a exponer las 3 grandes teorías usadas en el trabajo en el apartado Marco Teórico. Más abajo explicamos la motivación y el desarrollo del proyecto en una parte de metodología, hablando de la situación del mercado de las materias primas agrícolas y de cómo las herramientas matemáticas aportan información sobre el estudio de los precios. En el Estudio práctico haremos el análisis de los precios y explicaremos como los fundamentales de la oferta y demanda pueden explicar los movimientos de precios. También haremos un análisis de

riesgo y de performance de los activos. Utilizaremos lenguajes de programación VBA para construir dos modelos: el primero es basado en una repartición de los 3 activos en una cartera optimizada por distintos criterios (Maximización de la Esperanza, Minoración de la varianza y maximización del ratio de Sharpe). El segundo modelo es un modelo para simular precios subyacentes de trigo, maíz y soja. Comparando los precios históricos con nuestro modelo vamos a calcular un componente decisivo en la modelización de los precios de materias primas: El rendimiento de almacenamiento  $\delta$  o dicho “*Convenience yield*”. Una vez determinados para los tres productos vamos a poder valorar precio de opciones según la teoría de Black, Merton y Scholes y la aproximación sobre los precios subyacentes simulados con Monte Carlo. El estudio tiene que presentar de manera resumida como el trabajo articula y muestra los resultados sobre las observaciones hechas. Una parte importante del trabajo viene en los códigos VBA, hemos añadido comentarios para que el lector pueda entender y utilizar los códigos de programación. Vamos a hacer referencia a los trabajos académicos anteriores y a mencionar cuales son los que han servido para construir las hipótesis. En último lugar, el apartado de futuras líneas de investigación explicará los límites existentes en las fuentes académicas y aportará un comentario crítico.

## Mercado agrícola mundial y sus fundamentales

En la primera parte, explicaremos el planteamiento de las hipótesis y de las observaciones. Basaremos el estudio sobre una serie de precios para *commodities*: Productos agrícolas de Trigo, Maíz y Soja del CBOT ( *Chicago Board of Trade* ), hacemos observaciones sobre los comportamientos de los precios y mostramos cómo podemos utilizar las herramientas matemáticas para ilustrar estos comportamientos haciendo análisis gráficos, análisis fundamentales y análisis macroeconómicos. El estudio se basa en el análisis de los precios de los productos. La dificultad es comprobar que cada precio diario es correcto y corresponde a los precios del mismo día de los otros productos. Con Reuters hemos recogido los precios diarios desde 1973 como es necesario tener los precios diarios de al menos 10 años para poder despejar fenómenos importantes que han ocurrido. Los datos se han recogido gracias a la información disponible en la plataforma en línea que ofrece la Universidad. Luego analizamos la situación de la oferta y demanda del Trigo, la Soja y el Maíz mundial para que el lector tenga una idea de la situación de los flujos internacionales. Por ejemplo, podemos ver que en el caso de la Soja, hay tres grandes productores y exportadores que son Estados Unidos, Brasil y Argentina (más Paraguay). Constituyen la casi totalidad de la oferta mundial para los grandes importadores que son China, el Sur-Este de Asia y Europa. Es oportuno ver también las previsiones del departamento de agricultura americano: USDA para conocer las proyecciones de exportación para los próximos años y sus impactos potenciales en los precios. El análisis explica cómo se incorpora la información en la formación de los precios.

## Análisis cuantitativo de los rendimientos

Adentro del apartado del desarrollo del campo enseñamos los distintos gráficos de los precios estudiados haciendo un apartado para cada uno de los productos estudiados. También analizamos los cambios en los precios por dos vías: una por la influencia de los mercados y del entorno macroeconómico y la otra por el

aspecto fundamental de los productos agrícolas que son la oferta y la demanda y los flujos de exportaciones internacionales. Dibujamos los precios de los distintos productos de Trigo, maíz y soja en el mismo gráfico para ver primero los grandes comportamientos de los últimos años. Además de Excel y VBA, vamos utilizar el programa Matlab para poder calcular propiedades estadísticas útiles de las auto-correlaciones y los tests estadísticos. Posteriormente, para cada producto calculamos las distribuciones de los rendimientos logarítmicos con las densidades paramétricas gaussianas para tener una idea del comportamiento. Otro gráfico importante será la volatilidad o varianza de los precios utilizando las log-rentabilidades al cuadrado. Los tests estadísticos que vamos a utilizar son el test de Jarque & Bera y el test de Ljung-Box Q-test para rechazar hipótesis de normalidad o auto-correlación de los rendimientos.

## Cartera optimizada por el criterio de Sharpe

CAPM: Carteras optimizadas por el criterio de Sharpe: Para medir la performance de una cartera de distintos productos de materias primas podemos utilizar varios índices que permiten contestar a la problemática de maximizar la esperanza de los rendimientos (las ganancias) de la cartera minimizando la varianza (el riesgo). Para lo cual es muy útil tener el ratio de Sharpe, que combine estos dos componentes con el tipo de interés sin riesgo. Si es superior a 1, la cartera tiene más rentabilidad que el tipo de interés sin riesgo con un riesgo limitado. Si está situado entre 0 y 1 tiene más rentabilidad que el tipo de interés sin riesgo pero con un riesgo importante y si es negativo, la cartera tiene menos rentabilidad que el tipo de interés sin riesgo. Otros indicadores para medir la performance de una cartera son la *Skewness* y la *Kurtosis*. Son los momentos respectivos de orden 3 y 4 de la distribución de los rendimientos. La *Skewness* permite saber la asimetría de los rendimientos (si la media de los rendimientos es positiva o negativa). La *Kurtosis* mide el tamaño de las colas, por lo tanto este indicador mide la importancia de los valores extremos en la distribución de probabilidad.

## Modelo a 1 periodo de Schwartz

En la última parte del estudio práctico modelizamos precios de los productos. Hemos simulado 5 curvas de precios de modelos según el modelo de Ornstein-Uhlenbeck<sup>11</sup> con los precios reales del Maíz para un periodo de tiempo de 14 años, es decir 3605 sesiones que abarcan el periodo que va desde 2000 hasta 2014. Queremos utilizar el periodo de 14 años porque es durante este tiempo cuando han tenido lugar dos fases complementarias del entorno del sector agrícola mundial. Desde el año 2000 hasta 2007 el mercado ha experimentado un periodo relativo de calma. Sin embargo en el intervalo de 2007 hasta el 2014 han tenido lugar tres crisis alimentarias que detallaremos más abajo. Es relevante destacar que nuestra inversión tiene lugar en el largo plazo por lo cual nos centramos en un modelo a 1 factor, sin aleatoriedad al corto plazo como es el caso en el modelo a dos factores de Schwartz and Smith<sup>12</sup>. Podemos observar en el primer gráfico la similitud existente entre los precios simulados y los precios diarios reales:

---

<sup>12</sup> George E. Uhlenbeck y Leonard S. Ornstein, "On the theory of Brownian Motion", *Physical Review* 36 (1930).

$$S(t + 1) = S(t)e^{(r-\delta)dt + \sigma dB_t}$$

Dónde:

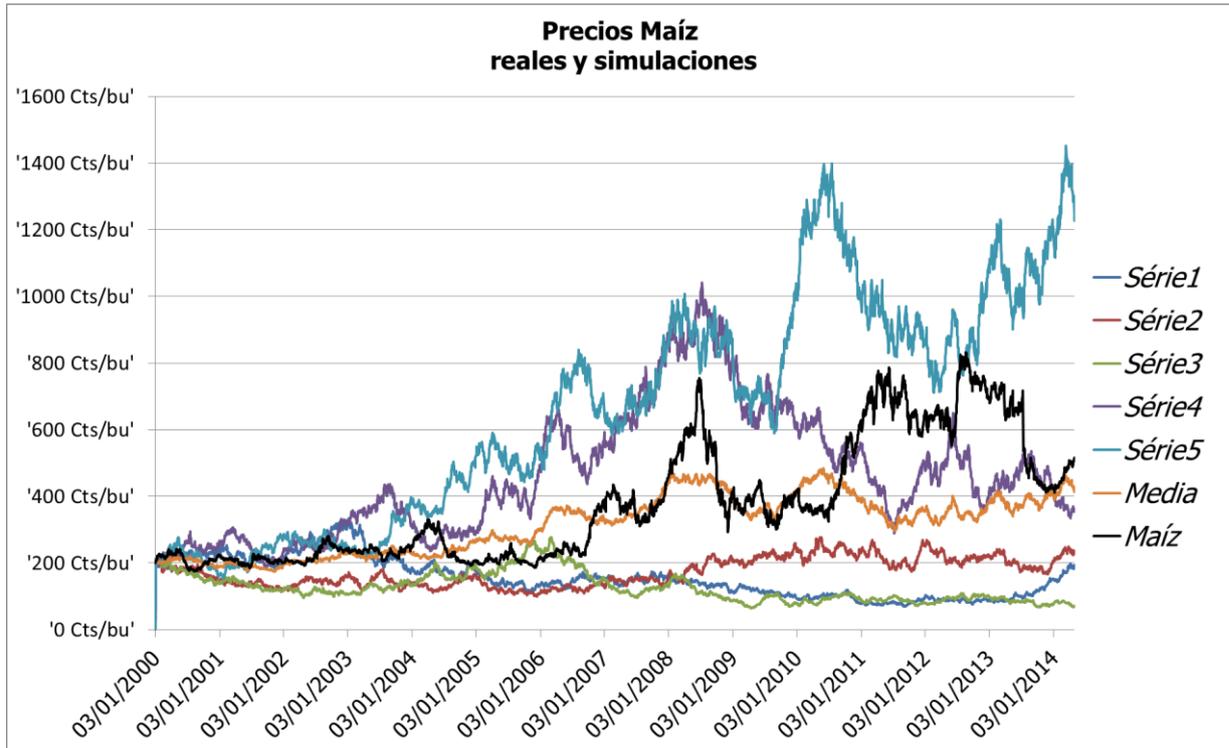
$r$ : Tipo de interes sin riesgo de 3% compuesto a 14 años

$\delta$ : Convenience yield

$dB_t \sim \mathcal{N}(0, dt)$

$\sigma$ : Volatilidad del periodo de 14 años : Desviacion tipica diaria media \*  $\sqrt{3605}$

Obtenemos curvas muy parecidas a la curva de los precios reales:



A partir de ahí podemos empezar a utilizar VBA para simular 500 precios de procesos incluyendo el *convenience yield*  $\delta$ . Calculamos para las 500 simulaciones el error al cuadrado de la diferencia con los precios del maíz reales.  $RMSE = \sum_{1 \text{ de Enero } 2000}^{30 \text{ de Abril } 2014} (Serie \text{ Simulada}_t - Maiz_t)^2$

Con el Solver calculamos el parámetro que minimiza el RMSE. (*Root Mean Square Error*). Podemos utilizar la suma del error global o del error absoluto pero el error al cuadrado nos permite medir el error positivo o negativo (sumando errores positivos) y dar más peso a los grandes errores (elevando el error al cuadrado).

En este sentido pudieramos desarrollar varios modelos: el modelo de los procesos Brownianos Geométricos, los modelos a varios factores pero enfocamos los resultados sobre el modelo a 1 factor midiendo el rendimiento de almacenamiento  $\delta$  (*Convenience yield*). Una vez obtenidos los precios podremos calcular los precios de opciones y compararlas con los precios de opciones reales. Así comprobamos si existen oportunidades de arbitraje en los mercados para estos productos. Además tratamos ver si hay explicaciones macroeconómicas del entorno de los mercados financieros o explicaciones específicas sobre los fundamentales que expliquen los movimientos en la volatilidad o en los

precios de las opciones. Justificamos si los modelos teóricos son adecuados para reflejar la información. Para obtener el valor de nuestro parámetro  $\delta$ , calculamos el error existente entre la curva real de los futuros de precio (Para trigo, maíz y soja). A continuación, utilizamos el método de los menores cuadrados para optimizar el objetivo y llegar a una solución del parámetro  $\delta$ . Serán de utilidad tener los parámetros siguientes: la Media, la volatilidad (desviación típica o varianza de los rendimientos logarítmicos), el tipo sin riesgo  $r$ , el tiempo entre la inversión y el vencimiento. Estos parámetros son fijados para el horizonte de cálculo de la optimización. Para el cálculo de los mismos empleamos VBA el cual nos resulta más accesible como herramienta, mostramos los resultados en las celdas de Excel y el Solver utiliza estas fórmulas para acabar con las soluciones de  $\delta$ . Toda vez que tenemos los parámetros calculados y antes de proceder al cálculo de los precios resulta conveniente señalar que los modelos no son perfectos, solo tratan de modelizar comportamientos y no pueden incluir toda la información en una fórmula. Los modelos a  $N$  variables permiten corregir la falta de información en los precios calculados pero no vamos a poder desarrollar tal modelo. Una explicación es que el componente de difusión permite añadir la aleatoriedad en los precios. Cuantas más variables tiene una fórmula con el componente de difusión, más ajustado y relevante es el modelo. Sin embargo cuantas más variables tiene la fórmula con componente de difusión, más difícil es el cálculo de los precios, esto es debido también a que el ordenador tiene demasiada información y no puede realizar los cálculos convenientes a tiempo y sin fallar. Además los cálculos matemáticos pueden resultar mucho más complejos. Por tales motivos, tenemos que encontrar un número de variables aleatorias adecuado para que el modelo sea justo y que los cálculos necesarios no sean demasiados complejos. No queremos complicar los modelos porque no ayuda a llegar a nuestro objetivo. Por eso intentamos tener en cuenta únicamente los que permitan obtener una información útil y que desarrolle bases para futuras investigaciones. Nuestro modelo nos ayuda a entender los comportamientos que necesitamos ver en la formación del precio. Creemos que el modelo a 1 factor es sencillo implementar y encaja mejor en la situación de los mercados de materias primas agrícolas si tenemos el parámetro rendimiento de almacenamiento en la fórmula del precio del subyacente. Los resultados van a ser realizados gracias al método de los menores cuadrados.

## Determinar el valor de opciones según el modelo obtenido

Una dificultad encontrada para la valoración de opciones es que no podemos comparar los precios de opciones obtenidos con los precios de opciones reales porque no existen opciones sobre el índice de precios que tenemos. El índice es construido a partir de los precios de futuros al contado. Cada mes o dos meses vencen los futuros y el índice refleja el traspaso. De ahí que no sea un precio utilizado en la compra y venta directamente y que por lo tanto no existan opciones sobre el índice de soja, maíz o trigo.

## Estudio Práctico o Análisis de Datos:

### Funcionamiento del CBOT del CME

El *Chicago Mercantile Exchange* es una plataforma de productos derivados que cuenta con las siguientes plataformas: el *Chicago Board of Trade*, *New York Mercantile Exchange (NYMEX)* y el *Commodity Exchange (COMEX)*. El *CBOT* es un mercado donde se intercambian productos derivados y es reconocido como la plataforma mundial más importante para el negocio de futuros y opciones sobre productos agrícolas. Existen dos tipos de agentes que utilizan los productos financieros del *CBOT*, los agentes comerciales, cuyo objetivo es cubrir el riesgo de precio de las materias primas, y las entidades no comerciales que invierten en los productos financieros. Entre los productos del *CBOT* se encuentran los productos futuros, (contratos forwards estandarizados) de Trigo *Soft Red Winter (Símbolo W)*, Maíz *Yellow Corn (Símbolo C)* y de Soja (*Yellow Soybean (Símbolo S)*). El estudio se concentra en los precios de estos tres productos para el futuro del mes al contado (el próximo) desde la fecha de 2 de Enero de 1973. Estos productos están registrados en el mercado organizado según la regulación del *CBOT*, plataforma supervisada por la *CFTC (Commodity Futures Trading Commission)*. Solo pueden comprar y vender esos productos los miembros del *CBOT*, los agentes que no son miembros necesitan tener una cuenta con algunos miembros.

Existen características estándares de calidad, términos de entrega, horarios de intercambios (vía plataforma electrónica o venta al pregón), precios específicos: en USD por Bushel (Unidad de volumen), límites de precios para cada producto y cantidad de los contratos intercambiados. (1 contrato corresponde a 5000 bushels).

### Resumen de la Oferta y Demanda de Trigo, Maíz y Soja.

Tenemos tres distintas tablas para cada producto que permiten al lector tener una visión muy global sobre el comercio internacional de los productos agrícolas. Además añadiremos los componentes esenciales para entender los indicadores del mercado: Producción, yield, consumo, importaciones y exportaciones. Destacamos la importancia de la situación de los stocks al final del año comercial para cada cosecha, se mide un ratio muy importante que es el *Stock to Use*, se trata de un índice que mide la situación de la oferta con el consumo y por lo tanto informa sobre la relación entre estos dos componentes. Utilizamos los datos del Departamento de Agricultura de EEUU (USDA), porque es el actor más importante de las estimaciones de producción estadounidense, la más importante del mundo. A pesar de las críticas sobre sus cifras de producción, su información sobre la oferta constituye la fuente más analizada del mercado de productos agrícolas.

1) World Wheat Supply and Use , WASDE - 530 - 18 , (Million Metric Tons)

| <b>2013/14 Est.</b> | Beginning Stocks | Production | Imports | Domestic Feed | Domestic Total 2/ | Exports | Ending Stocks |
|---------------------|------------------|------------|---------|---------------|-------------------|---------|---------------|
| World 3/            | 175,28           | 713,97     | 155,19  | 133,12        | 703,2             | 162,75  | 186,05        |
| United States       | 19,54            | 57,96      | 4,63    | 5,99          | 33,87             | 32,11   | 16,14         |
| Total Foreign       | 155,74           | 656,01     | 150,56  | 127,14        | 669,33            | 130,63  | 169,9         |
| Major Exporters 4/  | 20,15            | 218,32     | 4,38    | 58,7          | 141,2             | 73,5    | 28,15         |
| Argentina           | 0,29             | 10,5       | 0,01    | 0,1           | 6,05              | 2       | 2,74          |
| Australia           | 4,26             | 27         | 0,13    | 3,6           | 6,95              | 19,5    | 4,94          |
| Canada              | 5,05             | 37,5       | 0,44    | 6             | 11,2              | 22      | 9,79          |
| European Union 5/   | 10,55            | 143,32     | 3,8     | 49            | 117               | 30      | 10,68         |
| Major Importers 6/  | 83,34            | 194,26     | 87,21   | 33,96         | 266,55            | 5,08    | 93,18         |
| Brazil              | 1                | 5,3        | 7,2     | 0,6           | 11,4              | 0,1     | 2             |
| China               | 53,96            | 121,72     | 7       | 23            | 123,5             | 1       | 58,18         |
| Sel. Mideast 7/     | 8,16             | 18,94      | 21,01   | 3,28          | 36,18             | 0,54    | 11,38         |
| N. Africa 8/        | 11,44            | 20,12      | 24,7    | 2,88          | 42,55             | 0,63    | 13,09         |
| Pakistan            | 2,62             | 24         | 0,5     | 0,6           | 24,1              | 0,7     | 2,32          |
| Southeast Asia 9/   | 4,14             | 0          | 16,1    | 2,51          | 15,52             | 0,82    | 3,9           |
| Selected Other      |                  |            |         |               |                   |         | 0             |
| India               | 24,2             | 93,51      | 0,02    | 4,8           | 93,9              | 6       | 17,83         |
| FSU-12              | 14,67            | 103,76     | 7,88    | 22,17         | 72,84             | 36,72   | 16,76         |
| Russia              | 4,95             | 52,09      | 1,2     | 12,5          | 34                | 18,5    | 5,74          |
| Kazakhstan          | 2,94             | 13,94      | 0,01    | 2             | 6,8               | 8       | 2,09          |
| Ukraine             | 2,58             | 22,28      | 0,1     | 3,4           | 11,5              | 9,5     | 3,96          |

1/ Aggregate of local marketing years. 2/ Total foreign and world use adjusted to reflect the differences in world imports and exports. 3/ World imports and exports may not balance due to differences in marketing years, grain in transit, and reporting discrepancies in some countries. 4/ Argentina, Australia, Canada, and the European Union. 5/ Trade excludes intra-trade. 6/ Brazil, China, Japan, Mexico, N. Africa, Pakistan, selected Middle East, and Southeast Asia. 7/ Lebanon, Iraq, Iran, Israel, Jordan, Kuwait, Saudi Arabia, Yemen, United Arab Emirates, and Oman. 8/ Algeria, Egypt, Libya, Morocco, and Tunisia. 9/ Indonesia, Malaysia, Philippines, Thailand, and Vietnam.

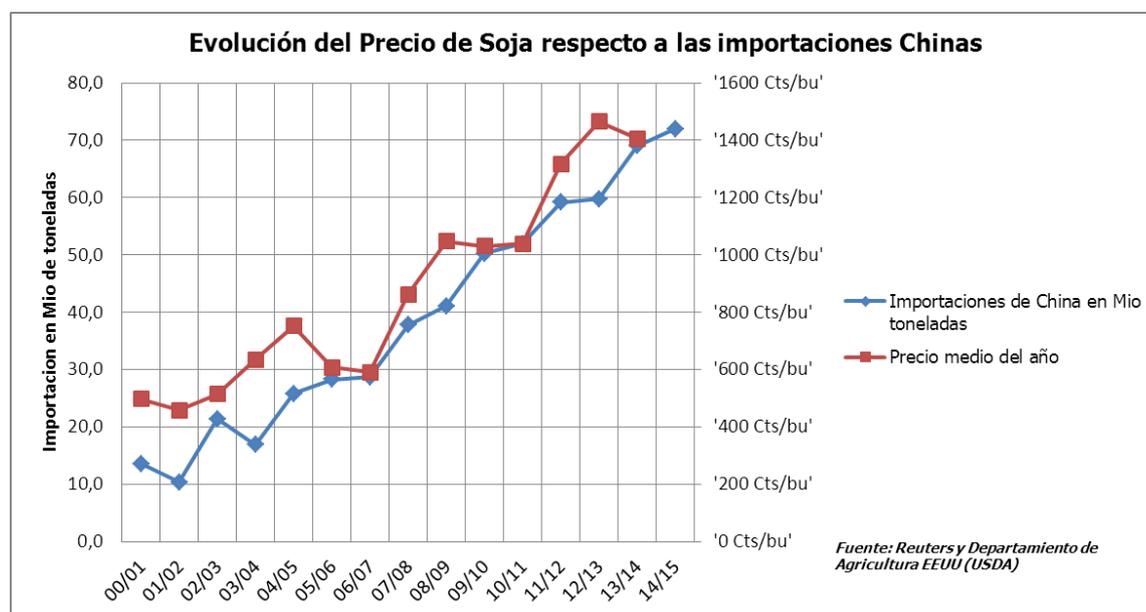
Hemos marcado en verde los exportadores y en naranja los importadores más importante para que el lector vea que África del norte, el Medio-Este y Asia del sureste van a importar 87 millones de toneladas de Trigo para el año comercial 2013/2014. Los exportadores son la región *Black Sea*, Australia, Canada, Europa y EEUU, y tienen previsiones de exportación de 141 millones de toneladas. El comercio refleja esta situación y los precios de futuros del Trigo de Chicago reflejarán la situación de los fundamentales al nivel mundial, ajustando a la baja para que el consumo no supere la oferta y al alza si la producción no permite alimentar toda la oferta.

2) World Soybean Supply and Use , WASDE - 530 - 18 , (Million Metric Tons)

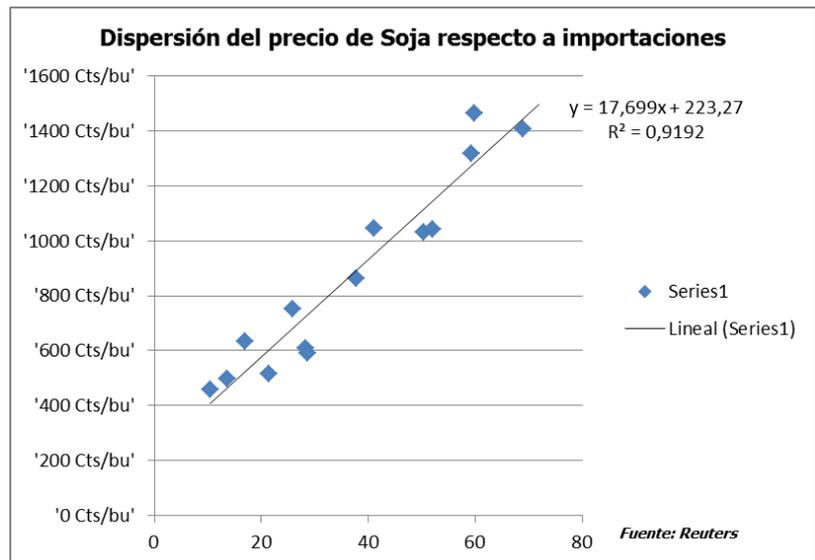
| 2013/14 Est.       | Beginning Stocks | Production | Imports | Domestic Crush | Domestic Total | Exports | Ending Stocks |
|--------------------|------------------|------------|---------|----------------|----------------|---------|---------------|
| World 2/           | 57,04            | 283,79     | 107,38  | 239,09         | 270,05         | 110,99  | 67,17         |
| United States      | 3,83             | 89,51      | 2,45    | 46,27          | 48,84          | 43,55   | 3,4           |
| Total Foreign      | 53,22            | 194,28     | 104,93  | 192,82         | 221,21         | 67,45   | 63,77         |
| Major Exporters 3/ | 37,84            | 153,1      | 0,57    | 77,95          | 83,13          | 61,65   | 46,74         |
| Argentina          | 22,4             | 54         | 0       | 37,3           | 39,35          | 8,5     | 28,55         |
| Brazil             | 15,33            | 87,5       | 0,55    | 37             | 39,98          | 45,5    | 17,91         |
| Paraguay           | 0,08             | 8,1        | 0,02    | 3,5            | 3,63           | 4,3     | 0,27          |
| Major Importers 4/ | 13,23            | 14,75      | 93,73   | 89,63          | 106,5          | 0,31    | 14,9          |
| China              | 12,38            | 12,2       | 69      | 68,35          | 79,65          | 0,23    | 13,7          |
| European Union     | 0,25             | 1,23       | 12,45   | 12,35          | 13,28          | 0,06    | 0,59          |
| Japan              | 0,18             | 0,2        | 2,8     | 1,96           | 3,01           | 0       | 0,17          |
| Mexico             | 0,1              | 0,25       | 3,65    | 3,85           | 3,89           | 0       | 0,12          |

Se nota en la situación global de oferta y demanda la preponderancia de las importaciones chinas: dos tercios de las exportaciones mundiales. Hoy en día las previsiones de importaciones son de 69 millones de toneladas cuando en el 2003/2004 eran de 17 millones, es decir un incremento de 200% en 10 años.

3) Importancia de la demanda de China como factor determinante para el precio de la Soja



Como vemos la demanda ha crecido mucho desde el año 2000, se destaca una relación fuerte entre el precio de la Soja y las importaciones Chinas. El siguiente análisis muestra la relación lineal existente entre las importaciones y el precio de los futuros de la Soja: El coeficiente de determinación  $R^2$  que toma sus valores entre 0 y 1 ilustra bien en nuestro caso la relevancia de las exportaciones para la predicción del precio de la Soja según un modelo lineal. Podríamos seguir la



modelización lineal con otros parámetros como el crecimiento de las economías emergentes, la depreciación del Dollar de EEUU, el crecimiento de las capacidades del proceso Chino, el crecimiento en el consumo de bio-combustibles y las inversiones de instituciones financieras en el mercado de Soja.

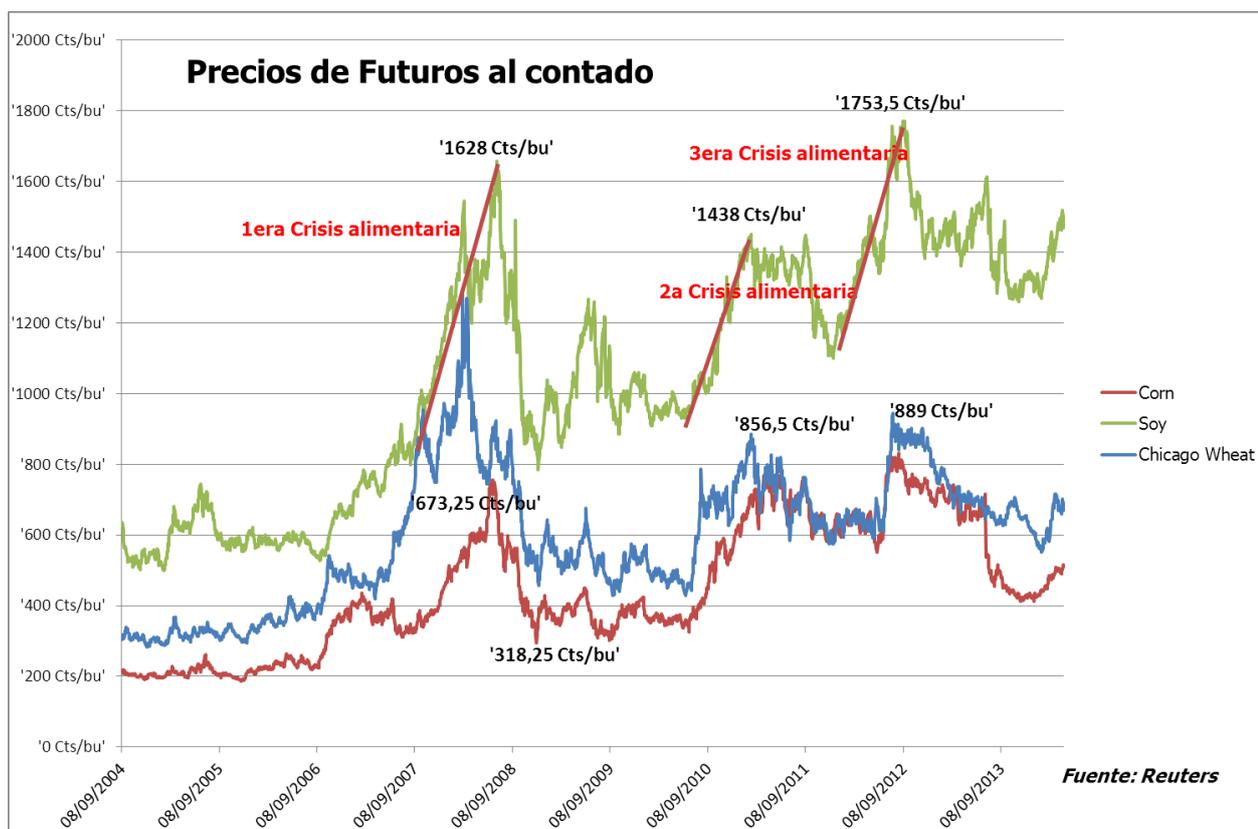
#### 4) World Corn Supply and Use , WASDE - 530 - 18 , (Million Metric Tons)

| 2013/14 Est.       | Beginning Stocks | Production | Imports | Domestic Feed | Domestic Total 2/ | Exports | Ending Stocks |
|--------------------|------------------|------------|---------|---------------|-------------------|---------|---------------|
| World 3/           | 138,14           | 981,89     | 116,69  | 575,99        | 950,98            | 124,16  | 169,05        |
| United States      | 20,86            | 353,72     | 0,89    | 134,63        | 298,08            | 48,26   | 29,12         |
| Total Foreign      | 117,28           | 628,17     | 115,81  | 441,36        | 652,9             | 75,9    | 139,93        |
| Major Exporters 4/ | 18,53            | 114,5      | 0,84    | 56,7          | 74,8              | 37      | 22,07         |
| Argentina          | 1,32             | 24         | 0,01    | 5,5           | 8,3               | 13,5    | 3,53          |
| Brazil             | 14,15            | 76         | 0,8     | 46            | 55                | 20,5    | 15,45         |
| South Africa       | 3,07             | 14,5       | 0,03    | 5,2           | 11,5              | 3       | 3,09          |
| Major Importers 5/ | 12,5             | 119,41     | 71,2    | 131           | 182,93            | 3,7     | 16,49         |
| Egypt              | 1,37             | 5,8        | 7       | 10            | 12                | 0,01    | 2,16          |
| European Union 6/  | 5,09             | 64,57      | 14      | 57            | 75,5              | 2       | 6,16          |
| Japan              | 0,52             | 0          | 15,5    | 11            | 15,5              | 0       | 0,52          |
| Mexico             | 1,06             | 21,9       | 11,5    | 15            | 31,5              | 0,5     | 2,46          |
| Southeast Asia 7/  | 2,82             | 26,96      | 9,5     | 26,4          | 34,5              | 1,19    | 3,59          |
| South Korea        | 1,26             | 0,08       | 9,5     | 7,5           | 9,6               | 0       | 1,24          |
| Selected Other     |                  |            |         |               |                   |         | 0             |
| Canada             | 1,55             | 14,2       | 0,4     | 6,8           | 12,2              | 1,2     | 2,75          |
| China              | 67,57            | 217,73     | 4       | 154           | 212               | 0,1     | 77,2          |
| FSU-12             | 2,05             | 47,01      | 0,39    | 19,07         | 21,84             | 24,24   | 3,38          |
| Ukraine            | 1,19             | 30,9       | 0,05    | 8,5           | 9,9               | 20      | 2,24          |

## Estudio de Precios de Futuros Soja, Trigo y Maíz del Chicago Board of Trade: Histórico de Precios desde 2004

Tenemos precios desde Enero 1973 de los futuros de trigo, soja y maíz hasta el 30 de Abril de 2014. Los precios son el precio del futuro del mes al contado de la plataforma Reuters. Dichos precios han sido reportados al mes siguiente al vencimiento del futuro actual. Destacamos en los gráficos los periodos correspondientes a las crisis alimentarias más importantes desde 2000. Detallamos en el apartado siguiente lo que ha ocurrido.

### 9 Precios de Futuros CBOT Trigo, Maíz y Soja



### Eventos relevantes

Destacamos aquí tres situaciones de escasez y de crisis alimentarias mundiales. Los precios del CBOT en el CME (*Chicago Mercantile Exchange*) reflejan con mayor relevancia el estado de la oferta y la demanda mundial puesto que es la plataforma más utilizada por los actores tanto en las compras y ventas especulativas como en las compras/ventas de cobertura de mercaderías físicas. Hemos dibujados tres líneas de crisis alimentarias que han ocurrido desde el año 2004.

La primera crisis tuvo lugar en 2007-2008, cuando el coste del trigo, arroz, maíz y soja se disparó, provocando la mayor crisis global en 30 años. Revueltas alimentarias surgieron en países como Haití y

Senegal, y los importadores / exportadores impusieron prohibiciones sobre las exportaciones e incrementaron reservas de materias primas.

La segunda crisis ocurrió en 2010, después de que la cosecha de la región *Black Sea* falló. Región que suele corresponder a un tercio de las exportaciones mundiales de Trigo. Rusia prohibió sus exportaciones lo cual provocó pánico de compra en el Medio Oriente y África del Norte, los importadores mundiales de cereales más importantes. Los mercados agrícolas dispararon otra vez en 2012, después de la sequía más grave que había asolado a EEUU en sus últimos 50 años. El precio del maíz, usado como alimento de pollos y ganadería, alcanzó los niveles más altos de la historia, provocando subidas de precio en toda la cadena de la industria alimentaria.

### 9 Análisis cuantitativo de los rendimientos: Estadísticas descriptivas

| <i>Trigo</i>              |         | <i>Soja</i>               |            | <i>Maíz</i>               |         |
|---------------------------|---------|---------------------------|------------|---------------------------|---------|
| Media                     | 0,01%   | Media                     | 0,01%      | Media                     | 0,01%   |
| Desviación típica         | 0,02%   | Desviación típica         | 0,02%      | Desviación típica         | 0,02%   |
| Mediana                   | 0       | Mediana                   | 0,05%      | Mediana                   | 0       |
| Mode                      | 0       | Mode                      | 0          | Mode                      | 0       |
| Desviación típica         | 1,91%   | Desviación típica         | 1,68%      | Desviación típica         | 1,74%   |
| Varianza                  | 0,04%   | Varianza                  | 0,03%      | Varianza                  | 0,03%   |
| Kurtosis                  | 19,46   | Kurtosis                  | 5,95       | Kurtosis                  | 57,45   |
| Coefficiente de asimetría | -73,92% | Coefficiente de asimetría | -56,54%    | Coefficiente de asimetría | -74,01% |
| Rango                     | 0,55    | Rango                     | 0,29956903 | Rango                     | 0,77    |
| Mínimum                   | -31,41% | Mínimum                   | -17,43%    | Mínimum                   | -39,16% |
| Máximum                   | 23,30%  | Máximum                   | 12,53%     | Máximum                   | 38,14%  |
| Suma                      | 1,01    | Suma                      | 1,28       | Suma                      | 1,39    |
| Numero de muestra         | 10424   | Numero de muestra         | 10424      | Numero de muestra         | 10424   |

## Correlación entre rendimientos de precios

Para mostrar las correlaciones entre los precios del Trigo, Maíz y Soja hemos elegido una ventana de 90 sesiones de los rendimientos para alisar las curvas. Los gráficos a continuo muestran la evolución a lo largo del tiempo de la correlación entre los rendimientos. Si medimos la correlación para los precios desde 1973 hasta Mayo 2014 obtenemos lo siguiente:

| Trigo/Maíz | Trigo/Soja | Maíz/Soja |
|------------|------------|-----------|
| 0,51       | 0,39       | 0,56      |

Podemos confirmar aquí la opinión de que el mercado general del Trigo y la Soja tienen menor correlación: de hecho no son productos que compiten igualmente en la oferta y la demanda.

- ✓ Del lado de la oferta, por ejemplo: el periodo para la cosecha no es el mismo. El grano de soja compete en la superficie de plantación con la colza, el girasol, el Maíz y el Trigo. La planta de soja

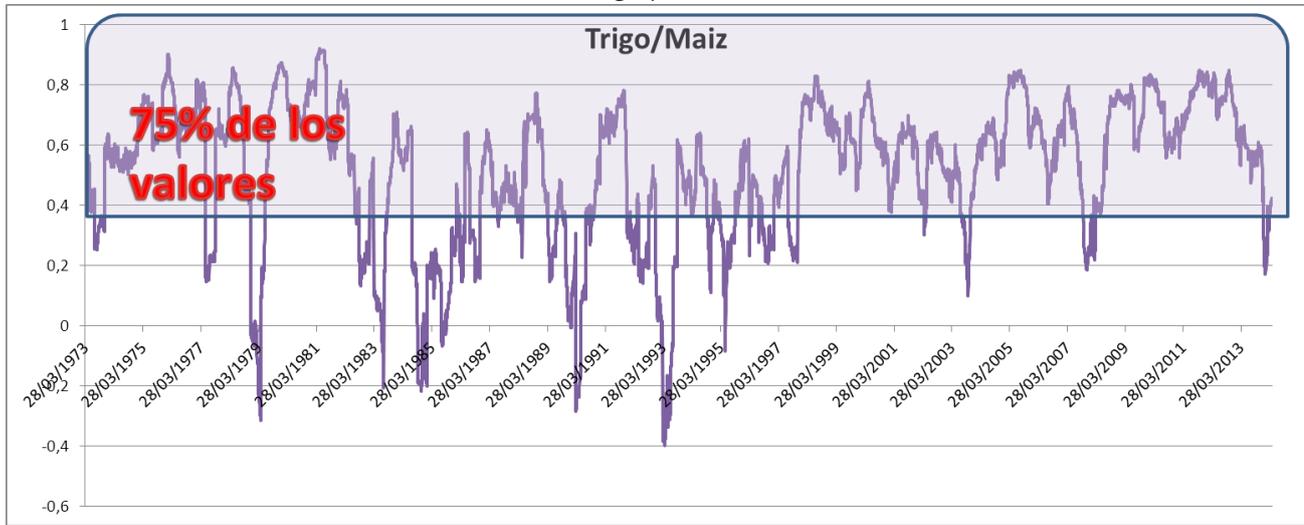
produce su rendimiento más importante en zonas húmedas y calientes donde la tierra es fértil hasta ciertos niveles de humedad y calor. La colza y el Trigo consiguen crecer en zonas más áridas, por lo tanto no suelen competir en la plantación porque requieren distintas condiciones climáticas. Las palmeras tampoco compiten con la soja en lo relativo a la plantación aunque el aceite derivado de su producción siempre tiene un precio descontado al precio del aceite de soja. El maíz es el competidor más importante en la producción porque requiere las mismas condiciones de crecimientos y compite fuertemente en EEUU, Argentina y Brasil según decisiones basadas en los ingresos hechos para cada cosecha de los productos.

- ✓ Del lado de la demanda: El Trigo no compite directamente con la soja en la alimentación. La soja Transgénica sirve para producir Aceite y Harina de soja. (Alimento con un alto contenido proteico). El Trigo Chicago es un Trigo Blando que sirve para hacer Pan u otros alimentos para el consumo humano. Además esta utilizado como *Milling Wheat* para el consumo animal. Sin embargo, el ganadero no puede sustituir el Trigo con la Harina de soja porque en la composición del alimento se necesitan los dos componentes, uno fuerte en energía y flojo en proteína: Trigo, y el otro flojo en energía y fuerte en proteína: Harina de soja. Sin embargo el ganadero puede sustituir el Trigo por el Maíz. Cuando se tritura el grano de Soja resulta un 79% de harina con un nivel de proteína del 50%. En comparación, cuando se tritura la colza resulta un 60% de harina con un nivel de proteína del 40%. En el caso del girasol obtenemos un 45% de harina con un nivel de proteína del 39%. Finalmente de la trituración de la Palmera resultan un 44% de harina a un nivel de proteína del 35%. La harina de soja, en general, es la favorita de los ganaderos porque tiene un nivel más alto de proteína y es la harina más disponible de todas las harinas vegetales de proteína. La industria ganadera es la mayor consumidora de harinas de proteína. Los tres sectores más importantes son: Ganado/vacuno, avicultura y cerdos. Los criadores de ganado usan menos proteína y más grasa así que prefieren utilizar maíz para alimentar el ganado y sus productos derivados del proceso de extracción del etanol: *DDGS (Distilled Dried Grains with Solubles)*. Sin embargo, La harina de soja presenta una parte más importante en la composición de los alimentos usados en el sector lechero, y la mitad de los componentes del alimento para los puercos y las aves, el resto de la composición es en su mayoría grasa. Por lo tanto, el grano de soja compite a un nivel muy débil en la demanda con el grano de maíz. El contenido de aceite de soja es el menos importante de los mayores oleaginosos (Girasol, Colza, Palmera), sin embargo y debido a la alta producción mundial constituye el segundo aceite disponible en volumen. El uso de los aceites vegetales es en su mayoría para la alimentación humana y las aplicaciones industriales (biocombustibles y plásticos...)

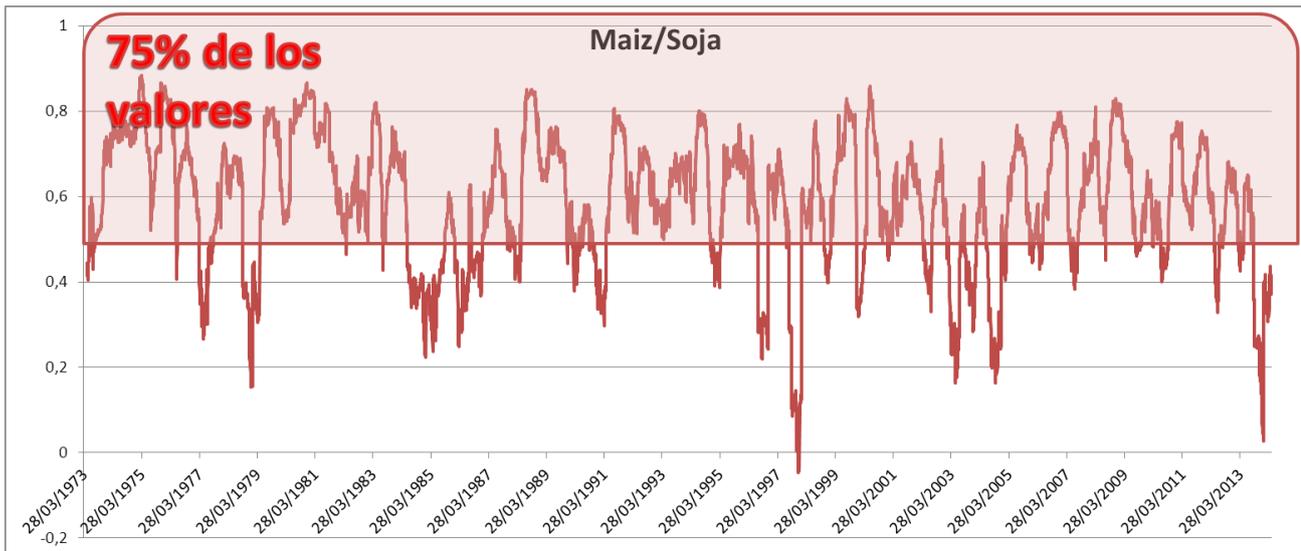
Dificultades encontradas: Para calcular la correlación podríamos utilizar los precios o los rendimientos logarítmicos. La correlación sobre los precios es más grande que la correlación de los rendimientos. Sin embargo, como los precios tenían errores (al traspaso del futuro del mes al vencimiento) debido a que realizamos el estudio sobre los rendimientos hemos elegido dibujar las correlaciones de los rendimientos y no de los precios. Un segundo problema fue la elección de la ventana de sesiones para dibujar la evolución de la correlación. Cuanto más grande sea la ventana, mas alisada será la curva pero también más importante será el desfase de la correlación a la fecha del cálculo. Hemos decidido utilizar una ventana de

90 sesiones. Otro problema fue hacer corresponder las fechas de los rendimientos dado que faltaban precios para algunas fechas.

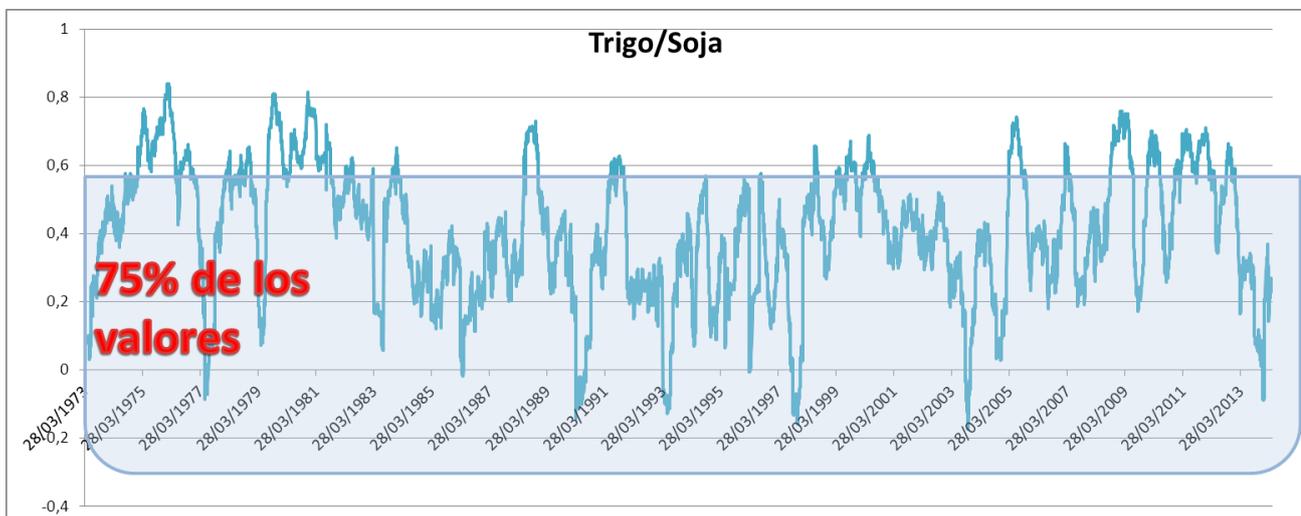
### 9 Evolución de la correlación entre el trigo y el maíz



### 9 Evolución de la correlación entre maíz y soja



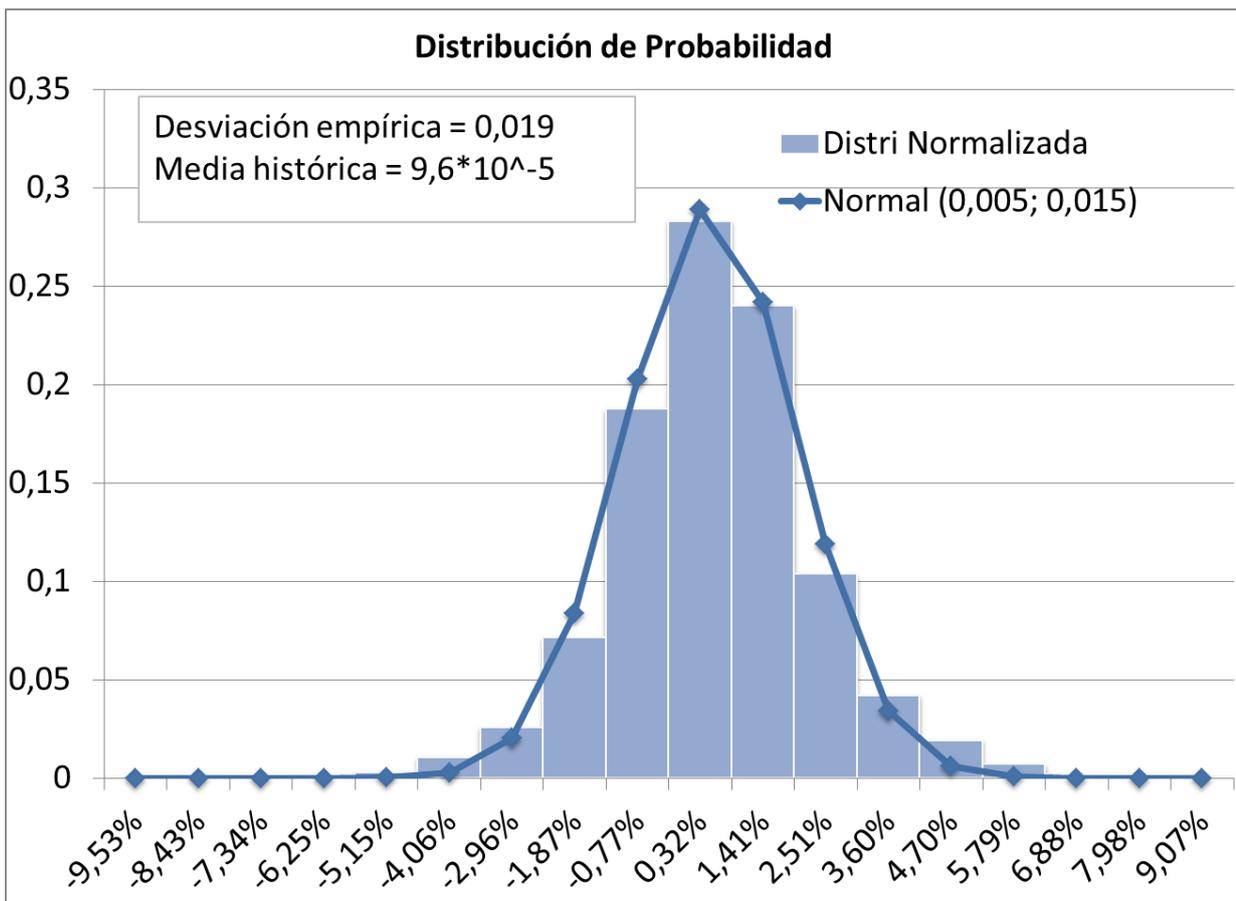
### 9 Evolución de la correlación trigo y soja



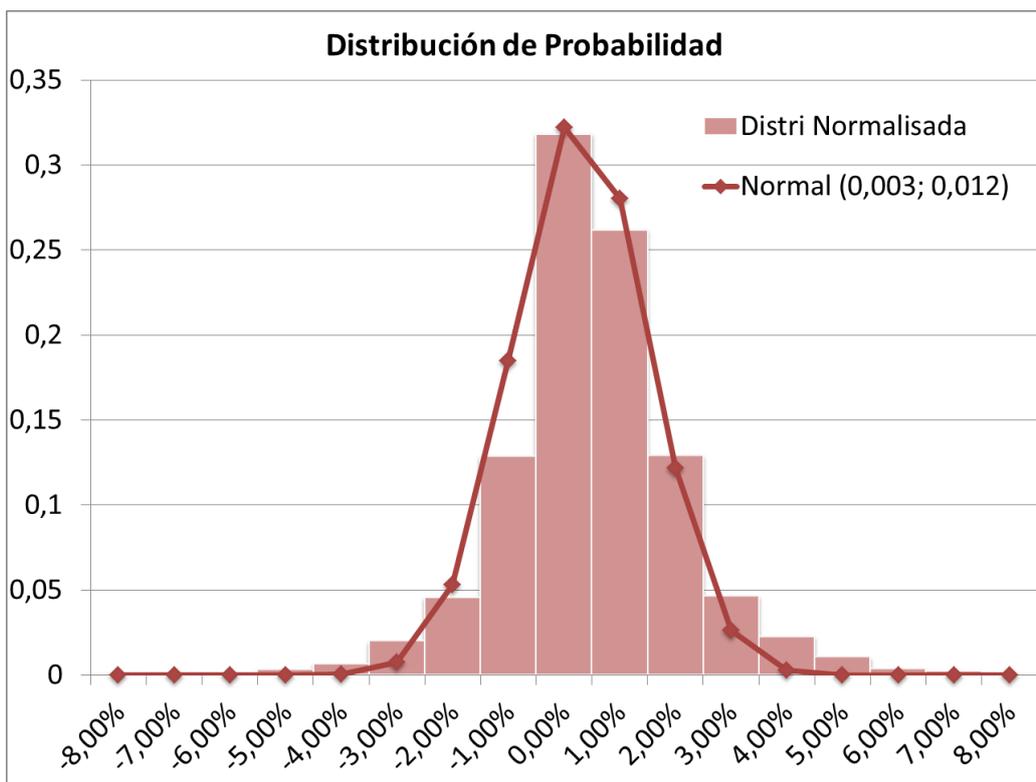
## Distribuciones de probabilidades

Queremos modelizar los rendimientos logarítmicos de los precios de futuro, por lo tanto es necesario ver si el comportamiento es similar a la ley paramétrica Gaussiana. Para ello tenemos que transponer la distribución empírica de los rendimientos en una medida de probabilidad donde los valores estén entre 0 y 1. Por ejemplo, en el caso de los rendimientos logarítmicos de Trigo de Chicago, la frecuencia de los rendimientos situados entre -1,8% y -0,7% es de 743. Tenemos que dividir esa frecuencia entre el número total de datos disponible: 10420 para llegar a una medida de probabilidad. Así mismo, la probabilidad histórica de los datos situados entre -1,8% y -0,7% es del 7,1%. Para posteriormente poder comparar la distribución empírica con la distribución normal tenemos que dibujar una densidad de probabilidad normal y ajustar sus valores para medirlos entre 0 y 1. Esto se hace repartiendo dichos valores entre el peso total.

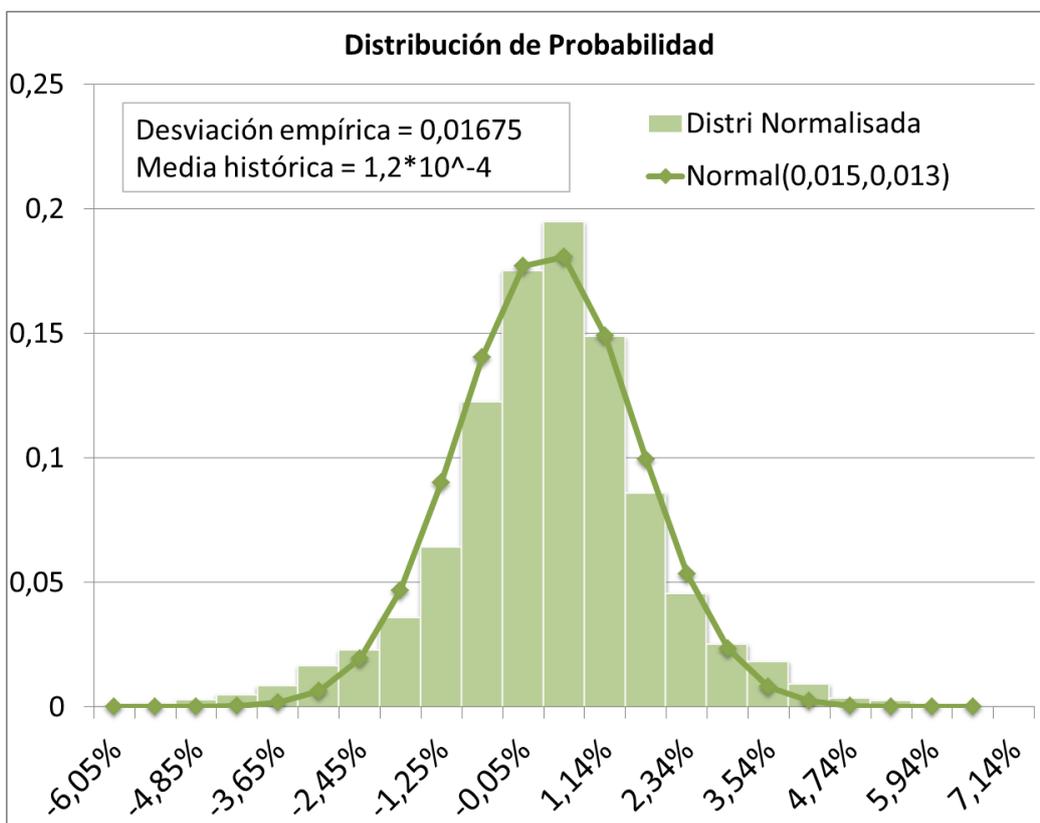
### 9 Distribución de los rendimientos de Trigo Chicago



9 Distribución de los rendimientos de Maíz



9 Distribución de los rendimientos de Soja



Hemos utilizado una media histórica más alta que la media histórica de los tres productos (muy próxima a cero). Es importante observar que aunque tenemos una curva que parece encajar en nuestro modelo de rendimientos, las hipótesis son la independencia de los rendimientos y la distribución idéntica: iid, o dicho de otra manera: un ruido blanco para nuestro caso del proceso temporal. Los rendimientos diarios:  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de la variable aleatoria temporal  $\{X\}_t$  son independientes del tiempo  $t$  y siguen una distribución normal. Estas hipótesis son muy fuertes y tenemos que tener mucho cuidado, la teoría nos obliga a verificar que no existan en nuestros datos patrones que nos hagan desconfiar de las hipótesis de aleatoriedad y de normalidad. Además los tests estadísticos suelen echar la hipótesis según la normalidad de las observaciones de rendimientos (Test de Jarque and Bera), eso porque aunque la curva de la distribución normal parece encajar el histograma empírico el test es muy exigente en termino de ajuste.

## Volatilidad de los precios

Estacionalidad en la volatilidad, el “*Weather market*” periodo crítico para el maíz y la soja en Estados Unidos. Observamos la existencia de estacionalidad en la volatilidad de los precios durante los dos meses del periodo crítico Julio y Agosto para las plantas de Maíz y Soja, respectivamente. El *Weather Market* que destacamos corresponde a la cosecha Americana porque EEUU es el mayor productor y exportador de maíz y soja. Los Precios del *Chicago Board of Trade* suelen reflejar la situación de mercado de EEUU. En el caso del Trigo es más complicado, puesto que los grandes productores y exportadores no son solamente EEUU sino también Australia, la región *Black Sea*, China, India y Latam. Además hay otros productos derivados del Trigo intercambiados con especificaciones diferentes al Trigo del *CBOT*. Después de los gráficos 1,2 y 3 nos concentramos en la volatilidad para los precios del maíz y de la soja durante el *Weather market* de 2012. Período en el que ocurrió la crisis alimentaria más grave de nuestra época moderna coincidiendo también con la etapa en la que los precios alcanzaron niveles records, de \$17,71/Bushel para el grano de Soja y de \$8,31/bushel para Maíz. Los círculos en rojo muestran los picos de volatilidad durante momentos de estrés climáticos sobre la cosecha.

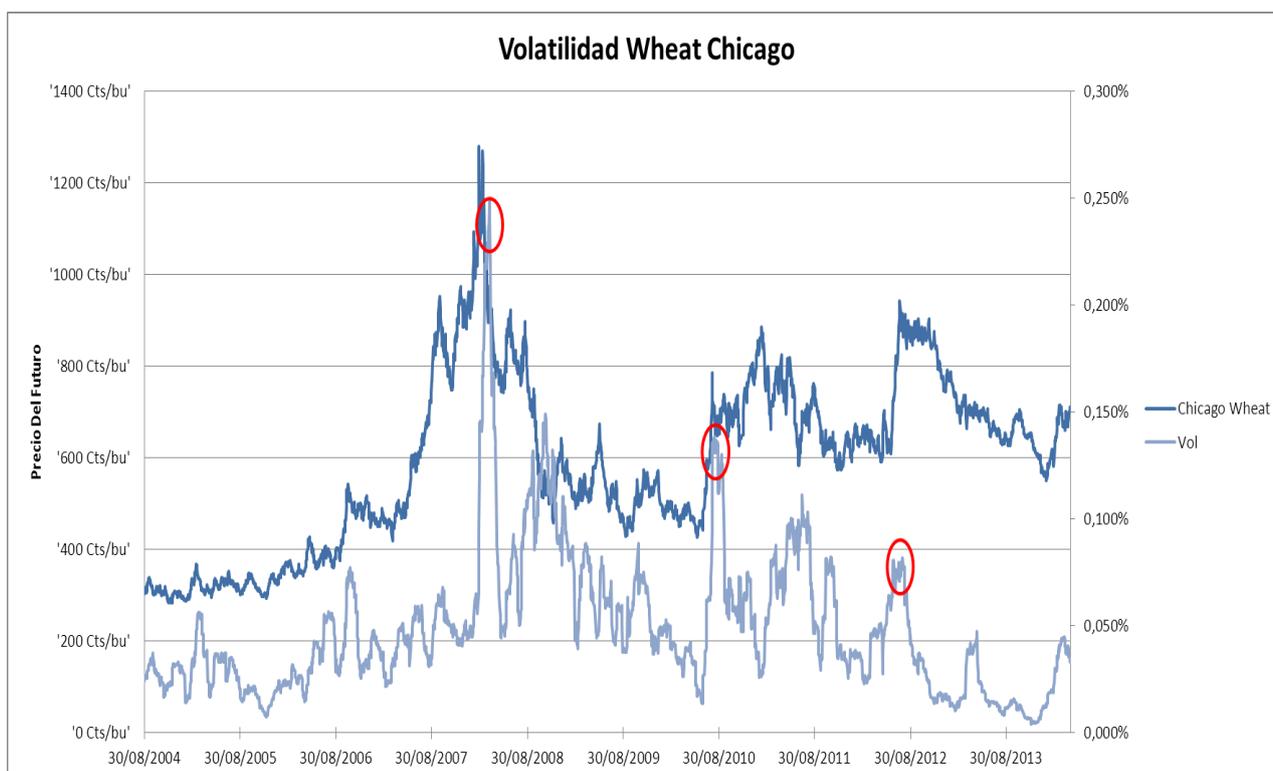
Para estudiar la volatilidad calculamos un estimador de la desviación típica diaria de los rendimientos logarítmicos.

$$\sigma(\text{Ln}(X)) = \sqrt{E[(\text{Ln}X)^2] - E[\text{Ln}X]^2}$$

El problema que encontramos en el estudio de los precios versa sobre la composición del índice de precio al pasar del mes de vencimiento al mes siguiente. Destacamos dos situaciones de mercado que no son relevantes porque al cambiar de mes de futuro, el rendimiento es desproporcionado. Es el caso de los precios de maíz que se sitúan entre el 12 de Julio de 2013 y el 15 de Julio de 2013. Aquí el precio pasa de \$7,01por bushel a \$5,36. Produciéndose una caída del 26%, situación que no resulta tan relevante como el límite diario es de 40 centavos. Otro problema encontrado es la manera de representar la volatilidad. ¿Cómo hacer el alisamiento para reflejar una volatilidad sin desfase temporal y que a la vez esté bien alisada para ver la evolución sin picos? Hemos seleccionado una ventana de 30 sesiones de mercado.

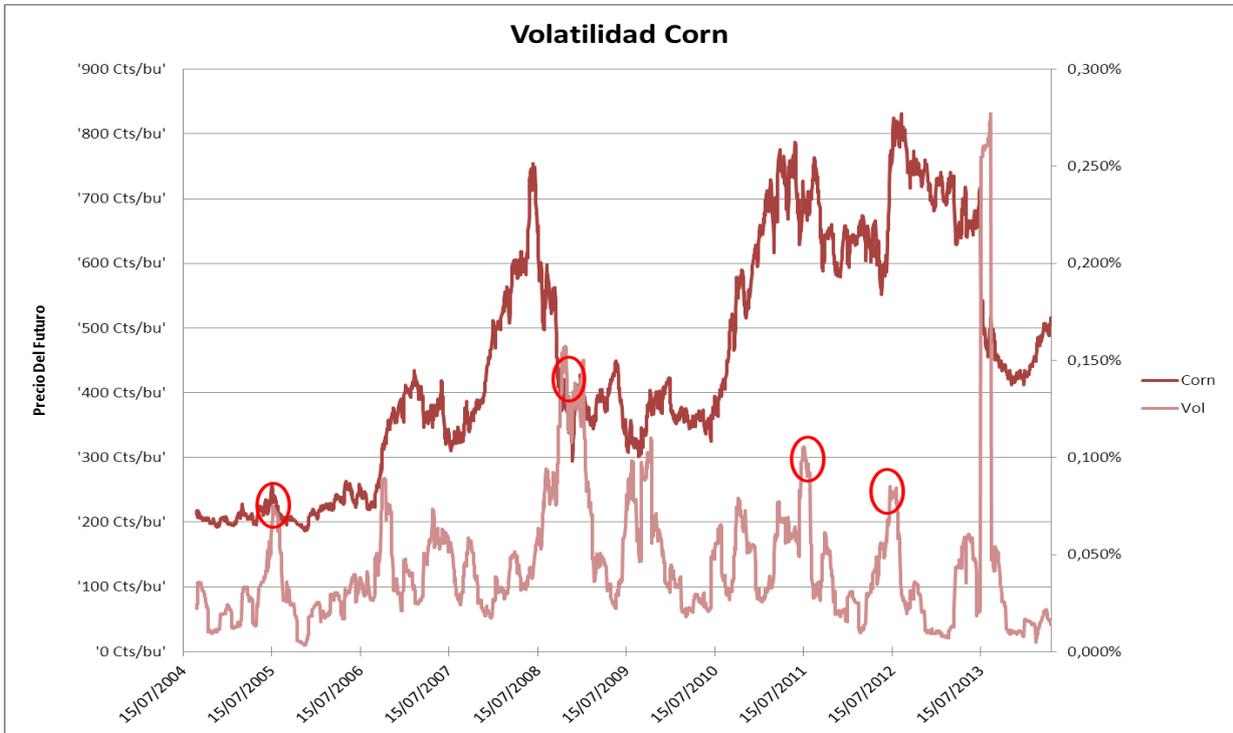
En nuestro caso y para simplificar los cálculos, suponemos que la esperanza de los rendimientos logarítmicos es cero  $E[\ln X] = 0$  (Muy cercana a la media histórica). Podemos simplificar dicha ecuación y tener una estimación de la desviación típica diaria como:  $\sigma(\ln(X)) = \sqrt{E[(\ln X)^2]}$ . Por lo tanto, podemos estimar la varianza con la media empírica sobre una ventana de 30 sesiones. Lo importante es ver la evolución de la volatilidad diaria de los rendimientos.

### 9 Volatilidad Trigo CBOT

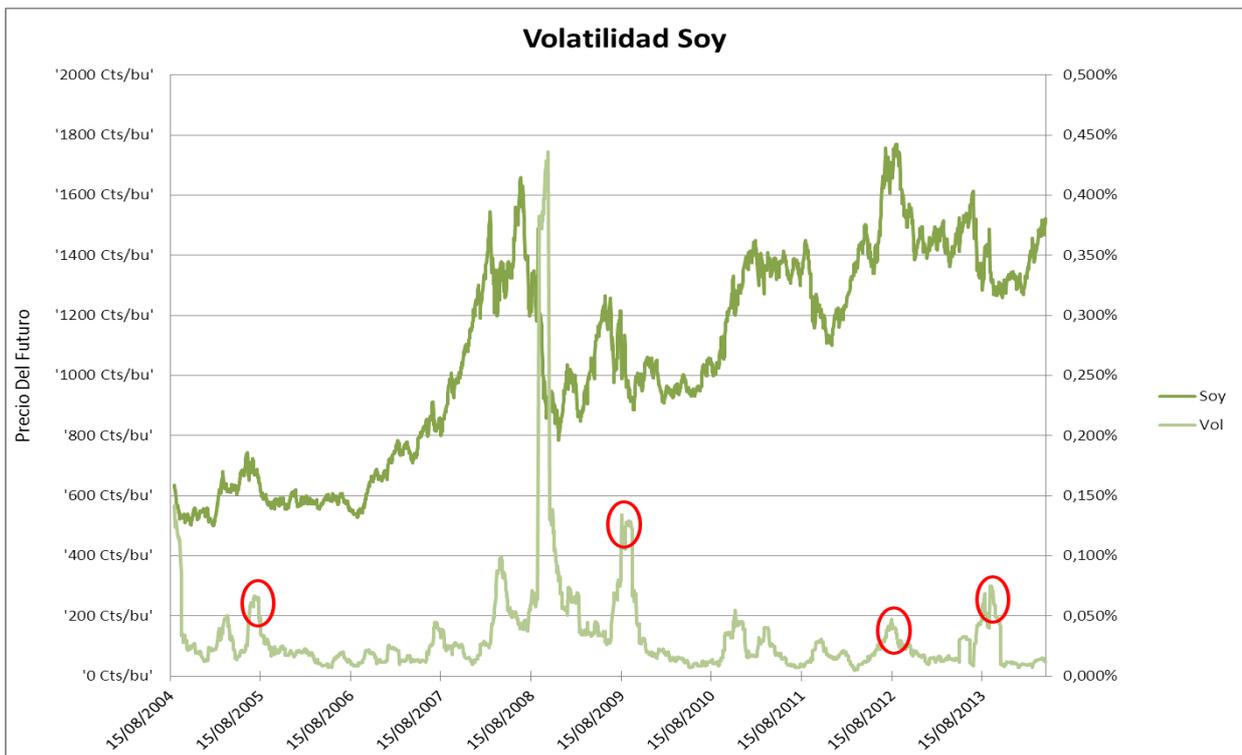


En el caso del Trigo, hemos dibujados tres círculos que corresponden a las tres crisis alimentarias en 2007, el *Panic Buying* del verano 2010 y la crisis mundial de 2012.

## 9 Volatilidad Maíz CBOT

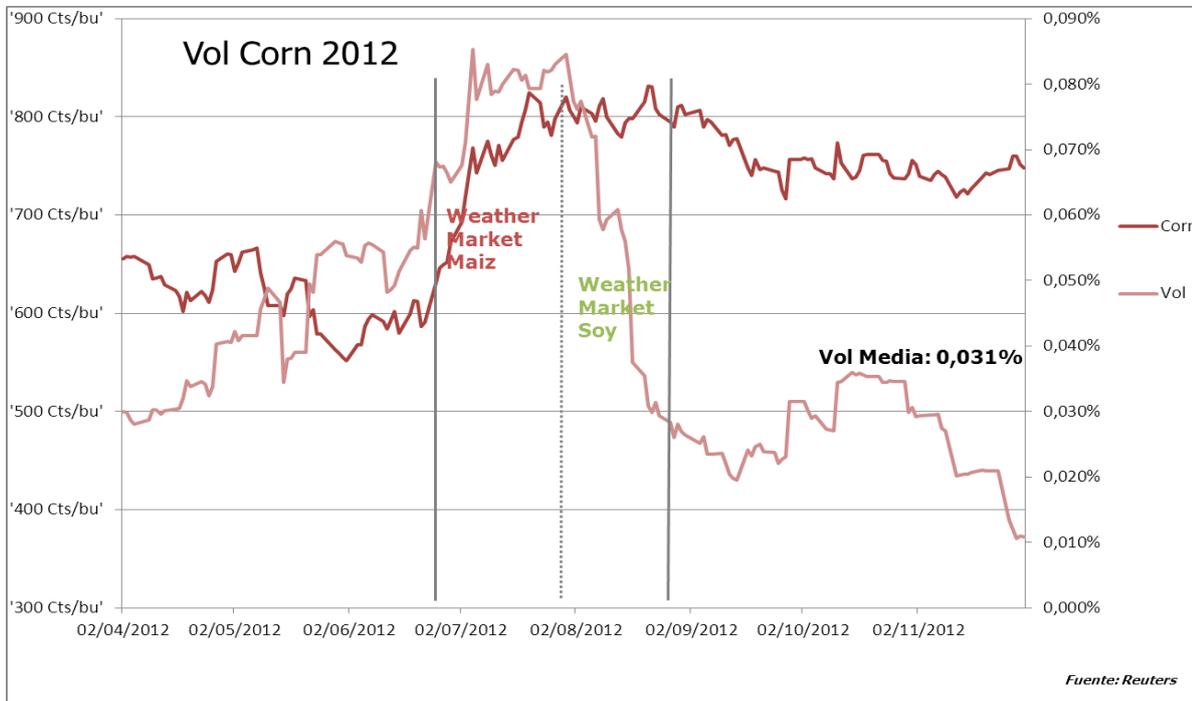


## 9 Volatilidad Soja CBOT



Apreciamos un pequeño desfase entre los periodos de gran volatilidad durante el *Weather market* y los precios de los futuros. Esto viene ocasionado por la elección de la ventana a 30 días para calcular la volatilidad.

### 9 Pico de Volatilidad en el *Weather Market* de 2012 para futuros de maíz CBOT



### 9 Pico de Volatilidad en el *Weather Market* de 2012 para futuros de soja CBOT

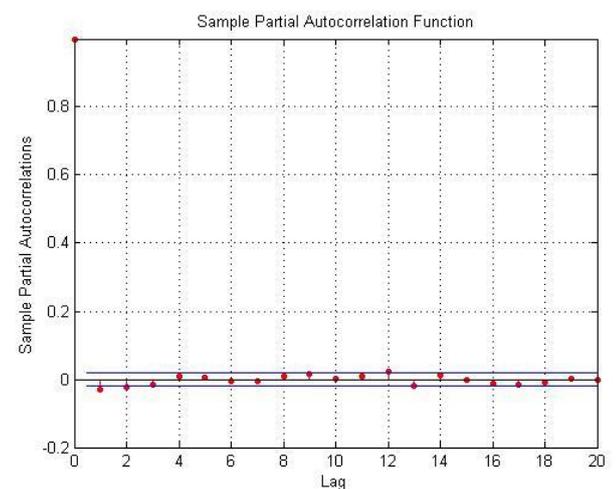
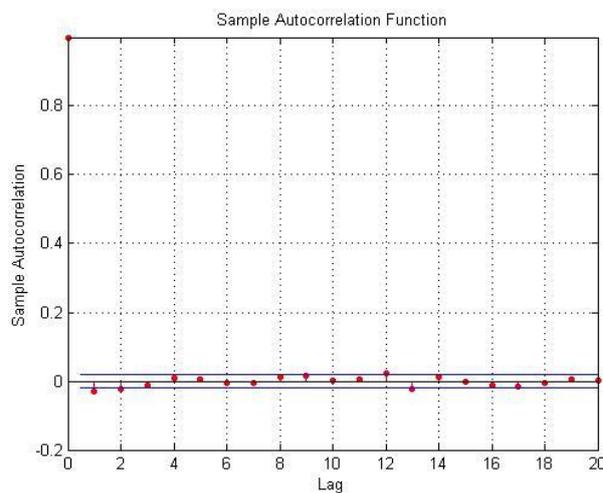


En ambos casos vemos que la volatilidad se dispara durante los meses de Julio y Agosto. Las condiciones climáticas: lluvia y temperatura tienen un impacto decisivo sobre la calidad y cantidad de la cosecha en EEUU. La incertidumbre sobre las previsiones meteorológicas provoca estas situaciones extremas de volatilidad y además incrementa la correlación existente entre los productos de Soja y de Maíz. Vemos aquí que la volatilidad del Maíz alcanza niveles por encima del doble de la media histórica. En el caso de la soja, la volatilidad se ha mantenido en Agosto por encima del 50% de la media histórica.

## Auto-correlaciones

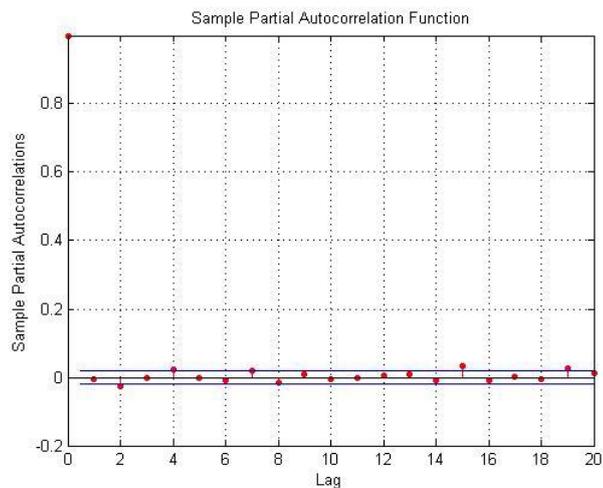
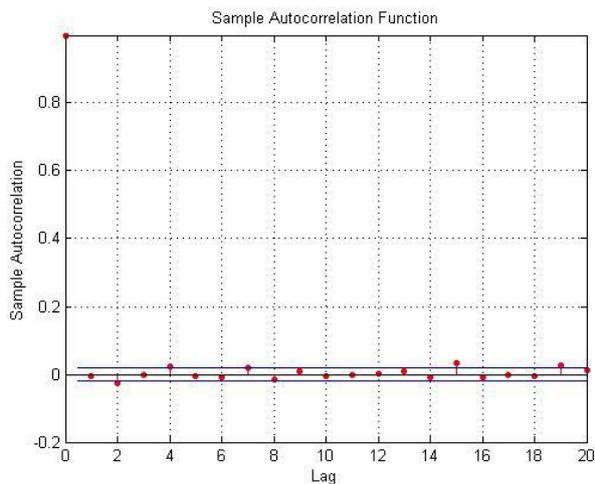
Una buena manera de estudiar la aleatoriedad de la variable temporal de los rendimientos logarítmicos es estudiar las auto-correlaciones de los rendimientos. Este ejercicio nos permite también rechazar la hipótesis de que el proceso de los rendimientos es un ruido blanco en el caso de que exista auto-correlación. Para medir el grado de auto-correlación utilizamos dos funciones: las auto-correlaciones y las auto-correlaciones parciales. Las auto-correlaciones parciales de un proceso temporal estocástico miden la auto-correlación entre dos plazos de tiempo sin incluir la auto-correlación que viene de otros plazos. Es decir, que las auto-correlaciones parciales miden la auto-correlación de una forma más exigente entre dos plazos. Nos informa sobre la independencia y podemos utilizar tests estadísticos para confirmar o rechazar esa hipótesis. Utilizamos la función de Matlab para calcular las auto-correlaciones, las auto-correlaciones parciales y tests:

### 9 Auto-correlación y auto correlación parciales para Trigo Chicago:

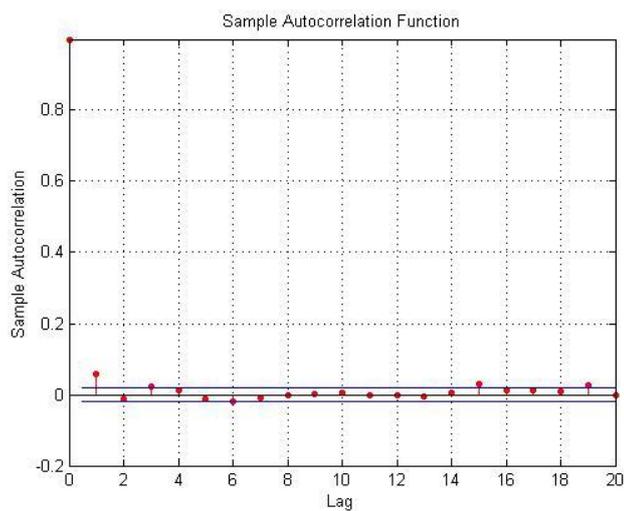
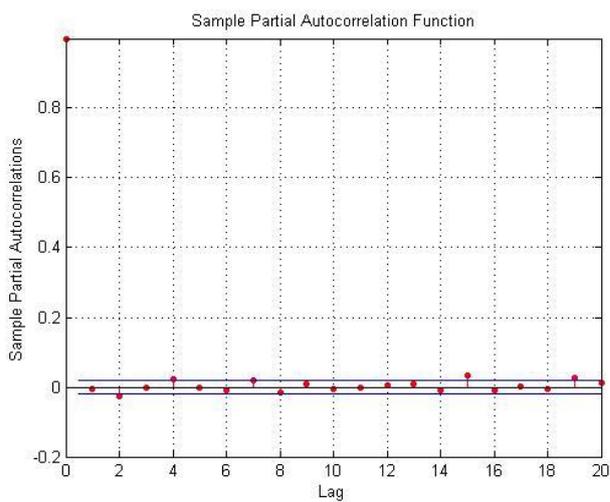


La línea de abscisas representa los distintos plazos en el cálculo de las auto-correlaciones. Podemos observar que no hay ninguna relación en el tiempo puesto que ni los rendimientos ni los puntos sobrepasan las líneas azules que representan niveles de confianza de independencia. La situación es similar para el maíz y la soja.

## 9 Auto-correlación y auto-correlación parciales para el maíz Chicago:



## 9 Auto-correlación y auto-correlación parcial para Soja



```
>> parcorr(trigo)
>> autocorr(trigo)
>> parcorr(trigo)
>> autocorr(maiz)
>> parcorr(maiz)
>> autocorr(trigo)
>> autocorr(soja)
>> parcorr(soja)
```

Queremos ejecutar un test de Ljung-Box Q-test para evaluar la hipótesis nula: “No existe auto-correlación entre los rendimientos”, utilizando un número de plazos igual a 9.

(  $\approx \ln(N)$  donde  $N$  es el numero de datos de la muestra = 10424 )

Vemos que en el caso del Trigo y de la Soja se rechaza la hipótesis nula para los plazos 1 hasta 9. El valor de h representa el resultado del test, si es igual a 1 significa que se rechaza la hipótesis nula de no auto-correlación con un error del 5%. Si es igual a 0 no se puede concluir que existe auto-correlación. La segunda variable p es la p-value y nos informa sobre la probabilidad de obtener el resultado de la estadística Q sobre las condiciones de hipótesis nula. Si es ínfima significa que la hipótesis nula es muy poco probable. En nuestro caso consideramos el nivel de confianza del 5% como límite para rechazar la hipótesis nula.

### 9 Código y resultado del test de Ljung-Box

```
[h,p,Qstat,crit] =
lbqtest(trigo,'Lags',[1,2,3,4,5,6,7,8,9])
[h,p,Qstat,crit] =
lbqtest(maíz,'Lags',[1,2,3,4,5,6,7,8,9])
[h,p,Qstat,crit] =
lbqtest(soja,'Lags',[1,2,3,4,5,6,7,8,9])
```

| Ljung-Box Q-test |               |                  |       |      |      |       |       |      |      |           |       |      |
|------------------|---------------|------------------|-------|------|------|-------|-------|------|------|-----------|-------|------|
| Plazos           | Trigo Chicago |                  |       |      | Maíz |       |       |      | Soja |           |       |      |
|                  | h: 1=Rechazo  | p: Nivel de 0,05 | Qstat | crit | h    | p     | Qstat | crit | h    | p         | Qstat | crit |
| 1                | 1             | 0,003            | 8,9   | 3,8  | 0    | 0,505 | 0,4   | 3,8  | 1    | 3,706E-09 | 34,8  | 3,8  |
| 2                | 1             | 0,001            | 14,1  | 6,0  | 1    | 0,023 | 7,5   | 6,0  | 1    | 1,521E-08 | 36,0  | 6,0  |
| 3                | 1             | 0,001            | 16,0  | 7,8  | 0    | 0,056 | 7,6   | 7,8  | 1    | 4,221E-09 | 41,9  | 7,8  |
| 4                | 1             | 0,002            | 17,1  | 9,5  | 1    | 0,012 | 12,9  | 9,5  | 1    | 7,638E-09 | 43,6  | 9,5  |
| 5                | 1             | 0,004            | 17,4  | 11,1 | 1    | 0,023 | 13,0  | 11,1 | 1    | 1,518E-08 | 44,9  | 11,1 |
| 6                | 1             | 0,007            | 17,6  | 12,6 | 1    | 0,030 | 14,0  | 12,6 | 1    | 7,858E-09 | 48,9  | 12,6 |
| 7                | 1             | 0,013            | 17,9  | 14,1 | 1    | 0,013 | 17,8  | 14,1 | 1    | 1,865E-08 | 49,4  | 14,1 |
| 8                | 1             | 0,014            | 19,1  | 15,5 | 1    | 0,010 | 20,2  | 15,5 | 1    | 5,214E-08 | 49,4  | 15,5 |
| 9                | 1             | 0,010            | 21,7  | 16,9 | 1    | 0,013 | 20,8  | 16,9 | 1    | 1,366E-07 | 49,5  | 16,9 |

Para el maíz no podemos rechazar la hipótesis para los plazos 1 y 3 sin poder concluir que no existe auto-correlación. El resultado del test contradice nuestra observación en los gráficos de las auto-correlaciones. Se nota que los rendimientos de la soja pueden tener más relación temporal que los rendimientos del maíz, porque primero: los gráficos de auto-correlación de soja existen puntos que sobrepasan la línea de confianza, segundo: el test de Ljung-Box sobre los rendimientos de maíz no rechaza la hipótesis de no auto-correlación para los plazos 1 y 3.

## Medidas de Rentabilidad y de Riesgo: Ratio de Sharpe

Desarrollamos en este apartado un código VBA para construir carteras optimizadas según la teoría de eficiencia de Markowitz- Sharpe del CAPM<sup>13</sup>.

Hemos utilizado y modificado un programa Visual Basic que utiliza el Solver de Excel para resolver problemas de maximización de esperanza de rendimientos/ Ratio de Sharpe y minimización de Varianza para elegir carteras formadas por los tres futuros del CBOT de trigo, maíz y soja. Planteamos la situación de inversión en un horizonte de tiempo de 10 años, con carteras formadas cada mes (21 sesiones). Es decir 123 carteras en total formadas según decisiones de optimización a futuro. En el caso de la cartera eficiente optimizada por la maximización del Ratio de Sharpe hemos dejado la posibilidad al inversor de invertir en el activo sin Riesgo en el caso de que la rentabilidad sea mejor. Hemos seleccionado un tipo sin riesgo del 1% que representa más o menos la posibilidad de financiación en la situación económica actual en la Unión Europea: tipo de inflación y coste de la financiación. La inversión empieza en Enero de 2004 y toma en cuenta los rendimientos logarítmicos de los últimos 10 años, reflejando el impacto en los precios de los tres productos que han supuesto las tres crisis alimentarias ya mencionadas en el planteamiento de la situación. A diferencia de las inversiones hechas por los fondos de cobertura y las multinacionales activas en el negocio de los productos agrícolas, nuestra inversión es más estática por el hecho de que no se permiten posiciones cortas de los tres activos seleccionados. Por lo tanto, podríamos considerar que se parecen más a estrategias de inversión como las de los fondos de pensiones o los fondos de seguros, de tamaños muy importantes. Las *commodities* suelen ser vistas como una cobertura contra la inflación y atraen más inversores, los cuales las consideran inversiones financieras en sí mismas. El éxito de estos activos ha permitido un incremento importante de nuevas carteras *commodities* durante los últimos 10 años. El tamaño de tales inversiones se ha convertido en un problema para la industria de producción alimentaria y los consumidores, tan grave como las crisis alimentarias que hemos visto anteriormente. Muchos observadores acusan a las inversiones masivas de incrementar los niveles de precio, la volatilidad y de la desviación de los comportamientos fundamentales. Cabe destacar que no se puede cuantificar el impacto y que la debilidad del Dollar estadounidense, el alto crecimiento de la demanda de los países emergentes, los problemas climatológicos y los niveles bajos de los tipos de interés han provocado también el comportamiento errático de los precios.

El código VBA está en el Apéndice, su estructura consiste en una construcción de 4 carteras para cada periodo de tiempo. Llamamos  $k$  a la variable del horizonte del tiempo de 21 sesiones de rendimientos logarítmicos. Para cada periodo calculamos una cartera formada por los tres productos de manera equiponderada, una cartera optimizada por el criterio de la varianza, una tercera cartera optimizada por el criterio de la esperanza y una cuarta cartera optimizada por el criterio del ratio de Sharpe. En 10 años, volvemos a repetir  $123 \cdot 4$  carteras. Finalmente utilizamos la propiedad de los rendimientos logarítmicos para calcular el rendimiento de la cartera en los 10 años. La estrategia consiste en revisar el peso de los activos cada 21 sesiones. Utilizando el Solver de Microsoft Excel en VBA comparamos en los rendimientos futuros cual es el rendimiento medio máximo (para el criterio de esperanza), cual es la varianza total

---

<sup>13</sup> William F. Sharpe: "Asset Prices with and without negative holdings", *Stanford University Graduate School of Business*, December 1990.

mínima (para el criterio de la varianza) y cuál es el ratio de Sharpe máximo (combinación de los dos criterios). En el caso del Ratio de Sharpe, tenemos la posibilidad de elegir el activo sin riesgo al  $1\%/12=0,083\%$  si la rentabilidad de la cartera obtenida no es superior.

Para calcular la cartera a 10 años sumamos el vector donde están ubicados los rendimientos logarítmicos y obtenemos el rendimiento de cada cartera optimizada. Utilizamos como rentabilidad sin riesgo del 1%, computamos los intereses para el cálculo de la rentabilidad a 10 años.

| Carteras/ Performance | Esperanza | Desviación típica | Ratio de Sharpe |
|-----------------------|-----------|-------------------|-----------------|
| Equi                  | -3,91%    | 5,20%             | -106,02         |
| Var_Min               | -10,65%   | 3,60%             | -13,26          |
| Esp_Max               | 28,52%    | 4,69%             | -1,81           |
| Max_Sharpe            | 38,41%    | 4,69%             | 0,30            |

$$\text{Ratio de Sharpe: } \frac{E(R) - rf}{\sigma} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma: \text{desviación típica} \\ rf: \text{Activo sin Riesgo} \\ E(R): \text{Esperanza de los rendimientos logarítmicos} \end{array} \right.$$

Destacamos aquí que la rentabilidad máxima es obtenida por la cartera optimizada con el criterio de Sharpe porque se ha podido invertir en el activo sin riesgo en caso de que la rentabilidad fuese mejor. La cartera optimizada con el criterio de Sharpe tiene la misma desviación típica que la cartera optimizada por el criterio de la esperanza, de hecho cada periodo de optimización de la cartera del criterio de Sharpe ha resultado en la misma repartición de los activos que la cartera del criterio de la Esperanza. Según la teoría de Sharpe como todos los ratios son inferiores al nivel 1, es preferible que inviertan en el activo del bono español a 10 años. Además las carteras equiponderadas, optimizadas por los criterios de esperanza y de varianza tienen ratio de Sharpe negativos por lo que no es recomendable invertir en ellas. Para la cartera optimizada por el criterio de Sharpe, la rentabilidad es mayor con esta cartera. Sin embargo, como el ratio es inferior a 1 representa una inversión con demasiado riesgo.

## VaR: Value at Risk

El VaR histórico: utilizamos los rendimientos logarítmicos desde 2000 para calcular el *Value at Risk* para los tres productos de Trigo, Soja y Maíz. Por ejemplo, la siguiente tabla nos muestra que en el 95% de los días desde 1973 hemos obtenido una rentabilidad diaria superior al -2,75% para el activo de Trigo. Lo podemos comparar con el VaR paramétrico utilizando los percentiles teóricos de la distribución normal que se encuentra en el apartado de la distribuciones de probabilidad. Para obtener los VaR anuales hemos multiplicando los VaR diarios por  $\sqrt{\text{Numero de sesiones}} = \sqrt{252}$ . Utilizaremos luego el producto entre

los vectores de VaR de los activos con la matriz de correlación para calcular el VaR de la cartera equiponderada.

$$VaR_{equi} = (VaR_{Trigo} \quad VaR_{Soja} \quad VaR_{Maiz}) * \begin{pmatrix} 1 & \rho_{Trigo,Soja} & \rho_{Trigo,Maiz} \\ \rho_{Trigo,Soja} & 1 & \rho_{Soja,Maiz} \\ \rho_{Trigo,Maiz} & \rho_{Soja,Maiz} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} VaR_{Trigo} \\ VaR_{Soja} \\ VaR_{Maiz} \end{pmatrix}$$

| Carteras/Performance  | VaR histórico diario | VaR histórico anual | VaR paramétrico | VaR paramétrico anual |
|-----------------------|----------------------|---------------------|-----------------|-----------------------|
| Trigo                 | -2,76%               | -43,89%             | -1,97%          | -31,23%               |
| Soja                  | -2,75%               | -43,59%             | -0,64%          | -10,13%               |
| Maíz                  | -2,51%               | -39,90%             | -1,67%          | -26,57%               |
| Cartera Equiponderada | -3,76%               | -59,73%             | -2,46%          | -39,02%               |

Como podemos ver la cartera equiponderada tiene una pérdida potencial mayor que los activos debido a la correlación existente entre los activos. Observamos también que la distribución teórica que encaja mejor en nuestro modelo según los histogramas obtenidos más arriba, es más conservadora en cuanto a la medida de riesgo del *Value at Risk*.

$$Si \quad X \sim N(\mu, \sigma) \quad entonces \quad \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

Con la suposición de que los rendimientos logarítmicos son iid y que verifiquen lo siguiente

$$X_{Trigo} \sim N(0.005, 0.015)$$

$$X_{Soja} \sim N(0.015, 0.013)$$

$$X_{Maiz} \sim N(0.003, 0.012)$$

Con el percentil de la distribución  $N(0,1)$  podemos obtener el VaR paramétrico de los activos:

$$VaR_x = \mu_x + \sigma_x * q_{5\%}^{N(0,1)}$$

## Modelos de Valoración de precios

### Simulación de Precio del Proceso de un Factor de Schwartz: Determinar $\delta$

Hemos obtenido la media de las 5000 simulaciones, en el modelo del rendimiento del almacenamiento de Schwartz<sup>14</sup>: El rendimiento de dicho almacenamiento (*“convenience yield”*)  $\delta$  actúa como el dividendo en

<sup>14</sup> Eduardo S. Schwartz y James E. Smith, ‘Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices’, *Management Science*, Vol. 46 (2000), pp. 893–911.

la fórmula matemática para los precios de renta variable: es una consecuencia de la ausencia de oportunidades de arbitraje. Además, el precio de la mercadería física tiene una ventaja en comparación con el precio del derivado. Por lo tanto, la fórmula para el precio del subyacente  $dY_t = (r - \delta)dt + \sigma dB_t$ , donde  $Y_t = \ln(S_t)$ . Se descuenta del precio del futuro el rendimiento del almacenamiento. Luego, utilizaremos el Solver de Excel para conocer cuál es el rendimiento óptimo para cada producto. Para el tipo de interés compuesto sin riesgo del 3% a 14 años, lo que nos da un tipo del 51% durante esos 14 años. Significa que en el mundo ideal sin arbitraje los inversores pueden esperar recibir la mitad de su inversión en 14 años. Se trata del periodo de tiempo durante el cual han tenido lugar las dos fases que hemos venido mencionando: la que abarca desde 2000 hasta 2007 de relativa calma y la de 2007 hasta 2014 en la que se produjeron las tres crisis alimentarias. La volatilidad diaria es la volatilidad histórica entre 2000 y 2014. El óptimo que calculamos se hace minimizando la suma de los errores al cuadrado. Hemos obtenido los rendimientos que se exponen a continuación:<sup>15</sup>

| Parámetros                    | Maíz    | Soja    | Trigo   |
|-------------------------------|---------|---------|---------|
| $\delta$ ( Convenience yield) | 0,278   | 0,299   | 0,318   |
| r (anual)                     | 3%      | 3%      | 3%      |
| $\sigma$ (diaria)             | 1,9%    | 1,7%    | 2,1%    |
| $\sigma$ (a 14 años)          | 112,6%  | 100,6%  | 123,7%  |
| T                             | 3605    | 3605    | 3605    |
| dt                            | 0,00028 | 0,00028 | 0,00028 |

Una observación clara es que cuando la curva de simulación está situada por debajo de la curva de los precios reales, el rendimiento de almacenamiento óptimo es cero. Así las cosas, el Trigo CBOT es el activo que parece tener más ventaja al almacenar. Por lo tanto, es el activo más expuesto ante la escasez. Podríamos además pensar que el parámetro  $\delta$  sirve para ajustar el rendimiento sin riesgo del mercado r.

Ahora tendremos los dos modelos de precio que nos van a servir para valorar opciones con los precios actuales:

$$S(t) = S(t - 1)e^{\left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\sqrt{dt}Z} : \text{Modelo a 1 factor}$$

$$S(t) = S(t - 1)e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\sqrt{dt}Z} : \text{Modelo clásico de valoración Black \& Scholes}$$

## Calculo de Precio de una opción

<sup>15</sup> Código VBA :Apéndice 2)

A continuación, vamos a hacer la valoración de precio de opciones sobre los índices de precio a partir del modelo de B&S y de nuestro modelo a 1 factor. Aunque no existen en los mercados tales opciones porque el índice de precios de futuros refleja el nivel de los precios al contado elegimos el periodo de tiempo de 6 meses. En la valoración de tales opciones vamos a utilizar la volatilidad media de los últimos 14 años. No vamos a utilizar la volatilidad implícita que suele representar la información en el mercado porque no enfocamos esta parte del estudio sobre la situación del mercado sino sobre los distintos métodos de valoración que conocemos.

| Parámetros        | Modelo de B&S <sup>16</sup> |         |         | Estimación con Monte Carlo |         |         | Modelo a 1 factor |         |         |
|-------------------|-----------------------------|---------|---------|----------------------------|---------|---------|-------------------|---------|---------|
|                   | Maíz                        | Soja    | Trigo   | Maíz                       | Soja    | Trigo   | Maíz              | Soja    | Trigo   |
| $\delta$          | 0,000                       | 0,000   | 0,000   | 0,000                      | 0,000   | 0,000   | -0,018            | -0,019  | -0,020  |
| r (6 meses)       | 3,0%                        | 3,0%    | 3,0%    | 3,0%                       | 3,0%    | 3,0%    | 3,0%              | 3,0%    | 3,0%    |
| $\sigma$ (diaria) | 1,9%                        | 1,7%    | 2,1%    | 1,9%                       | 1,7%    | 2,1%    | 1,9%              | 1,7%    | 2,1%    |
| $\sigma$ (Anual)  | 29,8%                       | 26,6%   | 32,7%   | 29,8%                      | 26,6%   | 32,7%   | 29,8%             | 26,6%   | 32,7%   |
| T                 | 0,5                         | 0,5     | 0,5     | 0,5                        | 0,5     | 0,5     | 0,5               | 0,5     | 0,5     |
| dt                | 0,0039                      | 0,0039  | 0,0039  | 0,0039                     | 0,0039  | 0,0039  | 0,0039            | 0,0039  | 0,0039  |
| Precio Subyacente | 512,25                      | 1520,5  | 712     | 512,25                     | 1520,5  | 712     | 512,25            | 1520,5  | 712     |
| Precio Ejercicio  | 562,25                      | 1480,00 | 712,00  | 562,25                     | 1480,00 | 712,00  | 562,25            | 1520,50 | 712,00  |
| Call              | 26,88                       | 145,55  | 70,47   | 28,37                      | 145,21  | 70,42   | 22,96             | 135,62  | 65,70   |
| Put               | 68,51                       | 83,01   | 59,87   | 65,42                      | 83,86   | 60,46   | 73,19             | 87,60   | 64,90   |
| Delta Call        | 0,3951                      | 0,6245  | 0,5716  | 0,3951                     | 0,6245  | 0,5716  | 0,4150            | 0,5942  | 0,5943  |
| Delta Put         | -0,6049                     | -0,3755 | -0,4284 | -0,6049                    | -0,3755 | -0,4284 | -0,5939           | -0,4153 | -0,4157 |
| Gamma             | 0,0036                      | 0,0013  | 0,0024  | 0,0036                     | 0,0013  | 0,0024  | 0,0036            | 0,0014  | 0,0024  |

Los precios son expresados en Centavos por Bushel.

Calculamos el precio de una opción Call Europea a un año para 3 modelos: El modelo de B&S usando las formulas desarrolladas en el apartado Metodología, la aproximación de Monte Carlo y finalmente nuestro modelo de precio a 1 factor. Para ello utilizamos los precios que hemos simulado partiendo de los últimos precios del 30 de Abril de 2014. Obviamente encontramos diferencias entre el modelo de Black & Scholes y nuestro modelo debido a que hemos añadido el rendimiento del almacenamiento  $\delta$ . De este modo, como los precios de nuestro modelo son siempre inferiores al precio del modelo de B&S obtendremos un valor de la opción de compra inferior y valor de opción de venta superior. El parámetro  $\delta$  actúa como el dividendo en los modelos de precio para la renta variable. Reduce el rendimiento r del tipo de interés sin riesgo. Podemos concluir que las opciones de compra teóricas de B&S son sobre valoradas y las opciones de venta infravaloradas. Hemos obtenido las delta y Gamma con las formulas teóricas, hemos seleccionado los tres casos posibles, en el caso del maíz la opción de compra está fuera de la moneda y la opción de venta en la moneda. En el caso de la soja, la opción de compra está en la moneda y la opción de venta fuera de la moneda. Para el último caso del trigo, las dos opciones son a la moneda. Los rendimientos de

<sup>16</sup> Código VBA de la valoración de opciones con la aproximación binomial en Apéndice

almacenamiento son los rendimientos que hemos obtenido en la valoración de nuestro modelo a 1 factor transpuesto a rendimiento anual elevando el tipo a 1/14.

## Conclusión

Queremos enfocar nuestra conclusión diciendo que los mercados agrícolas son muy volátiles y están relacionados tanto con los fundamentales de la oferta y la demanda como con las inversiones financieras. Existe una correlación fuerte entre los productos de Trigo, Maíz y Soja. Desde el año 2000 han ocurrido tres grandes crisis alimentarias durante las cuales los precios han llegado a alcanzar niveles históricos records: 17\$ para los futuros de Soja durante la crisis de 2012, y 8,9\$ para los futuros de Maíz. La importancia del análisis de los fundamentales tiende a variar en el tiempo según las inversiones financieras pero siempre es el factor más potente en la formación de los precios. Podemos concluir también que el comportamiento de los precios es errático. El sector agrícola es un sector donde interactúan los sectores agrícolas, industriales y la actividad financiera. Es un ámbito donde se encuentra uno de los retos más importante del siglo XXI, a saber la alimentación de la población mundial.

Hemos analizado las estrategias financieras como la optimización mediante el ratio de Sharpe, que nos pueden servir de base para las estrategias de inversión de los fondos de pensiones o de seguros. Hemos podido comprobar también que la modelización de sus precios difiere de la modelización de los mercados de renta variable. Los modelos de replicación de activos han sido demostrados teniendo en cuenta la presencia de un rendimiento de almacenamiento  $\delta$ . Así las cosas, la replicación de activos derivados en los *commodities* no debe ser igual a la replicación de otros activos financieros.

El lector podría también utilizar los códigos de programación (VBA) con el uso del Solver de Excel y las herramientas sencillas de estadística para aportar argumentos en trabajos futuros. Hemos empleado Matlab en aquellos casos en los que no ha sido posible aplicar VBA. Puesto que consideramos que los estudiantes tienen un mayor acceso a VBA?

## Futuras líneas de investigación

A continuación hablamos de varios temas que podrían ser analizados en los mercados de materias primas:

Valoración de otros productos de *commodities*, energía, metales. Sería muy interesante ver si existe alguna relación entre los productos de energía con el sector agrícola, por ejemplo la correlación entre los aceites vegetales y los combustibles de gas o productos petrolíferos. En efecto, existe una relación importante en la medida en que se ha incrementado el consumo de los bio-combustibles: aceite de Soja, Etanol. Por lo

que resultaría de interés analizar el impacto de las decisiones políticas estadounidenses sobre la obligación de utilización de bio-combustible en los combustibles tales como: *RFS: Renewable Fuel Standard*.

Otra línea de indagación atractiva sería el estudio sobre otros productos agrícolas: colza, girasol, cacao, café y azúcar. También podríamos estudiar los activos de Trigo de Kansas City, de Minnesota, y del Matif. Se podría ver el precio para el Trigo Kansas city, el Trigo de Minneapolis y el Trigo Europeo de Francia Matif cotizando en Euronext. Respecto al Trigo, se podrá explicar las diferentes calidades existentes, la Proteína, el Peso Específico, la humedad... Todos estos productos cotizan con precios relacionados entre ellos mismos dependiendo de la calidad. Por ejemplo, el Trigo de Minneapolis cotiza con una prima sobre el Trigo del CBOT, también el Trigo de Kansas City cotiza con una prima. Es interesante ver como se podrá mostrar correlaciones entre estos productos calculando coeficientes de correlación. Por otro lado podremos analizar los productos resultantes de la actividad de los granos como por ejemplo las harinas de los oleaginosos: soja, colza, girasol, palmera o de los aceites oleaginosos: soja, colza, girasol, palmera y en otra medida el etanol derivado del azúcar y del maíz. Sería posible realizar un estudio sobre la relación entre los precios de los productos de oleaginosos (harina y aceite) sobre el margen existente en la producción de ellos mismos: margen de trituración, por ejemplo. Otra estudio investigación posible sería la de los distintos precios de venta en origen y destino tomando en cuenta las particularidades de los mercados locales a través de la prima. En dicho estudio también podríamos tener en cuenta el precio del transporte en función de los distintos puertos desde su origen hasta su destino.

Modelos de Schwartz de dos factores: en este modelo añadimos una variable aleatoria en la simulación de los precios que es la Media a la cual los precios revierten. Podríamos añadir un tercer componente en la volatilidad para reflejar la estacionalidad existente durante el “*weather market*” como puede ser por ejemplo una función similar a una función trigonométrica seno o coseno.

Hacer el cálculo de opción sobre futuros para los meses cotizados o comparando las volatilidades implícitas e históricas. Calcular el precio de opciones para futuros con la cotización actual en el mercado. Comparar los precios obtenidos con el método de B&S y compararlos con nuestro modelo a 1 o 2 factores. Ver si existe una oportunidad de arbitraje en el mercado. Según el modelo de Black-Scholes, dado que la volatilidad por unidad de tiempo es constante, todos los derivados sobre el mismo subyacente y con el mismo vencimiento deben de tener la misma volatilidad implícita. No se da en la realidad, por lo tanto la “sonrisa de volatilidad” dibuja la volatilidad de las opciones fuera de la moneda (variando el precio de ejercicio) para el mismo subyacente y al mismo vencimiento. A diferencia de los mercados de divisas y sobre acciones o índices bursátiles, los mercados de “*commodities*” suelen tener una sonrisa de volatilidad monótona creciente que corresponde a una distribución del precio del subyacente con la cola derecha más “pesada”, es decir sobrevalorar las opciones de compra fuera de dinero y la opciones de venta en dinero. Ello podría estar relacionado con el mayor riesgo percibido por los inversores ante subidas de precio.

Los “*Spread*” en los mercados de materias primas tienen una importancia decisiva para poder describir la situación de mercado. Se habla de *Spread* invertidos (caso de los productos agrícolas) o *backwardation* (para los mercados de energía o metales). En las materias primas agrícolas las diferencias más importantes están entre los precios antes y después de las cosechas. Si por ejemplo ocurre una demanda fuerte unido a que la producción no es suficiente, la escasez produce un efecto anormal en el mercado y los precios al

contado suben más que los precios para los futuros a largo plazo. Por lo tanto, la diferencia entre el precio al contado y los precios futuros sube positivamente. En sentido opuesto, si existe una incertidumbre sobre las cosechas futuras los precios suben más que los precios al contado dando lugar a una caída de los *Spread*.

“Oferta: La disminución del peso de los Estados Unidos en las cosechas de Maíz, Soja y Trigo frente al incremento en los países productores como Brasil cambia la estructura de precios derivados del CBOT: Evolución de la volatilidad histórica durante las cosechas Sudamericanas.”

## Referencias bibliográficas:

Eduardo S. Schwartz, “The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging”. July 1997, *The Journal of Finance*. Vol. 52, pp. 923–973.

William F. Sharpe: “Asset Prices with and without negative holdings”, *Stanford University Graduate School of Business*, December 1990.

Eduardo S. Schwartz y James E. Smith, ‘Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices’, *Management Science*, Vol. 46, pp. 893–911.

Fisher Black y Myron Scholes: “The pricing and Options and Corporate Liabilities”. *The journal of Political Economy*, Volume 81, Issue 3, May – June 1973.

John C. Cox, Stephen A. Ross y Mark Rubinstein, “Option pricing: A simplified Approach”. *Journal of Financial Economics* 7, March 1979.

Oldrich Vasicek: “An Equilibrium of the Term Structure”, *Journal of Finance Economics*, 1977.

Uhlenbeck, G. E. y Ornstein, L. S. (1930), "On the theory of Brownian Motion". *Physical Review* 36.

Andrés García, Javier Población y Gregorio Serna, “A note on commodity contingent valuation”. *Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, Universidad de Castilla-La Mancha*, September 2007.

Eugene F. Fama y Kenneth R. French: “Commodity Futures Prices: Some evidence on forecast Power, Premiums, and the Theory of Storage”, *University of Chicago*. January 1987.

Janis Back, Marcel Prokopczuk y Markus Rudolf: “Seasonality and the valuation of commodity options”. *Journal of Banking & Finance*. September 2012.

Gian Shen, Andrew C. Szakmary y Subhash C. Sharma: “An examination of Momentum Strategies in Commodity Futures Markets”. *The Journal of Futures Markets*, Vol 27, No 3.

- Michel J. Brennan y Eduardo S. Schwartz, (1985) “Evaluating Natural Resource Investments”, *Journal of Business*, Vol. 58, pp. 133–155.
- James L. Paddock, Daniel R. Siegel y James L. Smith, (1988) “Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, pp. 479–503.
- John R. Gibson y Eduardo S. Schwartz, (1990) “Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims”, *the Journal of Finance*, Vol. 45, pp. 959–976.
- Fernando G. Cortazar y Eduardo S. Schwartz, (2003) “Implementing a Stochastic Model for Oil Futures Prices”, *Energy Economics*, Vol. 25, pp. 215–238.
- Fernando G. Cortazar y L. Naranjo, (2006) “An N-Factor Gaussian Model of Oil Futures Prices”, *Journal of Futures Markets*, Vol. 26, pp. 209–313.
- Bernt Oksendal, (1992) “Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications”, 3rd edn. *Springer-Verlag, Berlin Heidelberg*.
- USS: United Soybean Board, U.S Soybean Export Council, HighQuestPartner and Soyatech LLC, “How the Global Oilseed and Grain Trade Works”. 2008.
- Emiko Terazono, “Climate extremes inflate food prices”, *Financial Times*, April 11, 2014. <http://www.ft.com/intl/cms/s/2/5c4500fc-a518-11e3-8988-00144feab7de.html#axzz34WtP0j00>
- Copeland, Weston, Shastri, “Financial Theory and Corporate Policy”, 2005 4th Edition, International Edition.
- Kerry Back, (2005), “A Course in Derivatives Securities: Introduction to Theory and Computation, Springer Finance”.
- Mary Jackson y Mike Staunton, (2001), “Advanced Modeling in Finance Using Excel and VBA”, John Wileyand Sons, 263 pages.
- Fabrice Riva, (2002), “Applications Financières sous Excel en Visual Basic”, Economica.
- Chandan Sengupta, (2004), “Financial Modeling Using Excel and VBA”, John Wiley and Sons.
- Jamie R. Hendry y Van Vliet, (2004), “Modeling Financial Markets”, Mc Graw Hill.
- Imen Ben Tahar, “Mouvement Brownien et évaluation d’actifs”, *Université Paris Dauphine*, Janvier 2011, Version préliminaire.
- Julien JACQUES, "Introduction aux séries temporelles", Polytechnique Lille Département G.I.S
- Juan Ayora, “Ampliación de Matemáticas para Modelos Financieros Máster Universitario en Finanzas”, Anexo del Tema 4: La sonrisa de volatilidad”, 2013/2014.

## Apéndice

### 1) Código VBA para el cálculo de las carteras eficientes de Sharpe

```
Option Base 1

Public Sub Markowitz_dynamique()

Dim durée, nb_titre As Integer

'Lecture des vl
Sheets("Sharpe").Select
Cells(2, 1).Select
duree = Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Count
Sheets("Sharpe").Select
Cells(2, 1).Select
nb_titre = Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Count - 1

Dim i, j, k As Integer
Dim rf As Integer
Dim rendement_periode() As Double
Dim rendement_Equi() As Double
Dim rendement_Varmin() As Double
Dim rendement_Emax() As Double
Dim rendement_Sharpe() As Double
Dim vol_Equi() As Double
Dim vol_Varmin() As Double
Dim vol_Emax() As Double
Dim vol_Sharpe() As Double
Dim matvcv() As Double
Dim vesp() As Double
Dim range_rendement1 As Variant
Dim range_rendement2 As Variant
ReDim rendement_Equi(duree) As Double
ReDim rendement_Varmin(duree) As Double
ReDim rendement_Emax(duree) As Double
ReDim rendement_Sharpe(duree) As Double
ReDim vol_Equi(duree) As Double
ReDim vol_Varmin(duree) As Double
ReDim vol_Emax(duree) As Double
ReDim vol_Sharpe(duree) As Double
ReDim matvcv(nb_titre, nb_titre) As Double
ReDim vesp(1, nb_titre) As Double

'Préparation de la feuille et mise en page
Cells(3, 6) = "Mean"
Cells(4, 6) = "VCV"

'k representa el numero de periodos con las cuales vamos a calcular las cuatro carteras mensuales
For k = 1 To 123
```

```

'Cálculo de las esperanzas de rendimientos logarítmicos y de la matrice de VCV
mensual
For i = 1 To nb_titre
  For j = 1 To nb_titre
    range_rendement1 = Range(Sheets("Sharpe").Cells(k + 2, 1 + i),
Sheets("Sharpe").Cells(k + 22, 1 + i))
    range_rendement2 = Range(Sheets("Sharpe").Cells(k + 2, 1 + j),
Sheets("Sharpe").Cells(k + 22, 1 + j))
    matvcv(i, j) = Application.Covar(range_rendement1, range_rendement2)
  Next j
  vesp(1, i) = Application.Average(range_rendement1)
Next i

'Reportamos la Esperanza de los vectores y la matrice VCV en la linea 3 y 4.
'Luego les nombraremos y la ubicación servirá para reportar los resultados del
solver
For i = 1 To nb_titre
  For j = 1 To nb_titre
    Cells(3, i + 6) = vesp(1, i)
    Cells(i + 3, j + 6) = matvcv(i, j)
  Next j
Next i

'Colocacion de los pesos de los activos
For i = 1 To nb_titre
  Cells(10, 6) = "Poids"
  Cells(9, i + 6) = Worksheets("Sharpe").Cells(1, i + 1)
  'Initialisacion a cero
  Cells(10, i + 6).Value = 0
Next i

'Obligacion del supuesto
Cells(8, 6) = "Somme des poids-1"
Cells(8, 7).Formula = "=SUM(poids)-1"
Cells(7, 6) = nb_titre

'Nombramiento de los nombres de vectores, de esperanza y de la matrice VCV

ActiveWorkbook.Names.Add Name:="poids", RefersToR1C1:=Range(Cells(10, 7),
Cells(10, 7 + nb_titre - 1))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="esp", RefersToR1C1:=Range(Cells(3, 7), Cells(3, 7
+ nb_titre - 1))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="vcv", RefersToR1C1:=Range(Cells(4, 7), Cells(3 +
nb_titre, 7 + nb_titre - 1))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="somme_poids", RefersToR1C1:=Range(Cells(8, 7),
Cells(8, 7))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="E", RefersToR1C1:=Range(Cells(12, 7), Cells(12,
7))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="V", RefersToR1C1:=Range(Cells(13, 7), Cells(13,
7))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="s", RefersToR1C1:=Range(Cells(14, 7), Cells(14,
7))
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="Sharpe", RefersToR1C1:=Range(Cells(15, 7),
Cells(15, 7))

```

```
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="rf", RefersToR1C1:=Range(Cells(11, 7), Cells(11, 7))
```

```
'Definicion del activo sin riesgo a un tipo anual, du coefficient d'aversion pour le risque de l'investisseur et de sa contrainte de sécurité
```

```
Cells(11, 6) = "ASR"  
Cells(11, 7) = 0.01  
rf1 = 0.01
```

```
'Definición de la cedulas cibles para la resolución con el solver, esperanza diaria ,varianza, ratio de sharpe
```

```
Cells(12, 6) = "EspP"  
Cells(12, 7).Select  
Selection.FormulaArray = "=MMULT(poids,TRANSPOSE(esp))"  
Cells(13, 6) = "VarP"  
Cells(13, 7).Select  
Selection.FormulaArray = "=(MMULT(poids,MMULT(vcv,TRANSPOSE(poids)))*21)"  
Cells(14, 6) = "StdP"  
Cells(14, 7) = "=V^0.5"  
Cells(15, 6) = "Ratio de Sharpe"  
Cells(15, 7) = "=(E - rf) / s"
```

```
'Colocación de la esperanza para cada periodo, desviación típica, de los pesos y composición de la cartera equiponderada
```

```
Cells(20, 10) = "Esp"  
Cells(20, 11) = "Std"  
Cells(20, 12) = "Sharpe"  
Cells(17 + (k) * 4, 6) = "Equi"  
For i = 1 To nb_titre  
    Cells(20, 6 + i) = Cells(1, i + 1)  
    Cells(17 + (k) * 4, 6 + i) = (1 / nb_titre)  
Next i
```

```
'Cálculo de la performance de la cartera equiponderada sobre el periodo de inversión k
```

```
rendement = 0  
For i = 1 To nb_titre  
    rendement = (1 / nb_titre) * vesp(1, i)  
Next i  
Cells(17 + (k) * 4, 7 + nb_titre) = rendement  
rendement_Equi(k + 1) = rendement
```

```
'Carteras eficientes
```

```
'Determinación de la composición de la cartera de varianza minimale global (i.e certera defensiva) con exigencia de no ir corto en los activos
```

```
Range("poids") = 0  
SolverReset  
Call SolverOk(Range("V"), 2, 0, "poids")  
Call SolverAdd("poids", 3, "0")  
Call SolverAdd("somme_poids", 2, "0")  
Call SolverSolve(True)  
SolverFinish
```

'Ubicación de la esperanza, desviación típica y composición de la cartera de varianza minimale global con exigencia de no ir corto en los activos para cada periodo k

```
Cells(18 + (k) * 4, 6) = "Var_Min"  
Cells(18 + (k) * 4, 10) = Range("E")  
Cells(18 + (k) * 4, 11) = Range("s")  
Cells(18 + (k) * 4, 12) = Range("Sharpe")  
For i = 1 To nb_titre  
    Cells(18 + (k) * 4, 6 + i) = Cells(10, i + 6)  
Next i
```

'Cálculo de la performance mensual de la cartera de varianza minimale globale con exigencia de no ir corto en los activos

```
rendement = 0  
'Utilizamos la propiedad de los rendimientos logarítmicos: los  
sumamos para obtener el rendimiento logarítmico del mes  
rendement = Cells(18 + (k) * 4, 10)  
rendement_Varmin(k + 1) = rendement  
vol_Varmin(k + 1) = Range("s")
```

'Determinación de la composición de la cartera de esperanza de rentabilidad maximale (i.e. cartera dinámica) con exigencia de no ir corto en los activos

```
Range("poids") = 0  
SolverReset  
Call SolverOk(Range("E"), 1, 0, "poids")  
Call SolverAdd("poids", 3, "0")  
Call SolverAdd("somme_poids", 2, "0")  
Call SolverSolve(True)  
SolverFinish
```

'Ubicación de la esperanza, desviación típica y composición de la cartera de esperanza de rentabilidad maximale (i.e. cartera dinámica) con exigencia de no ir corto en los activos

```
Cells(19 + (k) * 4, 6) = "Esp_Max"  
Cells(19 + (k) * 4, 10) = Range("E")  
Cells(19 + (k) * 4, 11) = Range("s")  
Cells(19 + (k) * 4, 12) = Range("Sharpe")  
For i = 1 To nb_titre  
    Cells(19 + (k) * 4, 6 + i) = Cells(10, i + 6)  
Next i
```

'Cálculo de la performance mensual de la cartera de esperanza de rentabilidad maximale (i.e. cartera dinámica) con exigencia de no ir corto en los activos

```
rendement = 0  
rendement = Cells(19 + (k) * 4, 10)  
rendement_Emax(k + 1) = rendement  
vol_Emax(k + 1) = Range("s")
```

'Determinacion de la composicion de la cartera eficiente tangente/max ratio de Sharpe (i.e. cartera équilibre) con exigencia de no ir corto en los activos

```
SolverReset  
Call SolverOk(Range("Sharpe"), 1, 0, "poids")  
Call SolverAdd("poids", 3, "0")  
Call SolverAdd("somme_poids", 2, "0")  
Call SolverSolve(True)  
SolverFinish
```

```
'Ubicación de la esperanza, desviación típica y composición de la
cartera eficiente tangente/max ratio de Sharpe (i.e. cartera equilibrada) con exigencia de
no ir corto en los activos
```

```
'Condiciones sobre la pendiente CML para el periodo de un mes de
21 sesiones
```

```
Cells(20 + k * 4, 6) = "Max_Sharpe"
If Cells(12, 7) >= (Cells(11, 7) / 12) Then
    Cells(20 + (k) * 4, 10) = Range("E")
    Cells(20 + (k) * 4, 11) = Range("s")
    Cells(20 + (k) * 4, 12) = Range("Sharpe")
For i = 1 To nb_titre
    Cells(20 + (k) * 4, 6 + i) = Cells(10, i + 6)
Next i
Else
Cells(20 + (k) * 4, 10) = Cells(11, 6)
Cells(20 + (k) * 4, 11) = 0
End If
```

```
'Cálculo de la performance mensual de la cartera eficiente
tangente/max ratio de Sharpe (i.e. cartera equilibrada) con exigencia de no ir corto en
los activos
```

```
'Si la cartera que maximiza el ratio de Sharpe tiene una esperanza
de rentabilidad inferior al tipo sin riesgo, pues alocamos el activo sin riesgo mensual
```

```
'La rentabilidad es la del activo sin riesgo
rendement = 0
If Cells(20 + (k) * 4, 11) = 0 Then
    rendement = rf1 / 12
Else
    rendement = Cells(20 + (k) * 4, 10)
End If
rendement_Sharpe(k + 1) = rendement
vol_Sharpe(k + 1) = Range("s")
```

```
Next k
```

```
'Alocamos la performance de las carteras optimizadas a 10 años
```

```
Cells(2, nb_titre + 9) = "Esp"
Cells(2, nb_titre + 10) = "Desv"
Cells(2, nb_titre + 11) = "Sharpe"
Cells(3, nb_titre + 8) = "Equi"
Cells(4, nb_titre + 8) = "Var_Min"
Cells(5, nb_titre + 8) = "Esp_Max"
Cells(6, nb_titre + 8) = "Max_Sharpe"
Cells(3, nb_titre + 9) = Application.Sum(rendement_Equi)
Cells(4, nb_titre + 9) = Application.Sum(rendement_Varmin)
Cells(5, nb_titre + 9) = Application.Sum(rendement_Emax)
Cells(6, nb_titre + 9) = Application.Sum(rendement_Sharpe)
```

```
'calculamos las desviación típica a 10 años como desviación típica media de los 123
rendimientos mensuales multiplicandolos por la raiz de 123
```

```
Cells(4, nb_titre + 10) = Application.Average(vol_Varmin) * 123 ^ 0.5
Cells(5, nb_titre + 10) = Application.Average(vol_Emax) * 123 ^ 0.5
Cells(6, nb_titre + 10) = Application.Average(vol_Sharpe) * 123 ^ 0.5
```

```
' Calculamos el ratio de Sharpe utilizando el tipo de interés a 10 años del bono español
```

```
Cells(4, nb_titre + 11) = (1 + Application.Sum(rendement_Varmin) - 1.032 ^ 10) /
(Application.Average(vol_Varmin) * 123 ^ 0.5)
```

```

Cells(5, nb_titre + 11) = (1 + Application.Sum(rendement_Emax) - 1.032 ^ 10) /
(Application.Average(vol_Emax) * 123 ^ 0.5)
Cells(6, nb_titre + 11) = (1 + Application.Sum(rendement_Sharpe) - 1.032 ^ 10) /
(Application.Average(vol_Sharpe) * 123 ^ 0.5)

```

```
End Sub
```

## 2) Código VBA del Rendimiento de Almacenamiento optimo

```

Sub simulacion()

Dim duree As Integer
Dim nb As Integer
' Vamos a utilizar el Solver para calcular sobre 500 sesiones el Rendimiento de
Almacenamiento
' Ya tenemos los precios de los tres productos en las celdas de la hoja Convenience Yield
' Las formulas también están en las celdas, solo necesitamos simular leyes normales con
Monte Carlo para los 3605 precios de los 14 años

Sheets("ConvenienceYield").Select

' Nombramos las celdas cibles del Solver para la suma de los errores al cuadrado
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="somcuadr", RefersToR1C1:=Range(Cells(4, 26), Cells(4, 26))
' Y para el parametro a optimizar Delta
ActiveWorkbook.Names.Add Name:="ConvYield",
RefersToR1C1:=Worksheets("ConvenienceYield").Range(Cells(3, 10), Cells(3, 10))

    For j = 1 To 500
        For i = 1 To duree
            'Simulamos Leyes Normales estándares para la difusión de los procesos de
precio
            Worksheets("ConvenienceYield").Cells(6 + i, 10) =
Application.NormInv(Rnd(), 0, 1)
        Next i

        'Minimizamos la suma de los errores al cuadrado entre los precios simulados y
los precios históricos

        SolverReset
        Call SolverOk(Range("somcuadr"), 2, 0, "ConvYield")
        Call SolverAdd("ConvYield", 3, "0")
        Call SolverSolve(True)
        SolverFinish
        ' Alocamos el parámetro delta que optimiza nuestro objetivo
        Worksheets("ConvenienceYield").Cells(j + 6, 32) = Cells(3, 10).Value

    Next j
' Luego en el Excel obtenemos la media de la delta para las 500 simulaciones

End Sub

```

## 3) Código VBA de la valoración de opciones con la aproximación binomial

```

Sub Opcion()

' Definimos las variables para simular los precios subyacentes
Dim duree, dt, deter, T, n, r
Dim S
Dim difusion
Dim x() As Double
Dim K
Dim VolAnual
Dim ConvYield As Double

' En este caso tenemos el ejemplo de la simulación de los precios de maiz de nuestro
modelo a 1 factor
' Para calcular los precios de trigo y soja para los otros modelos cambiamos los
parametros siguientes
VolAnual = 0.298
duree = 126
S = 512.25
T = 0.5
n = 252
r = 0.03
K = 562.25
dt = 0.003968
ConvYield = 0.025
deter = r - ConvYield - 0.5 * (VolAnual ^ 2)

ReDim x(5000, duree) As Double

' Vamos a hacer la simulación de precios del modelo clásico para 126 sesiones
  For i = 1 To 5000
    x(i, 1) = S
    For j = 2 To duree
      difusion = Application.NormInv(Rnd(), 0, 1)
      x(i, j) = x(i, j - 1) * Exp(deter * dt + VolAnual * difusion * (dt ^ (1 /
2)))
    Next j
  Next i

' Si queremos un precio de una call y de una put a los 6 meses:
Dim call6meses(5000) As Double
Dim put6meses(5000) As Double

For i = 1 To 5000
  call6meses(i) = Application.WorksheetFunction.Max(x(i, 126) - K, 0) * Exp(-r * T)
  put6meses(i) = Application.WorksheetFunction.Max(K - x(i, 126), 0) * Exp(-r * T)
Next i

' reportamos los precios en la tabla de la Hoja Chart
Worksheets("Chart").Range("R23") = Application.WorksheetFunction.Average(put6meses)
Worksheets("Chart").Range("R22") = Application.WorksheetFunction.Average(call6meses)

End Sub

```

#### 4) Código VBA de las fórmulas de B&S

```
'Cálculo del valor de las opciones de compra y de venta
Function BSEuropea(S, K, r, T, Vol, Div, Tipo)

    Dim d1, d2
    d1 = (Log(S / K) + (r - Div + Vol ^ 2 / 2) * T) / (Vol * Sqr(T))
    d2 = d1 - Vol * Sqr(T)
    If TipoOpc = "c" Then
        BSEuropea = S * Exp(-Div * T) * NAcumulada(d1) - K * Exp(-r * T) * NAcumulada(d2)
    ElseIf TipoOpc = "p" Then
        BSEuropea = K * Exp(-r * T) * NAcumulada(-d2) - S0 * Exp(-Div * T) * NAcumulada(-
d1)
    End If
End Function

'Cálculo de la Delta
Function BSDelta(S, K, r, T, Vol, Div, Tipo)

    Dim d1
    d1 = (Log(S / K) + (r - Div + Vol ^ 2 / 2) * T) / (Vol * Sqr(T))
    If TipoOpc = "c" Then
        BSDelta = Exp(-Div * T) * NAcumulada(d1)
    ElseIf TipoOpc = "p" Then
        BSDelta = Exp(-Div * T) * (NAcumulada(d1) - 1)
    End If
End Function

'Cálculo de la Gamma
Public Function BSGamma(S, K, r, T, Vol, Div, Tipo)
    Dim d1
    d1 = (Log(S / K) + (r - Div + Vol ^ 2 / 2) * T) / (Vol * Sqr(T))
    BSGamma = Exp(-Div * T) * densidad(d1) / (S * Vol * Sqr(T))
End Function

'Cálculo de la función de distribución normal
Function NAcumulada(x)
    NAcumulada = Application.WorksheetFunction.NormDist(x, 0, 1, 1)
End Function

'cálculo de la densidad de la distribución normal
Function densidad(D)
    densidad = 1 / Sqr(2 * Pi) * Exp(-D ^ 2 / 2)
End Function
```