

## FICHA TÉCNICA DE LA ASIGNATURA

<b>Datos de la asignatura</b>	
Nombre	Cálculo
Titulación	Business Analytics
Curso	Primero
Cuatrimestre	Segundo
Créditos ECTS	6
Horas/semana	4
Carácter	Formación Básica
Departamento	Métodos Cuantitativos
Área	Matemáticas
Coordinador	Cristina Lozano Colomer – Cristina Sánchez Rebollo

<b>Datos del profesorado</b>	
<b>Profesora</b>	
Nombre	Cristina Sánchez Rebollo
Departamento	Matemática Aplicada
Área	Matemática Aplicada
Despacho	D-210 (ETSI-ICAI, Alberto Aguilera, 25)
e-mail	<a href="mailto:csrebollo@comillas.edu">csrebollo@comillas.edu</a>
Teléfono	91 5422800 (Ext 2378)
Horario de Tutorías	Se comunicará el primer día de clase y podrá ser consultado en el Moodle de la asignatura en el Portal de Recursos de Comillas.

## DATOS ESPECÍFICOS DE LA ASIGNATURA

<b>Contextualización de la asignatura</b>
<b>Aportación al perfil profesional de la titulación</b>
Esta asignatura pretende desarrollar en el perfil profesional del graduado en Business Analytics, las capacidades de: modelar problemas de la empresa y economía en términos matemáticos de cálculo diferencial e integral, análisis y síntesis de información recibida en lenguaje matemático, resolución de problemas empresariales y toma de decisiones óptimas y oportunas por aplicación de las técnicas y herramientas matemáticas desarrolladas en la asignatura. Además, los conocimientos y destrezas adquiridos por los alumnos al final del cuatrimestre, sentarán las bases para el aprendizaje de otras asignaturas que estudiarán en cursos posteriores.
<b>Prerrequisitos</b>
Se presuponen conocimientos básicos de matemáticas de los estudios de Bachillerato.

### Competencias – Objetivos

#### Competencias genéricas del título-curso

- CG2. Capacidad de análisis de datos masivos procedentes de diversas fuentes: texto, audio, numérica e imagen.
- CG3. Resolución de problemas y toma de decisiones en un entorno de datos masivos tanto cuantitativos como cualitativos.

#### Competencias específicas del área-asignatura

- CE17. Adquirir la capacidad para la resolución de los problemas planteados en el entorno empresarial utilizando las herramientas matemáticas.
- CE18. Conocer y utilizar las técnicas matemáticas de optimización y decisión para el tratamiento de datos.

## CONTENIDOS

### Contenidos y Prácticas de la asignatura

#### BLOQUE 1: CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

#### Tema 1: FUNCIONES DE UNA Y VARIAS VARIABLES. MODELOS MATEMÁTICOS BÁSICOS EN ECONOMÍA (5 horas)

- 1.1 Conjuntos numéricos e intervalos.
- 1.2 Definición de función de una variable. Dominio, imagen y gráfica de una función de una variable.
- 1.3 Funciones crecientes, decrecientes, acotadas y periódicas. Simetrías. Propiedades básicas de funciones elementales.
- 1.4 Modelos matemáticos básicos en la empresa y economía: conjunto oferta y demanda, función oferta y demanda, equilibrio de mercado, repercusión de la imposición de impuestos y teorema de impuestos, etc.
- 1.5 Funciones de varias variables. Ejemplos.
- 1.6 Dominio, imagen y gráfica de una función de varias variables. Dominio matemático y subdominio económico. Incremento de una función al variar sus variables independientes.
- 1.7 Curvas de nivel de una función escalar.
- 1.8 Ejemplos y aplicaciones en economía: ley de capitalización con interés compuesto, función de producción de Cobb-Douglas, curvas de nivel de una función de producción, funciones de coste y demanda, función de utilidad de un consumidor, etc.

**Tema 2: LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES. APLICACIONES (5 horas)**

- 2.1 Límite de una función en un punto y en el infinito. Límites finitos e infinitos. Interpretación geométrica.
- 2.2 Propiedades de límites. Cálculo básico de límites de funciones. Indeterminaciones. Comparación de infinitos.
- 2.3 Continuidad de una función en un punto. Propiedades de funciones continuas.
- 2.4 Continuidad de una función en un conjunto. Teoremas de continuidad en conjuntos.
- 2.5 Aplicaciones en economía: ley de capitalización con interés continuo, etc.

**Tema 3: CÁLCULO DIFERENCIAL EN UNA Y VARIAS VARIABLES. APLICACIONES EN EL CAMPO DE LA ECONOMÍA (13 horas)**

- 3.1 Derivada de una función de una variable en un punto. Interpretación geométrica y dinámica de la derivada. Derivadas laterales. Derivabilidad de una función en un punto. Interpretación geométrica.
- 3.2 Función derivada y propiedades de las derivadas. Regla de la cadena.
- 3.3 Fórmula de incrementos y diferencial de una función de una variable. Interpretación cuantitativa de la diferencial.
- 3.4 Derivadas sucesivas.
- 3.5 Derivabilidad de una función en un conjunto. Teorema de Rolle, Teorema del valor medio y regla de L'Hopital.
- 3.6 Crecimiento, decrecimiento, concavidad, convexidad y puntos de inflexión de funciones de una variable.
- 3.7 Polinomio de Taylor de una función en un punto.
- 3.8 Algunas aplicaciones en economía: relación entre coste fijo, coste variable, coste medio y coste marginal. Media de coste variable.
- 3.9 Derivadas parciales de una función de varias variables. Definición, cálculo e interpretación geométrica. Interpretación dinámica de las derivadas parciales.
- 3.10 Diferenciabilidad de una función en un punto. Fórmula de incrementos y diferencial de una función de varias variables.
- 3.11 Vector gradiente. Definición y propiedades.
- 3.12 Derivadas direccionales. Definición, cálculo e interpretación geométrica.
- 3.13 Derivadas parciales sucesivas. Teorema de Schwartz.
- 3.14 Matriz Jacobiana de un campo vectorial y matriz Hessiana de una función escalar.
- 3.15 Aplicaciones en economía: magnitudes marginales en economía (coste marginal, capital marginal, trabajo marginal, utilidad marginal y beneficio marginal), incrementos porcentuales, elasticidad de demanda, elasticidad de capital, etc.

**Tema 4: FUNCIONES COMPUESTAS, IMPLÍCITAS Y HOMOGÉNEAS. APLICACIONES EN ECONOMÍA (7 horas)**

- 4.1 Derivadas parciales de funciones compuestas. Regla de la Cadena. Árboles de dependencia. Ejemplos y aplicaciones en economía.
- 4.2 Derivadas parciales de funciones implícitas. Ejemplos y aplicaciones en economía.
- 4.3 Funciones homogéneas. Teorema de Euler. Ejemplos y aplicaciones en economía: ilusión monetaria y rendimientos a escala.

**Tema 5: OPTIMIZACIÓN. APLICACIONES EN ECONOMÍA (13 horas)**

- 5.1 Extremos locales y globales.
- 5.2 Optimización de funciones de una variable. Cálculo y caracterización de puntos críticos. Extremos absolutos de una función en un intervalo.
- 5.3 Aplicaciones en economía: monopolio *versus* competición, optimización de beneficios en el caso de un monopolio y optimización de beneficios en el caso de pequeñas empresas.
- 5.4 Conjuntos convexos. Definición y caracterización de funciones cóncavas y convexas.
- 5.5 Optimización sin restricciones. Cálculo y caracterización de puntos críticos de funciones de varias variables.
- 5.6 Aplicaciones de optimización libre en economía: optimización del beneficio al vender diferentes productos.
- 5.7 Optimización con restricciones de igualdad. Extremos condicionados. Método de sustitución, método de los multiplicadores de Lagrange y método gráfico.
- 5.8 Interpretación de los multiplicadores de Lagrange en economía.
- 5.9 Aplicaciones en economía de optimización con restricciones: minimización de capital y trabajo en función de la producción, maximización de la prod.
- 5.10 Optimización con condiciones de desigualdad. Condiciones de Khun-Tucker. Ejemplos y aplicaciones en economía.

**Tema 6: LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES EN ECONOMÍA (5 horas)**

- 6.1 Concepto de integral definida de una función en un intervalo. Función integrable en un intervalo. Interpretación de la integral definida en el ámbito económico.
- 6.2 Propiedades de funciones integrables.
- 6.3 Promedio integral de una función en un intervalo. Teorema de la media.
- 6.4 Primitiva de una función. Cálculo de primitivas y regla de Barrow. Teorema fundamental del cálculo.
- 6.5 Integrales impropias.
- 6.6 Aplicaciones de la integral en economía: distribución de la renta, su influencia en la demanda, valor actual descontado de una línea continua futura de renta.

6.7 Introducción a la integración multidimensional.

**BLOQUE 2: PRÁCTICAS CON ORDENADOR DE LA ASIGNATURA**

Se realizarán tres prácticas con ordenador, de 50 minutos de duración cada una de ellas, utilizando el lenguaje de programación Python sobre la aplicación Jupyter Notebook, de uso común en el marco de Data Science. Las prácticas a desarrollar serán:

- **Práctica 1: Interpolación y ajuste de datos**
- **Práctica 2: Optimización I**
- **Práctica 3: Optimización II**

## CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

ACTIVIDADES PRESENCIALES (55 horas)						ACTIVIDADES NO PRESENCIALES (92 horas)			
Semana	h/s	Contenido (horas dedicadas)	Tutorías colectivas	Prácticas con ordenador	Pruebas de seguimiento	Trabajo individual	Trabajos colaborativo	Tutorías individuales en despacho	h/s
1	4	Presentación de la asignatura (1h) Tema 1 (3h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	3
2	4	Tema 1 (2h) Tema 2 (2h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	4
3	4	Tema 2 (3h) Tema 3 (1h)	Tutoría colectiva del Tema 1			Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	6
4	4	Tema 3 (3h)	Tutoría colectiva del Tema 2		Prueba de Temas 1 y 2 (1h)	Preparación de Prueba 1		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	10
5	4	Tema 3 (4h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	4
6	4	Tema 3 (4h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	4
7	4	Tema 3 (1h) Tema 4 (2h)		Práctica 1 (1h)		Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B. Revisión de Práctica 1	Elaboración en grupo de parte del trabajo de prácticas.	En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	6
8	4	Tema 4 (4h)	Tutoría colectiva del Tema 3			Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B	Elaboración en grupo de parte del trabajo de prácticas.	En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	8
9	4	Tema 4 (1h) Tema 5 (3h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	5
10	4	Tema 5 (3h)	Tutoría colectiva del Tema 4		Prueba de Temas 3 y 4 (1h)	Preparación de Prueba 2		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	10
11	4	Tema 5 (4h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	5
12	4	Tema 5 (3h)	Tutoría colectiva del Tema 5	Práctica 2 (1h)		Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B. Revisión de Práctica 2	Elaboración en grupo de parte del trabajo de prácticas	En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	9
13	3	Tema 6 (1h)		Práctica 3 (1h)	Prueba de Tema 5 (1h)	Preparación de Prueba 3 Revisión de Práctica 3		En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	8
14	4	Tema 6 (4h)				Estudio de contenidos teóricos y de problemas resueltos en clase (Hoja A) Resolución de problemas de Hoja B	Finalización en grupo del trabajo de prácticas.	En horario de tutorías, siempre que el alumno lo necesite	10

- (1) Las horas de asistencia voluntaria a tutorías colectivas por parte de los alumnos, son consideradas como horas de estudio y trabajo personal de cada uno de ellos. (2) El cronograma de actividades es orientativo.

## METODOLOGÍA DOCENTE

Aspectos metodológicos generales de la asignatura	
Metodología Presencial: Actividades	Competencias
<p>1. <b>Lección expositiva:</b> El profesor explicará los conceptos fundamentales de cada tema, incidiendo en lo más importante y resolviendo a continuación una serie de problemas tipo, con los que el alumno aprenderá a identificar los elementos esenciales del planteamiento y se iniciará, adquiriendo habilidad y soltura, en la resolución de problemas del tema.</p>	<b>CG2, CE17 y CE18</b>
<p>2. <b>Resolución de problemas en clase:</b> En estas sesiones se explicarán, corregirán y analizarán problemas de cada tema análogos a los resueltos en las lecciones expositivas y también otros de mayor complejidad, previamente propuestos por el profesor y trabajados por el alumno. No obstante, no habrá una distinción drástica entre lecciones expositivas y resolución de problemas, sino que se irán intercalando de una forma natural y dinámica.</p>	<b>CG3, CE17 y CE18</b>
<p>3. <b>Prácticas con ordenador:</b> Se realizarán tres prácticas con ordenador, de 50 minutos de duración cada una de ellas, en grupos reducidos y en aulas de informática. En ellas los alumnos ejercitarán los conceptos y técnicas estudiadas, resolviendo problemas prácticos utilizando el lenguaje de programación Python sobre la aplicación Jupyter Notebook. Los alumnos tendrán que realizar por grupos a lo largo del cuatrimestre un trabajo de prácticas, que entregarán al profesor al final de éste en el plazo establecido. Con la entrega de este trabajo, los alumnos obtendrán una nota de prácticas que tendrá un peso del 10% en la calificación final de la asignatura, siempre que la nota obtenida en el examen final/extraordinario de la asignatura no sea inferior a 4 puntos.</p>	<b>CG3, CE17 y CE18</b>
<p>4. <b>Tutorías:</b> Se realizarán en grupo e individualmente, para resolver las diferentes dudas que se les planteen a los alumnos, después de haber estudiado los distintos temas y</p>	<b>CG2, CG3, CE17 y CE18</b>

<p>trabajado los diferentes problemas. Las tutorías de grupo se realizarán al final de cada tema en un horario y aula prefijados, y servirán para resolver dudas generales del tema desarrollado o de los problemas de las Hojas A y B correspondientes. Las tutorías individuales se realizarán en el horario de tutorías fijado por el profesor.</p> <p>5. <b>Realización de pruebas de seguimiento</b> (en horario de clase) <b>y del examen final de la asignatura</b> (3+3 horas). Se realizarán tres pruebas de seguimiento a lo largo del cuatrimestre en horario de clase, de 50 minutos de duración cada una de ellas. La primera de ellas se realizará al finalizar el Tema 2, la segunda de ellas al finalizar el Tema 4 y la tercera al finalizar el Tema 5. La nota media en estas pruebas de seguimiento, obtenida por el alumno a lo largo del cuatrimestre, tendrá un peso del 25% en la nota final de la asignatura, siempre que la nota obtenida en el examen final/extraordinario de la asignatura no sea inferior a 4 puntos. El examen final de la asignatura tendrá una duración de tres horas.</p>	<p><b>CG2, CG3, CE17 y CE18</b></p>
<p><b>Metodología No presencial: Actividades</b></p>	<p><b>Competencias</b></p>
<p>El objetivo principal del trabajo no presencial es que el alumno comprenda los conceptos teóricos y domine la aplicación de procedimientos, rutinas y metodologías de los diferentes temas de la asignatura, llegando a ser capaz de poner en práctica estos conocimientos, destrezas y habilidades en la resolución de los diferentes problemas planteados.</p> <p>Las principales actividades no presenciales a realizar serán:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos</b> por parte del alumno. Estudio individual y personal por parte del alumno de los conceptos expuestos en las lecciones expositivas.</li> <li>2. <b>Trabajo autónomo sobre contenidos prácticos</b> por parte del alumno. Resolución de problemas prácticos fuera del horario de clase por parte del alumno.</li> <li>3. <b>Realización de trabajos colaborativos</b> por parte del alumno. Elaboración por grupos del trabajo de prácticas.</li> </ol>	<p><b>CG2, CE17 y CE18</b></p> <p><b>CG3, CE17 y CE18</b></p> <p><b>CG3, CE17 y CE18</b></p>



## EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Actividades de evaluación	Criterios de evaluación	PESO
<ul style="list-style-type: none"> <li>Examen Final</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprensión de conceptos.</li> <li>- Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li> <li>- Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>- Presentación y comunicación escrita.</li> </ul>	<b>65%</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Pruebas de seguimiento y control a lo largo del cuatrimestre. Se realizarán tres pruebas de 50' de duración cada una de ellas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprensión de conceptos.</li> <li>- Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li> <li>- Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>- Presentación y comunicación escrita.</li> </ul>	<b>25%</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega por grupos del trabajo de prácticas de la asignatura.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprensión de conceptos.</li> <li>- Aplicación de conceptos, técnicas y procedimientos a la resolución de problemas prácticos.</li> <li>- Análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</li> <li>- Presentación y comunicación escrita.</li> <li>- Capacidad de trabajo en</li> </ul>	<b>10%</b>

	<p>grupo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dominio en la resolución de problemas con ayuda del ordenador y del software específico.</li> </ul>	
<p>Para aprobar la asignatura será condición necesaria haber obtenido al menos <b>4 puntos sobre 10</b> en el examen final de la asignatura.</p>		

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

#### Convocatoria Ordinaria

La calificación del alumno en la **convocatoria ordinaria** de la asignatura, siempre que supere una **nota mínima de 4 puntos** en el examen final de la misma, será **el máximo** entre las notas **C** y **F**, cuya composición es la siguiente:

➤ **Nota C:**

- El **65%** de la nota **C**, será la nota obtenida en el examen final de la asignatura.
- El **25%** de la nota **C**, será la nota media de las pruebas de seguimiento realizadas a lo largo del cuatrimestre
- El **10%** de la nota **C**, será la nota del trabajo de prácticas realizado por grupos.

➤ **La Nota F**, será la nota obtenida en el examen final de la asignatura.

**Observación:** Si la nota obtenida en el examen final de la asignatura es inferior a 4 puntos, la calificación del alumno será la nota obtenida en dicho examen.

#### Convocatoria Extraordinaria

La calificación del alumno en la **convocatoria extraordinaria** de la asignatura, se obtendrá siguiendo el mismo procedimiento que en la convocatoria ordinaria. De nuevo, si la nota obtenida en el examen extraordinario es inferior a 4 puntos, la calificación del alumno en la citada convocatoria será la nota obtenida en dicho examen.

### Normas de la asignatura

- La falta de asistencia a lo largo del cuatrimestre a más de un **25% de las horas lectivas de la asignatura** (9 faltas de asistencia), podrá implicar para el alumno la pérdida del derecho a examinarse de la asignatura en la convocatoria ordinaria de dicho curso académico (cf. **Artículo 93º. Escolaridad**, del Reglamento General de la Universidad).
- El alumno que cometa alguna irregularidad en la realización de cualquier prueba evaluable, será calificado con Suspenso (0) en dicha prueba y se le iniciará un proceso sancionador de acuerdo con el **Artículo 168º. Infracciones y sanciones del alumnado**, del Reglamento General de la Universidad.
- En ningún examen de la asignatura se permitirá el uso de libros, ni de apuntes de clase. En éstos el alumno podrá disponer de una hoja resumen, escrita por ambas caras, confeccionada por él, tamaño DIN A4 y de color vistoso, en la que podrá incluir cualquier resultado teórico de la asignatura (teoremas, fórmulas, esquemas, procedimientos, etc.) pero nunca podrá contener problemas resueltos, ni ejemplos prácticos.

RESUMEN HORAS DE TRABAJO DEL ALUMNO			
HORAS PRESENCIALES			
Lección magistral	Resolución de problemas	Prácticas laboratorio de matemáticas (ordenador)	Evaluación
20	29	3	3+3
HORAS NO PRESENCIALES			
Trabajo autónomo sobre contenidos teóricos	Trabajo autónomo sobre contenidos prácticos	Realización de trabajos colaborativos	Preparación adicional de pruebas y examen final
25	45	6	16
CRÉDITOS ECTS:			6 (150 horas)

## BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS

### Bibliografía Básica

#### Libros de texto

- Sydsaeter, K., Hammond, P. J., Matemáticas para el análisis económico. Prentice Hall, 1999
- Anthony, M., Biggs, N., Mathematics for economics and finance. Methods and modelling. Cambridge University Press, 1996

### Bibliografía Complementaria

#### Libros de texto

- García, A., López, A., Romero, S., Rodríguez, G., Villa, A. de la. Calculo II: Teoría y problemas de funciones de varias variables (2ª edición). CLAG, 2006.
- Martínez Estudillo, F.J., Introducción a las matemáticas para la economía. Desclee De Brouwer, S.A., 2005

### Material de la asignatura en Moodle

- Transparencias de clase.
- Hojas A y B de problemas.
- Soluciones (sin desarrollo) de los problemas de Hojas B.
- Enunciado y desarrollo de las prácticas de la asignatura.
- Información adicional de interés para el alumno.