ICADE

LA MEDICION DEL RIESGO DE TIPOS DE INTERES EN TITULOS DE RENTA FIJA. DISTINTOS TIPOS DE DURACIÓN

Nombre: Irene Núñez Amaral
Coordinador del TFG: Susana Carabias López

Madrid
Junio del 2018

Irene
Núñez
Amaral

LA MEDICION DEL RIESGO DE TIPOS DE INTERES EN TITULOS DE RENTA FIJA. DISTINTOS TIPOS DE DURACIÓN.

Índice

Resumen ejecutivo

El riesgo de tipo de interés, es uno de los más importantes para los agentes económicos, y este proyecto se centrará en cómo afecta y que métodos hay para inmunizar este riesgo en la renta fija. Para comenzar, se explicará lo que es la renta fija y por qué ésta se ve afectada por los tipos de interés. Además, se pondrá de manifiesto, las nuevas aproximaciones que han surgido, para inmunizar y mediar la sensibilidad de los tipos de interés a la renta fija. No solo se explicarán las medidas clásicas y nuevas, sino la problemática de las mismas, tanto de forma práctica como teórica. Por último, se tratará de ilustrar la dificultad de la aplicación de las distintas expresiones.

Palabras clave: Duración, tipos de interés, Macaulay, Curva de tipos de interés, riesgo de tipos de interés.

Abstract

The interest rate risk is one of the most important for economic agents and this project will focus on how it affects and what methods there are to immunize this risk in fixed income. To begin, it will explain what is fixed income and why it is affected by interest rates. In addition, it will become clear, the new approaches that have emerged, to immunize and mediate the sensitivity of interest rates to fixed income. Not only the classic and new measures will be explained, but the problematic of them, both in a practical and theoretical way. Finally, it will try to illustrate the difficulty of the application of the different expressions.

Key words: Duration, interest rates, Macaulay, interest rate curve, interest rate risk.

1. Introducción

1.1 Objetivos

Objetivo principal

El objetivo principal de este proyecto consistirá en estudiar las distintas definiciones de duración y sus ventajas o dificultades para aplicarlas en la realidad.

Objetivos secundarios

Estudiar y conocer cómo afecta la variación que sufre la curva de tipos de interés sobre el precio del activo de renta fija

Estudiar y conocer las medidas de riesgo de tipo de interés que se utilizan en la actualidad para la renta fija.

Buscar deficiencias con las medidas de riesgo de tipo de interés que se utilizan actualmente para la renta fija.

1.2 Estado de la cuestión

Los mercados financieros se clasifican según el activo que se esté negociando, encontrando de esta manera mercados de renta fija, de renta variable, de divisas, etc.

La renta fija se gestiona hoy en día con la duración de Macaulay, la cual fue descrita en 1938, es decir, hace 70 años. Aunque su uso frecuente podría inducir a pensar que este método es el más preciso, se encuentran numerosas evidencias, durante este proyecto, que muestran los numerosos estudios posteriores que no se han llevado a la práctica y han puesto en contradicción o en mejora, a esta aproximación.

Se puede llegar a pensar que la renta fija no necesita de métodos más precisos y actualizados de valoración por su pequeño riesgo. Sin embargo, y se explicará más adelante, la renta fija no es un activo seguro y necesita de métodos actualizados para poder gestionar sus riesgos.

Esta desactualización en la valoración de la renta fija, no se debe a que no haya nuevas teorías sobre la gestión de la renta fija, sino al desfase entre las matemáticas teóricas y su aplicación práctica. Se presentan numerosos modelos que tratan de corregir los errores que cometen las duraciones clásicas o que, al menos, intentan aproximar de una manera más precisa que las anteriores. Sin embargo, estas nuevas duraciones no se han llevado a la práctica y esto puede deberse a las contradicciones que estas presentan a la hora de ponerlas en práctica o simplemente por el desfase entre las matemáticas teóricas y las practicas.

Por este motivo se decidió realizar este Proyecto de Fin de Grado sobre este tema. Estudiar cada una de las aproximaciones, nuevas y clásicas, para ver qué problemas presentan en la práctica. De esta manera, se puede observar qué motivos llevan a los gestores o inversores en renta fija a seguir utilizando las duraciones clásicas o si, por el contrario, podrían incluir algunas de las duraciones propuestas como método de valoración.

1.3 Metodología

En primer lugar, se revisarán los documentos especializados como libros, artículos académicos, páginas web o cualquier tipo de fuente fiable, que nos permita conocer el riesgo de tipo de interés en la renta fija y las diferentes medidas que se utilizan.

Una vez seleccionado el material que se va a utilizar para el proyecto, se analizará y sintetizará la información. En este paso se explicarán las variables que se ven afectadas en renta fija por el riesgo de tipo de interés y de las distintas definiciones de duraciones que existen para medir el riesgo de tipo de interés en la renta fija.

A continuación, se realizó una aplicación práctica del trabajo, con las definiciones anteriormente vistas. Para ello, se utilizó un caso real de renta fija que nos permitió medir su riesgo de tipo de interés, a partir de las distintas duraciones explicadas con anterioridad. Para realizar el caso se seleccionó un bono de una subasta del estado alemán reciente, cuyos datos se extrajeron de la página web Bundesrepublik Deutschland – Finanzagentur GmbH. También, y para poder realizar el ejercicio práctico, se seleccionó la media de tipos de interés europeos, con calificación triple A, sacados de la página web del banco central europeo. Esta parte del trabajo, ayuda a poner en práctica los conocimientos aprendidos en este proyecto y como base para las conclusiones de este mismo.

Por último, se extraerán las ideas más importantes del trabajo, para que toda la conclusión este fundamentada en una base teórica sólida y no en juicios de valor.

1.4 Estructura del TFG

En relación con el tema, la metodología seguida y los objetivos a estudiar en este proyecto, la estructura del trabajo se divide de la siguiente manera:

i. En primer lugar, se explicará por qué el tipo de interés es tan importante a la hora de gestionar un título de la renta fija y cómo afecta este riesgo. Explicando, para ello, la definición de renta fija y de sus distintos tipos, así como del tipo de interés y la forma de medirlo. También se analizará cómo estas dos definiciones están estrechamente relacionadas.

ii. A continuación, se expondrán las definiciones clásicas de duración, explicado no sólo a nivel conceptual, sino en relación con todos los errores que presentan a la hora de ponerlas en práctica.

iii. En tercer lugar, se explicarán las correcciones que se plantean para las duraciones clásicas, señalando tanto las definiciones como la problemática de estas.

iv. En cuarto lugar, se interpretarán las nuevas duraciones propuestas y presentadas en este proyecto. Esto incluye una descripción detallada tanto de las definiciones, como de los problemas que presentan a la hora de ponerlas en práctica.

v. En quinto lugar, se realizará un ejercicio práctico utilizando un bono alemán. De esta manera se podrá comparar cada una de las duraciones. Comprobando si la mejor duración es la clásica o si existe la posibilidad de que haya otras duraciones más precisas y manejables.

vi. Finalmente, se concluirá el proyecto, destacando las ideas fundamentales de este mismo.

2. La importancia del riesgo de tipo de interés para los activos de la renta fija

2.1 Concepto de renta fija

La renta fija es un instrumento financiero, que se encuentra en mercados desarrollados y que promete un beneficio fijo, es decir, definido, por prestar dinero durante un tiempo determinado. (Luenberger, 1998). Esta definición escueta, pero precisa, que nos da el autor, sirve, para entender el concepto de renta fija y como base para profundizar en las tres características que definen este activo. Sin hacer un análisis exhaustivo sobre este tipo de activos, es importante entender sus principales características, para poder comprender el desarrollo planteado en este trabajo.

Una de las características de la que nos habla el autor, es que los títulos de renta fija se negocian en mercados desarrollados, donde ahorradores y personas con necesidad de financiación llegan a un acuerdo, es por ello que el activo de renta fija es un instrumento de financiación para el emisor y de inversión para el comprador. Luenberger nos habla de mercados desarrollados sin hacer ninguna distinción, pero se debe de destacar la existencia de dos mercados distintos donde se compran y venden estos títulos, el mercado primario y el mercado secundario. En el primero, es el ahorrador, quien compra directamente el título al emisor, y por tanto tiene derecho a todos los beneficios. En el segundo, sin embargo, es el ahorrador quien vende su título a otro ahorrador, y por tanto ese nuevo comprador solo recibe los beneficios devengados a partir del momento de la compra.

La segunda característica que se analizará, son los beneficios predeterminados, es decir, un inversor sabe con antelación que cantidad de beneficios o regla para generarlos, va a tener ese activo. Esto es debido a que se fija la cantidad de intereses que va a recibir el comprador del título o la fórmula para calcularlos, antes de comenzar la inversión. Estos intereses son conocidos como cupones, y se pueden recibir durante la inversión o al término de la misma junto al nominal, la cantidad prestada.

Por último, se destacará, el tiempo, es decir, el intervalo durante el que el inversor estará prestando su dinero. La variable tiempo nos determina cuando se recibirán los cupones y cuál es el vencimiento del bono. Esta variable será muy relevante, ya el valor del dinero cambia con el tiempo.

Estas dos últimas características, presentan la distribución en el tiempo de los capitales de un bono, y hacen que el inversor conozca la estructura que tendrá su inversión antes de iniciarla, es decir, cuanto y cuando recibirán sus beneficios y cuando su inversión finalizará.

Una vez explicadas las principales características de la renta fija, se presentará la clasificación que estos títulos pueden tener y por tanto con que nombre se pueden encontrar en el mercado. Se clasificarán los títulos según su vencimiento, distinguiendo entre letras, bonos, y obligaciones, de menor a mayor vencimiento respectivamente. Un segundo criterio de clasificación se centra en el emisor pudiendo ser la renta fija emitida por corporaciones empresariales o instituciones públicas.

Para seguir explicando el concepto de renta fija también se debe explicar los riesgos que esta tiene. Como se menciona anteriormente, tanto los beneficios como el horizonte temporal vienen determinados con antelación, y es por esto que las personas tienden a pesar que la renta fija es el activo más seguro que se encuentra en los mercados. Sin embargo, este tipo de activo solo te asegura un valor de cupón fijo junto con la devolución del principal al vencimiento. Aunque pueda parecer un valor seguro por estas palabras, a continuación, se detallaran los principales riesgos que presenta este tipo de activo. Al observar distintos riesgos en estos activos, se puede afirmar que la renta fija no es un valor seguro, sino un activo con el cual se puede perder y ganar dinero.

Fernández Valbuena (2001), presenta dos riesgos claramente identificados. Por un lado, la inflación, es decir al mantener dinero en una inversión, este puede tener un valor inferior al recuperarlo, incluso con los rendimientos obtenidos. Por otro lado, el riesgo de impago, es decir, la probabilidad que tiene el inversor de que no le devuelvan dicho nominal. Esta probabilidad la analizarán las distintas agencias crediticias y servirá para clasificar los distintos títulos que oscilan entre las categorías de bonos de alta calidad y de baja calidad. Cvitanic y Zapatero (2004) añaden dos riesgos, riesgo de liquidez y riesgo de tipo de interés. El riesgo de liquidez, lo describen como la necesidad de vender un título antes de su vencimiento, experimentado una perdida en el precio. Este hecho puede ocurrir por vender el título en momento malo para el mercado o porque el titulo no tenga credibilidad en el mercado. Ambos hechos generan que el inversor, no llegue a recuperar el nominal prestado. Explican también, el riesgo de interés, un concepto muy importante para este proyecto, y que se ira explicando a lo largo de este.

Por último, y destacando la importancia de los tipos de interés en la gestión de la renta de fija, se destacan dos tipos de estrategias, activas o pasivas, según la exposición a los tipos de interés. Soto (2001) explica las diferencias entre las estrategias en base a la actitud del inversor ante este riesgo. La estrategia activa viene definida como "la estrategia cuyo éxito depende de una correcta anticipación por parte del gestor de los desplazamientos de la curva de tipos" (Soto, 2001) y en la pasiva como "la creación de un determinado rendimiento para una cartera de activos durante un determinado horizonte planificador al margen de cuál sea la evolución de los tipos de interés". (Soto, 2001). Este último tipo de estrategia es la que se estudiará durante este proyecto de fin de grado.

2.2 Concepto de tipo de interés

2.2.1 Especificación de los tipos de interés

Como se ha mencionado anteriormente, uno de los riesgos más importantes de la renta fija, es el riesgo de tipo de interés. Y para poder explicarlo en profundidad, se debe de definir primero que son los tipos de interés, donde se recogen y quien los impone.

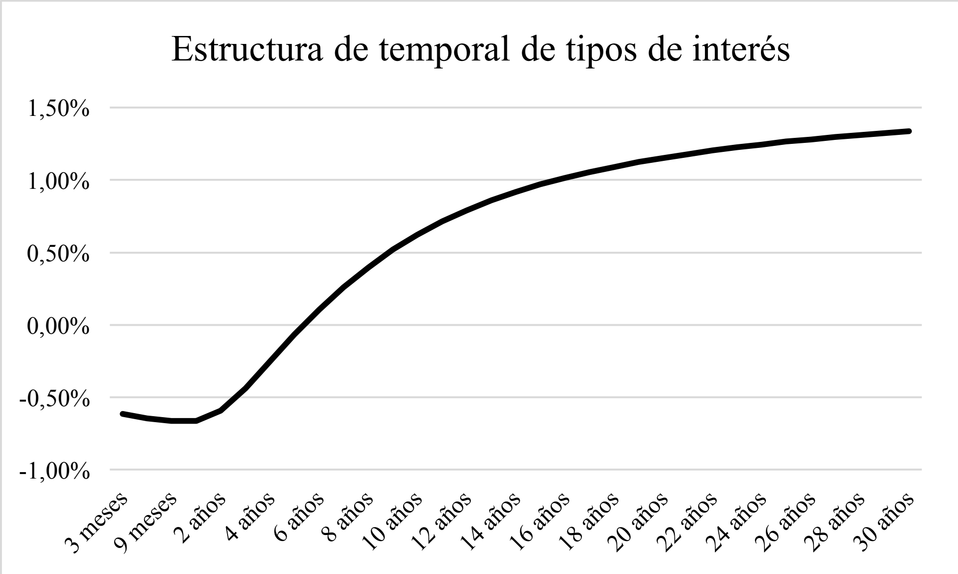
El tipo de interés se conoce coloquialmente como "el precio del dinero" y es, además, el instrumento de los bancos centrales para logar su objetivo de estabilidad de precio. Gracias a él, son capaces de fijar la inflación de un país o continente. Cuanto más barato sea el dinero, mas acceso tiene una población a obtenerlo, y por tanto más consume, esto produce un efecto cíclico en el que hay un mayor crecimiento de los precios. Este efecto también se puede produce de forma contraria, cuando el precio del dinero tiene un valor superior, hay un menor consumo y por tanto se obtiene una bajada generalizada de los precios.

El Banco Central de cada país tiene como objetivo la estabilidad de precios, tal y como se menciona anteriormente. Para conseguir este objetivo, van alterando los tipos de interés a corto plazo haciendo que la economía de cada país permanezca en un valor de inflación que ellos han fijado con anterioridad, generalmente pequeño. Fernández Valbuena (2001) explica que el Banco Central solo puede cambiar los tipos a corto plazo, y por tanto el resto de los tipos cambia según las expectativas del mercado, es decir, si el banco central realiza un movimiento, los inversores también lo realizaran con las exigencias de sus rentabilidades.

Los tipos de interés y sus expectativas se recogen en la estructura temporal de tipos de interés, que a partir de ahora se conocerá como ETTI o como curva de tipos de interés. Mascareñas (2013) describe la ETTI como la relación existente entre el plazo de los títulos y los tipos de interés previstos para los bonos u obligaciones (el rendimiento o lo que exige el inversor de renta fija). Destacando distintas curvas para cada nivel de riesgo.

La ETTI se representa a través de una gráfica en la que se observa, el tipo de interés para cada plazo, en el momento actual en que se revisa. Un ejemplo de ETTI, es la que elabora el Banco central europeo (BCE), en la cual se representa la media de tipos de interés de los países con una deuda soberana triple A. En este gráfico se pueden observar los tipos de interés de referencia europea, en distintos plazos.

Grafica 1: Estructura temporal de la media de los tipos de interés de los países con deuda soberana triple A.



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Central Europeo

La forma de la ETTI se explica a través de tres teorías y Fernández Valbuena (2011) describe las tres. La primera de ellas contempla que la curva solo puede ser ascendente, debido a que la gente exige una mayor rentabilidad a largo plazo que a corto plazo, es conocida como la teoría de preferencia por la liquidez. Se basa en que las personas exigen una mayor rentabilidad a su inversión, cuando esta está expuesta a distintos riesgos un mayor plazo de tiempo. El segundo teorema es conocido como el de las expectativas, que nos indica que los tipos presentes son un reflejo de los futuros, es decir, los tipos a largo plazo, son un reflejo de lo que esperan los inversores actuales, sobre esas tasas. Finalmente, la tercera teoría, es la del segmento de mercado, que nos explica que cada para cada plazo, existen distintos tipos de interés y que estos están aislados unos de otros. Es decir, cada punto de la curva se corresponde a las preferencias de cada grupo de inversores. Por tanto, los puntos de la gráfica no están relacionados y la estructura solo depende de las distintas rentabilidades que exija cada segmento de inversores

Como se puede observar en el ejemplo anterior, la curva muestra una estructura ascendente, y aunque en la mayoría de las situaciones se encuentra esta forma de curva, por la teoría de la preferencia de la liquidez, en ocasiones se han llegado a dar curvas descendentes, donde el mercado exige un tipo de interés más bajo a largo plazo que a corto plazo. Es un escenario donde hay una gran incertidumbre a corto plazo y la gente prefiere invertir a largo plazo.

Como se explica más adelante, el riesgo de tipo de interés surge de los cambios que se producen en estas estructuras, que vienen determinados, en primer lugar, por los movimientos o políticas que decide hacer el banco central de cada uno de los países. Y, en segundo lugar, por las expectativas del mercado. Este movimiento es capaz de variar el precio del título en el mercado.

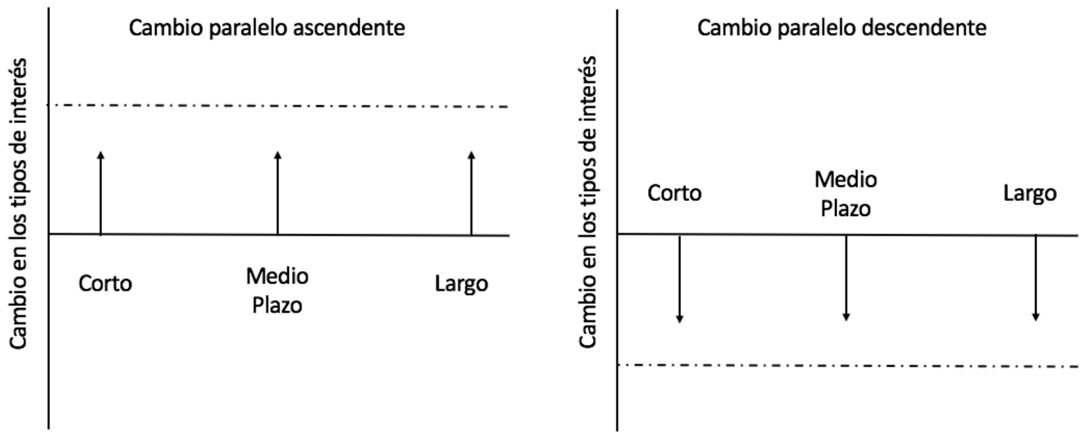
2.2.2 Cambios en las estructuras de los tipos de interés

Como se ha mencionado anteriormente, son los cambios en la curva de tipo de interés lo que genera el riesgo de tipo de interés. Por tanto, se debe de estudiar y entender que movimientos puede llegar a experimentar la curva de tipos de interés, para poder posteriormente proteger el título de renta fija.

Lazzati (2001) identifica tres clases de movimientos en la curva de tipos de interés, los desplazamientos paralelos, los cambios de pendiente y los cambios de curvatura.

Se entiende por traslados paralelos como los crecimientos o decrecimientos del tipo de interés, en puntos básicos, para los distintos plazos. En la siguiente grafica se puede observar lo que experimenta la curva de tipos de interés cuando se produce un desplazamiento paralelo.

Figura 1: Cambio paralelo en la estructura de tipos de interés

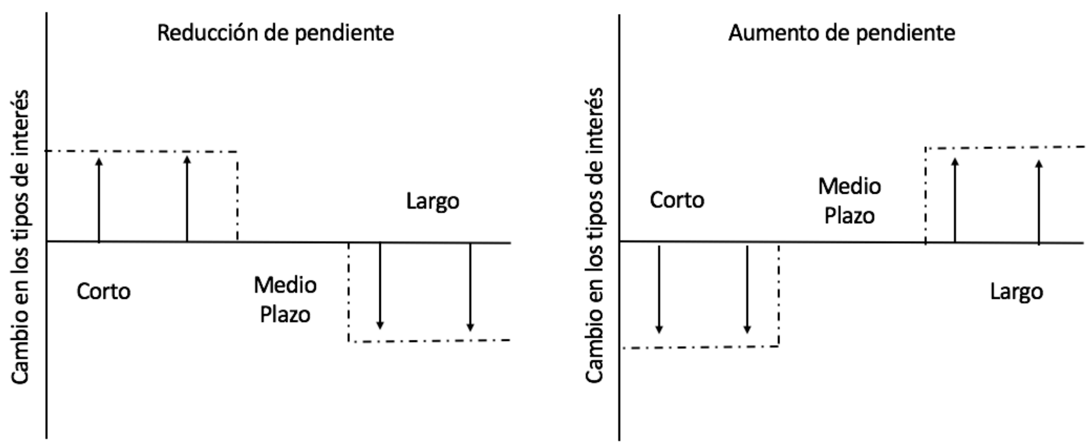


Fuente: Elaboración propia

Como se observa, este movimiento consiste en un subida o bajada generalizada de los tipos de interés, independientemente del plazo al que estén, es decir, suben o bajan en la misma medida. Este tipo de cambio se explica muy bien con la teoría de las expectativas, es decir si varia un tipo de interés todos están relacionados y suben en el mismo porcentaje.

En el siguiente caso se observa un cambio de pendiente en el que los tipos de interés incrementan o decrecen en distinta medida, según el plazo en el que se encuentren. En el siguiente grafico se puede observar este movimiento

Figura 2: Cambio de pendiente en la estructura de los tipos de interés

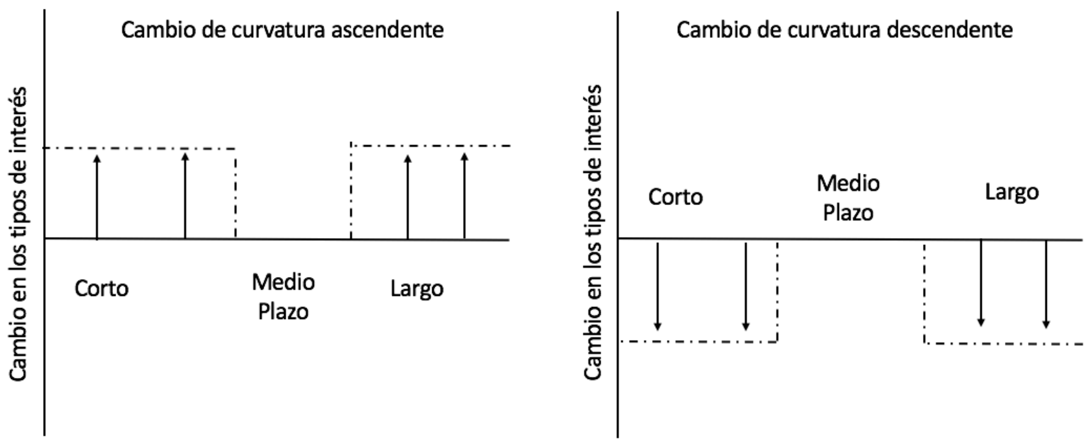


Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, el cambio de pendiente significa un cambio en los tipos de interés, pero diferente para cada plazo. Este movimiento puede suponer tanto un aumento de pendiente, subiendo los tipos a largo plazo o bajando los tipos a corto plazo, como un decrecimiento de la pendiente donde se bajan los tipos a largo plazo o se suben los tipos a corto plazo. Las situaciones en las que suben los tipos a corto plazo y los tipos a largo plazo, son épocas de incertidumbre donde los agentes exigen más rentabilidad a sus inversiones o es el propio banco central quien sube los tipos a corto plazo para frenar el exceso de la economía. En los casos de bajada de tipos a corto plazo y bajadas de tipo a largo plazo son situaciones donde hay bonanza en la economía, y las personas exigen menos rentabilidad, ya que consideran que hay unas buenas expectativas para la economía, o porque el banco central quiere reactivar la economía.

Por último, se destacada el cambio de curvatura, el cual está represando en el siguiente gráfico.

Figura 3: Cambio de curvatura en la estructura de tipos de interés



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la gráfica, se mantienen estables los tipos de interés a medio plazo. Sin embargo, se destaca, que tanto los tipos de interés a corto, como a largo plazo aumentan o disminuyen en la misma medida. Uno de las teorías que puede fundamentar este cambio, es la teoría de segmento de mercado, ya que puede deberse a que distintos segmentos exigen distintas rentabilidades a sus inversiones.

Por último, se debe de puntualizar que cada posible movimiento debe de estar sujeto a una probabilidad, ya que no todos los movimientos tienen la misma probabilidad de ocurrencia, en distintas situaciones.

Una vez, se ha conocido la interpretación de los tipos de interés y sus movimientos, se analizará por qué estos suponen un riesgo para la renta fija y de qué manera esta se ve afectada.

2.3 Concepto de riesgo de tipo de interés

2.3.1 Definición y manifestaciones del riesgo de tipo de interés

El riesgo de tipo de interés se define como el cambio de precio en el título de renta fija, causado por modificaciones en los tipos de interés.

Este tipo de riesgo está ligado al horizonte temporal del inversor, ya que este aparece cuando el horizonte temporal del inversor no coincide con el vencimiento del bono. Por tanto, antes de explicar cuando surge este tipo de riesgo, se debe de definir el horizonte temporal, cómo el momento de la inversión, en el que el inversor necesita liquidez para afrontar una obligación de pago.

Como se ha mencionado anteriormente, el riesgo de tipo de interés aparece, cuando el horizonte temporal del inversor es menor o mayor que el vencimiento del bono. En el primer caso, es debido, a que no llega a cobrar el nominal y debe de vender el titulo por el precio que marca el mercado. En el segundo caso, no existe ninguna obligación de pago al terminar el vencimiento del bono, obligando al inversor a volver a reinvertir el dinero.

Además, se debe destacar, un caso en el que el riesgo de tipo de interés, siempre está presente y es la reinversión de los cupones, ya que estos también se deberán de reinvertir hasta que exista una obligación de pago.

Una vez definido y analizado cuando surge el riesgo de tipo de interés en un título de renta fija, se debe de analizar, como se puede proteger el titulo ante dicho riesgo, surgiendo de esta manera, el concepto de inmunización. Soto (2001) define la inmunización de la siguiente manera: “una estrategia pasiva que trata de asegurar un determinado rendimiento para una cartera de activos durante un determinado horizonte planificador al margen de cuál sea la evolución de los tipos de interés. Con este fin, las estrategias pasivas tratan de encontrar un adecuado equilibrio entre dos efectos contrapuestos generados por los movimientos de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI): el efecto precio y el efecto reinversión.” (Soto, 2001)

Existen numerosas formas de inmunizar un título de renta fija, y son estos distintos métodos los que se van a explicar a lo largo de este proyecto. Sin embargo, se destaca un título cuya naturaleza es inmune, este es el bono cupón cero cuyo vencimiento coincido con el horizonte temporal del inversor. Este bono, es aquel que va devengando los beneficios de la inversión hasta el vencimiento. Una vez llegado ese momento, se hace entrega tanto del nominal como de los beneficios devengados. De esta manera, no existe riesgo de reinversión, ya que el cupón lo obtienes al final de la inversión, ni de precio, debido a que lo estas manteniendo hasta el vencimiento.

Como se ha ido introduciendo, este riesgo se aprecia a través de sus dos manifestaciones, el riesgo de precio y de reinversión. Y para poder entender estos dos riesgos, primero se debe de exponer, cómo se calcula el precio de un activo de renta fija y por qué el tipo de interés afecta a estas variables. Para ello, se presentará expresión del precio de un bono en función del valor actualizado de los capitales futuros:

$$P = \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C_n}{(1+r)^n}$$

Donde:
P= Precio
C= Capitales
R= Tipo de interés
n= Vencimiento del bono

Clagget (2016) define el riesgo de precio como el riesgo asociado al mayor o menor valor del precio, debido a los movimientos en la curva de tipo de interés. Destacando, la relación inversa que tiene el precio del activo con el tipo de interés. Cuando este sube, la tasa al que es descontado el bono aumenta, dejando un menor valor en el precio del mismo y viceversa. Esta situación, se ve de una manera más clara, cuando se posee un título con un determinado cupón. Si los tipos de interés suben, el nuevo título que se suscriba en ese momento tendrá un cupón mayor, y por tanto se tasará a un mayor valor en el mercado, bajando de esta manera el valor del primer bono. Esto ocurre también de manera inversa, cuando se produce una bajada. Este riesgo es el que surgía cuando el horizonte temporal del inversor era menor que el del vencimiento del bono. El inversor debe vender el título en el mercado secundario, adaptándose al precio que se estipule.

No solo existe el riesgo precio, sino que también existe el riesgo de reinversión. Clagget (2016) lo define como el riesgo asociado con las futuras oportunidades de reinversiones causado por un incremento o una baja de los tipos de interés. Esta manifestación se producía, cuando el horizonte temporal era mayor que el vencimiento del bono o cuando los títulos devengaban y repartían beneficios antes de su vencimiento. Este tipo de manifestación mantiene una relación directa con los tipos de interés, debido a que, si los tipos suben, el nominal o los cupones, pueden ser reinvertidos a un rendimiento mayor, y viceversa.

Por tanto, se observa como el riesgo de precio y el riesgo de reinversión tienen una relación inversa. Esto hace que, al primero, una subida del tipo de interés pueda beneficiarle, mientras que al segundo puede afectarle negativamente. De tal forma, que se debe de ponderar cuál de los dos riesgos tiene más influencia en la valoración del título. Sin embargo, no se puede afirmar cuál de los dos riesgos ejerce más presión en el título, ya que depende de cada activo de renta fija. Por ejemplo, un bono que tenga un cupón con un valor muy alto, será muy importante el riesgo de reinversión y, por el contrario, uno cuyo nominal sea más grande, tendrá un mayor riesgo de precio a la hora de vender.

Una vez explicado, el riesgo de tipo de interés, sus causas de aparición y sus manifestaciones. Se comenzará a explicar las distintas expresiones de inmunización.

2.3.2 Relevancia del riesgo de tipo de interés en la empresa

Antes de ver los distintos tipos de inmunización se debe de destacar la importancia de este tipo de riesgo en los bancos y las empresas. De esta manera, se pondrá poner de manifiesto lo significativo que es hacer una buena gestión del riesgo de tipo de interés para los activos.

Para los bancos el principal riesgo es la mayor sensibilidad que tienen sus activos de largo plazo frente sus pasivos con las variaciones de tipo de interés. Por tanto, cuando el nivel de tipo de interés sube, el valor de sus activos disminuye teniendo perdidas económicas. Este hecho produce que ante cambios en los tipos de interés un banco pueda llegar a perder o ganar una cantidad significativa. (Drigă, I., Guţă, A. J., & Niţă, D., 2010)

Para poder explicar este concepto de una manera más clara, se describirá el balance de un banco, cuyo pasivo son los depósitos de los clientes y su activo los préstamos que concede. El banco genera ganancias debido a la diferencia que hay entre los tipos a los que vende sus depósitos y los tipos de los préstamos. Si conceden un préstamo a largo plazo a un tipo de interés, ese tipo pagará, el interés del depósito y la ganancia. Sin embargo, si los tipos de interés suben, el cliente demandara más intereses en su depósito.

Por otro lado, el tipo de interés es importante para la empresa, debido a que su coste de financiación dependerá de los tipos de interés. Si los tipos incrementa, el coste de financiación de la empresa será mayor, pero no solo eso, sino que los agentes inversores preferirán invertir en renta fija, ya que obtienen un rendimiento mayor y más seguro.

Por tanto, se puede concluir que es importante la inmunización ante los tipos de interés, no solo para el inversor sino para los demás agentes económicos del mercado como pueden ser las empresas, o los bancos.

3. Medidas clásicas de duración

Las duraciones clásicas son las medidas de inmunización que utilizan los gestores e inversores en la actualidad, estas indican en que momento de la vida del bono se consigue compensar el riesgo de precio y de reinversión. Dentro de las medidas clásicas de duración se pueden encontrar, distintos conceptos como son la duración de Macaulay o la duración modificada.

3.1 Duración de un bono

3.1.1 Definición

Una de las maneras más conocidas de inmunización de un bono es la duración. Se mide en años y se define como una media de ponderada de los vencimientos del bono actualizaos. Esta se expresa de siguiente manera:

$$D = \frac{t_1 VA(C_1) + t_2 VA(C_2) + \cdots + t_n VA(C_n)}{VA(C_1) + VA(C_2) + \cdots + VA(C_n)}$$

Donde:
VA= Valor actual
C= Capitales
t= momento temporal

Se debe de destacar que la tasa de descuento para actualizar los beneficios, tiene que ser la TIR, ya que esta tasa fue la que utilizó Macaulay para definir por primera vez este concepto. Sin embargo, se puede encontrar la duración expresada de una manera diferente, ya que también, se puede definir tanto en tiempo continuo como en discreto.

La expresión en tiempo discreto se define como:

$$D_{Mac} = \frac{t_1 C_1 (1+r)^{-t_1} + t_2 C_2 (1+r)^{-t_2} + \cdots + t_n C_n (1+r)^{-t_n}}{P}$$

Y la definición en tiempo continuo como:

$$D_{Mac} = \frac{t_1 C_1 e^{-rt_1} + t_2 C_2 e^{-rt_2} + \cdots + t_n C_n e^{-rt_n}}{P}$$

Como se observa, son expresiones parecidas, ya que ambas se interpretan de la misma manera. La única diferencia es la medición que utilizan del tiempo, en la primera se utiliza un tiempo discreto mientras que en la segunda se emplea un tiempo continuo.

Sin embargo, lo más importante de la duración es la interpretación de la misma, ya que se utiliza para medir el riesgo de precio en los activos de renta fija y poder ayudar al inversor en la selección de estos. Hull (2012) describe la duración, como el instrumento que mide la sensibilidad de un título de renta fija ante variaciones de tipos de interés. Se obtiene una cifra medida en años que nos permite saber en qué momento de la vida del activo, las dos manifestaciones del riesgo, riesgo de precio y de reinversión, se compensan para eliminar el riesgo de tipo de interés.

Según el concepto descrito, la duración permite simular el efecto de un bono cupón cero hasta su vencimiento y horizonte temporal del inversor. En este caso, coinciden el horizonte temporal del inversor con la duración del activo. Al vender en el momento exacto que indica la duración, no existe riesgo de reinversión, ya que coincide el horizonte temporal con la duración. Y tampoco de precio, ya que se vende el título, en el momento exacto en el que los tipos de interés son beneficiosos.

Además, Mladen (2015) asegura que la duración siempre será menor que el vencimiento, ya que el último flujo de caja estará siempre ponderado con un valor mayor a uno. Y las ponderaciones de los periodos anteriores se incrementarán.

Basado en la definición Macaulay se puede encontrar otro desarrollo hecho por el mismo autor y que es conocido como la duración modificada. Esta nueva expresión es simplemente, una nueva forma de definir la duración y al contrario que la duración, es medida en porcentaje.

Esta aproximación va referenciada a los tipos de interés, de una manera más visible que la duración y se expresa de la siguiente manera:

$$D^* = -\frac{D_{mac}}{1+y}$$

Donde:

y= tipo de interés

D_{mac}= Duración de Macaulay

Se debe de destacar, que tanto la duración de Macaulay, como la modificada, están sujetas a una serie de características que tiene el bono, y que condicionan el valor de estas. Estas variables se encuentran explicas en el anexo 2, al ser una materia poco relevante para este proyecto de fin de grado.

Por último, destacar la importancia de esta medida como herramienta de selección entre activos de renta fija. Al ser un instrumento que recoge todos los elementos claves de un título de renta fija, permite comprar fácilmente entre dos títulos y elegir el adecuado.

3.1.2 Sensibilidad al riesgo de interés

Hasta este momento, se había puesto de manifiesto el concepto de duración como un método de inmunización, sin embargo, la duración no solo es una herramienta de inmunización sino también de sensibilidad. Carabias (2016) define esta nueva expresión de la duración como la medida de sensibilidad del precio del título, ante variaciones en la TIR. Es decir, el cambio que experimenta el precio del título, ante una variación en los tipos interés

Para medir esta sensibilidad se utilizará la siguiente expresión, si se está utilizando un tiempo discreto:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-D_{Mac}}{(1+r)} * \frac{1}{P}$$

$$\frac{dP/dr}{P} = \frac{-D_{Mac}}{(1+r)}$$

Y la siguiente expresión, si se emplea un tiempo continuo:

$$\frac{dP}{dr} = -D_{Mac} * \frac{1}{P}$$

$$\frac{dP/dr}{P} = -D_{Mac}$$

Como, se puede observar, en tiempo continuo, es la propia duración modificada en signo negativo, la que mide esta sensibilidad. Sin embargo, en tiempo continuo, es la duración de Macaulay en negativo, la que permite medir esta sensibilidad.

Fabozzi (1999) interpreta la duración modificada como el porcentaje en el que aumenta o decrece el precio del bono sobre un cambio del 1% en el tipo de interés. Permite, por tanto, medir la volatilidad que experimenta el título.

Ambas duraciones, están expresadas en negativo, debido a la relación indirecta, entre el precio y el tipo de interés.

3.1.3 Aproximación del tipo de interés al bono

Una vez hallado la medida de sensibilidad de un bono, se debe de cuantificar cuanto afectara el cambio al precio del título. En este apartado se explicará la expresión para cuantificar esa volatilidad, a partir de las medidas de sensibilidad.

En primer lugar, se destaca una aproximación en tiempo discreto, que se explica de la siguiente manera:

$$\Delta P \approx \frac{dP}{dr} * \Delta r$$

$$\Delta P \approx \frac{-D_{Mac}}{(1+r)} * \frac{1}{P} * \Delta r$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{-D_{Mac}}{(1+r)} * \Delta r$$

Se observa, por tanto, que multiplicando el incremento registrado por los tipos de interés y la duración modifica, se puede saber en cuanto se altera el precio del título de manera porcentual.

Esta misma aproximación se puede observar de manera continua, con el siguiente planteamiento:

$$\Delta P \approx \frac{dP}{dr} * \Delta r$$

$$\frac{dP}{dr} \approx -D_{Mac} * \frac{1}{P}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{Mac} * \Delta r$$

Tanto esta expresión, como la anterior, permiten saber el cambio de valor que experimenta el precio de manera porcentual, ante cambios en los tipos de interés.

3.2 Duración de una cartera

3.2.1 Definición, medidas de sensibilidad y aproximación

Hasta ahora, se ha estudiado la duración y la duración modificada de un solo activo, y aunque es una herramienta muy útil para hacer selección de activos, se debe de conocer también, la duración de una cartera.

Para poder conocer la duración de la cartera, se deben de tener varios activos de renta fija en ella y que estos se valoren individualmente con tipos de interés parecidos. Estas hipótesis de partida, hacen que la duración de una cartera se pueda definir de la siguiente manera.

$$D = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{P} D_i$$

Hull (2012) define la duración de la cartera como la media ponderada de las duraciones de cada activo. Utilizando el valor que supone el activo en la cartera como ponderador.

Luenberger (1998) explica que la duración de la cartera, tiene la misma interpretación que la duración, ya que sigue midiendo la sensibilidad que tiene la cartera a los tipos de interés. Esto quiere decir que, si se produce una pequeña variación en los tipos de interés, la cartera cambiara su valor aproximadamente como lo que indica la duración.

Sin embargo, si los bonos no se basan en los mismos tipos de interés, Luenberger (1998) muestra una solución, que consiste en realizar una media de cada tipo de interés y aplicarla para hallar la duración de la cartera, siempre teniendo en cuenta que es un cálculo aproximando.

3.2.2 Inmunización

Cuando se estaba describiendo la duración en un bono, se podía observar que la inmunización se producía cuando el inversor vendía en el momento en el que le indicaba la duración y este concepto se repetirá para la inmunización de la cartera. Ya que, se intenta conseguir que las variaciones que genera los tipos de interés en el precio sean cero.

Luenberger (1998) nos explica que la inmunización se consigue casando la duración con las obligaciones de pago del inversor, haciendo así que el valor de la cartera y el valor actual de las obligaciones se comporten igual ante cambios en los tipos de interés. De esta manera el valor de la cartera te permitirá cubrir tus obligaciones

Esa inmunización tiene que estar en continua observación. Luenberger (1998) nos argumenta este hecho con la probabilidad que después de cambios en los tipos de interés se deban de cambiar activos para volver tener una cartera inmunizada.

3.3 Problemática de las duraciones clásicas

Para entender las carencias que presentan las duraciones clásicas, se debe de entender primero que tipo de relación matemática tienen los tipos de interés con el título y como se halla la duración en esa relación.

El precio del bono y los tipos de interés tienen una relación inversa y como se explicó en este apartado, el cambio que experimentaba el precio ante los cambios en los tipos de interés se hacía a través de una aproximación lineal. Sin embargo, la función precio-tipo de interés no es lineal y por tanto un incremento en el tipo de interés, no supone el mismo incremento en el precio.

Además, se debe de explicar que la duración se puede definir como la pendiente de la función precio - tipo de interés, es decir, es el punto de tangencia. La utilización de la primera derivada para hallar la pendiente, es perfecta, si se trata de una recta. Sin embargo, y al estar ante una función convexa, se debe de buscar otra aproximación.

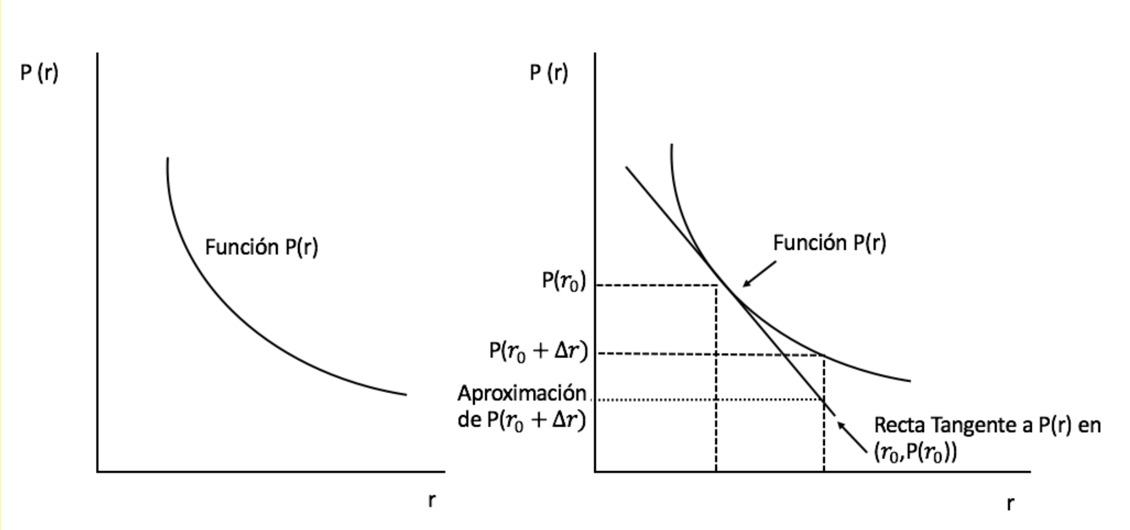
Clagget (2016) nos plantea una de los principales problemas que tienen las duraciones clásicas, ya que tanto la duración de Macaulay como la duración modificada basan sus definiciones en una relación lineal entre el precio y el rendimiento, cometiendo significativos errores ante grandes variaciones del tipo de interés y gigantescos valores de tipo de interés. Mladen (2015) profundiza en este concepto destacando, que la primera derivada para acércanos al precio del bono, es una aproximación casi perfecta para pequeñas variaciones del tipo de interés y perfecta si la función fuera lineal. Este hecho, obliga a que este tipo de duraciones solo se pueden usar para variaciones pequeñas en el tipo de interés, y con valores de tipo de interés pequeños.

Bajo (2013) profundiza, aún más, en los bonos que pueden cometer este tipo de errores hablando de acusación mayor del error, en títulos de larga duración y con cupones pequeños, aquellos que están más expuestos al cambio de tipo de interés.

Debido a este error, Clagget (2016) destaca el sesgo en el valor hallado que produce la duración, ya que la reducción del precio, por la subida de tipo de interés, es un poco mejor que el valor que en verdad se recoge. Y, por el contrario, la subida de precios, debido a la baja de tipo de interés, va a ser un poco menor que la que se registrara por este efecto. Este sesgo resta precisión al valor hallado por las duraciones clásicas, descartándolas como medidas precisas para valor un título de renta fija.

En el siguiente grafico se puede observar, de manera más clara, el fallo que comente la duración al producirse un incremento en los tipos de interés. Como se puede apreciar, la aproximación dista el precio real.

Figura 4: Explicación de la convexidad



Fuente: Elaboración propia con datos extraídos del libro introducción a la modelización de los mercados financieros.

Como se puede distinguir, ante un gran incremento en los tipos de interés, la duración comete un error en la aproximación.

4. Corrección de las duraciones clásicas

Tanto la duración como la duración modificada plantean problemas a la hora de medir grandes variaciones en los tipos de interés. En este apartado se explicarán aquellas aproximaciones que utilizan como base la duración y que tienen como objetivo corregir las duraciones clásicas de una manera más precisa.

4.1 Convexidad

4.1.1 Definición

Como se ha mencionado en el apartado anterior, la función precio-tipo de interés no es lineal, sino que es convexa y por tanto se debe utilizar la segunda derivada para poder hallar un valor de sensibilidad más concreto. "El hecho que la derivada segunda sea positiva, indica que la derivada primera es creciente, o lo que es lo mismo, la función es convexa, y su grafica queda situada por encima de la renta tangente a ella en cada punto" (Carabias, 2016).

Es por este motivo, por el que se tuvo que desarrollar una corrección que contemplara esa convexidad, surgiendo de esta manera la convexidad. La corrección se presenta con la siguiente definición:

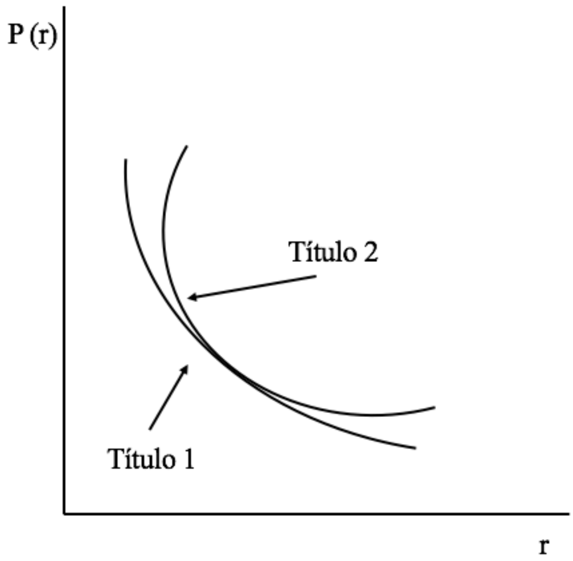
$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dy^2}$$

Donde:
P= Precio
y= TIR

Por tanto, es la segunda derivada, de la función precio respecto de la TIR.

Además, se puede destacar, otra función de la convexidad, ya que no solo corrige a las duraciones clásicas, sino que sirve como una herramienta de elección, si dos títulos tienen la misma duración. Ante esta situación, se debe de escoger aquel que tenga mayor convexidad. Este hecho se observa de manera más clara si se dibuja dos bonos con distintas convexidades y se comparan para escoger el mejor.

Figura 5: Comparación de dos títulos



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, cuanto más convexo sea el título, menor sensibilidad tendrá ante los cambios de tipo de interés. El titulo número dos, tendrá un mayor precio, si disminuyen los tipos de interés y una disminución menor en el precio ante una subida de tipos.

Por tanto, cuanto mayor es la convexidad, mayor es el beneficio para el inversor. Sin embargo, los activos que poseen grandes convexidades son también los más costosos. Lazzati (2001) nos explica que este precio superior, vendrá determinado por la volatilidad de los tipos de interés, ya que, si se espera que los tipos de interés se mantengan estables, este factor pierde valor.

Otra forma de definir la convexidad es a través de unidades monetarias, donde se destaca la siguiente expresión:

$$\$C = \frac{d^2P}{dy^2}$$

Donde:
P= Precio
r= tipo de interés

Esta expresión solo sirve para un determinado rendimiento y por tanto en cada punto tendrá un valor distinto. Esta convexidad nos expresa en unidades monetarias cuanto ha variado el precio predicho por la modificación, entre el actual, es decir, expresa en unidades monetarias la corrección que se propone para el precio.

Por último, la convexidad aumenta o decrece por determinadas características del título. Sin embargo, al ser un temario fuera del alcance del proyecto, estas variables se encuentran en el anexo 2.

4.1.2 Problemática de la convexidad

La convexidad asume que los cambios en la ETTI son instantáneos y paralelos, pero no necesariamente infinitesimales. Los cambios no lo solo pueden ser paralelos, sino que también puede ocurrir un cambio de pendiente o de curvatura de La ETII. Por tanto, Nawalkha, Lacey y Schneeweis (1990) señalan a la convexidad como la solución para grandes cambios en los tipos de interés, resolviendo el problema de los cambios paralelos de la curva, pero destacando la no contemplación de los otros dos cambios que se producen en la curva de tipos de interés.

Mladen (2015) destaca, que la convexidad sigue sin reconocer que la curva de tipos de interés no es plana y que por tanto registra cambios a lo largo del tiempo. Este hecho es el que lleva a las definiciones a determinar un valor de las mismas sesgado y erróneo.

Por último, Kaufman (2006) menciona los desequilibrios en los mercados que son producidos por la convexidad, ya que se encuentran carteras con la misma duración y en las que el inversor no obtiene el mismo rendimiento. Este hecho genera oportunidades de arbitraje, donde los agentes compran aquellos títulos con mayor rendimiento, para un mismo tipo de duración.

4.2 Precio de un título de renta fija en función de la duración y la convexidad

4.2.1 Definición

Una vez visto la definición de convexidad y duración se puede desarrollar el precio en función de estas dos medidas de valoración. Para poder llegar a esa expresión, se analizará, primero, el desarrollo matemático de la expresión. En este caso se debe de hacer una aproximación cuadrática, en vez de lineal, como hacia la duración.

Sysaeter y hammond (1999) nos explican que, al añadir un coeficiente, se tiene la libertad de añadir tres condiciones, esto supone que el valor hallado sea mucho más preciso. Ya que, para aproximar el valor, se va a suponer que:

$$f(x) y\ p(x) = A + B(x-a) + C(x-a)^2$$

es decir, f(x) y p(x) tienen el mismo valor, la misma derivada primera y la misma derivada segunda según en x=a. A continuación, y para obtener la aproximación cuadrática, se sustituye x=a tanto en la definición de P(x), como en la de las derivadas, P'(x) y P''(x), obteniendo A= p(a), B=p'(a) y C=1/2P''(a). Por tanto, la aproximación cuadrática es la siguiente:

$$f(\mathrm{x}) \approx f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2$$

$$f(x) - f(a) \approx f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2$$

Se sustituye la función f(x) por el precio del bono en función de la TIR y utilizamos Δ para los incrementos, quedando la siguiente expresión:

$$\Delta P \approx P'(r_0)\Delta r + \frac{1}{2}P''(r_0)\Delta r^2$$

Esta expresión se puede dividir por el precio para obtener la aproximación de incrementos relativos:

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{P'(r_0)}{P} \Delta r + \frac{1}{2}\frac{P''^{(r_0)}}{P} \Delta r^2$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{-D_{Mac}}{(1+r)} \Delta r + \frac{1}{2} C\Delta r^2$$

Quedando la siguiente expresión:

$$P_1^{D\&C} \approx P_0 \left[\frac{-D}{(1+r)} * \Delta r + \frac{1}{2} C * \Delta r^2\right]$$

Donde:

P_0= Precio Inicial

D= Duración modificada

C= Convexidad

r= tipos de interés

Como se puede observar, después del desarrollo, es una suma de las dos medidas teniendo en cuenta el incremento de los tipos de interés en su correspondiente medida. En el primer sumando se encuentra la fórmula de la duración modificada y en el segundo sumando la de la convexidad.

El valor hallado llega a ser mucho más seguro, ya que presenta el precio teniendo en cuenta los fallos de las dos medidas.

4.2.2 Problemática del precio de un título de renta fija en función de la duración y la convexidad

El principal problema que presenta el precio en función de la duración y la convexidad es el valor estimado que se obtiene. Livingston y Zhou (2005) nos explican el sesgo de la convexidad, ya que cuando se de en el mercado, una tendencia alcista de los tipos de interés, las estimaciones que se realizan sobre el precio del bono son superiores a las que en realidad experimenta. Es decir, se obtiene una valoración que refleja un precio superior al que en verdad se cotiza en el mercado, pudiendo incurrir en pérdidas.

4.3 Duración exponencial

4.3.1 Definición

La duración exponencial es una nueva aproximación para hallar el precio ante cambios en tipo de interés y lo desarrollaron los economistas Livingston y Zhou en 2005. El objetivo era desarrollar una corrección del precio en función de la duración y la convexidad, pero abordándolo desde un pensamiento matemático distinto.

Esta nueva definición emplea el logaritmo neperiano, para obtener el nuevo precio del título. Esta expresión nace de la igualación del logaritmo del precio inicial menos el final igualado a la duración modificada por el incremento del tipo de interés. Zhou (2005) explica que con esta relación se puede estimar de manera más correcta ese nuevo precio, ya que, al utilizar logaritmos, el nuevo valor del precio es más preciso.

La aproximación de la duración exponencial se define de la siguiente manera:

$$P_1^{ED} \approx P_0 e^{-D*\Delta r}$$

Donde:
P_0= Precio inicial
D= Duración modificada
r= tipo de interés

Con esta definición se estima el nuevo precio del título ante la variación del tipo de interés. Pero, para saber el porcentaje que ha cambiado el precio, se utiliza la siguiente:

$$\%\Delta P \approx (e^{-D*\Delta Y} - 1) * 100$$

Esta expresión de la duración exponencial, nos da una información más valiosa ya que representa cuanto varia el precio en porcentaje ante las variaciones que se produzcan en el tipo de interés.

La duración exponencial halla el precio del título con un sesgo a la baja, es decir, recoge el efecto del tipo de interés como un menor efecto en el caso de una subida de los tipos. Zhou (2005) explica que este sesgo, convierte a la duración exponencial como la idónea en inversores con aversión al riesgo, ya que la caída que recoge el precio de su título, en caso de subida de tipos, es mucho menor que con las medidas clásicas de duración. Aunque este sesgo tiene una visión positiva para cierto tipo de inversores, más adelante se comprobara como este sesgo es el principal problema de esta duración.

Por último, Livingston y Zhou (2005) destacan la precisión de este tipo de aproximación ante grandes variaciones en la curva de tipos de interés. Esta nueva aproximación intenta resolver el problema que presentan las duraciones clásicas ante grandes variaciones en los tipos de interés.

4.3.2 Problemática de la duración exponencial

La duración exponencial presenta algunos problemas, que afectan tanto a la valoración, como a la manejabilidad del modelo. Livingston y Zhou (2005) destacan, en primer lugar, la mínima diferencia que hay entre la duración exponencial y el precio en función de la duración y la convexidad. Este hecho lleva a la conclusión de que no merezca la pena realizar los cálculos tan tediosos para hallar la duración exponencial, ya que la segunda expresión es más fácil de hallar.

Además, y como se ha mencionado anteriormente, el sesgo de esta duración no consigue ser positivo para todos los inversores, ya que se incurre en un riesgo de valoración, donde el precio hallado no llega a reflejar una buena estimación.

4.4 Duración discreta

4.4.1 Definición

La duración discreta, del mismo modo que la exponencial, tiene como objetivo reducir el error que se comente hallando los valores de las duraciones clásicas. Para ello desarrolla una nueva definición en la que, apoyándose de dicho valor, crea una nueva expresión de corrección del precio. Esta se define de la siguiente manera:

$$P_1^{DD} \approx P_0(1+\Delta r)^{-D}$$

Donde:
P_0= Precio inicial
D= Duración
r= tipo de interés

Bajo (2013) explica que con esta nueva aproximación se consigue una mayor convexidad y, por tanto, una mayor precisión a la hora de hallar el precio del título. Además, al estar medida de manera discreta, la misma medida que utiliza la duración, se podrá incluir a esta última de manera correcta y sin cambios de medida.

Se destaca de la fórmula, que la potencia esté solo multiplicada por uno, ya que este hecho beneficia a la aproximación desde dos puntos de vista: "minimiza el error de aproximación (dentro de la familia de las funciones de potencia) y genera el grado de curvatura más apropiado de la función." (Bajo, 2013)

Por último, Bajo (2013) destaca la precisión de la expresión ante cambios grandes del tipo de interés, al igual que sucedía en la duración exponencial.

4.4.2 Problemática de la duración discreta

Es una duración apenas plantea problemas, sin embargo, Bajo (2013) destaca la existencia de bonos o activos de renta fija que tienen unas determinadas características que favorecen al hallazgo sin error del valor de esta duración. Esta idea, desclasifica los demás bonos, es decir, todos los que no cumplan esas características, ya que al utilizar este tipo de duración se cometerá un pequeño error. Estas características tienen que ver con los cambios en la tasa de rentabilidad y la cuantía del cupón.

5. Duraciones alternativas

En este apartado se explicarán varios tipos de duraciones alternativas a las clásicas, ya que como se ha visto en este proyecto, el método de inmunización de un título presenta numerosas limitaciones. Este hecho es el que impulsa al desarrollo de nuevas duraciones, que tienen como objetivo realizar una gestión del activo de renta fija más precisa. A continuación, se explicarán y desarrollarán varios tipos de duración, donde se destacarán tanto las diferentes definiciones como los posibles problemas que pueden plantear tanto de valoración como de manejabilidad.

5.1 Duración de Fisher-Weil

5.1.1 Definición

Fischer-Weil, propone mejorar la aproximación de Macaulay, teniendo en cuenta la curva de tipo de interés a largo plazo y sus posibles cambios. Además de utilizar, la capitalización compuesta y continua como tasa de descuento.

Por este motivo se observa el parecido entre la duración clásica y la propuesta por Fisher-Weil, ya que esta última se presenta como una corrección de la primera fórmula, utilizando también la media ponderada con los flujos de caja actualizados. Por tanto, la corrección se encuentra en la percepción que tiene esta nueva expresión sobre la curva de tipos de interés, ya que Macaulay solo contemplaba una curva de tipos plana, mientras que Fisher-Weil, recoge una curva de tipos más realista.

$$D_{FW} = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{n} tCF_t e^{-(s_t t)}$$

Donde:

P= Precio

CF= Cupones y nominal

t= Momento en el tiempo

S_t= tipo de interés en tiempo continuo

Al utilizar esta nueva expresión, se consigue un valor más preciso, debido a que la nueva duración contempla una curva de tipos de interés con pendiente. De esta manera se consigue solucionar el problema que presenta la duración de Macaulay, la cual no se asemejaba a la realidad por contemplar una curva de tipos plana.

5.1.2 Problemática de la duración de Fisher-Weil

La problemática que presenta la corrección de Fisher-Weil, es la complejidad de los cálculos. En este caso se debe de entender que es un proceso más tedioso, y que la mejora que puede llegar a crear es ínfima. Se obtienen cálculos muy parecidos a los hallados en la duración de Macaulay, suponiendo de esta manera, que no se comenten errores significativos al utilizar la duración clásica.

Otros de los inconvenientes de esta duración es que no corrige todos los fallos que presenta la duración de Macaulay. Mladen (2015) explica que la duración de Fisher y Weil solo se centra en los cambios paralelos y no tiene en cuenta cualquier otro movimiento que pueda experimentar la curva de tipos de interés.

5.2 Medida del riesgo M-Square

5.2.1 Definición

El modelo M-Square, es una aproximación distinta a la de la duración, ya que se basa en minimizar el riesgo de tipo de interés para un título de renta fija, midiendo la sensibilidad que estos tienen a los tipos.

Esta definición surge en 1984 de la mano de Fong y Vasicek que desarrollaron el modelo "al factorizar una ecuación de límite inferior para un retorno de bonos en una expresión que se multiplicó por M-Cuadrado." (Nawalkha; Chambers, 1996)

Nawalkha, Lacey y Schneeweis (1990) definen la aproximación de la M-Square como la varianza ponderada del tiempo que resta hasta la madurez del bono en torno al horizonte temporal de inversor. Aunque también fue posteriormente definido por Nawalkha y Chambers (1996) como la ponderación de la media de las distancias al cuadrado entre las fechas de los flujos de caja de la cartera o bono y el horizonte temporal de los mismos.

$$M^2 = \frac{1}{P}\sum_{t=t_1}^{t_n}(t-H)^2\frac{CF_t}{e^{\int_0^t f(s)ds}}$$

Donde:

H= Horizonte temporal de la inversión

t= Vencimiento del bono

s= valores del tipo de interés en forma continua

Esta ecuación es posible describirla de la siguiente manera, utilizando la convexidad en tiempo continuo, para poder simplificar la expresión y también para que se vea más visible la relación que guarda la convexidad con el modelo M-Square. Para ello, se describirá la convexidad de la siguiente manera:

$$C = \sum_t w_t t^2$$

Se desarrolla las formulas, para llegar a la expresión que simplifica el Modelo M-Square:

$$M^2 = \sum_t w_t(t^2 - 2tH + H^2)$$

$$M^2 = C - 2DH + H^2$$

Donde:
H= Horizonte temporal de inversor
t= Vencimiento del bono
D= Duración

Mladen (2015) destaca la M-Square como una aproximación general, en la que se basa la convexidad, ya que se observa que esta es un caso especial cuando H=0. Sin embargo, aunque son aspectos relacionados, abordan distintos conceptos en cuento a los cambios que pueden experimentar los tipos de interés. Nawalkha, Lacey y Schneeweis (1990) explican la diferencia entre los dos conceptos, por lado, destacan la convexidad, la cual asume los cambios paralelos como únicos cambios en la ETTI. Y, por otro lado, el modelo M-Square, que contempla todos los movimientos de la curva de tipos de interés. Este hecho hace que el modelo de M-Square sea preferible en caso de movimientos no paralelos.

Es un modelo que como se puede observar en la definición, esta también relacionado con la duración. Nawalkha y Chambers, (1996) caracterizan el modelo como aquel, que minimiza dos riesgos, por un lado, minimiza el riesgo de tipo de interés, procurando que el título quede totalmente inmunizado y por otro, tiene en cuenta la duración tradicional, restringiendo mucho más el activo.

5.2.2 Problemática de M-Square

Como se ha mencionado anteriormente, el modelo está restringido por dos riesgos, el riesgo de tipo de interés en un ámbito general y la duración. Nawalkha y Chambers (1996) explican que esto produce un valor sesgado por debajo al de la realidad. Este inconveniente, hace que el valor que se halle, ya no sea tan preciso.

5.3 Medida del riesgo M-Absolute

5.3.1 Definición

Esta aproximación es una derivada de la M-Square, y que tiene como objetivo inmunizar el título de renta fija del inversor. Nawalkha y Chambers (1996) caracterizan a esta aproximación por emplear un solo tipo de riesgo, esto supone que sea una aproximación más manejable y más sencilla de aplicar.

En este caso, se aborda la inmunización del bono de una manera totalmente distinta, y es por ello que no se puede encasillar esta medida como una corrección de la duración, sino como un nuevo concepto gestionar los títulos de renta fija. Esta nueva medida se centra en minimizar el riesgo de tipo de interés en un activo de renta fija, igual que la duración, sin embargo, poniendo su enfoque en el papel del inversor. Mladen (2015) explica este nuevo enfoque poniendo en valor al inversor, y ayudando al gestor de renta fija a minimizar la desviación que producen los tipos de interés en el valor que va obtener el inversor y el que verdaderamente se obtiene. Este hecho supone que el horizonte temporal del inversor sea tan importante en la formula.

$$M^A = \frac{1}{P}\sum_{t=t_1}^{t_n} |t - H| \frac{CF_t}{e^{\int_0^t f(s)ds}}$$

Donde:
H=Horizonte temporal de la inversión
t= vencimiento de un bono
s= valores del tipo de interés en forma continua

Mladen (2015) define el modelo M-Absolute como representación de los valores absolutos ponderados, de la diferencia entre el tiempo de maduración de los flujos de caja y el horizonte temporal de la inversión. Además, se puede deducir que esta nueva medida fue la base para desollar la duración de Fisher-Weil. Como se puede observar, la duración de Fischer-Weil es un caso concreto de esta medida, cuando H=0

Como se puede observar, es una medida de inmunización, y por tanto el objetivo del título será minimizar el valor de la M-Absolute. Mladen (2015), destaca que con un valor cero en el modelo M-Absolute, el titulo estaría inmunizado.

Por último, Nawalkha y Chambers (1996) destacan de esta aproximación, la precisión para hallar un valor ante cualquier cambio en la curva de tipos de interés. Este nuevo modelo es perfecto para todos los cambios mencionados anteriormente, pendiente, curva o cualquier anomalía destacada.

5.3.2 Problemática con la M-Absolute

Como se ha mencionado anteriormente, es una aproximación general de la duración de Fisher-Weil, y es por ello que su principal problema se comprara con esta aproximación. En el caso de la duración de Fisher-Weil, se conduce a hallar un valor que tenga una inmunización perfecta a los tipos de interés, sin embargo, el modelo M-Absolute, intenta minimizar ese riesgo de tipo de interés, pero no llega a conseguir una inmunización perfecta. Nawalkha y Chambers (1996) destacan que, aunque para algunos casos concretos esta inmunización por parte del modelo de M-Absolute si se produce, se debe de afirmar que la inmunización absoluta del activo de renta fija se halla utilizando la duración clásica.

6. Aplicación práctica a través de un caso

En este apartado del proyecto se pondrán en práctica las definiciones anteriormente explicadas, y comprobando de esta manera, la manejabilidad de estas y la precisión de las estimaciones.

Para poder extraer una conclusión fiable y entera, utilizaremos un bono modelo que permitirá una comparación más fácil. En este caso utilizaremos un bono a 10 años alemán con cupón 0,5%. Emitido a la par y con un tipo de interés medio de 0,62%. (Bundesrepublik Deutschland – Finanzagentur GmbH, 2018) Este bono está sometido a los tipos de interés de la zona euro, y utiliza como referencia, la media de los tipos de interés de países con deuda soberana triple A. (Banco Central Europeo, 2018) A continuación, se observa una tabla resumen con los datos necesarios del bono para realizar el ejercicio práctico.

Tabla 1: Datos del bono

Datos del bono	
Bono	100 €
Cupón	0,50%
Vencimiento	10 años
Tipo de interés medio	0,62%

Fuente: Elaboración propia

En primer lugar, y utilizando los datos del bono, se hallará el momento en que se inmuniza el bono por dos duraciones distintas, la de Macaulay y la de Fisher-Weil.

Tabla 2: Comparación de duraciones

Comparación de duraciones	
Duración de Macaulay	9,196
Duración de Fisher-Weil	8,675

Fuente: Elaboración propia

Para realizar, las distintas duraciones, se emplearon las expresiones anteriormente expuestas. En el caso de la duración de Macaulay, se descontaron todos los cupones y el nominal, a la tasa TIR, ponderándolos por el tiempo y dividiéndolos por el precio actual.

El valor de la duración de Fisher-Weil, se halló utilizando el mismo procedimiento que la duración clásica, pero empleando una capitalización compuesta y continua, utilizando la media de tipos de interés europeos triple A continuos.

Con este simple ejercicio de cálculo de duraciones, se intenta comprobar, si los cálculos para hallar la nueva duración son lo suficientemente tediosos como para descartar esta duración. Como se mencionó en la problemática de Fisher-Weil, esta duración es muy pesada de calcular, y en algunos casos no llega a compensar ese sobre esfuerzo, por la poca diferencia que nos aporta. Sin embargo, y para este ejercicio práctico, los cálculos no han llegado a ser tan difíciles y la diferencia entre las duraciones llega a ser significativa.

Se destaca, también, la mayor exactitud de la segunda aproximación, y esto es debido al distinto concepto que tienes ambas aproximaciones sobre la curva de tipos de interés, es decir, Macaulay contempla una curva de tipo de interés plana, mientras que Fisher-Weil, contempla una ETTI más realista. En este caso concreto, se utilizó la curva de tipos de interés triple A, y tal y como se pudo observar en el proyecto, es una curva con pendiente, que recoge distintos rendimientos para cada plazo. Por tanto, la duración de Fisher-Weil, es más exacta en este caso que la duración de Macaulay.

En las nuevas aproximaciones se observa también la M-Absolute y la M-Square, definiciones totalmente distintas a las clásicas y que no son correcciones sino una nueva visión, en la que el inversor tiene un papel fundamental. Para poder expresar estos nuevos conceptos, se parte de la hipótesis, de un horizonte temporal de la inversión de nueve años. En la siguiente tabla se pueden ver los resultados obtenidos.

Tabla 3: Duraciones enfocadas al inversor

Duraciones enfocadas al inversor	
M-Absolute	0,179
M-Square	1,024

Fuente: Elaboración propia

Para la realización de ambas duraciones, se utilizaron los beneficios del bono, actualizados en tipo compuesto y continuo, con los mismos tipos de interés empleados para la duración de Fisher-Weil. La diferencia de estas aproximaciones, son el punto de vista que tienen sobre el inversor y es por este motivo, en vez de ponderar por el tiempo actual, ponderaran por la diferencia entre el tiempo actual y el horizonte temporal del inversor. En el caso de la M-Absolute, será simplemente el valor absoluto de esa resta, y en la M-Square, será la diferencia al cuadrado de estas dos unidades de tiempo.

La inmunización de la M-Absolute, se produce, cuando esta tiene un valor cero, sin embargo, y al tener que vender el título en el año nueve, un poco antes y un poco después de lo que la duración de Macaulay y Fisher-Weil, nos indica, vemos como los tipos de interés nos afectaran ligeramente en nuestra inversión. En el caso de la M-Square, hablamos de sensibilidad, pero también utilizando el punto de vista del inversor, al no vender en el momento en que nos indica la duración, el riesgo de tipo de interés nos afectara en mayor medida. Este tipo de duraciones, destacan por la manejabilidad que tienen, ya que, al enfocarse al inversor, este obtiene una medida más entendible y personaliza.

Una vez, aplicados los distintos métodos para gestionar el riesgo de tipo de interés, se pasará a analizar la sensibilidad del precio de los bonos ante cambio en los tipos de interés. Para observar esta sensibilidad, se aumenta el tipo de interés en distintas medidas, para observar mejor cómo se comporta cada aproximación. En la siguiente tabla se puede observar, los incrementos que en los tipos de interés que se han introducido

Tabla 4: Aumento en los tipos de interés

Aumento en los tipos de interés		
0,05%	0,50%	5,00%

Fuente: Elaboración propia

En este ejercicio práctico, solo se introducirá un cambio paralelo, ya que hay duraciones que no pueden recoger otros cambios, pero se debe de recodar que hay dos tipos más de cambios en la curva de tipos de interés.

Al utilizar, los distintos tipos de interés, con las distintas aproximaciones, se ha realizado un cuadro resumen, que servirá posteriormente para analizar los errores de cada aproximación.

Tabla 5: Distintas sensibilidades del bono

Sensibilidad en el precio			
Incremento	0,05%	0,50%	5,00%
Duración modificada	-0,452	-4,517	-45,448
Convexidad	0,001	0,130	13,026
Convexidad + Duración	-0,450	-4,386	-32,141
Precio exponencial	98,391	94,438	62,672
Precio duración discreta	98,389	94,436	63,281

Fuente: Elaboración propia

Cada aproximación del precio ha sido hallada, según las expresiones expuestas anteriormente, estas se encuentran en columnas, expresando los distintos valores que se han estimado ante los distintos cambios en el tipo de interés. En el caso de la duración modifica, se ha utilizado la duración anteriormente expuesta y se ha dividido entre (1+Tir), teniendo en cuenta el incremento de los tipos y el precio del bono. Para la convexidad, se ha realizado la segunda derivada de la función precio con respecto a la TIR, multiplicándola también por el precio y el incremento del tipo de interés al cuadrado. La aproximación de la duración más la conexidad, se ha realizado sumando ambas expresiones y teniendo en cuenta ese incremento de la TIR, cada uno en su unidad de medida. En la duración exponencial, se ha multiplicado el precio del bono por la función exponencial de la duración modifica por el incremento del tipo de interés. Y, por último, en la duración discreta, se ha multiplicado el precio por uno más el incremento, elevado a la duración modificada.

A continuación, y una vez hallados, los precios o las correcciones en los precios para las distintas duraciones e incrementos en los tipos. Se hallará el precio del bono para cada incremento del tipo de interés, sumando este incremento a la TIR, y descontado, con esa nueva TIR, todos los capitales percibidos por el bono.

Hallados los precios, tanto por aproximación como por descuento de flujos de caja, se analizará cada aproximación por separado, para observar el error que comete cada duración ante los distintos cambios en los tipos de interés.

En primer lugar, se examinará la duración:

Tabla 6: Errores en la aproximación con duración modificada.

Errores en la aproximación con Duración Modificada.			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	1%	5%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,17 €	61,63 €
Precio aproximado por la duración	98,388	94,323	53,392
Error de la aproximación	-0,027	-0,158	8,236

Fuente: Elaboración propia

En la duración modificada, se observa el principal problema que plantea, ya que, la aproximación ante cambios pequeños, es bastante precisa, pero a medida que se incrementa el cambio en el tipo de interés, se destaca la gran diferencia entre el precio y la aproximación. Esta explicación, se puede encontrar en el marco teórico, ya que como se adelantó, este tipo de duración no es precisa ante grandes cambios en los tipos de interés.

En segundo lugar, se analizará el precio en función de la duración y la convexidad:

Tabla 7: Errores en la aproximación con duración y convexidad

Errores en la aproximación con Duración + Convexidad			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración + convexidad	98,39 €	94,45 €	66,70 €
Error de la aproximación	-0,029	-0,288	-5,070

Fuente: Elaboración propia

El precio en función de la duración y la convexidad, corrige, aunque no de manera perfecta, el error en el que incurría la duración modificada. Esto se debe, a que, al sumar la convexidad, este error se reduce, debido a que la aproximación de la conexidad ante grandes cambios en los tipos de interés es más precisa.

En tercer lugar, se estudiará la duración exponencial:

Tabla 8: Errores en la aproximación con la duración exponencial

Errores de aproximación con la Duración Exponencial			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración exponencial	98,391	94,438	62,672
Error de la aproximación	-0,030	-0,273	-1,044

Fuente: Elaboración propia

La duración exponencial, es una de las aproximaciones que menos errores comete, para hallar el precio del bono, después de un incremento en los tipos de interés, lo que destaca de esta duración, es la precisión que tiene para cada tipo de incremento. Aunque se destaque, esa menor exactitud ante grandes cambios en los tipos de interés.

Por último, se describirá la duración discreta:

Tabla 9: Errores de aproximación con la duración discreta

Errores de aproximación con la Duración Discreta			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración discreta	98,389	94,436	63,281
Error de la aproximación	-0,028	-0,270	-1,652

Fuente: Elaboración propia

Esta duración, es muy parecida, a la duración exponencial y en muchas ocasiones suele ser más precisa, sin embargo, puede ser este un bono cuyas características no sean las idóneas para hallar un valor más preciso. Aun así, se debe de destacar la precisión ante todos los incrementos y la gran diferencia que existe entre el error de las duraciones clásicas y el de la duración discreta, para grandes cambios en los tipos de interés.

Para concluir con las distintas sensibilidades, y afirmando para este caso concreto, se puede destacar que las nuevas aproximaciones estiman con mayor precisión qué las clásicas. Además, el cálculo de estas no ha resultado tedioso y la mejora de precisión, es bastante alta para este cambio concreto.

7. Conclusión

Para concluir este proyecto se destacan varias ideas fundamentales que se han visto reflejadas y explicadas a lo largo del mismo.

La primera idea, es la presencia de riesgo en la renta fija y del riesgo de tipo de interés como uno de los más importante para este activo. Este último riesgo afecta a numerosos activos o agentes en los mercados, destacando la renta fija como uno de la más perjudicas. El cambio en el tipo de interés, puede generar pérdidas por sí solo, en una inversión de este activo. Es por este motivo, por el cual es tan importante tener una buena herramienta que gestione este tipo de interés.

La segunda idea que se debe destacar, es la poca coordinación que tiene el campo teórico y el campo práctico. Durante todo este proyecto, hemos resaltado el papel fundamental que tiene la duración de Macaulay, a la hora de inmunizar un activo de renta fija en los mercados actuales. Sin embargo, y también analizado en este proyecto, hemos podido destacar nuevas aproximaciones más precisas y poco conocidas por los inversores de renta fija o agentes económicos. Este desfase entre las matemáticas teóricas y prácticas es uno de los principales problemas que resalta este proyecto. Esta diferencia plantea unas determinadas consecuencias, de las cuales se destacará la poca precisión que hay actualmente para inmunizar un título de renta fija.

Hoy en día, se utiliza la duración de Macaulay y la convexidad, como métodos para gestionar el riesgo de tipo de interés. Sin embargo, estos métodos clásicos, no contemplan todos los movimientos de la curva de tipos de interés, cometiendo numerosos errores de valoración. De esta manera, se sigue sin poder garantizar a los inversores una inmunización perfecta.

Como se pudo explicar en este proyecto, existen aproximaciones más precisas y elaboradas, que no se están poniendo en práctica. Lo que hace resaltar un desfase matemático, destacando la manejabilidad o practicidad de los modelos y la utilidad que estos tienen en el mercado actual.

Por un lado, destacaremos, la poca manejabilidad de algunas de las nuevas aproximaciones. Esto es debido a que uno los objetivos de los nuevos métodos era suplir todas las carencias de la duración de Macaulay. Este hecho hace que las nuevas aproximaciones no se centren en la manejabilidad de las formulas descritas.

Por otro lado, resaltamos la utilidad de estas nuevas aproximaciones, ya que, si estas no llegan a suplir todas las carencias e introducen simplemente pequeñas mejores, puede no merecer la pena utilizar estas nuevas definiciones.

Para observar los problemas y las soluciones que presentaba cada aproximación, pudimos realizar un ejercicio práctico, donde analizamos como los distintos métodos nos daban soluciones distintas, simplemente utilizando uno de los cambios más comunes, el cambio paralelo. Como vimos, un simple cambio en el tipo de interés, podía experimentar un momento de inmunización distinto para un mismo bono, en incluso una valoración del precio distinta.

En el caso de la inmunización, se han hecho numerosos avances, y a pesar de la poca manejabilidad, encontramos duraciones como la de Fisher-Weil, o la M-Absolute que recogen de una manera más precisa la estructura de la curva de tipos de interés. Además, en el caso de M-Absolute, distinguimos la visión centrada en el inversor que facilita la lectura del resultado.

Para la sensibilidad, encontramos numerosos métodos, y sobre todo correcciones de la duración modificada. Aunque no encontramos un método que nos agrupe, la sensibilidad que tiene un bono ante todos los cambios de los tipos de interés, de manera precisa, podemos hacer una restimación precisa hallando todas las sensibilidades.

En conclusión, destacamos los avances en la inmunización del título, aunque mejorando el proceso tedioso de hallar la estimación. Y los distintos métodos de sensibilidad, como modelos prácticos y precisos, aunque con necesidad de unificarlos.

Para finalizar me gustaría hacer una recomendación para el campo de este proyecto y es la necesidad de que matemáticos e inversores, puedan ponerse de acuerdo para poder obtener una duración precisa, manejable y única. De esta manera, los inversores podrán finalmente gestionar el riesgo de tipo de interés de manera perfecta y manejable.

8. Bibliografía

Bajo, E.; Barbi, M.; Hillier, D., (2013). Interest rate risk estimation: a new duration-based approach. Applied Economics, 45, 2697-2704.

European bank (2018). Euro Area Yield Curves, European Bank Central. URL: https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html (Acceso: 23 de mayo 2018)

Betzuen, Amaia J; Betzuen, Amancio; (2006). Técnicas de medición, control, cobertura de los riesgos de los mercados financieros, Universidad del país vasco, tema 3.

Calatayud, Francisco P.; Calero, Francisco; (1994). Duración y estrategia de inmunización de carteras de renta fija, Revista española de financiación y contabilidad, Vol. XXIV, n. 78, pp. 9-32

Carabias, S. (2016). Introducción a la modelización de mercados financieros: practicas de matemáticas para finanzas, Universidad Pontificia de comillas.

Claggett, E. Tylor1, (2016). A tutorial on bonds, yield curves and duration, Journal of Business & Behavioral Sciences, 28, 49-61.

Cvitanic, J; Zapatero, F. (2004). Introduction to the economics and mathematics of financial markets, Cambridge, Massachusetts, the MIT Press

Drigă, I., Guţă, A. J., & Niţă, D. (2010). Interest rate risk management in banking. Young Economists Journal / Revista Tinerilor Economisti, 8(14), 41-48.

Fabozzi, F. J. (1999). Bond Markets, Analysis and Strategies, Prentice Hall

Fernandez, P (2015). Análisis de Bonos: Duración y Convexidad (Bond Analysis: Duration and Convexity) University of Navarra - IESE Business School

Fernández Valbuena, S. (2001). Cómo invertir en renta fija. Madrid: Inversor Ediciones.

Bundesrepublik Deutschland – Finanzagentur GmbH (2018). Deutsche Finanzagentur - Auction results. URL: https://www.deutsche-finanzagentur.de/en/institutional-investors/primary-market/auction-results/ (Acceso: 23 de mayo 2018)

Hull, J. C, (2009). Risk management and financial institutions, Ney Yersey, EEUU, Wiley.

Ingersoll Jr., Jonathan E.; Skelton, Jeffrey; Weil, Roman L., (1978). Duration forty years later, Journal of Financial & Quantitative Analysis, 13, 627-650.

Kaufman, G. G., (2006). Duration: What is all the disagreement about, Journal of Applied Finance, 16, 134-137.

Lazzati, N. (2018). Técnicas de Inmunización basadas en la Duración. URL: https://es.scribd.com/document/307151976/Lazzati-Tecnicas-de-Inmunizacion-Basadas-en-La-Duracion (Acceso: 5 de abril de 2018).

Livingston, M., & Zhou, L. (2005). Exponential duration: a more accurate estimation of interest rate risk. Journal of Financial Research, 28(3), 343-361.

Luenberger, D. G., (1998). Investment science, Oxford University Press

Mascareñas, Juan; (2013). Estructura temporal de tipos de interés, Universidad Complutense de Madrid

Nawalkha, S. K.; Chambers, D. R. (1996). An Improved Immunization Strategy: M-Absolute. Financial Analysts Journal, 52(5), 69-76.

Nawalkha, S. K., Lacey, N. J., & Schneeweis, T. (1990). Closed-Form Solutions of Convexity and M-square. Financial Analysts Journal, 46(1), 75-77.

Reza, S.; Rilstone, P. (2016). Semiparametric Efficiency Bounds and Efficient Estimation of Discrete Duration Models with Unspecified Hazard Rate. Econometric Reviews, 35(5), 693-726.

Soto Pacheco, G. (2001). Modelos de inmunización de carteras de renta fija. Revista de Economía Aplicada, IX (26), 57-93.

Sydsaeter, K; Hammond, P.J. (1999). Matemáticas para el análisis económico, Madrid, España, Prentice Hall

Trpčevski, Mladen, (2015). Interest rate risk in bond investment: Unconventional measurement methods, Bankarstvo, 44, 104-117

9. Anexos

Anexo 1

Datos para la elaboración de la gráfica 1, estructura temporal de tipos de interés

Tiempo discreto	
Años	Tipos de interés
3 meses	-0,61%
6 meses	-0,64%
9 meses	-0,66%
1 año	-0,66%
2 años	-0,59%
3 años	-0,44%
4 años	-0,25%
5 años	-0,07%
6 años	0,10%
7 años	0,26%
8 años	0,40%
9 años	0,52%
10 años	0,62%
11 años	0,71%
12 años	0,79%
13 años	0,86%
14 años	0,92%
15 años	0,97%
16 años	1,01%
17 años	1,06%
18 años	1,09%
19 años	1,12%
20 años	1,15%
21 años	1,18%
22 años	1,20%
23 años	1,23%
24 años	1,25%
25 años	1,26%
26 años	1,28%
27 años	1,30%
28 años	1,31%
29 años	1,33%
30 años	1,34%

Anexo 2

Factores que determinan tanto la duración como la duración modificada

El riesgo de tipo de interés afecta durante toda la vida al activo de renta fija y es importante que lo eliminemos desde el principio. este riesgo solo se llega a compensar en la duración y es por ello que preferimos una duración cercana al comienzo de la vida del título. Esto significa que cuanto menor sea la duración del activo, menos expuesto estará dicho título al riesgo de tipo de interés.

Como hemos visto la duración es un número que hallamos aplicando una formula, sin embargo, hay determinadas variables en la vida de un título de renta fija que hacen que la duración aumente o disminuya. Estos parámetros son los siguientes:

En primer lugar, el cupón, ya que es el beneficio que se reparte durante la vida del activo y se expresa como un porcentaje del valor nominal. Si este tiene un gran valor, los flujos actualizados del título serán más grandes, y por tanto el último beneficio que recoge tanto el cupón como el nominal no tendrá tanto peso. Esto hace que la duración se reduzca. Es importante destacar, que es preferible para la duración tener varios cupones durante un año, que simplemente un cupón anual. Esto se debe a que, al fragmentar el cupón, tenemos más beneficios actualizados al comienzo de la vida del título y, por tanto, tendremos una duración menor.

En segundo lugar, el nominal, esta variable está relacionada con el efecto que produce el cupón a la duración, ya que encontramos la misma relación, pero de manera inversa. En este caso, cuanto mayor sea el nominal, más peso tendrá este en la formula y viceversa. Esto hace que la duración sea mayor a nominales muy grandes. (Fernández, 2015)

En tercer lugar, el plazo del título, cuando el activo tiene un menor plazo, es decir, su vencimiento es más cercano al momento de la compra, la duración disminuye. Sin embargo, en el caso contrario, está sujeto durante un tiempo más prolongado a la curva de tipo de interés.

En cuarto lugar, el cupón corrido, es importante saber que una vez se vayan pagando los cupones al inversor, estos ya no se tienen en cuenta para el cálculo de la duración. Esto hace que los cupones que teníamos al principio con un valor actualizado más grande desaparezcan de la fórmula de la duración y nos encontremos con una duración mayor. Este caso contradice el efecto que hemos explicado del plazo del título, sin embargo, este efecto es más global y por tanto tiene un mayor peso a la hora de hallar la duración.

Por último, la rentabilidad exigida por el accionista o tipo de interés en este caso (r). Como hemos visto en la fórmula de la duración, los cupones y el nominal son actualizado a un tipo r, y por tanto tendrá una relación inversa. Al incrementar r, el flujo de caja que está más alejado en el tiempo desciende en mayor medida que el que está más cercano al comienzo, debido a que cada flujo es actualizado por (1+r) y elevado al espacio temporal en el que se recibe ese beneficio. Este efecto hace que los primeros beneficios tengan más un mayor peso en la ecuación y que la duración por tanto se reduzca. Este efecto es el mismo que realiza el tipo de interés con el precio del título. (Fernández, 2015)

Factores que determinan la convexidad

Como vimos para la duración y la duración modificada, el valor de la convexidad también va a depender de una serie de variables que expondremos a continuación.

Uno de los factores que determinan la convexidad y que también determinaban a la duración es el tipo de interés. En la convexidad el tipo de interés va a actuar también de una manera inversa ya que como recordamos la convexidad es la segunda derivada de la duración. (Fernández, 2018)

Otra de las variables determinantes es la cuantía del cupón y del nominal, estos factores también determinaban la duración y es por ello que tendrán la misma relación. En el caso del primero, un menor cupón supone una mayor convexidad y en el segundo caso, un mayor nominal del título genera una mayor convexidad. Por tanto, destacamos que el nominal tiene una relación directa con la convexidad, al igual que la duración, y que la cuantía del cupón, tiene la relación inversa como en la duración. (Fernández, 2018)

Hasta ahora hemos visto que las variables que determinaban la convexidad eran iguales a la de la duración y que se comportaban de la misma manera. Sin embargo, la convexidad surge como la corrección de la duración y es por ello que una de las variables que va a determinar la convexidad es esta misma. Observamos una relación inversa, ya que a una mayor duración obtenemos una mayor convexidad. Destacamos que esta relación no es lineal y que por tanto si doblamos el valor de la duración, el valor de la convexidad no será doble. (Fernández, 2018)

Anexo 3

Cálculos del ejercicio práctico

Datos del bono		
Bono	100 €	
Cupón	0,50%	0,50 €
Vencimiento	10 años	
Tipo de interés medio	0,62%	

Aumento en los tipos de interés		
0,05%	0,50%	5,00%

Tiempo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Precio	0,497	0,494	0,491	0,488	0,485	0,482	0,479	0,476	0,473	94,476	98,84 €
Precio cambio 1	0,497	0,493	0,490	0,487	0,484	0,480	0,477	0,474	0,471	94,008	98,36 €
Precio cambio 2	0,494	0,489	0,484	0,478	0,473	0,468	0,462	0,457	0,452	89,907	94,17 €
Precio cambio 3	0,473	0,448	0,424	0,402	0,380	0,360	0,341	0,323	0,306	58,171	61,63 €
Bº ponderados en tiempo discreto	0,494	0,976	1,445	1,904	2,350	2,786	3,210	3,623	4,026	888,137	908,9501
Bº ponderados para la convexidad	0,982	2,927	5,817	9,636	14,365	19,987	26,485	33,842	42,042	10264,717	10420,800

Bº ponderados en tiempo continuo	0,503	0,503	0,499	0,490	0,480	0,468	0,457	0,446	0,436	85,740	90,02 €
Duración Fisher-Weil	0,503	1,007	1,496	1,961	2,398	2,809	3,198	3,568	3,924	857,397	8,67
M-Absolute	4,03	3,52	2,99	2,45	1,92	1,40	0,91	0,45	0,00		0,18
M-Square	32,21	24,67	17,95	12,26	7,67	4,21	1,83	0,45	0,00		1,02

Comparación de duraciones	
Duración de Macaulay	9,196
Duración modificada	9,140
Convexidad	105,431
Duración de Fisher-Weil	8,675

Duraciones enfocadas al inversor	
M-Absolute	0,179
M-Square	1,024

Sensibilidad en el precio			
Incremento	0,05%	0,50%	5,00%
Duración modificada	-0,452	-4,517	-45,448
Convexidad	0,001	0,130	13,026
Convexidad + Duración	-0,450	-4,386	-32,141
Precio exponencial	98,389	94,425	62,585
Precio duración discreta	98,389	94,436	63,281

Tipo de interes actual

914%

908%

Errores en la aproximación con Duración Modificada.			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	1%	5%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,17 €	61,63 €
Precio aproximado por la duración	98,388	94,323	53,392
Error de la aproximación	-0,027	-0,158	8,236

Errores en la aproximación con Duración+Convexidad			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración + convexidad	98,39 €	94,45 €	66,70 €
Error de la aproximación	-0,029	-0,288	-5,070

Errores de aproximación con la Duración Exponencial			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración exponencial	98,389	94,425	62,585
Error de la aproximación	-0,028	-0,259	-0,956

Errores de aproximación con la Duración Discreta			
Cambio en los tipos de interés	0,05%	0,50%	5,00%
Precio con la nueva TIR	98,361	94,165	61,629
Precio aproximado por la duración discreta	98,389	94,436	63,281
Error de la aproximación	-0,028	-0,270	-1,652