

**Universidad Pontificia Comillas de Madrid**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)

(Departamento de Electrotecnia y Sistemas)

**Optimización de la explotación en el corto  
plazo y elaboración de ofertas en un  
sistema eléctrico liberalizado. Naturaleza  
del problema y métodos de solución.**

Javier García González

Tesis Doctoral

Madrid 2001



*A mi familia;  
a unos por el pasado y  
a otros por el futuro.*



# Agradecimientos

Para poder empezar y acabar una tesis doctoral, es necesario contar con diferentes apoyos. En mi caso particular, el Instituto de Investigación Tecnológica (IIT) me ha proporcionado gran parte de ellos, desde los puramente materiales hasta otros más etéreos, por lo que creí justo que apareciera en el primer lugar de estos agradecimientos.

Es fácil imaginar la importancia que tiene el director de la tesis en el desarrollo de la investigación. En este sentido, ha sido imprescindible la labor de dirección desempeñada por Julián Barquín que ha sabido encauzar este trabajo por los caminos más fructíferos. De él he recibido no sólo buenas ideas, sino también un trato personal extraordinario y por ello le expreso sinceramente mi gratitud.

Por otro lado, durante mi primera etapa en el IIT tuve la suerte de trabajar con Jaime Román. Desde estas líneas le muestro mi más profundo agradecimiento porque también de él aprendí mucho.

Durante la realización de esta tesis, ha sido de gran ayuda contar con modelos y algoritmos desarrollados por otras personas del IIT. En particular, a Eugenio Sánchez Úbeda le agradezco que me permitiera utilizar el modelo *Bisagras*, desarrollado en su tesis, con el que uno se siente tentado a linealizar el mundo. También le agradezco a Efraím Centeno por dejarme hurgar en su código de los algoritmos de *clustering* para adaptarlo a mis propias necesidades. A ambos les agradezco mucho el tiempo que desinteresadamente me dedicaron.

Finalmente, en cuanto a la edición de este documento, le agradezco a Pedro Tejedor por “convencerme” para que utilizara el editor L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X y por haber respondido siempre ante mis múltiples llamadas llenas de dudas.

Madrid, Octubre de 2000

---

Hace ya algunos meses, decidí que no escribiría estas últimas líneas de agradecimientos hasta haber defendido y leído públicamente la tesis. En fin, ya no hay excusas. Llegó el momento de ponerse sentimental.

Además de las personas que ya he mencionado, esto no hubiera acabado más o menos bien si a lo largo de mi vida no hubiera recibido ciertas influencias.

Debo empezar por mis padres, Chus y Charo, y remontarme a mi infancia en un ático de Salamanca. Ellos sentados en la mesa del estudio, envueltos en una penumbra rota por el flexo. Yo, en el regazo de mi madre, garabateando con colores sus papeles y distrayéndoles del tedio de las correcciones. Llegaban luego Jesús y Sinda, Nacho y Lola, y mientras sonaba *les eaux de mars*, José Carlos me entretenía y el aroma de café llenaba la casa.

Mis abuelos, Jorge y Paquita, también me han dado mucho. Frías Navidades en León y cálidos atardeceres en Málaga, acompañado siempre por mis hermanos, Tito, Pablo, Manuel y Alba; y cómo no, por mi tía Angelina.

Y si avanzo hacia dentro me pregunto, ¿cuánto pudo influir aquel libro, aquellos regalos o incluso aquellos "calechos" alrededor de la hoguera? Seguramente más de lo previsible. Así que, a lo mejor sin saberlo, la responsable de que al final me decantara por las ciencias, fue Mari, mi tía. Tan atenta y preocupada, le agradezco mucho lo bien que me trató durante mis años de carrera en Barcelona. De allí recuerdo con cierta nostalgia esas sobremesas de los domingos en casa de Martina y Ab-dulah, las conversaciones en el Zurich con Santos, los interminables kilómetros desde el sur con Fede, . . . , en fin, no puedo ser exhaustivo pues no acabaría nunca.

Sonaban mientras tanto algunas voces y muchas guitarras, Paul, John, Oaki, Üllesh, Falopio, . . .

Y ya en Madrid, también son muchos a los que quiero expresar mi agradecimiento. En primer lugar, a José María y a Eva, por el empujón inicial y por el apoyo constante de estos últimos e inolvidables años. Por todas nuestras reflexiones comunes en voz alta y por los ánimos que nos regalábamos unos a otros cada semana, mientras saboreábamos ese exquisito té con canela. Ya sólo quedáis vosotras.

También a mi amigo Carlos Batlle. Fueron primordiales esos cafés de media mañana salpicados de astucia y de risas; muchas veces con Irene y muchas otras con Gregorio. Si ellos me acompañaron durante el día, Carlos Vázquez se encargaba de las madrugadas. A él le doy las gracias por sus comentarios, siempre inteligentes, que me ayudaron a definir y concretar muchas de las ideas que se han plasmado al final en esta tesis. En fin, tampoco acabaría nunca si quisiera enumerar a toda la gente estupenda del IIT, y de fuera como Avelino González, con los que he podido trabajar y compartir buenos momentos en un ambiente extraordinario.

Y aunque *no necesito decirte nada*, evidentemente a quien más agradezco, es a ti. Sobre todo, porque te robé mi tiempo, quizás demasiado tiempo. Llegaba la tarde, y mientras avanzabas sola con el niño hacia el sobrecargado parque de Valle de Suchil, te despedías, siempre sonriente, con un irónico “hasta mañana”. Te doy las gracias por las certeras anotaciones y correcciones con las que llenaste los borradores que tantas veces dejé sobre tu mesa; también por la claridad de tus explicaciones. En fin, son muchas las razones y te prometo no olvidarlas. Ahora me toca a mí.

Madrid, Abril de 2001



# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción y objetivos de la tesis</b>	<b>1</b>
1.1	Introducción . . . . .	1
1.2	La liberalización del sector eléctrico . . . . .	1
1.3	Esquemas de organización del mercado de producción . . . . .	3
1.3.1	Tipo de ofertas . . . . .	3
1.3.2	La secuencia temporal . . . . .	6
1.3.3	Información publicada por el operador del mercado . . . . .	7
1.4	La explotación de la generación . . . . .	8
1.4.1	El caso de un sistema centralizado . . . . .	8
1.4.2	El caso de un sistema liberalizado . . . . .	9
1.5	Objetivos de la tesis . . . . .	12
1.6	Organización de la exposición . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Estado del arte</b>	<b>15</b>
2.1	Introducción . . . . .	15
2.2	Clasificación de las líneas de investigación . . . . .	15
2.3	Revisión de los modelos de explotación tradicionales . . . . .	16
2.4	Modelos de equilibrio de mercado . . . . .	18
2.4.1	Modelo de Cournot . . . . .	19
2.4.2	Modelo de SFE . . . . .	22
2.5	Modelos de simulación . . . . .	26
2.5.1	Modelos estáticos . . . . .	26
2.5.2	Modelos dinámicos y modelos de agentes adaptativos. . . . .	27

2.6	Programación de la generación en el corto plazo en sistemas liberalizados . . . . .	29
2.6.1	<i>Trad-UC</i> . . . . .	30
2.6.2	<i>Self-UC</i> . . . . .	32
2.7	Elaboración de ofertas . . . . .	32
2.8	Conclusiones . . . . .	34
<b>3</b>	<b>La planificación de la explotación en el contexto del mercado</b>	<b>37</b>
3.1	Introducción . . . . .	37
3.2	Modelo de mercado . . . . .	37
3.2.1	Agentes participantes en mercado . . . . .	37
3.2.2	Tipo de subasta . . . . .	38
3.2.3	Información disponible . . . . .	38
3.2.4	Modelo de casación de ofertas . . . . .	38
3.2.5	Función de suministro y función de demanda de cada participante. . . . .	40
3.2.6	Tipo de competencia entre los generadores . . . . .	42
3.2.7	Objetivos de la empresa generadora . . . . .	44
3.3	Enfoque propuesto . . . . .	45
3.3.1	Organización jerárquica . . . . .	45
3.3.1.1	El problema de largo plazo . . . . .	45
3.3.1.2	El problema semanal . . . . .	46
3.3.1.3	El problema diario . . . . .	47
3.3.2	Dinámica de resolución de los tres problemas . . . . .	47
3.3.3	Técnicas de resolución propuestas . . . . .	48
3.3.3.1	El problema de largo plazo . . . . .	48
3.3.3.2	El problema semanal . . . . .	49
3.3.3.3	El problema diario . . . . .	50
3.4	Resumen . . . . .	51

<b>4 Programación semanal en un sistema liberalizado</b>	<b>53</b>
4.1 Introducción . . . . .	53
4.2 Notación . . . . .	57
4.2.1 Conjuntos e índices . . . . .	57
4.2.2 Datos . . . . .	58
4.2.3 Variables . . . . .	60
4.3 Esquema general del modelo semanal . . . . .	62
4.3.1 Planteamiento del problema . . . . .	62
4.4 El equipo térmico . . . . .	66
4.4.1 Restricciones del equipo de generación térmica considera- das en el modelo . . . . .	66
4.4.1.1 Límite superior e inferior de la potencia generada	66
4.4.1.2 Programa de mantenimiento . . . . .	67
4.4.1.3 Restricciones de rampa . . . . .	67
4.4.1.4 Restricción de reserva rodante térmica . . . . .	68
4.4.1.5 Restricción lógica de coherencia entre arranques, acoplamientos y paradas . . . . .	68
4.4.1.6 Restricción de tiempos mínimos de funcionamien- to y parada . . . . .	68
4.4.2 Costes del equipo de generación térmica considerados en el modelo . . . . .	69
4.5 El equipo de generación hidráulica . . . . .	70
4.5.1 Discusión sobre el valor del agua en un sistema desregulado.	71
4.5.2 Modelo del equipo de bombeo puro . . . . .	74
4.5.2.1 Condiciones iniciales y finales . . . . .	75
4.5.2.2 Límites máximos y mínimos . . . . .	76
4.5.2.3 Restricciones de continuidad . . . . .	76
4.6 Modelado del mercado . . . . .	77
4.6.1 Definición de la función de demanda residual en un período	77
4.6.2 Elaboración de la función de ingresos a partir de una curva de demanda residual . . . . .	78
4.6.3 Formulación de $I(q)$ mediante técnicas MILP . . . . .	80

4.6.4	Aproximación de la función de ingresos mediante el modelo <i>Bisagras</i> . . . . .	82
4.7	Formulación matemática del Problema Semanal . . . . .	86
4.8	Inclusión de contratos en el modelo . . . . .	88
<b>5</b>	<b>El problema diario de elaboración de ofertas</b>	<b>91</b>
5.1	Introducción . . . . .	91
5.2	Notación . . . . .	92
5.2.1	Conjuntos e índices . . . . .	93
5.2.2	Datos . . . . .	93
5.2.3	Variables . . . . .	94
5.3	Planteamiento general del problema . . . . .	95
5.3.1	Optimización frente a curvas de demanda residual . . . . .	97
5.3.2	Definición del espacio de búsqueda . . . . .	97
5.4	Método propuesto . . . . .	99
5.4.1	Función de beneficio . . . . .	99
5.4.2	Maximización del beneficio frente a un escenario de demanda residual . . . . .	100
5.4.3	Maximización del beneficio frente a varios escenarios de demanda residual . . . . .	101
5.4.4	Construcción de la función de suministro $S(q)$ . . . . .	102
5.4.5	Ejemplo ilustrativo . . . . .	103
5.5	Resolución del Problema Diario . . . . .	106
5.5.1	Definición de un escenario . . . . .	108
5.5.2	Optimización del beneficio frente a un escenario, $PD_e$ . . . . .	108
5.5.3	Algoritmo para la resolución del Problema Diario . . . . .	111
5.6	Formulación del $PD_e$ . . . . .	113
5.6.1	Definición de la función objetivo del $PD_e$ . . . . .	113
5.6.2	Restricciones consideradas en el $PD_e$ . . . . .	114
5.6.3	Formulación matemática del $PD_e$ . . . . .	115
5.7	Elaboración de ofertas de compra para el equipo de bombeo. . . . .	116
5.7.1	Definición del espacio de búsqueda . . . . .	117

5.7.2	La demanda residual en función de la producción neta. . .	117
5.7.3	Cálculo de los ingresos . . . . .	118
5.7.4	Inclusión del equipo de bombeo en el $PD_e$ . . . . .	120
5.7.5	Algoritmo para resolver el PD incluyendo el equipo de bombeo . . . . .	121
<b>6</b>	<b>Análisis de las curvas de oferta</b>	<b>125</b>
6.1	Introducción . . . . .	125
6.2	Metodología propuesta . . . . .	126
6.3	Aplicación del modelo <i>Bisagras</i> para aproximar una curva de oferta	128
6.3.1	Definición del modelo . . . . .	128
6.3.2	Objetivos del modelado propuesto . . . . .	128
6.3.3	Preparación de los datos de entrada . . . . .	130
6.3.4	Ejemplo ilustrativo . . . . .	131
6.4	Análisis de <i>Clusters</i> de curvas de oferta . . . . .	133
6.4.1	Objetivo . . . . .	133
6.4.2	División del problema en dos fases: <i>clustering</i> horario y <i>clustering</i> diario . . . . .	135
6.4.3	Codificación de cada curva de oferta . . . . .	136
6.4.4	Definición del concepto de disimilitud entre curvas de oferta	138
6.4.5	Cálculo del centroide representante de un conjunto de curvas de oferta . . . . .	139
6.5	Caso ejemplo . . . . .	140
6.5.1	<i>Clustering</i> horario . . . . .	141
6.5.2	<i>Clustering</i> diario . . . . .	144
<b>7</b>	<b>Resultados</b>	<b>151</b>
7.1	Introducción . . . . .	151
7.2	Caso ejemplo de tamaño reducido . . . . .	152
7.2.1	Datos de entrada . . . . .	153
7.2.2	Resultados . . . . .	154
7.3	Caso ejemplo de tamaño realista . . . . .	157

7.3.1	Datos de entrada del equipo de generación para el Problema Semanal . . . . .	159
7.3.2	Datos de entrada de las curvas de demanda residual para el Problema Semanal . . . . .	162
7.3.3	Resultados de la optimización de la explotación semanal (PS)	164
7.3.4	Datos de entrada del equipo de generación para el Problema Diario . . . . .	171
7.3.5	Generación de escenarios de demanda residual . . . . .	172
7.3.6	Resultados de la elaboración de ofertas (PD) . . . . .	173
<b>8</b>	<b>Resumen y conclusiones</b>	<b>177</b>
8.1	Resumen de la tesis . . . . .	177
8.1.1	El papel de la empresa generadora en el contexto de un mercado eléctrico . . . . .	177
8.1.2	Las decisiones de la empresa en el corto plazo . . . . .	179
8.1.2.1	Optimización de la explotación semanal . . . . .	179
8.1.2.2	Elaboración de ofertas para el mercado diario . . . . .	180
8.1.3	Análisis de curvas de ofertas históricas . . . . .	181
8.2	Conclusiones . . . . .	183
8.3	Principales aportaciones originales . . . . .	186
8.4	Publicaciones . . . . .	187
8.5	Líneas de continuación . . . . .	187
<b>A</b>	<b>Apéndice Matemático</b>	<b>189</b>
A.1	Conjuntos convexos y funciones convexas . . . . .	189
A.2	Problema de optimización . . . . .	190
A.2.1	Programación lineal (LP) . . . . .	190
A.3	Formulación mediante técnicas MILP de la función de ingresos . . . . .	191
A.3.1	Modelado añadiendo variables . . . . .	192
A.3.2	Modelado añadiendo cortes . . . . .	193

<b>B Descripción del modelo <i>Bisagras</i></b>	<b>195</b>
B.1 Introducción . . . . .	195
B.2 El modelo <i>Bisagras</i> . . . . .	196
B.3 Utilización del modelo . . . . .	196
B.4 Algoritmo de ajuste del modelo . . . . .	198
<b>C Análisis de <i>clusters</i></b>	<b>201</b>
C.1 Introducción . . . . .	201
C.1.1 Objetivo del análisis de <i>clusters</i> . . . . .	201
C.1.2 Métodos de partición . . . . .	202
C.1.3 Métodos jerárquicos . . . . .	202
C.2 Método de encadenamiento . . . . .	203
C.2.1 Medida de la similitud entre observaciones . . . . .	203
C.2.2 La matriz de disimilitudes . . . . .	204
C.2.3 La disimilitud entre grupos de observaciones . . . . .	204
C.3 Método de encadenamiento . . . . .	206
C.3.1 Cálculo de la disimilitud media inter- <i>cluster</i> $d_B$ . . . . .	207
C.3.2 Cálculo de la disimilitud media intra- <i>cluster</i> $d_W$ . . . . .	207
C.3.3 Descripción del algoritmo . . . . .	207
C.4 Resultados del análisis de <i>clusters</i> del capítulo 6 . . . . .	208
<b>Bibliografía</b>	<b>215</b>



# Índice de Figuras

1.1	Ejemplo de la casación de ofertas simples como intersección entre la curva agregada de compra y la curva agregada de venta. . . . .	5
3.1	Función de suministro y función de demanda de una empresa generadora y de un agente consumidor, respectivamente. . . . .	41
3.2	Esquema de la casación del mercado en una hora cuando las empresas generadoras presentan funciones de suministro y los agentes consumidores presentan funciones de demanda. . . . .	43
4.1	Aproximación lineal del coste de producción del grupo $j$ en el período $k$ . . . . .	70
4.2	Modelo agregado de una cuenca hidráulica. . . . .	72
4.3	Curva de beneficio futuro en función del nivel del embalse al final de la semana. . . . .	73
4.4	Curva de beneficio futuro discretizada en función de la energía producida durante la semana. . . . .	73
4.5	Esquema del modelo de una central de bombeo puro. . . . .	75
4.6	Función de suministro de la competencia $S_B(q)$ , función de demanda del sistema $D(q)$ y función de demanda residual de la empresa $R(q)$ . . . . .	78
4.7	Función de ingresos obtenida a partir de una función de demanda residual. . . . .	81
4.8	Modelado de la función de ingresos. . . . .	82
4.9	Función de ingresos obtenida a partir de una función de demanda residual. . . . .	83
4.10	Función de ingresos obtenida como la aproximación de la función original mediante una función continua lineal a tramos. . . . .	85
4.11	Intervalos donde la función de ingresos es cóncava para el rango de producción $[\underline{q}, \bar{q}]$ . . . . .	85

5.1	Construcción de la función de suministro en el intervalo de cantidades sujeto a incertidumbre $[q_a, q_b]$ . . . . .	99
5.2	Optimización frente a un escenario (a) y frente a dos escenarios (b) de demanda residual en un período. . . . .	101
5.3	(a) Histograma del parámetro $m$ [ $\text{€}/(\text{MW})^2\text{h}$ ] y (b) histograma del parámetro $n$ [ $\text{€}/\text{MWh}$ ], utilizados en el ejemplo. . . . .	104
5.4	Curvas de ingresos para cada escenario $e \in E$ y función cuadrática del coste. . . . .	105
5.5	Curvas de beneficio para cada escenario $e \in E$ . . . . .	105
5.6	Puntos óptimos frente a cada escenario de demanda residual. . . . .	106
5.7	Aproximación lineal a tramos de la nube de puntos formada por los óptimos de cada escenario $(q_e^*, p_e^*)$ , $e \in E$ . . . . .	107
5.8	Función de suministro $S(q)$ y función de coste marginal $dc(q)/dq$ . . . . .	107
5.9	Generación de un escenario $e$ de demanda residual. . . . .	109
5.10	Esquema general del Problema Diario. . . . .	112
5.11	Función de demanda residual $R(\cdot)$ , utilizando como argumento la potencia neta y superficie de demanda residual $\mathcal{R}(\cdot)$ , utilizando como argumentos la potencia generada y la potencia consumida . . . . .	119
5.12	Esquema general del Problema Diario cuando la empresa presenta ofertas de compra y de venta simultáneamente. . . . .	123
6.1	Ejemplo de curva de demanda residual con escalones de diferentes tamaños. . . . .	129
6.2	Esquema de la aplicación modelo <i>Bisagras</i> a una función de demanda residual. . . . .	132
6.3	Curva de demanda residual que se desea modelar. . . . .	133
6.4	Puntos obtenidos ( $N = 1992$ ) tras el muestreo de la curva de la figura 6.3. . . . .	133
6.5	LHM obtenido ( $K = 18$ ) para modelar la demanda residual de la figura 6.5. . . . .	134
6.6	Detalle del LHM representado en la figura 6.3. . . . .	134
6.7	Disimilitud entre curvas de demanda residual. . . . .	139
6.8	Cálculo del centroide representante a partir del conjunto de curvas contenidas en el <i>cluster</i> mediante el modelo <i>Bisagras</i> . . . . .	140

6.9	Funciones agregadas de suministro (en negro) y de demanda (en gris) del día 6 de Septiembre de 1999, en el mercado eléctrico californiano. Las unidades son [\$/MWh] para el eje vertical y [MW] para el horizontal. . . . .	142
6.10	Bisagras obtenidas de las funciones de suministro agregadas del día 6 de Septiembre de 1999, en el mercado eléctrico californiano (figura 6.9). Las unidades son [\$/MWh] para el eje vertical y [MW] para el horizontal. . . . .	143
6.11	Resultado del <i>clustering</i> horario para el día 6 de Septiembre de 1999, (ver texto principal). . . . .	145
6.12	Representación gráfica del resultado del <i>clustering</i> de la primera fase para el día 6 de Septiembre de 1999. . . . .	145
6.13	Resultado de la segunda fase del agrupamiento ( <i>clustering</i> diario), tomando como muestras los centroides de todos los días de la semana obtenidos en la primera fase. . . . .	148
6.14	Cromograma que resume el resultado del análisis de <i>clusters</i> durante la semana de estudio (6-12 de Septiembre de 1999). . . . .	149
7.1	Aproximaciones lineales a tramos de las curvas horarias de ingresos, (eje vertical en [M€]; eje horizontal en [MW]). . . . .	155
7.2	Superficie formada por las funciones de ingresos horarias. Se han marcado los valores óptimos obtenidos en cada hora que definen la trayectoria de máximo beneficio sobre dicha superficie. . . . .	157
7.3	Evolución de los ingresos a lo largo de las 24 horas del día. . . . .	157
7.4	Funciones de ingresos y puntos óptimos para las horas 6h,7h, 8h, 9h, 10h y 11 h. . . . .	158
7.5	Curvas de demanda residual utilizadas en el caso ejemplo. . . . .	163
7.6	Producción neta de la empresa a lo largo de la semana. Se han dibujado los límites superior e inferior debidos a las restricciones de cuota horaria. . . . .	171
7.7	Precios horarios obtenidos durante la semana. . . . .	171
7.8	Cuatro patrones de demanda residual utilizados para construir los 60 escenarios. . . . .	173
7.9	Nubes de puntos óptimos en cada hora. . . . .	174
7.10	Funciones de suministro obtenidos tras aproximar las nubes de puntos por funciones crecientes. . . . .	176

A.1	Modelado la maximización de una función cóncava añadiendo tantas variables como tramos lineales existan. . . . .	191
A.2	Modelado de la maximización de una función cóncava añadiendo tantos cortes como tramos lineales existan. . . . .	192
A.3	Modelado de la función de ingresos cuando no es cóncava (añadiendo variables). . . . .	193
A.4	Modelado de la función de ingresos cuando no es cóncava (añadiendo cortes). . . . .	194
B.1	Ejemplo del resultado obtenido con el modelo LHM a partir de una nube de puntos (N=500). . . . .	197
C.1	Disimilitud entre grupos para el caso del encadenamiento simple (a), completo (b) y medio (c). . . . .	206
C.2	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del día 7 de Septiembre de 1999 . . . . .	209
C.3	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del 8 de Septiembre de 1999 . . . . .	210
C.4	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del 9 de Septiembre de 1999 . . . . .	211
C.5	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del 10 de Septiembre de 1999 . . . . .	212
C.6	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del 11 de Septiembre de 1999 . . . . .	213
C.7	Resultados del <i>clustering</i> de funciones de las suministro agregadas del 12 de Septiembre de 1999 . . . . .	214

# Índice de Tablas

1.1	Posibles esquemas implantados cuando existe un mercado de ofertas de generación. . . . .	6
1.2	Resumen de cómo se programa la generación en los diferentes esquemas de mercado. . . . .	11
2.1	Posibles usos del <i>unit-commitment</i> en función del tipo de oferta implantada en el mercado. Las expresiones “ex ante” y “ex post” hacen referencia a si el modelo de UC es ejecutado antes o después de la casación del mercado. . . . .	30
3.1	Alcance, solución y técnica propuesta para resolver los tres problemas. . . . .	51
5.1	Parámetros del caso ejemplo. . . . .	104
6.1	Número de centroides obtenidos para cada día. . . . .	146
7.1	Datos de entrada de los grupos térmicos. . . . .	153
7.2	Programación horaria obtenida. . . . .	156
7.3	Datos de entrada de los generadores térmicos. Consúltese la notación indicada en la sección 4.2, (página 57). . . . .	160
7.4	Datos de entrada de las CH. Consúltese la notación indicada en la sección 4.2, (página 57). . . . .	161
7.5	Datos de entrada de las centrales de bombeo. Consúltese la notación indicada en la sección 4.2, (página 57). . . . .	162
7.6	Datos de cada hora: demanda y tipo de hora. . . . .	164
7.7	Comparación de las tres alternativas para modelar las funciones de ingresos. El tiempo ha sido medido en un pentium II a 233 MHz y 128 Mb. . . . .	165

7.8	Programación horaria del lunes. . . . .	166
7.9	Programación horaria del martes. . . . .	167
7.10	Programación horaria del miércoles. . . . .	167
7.11	Programación horaria del jueves. . . . .	168
7.12	Programación horaria del viernes. . . . .	168
7.13	Programación horaria del sábado. . . . .	169
7.14	Programación horaria del domingo. . . . .	169
7.15	Consigna del <i>unit-commitment</i> para el PD ( $\bar{I}$ : acoplado a potencia máxima; 1: acoplado; 0: desacoplado). . . . .	172
7.16	Consumos de agua —en MWh— del lunes . . . . .	172
7.17	Volumen final —en MWh— en el embalse superior. . . . .	172
B.1	Coordenadas del modelo LHM de la figura B.1. . . . .	198

# Índice de Algoritmos

5.1	Construcción de la función de suministro $S(q)$ . . . . .	103
5.2	Construcción de las funciones de suministro horarias. . . . .	111
5.3	Construcción de las funciones de suministro y de demanda horarias.	122
B.1	Ajuste del modelo LHM (versión lineal del modelo <i>Bisagras</i> ). . . . .	199
C.1	Algoritmo de <i>clustering</i> por encadenamiento. . . . .	208



# Capítulo 1

## Introducción y objetivos de la tesis

### 1.1 Introducción

Tras la liberalización del sector eléctrico, las compañías eléctricas se han visto obligadas a asumir nuevas responsabilidades como consecuencia de la descentralización de la toma de decisiones.

Las formas de organizar un mercado eléctrico son muy variadas y en cada caso el problema al que se enfrenta la empresa es diferente. Por ello, en este capítulo introductorio se revisarán brevemente los distintos esquemas de mercado posibles y se identificarán los problemas a los que se enfrenta la empresa generadora haciendo un énfasis especial en los relativos al corto plazo.

Una vez identificados los problemas principales, será posible establecer los objetivos de esta tesis. Finalmente se mostrará cómo se ha organizado este documento.

### 1.2 La liberalización del sector eléctrico

La actual tendencia liberalizadora de la economía ha dado lugar a múltiples experiencias en distintos ámbitos de la industria. En el caso del sector eléctrico, la liberalización ha sido posible gracias a la concurrencia de distintos factores.

Uno de ellos ha sido el desarrollo tecnológico de los medios de transporte y producción de electricidad (Pérez-Arriaga, 1997). Las nuevas tecnologías de generación son cada vez más competitivas, con mejores rendimientos energéticos y con ausencia de economías de escala. Un buen ejemplo son los ciclos combinados de gas que se caracterizan por unos bajos costes de inversión y unos períodos de construcción de las centrales cada vez más cortos.

Otra de las razones que han provocado la liberalización en muchos países han sido las deficiencias atribuidas a los sistemas tradicionales, (Joskow y Schmalensee,

1983) y (Hunt y Shuttleworth, 1996). Entre ellas cabe destacar la insatisfacción de los consumidores por el aumento de las tarifas, la sobrecapacidad instalada en algunos sistemas como consecuencia de una mala planificación centralizada, etc.

Finalmente, otro factor decisivo ha sido el desarrollo de la teoría económica marginalista para sistemas eléctricos, que aunque inicialmente estuvo orientada hacia la determinación de tarifas en entornos centralizados, ha sido después aplicada para establecer los mecanismos de mercado necesarios para lograr la eficiencia económica mediante la introducción de la competencia en el sector (Schweppe et al., 1988).

Sin embargo el proceso de liberalización del sector eléctrico es un concepto amplio, que en cada país o estado se ha particularizado dependiendo de sus propias características<sup>1</sup>.

En este nuevo contexto, las empresas generadoras necesitan nuevas herramientas de ayuda para determinar las estrategias óptimas que maximicen sus resultados económicos en el mercado. Esta necesidad real de las empresas ha motivado la realización de esta tesis en la que se propone una metodología para que la empresa pueda tomar sus decisiones óptimas en el corto plazo, es decir en el intervalo temporal que comprende desde un día hasta una semana.

En el corto plazo se pueden identificar básicamente dos problemas principales. El primero de ellos se debe a que en un sistema liberalizado la responsabilidad de la planificación de la explotación recae sobre las empresas generadoras y no sobre un operador centralizado. Es decir, son las empresas las que deben determinar la política de arranques y paradas de sus generadores térmicos así como la gestión óptima del agua almacenada en sus embalses durante toda la semana.

El segundo problema que se ha identificado es la elaboración de ofertas para el mercado, que típicamente es convocado diariamente. Hay que señalar que los objetivos de una empresa generadora pueden ser muy variados y con distintos alcances temporales. Por ello, en esta tesis se supondrá como hipótesis de trabajo que la empresa pretende maximizar una función de utilidad definida como el beneficio esperado en el largo plazo. Por lo tanto, el problema de elaboración de ofertas debe contemplar esos objetivos de medio o largo plazo que deben ser adecuadamente internalizados y traducidos al formato de las ofertas.

---

<sup>1</sup>En el caso español, la industria eléctrica ha experimentado una profunda transformación desde que fue aprobada la Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico. En dicha ley se establece un esquema regulador cuyo objetivo principal es incrementar la eficiencia del sector mediante la introducción de competencia en las actividades que lo permitan. La pieza central de este esquema es el mercado de producción de energía eléctrica, organizado y regulado por el Real Decreto 2019/1997, de 26 de diciembre.

El mercado de producción de energía eléctrica empezó a funcionar el 1 de enero de 1998. Desde entonces, las distintas empresas generadoras han tenido que presentar diariamente sus ofertas y la explotación de los recursos de generación de cada empresa generadora ha sido el resultado de la interacción en el mercado de sus ofertas con las del resto de agentes.

Sin embargo existe una gran variedad de posibles esquemas de organización del mercado que dan lugar a que ambos problemas sean diferentes en cada caso. Por ejemplo, la planificación de la explotación de los generadores de la empresa dependerá de si el algoritmo de casación garantiza o no la factibilidad técnica de la solución. También es distinto el problema de elaboración de ofertas cuando el mercado se convoca con un día de antelación que cuando se convoca cada hora.

Para que se pueda ubicar el trabajo presentado en esta tesis, a continuación se resumen los distintos esquemas con los que se puede organizar un mercado eléctrico. Después se expondrá brevemente el problema de la planificación de la explotación en un sistema tradicional de minimización de coste y se contrastará con la situación correspondiente a los esquemas de mercado descritos. Finalmente se analizará el papel de la empresa en el contexto de un mercado competitivo, lo cual permitirá establecer los objetivos de esta tesis.

## 1.3 Esquemas de organización del mercado de producción

La liberalización del sector eléctrico es un proceso muy complejo que incluye la organización del mercado de producción. Las propias características técnicas del sistema, así como la voluntad de la entidad encargada de llevar a cabo la desregulación, han dado lugar a la implantación de distintos esquemas.

A continuación se resumen brevemente los tres atributos elegidos para realizar una clasificación, orientada a la identificación de los diferentes problemas a los que la empresa se enfrentaría en cada caso. El primero de estos atributos es el tipo de ofertas utilizado, el segundo es la secuencia temporal con la que los mercados son convocados y el tercero es la cantidad de información que es publicada por el operador del mercado.

### 1.3.1 Tipo de ofertas

Tal y como se muestra en (Vázquez et al., 1999), los sistemas eléctricos desregulados se pueden distinguir por la forma en la que se decide la explotación de los generadores.

En un extremo se encuentran los sistemas donde las empresas generadoras no presentan ofertas de generación. Es decir, la operación diaria de los generadores no es fruto de la interacción de los participantes en el mercado, sino que es el resultado de una optimización centralizada basada en costes auditados, como por ejemplo el caso de Chile.

Otro tipo de esquema corresponde al que se instauró inicialmente en Inglaterra y Gales, o al de los sistemas del nordeste de Estados Unidos (PJM<sup>2</sup>, Nueva York y Nueva Inglaterra). En estos mercados las empresas sí presentan sus ofertas a un coordinador central. Sin embargo estas ofertas, que se pueden etiquetar como *complejas*, incluyen mucha información relativa a los aspectos técnicos y económicos de sus generadores. Por ejemplo, se ofertan costes variables, costes fijos, costes de arranque y también se incluyen las restricciones técnicas como rampas, mínimos técnicos, tiempos de funcionamiento, etc. En este caso, la explotación de la generación la obtiene un operador centralizado resolviendo un problema de optimización clásico de programación horaria. El resultado de la optimización es la programación horaria óptima así como el precio marginal del sistema utilizado para remunerar la generación. Este esquema tiene la desventaja de ser poco transparente por lo que los agentes no pueden comprobar los resultados obtenidos. Este hecho se agrava cuando la solución del problema de optimización es “plana”, es decir, cuando el valor de la función objetivo es insensible ante la aceptación de ofertas equivalentes presentadas por distintas empresas.

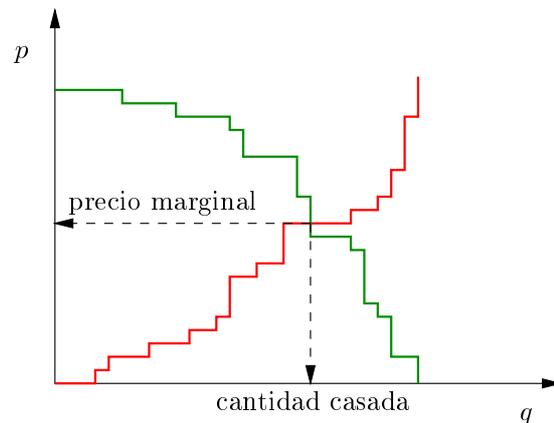
En el otro extremo se encuentran los sistemas que han adoptado el modelo de *ofertas simples*. Una oferta simple es una pareja cantidad-precio que es aceptada o rechazada únicamente en función del precio resultante en el mercado. El conjunto de ofertas presentadas por una empresa generadora constituye su propia curva de venta que también se conoce como curva de oferta o función de suministro (*supply function*). Por otro lado el conjunto de ofertas presentadas por un agente consumidor constituye su curva de compra, también denominada curva de demanda o función de demanda (*demand function*). En este tipo de mercados, el precio marginal se obtiene como la intersección de la curva agregada de oferta y la curva agregada de demanda, por lo que la casación se ejecuta de forma independiente para cada período, típicamente horario o semihorario.

La mayor ventaja de la oferta simple es la absoluta transparencia del método de casación. Cualquier agente puede comprobar que si una oferta de venta no ha sido aceptada, es porque el precio del mercado resultó ser menor que el precio ofertado. Sin embargo, el esquema de ofertas simples presenta algunos inconvenientes debido a que la electricidad posee una serie de características propias que la distinguen de otros bienes<sup>3</sup>. Cuando se casan las ofertas simples en cada período, no se tienen en cuenta los posibles acoplamientos temporales, como por ejemplo las rampas de los grupos térmicos. Además, puede ocurrir que la oferta de venta marginal, es decir la oferta más cara despachada, no sea aceptada en su totalidad. Esto puede representar un problema ya que el rango de producción de

---

<sup>2</sup>PJM: Pennsylvania-New Jersey-Maryland.

<sup>3</sup>El consumo debe estar siempre equilibrado con la generación ya que la electricidad no se puede almacenar en cantidades significativas de forma económicamente eficiente. Además, la explotación de un sistema eléctrico de potencia está sujeta a múltiples restricciones técnicas que deben ser tenidas en cuenta para asegurar su correcto funcionamiento.



**Figura 1.1:** Ejemplo de la casación de ofertas simples como intersección entre la curva agregada de compra y la curva agregada de venta.

los grupos es discontinuo existiendo un mínimo técnico por debajo del cual no es posible producir.

A continuación se describen algunas de las soluciones implantadas en algunos mercados que mitigan los inconvenientes de las ofertas simples. Es importante señalar que dichas soluciones no son mutuamente excluyentes, sino que pueden darse a la vez.

La primera de ellas es permitir que las empresas envíen sus ofertas como un *portfolio*. Esto ocurre, por ejemplo, en el mercado de California. En este caso una oferta cantidad-precio no está asociada a ningún grupo generador en concreto, sino que únicamente sirve para construir una curva agregada que representa en su conjunto la oferta de la empresa. Una vez ejecutada la casación, cada empresa obtiene el perfil de producción total que deberá generar en cada una de las horas del día siguiente. Por lo tanto, posteriormente a la casación, la empresa se enfrenta al problema de cómo repartir entre sus generadores dicha producción total de forma que la solución sea técnicamente factible. Para ello, puede recurrir a modelos de explotación tradicionales donde minimice el coste de explotación de sus generadores, de forma que no viole ninguna restricción técnica.

Otra posibilidad es incorporar en el modelo de casación más información sobre las características técnicas de los grupos. En este caso, las ofertas son también parejas cantidad-precio pudiendo añadir información sobre las rampas máximas, los mínimos técnicos, etc. Este tipo de ofertas se puede etiquetar como *ofertas simples con reglas* y es el que se ha adoptado en el Mercado Diario de España<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>En España se permite que existan ofertas simples y complejas. Las ofertas complejas pueden incorporar condiciones de indivisibilidad (útil para evitar que se fraccione la oferta asociada a un mínimo técnico), de rampa, de parada programada y de ingresos mínimos. Se ha clasificado

Finalmente, otra manera de solventar los inconvenientes derivados de las ofertas simples, es que existan mercados sucesivos donde las empresas puedan vender o comprar las cantidades necesarias para corregir sus producciones hasta conseguir una solución factible. Ejemplos de esta organización son los mercados de Australia, California y Nord-Pool (Noruega, Suecia, Finlandia y Dinamarca). En el caso español también existen mercados sucesivos de energía denominados “intradía”, a los que las empresas pueden acudir para comprar o vender energía de sus grupos de generación y conseguir que el perfil de producción final se ajuste a sus necesidades. Éstas pueden estar causadas por diversos motivos como por ejemplo que el perfil de producción casado en el mercado diario no sea completamente factible. También puede ocurrir que la casación del mercado de secundaria suponga la reprogramación de algún grupo o que haya fallado algún generador a lo largo del día.

En la tabla 1.1 se puede ver un resumen del tipo de oferta que se ha adoptado en algunos países. Hay que notar que en el caso de ofertas simples un mismo país puede aparecer como ejemplo de dos esquemas distintos. Por ejemplo puede ocurrir que sea posible ofertar en *portfolio* y además que existan mercados sucesivos, como en California y en el Nord-Pool, o también que existan reglas adicionales y mercados sucesivos, como en España.

Tipo de Oferta		Ejemplos
<i>O. Simples</i>	<i>Portfolio</i>	California, Nord-Pool
	Mercados sucesivos	Australia, California, España, Nord-Pool
	Reglas adicionales	España
<i>O. Complejas</i>		Inglaterra y Gales (antes de la reforma) PJM, Nueva York, Nueva Inglaterra

**Tabla 1.1:** Posibles esquemas implantados cuando existe un mercado de ofertas de generación.

### 1.3.2 La secuencia temporal

En el corto plazo, la demanda del sistema puede predecirse con bastante exactitud. Por ello, en muchos de los sistemas liberalizados existe un mercado mayorista diario. Este mercado se convoca con un día de antelación (*day-ahead market*), por lo que en el día  $D$  se negocia la producción de energía para el día  $D + 1$ .

---

dentro del apartado de ofertas simples, puesto que la filosofía del modelo de casación español se fundamenta en una casación simple, a la que de forma heurística se aplican una serie de reglas para que en la solución se cumplan los requisitos declarados en las ofertas complejas.

Este esquema es el adoptado en los mercados de España, California, Inglaterra y Gales (antes de la reforma), PJM, Nueva York, Nueva Inglaterra, Colombia, etc.

Sin embargo, dado que siempre existe un mayor o menor grado de incertidumbre sobre la demanda o la disponibilidad del equipo de generación, la programación obtenida en el mercado diario tiene un carácter provisional. Por ello, es necesario que además existan mecanismos adicionales que aseguren el suministro de electricidad de forma fiable. Así por ejemplo, los mercados de reserva permiten al operador del sistema disponer de capacidad de respuesta ante eventuales contingencias. A ello se añade la posibilidad de que existan mercados sucesivos de carácter intradiario. En estos mercados la energía se negocia con muy pocas horas de antelación, por lo que el grado de incertidumbre es muy pequeño. Un buen ejemplo lo representa el mercado australiano, donde el mercado se convoca cada hora para negociar la producción de la hora siguiente (*hour-ahead market*) o los mercados intradiarios del caso español que son convocados cada cuatro horas. Otro ejemplo es el Nord-Pool donde existen mercados con horizontes temporales que pueden variar desde varios meses hasta pocas horas. Es decir, existe una sucesión de mercados en la que el diario y los intradiarios son sólo parte de la cadena.

Por otro lado, los mercados que son convocados diariamente pueden además distinguirse en función de si permiten o no una discriminación horaria en las ofertas. Por ejemplo, en el mercado de Inglaterra y Gales (antes de la reforma) se presentaba una oferta compleja para cada unidad de generación que era válida para las 24 horas del día siguiente. En cambio, en el mercado español o californiano, las ofertas pueden ser distintas para cada hora<sup>5</sup>.

### 1.3.3 Información publicada por el operador del mercado

Después de la casación, el operador del mercado informa a los participantes del precio marginal resultante en cada período así como las cantidades despachadas a cada uno de ellos. Sin embargo, además de dicha información básica, se puede decidir publicar información adicional sobre las ofertas presentadas por los agentes compradores y vendedores.

Aunque la transparencia es un principio básico de cualquier mercado competitivo, no existe un acuerdo común sobre la conveniencia de hacer públicas las ofertas presentadas. Un argumento a favor de hacerlo es que los datos históricos de las ofertas podrían ayudar a los participantes para comprender mejor el comportamiento del resto de agentes, facilitando así la tarea de elaborar sus predicciones

---

<sup>5</sup>Una de las razones que justifican la discriminación horaria en los mercados basados en ofertas simples es permitir a los grupos generadores repartir sus costes fijos y costes de arranques en las horas de punta. En los mercados basados en ofertas complejas esto no es necesario pues el propio algoritmo de casación contempla la existencia de dichos costes.

del mercado. Un argumento en contra es que únicamente debe existir transparencia sobre los aspectos no estratégicos de los participantes para evitar prácticas no competitivas.

La controversia existente sobre este tema ha dado lugar a distintas experiencias. Por ejemplo, en el Nord-Pool dicha información no está disponible. Por otro lado, en California y en el *pool* de Alberta, el operador del mercado publica en su página *web* las curvas agregadas de oferta y de demanda para cada período horario pudiendo acceder a los datos históricos de cualquier fecha. En la página del operador del mercado australiano se publican también las ofertas históricas pero además se detalla a qué participante pertenece cada una de ellas. Otro ejemplo es el de Nueva Zelanda donde inicialmente las ofertas eran anónimas y a partir de abril de 1999 se decidió que las ofertas individuales fueran publicadas. En el caso español, durante los primeros meses de funcionamiento del mercado, las empresas participantes podían acceder a las ofertas presentadas por el resto de agentes con un día de retraso, que posteriormente se aumentó hasta un mes.

## 1.4 La explotación de la generación

### 1.4.1 El caso de un sistema centralizado

En los sistemas tradicionales existe la figura de un operador central que es responsable de explotar los recursos de generación térmica e hidráulica, con el criterio principal de satisfacer la demanda a mínimo coste<sup>6</sup>. Una de las principales características del equipo de generación es que existen acoplamientos temporales que provocan que decisiones puntuales influyan en los períodos futuros. Además, las variables asociadas a la operación de los generadores pueden tener distinto alcance temporal, por lo que antes de decidir la explotación final de los generadores, es necesario que el operador realice un trabajo previo de planificación.

La planificación de la explotación se suele plantear como una sucesión de problemas organizados jerárquicamente. Para resolver estos problemas, existen abundantes modelos de explotación tradicionales cuya utilización ha sido una práctica habitual en los centros de control.

- En el largo plazo se planifica la gestión anual de los embalses con capacidad de regulación, la política de mantenimientos de los generadores, la gestión de los almacenamientos de combustibles, etc. Estas variables se consideran como dato de entrada en el corto plazo en el que básicamente los problemas a los que se enfrenta el operador son la planificación semanal, la planificación diaria, la planificación horaria y la operación en tiempo real.

---

<sup>6</sup>El término “explotación” se considera en esta tesis como sinónimo de “operación”.

- En la programación semanal se decide la política de arranques y paradas de los grupos térmicos para hacer frente al descenso de consumo durante el fin de semana. Este problema se conoce como problema del *unit-commitment* (UC) en el que se determina el estado de acoplamiento<sup>7</sup> de cada grupo en cada hora del horizonte considerado. En el caso de que existan recursos hidráulicos, es necesario considerar todo el equipo de generación conjuntamente, por lo que se suele hablar de coordinación hidro-térmica de corto plazo.
- Con la planificación diaria se toman las decisiones de arranques y paradas durante el día. El objetivo es asegurar que los grupos acoplados permitan cubrir la punta de demanda así como sus variaciones a lo largo de las 24 horas. Además, también sirve para obtener la programación horaria de los generadores, es decir, la potencia que se espera que cada generador produzca en cada hora. Sin embargo, esta programación es provisional puesto que se obtiene bajo unas ciertas hipótesis sobre la demanda del sistema y la disponibilidad de los grupos que finalmente pueden no coincidir con la realidad.
- En el muy corto plazo, se realiza la planificación horaria. En este caso, el conjunto de generadores acoplados es un dato de entrada, por lo que la variable de decisión es la potencia producida por cada uno de ellos. Es decir, se resuelve el problema de despacho económico y para ello se ejecuta un algoritmo de flujo de cargas óptimo en el que, además de las características técnicas y económicas de los generadores, se consideran también las restricciones de red. Esta planificación horaria se puede considerar como la última etapa en el problema de la planificación de la explotación.
- Es siguiente paso es la explotación en tiempo real, que es llevada a cabo automáticamente mediante el AGC (*Automatic Generation Control*).

### 1.4.2 El caso de un sistema liberalizado

En los sistemas liberalizados, la principal diferencia existente respecto a los sistemas tradicionales es que la planificación de la explotación se realiza de forma descentralizada. Es decir, no existe un operador central que tome sus decisiones de explotación minimizando el coste total del sistema, sino que son las compañías generadoras las que individualmente planifican la operación de sus recursos con la intención de maximizar su beneficio esperado. Por lo tanto las empresas tienen que unilateralmente planificar la gestión de sus reservas de agua a lo largo del año, la política de mantenimientos de sus centrales, las decisiones de arranques y

---

<sup>7</sup>Si un grupo es arrancado en un determinado momento, permanecerá acoplado hasta que se tome la decisión de parada.

paradas e incluso el despacho de sus generadores. Hay que hacer hincapié en que se ha utilizado la expresión “planificar la explotación” y no “decidir la explotación real”, ya que ésta dependerá de los resultados del mercado que están íntimamente ligados al problema de elaboración de ofertas.

Por otro lado, aunque el sistema se haya liberalizado, las características físicas del equipo de generación siguen estando presentes por lo que su explotación estará sujeta a las mismas restricciones técnicas y de funcionamiento que en un sistema tradicional. En particular, en el corto plazo las empresas buscarán la máxima eficiencia en la operación de sus generadores, por lo que intentarán respetar los ciclos semanales y diarios de los arranques de sus grupos térmicos.

En los mercados basados en ofertas complejas, las decisiones de arranques y paradas son consideradas implícitamente en el algoritmo de casación de ofertas. Sin embargo, esto no es así en los mercados basados en ofertas simples donde cada empresa es responsable de traducir su propia planificación semanal y diaria de arranques, al formato de las ofertas.

Respecto a la programación horaria, en un mercado basado en ofertas complejas, la solución obtenida es factible puesto que el modelo de casación considera internamente todas las restricciones técnicas. Sin embargo, en un mercado diario basado en ofertas simples, las empresas tienen más responsabilidad para lograr con sus ofertas que el despacho de sus generadores sea factible. Además, la situación es distinta si se permiten o no las ofertas en *portfolio*.

Cuando se permiten ofertas en *portfolio*, el resultado de la casación del día  $D$  es el perfil de potencia total que cada empresa tendrá que generar el día  $D + 1$ . Posteriormente a la casación, las empresas tienen que encontrar la forma óptima de producir la potencia total casada en cada hora. Para ello pueden recurrir a algoritmos clásicos de UC donde la ecuación de balance de demanda sea planteada únicamente con la potencia casada en el mercado y donde los recursos de generación incluidos sean sólo los pertenecientes a la empresa.

En un esquema de mercados sucesivos basados en ofertas simples y sin posibilidad de ofertar en *portfolio*, la programación en cada hora se obtiene como el resultado de la secuencia de mercados previos a dicha hora. Por ello, la empresa tiene la responsabilidad de conseguir mediante sus ofertas que los grupos despachados sean aquéllos previstos en su planificación diaria y semanal, así como de obtener una programación técnicamente factible.

En un caso como el español, es decir, ofertas simples con reglas pero sin posibilidad de ofertar un *portfolio*, la programación diaria provisional se obtiene como resultado de la casación. La existencia de reglas facilita la tarea de elaboración de ofertas, ya que entre otras, la condición de indivisibilidad permite que ningún grupo sea despachado por debajo del mínimo técnico y la condición de gradiente de carga asegura que no se viole la restricción de rampas de subida y de bajada. Es decir, se tiene una situación similar al caso de ofertas complejas. Hay

que añadir, que en el caso español, la utilización de las condiciones adicionales es opcional. Por ello puede darse el caso de que la programación obtenida en el Mercado Diario viole alguna restricción, por lo que será necesario corregir la programación acudiendo a los sucesivos Mercados Intradiarios.

En la tabla 1.2 se puede ver de forma resumida cómo se programa la generación según cuál sea el tipo de oferta adoptado. Respecto a las ofertas simples, la información de la tabla corresponde con la hipotética situación en la que sólo hubiese *portfolio*, sólo mercados sucesivos o sólo reglas adicionales.

Tipo de Oferta		¿Cómo se programa la generación?
<i>O. Simples</i>	<i>Portfolio</i>	Cada empresa programa su generación para satisfacer la potencia total casada.
	Mercados sucesivos	En cada hora, el nivel de potencia que cada unidad tiene que producir, es el resultado de todos los mercados sucesivos anteriores a dicha hora.
	Reglas adicionales	La solución del modelo de casación contiene la programación de cada unidad de generación.
<i>O. Complejas</i>		La solución del modelo de casación contiene la programación de cada unidad de generación.

**Tabla 1.2:** Resumen de cómo se programa la generación en los diferentes esquemas de mercado.

Es importante notar que el problema de la planificación diaria de la generación de cada empresa está íntimamente ligado al problema de elaboración de ofertas ya que la incertidumbre asociada al mercado hace que las empresas desconozcan exactamente el perfil de producción de sus generadores. Por ello, una programación horaria que permita un rango amplio de posibles niveles de generación sin necesidad de efectuar arranques ni paradas es mejor que una programación rígida.

Por lo tanto, como conclusión se puede decir que las planificaciones semanal y diaria en un sistema eléctrico liberalizado deben cumplir los siguientes objetivos:

- Planificación semanal: permite a la empresa determinar la política de arranques y paradas de sus generadores con ciclo semanal de arranques así como la gestión del agua durante la semana. Como subproducto de dicha planificación se puede obtener una primera estimación de la programación horaria de sus generadores.

- **Planificación diaria:** Es realizada por la empresa para elaborar las ofertas que internalicen las consignas proporcionadas por el largo plazo y que maximicen su beneficio esperado. Para ello es necesario valorar de forma detallada los costes de producción por lo que es necesario estimar la programación horaria de los generadores. Por otro lado, en caso de que exista un ciclo diario de arranques, la planificación diaria permite también a la empresa tomar decisiones de arranques y paradas diariamente. En el caso de que existan mercados sucesivos de menor alcance temporal, existirá además una planificación intradiaria que permitirá a la empresa ajustar su producción a las necesidades que vayan surgiendo durante el transcurso del día.

Es importante señalar que el operador del mercado tiene únicamente una función económica de supervisión de la subasta de electricidad. Por ello es necesario que exista además una entidad responsable de supervisar la operación técnica del equipo de generación y de transporte. En el caso español esta función la desempeña Red Eléctrica de España (REE) que asume la función de operador del sistema. Por ello, aunque el mercado proporciona un despacho horario de cada generador, éste puede ser modificado tanto para mantener un cierto nivel de fiabilidad como para hacer frente a posibles variaciones respecto a las predicciones. En este sentido, la planificación horaria para decidir el despacho de cada generador acoplado y la operación en tiempo real corresponden al operador del sistema por lo que la participación de las empresas en el ámbito del muy-corto plazo se restringe a la posibilidad de realizar ofertas para los mercados de servicios complementarios o mercados intradiarios.

## 1.5 Objetivos de la tesis

El primer objetivo de esta tesis es estudiar la naturaleza del problema al que se enfrenta la empresa generadora cuando tiene que planificar la explotación de sus recursos en el contexto de un mercado eléctrico. La necesidad de realizar este planteamiento general se debe a que el criterio tradicional de minimización de coste no es suficiente, por lo que se requiere discutir y analizar los diferentes criterios utilizados por las empresas para desarrollar su actividad.

El segundo objetivo, que constituye el núcleo de esta tesis, es proponer una metodología que permita a la empresa generadora tomar sus decisiones óptimas en el corto plazo, es decir, todas aquéllas relativas al intervalo temporal comprendido entre un día y una semana. En concreto, los problemas que se estudiarán son los dos siguientes:

1. El problema de la programación semanal, cuyas variables de decisión están asociadas a la planificación de los arranques y las paradas de los grupos

térmicos, así como a la gestión óptima de los recursos hidráulicos durante la semana.

2. El problema de la elaboración de ofertas para el mercado diario, donde se determinan las ofertas óptimas para ser enviadas al mercado.

Debido a la interdependencia existente entre todos los agentes, para resolver ambos problemas será necesario discutir qué aspectos del mercado deben ser considerados en el proceso de toma de decisiones. Como se argumentará posteriormente, en esta tesis se ha optado por utilizar estimaciones del comportamiento del resto de participantes por lo que el último objetivo de esta tesis es encontrar una metodología que facilite el análisis de los datos históricos de ofertas.

## 1.6 Organización de la exposición

Los capítulos siguientes de este documento están organizados de la forma siguiente.

En el capítulo 2 se presentará una revisión bibliográfica de los trabajos previos que puedan servir de punto inicial para el desarrollo de esta tesis. Un apartado especial de dicha revisión es la correspondiente a los trabajos donde se ha intentado modelar el funcionamiento de los mercados eléctricos.

En el capítulo 3 se estudiará la naturaleza del problema al que se enfrenta la empresa cuando debe planificar la explotación de su equipo de generación. Ya se ha mencionado que el mercado se puede organizar siguiendo varios esquemas. Por esta razón, en primer lugar se fijarán las hipótesis que caracterizan el mercado de referencia utilizado en esta tesis. En segundo lugar, se presentará el enfoque propuesto para que la empresa tome sus decisiones de explotación. Este enfoque se fundamenta básicamente en una estructura jerárquica de tres niveles: el largo plazo, el semanal y el diario.

Una vez clasificados los diferentes problemas que la empresa debe resolver, en el capítulo 4 se presentará la solución propuesta en esta tesis para realizar la programación semanal de la empresa, cuyo principal interés radica en determinar de forma óptima la política de arranques y paradas así como la gestión hidráulica intrasemanal.

En el capítulo 5 se expondrá la solución propuesta para resolver el problema de la elaboración de ofertas, es decir, el problema de encontrar las funciones de suministro horarias que maximizan la utilidad esperada de la empresa.

Tanto en el capítulo 4 como en el 5, se plantea la necesidad de modelar de alguna forma el comportamiento del resto de empresas participantes en el mercado. El

capítulo 6 cubre parcialmente esa necesidad puesto que se propone una nueva metodología para realizar el análisis del comportamiento de las empresas por medio del análisis de sus curvas de oferta históricas.

Posteriormente, en el capítulo 7 se analizarán los resultados tras aplicar las técnicas descritas en los capítulos 4 y 5 a dos casos ejemplo. El primero de ellos tendrá un carácter ilustrativo y el segundo permitirá verificar la validez de la metodología propuesta para problemas de tamaño realista.

Finalmente, en el capítulo 8 se presentará un breve resumen de la tesis y se destacarán las principales conclusiones del trabajo realizado. También se indicarán cuáles son las aportaciones originales más relevantes y se sugerirán unas posibles líneas de continuación para futuros desarrollos.

# Capítulo 2

## Estado del arte

### 2.1 Introducción

Se ha comprobado que existe escasez de publicaciones que aborden de forma directa los problemas planteados en los objetivos de esta tesis. Hay que recordar que los países pioneros en liberalizar el sector eléctrico fueron Chile en el año 1982, seguido de Inglaterra y Gales en 1990. Además, los sistemas que han adoptado un esquema de mercado basado en ofertas simples, se han liberalizado más recientemente y sólo a finales de los años noventa ha empezado a existir un número elevado de experiencias internacionales.

A pesar de lo anterior, en este capítulo se hace una revisión de la literatura que se ha encontrado. En primer lugar se clasifican las distintas líneas de investigación revisadas. En segundo lugar se detalla el estado del arte en cada una de ellas. Finalmente en las conclusiones se expone cómo la información recopilada puede servir de punto inicial en el desarrollo de la tesis.

### 2.2 Clasificación de las líneas de investigación

Para alcanzar los objetivos planteados en esta tesis es necesario conjugar distintas disciplinas como la ingeniería eléctrica y la microeconomía. En primer lugar será necesario revisar los modelos de explotación tradicionales de corto plazo, puesto que las características técnicas del equipo de generación siguen estando presentes en un sistema liberalizado.

Además, tanto para planificar la explotación como para elaborar las ofertas, será necesario incluir de alguna forma un modelado del mercado que ayude a la empresa a tomar las decisiones óptimas. Por ello, al final de este capítulo se expondrán los trabajos encontrados en la literatura que estudian directamente

ambos problemas. Sin embargo el número de publicaciones encontradas es pequeño, por lo que se ha recurrido a otros trabajos desarrollados con fines distintos a los planteados en esta tesis.

El modelado del mercado ha sido de interés no sólo para la empresa generadora sino también para la entidad reguladora cuando ha tenido que diseñar las reglas del mercado o cuando ha querido medir cuantitativamente el impacto de sus medidas reguladoras. El negocio de la generación en un entorno liberalizado suele caracterizarse como un oligopolio, es decir, una situación en la que el número de empresas que compiten es pequeño. Por ello, una gran parte de los trabajos encontrados están enfocados para detectar el posible poder de mercado de estas empresas ya que los tradicionales índices de concentración resultan insuficientes para describir la complejidad del sistema eléctrico. Por otro lado, el modelado del mercado también ha sido estudiado en algunos casos para ayudar a la empresa a tomar sus decisiones de medio y largo plazo. En esta revisión se ha decidido clasificar los modelos de mercado en dos familias.

La primera corresponde a los modelos basados en el cálculo del equilibrio de mercado. En este sentido la teoría microeconómica aporta soluciones generales para modelar el comportamiento de los agentes en un mercado oligopolista que se fundamentan en plantear de forma simultánea el problema de maximización de beneficio de todos los participantes. La solución de los juegos no cooperativos de suma no nula fue formulada originalmente por John Nash, (Nash, 1950). Esta solución, denominada equilibrio de Nash, se caracteriza porque ninguno de los participantes puede mejorar su beneficio al modificar unilateralmente su decisión fijadas las decisiones del resto de jugadores. El hecho de que ningún jugador esté incentivado a variar su estrategia constituye un equilibrio, por lo que éste se puede considerar la solución más probable cuando las empresas actúan de forma racional.

La segunda familia es la de los modelos de simulación del mercado. En este tipo de modelos también se intenta encontrar la solución correspondiente al equilibrio, pero para ello no se plantean explícitamente las condiciones de equilibrio sino que se llega a él por medio de reglas heurísticas, normalmente mediante procedimientos iterativos donde se simula el comportamiento estratégico de un conjunto de agentes participantes.

## 2.3 Revisión de los modelos de explotación tradicionales

Este apartado tiene por objeto identificar qué aspectos de los modelos tradicionales de explotación pueden aprovecharse para optimizar la explotación en el corto plazo en sistemas abiertos a la competencia.

En (Ramos, 1990) se muestra una clasificación exhaustiva de distintos modelos de explotación tradicionales que se fundamentan en la minimización del coste del sistema. También se indican diferentes aplicaciones de estos modelos que permiten hacer frente a la diversidad de problemas a los que se enfrenta un operador centralizado, responsable de planificar y llevar a cabo la explotación del sistema.

En el corto plazo, los modelos de explotación tienen como objetivo encontrar la programación horaria de la generación. Para ello, en un sistema térmico, es necesario resolver el problema del *unit-commitment* (UC) y el problema del despacho económico. Mediante el UC se determina la política de arranques y paradas de los grupos térmicos, es decir, se determina el estado de cada grupo en cada hora del horizonte considerado —típicamente de un día a una semana. Mediante el despacho económico se determina el perfil de producción horaria de cada grupo. Hay que señalar que ambos problemas no tienen por qué resolverse de forma separada. En realidad, la mayoría de los modelos actuales resuelven los dos problemas simultáneamente. En un sistema térmico e hidráulico es necesario considerar todo el equipo de generación conjuntamente, por lo que el problema de la programación de la generación se suele denominar problema de coordinación hidro-térmica de corto plazo. Por otro lado, hay que mencionar que por abuso del lenguaje, en muchas de las publicaciones revisadas se utiliza el término *unit-commitment* para referirse de forma genérica al problema de la programación horaria.

Respecto a las técnicas de resolución, en (Shahidehpour y Tong, 1991) y posteriormente en (Sen y Kothari, 1998), se presenta una revisión de diferentes métodos utilizados para resolver el UC. Las principales técnicas que aparecen en la literatura son la técnica de lista de mérito, la programación dinámica, la programación lineal entera-mixta, la relajación lagrangiana, así como técnicas de inteligencia artificial (sistemas expertos, redes neuronales, algoritmos genéticos, etc).

En cuanto al modelado del equipo de generación, por un lado son interesantes los trabajos (Brännlund et al., 1988) y (Medina et al., 1994), donde se formula el problema térmico de forma lineal, contemplando las decisiones discretas de arranques, paradas y acoplamientos. De este modo, se permite su resolución directa mediante técnicas de programación entera-mixta, sin necesidad de relajar las variables binarias. Por otro lado, en (Yan et al., 1993) y (Yu et al., 1998) se expone una formulación simplificada del equipo hidráulico donde cada cuenca se representa de forma agregada por medio de bloques de energía disponible. Esta formulación simplificada, donde no se consideran las restricciones espacio-temporales típicas de una red hidráulica —embalses en cascada, tiempos de paso, servidumbres, etc.— puede ser suficiente para situaciones donde el agua represente sólo una pequeña parte de la capacidad de generación.

## 2.4 Modelos de equilibrio de mercado

En los sistemas liberalizados, existe una interdependencia entre las decisiones tomadas por los distintos agentes, puesto que el resultado del mercado depende del conjunto de ofertas enviadas por todos ellos. Por ello, el mercado puede considerarse como un juego donde los agentes participantes son los jugadores y donde las reglas del juego están definidas por el tipo de subasta o modelo de casación.

La teoría de juegos proporciona un marco de análisis para este tipo de situaciones en las que es necesario modelar el comportamiento racional humano en el proceso de toma de decisiones. La aplicación de la teoría de juegos al sector eléctrico es una línea de investigación actual (Singh, 1999) y los objetivos pueden ser diversos. Por un lado puede servir de herramienta a la entidad reguladora en el proceso de diseño de las reglas del mercado para evitar que algún participante pueda ejercer su poder de mercado. Por otro lado puede ser utilizado por las empresas participantes para tomar sus decisiones estratégicas.

Las empresas participantes en el mercado tienen que decidir qué ofertas presentar para cada una de la horas del día siguiente. En este caso, los jugadores eligen sus acciones, es decir, las curvas de ofertas presentadas, con el criterio de maximizar su función de utilidad. Sin embargo, además de este juego diario pueden existir otros juegos donde las variables de decisión tengan otros alcances temporales. Por ejemplo, en el medio plazo puede existir un juego donde la variable de decisión sea el valor medio de la cuota de mercado o también la gestión del agua. En este caso, una empresa que posea embalses de regulación anual tendrá que decidir cuándo consumir su agua sabiendo que sus decisiones tendrán influencia en la respuesta del resto de agentes.

Una forma de modelar el comportamiento del mercado de generación es mediante la búsqueda de equilibrios de Nash. En la teoría microeconómica se pueden encontrar varios modelos de oligopolio que han sido estudiados en profundidad y de los que se conoce la solución teórica del equilibrio. Sin embargo la aplicación de dichos modelos al sector eléctrico no es una tarea evidente debido a las características particulares de la electricidad: funciones de coste no convexas y no continuas, acoplamientos temporales, etc.

En (Lucas y Taylor, 1993) se estudian posibles estrategias de los generadores utilizando teoría de juegos. El planteamiento es muy simplificado y tiene como objetivo el estudio del efecto de los contratos en duopolio del mercado inglés. El espacio discreto de estrategias de cada generador está formado por ofertas calculadas como múltiplos de los costes marginales de cada agente, lo cual permite construir la matriz de pagos y analizar las posibles soluciones del juego.

Posteriormente, en (Kahn, 1998) se hace una revisión de la literatura más reciente sobre las técnicas utilizadas para modelar los mercados eléctricos donde se pueden

distinguir básicamente dos enfoques. El primero se basa en el modelo de oligopolio de Cournot. El segundo se basa en el equilibrio de funciones de suministro, conocido como *supply function equilibrium* (SFE).

### 2.4.1 Modelo de Cournot

Augustin Cournot analizó por primera vez el problema de la decisión estratégica de agentes no cooperativos, en su trabajo *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des Richesses*, de 1838<sup>1</sup>. El modelo de Cournot es un juego simultáneo y estático donde los jugadores son productores de un determinado bien. La decisión que tiene que tomar cada jugador es cuánta cantidad producir sin conocer las decisiones tomadas por el resto de jugadores. Los consumidores no participan activamente en el juego sino que únicamente expresan de forma agregada su curva de demanda. Sin embargo, esta curva de demanda es absolutamente necesaria ya que es con la que se obtiene el precio de mercado. La solución de este juego se conoce como “equilibrio de Cournot” y se obtiene resolviendo el problema de maximización simultánea del beneficio de todos los jugadores.

El modelo de Cournot ha sido aplicado en varios trabajos de investigación para modelar el comportamiento de las empresas generadoras en un entorno oligopolista. En particular, el modelo de Cournot se adapta bien al problema de la gestión del agua. En un sistema liberalizado las empresas tienen que decidir cuándo consumir la energía almacenada en los embalses, por lo que la gestión hidráulica puede verse como un problema de “cantidades”. También ha sido utilizado para analizar el poder de mercado en sistemas como el californiano. A continuación se describen algunos trabajos en esta línea.

En (Scott y Read, 1996) se describe un modelo de medio plazo que simula la gestión del agua en un mercado duopolista con un horizonte temporal anual. El objetivo de este modelo es analizar qué efectos tienen los contratos y la estructura de las empresas, en la eficiencia del mercado mayorista. Se supone que una de las empresas controla todos los recursos hidráulicos con capacidad de embalse ya que ésta era la situación en la que se encontraba el mercado eléctrico de Nueva Zelanda. Para el desarrollo del modelo se parte de un modelo tradicional de gestión hidráulica basado en técnicas de programación dinámica dual. El procedimiento recursivo es igual que en la programación dinámica convencional con la diferencia de que se utiliza la información dual, es decir, el valor marginal del agua, en vez de la variable primal, es decir, la generación. El mercado es introducido por medio de un sub-modelo que en cada etapa resuelve el equilibrio

---

<sup>1</sup>En (Daughety, 1988) se puede ver una recopilación de diferentes trabajos sobre el modelo de Cournot.

de Cournot. La curva de demanda se modela linealmente o también con elasticidad constante. Una aportación importante de este trabajo es que propone una solución para el cálculo de las curvas de valor del agua<sup>2</sup>. En el artículo, estas curvas son uni-dimensionales puesto que sólo una de las empresas cuenta con recursos hidráulicos. Sin embargo, para modelar más de una empresa con recursos hidráulicos, el enfoque propuesto podría no ser adecuado debido a la dificultad de calcular numéricamente esas curvas cuando son multi-dimensionales.

En (Borenstein y Bushnell, 1997) se modela el sistema californiano. Se supone que únicamente las empresas de mayor tamaño compiten siguiendo estrategias de Cournot mientras que el resto son tomadoras de precio. El equilibrio de Cournot se encuentra de forma independiente para cada período por medio de un proceso iterativo. En cada iteración, un participante supone fijo el comportamiento de la competencia y se obtiene la cantidad que maximiza su beneficio frente a una curva de demanda residual obtenida tras sustraer de la curva de demanda, modelada con elasticidad constante, las cantidades producidas por los tomadores de precio. Al resolver el equilibrio de cada etapa de forma independiente, se permite realizar un modelo detallado del sistema donde se consideran las pérdidas de transporte y las congestiones.

El modelo propuesto en (Bushnell, 1998) para analizar el mercado regional del noroeste de California introduce algunas mejoras respecto a los dos anteriores. Respecto al primero, permite modelar a más de una empresa con recursos hidráulicos. Además, el modelo se plantea como un modelo multi-período donde se considera la influencia en el futuro de las decisiones tomadas en cada etapa. Para ello, el equilibrio de mercado se encuentra analíticamente buscando los valores de las variables duales que satisfacen la condición de equilibrio de Cournot. Debido a este carácter multi-período, para obtener una solución analítica es necesario introducir algunas simplificaciones en el modelado. Por ejemplo, no se considera la estocasticidad, no se incluyen los costes de acoplamiento, la demanda se modela linealmente en función del precio, los costes marginales térmicos también se consideran lineales, no se consideran las pérdidas en el transporte ni la congestión, etc.

En (Ventosa et al., 1999a) se propone un nuevo enfoque para simular el comportamiento anual de un mercado eléctrico oligopolista. Se supone que las empresas compiten en cantidades por lo que también se utiliza el modelo de Cournot. Sin

---

<sup>2</sup>El generador hidráulico calcula en cada período unas curvas denominadas DCR (*demand curve for water release*) que relacionan el valor marginal del agua con la potencia turbinada óptima. El procedimiento utilizado para el cálculo de estas curvas es numérico. Se supone primero un valor marginal del agua y se optimiza la producción. Repitiendo el proceso para un rango de valores del agua se obtienen varios puntos de la curva. Las curvas que relacionan el valor del agua con el nivel de los embalses al final de cada período DCS (*demand curve for water in storage*) se obtienen por recursión hacia atrás restando a la DCS del último período activo la DCR correspondiente.

embargo, en vez de utilizar un procedimiento iterativo, el equilibrio se encuentra de forma directa resolviendo un único problema de optimización utilizando programación lineal entera-mixta. Para ello se parte de un modelo tradicional de minimización de coste al que se le añade un conjunto de restricciones denominadas *Restricciones de Equilibrio* que imponen la igualdad del ingreso marginal de cada empresa con una aproximación de su coste marginal. Se supone que la curva de demanda tiene una tendencia lineal con el precio del mercado. Sin embargo, para evitar no linealidades en la función objetivo, la curva de demanda se modela como una función escalonada donde cada escalón representa una oferta ficticia de demanda. Una ventaja respecto a los trabajos anteriores es que el equipo de generación se modela en detalle. En particular, se consideran las decisiones discretas de acoplamiento de los grupos térmicos. Por ello, la función de coste marginal de cada empresa se representa como una función escalón creciente que depende de los grupos térmicos acoplados en cada instante. Respecto al equipo hidráulico se tienen en cuenta restricciones de continuidad en los embalses que acoplan diferentes períodos.

El modelo anterior sin embargo tiene algunas limitaciones. Por ejemplo, si se introducen contratos en el modelo es necesario que la parte contratada sea pequeña respecto a las cantidades vendidas en el mercado mayorista. Por ello, en (Ventosa et al., 1999b) se propone un enfoque novedoso en el que el equilibrio del mercado es planteado con un conjunto de ecuaciones en forma de problema complementario<sup>3</sup>. Este planteamiento permite modelar correctamente las características técnicas del equipo de generación. Las centrales térmicas se modelan con una función de coste cuadrática considerando la tasa de fallos al evaluar la capacidad máxima de producción. Se introducen las restricciones relativas a la gestión de *stocks* de combustibles que son importantes cuando existe una capacidad limitada de los almacenamientos. El equipo hidráulico es modelado introduciendo restricciones de continuidad en los embalses, que tienen una energía limitada, así como unas cotas máximas y mínimas de la producción. El equipo de bombeo también es introducido respetando las restricciones típicas del ciclo de bombeo-turbinación.

Otro trabajo que utiliza el modelo de Cournot es el descrito en (Jing-Yuan y Smeers, 1999) donde se resuelve el problema de la inversión y de la operación en un entorno liberalizado. Aunque el planteamiento es de muy largo plazo, se ha incluido en esta revisión por la forma en la que se calcula el equilibrio. En concreto, el problema de la maximización simultánea del beneficio de todos los agentes es expresado como un problema de desigualdad variacional<sup>4</sup>, que puede ser resuelto con diversos optimizadores comerciales. Se justifica el enfoque de Cournot ya que se busca un equilibrio de largo plazo donde la construcción de mayor capacidad es un problema de cantidades. En el modelo se incluye la red de transporte pero no consideran en detalle las restricciones del equipo de generación

---

<sup>3</sup>MCP del inglés *Mixed Complementary Problem*.

<sup>4</sup>VI del inglés *Variational Inequality*

ni los acoplamientos temporales. La curva de demanda es calibrada para distintos sectores asignando distintos valores de elasticidad para cada sector de consumo.

La ventaja del modelo de Cournot es que el cálculo del equilibrio puede realizarse con relativa facilidad lo cual permite modelar con bastante detalle las características de los generadores. Sin embargo, la mayor desventaja es que el precio es determinado a partir de la curva de demanda. En los mercados reales, las ofertas de compra suelen estar caracterizadas por representar una demanda muy inelástica. Es decir, el precio depende en gran medida de las ofertas de venta de los generadores y este hecho no es considerado en el modelo de Cournot donde la variable estratégica de las empresas es únicamente la cantidad producida.

### 2.4.2 Modelo de SFE

El enfoque de Cournot tiene la desventaja de no reflejar el hecho de que las empresas no fijan una única cantidad cuando envían sus ofertas al mercado. Por ello un análisis basado en las funciones de suministro (*supply functions*) podría capturar mejor la realidad del mercado.

En el artículo (Klemperer y Meyer, 1989) se introdujo por primera vez el concepto de equilibrio de funciones de suministro (SFE), donde la variable estrategia de cada empresa no es una determinada cantidad (Cournot) ni un determinado precio (Bertrand), sino que es una función que relaciona ambas magnitudes. Este enfoque es especialmente apropiado cuando las empresas se enfrentan a una incertidumbre en la demanda. Según se demuestra en dicho artículo, cuando no hay incertidumbre existen multitud de posibles equilibrios de Nash, de los que el correspondiente a Cournot es el más beneficioso<sup>5</sup>. Sin embargo, cuando existe incertidumbre, el número de posibles soluciones se reduce sustancialmente y las funciones obtenidas se alejan de la solución de Cournot. El SFE se obtiene integrando un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales que se simplifica notablemente en el caso particular de un duopolio simétrico.

En (Bolle, 1992) se aplica la metodología del SFE a un mercado eléctrico, que según se afirma en el artículo, es el único ejemplo importante donde existe competencia basada en funciones de suministro. En este trabajo se exponen los desarrollos teóricos correspondientes a las soluciones de tres posibles juegos donde solamente los generadores tienen comportamiento estratégico. En los dos primeros, los consumidores pagan un precio fijo que es determinado antes o después de que las empresas generadoras presenten sus ofertas. En el tercer juego los consumidores pagan el precio que resulte en el mercado. En el artículo se examina el efecto de variar el número de participantes. Se llega a la conclusión de

---

<sup>5</sup>Fijar una cantidad, es decir, la solución de Cournot, se puede ver como un caso particular donde la función de suministro es vertical, situada sobre la cantidad que se desea vender en el mercado.

que es posible que exista colusión tácita entre los generadores por lo que aunque se incremente el número de participantes, el beneficio agregado no tiene por qué converger a cero. Sin embargo, se muestra que bajo ciertas hipótesis los precios pueden tener una tendencia decreciente hacia los costes marginales. En el caso de que los consumidores paguen precios constantes, la solución correspondiente al monopolio, es decir, la cooperación conjunta entre todos los generadores, es también un equilibrio. Sin embargo, en este trabajo no se consideran las restricciones de capacidad de los generadores.

El modelo de SFE fue también aplicado en (Green y Newbery, 1992) para analizar el mercado eléctrico de Inglaterra y Gales<sup>6</sup>, donde las tres empresas de generación eran *National Power*, *PowerGen* y *Nuclear Electric*. El modelo se plantea como un duopolio donde las dos primeras empresas compiten por suministrar las variaciones de demanda sobre la demanda base cubierta por el equipo nuclear<sup>7</sup>. El objetivo del artículo era analizar si el esquema duopolista es suficientemente competitivo o si por el contrario provoca precios marginales demasiado altos. Para ello se modelan de forma simplificada las funciones de coste de las empresas así como las curvas típicas de duración-carga. En (Klemperer y Meyer, 1989) se acota el espacio de posibles soluciones introduciendo una variable aleatoria que introduce incertidumbre en la demanda. En (Green y Newbery, 1992) se aplica esa misma idea considerando que la incertidumbre se debe a la evolución temporal de la demanda a lo largo del día. De este modo, la función obtenida de cada participante representa la curva que ofertaría en el mercado, válida para las 24 horas del día. También se muestra que el número de equilibrios posibles se reduce cuando se introducen las restricciones de capacidad máxima de los generadores. En el artículo se concluye que las empresas podrían ejercer su poder de mercado elevando los precios. Sin embargo, la evidencia empírica contrastó con la teoría, ya que los precios reales del mercado no fueron tan altos como las predicciones. La justificación que se ha dado a estas diferencias son dos. La primera es que en el modelo no se incluyó el “miedo” al regulador ni la amenaza de nuevos entrantes. La segunda es que no se incluyó la existencia de contratos<sup>8</sup>.

Otro trabajo en el que se utilizan las funciones de suministro para estudiar el mercado de Inglaterra y Gales se puede ver en (von der Fehr y Harbord, 1993). En este caso, el mercado se modela como una subasta de primer precio, cerrada y de múltiples unidades. El enfoque consiste en utilizar funciones de probabilidad asociadas al precio de la oferta de cada unidad de generación. El equilibrio se obtiene resolviendo el equilibrio en estrategias mixtas<sup>9</sup>. Este modelado permite

---

<sup>6</sup>El modelo de (Green y Newbery, 1992) está diseñado para estudiar el mercado de Inglaterra y Gales específicamente mientras que el trabajo de (Bolle, 1992) es de propósito más general.

<sup>7</sup>Las ofertas de *Electricité de France* se consideran también como ofertas de base, es decir, a precio cero.

<sup>8</sup>La influencia de los contratos en el mercado fue posteriormente analizada en (Green, 1996) y en (Newbery, 1997).

<sup>9</sup>Para obtener más información sobre los conceptos de estrategias puras y mixtas, ver (Bier-

manejar funciones de suministro discretas en forma de funciones escalón, lo cual se aproxima más a la realidad del formato de las ofertas. Se afirma que la hipótesis de suponer funciones de suministro “suaves”, tal y como se supone en (Green y Newbery, 1992), da lugar a resultados que no se adaptan a la realidad de las ofertas discretas, incluso cuando los escalones puedan hacerse pequeños. Pese a ello, la conclusión a la que se llega, al igual que en (Green y Newbery, 1992), es que las empresas duopolistas del mercado de Inglaterra y Gales pueden ofertar a precios bastante superiores a los costes marginales. Posteriormente, en (Newbery, 1992) se muestra cómo ambos planteamientos pueden ser reconciliados, por lo que el cálculo del equilibrio en estrategias puras, i.e. el planteamiento de (Green y Newbery, 1992), puede aproximar suficientemente bien el equilibrio en estrategias mixtas que es un problema más difícil de resolver.

En (Rudkevich et al., 1998) se muestra un modelo utilizado para analizar el poder de mercado en el sistema de Pensilvania. Al igual que en (Green y Newbery, 1992) se utiliza el concepto de SFE para modelar el comportamiento estratégico de las empresas generadoras. Sin embargo se amplía el desarrollo teórico de Klemperer y Meyer permitiendo que las funciones de suministro sean funciones escalón. La principal aportación de este artículo es una nueva formulación que permite calcular de forma analítica el precio del mercado que resultaría cuando las empresas se comportan siguiendo el SFE<sup>10</sup>. El poder de mercado se analiza simulando la evolución del mercado cuando se varía el número de empresas, el nivel de capacidad indisponible y la precisión de las predicciones de demanda. Los resultados se comparan con un caso de referencia en el que se supone competencia perfecta donde las empresas ofertan sus costes marginales de corto plazo. Posteriormente en (Rudkevich y Duckworth, 1998) se utiliza el modelo para valorar la eficiencia de distintas alternativas para mitigar el poder de mercado. Entre ellas se propone que el pago que reciban las unidades infra-marginales no sea el precio marginal, sino un valor intermedio entre el precio de la oferta marginal y el precio ofertado.

En (Halseth, 1998) se presenta también un análisis cuantitativo para estudiar el poder de mercado que potencialmente podrían ejercer las empresas generadoras

---

man y Fernández, 1993).

<sup>10</sup>En (Klemperer y Meyer, 1989) se muestra que en general la solución del SFE no es única. Existe todo un conjunto continuo de funciones monótonamente crecientes que verifican el equilibrio de Nash. Ese conjunto de soluciones está acotado por el *Low-SFE* y el *High-SFE*. En (Green y Newbery, 1992) se supone que las empresas eligen el *High-SFE*, puesto que de esa forma perciben más beneficios. Sin embargo en (Rudkevich et al., 1998) se argumenta que en un juego estático donde las empresas pudieran elegir entre ofertar *High-SFE* o *Low-SFE*, sólo se cumpliría la condición de equilibrio en el caso de que todas ofertaran *Low-SFE*. Sin embargo, dado al carácter dinámico del mercado, se sugiere que es posible que las empresas “aprendan” y vayan subiendo sus ofertas hasta llegar al *High-SFE*.

Por otro lado, hay que remarcar que la formulación propuesta es válida únicamente cuando todas las empresas son idénticas y cuando la demanda del sistema es absolutamente inelástica.

del mercado nórdico (Noruega, Suecia, Finlandia y Dinamarca). El modelo propuesto tiene un alcance anual en el que cada mes se divide en los niveles de carga punta, llano y valle. La función de demanda se modela como una función de Cobb Douglas, en la que los parámetros de elasticidad de los distintos sectores de consumo son calibrados para ajustarse a las observaciones empíricas. La red de transporte también es incluida en el modelo para tener en cuenta la capacidad máxima de intercambio entre los países. La generación es modelada en cada país por un conjunto de empresas que pueden poseer distintas tecnologías y capacidades. Al formular el problema de maximización de beneficio de cada empresa se tienen en cuenta los acoplamientos temporales debidos a las restricciones de mantenimiento de los generadores térmicos y a las restricciones de continuidad de los embalses. Como la solución del SFE no es única, se propone restringir el espacio de soluciones a aquellas funciones de suministro lineales caracterizadas por un desplazamiento constante respecto la curva de costes marginales. Al igual que en (Green y Newbery, 1992), cada función de suministro debe ser válida para un conjunto de períodos por lo que también utilizan la variación temporal de la demanda como la “fuente” de incertidumbre necesaria para resolver el SFE. El procedimiento utilizado para el cálculo del equilibrio es iterativo aunque no se demuestra ni la unicidad, ni la existencia de la solución. En cada iteración se comprueba si a cada empresa le interesa desplazar hacia arriba o hacia abajo su función de oferta. En caso afirmativo, se produce el desplazamiento y se continúa hasta que a ninguna empresa le interese modificar su oferta, es decir cuando se alcanza el equilibrio de Nash. Sin embargo no se garantiza la convergencia del método.

En (Anderson y Philpott, 1998) se utiliza el SFE para elaborar las ofertas suponiendo que la demanda es completamente inelástica. La aportación de este trabajo es la formulación teórica del SFE considerando las pérdidas de la red de transporte. La capacidad máxima de las líneas no se incluye en la formulación.

En (Li et al., 1999) se simula un procedimiento iterativo en el que el resultado final es el conjunto de ofertas de todos los productores y consumidores participantes en un mercado basado en una casación simple horaria. En cada iteración, el coordinador central obtiene el precio marginal de cada hora tras realizar la casación de las ofertas recibidas. A partir del perfil de precios resultante, cada empresa construye un conjunto de escenarios de precios como transformaciones homotéticas. Dichos escenarios están acotados superiormente por el perfil de precios original e inferiormente por unos precios que garantizan que la empresa obtiene unos beneficios mínimos. Para cada uno de los escenarios de precios, cada empresa generadora resuelve un *unit-commitment* de sus propios generadores mediante programación dinámica donde la función objetivo es la diferencia entre ingresos y costes. De cada una de estas resoluciones, la empresa obtiene puntos cantidad-precio con los que construir su curva agregada de oferta en forma de función escalón que es enviada al operador repitiendo el mismo proceso

hasta que los precios de una iteración no varían respecto la anterior. Una vez alcanzada la convergencia, la solución es el conjunto de funciones de suministro de las empresas generadoras que se encuentran en equilibrio (SFE). Las mejoras respecto a trabajos anteriores es que se consideran las restricciones técnicas de los generadores, incluyendo los acoplamientos temporales. Además, no sólo se obtienen las funciones de suministro, sino también las funciones de demanda, ya que los consumidores también son incluidos en el procedimiento de elaboración de ofertas. Sin embargo, tampoco se garantiza la convergencia del método.

La ventaja del SFE frente al modelo de Cournot es que representa bien el hecho de que las empresas envían curvas de ofertas y no sólo cantidades. Sin embargo, el cálculo de este tipo de equilibrio es más difícil. Como consecuencia, cuando el planteamiento es analítico, el modelado del sistema no puede ser tan detallado siendo necesario asumir fuertes simplificaciones en las funciones de costes. En el caso de que el SFE se encuentre numéricamente mediante un procedimiento iterativo, no se demuestra la convergencia del método y se suele restringir el espacio de funciones permitidas, por ejemplo, a las funciones lineales.

Además, cabe preguntarse por la conveniencia de aplicar el SFE en el caso de que se permita a las empresas presentar curvas de oferta distintas para cada hora. En ese caso, no podría tomarse como fuente de incertidumbre la variación de demanda a lo largo del día puesto que no existe la restricción de presentar una única curva creciente para todas las horas. Esta misma dificultad aparece en los modelos que utilizan esta metodología aplicada al largo plazo, donde se suele suponer que una misma curva sirve para expresar la estrategia de la empresa en un conjunto de períodos, por ejemplo los correspondientes a punta, llano y valle.

## 2.5 Modelos de simulación

### 2.5.1 Modelos estáticos

En (Otero-Novas et al., 2000) se presenta un modelo en el que se simula la evolución del mercado en el corto plazo mediante un proceso iterativo basado en las *Reglas de Wilson* (Wilson, 1997). La demanda del sistema se considera conocida y totalmente inelástica. En cada iteración los participantes observan el precio marginal y las cantidades despachadas a cada generador en la iteración anterior. A continuación, se les permite modificar sus ofertas de acuerdo a las reglas de Wilson, que garantizan la convergencia del método. Cada participante modifica sus ofertas con el criterio de maximización de beneficio, considerando las restricciones técnicas típicas de un modelo de explotación de corto plazo, como por ejemplo las rampas y los mínimos técnicos. El resultado final es el conjunto de cantidades despachadas a cada generador así como el precio del mercado.

El modelo se aplica a dos situaciones, coordinada y no coordinada. En la primera, el conjunto total de generadores se reparte entre varias empresas. Cada empresa plantea su propio problema de maximización de beneficio que se calcula como el producto del precio marginal del sistema por toda potencia generada, menos el coste de producción de todos sus grupos. Por otro lado, en la situación no coordinada se supone que cada unidad de generación actúa de forma independiente del resto. Es decir, se intenta reproducir un caso más cercano a la hipotética situación de competencia perfecta.

Los resultados muestran los diferentes perfiles de precios obtenidos entre ambas situaciones. También se observa cómo los generadores internalizan sus costes fijos de arranque en las horas de punta, lo cual es uno de los problemas a los que se enfrentan las empresas en los mercados basados en ofertas simples. La curva de demanda no es utilizada para determinar el precio, sino que éste es el resultado de la casación de las ofertas de los participantes. Por otro lado, la variable estratégica no es únicamente la cantidad sino que también lo es el precio. Sin embargo, aunque las estrategias se definen sobre el plano cantidad-precio, la solución del equilibrio no es un conjunto de funciones de cada empresa. Únicamente se obtiene un punto de cada curva, por lo que no puede considerarse como un SFE. Posteriormente en (Otero-Novas et al., 1999) se aplica la misma metodología para simular el mercado con un horizonte anual.

### 2.5.2 Modelos dinámicos y modelos de agentes adaptativos.

Los modelos de oligopolio revisados anteriormente plantean el mercado eléctrico como un juego estático. En algunos se asume la simplificación de considerar un sólo período, (Klemperer y Meyer, 1989). En otros el alcance temporal se divide en varios períodos y para cada uno de ellos se resuelve un juego estático, (Borenstein y Bushnell, 1997). En otros se consideran todos los períodos simultáneamente, (Ventosa et al., 1999a), pero se ignora el efecto de la repetición del mercado sobre el aprendizaje de los jugadores. La realidad es que las empresas envían sus ofertas diariamente por lo que parecería lógico plantear el mercado como un juego dinámico<sup>11</sup>.

En (Rothkopf, 1999) se hace una revisión de la teoría de subastas repetidas y se muestran los aspectos que deberían considerarse en el diseño de un mercado eléctrico. El argumento principal del artículo es que no puede ignorarse que las empresas interactúan repetidamente, por lo que los modelos estáticos podrían no reflejar correctamente la realidad del mercado. En particular se discute qué aspectos deben revisarse al considerar el efecto de la repetición: el tipo de subasta (cerrada o progresiva), la cantidad de información revelada y el formato

---

<sup>11</sup>En (Basar y Olsder, 1995) se expone la teoría de juegos dinámicos no cooperativos.

de las ofertas (ofertas simples o complejas). Se hace una revisión de los modelos matemáticos existentes sobre subastas repetidas aunque se advierte que dichos modelos utilizan fuertes simplificaciones que no serían realistas al aplicarse al mercado eléctrico. En el artículo también se afirma que se realizó un experimento en el que un conjunto de participantes fueron sometidos a un juego consistente en una subasta repetida un número finito de veces. Este tipo de juegos se resuelve teóricamente como la búsqueda del equilibrio de Nash por inducción desde la última etapa hasta la primera. Sin embargo, el comportamiento real de los jugadores no concidió con los resultados teóricos y se observó que actuaban básicamente respondiendo a las acciones del resto de jugadores de las últimas jugadas.

Un trabajo donde se modela el mercado eléctrico como un juego dinámico es (Visudhiphan y Ilic, 1999). Se expone un enfoque novedoso donde se presenta el juego repetido de la presentación de oferta como un proceso dinámico en el que las acciones de los períodos futuros son consecuencia de la realimentación de los resultados públicos del pasado. Sin embargo se introducen varias simplificaciones que impiden extrapolar completamente las conclusiones obtenidas a los sistemas reales. Entre ellas cabe destacar que es un modelo donde sólo participan tres generadores, a los que se les permiten sólo dos posibles estrategias. En la realidad el espacio posible de estrategias puede ser mucho más amplio y puede variar a lo largo del tiempo. Por otro lado se supone que la información con la que elaboran sus ofertas depende exclusivamente de lo ocurrido en el día anterior y de lo esperado para el día siguiente. En la realidad las acciones que toman las empresas generadoras pueden depender también de lo ocurrido en períodos anteriores así como de las expectativas que tienen de lo que puede ocurrir en un futuro más lejano. Por otro lado las funciones de coste utilizadas son funciones cuadráticas que no reflejan la no convexidad de la función de coste real y no se considera ningún acoplamiento temporal.

Otra forma de modelar el mercado es mediante un modelo de agentes adaptativos<sup>12</sup> simulando que los participantes son capaces de tomar sus decisiones de acuerdo a un conjunto de reglas que pueden evolucionar para adaptarse a los resultados obtenidos. Este tipo de procedimiento, que es habitual para modelar mercados financieros, ha sido también utilizado para simular el mercado eléctrico. Para ello se recurren a técnicas de inteligencia artificial puesto que lo que se intenta es dotar a los “agentes” de la capacidad de tomar decisiones de forma racional. La ventaja de este tipo de enfoque es que cada participante puede modelar con un elevado grado de detalle los aspectos técnicos del sistema, puesto que la bondad de cada solución (*fitness*) es obtenida por una simple evaluación. Los principales trabajos encontrados en esta línea de investigación han sido desarrollados por los autores Richter y Sheblé. En (Richter y Sheblé, 1998b) se utilizan algoritmos genéticos donde las ofertas son codificadas adecuadamente permitiendo cruces y mutaciones para que sobrevivan las que poseen mejores atributos. En (Richter y

---

<sup>12</sup>En inglés *adaptive agents* o también *evolving agents*.

Sheblé, 1997) se introduce la lógica borrosa para definir las reglas de decisión de los participantes. Otros trabajos en la misma línea son (Richter et al., 1998) y (Richter y Sheblé, 1998a).

También pertenecen a este tipo de modelos los presentados en los artículos (Tully y Kaye, 1996) y (MacGill y Kaye, 1998). En el primero cada empresa generadora dispone de un conjunto de reglas que le indican qué decisiones de operación tomar, por ejemplo parar un grupo, así como qué oferta realizar en el mercado. Mediante algoritmos genéticos se desarrollan el conjunto de reglas que dan lugar a una estrategia óptima, en cuanto al beneficio obtenido y a la robustez frente a los cambios aleatorios de la demanda. En el segundo artículo se utiliza el mismo enfoque donde las empresas evolucionan sus ofertas en formato de *portfolio* y en el caso de que existan acoplamientos temporales se tiene en cuenta el impacto de cada decisión en el beneficio futuro.

## 2.6 Programación de la generación en el corto plazo en sistemas liberalizados

En la literatura sobre modelos de explotación tradicionales, el problema clásico del *unit-commitment* (UC) está perfectamente definido. Tal y como se ha dicho, consiste en determinar los niveles de producción de cada unidad generadora en cada hora de forma que se satisfaga la demanda a mínimo coste. Sin embargo, en las publicaciones sobre sistemas liberalizados, el término UC es utilizado para referirse a problemas distintos. Esto se debe a los diferentes esquemas con los que se puede organizar un mercado eléctrico.

En la literatura revisada sobre el problema del UC en sistemas liberalizados, se pueden distinguir dos enfoques que se han etiquetado aquí como *Trad-UC* y como *Self-UC*.

En el *Trad-UC* se minimiza el coste de explotación asociado a todo el sistema o a alguna empresa en particular. Se ha calificado como “*Trad*” porque básicamente corresponde con un modelo tradicional de minimización de coste.

Por el contrario, el *Self-UC* corresponde con la nueva generación de modelos de explotación en los que cada empresa planifica estratégicamente la explotación de sus generadores intentando maximizar su beneficio.

En un mercado basado en ofertas complejas, las empresas ofertan el coste fijo, el coste variable así como los costes de arranque de cada grupo. Además se informa de la disponibilidad de los grupos y de sus características técnicas como rampas, mínimos técnicos, etc. Por ello, la casación de las ofertas es un problema de gran complejidad que puede ser resuelto mediante un UC tradicional.

En el caso de las ofertas simples, tal y como se vio en el primer capítulo, la empresa generadora es responsable de planificar la explotación de sus propios generadores, lo cual está íntimamente ligado al proceso de elaboración de ofertas. Para ello la empresa puede utilizar el *Self-UC* donde encuentre la programación óptima de sus generadores bajo unas ciertas hipótesis de mercado.

En el caso de que se permita ofertar en *portfolio*, además del *Self-UC* utilizado en la planificación de la explotación y en la elaboración de ofertas<sup>13</sup>, la empresa necesita encontrar la forma óptima de producir la potencia casada en el mercado. Para ello utilizará un modelo *Trad-UC* donde el criterio será la minimización de sus propios costes de explotación para generar dicha potencia, respetando todas las restricciones técnicas de su equipo de generación.

En la tabla 2.1 se puede ver un resumen e la aplicación de estos modelos en los sistemas liberalizados.

Tipo de Oferta		Tipo de UC	¿Quién lo ejecuta?
<i>O. Simples</i>	<i>Portfolio</i>	<i>Self-UC</i> (ex ante) <i>Trad-UC</i> (ex post)	empresas
	<i>No-portfolio</i>	<i>Self-UC</i> (ex ante)	empresas
<i>O. Complejas</i>		<i>Trad-UC</i> (casación)	operador

**Tabla 2.1:** Posibles usos del *unit-commitment* en función del tipo de oferta implantada en el mercado. Las expresiones “ex ante” y “ex post” hacen referencia a si el modelo de UC es ejecutado antes o después de la casación del mercado.

### 2.6.1 *Trad-UC*

Algunas publicaciones en las que se habla de UC en sistemas desregulados, plantean en realidad un problema que difiere muy poco del UC tradicional. Se trata de publicaciones donde se estudian sistemas liberalizados donde la programación de la generación se obtiene resolviendo un problema de optimización complejo. Este problema suele ser por lo tanto un UC tradicional adaptado para utilizar como datos de entrada las ofertas de las empresas en vez de los costes reales. El precio marginal con el que se remunera a los generadores se obtiene como resultado de la optimización, y en el caso de considerar la red, puede tener una

<sup>13</sup>Aunque la potencia ofertada no esté asociada a ningún generador en concreto, la empresa deseará valorar sus expectativas de costes de producción, así como su capacidad de generación, de la forma más realista posible.

dependencia espacial (precio nodal). Este esquema se ha impuesto, por ejemplo en los mercados de PJM (Pennsylvania-New Jersey-Maryland), Nueva York y Nueva Inglaterra. En (Cohen et al., 1999) puede verse un ejemplo de este tipo de planteamientos.

El artículo (Ferrero y Shahidehpour, 1997) también se ha incluido en esta clasificación. En dicho artículo se supone un esquema de mercado organizado como un *pool* regional. Se supone que existen varias zonas interconectadas y que en cada una de ellas existe una empresa generadora que posee todos los recursos de generación. Por otro lado hay un mercado al cual pueden acudir todas las empresas para realizar transacciones de compra o de venta. El objetivo de cada empresa es minimizar el coste de producción propio para cubrir su demanda local. Para ello valora el coste de generación de sus grupos teniendo en cuenta la posibilidad de importar o exportar energía de las otras áreas. El precio de estas transacciones de exportación o importación se determina en el mercado, gestionado por un coordinador cuyo objetivo es satisfacer la demanda total en cada zona, minimizando el coste total del sistema. En el artículo se plantea el problema de optimización que tendría que resolver el coordinador del mercado, considerando únicamente el problema del despacho económico. En (Ferrero et al., 1997) se estudia el mismo sistema desde la óptica de la teoría de juegos, con el objetivo de estudiar qué estrategias dan lugar a resultados eficientes y cuáles no.

Finalmente se incluye en este apartado el trabajo (Huse et al., 1999). En este artículo se resuelve un problema de UC tradicional utilizando un enfoque novedoso puesto que se simula que cada grupo generador compite con el resto de generadores en un mercado de competencia perfecta. En el procedimiento de simulación se incluyen las restricciones de tiempos mínimos de funcionamiento y de parada, así como las de reserva rodante. El coste de combustible de cada grupo se modela con una función cuadrática en función de la potencia producida y el coste de arranque se modela mediante una función exponencial que considera el tiempo transcurrido desde la última parada. Las hipótesis utilizadas son que cada grupo intenta maximizar su propio beneficio individualmente y que sus acciones no tienen influencia en el precio del mercado. Debido a que existe un acoplamiento entre los períodos, la decisión de arrancar o parar un grupo debe hacerse considerando todo el alcance temporal. Como se supone que los grupos son tomadores de precio, se propone utilizar una predicción de precios con la que valorar la repercusión que tendrá en el futuro la decisión instantánea de arranque o parada del grupo. Este análisis se efectúa mediante programación dinámica donde la estrategia de cada generador es ofertar con el criterio de recuperación de coste.

### 2.6.2 *Self*-UC

El *Self*-UC es el problema que tienen que resolver las empresas generadoras cuando el negocio de la generación está fuertemente liberalizado, es decir, cuando cada empresa es responsable de planificar la explotación de sus propios recursos de generación.

El *Self*-UC constituye una herramienta básica para que la empresa pueda tomar sus decisiones de explotación antes de enviar las ofertas al mercado. Además, puede proporcionar información de utilidad para decidir qué ofertas presentar al mercado. La característica principal del *Self*-UC es que en la función objetivo se maximiza el beneficio esperado por la empresa, calculado como la diferencia entre los ingresos y los costes esperados. En un sistema donde se utiliza el precio marginal para remunerar a los generadores, el ingreso se obtiene sumando para cada hora el producto de la producción total de la empresa por el precio marginal. Los costes son los mismos que en el modelo tradicional de UC, es decir, costes de combustible, costes de arranque, costes de parada, costes de mantenimiento, etc. Hay que añadir que en un mercado real los ingresos y los costes pueden deberse a otros conceptos por lo que el *Self*-UC también podría incluir la existencia de contratos, los pagos por costes de transición a la competencia (CTCs), límites de producción, etc.

Se ha detectado una carencia de publicaciones que aborden el *Self*-UC. Uno de los trabajos encontrados es el que aparece en el capítulo sexto del libro (Sheblé, 1999). En dicho trabajo se propone un modelo de *Self*-UC donde la función objetivo se plantea como la diferencia entre ingresos y costes. Además se incluyen las típicas restricciones de un modelo tradicional de UC: rampas, límites de producción, reserva. Sin embargo, la mayor desventaja de dicho modelo es la necesidad de introducir como dato de entrada una predicción de precios. Este planteamiento sería por lo tanto únicamente válido en sistemas donde la volatilidad de los precios fuese pequeña y donde la empresa generadora fuese tomadora de precios.

El problema del *Self*-UC también se formula en una de las etapas del proceso iterativo del artículo (Li et al., 1999), descrito en la sección anterior, donde se consideran los costes de combustible y los costes de arranques así como restricciones de límites de producción de los grupos, rampas, lógica de arranques y restricciones de tiempos mínimos de funcionamiento y de parada. El esquema del problema de optimización es igual que es descrito en (Sheblé, 1999) puesto que el precio se considera dato de entrada en cada ejecución.

## 2.7 Elaboración de ofertas

En muchos de los trabajos ya revisados, se dan pautas sobre la estrategia de ofertas óptimas cuando se simula el comportamiento de muchos participantes.

Sin embargo, en este apartado se revisan únicamente los trabajos que abordan el problema de elaboración de ofertas desde el punto de vista de una empresa generadora.

Los primeros trabajos encontrados que analizan el problema de elaboración de ofertas para un mercado eléctrico son los artículos (David, 1993) y (Lamont y Rajan, 1997). En el primero se tiene en cuenta la incertidumbre asociada a la demanda del sistema y a las ofertas de la competencia, caracterizadas como una cantidad y una función de probabilidad asociada al precio. En el segundo artículo se considera un ejemplo muy simplificado de mercado, y se indican unas sencillas reglas para determinar el precio de una oferta en función de la probabilidad que tenga de ser aceptada.

Más reciente es el artículo (Gross et al., 1999) donde muestra una formulación del problema al que se enfrenta una empresa en un mercado eléctrico suponiendo que su estrategia es la maximización de beneficio. El problema se formula como problema no lineal, incluyendo restricciones de tiempos mínimos de arranques y paradas así como restricciones de reserva. Además se tiene en cuenta la incertidumbre asociada tanto a la demanda del sistema como al comportamiento del resto de competidores. Sin embargo, en este artículo se resuelve analíticamente sólo el caso en el que hay competencia perfecta, es decir, el caso en el que ningún participante tiene influencia en el precio del mercado. Por ello, la conclusión a la que se llega es algo bien conocido en micro-economía básica: en competencia perfecta la estrategia óptima es ofertar de acuerdo al coste marginal.

En (Zhang et al., 1999) se propone una metodología basada en Relajación Lagrangiana para resolver el problema de elaboración de ofertas. En el artículo se supone que la función escalón de ofertas se puede representar como una función cuadrática pasando por el origen. De este modo se reduce a dos el número de parámetros asociados a la búsqueda de la oferta óptima de la empresa en cada hora. Dado que las ofertas de la competencia son desconocidas, se supone que la empresa dispone de un conjunto discreto de posibles escenarios, cada uno con una determinada probabilidad. La función objetivo del participante es la minimización del coste de operación y de los pagos al mercado. Estos pagos se calculan como el producto del precio marginal por la diferencia entre la potencia comprada en el mercado y la vendida. Es decir, se permite que la empresa pueda acudir al mercado no sólo a vender, sino también a comprar, con la restricción de que la producción total de la empresa más la energía comprada menos la vendida sea igual a un valor de demanda que la empresa está obligada a suministrar.

En (Anderson y Philpott, 1999) se estudia el problema de la elaboración de ofertas en forma de función de suministro. Se supone que las ofertas de la empresa tienen influencia sobre el precio del mercado. Sin embargo, en el proceso de elaboración de ofertas no se considera explícitamente la respuesta del resto de empresas. La principal contribución de este trabajo es la forma en la que representan la

incertidumbre asociada al mercado. Para ello utilizan una función de densidad (*market-distribution*) que asigna a cada punto del plano cantidad-precio un valor de probabilidad. Sin embargo, dado que utiliza un enfoque derivado del SFE, asume fuertes simplificaciones de la función de costes y de la representación de las características técnicas.

Recientemente, en (Baíllo et al., 2000), se ha propuesto un procedimiento para construir ofertas de generación donde se optimizan las ofertas simultáneamente frente a un conjunto discreto de escenarios de demanda residual. El procedimiento incluye un modelado detallado del equipo generador y la técnica de optimización utilizada es la programación lineal entera-mixta. Se han obtenido resultados prometedores pero sólo en ejemplos de muy reducido tamaño.

Finalmente, en (Mateo et al., 2000) se presenta un modelo de optimización de curvas de oferta usando algoritmos genéticos y considerando incertidumbre sobre el comportamiento de los competidores. Para ello divide el eje de cantidades en una serie de valores que el algoritmo considera fijos durante la búsqueda de la oferta óptima. Por tanto la optimización se centra en encontrar el vector de precios óptimo para ese vector de cantidades considerado. Para modelar la incertidumbre sobre el comportamiento de los competidores se propone un modelo estocástico que funciona como un generador de escenarios de aproximaciones lineales de la curva de demanda residual. La evaluación de los elementos de la población del algoritmo genético (curvas de oferta) se lleva a cabo enfrentando dicho individuo a todos los escenarios de demanda residual generados, lo que da lugar a una distribución de posibles beneficios. La selección de un único valor representante de dicha distribución está asociada al riesgo que la empresa esté dispuesta a asumir. Sin embargo, tampoco se consideran los acoplamientos temporales y se utiliza una función de coste simplificada.

## 2.8 Conclusiones

Respecto a la revisión de los modelos tradicionales, la principal conclusión es que en esta tesis se adoptará la técnica de programación lineal entera-mixta. Esta técnica, (Garver, 1962), (Muckstadt y Wilson, 1968), (Cohen y Yoshimura, 1987) y (Dillon et al., 1978), fue inicialmente desaconsejada para sistemas eléctricos de gran tamaño debido a la dificultad que supone resolver el problema —mediante el método *Branch & Bound*— cuando el número de variables enteras es elevado.

Sin embargo, en este trabajo se ha optado por esta técnica debido a las razones siguientes. En primer lugar, al formular el problema de optimización únicamente se considerará el equipo de generación perteneciente a la empresa, por lo que el tamaño nunca será tan grande como el correspondiente a todo el sistema. La segunda razón es el gran desarrollo durante los últimos años de optimizadores co-

merciales<sup>14</sup> que permiten resolver problemas de gran tamaño en cada vez menos tiempo. La tercera razón es la flexibilidad asociada a esta técnica para modelar con relativa facilidad problemas complejos en los que existan acoplamientos temporales entre las variables de decisión. La flexibilidad en el modelado es una virtud muy deseable para el desarrollo de cualquier herramienta, pero aún lo es más cuando se modela un sistema liberalizado donde los objetivos pueden ser diversos y variables a lo largo del tiempo. Finalmente, tal y como se detallará en el capítulo 4, al plantear el problema de UC en un entorno competitivo, es posible que en la función objetivo se maximice la suma de funciones no cóncavas de una variable. Una función no cóncava se puede aproximar fácilmente por una función lineal a tramos que a su vez se puede formular como problema entero-mixto, (Conejo, 1996) y (Babayev, 1997).

En cuanto a los modelos de mercado, se puede concluir que en largo plazo, la búsqueda del equilibrio sí parece ser la estrategia correcta para modelar el mercado. Sin embargo, es una cuestión abierta si resulta adecuado para modelar el comportamiento de las empresas en el corto plazo.

Respecto a la planificación de la explotación en el corto plazo, no se ha encontrado trabajos que resuelvan directamente el problema al que se enfrenta una empresa en un mercado oligopolista. Los modelos que se fundamentan en realizar predicciones de precios pueden ser inadecuados cuando la empresa tiene influencia sobre dichos precios. Por ello, en esta tesis se utilizarán predicciones del comportamiento de las otras empresas en forma de curvas de ofertas, aunque la optimización frente a estas curvas no considerará la posibilidad de respuesta.

Respecto a la elaboración de ofertas, la conclusión principal que se desprende de los trabajos revisados es la importancia que juega el papel de la incertidumbre. Cuando ésta no existe, la empresa podría presentar una única cantidad y un único precio sin necesidad de dar todo un rango de parejas cantidad-precio. La curva de oferta se puede ver como un medio del que la empresa dispone para hacer frente a la incertidumbre que tiene respecto el comportamiento de la competencia y de la demanda del sistema. Sin embargo, los trabajos revisados suponen fuertes simplificaciones en las funciones de coste y se suele hacer un tratamiento mono-período. Por ello, en esta tesis se considerará la existencia de acoplamientos temporales, como por ejemplo las rampas de los grupos térmicos y además se modelarán los costes de explotación de forma más realista. Como consecuencia, no se podrá realizar tratamiento analítico como en los planteamientos de SFE donde se utilizan funciones continuas y derivables.

---

<sup>14</sup>Por ejemplo CPLEX y OSL.



# Capítulo 3

## La planificación de la explotación en el contexto del mercado

### 3.1 Introducción

En este capítulo se estudia la naturaleza del problema al que se enfrenta la empresa cuando debe planificar la explotación de su equipo de generación en el contexto de un mercado eléctrico. Tal y como se ha visto en los dos capítulos anteriores, las formas de organizar un mercado eléctrico pueden ser muy variadas. Por ello, en primer lugar será necesario definir las reglas del mercado de referencia utilizado en esta tesis así como otras hipótesis y definiciones adicionales. Posteriormente, se presentará el enfoque propuesto para realizar dicha planificación que básicamente se fundamenta en una estructura jerárquica de problemas con distintos alcances temporales.

### 3.2 Modelo de mercado

#### 3.2.1 Agentes participantes en mercado

El mercado está compuesto por un conjunto de agentes vendedores, un conjunto de agentes compradores y un operador del mercado.

Los agentes vendedores son las empresas productoras de electricidad que pueden ser de distintos tamaños y poseer recursos de generación con distintos tipos de tecnologías.

Los agentes compradores representan la demanda de electricidad de los consumidores finales. Dichos agentes son por lo tanto las empresas comercializadoras, distribuidoras y clientes cualificados. Normalmente, gran parte de la demanda es

inelástica. Sin embargo puede existir una componente elástica que repercuta en los resultados del mercado por lo que en la tesis se considerará también el efecto de las ofertas de compra.

En el caso de que existan interconexiones con otros sistemas eléctricos, las empresas públicas o privadas de estos sistemas también pueden acudir al mercado para vender o comprar electricidad.

Por último, el operador del mercado (OM) es una entidad independiente responsable del correcto funcionamiento del mercado. Su función principal es organizar la subasta de electricidad.

### **3.2.2 Tipo de subasta**

El mercado se convoca diariamente para negociar la venta y compra de electricidad para cada una de las horas del día siguiente (*day-ahead market*). El mercado se basa en una subasta cerrada donde los participantes no pueden modificar las ofertas una vez enviadas al OM. Además, los participantes desconocen las ofertas presentadas por el resto de agentes ya que todos envían sus ofertas, que pueden ser de compra y de venta, simultáneamente. Este tipo de subasta se suele denominar *sealed-bid double auction*.

Para decidir qué ofertas aceptar y rechazar, el OM dispone de un modelo de casación con el que además obtiene el precio marginal del sistema en cada hora. Dicho precio es el utilizado para remunerar la generación independientemente de su localización geográfica. Es decir, se considera un sistema de nudo único con precio uniforme.

### **3.2.3 Información disponible**

Además del precio marginal del sistema y de los resultados de la casación, se supondrá que el OM publica eventualmente las ofertas presentadas por los participantes. Esta publicación no tiene por qué ocurrir inmediatamente después de la casación, ni tampoco tiene por qué detallar a quién pertenece cada oferta presentada. Es decir, es suficiente que existan datos históricos sobre las curvas de oferta agregadas de compra y de venta de todo el sistema. Esto permitirá a la empresa generadora eliminar sus propias ofertas de dichas curvas agregadas, filtrando así el comportamiento conjunto que tuvieron las empresas de la competencia.

### **3.2.4 Modelo de casación de ofertas**

El modelo de casación que sirve de referencia en esta tesis es un modelo de casación de ofertas simples. Cada oferta es una pareja  $(q, p)$ , donde  $p$  es el precio

y  $q$  la cantidad. Una oferta de venta supone que la empresa está dispuesta a vender la cantidad  $q$  a un precio igual o superior a  $p$ . Una oferta de compra supone que la empresa está dispuesta a comprar una cantidad  $q$  a un precio igual o inferior a  $p$ .

Los pasos que el OM tendría que ejecutar la casación de las ofertas en cada hora son los siguientes<sup>1</sup>.

1. **Construir la curva agregada de venta.** Supóngase que el OM ha recibido un conjunto de ofertas de venta. Para cada precio  $p$ , la cantidad total que las empresas estarían dispuestas a vender es la cantidad obtenida como la suma de las ofertas con un precio inferior o igual a dicho precio, es decir,  $q = \sum_i \{q_i : p_i \leq p\}$ . Por lo tanto, para construir la curva agregada de venta hay que ordenar de menor a mayor precio todas las ofertas de venta recibidas e ir acumulando las cantidades ofertadas.
2. **Construir la curva agregada de compra.** El procedimiento es análogo al anterior, pero ordenando las ofertas de compra de mayor a menor precio.
3. **Encontrar la intersección de ambas curvas.** El precio correspondiente a dicha intersección es el precio marginal del sistema en esa hora.
4. **Elegir las ofertas aceptadas.** Para ello se aceptan todas las ofertas de venta con precio inferior al precio marginal y todas las ofertas de compra con precio superior. Para las ofertas con un precio igual al marginal es necesario aplicar unas reglas de reparto.

En el mercado español, las ofertas de venta deben ir asociadas a una unidad de generación<sup>2</sup>, pudiendo dividir su capacidad máxima en varios bloques de precio creciente. De esta forma, en el caso de un grupo térmico, típicamente se suele ofertar el mínimo técnico a un precio y el resto hasta la potencia máxima en distintos bloques.

Cuando las ofertas no tienen por qué ir asociadas a unas unidades de generación en concreto, sino que simplemente sirven para construir una curva agregada de oferta de la empresa, se dice que es una oferta en *portfolio*<sup>3</sup>.

Con el objetivo de que el planteamiento sea lo más genérico posible, en esta tesis se abordará el problema de elaboración de ofertas en forma de *portfolio*. En el caso

---

<sup>1</sup>Hay que señalar que este procedimiento puede ser expresado como problema de optimización lineal, donde la función objetivo es la maximización del *Beneficio Social Neto* (García-González et al., 1999a).

<sup>2</sup>Una unidad de generación es o bien un grupo térmico o bien una unidad de generación hidráulica formada por un conjunto de centrales hidráulicas pertenecientes a una misma cuenca.

<sup>3</sup>En el caso español, las ofertas en forma de *portfolio* no están permitidas por lo que cada bloque de oferta debe estar asociado a una unidad de generación determinada.

de que no esté permitido, la metodología propuesta puede servir como primera etapa para construir la curva de oferta de la empresa que define su estrategia. Posteriormente sería necesario rellenar la curva dividiendo el eje de cantidades en varios intervalos y asignando a cada uno de ellos un bloque de una unidad de generación en concreto. Sin embargo esta segunda etapa no se analizará en esta tesis.

### 3.2.5 Función de suministro y función de demanda de cada participante.

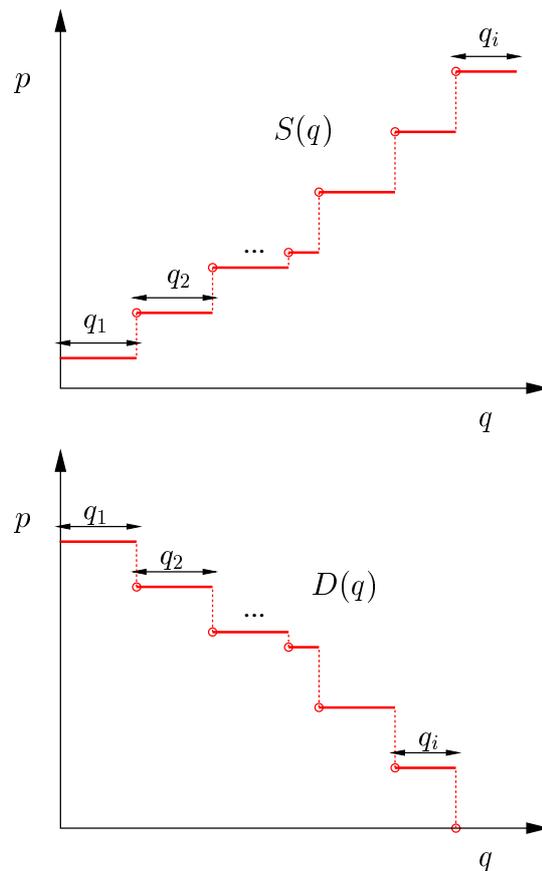
La curva agregada de venta de una empresa generadora es una función escalón monótonamente creciente puesto que se obtiene a partir de un conjunto discreto de parejas cantidad-precio. Esta curva se denomina también función de suministro (*supply function*) e indica el precio mínimo requerido por la empresa para vender una determinada cantidad, es decir,  $p = S(q)$ .

Supóngase que una empresa generadora  $m$  envía para una hora un conjunto ordenado de  $k$  ofertas  $\{(q_1, p_1), (q_2, p_2), \dots, (q_k, p_k)\}$ , de forma que  $p_1 < p_2 < \dots < p_k$ . Si el precio de mercado es  $p$  con  $p_j < p < p_{j+1}$ , entonces la empresa estará obligada a suministrar la potencia correspondiente a todas las ofertas con precio menor que  $p$ , es decir, una cantidad total  $\sum_{i=1}^j q_i$ . Por lo tanto, la función de suministro correspondiente es:

$$S_m(q) = \begin{cases} p_1 & \Leftrightarrow & 0 \leq q \leq q_1 \\ p_2 & \Leftrightarrow & q_1 < q \leq q_1 + q_2 \\ \dots & & \dots \\ p_j & \Leftrightarrow & \sum_{i=1}^{j-1} q_i < q \leq \sum_{i=1}^j q_i \\ \dots & & \dots \\ p_k & \Leftrightarrow & \sum_{i=1}^{k-1} q_i < q \leq \sum_{i=1}^k q_i \end{cases} \quad (3.1)$$

Por otro lado, la curva agregada de compra de un agente consumidor es una función escalón monótonamente decreciente. Esta curva se denomina también función de demanda (*demand function*) e indica el precio máximo que el consumidor está dispuesto a pagar por una determinada cantidad, es decir,  $p = D(q)$ . Supóngase que el consumidor  $n$  presenta al OM un conjunto ordenado de  $k$  ofertas  $\{(q_1, p_1), (q_2, p_2), \dots, (q_k, p_k)\}$ , de forma que  $p_1 > p_2 > \dots > p_k$ . Si el precio de mercado es  $p$  con  $p_j > p > p_{j+1}$ , entonces el consumidor tendría que comprar la potencia correspondiente a todas las ofertas con precio mayor que  $p$ , es decir, una cantidad total  $\sum_{i=1}^j q_i$ . Por lo tanto, análogamente a la función de suministro, se puede definir la función escalón del consumidor  $n$  como:

$$D_n(q) = \begin{cases} p_1 & \Leftrightarrow & 0 \leq q \leq q_1 \\ p_2 & \Leftrightarrow & q_1 < q \leq q_1 + q_2 \\ \dots & & \dots \\ p_j & \Leftrightarrow & \sum_{i=1}^{j-1} q_i < q \leq \sum_{i=1}^j q_i \\ \dots & & \dots \\ p_k & \Leftrightarrow & \sum_{i=1}^{k-1} q_i < q \leq \sum_{i=1}^k q_i \end{cases} \quad (3.2)$$



**Figura 3.1:** Función de suministro y función de demanda de una empresa generadora y de un agente consumidor, respectivamente.

Sin embargo, trabajar con funciones escalón supone ciertos inconvenientes ya que son discontinuas y no pueden ser invertidas. Por ejemplo, en el caso de que el precio de una oferta de venta sea igual al precio marginal, entrando por el eje de precios de la función  $S(q)$  no se puede determinar unívocamente la cantidad despachada. Además, en caso de empate entre varias ofertas es necesario definir reglas adicionales de reparto. Por ello, en esta tesis se utilizará el término función de suministro, que se denotará por  $S(q)$ , para referirse a una aproximación continua y estrictamente creciente de la función escalón real. De esta forma es

posible encontrar la función inversa  $S^{-1}(p)$  que sí define unívocamente la cantidad despachada en función del precio resultante en el mercado. Análogamente, se utilizará el término función de demanda  $D(q)$  para referirse a una aproximación continua y estrictamente decreciente de la función escalón real lo cual permite escribir  $D^{-1}(p)$ .

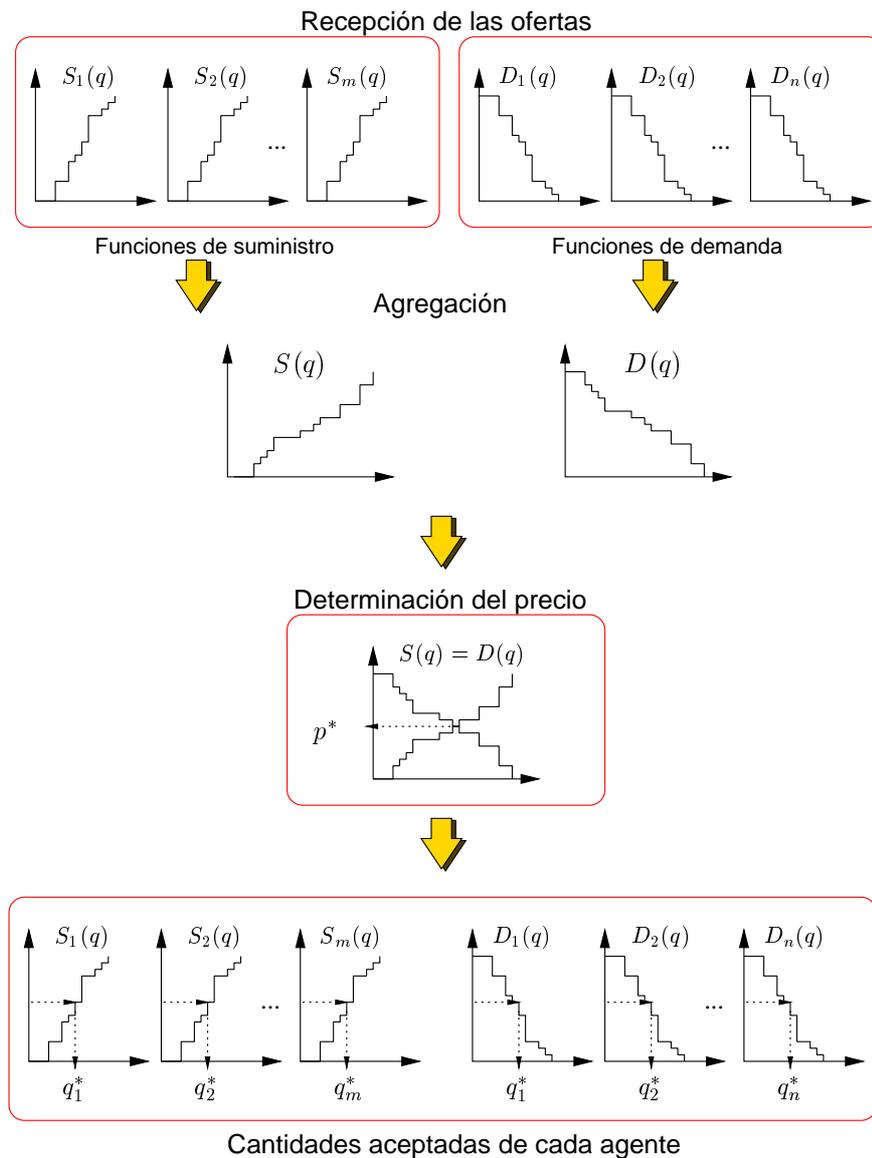
Una vez que se ha introducido esta terminología, la casación del mercado en una hora se puede expresar como sigue (supóngase que hay  $m$  empresas generadoras y  $n$  agentes compradores):

1. Cada una de las empresas generadoras presenta su función de suministro. Por lo tanto, el OM recibe las funciones siguientes:  $S_1(q), S_2(q), \dots, S_m(q)$ .
2. Cada una de las empresas compradoras presenta su función de demanda. Por lo tanto, el OM recibe las funciones siguientes:  $D_1(q), D_2(q), \dots, D_n(q)$ .
3. El OM construye la función de suministro agregada de todo el sistema,  $S(q)$ . Para ello suma en el eje de las cantidades todas las funciones de suministro recibidas. Sumar en el eje de cantidades supone realizar los siguientes pasos:
  - (a) Obtener las funciones  $S_1^{-1}(p), S_2^{-1}(p), \dots, S_m^{-1}(p)$ .
  - (b) Obtener la función suma de todas ellas:  $S^{-1}(p) = S_1^{-1}(p) + S_2^{-1}(p) + \dots + S_m^{-1}(p)$ .
  - (c) La función de suministro agregada es la función inversa de la suma anterior:  $S(q) = (S^{-1}(p))^{-1}$ .
4. Análogamente al punto anterior, el OM construye la función de demanda agregada de todo el sistema,  $D(q)$ , sumando en el eje de las cantidades todas las funciones de demanda recibidas.
5. Encontrar el precio marginal  $p^*$  del sistema resolviendo  $D(q) = S(q)$ .
6. Las cantidades despachadas a las empresas generadoras son  $S_1^{-1}(p^*), S_2^{-1}(p^*), \dots, S_m^{-1}(p^*)$ . Las cantidades aceptadas a los consumidores son  $D_1^{-1}(p^*), D_2^{-1}(p^*), \dots, D_n^{-1}(p^*)$ .

En la figura 3.2 se puede ver un esquema que resume el procedimiento de casación de ofertas.

### 3.2.6 Tipo de competencia entre los generadores

Un mercado puede clasificarse por el tipo de competencia existente entre los agentes productores. Cuando existe un único agente generador se tiene una situación



**Figura 3.2:** Esquema de la casación del mercado en una hora cuando las empresas generadoras presentan funciones de suministro y los agentes consumidores presentan funciones de demanda.

de monopolio. Cuando el número de generadores es pequeño se tiene un oligopolio (en el caso particular de dos agentes se denomina duopolio). Finalmente, cuando el número de generadores es muy grande y todos son pequeños respecto al tamaño del mercado, se tiene un mercado en competencia perfecta. En este caso, ningún agente puede tener influencia en el precio del mercado de forma individual.

Dado que la liberalización del sector eléctrico en muchos países ha dado lugar

a situaciones de oligopolio, e incluso de duopolio, en esta tesis se supondrá que el tipo de competencia instaurada es del tipo oligopolista. En este caso, sí es posible que decisiones individuales de alguna empresa puedan tener repercusión en los resultados del mercado.

### **3.2.7 Objetivos de la empresa generadora**

Tal y como se expuso en el primer capítulo, en esta tesis se pretende encontrar una metodología que ayude a la empresa generadora para tomar sus decisiones de corto plazo. Para ello es necesario definir qué objetivos pretende alcanzar la empresa en el mercado.

En primer lugar se supondrá que la empresa actúa de forma racional, es decir, que toma sus decisiones intentado maximizar una determinada función de utilidad esperada.

Definir la función de utilidad de una empresa generadora es una tarea complicada que no pertenece al alcance de esta tesis. Sin embargo, se puede suponer que dicha función está asociada al resultado de largo plazo donde uno de los atributos sea el beneficio obtenido como la diferencia entre los ingresos recibidos por la venta de energía en el mercado y los costes incurridos en el proceso de producción. Sin embargo otros atributos son también posibles: valoración de los ingresos por los pagos de los costes de transición a la competencia (CTCs), valoración de los pagos por garantía de potencia, influencia de la cuota de mercado en la valoración bursátil de la empresa, amenaza de nuevos entrantes, etc.

Como el objetivo de esta tesis se centra en el corto plazo, se supondrá como hipótesis que la empresa intenta maximizar su beneficio esperado de largo plazo sujeto a una operación eficiente de sus recursos de generación. Esta hipótesis es lo suficientemente genérica donde el “beneficio esperado” puede tener varios significados, en función del criterio de cada empresa. Por otro lado, una operación eficiente supone que no se viola ninguna restricción técnica y que no se hace un mal uso del equipo de generación. Por ejemplo, aunque sea factible que un grupo térmico arranque y pare repetidas veces a lo largo de la semana, no sería una operación eficiente pues supondría un envejecimiento prematuro del equipo. Es decir, se permitirá añadir restricciones adicionales a las puramente técnicas, que restrinjan la zona factible para introducir los aspectos que tienen una difícil valoración económica. En el caso anterior, una posibilidad sería añadir una restricción que limitara el número de arranques durante la semana.

## 3.3 Enfoque propuesto

Una vez presentadas las hipótesis generales, el primer problema al que se enfrenta la empresa generadora es que el único medio que tiene para maximizar su beneficio esperado de largo plazo es mediante el procedimiento diario de elaboración de ofertas. Sin embargo, formular el problema global de maximización de beneficio de largo plazo considerando con todo detalle la explotación del sistema, así como las posibles estrategias del resto de empresas a lo largo del tiempo, daría lugar a un problema computacionalmente irresoluble.

Es importante señalar que aunque el sistema se haya liberalizado, la naturaleza física de las variables asociadas a la explotación es la misma que en un entorno centralizado. Por ello en esta tesis, imitando a los modelos de explotación tradicionales, se propone una organización jerárquica de tres niveles. En esta jerarquía, los modelos de orden superior se comunican con los modelos de orden inferior para evitar la miopía en las decisiones de corto plazo, siendo posible la realimentación con los resultados reales que la empresa vaya obteniendo en el mercado. A continuación se expone esta organización jerárquica propuesta.

### 3.3.1 Organización jerárquica

En un entorno liberalizado, las empresas son las responsables de planificar la explotación de sus propios recursos de generación. Dicha planificación supone tomar decisiones que involucren a variables con distinto alcance temporal que pueden acoplar períodos de mayor o menor duración.

Así por ejemplo, en el largo plazo existe un acoplamiento interanual en la gestión del ciclo del combustible nuclear y en la política de utilización de los embalses hiper-anales. En el medio plazo, existe un acoplamiento intra-anual en la programación de los ciclos de mantenimientos y en la gestión de los embalses anuales. En el corto plazo, la programación horaria de la generación así como las decisiones de arranques y paradas acoplan los períodos de una misma semana o un mismo día.

En esta tesis se propone dividir el problema global de maximización de beneficio de largo plazo en tres problemas: problema de largo plazo (PLP), problema semanal (PS) y problema diario (PD).

#### 3.3.1.1 El problema de largo plazo

Mediante el PLP se obtienen las consignas que sirven de entrada en el corto plazo, como por ejemplo la indisponibilidad de los grupos en mantenimiento o las curvas de valor del agua. Sin embargo, estas consignas también pueden hacer referencia a

otras variables no incluidas en los modelos tradicionales: valores mínimos, medios o máximos de la cuota de mercado esperada, de los precios marginales esperados, etc. En particular, en esta tesis las consignas de largo plazo consideradas en el PS como dato de entrada son:

- Información de la indisponibilidad de los grupos en mantenimiento.
- Curvas de valor del agua.
- Límite inferior y superior de la producción de la empresa en cada período.

La justificación de dicha elección es la siguiente. En primer lugar, cuando la empresa planifica el mantenimiento de sus centrales lo hace con una visión de largo plazo intentando minimizar el efecto contraproducente que tiene parar sus centrales.

En segundo lugar, el agua es un recurso que se puede almacenar en los embalses por lo que la empresa se enfrenta ante el problema de decidir cuánta agua consumir durante la semana y cuánta almacenar para el futuro. Esa información sólo puede ser proporcionada por el modelo de largo plazo y típicamente se da en forma de curvas de valor del agua que relacionan el nivel final de los embalses con el beneficio futuro. Hay que señalar que el cálculo del valor del agua en entornos liberalizados es un campo de investigación actual puesto que dicho valor está asociado al beneficio futuro de cada empresa y no al coste de sustitución de todo el sistema como tradicionalmente ocurría.

En tercer lugar, los límites de producción evitan que la empresa tome decisiones que puntualmente puedan ser beneficiosas, pero cuya repercusión en el futuro sea negativa. Por ejemplo, supóngase que la empresa decide aumentar su producción disminuyendo el precio de sus ofertas. Ese hecho podría ser beneficioso para la empresa durante la semana en curso pero podría provocar una reacción de la competencia que produjera una disminución en el beneficio futuro. La justificación por la que se ha elegido esta consigna, es para que el modelo de corto plazo propuesto en esta tesis se pueda enlazar con la mayoría de los modelos de mercado de largo plazo que se fundamentan en el cálculo del equilibrio de Cournot, es decir, tomando las cantidades como variables estratégicas.

### **3.3.1.2 El problema semanal**

Mediante el PS, la empresa planifica la explotación de sus generadores durante la semana de forma óptima. Dicha planificación permite a la empresa tomar las decisiones de qué grupos arrancar y parar así como planificar la gestión del agua embalsada durante la semana. Además, como subproducto, el PS proporciona también una estimación inicial de la programación horaria esperada de cada unidad de generación.

Por lo tanto, las consignas generadas por el PS que son dato de entrada para el PD ejecutado cada día son:

- *Unit-Commitment* de los grupos térmicos.
- Cantidad de agua que se debe consumir durante el día.

### 3.3.1.3 El problema diario

Finalmente, el PD toma esa información como dato de entrada y permite a la empresa obtener las ofertas (es decir, las 24 funciones de suministro) para presentar al mercado. Estas ofertas deben internalizar adecuadamente los objetivos de la semana y del largo plazo. Por ejemplo, una vez que se ha decidido el *unit-commitment*, durante las horas de valle se evitará que la potencia casada en el mercado sea menor que la suma de los mínimos técnicos de los grupos arrancados. También se evitará consumir más agua que la consigna proporcionada por el problema semanal, que a su vez es fruto del valor de agua proporcionado por el largo plazo.

## 3.3.2 Dinámica de resolución de los tres problemas

La dinámica de resolución de estos problemas es la siguiente. En primer lugar, al comienzo de la semana se empezaría resolviendo el PLP con un alcance temporal de, por ejemplo, un año. La solución de dicho problema proporcionaría unas consignas al PS que en principio tendrían una validez para toda la semana. Una vez obtenidas las consignas de largo plazo, se resolvería el PS también al comienzo de la semana, puesto que el objetivo principal es determinar las políticas de arranques y paradas que tienen un ciclo semanal. De nuevo, estas decisiones de arranques y paradas tienen validez para toda la semana y sirven de consigna al PD que se resuelve cada día para elaborar las ofertas de venta para el mercado<sup>4</sup>.

En cualquiera de los tres problemas anteriores existe un cierto grado de incertidumbre que puede clasificarse en dos tipos. El primer tipo de incertidumbre está asociada a la acción de la naturaleza, como por ejemplo las aportaciones hidráulicas, el clima, etc. También se pueden incluir en esa clasificación a todo aquello que sea una variable exógena a la empresa, es decir, que no dependa de sus propias decisiones. El segundo tipo de incertidumbre se debe al comportamiento del resto de empresas. En este caso sí existe una interdependencia que debe ser tomada en cuenta.

---

<sup>4</sup>En el caso de que existiese un ciclo diario de arranques, sería necesario también necesario tomar las decisiones de *unit-commitment* diariamente.

La existencia de incertidumbre implica un riesgo para las empresas cuando tienen que tomar sus decisiones de explotación. Por ello, cuando la realidad difiere de los resultados esperados, es necesario que exista un mecanismo que permita a la empresa adaptarse y corregir decisiones. Por ejemplo, si durante la semana hay un fuerte cambio de la demanda, o las empresas de la competencia cambian su estrategia, podría ser necesario arrancar o parar algún grupo distinto a los obtenidos al resolver el PS al principio de la semana. Este hecho es considerado en el esquema propuesto permitiendo que el PS pueda ser ejecutado cualquier día intermedio, con un alcance hasta el final de la semana. Del mismo modo, el PLP podría ejecutarse también durante la semana para replantear las consignas de largo plazo.

### 3.3.3 Técnicas de resolución propuestas

En cada uno de los tres problemas expuestos, la empresa tiene que determinar el valor óptimo de sus variables de decisión. Por simplificar la notación supóngase que únicamente hay dos empresas,  $A$  y  $B$ , compitiendo en el mercado de generación cuyas variables de decisión se representan genéricamente por  $x_A$  y  $x_B$ . Por otro lado sea  $\alpha$  una variable que representa el comportamiento de la naturaleza.

La mayor dificultad en la resolución de estos problemas es que es necesario modelar el comportamiento de los agentes que toman sus decisiones racionalmente. El hecho de que exista una repetición diaria en el proceso de toma de decisiones añade complejidad al problema puesto que da lugar a un juego dinámico donde se mezclan variables de decisión con distintos alcances temporales. La resolución de este tipo de juegos es una tarea difícil que se complica si se desea incluir el modelado detallado de las características del equipo de generación o la incertidumbre. A continuación se exponen brevemente las técnicas propuestas para resolver los tres problemas. Hay que señalar que el PLP no pertenece al alcance de esta tesis por lo que sólo se esbozará un planteamiento genérico. Por el contrario, el PS y el PD constituyen el núcleo de este trabajo, por lo que su planteamiento constituye una de las aportaciones principales.

#### 3.3.3.1 El problema de largo plazo

Ya se ha mencionado la dificultad asociada para modelar en detalle un mercado oligopolista. En cualquier caso, ya sea planteando un juego de un sólo disparo o una simplificación del juego dinámico, la mayoría de autores sugieren que el modelo del mercado en el medio-largo plazo se plantee como la búsqueda del equilibrio, es decir, encontrando los valores de las variables de decisión que maximizan simultáneamente el beneficio de ambas empresas y que constituyen un equilibrio de Nash. Sean  $\mathcal{B}_A$  y  $\mathcal{B}_B$  los beneficios esperados de las dos empresas.

El beneficio será función de las decisiones del conjunto de empresas así como de la acción de la naturaleza, es decir  $\mathcal{B}_A = \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha)$  y  $\mathcal{B}_B = \mathcal{B}_B(x_A, x_B, \alpha)$ . La maximización simultánea del beneficio se obtiene resolviendo los problemas siguientes:

$$\text{PLP} : \begin{cases} \max_{x_A} & \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \\ \max_{x_B} & \mathcal{B}_B(x_A, x_B, \alpha) \end{cases} \quad (3.3)$$

La solución del equilibrio es la pareja  $(x_A^*, x_B^*)$  que se caracteriza porque ninguna empresa está incentivada a modificar su decisión unilateralmente, es decir, se verifica simultáneamente que:

$$\mathcal{B}_A(x_A^*, x_B^*, \alpha) \geq \mathcal{B}_A(x_A, x_B^*, \alpha) \quad \forall x_A \quad (3.4)$$

$$\mathcal{B}_B(x_A^*, x_B^*, \alpha) \geq \mathcal{B}_B(x_A^*, x_B, \alpha) \quad \forall x_B \quad (3.5)$$

En definitiva, en esta tesis se sugiere que el PLP sea resuelto mediante la búsqueda del equilibrio del mercado, ya sea resolviendo un juego de Cournot, un equilibrio de funciones de suministro o mediante la resolución de un juego dinámico. Dado que el PLP no pertenece al alcance de esta tesis, las consignas del largo plazo se considerarán como dato de entrada en el PS.

### 3.3.3.2 El problema semanal

Al comienzo de la semana, la empresa debe decidir qué grupos arrancar tras la parada del sábado y del domingo. Las ofertas que la empresa presente cada día de la semana, y por lo tanto los resultados obtenidos en el mercado, estarán condicionados en gran medida según cuáles sean los grupos arrancados. Por otro lado, además de permitir tomar esas decisiones de arranque, la empresa necesita saber qué cantidades de agua espera consumir cada día, qué potencia espera generar con cada grupo y qué grupos espera parar el siguiente fin de semana.

Todos estos objetivos son resueltos mediante el PS que permite planificar la explotación de la generación durante la semana. Sin embargo, para que la planificación prevista con el PS no difiera en gran medida respecto a los resultados reales, es necesario que el modelado de las acciones de la naturaleza así como el modelado del comportamiento del resto de empresas sean correctos.

Al igual que en la mayoría de los modelos tradicionales, el comportamiento de la naturaleza en el corto plazo se modelará de forma determinista. Esto se puede justificar porque en el corto plazo las predicciones de demanda y de las aportaciones hidráulicas suelen ser razonables. Por otro lado, el comportamiento del resto

de empresas también se tratará de forma determinista. Es decir, se realizarán unas conjeturas sobre el comportamiento de las empresas de la competencia y de la naturaleza y se optimizará frente a ellas.

Sin embargo, para resolver el PS no se planteará la búsqueda del equilibrio del mercado. Lo que se propone en esta tesis es que la empresa realice sus conjeturas sobre el comportamiento de la competencia basándose en los resultados del mercado de los días anteriores, así como en otros históricos y experiencias pasadas.

Sea  $\hat{x}_B$  la conjetura que la primera empresa realiza sobre el comportamiento de la segunda y sea  $\hat{\alpha}$  la estimación de las acciones de la naturaleza. En este caso, el PS se plantea deterministamente como la maximización del beneficio esperado suponiendo que la competencia y la naturaleza se comportan según las conjeturas, es decir:

$$\begin{aligned} \text{PS : } \quad & \max_{x_A} \quad \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \\ & \text{s.a.} \\ & x_B = \hat{x}_B \\ & \alpha = \hat{\alpha} \end{aligned} \tag{3.6}$$

En el PS,  $x_A$  representa las variables de decisión semanales, es decir el *unit-commitment* de los grupos térmicos y la programación de la generación hidráulica.

### 3.3.3.3 El problema diario

El PD también se plantea como un problema de optimización, donde  $x_A$  representa el conjunto de las 24 funciones de suministro que la empresa debe presentar al mercado. Tampoco se planteará en este caso la búsqueda del equilibrio sino que se supondrá un cierto comportamiento del resto de las empresas y se optimizará frente a dichas estimaciones. Si embargo, tal y como se demuestra en (Klemperer y Meyer, 1989), en ausencia de incertidumbre existen infinitas soluciones que verifican las condiciones de optimalidad. Por ello, en esta tesis se propone aprovechar la incertidumbre existente y de este modo acotar el posible espacio de soluciones posibles.

En concreto, el comportamiento de la competencia que se estimará serán las curvas de oferta, tanto de compra como de venta. La variación de la demanda se considerará como parte de esa incertidumbre pues está asociada a las ofertas de compra para satisfacer a los consumidores finales. El resto de acciones de la naturaleza, es decir las aportaciones y los fallos de los grupos, se supondrán conocidas.

La forma en la que se modelará el comportamiento del resto de empresas será mediante la generación de escenarios posibles y se optimizará determinísticamente frente a cada uno de ellos. Aunque no se utilicen funciones de densidad explícitamente en la resolución del PD, se puede formular genéricamente como:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{PD} : \quad & \max_{x_A} \quad \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \\
 & \text{s.a.} \\
 & x_B \rightsquigarrow \hat{f}(x_B) \\
 & \alpha = \hat{\alpha}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde  $x_B \rightsquigarrow \hat{f}(x_B)$  indica que se supone que el comportamiento de la competencia se rige según una estimación de su función de probabilidad.

Hay que señalar que aunque se considere la incertidumbre, ésta debería ser únicamente ligeras variaciones respecto las hipótesis asumidas al resolver el PS, ya que en caso de que no fuera así, las consignas proporcionadas por el PS no serían válidas.

### 3.4 Resumen

En la tabla 3.1 se muestra un resumen del enfoque propuesto en este capítulo.

Problema	Alcance	Solución	Técnica
<b>Largo Plazo</b>	por ej. un año	Consignas para el PS: -Programa de mantenimiento -Curvas de valor del agua -Límites de producción	Búsqueda del equilibrio
<b>Semanal</b>	hasta una semana	Consignas para el PD: - <i>Unit-Commitment</i> -Producible hidráulico diario	Optimización determinista
<b>Diario</b>	un día	24 funciones de suministro para presentar al mercado	Optimización frente a escenarios

**Tabla 3.1:** Alcance, solución y técnica propuesta para resolver los tres problemas.



# Capítulo 4

## Programación semanal en un sistema liberalizado

### 4.1 Introducción

En los sistemas eléctricos no liberalizados, el operador central del sistema tiene la responsabilidad de explotar los recursos de generación térmica e hidráulica. El objetivo principal del operador es satisfacer la demanda del sistema con el criterio de minimizar el coste de producción. También es posible incluir restricciones de carácter medioambiental, imponer unos ciertos grados de fiabilidad que garanticen la seguridad del sistema, contemplar políticas de consumo de ciertos combustibles, etc. En este contexto, el operador del sistema necesita ser capaz de evaluar las distintas opciones de explotación para encontrar aquéllas que son óptimas.

Los modelos de explotación son herramientas de análisis de gran utilidad que permiten al operador predecir, simular o reproducir aquellos aspectos de la realidad que le resulten de interés. Idealmente, un modelo de explotación debería contemplar todos los detalles relativos al funcionamiento de un sistema eléctrico a lo largo del tiempo. Sin embargo este propósito no es realista debido a la gran complejidad existente en los equipos de generación térmica e hidráulica. Como alternativa, ese hipotético modelo ideal se puede descomponer en una serie de modelos organizados jerárquicamente cuya resolución individual sea computacionalmente posible.

La división jerárquica suele hacerse atendiendo al alcance temporal de las distintas variables de decisión de forma que las soluciones obtenidas con cada modelo puedan alimentar a los otros. Por ejemplo, un modelo de explotación de largo plazo en el que se decida la gestión de los embalses de regulación anual y la política de mantenimientos podrá alimentar a un modelo de corto plazo informándole de qué grupos térmicos están disponibles y qué recursos hidráulicos pueden ser utilizados.

En (Ramos, 1990) se muestra una clasificación exhaustiva de distintos modelos de explotación tradicionales y se indica el campo de aplicación de cada uno de ellos. En el corto plazo, es decir, en un intervalo temporal que comprende desde un día hasta una semana, los modelos de explotación tradicionales tienen como objetivo encontrar la programación horaria óptima de los grupos térmicos, hidráulicos y de bombeo. Este problema incluye el problema del *unit-commitment* en el que se deciden los arranques y paradas de los grupos térmicos, así como el problema del despacho en el que se determinan los niveles de producción de cada unidad generadora en cada hora.

Las decisiones de los arranques y las paradas de los grupos térmicos están influidas por la forma que adopta la curva de demanda eléctrica a lo largo del tiempo. La curva cronológica de demanda tiene una periodicidad semanal. Durante los días laborables se repite aproximadamente un mismo patrón de consumo que es distinto al del fin de semana. Como consecuencia, las decisiones de arranques y paradas tienen típicamente un ciclo semanal<sup>1</sup> ya que se evita arrancar y parar repetidas veces para no envejecer prematuramente el equipo de generación.

En los sistemas liberalizados, como es el caso actual de España, la demanda del sistema tiene también una periodicidad semanal puesto que la variación de los hábitos de consumo debidos a la introducción del mercado es muy gradual. Además, las empresas generadoras participantes en el mercado intentarán lograr la máxima eficiencia en la operación de sus centrales por lo que evitarán arrancar y parar repetidas veces un mismo grupo durante la semana. Consecuentemente, se puede considerar que en los sistemas eléctricos liberalizados existirá una tendencia por parte de las empresas generadoras para respetar los ciclos semanales de los arranques de sus grupos.

Supóngase que una empresa generadora se encuentra al comienzo de la semana y que tiene que programar los arranques de sus grupos térmicos. El conjunto de grupos que estén arrancados cada día determinará en gran medida las ofertas que la empresa podrá presentar. Si las ofertas enviadas al mercado durante los días de la semana no son suficientemente competitivas, alguno de estos grupos deberá ser parado, lo cual no sería eficiente para la empresa. Por el contrario, si la competencia presenta ofertas con precios muy altos, se habría perdido la oportunidad de vender energía de aquellos grupos no arrancados por considerar que no iban a ser despachados. Por lo tanto, se puede afirmar que para que una empresa pueda planificar sus arranques y paradas durante la semana necesita

---

<sup>1</sup>Los grupos de base permanecen arrancados durante toda la semana mientras que los grupos de carga intermedia son arrancados el lunes y parados el viernes debido al descenso de consumo de electricidad durante el sábado y el domingo. Las puntas de demanda de cada día suelen ser cubiertas por la hidráulica modulable, que sustituye a los grupos térmicos más caros. En algunos sistemas donde la diferencia entre el nivel de valle y punta es muy elevada, o donde no existen recursos hidráulicos, es necesario realizar arranques y paradas de algunos grupos para cubrir las puntas diarias, por lo que en ese caso existiría un ciclo diario de arranques.

incorporar de alguna forma el comportamiento del mercado en su modelo de explotación.

Tal y como se vio en la revisión bibliográfica, en la literatura técnica sobre modelos de explotación en sistemas desregulados se pueden distinguir distintas alternativas para incorporar los aspectos del mercado en el modelo. En algunos casos, el mercado se introduce resolviendo explícitamente el problema de maximización simultánea del beneficio de todos los participantes, es decir, mediante la búsqueda del equilibrio. Esta técnica parece adecuada para modelar el mercado en el medio y largo plazo. Sin embargo, debido al carácter repetitivo del mercado y a la complejidad de los problemas a los que la empresa se enfrenta en su actividad diaria, es una cuestión abierta si las decisiones del corto plazo responden al equilibrio teórico, o si por el contrario, son tomadas intentando responder a las acciones más recientes del resto de agentes.

Otra alternativa para incorporar el mercado en los modelos de explotación, consiste en considerar el precio del mercado como una variable exógena a las decisiones que toma la empresa. En ese caso, ya sea de forma determinista o estocástica, se puede resolver la maximización del beneficio y optimizar la generación frente a unas curvas de precios obtenidas con técnicas estadísticas. Esta metodología presenta dos inconvenientes. En primer lugar, la predicción del precio puede ser una tarea difícil en algunos sistemas donde la volatilidad de los precios es muy elevada. En segundo lugar, considerar el precio como una variable exógena puede ser válido para una empresa tomadora de precio, como por ejemplo los participantes en un sistema hipotético de competencia perfecta. Sin embargo, las experiencias internacionales han dado lugar mayoritariamente a sistemas liberalizados donde el tipo de competencia que se ha implantado es del tipo oligopolista, por lo cual no se puede despreciar la influencia de las acciones individuales de las empresas sobre los resultados del mercado.

La alternativa propuesta en esta tesis se encuentra en un punto intermedio entre ambas metodologías ya que no se resuelve explícitamente el equilibrio del mercado ni se utilizan predicciones de precios. Lo que aquí se propone es utilizar estimaciones sobre las estrategias semanales del resto de empresas que se consideran estáticas durante la semana de estudio. Por ello, si durante el transcurso de la semana ocurriera que las estimaciones consideradas al principio de la semana fueran distintas a las que se observan en el mercado, la empresa tendría que ejecutar de nuevo el modelo para modificar su *unit-commitment* adaptándose a la respuesta real de sus competidores.

En este capítulo se presenta un modelo que permite a la empresa generadora planificar la política de arranques y paradas de sus grupos térmicos así como decidir qué cantidad de agua consumir en un sistema desregulado basado en ofertas simples. Dicho modelo se ha denominado problema semanal (PS) puesto que los ciclos de arranques y paradas suelen ser típicamente de una semana.

Sin embargo el modelo expuesto podría aplicarse también a sistemas con pocos recursos hidráulicos donde los ciclos de arranque sean diarios al ser necesario acoplar nuevos grupos para cubrir las puntas de cada día.

El PS se formula como un problema de programación horaria donde los recursos de generación son únicamente los pertenecientes a la compañía generadora y donde la función objetivo es la maximización del beneficio. Para evitar un comportamiento miope, es necesario incluir las consignas dadas por el largo plazo. Estas consignas son el programa de mantenimiento de las centrales, las curvas de valor del agua y los límites de producción horaria que permiten a la empresa mantenerse en un determinado rango de cuota de mercado.

Así pues, el beneficio que se maximiza en el PS se define como la diferencia entre los ingresos y costes durante la semana, más el beneficio futuro asociado a los recursos hidráulicos. Los ingresos semanales corresponden a la venta de energía en el mercado que en cada hora puede calcularse como el producto de la cantidad por el precio marginal. Los costes considerados son los típicos de un problema de *unit-commitment* clásico, es decir, costes de producción, costes de arranque y costes de parada. Por otro lado, también es necesario considerar todas las restricciones técnicas ya que uno de los objetivos de la empresa es conseguir que la operación de sus grupos sea técnicamente factible. En este sentido, tanto para el modelado del coste de explotación como para el modelado de las restricciones, se ha recurrido a una formulación de programación lineal entera-mixta, donde las variables binarias están asociadas a las decisiones discretas de explotación.

Respecto al modelado del mercado, tal y como se ha dicho anteriormente, en esta tesis se propone estimar el comportamiento del resto de participantes y optimizar el beneficio frente a dichas estimaciones. Dicho comportamiento se traduce en las curvas de oferta, tanto de compra como de venta, que dichos agentes presenten para cada hora de la semana. Por ello, se supone como hipótesis de trabajo, que la empresa es capaz de estimar correctamente dichas curvas <sup>2</sup>.

Mediante la estimación de las curvas de oferta y de demanda del resto de participantes, la empresa puede construir sus curvas de demanda residual y con ellas expresar el precio marginal esperado en función de la cantidad que venda en el mercado<sup>3</sup>.

Las curvas de demanda residual permiten a la empresa formular el problema de maximización del beneficio utilizando como variables de decisión las cantidades producidas en cada hora. Sin embargo, este problema de optimización es complejo debido a varias razones. En primer lugar, contiene variables binarias asociadas a las decisiones de arranque, acoplamiento y parada de los grupos térmicos. Por otro lado, en el término de los ingresos de la función objetivo, aparece el producto

---

<sup>2</sup>En el capítulo 5 se presentará una metodología para realizar el análisis de curvas de oferta.

<sup>3</sup>Nótese que se ha utilizado el término “precio esperado” puesto que las curvas de oferta del resto de agentes están sujetas a incertidumbre.

de las variables precio y cantidad de cada hora. Además, las curvas de demanda residual son funciones decrecientes que no siempre se pueden simplificar como funciones lineales. Como consecuencia, se tiene un problema de optimización no lineal donde algunas de las variables son binarias.

Para la resolución de este problema, en este capítulo se propone una metodología que de forma resumida consiste en eliminar la variable precio del problema de optimización y trabajar directamente con las funciones de ingresos, obtenidas *a priori* a partir de las curvas de demanda residual. Estas funciones de ingresos se pueden aproximar por funciones lineales a tramos por lo que admiten su formulación lineal, siendo necesario incluir variables binarias cuando existan varios máximos relativos (funciones no cóncavas).

Este capítulo está organizado de la forma siguiente. En primer lugar se presenta la notación utilizada y se expone el planteamiento general del problema. Después se detalla el modelado del equipo de generación y también se presenta cómo incluir el mercado en el modelo de explotación. Finalmente se resume la formulación matemática completa del problema y se discute cómo podría incluirse en el modelo los contratos por diferencias y los contratos bilaterales.

## 4.2 Notación

### 4.2.1 Conjuntos e índices

#### Conjuntos

$J$	Conjunto de los grupos térmicos pertenecientes a la empresa.
$I$	Conjunto de las cuencas hidráulicas pertenecientes a la empresa.
$N_i$	Conjunto de niveles en la curva de valor de agua de la cuenca $i$ .
$B$	Conjunto de centrales de bombeo puro pertenecientes a la empresa.
$K$	Conjunto de períodos en los que se divide el horizonte temporal.
$K_j^m$	Subconjunto de períodos en los que el grupo $j$ se encuentra en mantenimiento.
$S_k$	Conjunto de segmentos lineales en los que se divide la función de ingresos de cada período $k$ .

**Índices**

$j$	Índice que hace referencia a un grupo térmico.
$i$	Índice que hace referencia a una cuenca hidráulica.
$n$	Índice que hace referencia a un nivel de la curva de valor de agua.
$b$	Índice que hacer referencia a una central de bombeo puro.
$k$	Índice que hace referencia a un período temporal.
$s$	Índice que hace referencia a un segmento de la función de ingresos.

Por simplificar la notación, el cardinal de cada conjunto se denotará con la misma letra que el conjunto. Así pues, el número total de grupos térmicos es  $J$ . Por otro lado los elementos de cada conjunto se denotarán con la misma letra que define el conjunto pero en minúsculas y con un subíndice que indique cuál es su posición. Por ejemplo, el conjunto de períodos es  $K = \{k_1, k_2, \dots, k_K\}$ .

**4.2.2 Datos****Datos de los grupos térmicos**

$\overline{P}_j$	Potencia máxima del grupo térmico $j$ [MW].
$\underline{P}_j$	Mínimo técnico del grupo térmico $j$ [MW].
$rs_j$	Rampa de subida del grupo térmico $j$ [MW/h].
$rb_j$	Rampa de bajada del grupo térmico $j$ [MW/h].
$v_{j0}$	Estado inicial de la grupo térmico $j$ : 1 arrancado, 0 parado.
$a_j$	Término incremental del coste de producción del grupo térmico $j$ [€/MWh].
$b_j$	Término fijo del coste de producción del grupo térmico $j$ cuando produce su mínimo técnico [€/h].
$d_j$	Coste de arranque del grupo térmico $j$ [€].
$e_j$	Coste de parada del grupo térmico $j$ [€].

**Datos de las cuencas hidráulicas**

$\bar{e}_{in}$	Energía máxima disponible del volumen $n$ en la cuenca hidráulica $i$ [MWh].
$\underline{g}_{ik}$	Generación mínima o fluyente de la cuenca hidráulica $i$ en el período $k$ [MW].
$\bar{g}_i$	Capacidad de generación máxima de la cuenca hidráulica $i$ [MW].
$\lambda_{in}$	Valor del agua del volumen $n$ en la cuenca hidráulica $i$ [€/MWh].

**Datos de las centrales de bombeo puro**

$\bar{e}_b^s$	Energía máxima que se puede almacenar en el embalse superior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$\bar{e}_b^i$	Energía máxima que se puede almacenar en el embalse inferior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$\underline{e}_b^s$	Energía mínima que se puede almacenar en el embalse superior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$\underline{e}_b^i$	Energía mínima que se puede almacenar en el embalse inferior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$e_{b0}^i$	Energía inicial almacenada en el embalse inferior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$e_{b0}^s$	Energía inicial almacenada en el embalse superior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$e_{bf}^s$	Condición final de volumen almacenado en el último período en el embalse superior de la central de bombeo $b$ [MWh].
$\bar{g}_b$	Potencia máxima de turbinación de la central de bombeo $b$ [MW].
$\bar{d}_b$	Potencia máxima de bombeo de la central de bombeo $b$ [MW].
$\eta_b$	Rendimiento del ciclo turbinación-bombeo de la central de bombeo $b$ [p.u.]

**Datos asociados a la representación del mercado**

$\underline{q}_k$	Valor mínimo que la empresa debe producir en el período $k$ , según el límite de producción impuesto por el largo plazo [MW].
$\bar{q}_k$	Valor máximo que la empresa debe producir en el período $k$ , según el límite de producción impuesto por el largo plazo [MW].
$R_k(\cdot)$	Función de demanda residual de la empresa en el período $k$ [€/MWh].
$I_k(\cdot)$	Función de ingresos de la empresa en el período $k$ [€/h].
$l_k$	Duración del período $k$ [h].

**Datos de la aproximación de la función de ingresos**

$\bar{q}_{ks}$	Cantidad que define el límite superior del intervalo correspondiente al segmento $s$ de la aproximación de la función de ingresos del período $k$ [MW].
$\underline{q}_{ks}$	Cantidad que define el límite inferior del intervalo correspondiente al segmento $s$ de la aproximación de la función de ingresos del período $k$ [MW].
$m_{ks}$	Valor de la pendiente del segmento $s$ en la aproximación lineal a tramos de la función de ingresos en el período $k$ [€/MWh].
$n_{ks}$	Valor de la ordenada en el origen del segmento $s$ en la aproximación lineal a tramos de la función de ingresos en el período $k$ [€/h].

**4.2.3 Variables****Variables asociadas a las unidades térmicas**

$t_{jk}$	Potencia producida por el grupo térmico $j$ en el período $k$ [MW].
$g_{jk}$	Potencia producida por encima del mínimo técnico por el grupo térmico $j$ en el período $k$ [MW].
$v_{jk}$	Variable binaria que indica si la unidad $j$ en el período $k$ está acoplada (1) o desacoplada (0).
$y_{jk}$	Variable binaria de decisión que toma el valor 1 para indicar el arranque de la unidad $j$ al comienzo del período $k$ .

$z_{jk}$	Variable binaria de decisión que toma el valor 1 para indicar la parada de la unidad $j$ al comienzo del período $k$ .
$c$	Coste de explotación de la empresa en el alcance temporal considerado [€].

### **Variables asociadas a las unidades de generación hidráulica**

$e_i$	Energía producida por la cuenca hidráulica $i$ durante el alcance temporal considerado [MWh].
$e_{in}$	Energía del tramo $n$ producida por la cuenca hidráulica $i$ durante el alcance temporal considerado [MWh].
$g_{ik}$	Potencia producida en la cuenca hidráulica $i$ en el período $k$ [MW].
$\phi_i$	Beneficio futuro asociado a la energía almacenada al final de la semana en la cuenca hidráulica $i$ [€].

### **Variables asociadas a las centrales de bombeo puro**

$g_{bk}$	Potencia generada por la central de bombeo $b$ en el período $k$ [MW].
$d_{bk}$	Demanda de potencia de la central de bombeo $b$ en el período $k$ [MW].
$e_{bk}^s$	Energía almacenada por el embalse superior de la central de bombeo $b$ en el comienzo del período $k$ [MWh].
$e_{bk}^i$	Energía almacenada por el embalse inferior de la central de bombeo $b$ en el comienzo del período $k$ [MWh].

### **Variables asociadas a la representación del mercado**

$q_k$	Potencia neta producida por la empresa en el período $k$ [MW].
$p_k$	Precio del mercado en el período $k$ [€/MWh].

### **Variables asociadas a la aproximación de las funciones de ingresos**

$r_k$	Ingreso esperado por la empresa en el período $k$ [€/h].
$r$	Ingreso total esperado por la empresa en el alcance temporal considerado [€].

$w_{sk}$	Porción del intervalo correspondiente al segmento $s$ de la aproximación de la función de ingresos del período $k$ [MW].
$u_{sk}$	Variable binaria que toma el valor 1 para todos los intervalos anteriores al intervalo activo de la aproximación de la función de ingresos del período $k$ .

### 4.3 Esquema general del modelo semanal

El modelo semanal propuesto en esta tesis se plantea como un problema de optimización cuya finalidad es determinar el valor de las variables de decisión que optimizan una determinada función objetivo. La justificación de por qué se ha optado por un modelo cronológico y determinista es la siguiente:

- Se ha optado por un modelo cronológico ya que en el corto plazo existe una interrelación física entre las decisiones asociadas a la explotación de los grupos generadores. Solamente un modelo cronológico permite realizar un modelado detallado en el que se tengan en cuenta los acoplamientos temporales entre los distintos períodos. El alcance temporal máximo es de una semana que se divide en un conjunto de períodos de duración típica de una hora aunque otras agregaciones son también posibles.
- Por otro lado, la explotación de un sistema eléctrico está sujeta a incertidumbre puesto que existe aleatoriedad en la demanda, en las aportaciones hidráulicas o en los fallos de los grupos generadores. Sin embargo, en los sistemas tradicionales, los modelos de explotación de corto plazo suelen ser planteados de forma determinista puesto que existen modelos de predicción que se ajustan bastante bien a la realidad. En los sistemas liberalizados se añade además la incertidumbre asociada al funcionamiento del mercado. Tal y como se dijo en la revisión del estado del arte, no existe mucha literatura que aborde el problema planteado en este capítulo por lo que, como primer paso, se ha decidido plantear el modelo de forma determinista. Futuras investigaciones podrán estudiar la conveniencia de incorporar la estocasticidad en el modelo.

#### 4.3.1 Planteamiento del problema

Tal y como se expuso en el capítulo 3, la empresa  $A$  plantearía genéricamente su problema semanal de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
\text{PS : } \quad & \max_{x_A} \quad \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \\
& \text{s.a.} \\
& x_B = \hat{x}_B \\
& \alpha = \hat{\alpha}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $x_A$  son las decisiones de la empresa  $A$ , que se optimizan suponiendo que las empresas de la competencia se comportan de acuerdo a las conjeturas  $\hat{x}_B$ , y donde las acciones de la naturaleza se suponen también conocidas,  $\hat{\alpha}$ . La función objetivo es la función de beneficio  $\mathcal{B}_A$  que, siendo de alcance semanal, incorpora las consignas proporcionadas por el largo plazo.

Es necesario pasar de ese planteamiento abstracto a un modelo matemático detallado. Dado que todas las variables de decisión pertenecen únicamente a la empresa  $A$ , se eliminará este subíndice para simplificar la notación.

Considérese en primer lugar que la empresa sólo dispone de parque de generación térmica. Más adelante se relajará esta simplificación permitiendo también equipo hidráulico. Sea  $\mathbf{x}$  un vector genérico que contiene todas las variables de decisión asociadas a la explotación de los grupos térmicos que en el problema de largo plazo se ha decidido que estén disponibles durante la semana, es decir, que no se encuentran en mantenimiento.

Supóngase que la empresa debe programar la explotación semanal de sus generadores para producir un determinado perfil  $\mathbf{q}$  que es un vector cuyas componentes indican la potencia en cada una de las horas de la semana. En ese caso, el problema que la empresa tendría que resolver es el clásico problema de *unit-commitment* y despacho económico pero donde el objetivo es minimizar el coste de explotación  $c(\mathbf{x})$  asociado únicamente a su equipo de generación. El problema de optimización que la empresa tendría que resolver es:

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & c(\mathbf{x}) \\
\text{s.a.} \quad & \\
& g(\mathbf{x}) \leq 0 \\
& h(\mathbf{x}) = \mathbf{q}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

donde  $g(\mathbf{x}) \leq 0$  representa el conjunto de restricciones típicas de un modelo de explotación térmico de corto plazo y  $h(\mathbf{x}) = \mathbf{q}$  establece el balance entre la generación de la empresa y la potencia que debe producir.

El problema anterior sería planteado por la empresa siempre que conociese *a priori* qué potencia horaria generar desde el lunes hasta el domingo. En un en-

torno competitivo esto no es posible ya que la producción diaria de la empresa depende del resultado del mercado donde las ofertas de las otras empresas son desconocidas. Además, el mercado se convoca cada día para negociar la producción de electricidad del día siguiente. Por ello, una vez realizada la casación de las ofertas, la empresa conoce únicamente la producción que le ha sido asignada en cada una de las 24 horas del día siguiente, pero no la de los días posteriores.

Es decir, la empresa en un entorno competitivo como el descrito en el capítulo 3, no puede conocer al principio de la semana la potencia que tendrá que producir lo cual supone una dificultad para poder planificar los arranques y paradas.

En esta tesis se propone resolver este inconveniente suponiendo que  $\mathbf{q}$  es una variable de decisión de la empresa cuyo objetivo es planificar la explotación de sus generadores con el criterio de maximizar su beneficio. El beneficio se define como la diferencia entre ingresos  $r$  y costes  $c$ . Supóngase que los ingresos de la empresa dependen exclusivamente de su perfil de potencia, es decir  $r = r(\mathbf{q})$ . Esta hipótesis esta relacionada con el hecho de suponer conocido de forma determinista el comportamiento del resto de empresas ya que en ese caso la empresa podría construir las curvas de demanda residual horarias. Conociendo su demanda residual, la empresa puede relacionar el precio esperado en el mercado en función de su propia producción horaria y multiplicando ambas magnitudes, puede obtener los ingresos.

Por otro lado, ya se ha mencionado que las consignas del largo plazo incorporan restricciones a los límites de producción, denotados por  $\underline{\mathbf{q}}$  y por  $\overline{\mathbf{q}}$ . En este caso el problema que la empresa debe resolver es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}, \mathbf{q}} \quad & \mathcal{B} = r(\mathbf{q}) - c(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & h(\mathbf{x}) - \mathbf{q} = 0 \\ & \underline{\mathbf{q}} \leq \mathbf{q} \leq \overline{\mathbf{q}} \end{aligned} \tag{4.3}$$

De la resolución de este problema se obtiene el *unit-commitment*, el perfil de potencia que la empresa tendría que ser capaz de vender en el mercado durante la semana y la desagregación óptima de dicho perfil entre sus generadores. La información sobre las producciones de cada grupo puede servir de punto inicial en la resolución del problema diario de elaboración de ofertas donde el *unit-commitment* es dato de entrada.

Supóngase ahora que la empresa generadora también posee equipo hidráulico. Los vectores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  contienen todas las variables de decisión asociadas a la explotación semanal del equipo térmico e hidráulico respectivamente. El objetivo

de la empresa en este caso sigue siendo planificar los arranques y paradas de sus grupos térmicos para la semana y para ello tendrá que gestionar el agua de sus embalses ya que los ingresos dependen de la producción  $\mathbf{q}$  que ahora es la suma de la producción térmica e hidráulica.

Si los embalses tienen capacidad de regulación, la empresa tendrá que valorar qué parte de sus recursos hidráulicos consumir durante la semana y qué parte dejar para el futuro. Como hipótesis de trabajo, supóngase que la empresa tiene una estimación del beneficio futuro  $\phi$  en función de la gestión del agua durante la semana de estudio. Es decir,  $\phi = \phi(\mathbf{y})$ .

En este caso el objetivo de la empresa no debe ser sólo la maximización del beneficio semanal, ya que éste sería un planteamiento miope que le podría llevar a consumir parte de su agua cuando quizás fuese más ventajoso guardarla para el futuro. Por el contrario, la empresa debe maximizar conjuntamente el beneficio semanal y el beneficio futuro.

El planteamiento del problema de optimización en este caso sería:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{q}} \quad & \mathcal{B} = r(\mathbf{q}) - c(\mathbf{x}) + \phi(\mathbf{y}) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & g(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \\ & h(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \mathbf{q} = 0 \\ & \underline{\mathbf{q}} \leq \mathbf{q} \leq \bar{\mathbf{q}} \end{aligned} \tag{4.4}$$

donde  $g(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$  representa de forma genérica el conjunto de restricciones típicas de un modelo de coordinación hidro-térmica de corto plazo y  $h(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  determina la producción horaria de la empresa como la suma de su generación térmica y su generación hidráulica.

Tal y como se justificó en las conclusiones del capítulo 2, se ha optado por formular el modelo semanal como un problema de optimización lineal entera-mixta. De esta forma el modelado de las decisiones de explotación, i.e. acoplamientos, arranques y paradas, se hace directamente asignando a cada decisión una variable binaria 0/1. Como contrapartida, es necesario linealizar el problema por lo que es necesario asumir algunas simplificaciones en el modelado.

En el planteamiento del problema anterior se pueden distinguir dos aspectos básicos. Por un lado es necesario modelar adecuadamente las características físicas de los equipos de generación térmico e hidráulico para que la solución obtenida sea factible. Por otro lado también es necesario modelar los aspectos del mercado para que la solución del problema sea óptima frente a un comportamiento hipotético del resto de participantes.

En la sección siguiente se formula en detalle el modelado de todos los aspectos técnicos relativos al equipo de generación térmico. Después se formula el modelado del equipo hidráulico donde se introduce la discusión sobre la valoración del agua en sistemas liberalizados. Finalmente se discutirá como introducir los aspectos del mercado en el problema de optimización.

## 4.4 El equipo térmico

El equipo de generación térmica está constituido por todas las unidades generadoras o también llamados grupos térmicos, cuyo principio de funcionamiento se basa en la transformación de energía calorífica en energía eléctrica. Las fuentes primarias de energía calorífica pueden ser tanto de origen fósil —carbón, fuel-oil y gas— como de origen nuclear.

La operación de las centrales térmicas está sujeta a una serie de restricciones técnicas de las cuales se detalla a continuación las que han sido incluidas en el modelo semanal propuesto. Existen otras restricciones, como por ejemplo los tiempos mínimos de arranque, las trayectorias de arranque y parada, las limitaciones de consumo de combustible, etc, que si fueran relevantes, podrían formularse también como restricciones lineales utilizando variables binarias.

### 4.4.1 Restricciones del equipo de generación térmica consideradas en el modelo

#### 4.4.1.1 Límite superior e inferior de la potencia generada

Los grupos térmicos no pueden producir potencia por encima de su capacidad máxima ni por debajo de su mínimo técnico. La existencia de un valor de capacidad máxima se debe al propio diseño del generador. La limitación del mínimo técnico se debe a la estabilidad de la combustión en la caldera así como otras restricciones en el generador de vapor (Wood y Wollenberg, 1996).

El modelo de explotación que se propone en este capítulo tiene que permitir tomar decisiones de arranque y de parada, es decir, tiene que contemplar la posibilidad de que cada grupo en cada período pueda estar acoplado o no estarlo. Para modelar esta realidad, es necesario introducir la variable binaria  $v_{jk}$  que toma el valor de 1 cuando el grupo  $j$  en el período  $k$  está acoplado y 0 en caso contrario. Cuando el grupo está acoplado, la potencia producida por el grupo térmico sólo puede tomar valores comprendidos entre su mínimo técnico y su capacidad máxima. En caso contrario la potencia producida debe ser 0. Las restricciones se formulan como

$$t_{jk} = \underline{P}_j v_{jk} + g_{jk} \quad (4.5)$$

$$g_{jk} \leq (\bar{P}_j - \underline{P}_j)v_{jk} \quad (4.6)$$

donde (4.5) impone que la producción del grupo térmico  $j$  en el período  $k$  (variable  $t_{jk}$ ) sea la suma del mínimo técnico  $\underline{P}_j$  cuando el grupo está acoplado, más la potencia producida por encima del mínimo técnico (variable  $g_{jk}$ ) y la restricción (4.6) impone la cota superior a  $g_{jk}$ .

#### 4.4.1.2 Programa de mantenimiento

El programa de mantenimiento de las centrales térmicas es un dato de entrada proporcionado por el modelo de largo plazo (PLP). Para incluirlo en el modelo semanal, basta con imponer que la variable de acoplamiento sea nula durante los períodos correspondientes al mantenimiento de cada grupo.

Sea  $K_j^m$  el conjunto de períodos en los que el grupo  $j$  se encuentra indisponible por estar en mantenimiento. La restricción que hay que incluir es:

$$v_{jk} = 0 \quad \forall j \in J, \forall k \in K_j^m \quad (4.7)$$

#### 4.4.1.3 Restricciones de rampa

Estas restricciones, también conocidas como restricciones de gradiente de carga, limitan la variación de potencia entre dos periodos consecutivos. En la ecuación (4.8) se formula la restricción de rampa de subida y en (4.9) la rampa de bajada.

$$g_{jk} - g_{j(k-1)} \leq l_k r^s_j \quad (4.8)$$

$$g_{j(k-1)} - g_{jk} \leq l_k r^b_j \quad (4.9)$$

Nótese que las restricciones (4.8) y (4.9) se formulan con la variable  $g_{jk}$  —potencia acoplada por encima del mínimo técnico— y no con la variable  $t_{jk}$  —potencia acoplada— ya que en ese caso sería necesario introducir las trayectorias de arranques y paradas que pueden tener otros valores de rampa.

#### 4.4.1.4 Restricción de reserva rodante térmica

En un entorno centralizado, la restricción de reserva rodante tiene la finalidad de aumentar la fiabilidad del sistema. Permite hacer frente a un aumento no previsto de la demanda o al disparo de algún grupo. Para ello se impone que exista un margen entre la potencia generada y la capacidad máxima de todas las unidades acopladas en cada período.

En un sistema desregulado, esta restricción puede incluirse cuando se desee disponer de recursos de reserva para acceder a los mercados de servicios complementarios. Por lo tanto, el término  $rod_k$  que indica la reserva que se desea tener en cada período, deberá ser asignado por la propia empresa generadora. La restricción se formula imponiendo que la suma de la diferencia entre la potencia máxima de todos los grupos acoplados y la potencia producida sea mayor que el valor de reserva:

$$\sum_{j \in J} (v_{jk} \bar{P}_j - t_{jk}) \geq rod_k \quad (4.10)$$

#### 4.4.1.5 Restricción lógica de coherencia entre arranques, acoplamientos y paradas

Mediante la restricción (4.11) se impone la lógica entre las variables binarias de decisión. Sean  $y_{jk}$  y  $z_{jk}$  las variables binarias asociadas a la decisión de arrancar y parar el grupo  $j$  en el comienzo del período  $k$ , respectivamente. Un grupo que esté acoplado no podrá arrancarse pero sí pararse. Por otro lado, un grupo parado no podrá pararse pero sí ser arrancado. Nótese que según está formulada la restricción, sería posible que en un período se tomase la decisión de arrancar y de parar simultáneamente. Sin embargo, dado que ambas decisiones tienen asociado un coste, dicha situación es evitada por el propio sentido de la optimización.

$$y_{jk} - z_{jk} = v_{jk} - v_{j(k-1)} \quad (4.11)$$

En la ecuación anterior se sobreentiende que  $v_{j(k-1)}$  cuando  $k = 1$  corresponde con el estado inicial del grupo  $v_{j0}$ . Hay que señalar que aunque los tres tipos de variables sean binarias, es posible relajar la variable asociada a las paradas ya que la propia ecuación de coherencia impone que tome valores 0 ó 1. En ese caso, sería necesario añadir la restricción de cota  $0 \leq z_{jk} \leq 1$ .

#### 4.4.1.6 Restricción de tiempos mínimos de funcionamiento y parada

Este tipo de restricciones imponen que cuando se arranca o se para un grupo térmico, permanezca en ese estado un determinado número de horas antes de ser

parado o arrancado de nuevo, respectivamente. Estas restricciones tienen por objeto evitar el desgaste y el daño de las calderas provocadas por los cambios de temperatura y se puede formular linealmente utilizando las variables binarias que relacionan las decisiones de arranque y parada con los estados de acoplamiento. Sin embargo, en esta tesis se utilizará la metodología aplicada en (Habibollahzadeh y Bubenko, 1986), donde simplemente se limita el número de arranques y paradas durante los períodos de estudio. Por ejemplo, en el caso que exista un ciclo semanal de arranques, la formulación sería la siguiente:

$$\sum_{k \in K} y_{jk} \leq 1 \quad (4.12)$$

$$\sum_{k \in K} z_{jk} \leq 1 \quad (4.13)$$

#### 4.4.2 Costes del equipo de generación térmica considerados en el modelo

Los costes asociados a la explotación de un grupo térmico son el coste de producción, el coste de arranque y el coste de parada. El primero incluye el coste de combustible, así como otros costes asociados a la operación de la central y su mantenimiento. En los modelos de explotación de corto plazo el coste de producción suele expresarse como una función cuadrática de la potencia producida. También se puede expresar como una función lineal a tramos. Dado que la curva de coste es convexa, la linealización a tramos puede formularse como un conjunto de restricciones lineales sin necesidad de introducir variables binarias.

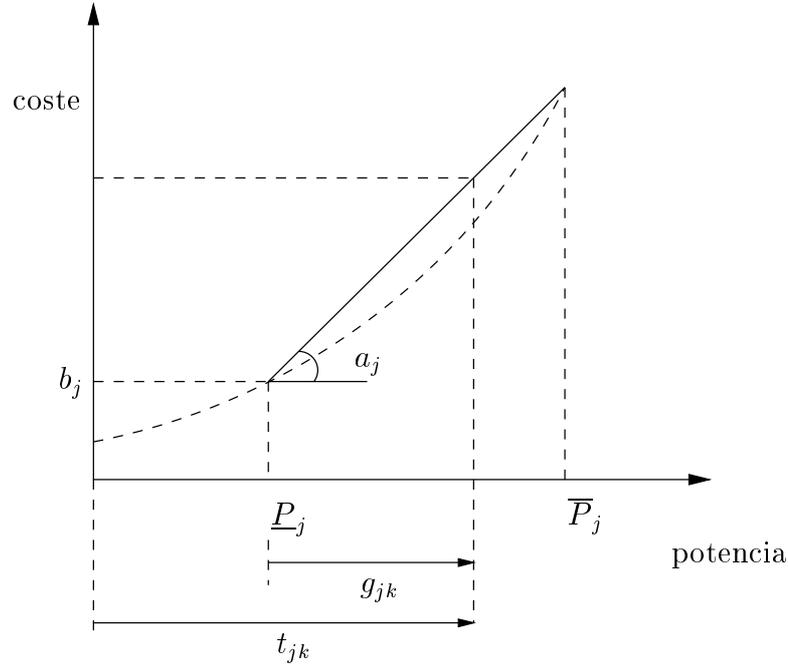
El coste de arranque depende de las condiciones de presión y temperatura en la caldera. Por ello se suele formular como una función exponencial del tiempo transcurrido desde la última decisión de parada. El coste de parada representa la cantidad de combustible que es desperdiciado una vez que se ha tomado la decisión de parada.

En el modelo propuesto en esta tesis se suponen las siguientes simplificaciones. En primer lugar se supone una relación lineal entre el coste de combustible y la potencia generada, es decir se opta por la aproximación de la curva real por un único tramo<sup>4</sup>. Por el parámetro  $a_j$  se denota el coste variable de producción y por

---

<sup>4</sup>Para considerar más tramos en la función de costes basta con dividir la potencia producida por encima del mínimo técnico en tantos tramos como segmentos haya en la linealización de la curva de coste. A cada tramo de potencia se le asigna el coste incremental igual a la pendiente de la ecuación de la recta de su tramo. Al ser una función convexa, los tramos correspondientes a valores mayores de potencia tendrán una mayor pendiente por lo que al estar minimizando el coste, la variable de potencia generada se irá rellenando adecuadamente.

$b_j$  el coste de producción fijo en el que se incurre cuando el grupo está acoplado. En la figura 4.1 se puede ver la representación lineal del coste de producción.



**Figura 4.1:** Aproximación lineal del coste de producción del grupo  $j$  en el período  $k$ .

En segundo lugar se supone que el coste de arranque es un valor constante e independiente del tiempo que la central lleva parada. El coste de arranque del grupo  $j$  se denotará por  $e_j$  y el coste de parada por  $d_j$ .

Por lo tanto, el coste de explotación de los grupos térmicos se puede expresar de forma lineal como se indica a continuación:

$$c = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [(a_j g_{jk} + b_j v_{jk}) l_k + d_j y_{jk} + e_j z_{jk}] \quad (4.14)$$

donde el parámetro  $l_k$  es la duración en horas de cada período.

## 4.5 El equipo de generación hidráulica

El equipo de generación hidráulica está compuesto por las centrales hidroeléctricas pertenecientes a la empresa, que pueden clasificarse en dos tipos. Por un lado están las centrales hidráulicas de agua fluyente que no tienen un embalse asociado y por lo tanto no tienen capacidad de regular. Todo el caudal de agua que llega a este tipo de centrales debe ser turbinado o vertido. El otro tipo de centrales

son las que tienen un embalse asociado que les permite almacenar agua y por tanto hacer una gestión temporal de esa energía almacenada. Dependiendo de la capacidad del embalse, la gestión del agua puede realizarse atendiendo a distintos horizontes temporales. Por ejemplo, pueden existir embalses con capacidad de regulación hiper-anual que permite almacenar las aportaciones en años húmedos para consumirlas en años secos.

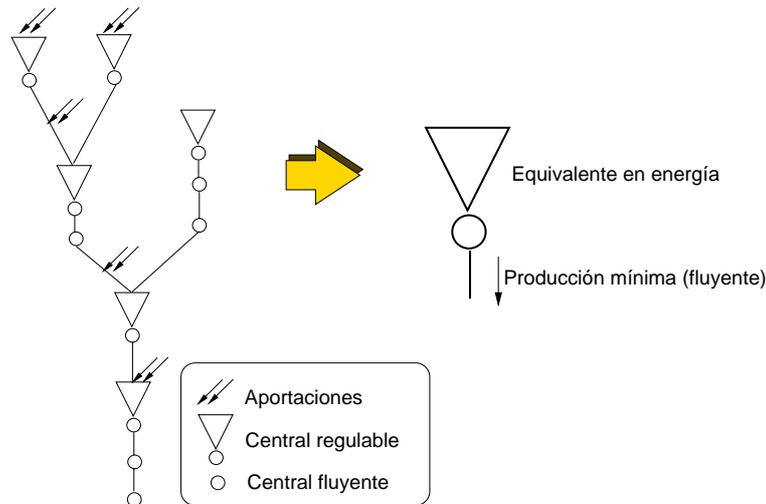
El equipo de generación hidráulica tiene varias características que lo diferencian del equipo térmico:

- Se trata de un recurso de energía limitada.
- El coste asociado a la explotación de una central hidráulica puede ser despreciado, por lo que el agua embalsada deberá ser valorada convenientemente para decidir cuándo consumirla.
- La potencia producida por una central hidráulica es una función no lineal que depende del caudal turbinado y de la altura del agua almacenada en el embalse.
- Debido a la topología física de la red hidráulica, existe un acoplamiento espacial y temporal entre las centrales pertenecientes a una misma cuenca.

Considerar todo el sistema hidráulico en detalle daría lugar a un problema muy complejo que no es el objetivo de este trabajo. Por lo tanto, en esta tesis se propone un modelo agregado por cada cuenca, equivalente a una central hidráulica regulable con una producción mínima. De esta forma se representa la capacidad que tienen todos los embalses pertenecientes a la cuenca de regular su producción así como la necesidad de turbinar un caudal mínimo. Además se supondrá un coeficiente energético lineal en cada cuenca por lo que el modelo agregado puede expresarse en términos de energía en vez de volumen de agua. Esta última simplificación es habitual en los modelos de corto plazo donde se suele suponer que las alturas de los embalses no sufren variaciones significativas, por lo que se puede asumir una relación lineal entre ambas magnitudes mediante un coeficiente energético (Redondo, 1999).

#### 4.5.1 Discusión sobre el valor del agua en un sistema desregulado.

En un sistema centralizado, la gestión óptima de los recursos hidráulicos se puede obtener mediante modelos de coordinación hidro-térmica de los que existe abundante literatura. El agua que proviene de aportaciones naturales no tiene un coste pero sí un valor asociado al coste de la generación térmica que sustituye.



**Figura 4.2:** Modelo agregado de una cuenca hidrúlica.

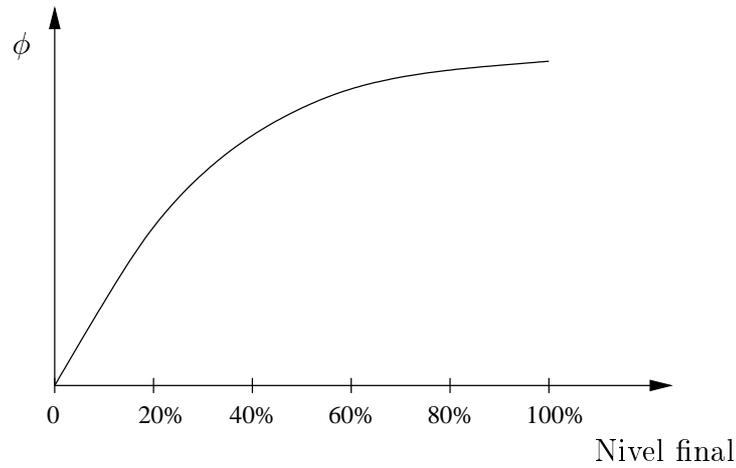
Normalmente dicho valor no es único sino que existen curvas de valor de agua para cada embalse en función del nivel al que se deje al final del horizonte de estudio.

Sin embargo, en un sistema desregulado el valor del agua embalsada no está asociado únicamente al coste de sustitución térmica sino al beneficio que podría obtener la empresa con dicho agua en el futuro. Además, el valor del agua en cada embalse no sólo depende del volumen de agua en los embalses pertenecientes a la empresa, sino que también depende del volumen de agua en los embalses que son propiedad de las empresas de la competencia, lo cual complica el problema (Barquín et al., 2000).

El cálculo de las curvas de valor del agua en sistemas desregulados no pertenece al alcance de esta tesis por lo que se considerarán como datos de entrada proporcionadas por el modelo de largo plazo (PLP). Además, como simplificación se supondrá que únicamente dependen del nivel de los embalses propios de la empresa. Es decir, aunque la explotación hidrúlica de la competencia sea incierta, las curvas de valor del agua se considerarán invariantes en el intervalo de incertidumbre considerado.

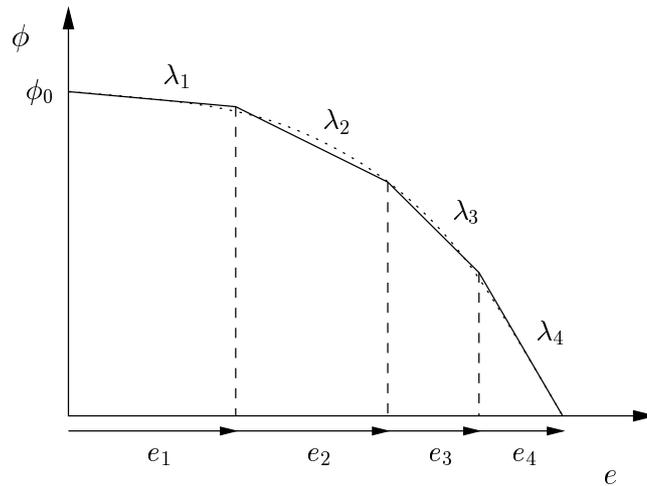
En la figura 4.3 se puede ver un ejemplo de una curva de beneficio futuro, donde el eje de abscisas indica el nivel del embalse al final de la semana.

Conocido el nivel inicial, conocidas las aportaciones durante la semana y suponiendo constante el coeficiente energético, la curva de la figura 4.3 se puede expresar en función de la energía hidráulica producida por la turbina asociada al embalse. Se supondrá como hipótesis de trabajo que la curva de beneficio futuro es cóncava pudiéndose discretizar en tramos lineales. Dicha discretización se puede ver en la figura 4.4 donde  $\phi_0$  es beneficio máximo que se obtendría si



**Figura 4.3:** Curva de beneficio futuro en función del nivel del embalse al final de la semana.

durante la semana no se gastara nada de la energía almacenada.



**Figura 4.4:** Curva de beneficio futuro discretizada en función de la energía producida durante la semana.

Definiendo el valor del agua del tramo  $n$  como el valor de la pendiente correspondiente a dicho tramo, se puede escribir

$$\phi_i = \phi_{i0} + \sum_{n \in N_i} \lambda_{in} e_{in} \quad (4.15)$$

donde el nivel de energía de cada tramo cumple  $0 \leq e_{in} \leq \bar{e}_{in}$ .

En el problema de optimización se maximiza el beneficio futuro  $\phi_i$ , por lo que basta sumar en la función objetivo la expresión  $(\phi_{i0} + \sum_{n \in N_i} \lambda_{in} e_{in})$  para todas

las cuencas hidráulicas, donde  $N_i$  es el conjunto de tramos lineales con los que se aproxima la función de beneficio futuro de la cuenca  $i$ .

Por la hipótesis de concavidad de la curva de beneficio futuro, se cumple que  $\lambda_{in} \geq \lambda_{i(n+1)}, \forall n$ , por lo que el propio sentido de maximización provocará que se rellenen primero los tramos con menor valor absoluto de  $\lambda_{in}$ , lo cual es coherente con el significado físico.

La restricción de energía máxima se obtiene directamente al definir la restricción de igualdad entre la energía producida y la suma de las energías producidas de cada tramo, ya que éstas están acotadas:

$$e_i = \sum_{n \in N_i} e_{in} \quad (4.16)$$

Por otro lado es necesario definir la energía producida como la suma de la generación de la cuenca  $i$  a lo largo de todo el horizonte temporal<sup>5</sup>. Es decir

$$e_i = \sum_{k \in K} g_{ik} l_k \quad (4.17)$$

La restricción de producción mínima puede ser debida a la energía fluyente o a otras servidumbres como los riegos, etc., por lo que se considera su posible variación a lo largo del tiempo. La restricción de producción máxima tiene que ver con la potencia máxima de las centrales hidroeléctricas pertenecientes a la cuenca que en este modelo se supone constante. Ambas restricciones se formulan como

$$\underline{g}_{ik} \leq g_{ik} \leq \bar{g}_i \quad (4.18)$$

### 4.5.2 Modelo del equipo de bombeo puro

Las centrales de bombeo forman parte del equipo hidráulico. Sin embargo, para incluirlas en el problema es necesario realizar un modelado particular debido a sus características especiales. Se supondrá que las centrales de bombeo están aisladas de la red hidráulica, por tanto se modelarán únicamente las centrales de bombeo puro. Además se supondrá que el ciclo de estas centrales es de corto plazo, por lo que la consigna del modelo de largo plazo será sólo un nivel de energía que debe mantenerse en el embalse superior al final de la semana.

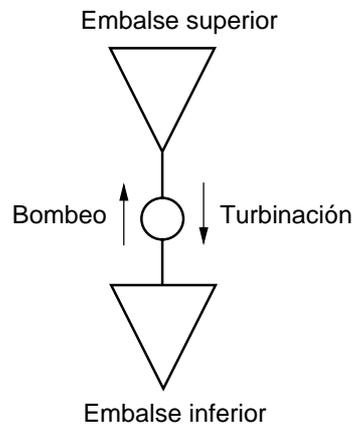
El modelado de las centrales de bombeo puro aparece en la figura 4.5. Se puede ver que la central consta de un embalse superior y un embalse inferior. En

---

<sup>5</sup>Las aportaciones se consideran de forma determinista y se asume la simplificación de que se reciben al comienzo de la semana.

un sistema desregulado, en los períodos de precios bajos se bombeará agua desde el embalse inferior al embalse superior y en los períodos de precios altos se turbinará agua desde el superior al inferior, siempre que resulte eficiente económicamente. Se supone además que el volumen de agua contenido en ambos embalses es constante durante la semana, es decir, no se incluyen las posibles aportaciones naturales ni los vertidos.

Las potencias máxima y mínima de turbinación pueden ser diferentes de las de bombeo. Al igual que las cuencas hidráulicas, el bombeo se modelará en términos de energía. De este modo ambos embalses están caracterizados en cada período por el valor de energía almacenado en ellos. Las cotas máximas y mínimas de los volúmenes de agua permitidos en cada embalse se traducirán por lo tanto en unas cotas máximas y mínimas de la energía almacenada en cada embalse.



**Figura 4.5:** Esquema del modelo de una central de bombeo puro.

A continuación se muestran las restricciones asociadas a las centrales de bombeo.

#### 4.5.2.1 Condiciones iniciales y finales

El volumen inicial en el embalse superior e inferior es un dato de entrada. Las restricciones siguientes se plantean con el equivalente energético del volumen de agua para ambos embalses.

$$e_{bk}^s = e_{b0}^s, \quad k = k_1 \quad (4.19)$$

$$e_{bk}^i = e_{b0}^i, \quad k = k_1 \quad (4.20)$$

Respecto a las consignas de largo plazo, basta con imponer que al final del horizonte de estudio el agua almacenada en el embalse superior verifique la condición siguiente:

$$e_{bk}^s = e_{bf}^s, \quad k = k_{(K+1)} \quad (4.21)$$

#### 4.5.2.2 Límites máximos y mínimos

La existencia de una capacidad máxima en los embalses se puede modelar como una cota superior de la energía almacenada en cada uno de ellos. Las cotas inferiores también pueden formularse para evitar que alguno de los embalses se vacíe completamente en alguno de los períodos:

$$\underline{e}_b^i \leq e_{bk}^i \leq \bar{e}_b^i \quad (4.22)$$

$$\underline{e}_b^s \leq e_{bk}^s \leq \bar{e}_b^s \quad (4.23)$$

Las potencia generada en el período  $k$  por la central de bombeo  $b$ , variable  $g_{bk}$  debe ser inferior a la potencia máxima de la central. Del mismo modo, la potencia consumida para bombear agua desde el embalse inferior al superior,  $d_{bk}$ , no puede superar el valor máximo de diseño. En el modelo propuesto se permitirá que ambas magnitudes puedan tomar valores entre 0 y su cota máxima. En el caso de que existan discontinuidades en los valores posibles de potencia producida o consumida, sería necesario introducir variables binarias<sup>6</sup>.

$$0 \leq g_{bk} \leq \bar{g}_b \quad (4.24)$$

$$0 \leq d_{bk} \leq \bar{d}_b \quad (4.25)$$

#### 4.5.2.3 Restricciones de continuidad

El volumen en el embalse superior en un período es igual al que había en el período anterior, más el volumen bombeado desde el embalse inferior menos el caudal turbinado. En el embalse inferior el incremento es el caudal turbinado y el decremento el caudal bombeado. Ambas ecuaciones de continuidad de agua puede formularse con el equivalente en energías. En este caso hay que notar que del consumo de energía invertido en bombear, sólo se almacena dicho consumo afectado por el rendimiento de la central de bombeo que típicamente toma valores en torno al 70%.

---

<sup>6</sup>Esta situación es habitual en los grupos de bombeo que o bien están parados, o bien bombean con un consumo fijo de potencia.

$$e_{b(k+1)}^s = e_{bk}^s + (\eta_b d_{bk} - g_{bk})l_k \quad (4.26)$$

$$e_{b(k+1)}^i = e_{bk}^i + (g_{bk} - \eta_b d_{bk})l_k \quad (4.27)$$

## 4.6 Modelado del mercado

### 4.6.1 Definición de la función de demanda residual en un período

Tal y como se expuso en el capítulo 3, las empresas participantes envían al mercado sus curvas de oferta para cada una de las horas del día siguiente. El operador del mercado construye las curvas horarias agregadas de venta y de compra y para cada hora encuentra la intersección de ambas curvas obteniendo el precio del mercado y la potencia total negociada en esa hora.

Conocido el precio del mercado, la potencia despachada de cada empresa se obtiene entrando por el precio en su curva de venta enviada. Por simplificar la notación, se denotará por  $B$  al conjunto de empresas generadoras de la competencia. La función de suministro agregada de todas estas empresas en una hora se denotará con  $S_B(q)$ . Entrando en dicha función por un valor en el eje de precios, se obtendría la cantidad que el conjunto de empresas de  $B$  tendría que producir. Es decir, dado un precio  $p$ , la producción de todas las empresas de la competencia es igual a la cantidad  $q = S_B^{-1}(p)$ .

Por otro lado se denota por  $D(\cdot)$  a la función agregada de demanda. Dicha función se obtiene agregando las ofertas de compra de todas las empresas consumidoras del mercado. Dado un precio  $p$ , la cantidad que el conjunto de empresas está dispuesta a comprar a dicho precio se obtiene como  $q = D^{-1}(p)$ .

Por lo tanto, la parte de demanda que queda sin cubrir una vez que han sido despachadas el conjunto de empresas de la competencia es  $D^{-1}(p) - S_B^{-1}(p)$

Repitiendo ese mismo razonamiento para más valores de precios, se puede ir obteniendo la relación entre la demanda que debería cubrir la empresa y el precio del mercado:

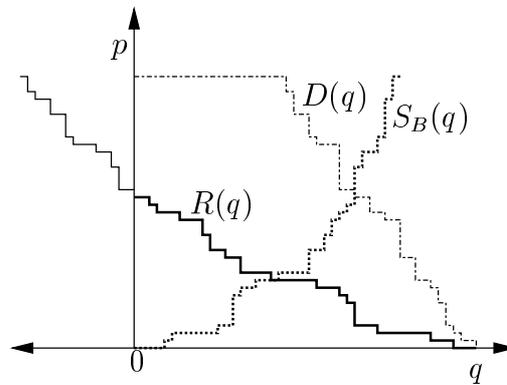
$$R^{-1}(p) = D^{-1}(p) - S_B^{-1}(p) \quad (4.28)$$

cuya función inversa, es decir, la que relaciona el precio del mercado con la cantidad despachada de la empresa, se conoce como función de demanda residual  $R(q)$ .

$$p = R(q) \quad (4.29)$$

Si la empresa generadora conociese las ofertas del resto de participantes, la función de demanda residual relacionaría el precio real del mercado con su potencia vendida. Sin embargo dicha información no está disponible por lo que la empresa generadora sólo podrá realizar conjeturas de las ofertas de las otras empresas.

En la figura 4.6 se muestra un ejemplo de cómo construir una función de demanda residual a partir de las ofertas de venta de la competencia y de las ofertas de compra del sistema. Es importante remarcar que la elasticidad de la curva de demanda residual se puede deber tanto al comportamiento del resto de empresas vendedoras como al comportamiento estratégico de las empresas consumidoras.



**Figura 4.6:** Función de suministro de la competencia  $S_B(q)$ , función de demanda del sistema  $D(q)$  y función de demanda residual de la empresa  $R(q)$ .

La ventaja de utilizar las funciones de demanda residual es que si las estimaciones son buenas, la empresa generadora tiene la capacidad de conocer el precio del mercado esperado en función de las cantidades que produzca. En el caso de que se dieran las condiciones de competencia perfecta, la curva de demanda residual a la que se enfrentaría un pequeño generador sería horizontal, es decir, el precio sería insensible a la cantidad producida.

#### 4.6.2 Elaboración de la función de ingresos a partir de una curva de demanda residual

La remuneración que reciben los generadores es el producto del precio del mercado por toda la potencia despachada. Por lo tanto, el ingreso de la empresa en un período es:

$$r_k = p_k q_k \quad (4.30)$$

El ingreso total se calcula sumando los ingresos de todos los períodos:

$$r = \sum_{k \in K} r_k \quad (4.31)$$

En un modelo de explotación basado en la maximización del beneficio, en la función objetivo se debe maximizar la diferencia entre los ingresos y los costes correspondientes a todo el alcance temporal. En un mercado oligopolista, el precio no puede ser considerado como una variable exógena ya que puede estar influido por las acciones individuales de los participantes. Por lo tanto el precio es una variable del modelo, al igual que la cantidad. Como consecuencia se obtiene una no linealidad puesto que en la función objetivo aparece la suma de los productos  $p_k q_k$ .

La relación entre ambas magnitudes se puede obtener si se conocen las funciones de demanda residual,  $p_k = R_k(q_k)$ , que pueden ser también no lineales.

Para eliminar la no linealidad, en esta tesis se propone definir explícitamente la relación que existe entre los ingresos en cada período y la cantidad producida. Así pues, el ingreso de la empresa en el período  $k$  es:

$$r_k = R_k(q_k) \cdot q_k \quad (4.32)$$

Se denotará por  $I_k(\cdot)$  a la función que relaciona el ingreso que obtiene la empresa en el período  $k$  y la cantidad despachada, es decir,  $r_k = I_k(q_k)$ . Dado que las funciones  $R_k(\cdot)$  son datos de entrada, se pueden construir las funciones de ingreso  $I_k(\cdot)$  *a priori*:

$$I_k(q_k) = R_k(q_k) \cdot q_k \quad (4.33)$$

Hay que señalar que aunque los períodos son típicamente horarios, otras agregaciones son también posibles. En los modelos tradicionales se suelen agregar horas consecutivas que tienen un nivel similar de carga. En este caso, el criterio que rige la agregación es tener una función de demanda residual similar.

Por otro lado, aunque se ha optado por no utilizar la variable  $p$  dentro del modelo, los precios pueden obtenerse como subproducto de la optimización. Para ello hay que dividir el ingreso obtenido en cada período entre la cantidad total despachada. Es decir, denotando con un asterisco los valores correspondientes a la solución del modelo, el precio en cada período se obtendría como:

$$p_k = \frac{r_k^*}{q_k^*} \quad (4.34)$$

En la figura 4.7 se puede ver un ejemplo del aspecto que tiene la curva de ingresos  $I(q)$  cuando la demanda residual es una función escalón. La función de ingresos es lineal en cada uno de los tramos que a su vez corresponden a cada uno de los escalones de la función de demanda residual. Estos escalones discretos también provocan la existencia de discontinuidades en la función de ingresos.

A continuación se expone cómo es posible formular mediante programación lineal entera-mixta<sup>7</sup> una función de ingresos como la descrita para poder modelar el término  $r(\mathbf{q})$  de la función objetivo del PS (4.4).

### 4.6.3 Formulación de $I(q)$ mediante técnicas MILP

Sea  $I(q)$  una función lineal a tramos definida por un conjunto  $S$  de segmentos lineales. Supóngase además que existe discontinuidad entre dos tramos consecutivos.

$$I(q) = \begin{cases} m_{s_1}q + n_{s_1} & \Leftrightarrow 0 \leq q < \bar{q}_{s_1} \\ m_{s_2}q + n_{s_2} & \Leftrightarrow \underline{q}_{s_2} \leq q < \bar{q}_{s_2} \\ \dots & \dots \\ m_{s_S}q + n_{s_S} & \Leftrightarrow \underline{q}_{s_S} \leq q < \bar{q}_{s_S} \end{cases} \quad (4.35)$$

El primer paso es expresar la variable  $q$  como la suma de tantas variables incrementales como segmentos haya. Dichas variables incrementales se denotarán por  $w_s$ ,  $s \in S$  y están acotadas entre 0 y la amplitud de cada intervalo. Estas variables deben ser rellenadas siguiendo un orden lógico, por lo que es necesario introducir tantas variables binarias como segmentos, es decir  $u_s$ ,  $\forall s \in S$ , con  $u_s \in \{0, 1\}$ .

Cuando el tramo activo corresponde al segmento  $s$ , i.e.  $I(q) = m_s q + n_s$ , entonces se cumple que  $u_j = 1, \forall j < s$  y  $u_j = 0, \forall j \geq s$ . Por simplificar la notación, se pueden definir los parámetros  $h_s$ ,  $\forall s \in S$ , como los valores de las discontinuidades entre segmentos consecutivos:

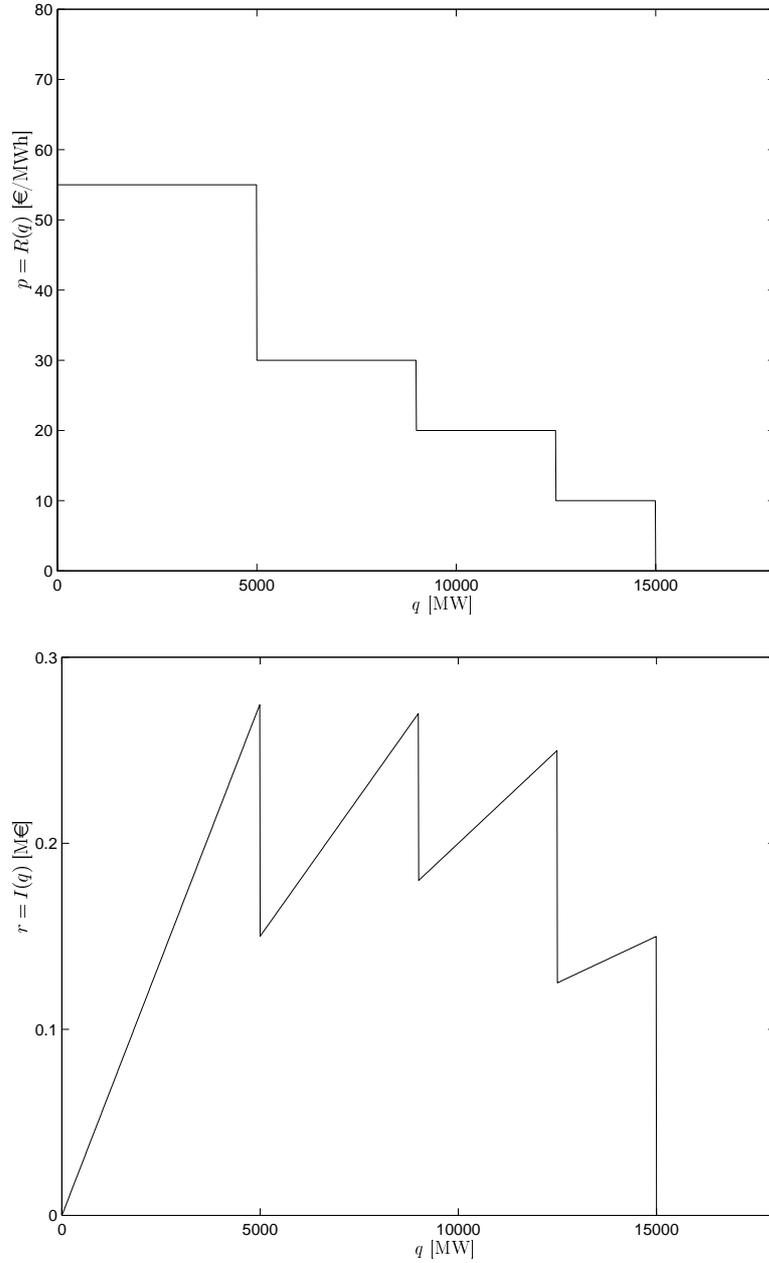
$$h_s = (m_{(s+1)}\bar{q}_s + n_{(s+1)}) - (m_s\bar{q}_s + n_s) \quad (4.36)$$

En la figura 4.8 se puede ver el modelado de la función de ingresos del ejemplo anterior.

Una vez definidos los términos anteriores, la ecuación  $r = I(q)$  puede ser expresada como:

$$r = n_{s_1} + \sum_{s \in S} m_s w_s - h_s u_s \quad (4.37)$$

<sup>7</sup>En inglés *Mixed Integer Linear Programming* (MILP).



**Figura 4.7:** Función de ingresos obtenida a partir de una función de demanda residual.

El conjunto de restricciones lineales que es necesario incluir son las siguientes:

$$q = \sum_{s \in S} w_s \quad (4.38)$$

$$(\bar{q}_s - \underline{q}_s)u_s \leq w_s \leq (\bar{q}_s - \underline{q}_s)u_{(s-1)} \quad \forall s \in S \quad (4.39)$$

$$u_s \leq u_{(s-1)} \quad \forall s \in S \quad (4.40)$$

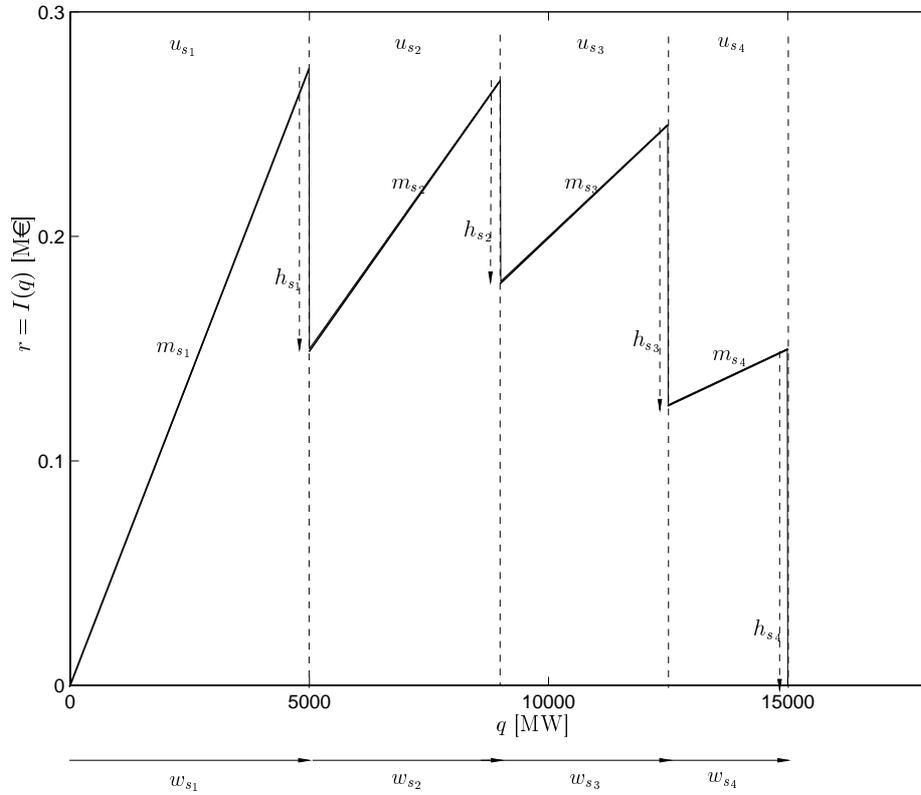


Figura 4.8: Modelado de la función de ingresos.

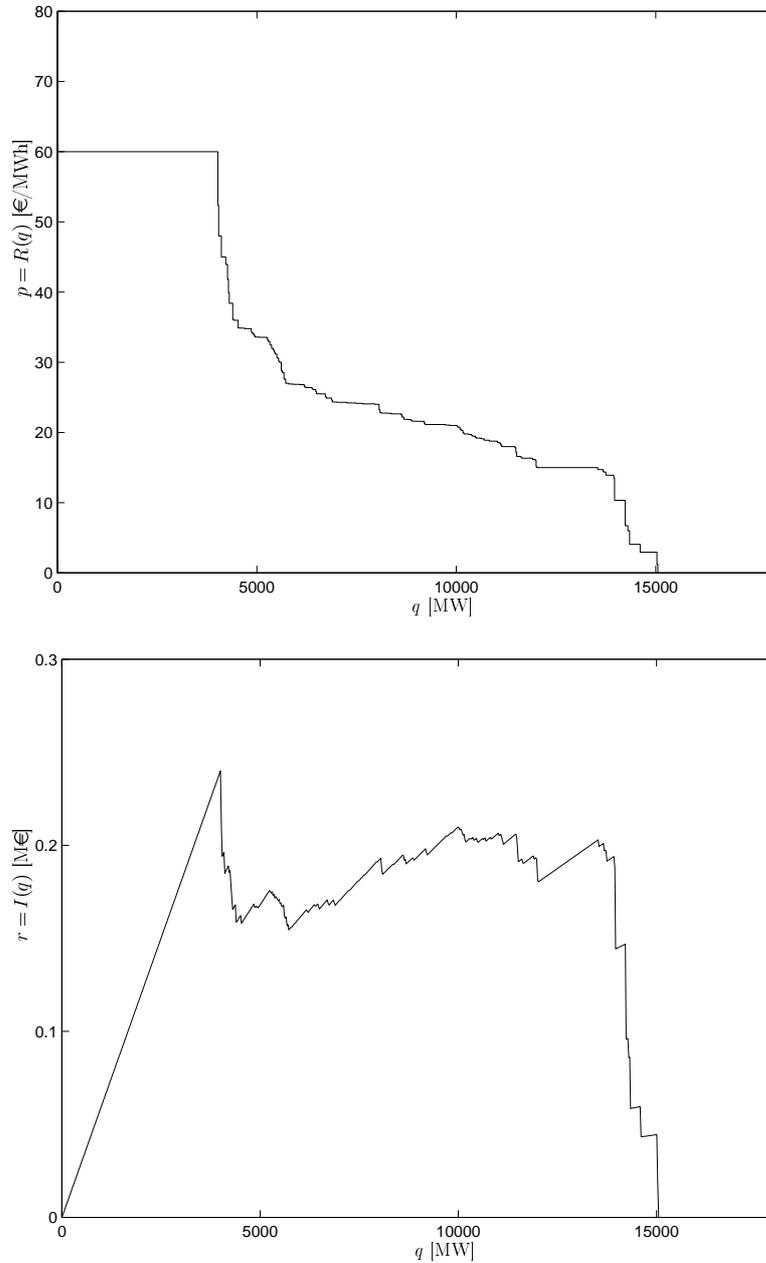
donde se presupone que  $\bar{q}_{(s-1)} = \underline{q}_s, \forall s \in S, u_{s_0} = 1$  y  $\underline{q}_{s_1} = 0$ .

#### 4.6.4 Aproximación de la función de ingresos mediante el modelo *Bisagras*

En el ejemplo anterior se ha utilizado una función de demanda residual muy sencilla con sólo cuatro escalones. Sin embargo, en un mercado real, el número de escalones puede ser mucho mayor. Por ejemplo, en el caso español, está permitido que una unidad de oferta pueda presentar hasta 25 bloques cantidad-precio en una hora. Este hecho da lugar a que el aspecto de las curvas de demanda residual reales tengan un aspecto similar a la gráfica superior de la figura 4.9<sup>8</sup>. En la gráfica inferior puede verse la curva de ingresos a la que da lugar dicha demanda residual aplicando la ecuación (4.33).

Las conclusiones que se pueden extraer son:

<sup>8</sup>Los datos del ejemplo mostrado son ficticios y no representan la curva de demanda residual de ningún agente del mercado real.



**Figura 4.9:** Función de ingresos obtenida a partir de una función de demanda residual.

- Se puede observar que la función de ingresos tiene un rizado producido por la existencia de múltiples pequeños escalones en la curva de demanda residual. Sin embargo, la demanda residual real es desconocida y sólo se tienen estimaciones sobre ella. Por lo tanto, no tiene sentido modelar en detalle ese rizado cuando éste es menor que el grado de incertidumbre asociado al

comportamiento de las otras empresas.

- Además la función de ingresos no es cóncava<sup>9</sup> sino que contiene multitud de máximos y mínimos locales lo cual supone una dificultad cuando hay que incluirla en un problema de optimización. Es decir, al introducir las funciones de ingresos en el problema de optimización se consigue eliminar la no linealidad debida al producto de las variables precio y cantidad pero sin embargo da lugar a la necesidad de maximizar funciones no cóncavas.
- Existe independencia temporal entre las funciones de ingresos de cada hora. Es decir, para cada período existirá una función  $I_k(q_k)$  que relaciona los ingresos obtenidos por la empresa en el período  $k$  en función únicamente de la potencia despachada en ese mismo período.

Respecto al primer punto, en esta tesis se propone aproximar la función de ingresos como una función continua y lineal a tramos. Para ello se utilizará el modelo *Bisagras* que es un modelo de propósito general con el que se puede obtener una aproximación lineal a tramos a partir de una nube de puntos en dos dimensiones. Este modelo (Sánchez-Úbeda y Wehenkel, 1998), se resume brevemente en el apéndice B. En la figura 4.10 se puede ver la aproximación obtenida con el ejemplo de la figura 4.9.

Hay que señalar que dado que existen unos límites de cuota de mercado impuestos por el modelo de largo plazo, únicamente habría que encontrar la aproximación de la función de ingresos en el intervalo de cantidades  $[\underline{q}_k, \bar{q}_k]$ . Sin embargo, en el ejemplo se ha aproximado la función en todo el rango posible de cantidades para ilustrar mejor el procedimiento de aproximación.

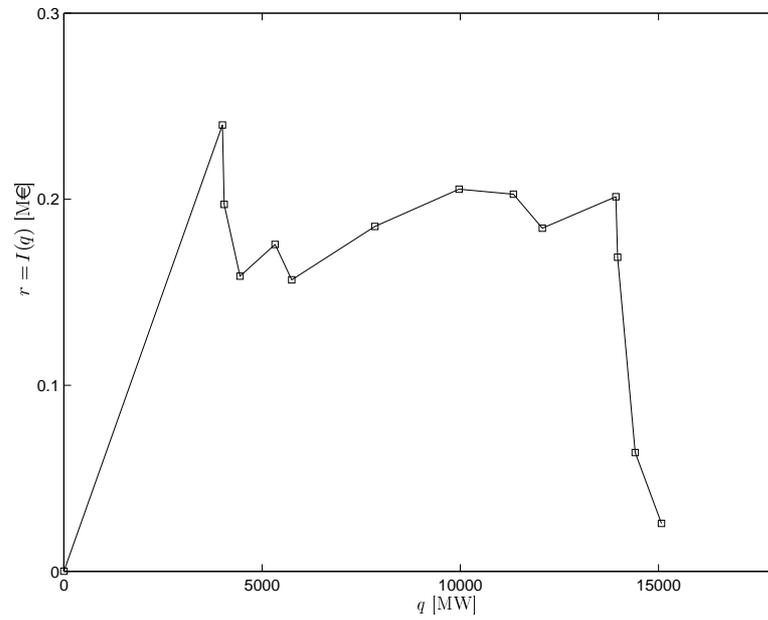
Respecto a la no concavidad de la función de ingresos son posibles varias alternativas. La primera de ellas consiste en aplicar la formulación expuesta en el caso ejemplo de la sección anterior, pero modelando la función resultante tras aplicar el modelo *Bisagras*. En este caso, dado que el modelo *Bisagras* genera funciones continuas, los parámetros de las discontinuidades son nulos, es decir  $h_s = 0, \forall s$ .

Sin embargo, esta primera alternativa tiene el inconveniente de necesitar tantas variables binarias como segmentos lineales existan en la función a tramos lo cual puede suponer un inconveniente cuando el tamaño del problema es grande. Por ello se propone otra formulación en las que sólo es necesario incluir tantas variables binarias como intervalos donde la función sea cóncava. En la figura 4.11 se puede ver cómo se ha dividido la función de ingresos en tres intervalos donde es cóncava. La discretización se ha hecho sólo en el intervalo de cuota definido por el intervalo  $[\underline{q}, \bar{q}]$ .

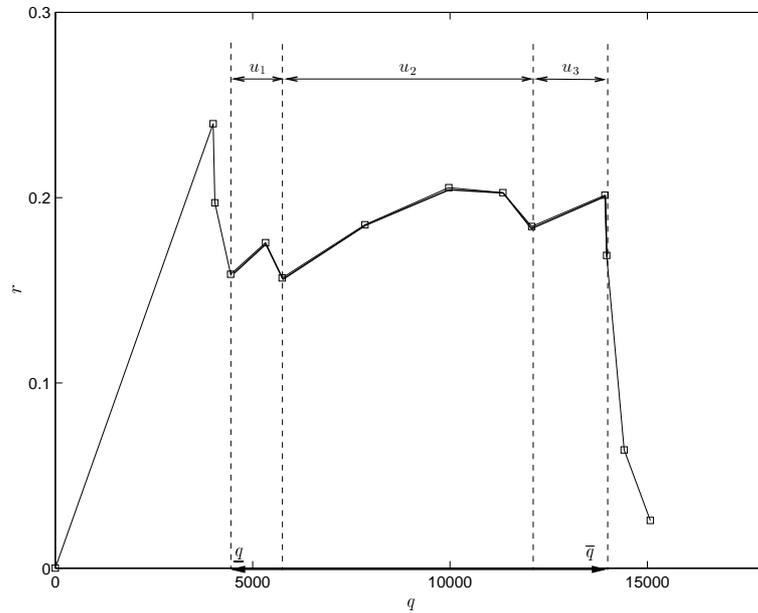
Hay que señalar que encontrar estos intervalos es sencillo una vez que se ha encontrado la aproximación lineal, pues basta con determinar los puntos donde

---

<sup>9</sup>Una función  $f$  es cóncava cuando su opuesta  $-f$  es convexa.



**Figura 4.10:** Función de ingresos obtenida como la aproximación de la función original mediante una función continua lineal a tramos.



**Figura 4.11:** Intervalos donde la función de ingresos es cóncava para el rango de producción  $[q, \bar{q}]$ .

las pendientes de cada segmento se hacen crecientes. La formulación detallada puede verse en la sección A.3.

## 4.7 Formulación matemática del Problema Semanal

Después de haber discutido el modelado de las funciones de ingresos y del equipo térmico e hidráulico, el problema de optimización correspondiente al modelo semanal puede formularse como se indica a continuación.

max

$$\sum_{k \in K} r_k - \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [(a_j g_{jk} + b_j v_{jk}) l_k + d_j y_{jk} + e_j z_{jk}] + \sum_{i \in I} [\phi_{i0} + \sum_{n \in N_i} \lambda_{in} e_{in}]$$

s.a.

- Restricciones del equipo térmico:

$$\begin{aligned} 0 &\leq t_{jk} = \underline{P}_j v_{jk} + g_{jk} && \forall j \in J \quad \forall k \in K \\ 0 &\leq g_{jk} \leq (\overline{P}_j - \underline{P}_j) v_{jk} && \forall j \in J \quad \forall k \in K \\ v_{jk} &= 0 && \forall j \in J \quad \forall k \in K_j^m \\ y_{jk} - z_{jk} &= v_{jk} - v_{j(k-1)} && \forall j \in J \quad \forall k \in K - \{k_1\} \\ v_{jk} &= v_{j0} && \forall j \in J \quad k = \{k_1\} \\ -l_k r_b &\leq g_{jk} - g_{j(k-1)} \leq l_k r_{s_j} && \forall j \in J \quad \forall k \in K - \{k_1\} \\ \sum_{j \in J} (v_{jk} \overline{P}_j - t_{jk}) &\geq r_{od_k} && \forall j \in J \quad \forall k \in K \\ v_{jk}, y_{jk} &\in \{0, 1\} && \forall j \in J \quad \forall k \in K \\ 0 &\leq z_{jk} \leq 1 && \forall j \in J \quad \forall k \in K \end{aligned} \tag{4.41}$$

- Restricciones del equipo hidráulico (sin el bombeo):

$$\begin{aligned} \underline{g}_{ik} &\leq g_{ik} \leq \overline{g}_i && \forall i \in I \quad \forall k \in K \\ e_i &= \sum_{k \in K} g_{ik} l_k && \forall i \in I \\ e_i &= \sum_{n \in N_i} e_{in} && \forall i \in I \\ 0 &\leq e_{in} \leq \overline{e}_{in} && \forall i \in I \quad \forall n \in N_i \end{aligned} \tag{4.42}$$

- Restricciones del equipo de bombeo puro:

$$\begin{aligned}
0 \leq d_{bk} &\leq \bar{d}_b & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
0 \leq g_{bk} &\leq \bar{g}_b & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
\underline{e}_b^i &\leq e_{bk}^i \leq \bar{e}_b^i & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
\underline{e}_b^s &\leq e_{bk}^s \leq \bar{e}_b^s & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
e_{bk}^s &= e_{b0}^s & \forall b \in B \quad k = \{k_1\} \\
e_{bk}^i &= e_{b0}^i & \forall b \in B \quad k = \{k_1\} \\
e_{bk}^s &= e_{bf}^s & \forall b \in B \quad k = \{k_{(K+1)}\} \\
e_{b(k+1)}^s &= e_{bk}^s + (\eta_b d_{bk} - g_{bk}) l_k & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
e_{b(k+1)}^i &= e_{bk}^i + (g_{bk} - \eta_b d_{bk}) l_k & \forall b \in B \quad \forall k \in K
\end{aligned} \tag{4.43}$$

- Restricciones de límite de producción asociadas a la consigna de largo plazo de cuota de mercado:

$$\underline{q}_k \leq q_k \leq \bar{q}_k \quad \forall k \in K \tag{4.44}$$

- Restricciones que ligan el problema hidro-térmico y el problema del modelado de ingresos:

$$q_k = \sum_{j \in J} t_{jk} + \sum_{i \in I} g_{ik} + \sum_{b \in B} (g_{bk} - d_{bk}) \quad \forall k \in K \tag{4.45}$$

- Restricciones relativas al modelado de los ingresos<sup>10</sup>:

$$\begin{aligned}
r_k &= n_{k1} + \sum_{s \in S_k} m_{ks} w_{ks} & \forall k \in K \\
q_k &= \sum_{s \in S_k} w_{ks} & \forall k \in K \\
(\bar{q}_{ks} - \underline{q}_{ks}) u_{ks} &\leq w_{ks} \leq (\bar{q}_{ks} - \underline{q}_{ks}) u_{k(s-1)} & \forall k \in K \quad \forall s \in S - \{s_1\} \\
\bar{q}_{ks_1} u_{ks_1} &\leq w_{ks_1} \leq \bar{q}_{ks_1} & \forall k \in K \\
u_{ks} &\leq u_{k(s-1)} & \forall k \in K \quad \forall s \in S - \{s_1\}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

---

<sup>10</sup>Se ha utilizado la formulación más sencilla en la que se utilizan tantas variables binarias como segmentos lineales en las funciones de ingresos.

## 4.8 Inclusión de contratos en el modelo

En el capítulo 3 se supuso como hipótesis de trabajo que la empresa generadora obtiene unos ingresos por la venta de su energía en el mercado mayorista o *pool*. Sin embargo, en muchos mercados reales existen otros mecanismos de negociación para la empresa. Un ejemplo lo constituyen los contratos por diferencias (CfDs) y los contratos bilaterales físicos.

Un CfDs es un acuerdo entre la empresa generadora y un cliente que les protege frente a la incertidumbre de precios del mercado. Para ello negocian en cada período una cierta cantidad  $q_k^d$  a un precio  $p_k^d$  de modo que si el precio del mercado en el período  $k$  es menor que el del contrato, i.e.  $p_h < p_h^d$ , la empresa recibe del cliente un pago que le compensa la diferencia respecto el precio acordado, es decir,  $(p_h^d - p_h)q_h^d$ . En el caso contrario, la empresa pagaría esa cantidad al cliente.

Así pues, los ingresos (o pagos) debidos a los CfDs pueden ser expresados como sigue:

$$\begin{aligned} r^d &= \sum_{k \in K} (p_k^d - p_k) q_k^d \\ &= K_1 - \sum_{k \in K} p_k q_k^d \end{aligned} \quad (4.47)$$

donde  $K_1 = \sum_{k \in K} p_k^d q_k^d$  es constante.

En un contrato bilateral físico, la empresa generadora se compromete con un cliente para producir una potencia  $q_k^b$  a un precio  $p_k^b$  en cada período. En este caso no existe compensación sea cual sea el precio del *pool*. Hay que señalar que la cantidad de potencia negociada debe ser producida con independencia de la potencia despachada en el *pool*.

Por lo tanto, los ingresos correspondientes a los contratos bilaterales son constantes y se calculan como:

$$r^b = \sum_{h \in H} p_h^b q_h^b = K_2 \quad (4.48)$$

Los pasos que es necesario seguir para incluir los contratos en el modelo semanal son:

1. Encontrar las funciones de ingreso totales en cada período aplicando el modelo *Bisagras* teniendo en cuenta que para el valor  $q_k$  los ingresos se calculan según la ecuación (4.49):

$$I_k(q_k) = (q_k - q_k^d) \cdot R_k(q_k) + K_1 + K_2 \quad (4.49)$$

2. Reformular la ecuación de balance de energía para tener en cuenta que la potencia generada deberá ser la suma de la potencia que se venderá en el *pool* más la comprometida en los contratos bilaterales. Es decir:

$$\sum_{j \in J} t_{jk} + \sum_{i \in I} g_{ik} + \sum_{b \in B} (g_{bk} - d_{bk}) = q_k + q_k^b \quad \forall k \in K \quad (4.50)$$



# Capítulo 5

## El problema diario de elaboración de ofertas

### 5.1 Introducción

En este capítulo se resuelve el problema diario de elaboración de ofertas (PD) que es el último paso en la jerarquía de problemas propuesta en esta tesis. Tal y como se vio en la revisión bibliográfica, el problema de la elaboración de ofertas se plantea de forma distinta según sea el tipo de competencia existente entre las empresas generadoras.

En el caso de existir competencia perfecta<sup>1</sup>, cuando las funciones de coste son continuas, derivables, convexas y desacopladas temporalmente, la teoría microeconómica demuestra que la estrategia óptima es ofertar las curvas de costes marginales<sup>2</sup>. Este resultado permitiría a la empresa realizar su oferta sin considerar el comportamiento del resto de agentes.

Sin embargo, en un mercado eléctrico, encontrar la función de coste marginal no es sencillo ya que la estructura real de costes de una empresa generadora es bastante compleja. Por un lado existen decisiones discretas, como los arranques y las paradas, que introducen discontinuidades. Por otro lado, existen acoplamientos temporales que ligan las distintas horas del día. En este caso, aún en el supuesto de competencia perfecta, es preciso tener en cuenta el comportamiento del resto de agentes del sistema. La empresa se enfrenta ante el problema de cómo internalizar convenientemente en las ofertas todos los costes fijos así como las restricciones

---

<sup>1</sup>La competencia perfecta se caracteriza porque existen muchos agentes generadores y muchos agentes compradores. En este caso ninguno de ellos puede unilateralmente influir en el precio del mercado.

<sup>2</sup>Sea  $q$  la cantidad producida y  $c(q)$  la función de costes. La función de coste marginal se obtiene como  $\frac{dc(q)}{dq}$ .

técnicas que ayuden a obtener un resultado factible. Por ejemplo, los costes de arranque que se incurran en un determinado período han de recuperarse durante todo el tiempo de funcionamiento de la central.

En el caso de que exista un oligopolio, puede ocurrir que exista un desequilibrio en el tamaño de las empresas lo cual influirá en el tipo de estrategia adoptada. Una empresa tomadora de precios puede analizar el precio marginal del sistema como una variable exógena pues está determinada por las acciones del resto de participantes. Por el contrario, si el tamaño de la empresa es considerable, no se puede despreciar la influencia de las decisiones individuales en los resultados del mercado.

De las situaciones posibles, esta última es la que se analiza en este capítulo donde se intentará generalizar y mejorar las metodologías propuestas en la escasa literatura existente sobre el tema. Como se verá más adelante, el caso de una empresa tomadora de precios también puede englobarse dentro de la metodología propuesta ya que se puede ver como un caso particular.

En la mayoría de los trabajos revisados se suponen fuertes simplificaciones en la función de costes y se suele hacer un tratamiento monoperíodo ignorando la existencia de acoplamientos temporales. En esta tesis no se introducirán esas simplificaciones. Por un lado, se considerarán los acoplamientos temporales debidos a las rampas de los grupos térmicos y a la restricción de energía limitada en las cuencas hidráulicas. Por otro lado, se modelarán los costes de explotación de forma más realista permitiendo una representación individual de cada generador térmico. Como consecuencia, no se podrá realizar un tratamiento analítico y será necesario encontrar un método numérico que permita construir las curvas de oferta de forma óptima.

Este capítulo está organizado de la forma siguiente. En primer lugar se presenta la notación utilizada. A continuación se revisará el planteamiento general del problema esbozado en el capítulo 3. Posteriormente se presentará un ejemplo mono-período para ilustrar el método propuesto y finalmente se aplicará para resolver el PD considerando una estructura de costes más realista así como la existencia de acoplamientos temporales.

## 5.2 Notación

Hay que señalar que algunos de los términos definidos en esta sección fueron utilizados para formular el PS en el capítulo anterior. Sin embargo, se ha decidido repetir la nomenclatura para poder identificar con facilidad qué variables del problema semanal son ahora datos de entrada.

### 5.2.1 Conjuntos e índices

#### Conjuntos

$J$	Conjunto de los grupos térmicos pertenecientes a la empresa.
$I$	Conjunto de las cuencas hidráulicas pertenecientes a la empresa.
$K$	Conjunto de horas en el día.
$E$	Conjunto de escenarios de demanda residual
$\mathbf{R}_e$	Conjunto de funciones de demanda residual horarias que constituyen el escenario $e$ .

#### Índices

$j$	Índice que hace referencia a un grupo térmico.
$i$	Índice que hace referencia a una cuenca hidráulica.
$k$	Índice que hace referencia a una hora.
$e$	Índice que hace referencia a un escenario de demanda residual.

### 5.2.2 Datos

#### Datos de los grupos térmicos

$\overline{P}_j$	Potencia máxima del grupo térmico $j$ [MW].
$\underline{P}_j$	Mínimo técnico del grupo térmico $j$ [MW].
$rs_j$	Rampa de subida del grupo térmico $j$ [MW/h].
$rb_j$	Rampa de bajada del grupo térmico $j$ [MW/h].
$a_j$	Término incremental del coste de producción del grupo térmico $j$ [€/MWh].
$v_{jk}$	Estado de acoplamiento del grupo $j$ en la hora $k$ : acoplado (1) o desacoplada (0).

**Datos de las cuencas hidráulicas**

$e_i$	Consigna de energía que se debe producir a lo largo del día en la cuenca hidráulica $i$ [MWh].
$\underline{g}_{ik}$	Generación mínima (fluyente) de la cuenca hidráulica $i$ en la hora $k$ [MW].
$\bar{g}_i$	Capacidad de generación máxima de la cuenca hidráulica $i$ [MW].

**Datos asociados a la representación del mercado**

$R_{ek}(\cdot)$	Función de demanda residual en la hora $k$ del escenario $e$ [€/MWh].
-----------------	---

**5.2.3 Variables****Variables asociadas a las unidades térmicas**

$t_{jk}$	Potencia producida por el grupo térmico $j$ en la hora $k$ [MW].
$g_{jk}$	Potencia producida por encima del mínimo técnico por el grupo térmico $j$ en la hora $k$ [MW].
$c$	Coste de explotación de la empresa en el día [€].

**Variables asociadas a las unidades de generación hidráulica**

$g_{ik}$	Potencia producida en la cuenca hidráulica $i$ en la hora $k$ [MW].
----------	---

**Variables asociadas a la representación del mercado**

$q_k$	Potencia producida por la empresa en la hora $k$ [MW].
$p_k$	Precio del mercado en la hora $k$ [€/MWh].
$r_k$	Ingreso esperado por la empresa en la hora $k$ [€/h].
$r$	Ingreso diario esperado por la empresa [€].
$\mathbf{q}_e^*$	Vector que contiene el perfil de producción horario óptimo de toda la empresa dado el escenario $e$ [MW].
$\mathbf{p}_e^*$	Vector que contiene los precios marginales de cada hora obtenidos tras optimizar el beneficio frente al escenario $e$ [€/MWh].

### 5.3 Planteamiento general del problema

Siguiendo la notación expuesta en el capítulo 3, sea  $A$  la empresa que se enfrenta ante el problema de elaboración de ofertas y  $B$  el resto de empresas. Las variables de decisión se denotarán por  $x_A$  y  $x_B$  respectivamente. Por otro lado sea  $\alpha$  una variable que representa el comportamiento de la naturaleza.

Una de las características del PD es que el beneficio esperado de la empresa  $A$ , es decir  $\mathcal{B}_A$ , no sólo depende de sus propias decisiones sino que también depende del comportamiento del resto de empresas y de la naturaleza. Por ejemplo, los ingresos por venta de energía en el *pool* dependen del precio marginal resultante y de la cantidad total aceptada. Estos resultados dependen a su vez de las ofertas presentadas al mercado por todos los participantes. Por otro lado, la acción de la naturaleza influye en la cantidad de agua disponible para ser generada. También puede influir en la demanda del sistema ya que el clima determina en gran medida los hábitos de consumo de electricidad. Por lo tanto, de forma genérica se puede escribir que la función de beneficio esperado es de la forma siguiente:

$$\mathcal{B}_A = \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \quad (5.1)$$

Es importante señalar que la maximización del beneficio esperado no puede restringirse al corto plazo pues tal y como se ha visto en capítulos anteriores, los objetivos de la empresa están asociados al largo plazo. La solución que se ha dado en esta tesis para evitar la miopía en la toma de decisiones semanales y diarias es incluir como dato de entrada ciertas consignas proporcionadas por los modelos de rango superior. Estas consignas pueden influir de distinta forma. Por un lado pueden valorar la repercusión en el futuro de las decisiones presentes, por ejemplo las curvas de valor del agua. Por otro lado pueden fijar directamente el valor de ciertas variables, por ejemplo los límites de cuota de mercado en el problema semanal (PS).

En el PD se utilizarán consignas del segundo tipo. Estas consignas vienen dadas al resolver el PS donde se fija el *unit-commitment* y la gestión del agua durante la semana. Así pues, la búsqueda de las ofertas óptimas se realiza conociendo el estado de acoplamiento de los grupos en cada hora así como las cantidades de agua que se deben consumir durante el día en cada cuenca hidráulica.

Otro aspecto que es importante destacar es que cuando la empresa  $A$  prepara sus ofertas, lo hace sin conocer qué ofertas presentarán el resto de empresas y también sin conocer exactamente cómo actuará la naturaleza durante el día siguiente. Es decir, el PD es un problema sujeto a incertidumbre. La incertidumbre asociada al comportamiento del resto de participantes podría tratarse mediante teoría de juegos buscando la solución del equilibrio. Sin embargo, tal y como se argumentó en el capítulo 3, el PD no se planteará como la búsqueda del equilibrio de mercado

sino que buscarán las ofertas que son óptimas frente a unas estimaciones dadas sobre el comportamiento del resto de participantes y de la naturaleza.

Hay que señalar que el PS expuesto en el capítulo anterior también existía el mismo tipo de incertidumbre. En ese caso se optó por un planteamiento determinista ya que, entre otras las razones, la solución del problema determinista contenía información suficiente para poder tomar decisiones sobre los arranques y paradas durante la semana. Sin embargo, tal y como se verá más adelante, en el caso del PD un planteamiento determinista no permitiría obtener toda una curva de oferta.

Esta “necesidad” de incertidumbre está reflejada en la mayoría de la literatura revisada. Por ejemplo, en (Klemperer y Meyer, 1989) se plantea el equilibrio del mercado utilizando funciones de suministro y se demuestra que en ausencia de incertidumbre existen infinitas soluciones que verifican las condiciones de optimalidad.

Con un día de antelación, el comportamiento de la naturaleza se puede estimar con bastante precisión. Sin embargo, el comportamiento del resto de empresas generadoras y consumidoras es más incierto por lo que esta incertidumbre se introducirá en el PD para encontrar las ofertas óptimas. Así pues, la formulación del PD se puede expresar de forma abstracta como:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{PD} : \quad & \max_{x_A} \quad \mathcal{B}_A(x_A, x_B, \alpha) \\
 & \text{s.a.} \\
 & x_B \rightsquigarrow \hat{f}(x_B) \\
 & \alpha = \hat{\alpha}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

donde  $x_A$  son las ofertas que la empresa  $A$  intenta optimizar. El objetivo es maximizar la función del beneficio esperado  $\mathcal{B}_A$  que ya incorpora las consignas dadas por el PS. El término  $\alpha = \hat{\alpha}$  establece que el comportamiento de la naturaleza se supondrá conocido deterministamente. Por otro lado, la expresión  $x_B \rightsquigarrow \hat{f}(x_B)$  indica que el comportamiento del resto de participantes se rige según una estimación de su función de probabilidad.

Al igual que en el PS, el comportamiento del resto de participantes  $x_B$  se modelará por medio de las funciones de demanda residual horarias<sup>3</sup>. Estas curvas de demanda residual resumen el comportamiento estratégico de las otras empresas generadoras y también de los agentes consumidores ya que relacionan el precio del mercado esperado en función de la cantidad que sea aceptada a la empresa.

Respecto a las acciones de la naturaleza, los producibles hidráulicos fijados por el PS ya incorporan implícitamente la suposición de que se conocen los valores de

<sup>3</sup>La definición de función de demanda residual se puede ver en la sección 4.6.1.

las aportaciones. Por otro lado, la demanda del sistema constituye la parte más inelástica de las ofertas de compra que se verá reflejada en las curvas de demanda residual utilizadas.

### 5.3.1 Optimización frente a curvas de demanda residual

Una de las ventajas que ofrece trabajar con las curvas de demanda residual, es que permiten representar el tipo de competencia a la que se enfrenta la empresa. Por ejemplo, una situación de competencia perfecta se representaría con una demanda residual horizontal situada sobre el precio del mercado que no se ve modificado por la acción individual de la empresa. En el caso opuesto, un monopolio con demanda inelástica se representaría como una demanda residual vertical situada sobre la cantidad demandada. Situaciones intermedias se pueden representar con curvas decrecientes cuya pendiente indica la capacidad de la empresa para influir en los resultados del mercado. Por ejemplo, en el caso de una empresa tomadora de precio en un oligopolio, la demanda residual será bastante plana en la zona correspondiente a la casación.

Hay que señalar que las funciones de demanda residual reales son funciones discontinuas ya que son funciones escalonadas debido al carácter discreto de las ofertas. Sin embargo, dado que dichas funciones están sujetas a incertidumbre, no tiene sentido modelar en detalle todos los pequeños escalones ya que no se pueden predecir con absoluta precisión. Por ello, en esta tesis se propone trabajar con funciones de demanda residual aproximadas por funciones continuas decrecientes.

Sea  $R(\cdot)$  la curva de demanda residual de la empresa  $A$ . Sea  $q$  la variable que indica la cantidad aceptada en el mercado a la empresa  $A$ . Nótese que si la demanda residual es una función continua, entonces por definición de demanda residual, el precio del mercado  $p$  puede obtenerse unívocamente a partir del valor de  $q$ , es decir,  $p = R(q)$ .

### 5.3.2 Definición del espacio de búsqueda

Sea  $K$  el conjunto de horas del día siguiente,  $K = \{k_1, \dots, k_{24}\}$ . Para cada una de estas horas, la empresa puede presentar un conjunto de ofertas definidas como parejas cantidad-precio,  $\{(q_1, p_1), (q_2, p_2), \dots, (q_n, p_n)\}$ . Este conjunto discreto de ofertas, tal y como se expuso en la sección 3.2.5, puede modelarse como una función monótonamente creciente denominada función de suministro que indica el precio mínimo al que la empresa estaría dispuesta a vender su producción, es decir  $p = S(q)$ .

Sea  $q_M$  la capacidad máxima de producción de la empresa. Por otro lado, sea  $\mathcal{S}$  el conjunto de funciones crecientes definidas sobre el intervalo  $[0, q_M]$ :

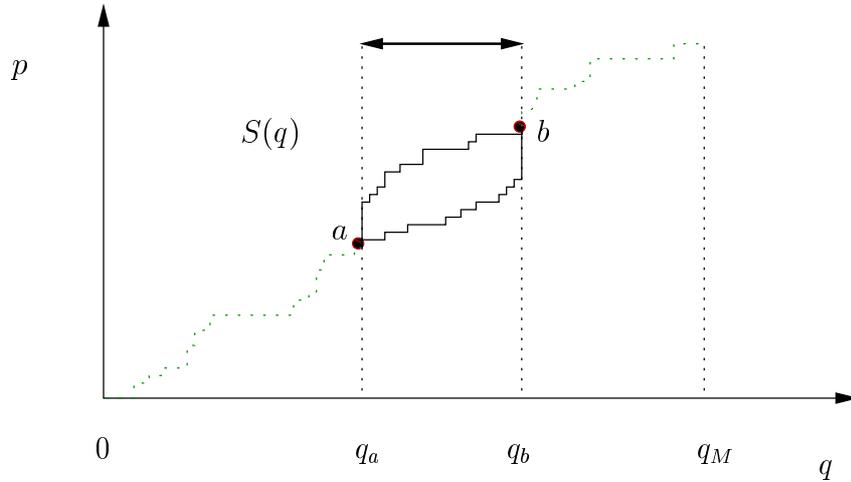
$$\mathcal{S} = \{f : [0, q_M] \rightarrow \mathfrak{R} : q_1 \leq q_2 \Rightarrow f(q_1) \leq f(q_2)\} \quad (5.3)$$

El problema diario de elaboración de ofertas se puede expresar como la búsqueda de las funciones de suministro horarias que maximizan el beneficio esperado de la empresa. Es decir, en el problema (5.2) planteado anteriormente,  $x_A$  es:

$$x_A \equiv \{S_k(\cdot) \in \mathcal{S} : k \in K\} \quad (5.4)$$

Una vez definido el espacio de búsqueda es necesario señalar los puntos siguientes:

- En primer lugar hay que notar que se trata de una optimización funcional puesto que el objeto de la optimización son funciones y no variables. Esto supone una dificultad que en esta tesis es solventada formulando el PD en dos etapas. En la primera se optimiza el beneficio de la empresa frente a escenarios de demanda residual. Dado que se utilizan funciones de demanda residual continuas, en cada una de esas optimizaciones sólo son variables de decisión las cantidades, ya que los precios están unívocamente ligados a las cantidades. Posteriormente se aplica un procedimiento heurístico para construir la curva de oferta partiendo de la información obtenida en la primera etapa.
- En segundo lugar, las funciones de suministro obtenidas tendrían que estar definidas sobre todo el intervalo  $[0, q_M]$ . Sin embargo solamente una parte de la curva de oferta representa el comportamiento estratégico de la empresa ya que la repetición diaria del mercado permite a las empresas aprender de los resultados obtenidos en el pasado. Por ello, dado que la incertidumbre sobre el comportamiento del resto de participantes no es absoluta, en esta tesis sólo se estudiará cómo construir la curva de oferta en un intervalo de cantidades  $[q_a, q_b]$  que corresponde a la zona de funcionamiento más probable. La función de suministro correspondiente a los intervalos  $[0, q_a[$  y  $]q_b, q_M]$  debe ser construida con otros criterios diferentes a los expuestos en este capítulo: protección frente a incidencias poco probables, evitar dar ventajas competitivas al resto de empresas, etc. En la figura 5.1 se muestran dos posibles ejemplos de funciones uniendo los puntos  $a$  y  $b$ .
- Finalmente las funciones de suministro obtenidas podrían ser presentadas directamente al mercado cuando se admitiesen ofertas en *portfolio*. En caso contrario, sería necesario asignar a cada unidad generadora una parte de la curva de forma que la agregación de todas las ofertas se ajustase a la función de suministro obtenida. Este último paso no pertenece al alcance de la tesis.



**Figura 5.1:** Construcción de la función de suministro en el intervalo de cantidades sujeto a incertidumbre  $[q_a, q_b]$ .

## 5.4 Método propuesto

Para ilustrar el método propuesto, a continuación se aplica a un caso sencillo de un único período y con una función de coste cuadrática. Además se supondrá que las funciones de demanda residual son lineales.

### 5.4.1 Función de beneficio

El beneficio  $\mathcal{B}$  de la empresa se define como la diferencia entre sus ingresos  $r$  y sus costes  $c$ . Los ingresos se obtienen multiplicando el precio del mercado por la cantidad producida, i.e.  $r = pq$ . Si se supone que el coste se puede aproximar por una función cuadrática de la cantidad i.e.  $c(q) = a_2 q^2 + a_1 q + a_0$ , se llega a que la expresión del beneficio es la siguiente:

$$\mathcal{B} = pq - (a_2 q^2 + a_1 q + a_0) \quad (5.5)$$

Supóngase además que la función de demanda residual  $R(\cdot)$  puede modelarse como una función lineal. Así pues, el precio del *pool* puede expresarse como:

$$p = R(q) = mq + n \quad (5.6)$$

Sustituyendo el precio de la ecuación (5.5) por la expresión de la demanda residual, se puede formular el beneficio de la empresa como una función que depende únicamente de la cantidad  $q$ :

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}(q) = (m q + n)q - (a_2 q^2 + a_1 q + a_0) \quad (5.7)$$

$$= (m - a_2) q^2 + (n - a_1) q - a_0 \quad (5.8)$$

### 5.4.2 Maximización del beneficio frente a un escenario de demanda residual

Si se conociesen los parámetros que definen la demanda residual, es decir la pendiente  $m$  y la ordenada en el origen  $n$ , entonces, la condición de beneficio máximo puede obtenerse resolviendo  $d\mathcal{B}(q)/dq = 0$ . Se puede llegar fácilmente a que el valor óptimo de cantidad  $q^*$  verifica la ecuación siguiente:

$$q^* = \frac{a_1 - n}{2(m - a_2)} \quad (5.9)$$

Si el valor de  $q^*$  se encuentra fuera del intervalo  $[0, q_M]$ , entonces debería calcularse como:

$$q^* < 0 \Rightarrow q^* = 0 \quad (5.10)$$

$$q^* > q_M \Rightarrow q^* = q_M \quad (5.11)$$

El precio del mercado asociado a ese valor de cantidad se obtiene como  $p^* = R(q^*) = m q^* + n$ , por lo que sería suficiente ofertar  $q^*$  a cualquier precio  $p \leq p^*$ . Por lo tanto, en ausencia de incertidumbre, existen infinitas funciones de suministro que maximizan el beneficio: cualquier función monótonamente creciente que corte a la función de demanda residual por el punto  $(q^*, p^*)$ . Es decir, cualquier función  $S(\cdot)$  que verificase las condiciones siguientes (5.12), sería una función de suministro óptima:

$$\begin{aligned} S(\cdot) &\in \mathcal{S} \\ S(q^*) &= p^* \end{aligned} \quad (5.12)$$

En la figura 5.2 (a) las líneas punteadas son tres ejemplos de posibles funciones de suministro óptimas que pasan por el punto  $(q^*, p^*)$ .

Sin embargo, como todos los participantes envían sus ofertas simultáneamente, es imposible conocer con certeza la curva de demanda residual.

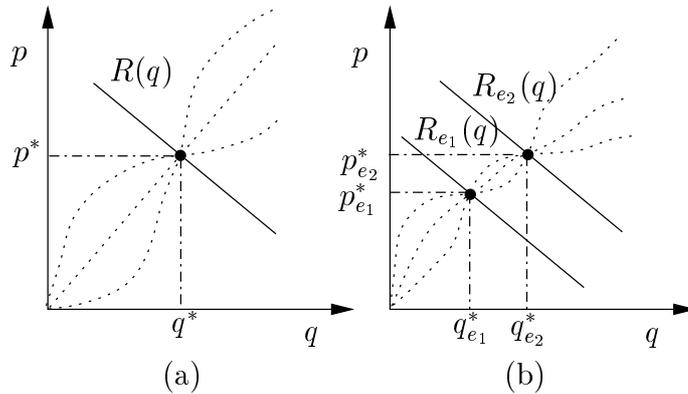
### 5.4.3 Maximización del beneficio frente a varios escenarios de demanda residual

Considérese un caso hipotético en el que la empresa tuviera la seguridad de que sólo son posibles dos escenarios de demanda residual,  $R_{e_1}(\cdot)$  y  $R_{e_2}(\cdot)$ , caracterizados por las parejas  $(m_e, n_e)$  con  $e \in \{e_1, e_2\}$ . La empresa podría optimizar de forma determinista su beneficio frente a cada escenario obteniendo para cada uno de ellos un único punto óptimo.

En la figura 5.2 (b) se muestra un ejemplo con dos funciones de demanda residual donde  $(q_{e_1}^*, p_{e_1}^*)$  y  $(q_{e_2}^*, p_{e_2}^*)$  son los óptimos para cada escenario. En este caso, cualquier función creciente que pase por ambos puntos sería una función de suministro óptima puesto que cortaría a la demanda residual real por un punto que sería de beneficio máximo. Así pues, en este caso las condiciones que debería satisfacer la función  $S(\cdot)$  para ser óptima son las siguientes:

$$\begin{aligned} S(\cdot) &\in \mathcal{S} \\ S(q_{e_1}^*) &= p_{e_1}^* \\ S(q_{e_2}^*) &= p_{e_2}^* \end{aligned} \quad (5.13)$$

En la figura 5.2 (b) se han dibujado tres posibles funciones que verifican (5.13).



**Figura 5.2:** Optimización frente a un escenario (a) y frente a dos escenarios (b) de demanda residual en un período.

En esta tesis se propone extender esta idea a un número mayor de escenarios de demanda residual. Sea  $E$  el conjunto de escenarios posibles:

$$E = \{e_1, \dots, e_E\}$$

El conjunto de puntos óptimos obtenidos tras maximizar el beneficio frente a cada escenario es  $\{(q_e^*, p_e^*) : e \in E\}$ . En este caso, las condiciones que la función de suministro debería verificar para ser óptima son las siguientes:

$$\begin{aligned} S(\cdot) &\in \mathcal{S} \\ S(q_e^*) &= p_e^*, \forall e \in E \end{aligned} \tag{5.14}$$

#### 5.4.4 Construcción de la función de suministro $S(q)$

Sean  $i$  y  $j$  los índices de dos puntos en el plano cantidad–precio. Se define la condición de puntos crecientes como:

$$\begin{aligned} q_i > q_j &\Rightarrow p_i \geq p_j \\ q_i = q_j &\Rightarrow p_i = p_j \end{aligned} \tag{5.15}$$

Cuando el conjunto de puntos óptimos obtenidos tras maximizar el beneficio frente a todos los escenarios,  $\{(q_e^*, p_e^*) : e \in E\}$ , satisface la condición de puntos crecientes (5.15), entonces cualquier función construida uniendo todos los puntos, verificaría las condiciones 5.14 para ser óptima.

En el caso de que los puntos óptimos no sean crecientes, se propone construir la función de suministro aproximando la nube de puntos obtenidas por una función creciente. Existen abundantes métodos para estimar una función a partir de ejemplos. En esta tesis se ha utilizado el modelo *Bisagras* (Sánchez-Úbeda y Wehenkel, 1998), expuesto en el apéndice B que permite obtener una función lineal a tramos que minimiza el error cuadrático medio. Además se ha modificado ligeramente el algoritmo de ajuste para que la solución obtenida verifique la condición de ser una función monótona.

Así pues, el método propuesto para el caso mono-período se resume en el algoritmo 5.1.

Hay que señalar que cuando los puntos óptimos no verifiquen la condición (5.15), entonces el método propuesto sólo podría aplicarse si la nube de puntos obtenida tiene una tendencia creciente. Dicha tendencia será “detectada” automáticamente por el modelo *Bisagras* para encontrar la función que mejor se ajusta a la dispersión de puntos. Si no existiera tal tendencia, la construcción de la curva de oferta debería considerar otra serie de factores, como por ejemplo el valor de beneficio asociado a cada punto así como el riesgo que la empresa estuviera dispuesta a asumir, ver (Mateo et al., 2000). En el capítulo 8 se indicarán las posibles líneas de continuación en este sentido.

Sin embargo, aunque no se puede garantizar la existencia de una tendencia creciente en la nube de puntos, existen algunos resultados teóricos que apoyan esta

---

**Algoritmo 5.1** Construcción de la función de suministro  $S(q)$ .

---

- 1: **for**  $e = 1$  to  $E$  **do**
  - 2:   Generar un escenario de demanda residual:  $R_e(\cdot) \equiv \{m_e, n_e\}$
  - 3:   Encontrar el valor de cantidad óptimo:  $q^* = \frac{a_1 - n_e}{2(m_e - a_2)}$
  - 4:   Obtener el precio  $p^* = m_e q^* + n_e$
  - 5:   Guardar el punto óptimo  $(q^*, p^*)$
  - 6: **end for**
  - 7: Construir  $S(q)$  aproximando la nube de puntos  $\{(q_e^*, p_e^*) : e \in E\}$  mediante una función creciente.
- 

idea. Supóngase que la demanda del sistema es inelástica y desconocida. En (Anderson y Philpott, 1998) se demuestra que si la función de suministro de la competencia  $S_B(\cdot)$  y la función de coste de la empresa  $c(\cdot)$  son funciones crecientes y convexas, con  $S_B(\cdot)$  diferenciable, entonces existe una función creciente que es óptima para cualquier valor de demanda contenido en un cierto rango. Esta función creciente corresponde con la respuesta óptima de la empresa, es decir, con su función de suministro.

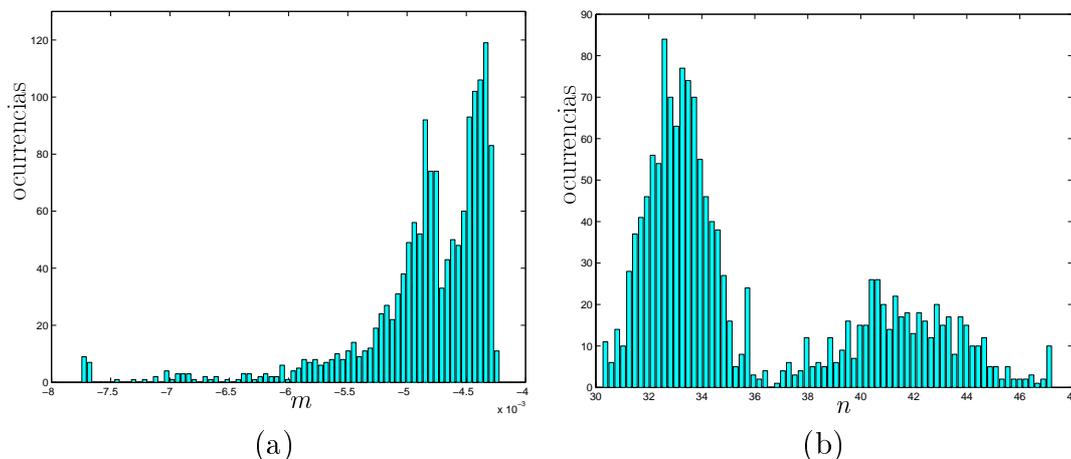
Por otro lado, aunque las hipótesis anteriores sobre  $S_B(\cdot)$  y  $c(\cdot)$  no sean siempre realistas, en los casos estudiados en esta tesis, se han obtenido resultados satisfactorios tal y como se presentará en el capítulo 7.

### 5.4.5 Ejemplo ilustrativo

Supóngase que la empresa dispone de datos históricos sobre los parámetros  $m$  y  $n$  de la demanda residual. Por simplicidad, supóngase que  $m$  y  $n$  son variables aleatorias con una función de probabilidad conjunta  $f(m, n) = f_1(m) \cdot f_2(n)$ .

La empresa no puede conocer exactamente las funciones  $f_1(m)$  y  $f_2(n)$ . Sin embargo, puede realizar estimaciones a partir de los datos históricos así como de otras experiencias. Supóngase que la empresa utiliza los histogramas de la figura 5.3 para estimar dichas funciones de probabilidad,  $\widehat{f}_1(m)$  y  $\widehat{f}_2(n)$ .

Una vez que las funciones  $\widehat{f}_1(m)$  y  $\widehat{f}_2(n)$  han sido determinadas la empresa podría generar los escenarios de demanda residual mediante un sorteo de Monte-Carlo en el que el resultado del sorteo fuera una pareja  $(m_e, n_e)$  para cada escenario. En la tabla 5.1 se muestran los parámetros de la función de coste utilizada en el caso ejemplo, el número de escenarios generados y la capacidad máxima de producción.



**Figura 5.3:** (a) Histograma del parámetro  $m$  [€/ (MW)<sup>2</sup>h] y (b) histograma del parámetro  $n$  [€/MWh], utilizados en el ejemplo.

$a_2$ [€/ (MW) <sup>2</sup> h]	$a_1$ [€/MWh]	$a_0$ [€/h]	$E$	$q_M$ [MW]
0.0049	-6	10000	150	3500

**Tabla 5.1:** Parámetros del caso ejemplo.

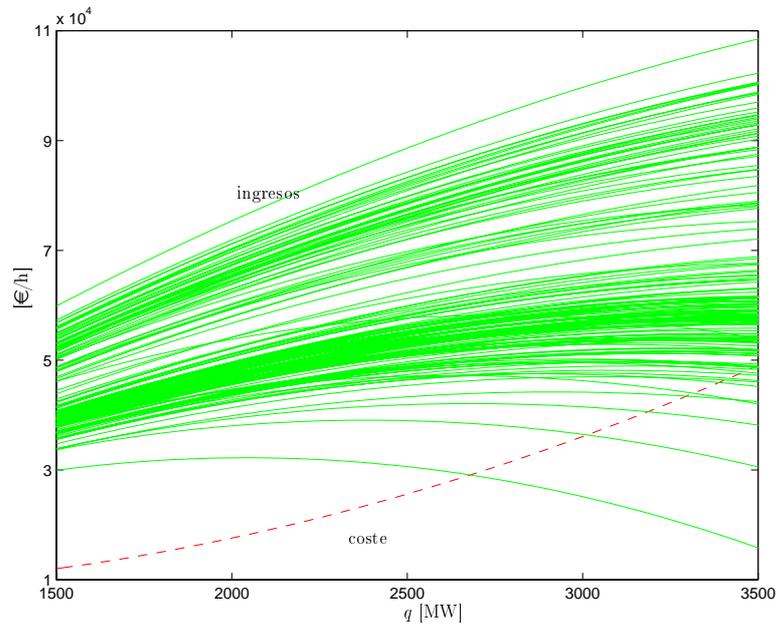
En la figura 5.4 se muestran las funciones de ingresos obtenidas a partir de los 150 escenarios de demanda residual. También se ha dibujado la función cuadrática de coste. En la figura 5.5 se presentan las funciones de beneficios obtenidas como la diferencia entre las funciones de ingresos y la función de coste.

En la figura 5.6 se muestran los escenarios de demanda residual obtenidos tras el sorteo así como los puntos óptimos resultantes tras aplicar la ecuación (5.9). Nótese que la condición de puntos crecientes (5.15) no se cumple, por lo que no se puede construir la función de suministro uniendo directamente todos los puntos. Sin embargo sí se observa una tendencia ascendente en la nube obtenida por lo que puede aproximarse por una función creciente.

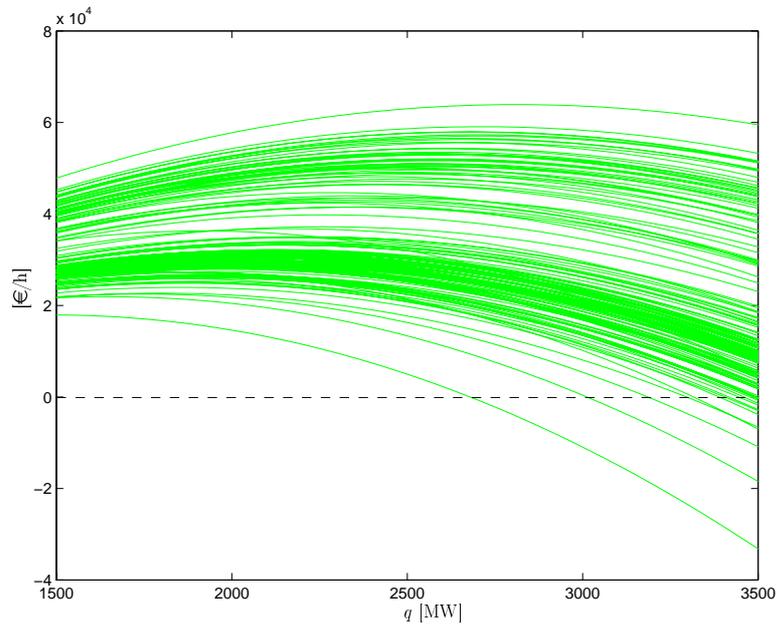
Una vez que se ha obtenido la nube de puntos, es posible aproximarla por una función creciente tal y como se muestra en la figura 5.7. Se puede ver que la aproximación obtenida mediante el modelo *bisagras* es una función lineal con cuatro tramos.

Nótese que la función obtenida pasa por las zonas con mayor densidad de puntos óptimos. Esto es ventajoso puesto que los escenarios de demanda residual correspondientes a dichos puntos tienen mayor probabilidad de ocurrir. Por lo tanto, si la demanda residual real es similar a las que tienen mayor probabilidad de ocurrencia, cortará a la función de suministro generada en el entorno del óptimo.

Por otro lado, en las zonas con mayor dispersión, como por ejemplo en los ex-

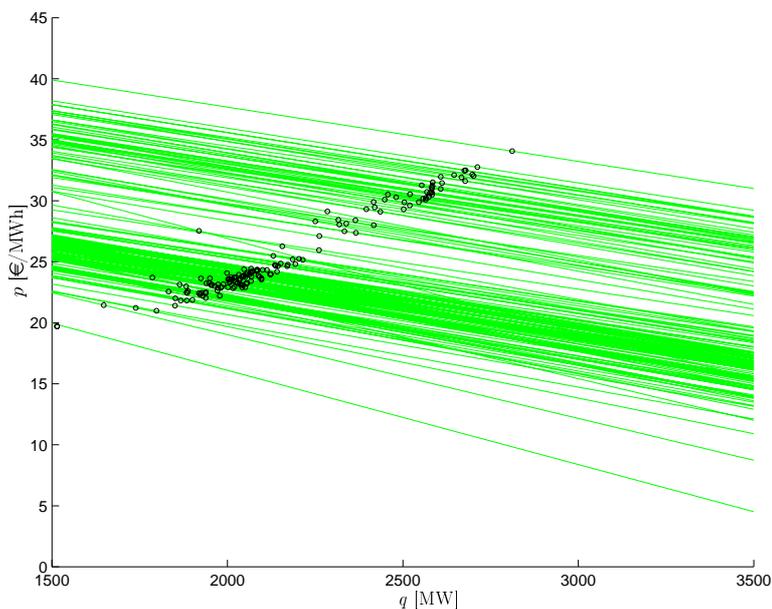


**Figura 5.4:** Curvas de ingresos para cada escenario  $e \in E$  y función cuadrática del coste.



**Figura 5.5:** Curvas de beneficio para cada escenario  $e \in E$ .

tremos, la función se ajusta bien a los pocos puntos óptimos existentes. Esto permite a la empresa protegerse ante ese tipo de curvas de demanda residual poco probables.



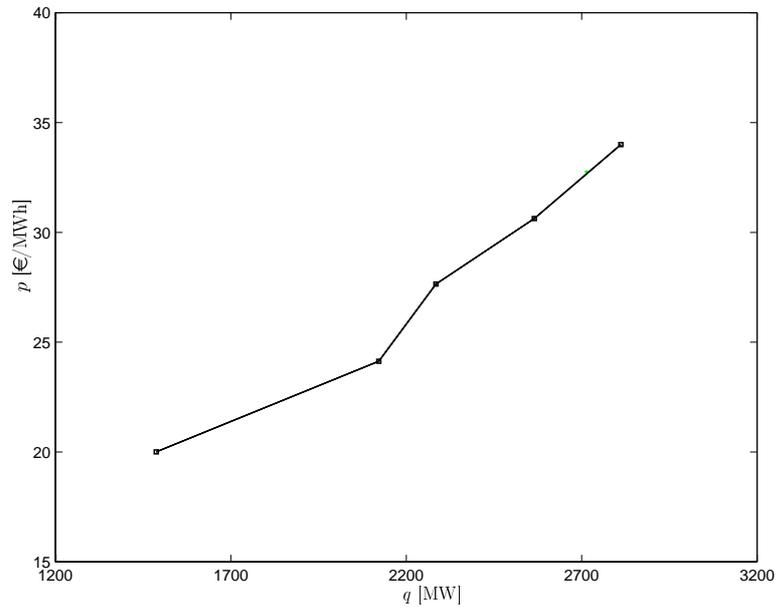
**Figura 5.6:** Puntos óptimos frente a cada escenario de demanda residual.

Finalmente, hay que añadir que la función obtenida no cubre todo el rango de potencia. Por lo tanto, la construcción completa de la curva en la zona anterior y posterior debe realizarse con otros criterios. En la figura 5.8 se muestra en líneas punteadas un ejemplo de cómo construir la curva en los intervalos  $[0, q_a[$  y  $[q_b, q_M[$ . También se ha dibujado la curva de coste marginal utilizada que como se puede ver queda por debajo de la función de suministro obtenida.

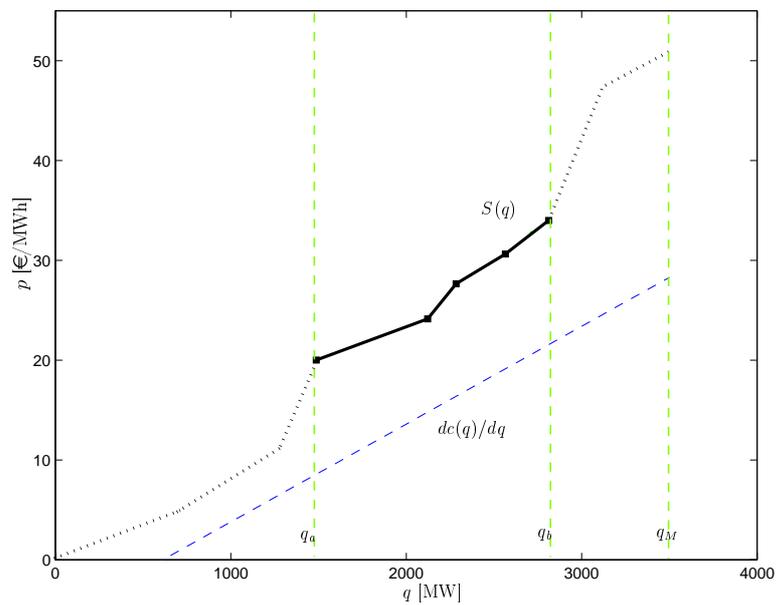
## 5.5 Resolución del Problema Diario

Para poder resolver el PD no se puede aplicar directamente la metodología expuesta en el ejemplo ilustrativo por las siguientes razones:

- Existen acoplamientos temporales que impiden plantear el problema de elaboración de ofertas de forma independiente para cada hora. Estos acoplamientos se deben a las restricciones de rampas en los grupos térmicos y a las limitaciones de energía hidráulica que ligan las 24 horas del día.
- El coste de explotación de la empresa no puede expresarse como una sencilla función analítica de la cantidad producida. En realidad, es una función compleja que depende de las características individuales de cada generador por lo que la valoración del coste debe hacerse considerando los aspectos técnico-económicos de todos los generadores a lo largo del día.



**Figura 5.7:** Aproximación lineal a tramos de la nube de puntos formada por los óptimos de cada escenario  $(q_e^*, p_e^*)$ ,  $e \in E$ .



**Figura 5.8:** Función de suministro  $S(q)$  y función de coste marginal  $dc(q)/dq$ .

- El modelado de la curva de demanda residual como una línea recta puede no representar adecuadamente la realidad.

Nótese que los ingresos sí pueden desacoplarse en el tiempo ya que en un mercado basado en ofertas simples, la casación en cada hora se realiza de forma independiente al resto de horas.

Finalmente es importante destacar que el equipo de bombeo puede producir o consumir potencia. Este consumo, como cualquier otro, debe estar reflejado en las ofertas de compra presentadas al mercado. Dado que el objetivo de esta tesis se centra sobre las ofertas de venta, se ha optado por plantear el PD desde el punto de vista de una empresa que sólo posee equipo de generación térmica e hidráulica, pero no equipo de bombeo. Al final del capítulo se indicará cómo extender la metodología expuesta para contemplar también las ofertas de compra.

### 5.5.1 Definición de un escenario

Para poder considerar los acoplamientos temporales, cada escenario  $e \in E$  debe contener información sobre el comportamiento del resto de participantes a lo largo de todo el día. Por ello, se define el escenario  $\mathbf{R}_e$  como el conjunto de funciones de demanda residual de cada hora del día siguiente:

$$\mathbf{R}_e = \{R_{ek}(\cdot) : k \in K\} \quad (5.16)$$

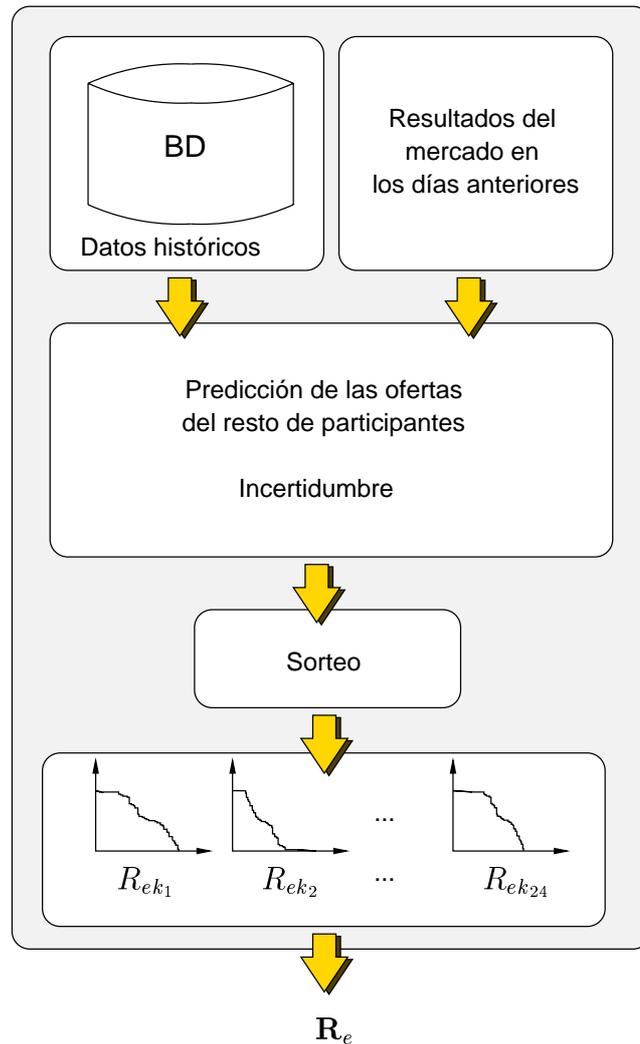
donde  $R_{ek}(\cdot)$  es la función de demanda residual esperada para la hora  $k$  en el escenario  $e$ .

Nótese que cada una de las funciones  $R_{ek}(\cdot)$  puede ser una función escalón, como las demandas residuales reales, o por el contrario ser aproximaciones, como por ejemplo funciones lineales a tramos, aproximaciones polinómicas, etc.

El esquema de la figura 5.9 indica los pasos que podrían seguirse para generar un escenario  $\mathbf{R}_e$ . En la base de datos se almacenan los resultados históricos del mercado: precios marginales, cuotas de mercado, ofertas del resto de empresas, etc. Por otro lado, los resultados del mercado más recientes (por ejemplo los del día anterior) pueden servir para seleccionar en dicha base de datos, cuáles de las ofertas presentadas en el pasado se ajustaría mejor a los resultados obtenidos el día o días anteriores. Finalmente, dado que las predicciones nunca pueden ser exactas, se podría realizar un sorteo para generar las 24 curvas de demanda residual que componen un escenario. En el capítulo 6 se propondrá una metodología para realizar el análisis de las curvas de oferta que puede ser el primer paso en un procedimiento de predicción.

### 5.5.2 Optimización del beneficio frente a un escenario, $\text{PD}_e$

Al igual que en el ejemplo ilustrativo, la empresa debe encontrar la producción que maximiza su beneficio frente a cada escenario. En este caso, la condición de



**Figura 5.9:** Generación de un escenario  $e$  de demanda residual.

optimalidad no puede obtenerse analíticamente ya que la evaluación del coste supone considerar las características técnico-económicas de cada unidad generadora así como la existencia de los acoplamientos temporales.

Por ello se planteará un problema de optimización, que se denotará como  $PD_e$ , en el que el beneficio diario se maximizará de forma determinista considerando como dato de entrada los siguientes parámetros:

- $\mathbf{R}_e$ : curvas de demanda residual horarias correspondientes al escenario  $e$ .
- *Unit-Commitment* de los grupos térmicos en cada hora del día.
- Energía producible en cada cuenca hidráulica durante el día.

Nótese que el  $PD_e$  es un problema de “despacho” donde en vez de considerar todos los generadores del sistema, sólo se incluyen los pertenecientes a la compañía generadora y donde, en vez de minimizar el coste de explotación del sistema (despacho económico), se maximiza el beneficio de la empresa.

Sea  $\mathbf{q}$  un vector cuya componente  $k$  es la producción total de la empresa en la hora  $k$ . El resultado de la optimización en cada escenario  $e$  será el vector  $\mathbf{q}_e^*$  que contiene el perfil óptimo de producción para todo el día:

$$\mathbf{q}_e^* = [q_{k_1}^*, q_{k_2}^*, \dots, q_{k_{24}}^*]^T$$

A partir de dichas cantidades y de las curvas de demanda residual utilizadas, el precio del mercado en cada hora se puede obtener como  $p_k^* = R_{ek}(q_k^*), \forall k \in K$ , por lo que el perfil de precios horarios obtenidos se puede expresar como el vector siguiente:

$$\mathbf{p}_e^* = [p_{k_1}^*, p_{k_2}^*, \dots, p_{k_{24}}^*]^T$$

Hay que señalar que el  $PD_e$  es análogo al PS expuesto en el capítulo 4 ya que también se optimiza la generación determinísticamente utilizando estimaciones de las curvas de demanda residual horarias. Sin embargo, el esfuerzo computacional para resolver el  $PD_e$  es menor debido a las razones siguientes:

1. En vez de considerar todos los períodos de la semana, en el  $PD_e$  sólo se incluyen 24 períodos correspondientes a las 24 horas del día.
2. Las variables de decisión de arranques, paradas y acoplamientos (variables binarias) se suponen conocidas ya que vienen determinadas por el *unit-commitment*. Por ello, el número de variables enteras es menor puesto que sólo son necesarias para modelar las funciones de ingresos (no cóncavas) obtenidas a partir de las demandas residuales horarias.
3. En cada cuenca hidráulica se fija la energía que se debe consumir durante el día por lo que no es necesario considerar curvas de valor de agua.

Es importante destacar que en el método expuesto, no se presupone ninguna hipótesis sobre el tipo de función utilizada para modelar las demandas residuales. La razón es que, al igual que en el PS, una vez generado el escenario  $\mathbf{R}_e$  se calculan las funciones de ingresos asociadas a cada demanda residual y son aproximadas por funciones lineales a tramos para facilitar la optimización. Es decir, tanto si la demanda residual es una función con múltiples escalones, como si es una aproximación (por ejemplo, lineal), las funciones de ingresos serán siempre funciones lineales a tramos.

En la sección 5.6 se presentará la formulación matemática del  $PD_e$ .

### 5.5.3 Algoritmo para la resolución del Problema Diario

Una vez que se han definido los datos de entrada y las variables de salida del  $PD_e$ , el procedimiento iterativo para resolver el problema de elaboración de ofertas puede verse en el algoritmo 5.2. Al igual que en el ejemplo ilustrativo, en primer lugar se maximiza el beneficio frente a todos los escenarios, obteniendo un conjunto de puntos óptimos en el plano cantidad–precio. Nótese que en este caso, cada ejecución del  $PD_e$  proporciona un punto óptimo en cada hora.

Una vez finalizado el bucle de escenarios, se habrán almacenado  $E$  puntos óptimos en cada hora. Así pues, existirán 24 nubes de puntos, que individualmente pueden ser aproximadas por funciones crecientes para construir las funciones de suministro,  $S_k(q), \forall k \in K$ .

---

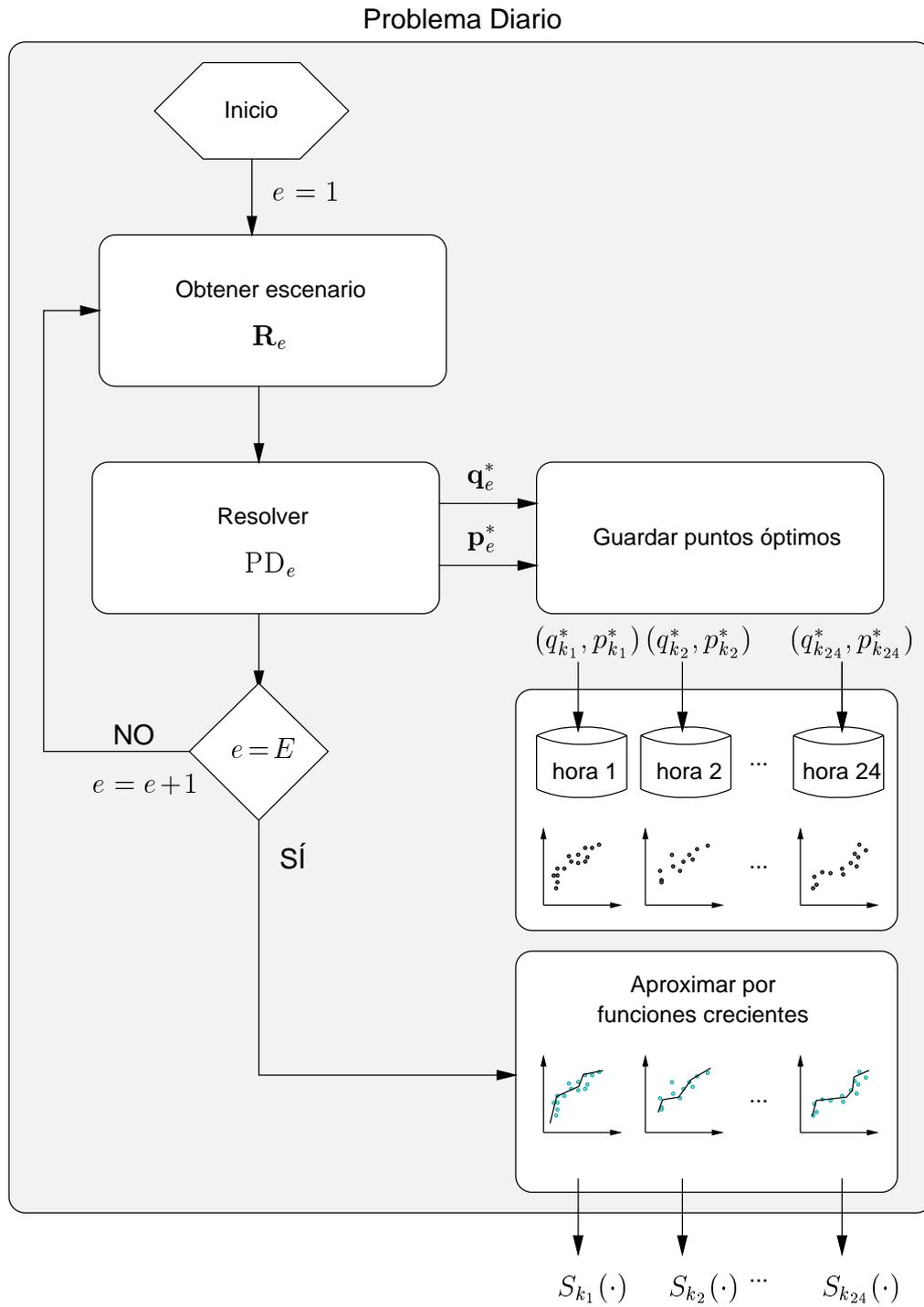
**Algoritmo 5.2** Construcción de las funciones de suministro horarias.

---

- 1: **for**  $e = 1$  to  $E$  **do**
  - 2:   Generar un escenario de demandas residuales horarias:  
 $\mathbf{R}_e = \{R_{ek_1}, R_{ek_2}, \dots, R_{ek_{24}}\}$
  - 3:   Resolver  $PD_e$  para obtener  $\mathbf{q}_e^* = [q_{k_1}^*, q_{k_2}^*, \dots, q_{k_{24}}^*]^T$
  - 4:   Calcular  $\mathbf{p}_e^* = [p_{k_1}^*, p_{k_2}^*, \dots, p_{k_{24}}^*]^T$ , tal que  $p_k^* = R_{ek}(q_k^*)$
  - 5:   Guardar los puntos óptimos en cada hora  $(p_k^*, q_k^*), \forall k \in K$
  - 6: **end for**
  - 7: Construir las funciones  $S_k(q), \forall k \in K$ , aproximando las nubes de puntos obtenidas en cada hora mediante funciones crecientes
- 

Tal y como se ha mencionado anteriormente, cada ejecución del  $PD_e$  supone resolver un problema de programación lineal entera-mixta. Por ello, cuando se optimiza frente al escenario  $e$  es conveniente utilizar como solución inicial la correspondiente al escenario  $e - 1$ , ya que puede disminuir notablemente el tiempo de ejecución si los escenarios de demanda residual son similares.

En la figura 5.10 se muestra el diagrama de flujo de este procedimiento.



**Figura 5.10:** Esquema general del Problema Diario.

## 5.6 Formulación del PD<sub>e</sub>

### 5.6.1 Definición de la función objetivo del PD<sub>e</sub>

La remuneración que reciben los generadores en cada hora es el producto del precio marginal del sistema por toda la potencia despachada. Por lo tanto, el ingreso correspondiente a todo el día es

$$\sum_{k \in K} r_k = \sum_{k \in K} p_k q_k \quad (5.17)$$

Dado un conjunto de períodos  $K$  y un conjunto de grupos térmicos  $J$ , en el capítulo 4 se modeló el coste de explotación como una función lineal dependiente de la potencia producida por encima del mínimo técnico ( $g_{jk}$ ), de la decisión de acoplamiento ( $v_{jk}$ ), de la decisión de arranque ( $y_{jk}$ ) y de la decisión de parada ( $z_{jk}$ ), para cada grupo  $j$  en cada período  $k$ :

$$c = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [(a_j g_{jk} + b_j v_{jk})l_k + d_j y_{jk} + e_j z_{jk}] \quad (5.18)$$

donde  $a_j$  y  $b_j$  son el término incremental y fijo respectivamente del coste de producción,  $d_j$  es el coste de arranque y  $e_j$  el de parada.

Esa misma expresión puede utilizarse en el PD para valorar el coste durante todo el día. Sin embargo hay que notar que el *unit-commitment* viene fijado por el PS por lo que en este caso las decisiones de acoplamiento, arranques y parada, no son variables del problema, sino que son datos. Así pues, conocidos los valores de  $v_{jk}$ ,  $y_{jk}$ ,  $z_{jk} \forall j \in J, \forall k \in K$ , el coste se puede expresar únicamente en función de la potencia producida por encima del mínimo técnico más una constante:

$$\begin{aligned} c &= \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [(a_j g_{jk})l_k] + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [(b_j v_{jk})l_k + d_j y_{jk} + e_j z_{jk}] \quad (5.19) \\ &= \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} [a_j g_{jk}] + cte. \end{aligned}$$

donde además se ha impuesto que la duración de cada período es de una hora:  $l_k = 1, \forall k \in K$ .

Así pues, la función objetivo del PD<sub>e</sub> es la siguiente:

$$\max \mathcal{B} \equiv \sum_{k \in K} r_k - \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} a_j g_{jk} \quad (5.20)$$

### 5.6.2 Restricciones consideradas en el $PD_e$

En la sección 4.4.1 se formularon las restricciones utilizadas para modelar el equipo térmico en el problema semanal. En este caso, dado que los arranques y las paradas no son variables de decisión del problema, es suficiente con incluir las restricciones siguientes:

- Límite superior e inferior de la potencia generada.
- Restricciones de rampa.
- Restricción de reserva rodante térmica.

Respecto al equipo hidráulico, las restricciones consideradas son:

- Potencia máxima de generación.
- Potencia mínima en cada hora (fluyente).
- Restricción de igualdad entre el consumo diario y la consigna dada por el PS.

Esta última restricción se debe a que la solución del PS contiene el perfil de producción óptimo de cada cuenca hidráulica a lo largo de la semana. Estos perfiles de generación hidráulica han sido calculados con el criterio de maximizar el beneficio presente y el beneficio futuro. Este beneficio futuro, calculado con las curvas de valor de agua proporcionadas por el modelo de largo plazo, depende del volumen de agua embalsada al final de la semana. Como consecuencia, durante el proceso diario de elaboración de ofertas es necesario conseguir que al final de la semana, el volumen embalsado coincida con el nivel óptimo calculado al resolver el PS.

Una manera de garantizar que se verifique la consigna de volumen final, es que diariamente se consuma la misma cantidad de agua (o su equivalente energético) que la correspondiente a ese día en la resolución del PS. De este modo, aunque se permitan ligeras variaciones sobre el programa dado por el PS, el balance energético diario se mantiene por lo que si durante la semana no se modifican las consignas de largo plazo, al final de la semana los embalses se encontraran en el nivel óptimo calculado al resolver el PS.

Sea  $e_i$  la energía consumida durante el día en la resolución del PS. La suma de la energía consumida durante las 24 horas debe igualar esa consigna. Nótese que al ser períodos horarios, la potencia media es igual a la energía horaria por lo que la restricción se formula como:

$$\sum_{k \in K} g_{ik} = e_i \quad (5.21)$$

Hay que señalar que este tratamiento del agua es bastante simplificado, por lo que podría no ser adecuado cuando la empresa tenga una producción hidráulica importante. Nótese que se está forzando a que en todas las iteraciones el consumo de agua sea siempre el mismo, con indiferencia del escenario de demandas residuales utilizado. Esto tiene sentido cuando dichos escenarios sean ligeras variaciones sobre el escenario nominal utilizado al resolver el PS. Sin embargo, si esto no fuera así, sería necesario adaptar el consumo diario de agua a la situación de cada escenario. En el capítulo 8 se indicarán las posibles líneas de continuación propuestas que básicamente consisten en la ampliación del alcance temporal del PD y en la utilización de curvas de valor de agua diarias que permitan “mover” agua de unos días a otros.

### 5.6.3 Formulación matemática del $PD_e$

Después de haber descrito la función objetivo, las variables, los parámetros y las restricciones que se considerarán para optimizar el beneficio frente a cada escenario, a continuación se muestra la formulación completa del  $PD_e$ :

max

$$\sum_{k \in K} r_k - \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} a_j g_{jk} \quad (5.22)$$

s.a.

- Restricciones del equipo térmico:  $\forall j \in J$

$$\begin{aligned} 0 &\leq t_{jk} = \underline{P}_j v_{jk} + g_{jk} && \forall k \in K \\ 0 &\leq g_{jk} \leq (\bar{P}_j - \underline{P}_j) v_{jk} && \forall k \in K \\ -\bar{r}_j &\leq g_{jk} - g_{j(k-1)} \leq r s_j && \forall k \in K - \{k_1\} \\ \sum_{j \in J} (v_{jk} \bar{P}_j - t_{jk}) &\geq rod_k && \forall k \in K \end{aligned} \quad (5.23)$$

- Restricciones del equipo hidráulico (sin el bombeo):  $\forall i \in I$

$$\begin{aligned} \underline{g}_{ik} &\leq g_{ik} \leq \bar{g}_i && \forall k \in K \\ \sum_{k \in K} g_{ik} &= e_i \end{aligned} \quad (5.24)$$

- Restricción de definición de la producción horaria de la empresa:

$$q_k = \sum_{j \in J} t_{jk} + \sum_{i \in I} g_{ik} \quad \forall k \in K \quad (5.25)$$

- Restricciones para modelar los ingresos:  $\forall k \in K$

$$\begin{aligned} r_k &= p_k q_k \\ p_k &= R_{ek}(q_k) \end{aligned} \tag{5.26}$$

Nótese que las restricciones 5.26 son no lineales lo cual supone un inconveniente para resolver el problema de optimización. Esta misma dificultad fue solventada en el capítulo 4 donde se propuso una formulación que permitía transformar esas restricciones no lineales a una formulación lineal utilizando variables binarias. Así pues sería necesario sustituir las restricciones 5.26 por dicha formulación alternativa, que aparece detallada en el apéndice A donde se modela la función de ingresos mediante técnicas de programación lineal entera-mixta.

Finalmente, al igual que en el PS, sería posible añadir restricciones de límites de producción. De este modo se evitaría producir por encima o debajo de unos ciertos límites más restrictivos que la capacidad de producción máxima y mínima fijada por el *unit-commitment*.

## 5.7 Elaboración de ofertas de compra para el equipo de bombeo.

El equipo de bombeo se caracteriza porque permite acumular energía bombeando agua a un embalse superior para que pueda ser turbinada posteriormente. En los sistemas centralizados, el ciclo de turbinación-bombeo suele consistir en bombear agua en las horas de valle y turbinar en las horas de punta. De esta forma se consigue aplanar la curva cronológica de demanda lo cual favorece la operación del parque de generación térmica. En los sistemas abiertos a la competencia, de forma genérica se puede decir que el ciclo de turbinación-bombeo consiste en bombear agua durante los períodos en los que los precios son bajos y turbinar en los períodos de precios altos. Hay que señalar que el rendimiento energético del ciclo siempre es menor que la unidad, por lo que será necesario que la diferencia de precios compense la pérdidas de energía.

Nótese que para bombear agua en una determinada hora es necesario consumir electricidad por lo que la empresa tendrá que acudir al mercado para comprar dicha energía. El hecho de que la empresa pueda presentar simultáneamente ofertas de compra y venta de energía en cada hora supone una dificultad añadida en el problema de elaboración de ofertas. En este caso, el objetivo del PD no sólo consistirá en buscar las 24 funciones de suministro óptimas sino también las 24 funciones de demanda asociadas al equipo de bombeo.

Si se permiten las ofertas en *portfolio* de producción neta, es decir, potencia comprada menos potencia vendida, no sería necesario construir las funciones de demanda. En este caso, las funciones de suministro estarían referidas a la potencia neta por lo que después de la casación, la empresa podría distribuir la potencia neta casada entre sus generadores y su equipo de bombeo de forma óptima.

### 5.7.1 Definición del espacio de búsqueda

Sea  $q_M^g$  la capacidad máxima de generación de la empresa (venta) y sea  $q_M^d$  la capacidad máxima de demanda de la empresa (compra).

Por otro lado, sea  $\mathcal{S}$  el conjunto de funciones crecientes definidas sobre el intervalo  $[0, q_M^g]$  y  $\mathcal{D}$  el conjunto de funciones decrecientes definidas sobre  $[0, q_M^d]$ :

$$\mathcal{S} = \{f : [0, q_M^g] \rightarrow \mathfrak{R} : q_1 \leq q_2 \Rightarrow f(q_1) \leq f(q_2)\} \quad (5.27)$$

$$\mathcal{D} = \{f : [0, q_M^d] \rightarrow \mathfrak{R} : q_1 \leq q_2 \Rightarrow f(q_1) \geq f(q_2)\} \quad (5.28)$$

El problema diario de elaboración de ofertas se puede expresar como la búsqueda de las funciones de suministro y de demanda horarias que maximizan el beneficio esperado de la empresa. Es decir, en el problema (5.2),  $x_A$  sería:

$$x_A \equiv \{S_k(\cdot) \in \mathcal{S}, D_k(\cdot) \in \mathcal{D} : k \in K\} \quad (5.29)$$

### 5.7.2 La demanda residual en función de la producción neta.

Las ofertas de compra asociadas al equipo de bombeo suponen un incremento en la demanda del sistema. Así pues es necesario revisar el concepto de demanda residual puesto que dichas ofertas también podrían repercutir en el precio del mercado.

Para construir la demanda residual es necesario considerar todas aquellas ofertas (tanto de compra como de venta) sobre las cuales la empresa  $A$  no tiene control. Utilizando la misma notación seguida en la tesis, se denotará con  $D_B(q)$  la curva de demanda obtenida tras agregar las ofertas de compra del resto de empresas. La cantidad de energía que dichas empresas estarían dispuestas a comprar a un precio  $p$  es  $q = D_B^{-1}(p)$ . Por otro lado, la cantidad que las empresas generadoras de la competencia generarían a un precio  $p$  es  $S_B^{-1}(p)$ , donde  $S_B(q)$  representa la curva de oferta agregada de dichas empresas.

La parte de demanda del resto de empresas que queda sin cubrir una vez que han sido despachadas el conjunto de empresas generadoras de la competencia es  $D_B^{-1}(p) - S_B^{-1}(p)$ . Repitiendo ese mismo razonamiento para más valores de precios, se puede ir obteniendo la relación entre la cantidad neta que la empresa podría generar y el precio del mercado:

$$R^{-1}(p) = D_B^{-1}(p) - S_B^{-1}(p) \quad (5.30)$$

cuya función inversa, es la demanda residual  $R(q)$ .

Hay que notar que el argumento de la demanda residual en este caso es la potencia neta de la empresa, que se define como la diferencia entre la potencia generada ( $q^g$ ) y la potencia consumida o demandada ( $q^d$ ), es decir:

$$q = q^g - q^d \quad (5.31)$$

Dado que  $q^g$  y  $q^d$  son variables de decisión del problema, se puede construir la demanda residual como una función que depende de ambas variables. Esta función se puede representar como una superficie, que se denotará mediante  $\mathcal{R}$ , que indica el precio del mercado en función de la cantidad comprada y de la cantidad vendida. Es decir, el precio del *pool* se puede expresar como:

$$p = \mathcal{R}(q^g, q^d) = R(q^g - q^d) \quad (5.32)$$

En la figura 5.11 se puede ver el aspecto de la superficie  $\mathcal{R}$  construida a partir de la función de demanda residual  $R(q)$  mostrada. Se ha supuesto que los límites de generación y compra son  $q_M^g = 10000$  y  $q_M^d = 5000$  MW<sup>4</sup>.

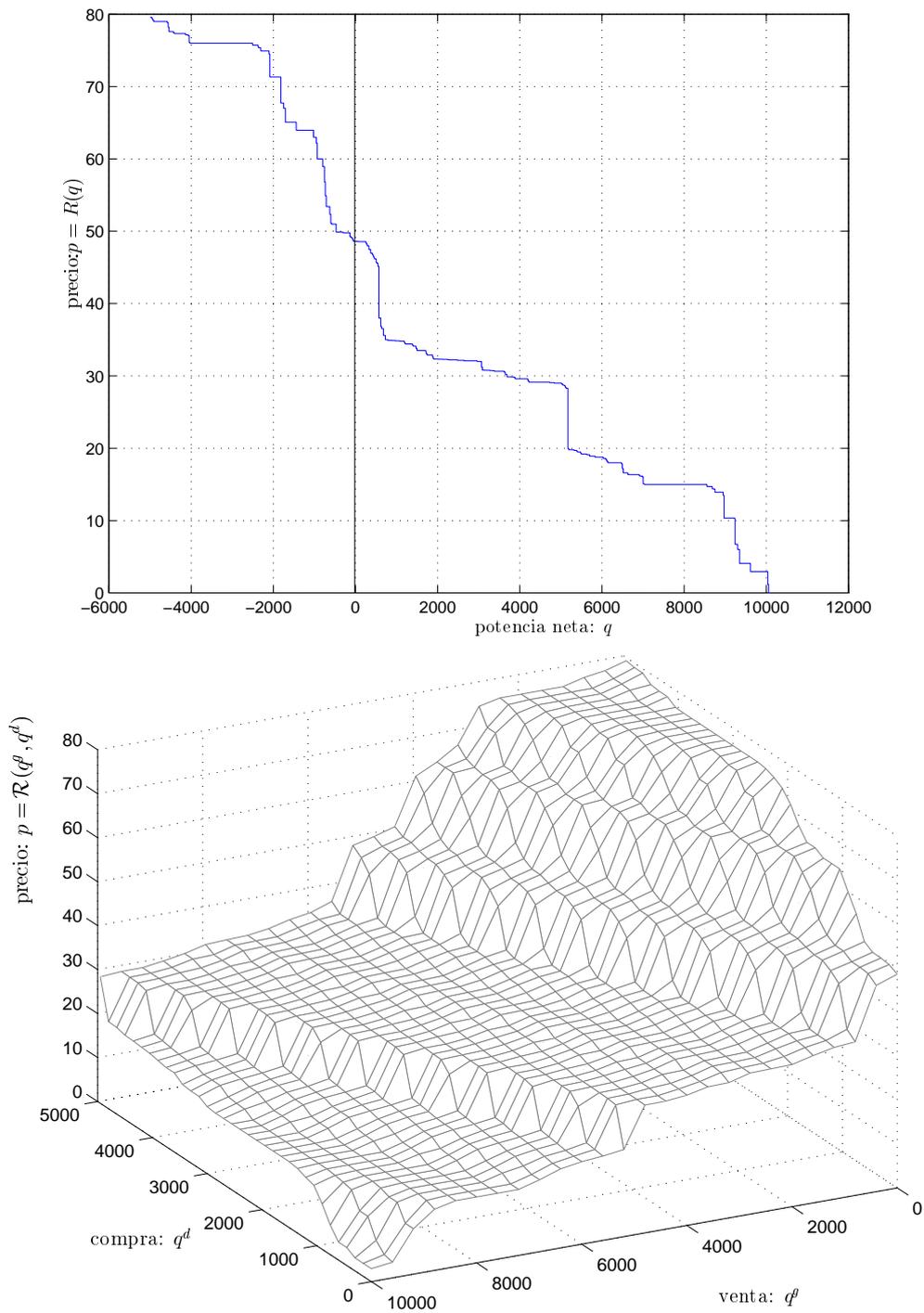
### 5.7.3 Cálculo de los ingresos

En el mercado mayorista de electricidad, el precio utilizado para calcular los ingresos de los generadores y los pagos de los consumidores, es igual al precio marginal del sistema en cada hora. Así pues, una empresa que compre y venda energía en el mercado puede computar sus ingresos netos evaluando la diferencia entre los ingresos por venta de energía menos los pagos por la compra en cada hora.

El ingreso el ingreso neto en la hora  $k$  se define por lo tanto como:

---

<sup>4</sup>Normalmente, dichos valores no son los habituales en una empresa generadora, donde la cantidad máxima de demanda asociada al equipo de bombeo suele ser mucho menor que la cantidad máxima de generación. Sin embargo se han elegido dichos valores para ilustrar mejor el concepto de superficie de demanda residual.



**Figura 5.11:** Función de demanda residual  $R(\cdot)$ , utilizando como argumento la potencia neta y superficie de demanda residual  $\mathcal{R}(\cdot)$ , utilizando como argumentos la potencia generada y la potencia consumida

$$\begin{aligned}
r_k &= p_k q_k^g - p_k q_k^d \\
&= p_k (q_k^g - q_k^d) \\
&= p_k q_k
\end{aligned}
\tag{5.33}$$

Es decir, para modelar los ingresos en cada hora se puede utilizar la misma metodología que en el caso de que no existiera equipo de bombeo. La única diferencia es que la variable dependiente debe ser la potencia neta y no la potencia generada.

#### 5.7.4 Inclusión del equipo de bombeo en el $PD_e$

Supóngase que la empresa posee un conjunto de  $B$  centrales de bombeo puro, similares al esquema de la figura 4.5 mostrada al formular el PS. Para incluir el equipo de bombeo en el PD es necesario que exista coherencia entre los resultados de cada día y las consignas proporcionadas por el PS. En concreto, se debe verificar que al finalizar la semana, el volumen de los embalses asociados al conjunto de centrales de bombeo sean iguales a las consignas de largo plazo utilizadas para obtener la programación semanal. Una forma de garantizar el cumplimiento de dichas consignas consiste en imponer que el volumen en la última hora de cada día sea igual al volumen final de cada día obtenido en la resolución del PS.

La nomenclatura sobre los datos y las variables del equipo de bombeo es la misma que en el PS y puede verse en las páginas 59 y 61 respectivamente. La única diferencia es que las condiciones iniciales y finales, en vez de hacer referencia al primer y último período de la semana, lo hacen a la primera y última hora del día en cuestión. Respecto la formulación de las restricciones, son idénticas a las expuestas en la sección 4.5.2 del PS, es decir:

- Condiciones iniciales en el embalse superior e inferior de cada central de bombeo
- Condiciones finales en el embalse superior de cada central de bombeo
- Límites máximos y mínimos del volumen almacenado en los embalses
- Potencia máxima de turbinación y de bombeo
- Restricciones de continuidad

Por lo tanto, para introducir el bombeo en el  $PD_e$ , habría que añadir el siguiente conjunto de restricciones a la formulación expuesta en la sección 5.6:

- Restricciones del equipo de bombeo puro:

$$\begin{aligned}
0 \leq d_{bk} &\leq \bar{d}_b & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
0 \leq g_{bk} &\leq \bar{g}_b & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
\underline{e}_b^i &\leq e_{bk}^i \leq \bar{e}_b^i & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
\underline{e}_b^s &\leq e_{bk}^s \leq \bar{e}_b^s & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
e_{bk}^s &= e_{b0}^s & \forall b \in B \quad k = \{k_1\} \\
e_{bk}^i &= e_{b0}^i & \forall b \in B \quad k = \{k_1\} \\
e_{bk}^s &= e_{bf}^s & \forall b \in B \quad k = \{k_{(K+1)}\} \\
e_{b(k+1)}^s &= e_{bk}^s + (\eta_b d_{bk} - g_{bk}) l_k & \forall b \in B \quad \forall k \in K \\
e_{b(k+1)}^i &= e_{bk}^i + (g_{bk} - \eta_b d_{bk}) l_k & \forall b \in B \quad \forall k \in K
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Por otro lado, sería necesario evaluar la potencia producida y consumida en cada hora. Es decir, la ecuación (5.25) debería ser sustituida por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$q_k^g = \sum_{j \in J} t_{jk} + \sum_{i \in I} g_{ik} + \sum_{b \in B} g_{bk} \quad \forall k \in K \tag{5.35}$$

$$q_k^d = \sum_{b \in B} d_{bk} \quad \forall k \in K \tag{5.36}$$

$$q_k = q_k^g - q_k^d \quad \forall k \in K \tag{5.37}$$

donde (5.35) define la potencia generada en cada hora por la empresa como la suma de la generación térmica, hidráulica y de bombeo. La ecuación (5.36) establece que la potencia consumida por la empresa en cada hora sea igual a la potencia demandada por el equipo de bombeo. Finalmente, la ecuación (5.37) permite calcular la potencia neta de la empresa como la suma de la generación menos el consumo.

### 5.7.5 Algoritmo para resolver el PD incluyendo el equipo de bombeo

Una vez que se ha definido la formulación detallada para incluir el equipo de bombeo en el PD<sub>e</sub>, el procedimiento iterativo para resolver el problema de elaboración de ofertas de compra y de venta puede verse en el algoritmo 5.3. En

primer lugar se maximiza el beneficio frente a todos los escenarios, obteniendo por un lado un conjunto de puntos óptimos en el plano cantidad–precio de potencia generada y por otro lado, de potencia consumida. Una vez finalizado el bucle de escenarios, se habrán almacenando  $E$  puntos óptimos de potencia generada y  $E$  puntos óptimos de potencia demandada en cada hora. Así pues, existirán 24 nubes de puntos, que individualmente pueden ser aproximadas por funciones crecientes para construir las funciones de suministro,  $S_k(q), \forall k \in K$  y 24 nubes de puntos que pueden ser aproximadas por funciones decrecientes para construir las funciones de demanda  $D_k(q), \forall k \in K$ .

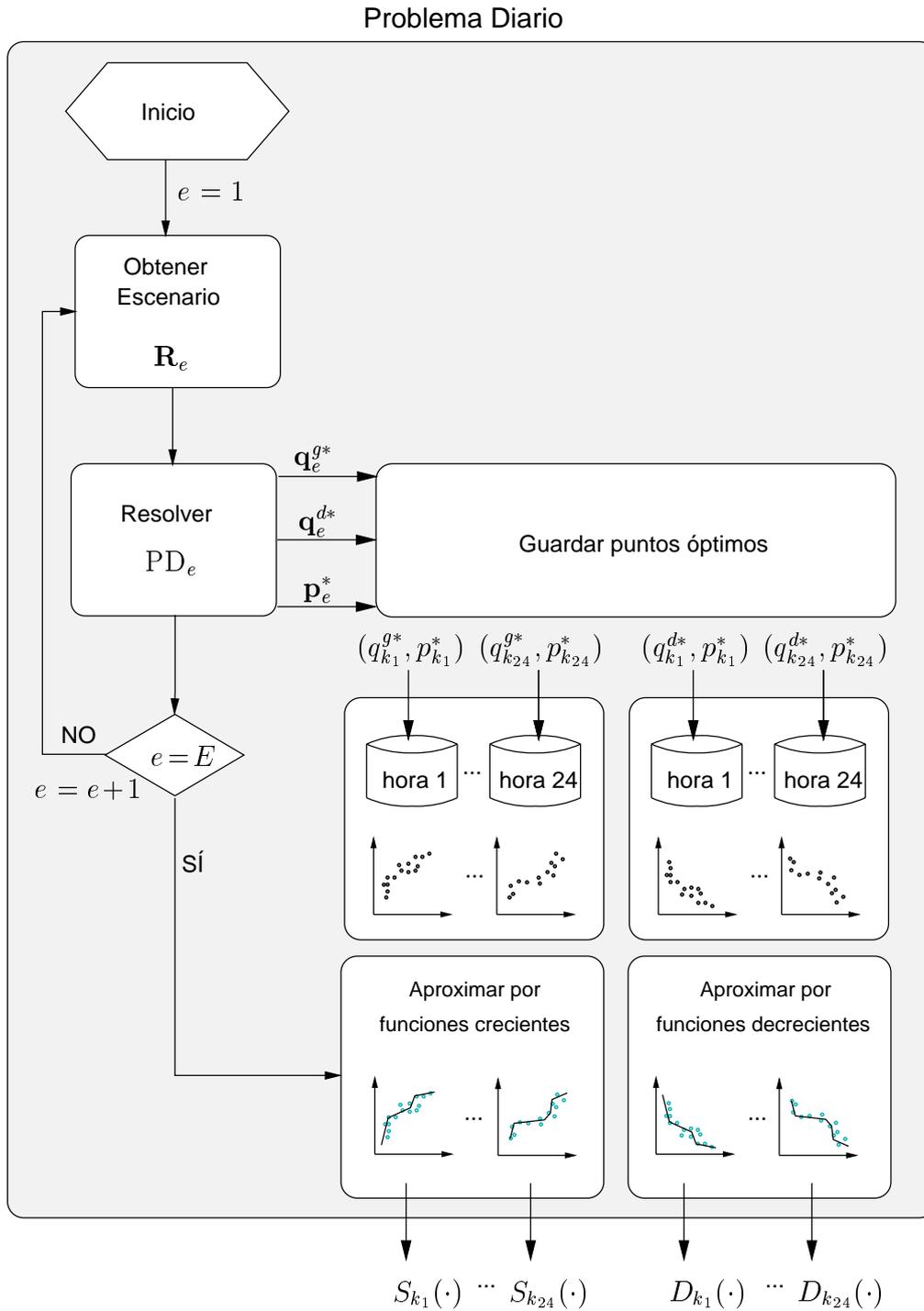
En la figura 5.12 se puede ver un diagrama en el que se resume el procedimiento propuesto.

---

**Algoritmo 5.3** Construcción de las funciones de suministro y de demanda horarias.

---

- 1: **for**  $e = 1$  to  $E$  **do**
  - 2: Generar un escenario de demandas residuales horarias:  
 $\mathbf{R}_e = \{R_{ek_1}, R_{ek_2}, \dots, R_{ek_{24}}\}$
  - 3: Resolver  $PD_e$  para obtener  $\mathbf{q}_e^{g*} = [q_{k_1}^{g*}, q_{k_2}^{g*}, \dots, q_{k_{24}}^{g*}]^T$  y  $\mathbf{q}_e^{d*} = [q_{k_1}^{d*}, q_{k_2}^{d*}, \dots, q_{k_{24}}^{d*}]^T$
  - 4: Calcular  $\mathbf{p}_e^* = [p_{k_1}^*, p_{k_2}^*, \dots, p_{k_{24}}^*]^T$ , tal que  $p_k^* = R_{ek}(q_k^{g*} - q_k^{d*})$
  - 5: Guardar los puntos óptimos de potencia generada y consumida en cada hora:  
 $(p_k^*, q_k^{g*}), (p_k^*, q_k^{d*}) \forall k \in K$ .
  - 6: **end for**
  - 7: Construir las funciones  $S_k(q)$ , aproximando la nube de puntos de precio vs potencia generada, mediante funciones crecientes
  - 8: Construir las funciones  $D_k(q)$ , aproximando la nube de puntos de precio vs potencia consumida, mediante funciones decrecientes
-



**Figura 5.12:** Esquema general del Problema Diario cuando la empresa presenta ofertas de compra y de venta simultáneamente.



# Capítulo 6

## Análisis de las curvas de oferta

### 6.1 Introducción

Como consecuencia de la liberalización del sector eléctrico, a la incertidumbre típica de los sistemas tradicionales —demanda, aportaciones hidráulicas, fallos de los generadores, etc.— hay que sumar el desconocimiento que las empresas tienen sobre el comportamiento del resto de participantes. Por ello, la predicción de las variables asociadas a la interacción estratégica entre las empresas (precio marginal del sistema, cuota de mercado, etc.) es una línea de investigación actual. Un ejemplo se puede ver en (Szkuta et al., 1999) donde se utilizan técnicas de inteligencia artificial para predecir el precio marginal del sistema.

Tal y como se argumentó en el capítulo 3, las técnicas de predicción de precios resultan inadecuadas cuando el precio no se puede considerar como una variable exógena, es decir, cuando la empresa puede influir en los resultados del mercado. Por ello, en la metodología propuesta en esta tesis se sugiere utilizar estimaciones de las curvas de demanda residual que permitan relacionar el precio marginal esperado con la cantidad despachada en cada hora. En concreto, en el problema semanal las funciones de demanda residual esperadas para cada período se han supuesto conocidas de forma determinista. Por otro lado, en el problema diario dichas estimaciones han sido introducidas mediante escenarios.

En el momento de realizar esta tesis no se han encontrado publicaciones que estudien el problema de la predicción de las curvas de demanda residual. Hay que señalar que este problema es de gran complejidad y que su resolución está fuera del alcance de esta tesis. Sin embargo, en este capítulo se presenta una metodología de análisis de las ofertas que puede permitir estudiar y comprender el comportamiento pasado de las empresas, así como servir de punto inicial en un procedimiento de predicción general de curvas de demanda residual.

Las técnicas de análisis utilizadas por los agentes del mercado estarán fuertemente condicionadas por el tipo de información que publique el operador del mercado.

Ya se ha mencionado que no existe un acuerdo unánime sobre la conveniencia de publicar o no las ofertas presentadas al mercado. Como ejemplo de las distintas posturas adoptadas se puede destacar el caso del mercado nórdico, donde no se publican las ofertas, el caso de Reino Unido, donde sólo se hace en algunos períodos determinados, o el caso de California, donde únicamente se publican las curvas agregadas de oferta y de venta. En el caso español, durante los primeros meses de funcionamiento del mercado, las empresas recibían las ofertas al día siguiente de su presentación y posteriormente se extendió hasta un mes el período de retraso. Para aplicar la metodología propuesta en este capítulo es necesario que al menos existan datos históricos de las funciones de suministro y de demanda agregadas de todo el sistema ya que de este modo, eliminando sus propias ofertas, cada empresa podría construir sus curvas de demanda residual históricas.

Finalmente, hay que señalar que la metodología que se presenta en este capítulo no se restringe al análisis de las curvas de demanda residual sino que también permite estudiar las curvas de venta y de compra del resto de agentes, tanto de forma individual como de forma agregada. Para simplificar la exposición, de aquí en adelante se utilizará el concepto de curva de oferta (CO) para referirse a cualquiera de las funciones siguientes:

- Función de suministro  $S(q)$
- Función de demanda  $D(q)$
- Función de demanda residual  $R(q)$

Este capítulo está organizado de la forma siguiente. En primer lugar se expone la metodología propuesta para realizar el análisis de los datos históricos de las ofertas. Después se detallará la aplicación del modelo *Bisagras* que permite resumir y comprimir la información de las curvas de oferta. Posteriormente se expondrá cómo es posible aplicar técnicas de *clustering* a las CO y finalmente se presentará un caso ejemplo donde se aplica la metodología propuesta para analizar las funciones de suministro del mercado eléctrico de California.

## 6.2 Metodología propuesta

La primera dificultad que aparece cuando se desea analizar los datos históricos de ofertas es que la cantidad de información disponible puede ser muy elevada. En la actualidad, la capacidad de almacenamiento de las bases de datos es muy grande por lo que es necesario disponer de procedimientos automáticos que permitan extraer información relevante de todos esos datos almacenados.

La metodología propuesta en esta tesis para analizar las ofertas consta de dos etapas:

1. Aproximación de las CO horarias mediante funciones lineales a tramos.
2. Análisis de *clusters* de las CO.

El objetivo de la primera etapa consiste en resumir y comprimir los datos de las ofertas horarias de forma que el resultado pueda ser más manejable y así facilitar su análisis posterior. Nótese que en el caso español cada unidad de oferta puede presentar hasta 25 parejas cantidad-precio para cada hora del día. Supóngase por ejemplo que se pretende analizar las ofertas de 100 unidades a lo largo de un año. En ese caso podría ocurrir que el número de ofertas a analizar fuera  $100 \times 365 \times 24 \times 25 = 21.9 \cdot 10^6$ .

Tal y como se expuso en el capítulo 3, el conjunto discreto de ofertas de cada hora se puede modelar como una función escalón. En el caso de ser una función de suministro, se tratará de una función creciente y en el caso de ser una función de demanda o de demanda residual se tratará de una función decreciente. Al agregar las ofertas para construir la CO, se obtienen tantos escalones como precios distintos existan en el conjunto de ofertas de esa hora. Por ello, en la CO original puede existir un gran número de escalones con diferentes tamaños. En esta tesis se propone aproximar la CO original mediante una función lineal a tramos de forma que con un pequeño número de segmentos lineales —del orden de 10 a 20 tramos— se pueda capturar la información relevante de la CO. Para obtener estas funciones lineales a tramos se utilizará el modelo *Bisagras* descrito en el apéndice B.

El objetivo de la segunda etapa consiste en encontrar automáticamente patrones de comportamiento de los participantes en el mercado a lo largo del tiempo. Puesto que la estrategia de una empresa se ve reflejada en las ofertas enviadas al mercado, se propone buscar agrupaciones naturales entre las CO históricas mediante técnicas de *clustering*<sup>1</sup>. Nótese que se pretende buscar agrupaciones de funciones y no de variables, por lo que será necesario definir alguna medida de la similitud entre las CO.

El siguiente paso, que no se ha abordado en esta tesis, sería la identificación de las variables que permitieran explicar los patrones de comportamiento encontrados mediante el análisis de *clusters*. A continuación se podría construir una “biblioteca” de curvas típicas que estarían caracterizadas por los valores (cuantitativos o cualitativos) de dichas variables explicativas.

---

<sup>1</sup>En el apéndice C se muestra un resumen de las distintas técnicas de *clustering* que se pueden encontrar en la literatura y se detalla el algoritmo utilizado en esta tesis.

## 6.3 Aplicación del modelo *Bisagras* para aproximar una curva de oferta

### 6.3.1 Definición del modelo

El modelo *Bisagras* es fruto de las investigaciones realizadas en la tesis doctoral “*Modelos para el análisis de datos: contribuciones al aprendizaje a partir de ejemplos*”, (Sánchez-Úbeda, 1999). Este modelo se enmarca dentro de los modelos de regresión unidimensionales ya que permite construir la estimación  $\hat{f}(\cdot)$  como una función continua definida a tramos a partir de un conjunto de  $N$  puntos en  $\mathbb{R}^2$ ,  $(x_i, y_i)$   $i = 1, \dots, N$ , que obedecen a la expresión siguiente:

$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i \quad (6.1)$$

donde  $f(\cdot)$  es la función que relaciona la variable dependiente ( $y$ ) con la variable independiente ( $x$ ), y donde  $\epsilon$  representa una perturbación o ruido en los datos de entrada.

En el modelo *Bisagras*, cada uno de los tramos de la estimación  $\hat{f}(\cdot)$  se aproxima por un polinomio de primer o de tercer grado. En esta tesis se han utilizado polinomios de primer grado, por lo que en el resto del documento se utilizará el término LHM para referirse a la versión lineal del modelo *Bisagras*<sup>2</sup>.

En los modelos de regresión, la función  $f(\cdot)$  suele ser desconocida, por lo que el objetivo es encontrar una estimación  $\hat{f}(\cdot)$  que permita aproximar la verdadera función de forma que las discrepancias entre los valores observados y los valores previstos sean pequeñas.

Sin embargo, cuando se analizan curvas de ofertas históricas, la función original sí es conocida. El objetivo en este caso es encontrar un modelo que no sea tan complejo como el original y que a la vez permita capturar la información relevante.

### 6.3.2 Objetivos del modelado propuesto

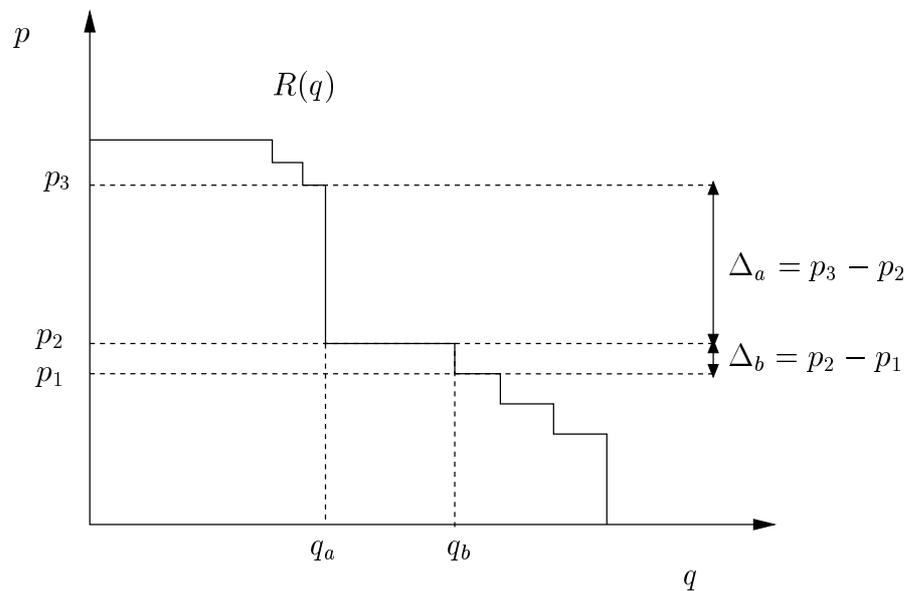
La curva original  $f(\cdot)$  es una función escalonada donde el número de escalones puede ser muy elevado y con tamaños muy diferentes.

En la figura 6.1 se presenta una curva de demanda residual en la que se observa un escalón vertical bastante pronunciado para el valor de cantidad  $q_a$ . Sea  $\epsilon$  un valor de cantidad pequeño tal que  $\epsilon \geq 0$ . En el caso de que la empresa consiguiese vender en el mercado un valor  $q = q_a - \epsilon$ , el precio del mercado resultante sería  $p_3$ . Sin embargo, si la cantidad vendida fuese  $q = q_a + \epsilon$ , entonces el precio sería

<sup>2</sup>LHM del inglés *Linear Hinges Model*.

$p_2$ . Es decir, una ligera variación en la cantidad vendida tendría gran repercusión en el precio del mercado ( $\Delta_a = p_3 - p_2$ ) por lo que debe considerarse durante el proceso de toma de decisiones de la empresa.

Nótese que debido al carácter discreto de las ofertas, esa discontinuidad en el precio ocurre siempre que se “salte” de un escalón a otro. Por ejemplo, si la empresa produce  $q = q_b - \epsilon$  el precio es  $p_2$  y si produce  $q = q_b + \epsilon$  el precio es  $p_1$ . Sin embargo, en este caso la diferencia de precios es mucho menor ( $\Delta_b = p_2 - p_1$ ) por lo que utilizar  $p_1$ ,  $p_2$  o un valor intermedio, no tendría tanta repercusión en los resultados. Es decir, los pequeños escalones consecutivos podrían ajustarse por una función continua —por ejemplo, una recta—, que permitiera evaluar de forma aproximada la variación del precio en función de la cantidad vendida.



**Figura 6.1:** Ejemplo de curva de demanda residual con escalones de diferentes tamaños.

El mismo razonamiento seguido para los tramos verticales de los escalones podría emplearse para los tramos horizontales. Por ejemplo, si la empresa consigue vender en el mercado una cantidad comprendida en el intervalo  $[q_a, q_b]$ , el precio sería siempre  $p_2$ . Es decir, desde el punto de vista estratégico, para ese rango de cantidades la empresa tendría una posición tomadora de precios. Cuando los escalones son más pequeños, ocurre lo mismo pero a menor escala por lo que no tienen la misma importancia estratégica que los escalones mayores.

Por lo tanto, los objetivos que se persiguen con este modelado aproximado de la CO son los siguientes:

- Aproximar la CO real por una función lineal a tramos, de forma que los escalones “pequeños” consecutivos se aproximen por una recta mientras que

los escalones “grandes” puedan seguir identificándose en la aproximación resultante.

- Que el modelo obtenido sea sencillo, es decir, que el número de tramos de la aproximación sea mucho menor que el número de escalones de la curva real.

### 6.3.3 Preparación de los datos de entrada

Tal y como se describe en el apéndice B, para aplicar el LHM, es necesario introducir los siguientes datos de entrada:

- Coordenadas de cada punto  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$
- Valor del parámetro  $\phi$
- Valor del parámetro  $\eta$

Dado que la función original es conocida, para obtener el conjunto de puntos, el primer paso es realizar un muestreo de la CO. Para que todas las zonas de la CO estén igualmente representadas, se ha optado por un muestreo uniformemente distribuido en el eje de abscisas. Supóngase que el dominio de definición de la variable independiente es  $[\underline{x}, \bar{x}]$  y que el número de puntos es  $N$ . En ese caso, el valor comprendido entre las abscisas de dos muestras consecutivas es:

$$\Delta_x = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{N - 1} \quad (6.2)$$

Los valores de  $x$  para realizar el muestreo se obtienen como:

$$x_i = \underline{x} + (i - 1)\Delta_x \quad i = 1, \dots, N \quad (6.3)$$

Una vez que se han determinado los valores de las abscisas, la ordenada de cada punto se obtiene a partir de la CO original:

$$y_i = f(x_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (6.4)$$

Nótese que para efectuar el muestreo es necesario decidir previamente el número de puntos  $N$  o bien el intervalo de muestreo  $\Delta_x$ . La virtud del modelo *Bisagras* es la capacidad de seleccionar automáticamente cuáles de los escalones consecutivos se pueden aproximar por un tramo lineal y cuáles deben mantenerse utilizando un tramo bastante vertical. Por ello, la estrategia que se ha seguido en esta tesis para efectuar el muestreo es seleccionar un valor de  $\Delta_x$  que garantice que

todos los escalones de la curva original puedan distinguirse tras el muestreo. En concreto se ha optado por fijar el número de muestras mínimo en el escalón de menor amplitud horizontal.

El valor del parámetro  $\phi$  está asociado a la precisión que se desea obtener con el modelo ya que representa el umbral que determina el criterio de parada. Cuanto menor valor tenga dicho parámetro, más exhaustiva será la búsqueda<sup>3</sup>.

Por otro lado, el valor del parámetro  $\eta$  tiene que cumplir  $0 \leq \eta \leq 1$ . Con este parámetro se puede acotar el espacio de búsqueda, de modo que valores altos cercanos a 1 permiten realizar un mejor ajuste. No existe ninguna regla general que indique el valor óptimo de este parámetro, sino que debe ser elegido por el usuario para adaptarse a las condiciones particulares del problema de estudio.

Finalmente, el resultado que se obtiene tras aplicar el LHM son las coordenadas de los nodos que definen los segmentos de la función lineal a tramos. Así pues, la función  $\hat{f}(\cdot)$  queda definida por las coordenadas de dichos nodos, es decir:

$$\hat{f}(x) \equiv \{(x_k, y_k) : k = 1, \dots, K\} \quad (6.5)$$

donde  $K$  es el número de nodos obtenidos automáticamente por el LHM.

En la figura 6.2 se esquematiza el proceso de obtención de un modelo de bisagras a partir de una curva de oferta.

### 6.3.4 Ejemplo ilustrativo

En esta sección se muestra cómo utilizar el modelo LHM para modelar una curva de demanda residual  $R(q)$ . La curva original utilizada es ficticia y ha sido sintetizada de forma que existan escalones de diferentes tamaños tal y como ocurre en la realidad (ver figura 6.3).

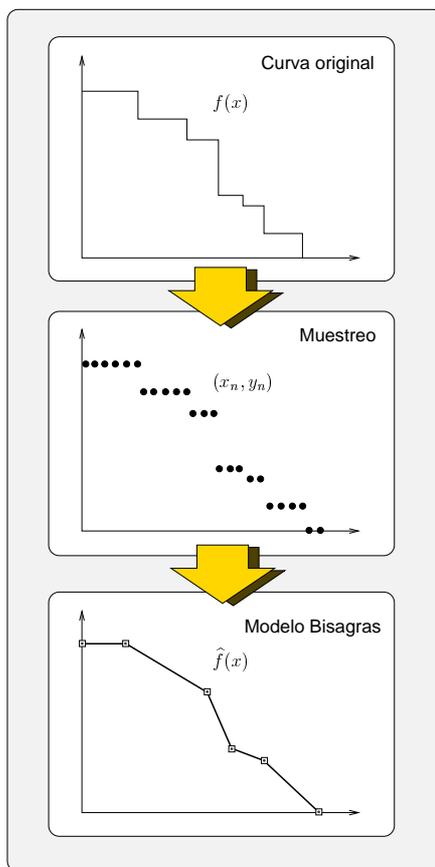
El primer paso consiste en realizar el muestreo para obtener el conjunto de puntos en el plano cantidad–precio. Experimentalmente se ha decidido que al menos existan 4 muestras en cada escalón de la función original, resultando un intervalo de muestreo  $\Delta_x = 4.66$  MWh y un número total de muestras de  $N = 1992$ .

En la figura 6.4 se puede ver el resultado del muestreo. Es importante señalar que en los tramos verticales de los escalones no existen puntos, ya que representan las discontinuidades en la función original. El LHM genera una función continua, por lo que dichas discontinuidades se transformarán en tramos lineales con una pendiente muy elevada, pero nunca absolutamente vertical.

En la figura 6.5 se puede ver la función lineal a tramos obtenida tras aplicar el LHM, con un número de nodos  $K = 18$ . Los valores utilizados para realizar

---

<sup>3</sup>En el apéndice B se indican unas pautas para seleccionar el valor de este parámetro.

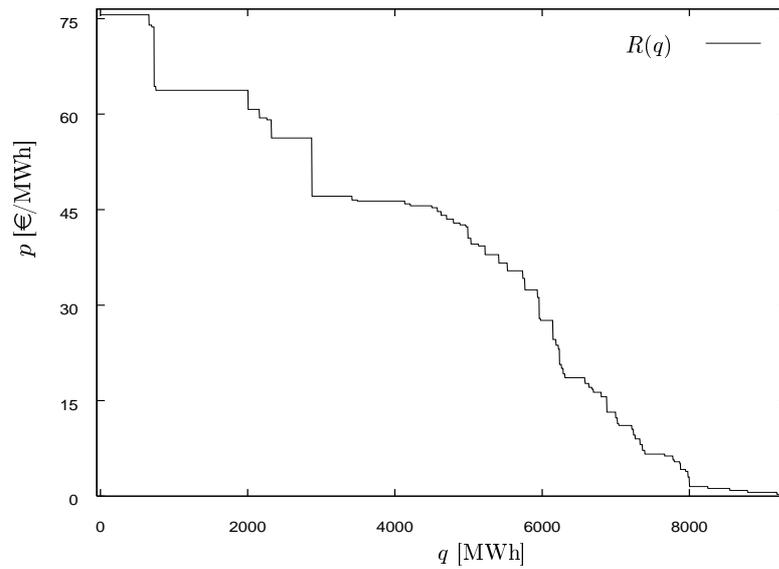


**Figura 6.2:** Esquema de la aplicación modelo *Bisagras* a una función de demanda residual.

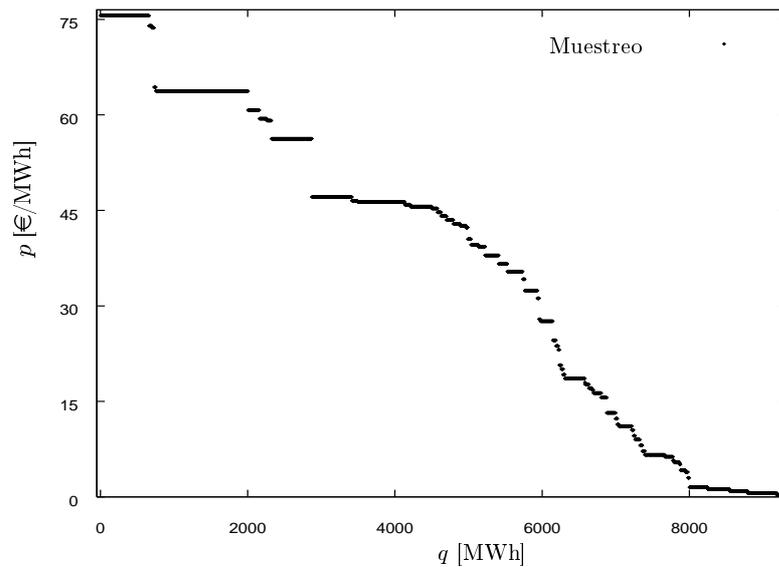
el ajuste fueron  $\phi = 10^{-9}$  y  $\eta = 0.999$ . Se puede comprobar cómo la función resultante se adapta perfectamente a la curva original (línea punteada) y cómo los pequeños escalones consecutivos son aproximados por tramos rectos. Se ha marcado con un recuadro la zona de la curva que aparece ampliada en la figura 6.6. En esta figura se observa con mayor detalle cómo el escalón de mayor tamaño permanece en la aproximación obtenida y cómo los pequeños escalones a ambos lados se aproximan por tramos lineales de forma óptima.

Entre cada par de nodos de la aproximación obtenida, la pendiente de la recta representa la sensibilidad en el precio para el rango de cantidades que define el intervalo. Por ello, además de la ventaja de reducir y comprimir los datos de las ofertas, el LHM permite obtener representaciones que dotan de “derivada” a las CO, lo cual resulta de interés para poder modelar el comportamiento de los participantes en un sistema eléctrico liberalizado<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>En las curvas originales, la derivada es siempre 0 para los tramos horizontales y  $\pm\infty$  para los verticales.



**Figura 6.3:** Curva de demanda residual que se desea modelar.

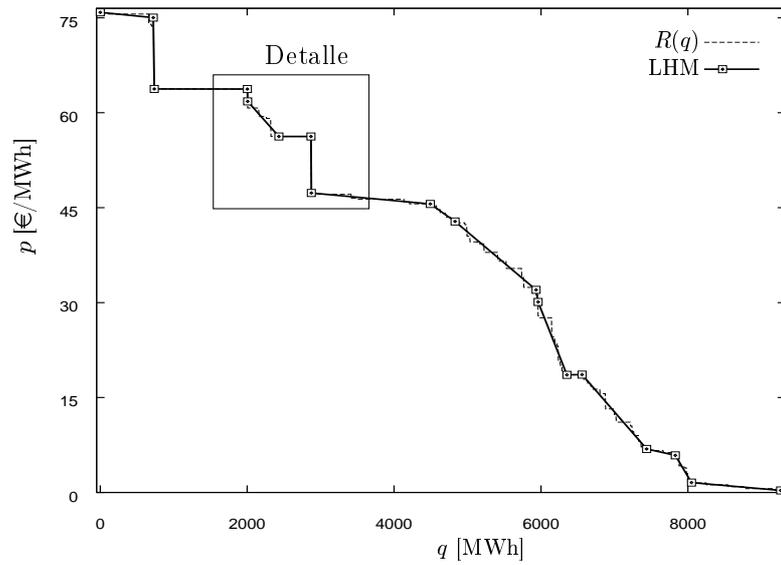


**Figura 6.4:** Puntos obtenidos ( $N = 1992$ ) tras el muestreo de la curva de la figura 6.3.

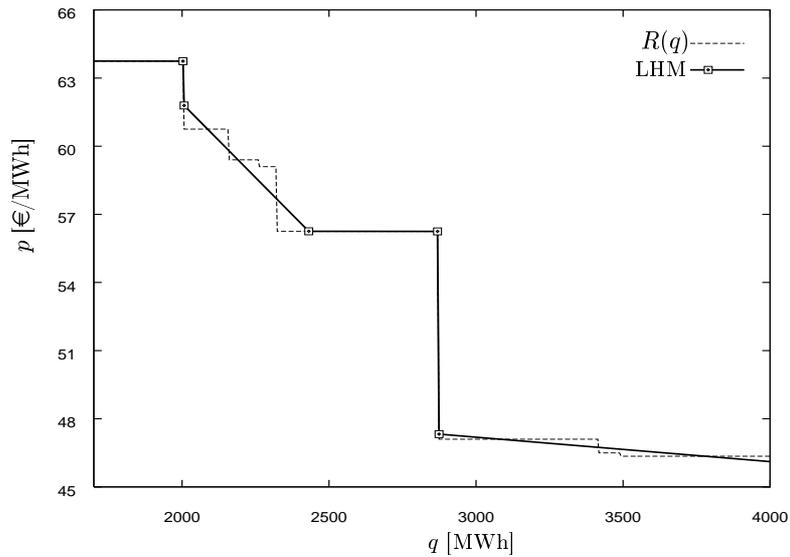
## 6.4 Análisis de *Clusters* de curvas de oferta

### 6.4.1 Objetivo

En el apartado anterior se ha establecido el procedimiento que permite resumir y sintetizar la información de las CO mediante su aproximación por bisagras. Utilizando esta representación y con el objetivo de buscar automáticamente patrones



**Figura 6.5:** LHM obtenido ( $K = 18$ ) para modelar la demanda residual de la figura 6.5.



**Figura 6.6:** Detalle del LHM representado en la figura 6.3.

de comportamiento en el resto de participantes, se propone realizar un análisis de *clusters* de las CO.

Dado un conjunto de observaciones o muestras, el objetivo del análisis de *clusters* consiste en encontrar agrupaciones naturales entre ellas, de forma que las observaciones con características similares se agrupen en un mismo *cluster* y que las observaciones diferentes o heterogéneas se agrupen en *clusters* distintos.

Normalmente, en un algoritmo de *clustering* cada una de las observaciones se

puede representar por un vector con una dimensión igual al número de propiedades o atributos que la caracterizan. Por ello, cuando la dimensión es mayor que 3, una dificultad inherente a las técnicas de agrupamiento es poder comprobar visualmente si los resultados obtenidos son satisfactorios.

En el caso de las curvas de oferta, esta dificultad no aparece puesto que se trata de observaciones bidimensionales fácilmente representables en el plano cantidad-precio. En esta situación, una simple inspección visual puede servir como primera comprobación para validar el correcto funcionamiento del algoritmo.

Por otro lado, también es necesario destacar que la decisión de que dos observaciones pertenezcan a un mismo grupo depende en gran medida del tipo de estudio que se esté realizando. Es decir, existe una componente subjetiva en este tipo de procedimientos que será necesario automatizar de forma que el resultado final sea coherente con el tipo de agrupaciones que se desea obtener.

#### 6.4.2 División del problema en dos fases: *clustering* horario y *clustering* diario

Si se examinan datos reales de ofertas, se puede observar que existe bastante correlación entre las CO pertenecientes a un mismo día. Por ejemplo, es habitual que las CO de las horas de valle del mismo día sean muy similares entre ellas. Esta evidencia empírica puede justificarse por el hecho de que cuando las empresas definen sus estrategias, lo hacen contemplando horizontes temporales mayores que un día. Como consecuencia de ello, cuando una empresa confecciona sus ofertas, es probable que utilice la misma estrategia, y por lo tanto, el mismo tipo de curva, para todas las horas con características similares. Este hecho puede ser aprovechado para facilitar el procedimiento de búsqueda, disminuyendo notablemente el esfuerzo computacional del algoritmo de agrupamiento.

Supóngase que se desea analizar las CO horarias correspondientes a todo un mes. En vez de plantear el problema de *clustering* utilizando todas las CO horarias del horizonte de estudio, se propone dividir el problema en dos fases:

- **Clustering horario:** Para cada día incluido en el horizonte de estudio, realizar un *clustering* de las CO horarias obteniendo un número pequeño de *clusters* (por ejemplo, de 3 a 6) y elegir un representante, también denominado centroide, de cada *cluster* formado.
- **Clustering diario:** Realizar un *clustering* de los centroides de cada día y estudiar si es posible observar algún patrón de comportamiento.

Tal y como se expone en el apéndice C, para ejecutar el algoritmo de *clustering* es necesario cuantificar la disimilitud entre cada pareja de observaciones. Dadas  $n$

observaciones, el número de parejas distintas que se pueden formar es el número de combinaciones de  $n$  elementos tomados de 2 en 2:

$$c = \binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} \quad (6.6)$$

Al dividir el problema de *clustering* en las dos fases descritas, el número de parejas distintas, equivalente al número de cálculo de disimilitudes, se reduce considerablemente mejorando los tiempos de ejecución<sup>5</sup>.

Otra de las ventajas que ofrece la división del problema en dos fases, es que facilita el mantenimiento de este tipo de estudios puesto que las ofertas de cada día pueden analizarse individualmente. Así pues, cuando la empresa reciba la información de las ofertas correspondientes a un nuevo día, se pueden calcular los centroides representantes y almacenarlos para realizar posteriormente la segunda fase del análisis.

### 6.4.3 Codificación de cada curva de oferta

Normalmente, en los procedimientos de *clustering*, las observaciones se expresan cuantitativamente mediante vectores de idéntica dimensión, donde cada una de las componentes mide el valor de un determinado atributo. Por ello, cuando estas características se miden en distintas magnitudes es conveniente normalizar los datos de entrada para homogeneizar todos los atributos y evitar que las unidades de medida influyan en los resultados.

Así pues, cada observación se suele representar como un vector  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$ , siendo  $p$  el número de propiedades o características empleadas para describir cada observación. En este contexto, si el número de observaciones es  $N$ , el objetivo del agrupamiento es encontrar una partición del conjunto total  $\{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p : i = 1, \dots, N\}$ .

---

<sup>5</sup>Si se realizase el *clustering* directamente con las curvas horarias en un mes con 30 días, el número de curvas a analizar sería  $n = 30 \times 24 = 720$ , por lo que el número de posibles parejas es  $c = 258840$ . En cambio, dividiendo el problema en las dos fases descritas, se puede disminuir considerablemente el tamaño del problema. En la primera fase es necesario ejecutar tantas veces el algoritmo de *clustering* como días. En cada una de esas ejecuciones, el número de observaciones es  $n = 24$  por lo que en cada ejecución se tiene  $c = 276$ . Supóngase que tras finalizar la primera fase, el número de centroides de cada día es 6. En este caso, las nuevas observaciones son  $n = 30 \times 6 = 180$ , por lo que las posibles parejas son  $c = 16110$ . El número de evaluaciones asociadas al procedimiento completo es

$$c = 16110 + 30 \times 276 = 24890$$

por lo que el número de cálculos se reduciría a aproximadamente a la décima parte. Por otro lado, además de la necesidad de calcular menos disimilitudes entre observaciones, el tiempo de ejecución del algoritmo de *clustering* jerárquico también decrece cuando el número de observaciones es menor, ya que el número de pasos disminuye.

Si se desea realizar un agrupamiento de curvas de oferta, una primera alternativa consistiría en codificar todas las curvas con un mismo criterio. De esta forma, todas las curvas se expresarían como vectores con la misma dimensión y donde cada componente representaría una medida común a todas ellas. Una forma de codificar la CO podría ser almacenar los valores de cantidad asociados a un determinado conjunto de precios, común a todas las curvas. Por ejemplo, en el caso de la figura 6.3, si el conjunto de precios es  $\{0, 15, 30, 45, 60, 75\}$ , el vector que representaría la curva debería contener las cantidades asociadas a dichos precios, es decir  $\mathbf{x} = (9100, 7000, 6000, 4400, 2100, 600)^T$ . La ventaja de esta alternativa es que todas las curvas se codificarían de forma homogénea por lo que se podrían utilizar algoritmos de *clustering* convencionales. Sin embargo, la mayor desventaja de este enfoque es la necesidad de seleccionar *a priori* el conjunto de precios, lo cual podría dar lugar a pérdida de información relevante cuando en la función original existieran escalones amplios entre dos de los precios prefijados.

Una forma de evitar este inconveniente sería aumentar el número de puntos, con más densidad de muestreo en la zona de mayor interés de la curva. Sin embargo, esta zona de “mayor interés” sólo se conoce una vez que las ofertas se han hecho públicas. Por ello, cuando se quiere realizar este tipo de análisis de forma continuada en el tiempo, es difícil determinar *a priori* qué precios serán representativos para todo el horizonte de estudio. Por ello, la selección de esos precios<sup>6</sup> es una tarea difícil puesto que la decisión de cambiar el conjunto de valores (por ejemplo, si se comprueba que con el muestreo actual se está perdiendo información relevante), supondría la necesidad de recalcular la codificación de todas las curvas históricas anteriores.

Esta es una de las razones por las que en esta tesis se propone realizar el análisis de *clusters* de CO, trabajando directamente con las curvas codificadas según el resultado de aplicar el modelo LHM a las curvas originales. Cada CO obtenida mediante el modelo LHM se define como un conjunto de parejas cantidad–precio correspondientes a los nodos de las bisagras obtenidas. Por ejemplo, si la curva original es la función escalón de demanda residual  $R(q)$ , la aproximación lineal a tramos obtenida con el LHM se define como:

$$\hat{R}(q) \equiv \{(q_k, p_k) : k = 1, \dots, K\} \quad (6.7)$$

Dado que el número de nodos es determinado automáticamente por el modelo, cada una de las CO tendrá más o menos nodos dependiendo de la complejidad de la curva original. Además, las coordenadas de los nodos de diferentes curvas no tienen por qué compartir ni la ordenada ni la abscisa, ya que la posición de

---

<sup>6</sup>Nótese que también podrían fijarse las cantidades y entrar por el eje de abscisas para caracterizar las curvas como vectores de precios.

cada nodo también es determinada automáticamente por el LHM. Por ello, las dificultades que hay que solventar para poder aplicar las técnicas de *clusters* a este tipo de muestras, son:

- Calcular la disimilitud entre dos observaciones
- Calcular el centroide representante de un conjunto de CO

#### 6.4.4 Definición del concepto de disimilitud entre curvas de oferta

Para evaluar el parecido entre las distintas observaciones —modelos LHM de las CO— se utiliza el concepto de disimilitud que permitirá al algoritmo de *clustering* “decidir” cuándo dos curvas deben agruparse o cuándo separarse en *clusters* distintos. Sean  $i$  y  $j$  los índices de dos observaciones. La disimilitud  $d(i, j)$  entre ellas es un número positivo que es muy pequeño cuando las observaciones son similares y que es grande cuando son diferentes. Cuando las observaciones son vectores  $\mathbf{x}_i \in \mathfrak{R}^p$ , una forma de calcular la disimilitud es utilizar una medida de distancia, como por ejemplo la distancia euclídea,  $d(i, j) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|_2$ .

Sin embargo, la codificación de las CO mediante las bisagras no permite hacer ese tipo de cálculos por lo que es necesario definir una nueva medida de disimilitud. En esta tesis se propone utilizar el área contenida entre cada pareja de curvas, ya que dos curvas muy cercanas en el plano cantidad–precio encerrarán menor área que dos curvas que se encuentren alejadas.

Aunque las curvas se hallen definidas para un gran rango de valores de precios, podría ocurrir que sólo interesase estudiar la similitud de las curvas en un determinado intervalo<sup>7</sup>, como por ejemplo  $[\underline{p}, \bar{p}]$ . Por ello, el área se calculará en el sentido del eje de precios.

Sean  $R_1(q)$  y  $R_2(q)$  dos funciones de demanda residual. El área comprendida entre ellas en el intervalo de precios  $[\underline{p}, \bar{p}]$  se calcula como:

$$A = \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} |R_1^{-1}(p) - R_2^{-1}(p)| dp \quad (6.8)$$

donde  $R_1^{-1}(p)$  y  $R_2^{-1}(p)$  son las funciones inversas de  $R_1(q)$  y  $R_2(q)$  respectivamente. Dado que las funciones utilizadas son funciones lineales a tramos, la integración numérica puede realizarse fácilmente.

---

<sup>7</sup>La incertidumbre existente sobre los precios posibles del mercado puede estar bastante acotada. Por ello, el comportamiento estratégico de las empresas podría centrarse únicamente en una zona concreta de la curva de oferta.

Nótese que podría ocurrir que alguna de las funciones no cubriera todo el intervalo  $[\underline{p}, \bar{p}]$ . En ese caso, sería necesario redefinir el rango de precios como aquel intervalo contenido en  $[\underline{p}, \bar{p}]$  que fuera el máximo cubierto simultáneamente por ambas curvas. En este caso, si una de ellas cubre un rango de precios muy pequeño, daría lugar a que el área contenida con la otra curva sería también pequeña, aunque se encontrara alejada. Para evitar este efecto, se propone dividir el área por la amplitud del intervalo de precios utilizado para la integración,  $\Delta p = \bar{p} - \underline{p}$ , (véase la figura 6.7).

Por lo tanto, en esta tesis se propone calcular la disimilitud entre las curvas  $R_1$  y  $R_2$  como:

$$d(R_1, R_2) = A/\Delta p \quad (6.9)$$

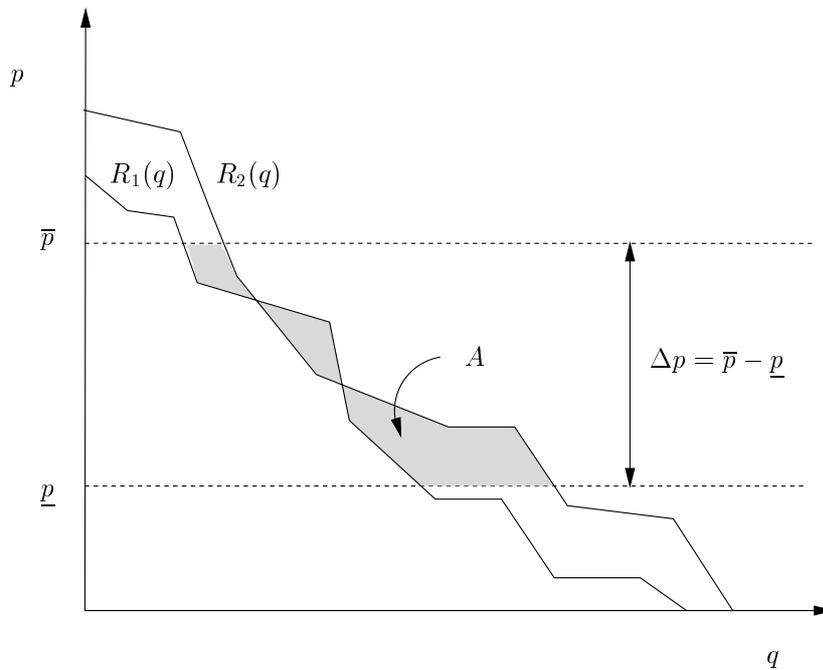


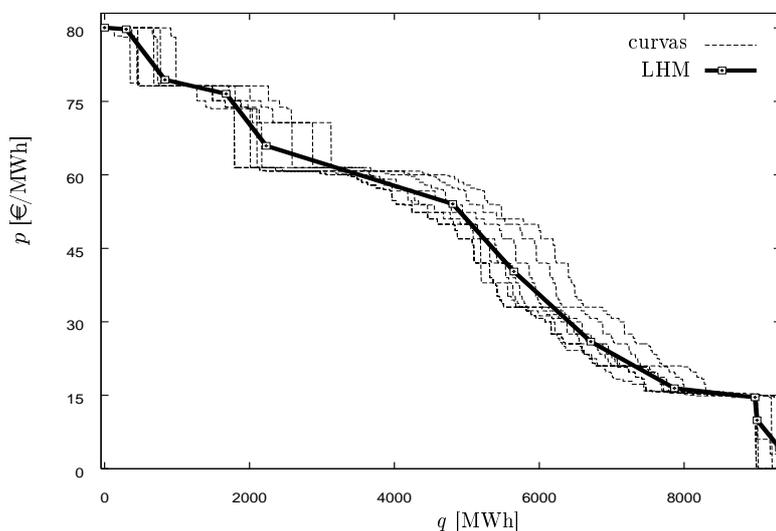
Figura 6.7: Disimilitud entre curvas de demanda residual.

#### 6.4.5 Cálculo del centroide representante de un conjunto de curvas de oferta

Para poder implantar el procedimiento propuesto de *clustering*, es necesario calcular la curva representante o centroide de un *cluster* ya formado. En el caso de que se trate de la primera fase, *clustering* horario, estos centroides servirán como nuevas observaciones de la siguiente fase, *clustering* diario. En el caso de

que se trate de esta segunda fase, los centroides podrían utilizarse para construir una biblioteca de “curvas tipo” lo cual sería de utilidad para realizar predicciones, generar escenarios, etc.

Cuando las observaciones se expresan como vectores de igual dimensión, la forma habitual de obtener el centroide consiste en calcular la media de todas las observaciones. Sin embargo, tal y como se expuso anteriormente, cada CO está codificada de forma heterogénea. Por ello, para elegir el centroide de cada *cluster* se propone utilizar de nuevo la versión lineal del modelo *Bisagras*. En este caso, el muestreo indicado en la sección 6.3.3, debería repetirse individualmente para todas las curvas contenidas en el *cluster*, obteniendo una nube de puntos con mayor o menor dispersión según sea el grado de aglutinamiento de las curvas entre ellas. En la figura 6.8 se puede ver un conjunto de curvas y su centroide representante obtenido con el LHM.



**Figura 6.8:** Cálculo del centroide representante a partir del conjunto de curvas contenidas en el *cluster* mediante el modelo *Bisagras*.

## 6.5 Caso ejemplo

En este apartado se presenta un ejemplo de aplicación para estudiar un conjunto de curvas de oferta reales. Dado que en España los datos de las ofertas son confidenciales, no se ha podido realizar este tipo análisis con las ofertas presentadas al Mercado Diario. Por ello han utilizado como datos de entrada las funciones de suministro agregadas del mercado californiano<sup>8</sup>.

<sup>8</sup>Esta información es pública y en el momento de redactar este documento se encuentra disponible en [http://www.calpx.com/prices/index\\_prices\\_aggregateMSDC.html](http://www.calpx.com/prices/index_prices_aggregateMSDC.html).

Se estudiarán las funciones de suministro correspondientes a la semana del 6 al 12 de Septiembre de 1999.

### 6.5.1 *Clustering* horario

En esta fase, se toman las 24 curvas horarias de cada día, se aproximan por bisagras y se realiza el *clustering*. Entre las diversas técnicas existentes para realizar el *clustering*, se ha utilizado un algoritmo de encadenamiento, descrito en el apéndice C. En este algoritmo se empieza con tantos *clusters* como número de observaciones y en cada paso se fusionan los dos más cercanos, finalizando con un único *cluster* en el que se agrupan todas las observaciones. Si en cada paso se mide la bondad del agrupamiento, es posible seleccionar automáticamente el número óptimo de grupos buscando la iteración donde la bondad del agrupamiento sea máxima.

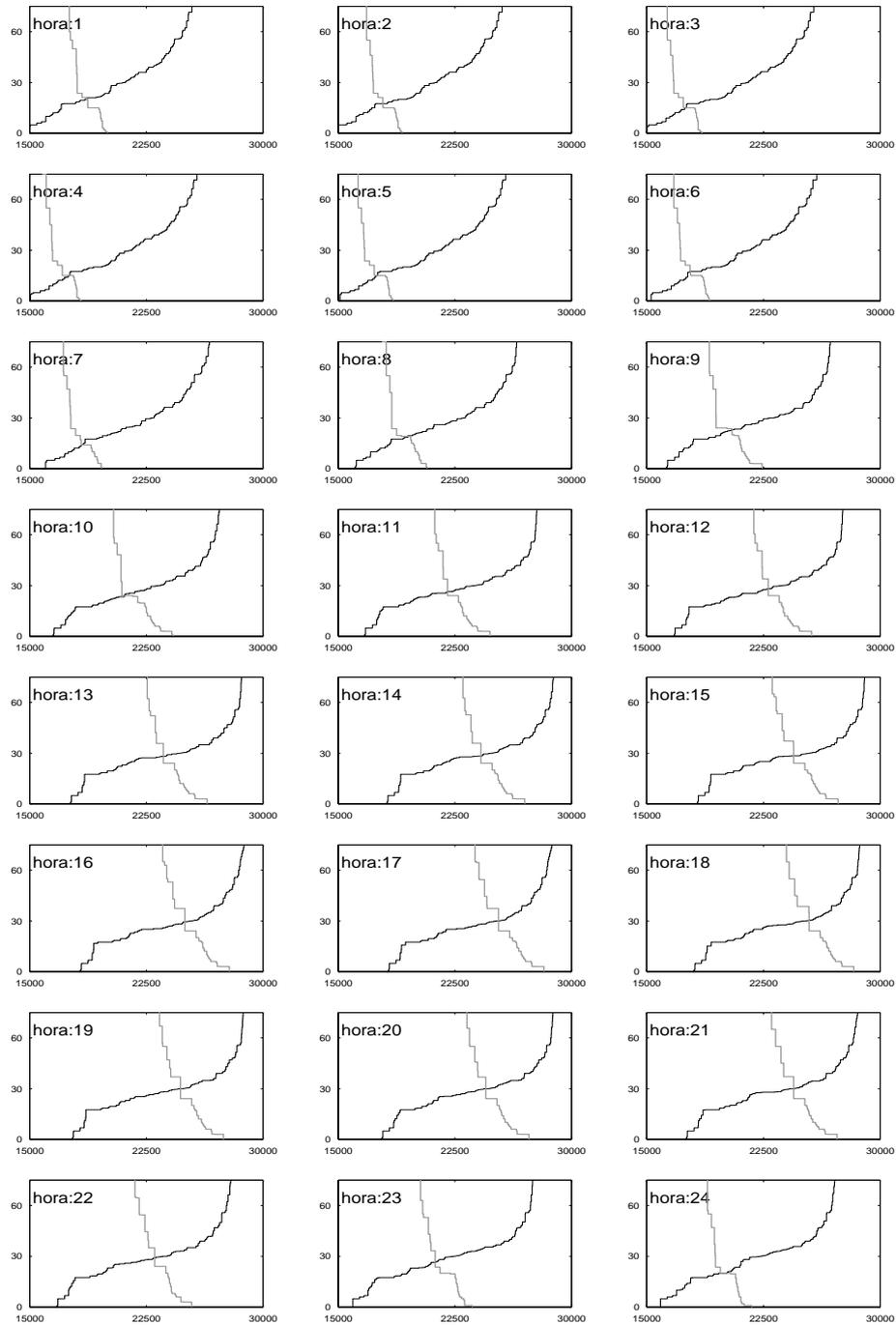
Dado que el número de *clusters* en cada paso del agrupamiento es diferente, la bondad del agrupamiento depende en gran medida del tipo de estudio que se desee realizar. Es decir, la medida de la bondad tiene un carácter subjetivo que depende de la aplicación que se quiera dar al análisis de *clusters*. En (Centeno, 1998) se propone utilizar el valor de *separabilidad* que representa el cociente entre la disimilitud media intra-*cluster* ( $d_W$ ) y la disimilitud media inter-*cluster* ( $d_B$ )<sup>9</sup>:

$$s = \frac{d_W}{d_B} \quad (6.10)$$

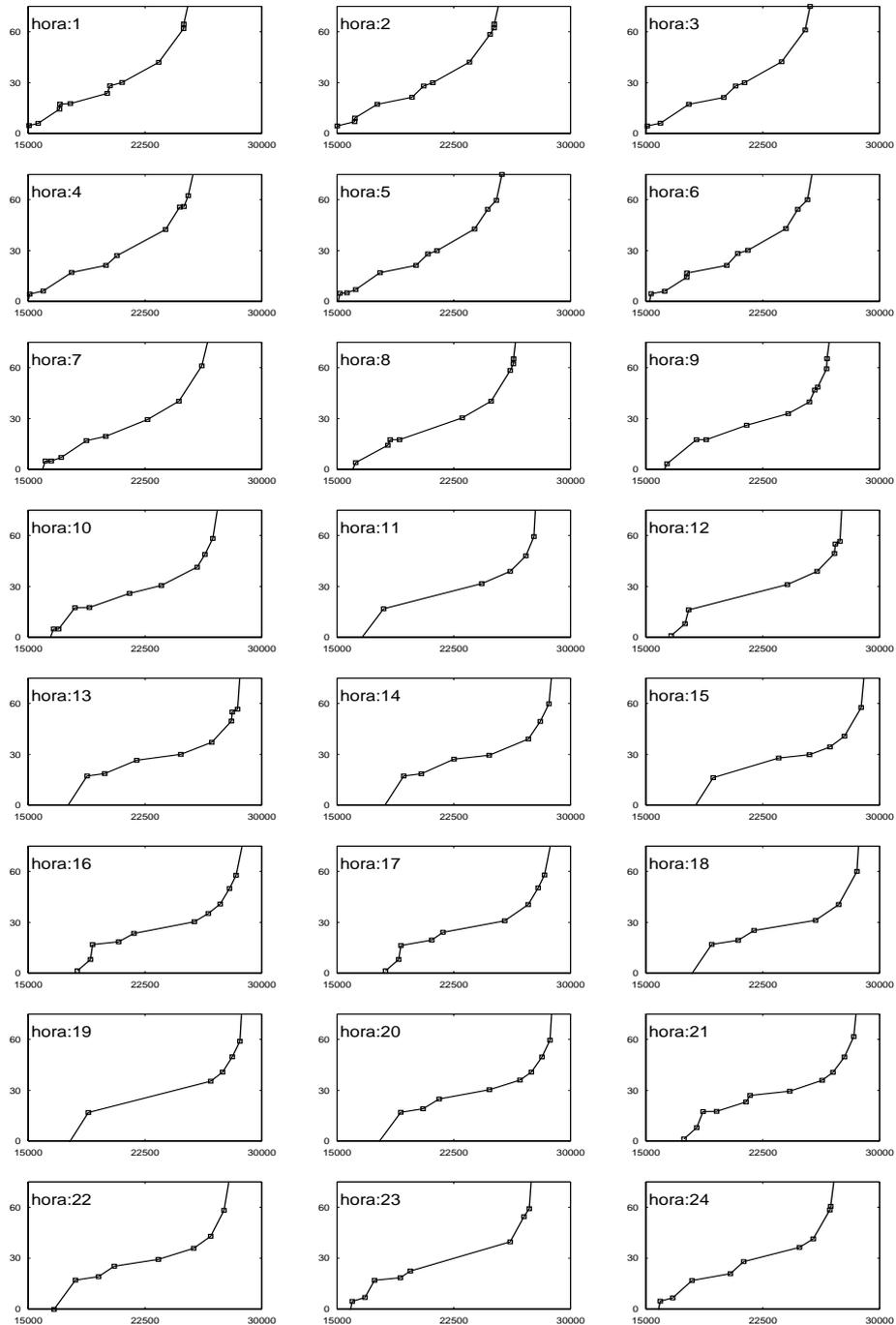
En la figura 6.9 se muestran las funciones de suministro y de demanda agregadas correspondientes al día 6 de Septiembre de 1999 en el mercado eléctrico californiano. Las funciones lineales a tramos obtenidas tras aplicar el LHM a las funciones de suministro se pueden ver en la figura 6.10.

---

<sup>9</sup>En el apéndice C se detalla el cálculo de estas variables. En los ejemplos estudiados, se ha optado por cuantificar la bondad del agrupamiento dividiendo el valor de la separabilidad por una función lineal del número de *clusters* en cada paso del algoritmo. De esta forma se penalizan los agrupamientos con muchos *clusters*, obteniendo un número de representantes entre 3 y 6 para cada día.



**Figura 6.9:** Funciones agregadas de suministro (en negro) y de demanda (en gris) del día 6 de Septiembre de 1999, en el mercado eléctrico californiano. Las unidades son  $[\$/\text{MWh}]$  para el eje vertical y  $[\text{MW}]$  para el horizontal.



**Figura 6.10:** Bisagras obtenidas de las funciones de suministro agregadas del día 6 de Septiembre de 1999, en el mercado eléctrico californiano (figura 6.9). Las unidades son  $[\$/MWh]$  para el eje vertical y  $[MW]$  para el horizontal.

Arbitrariamente se ha optado por estudiar la similitud de las curvas en el intervalo de precios 5–60 \$/MWh. El resultado obtenido tras ejecutar el algoritmo de *clusters* se puede ver en la figura 6.11. Por cada uno de los cuatro *clusters* resultantes se ha dibujado una pareja de gráficas:

- En la superior se muestran todas las curvas de oferta utilizadas como observaciones. Las curvas dibujadas en negro son las que se han agrupado en el *cluster* y las dibujadas en gris son el resto de curvas que pertenecen a grupos distintos. También se han indicado a qué horas corresponden las curvas agrupadas en cada caso. Por ejemplo, en el primer grupo, se han unido las curvas de las horas 1, 2, 3, 4, 5, 6, que coinciden con los períodos de valle.
- En la inferior se ha dibujado el centroide representante del cluster. Nótese qué sólo ha sido calculado para el rango de precios de interés.

Otra forma de representar estos resultados es el que se indica en la figura 6.12. Se puede ver que hay una columna por cada hora del día y tantas filas como *clusters* obtenidos. En cada fila, se han sombreado las horas agrupadas en el *cluster* correspondiente a dicha fila<sup>10</sup>. Por ejemplo, en el *cluster* 3 se han agrupado las curvas de las horas 11, 12, 22 y 23. Hay que destacar que el resultado obtenido tiene un claro significado físico. En el *cluster* 1 se agrupan las horas de valle, en el *cluster* 2 se agrupan las horas de punta y en los *clusters* 3 y 4 las horas de llano, según estén más próximas a la punta o al valle, respectivamente.

Repitiendo el mismo proceso para todos los días de la semana, se obtendrían los representantes de cada día necesarios para realizar la segunda fase. En la sección C.4 del apéndice C se pueden ver los resultados obtenidos para el resto de días de la semana.

### 6.5.2 *Clustering* diario

El número de observaciones que serán objeto del algoritmo de *clustering* en esta segunda fase será la suma del número de centroides obtenidos para cada día en la primera fase (véase la tabla 6.1).

En este caso se ha decidido previamente que el número de *clusters* diarios sea 8. Así pues, el algoritmo de encadenamiento finalizará cuando se alcance dicho número de *clusters*, sin necesidad de cuantificar la bondad del agrupamiento en cada paso.

El resultado conseguido se puede ver en la figura 6.13. Se observa cómo se agrupan centroides formando nuevos grupos. Sin embargo, en ese tipo de gráfico no es

<sup>10</sup>La numeración de los *clusters* no tiene ningún significado especial.

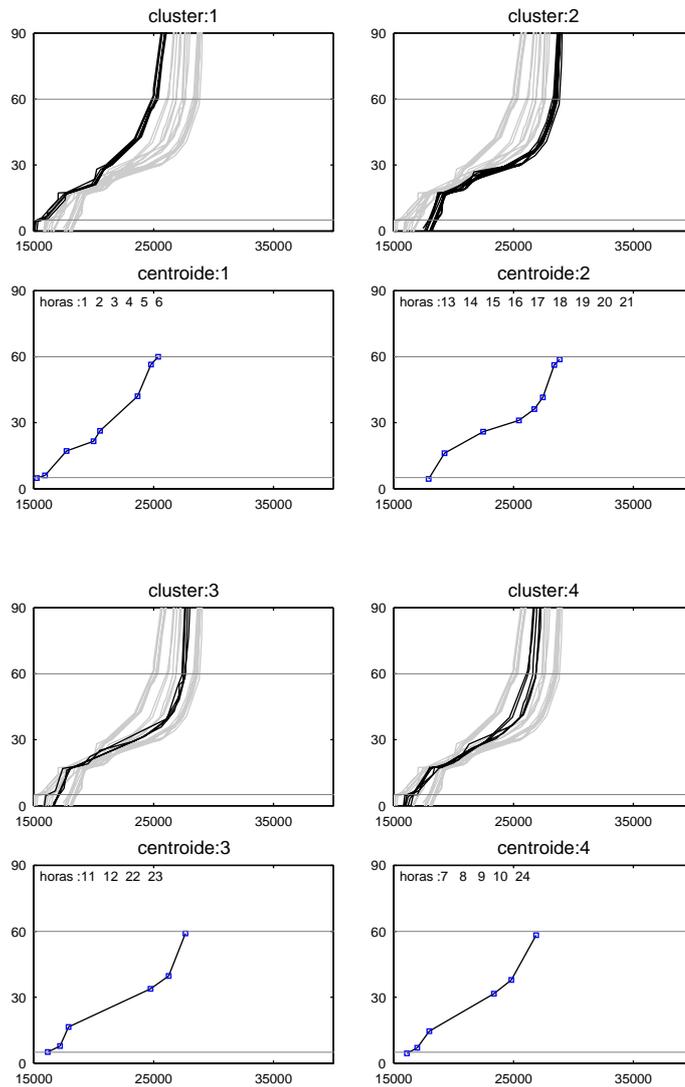


Figura 6.11: Resultado del *clustering* horario para el día 6 de Septiembre de 1999, (ver texto principal).

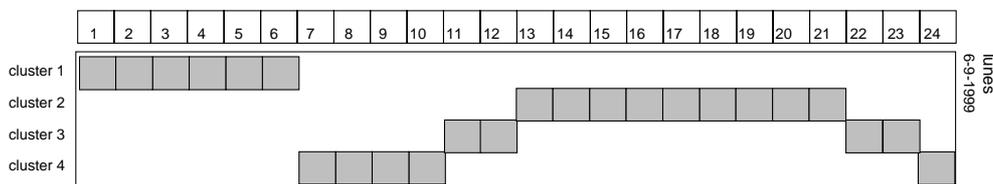


Figura 6.12: Representación gráfica del resultado del *clustering* de la primera fase para el día 6 de Septiembre de 1999.

Día	Nº de centroides
lunes	4
martes	5
miércoles	6
jueves	6
viernes	5
sábado	6
domingo	5
<b>Total</b>	<b>37</b>

**Tabla 6.1:** Número de centroides obtenidos para cada día.

posible identificar si existe algún patrón de comportamiento a lo largo del tiempo. Por ello, se propone generar un cromograma que explique de forma temporal las dos fases del *clustering*.

Este cromograma se construye uniendo los gráficos como el de la figura 6.12 de todos los días analizados, pero utilizando el mismo color para aquellos centroides (filas) que hayan resultado unidos en un mismo cluster en la segunda fase. De este modo, una simple inspección visual el cromograma permite:

- Representar el resultado del *clustering* horario para cada día.
- Representar el resultado del *clustering* diario. Las horas que tengan curvas de ofertas similares estarán marcadas con el mismo color por lo que es fácil observar si existe algún patrón de comportamiento en todo el horizonte de estudio.

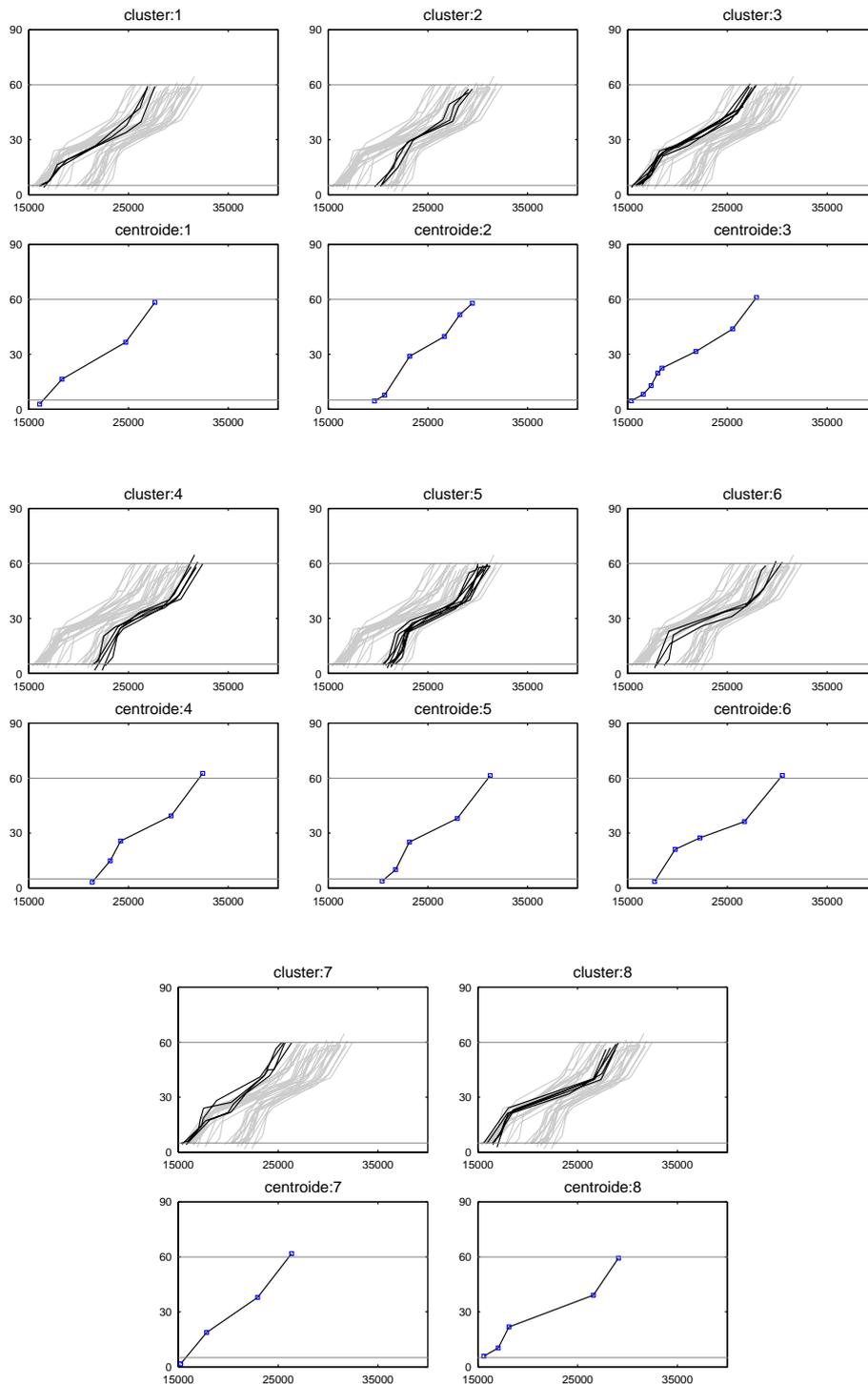
En la figura 6.14 se muestra el cromograma<sup>11</sup> correspondiente a la semana analizada. Se puede ver cómo horas que en la primera fase se separaron en grupos distintos, al realizar el *clustering* diario son agrupadas. Esto se debe a que en el *clustering* horario, sólo se tienen como muestras las 24 curvas del día, por lo que el agrupamiento es más refinado. Al considerar varios días, las diferencias entre esas curvas no son suficientes como para separarlas en *clusters* distintos sino que se agrupan. Por ejemplo, al hacer el *clustering* horario para lunes, las horas 11, 12, 22 y 23 formaron el *cluster* 3 y las horas 7, 8, 9, 10 y 24 el *cluster* 4. Sin embargo, al realizar el *clustering* diario, todas esas horas se agrupan (junto con las horas 6, 23 y 24 del martes) para formar el *cluster* “definitivo” 1 marcado con recuadros blancos.

Las conclusiones más significativas que se pueden extraer viendo el cromograma son las siguientes:

---

<sup>11</sup>En vez de colores se han utilizado tonos grisáceos y tramas para permitir su reproducción en B/N.

- El cluster 1 agrupa a las horas de llano del lunes y algunas horas de llano del martes.
- El cluster 3 agrupa a las horas de valle del miércoles, jueves, viernes y sábado.
- El cluster 4 agrupa a las horas de punta del martes, miércoles, jueves y viernes.
- El cluster 5 agrupa a las horas de llano del martes, miércoles, jueves y viernes así como las horas de punta del sábado.
- El cluster 6 agrupa a las horas de punta del lunes y del domingo.
- El cluster 7 agrupa a las horas de valle del lunes, martes y del domingo.
- Las curvas de oferta de las 7h de los días jueves, viernes y sábado se agrupan en el cluster 2. Por otro lado, en esos mismos días, el cluster 8 agrupa a las horas 23 y 24.



**Figura 6.13:** Resultado de la segunda fase del agrupamiento (*clustering* diario), tomando como muestras los centroides de todos los días de la semana obtenidos en la primera fase.

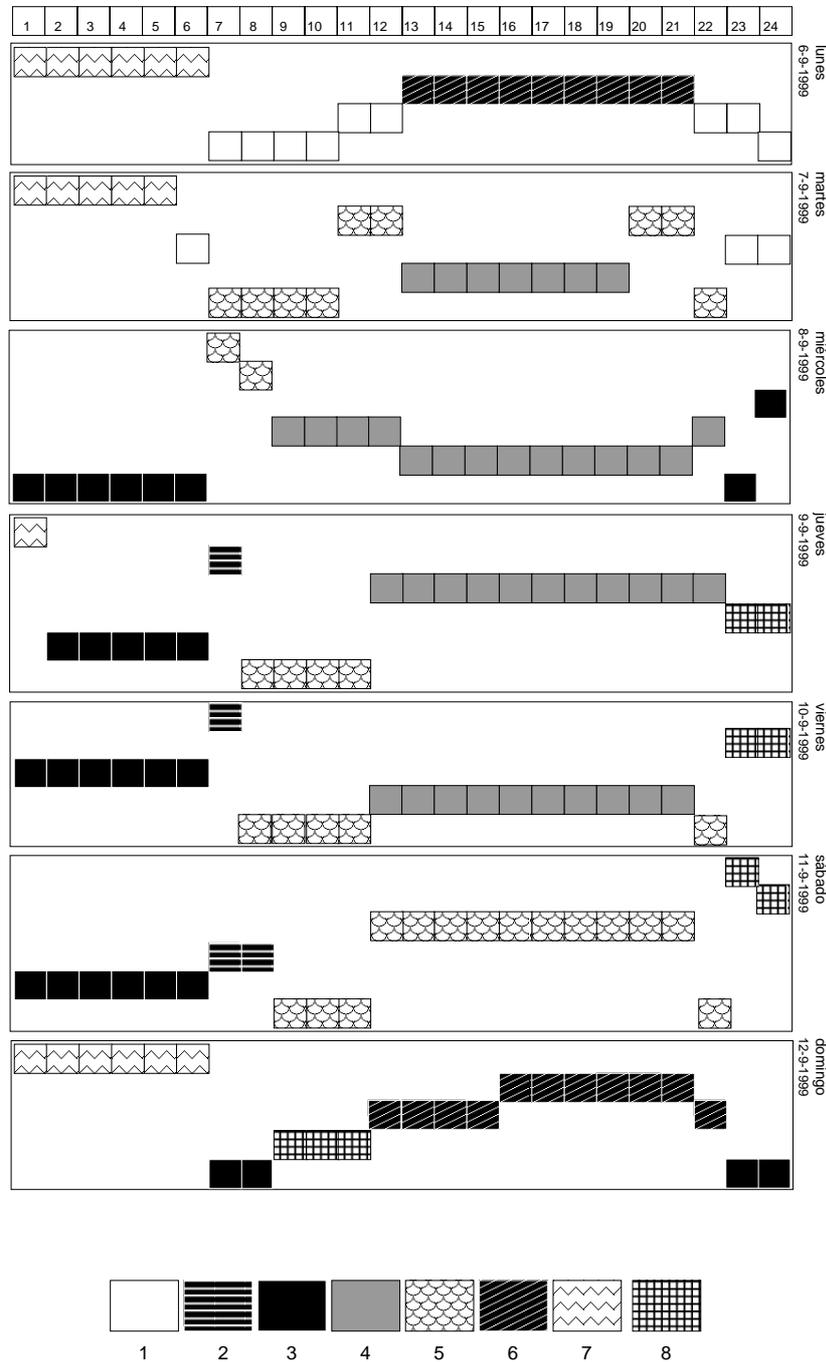


Figura 6.14: Cromograma que resume el resultado del análisis de *clusters* durante la semana de estudio (6-12 de Septiembre de 1999).



# Capítulo 7

## Resultados

### 7.1 Introducción

En este capítulo se muestran y analizan los resultados obtenidos tras implantar los modelos descritos en los capítulos 4 y 5 para resolver el problema semanal (PS) y diario (PD) respectivamente. La implantación informática de dichos modelos se ha llevado a cabo mediante el lenguaje de especificación matemática GAMS (Brooke et al., 1992) que permite trabajar con la mayoría de los optimizadores comerciales actuales. En concreto, se ha utilizado el optimizador CPLEX, versión 6.5, que ofrece muy buenas prestaciones para la resolución de problemas de programación lineal entera-mixta de gran tamaño.

Los modelos propuestos en esta tesis para la resolución del PS y del PD se fundamentan en la misma idea básica: maximizar el beneficio de la empresa suponiendo conocidas las curvas de demanda residual. En el caso del PS, se utiliza un único escenario de curvas de demanda residual por lo que la optimización de la explotación se realiza de forma determinista. En el caso del PD, un enfoque determinista no permitiría extraer información suficiente para construir las curvas de oferta, tal y como se vio en el capítulo 5. Por esta razón, se ha optado por introducir la incertidumbre considerando un conjunto discreto de escenarios de demanda residual. Para cada escenario, de forma independiente, se maximiza el beneficio resolviendo un problema de optimización que es similar al modelo del PS salvo en que se fijan las variables relativas al *unit-commitment* así como los consumos de energía hidráulica. Es importante señalar que los únicos parámetros que varían entre las sucesivas optimizaciones son los que definen las curvas de demanda residual de cada escenario.

Una de las dificultades metodológicas que aparece la maximizar el beneficio de la empresa es la no-linealidad de la función objetivo debida a que los ingresos son calculados como el producto de las variables precio y cantidad de cada hora. La

solución que se propone en esta tesis para resolver dicho inconveniente es construir *a priori* las funciones de ingresos asociadas a las curvas de demanda residual y aproximarlas por funciones lineales a tramos mediante el modelo *Bisagras*. Dado que estas funciones de ingresos pueden no ser cóncavas, es necesario introducir variables binarias por lo que el problema planteado puede resolverse directamente utilizando programación lineal entera-mixta.

Así pues, el núcleo básico sobre el que se apoyan los modelos presentados en esta tesis para resolver el PS y el PD consiste en la optimización determinista del beneficio de la empresa suponiendo conocidas las funciones de ingresos horarias. Por este motivo, el primer objetivo de este capítulo es ilustrar mediante un ejemplo sencillo la maximización del beneficio utilizando funciones de ingresos lineales a tramos con múltiples máximos relativos (funciones no cóncavas).

El segundo objetivo de este capítulo es comprobar que los modelos presentados en la tesis permiten resolver problemas de gran tamaño. Para ello se aplicará la metodología descrita a un caso ejemplo de tamaño realista. En primer lugar se resolverá el PS para tomar las decisiones de explotación óptimas durante la semana y en segundo lugar se resolverá el PD para construir las funciones de suministro de las 24 horas del primer día de la semana. Respecto a las diferentes alternativas presentadas para modelar las funciones de ingresos, se cuestionará cuál de ellas ofrece mejores prestaciones en cuanto a tiempo de ejecución y tamaño del problema.

Finalmente es necesario añadir que todo el planteamiento de la tesis está hecho desde el punto de vista de una empresa generadora. En los mercados eléctricos reales, las empresas mantienen la confidencialidad sobre cierta información—costes reales de sus generadores, política de explotación de los recursos hidráulicos, etc.—, ya que si se hiciera pública, se estaría otorgando ventaja competitiva al resto de empresas de la competencia. Por ello en este capítulo, y dado que el interés principal no radica en “qué” resultados se obtienen sino en “cómo” se comportan los modelos descritos cuando son aplicados, todos los parámetros técnico-económicos del equipo de generación y todas las curvas de demanda residual utilizadas en los ejemplos de las secciones siguientes se han elegido arbitrariamente siguiendo los criterios que posteriormente se presentarán.

## 7.2 Caso ejemplo de tamaño reducido

El objetivo de este apartado es presentar un ejemplo de aplicación que permita ilustrar con detalle el funcionamiento del modelo propuesto para planificar la explotación semanal.

Con el propósito de que el ejemplo sea lo suficientemente sencillo como para poder identificar fácilmente la influencia de las restricciones de los límites de rampas de

subida y bajada, arranques, mínimos técnicos, etc., se ha optado por introducir las siguientes simplificaciones que únicamente reducen el tamaño del problema:

- La empresa sólo posee equipo de generación térmica convencional compuesto por 10 grupos de carbón y 2 de fuel.
- Según se comentó en el capítulo 3, la planificación de las decisiones de arranque y paradas suelen tener un ciclo semanal. Sin embargo, en este ejemplo se ha elegido un alcance temporal de un día, dividido en 24 períodos horarios.

### 7.2.1 Datos de entrada

Los datos del sistema de generación se pueden ver en la tabla 7.1 donde se indica la potencia máxima, potencia mínima, valores máximos de rampa de subida y de bajada, coste variable de producción, coste fijo de acoplamiento, coste de arranque, y coste de parada <sup>1</sup>. Los grupos se han ordenado de menor a mayor coste variable, por lo que los dos grupos de fuel son los grupos g11 y g12. Nótese que se han seleccionado unos valores de límites de rampa muy restrictivos con el objeto de capturar la influencia de este tipo de restricciones en el problema de optimización.

	$\bar{P}$	$\underline{P}$	$u$	$l$	$a$	$b$	$d$	$e$
	MW	MW	MW/h	MW/h	€/MWh	€/h	€	€
g1	300	100	90	90	12.02	301	4508	1127
g2	300	120	90	90	12.62	451	3005	751
g3	315	150	63	63	13.22	571	3306	826
g4	320	180	64	64	13.82	541	4808	1202
g5	200	75	30	30	16.23	511	3606	902
g6	300	100	45	45	18.03	361	3306	826
g7	310	150	47	47	18.63	451	4808	1202
g8	350	150	35	35	19.23	421	3907	977
g9	125	50	19	19	27.05	391	3005	751
g10	125	50	19	19	28.85	361	1803	451
g11	175	75	75	75	45.05	331	2104	526
g12	180	70	75	75	45.65	301	3005	75

**Tabla 7.1:** Datos de entrada de los grupos térmicos.

En cuanto al estado inicial de los grupos, se ha supuesto que al comienzo de la primera hora todas las unidades están arrancadas por lo que un valor nulo de producción de un grupo significará que se ha tomado una decisión de parada. Además se ha impuesto la restricción que limita a uno el número de arranques

<sup>1</sup>Para ver el significado de cada parámetro, consúltese la lista de símbolos del capítulo 4 (página 57).

de cada grupo a lo largo de todo el día, siendo únicamente posible arrancar las unidades durante las primeras diez horas.

Por otro lado, no se ha impuesto ninguna restricción de límites de producción. De este modo, los límites de producción de la empresa vienen determinados por su capacidad de generación que es de 3000 MW. Como consecuencia, las funciones de ingresos horarias aproximadas por funciones lineales a tramos cubren todo el intervalo  $[0,3000]$  dando lugar a la existencia de múltiples máximos locales en dichas funciones.

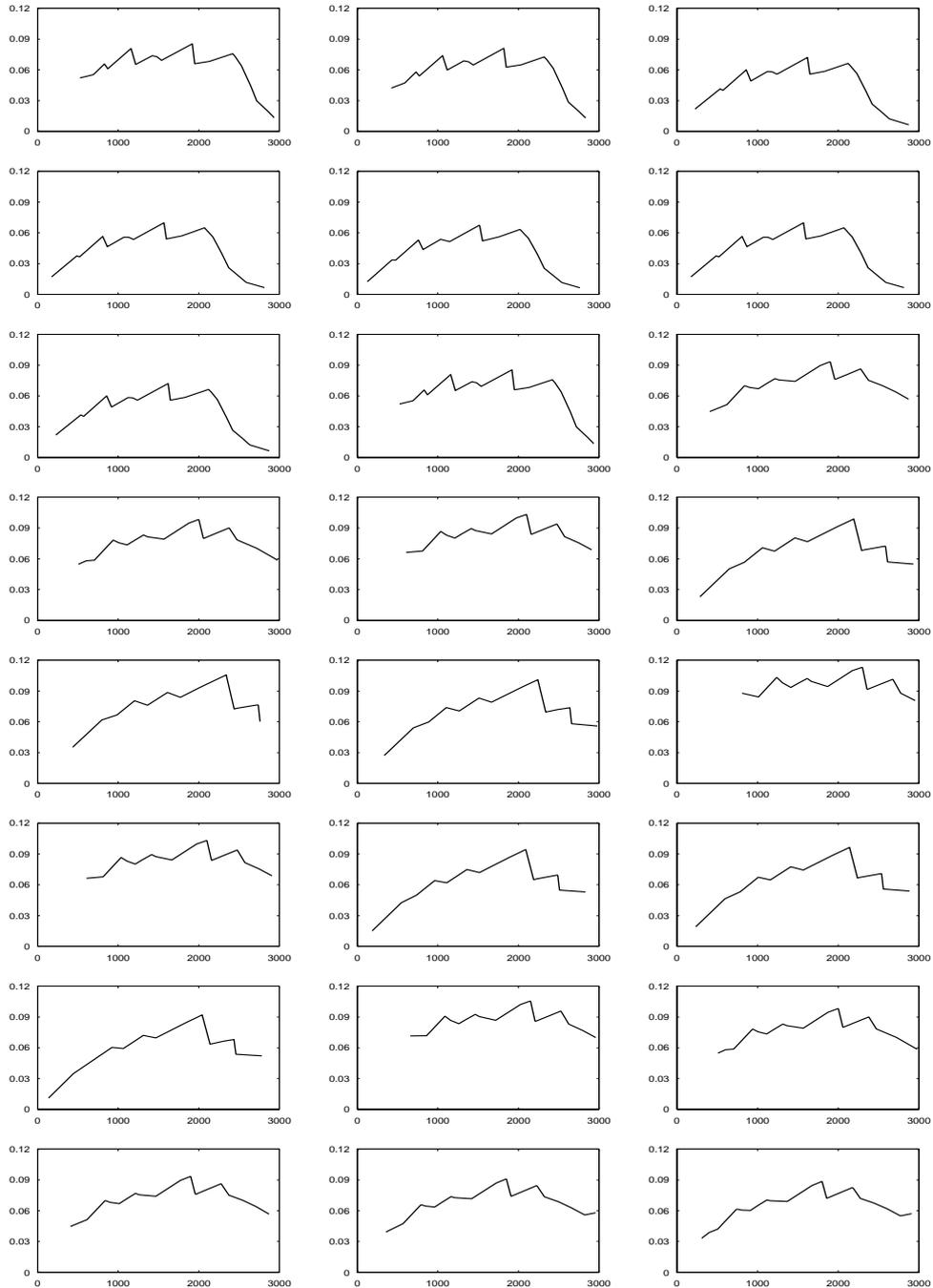
Las funciones de ingresos horarias utilizadas en el ejemplo pueden verse en la figura 7.1.

### 7.2.2 Resultados

En la tabla 7.2 se muestra la programación horaria obtenida de todos los generadores durante las 24 horas. En conjunto se puede apreciar que el PS resuelve correctamente el *unit-commitment*, tomando las decisiones óptimas de arranques y paradas, y modulando adecuadamente la generación de los grupos acoplados para que no se violen las distintas restricciones técnicas del equipo de generación.

Nótese que en la primera hora se paran los grupos g4, g7, g8, g9, g10, g11 y g12. El motivo que origina estas paradas es que las funciones de ingresos asociadas a las horas de valle (de 2h a 8h) no proporcionan una retribución suficiente como para mantener esos grupos acoplados. También se puede observar que al comenzar las horas de llano (a las 9h) se arrancan los grupos g6 y g7. Al llegar a las horas de punta (a las 13h) se arranca el grupo g9 mientras que el g8, con menor coste variable, permanece parado. Este hecho puede justificarse porque el coste fijo de acoplamiento del grupo g9 es ligeramente menor. Si se observa el perfil de producción del grupo g9, se puede ver que permanece acoplado siempre a una potencia cercana a su mínimo técnico (50 MW) ya que el coste variable sólo afecta a la potencia acoplada por encima del mínimo técnico. Por ello, aunque en algunas horas la producción sea de 69 MW, el coste variable asociado a esos 19 MW adicionales es menor que el coste fijo en el que se incurriría si se arrancase el grupo g8.

Respecto a los acoplamientos temporales, se puede ver la influencia de las restricciones de rampa en los resultados obtenidos. Por ejemplo, a las 11h, el grupo g7 no puede alcanzar su potencia máxima ya que en la hora anterior su nivel de producción era de 243 MW. El valor de la rampa de subida para ese grupo es 47 MW/h, por lo que en la hora 11, la producción de este grupo es de  $243 + 47 = 290$ . Si se observa la función de ingresos correspondiente a las 11h, se puede ver que con los mismos grupos acoplados los ingresos resultantes son menores que los que se podrían haber obtenido si no se considerasen las restricciones de rampa, aunque ello daría lugar a una solución no factible.



**Figura 7.1:** Aproximaciones lineales a tramos de las curvas horarias de ingresos, (eje vertical en [M€]; eje horizontal en [MW]).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
g1	300	300	227	300	300	300	300	271	300	300	300	300	210	300	210	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
g2	300	300	210	300	300	300	300	210	300	300	300	300	210	300	210	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
g3	315	315	252	315	315	315	315	252	315	315	315	315	252	315	252	315	315	315	315	315	315	315	315	315	315
g4	0	0	0	244	308	320	320	256	320	320	320	320	256	320	256	320	320	320	320	320	320	320	320	320	320
g5	144	144	170	200	200	200	200	170	200	200	200	200	170	200	170	200	200	200	200	200	200	200	192	184	200
g6	100	0	0	0	0	0	0	0	145	190	235	280	235	280	235	280	300	300	293	300	255	210	240	211	
g7	0	0	0	0	0	0	0	0	196	243	290	281	234	278	232	278	306	310	264	310	264	217	171	150	
g8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	69	50	69	50	69	50	69	50	50	0	0
g10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 7.2:** Programación horaria obtenida.

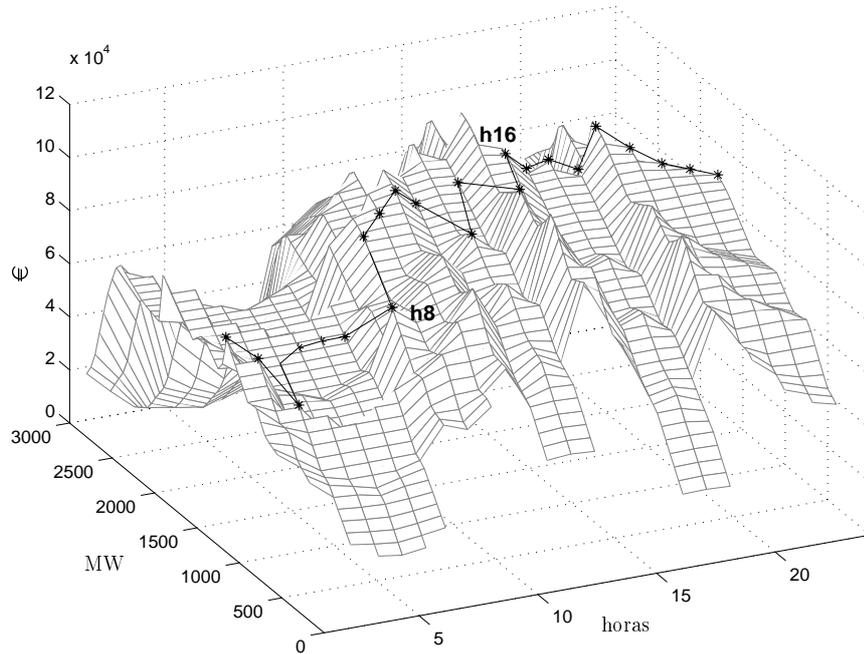
Una forma de representar el resultado de la optimización es el que se muestra en la figura 7.2 donde se han dibujado consecutivamente las 24 funciones de ingresos expuestas previamente en la figura 7.1. Al disponer las curvas de este modo, se obtiene una superficie donde el eje vertical indica el ingreso asociado a la hora y a la generación correspondientes a los valores indicados por los ejes horizontales. Dicha superficie es muy irregular debido a la existencia de múltiples valores extremos. Se ha dibujado también la trayectoria óptima encontrada tras la optimización. Los puntos marcados con asteriscos indican el valor de potencia producida por la empresa en cada hora y el ingreso correspondiente.

Analizando dichos puntos óptimos, se puede observar que durante las horas de valle, los máximos globales de la función de ingresos no son alcanzados. Esto ocurre porque la función objetivo es la diferencia entre ingresos y costes. Para alcanzar los puntos de ingresos máximos, sería necesario arrancar nuevos grupos, lo cual no compensa puesto que se incurriría en un mayor coste de arranque y producción.

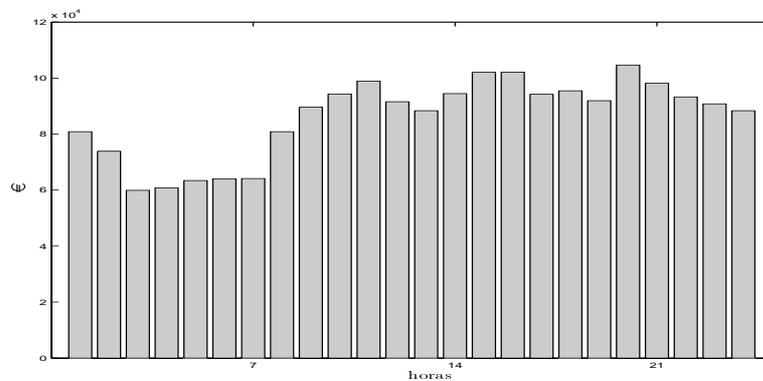
Por otro lado, durante las horas de punta, la potencia acoplada es suficientemente alta como para alcanzar los valores de ingresos máximos, que por lo tanto son también los que maximizan el beneficio de la empresa.

En la figura 7.3 se muestra una proyección de la figura anterior sobre el plano horas-ingresos, es decir, la evolución de los ingresos a lo largo de todo el día.

Viendo la programación horaria mostrada anteriormente en la tabla 7.2, se puede observar que aunque en las horas 7 y 8 los grupos acoplados son los mismos —g1, g2, g3, g4 y g5—, la producción de la empresa es menor en la hora 8 (1159 MW) que en la hora 7 (1435 MW). Esto se debe a la existencia de un máximo relativo en la función de ingresos de la hora 8 para ese valor de producción, ver 7.4. Se puede constatar que para llegar al mismo nivel de ingresos que el alcanzado en el máximo relativo, sería necesario aumentar sustancialmente la producción de la hora 8, lo cual no resulta ventajoso puesto que se incurriría en un mayor coste de generación.



**Figura 7.2:** Superficie formada por las funciones de ingresos horarias. Se han marcado los valores óptimos obtenidos en cada hora que definen la trayectoria de máximo beneficio sobre dicha superficie.

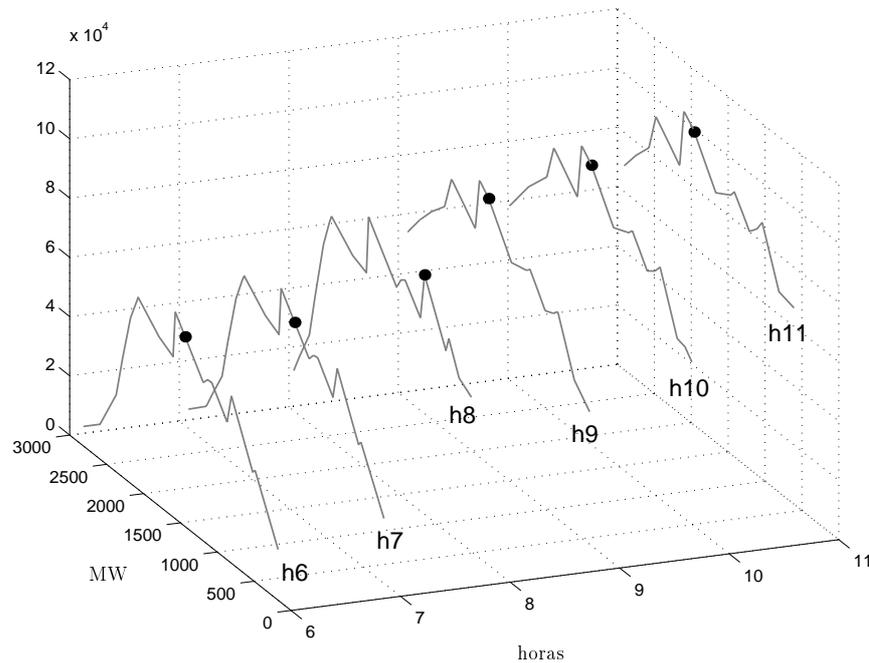


**Figura 7.3:** Evolución de los ingresos a lo largo de las 24 horas del día.

### 7.3 Caso ejemplo de tamaño realista

Con el objetivo de comprobar la validez de los modelos propuestos para resolver problemas de tamaño realista, se presenta a continuación un caso ejemplo donde en primer lugar se optimizará la explotación semanal de la generación (PS) y en segundo lugar se elaborarán las ofertas de venta para el mercado diario (PD).

Para la ejecución del PS se ha elegido un alcance temporal de una semana com-



**Figura 7.4:** Funciones de ingresos y puntos óptimos para las horas 6h,7h, 8h, 9h, 10h y 11 h.

pleta, desde el lunes hasta el domingo<sup>2</sup>. Para el PD, se tomarán las consignas proporcionadas por el PS y se elaborarán las 24 curvas de oferta del lunes.

Todo el trabajo expuesto en esta tesis se ha realizado bajo la perspectiva de una empresa generadora en un mercado eléctrico. Por lo tanto, para preparar el caso ejemplo es necesario definir las características técnico-económicas de los grupos generadores que son propiedad de la empresa, así como las curvas de demanda residual a las que se enfrenta.

En consecuencia, se ha optado por preparar el caso ejemplo con datos ficticios donde los parámetros técnicos se han elegido de acuerdo a los valores habituales de cada tipo de tecnología (nuclear, gas, carbón y fuel). Respecto a los parámetros económicos, los valores de coste variable y de acoplamiento se han seleccionado arbitrariamente, respetando el orden de magnitud que se puede ver en los informes publicados por REE (REE, 1997)<sup>3</sup>.

Los costes de arranque de cada generador se han elegido de forma que incluyan el coste asociado a la maniobra de arranque más el coste que supone el desgaste

<sup>2</sup>Hay que recordar que sería también posible ejecutar el PS con un menor alcance temporal. Por ejemplo, cuando en un día intermedio de la semana, se constatase que la competencia se ha comportado de forma diferente a las hipótesis tomadas inicialmente.

<sup>3</sup>En dichos informes se muestran los parámetros de coste de los grupos generadores del sistema español. Sin embargo, dado que estos parámetros fueron calculados en 1997, podrían haber quedado ya obsoletos.

y el envejecimiento del equipo de generación. La difícil valoración económica de este último concepto puede dar lugar a que los valores seleccionados difieran de los parámetros reales utilizados por las empresas al planificar la explotación de sus centrales.

Finalmente, los costes de parada se han fijado arbitrariamente como la cuarta parte del coste de arranque.

Otro aspecto importante en la preparación del caso ejemplo es el relativo al tipo de competencia instaurada en el mercado. Se ha supuesto que el mercado es oligopolista, donde la empresa cuenta con una cuota de mercado en torno al 30%. En cuanto al parque de generación, se ha supuesto que la empresa es predominantemente térmica con una capacidad total instalada de 9155 MW de los cuales 8145 MW corresponden a los grupos térmicos. La demanda utilizada es la del sistema peninsular español, durante la semana del 17 al 23 de Agosto de 1998.

En el mercado español, la información sobre las ofertas presentadas al operador del mercado sólo está disponible para las empresas participantes. Por ello, las curvas de demanda residual utilizadas en este caso ejemplo han sido sintetizadas artificialmente siguiendo los criterios siguientes. El primero de ellos es que la empresa no es tomadora de precios, es decir, que las curvas no son absolutamente horizontales. En ese caso, aunque la metodología propuesta también es válida, sería suficiente maximizar el beneficio introduciendo los precios como datos de entrada. Dado que uno de los atributos del método propuesto es precisamente la optimización del beneficio frente a cualquier tipo de curva, se ha optado por sintetizar curvas con múltiples escalones y tramos lineales con diferentes pendientes.

El segundo criterio utilizado, es que en la zona correspondiente a la cuota de mercado esperada, las curvas cubran un rango de precios similar a los que suelen resultar en el mercado español.

### **7.3.1 Datos de entrada del equipo de generación para el Problema Semanal**

La composición del parque de generación de la empresa es la siguiente: 22 grupos térmicos, un conjunto de centrales y embalses que se agrupan en 2 cuencas hidráulicas (CH) y 2 centrales de bombeo puro (CB).

De los 22 grupos térmicos, 2 son nucleares, 4 son de ciclo combinado, 14 son de carbón y 3 son de fuel. En la tabla 7.3 se pueden ver los datos de entrada de los grupos, que han sido ordenados de menor a mayor coste variable.

Para la ejecución del PS, se supondrá que los grupos g1, g2, g3, g4, g5 y g6 son grupos de base por lo que se ha impuesto que permanezcan acoplados durante

todas las horas de la semana<sup>4</sup>. En el caso de los dos grupos nucleares, además se fijará *a priori* que la potencia generada sea siempre su potencia máxima. Por este motivo sólo se han incluido los datos de estos grupos que son necesarios para la optimización.

Grupo	Estado	$\bar{P}$	$\underline{P}$	$u$	$l$	$a$	$b$	$d$	$e$	Tecn.
		MW	MW	MW/h	MW/h	€/MWh	€/h	€	€	
g1	1	1000	-	-	-	9.04	301.2	-	-	NU
g2	1	700	-	-	-	9.13	301.2	-	-	NU
g3	1	500	150	117	117	12.17	451.8	18072	3012	CA
g4	1	350	190	53	53	13.39	421.7	18675	3112	CC
g5	1	350	190	53	53	13.39	421.7	18675	3112	CC
g6	1	350	190	53	53	13.39	421.7	18675	3112	CC
g7	1	350	190	53	53	13.39	421.7	18675	3112	CC
g8	1	510	160	117	117	13.99	271.1	19277	3213	CA
g9	1	510	160	117	117	13.99	271.1	19277	3213	CA
g10	1	300	175	42	42	15.82	180.7	19578	3263	CA
g11	0	340	155	62	62	18.07	542.2	18705	3117	CA
g12	0	340	155	62	62	18.07	542.2	18705	3117	CA
g13	0	300	120	60	60	18.67	572.3	16265	2711	CA
g14	0	320	145	58	58	18.98	512.0	17590	2932	CA
g15	0	320	145	58	58	18.98	512.0	17590	2932	CA
g16	0	275	110	110	110	19.16	542.2	16265	2711	CA
g17	0	150	80	47	47	22.89	331.3	17831	2972	CA
g18	0	150	80	47	47	22.89	331.3	17831	2972	CA
g19	0	160	60	67	67	24.10	361.4	17952	2992	CA
g20	0	320	125	65	65	40.96	692.8	19277	3213	FU
g21	0	275	90	62	62	42.47	662.7	18675	3112	FU
g22	0	275	90	62	62	42.77	632.5	18675	3112	FU

**Tabla 7.3:** Datos de entrada de los generadores térmicos. Consúltese la notación indicada en la sección 4.2, (página 57).

Tal y como se puede ver en la primera columna de la tabla 7.3, al comenzar la semana sólo están arrancados los diez primeros grupos. Según se expuso en el capítulo 4, para evitar arrancar y parar repetidas veces un mismo grupo a lo largo de la semana, es habitual introducir restricciones de tiempos mínimos de funcionamiento o también limitar el número máximo de maniobras de arranque. Sin embargo, en este caso ejemplo, el propio sentido de la optimización da lugar a regímenes de funcionamiento estables debido a que arrancar y parar un grupo más de una vez supondría incurrir en un sobre coste que no se recuperaría debido al valor elevado de los parámetros de coste de arranque y parada elegidos. La única restricción que se ha impuesto en este sentido, es que en el último período (hora 24 del domingo), se encuentren acoplados al menos los mismos grupos que se encontraban arrancados al inicio de la semana. De este modo se disminuye el número de paradas durante el fin de semana evitando arranques innecesarios en la semana siguiente.

<sup>4</sup>A este tipo de generadores se les suele calificar como “must-run”.

Finalmente, la restricción de reserva rodante térmica se ha fijado a un valor constante de 200 MW para todos los periodos.

Las dos cuencas hidráulicas (CHs) representan los recursos de generación hidráulica de la empresa. Tal y como se vio en el capítulo 4, modelar detalladamente un sistema hidráulico es una tarea compleja debido a la existencia de los acoplamientos espacio-temporales (embalses aguas arriba, tiempos de paso, servidumbres, etc.) así como a la existencia de relaciones no lineales en las curvas características que ligan la potencia, el caudal turbinado y las cotas de los embalses. Por todo ello, se ha optado por un modelado simplificado donde cada CH representa a todos los generadores y embalses de una misma cuenca hidráulica. Este modelo agregado de cada cuenca se expresa en términos de energía equivalente y se supone que un modelo de medio o largo plazo proporciona las curvas de valor del agua necesarias para ejecutar el PS.

En la tabla 7.4 se presentan los datos de las dos CHs que posee la empresa del caso de estudio. Las curvas de valor del agua se han tabulado discretizando la energía total disponible en 10 bloques y la energía fluyente se ha supuesto que es constante durante todos los periodos.

CH1		CH2	
$\bar{g}$	500 MW	$\bar{g}$	350 MW
$g$	50 MW	$\bar{g}$	35 MW
$\bar{e}_n$	$\lambda_n$	$\bar{e}_n$	$\lambda_n$
MW	€/MWh	MW	€/MWh
8000	-7.50	5000	0
8000	-9.01	5000	0
8000	-10.52	5000	0
8000	-15.02	5000	0
8000	-18.33	5000	-3.00
8000	-19.23	5000	-3.60
8000	-20.13	5000	-4.20
8000	-21.03	5000	-6.01
8000	-30.05	5000	-7.33
8000	-42.07	5000	-8.65

**Tabla 7.4:** Datos de entrada de las CH. Consúltense la notación indicada en la sección 4.2, (página 57).

Finalmente, el equipo de bombeo perteneciente a la empresa consta de 2 centrales con un ciclo de turbinación-bombeo semanal y diario. En este caso no se utilizan curvas de valor de agua, sino que se impone directamente la condición de que el volumen almacenado en el embalse superior de cada central al final de la semana, sea igual a una cantidad determinada. Dicha cantidad debería ser calculada

por un modelo de mayor alcance temporal y en este ejemplo se ha impuesto que coincida con el volumen inicial. En la tabla 7.5 se pueden ver los datos de entrada de las 2 centrales de bombeo.

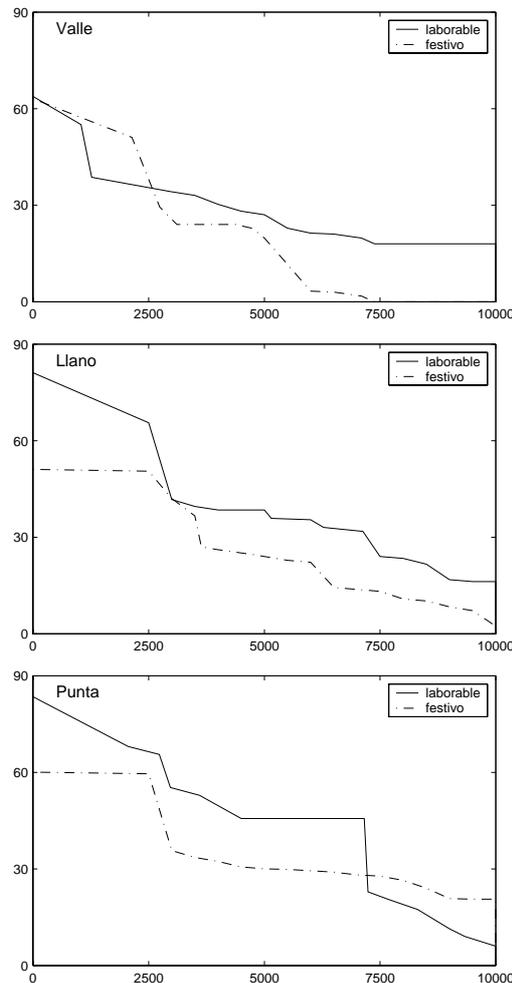
		CB1	CB2
$\bar{g}_b$	[MW]	120	80
$\bar{d}_b$	[MW]	100	60
$\eta_b$	[ p.u.]	0.75	0.7
$\bar{e}_b^s$	[MWh]	3000	6500
$\bar{e}_b^i$	[MWh]	5000	15000
$\underline{e}_b^s$	[MWh]	0	0
$\underline{e}_b^i$	[MWh]	0	0
$e_{b0}^i$	[MWh]	2500	7500
$e_{b0}^s$	[MWh]	1500	3250
$e_{bf}^s$	[MWh]	1500	3250

**Tabla 7.5:** Datos de entrada de las centrales de bombeo. Consúltense la notación indicada en la sección 4.2, (página 57).

### 7.3.2 Datos de entrada de las curvas de demanda residual para el Problema Semanal

Para ejecutar el PS con un alcance semanal dividido en períodos horarios, es necesario incluir como dato de entrada las 168 curvas de demanda residual. Si estas curvas son fruto del análisis de los datos históricos siguiendo la metodología propuesta en el capítulo 6, estarán expresadas como funciones lineales a tramos. Si las curvas provienen de otras fuentes, estarán expresadas como funciones escalón, aproximaciones polinómicas, etc. En cualquier caso, sea cual sea el formato de las curvas de demanda residual, únicamente servirán para construir las funciones de ingresos que sí deben ser aproximadas por funciones lineales a tramos para poder ser incluidas en el problema de optimización.

Por otro lado, según se vio en el capítulo 6, las curvas de demanda residual de un día se suelen poder agrupar en las horas de características similares, siendo posible construir las curvas representantes de cada grupo. Aprovechando este hecho, y para evitar extender demasiado este apartado, se ha decidido que las 168 horas semanales se puedan representar por 6 tipos de curvas, valle, llano y punta, distinguiendo entre laborable y festivo. Sin embargo, para que las curvas de un mismo tipo no sean siempre idénticas, se han introducido ligeras perturbaciones individuales consistentes en un pequeño desplazamiento horizontal y vertical proporcional a la demanda de cada hora. Las curvas representantes de cada tipo de hora—sin los desplazamientos— se pueden ver en la figura 7.5.



**Figura 7.5:** Curvas de demanda residual utilizadas en el caso ejemplo.

En la tabla 7.6 se muestra la información de cada hora de la semana. En primer lugar se indica el tipo de hora<sup>5</sup> que servirá para asignar a cada período la curva de demanda residual que corresponda. A continuación se indica la demanda del sistema utilizada para calcular el desplazamiento horizontal y vertical. En concreto, a las abscisas y ordenadas de cada punto de las curvas nominales, se les ha sumado un valor igual al 1% y 0.1% de la demanda, para obtener el desplazamiento horizontal y vertical, respectivamente.

Una vez que se ha descrito cómo se han elaborado las curvas de demanda residual, las funciones de ingresos horarias, aproximadas por funciones lineales a tramos, se han obtenido aplicando el modelo *Bisagras*. Para ello, se ha fijado el número de puntos a 200 y se ha muestreado la función de ingresos asociada a la demanda residual, uniformemente en el intervalo de cantidades correspondiente a los límites

<sup>5</sup>V: valle, L: llano, P: punta. El sufijo “f” señala que se trata de festivo.

	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	domingo
1	L 15067	L 16942	L 17041	L 17173	L 17001	Lf 17642	Pf 15982
2	V 13672	V 15545	V 15694	V 15836	L 15853	Lf 16039	Lf 14559
3	V 12908	V 14692	V 14845	V 14809	L 14950	Vf 14742	Vf 13369
4	V 12493	V 14368	V 14443	V 14582	L 14612	Vf 14151	Vf 12714
5	V 12489	V 14247	V 14414	V 14368	L 14520	Vf 13808	Vf 12353
6	V 12824	V 14342	V 14500	V 14461	L 14561	Vf 13571	Vf 12091
7	V 14221	V 15314	V 15594	V 15464	L 15546	Vf 13461	Vf 11831
8	L 16194	L 16898	L 17333	L 17042	L 17263	Vf 13819	Vf 11581
9	L 18061	L 18598	L 18963	L 18741	L 18878	Vf 15401	Vf 12067
10	L 19595	L 19655	L 20007	L 19965	L 20036	Lf 17024	Vf 13060
11	P 20532	P 20514	P 20714	P 20836	L 20859	Pf 18368	Lf 13940
12	P 21241	P 21495	P 21354	P 21558	P 21676	Pf 18933	Lf 14586
13	P 21532	P 21840	P 21708	P 21793	P 21999	Pf 19006	Lf 14771
14	P 21387	P 21571	P 21328	P 21520	P 21628	Pf 18701	Lf 14990
15	P 20608	P 20695	P 20556	P 20722	P 20807	Lf 17563	Lf 14928
16	P 20745	P 20846	P 20889	P 20989	P 20959	Lf 17030	Lf 14550
17	P 21129	P 21339	P 21395	P 21490	P 21365	Lf 16789	Lf 14156
18	P 21590	P 21778	P 21907	P 21998	P 21748	Lf 16786	Lf 14089
19	P 21304	P 21419	P 21525	P 21676	P 21340	Lf 16822	Lf 14155
20	L 20432	L 20550	L 20557	L 20900	L 20551	Lf 16764	Lf 14305
21	L 19307	L 19529	L 19562	L 19799	L 19540	Lf 16679	Lf 14681
22	L 19030	L 19160	L 19355	L 19567	L 19356	Lf 17094	Pf 15856
23	L 19527	L 19577	L 19982	L 19982	L 19698	Pf 18078	Pf 17789
24	L 18237	L 18293	L 18589	L 18647	L 18571	Lf 17090	Pf 17003

**Tabla 7.6:** Datos de cada hora: demanda y tipo de hora.

de producción de la empresa en cada hora.

Respecto a los valores de los parámetros del modelo *Bisagras*, se han elegido  $\mu = 0.9$  y  $\phi = 10^{-3}$ . Nótese que un valor superior de  $\mu$ , y un valor inferior de  $\phi$ , proporcionarían mayor precisión en los resultados. Sin embargo, para lograr esa mayor precisión, el número de tramos lineales crecería y consecuentemente también lo haría el tamaño del problema de optimización sin que el resultado final —decisiones de arranques y paradas— variase sustancialmente.

Finalmente, los límites de producción de la empresa mencionados anteriormente se han fijado como el 25% y el 35% de la demanda en cada hora.

### 7.3.3 Resultados de la optimización de la explotación semanal (PS)

En este apartado se presentan los resultados obtenidos tras ejecutar el modelo PS con los datos expuestos anteriormente. En la sección 4.6.3 del capítulo 4, se mostró cómo es posible modelar una función lineal a tramos no cóncava utilizando programación lineal entera mixta. Además, dado que las funciones de ingresos están siendo maximizadas en la función objetivo, se presentaron dos formulaciones alternativas que están detalladamente expuestas en la sección A.3 del apéndice A. Así pues, el modelado de las funciones de ingresos horarias puede realizarse de tres formas posibles:

1. Utilizando tantas variables binarias como segmentos lineales.
2. Utilizando tantas variables binarias como intervalos existan donde la función sea cóncava y modelando cada intervalo con variables incrementales.
3. Utilizando tantas variables binarias como intervalos existan donde la función sea cóncava y modelando cada intervalo mediante cortes tangentes.

Con el propósito de averiguar cuál de las tres alternativas es más eficiente computacionalmente, se ha ejecutado el PS con cada una de las tres formulaciones. En la tabla 7.7 se indica el tamaño del problema en cada caso —número de ecuaciones, número de variables y número de variables binarias— así como el tiempo de ejecución.

	alternativa		
	1	2	3
n° ecuaciones	22038	21635	21580
n° variables continuas	22029	21626	21571
n° variables discretas	7131	6728	6728
n° de elementos no nulos	83887	82825	82165
valor de la función objetivo [M€]	22.1437	22.1663	22.1725
iteraciones	15991	15597	17489
tiempo de ejecución [s]	630.07	617.06	641.81

**Tabla 7.7:** Comparación de las tres alternativas para modelar las funciones de ingresos. El tiempo ha sido medido en un pentium II a 233 MHz y 128 Mb.

Se puede comprobar que no existen grandes diferencias entre las tres alternativas. Sin embargo, la segunda de ellas presenta un tiempo de ejecución y un número de iteraciones que son ligeramente inferiores a los valores correspondiente a las otras dos formulaciones. A pesar de ello, estos resultados corresponden únicamente al caso particular de este ejemplo, y dado que el tiempo de ejecución de un problema de programación lineal entera-mixta está sujeto a múltiples factores, sería necesario realizar un estudio más detallado para poder extraer conclusiones más genéricas.

En las tablas siguientes se muestra la programación horaria obtenida para cada día de la semana. Se puede ver que los grupos inicialmente arrancados —g1, g2, . . . , g10— permanecen acoplados durante toda la semana. Además, al concluir el período del valle del lunes, se arrancan los grupos g11, g12, g13, g14, g15, g16 y g19, que se mantienen acoplados durante los cinco días laborables hasta que son parados en las últimas horas del viernes. Estas paradas son las típicas maniobras del fin de semana que en un sistema tradicional de minimización de coste tienen

por objetivo hacer frente al descenso de consumo durante el sábado y el domingo. Sin embargo en este caso, dado que no existe la restricción de balance de demanda, las paradas se producen porque las curvas de demanda residual no proporcionan ingresos suficientes para compensar el coste de producción de esos grupos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
g1	10 <sup>3</sup>																								
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	383	463	500	500	461	383	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	350	297	243	215	215	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	350	297	243	243	297	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	350	297	243	297	243	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	350	297	243	297	297	243	297	350	350	306	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	393	277	160	160	160	277	393	510	510	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g9	510	393	277	160	160	160	277	393	510	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g10	217	175	175	175	175	175	175	217	258	258	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	281	300	300	300	258
g11	0	0	0	0	0	0	0	0	209	271	333	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	163	225	217
g12	0	0	0	0	0	0	0	0	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	267	217	155
g13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	180	240	300	300	300	300	300	300	300	300	300	240	180	120	120	120
g14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	203	262	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	203	262	320	320	320	320	320	320	320	278	220	162	145	145	145
g16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	220	275	175	175	175	175	175	175	175	275	165	110	110	110	110
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	127	77	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	350	35	35	35	35	35	35	350	35	35	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	35	35	35	35	125
CB1	88	0	0	0	0	0	0	103	0	0	120	120	120	120	38	86	120	120	120	0	0	0	0	0	0
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	80	0	0	80	80	80	0	0	0	0	0	0
CB1	0	100	100	100	100	100	100	0	100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	76	0	0	0
CB2	0	60	60	60	60	60	60	0	42	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0

Tabla 7.8: Programación horaria del lunes.

Nótese también que en la hora 11, después de haber sido arrancado el grupo g16, el siguiente grupo que se acopla es el g19, permaneciendo parados los grupos g17 y g18. Estos últimos tienen menor coste variable, menor coste fijo y menor coste de arranque que el grupo g19 por lo que a primera vista podría parecer que el modelo no se está comportando correctamente. Sin embargo, la solución obtenida sí es óptima ya que el grupo g19 tiene más capacidad para dar reserva que los grupos g17 y g18. El requisito de reserva rodante térmica es de 200 MW por lo que al arrancar el grupo g19 y mantenerlo a su mínimo técnico se logran 100 MW de reserva, siendo los restantes 100 MW obtenidos con el grupos g16.

Respecto al equipo hidráulico, se puede ver que la CH1 produce únicamente el valor de la fluyente mientras que la CH2 realiza una gestión del agua regulable produciendo más energía durante las horas de punta. La diferencia entre las políticas de consumo de agua en ambas cuencas se debe a que las curvas de valor de agua utilizadas son distintas. Al estar más valorada el agua de la CH1, el gasto de agua en esta cuenca es menor que en el de la CH2.

En cuanto a las dos centrales de bombeo puro, se puede observar que el comportamiento es el típico de un ciclo de turbinación-bombeo. Cada día se bombea agua

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	10 <sup>3</sup>																							
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	383	267	150	150	267	383	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	314	261	208	190	190	219	272	326	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g9	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g10	217	175	175	175	175	175	175	217	258	281	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	282	300	300	258
g11	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	155	164
g12	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	277	278
g13	120	120	120	120	120	120	120	120	180	240	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	240	180	120	120
g14	145	145	145	145	145	145	145	145	151	210	268	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g15	145	145	145	145	145	145	145	145	151	210	268	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g16	110	110	110	110	110	110	110	110	165	275	175	175	175	175	175	175	175	175	175	275	165	110	110	110
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	35	35	35	84
CB1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	120	120	120	68	120	120	120	120	0	0	0	0	0
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	0	1	80	80	80	0	0	0	0	0
CB1	100	100	100	100	100	100	100	100	33	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	68	0	0	0
CB2	60	60	60	60	60	60	60	60	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0

Tabla 7.9: Programación horaria del martes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	10 <sup>3</sup>																							
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	383	267	150	150	267	383	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	316	262	209	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g9	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510
g10	217	175	175	175	175	175	175	217	258	292	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	282	300	300	258
g11	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	155	155
g12	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	155	210
g13	120	120	120	120	120	120	120	120	180	240	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	240	180	120	120
g14	145	145	145	145	145	145	145	145	145	203	262	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g15	145	145	145	145	145	145	145	145	145	203	262	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g16	110	110	110	110	110	110	110	110	165	275	175	175	175	175	175	175	175	175	175	275	165	110	110	110
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	35	35	103	350
CB1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	92	120	120	120	19	120	120	120	120	0	0	0	0	0
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	0	16	80	80	80	80	0	0	0	0	0
CB1	100	100	100	100	100	100	100	100	22	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	68	0	0	0
CB2	60	60	60	60	60	60	60	60	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0

Tabla 7.10: Programación horaria del miércoles.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	10 <sup>3</sup>																							
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	383	267	150	150	267	383	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	297	243	190	190	190	190	243	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	317	264	211	190	190	209	262	316	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	393	510	510	510
g9	393	277	160	160	160	160	277	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	510	483	510	510	510
g10	217	175	175	175	175	175	175	217	258	277	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	258	300	300	258
g11	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	278	217	278
g12	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	287	226	278
g13	120	120	120	120	120	120	120	120	180	240	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	240	180	120	120
g14	145	145	145	145	145	145	145	145	145	203	262	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g15	145	145	145	145	145	145	145	145	159	217	276	320	320	320	320	320	320	320	320	262	203	145	145	145
g16	110	110	110	110	110	110	110	110	110	165	275	175	175	175	175	175	175	175	225	115	110	110	110	110
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	127	60	60	60	60
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	350	350	350	350	350	350	350	350	350	35	87	35	158
CB1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120	120	120	78	120	120	120	120	0	0	0	0	0
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	0	51	80	80	80	0	0	0	0	0
CB1	100	100	100	100	100	100	100	100	39	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0
CB2	60	60	60	60	60	60	60	60	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0

Tabla 7.11: Programación horaria del jueves.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	10 <sup>3</sup>																							
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	297	350	350	350	350	350	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	297	350	350	350	350	350	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	297	350	350	350	350	350	297	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	315	350	350	350	350	303	306	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	393	352	340	364	332	277	393	510	510	510	393	510	510	510	510	510	510	510	510	510	393	510	510	510
g9	393	277	277	160	160	277	393	510	510	510	482	510	510	510	510	510	510	510	510	510	478	510	393	435
g10	217	175	175	175	175	175	217	258	300	300	258	300	300	300	300	300	300	300	300	300	258	258	217	175
g11	155	155	155	155	155	155	155	217	273	335	278	340	340	340	340	340	340	340	278	217	0	0	0	0
g12	155	155	155	155	155	155	155	155	217	278	340	340	340	340	340	340	340	340	340	278	217	0	0	0
g13	120	120	120	120	120	120	120	120	120	180	240	300	300	300	300	300	300	300	300	240	180	120	0	0
g14	145	145	145	145	145	145	145	145	145	145	203	262	320	320	320	320	320	320	262	203	0	0	0	0
g15	145	145	145	145	145	145	145	145	145	145	203	262	320	320	320	320	320	320	262	203	0	0	0	0
g16	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	115	225	175	175	175	175	175	175	220	0	0	0	0	0
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	127	60	60	60	60	60	60	127	0	0	0	0	0
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	35	35	35	35	35	35	35	162	35	104	35	350	350	350	350	350	350	350	350	102	35	204	350	350
CB1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120	120	108	120	120	120	120	0	0	0	120	120
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	0	41	80	80	80	0	0	0	20	14
CB1	100	100	100	100	100	100	100	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0
CB2	60	60	60	60	60	60	60	0	0	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0

Tabla 7.12: Programación horaria del viernes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	10 <sup>3</sup>																							
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
g3	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
g4	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g5	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g6	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g7	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
g8	510	489	373	365	477	510	510	510	500	435	435	435	510	510	510	435	435	435	510	435	510	435	510	510
g9	435	456	510	510	393	363	362	360	393	510	510	510	435	435	435	510	510	510	435	510	435	510	435	435
g10	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175
g11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
CH2	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	350	350	350	350	35	35	35	35	35	35	35	35	350	35
CB1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120	120	120	0	0	0	0	0	0	0	0	120	0
CB2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	80	0	0	0	0	0	0	0	0	80	0
CB1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	0	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100
CB2	60	0	60	60	60	60	60	60	60	60	0	0	0	0	60	60	60	60	60	60	60	48	60	60

Tabla 7.13: Programación horaria del sábado.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
g1	10 <sup>3</sup>																								
g2	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700	
g3	500	383	500	383	267	150	150	150	150	267	383	500	500	500	500	500	500	500	500	500	383	500	500	500	
g4	305	252	305	297	243	190	190	190	190	243	297	248	241	294	332	279	332	279	225	200	253	307	350	350	
g5	297	243	297	297	243	190	190	190	190	243	198	239	292	293	240	252	207	243	297	350	297	350	350	350	
g6	350	297	350	297	243	190	190	190	190	243	190	190	243	297	243	243	190	190	190	216	243	297	350	350	
g7	297	243	297	297	243	190	190	190	190	243	297	350	297	243	297	243	190	190	207	190	243	297	350	350	
g8	393	277	393	393	277	160	160	160	160	277	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	202	318	435	435	
g9	318	202	318	393	277	160	160	160	160	277	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	277	393	510	510
g10	217	175	217	258	217	175	175	175	175	217	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	217	175	175	
g11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
CH1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
CH2	350	35	144	85	350	35	35	35	35	350	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	350	350	350	
CB1	120	0	0	0	120	0	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120	120	
CB2	80	0	0	0	80	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	80	80	
CB1	0	100	0	0	0	100	100	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	0	
CB2	0	60	0	0	0	60	60	60	60	0	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	0	0	

Tabla 7.14: Programación horaria del domingo.

durante las horas de valle y se turbinan en las horas de punta. Esto ocurre porque las curvas de demanda residual de las horas de valle tienen asociadas unos niveles de precios menores que en las horas de punta, por lo que comprando energía en el valle y vendiéndola en la punta, la empresa obtiene el margen correspondiente a la diferencia afectada por el rendimiento energético.

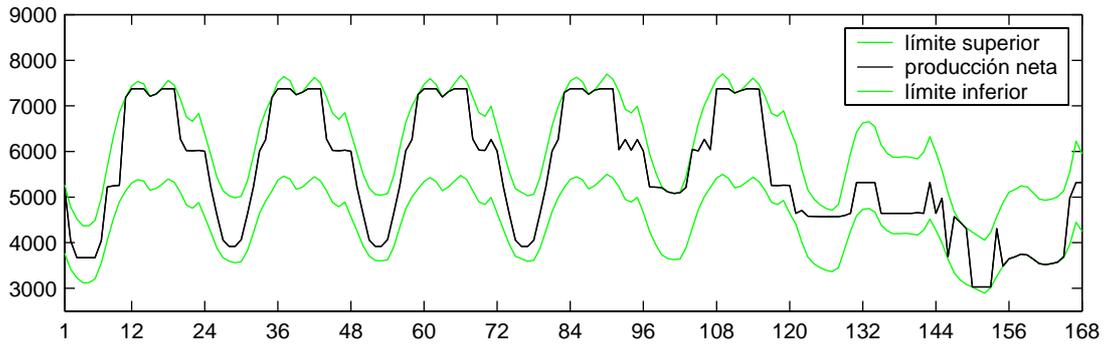
Además, se puede detectar una componente semanal en la operación obtenida ya que durante la mayoría de las horas del fin de semana, las centrales bombean para compensar el gasto de agua ocurrido durante los días laborables y conseguir así cumplir la condición final que impone un volumen determinado en el embalse superior.

Nótese también que en algunas horas de llano (por ejemplo, en las horas 22, 23 y 24 del lunes), no se turbinan ni se bombea ningún caudal en estas centrales. La razón es que el ciclo de turbinación-bombeo tiene asociado un rendimiento energético en torno al 70%, por lo que la diferencia de precios entre las horas de bombeo y turbinación tiene que ser suficientemente grande como para compensar las pérdidas en las que se incurren.

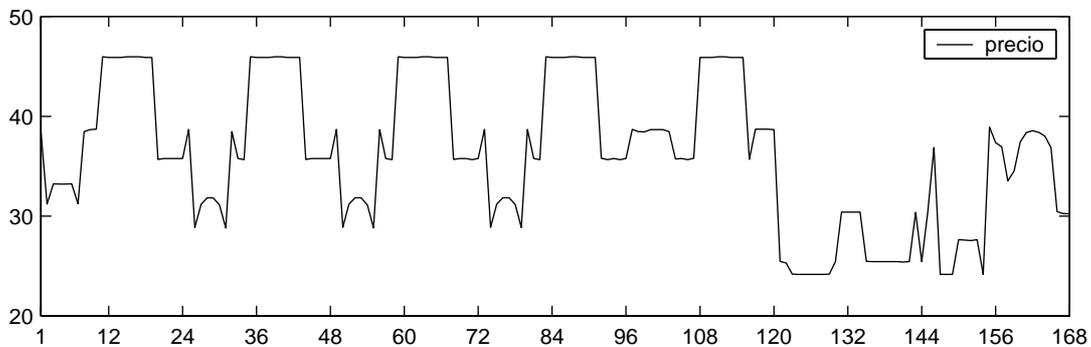
Por otro lado, se puede constatar que la operación obtenida de las centrales de bombeo no viola ninguna restricción de funcionamiento y que el volumen final del embalse superior es igual al inicial —condición final fijada en los datos de entrada— en ambas centrales.

Otro resultado de interés es el que se puede ver en la figura 7.6 donde se ha dibujado la producción neta de la empresa —generación menos bombeo— a lo largo de toda la semana. Además se han dibujado los límites de producción superior e inferior, calculados como el 35% y el 25% de la demanda en cada hora respectivamente. Se puede observar que la generación de la empresa se encuentra siempre entre ambos límites y que en ocasiones, se sitúa exactamente sobre uno de ellos. Esto ocurre por ejemplo en las horas de llano del domingo, donde la producción de la empresa coincide con el 25% de la demanda ya que en esas horas no compensa producir por encima de dicho valor.

Finalmente, en la figura 7.7 se muestra una gráfica con los precios horarios obtenidos. El precio no es una variable del problema de optimización sino que es un resultado indirecto que se puede calcular dividiendo los valores de las variables ingresos y producciones de la empresa en cada hora. Durante los días laborables, se obtienen unos perfiles de precios parecidos ya que las curvas de demanda residual son muy similares, y diferente al del fin de semana.



**Figura 7.6:** Producción neta de la empresa a lo largo de la semana. Se han dibujado los límites superior e inferior debidos a las restricciones de cuota horaria.



**Figura 7.7:** Precios horarios obtenidos durante la semana.

### 7.3.4 Datos de entrada del equipo de generación para el Problema Diario

Todas las características técnicas del equipo de generación, así como los parámetros de coste, han sido ya expuestos anteriormente al definir los datos del PS (sección 7.3.1). Por ello, en este apartado se indican cuáles son las consignas proporcionadas por el PS para la ejecución del PD.

La primera de las consignas es el estado de acoplamiento de los grupos térmicos para las 24 horas del lunes. En la tabla 7.15 se ha indicado el *unit-commitment* de estos grupos, obtenido a partir de la programación horaria del lunes (tabla 7.8).

La segunda consigna hace referencia al consumo de agua de las dos CHs. Dicho consumo, expresado en términos de energía, se calcula sumando la producción horaria obtenida con el PS de cada CH para las 24 horas del lunes. Se puede verificar que dichos consumos son los que se indican en la tabla 7.16.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
g1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
g20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 7.15:** Consigna del *unit-commitment* para el PD ( $\bar{1}$ : acoplado a potencia máxima; 1: acoplado; 0: desacoplado).

CH1	CH2
1200	4395

**Tabla 7.16:** Consumos de agua —en MWh— del lunes

Finalmente, la consigna para el equipo de bombeo es el volumen almacenado al final de la hora 24 del lunes en el embalse superior de cada central. A partir de la programación horaria, del rendimiento y de los volúmenes iniciales, se puede calcular que el volumen final en cada embalse es el indicado en la tabla 7.17.

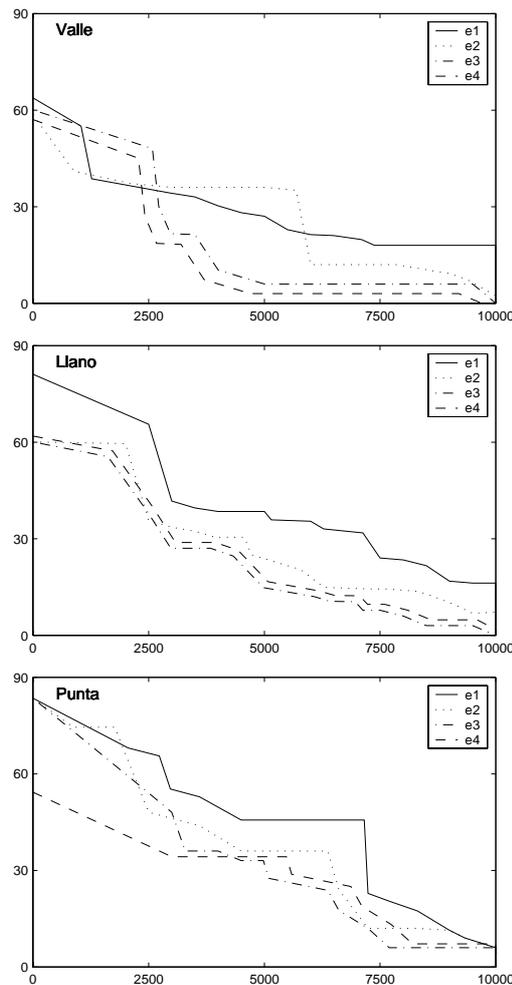
CB1	CB2
1076.485	3055.372

**Tabla 7.17:** Volumen final —en MWh— en el embalse superior.

### 7.3.5 Generación de escenarios de demanda residual

La generación de los escenarios de demanda residual utilizados en la resolución del PD se ha realizado del modo siguiente. En primer lugar se ha supuesto que la secuencia de las 24 curvas que conforman un escenario puede obtenerse a partir de tres curvas representantes —punta, valle y llano— introduciendo desplazamientos horizontales y verticales proporcionales a la demanda en cada hora. Así pues, para generar un escenario basta con seleccionar las tres curvas

representantes de cada tipo de hora. En segundo lugar, se ha supuesto que estas curvas representantes obedecen a cuatro patrones básicos, de los cuales uno de ellos es el que se utilizó al optimizar la explotación semanal (ver figura 7.8). Finalmente, para obtener un número suficiente de escenarios, se introdujeron perturbaciones al azar consistentes en trasladar las 24 curvas de cada escenario una misma cantidad y un mismo precio obtenidos mediante un sorteo aleatorio. Para cada uno de los cuatro patrones se han generado 15 traslaciones por lo que el número total de escenarios es de  $4 * 15 = 60$ .



**Figura 7.8:** Cuatro patrones de demanda residual utilizados para construir los 60 escenarios.

### 7.3.6 Resultados de la elaboración de ofertas (PD)

En la figura 7.9 se puede ver el resultado de almacenar los puntos óptimos en cada hora tras la optimización del beneficio frente a los 60 escenarios.

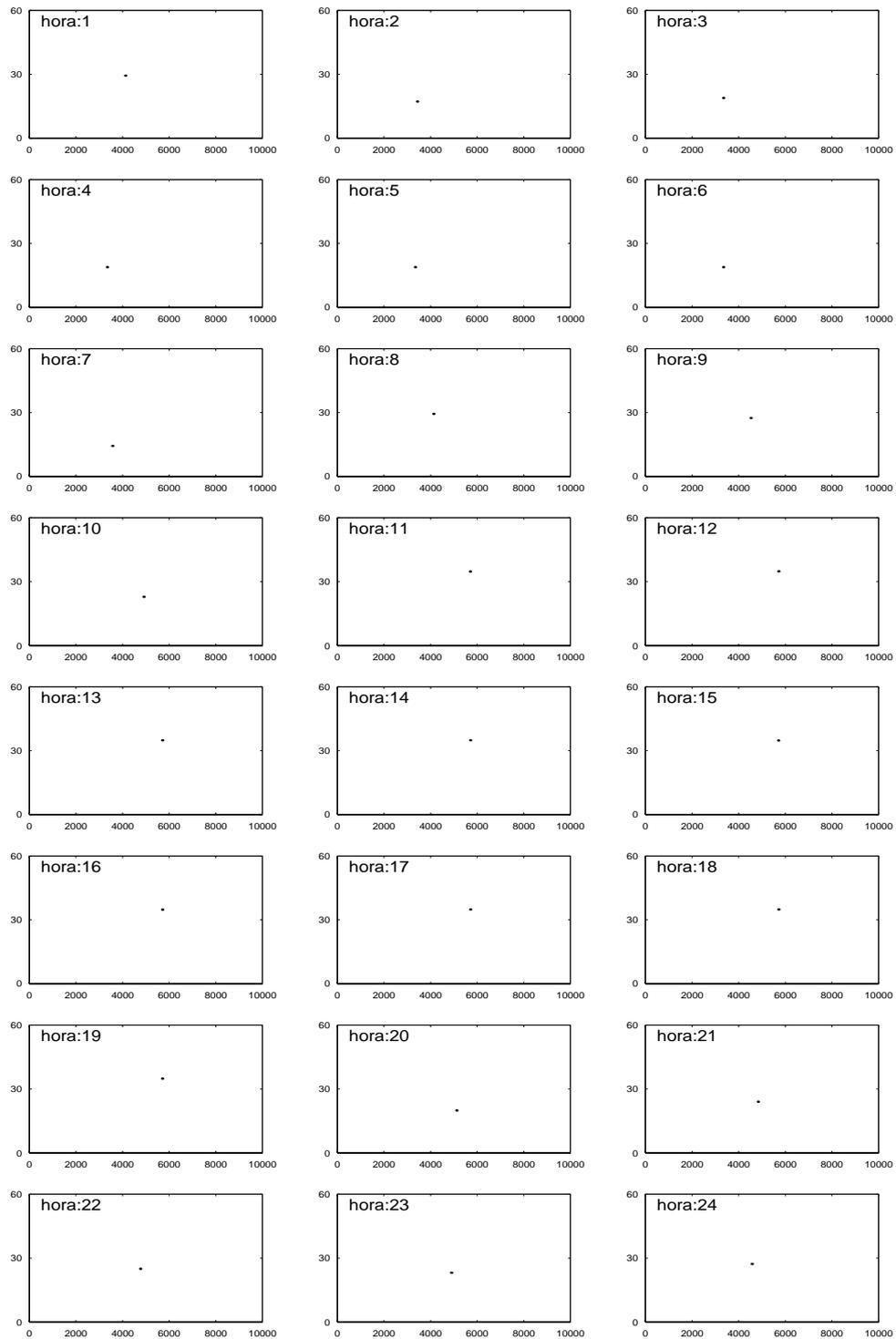


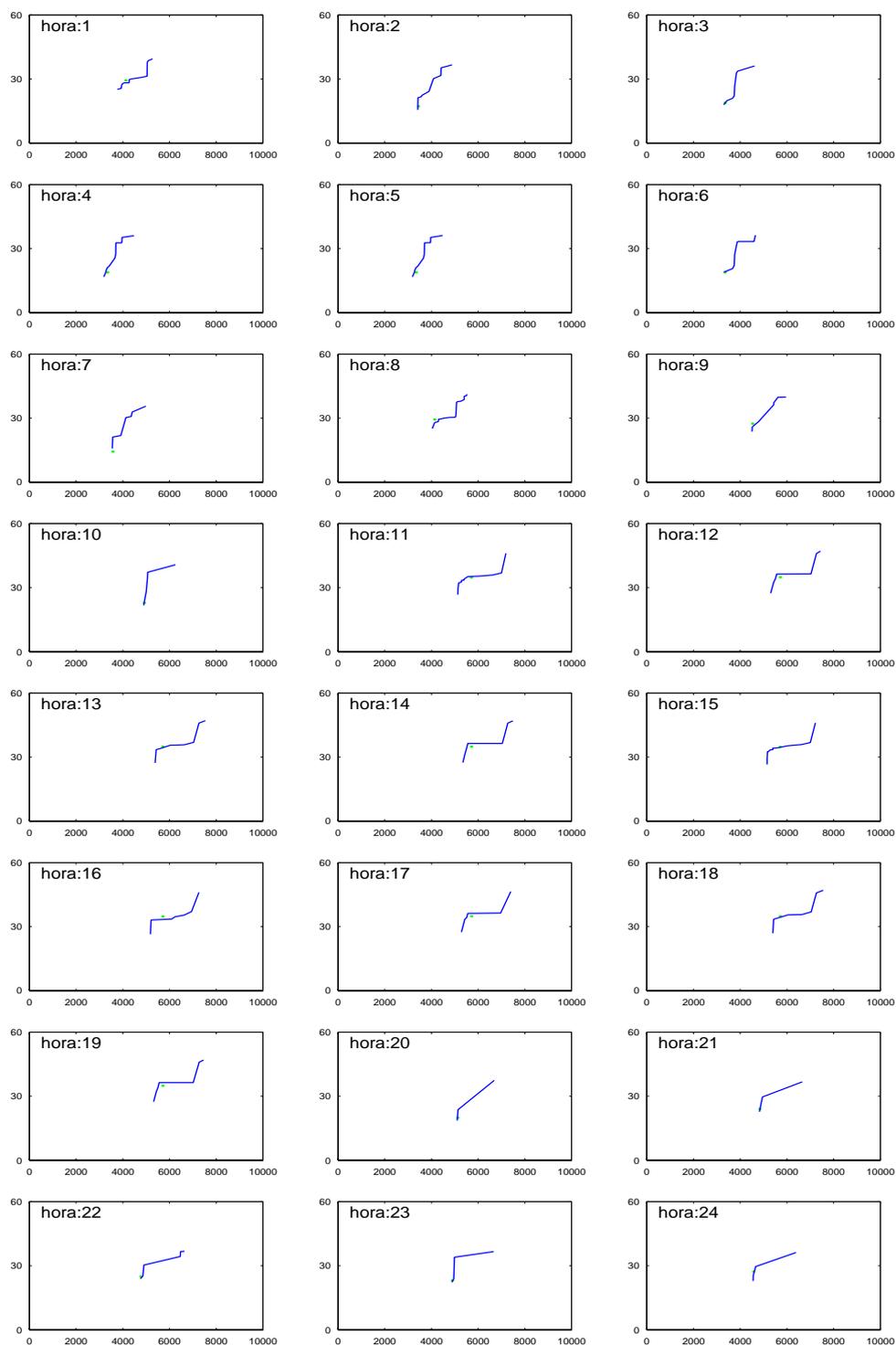
Figura 7.9: Nubes de puntos óptimos en cada hora.

El tiempo de ejecución total ha sido de 326.0 segundos en un pentium II a 233 MHz y 128 Mb. El tiempo medio requerido para la solución de cada escenario es por lo tanto de 5.43 segundos. Hay que señalar que los 15 escenarios que provienen del mismo escenario nominal son muy similares entre sí, por lo que resulta conveniente utilizar como punto inicial la solución del escenario anterior.

Nótese que en algunas horas de la figura 7.9, los puntos se disponen verticalmente sobre un cierto valor de cantidad. Por ejemplo, en la hora 24 se puede observar que en la zona izquierda de la nube de puntos, éstos se distribuyen sobre un valor de generación igual al límite de producción inferior. En este caso, los ingresos que percibe la empresa en los escenarios correspondientes a esos puntos, son escasos por lo que se activa la restricción de límite de producción. Si la zona vertical se encuentra a la derecha, se debe a que se ha activado la restricción de límite máximo de producción, como por ejemplo, en la hora 15.

También se puede comprobar que en ninguna de las horas se verifica la condición de puntos crecientes (5.15) por lo que las funciones de suministro no pueden ser construidas uniendo directamente los puntos.

Sin embargo, sí se observa una tendencia ascendente durante todas las horas. Esto puede ser aprovechado para construir las funciones de suministro aproximando las nubes de puntos con el modelo *Bisagras*. Las 24 curvas de oferta construidas de este modo pueden verse en la figura 7.10, donde únicamente se ha contemplado el intervalo de cantidades cubierto por las dispersiones de puntos.



**Figura 7.10:** Funciones de suministro obtenidos tras aproximar las nubes de puntos por funciones crecientes.

# Capítulo 8

## Resumen y conclusiones

En este último capítulo se presenta un resumen de la memoria de la tesis, donde se sintetizan brevemente los aspectos más importantes de este trabajo. Posteriormente se enumerarán las principales conclusiones obtenidas y se contrastarán con los objetivos que se marcaron en el primer capítulo. Después, se indicarán las aportaciones originales más relevantes así como las publicaciones a las que ha dado lugar esta investigación. Finalmente, se sugerirán las posibles líneas de continuación para futuros desarrollos.

### 8.1 Resumen de la tesis

#### 8.1.1 El papel de la empresa generadora en el contexto de un mercado eléctrico

La liberalización del sector eléctrico es un proceso muy complejo que incluye la organización del mercado. En esta tesis se ha considerado que existe un mercado convocado diariamente, en el que se subasta la venta y compra de electricidad para cada hora del día siguiente. Además se ha supuesto que el algoritmo de casación está basado en ofertas simples por lo que el precio marginal del sistema y la potencia total casada en una hora, dependen únicamente de las ofertas presentadas para dicha hora y se obtienen como la intersección entre las curvas agregadas de compra y de venta de todo el sistema.

Desde el punto de vista de la planificación de la explotación, la principal consecuencia que ha tenido la liberalización del sector eléctrico, es que las decisiones de explotación se toman de forma descentralizada. Las empresas participantes tienen la responsabilidad de planificar la explotación de sus propios recursos de generación con el objetivo de maximizar individualmente su propia función de utilidad. En esta tesis se ha supuesto que dicha función de utilidad se puede

expresar como el beneficio esperado de largo plazo, que además de considerar la diferencia entre ingresos y costes, debe contemplar una operación eficiente y factible del equipo de generación.

La planificación de la explotación con el criterio de maximizar el beneficio de largo plazo, es un problema de gran complejidad por diversas razones:

1. Existe un alto grado de incertidumbre. A la incertidumbre típica de los sistemas tradicionales —demanda, aportaciones, fallos, etc.— hay que añadir la incertidumbre que la empresa tiene sobre el comportamiento del resto de agentes. La interdependencia existente entre todos los participantes del mercado sugiere la aplicación de la teoría de juegos para modelar su comportamiento mediante la búsqueda del equilibrio. Sin embargo, el hecho de que el mercado se convoque periódicamente añade un carácter dinámico al juego que dificulta la búsqueda de la solución, o soluciones, del equilibrio. Esta dificultad es aún mayor si se pretende modelar en detalle las características técnico-económicas propias de un sistema eléctrico de generación.
2. La naturaleza física de las variables de decisión a las que se enfrenta la empresa es bastante heterogénea y con distintos alcances temporales. Por un lado existen variables ligadas al largo plazo, como por ejemplo el mantenimiento de las centrales, la gestión interanual de los embalses regulables, etc. Por otro lado existen variables asociadas al corto plazo, es decir, el intervalo comprendido entre un día y una semana, que estarán notablemente condicionadas por las decisiones tomadas bajo la perspectiva del largo plazo.

Para hacer frente a las dos dificultades anteriores, en esta tesis se ha propuesto una jerarquía de problemas que pueden ser resueltos individualmente, proporcionando consignas para los problemas de rango inferior y permitiendo su realimentación con los resultados que se van obteniendo a lo largo del tiempo en el mercado. Dicha jerarquía está compuesta por el problema de largo plazo (PLP), el problema semanal (PS) y el problema diario (PD).

Hay que señalar que el PLP no pertenece al alcance de esta tesis. Sin embargo sí se ha discutido el tipo de consignas que su resolución debería proporcionar al corto plazo. Por un lado se tienen las consignas típicas de los modelos tradicionales, que hacen referencia a la explotación física de los recursos de generación: programa de mantenimiento de las centrales y curvas de valor del agua. Por otro lado, se tienen consignas de carácter más estratégico que permiten conseguir que los resultados del mercado en el corto plazo sean coherentes con las directrices marcadas para un mayor horizonte temporal. En este sentido, las consignas que se han considerado en la tesis son los límites de producción horarios que permiten a la empresa mantenerse en un determinado rango de cuota de mercado. La razón que justifica

la elección de esta última consigna, es que la mayoría de los modelos actuales de mercado de largo plazo, se fundamentan en el cálculo del equilibrio de Cournot, donde se toman como variables estratégicas las cantidades.

## 8.1.2 Las decisiones de la empresa en el corto plazo

En el corto plazo se pueden identificar básicamente dos problemas. Por un lado, se tiene el problema de optimización de la explotación semanal (PS) y por otro lado, el problema diario de elaboración de ofertas para el mercado (PD).

A continuación se resume cómo se han planteado y resuelto ambos problemas.

### 8.1.2.1 Optimización de la explotación semanal

El objetivo de la planificación de la explotación en el corto plazo es determinar la política óptima de los arranques y paradas de los grupos térmicos (*unit-commitment*) así como decidir qué cantidad de agua se debe consumir durante la semana. A diferencia de los sistemas tradicionales de minimización de coste, en los sistemas liberalizados el objetivo de cada empresa es maximizar su propio beneficio y las decisiones de explotación afectan únicamente a sus propios generadores.

La alternativa propuesta en esta tesis para resolver este problema se encuentra en un punto intermedio entre las metodologías encontradas en la escasa literatura que existe sobre este tema. No se resuelve explícitamente el equilibrio del mercado ni se utilizan predicciones de precios como dato de entrada. Lo que aquí se propone es utilizar estimaciones sobre las estrategias semanales del resto de empresas, en forma de curvas de demanda residual, que se consideran estáticas durante la semana de estudio. Así pues, el PS se formula como un problema de programación horaria, donde se maximiza el beneficio de la empresa de forma determinista y donde se suponen conocidas las curvas agregadas de oferta y de demanda del resto de participantes. Hay que señalar que una de las ventajas de la formulación propuesta, es que permite modelar adecuadamente no sólo un mercado perfecto, sino también las situaciones de oligopolio en las que acciones individuales de la empresa pueden afectar a los resultados del mercado.

Si la empresa tomase sus decisiones intentando maximizar únicamente su beneficio semanal, tendría un comportamiento miope. Por ello, es necesario incluir consignas del largo plazo y así poder valorar la repercusión futura de las decisiones de corto plazo.

La función objetivo del PS consiste en la maximización del beneficio, definido como la diferencia entre los ingresos y costes durante la semana, más el beneficio futuro asociado a los recursos hidráulicos. Los ingresos semanales se calculan

sumando para todas las horas de la semana, el producto de la cantidad por el precio marginal del sistema. Los costes considerados son los típicos de un problema de *unit-commitment* clásico, es decir, costes variables, costes fijos de acoplamiento, costes de arranque y costes de parada.

Este problema de maximización del beneficio, presenta algunas dificultades:

- La función objetivo es no lineal dado que aparece el producto de las variables precio y cantidad, para todas las horas de la semana.
- Las curvas de demanda residual, que relacionan el precio esperado en el mercado con la producción total de la empresa en cada hora, son por norma general funciones no lineales.
- Existen variables binarias asociadas a las decisiones discretas de arranques, acoplamientos y paradas que deben ser optimizadas.

Para eliminar la no linealidad, en esta tesis se ha propuesto definir explícitamente la relación que existe entre los ingresos de cada período y la cantidad producida. Para ello basta con multiplicar la función de demanda residual de cada hora por la cantidad, obteniendo así las nuevas funciones de ingresos horarias. Estas funciones pueden ser aproximadas por funciones lineales a tramos y por lo tanto, pueden ser incorporadas en un problema de programación lineal. En el caso de que posean varios máximos relativos —funciones no cóncavas—, es necesario utilizar variables binarias para formular correctamente el problema. En concreto, se han explorado tres posibles formulaciones alternativas para modelar dichas funciones. Hay que señalar que al utilizar las funciones de ingresos, los precios horarios dejan de ser variables del problema aunque pueden ser obtenidos como un subproducto de la optimización. Para ello, basta con calcular el cociente del ingreso resultante y la cantidad generada por la empresa, para todas las horas de la semana.

Respecto al modelado de las decisiones discretas de explotación, la formulación del problema lineal entero-mixto permite adaptarse fácilmente al problema del *unit-commitment* puesto que basta con asignar a dichas decisiones, las variables 0/1 correspondientes.

### 8.1.2.2 Elaboración de ofertas para el mercado diario

El problema de elaboración de ofertas óptimas para el mercado diario (PD) constituye la última etapa en la jerarquía de problemas propuesta en esta tesis. Se ha supuesto que dichas ofertas pueden expresarse como curvas de oferta, también llamadas funciones de suministro, por lo que el objetivo es encontrar las 24 curvas que maximicen el beneficio de la empresa. Es importante destacar que no se ha

discutido qué parte de dichas curvas corresponde a cada unidad de generación, es decir, se ha supuesto que se permiten ofertas en *portfolio*.

Las consignas proporcionadas por el modelo semanal son el estado de acoplamiento de los grupos térmicos y las cantidades de agua que se deben consumir durante el día. De este modo, se ha propuesto que las decisiones relativas al *unit-commitment* y a la gestión del agua, sean separadas del problema de elaboración de ofertas, que únicamente se debe centrar en construir las funciones de suministro óptimas. Estas funciones de suministro deben proporcionar a la empresa el máximo beneficio, sin obligar a efectuar maniobras de arranques o paradas no previstas bajo la perspectiva semanal y sin que la operación resultante de los recursos hidráulicos se desvíe de las estrategias de largo plazo.

En la mayoría de los trabajos revisados que estudian la elaboración de ofertas, se suponen fuertes simplificaciones en la función de costes y se suele hacer un tratamiento mono-período ignorando la existencia de acoplamientos temporales. En esta tesis no se han introducido tales simplificaciones, considerando explícitamente los acoplamientos debidos a las rampas de los grupos térmicos y a la restricción de energía limitada en las cuencas hidráulicas. Por otro lado se ha modelado el coste de explotación de forma realista permitiendo una representación individual de cada generador térmico, mediante la linealización de sus curvas de coste. Como consecuencia, no se ha podido realizar un tratamiento analítico y se ha propuesto un método numérico para construir las curvas de oferta de forma óptima.

Este método numérico se basa en la optimización del beneficio de la empresa frente a un número determinado de escenarios posibles. Cada escenario es una secuencia de 24 curvas de demanda residual, una para cada hora, que representa un posible comportamiento del resto de empresas durante el día. La optimización del beneficio frente a cada escenario, proporciona un punto óptimo en el plano cantidad-precio de cada hora, por lo que tras repetir la optimización para todos los escenarios, se acaba obteniendo en cada hora una nube de puntos óptimos que puede ser aproximada por una función creciente para obtener la curva de oferta.

Finalmente, es necesario señalar que la función de suministro debe ser una función creciente definida en un rango de cantidades comprendido entre el origen y la capacidad máxima de producción de la empresa. Sin embargo, dado que la incertidumbre de la empresa no es absoluta, es posible que el procedimiento propuesto en esta tesis sólo permita construir la curva en un intervalo menor, por lo que sería necesario completar la curva con otro tipo de criterios.

### 8.1.3 Análisis de curvas de ofertas históricas

Tal y como se ha expuesto anteriormente, tanto para la resolución del problema semanal como del diario, se ha supuesto que la empresa es capaz de caracterizar

adecuadamente al resto de participantes mediante la generación de escenarios de demanda residual.

La razón que justifica el que se haya optado por analizar las curvas de demanda residual, y no las series históricas de precios, es que al no poder considerar siempre el precio como una variable exógena, es necesario cuantificar la influencia que las decisiones unilaterales de la empresa tienen sobre los resultados del mercado.

Hay que mencionar que en el momento de realizar esta tesis, no se han encontrado publicaciones que estudien directamente este problema. Por ello, ha sido necesario definir una nueva metodología de análisis cuya aplicación requiere que al menos existan datos históricos de las funciones de suministro y de demanda agregadas de todo el sistema. Esta metodología consta de dos etapas:

1. Resumir y comprimir los datos históricos de las ofertas.
2. Realizar un análisis de *clusters* de las curvas de oferta.

Respecto al primer punto, las curvas de oferta reales son funciones escalón que provienen de la acumulación de un conjunto discreto de bloques cantidad-precio. En esta tesis se ha propuesto aproximar dichas funciones escalón originales por funciones lineales a tramos, donde los pequeños escalones consecutivos sean representados por una recta, mientras que los escalones mayores puedan seguir identificándose en la aproximación obtenida. Para realizar esta etapa se ha utilizado el modelo *Bisagras* que ha demostrado ser un método eficiente para comprimir los datos de las ofertas horarias, reduciendo notablemente la cantidad de información que es necesario almacenar, facilitando su análisis posterior.

Respecto al segundo punto, se han aplicado técnicas de *clustering* jerárquico para identificar de forma automática patrones de comportamiento del resto de participantes. Cada muestra u observación del agrupamiento es una curva de oferta horaria, codificada como una función lineal a tramos. Dado que esta codificación es heterogénea, ha sido necesario definir el concepto de disimilitud que se ha asociado al área comprendida entre cada pareja de curvas. Por otro lado, dado que el número de curvas a analizar puede ser muy elevado, se ha propuesto dividir el problema del agrupamiento en dos fases, *clustering* horario y *clustering* diario, disminuyendo considerablemente el esfuerzo computacional requerido por el algoritmo.

Finalmente se ha aplicado esta metodología para el análisis de las curvas de oferta del mercado de California. Se ha constatado que las 24 curvas de cada día se agrupan en torno a un pequeño número de clusters y que los representantes de dichos *clusters* se reagrupan también a lo largo del tiempo, siendo posible observar en los resultados cómo determinadas estrategias —curvas de oferta— se repiten a lo largo de los días.

## 8.2 Conclusiones

Para poder ubicar fácilmente las distintas conclusiones de esta tesis, esta sección se ha dividido atendiendo a la clasificación utilizada cuando se definieron los objetivos de este trabajo.

En primer lugar se marcó como objetivo el estudio de la naturaleza del problema al que se enfrenta la empresa generadora en el contexto de un mercado eléctrico. En este sentido, las conclusiones son las siguientes:

- La liberalización del sector eléctrico ha dado lugar a que las empresas generadoras se enfrenten ante el nuevo problema de planificar la explotación de sus generadores en un entorno abierto a la competencia. El medio del que disponen para lograr sus objetivos de largo plazo es el mercado diario, por lo que es necesario que éstos se vean reflejados adecuadamente en las ofertas presentadas diariamente. En este sentido, la jerarquía de problemas que se ha propuesto —tanto en su estructura como en la dinámica de resolución— satisface dicha necesidad ya que por medio de las consignas se garantiza que se cumplan las pautas marcadas para el largo plazo.
- El problema del largo plazo no se ha abordado en esta tesis. Sin embargo, de la revisión del estado del arte, se puede concluir que la forma apropiada de modelar el mercado en el largo plazo es mediante el cálculo del equilibrio del mercado.

Posteriormente, se propuso el estudio detallado de los problemas asociados al corto plazo —el problema de la programación semanal de la explotación (PS) y el problema diario de elaboración de ofertas (PD)—, tanto en su planteamiento general como en la búsqueda de métodos de solución. Respecto al estudio de estos problemas, las conclusiones son:

- El carácter repetitivo del mercado obliga a que las empresas tengan que tomar muchas decisiones en poco tiempo y bajo unas condiciones externas que varían continuamente. Ello supone que el cálculo del equilibrio en el corto plazo resulte una tarea compleja para las propias empresas, por lo que su actividad diaria podría no encajar adecuadamente con la solución de un equilibrio teórico. Para hacer frente a esta dificultad, en esta tesis se ha propuesto que la empresa realice conjeturas sobre el comportamiento esperado del resto de participantes y que optimice sus decisiones frente a dichas estimaciones. Se concluye por lo tanto, que el problema de toma de decisiones de corto plazo sea dividido en dos líneas de investigación o disciplinas complementarias. Por un lado, la estimación del comportamiento del resto de empresas y por otro lado, la optimización de las acciones

individuales de la empresa frente a dichas estimaciones<sup>1</sup>. En esta tesis se ha profundizado en la segunda línea y se ha expuesto cómo la empresa puede plantear y resolver los dos problemas, el PS y el PD.

- Respecto al PS, ha sido necesario incorporar en el modelo de explotación aquellos aspectos del mercado que permitan a la empresa tomar sus decisiones óptimas. La utilización de las curvas de demanda residual esperadas ha demostrado ser un método eficiente para caracterizar de forma agregada el comportamiento del resto de participantes, tanto compradores como vendedores. Además, la optimización del beneficio frente a las estimaciones de demanda residual permite cuantificar la influencia de las acciones de la empresa en los resultados del mercado.
- El PS es un problema de optimización no-lineal, con restricciones y que contiene variables enteras. Para hacer frente a la dificultad inherente de este tipo de problemas, se ha encontrado una formulación equivalente, con tres variantes, en la que el PS se plantea como un problema de programación lineal entera-mixta que puede ser resuelto directamente mediante el algoritmo *Branch & Bound*.
- La aplicación del PS a un caso ejemplo de tamaño realista ha demostrado que la formulación propuesta permite resolver el problema semanal mediante el uso de optimizadores comerciales, como por ejemplo CPLEX. Además, en los casos estudiados se ha comprobado que la mejor de las tres variantes propuestas es la que introduce tantas variables binarias como intervalos de concavidad existan en las funciones de ingresos y donde cada intervalo se modele con tantas variables incrementales como segmentos lineales contenga.
- Respecto al PD, la principal conclusión es que la curva de oferta permite a la empresa protegerse frente a la incertidumbre que tiene sobre el resto de participantes, tanto de las empresas generadoras de la competencia como de las empresas del lado de la demanda. Si no existiese tal incertidumbre, es decir, en el caso de que la empresa conociese todas las ofertas de compra y de venta del resto de participantes, podría optimizar su beneficio de forma determinista y así ofertar un único bloque cantidad-precio que definiría su oferta óptima.
- Se ha modelado la incertidumbre mediante la utilización de escenarios que se han considerado datos de entrada del modelo. Por lo tanto, no se ha

---

<sup>1</sup>Nótese que esta separación también puede encontrarse en los modelos tradicionales. Por un lado existe toda una línea de investigación dedicada a la predicción de la demanda eléctrica. Por otro lado, existe otra disciplina, totalmente diferenciada de la primera, enfocada a la optimización del *unit-commitment* y el despacho de generación, tomando la demanda del sistema como dato de entrada.

profundizado en los aspectos teóricos de la generación de estos escenarios, que deberían incluirse dentro de la disciplina propuesta anteriormente para estimar el comportamiento del resto de participantes en el corto plazo.

- Para garantizar la coherencia entre las decisiones de explotación semanales y los resultados del mercado, es necesario que los escenarios considerados en la resolución del PD sean sólo ligeras variaciones del escenario semanal considerado en el PS para decidir el *unit-commitment* y los producibles hidráulicos de cada cuenca. Por lo tanto, la metodología propuesta sería válida en mercados donde la incertidumbre sobre el comportamiento del resto de participantes estuviera bastante acotada. En caso contrario, habría que permitir que el modelo de elaboración de ofertas contemplase la posibilidad de desviarse de las consignas semanales —especialmente, las relativas al consumo de agua—, si con ello se obtuviesen mejores oportunidades de negocio.
- Al plantear el PD como una optimización iterativa frente a todos escenarios de forma independiente, no se puede presuponer de antemano ninguna hipótesis sobre el aspecto de las nubes de puntos óptimos resultantes. Si estos puntos se disponen de forma creciente, entonces las funciones de suministro óptimas horarias se pueden construir fácilmente uniendo los puntos por curvas crecientes. Si no es así, pueden ocurrir dos cosas. Por un lado, que la dispersión de puntos sí tenga una tendencia ascendente. En este caso, la curva se puede elaborar como la mejor función lineal a tramos que minimice el error cuadrático medio (con el modelo *Bisagras*). En caso contrario sería necesario aplicar otro tipo de técnicas adicionales donde la nube de puntos obtenida permitiría acotar notablemente el posible espacio de búsqueda.
- El caso ejemplo ha permitido comprobar que la metodología propuesta permite construir las 24 funciones de suministro de una empresa generadora de tamaño realista.

Finalmente, el tercero de los objetivos marcados, derivado de la necesidad de estimar el comportamiento del resto de agentes, era encontrar una metodología que permitiera analizar los datos históricos de ofertas de modo automático. Las principales conclusiones respecto a este punto son:

- En esta tesis no se ha abordado el problema de la predicción de las curvas de oferta. Únicamente se ha presentado una metodología de análisis que podría servir de punto inicial en un procedimiento de predicción.
- En el caso de que no existieran datos históricos de oferta, la metodología propuesta no podría aplicarse. Es necesario que al menos existan datos de las curvas agregadas de oferta y de demanda del resto de agentes.

- Debido a que la cantidad de datos a analizar puede ser muy elevada, es necesario realizar un tratamiento previo de dichos datos que facilite su análisis. En este sentido, se puede concluir que el modelo *Bisagras* cumple perfectamente este objetivo.
- El análisis de *clusters* que se ha utilizado en esta tesis se fundamenta en la búsqueda de las semejanzas existentes entre un conjunto de curvas de oferta y permite encontrar automáticamente patrones de comportamiento de los participantes en el mercado a lo largo del tiempo tomando como dato de entrada únicamente la forma de dichas curvas.
- Realizar el análisis en dos fases —*clustering* horario y *clustering* diario— reduce el tamaño del problema considerablemente lo cual es primordial si se desea analizar un conjunto numeroso de curvas de oferta. Se ha aplicado esta metodología para analizar las curvas de oferta del mercado californiano comprobado empíricamente que las curvas de un mismo día se agrupan para formar *clusters* que se suelen identificar por el tipo de hora al que pertenecen (punta, valle o llano) y que a lo largo de varios días pueden darse patrones de comportamiento repetidos.

### 8.3 Principales aportaciones originales

A continuación se enumeran las principales aportaciones originales de esta tesis:

- Se ha propuesto una jerarquía de problemas que la empresa debería resolver para tomar sus decisiones de explotación y se ha discutido qué técnicas deberían emplearse para encontrar su solución.
- Se ha planteado y resuelto el problema al que se enfrenta la empresa generadora para planificar de forma óptima la explotación de sus generadores durante la semana en un entorno oligopolista. La utilización de las funciones de ingresos para eliminar la no linealidad debida al producto del precio y la cantidad en cada período, así como su modelado mediante funciones lineales a tramos utilizando variables binarias para considerar funciones no cóncavas, son aportaciones originales de trabajo.
- Se ha formulado y desarrollado el problema diario de elaboración de ofertas, donde la construcción de las curvas de oferta se fundamenta en aprovechar la información obtenida tras la optimización del beneficio de la empresa frente a un conjunto de escenarios de demanda residual. El esquema propuesto para resolver el PD, donde se tienen en cuenta todas las restricciones técnicas del equipo de generación así como la existencia de acoplamiento temporales, es una aportación original de esta tesis.

- Se ha presentado una metodología novedosa para analizar los datos históricos de las ofertas presentadas en el mercado. Por un lado se ha propuesto aplicar el modelo *Bisagras* para aproximar las funciones escalón por medio de funciones lineales a tramos. Por otro lado, se ha investigado la aplicación de técnicas de *clustering* jerárquico para identificar de forma automática los patrones de comportamiento de las empresas a lo largo del tiempo.

## 8.4 Publicaciones

El desarrollo de esta tesis ha dado lugar las siguientes publicaciones:

(García-González et al., 1999b) “Strategic bidding in deregulated power systems”, *13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 1999.

(García-González et al., 2000b) “Self-unit commitment of thermal units in a competitive electricity market”, *IEEE-Power Engineering Society*, Summer Meeting, 2000.

(García-González et al., 2000a) “Building supply functions under uncertainty for a day-ahead electricity market”, *6<sup>th</sup> International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, (PMAPS)*, 2000.

(Sánchez-Úbeda y García-González, 2000) “Management of sealed-bid auction curves: applications of the Linear Hinges Model” *Info. proc. and manag. of uncertainty in knowledge-based systems (IPMU)*, 2000.

## 8.5 Líneas de continuación

Durante el desarrollo de esta tesis, se han identificado algunos temas que podrían ser objeto de investigaciones futuras. A continuación se enumeran las más relevantes.

- De los tres problemas que constituyen la jerarquía propuesta en esta tesis, se han estudiado a fondo los dos asociados al corto plazo. Por lo tanto, para completar el esquema iniciado en este trabajo, una posible línea de continuación sería el estudio del problema de largo plazo, intentando mejorar las deficiencias que presentan los modelos de mercado que actualmente se pueden encontrar en la literatura.

- Una vez que se ha diseñado cómo resolver el problema *unit-commitment*, parece conveniente estudiar la sensibilidad de los resultados frente a la variación en la demanda residual. En el caso de que esta sensibilidad fuera elevada, o para hacer frente a situaciones de mayor incertidumbre, podría resultar conveniente plantear el PS como un problema de *unit-commitment* probabilista, que permitiera obtener decisiones de explotación robustas para situaciones de mayor incertidumbre.
- Cuando la capacidad de generación hidráulica sea más relevante, habría que mejorar el modelado del equipo hidráulico que se ha utilizado en esta tesis. En esta misma línea, si no se puede aceptar la simplificación de suponer que las curvas de valor del agua sean invariantes frente a las acciones del resto de empresas, sería necesario introducir en el modelo de optimización dicha dependencia.
- En el caso de que la incertidumbre sobre la demanda residual sea elevada, habría que permitir modificar las decisiones de explotación internamente en el problema diario. Es decir, no fijar el *unit-commitment* de los generadores térmicos ni tampoco los consumos de agua en cada cuenca. Esto obligaría a que en el PD se introdujeran también curvas de valor del agua que permitieran que la curva de oferta obtenida reflejase la posible variación del consumo de agua fijado por el PS, si se diera un escenario que resultase ventajoso.
- Tal y como se ha expuesto en el apartado de conclusiones, en el caso de que la nubes de puntos óptimos no tuvieran una tendencia creciente, sería necesario establecer un procedimiento complementario para construir la curva de oferta. En ese caso, dado que existe conflicto entre unos puntos y otros, sería necesario cuantificar el riesgo al que se enfrentaría la empresa por el hecho de elegir una curva creciente que pasase por unos puntos y no por otros.
- Se han explorado algunas técnicas para analizar de forma automática los datos históricos de las curvas de oferta. La siguiente etapa sería el desarrollo de técnicas de predicción que podrían tomar como dato de entrada los resultados del *clustering*, para identificar las variables que explican el comportamiento de los participantes en el mercado a lo largo del tiempo.

# Apéndice A

## Apéndice Matemático

### A.1 Conjuntos convexos y funciones convexas

Según se define en (Horst et al., 1995), dados los vectores  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m$  pertenecientes al espacio euclideo  $\mathfrak{R}^n$  y los escalares  $\lambda_i \geq 0$  con  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ , el vector suma  $\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \dots + \lambda_m \mathbf{x}_m$  se denomina *combinación convexa* de dichos vectores. Un subconjunto  $C$  de  $\mathfrak{R}^n$  se denomina *convexo* si para cada  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in C$ , con  $\lambda \in \mathfrak{R}$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ , se tiene que  $\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2 \in C$ . Es decir, dados dos puntos cualquiera de  $C$  el segmento que los une pertenece a  $C$ .

Por otro lado, una función  $f : C \rightarrow \mathfrak{R}$ , donde  $C$  es un conjunto convexo en  $\mathfrak{R}^n$ , se denomina *convexa* si se cumple que,

$$f(\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2) \leq \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda) f(\mathbf{x}_2) \quad (\text{A.1})$$

para cualquier pareja  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in C$  con  $\lambda \in \mathfrak{R}$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

Desde el punto de vista geométrico, la inecuación anterior expresa que la interpolación lineal de la función  $f$  para los puntos entre  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in C$  es exactamente igual o está por encima del valor de la función. Se puede generalizar la expresión anterior para más combinaciones convexas de puntos en  $C$ . Así pues, una función  $f : C \rightarrow \mathfrak{R}$  es convexa si y sólo si se verifica que,

$$f\left(\sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{x}_i\right) \leq \sum_{i=1}^m \lambda_i f(\mathbf{x}_i) \quad (\text{A.2})$$

para cualquier  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m \in C$ , con  $\lambda_i \geq 0$  y  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ . Si la desigualdad es estricta, la función es estrictamente convexa. Por otro lado, una función se denomina *cóncava* cuando  $(-f)$  es convexa y *estrictamente cóncava* cuando  $(-f)$  es estrictamente convexa.

## A.2 Problema de optimización

El objetivo de la programación matemática es el estudio de las propiedades y los algoritmos para la solución de los problemas de optimización que de forma general tienen la forma siguiente.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{x} \in S \end{aligned} \tag{A.3}$$

donde  $S$  es el dominio factible incluido en  $\Re^n$  y  $f(\mathbf{x})$  es una función que toma valores reales definida sobre  $S$ .

Un punto  $\mathbf{x}^* \in S$  se denomina mínimo relativo o local si  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$  para todo  $\mathbf{x} \in S \cap \{\mathbf{x} : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| \leq \epsilon\}$  para algún  $\epsilon > 0$ .

Por otro lado, un punto  $\mathbf{x}^* \in S$  se denomina mínimo global si  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$  para todo  $\mathbf{x} \in S$ .

De forma análoga, un punto  $\mathbf{x}^* \in S$  se denomina máximo relativo o local si  $f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x})$  para todo  $\mathbf{x} \in S \cap \{\mathbf{x} : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| \leq \epsilon\}$  para algún  $\epsilon > 0$  y  $\mathbf{x}^* \in S$  se denomina máximo global si  $f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x})$  para todo  $\mathbf{x} \in S$ .

Hay que notar que un problema de maximización se puede expresar de forma equivalente como un problema de minimización:

$$\max_{\mathbf{x} \in S} f(\mathbf{x}) \equiv -\min_{\mathbf{x} \in S} -f(\mathbf{x}) \tag{A.4}$$

### A.2.1 Programación lineal (LP)

Un problema de programación lineal (LP) se puede expresar en forma canónica como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq 0 \\ & \mathbf{x} \in \Re^n \end{aligned} \tag{A.5}$$

donde  $\mathbf{c}$  es el vector de costes,  $\mathbf{A}$  es la matriz de restricciones y  $\mathbf{b}$  el vector de términos independientes.

Un caso particular de la programación lineal es el caso en el que alguna de las variables está restringida a tomar valores enteros. Ese tipo de problemas se encuadran en la programación lineal entera-mixta (MILP).

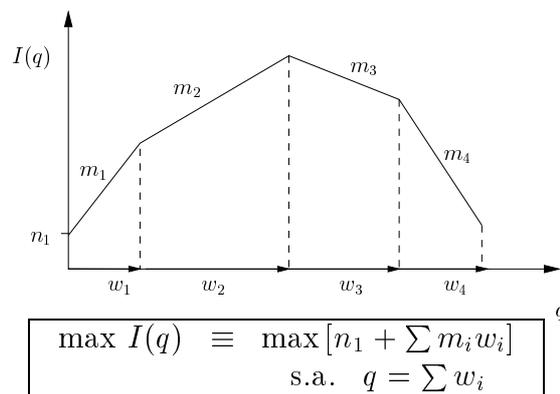
Las referencias más destacables que abordan la programación lineal y sus aplicaciones son (Bazaraa et al., 1990), (Luenberger, 1984) y (Bradley et al., 1977). Respecto a la programación entera se pueden ver las referencias (Garfinkel y Nemhauser, 1984) y (Nemhauser y Wolsey, 1988).

Las herramientas de optimización y paquetes comerciales utilizados en esta tesis han sido el lenguaje algebraico GAMS (Brooke et al., 1992) y el optimizador comercial CPLEX, versión 6.5.

### A.3 Formulación mediante técnicas MILP de la función de ingresos

En el capítulo 4 se expuso una formulación para modelar la función de ingresos  $I(q)$  cuando ésta era aproximada por una función lineal a tramos. Dicha formulación requería tantas variables binarias como segmentos lineales. En este caso se muestra una formulación alternativa, con dos variantes, que sólo requiere utilizar tantas variables binarias como intervalos existan donde la función sea cóncava.

La idea consiste en aplicar en cada intervalo las técnicas habituales en programación lineal para maximizar una función cóncava. La primera de ellas consiste en utilizar tantas variables como segmentos lineales haya comprendidos en el intervalo. El propio sentido de la optimización da lugar a un “llenado” lógico de las variables, ya que las pendientes son siempre decrecientes, ver figura A.1.

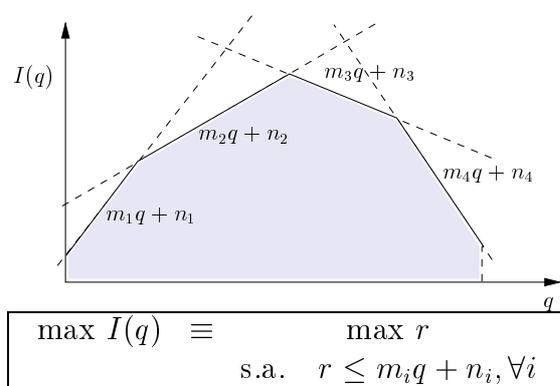


**Figura A.1:** Modelado la maximización de una función cóncava añadiendo tantas variables como tramos lineales existan.

La segunda variante consiste en dejar que sólo haya una variable en todo el rango de cantidades del intervalo, utilizando cortes lineales que dan lugar a una zona

factible cuya frontera superior coincide con la función que se quiere modelar. Esta técnica fue utilizada en (García-González et al., 1999b) para modelar la función de ingresos bajo la hipótesis de que sólo existía un único intervalo de concavidad. En este caso, dado que la variable de ingresos se está maximizando, para un valor de cantidad dado, el ingreso se situará sobre la frontera pues es donde adquiere el valor máximo posible, ver figura A.2.

Hay que señalar que en la primera formulación se añaden columnas a la matriz de restricciones puesto que se añaden variables. En el segundo caso se añaden filas puesto que los cortes que definen la zona factible son restricciones.



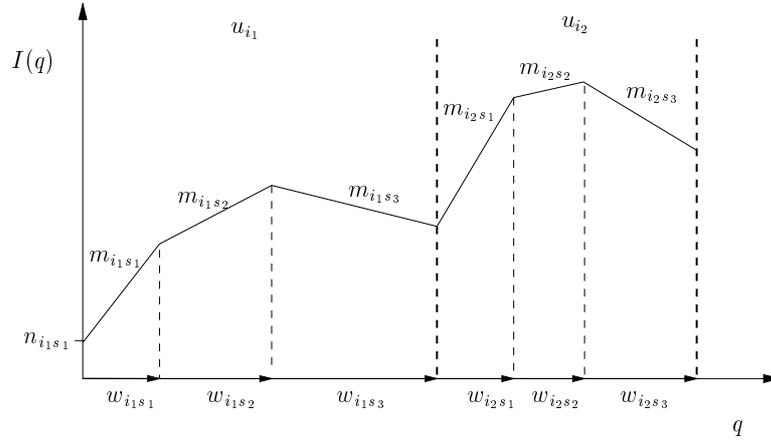
**Figura A.2:** Modelado de la maximización de una función cóncava añadiendo tantos cortes como tramos lineales existan.

A continuación se expone cómo extender estas ideas al caso de que exista más de un intervalo de concavidad.

Supóngase que la función  $I(q)$  es continua. Sea  $\mathcal{I}$  el conjunto de intervalos donde  $I(q)$  es cóncava. Cada uno de estos intervalos  $i \in \mathcal{I}$  contiene un conjunto de  $S_i$  segmentos lineales. Cada segmento  $s \in S_i$  está definido por su pendiente  $m_{is}$ , su término independiente  $n_{is}$  y sus límites inferiores y superiores  $\underline{q}_{is}, \bar{q}_{is}$ .

### A.3.1 Modelado añadiendo variables

En este caso, es necesario utilizar tantas variables incrementales como segmentos. Es decir, la variable  $q$  se expresa como la suma de las variables  $w_{is}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall s \in S_i$ . Sin embargo, las variables binarias están asociadas únicamente a los intervalos de concavidad. Es decir, se tiene  $u_i, \forall i \in \mathcal{I}$  de forma que cuando el intervalo activo es el  $i$ , entonces  $u_j = 1, \forall j < i$  y  $u_j = 0, \forall j \geq i$ .



**Figura A.3:** Modelado de la función de ingresos cuando no es cóncava (añadiendo variables).

La igualdad  $r = I(q)$  puede expresarse como:

$$r = n_{i_1 s_1} + \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{s \in S_i} m_{i s} w_{i s} \quad (\text{A.6})$$

añadiendo además las restricciones siguientes:

$$q = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{s \in S_i} w_{i s} \quad (\text{A.7})$$

$$(\bar{q}_{i s} - \underline{q}_{i s}) u_i \leq w_{i s} \leq (\bar{q}_{i s} - \underline{q}_{i s}) u_{(i-1)} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall s \in S_i \quad (\text{A.8})$$

$$u_i \leq u_{(i-1)} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (\text{A.9})$$

donde se asume que  $\bar{q}_{i(s-1)} = \underline{q}_{i s}$ ,  $u_{(i_1-1)} = 1$  y  $\underline{q}_{i_1 s_1} = 0$ .

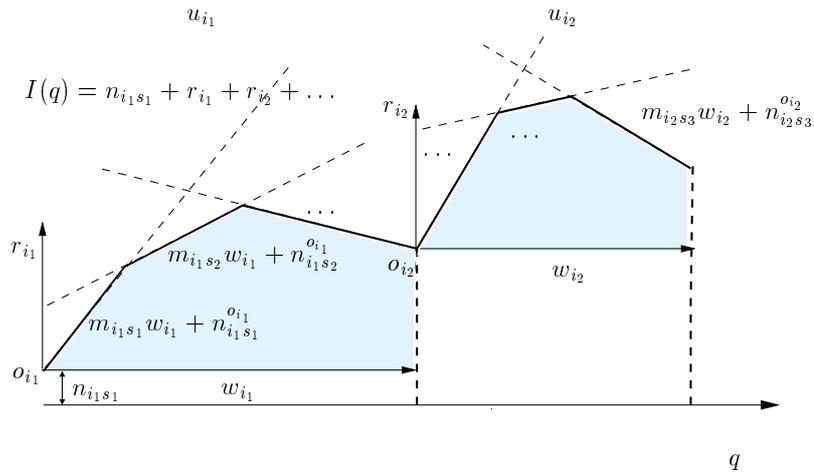
### A.3.2 Modelado añadiendo cortes

En este caso, el eje de cantidades se divide en tantas variables incrementales como número de intervalos de concavidad existan. Es decir, se tiene  $w_i, \forall i \in \mathcal{I}$ . El conjunto de variables binarias también está asociada a dichos intervalos. Es decir, se tiene  $u_i, \forall i \in \mathcal{I}$ , verificándose de nuevo que cuando el intervalo activo es el  $i$ , entonces  $u_j = 1, \forall j < i$  y  $u_j = 0, \forall j \geq i$ . Los límites inferior y superior de cada intervalo son respectivamente  $\underline{q}_i$  y  $\bar{q}_i$ .

Cada intervalo tiene asociado su propio origen de coordenadas, definido como el punto cuyas coordenadas coinciden con el valor del ingreso en el límite inferior, es decir  $o_i = (\underline{q}_i, I(\underline{q}_i))$ . Cada uno de estos intervalos  $i \in \mathcal{I}$  contiene un conjunto de

$S_i$  segmentos lineales definidos por una pendiente  $m_{is}$  y un término independiente  $n_{is}^{o_i}$  que se ha denotado con un superíndice indicando que son valores referidos al origen de coordenadas propio de cada intervalo. Nótese que el primer tramo de cada intervalo tiene un término independiente nulo.

Por otro lado es necesario definir las variables  $r_i, \forall i \in \mathcal{I}$  que son variables que representan el ingreso en cada intervalo, pero referido también a su propio origen  $o_i$ .



**Figura A.4:** Modelado de la función de ingresos cuando no es cóncava (añadiendo cortes).

En este caso, la igualdad  $r = I(q)$  puede expresarse como:

$$r = n_{i_1 s_1} + \sum_{i \in \mathcal{I}} r_i \quad (\text{A.10})$$

donde  $n_{i_1 s_1}$  es la discontinuidad de la función de ingresos en el origen, es decir,  $n_{i_1 s_1} = I(0)$ . El conjunto adicional de restricciones que hay que añadir es el siguiente:

$$q = \sum_{i \in \mathcal{I}} w_i \quad (\text{A.11})$$

$$(\bar{q}_i - \underline{q}_i) u_i \leq w_i \leq (\bar{q}_i - \underline{q}_i) u_{(i-1)} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (\text{A.12})$$

$$u_i \leq u_{(i-1)} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (\text{A.13})$$

$$r_i \leq m_{is} w_i + n_{is}^{o_i} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall s \in S_i \quad (\text{A.14})$$

donde se asume que  $\bar{q}_{(i-1)} = \underline{q}_i$ ,  $u_{(i-1)} = 1$  y  $\underline{q}_{i_1} = 0$ .

# Apéndice B

## Descripción del modelo *Bisagras*

### B.1 Introducción

Supóngase que se tiene un conjunto de  $N$  puntos en  $\mathfrak{R}^2$ ,  $(x_i, y_i)$   $i = 1, \dots, N$ , que obedecen a la expresión:

$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i \quad (\text{B.1})$$

donde  $f(\cdot)$  es una función desconocida que relaciona la variable dependiente ( $y$ ) con la variable independiente ( $x$ ), y donde  $\epsilon$  representa una posible perturbación o ruido en los datos de entrada.

En los modelos de regresión unidimensionales, el objetivo es encontrar una función  $\hat{f}(\cdot)$  que permita aproximar la verdadera función  $f(\cdot)$  de forma que las discrepancias entre los valores observados y los valores previstos sean pequeñas. Para minimizar estas discrepancias se suele utilizar el criterio de minimizar el error cuadrático medio (EMC), definido como:

$$\text{EMC} = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{\epsilon}_i^2}{N} \quad (\text{B.2})$$

donde

$$\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{f}(x_i) \quad (\text{B.3})$$

En la literatura existen muchos métodos y algoritmos para realizar el ajuste de curvas a partir de ejemplos. Uno de los más sencillos es el modelo de regresión lineal, definido como:

$$\hat{y} = \hat{f}(x) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \quad (\text{B.4})$$

## B.2 El modelo *Bisagras*

El modelo *Bisagras* se enmarca dentro de los modelos de regresión unidimensionales ya que permite construir  $\hat{f}(\cdot)$  como una función continua definida a tramos. Este modelo es fruto de las investigaciones realizadas en la tesis doctoral “*Modelos para el análisis de datos: contribuciones al aprendizaje a partir de ejemplos*”, (Sánchez-Úbeda, 1999). También puede consultarse (Sánchez-Úbeda y Wehenkel, 1998).

Supóngase que los puntos están ordenados de menor a mayor valor de  $x$ . La idea básica consiste en dividir el intervalo  $[x_1, x_N]$  en un conjunto de subintervalos donde la función pueda aproximarse suficientemente bien por un polinomio. En esta tesis se ha utilizado la versión lineal del modelo bisagras (LHM<sup>1</sup>) por lo que cada tramo estará definido por una recta<sup>2</sup>.

Las principales características del modelo LHM son:

- **Flexibilidad:** El modelo LHM adapta su complejidad a las características de los datos de entrada. A diferencia de los modelos de *splines* tradicionales, en el LHM no se fija de antemano el número de intervalos, sino que es fruto de la optimización interna del algoritmo.
- **Precisión:** El LHM proporciona una solución de compromiso entre un ajuste demasiado complejo (*overfitting*) y un ajuste que no capture la información relevante en los datos de entrada (*oversmoothing*).
- **Eficiencia computacional:** El LHM es muy rápido. Incluso con un número elevado de datos de entrada (varios miles), el tiempo de ejecución puede ser de pocos milisegundos en un ordenador convencional.
- **Simplicidad:** Tras aplicar el LHM, toda la información de la nube de puntos original se resume en las coordenadas de los nodos que definen las bisagras. Este tipo de información es sencilla y fácilmente interpretable, lo cual es una cualidad deseable en cualquier modelo de ajuste.

## B.3 Utilización del modelo

Para utilizar el modelo *Bisagras*, los datos de entrada deben ser los siguientes:

---

<sup>1</sup>LHM del inglés *Linear Hinges Model*.

<sup>2</sup>Una bisagra se define como un nodo central más dos tramos lineales: uno a la derecha y otro a la izquierda. Así pues, una función lineal a tramos se puede expresar como un conjunto de bisagras.

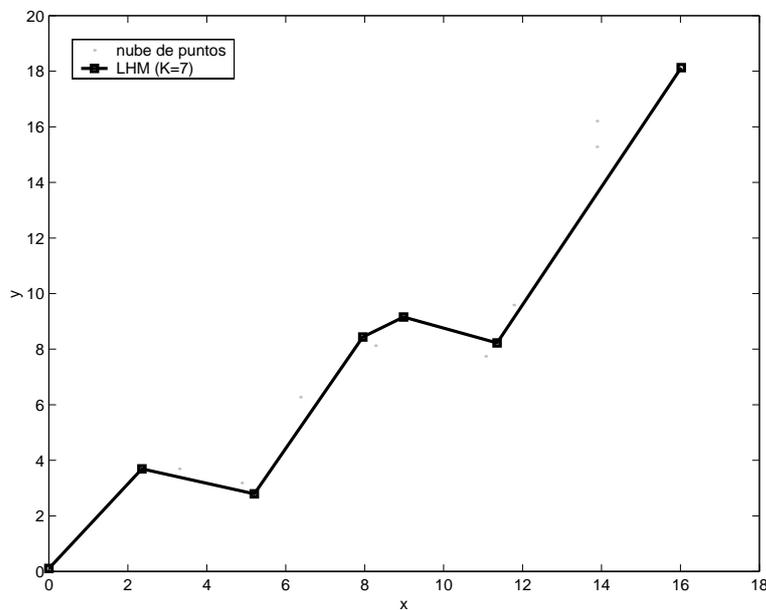
- Coordenadas de cada punto  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ .
- Valor del parámetro  $\phi$ .
- Valor del parámetro  $\eta$ .

El valor del parámetro  $\phi$  está asociado a la precisión que se desea obtener con el modelo ya que representa el umbral que determina el criterio de parada. Cuanto menor valor tenga dicho parámetro, más exhaustiva será la búsqueda por lo que en el peor de los casos, un valor de  $\phi = 0.0$  podría dar lugar a tantos nodos como muestras en los datos de entrada. Un valor razonable puede ser  $\phi = (0.01 \cdot \sigma_N^2)$ , donde  $\sigma_N^2$  es la varianza de la nube de puntos. En el caso de que se conozca la varianza del ruido,  $\sigma_\epsilon^2$ , otra posibilidad es tomar  $\phi = (0.1 \cdot \sigma_\epsilon^2)$ .

El valor del parámetro  $\eta$  tiene que cumplir  $0 \leq \eta \leq 1$ . Con este parámetro se puede acotar el espacio de búsqueda, de modo que valores altos como  $\eta = 0.99$ , permiten realizar un mejor ajuste.

El resultado del modelo es un conjunto de puntos, correspondientes a las coordenadas de los nodos de las bisagras:  $(x_k, y_k)$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

En la figura B.1 se muestra un ejemplo de aplicación del LHM. En este caso el número de nodos obtenidos es  $K = 7$ , cuyas coordenadas se indican en la tabla B.1.



**Figura B.1:** Ejemplo del resultado obtenido con el modelo LHM a partir de una nube de puntos ( $N=500$ ).

$k$	$x$	$y$
1	0.000	0.109
2	2.357	3.694
3	5.204	2.792
4	7.951	8.435
5	8.986	9.157
6	11.354	8.223
7	16.020	18.127

Tabla B.1: Coordenadas del modelo LHM de la figura B.1.

## B.4 Algoritmo de ajuste del modelo

El modelo *Bisagras* consta de las tres etapas expuestas en el algoritmo B.1.

Hay que señalar que en la etapa del reajuste se puede modificar ligeramente el algoritmo para imponer la condición de monotonía —creciente o decreciente— en la función de salida. Esto es útil para modelar funciones de suministro, funciones de demanda o funciones de demanda residual, tal y como se puede ver en (Sánchez-Úbeda y García-González, 2000).

---

**Algoritmo B.1** Ajuste del modelo LHM (versión lineal del modelo *Bisagras*).

---

- 1: Aplicación de un suavizador para eliminar el ruido (*supersmoother*).
  - 2: Obtención de una solución inicial: IHM (*Initial Hinges Model*). Para ello se aplica un procedimiento utilizado habitualmente en los árboles de decisión:
    - Etapa de crecimiento. En primer lugar se unen los puntos extremos,  $(x_1, y_1)$  y  $(x_N, y_N)$ , por una recta. A continuación se selecciona el mejor candidato de los puntos intermedios para obtener un nuevo nodo. Aplicando este procedimiento recursivo en cada nuevo intervalo, se obtiene un árbol binario que refleja todas las particiones obtenidas hasta que se cumple un criterio de parada que depende del valor de  $\phi$ .
    - Etapa de poda. El objetivo es seleccionar un subconjunto de los nodos obtenidos en la etapa de crecimiento que representen suficientemente bien los datos de entrada.
  - 3: Reajuste de los parámetros. En esta etapa se parte del IHM generado en el punto anterior y se reajustan los parámetros del modelo con el objetivo de minimizar el error cuadrático medio para obtener el LMH final. En el caso de  $\eta = 0$ , el valor de las abscisas de cada nodo se considera fijo. En el caso de  $\eta = 1$ , se permite buscar el mejor valor de la abscisa en todo el intervalo comprendido entre los nodos de las bisagras adyacentes.
-



# Apéndice C

## Análisis de *clusters*

### C.1 Introducción

#### C.1.1 Objetivo del análisis de *clusters*<sup>1</sup>

Dado un conjunto de  $n$  observaciones o muestras, el objetivo del análisis de *clusters* consiste en encontrar agrupaciones naturales entre ellas, de forma que las observaciones con características similares se agrupen en un mismo *cluster* y que las observaciones diferentes o heterogéneas se agrupen en *clusters* distintos.

Hay que señalar que las técnicas de *clustering* son diferentes a los métodos de clasificación. En un problema de clasificación el objetivo es asignar a cada observación un grupo, denominado clase, establecido previamente. Sin embargo, en un problema de *clustering* no se realiza ninguna suposición previa sobre la estructura del agrupamiento. Ésta dependerá únicamente las similitudes y disimilitudes entre los datos de entrada.

Según (Kaufman y Rousseeuw, 1990), los algoritmos de *clustering* se pueden clasificar en dos categorías:

- Métodos de partición.
- Métodos jerárquicos.

A continuación se resumen brevemente las técnicas propuestas en la literatura, haciendo especial énfasis en el método jerárquico de encadenamiento utilizado en esta tesis.

---

<sup>1</sup>También se utiliza el término “técnicas de *clustering*” o de agrupamiento.

### C.1.2 Métodos de partición

En este tipo de algoritmos<sup>2</sup> es necesario fijar previamente el número  $k$  de *clusters* a formar. El objetivo consiste en distribuir las observaciones en torno a  $k$  centroides, de tal forma que se maximice alguna medida de similitud interna de grupo, y por tanto, se maximice la divergencia entre los diversos grupos. Así pues, el *clustering* se define como un problema de optimización que consiste en encontrar las particiones óptimas.

Hay que notar que la evaluación de todas las posibles combinaciones es intratable cuando el número de observaciones crece. Por ello, estos métodos se basan en un procedimiento iterativo de optimización en el que se parte de una determinada partición inicial y se van moviendo las muestras de unos grupos a otros con el objetivo de mejorar en cada paso la calidad del agrupamiento. Es importante destacar que la partición inicial puede influir sustancialmente en el resultado del agrupamiento.

La idea intuitiva que define un buen agrupamiento es que la distancia inter-grupo sea grande y que la distancia intra-grupo sea pequeña. Para cuantificar formalmente esta idea existen distintos criterios basados en el uso de las matrices *scatter*. La matriz intra-grupos<sup>3</sup>  $\mathbf{S}_W$  se construye sumando las matrices *scatter* de cada grupo. Cada una de estas matrices recoge las desviaciones de las observaciones contenidas en el *cluster* respecto a su propia media. Es decir,  $\mathbf{S}_W$  contiene información sobre el grado de aglutinamiento de los elementos dentro de cada *cluster*.

Por otro lado la matriz inter-grupo<sup>4</sup>  $\mathbf{S}_B$  recoge la suma ponderada de las desviaciones de las medias de cada grupo con respecto a la media de la muestra total. Es decir,  $\mathbf{S}_B$  contiene información sobre el grado de dispersión existente entre los grupos.

En (Duda y Hart, 1973) se exponen varios criterios que pueden guiar un algoritmo de *clustering*, como por ejemplo minimizar la traza de  $\mathbf{S}_W$ , minimizar el determinante  $|\mathbf{S}_W|$ , maximizar la traza de  $(\mathbf{S}_W^{-1}\mathbf{S}_B)$ , minimizar  $\frac{|\mathbf{S}_W|}{|\mathbf{S}_T|}$ , etc.

Nótese que si se quiere determinar automáticamente el número óptimo de grupos, es necesario ejecutar el algoritmo para diferentes valores de  $k$  y comparar los resultados obtenidos para elegir el mejor.

### C.1.3 Métodos jerárquicos

Este tipo de métodos pueden ser de aglutinamiento (*agglomerative hierarchical methods*) o de disgregación (*divisive hierarchical methods*). En los primeros se

---

<sup>2</sup> *Partitioning methods*

<sup>3</sup> *Within-cluster scatter matrix.*

<sup>4</sup> *Between-cluster scatter matrix.*

parte de una situación con tantos grupos como observaciones. En cada paso se fusionan los dos grupos más similares por lo que al final se tiene un único grupo al que pertenecen todas las observaciones. Es decir, se parte de  $k = n$ , y en cada paso se decrementa el número de *clusters* finalizando con  $k = 1$ . En el segundo tipo de algoritmos el procedimiento es el inverso, es decir, se parte de una situación donde hay un único *cluster* y sucesivamente se van dividiendo hasta que se tienen tantos grupos como observaciones. Es decir, se parte de  $k = 1$  y se finaliza con  $k = n$ . Así pues, el resultado de este tipo de algoritmos es una serie de etapas que constituyen una taxonomía de los datos de entrada.

El *clustering* jerárquico puede finalizar por cualquiera de las dos causas siguientes:

1. Consecución del nivel final. En el caso de un método de aglutinamiento, el nivel final es aquel donde todas las observaciones se fusionan en un gran grupo.
2. Obtención del número prefijado de *clusters*. Esto puede ser de utilidad cuando se busca una solución inicial para un método de partición.

A continuación se describe el método de encadenamiento, que es el algoritmo jerárquico de aglutinamiento utilizado en esta tesis.

## C.2 Método de encadenamiento

Para poder realizar el agrupamiento, es necesario poder cuantificar numéricamente la similitud entre las distintas observaciones y entre los distintos grupos. Por otro lado, también es necesario poder evaluar la calidad de un determinado agrupamiento.

### C.2.1 Medida de la similitud entre observaciones

Para evaluar el parecido entre las distintas observaciones se utiliza el concepto de disimilitud. Sean  $i$  y  $j$  los índices de dos observaciones. La disimilitud  $d(i, j)$  entre ellas es un número positivo que es muy pequeño cuando las observaciones son similares y que es grande cuando son diferentes.

Una forma de calcular la disimilitud es utilizar una función de distancia. Una función de distancia  $\delta(\cdot)$  tiene que verificar las siguiente condiciones:

$$\delta(i, j) \geq 0 \tag{C.1}$$



$$d(R, Q) = \min_{i \in R, j \in Q} d(i, j) \quad (\text{C.7})$$

- En el encadenamiento completo (*furthest neighbor*),  $d(R, Q)$  se define como la disimilitud más grande posible entre cualquier observación de  $R$  y cualquier observación de  $Q$ :

$$d(R, Q) = \max_{i \in R, j \in Q} d(i, j) \quad (\text{C.8})$$

- En el encadenamiento medio,  $d(R, Q)$  se calcula como el valor medio de todas las disimilitudes entre las observaciones de  $R$  y las observaciones de  $Q$ :

$$d(R, Q) = \frac{1}{|R||Q|} \sum_{i \in R} \sum_{j \in Q} d(i, j) \quad (\text{C.9})$$

En la figura C.1 se muestra un ejemplo de como calcular  $d(R, Q)$  para las tres alternativas anteriores.

El encadenamiento simple es apropiado para grupos alargados ya que en cada etapa se “absorbe” el elemento más cercano a alguna de las observaciones del grupo (*chaining effect*). El encadenamiento medio permite agrupar observaciones distribuidas en forma de bolas. Finalmente, el encadenamiento completo permite formar grupos compactos aunque no estén muy separados.

Es posible agilizar el tiempo de cálculo actualizando la nuevas disimilitudes de forma recursiva. Supóngase que en etapas anteriores del algoritmo se han formado los grupos  $A$ ,  $B$  y  $Q$ . Además supóngase que se quiere unir los grupos  $A$  y  $B$  para formar un nuevo grupo  $R = A \cup B$ . En este caso, se puede demostrar que las expresiones para calcular  $d(R, Q)$  son:

- Encadenamiento simple:

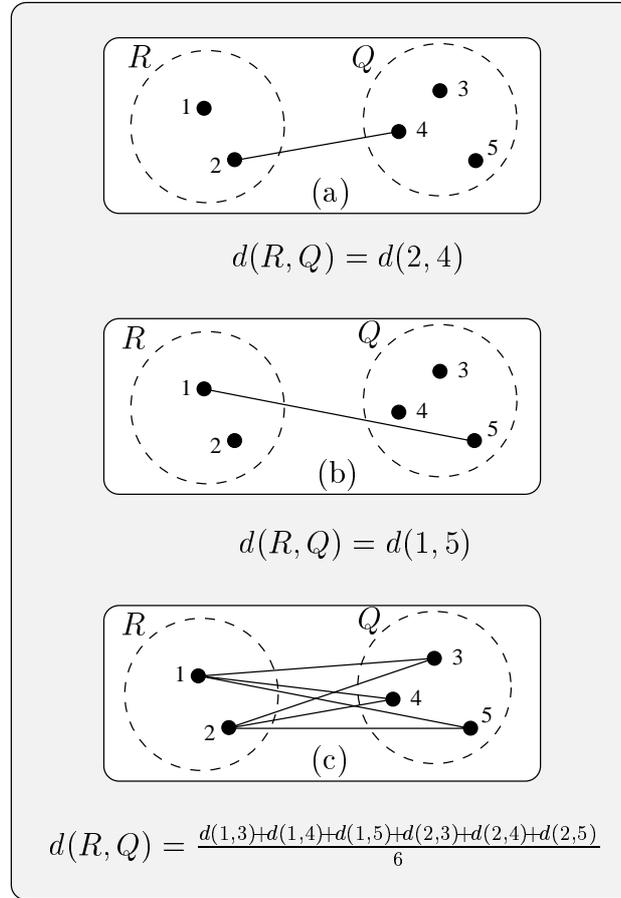
$$d(R, Q) = \min\{d(A, Q), d(B, Q)\} \quad (\text{C.10})$$

- Encadenamiento completo:

$$d(R, Q) = \max\{d(A, Q), d(B, Q)\} \quad (\text{C.11})$$

- Encadenamiento medio:

$$d(R, Q) = \frac{|A|}{|R|}d(A, Q) + \frac{|B|}{|R|}d(B, Q) \quad (\text{C.12})$$



**Figura C.1:** Disimilitud entre grupos para el caso del encadenamiento simple (a), completo (b) y medio (c).

### C.3 Método de encadenamiento

Tal y como se vio en la sección C.1.2, existen varios criterios para valorar la bondad de un determinado agrupamiento. En esta tesis se ha utilizado el criterio expuesto en (Centeno, 1998) donde se maximiza la variable de *separabilidad* definida como el cociente entre una medida de la disimilitud media intra-cluster ( $d_W$ ) y la disimilitud media inter-cluster ( $d_B$ ).

$$s = \frac{d_W}{d_B} \quad (\text{C.13})$$

A continuación se detalla el cálculo de  $d_B$  y de  $d_W$  utilizado en la tesis.

### C.3.1 Cálculo de la disimilitud media inter-*cluster* $d_B$

Sea  $K$  el conjunto de *clusters* formados en una etapa del algoritmo jerárquico. El número de parejas de grupos distintos son las combinaciones de los  $|K|$  elementos tomados de dos en dos:

$$N_{C_K} = \binom{|K|}{2} = \frac{|K|!}{2!(|K| - 2)!} \quad (\text{C.14})$$

Sea  $C_K$  el conjunto posible de estas combinaciones de *clusters*. El valor medio de las disimilitudes entre los grupos formados es:

$$d_B = \frac{\sum_{(R,Q) \in C_K} d(R, Q)}{N_{C_K}} \quad (\text{C.15})$$

siendo  $R$  y  $Q$  dos *clusters* cualquiera de  $K$ .

### C.3.2 Cálculo de la disimilitud media intra-*cluster* $d_W$

Sea  $R$  un *cluster* que contiene un número  $|R|$  de observaciones. Análogamente al caso anterior, el número de parejas de observaciones distintas que se pueden formar es:

$$N_{C_R} = \binom{|R|}{2} = \frac{|R|!}{2!(|R| - 2)!} \quad (\text{C.16})$$

Sea  $C_R$  el conjunto posible de estas combinaciones en el *cluster*  $R$ . El valor medio de la disimilitud interna de todos los *clusters* es el siguiente:

$$d_W = \frac{\sum_{R \in K} \sum_{(i,j) \in C_R} d(i, j)}{\sum_{R \in K} N_{C_R}} \quad (\text{C.17})$$

donde se ha calculado el valor medio de las distancias entre observaciones, pero tomando sólo las combinaciones entre observaciones pertenecientes a los mismos grupos.

### C.3.3 Descripción del algoritmo

Los pasos que deben seguirse para ejecutar el algoritmo de encadenamiento son los que se describen en el algoritmo C.1.

---

**Algoritmo C.1** Algoritmo de *clustering* por encadenamiento.

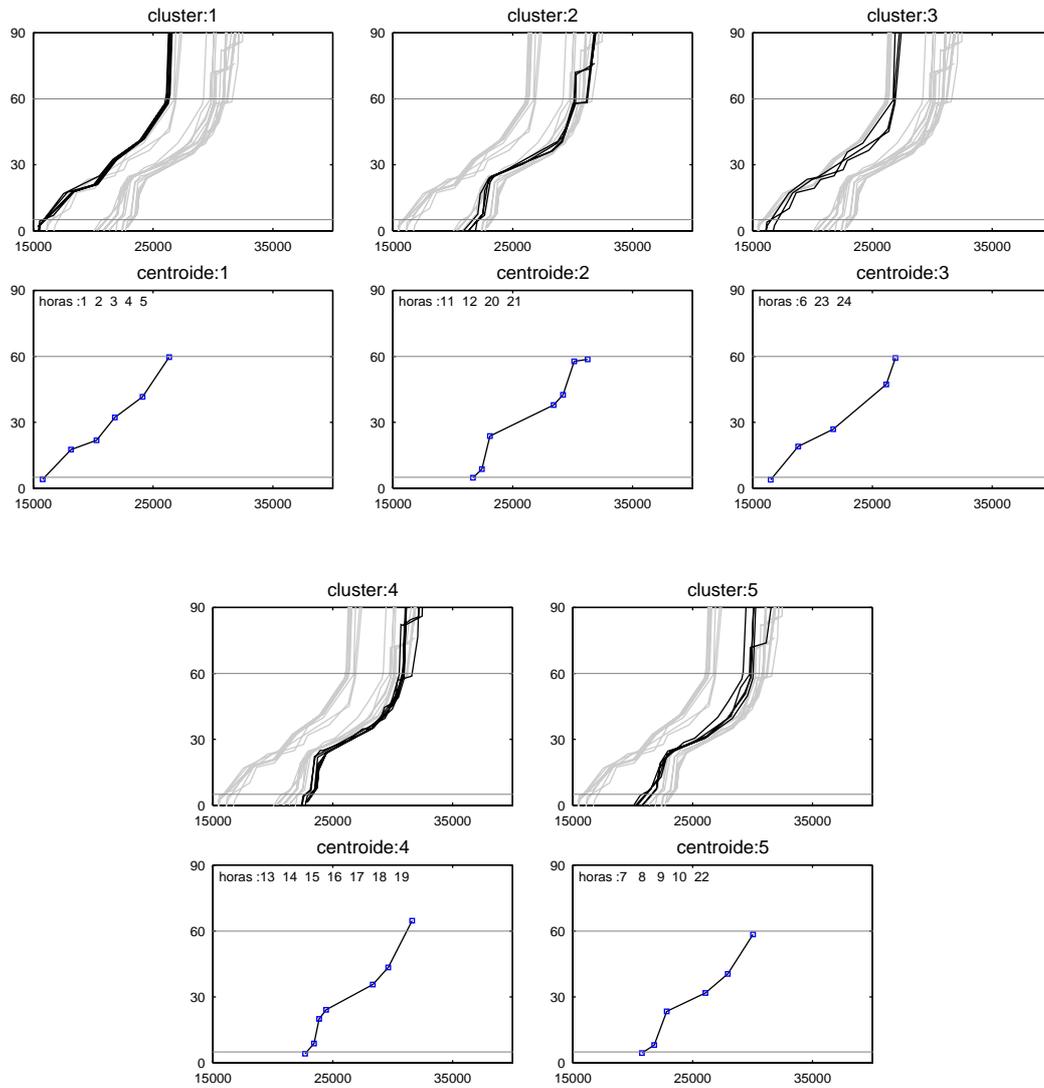
---

- 1: Calcular la matriz de disimilitudes  $\mathbf{D}$
  - 2:  $k \leftarrow n$
  - 3: **while**  $k \neq 1$  **do**
  - 4:   Buscar en la matriz de disimilitudes la pareja de *clusters* más cercanos  $R$  y  $Q$
  - 5:   Agrupar las observaciones pertenecientes a los grupos  $R$  y  $Q$  en un nuevo *cluster*
  - 6:    $k \leftarrow k - 1$
  - 7:   Actualizar la matriz de  $\mathbf{D}$  eliminando las filas y columnas correspondientes a los *clusters*  $R$  y  $Q$  y añadiendo una fila y una columna con las disimilitudes entre el nuevo *cluster* formado y el resto
  - 8:   Calcular el valor de separabilidad  $s = \frac{d_W}{d_B}$  y almacenar los resultados
  - 9: **end while**
  - 10: La estructura del agrupamiento óptimo corresponde con la iteración que maximice el valor de separabilidad.
- 

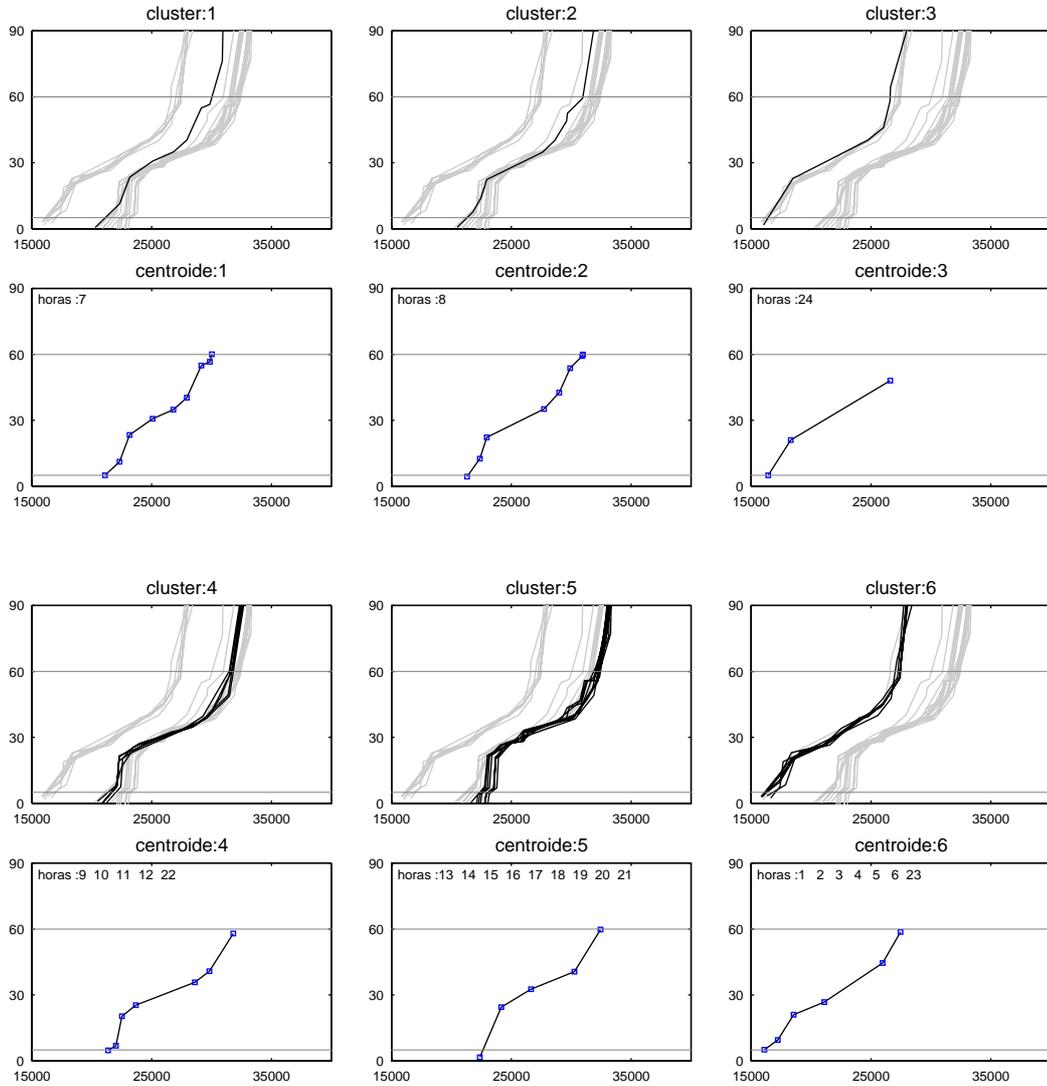
## C.4 Resultados del análisis de *clusters* del capítulo 6

A continuación se muestran las gráficas obtenidas en la primera fase del análisis de *clusters* mostrado en el ejemplo del capítulo 6. Las curvas de oferta estudiadas son las funciones de suministro agregadas del mercado californiano durante la semana del 6 al 12 de Septiembre de 1999 (datos disponibles en [http://www.calpx.com/prices/index\\_prices\\_aggregateMSDC.html](http://www.calpx.com/prices/index_prices_aggregateMSDC.html)).

A continuación se muestran los resultados de los días 7 al 12 de Septiembre.



**Figura C.2:** Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del día 7 de Septiembre de 1999



**Figura C.3:** Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del 8 de Septiembre de 1999

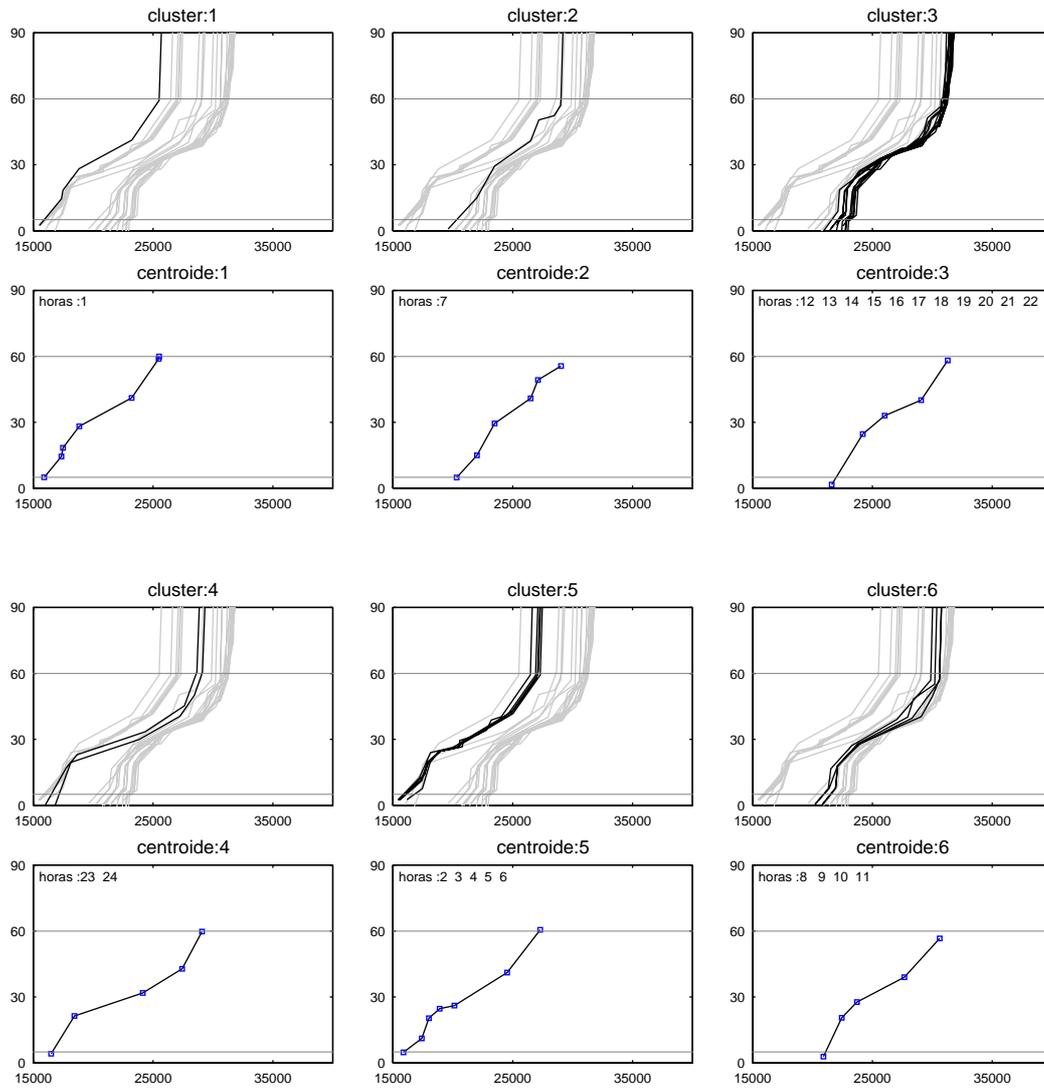
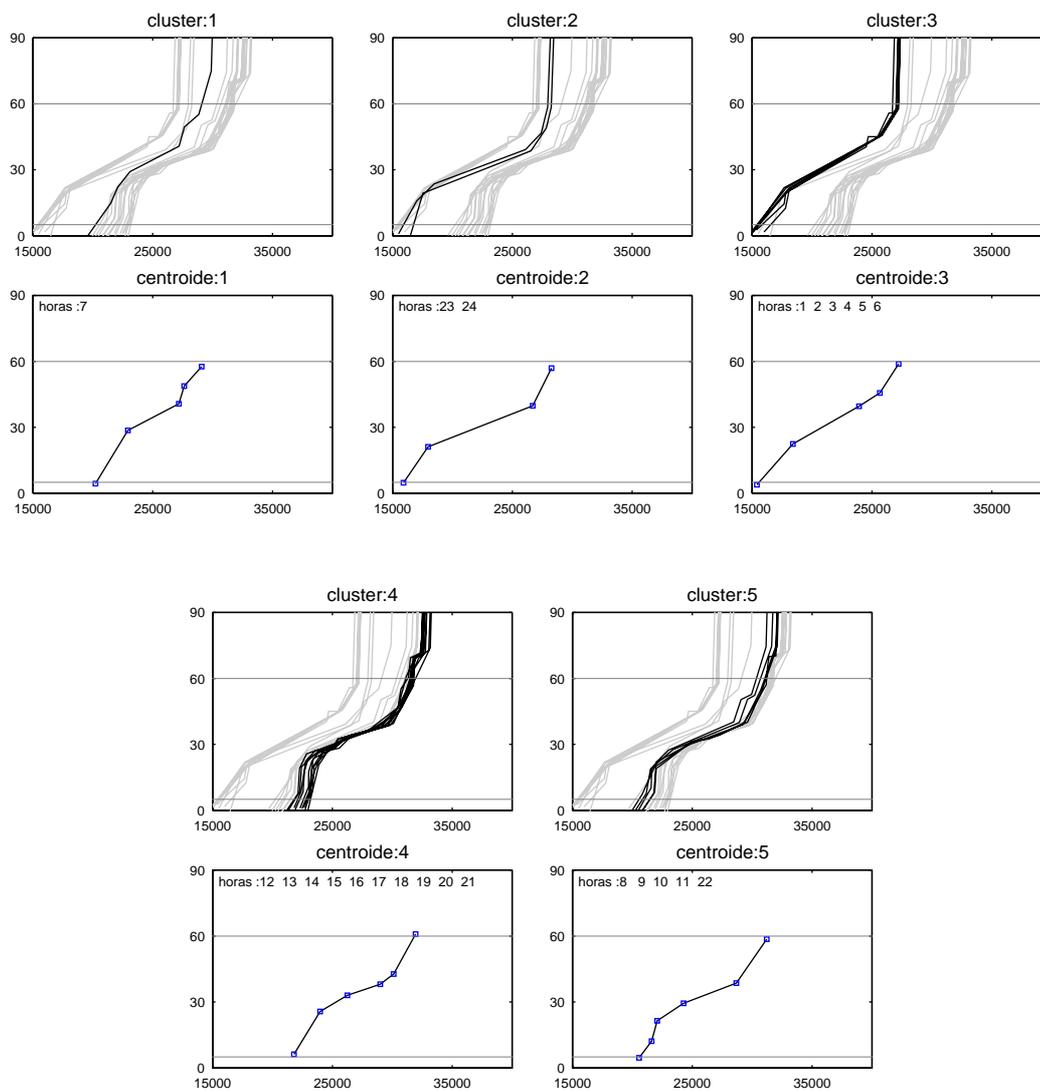
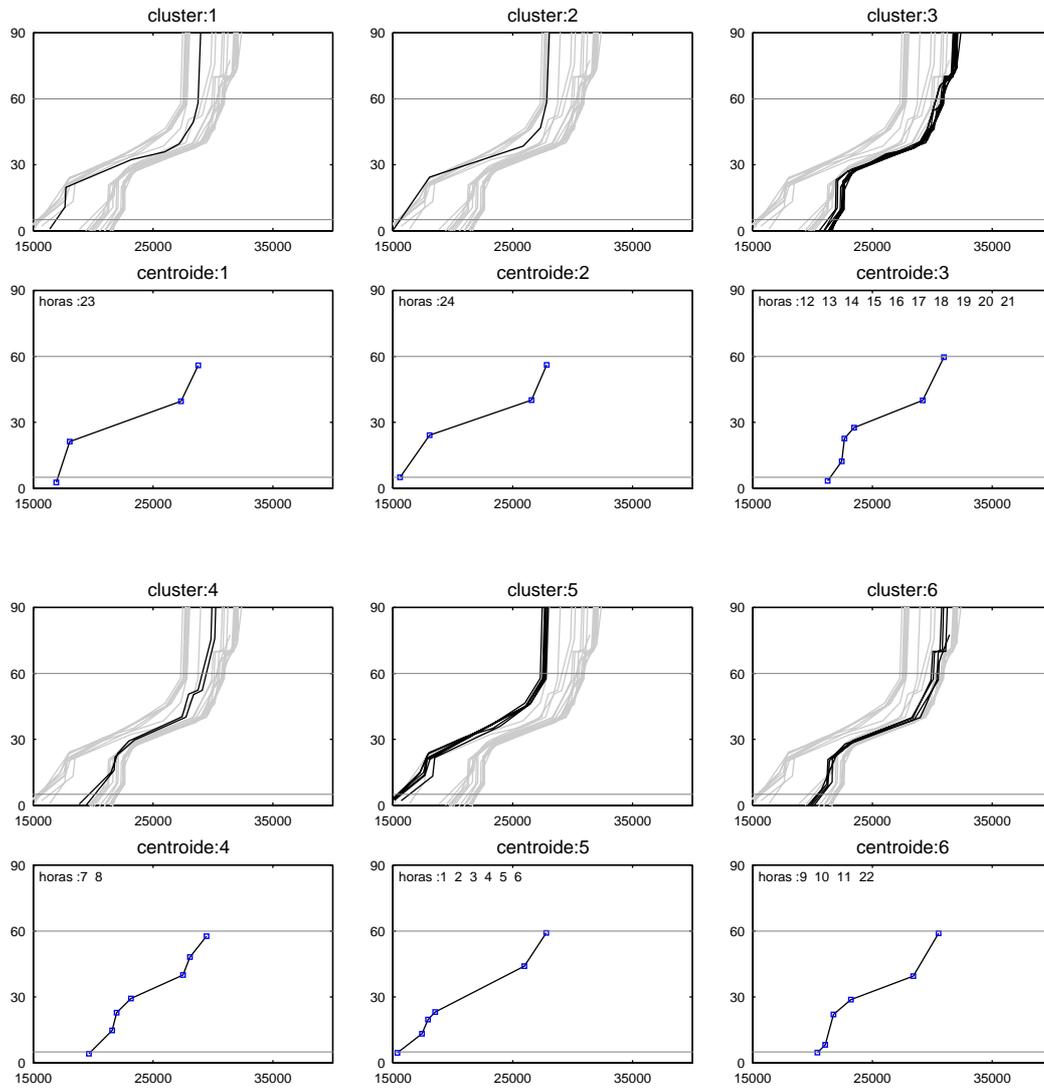


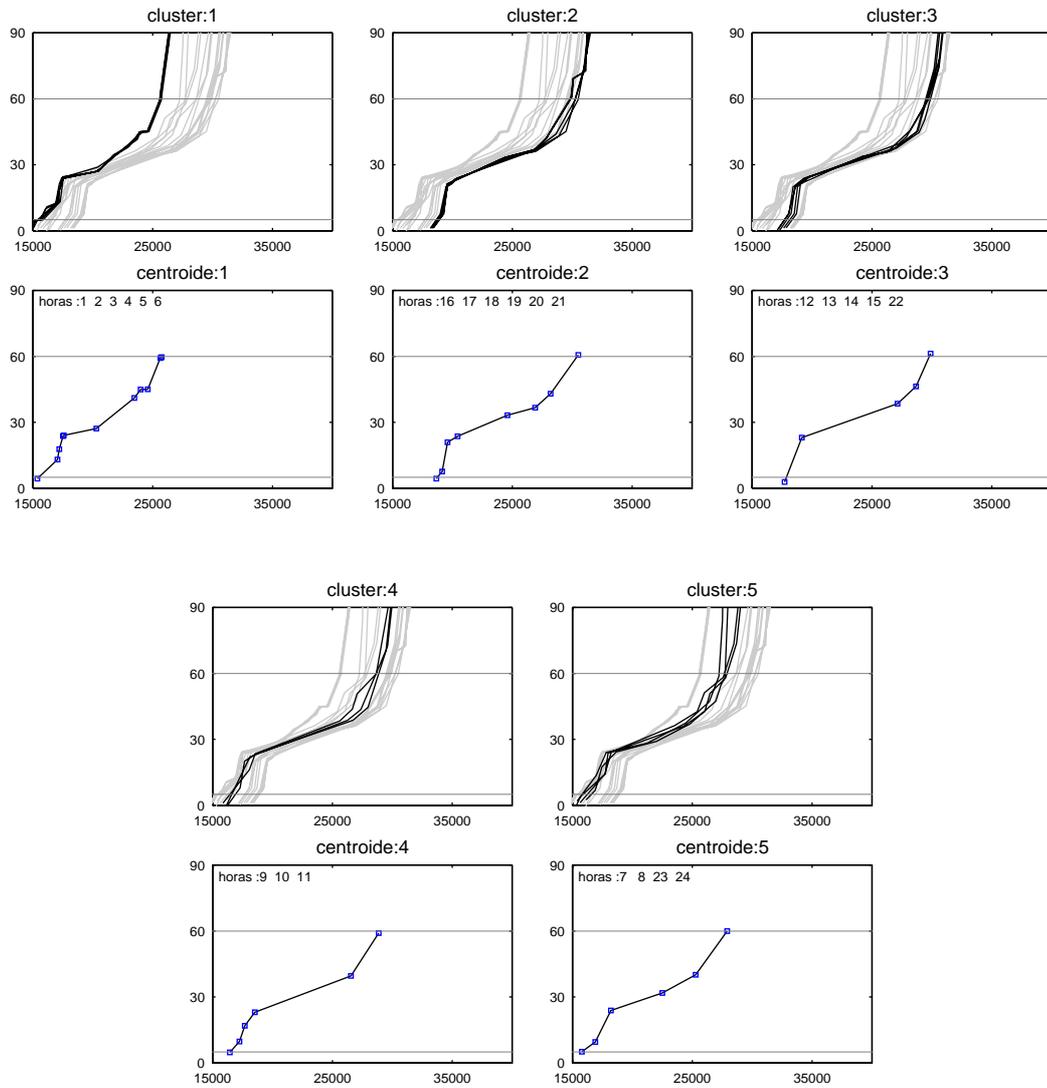
Figura C.4: Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del 9 de Septiembre de 1999



**Figura C.5:** Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del 10 de Septiembre de 1999



**Figura C.6:** Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del 11 de Septiembre de 1999



**Figura C.7:** Resultados del *clustering* de funciones de las suministro agregadas del 12 de Septiembre de 1999

# Bibliografía

- Anderson E. J. y Philpott A. B. “Using Supply Functions for Offering Generation Into an Electricity Market”. Working Paper 98-008, Australian Graduate School of Management, University of New South Wales, Abril 1998.
- Anderson E. J. y Philpott A. B. “Optimal Offer Construction in Electricity Markets”. Technical report, Australian Graduate School of Management, University of New South Wales, Mayo 1999. Disponible en <http://www.informs.org/Conf/Cincinnati99/TALKS/SC20.html>.
- Babayev D. A. “Piece-Wise Linear Approximation of Functions of Two Variables”. *Journal of Heuristics*, Vol. 2, pp. 313–320, 1997.
- Barquín J., García-González J. y Román J. “Water Value in Competitive Markets: Dynamic Programming and Game Theory”. *6<sup>th</sup> International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, (PMAPS)*, Madeira, Septiembre 2000.
- Basar T. y Olsder G. J. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995, second edition.
- Bazaraa M. S., Jarvis J. J. y Sherali H. D. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley & Sons, New York, 1990, second edition.
- Bierman H. S. y Fernández L. *Game Theory With Economic Applications*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1993.
- Bolle F. “Supply Function Equilibria and the Danger of Tacit Collusion. The Case of Spot Markets for Electricity”. *Energy Economics*, pp. 94–102, Abril 1992.
- Borenstein S. y Bushnell J. “An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California’s Electricity Industry”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California, Energy Institute, 1997.
- Bradley S., Hax A. C. y Magnanti T. L. *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1977.

- Brännlund H., Sjelvgren D. y Bubenko J. "Short Term Generation Scheduling with Security Constraints". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 1, pp. 310–316, Febrero 1988.
- Brooke A., Kendrick D. y Meeraus A. *GAMS. A User's Guide*. The Science Press. South San Francisco, USA., 1992.
- Bushnell J. "Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era Competition in the Western US". *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California, Energy Institute, Marzo 1998.
- Centeno E. *Modelo de simulación de la explotación óptima anual de un sistema eléctrico*. Tesis Doctoral, E. T. S. de Ingeniería (ICAI), Universidad Pontificia Comillas de Madrid., 1998.
- Cohen A. I., Brandwajn V. y Chang S. "Security Constrained Unit Commitment for Open Markets". *Proceedings of the 21<sup>st</sup> International Conference on Power Industry Computer Applications, (PICA)*, 1999.
- Cohen A. I. y Yoshimura M. "A Method for Solving the Fuel Constrained Unit Commitment Problem". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWR5-2, No. 3, pp. 608–614, Agosto 1987.
- Conejo A. *Técnicas de optimización con aplicaciones al control, la explotación y la planificación de los sistemas de energía eléctrica*. Dpto. Ingeniería Eléctrica, E.T.S. Ingenieros Industriales, Universidad de Málaga, Enero 1996.
- Daughety A. F., editor. *Cournot Oligopoly. Characterization and Applications*. Cambridge University Press, 1988.
- David A. K. "Competitive Bidding in Electricity Supply". *IEE Proceedings-C*, Vol. 140, No. 5, pp. 421–426, Septiembre 1993.
- Dillon T. S., Edwin K. W., Kochs H. D. y Tand R. J. "Integer Programming Approach to the Problem of Optimal Unit Commitment with Probabilistic Reserve Determination". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No. 6, Noviembre-Diciembre 1978.
- Duda R. O. y Hart P. E. *Pattern Classification and Scene Analysis*. John Wiley & Sons, 1973.
- Ferrero R. W. y Shahidehpour S. M. "Dynamic Economic Dispatch in Deregulated Systems". *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 19, No. 7, pp. 433–439, 1997.

- Ferrero R. W., Shahidehpour S. M. y Ramesh V. C. "Transaction Analysis in Deregulated Power Systems Using Game Theory". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 1340–1347, Agosto 1997.
- García-González J., Barquín J. y Román J. "Building Supply Functions under Uncertainty for a Day-Ahead Electricity Market". *6<sup>th</sup> International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, (PMAPS)*, Madeira, Septiembre 2000.
- García-González J. y Barquín J. "Self-Unit Commitment of Thermal Units in a Competitive Electricity Market". *IEEE Power Engineering Society, Summer Meeting*, Seattle. Julio 2000.
- García-González J., Román J., Barquín J. y González A. "Modelo de casación de ofertas para el mercado diario mediante programación lineal entera-mixta". *6<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, pp. 609–616, Lisboa, Julio 1999.
- García-González J., Román J., Barquín J. y González A. "Strategic Bidding in Deregulated Power Systems". *13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference (PSCC)*, Trondheim, pp. 258–264, Junio-Julio 1999.
- Garfinkel R. G. y Nemhauser G. L. *Integer Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1984.
- Garver L. L. "Power Generation Scheduling by Integer Programming. Development of Theory". *AIEE Transactions*, Vol. 81, pp. 730–735, 1962.
- Green R. "The Electricity Contract Market". Technical report, Department of Applied Economics, Cambridge, UK, Mayo 1996.
- Green R. J. y Newbery D. M. "Competition in the British Electricity Spot Market". *Journal of Political Economy*, Vol. 100, No. 5, pp. 929–953, Octubre 1992.
- Gross G., Finlay D. J. y Deltas G. "Strategic Bidding in Electricity Generation Supply Markets". *IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting*, New York, Febrero 1999.
- Habibollahzadeh H. y Bubenko J. A. "Application of Decomposition Techniques to Short-Term Operation Planning of Hydrothermal Power System". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-1, No. 1, pp. 41–47, Febrero 1986.
- Halseth A. "Market Power in the Nordic Electricity Market". *Utilities Policy*, Vol. 7, pp. 259–268, 1998.

- Horst R., Pardalos P. M. y Thoai N. V. *Introduction to Global Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- Hunt S. y Shuttleworth G. *Competition and Choice in Electricity*. John Wiley & Sons, 1996.
- Huse E. S., Wangensteen I. y Faanes H. H. "Thermal Power Generation Scheduling by Simulated Competition". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 472–477, Mayo 1999.
- Jing-Yuan W. y Smeers Y. "Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices". *Operations Research*, Vol. 47, No. 1, pp. 102–112, Enero-Febrero 1999.
- Joskow P. L. y Schmalensee R. *Markets for Power: An Analysis of Electrical Utility Deregulation*. The MIT Press, 1983.
- Kahn E. P. "Numerical Techniques for Analyzing Market Power in Electricity". *The Electricity Journal*, pp. 34–43, Julio 1998.
- Kaufman L. y Rousseeuw P. J. *Finding Groups in Data*. John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- Klemperer P. y Meyer M. "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty". *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, pp. 1243–1277, Noviembre 1989.
- Lamont J. W. y Rajan S. "Strategic Bidding in an Energy Brokerage". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 4, pp. 1729–1733, Noviembre 1997.
- Li C., Svoboda A. J., Guan X. y Singh H. "Revenue Adequate Bidding Strategies in Competitive Electricity Markets". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 492–497, Mayo 1999.
- Lucas N. y Taylor P. "Characterizing Generator Behaviour: Bidding Strategies in the Pool". *Utilities Policy*, pp. 129–135, Abril 1993.
- Luenberger D. G. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1984, second edition.
- MacGill I. F. y Kaye R. J. "Modelling Strategic Behaviour in Electricity Spot Markets Using Dual Evolutionary Programming". *Submitted to IEEE Transactions on Power Systems*, 1998.
- Mateo A., Sánchez-Úbeda E. F., Muñoz A., Villar J., Saiz A., Abarca J. y Losada E. "Strategic Bidding under Uncertainty Using Genetic Algorithms". *6<sup>th</sup> International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, (PMAPS)*, Madeira, Septiembre 2000.

- Medina J., Conejo A., Pérez Thoden F. y González del Santo J. “Medium-Term Hydro-Thermal Coordination Via Hydro and Thermal Subsystem Decomposition”. *Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa*, Vol. 2, No. 1, pp. 133–150, 1994.
- Muckstadt J. A. y Wilson R. C. “An Application of Mixed Integer Programming Duality to Scheduling Thermal Generating System”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, pp. 1968–1977, 1968.
- Nash J. F. “Equilibrium Points in N-Person Games”. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, pp. 48–49. 1950.
- Nemhauser G. L. y Wolsey L. A. *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, New York, 1988.
- Newbery D. M. “Supply Function Equilibria: Mixed Strategy Step Functions and Continuous Representations”. Technical report, Department of Applied Economics, Cambridge, UK, Septiembre 1992.
- Newbery D. M. “Competition, Contracts and Entry in the Electricity Spot Market”. Technical report, Department of Applied Economics, Cambridge, UK, Enero 1997.
- Otero-Novas I., Meseguer C. y Alba J. “An Iterative Procedure for Modelling Strategic Behaviour in Competitive Generation Markets”. *13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference (PSCC), Trondheim*, pp. 251–257, Junio-Julio 1999.
- Otero-Novas I., Meseguer C., Batlle C. y Alba J. “A Simulation Model for a Competitive Generation Market”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, No. 1, pp. 250–256, Febrero 2000.
- Pérez-Arriaga J. I. “La reestructuración del sector eléctrico”. *Anales de Mecánica y Electricidad*, Vol. LXXIV, No. IV, pp. 8–15, Julio-Agosto 1997.
- Ramos A. *Modelos de Explotación a Medio Plazo de la Generación Eléctrica. Aplicaciones Para el Sistema Español*. Tesis Doctoral, E. T. S. de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, Noviembre 1990.
- Redondo N. J. *Coordinación hidrotérmica en el corto plazo mediante técnicas de relajación lagrangiana*. Tesis Doctoral, E.T.S de Ingenieros Industriales, Universidad de Málaga, Enero 1999.
- REE. *Cálculo de los costes de despacho para el año 1997. Hipótesis y resultados*. Red Eléctrica de España, Enero 1997.

- Richter C. W., Ashlock D. y Sheblé G. B. "Effects of Tree Size and State Number on GP-Automata Bidding Strategies". *1998 Genetic Programming Conference*, 1998.
- Richter C. W. y Sheblé G. B. "Building Fuzzy Bidding Strategies for the Competitive Generator". *Proceedings of the 1997 North American Power Symposium*, 1997.
- Richter C. W. y Sheblé G. B. "Bidding Strategies That Minimize Risk with Options and Futures Contracts". *American Power Conference*, 1998.
- Richter C. W. y Sheblé G. B. "Genetic Algorithm Evolution of Utility Bidding Strategies for the Competitive Marketplace". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 13, No. 1, pp. 256–261, Febrero 1998.
- Rothkopf M. H. "Daily Repetition: A Neglected Factor in the Analysis of Electricity Auctions". *The Electricity Journal*, pp. 60–70, Abril 1999.
- Rudkevich A. y Duckworth M. "Strategic Bidding in a Deregulated Market: Implications for Electricity Prices, Asset Valuation and Regulatory Response". *The Electricity Journal*, pp. 73–83, Enero-Febrero 1998.
- Rudkevich A., Duckworth M. y Rosen R. "Modeling Electricity Pricing in a Deregulated Generation Industry: The Potential for Oligopoly Pricing in a Poolco". *The Energy Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 19–48, 1998.
- Sánchez-Úbeda E. F. *Modelos para el análisis de datos: contribuciones al aprendizaje a partir de ejemplos*. Tesis Doctoral, E. T. S. de Ingeniería (ICAI), Universidad Pontificia Comillas de Madrid., 1999.
- Sánchez-Úbeda E. F. y García-González J. "Management of Sealed-Bid Auction Curves: Applications of the Linear Hinges Model". *Info. Proc. and Manag. of Uncertainty in knowledge-Based Systems (IPMU)*, pp. 917–924, Madrid, 2000.
- Sánchez-Úbeda E. F. y Wehenkel L. "The Hinges Model: A One-Dimensional Continuous Piecewise Polynomial Model". *Info. Proc. and Manag. of Uncertainty in knowledge-Based Systems (IPMU)*, Paris, Junio 1998.
- Schweppe F. C., Caramanis M. C., R.D.Tabors y Bohn R. E. *Spot Pricing of Electricity*. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- Scott T. J. y Read E. G. "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market". *International Transactions in Operational Research*, Vol. 3, No. 3, pp. 243–253, 1996.

- Sen S. y Kothari D. P. "Optimal Thermal Generating Unit Commitment: A Review". *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 20, No. 7, pp. 443–451., 1998.
- Shahidehpour S. M. y Tong S. K. "An Overview of Power Generation Scheduling in the Optimal Operation of a Large Scale Power System". *Electric Machines and Power Systems*, Vol. 19, pp. 731–762, 1991.
- Sheblé G. *Computational Auction Mechanism for Restructured Power Industry Operation*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Singh H., editor. *Tutorial on Game Theory Applications in Electric Power Markets*. IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting, New York, 1999.
- Szkuta B. R., Sanabria L. A. y Dillon T. S. "Electricity Price Short-Term Forecasting Using Artificial Neural Networks". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 851–857, Agosto 1999.
- Tully F. R. y Kaye R. J. "Unit Commitment in Competitive Electricity Markets Using Genetic Algorithms". *IEE of Japan Power and Energy'96, Osaka, Japan*, pp. 99–104, Agosto 1996.
- Vázquez C., Rivier M. y Pérez-Arriaga I. J. "Revisión de modelos de casación de ofertas para mercados eléctricos". *6<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, pp. 47–54, Lisboa, Julio 1999.
- Ventosa M., Ramos A. y Rivier M. "Modeling Profit Maximisation in Deregulated Power Markets by Equilibrium Constraints". *13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference (PSCC), Trondheim*, Vol. 1, pp. 231–237, Junio-Julio 1999.
- Ventosa M., Ramos A., Rivier M., Bautista A. y de Andrés R. "Modelado de la explotación de la generación a largo plazo de sistemas eléctricos en competencia mediante el problema complementario". *6<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Lisboa, Julio 1999.
- Visudhiphan P. y Ilic M. D. "Dynamic Games-Based Modeling of Electricity". *IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting*, pp. 274–281, New York. Enero-Febrero 1999.
- von der Fehr N. y Harbord D. "Spot Market Competition in the UK Electricity Industry". *The Economic Journal*, Vol. 103, pp. 531–546, 1993.
- Wilson R. "Activity Rules for a Power Exchange". *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California, Energy Institute, Marzo 1997.

Wood A. J. y Wollenberg B. F. *Power Generation Operation and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1996.

Yan H., Luh P. B. y Guan X. "Scheduling of Hydrothermal Power Systems". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 1358–1364, Agosto 1993.

Yu Z., Sparrow F. T. y Nderitu D. "Long-Term Hydrothermal Scheduling Using Composite Thermal and Composite Hydro Representations". *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 145, No. 2, pp. 210–216, Marzo 1998.

Zhang D., Wang Y. y Luh P. B. "Optimization Based Bidding Strategies in the Deregulated Market". *Proceedings of the 21<sup>st</sup> International Conference on Power Industry Computer Applications (PICA)*, 1999.