

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA (ICAI)
(Departamento de Electrotecnia y Sistemas)

**MODELADO DE LA EXPLOTACIÓN DE
LA GENERACIÓN EN MERCADOS
ELÉCTRICOS LIBERALIZADOS MEDIANTE
EL PROBLEMA COMPLEMENTARIO**

Tesis para la obtención del grado de Doctor

Directores: Prof. Dr. D. Andrés Ramos Galán

Prof. Dr. D. Michel Rivier Abbad

Autor: Ing. D. Mariano Ventosa Rodríguez



Madrid 2001

La Tesis Doctoral de D. Mariano Ventosa Rodríguez

Titulada **“MODELADO DE LA EXPLOTACIÓN DE LA GENERACIÓN EN MERCADOS ELÉCTRICOS LIBERALIZADOS MEDIANTE EL PROBLEMA COMPLEMENTARIO”**

Dirigida por los Dres: D. Andrés Ramos Galán y D. Michel Rivier Abbad.

Fue leída en la **Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)** de la UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID, el día 31 de enero de 2001, ante el tribunal constituido por los siguientes Profesores:

PRESIDENTE:	Dr.D. Luis Rodríguez Romero
VOCAL:	Dr.D. Xavier Vives Torrents
VOCAL:	Dr.D. Francisco Javier Prieto Fernández
VOCAL:	Dr.D. José Ignacio Pérez Arriaga
SECRETARIO:	Dr.D. Julián Barquín Gil

y recibió la calificación de

Sobresaliente cum laude por unanimidad

Madrid, a 31 de enero de 2001



EL SECRETARIO DEL TRIBUNAL

*A Susi,
a Marcos y a Raúl también*

Agradecimientos

Supongo que la casualidad ha querido que hayan transcurrido exactamente cinco años desde que ingresé en el IIT el día 1 de febrero de 1996 hasta el día de la lectura de la Tesis. En estos cinco años han sido grandes las deudas de gratitud que por diversos motivos he contraído con muchos de vosotros.

En primer lugar, que es el que por derecho les corresponde, quiero expresar mi gratitud y reconocimiento a mis Directores Andrés Ramos y Michel Rivier por promover y facilitar mi incorporación al IIT, por la clarividencia en la elección del tema, por su maestría en la dirección y por sus minuciosas revisiones de la memoria de la Tesis. Por todo esto, pero sobre todo por vuestra amistad os doy las gracias.

La empresa Iberdrola ha jugado un papel esencial, que va más allá del esfuerzo económico que ha financiado esta Tesis. La confianza depositada en nuestro equipo por Francisco Martínez Córcoles y Angel Chiarri Toscano, así como la estrecha colaboración con su grupo de planificación y oferta –el mejor de España–, han sido un estímulo permanente para dar a la Tesis un objetivo concreto y práctico, que ha beneficiado notablemente el resultado final. No he querido dejar pasar esta ocasión para expresar por escrito mi más sincero agradecimiento.

Tampoco puedo dejar de agradecer a Tomás Gómez San Román, entonces director del Instituto, las facilidades ofrecidas para mi incorporación a este impresionante grupo de trabajo que es el IIT. También quiero recordar la figura de D. Ramón Rodríguez Vigo, quien hace más de diez años me introdujo en el mundo universitario y de la docencia proponiéndome ser Profesor del ICAI.

Entre las personas más jóvenes que yo, y que más directamente han colaborado en el desarrollo de esta Tesis, están mis proyectistas: Andrés Bautista, Rubén de Andrés, Ernesto Parrilla y Antonio Mencía. También están aquellos con los que más estrechamente he trabajado en el proyecto de Iberdrola: Manuel Rey, Santiago Cerisola, Álvaro Baíllo y Antonio García Alcalde al que también agradezco su ofrecimiento para leer cada capítulo de la Tesis. Aunque he sido profesor de casi todos, sin duda, yo he sido el que más ha aprendido. Ellos son la prueba de que el IIT y el ICAI gozan de buena salud y mejores expectativas de futuro.

Guardo un grato recuerdo de la acogida que me dispensaron al llegar al IIT, a pesar de mi condición de *agravio comparativo*, Carlos Vázquez, Efraim Centeno, Francisco Javier Rubio, Nacho de la Fuente, Guadalupe de Cuadra, Lucía Muñoz, Claudia Meseguer y Julián Barquín entre otros. Son muchos, además de los antes mencionados, a los que debo agradecer que el ambiente de trabajo del IIT sea inmejorable. A los que se han ido: Irene Otero ahora en Londres, con quien he disfrutado discutiendo y compartiendo ideas, y Gregorio Relañó ahora en Iberdrola, con quien es un privilegio poder seguir trabajando.

Aunque por suerte la mayoría sigue con nosotros: Fernando Perán, David Berzal, Luis Olmos, Javier García González, Carlos Batlle, Alicia Mateo, Mari Cruz García, Pía Rodríguez, Javier Reneses o Pedro Tejedor, son nombres que también me vienen a la memoria al recordar buenos momentos pasados dentro y fuera del IIT.

También tengo que agradecer a los mejores Profesores de esta Universidad: Ramón Rodríguez Pecharromán, Pablo García, Fidel Fernández, Damián Laloux –el mejor compañero de despacho–, David Soler y Jesús Alonso los buenos momentos pasados y las animadas discusiones mantenidas. Su compañerismo y amistad han ayudado a hacer más llevaderos estos años de duro trabajo.

Finalmente, quiero expresar mi agradecimiento a mi familia más próxima, incluida mi familia política, por su interés, preocupación y apoyo constantes. Y de forma especial a mi hermano y a mis padres, Doctores por la Universidad de la Vida.

Mención especial se merece Susi que ha asumido de forma ejemplar la carga familiar todos estos años. Por sus innumerables sugerencias tanto al revisar la memoria de la Tesis como al preparar la presentación de la lectura, pero sobre todo por sus consejos y ánimos cuando más los he necesitado. Tú sabes que mis palabras van más allá de estas líneas. La Tesis y yo os hemos robado demasiado tiempo y atención a ti, a Marcos y a Raúl. A cambio sólo he recibido alegrías que ni se pueden comparar con la satisfacción de terminar un millar de Tesis. Sin duda con vosotros he contraído las mayores deudas que trataré de compensar con lo mejor de mí.

Índice

Índice general

GLOSARIO DE SÍMBOLOS	ix
SISTEMA DE NUMERACIÓN	xvii
RESUMEN	xix
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Marco de la tesis	4
1.2 Tendencias de modelado	6
1.2.1 Representación de la explotación óptima de una única empresa.....	7
1.2.2 Representación del equilibrio del mercado	9
1.2.3 Conclusiones	12
1.3 Objetivos y planteamiento de la tesis	12
1.4 Organización del documento	14
1.5 Referencias.....	16
2 MODELOS DE PLANIFICACIÓN DE LA GENERACIÓN EN UN MERCADO LIBERALIZADO	19
2.1 Planificación de la generación en los mercados eléctricos.....	22
2.1.1 Funciones de la planificación de la generación en los mercados eléctricos	23
2.1.2 Organización jerárquica de las funciones de la planificación	24
2.1.3 Nuevos aspectos de la planificación de la generación en los mercados eléctricos.....	26
2.1.4 Papel de los modelos de mercado en la planificación de la generación.....	28
2.2 Ámbitos de utilización de los modelos	28
2.2.1 Marco regulatorio	29
2.2.2 Grado de competencia del mercado.....	31
2.2.3 Alcance temporal.....	32
2.3 Criterios de clasificación de los modelos de medio plazo	35
2.3.1 Tratamiento de la incertidumbre	35
2.3.2 Consideración de las dependencias temporales.....	36
2.3.3 Consideración de la red de transporte.....	38
2.3.4 Nivel de detalle de la representación del sistema	40
2.3.5 Flexibilidad de modelado del mercado	41
2.4 Conclusiones.....	42
2.5 Referencias.....	44
3 MODELOS TEÓRICOS DE MERCADO PARA ESTUDIOS DE MEDIO PLAZO	47
3.1 Modelo de Cournot	50
3.1.1 Aplicación a un sistema térmico	50
3.1.2 Planteamiento	51
3.1.3 Formulación matemática	52
3.1.4 Condiciones de existencia y unicidad	54
3.1.5 Influencia de los contratos en el equilibrio de Cournot.....	54

3.2	<i>Modelo de Bushnell</i>	55
3.2.1	<i>Representación de un sistema hidrotérmico</i>	56
3.2.2	<i>Formulación matemática</i>	56
3.3	<i>El valor del agua en los mercados eléctricos</i>	58
3.3.1	<i>El valor del agua en el modelo de Bushnell</i>	59
3.3.2	<i>El valor del agua en un modelo dinámico</i>	59
3.3.3	<i>El valor del agua según diferentes modelos</i>	61
3.3.4	<i>Conclusiones sobre el valor del agua</i>	63
3.4	<i>Conclusiones</i>	63
3.5	<i>Referencias</i>	64
4	MODELO DE EXPLOTACIÓN DE LA GENERACIÓN BASADO EN EL PROBLEMA COMPLEMENTARIO	65
4.1	<i>Metodología basada en el problema complementario</i>	68
4.1.1	<i>Planteamiento</i>	68
4.1.2	<i>Descripción</i>	69
4.2	<i>Modelado del sistema</i>	72
4.2.1	<i>Representación del mercado</i>	72
4.2.2	<i>El equipo de generación térmica</i>	73
4.2.3	<i>El equipo de generación hidráulica</i>	74
4.3	<i>Formulación del problema de optimización de cada empresa</i>	75
4.3.1	<i>Función objetivo</i>	75
4.3.2	<i>Restricciones técnicas de la explotación</i>	76
4.3.3	<i>Ecuaciones auxiliares</i>	78
4.3.4	<i>Formación de la función de Lagrange de cada empresa</i>	79
4.3.5	<i>Condiciones de optimalidad de cada empresa</i>	80
4.4	<i>Formulación del problema del equilibrio del mercado</i>	83
4.4.1	<i>Condiciones de existencia y unicidad de solución</i>	84
4.5	<i>Significado de las condiciones de optimalidad</i>	85
4.5.1	<i>Producción térmica óptima de cada empresa</i>	86
4.5.2	<i>Producción térmica óptima de cada grupo</i>	86
4.5.3	<i>Producción hidráulica óptima</i>	87
4.5.4	<i>Consumo de bombeo óptimo</i>	88
4.5.5	<i>Gestión óptima de las reservas hidráulicas</i>	88
4.6	<i>Conclusiones</i>	89
4.7	<i>Referencias</i>	91
5	MODELO DE EXPLOTACIÓN BASADO EN OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES DE EQUILIBRIO	93
5.1	<i>Metodología basada en optimización con restricciones de equilibrio de mercado</i>	96
5.1.1	<i>Planteamiento</i>	96
5.1.2	<i>Otras aplicaciones</i>	97
5.1.3	<i>Programación matemática con restricciones de equilibrio</i>	98
5.2	<i>Modelado del sistema</i>	99
5.2.1	<i>Obtención del equilibrio del mercado</i>	99
5.2.2	<i>Comportamiento de las empresas</i>	100
5.2.3	<i>Modelado de la generación</i>	104

5.3	<i>Formulación matemática del modelo</i>	104
5.3.1	<i>Función objetivo</i>	105
5.3.2	<i>Restricciones técnicas de la explotación</i>	105
5.3.3	<i>Restricciones de equilibrio del mercado</i>	107
5.4	<i>Conclusiones</i>	109
5.5	<i>Referencias</i>	110
6	RESULTADOS	111
6.1	<i>Implantación</i>	113
6.1.1	<i>Estudio comparativo entre optimizadores</i>	113
6.2	<i>Aplicación a un caso ejemplo</i>	115
6.2.1	<i>Descripción del caso base</i>	115
6.2.2	<i>Resultados del mercado</i>	118
6.2.3	<i>Análisis de los resultados de la explotación</i>	122
6.2.4	<i>Análisis de la gestión interperiodo de los embalses</i>	128
6.2.5	<i>Análisis del valor del agua</i>	129
6.2.6	<i>Influencia de los contratos a largo plazo</i>	130
6.2.7	<i>Influencia de la pendiente de la demanda</i>	132
6.3	<i>Aplicación al sistema español</i>	134
6.3.1	<i>Descripción del sistema español modelado</i>	135
6.3.2	<i>Resultados</i>	139
6.4	<i>Referencias</i>	149
7	CONCLUSIONES	151
7.1	<i>Resultados y conclusiones</i>	153
7.2	<i>Aportaciones originales</i>	156
7.3	<i>Líneas de continuación</i>	158
A	MODELOS DE MERCADO DEL ANÁLISIS MICROECONÓMICO	163
A.1	<i>Conceptos fundamentales de Microeconomía</i>	166
A.1.1	<i>Curva de la demanda</i>	166
A.1.2	<i>Curva de la oferta</i>	166
A.1.3	<i>Ley de la oferta y la demanda</i>	167
A.2	<i>Tipos de estructuras de mercado</i>	167
A.2.1	<i>Competencia perfecta</i>	168
A.2.2	<i>Competencia imperfecta</i>	170
A.2.3	<i>Monopolio no regulado</i>	171
A.2.4	<i>Oligopolio</i>	173
A.3	<i>Modelos de oligopolio</i>	175
A.3.1	<i>Competencia en cantidades: modelo de Cournot</i>	175
A.3.2	<i>Competencia en precios: modelo de Bertrand</i>	177
A.3.3	<i>Liderazgo en la elección de cantidad: modelo de Stackelberg</i>	178
A.3.4	<i>Liderazgo en la elección de precio</i>	180
A.3.5	<i>Competencia Bertrand-Edgeworth</i>	181

<i>A.4</i>	<i>Influencia de la limitación de precios en el equilibrio del mercado</i>	183
<i>A.4.1</i>	<i>Monopolio</i>	183
<i>A.4.2</i>	<i>Oligopolio</i>	185
<i>A.4.3</i>	<i>Pseudo equilibrio del oligopolio</i>	187
<i>A.5</i>	<i>Conclusiones</i>	188
<i>A.6</i>	<i>Referencias</i>	190
B	EL PROBLEMA COMPLEMENTARIO	191
<i>B.1</i>	<i>Definiciones básicas</i>	194
<i>B.1.1</i>	<i>El Problema Complementario</i>	194
<i>B.1.2</i>	<i>El Problema Complementario Lineal</i>	194
<i>B.1.3</i>	<i>El Problema Complementario Mixto</i>	194
<i>B.1.4</i>	<i>El Problema Complementario Mixto Lineal</i>	195
<i>B.2</i>	<i>Formulaciones equivalentes</i>	195
<i>B.2.1</i>	<i>Formulación de un problema de optimización como un MCP</i>	195
<i>B.2.2</i>	<i>Formulación de un problema cuadrático como un LMCP</i>	196
<i>B.3</i>	<i>Resolución del problema complementario</i>	197
<i>B.4</i>	<i>Referencias</i>	199

Índice de figuras

Figura 1.1 Representación esquemática de las tendencias de modelado del mercado de generación de electricidad	6
Figura 2.1 Relación jerárquica de las decisiones según el alcance temporal	25
Figura 2.2 Representación esquemática de los ámbitos de utilización de los modelos.....	29
Figura 2.3 Ámbitos de utilización de los modelos teóricos de mercado.....	32
Figura 2.4 Atributos básicos para la comparación entre modelos	38
Figura 2.5 Atributos básicos para la comparación entre modelos deterministas	40
Figura 2.6 Atributos avanzados para la comparación entre modelos (I).....	41
Figura 2.7 Atributos avanzados para la comparación entre modelos (II).....	43
Figura 4.1 Formulación matemática del equilibrio del mercado	68
Figura 4.2 Problema de optimización de una empresa.....	69
Figura 4.3 Formulación matemática del equilibrio del mercado como un problema complementario	72
Figura 5.1 Equilibrio del mercado.....	100
Figura 5.2 Equilibrio del mercado con restricciones de equilibrio	102
Figura 6.1 Precio del mercado y demanda satisfecha.....	118
Figura 6.2 Producción de la empresa A para cada grupo, periodo y nivel.....	120
Figura 6.3 Producción de la empresa B para cada grupo, periodo y nivel.....	121
Figura 6.4 Producción de la empresa C para cada grupo, periodo y nivel.....	122
Figura 6.5 El valor del agua según los modelos de Bushnell y Barquín.....	130
Figura 6.6 Precio y demanda satisfecha en cada escenario de contratación.....	131
Figura 6.7 Cuotas de mercado en cada escenario de contratación	132
Figura 6.8 Procedimiento de construcción de la función de la demanda.....	133
Figura A.1 Equilibrio entre el suministro y la demanda.....	167
Figura A.2 Curva de oferta de una empresa en competencia perfecta.....	169
Figura A.3 Equilibrio del mercado en competencia perfecta y en un monopolio	173
Figura A.4 Equilibrio del mercado en un monopolio con limitación de precios	185
Figura A.5 Equilibrio del mercado en un duopolio con limitación de precios	187

Índice de tablas

Tabla 2.1	Funciones tradicionales de la planificación de la generación	23
Tabla 2.2	Funciones adicionales de la planificación de la generación	24
Tabla 2.3	Comparación de algunos aspectos de la planificación de la generación	26
Tabla 5.1	Esquema de un modelo de explotación con restricciones de equilibrio	97
Tabla 6.1	Tamaño de los problemas y tiempos de cálculo	114
Tabla 6.2	Estructura de la generación de las empresas	116
Tabla 6.3	Datos característicos de los grupos de generación térmica	116
Tabla 6.4	Datos característicos de los grupos de generación hidráulica	117
Tabla 6.5	Datos característicos de la demanda	117
Tabla 6.6	Resultados del equilibrio del mercado	119
Tabla 6.7	Resultados económicos de la empresa A	120
Tabla 6.8	Resultados económicos de la empresa B	121
Tabla 6.9	Resultados económicos de la empresa C	122
Tabla 6.10	Resultados de los grupos térmicos de la empresa A	124
Tabla 6.11	Resultados de los grupos hidráulicos de la empresa A	125
Tabla 6.12	Resultados de los grupos de base de la empresa B	126
Tabla 6.13	Resultados de los grupos de punta de la empresa B	127
Tabla 6.14	Resultados de los grupos pertenecientes a la empresa C	128
Tabla 6.15	Nivel de reservas y valor del agua de los embalses	129
Tabla 6.16	Análisis del valor del agua del embalse HA2 en el periodo 1	130
Tabla 6.17	Escenarios en el nivel de contratación de las empresas	131
Tabla 6.18	Escenarios en el nivel de contratación de la empresa B	132
Tabla 6.19	Precios medios frente a escenarios en contratos y pendiente de la demanda	134
Tabla 6.20	Datos característicos de los grupos hidráulicos	135
Tabla 6.21	Energía disponible en GWh de los grupos hidráulicos regulables	136
Tabla 6.22	Datos de potencia en MW de los grupos hidráulicos fluyentes	136
Tabla 6.23	Datos característicos de los grupos térmicos convencionales	137
Tabla 6.24	Datos característicos de los grupos térmicos nucleares	138
Tabla 6.25	Datos característicos de la demanda	138
Tabla 6.26	Participación en los ingresos procedentes de los CTCs	139
Tabla 6.27	Precios marginales del sistema	140
Tabla 6.28	Producciones de los grupos nucleares	141
Tabla 6.29	Producciones de los grupos de carbón de importación	142
Tabla 6.30	Producciones de los grupos de hulla antracita (I)	142
Tabla 6.31	Producciones de los grupos de hulla antracita (II)	143
Tabla 6.32	Producciones de los grupos de lignito negro	144
Tabla 6.33	Producciones de los grupos de lignito pardo	144
Tabla 6.34	Producciones de los grupos de fuel	145
Tabla 6.35	Producciones de los grupos de gas natural	146
Tabla 6.36	Producciones de los grupos hidráulicos	147
Tabla 6.37	Producciones y consumos de los grupos de bombeo	148

Glosario de símbolos

Símbolos relacionados con operadores

Símbolo	Descripción
∇	Gradiente
∂	Derivada parcial
\perp	Ortogonal
\forall	Para todo
\in	Perteneciente a
z^T	Transpuesto de z

Índices

Símbolo	Descripción
b	Centrales de bombeo puro
c	Centrales térmicas
d	Ofertas equivalentes de demanda
e	Empresas
h	Centrales hidráulicas con o sin bombeo estacional
n	Niveles de demanda
p	Periodos
t	Grupos térmicos

Parámetros de los modelos formulados¹

Símbolo	Descripción
$A_{p,h}$	Aportaciones de energía en el periodo p en la central h [TWh] o [m ³]
$\bar{b}_b, \underline{b}_b$	Potencia máxima y mínima de bombeo de la central b [GW]
$\bar{b}_h, \underline{b}_h$	Potencia máxima y mínima de bombeo de la central h [GW]
$C_{p,c}$	Compras de combustible en el periodo p de la central c [TWh] o [kTcal]
c_e, c'_e	Término independiente [Mpta/TWh] y lineal [(Mpta/TWh)/GW] de la aproximación lineal del coste variable de la empresa e
$d_{n,p}, d'_{n,p}$	Demanda comprada en el mercado a precio cero [GW] y pendiente de la función lineal de la demanda en el nivel n del periodo p [(Mpta/TWh)/GW]
$D_{n,p}$	Duración del nivel de carga n del periodo p [kh]
g	Aceleración de la gravedad [m/s ²]
$\bar{h}_{p,h}, \underline{h}_{p,h}$	Potencia máxima y mínima en el periodo p de la central h [GW]
$\bar{h}_b, \underline{h}_b$	Potencia máxima y mínima la central b [GW]
k_t	Coefficiente de consumos propios del grupo t [p.u.]
$L_{p,e}$	Generación contratada a largo plazo en el periodo p de la empresa e [GW]
$\bar{n}_d, \underline{n}_d$	Potencia máxima y mínima de la oferta equivalente d [GW]
o'_t, o''_t	Término lineal [kTcal/TWh] y cuadrático [kTcal/(GW ² ·kh)] de la función de consumo específico del grupo t
$\bar{p}_t, \underline{p}_t$	Potencia máxima y mínima del grupo t [GW]
\bar{R}_b	Nivel de reservas máximo de la central b [TWh]
$\bar{R}_{p,h}, \underline{R}_{p,h}$	Nivel de reservas máximo y mínimo en el periodo p de la central h [TWh] o [m]
$\bar{S}_{p,c}, \underline{S}_{p,c}$	<i>Stock</i> máximo y mínimo en el periodo p de la central c [kTcal] o [TWh]
u_t	Coste variable de operación y mantenimiento del grupo t [Mpta/GW]
v_t	Coste del combustible del grupo t [Mpta/kTcal]
$w_{n,p,d}$	Precio de la oferta d en el nivel n del periodo p [GW]
η_b	Rendimiento del ciclo bombeo-turbinación de la central b [p.u.]
η_h	Rendimiento del ciclo bombeo-turbinación de la central h [p.u.]
ρ_{H_2O}	Densidad del agua [kg/m ³]

¹ El término “modelos formulados” se refiere tanto al modelo descrito en el capítulo cuatro basado en el problema complementario como al descrito en el capítulo cinco basado en optimización con restricciones de equilibrio.

Variables de decisión de los modelos formulados

Símbolo	Descripción
$a_{n,p,t}$	Decisión de acoplamiento en el nivel n del periodo p por el grupo t [0,1]
$b_{n,p,b}$	Potencia consumida en el nivel n del periodo p por la central b [GW]
$b_{n,p,h}$	Potencia consumida en el nivel n del periodo p por la central h [GW]
$E_{p,h}$	Energía de las reservas en el periodo p del grupo h [TWh]
$g_{n,p,e}$	Potencia generada total en el nivel n del periodo p por la empresa e [GW]
$h_{n,p,b}$	Potencia generada en el nivel n del periodo p por la central b [GW]
$h_{n,p,h}$	Potencia generada en el nivel n del periodo p por la central h [GW]
$n_{n,p,d}$	Potencia demanda en el nivel n del periodo p por la oferta d [GW]
$p_{n,p,t}$	Potencia generada en el nivel n del periodo p por el grupo t [GW]
$R_{p,h}$	Reservas hidráulicas al principio del periodo p de la central h [TWh] o [m]
$S_{p,c}$	<i>Stock</i> de combustible al principio del periodo p de la central c [kTcal] o [TWh]
L_e	Función de Lagrange de la empresa e [Mpta]
$\pi_{n,p}$	Precio marginal del sistema en el nivel n del periodo p [Mpta/TWh]

Variables duales de los modelos formulados

Símbolo	Descripción de la restricción asociada
$\mu_{p,b}^R$	Gestión de las reservas en el periodo p de la central b [Mpta/TWh]
$\mu_{p,h}^R$	Gestión de las reservas en el periodo p de la central h [Mpta/TWh] o [Mpta/m]
$\mu_{p,c}^S$	Gestión del stock en el periodo p de la central c [Mpta/kTcal] o [Mpta/TWh]
$\mu_{p,b}^{\bar{R}}$	Límite de energía bombeada en el periodo p de la central b [Mpta/TWh]
$\mu_{p,h}^{\underline{R}}; \mu_{p,h}^{\bar{R}}$	Cotas de las reservas en el periodo p de la central h [Mpta/TWh] o [Mpta/m]
$\mu_{p,c}^{\underline{S}}; \mu_{p,c}^{\bar{S}}$	Cotas del stock en el periodo p de la central c [Mpta/ kTcal] o [Mpta/TWh]
$\mu_{n,p,t}^{\underline{p}}; \mu_{n,p,t}^{\bar{p}}$	Cotas de la potencia en el nivel n del periodo p del grupo t [Mpta/GW]
$\mu_{n,p,h}^{\underline{h}}; \mu_{n,p,h}^{\bar{h}}$	Cotas de la potencia en el nivel n del periodo p del grupo h [Mpta/GW]
$\mu_{n,p,h}^{\underline{b}}; \mu_{n,p,h}^{\bar{b}}$	Cotas del bombeo en el nivel n del periodo p del grupo h [Mpta/GW]
$\mu_{n,p,b}^{\underline{h}}; \mu_{n,p,b}^{\bar{h}}$	Cotas de la potencia en el nivel n del periodo p del grupo b [Mpta/GW]
$\mu_{n,p,b}^{\underline{b}}; \mu_{n,p,b}^{\bar{b}}$	Cotas del bombeo en el nivel n del periodo p del grupo b [Mpta/GW]

Otros símbolos

Símbolo	Descripción
f_o^e	Función objetivo de la empresa e
B_e	Beneficio de la empresa e [Mpta]
C_e	Costes de la empresa e [GW]
CM_e	Coste marginal de la empresa e [Mpta/TWh]
$CM_{n,p,t}$	Coste marginal en el nivel n del periodo p del grupo t [Mpta/TWh]
g_k^e	Restricción k-ésima de desigualdad de la empresa e
h_j^e	Restricción j-ésima de igualdad de la empresa e
IC_e	Ingresos procedentes de contratos a largo plazo de la empresa e [Mpta]
IM_e	Ingreso marginal de la empresa e [Mpta/TWh]
$IM_{n,p,e}$	Ingreso marginal en el nivel n del periodo p de la empresa e [Mpta/TWh]
L_e	Generación contratada a largo plazo de la empresa e [GW]
L_I	Índice Lerner
m	Ecuación del mercado
P_e	Producción de la empresa e [GW]
$P_{p,e}^T$	Producción térmica en potencia en el periodo p de la empresa e [GW]
$P_{p,e}^H$	Producción hidráulica en potencia en el periodo p de la empresa e [GW]
Q_e^H	Energía disponible de la central hidráulica h de la empresa e [TWh]
R_H	Índice Hirschman-Herfindahl
T	Alcance temporal
x^e	Variables de decisión de la empresa e
α_e	Cuota de mercado de la empresa e
ε	Elasticidad de la demanda
λ_e^H	Valor del agua de la central hidráulica h de la empresa e [Mpta/TWh]
$\lambda_{\pi,e}$	Variable dual de la limitación de precio de la empresa e [Mpta/(pta/kWh)]
λ_j^e	Restricción j-ésima de igualdad de la empresa e
π	Precio de la electricidad [Mpta/TWh]
π_L	Precio límite [pta/kWh]
μ_k^e	Restricción k-ésima de desigualdad de la empresa e
π'	Pendiente de la función de la demanda [Mpta/TWh]
μ_k^e	Restricción k-ésima de desigualdad de la empresa e

Acrónimos

Símbolo	Descripción
AMPL	<i>A Modeling Programming Language</i>
GAMS	<i>General Algebraic Modeling System</i>
BOE	Boletín Oficial del Estado
CIGRE	<i>Conférence Internationale des Grands Réseaux Électriques</i>
COMEL	Compañía Operadora del Mercado Español de Electricidad
CSEN	Comisión del Sistema Eléctrico Nacional
CTCs	Costes de Transición a la Competencia
DC	<i>Direct Current</i>
INFORMS	<i>INstitute For Operations Research and the Management Science</i>
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
LCP	<i>Linear Complementarity Problem</i>
LMCP	<i>Linear Mixed Complementarity Problem</i>
LOSEN	Ley de Ordenación del Sistema Eléctrico Nacional
MATLAB	<i>MATrix LABoratory</i>
MCP	<i>Mixed Complementarity Problem</i>
MCRE	Minimización de Costes con Restricciones de Equilibrio
MILES	<i>Mixed Inequality and nonLinear Equation Solver</i>
MIP	<i>Mixed Integer Programming</i>
MPEC	<i>Mathematical Programming with Equilibrium Constraints</i>
MPO	Modelo de Planificación de Ofertas
OSL	<i>Optimization Subroutine Library</i>
REE	Red Eléctrica de España
SEGRE	Sistema Eléctrico Generación Red Español
SFE	<i>Supply Function Equilibria</i>
VI	<i>Variational Inequality</i>

Sistema de numeración

Los capítulos de esta tesis se han numerado del 1 al 7. Para los dos apéndices se han empleado las letras A y B. Los capítulos y apéndices están organizados en secciones, muchas de las cuales están divididas a su vez en apartados, que se han notado empleando números decimales del tipo 3.4.1 (apartado 1 de la sección 4 del capítulo 3).

Todas las tablas, figuras y ecuaciones –estas últimas entre paréntesis– se han numerado consecutivamente dentro del mismo capítulo empleando también números decimales. Por ejemplo, 3.5 representa el quinto ítem del capítulo 3.

Resumen

La entrada en funcionamiento de los mercados eléctricos de generación ha modificado profundamente los hábitos de gestión y explotación de las empresas generadoras. Sus departamentos de planificación deben asumir nuevas funciones y nuevas responsabilidades relacionadas con el mercado para las que se requieren nuevas herramientas de ayuda a la toma de decisiones. El objetivo de esta tesis consiste en dar solución a esta nueva necesidad que aparece como consecuencia del proceso de liberalización de los sistemas de energía eléctrica.

Los modelos matemáticos empleados en las citadas herramientas de planificación para representar la explotación de la generación en un contexto de competencia, deben basarse en nuevos planteamientos conceptuales que consideren correctamente los mecanismos del mercado que son ahora los que explican quién produce, cuándo y además a qué precio debe ser remunerado.

Esta tesis se ocupa del desarrollo de una metodología para el diseño de modelos de explotación que representen con realismo el comportamiento de las empresas y la explotación a medio plazo de los medios de producción y que, además, puedan ser aplicados a sistemas eléctricos de tamaño real. Para ello, y como a continuación se expone, esta tesis mezcla las técnicas clásicas de optimización aplicadas tradicionalmente a la planificación con nuevos conceptos extraídos de la teoría microeconómica. Además, por lo reciente de los desarrollos efectuados en este campo, existe una cierta confusión en cuanto a la diversidad de metodologías y modelos que se están proponiendo. Es por ello por lo que en los primeros capítulos se trata de clarificar el panorama, analizando y estructurando las nuevas funciones de la planificación de la generación en un contexto desregulado y presentando una clasificación propia de las distintas metodologías propuestas en la literatura científica de acuerdo a su ámbito de utilización y a otros criterios considerados relevantes.

La principal contribución de la tesis consiste en el desarrollo de una metodología que permite reproducir la competencia de las empresas –como en el equilibrio de Cournot– al mismo tiempo que permite considerar en detalle las restricciones técnicas que afectan a los medios de producción de electricidad. El método consiste en formular explícitamente las ecuaciones que definen el comportamiento óptimo de cada una de las empresas mediante sus condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker–. El sistema de ecuaciones que resulta se puede resolver directamente aprovechando que tiene la estructura de un “Problema Complementario”, cuyas particularidades permiten emplear metodologías especiales de resolución incorporadas hoy en día en potentes y probados paquetes informáticos comerciales.

Con el objetivo de acelerar la resolución del problema complementario, se ha desarrollado en esta tesis un procedimiento rápido para la obtención de una solución aproximada del equilibrio del mercado que proporcione una buena solución inicial. El método se basa en formular un problema tradicional de minimización de los costes de

explotación que incorpora el comportamiento del mercado a través de un conjunto de restricciones denominadas en esta tesis “Restricciones de Equilibrio”.

El trabajo de investigación realizado ha culminado con la implantación informática de un modelo de cálculo adecuado a las características del caso español y orientado a la realización de estudios de medio plazo. Este modelo ha permitido comprobar las prestaciones de la metodología propuesta para el modelado de la explotación de la generación en un contexto de competencia, así como su viabilidad y correcto funcionamiento con problemas de tamaño real.

Capítulo 1

Introducción

Este capítulo introductorio sitúa el objetivo y planteamiento de la tesis en el contexto actual de los sistemas de energía eléctrica. Los cambios regulatorios y organizativos que ha sufrido la industria eléctrica han modificado profundamente los hábitos de operación y planificación del sector. Ello ha despertado el interés de los investigadores, dando origen a numerosas publicaciones que proponen nuevos métodos y técnicas para el desarrollo de modelos de ayuda a la planificación de la explotación. Sin embargo, y como la revisión del estado del arte pone de manifiesto, estos nuevos planteamientos presentan algunas limitaciones y carencias que motivan las propuestas metodológicas desarrolladas en esta tesis.

La organización de la industria eléctrica a escala internacional ha experimentado en la última década cambios significativos a un ritmo sin precedentes en su historia, con el propósito de establecer nuevos esquemas regulatorios basados en los principios de equidad, transparencia y libre competencia. El objetivo último de estas transformaciones consiste en conseguir una mejora de la eficiencia mediante la introducción de mecanismos de mercado en aquellas actividades que pueden realizarse en condiciones competitivas¹. Así en España, aunque las actividades asociadas al transporte y a la distribución de energía eléctrica han sufrido importantes cambios, es el negocio de generación el que más profundas reformas ha experimentado. En particular los estudios, análisis y modelado del funcionamiento de los mercados de generación de electricidad han despertado gran interés por parte tanto de las empresas productoras como del regulador y en consecuencia, por su novedad, han sido objeto de investigación por la comunidad científica. En esta línea se sitúan los desarrollos presentados en esta tesis sobre la planificación de la explotación de la generación eléctrica a medio plazo² en un contexto liberalizado.

En un esquema de regulación tradicional del sector eléctrico, la planificación centralizada de los medios de producción tiene por objeto operar a mínimo coste las instalaciones de generación para cubrir la demanda con una seguridad de suministro satisfactoria. Aunque el objetivo último perseguido con un esquema desregulado³ sea el mismo, los mecanismos que se articulan para su consecución son notoriamente distintos: se identifican y diferencian distintos productos y servicios –energía y servicios complementarios– que se negocian en varios mercados, crece el papel de los agentes más directamente implicados –empresas y consumidores– cuyas decisiones, guiadas por la búsqueda del máximo beneficio individual, llevan al sistema al logro del óptimo económico manteniendo una seguridad y calidad de suministro aceptables. En consecuencia, la planificación de la generación tiene que sufrir profundos cambios, tanto conceptuales como prácticos, que plantean un interesante y amplio reto investigador en el cual se enmarca esta tesis.

Los planificadores han buscado, desde que las tecnologías de la computación lo han permitido, el respaldo de modelos matemáticos de simulación que faciliten sus procesos de toma de decisiones. Esto se ha debido a los elevados costes de inversión y a los no despreciables costes de explotación que están en juego, así como a la complejidad de las limitaciones técnicas que afectan a la operación de los medios de generación. Además en un esquema desregulado, los hábitos de funcionamiento y

¹ En [Pérez Arriaga, 97] se presenta una interesante discusión sobre los factores que han impulsado el proceso de liberación del sector eléctrico centrándose en el caso español.

² En la sección 2.1 se describe el convenio seguido en esta tesis para delimitar los diferentes alcances de tiempo. En particular, los estudios cuyo alcance abarca desde varios meses a un año se consideran de medio plazo.

³ Al proceso de reestructuración del sector eléctrico se le suele calificar como desregulación, aunque quizás un término más apropiado sería “reregulación”. Esto es debido a que la liberalización del mercado ha supuesto, más que una supresión de normas, una profunda revisión y diseño de las nuevas reglas del juego.

gestión de los sistemas eléctricos se modifican profundamente. Las empresas deben asumir nuevas funciones y responsabilidades que modifican sus procedimientos de toma de decisiones, percibiendo con mayor intensidad si cabe la necesidad de contar con herramientas de apoyo a la planificación. En efecto, en un esquema de mercado, los resultados económicos, contables y bursátiles de una empresa son el fruto directo de lo acertado de sus estrategias y decisiones. Las decisiones de compra y venta de energía en el corto plazo tienen que responder a estrategias bien definidas de medio y largo plazo en las que se analice el comportamiento del mercado y en consecuencia se decida la posición óptima de la empresa.

Esta tesis trata de dar respuesta a la nueva necesidad de herramientas de planificación adecuadas a un contexto de mercado, proponiendo una metodología de diseño de modelos de explotación de la generación que permite representar correctamente el comportamiento de las empresas en el mercado y modelar con realismo la operación de los medios de producción considerando las peculiaridades del caso español. Además, por lo reciente de los desarrollos efectuados en este campo, existe una cierta confusión en cuanto a la diversidad de metodologías y modelos que se están proponiendo. Es por ello por lo que en los primeros capítulos se trata de clarificar el panorama, analizando y estructurando las nuevas funciones de la planificación de la generación en un contexto desregulado y presentando una clasificación propia de las distintas metodologías propuestas en la literatura científica de acuerdo a su ámbito de utilización y a otros criterios considerados relevantes.

1.1 Marco de la tesis

España se ha incorporado con decisión a la tendencia mundial de desregular y liberalizar el funcionamiento del sector eléctrico, situándose en el grupo de cabeza en la introducción de mecanismos de competencia en un sector tradicionalmente regulado y tutelado por el Estado⁴. Estas transformaciones comenzaron en el año 1994 con la Ley de Ordenación del Sistema Eléctrico Nacional. De la aplicación de la LOSEN nace la Comisión del Sistema Eléctrico Nacional (CSEN) como ente regulador, la cual lidera en un principio la desregulación del sector. Con el cambio de Gobierno en el año 1996 se acelera el proceso de transformaciones, culminando con la firma del “Protocolo para el Establecimiento de una Nueva Regulación del Sistema Eléctrico Nacional” el 11 de diciembre de 1996, y la aprobación de la nueva Ley 54/1997 del Sector Eléctrico [BOE, 97a]. El elemento básico del nuevo marco es el Mercado de Producción de Energía Eléctrica en funcionamiento desde el 1 de enero

⁴ Dos interesantes descripciones de la organización del sector eléctrico español son [Kahn, 96] y [Kanh, 98a]. La primera estudia la situación previa a la desregulación, mientras que la segunda describe el proceso de transformaciones discutiendo el papel de los costes de transición a la competencia (CTCs).

de 1998, y regulado por el Real Decreto 2019/1997 [BOE, 97b]⁵. Este mercado fija el precio de referencia de la energía eléctrica sobre el que se articulan los distintos instrumentos financieros propios de cualquier mercado (contratos, seguros, opciones, futuros, etc.).

El Mercado de Producción de Energía Eléctrica se estructura en tres tramos: el mercado diario, el intradiario y el de servicios complementarios. El mercado diario recoge las transacciones de compra y venta de energía para el día siguiente, siendo hoy en día el de mayor importancia económica para las empresas generadoras alcanzando el 95 % del volumen total de su negocio. El intradiario sirve como mecanismo de ajuste a la programación diaria y el de complementarios recoge las transacciones de aquellos servicios indispensables para asegurar el suministro de energía en las condiciones de calidad, fiabilidad y seguridad necesarias.

Los tres mercados que componen el Mercado de Producción de Energía Eléctrica se basan en ofertas de compra y venta de los agentes. En cada uno de ellos el equilibrio entre la oferta y la demanda define el precio al que se realizan las transacciones –precio de la oferta más alta de venta necesaria para satisfacer la demanda–, de ahí la especial relevancia que cobra para las empresas eléctricas un adecuado modelado del mercado y del comportamiento de los agentes. Los trabajos realizados en esta tesis se han centrado en el modelado a medio plazo del mercado de energía por su mayor repercusión económica. No obstante, el estudio de los mercados de servicios complementarios es un tema de interés para el sector eléctrico, que está siendo objeto de intensa investigación⁶.

En este nuevo contexto, en el que el negocio de producción de electricidad se rige por las leyes del mercado, el concepto clásico de planificación de la generación debe ampliarse para incorporar estudios totalmente novedosos sobre la influencia de las estrategias de mercado, ya que es el propio mercado el que finalmente decidirá qué grupos producen y a qué precios van a ser remunerados. Por lo tanto, a los tradicionales estudios de planificación relacionados con la expansión, explotación y operación óptimas para satisfacer la demanda, hay que añadir nuevos estudios estratégicos orientados a decidir la posición óptima de la empresa en el mercado⁷. Estos estudios deben responder a nuevas cuestiones tales como: cuál es el precio esperado, qué beneficio espera obtener la empresa, en qué riesgo incurre o qué cuota de mercado se ajusta a sus intereses.

⁵ Una completa recopilación de artículos que describen el proceso de transformaciones que ha conducido al nuevo marco regulatorio español se puede encontrar en el siguiente número monográfico [Anales, 98].

⁶ Dos referencias de carácter general sobre los mercados de servicios complementarios son [Kirsch, 95] y [Baughman, 97], mientras que [de la Fuente, 99] y [Relaño, 99] se centran más en el caso español.

⁷ Esta tesis se centra en el problema de la planificación de la explotación de las empresas productoras, aunque en un contexto desregulado tanto los operadores del sistema y del mercado como el ente regulador requieren nuevas herramientas.

1.2 Tendencias de modelado

Coincidiendo con el proceso de cambios en la organización del sector eléctrico, el interés de los investigadores en el desarrollo de modelos adaptados a las nuevas circunstancias ha crecido dando origen a numerosas publicaciones que tratan de conjugar el modelado realista del comportamiento de las empresas con la representación detallada de la explotación de los medios de producción. La revisión de las tendencias de modelado que se presenta en esta sección pretende situar la línea de trabajo seguida en esta tesis, recogiéndose en los dos siguientes capítulos una descripción mucho más detallada de aquellos enfoques de mayor relación e interés para la tesis.

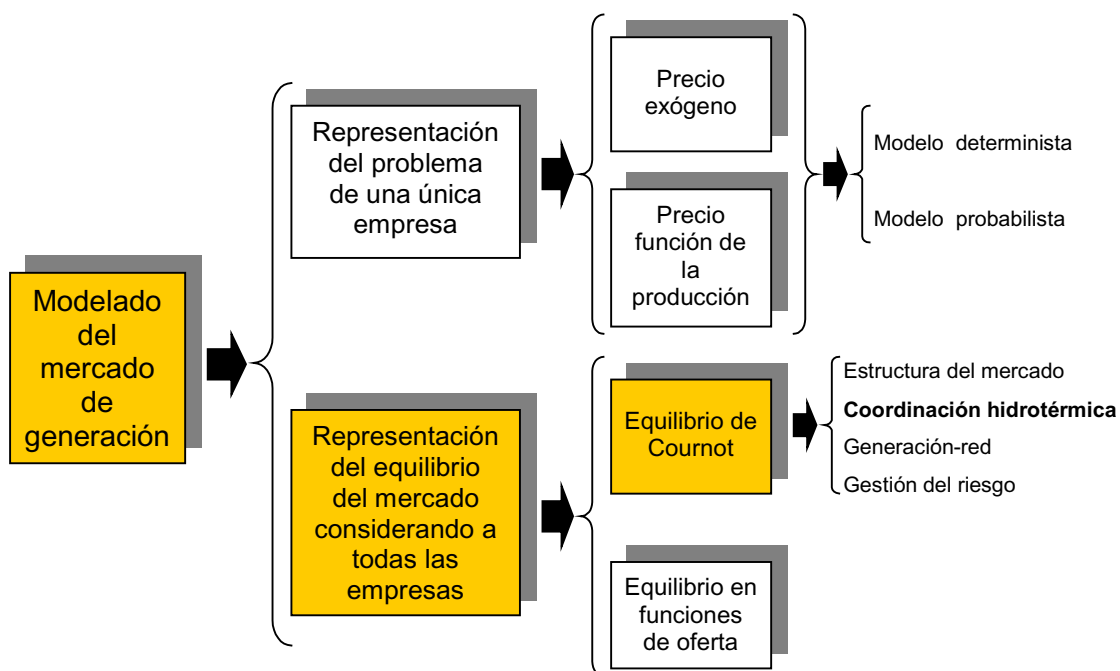


Figura 1.1 Representación esquemática de las tendencias de modelado del mercado de generación de electricidad

A continuación se repasan, siguiendo el esquema de la Figura 1.1, las publicaciones más representativas de las grandes tendencias de modelado de los mercados reales de generación de electricidad:

- Por un lado están los trabajos orientados a la representación del problema de explotación óptima de una única empresa, en los que el comportamiento de sus competidores se sintetiza en el modelado del precio.
- Por otro lado están los trabajos que representan explícitamente el equilibrio del mercado mediante la consideración de la competencia entre todas las empresas.

En la figura anterior se ha resaltado la tendencia de modelado seguida en esta tesis: representación explícita del equilibrio del mercado mediante el modelo de Cournot para la realización de estudios de sistemas hidrotérmicos.

1.2.1 Representación de la explotación óptima de una única empresa

Esta primera gran tendencia de modelado agrupa los trabajos centrados en la representación del problema de optimización de una única empresa –maximización del beneficio sujeto a las restricciones que se consideren relevantes–, el cual puede estar relacionado tanto con la explotación de la generación como con la formación de ofertas de venta al mercado. Debido a que estos planteamientos no consideran la competencia entre todas las empresas, la representación del mercado se reduce al modelado del precio.

Los trabajos que siguen esta primera tendencia se pueden clasificar en dos grupos, en función de las hipótesis realizadas sobre el modelado del precio del mercado:

- Por un lado están los modelos más básicos que consideran el precio como una variable exógena al problema de optimización planteado.
- Por otro lado están los modelos que consideran explícitamente la relación entre el precio y las decisiones de la propia empresa.

Precio exógeno

El nivel más bajo de modelado del mercado consiste en representar el precio como una variable exógena del problema de optimización de la empresa en estudio. De esta forma la no linealidad intrínseca de la función que relaciona los ingresos procedentes del mercado –precio por producción– desaparece, pudiéndose formular y resolver el problema de maximización del beneficio de cada empresa empleando las técnicas tradicionales de optimización lineal. Sin embargo, al no considerar estos modelos la relación entre el precio y la propia producción sólo son aptos para su aplicación a los mercados cuasiperfectos o para el estudio del funcionamiento de empresas de reducido tamaño⁸.

Uno de los artículos más conocidos sobre el modelado del comportamiento de las empresas de generación de electricidad en un contexto de competencia se encuentra

⁸ En la sección A.2 del apéndice A se presentan los conceptos básicos de las distintas estructuras de mercado (competencia perfecta, monopolio y oligopolio) y se describe el comportamiento óptimo y razonable de las empresas.

en [Gross, 96]⁹. Este enfoque resuelve el problema de optimización de la producción considerando competencia perfecta, y que además, el precio es conocido de antemano. De esta forma el problema de optimización de cada empresa se puede resolver de forma independiente. Las conclusiones alcanzadas son las esperadas: los grupos deben producir hasta que su coste marginal de producción alcance el precio del mercado.

El planteamiento anterior se puede mejorar notablemente considerando la incertidumbre en el precio. En [Fleten, 97] se presenta un modelo probabilista de gestión óptima de la cartera de contratos y de la generación hidráulica de una empresa, que considera como variables aleatorias el precio y las aportaciones hidráulicas. Este modelo se ha desarrollado considerando las especiales características del mercado escandinavo (*Nord Pool*), principalmente hidráulico y con dos mercados de futuros. Posteriormente el grupo de trabajo de la CIGRE 38-05-09 ha desarrollado un modelo inspirado en el anterior que gestiona conjuntamente la cartera de contratos y la operación de la generación térmica e hidráulica de una empresa [Pereira, 99]. El problema de optimización estocástica de muy gran tamaño que resulta, se resuelve mediante descomposición de Benders: el problema maestro gestiona la compraventa de contratos mientras que los subproblemas resuelven la operación de la generación y el ejercicio de las opciones.

Precio dependiente de la producción

A diferencia de la línea de trabajo anterior que considera el precio como una variable exógena, existe otra interesante línea de investigación que considera explícitamente la influencia sobre el precio de las decisiones de la empresa en estudio. Estos trabajos se centran en el problema de maximización, con alcance de corto plazo, del beneficio de una empresa frente a la demanda residual cedida por sus competidores en mercados formados por pocas empresas¹⁰. Precisamente la función de la demanda residual es la que permite relacionar directamente el precio con la decisión de producción de la empresa.

En [García, 99] se aborda el problema de la programación semanal¹¹ de una empresa con fuerte componente de generación térmica. En este artículo se propone una linealización a tramos de la función objetivo debido a que al modelar la demanda residual mediante una relación lineal entre la producción y el precio, la función de ingresos del mercado se convierte en cuadrática. Esta linealización permite la utilización de optimizadores comerciales potentes y fiables como OSL o CPLEX. En [Baílo, 99] se presenta un modelo similar al anterior con énfasis en el problema

⁹ Otro artículo del mismo autor con idéntico contenido aunque título distinto es [Gross, 99].

¹⁰ La adaptabilidad de este enfoque de modelado del precio al problema de corto plazo en condiciones de competencia imperfecta se justifica en la sección 2.2.3 del siguiente capítulo.

¹¹ En el contexto español tiene más sentido abordar el problema del comúnmente denominado *Unit Commitment* con alcance de una semana. Esto es debido a que las decisiones de arranque y parada de grupos presentan una clara estacionalidad semanal.

hidrotérmico, que además permite el tratamiento de funciones de beneficio no convexas.

En contraste con los trabajos deterministas anteriores, Anderson y Philpott [Anderson, 99] formulan el problema de la construcción de la curva de oferta óptima de una sola empresa frente a la incertidumbre tanto de la demanda como del comportamiento de la competencia. En este sentido modelan la demanda residual a la que se enfrenta una empresa mediante una distribución de probabilidad que depende de dos variables, el precio y la cantidad, en vez de con la tradicional curva de la demanda. Este nuevo planteamiento supone un impulso conceptual al desarrollo de soluciones encaminadas a convertir la curva de oferta de una empresa en un mecanismo eficiente para gestionar su riesgo asociado a variaciones en la demanda y al comportamiento de sus competidores. Una aplicación de este trabajo teórico que considera en detalle las restricciones que afectan a la operación de la generación se propone en [Baíllo, 00].

1.2.2 Representación del equilibrio del mercado

En esta segunda gran tendencia de modelado se agrupan los trabajos orientados a la obtención del equilibrio del mercado mediante la representación del comportamiento de todas las empresas que compiten en el mismo. En [Kahn, 98b] se puede encontrar una buena revisión de esta línea de trabajo que distingue entre dos enfoques que se diferencian según las hipótesis realizadas sobre las estrategias en las que compiten las empresas.

- El enfoque más tradicional y extendido considera que las empresas eléctricas compiten con estrategias de cantidad, como en el modelo de equilibrio de Cournot.
- Mientras que el segundo enfoque, más sofisticado que el anterior, plantea el equilibrio del mercado en funciones de oferta¹².

Ambos planteamientos se basan en la obtención del equilibrio del mercado en el sentido de Nash¹³, con estrategias de cantidad y con estrategias de curvas de oferta respectivamente.

Equilibrio de Cournot

El planteamiento conceptual del equilibrio de Cournot es más sencillo y práctico que el equilibrio en funciones de oferta, lo que permite incorporar con mayor facilidad

¹² En la literatura técnica esta tendencia de modelado es denominada comúnmente como *Supply Function Equilibria* (SFE).

¹³ Se define equilibrio de Nash al resultado de un juego (en nuestro caso el mercado) en el cuál ningún jugador (empresa) mejora su beneficio modificando unilateralmente su estrategia.

las especiales características de los medios de producción que afectan al funcionamiento de los mercados eléctricos. Así, la mayor parte de los modelos desarrollados para el estudio de la explotación de la generación en un contexto de competencia imperfecta consideran de alguna forma el modelo de mercado propuesto por Cournot.

La argumentación teórica que justifica la validez de este planteamiento para representar el comportamiento de los mercados eléctricos ha quedado fuera del alcance de los trabajos que a continuación se revisan. Por el contrario, los economistas han investigado y discutido ampliamente sobre el funcionamiento de los mercados imperfectos. En [Vives, 88] se puede encontrar una amplia reflexión al respecto, que refrenda el modelo de Cournot como patrón de funcionamiento de los mercados en condiciones de competencia imperfecta. En este artículo se discuten los motivos que habilitan al equilibrio de Cournot, estático y de partida única, para el modelado de los mercados oligopolistas intrínsecamente dinámicos y obviamente repetitivos como es el caso de los mercados eléctricos en su diseño actual. En el Apéndice A, dedicado a revisar la teoría microeconómica, se resumen algunos de estos aspectos.

Uno de los primeros trabajos que emplea el equilibrio de Cournot como patrón de comportamiento de los mercados eléctricos reales se presenta en [Borenstein, 95]. En este artículo se propone este modelo teórico para el análisis de la *estructura del mercado* como una alternativa más sofisticada que la ofrecida por el índice de concentración Hirschman-Herfindahl o el índice de precios Lerner. Posteriormente Borenstein y Bushnell aplican este enfoque, desarrollando un modelo de simulación del mercado eléctrico californiano [Borenstein, 99]. Para el cálculo del equilibrio del mercado emplean un algoritmo iterativo en el que de forma secuencial cada empresa optimiza su explotación suponiendo que las decisiones de sus competidores son fijas, finalizando el proceso cuando ninguna empresa puede mejorar su beneficio cambiando sus decisiones de producción. Aunque este modelo ha sido aplicado con éxito al sistema californiano, presenta serias limitaciones de modelado al representar la explotación de los medios de producción de forma muy simplificada sin considerar, por ejemplo, las dependencias entre periodos.

El problema de la *coordinación hidrotérmica* en un contexto de competencia imperfecta, fue abordado por primera vez por Scott y Read [Scott, 1996]. Este modelo, desarrollado para analizar el mercado neocelandés, emplea la técnica matemática de la programación dinámica en la que en cada etapa se resuelve el equilibrio de Cournot en el caso de un duopolio. Hasta el momento sólo ha podido ser aplicado a sistemas de reducido tamaño debido a lo costoso de su resolución numérica. Bushnell, inspirado en el modelo anterior, plantea las condiciones de equilibrio del mercado de forma analítica, lo que le permite desarrollar un modelo conceptual sencillo, del que se pueden extraer valiosas conclusiones sobre el papel de la generación hidráulica en un mercado eléctrico [Bushnell, 98]. Recientemente,

Barquín emplea de nuevo programación dinámica y teoría de juegos para revisar, sobre un pequeño caso estudio, el significado del valor del agua en un contexto de competencia [Barquín, 00]. Los desarrollos presentados en esta tesis doctoral avanzan sobre la línea de investigación abierta por estos trabajos (analizados con mayor detalle en los capítulos 2 y 3), con el objetivo de representar con mayor realismo la explotación y el comportamiento de las empresas así como de facilitar su aplicación a problemas de tamaño real.

La influencia de las congestiones de la *red de transporte* sobre el comportamiento de las empresas generadoras es un tema de interés que ha dado lugar a interesantes desarrollos. En [Hogan, 97] y [Oren, 97] se propone modelar el mercado eléctrico con discriminación espacial de precios, en el que la competencia de las empresas se modela en cada uno de los tres nudos considerados como en el equilibrio de Cournot. En [Hobbs, 98] se presenta un algoritmo para la obtención del equilibrio del mercado basado en programación matemática con restricciones de equilibrio (*Mathematical Programming with Equilibrium Constraints* MPEC) que igual que los modelos anteriores no permite el tratamiento de problemas de tamaño real. Recientemente dos trabajos, uno del autor anterior [Hobbs, 99] y otro de Wei y Smeers [Wei, 99], emplean el mismo procedimiento de resolución numérica del equilibrio del mercado que el propuesto en esta tesis¹⁴, por lo que son estudiados con mayor detalle en el próximo capítulo. La formulación y cálculo del equilibrio del mercado con red mediante el problema complementario supone un avance notable al permitir el estudio de casos de mayor tamaño.

Las particularidades de los mercados eléctricos reales no han permitido trasladar con éxito las herramientas empleadas para la *gestión del riesgo* en los mercados financieros. En [Batlle, 00] se propone un procedimiento de valoración del riesgo frente a la incertidumbre en las aportaciones, la demanda y el precio de los combustibles que considera explícitamente el equilibrio del mercado mediante la utilización de un modelo de simulación del mercado eléctrico descrito en [Otero, 99]. Este modelo de simulación del mercado emplea un algoritmo iterativo de corte similar al de Borenstein y Bushnell para el cálculo del equilibrio del mercado. Sin embargo, este planteamiento modela con rigor complejos detalles de explotación lo que permite estudiar el impacto en el mercado de las limitaciones que afectan a los medios de producción bajo múltiples escenarios.

Equilibrio en funciones de oferta

El modelo teórico de equilibrio propuesto por Green y Newbery [Green, 92] constituye posiblemente el trabajo de investigación relacionado con el modelado del

¹⁴ Estos dos artículos coinciden en el tiempo con dos publicaciones, fruto de los trabajos desarrollados en esta tesis, que proponen el problema complementario como método de resolución numérica del equilibrio del mercado eléctrico [Ventosa, 99] y [Rivier, 99].

comportamiento de los mercados eléctricos –concretamente del caso inglés– que mayor difusión ha tenido. Su enfoque es una aplicación del ya clásico desarrollo de Klemperer y Meyer [Klemperer, 89] sobre la caracterización de los mercados oligopolistas basada en el equilibrio en funciones de oferta. En contraste con el equilibrio en competencia en cantidades de Cournot, el equilibrio propuesto por Klemperer y Meyer considera que las empresas realmente compiten a través de sus curvas de oferta. Green y Newbery combinan el soporte teórico que supone el mencionado equilibrio con que en el caso inglés las empresas deben ofertar una única curva de oferta para todas las horas del día. De esta forma la curva de oferta debe internalizar la variabilidad de la demanda a lo largo del día, lo que implica considerar la incertidumbre asociada a su valor. Estudios posteriores han mejorado este enfoque al permitir el tratamiento de funciones de oferta escalonadas [Rudkevich, 98].

Este enfoque probabilista tiene mayor valor teórico que práctico debido a que se obtienen múltiples soluciones que verifican las condiciones de equilibrio.

1.2.3 Conclusiones

En la revisión de las tendencias de modelado efectuada no se ha encontrado ninguna clasificación completa de las características de los modelos de explotación adecuados a los mercados eléctricos. Ello ha motivado que en el capítulo 2 se efectúe una clasificación y comparación entre los modelos de mayor relación e interés para el ámbito de la tesis con el objeto de detectar su adaptabilidad y su capacidad de representación de las características peculiares del mercado español.

Por otro lado, los avances mostrados en el modelado del funcionamiento de los mercados eléctricos reales han sido muy notables como se ha mostrado en esta sección. Sin embargo, estos enfoques todavía presentan algunas deficiencias algorítmicas (propiedades de convergencia, tamaño de problemas reducido y tiempos de cálculo excesivos) o limitaciones en cuanto a la correcta representación del sistema (no consideración de las restricciones técnicas que acoplan periodos, funciones de coste simplificadas o por ejemplo número de embalses limitado a uno o dos como máximo).

1.3 Objetivos y planteamiento de la tesis

Como se ha puesto de manifiesto en la introducción de este capítulo los cambios regulatorios del sector eléctrico han modificado profundamente la organización y gestión de las empresas, las cuales deben asumir nuevas responsabilidades para las que requieren herramientas de ayuda a la planificación basadas en nuevos planteamientos conceptuales. Sin embargo, y como se concluye en la revisión de las tendencias de modelado, no existen en la literatura modelos que representen

correctamente el comportamiento de las empresas y la explotación de los medios de producción y que además puedan ser aplicados a sistemas eléctricos de tamaño real.

En consecuencia, esta tesis nace con el propósito de desarrollar una metodología para el diseño de modelos de explotación que supere las limitaciones antes citadas. Estos modelos deben ser la herramienta empleada en la realización de estudios de medio plazo que ayuden a definir estrategias de mercado óptimas y robustas para las empresas propietarias de medios de producción. Para ello, y como a continuación se expone, esta tesis emplea las técnicas clásicas de optimización aplicadas tradicionalmente a la planificación junto con nuevos conceptos extraídos de la teoría microeconómica.

La consecución del objetivo citado ha requerido contestar ciertas cuestiones que no tenían una solución clara o concluyente. La primera pregunta a la que esta tesis se enfrentó fue:

¿Cómo se comportan las empresas eléctricas en un esquema desregulado?

La Microeconomía explica cómo las empresas eléctricas, que operan normalmente en mercados formados por pocos agentes, buscan el máximo beneficio considerando la interdependencia que existe entre sus decisiones y las de sus competidores. Ello suscita una segunda pregunta:

¿Existe un método matemático adecuado para el desarrollo de modelos de explotación de la generación que considere correctamente el comportamiento estratégico de las empresas?

La solución a este problema planteado en forma de pregunta constituye la principal aportación de la tesis. El método propuesto permite incluir en el modelo teórico de Cournot, que considera la maximización del beneficio de cada empresa, las restricciones que modelan las limitaciones típicas de los medios de producción. El problema resultante puede resolverse de forma eficiente aprovechando que tiene la estructura de un problema complementario¹⁵. Así, la última fase del trabajo de investigación ha consistido en adaptar el método anterior al caso español respondiendo a una tercera cuestión:

¿Cómo se puede aplicar la metodología basada en el problema complementario al desarrollo de un modelo de medio plazo adecuado a las peculiaridades del sistema eléctrico español?

Una de las mayores ventajas metodológicas del desarrollo de modelos empleando el problema complementario reside en su gran flexibilidad de modelado, lo que

¹⁵ El Apéndice B resume los conceptos relativos al problema complementario necesarios para el seguimiento y comprensión de esta tesis.

permite incorporar cualquier restricción que se considere relevante. En el caso español tiene especial importancia la gestión estacional de los recursos hidráulicos, la gestión de los parques de combustible y el papel del bombeo. Así mismo, dicha flexibilidad es aplicable al modelado del mercado, ya que permite considerar tanto los ingresos procedentes de los costes de transición a la competencia como los contratos a largo plazo de venta de energía y de compra de combustibles.

En resumen, el objetivo principal de la tesis consiste en desarrollar una metodología que permita el diseño de modelos de explotación de la generación que consideren adecuadamente el comportamiento del mercado así como los complejos detalles técnicos que condicionan la operación de los medios de producción.

1.4 Organización del documento

La exposición de la tesis se ha estructurado en siete capítulos y dos apéndices. Los capítulos presentan lo esencial del trabajo realizado, mientras que los apéndices recogen la información adicional que, aunque interesante para la comprensión de la tesis, podría distraer la atención del lector de la línea argumental de la exposición.

El capítulo 1, además de enmarcar el trabajo y fijar los objetivos, presenta una revisión de las tendencias más representativas sobre el modelado de la explotación en un contexto de competencia.

El capítulo 2 estudia cómo la desregulación del sector eléctrico ha modificado profundamente los mecanismos de gestión económica y estratégica de las empresas, discutiendo cuál debe ser el papel que los modelos de mercado deben tener en los estudios de planificación. Además, debido a la gran diferencia existente entre los diversos procedimientos empleados en la planificación, se proponen criterios de clasificación según el ámbito de utilización y según sus principales características. Esta clasificación facilita la localización de las limitaciones y deficiencias de los modelos que representan el estado del arte, dando lugar a las propuestas desarrolladas en esta tesis.

El capítulo 3 analiza en detalle los modelos teóricos de mercado de Cournot y de Bushnell, analizando bajo qué condiciones pueden ser empleados para representar la explotación de la generación en un entorno competitivo y discutiendo el significado del valor del agua en este contexto. Estos modelos constituyen los dos escalones conceptuales que anteceden al modelo propuesto en el siguiente capítulo.

El capítulo 4 presenta una metodología que permite reproducir la competencia de las empresas –como en el equilibrio de Cournot– al mismo tiempo que permite considerar en detalle las restricciones técnicas que afectan a los medios de producción de electricidad. El método consiste en formular explícitamente las ecuaciones que

definen el comportamiento óptimo de cada empresa. El sistema de ecuaciones que resulta de la consideración de todas las empresas, se resuelve directamente aprovechando que tiene la estructura de un problema complementario, cuyas particularidades permiten metodologías especiales de resolución incorporadas hoy en día en potentes y probados paquetes informáticos comerciales. Este capítulo es el que condensa en mayor medida la contribución de esta tesis.

El capítulo 5 presenta un procedimiento original para la obtención rápida de una solución inicial del equilibrio del mercado que acelera la resolución del modelo basado en el problema complementario. El método se basa en formular un problema tradicional de minimización de los costes de explotación que incorpora el comportamiento del mercado a través de un conjunto de restricciones denominadas en esta tesis “Restricciones de Equilibrio”.

El capítulo 6 presenta los resultados numéricos obtenidos. Se describe en primer lugar la implantación informática del modelo desarrollado, para a continuación sobre un ejemplo de tamaño reducido, describir los resultados más significativos obtenidos por el modelo. Finalmente, se presenta la aplicación sobre un ejemplo de tamaño grande como es el sistema eléctrico español, lo que permite comprobar la capacidad del método propuesto para el análisis de problemas reales.

El capítulo 7 recoge las conclusiones del trabajo realizado, resumiendo las aportaciones originales y sugiriendo las posibles líneas de continuación de esta tesis doctoral.

El apéndice A resume aquellos conocimientos de Microeconomía que facilitan el seguimiento de los capítulos centrales de la tesis. En particular se repasan los patrones de comportamiento de los mercados formados por pocas empresas.

El apéndice B recoge los conceptos matemáticos básicos del problema complementario sobre los que se sustenta el método de diseño de modelos de explotación desarrollado en esta tesis.

1.5 Referencias

- [Anales, 98] “Sector Eléctrico: la Liberalización”. *Anales de mecánica y electricidad*. Vol. LXXV. Fascículo II. Marzo-Abril 1998.
- [Anderson, 99] E. J. Anderson, A. B. Philpott, “Optimal offer curve construction in electricity markets”. *Technical report of Engineering Science Department*, University of Auckland, New Zealand, Available at <http://www.esc.auckland.ac.nz/People/Staff/Philpott>. May 1999.
- [Baíllo, 99] Baíllo, A., Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, M., Canseco, A., “Strategic Unit Commitment for Generation Companies in Deregulated Electricity Markets”. DIMACS/EPRI Workshop *The Next Generation of Unit Commitment Models*. Rutgers University, September 1999. Under review for the book *The Next Generation of Unit Commitment Models*.
- [Baíllo, 00] Baíllo, A., Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, M. “Strategic Bidding under Uncertainty in a Competitive Electricity Market”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Barquín, 00] Barquín, J., García-Gonzalez, J., Román, J. “Water value in competitive markets: dynamic programming and game theory”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Batlle, 00] Batlle, C., Otero-Novas, I., Alba, J. J., Meseguer, C., Barquín, J. “A model based in numerical simulation techniques as a tool for decision-making and risk management in a wholesale electricity market. Part I: General structure and scenario generators”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Baughman, 97] Baughman, M. L., Siddiqui, S. N., Zarnikau, J. W., “Advanced pricing in electrical systems Part I: Theory and Part II: Implications”. *IEEE Transactions on Power Systems* 12(1), 489-502, Feb. 1997.
- [BOE, 97a] Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico. BOE Número 285.
- [BOE, 97b] Real Decreto 2019/1997 de 26 de diciembre, por el que se organiza y regula el mercado de producción de energía eléctrica. B.O.E. núm. 310 de 27 de diciembre de 1997.
- [Borenstein, 95] Borenstein, S., Bushnell, J., Kahn, E. and Stoft, S. “Market Power in California Electricity Markets”. *Utilities Policy*. Vol. 5 No. 3/4 pp. 219-236. 1995.
- [Borenstein, 99] Borenstein, S. and Bushnell, J. “An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California’s Electricity Industry”. *Journal of Industrial Economics*, Vol. 47, No. 3, September, 1999.
- [Bushnell, 98] Bushnell, J. “Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California Energy Institute. Berkley. 1998.
- [Fleten, 97] Fleten, S. E., Wallace, S. W., Ziemba, W. “Portfolio management in a deregulated hydropower based electricity market”. *Proceedings Hydropower97*, Norway. 1997.
- [de la Fuente, 99] de la Fuente, J.I., Soler, D., Relaño, G., Largo, O., Gómez, T., Martínez, R., Aparcero, F., Martínez, F. “Remuneration framework

- and cost allocation methodology for AGC ancillary services markets". *13th PSCC Conference*, Norway. July 1999.
- [García, 99] García, J., Román, J., Barquín, J., González, A., "Strategic Bidding in Deregulated Power Systems". *13th PSCC Conference*, Norway. Vol. 1 pp. 258-264. June 1999.
- [Green, 92] Green, R. J. and Newbery, D. M. "Competition in the British Electricity Spot Market". *Journal of Political Economy*. Vol. 100 No. 5 pp. 929-953. 1992.
- [Gross, 96] Gross, G., Finlay, D. J., "Optimal Bidding Strategies in Competitive Electricity Markets". *12th PSCC Conference*, Germany. pp. 815-823. August 1996.
- [Gross, 99] Gross, G., Finlay, D. J., Deltas, G., "Strategic Bidding in Electricity Generation Supply Markets". *Proceedings, IEEE Winter Power Meeting*, NY City, Feb. 1999.
- [Hobbs, 98] Hobbs B. F., Metzler C., Pang J. S. "Strategic Gaming Analysis for Electric Power Networks: An MPEC Approach". *IEEE Trans. Power Systems*. 1998.
- [Hobbs, 99] Hobbs B. F. "LCP Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO-Based Power Markets". *Proceedings, IEEE Winter Power Meeting*, NY City, Feb. 1999.
- [Hogan, 97] Hogan, W.W. "A Market Power Model with Strategic Interaction in Electricity Networks". *The Energy Journal* 18 (4), pp. 107-141, 1997.
- [Kahn, 96] Kahn, E. "The Electricity Industry in Spain". *The Electricity Journal* 9 (2), 46-55, 1996.
- [Kahn, 98a] Kahn, E. "Introducing Competition to the Electricity Industry in Spain: The Role of Initial Conditions". *Utilities Policy*. Vol. 7 No. 1/4 pp. 15-22. 1998.
- [Kahn, 98b] Kahn, E. "Numerical techniques for analyzing market power in electricity". *The Electricity Journal*. pp. 34-43. July 1998.
- [Kirsch, 95] Kirsch, L. D., Singh, H. "Pricing ancillary electric power services", *The Electricity Journal* 8(8), 28-36, Oct. 1995.
- [Klemperer, 89] Klemperer, P. D. y Meyer, M. A. "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty". *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, pp. 1243-1277. November, 1989.
- [Oren, 97] Oren, S. "Economic Inefficiency of Passive Transmission Rights in Congested Electrical System with Competitive Generation", *The Energy Journal* 18 (1), pp. 63-83, 1997.
- [Otero, 99] I. Otero-Novas, C. Meseguer, J.J. Alba. "An Iterative Procedure for Modelling Strategic Behaviour in Competitive Generation Markets". *13th PSCC Conference*, Norway. July 1999, pp. 251-257.
- [Pereira, 99] Pereira, M. V. "Methods and tools for contracts in a competitive framework". CICRE Task Force 30-05-09, August 1999.
- [Pérez Arriaga, 97] Pérez Arriaga, J. I. "La reestructuración del sector eléctrico". *Anales de mecánica y electricidad* Vol. LXXIV, Fascículo IV, Julio-Agosto 1997, pp 8-15.

- [Rivier, 99] Rivier, M., M. Ventosa, A. Ramos. "A Generation Operation Planning Model in Deregulated Electricity Markets based on the Complementarity Problem". *ICCP99 Conference*, Wisconsin. 1999.
- [Rudkevich, 98] Rudkevich, A., Duckworth, M. and Rosen, R. "Modeling electricity pricing in a deregulated generation industry: The potential for oligopoly pricing in a Poolco". *The Energy Journal*. Vol. 19 No. 3. pp. 19-48. 1998.
- [Relaño, 99] Relaño, G., de la Fuente, J. I., Soler, D., Gómez, T., Martínez, R. "The spanish secondary reserve market". *Power Delivery Europe '99 Conference*. 28-30 September, 1999.
- [Scott, 96] Scott, T.J. and Read, E.G. "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market". *International Transactions in Operational Research*. Vol. 3 pp. 243-253. 1996.
- [Ventosa, 99] Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, Bautista, A., Andrés, R. "Modelado de la Explotación de la Generación a Largo Plazo de Sistemas Eléctricos en Competencia Mediante el Problema Complementario". *6as Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Lisboa. Vol. 3 pp. 99-107. 1999.
- [Vives, 88] Vives, X. "Cournot, el problema del oligopolio y la teoría de juegos". *Cuadernos económicos de ICE* N.º 40 1988/3.
- [Wei, 99] Wei. Jing-Yuan, Y. Smeers. "Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices". *Operations Research*, Vol. 47, No. 1, January - February 1999, pp. 102 - 112.

Capítulo 2

Modelos de planificación de la generación en un mercado liberalizado

En este capítulo se abordan aspectos relacionados con la planificación de la generación de electricidad, tanto a corto como a largo plazo, que permiten valorar con mayor perspectiva la adaptabilidad de los diferentes modelos de mercado existentes al ámbito de la tesis: el desarrollo de modelos orientados al diseño de estrategias de venta en el mercado de generación a medio plazo.

En la primera parte se repasan las principales funciones de la planificación eléctrica, resaltándose los cambios asociados al nuevo entorno. En particular, se discute cuál debe ser el papel de los modelos teóricos de mercado en la planificación de la generación. En la segunda parte, debido a la gran diferencia existente entre los diversos procedimientos empleados en la planificación, se proponen criterios de clasificación según el ámbito de utilización y según sus principales características. Finalmente, las limitaciones y carencias detectadas en la revisión de los trabajos que constituyen el estado del arte en el modelado de la explotación en un contexto de competencia justifican las propuestas elaboradas en esta tesis.

Los sectores eléctricos con regulación tradicional se caracterizan por una gran influencia del Estado en las decisiones de planificación, cuyo principal objetivo consiste en el suministro de la energía eléctrica demandada por los consumidores al mínimo coste posible y con un suficiente nivel de fiabilidad. La estimación correcta de los costes de explotación del sistema eléctrico constituye una función esencial en todos los estudios de planificación. Esta labor es desempeñada con la ayuda de los modelos de explotación, cuyo ámbito de utilización abarca desde el corto plazo al largo plazo, dependiendo de sus características y de la utilización específica que se haga del mismo. La función de estos modelos, desde el punto de vista de la planificación, consiste en calcular una estimación de los costes de producción, mientras que desde el punto de vista de la explotación permitirán programar el funcionamiento de los grupos así como coordinar la generación hidráulica con la térmica con el objetivo citado de minimizar los costes manteniendo un margen aceptable de fiabilidad.

En contraste, en un contexto de regulación de la actividad de producción de electricidad basada en la libre competencia, el papel del Estado se reduce, mientras que las empresas generadoras sufren un notable incremento en la responsabilidad y en el riesgo en el que incurren en sus procesos de toma de decisiones. La importancia relativa del estudio de los costes de explotación se reduce en favor de otros estudios orientados al cálculo de los ingresos procedentes del mercado. En consecuencia, en un sector desregulado los departamentos de planificación de las empresas requieren nuevos modelos que no sólo estimen los costes de la explotación o guíen las decisiones de operación del sistema, sino que además estas herramientas deben ser los instrumentos que proporcionen información relevante para hacer frente a las nuevas necesidades relacionadas con el mercado, como la valoración de contratos a largo plazo o el diseño de estrategias de venta en el mercado.

En la primera parte del capítulo se discute cómo las funciones tradicionales de la planificación eléctrica deben ampliarse para dar cabida a nuevas responsabilidades derivadas de un marco regulatorio liberalizado. En particular se estudia cómo puede ser la organización jerárquica entre las funciones de largo, medio y corto plazo. Además, a la vista de los profundos cambios que se producen en los procedimientos de gestión del sector, se analiza cuál debe ser el papel de los modelos teóricos de mercado en la planificación de la generación.

En la segunda parte, se repasan los criterios que pueden facilitar la clasificación de los modelos según su ámbito preferente de utilización, atendiendo al marco regulatorio, al grado de competencia y al alcance temporal. Esta primera clasificación permite definir con precisión el tipo de modelos que son de interés para la tesis: modelos de explotación de la generación para la realización de estudios de medio plazo en un mercado eléctrico formado por pocas empresas. Finalmente, se estudian cuáles son las principales características de los modelos anteriores, cuyas limitaciones

y carencias justifican la necesidad de las propuestas metodológicas desarrolladas en esta tesis.

2.1 Planificación de la generación en los mercados eléctricos

En un esquema de regulación tradicional del sector eléctrico, la planificación¹ de los medios de producción tiene por objeto expandir, explotar y operar las instalaciones de generación de forma que se cubra la demanda a un coste mínimo, con una seguridad de suministro satisfactoria y cumpliendo las restricciones energéticas que por diversos motivos puedan existir (medioambientales, cuotas de combustibles autóctonos, desarrollo de generación especial, etc.). Se tiende, en general, a que esta función sea ejercida de forma centralizada, empleando para ello modelos de planificación basados en algoritmos que buscan la minimización de costes.

Aunque el objetivo perseguido con un esquema desregulado es exactamente el mismo que el descrito en el párrafo anterior, los mecanismos que se articulan para su consecución son notoriamente diferentes. La responsabilidad de la planificación recae ahora sobre los agentes más directamente implicados –empresas y consumidores– cuyas decisiones guiadas por la búsqueda de su máximo beneficio, interaccionando a través de las leyes de la oferta y la demanda del mercado, conducen al óptimo económico de todo el sistema bajo ciertas hipótesis².

En consecuencia, el proceso desregulador que ha experimentado el sector eléctrico español en los últimos años ha traído consigo una profunda modificación de los hábitos de operación y planificación económica del sistema eléctrico. Han surgido nuevas funciones, nuevas responsabilidades, nuevas formas de abordar el proceso de toma de decisiones y se han modificado los papeles desempeñados por cada agente. En esta sección se resaltan algunos de los aspectos que más profundos cambios han experimentado y que deben ser convenientemente recogidos por las nuevas herramientas de ayuda a la planificación de la generación en este contexto de competencia.

¹ En esta tesis el término “planificación” se emplea en su sentido más amplio incluyendo la planificación de la expansión a largo plazo, la planificación de la explotación a medio plazo y la planificación de la operación a corto plazo.

² Este mecanismo de optimización de los recursos que Adam Smith denominó “la mano invisible de la competencia” tiene dos limitaciones principales: la ausencia de competencia perfecta y la presencia de externalidades.

2.1.1 Funciones de la planificación de la generación en los mercados eléctricos

Las decisiones de planificación de la generación eléctrica son ciertamente complejas, con horizontes temporales de aplicación muy diversos. Por ello, la utilización de los modelos se encadena jerárquicamente, proporcionando cada modelo información al siguiente nivel de decisión, desde la planificación de la expansión de la capacidad instalada, pasando por la coordinación hidrotérmica estacional, hasta llegar al despacho en tiempo real de la generación. Tradicionalmente, este conjunto de herramientas se divide en escalones de decisión dependiendo del horizonte temporal para el cuál se utilizan normalmente. La Tabla 2.1 recoge las funciones tradicionales de la planificación organizadas según el tipo de central y el alcance temporal de las decisiones que involucran.

ALCANCE→ TECNOLOGÍA ↓	MUY LARGO PLAZO 3 - 10 AÑOS	LARGO PLAZO 1- 3 AÑOS	MEDIO PLAZO 6-12 MESES	CORTO PLAZO SEMANA	MUY CORTO PLAZO DIA	TIEMPO REAL 1 HORA
TÉRMICA	Instalación	Transformación y repotenciación Compra de combustibles Mantenimiento programado	Gestión del combustible	Acoplamiento de los grupos Paradas de fin de semana	Acoplamiento de los grupos Paradas nocturnas	Despacho económico Control frecuencia potencia
NUCLEAR	Instalación	Mantenimiento programado Ciclo combustible nuclear				Control tensión reactiva
HIDRÁULICA	Instalación	Gestión de los embalses hiperanuales	Gestión de los embalses anuales		Acoplamiento de los grupos	
BOMBEO	Instalación		Bombeo estacional	Bombeo semanal	Bombeo diario	Cobertura de la demanda y de los intercambios

Tabla 2.1 Funciones tradicionales de la planificación de la generación

En contraste con la planificación tradicional, los procedimientos de gestión de la generación con una regulación de libre mercado son más descentralizados. Las empresas generadoras deben asumir las funciones normales de la planificación de la explotación de sus centrales (arranques, paradas, gastos de agua, mantenimiento, etc.) y hacer frente a nuevas funciones asociadas a los mercados de libre competencia. La Tabla 2.2 resume estas nuevas funciones organizadas según su alcance temporal.

ALCANCE	MUY LARGO PLAZO	LARGO PLAZO	MEDIO PLAZO	CORTO PLAZO	MUY CORTO PLAZO	TIEMPO REAL
	3 - 10 AÑOS	1- 3 AÑOS	6-12 MESES	SEMANA	DIA	1 HORA
FUNCIÓN	Contratos a Largo Plazo de compra de combustibles y de venta de energía		Cuota de mercado y cantidades objetivo Presupuesto anual	Estimación del mercado diario de energía	Ofertas a los mercados de energía y de reserva secundaria	Ofertas al resto de los mercados de servicios complementarios
	Ofertas a los mercados organizados de futuros de energía eléctrica					

Tabla 2.2 Funciones adicionales de la planificación de la generación

En consecuencia, las empresas requieren nuevas herramientas de ayuda a la planificación cuyos resultados deben permitir no sólo prever la operación de la generación, sino que también deben proporcionar información relevante para las nuevas funciones. En particular se pueden destacar, la valoración económica de los contratos a largo plazo de venta de electricidad o de compra de combustibles, la toma de decisiones estratégicas sobre la cuota de mercado objetivo, la elaboración y seguimiento de los presupuestos anuales así como la realización de estudios estadísticos encaminados a predecir el precio o la demanda, que sirvan de apoyo a la preparación de las ofertas de compra y venta en los diferentes mercados (futuros, diario y servicios complementarios).

Aunque no aparece expresamente en la tabla anterior, la gestión del riesgo es una nueva función estrechamente relacionada con todas las demás. Por ejemplo, la valoración de los contratos de compra de combustibles o de venta de energía constituye el mecanismo más eficiente para el control del riesgo en el largo plazo, mientras que los procedimientos de estimación del precio o del comportamiento de la competencia junto con el modo de ofertar proporcionan un medio efectivo para reducir la incertidumbre en el corto plazo.

2.1.2 Organización jerárquica de las funciones de la planificación

Como ya se ha comentado, la desagregación de las decisiones responde a la imposibilidad práctica de encontrar un modelo capaz de caracterizar con suficiente detalle todos los ámbitos, así como la naturaleza del problema en su conjunto. Además, la clasificación de los estudios atendiendo a su alcance temporal se presta muy bien a una descomposición funcional jerarquizada. Así por ejemplo, cuanto más largo es el periodo de estudio evaluado, menor es el detalle con el que se modela la operación real de la generación o el proceso de formación de ofertas de cada empresa. El espíritu de esta organización consiste en representar con el mayor rigor posible las variables y características más relevantes para cada nivel de decisión. De esta forma, las decisiones tomadas por un modelo de rango superior (mayor alcance temporal) proporcionan consignas a los modelos de rango menor.

Esta tesis se centra en el desarrollo de un modelo de medio plazo que oriente el diseño de estrategias de venta en el mercado de producción de electricidad. Para ello es preciso establecer con claridad las relaciones jerárquicas de las decisiones de medio plazo con las de largo y corto plazo para comprender cuál es el problema que se pretende resolver, cuáles deben ser los datos de entrada y cuáles son los resultados que se espera obtener. La Figura 2.1 representa estas relaciones jerárquicas de forma esquemática.

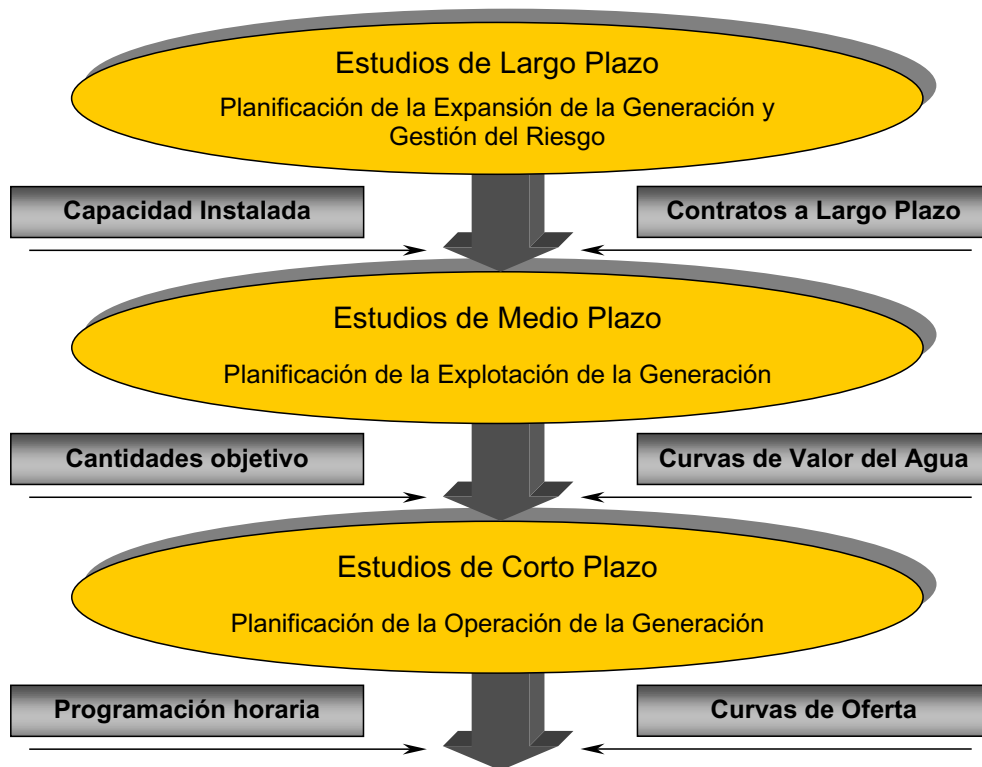


Figura 2.1 Relación jerárquica de las decisiones según el alcance temporal

Estudios de largo plazo

Las decisiones que se toman con ayuda de los estudios plurianuales y que influyen sobre los estudios de medio plazo están relacionadas con la nueva instalación de capacidad de generación de electricidad, con los contratos a largo plazo de venta de energía o de compra de combustibles, con la gestión de los embalses hiperanuales y con los mercados de capacidad en el caso de que estos últimos existan.

Estudios de medio plazo

En los estudios anuales, con la capacidad productiva máxima prefijada y considerando la influencia de los contratos a largo plazo, las empresas deben decidir su posición estratégica en el mercado en cuanto a las cantidades óptimas a producir. En particular, las empresas deciden la cuota de mercado objetivo, la gestión de los

parques de combustible y la gestión estacional de las reservas hidráulicas a través del cálculo del valor del agua.

Estudios de corto plazo

Finalmente, en los estudios de corto plazo con las consignas sobre cantidades objetivo y valor del agua de los embalses, procedentes de los modelos de medio plazo, se decide a qué precio se ofertan dichas cantidades con un doble objetivo. Las ofertas deben lograr en el corto plazo la consecución de los objetivos establecidos por los estudios de medio plazo al mismo tiempo que deben buscar una casación que facilite una operación factible de los grupos generadores.

2.1.3 Nuevos aspectos de la planificación de la generación en los mercados eléctricos

Como ya se ha indicado con anterioridad, los cambios en la regulación del sector han supuesto una profunda modificación de los mecanismos de planificación económica y estratégica de los medios de producción. En este apartado se resumen algunos de los aspectos de la planificación eléctrica que en un contexto de libre competencia sufren un cambio notable respecto a una regulación tradicional de la actividad de generación de electricidad y que mayor influencia tienen sobre el modelado de la planificación (ver Tabla 2.1).

	REGULACIÓN TRADICIONAL	MERCADO DESREGULADO
TOMA DE DECISIONES	Operador del sistema: Centralizada	Empresas: Descentralizada
DESPACHO	Programación semanal	Casación diaria de ofertas
OBJETIVO ECONÓMICO	Minimización del coste de suministro de todo el sistema	Maximización del beneficio de cada empresa
COMPETENCIA	No existe	Interdependencia entre las decisiones de las empresas y de los consumidores
DEMANDA	Predicción de la demanda considerada como inelástica	Predicción de las ofertas de compra de los consumidores: demanda elástica con el precio
RIESGO	Asumido por los consumidores	Asumido por los generadores

Tabla 2.1 Comparación de algunos aspectos de la planificación de la generación

Decisiones descentralizadas

El hecho de que la toma de decisiones sea descentralizada junto con que la operación final de los grupos generadores sea decidida por un proceso de casación de

las ofertas de compra y venta de energía eléctrica hace que la representación de la explotación deba sustentarse sobre planteamientos que consideren los nuevos procesos de toma de decisiones de las empresas.

Interdependencia de las decisiones

En un contexto de competencia es esencial considerar la interdependencia existente entre las decisiones de todos los agentes implicados (empresas y consumidores), lo cual no es posible con los modelos clásicos. En particular, la consideración simultánea e interdependiente del objetivo de maximización del beneficio de cada empresa constituye el aspecto más novedoso y complejo de implantación en los modelos matemáticos que pretendan modelar correctamente la explotación de los medios de producción en un entorno liberalizado.

Papel de la demanda

La predicción de la demanda de electricidad ha jugado siempre un papel crucial en la planificación eléctrica debido al gran impacto que supone en los planes óptimos el que la demanda deba ser satisfecha. Sin embargo, aunque tradicionalmente la demanda se ha considerado inelástica o constante y por tanto a los consumidores se les trataba como un agente estático, en un contexto de mercado su papel crece, siendo insuficiente modelar la demanda como una cantidad independiente del precio. Además, el proceso de desregulación ha dado lugar a la aparición de un nuevo agente, el comercializador, cuya función consiste en mediar entre el mercado mayorista y el pequeño consumidor. El comportamiento de este nuevo agente junto con el de los grandes consumidores será el que finalmente definirá el papel de la demanda.

Consecuentemente, el comportamiento de los consumidores debe formularse de forma más precisa a través de su curva agregada de oferta de compra –también conocida como función de la demanda– la cual representa el precio que están dispuestos a pagar por una determinada cantidad de energía eléctrica. Por lo tanto se requieren nuevos y más complejos estudios de predicción de la demanda que estimen no sólo la cantidad demandada sino también la función que relaciona la cantidad demandada con el precio.

Riesgo

En un contexto de libre mercado, el riesgo ya no recae directamente sobre los consumidores, como ocurría en un marco de regulación tradicional, sino que debe ser asumido por las empresas generadoras. Así, las empresas perciben con mayor intensidad la necesidad de contar con herramientas adecuadas.

En consecuencia, además de las tradicionales metodologías probabilistas empleadas en el estudio de la influencia de la incertidumbre asociada a los fallos de

los grupos térmicos, aportaciones hidráulicas o predicción de la demanda, se requieren nuevas herramientas especializadas en la gestión del riesgo relacionado con la operación en el mercado de las empresas. El origen de esta nueva incertidumbre está asociado a numerosos factores de muy diversa índole: a largo plazo con cambios económicos, regulatorios o tecnológicos que motiven errores en la planificación de la expansión; a medio plazo con el comportamiento de las empresas competidoras o el precio de los combustibles en los mercados internacionales; mientras que en el corto plazo está directamente relacionado con la volatilidad del precio de la electricidad.

2.1.4 Papel de los modelos de mercado en la planificación de la generación

A la vista de los cambios estructurales que sufre la planificación en un mercado liberalizado es evidente que tanto los procedimientos de gestión como las herramientas y modelos de cálculo empleados por las empresas eléctricas requieren planteamientos conceptuales distintos. En particular, estos nuevos planteamientos deben considerar el hecho de que la explotación de la generación ya no está basada en decisiones centralizadas o administrativas, sino en el resultado de las decisiones de los diferentes agentes que componen el mercado según la ley de la oferta y la demanda.

En consecuencia, los modelos teóricos de mercado deben jugar un papel medular en la representación de la explotación desplazando a los tradicionales problemas de minimización de costes como núcleo de los procedimientos de cálculo empleados en la planificación. Así por ejemplo, del mismo modo que en los estudios tradicionales sobre la expansión de la generación existe un módulo de explotación basado en minimización de los costes de operación, o que un modelo de muy corto plazo recibe consignas del valor del agua de otro modelo de rango superior también basado en minimización de costes, en un contexto de competencia todos y cada uno de los modelos o submodelos deben basarse en la representación de la explotación considerando las fuerzas del mercado.

En conclusión, se deben emplear modelos de mercado en los estudios de planificación que consideren los mecanismos que explican correctamente quién genera, cuándo y además ahora a qué precio. Para ello, dichos modelos deben caracterizar correctamente el comportamiento de todos los agentes implicados –operador del mercado, demanda y empresas– mientras modelan el sistema eléctrico con las mismas restricciones técnicas que los modelos tradicionales.

2.2 Ámbitos de utilización de los modelos

Las metodologías y técnicas de cálculo empleadas para el diseño de modelos de planificación del sector eléctrico son muy diversas. En general requieren un

significativo esfuerzo de modelado y consumen importantes recursos computacionales, por lo que se han desarrollado técnicas específicas dependiendo del uso concreto que se quiera dar al modelo, es decir, atendiendo a su ámbito preferente de utilización.

Cada ámbito de utilización suele definir un problema conceptual distinto que normalmente requiere una metodología de diseño del modelo también distinta. Así, en un contexto de planificación tradicional, los estudios de fiabilidad a largo plazo suelen realizarse con modelos basados en simulación probabilista que emplean la convolución como herramienta para el cálculo de la probabilidad de pérdida de carga; para problemas de coordinación hidrotérmica a medio plazo se emplean técnicas como la programación dinámica en sus diferentes variantes; mientras que para solucionar el problema de la asignación de unidades o *unit commitment* se emplea la relajación lagrangiana o alternativamente la resolución directa de un problema entero mixto MIP de gran tamaño. En consecuencia parece obvio, que en un contexto de competencia, los estudios de planificación de la generación también requieren planteamientos conceptuales distintos según el ámbito de utilización de los modelos empleados.

En esta sección se va a definir el ámbito de utilización de los modelos de mercado mediante los siguientes atributos: marco regulatorio, grado de competencia existente en el mercado y alcance temporal de las decisiones a representar. Esta clasificación se muestra esquemáticamente en la Figura 2.1, donde se ha resaltado el ámbito de utilización en el que se enmarca la investigación desarrollada en esta tesis.

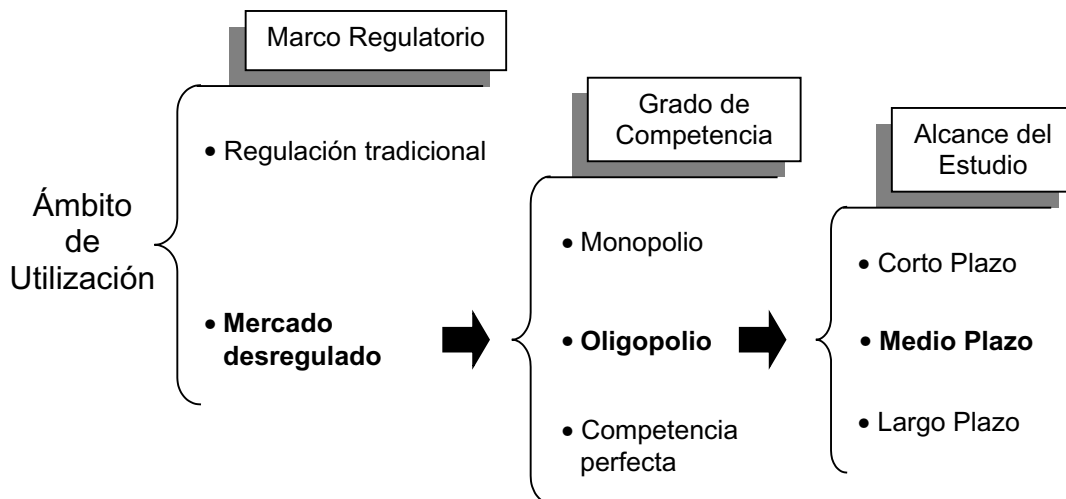


Figura 2.1 Representación esquemática de los ámbitos de utilización de los modelos

2.2.1 Marco regulatorio

El principal identificador de un modelo es el marco regulatorio en el cual se desenvuelve el negocio de generación que pretende representar. Aunque dependiendo

del país o del sistema eléctrico existen distintas formas de organizar el sector, existen dos categorías claramente diferenciadas.

Regulación tradicional

En un esquema de regulación tradicional del sector eléctrico, la planificación de la generación tiene por objeto operar las instalaciones existentes o futuras de forma que se satisfaga la demanda con un coste mínimo, con una seguridad de suministro satisfactoria y cumpliendo las limitaciones técnicas propias de los medios de producción. Se tiende, en general, a que esta función sea centralizada empleando para ello modelos de planificación basados en problemas de optimización.

El modelado de la planificación en este contexto ha sido objeto de investigación y desarrollo desde que las tecnologías de la computación lo han permitido, alcanzando las metodologías un grado de madurez que ha posibilitado el desarrollo de sofisticados modelos capaces de analizar casi cualquier aspecto relacionado con la utilización eficiente de los medios de producción.

En este capítulo se va a emplear como modelos de referencia el modelo SEGRE [Ramos, 95] y el MPO [Ramos, 98]. Aunque, existen muchos otros desarrollos que podrían ser empleados como representantes de este tipo de modelos, se ha optado por estos dos, atendiendo al alto grado de conocimiento que el autor tiene sobre los mismos³ y a que han sido diseñados específicamente para representar el sistema eléctrico español. Además, estos modelos están en la frontera de lo computacionalmente viable, permitiendo conjugar tiempos de cálculo razonables con el máximo realismo posible en el modelado de la operación de la generación.

Mercado desregulado

Los sectores eléctricos basados en libre competencia se caracterizan por un fuerte incremento de la responsabilidad de los diferentes agentes implicados (empresas y consumidores), siendo los precios y las producciones fijados finalmente por la ley de la oferta y la demanda.

En los siguientes apartados se van a analizar, clasificar y comparar los siguientes modelos de explotación y de mercado:

- El equilibrio de Cournot como punto de referencia obligado del funcionamiento de los mercados reales así como otros dos modelos básicos descritos por la teoría microeconómica: el modelo de Stackelberg y el de liderazgo en el precio.

³ El desarrollo de estos modelos ha sido realizado para la empresa Iberdrola por un equipo de profesores del Instituto de Investigación Tecnológica.

- Los trabajos de Scott y Bushnell como los precursores del modelado de la coordinación hidrotérmica en los mercados eléctricos.
- Los trabajos de Wei y Smeers junto con el de Hobbs como los mejores representantes del modelado de la influencia de las congestiones de la red de transporte sobre el comportamiento estratégico de las empresas.
- Y finalmente, los desarrollos de Fleten y Pereira como representantes de la optimización bajo incertidumbre en los mercados eléctricos.

2.2.2 Grado de competencia del mercado

Lógicamente, este atributo sólo tiene sentido en el caso de un marco regulatorio liberalizado en el que las empresas compiten libremente ofertando su producción en el mercado de generación. La Microeconomía clasifica los mercados atendiendo a su grado de competencia⁴, estableciéndose típicamente los siguientes tres niveles: monopolio, oligopolio y competencia perfecta.

Monopolio

El monopolio⁵ representa el menor nivel posible de competencia al existir una única empresa productora. En este caso el modelo conceptual que representa correctamente el funcionamiento del mercado viene definido por un problema de optimización no lineal con restricciones. La función objetivo consiste en la maximización del beneficio del monopolista sujeta a las restricciones técnicas del equipo generador y considerando el comportamiento de los consumidores mediante la función de la demanda.

Oligopolio

El oligopolio representa el siguiente nivel de competencia, en el cual sólo un grupo reducido de empresas con cierto grado de influencia sobre el precio compite en el mercado. En este caso para poder representar correctamente el equilibrio del mercado hay que resolver simultáneamente los problemas de optimización de todas las empresas involucradas. Además, como se discute en el siguiente apartado, el modelo de mercado adecuado al oligopolio depende del alcance temporal, no existiendo un único modelo matemático basado en optimización como en el caso del monopolio (ver Figura 2.1).

⁴ En la sección A.2 del apéndice A se puede encontrar una descripción más detallada de la clasificación de los mercados según su estructura.

⁵ El monopolio no regulado es una estructura de mercado que no se suele dar en la práctica. Sin embargo, como se pone de manifiesto en el apartado A.2.3 del apéndice A su estudio es de gran interés para la comprensión de otras estructuras de mercado más frecuentes.

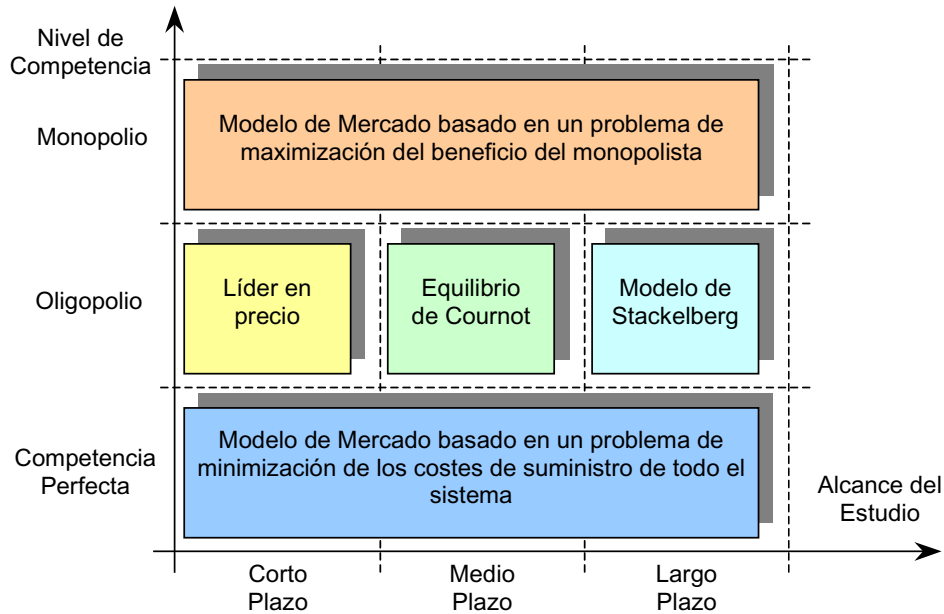


Figura 2.1 Ámbitos de utilización de los modelos teóricos de mercado

Competencia perfecta

La teoría marginalista demuestra que en competencia perfecta el comportamiento del mercado se puede representar teóricamente a través de un único problema de optimización basado en la minimización de los costes de todo el sistema necesarios para el suministro de la electricidad demandada.

2.2.3 Alcance temporal

El alcance temporal es el atributo natural para definir el ámbito de utilización de los modelos de planificación tradicionales. Estos modelos presentan características de modelado muy distintas según el alcance temporal de las decisiones que se pretenden analizar. Así existen modelos diseñados específicamente para realizar estudios de largo, medio y corto plazo. Los modelos dedicados a estudios de corto plazo requieren un alto nivel de detalle en la representación de las características técnicas de operación de los grupos, mientras que en los de medio y largo plazo cobra mayor importancia la correcta representación de las limitaciones relacionadas con la disponibilidad de las fuentes primarias de energía.

El alcance temporal, además de condicionar el nivel de detalle del modelado de ciertos aspectos de la explotación, también puede influir en cuál es el enfoque conceptual del modelado del mercado más adecuado. En el caso del monopolio y de la competencia perfecta este atributo no modifica la estructura básica del modelo de mercado aplicable. Sin embargo, en el caso del oligopolio⁶ se convierte en decisivo

⁶ En la sección A.2.4. del apéndice A se reflexiona sobre el comportamiento de las empresas según el alcance temporal de las decisiones que se pretende tomar.

para definir qué modelo teórico de mercado es adecuado para cada tipo de alcance. En la Figura 2.1 se muestra la clasificación de los modelos más adecuados en función del alcance temporal y del grado de competencia.

Corto plazo

Los estudios de mercado de corto plazo están muy enfocados a la formación de ofertas óptimas de compra y venta de energía eléctrica en los diferentes mercados. Para este tipo de análisis se requiere un alto nivel de detalle en el modelado de la formación del precio, es decir, en el proceso de casación de ofertas, lo que se puede lograr considerando la curva de oferta de las empresas⁷.

El modelo que se propone es el del liderazgo en la elección del precio descrito por la Microeconomía y del que se puede encontrar un resumen en el apartado A.3.4 del apéndice A. En este enfoque, la empresa usuaria del modelo es la líder y el comportamiento en el mercado de todas las empresas competidoras (seguidoras) se modela mediante una estimación de sus respectivas curvas de oferta.

La justificación intuitiva de este planteamiento se sustenta sobre la siguiente idea. En el corto plazo las empresas expresan sus intenciones a través de sus curvas de oferta, por tanto la estimación de dichas curvas supone la mejor representación posible de su comportamiento, aunque esta representación sea una caracterización estática.

Modelando el comportamiento de la competencia mediante su curva de oferta, el problema de optimización de la empresa líder consiste en la maximización directa de su beneficio frente a la demanda residual cedida por la competencia, teniendo en cuenta las consignas estratégicas de medio y largo plazo procedentes de otros modelos de rango superior. En esta línea, existen varios trabajos de investigación de reciente publicación que modelan el problema de optimización de corto plazo de las empresas generadores de forma determinista [García, 99][Baíllo, 99] y también de forma probabilista considerando la incertidumbre en el comportamiento tanto de la demanda como de las empresas competidoras [Anderson, 99][Baíllo, 00].

Medio plazo

En los análisis de medio plazo las empresas tratan de decidir cuál es la posición óptima de las mismas en el mercado en cuanto a las cantidades o cuotas de mercado —el precio es importante pero no crucial como en el caso anterior—. En efecto, en el medio plazo las decisiones de explotación que se deben tomar están relacionadas con la

⁷ El modelo denominado *Supply Function Equilibria* propuesto por Green y Newbery [Green, 92] está orientado a la representación del equilibrio del mercado considerando las curvas de oferta de las empresas. Sin embargo, la aplicación de este modelo queda restringida a desarrollos teóricos o pequeños casos ejemplo debido a las limitaciones computacionales que presenta.

disponibilidad de energía (compra de combustibles, gestión de embalses o mantenimiento programado), mientras que en el corto plazo estas estrategias óptimas de cantidad deben guiar los procedimientos de oferta de forma que los resultados obtenidos en el corto plazo lleven a la empresa a lograr los objetivos de medio y largo plazo.

Para los estudios de medio plazo es imprescindible considerar la interdependencia entre las decisiones de todas las empresas. El modelo de equilibrio de Cournot se adapta perfectamente a la representación de un mercado oligopolista⁸ a medio plazo ya que además de estar basado en competencia en cantidades considera simultáneamente el problema de optimización del beneficio de cada empresa. Así, la mayor parte de los trabajos publicados sobre el modelado del mercado eléctrico refrendan esta opinión dado que se basan en el enfoque original de Cournot. En el siguiente capítulo se describe este modelo de mercado desde la perspectiva de su aplicación a la industria eléctrica.

Largo plazo

Tradicionalmente los modelos de largo plazo se diseñaban como instrumentos de ayuda a la planificación de la expansión del sistema generador desde una óptica centralizada. En esta línea, se han llegado a desarrollar herramientas muy potentes basadas en técnicas de optimización estocástica capaces de proponer planes de expansión robustos de mínimo coste que satisfacen todo tipo de criterios de fiabilidad, medioambientales o de protección de determinados combustibles autóctonos.

La liberalización y su consiguiente descentralización de las decisiones de inversión traslada a cada agente la responsabilidad de evaluar la conveniencia de invertir en nuevos medios de producción. En este contexto, los estudios de viabilidad de nuevas inversiones deben considerar el flujo actualizado de ingresos a lo largo de los años, considerando obviamente el comportamiento del mercado además de la naturaleza estocástica de las aportaciones y del comportamiento de la demanda.

Los estudios de largo plazo relacionados con la expansión de la generación pueden abordarse en un entorno de competencia oligopolista con el modelo teórico de Stackelberg. Como se describe en el apartado A.3.3 del apéndice A, este enfoque basado en un juego dinámico bietapa, se adapta bien al problema de la ampliación de la capacidad instalada de una empresa, ya que considera la influencia de estas

⁸ La sección A.5 del apéndice A repasa las conclusiones a las que han llegado los investigadores de los mercados oligopolistas entre las cuales destaca que el equilibrio de Cournot tras ciento cincuenta años sigue constituyendo el punto de referencia en el modelado del funcionamiento de los mercados constituidos por pocas empresas.

decisiones de inversión en el comportamiento futuro de las otras empresas competidoras⁹.

Otro aspecto de interés en un esquema desregulado tiene que ver con los mecanismos de gestión del riesgo a medio y largo plazo. Tanto para las empresas ya establecidas como para los nuevos entrantes, la valoración de los contratos de venta de energía y de compra de combustibles, que permiten a la generación cubrir su riesgo, constituye una nueva función que debe ser resuelta con ayuda de nuevos planteamientos alejados conceptualmente de los tradicionales modelos de expansión. Estos enfoques suelen estar asociados a la utilización de modelos de medio plazo bajo múltiples escenarios de precios, aportaciones, competencia, demanda, etc.

2.3 Criterios de clasificación de los modelos de medio plazo

Aparte de la clasificación establecida en la sección 2.2, en cuanto al ámbito de utilización o aplicación de los modelos de mercado, existen otros criterios que valoran otro tipo de características más específicas. Se pueden encontrar clasificaciones semejantes aunque orientadas al modelado de la planificación en un entorno regulado en [Ramos, 90] [Rivier, 98]. La primera se centra en los modelos de explotación de la generación a medio plazo, mientras que la segunda se ocupa más de los modelos probabilistas generación-red.

En esta sección, los criterios de clasificación se particularizan sobre los modelos que son de interés para esta tesis, cuyo ámbito de utilización es el medio plazo y la competencia oligopolista. Estos criterios de clasificación dan lugar a un conjunto de atributos que permite comparar de forma detallada las cualidades y capacidades de los modelos más representativos y característicos encontrados en la literatura técnica.

2.3.1 Tratamiento de la incertidumbre

La función más común de los modelos consiste en estimar el comportamiento del sistema representado para la mayor diversidad de situaciones posibles en el futuro. Las decisiones que se pretenden considerar dependen en muchos casos de ciertos factores cuyo comportamiento es incierto como son la disponibilidad de los grupos, las aportaciones hidráulicas o el comportamiento de la demanda. Además, en un entorno liberalizado, deben ser consideradas nuevas fuentes de incertidumbre producto de la operación en un mercado, como son el comportamiento de la competencia o el precio.

⁹ En [Tirole, 90] se presenta una amplia discusión sobre la idoneidad del modelo de Stackelberg al problema de la inversión en capacidad productiva y su repercusión en la formación de barreras de entrada.

Atendiendo al tratamiento de la incertidumbre los modelos se han clasificado tradicionalmente en *probabilistas* o *deterministas*. Los modelos deterministas ignoran la distribución de probabilidad asociada a las variables aleatorias asignándoles normalmente valores medios. En contraste, los modelos probabilistas tratan de incorporar la naturaleza estocástica de estas variables mediante complejas técnicas, para lo cual requieren mayores recursos computacionales.

Un buen representante de los modelos probabilistas adecuados a un entorno de regulación tradicional, diseñado específicamente para modelar la incertidumbre en las aportaciones hidráulicas¹⁰ en el caso español, es el MPO [Ramos, 98]. Este modelo emplea descomposición anidada de Benders para resolver el problema de optimización de muy gran tamaño que supone el problema estocástico planteado.

En un contexto de mercado, los modelos que analizan los resultados económicos de una empresa considerando la incertidumbre suelen estar relacionados con herramientas de valoración del riesgo [Batlle, 00]. Otros enfoques más sofisticados, desde el punto de vista de la incertidumbre, son aquellos que optimizan las decisiones de una empresa considerando explícitamente la incertidumbre de las variables aleatorias más relevantes. Como ya se ha comentado en el capítulo anterior en [Fleten, 97] y [Pereira, 99] se presentan dos modelos de gestión óptima de la cartera de contratos y de la generación hidráulica de una empresa considerando como variables aleatorias el precio y las aportaciones hidráulicas. La principal limitación que presentan estos modelos está relacionada con el modelado realista del mercado, ya que no consideran la influencia que la producción de las grandes empresas puede tener en el precio en los mercados eléctricos reales.

2.3.2 Consideración de las dependencias temporales

El alcance considerado en los estudios se divide en unidades de tiempo coherentes, que normalmente se denominan periodos. En el caso de los modelos anuales los periodos suelen ser meses o semanas. Esta división obedece a que las decisiones de explotación que pretenden ser representadas pueden ser clasificadas en intraperiodo cuando involucran exclusivamente variables del mismo periodo o en interperiodo cuando ligan varios periodos entre sí.

El tratamiento de las decisiones interperiodo constituye otro atributo natural de los modelos de explotación. Típicamente, esta dependencia en el medio plazo¹¹ está

¹⁰ En los sistemas con importante componente de generación hidráulica, la mayor fuente de incertidumbre en los estudios de medio plazo viene originada por la estocasticidad de las aportaciones hidráulicas.

¹¹ En los modelos de corto plazo cobran mayor importancia las dependencias temporales relacionadas con los arranques y las paradas o con el seguimiento de la demanda y la consideración de las limitaciones de variación con el tiempo de la producción de los generadores (conocidas comúnmente como restricciones de rampa).

relacionada con la gestión de los recursos limitados a lo largo del tiempo como la energía almacenada en los embalses de las centrales hidráulicas.

Atendiendo al tratamiento de las citadas decisiones interperiodo, los modelos se pueden clasificar en dos categorías. La primera se ajusta más a la realidad al considerar la relación entre periodos, lo que exige una importante carga computacional. Por el contrario la segunda no considera el citado acoplamiento entre periodos, lo que permite dividir el problema global en varios problemas –uno por periodo– de menor tamaño e independientes entre sí; de esta forma los recursos computacionales necesarios para la resolución numérica son menores que en el caso anterior.

Scott y Read fueron los pioneros en la consideración de acoplamiento temporal entre periodos en los análisis de la explotación de la generación en un contexto de competencia [Scott, 96]. Como ya se introdujo en el capítulo anterior, este modelo fue desarrollado con el propósito de analizar en el caso neocelandés la influencia de los contratos a largo plazo en los precios de corto plazo. Se trata de un modelo de explotación de medio plazo, con énfasis en el subsistema hidráulico, basado en programación dinámica. En este caso, los tradicionales subproblemas de optimización de cada etapa son sustituidos por la solución del equilibrio del mercado de un duopolio. Las funciones de coste futuro y sus derivadas respecto al nivel de reservas, conocidas estas últimas como los valores marginales del agua, se obtienen mediante la simulación del mercado como un equilibrio de Cournot, en vez de mediante el típico problema de minimización de los costes de la explotación.

Este desarrollo constituye un importante punto de partida en cuanto a la adaptación de los modelos de explotación a los mercados competitivos, ya que introduce el concepto de equilibrio del mercado dentro de una potente metodología de coordinación hidrotérmica. Sin embargo, este modelo sólo ha podido ser aplicado a sistemas de reducido tamaño, dos empresas, una decena de generadores térmicos y un solo embalse. El origen de esta limitación radica en que este modelo requiere la solución, en cada etapa de la programación dinámica, de un sistema de ecuaciones que contiene variables enteras –utilizadas para el modelado de la función escalonada del coste marginal de cada empresa–. Este problema se agrava por el hecho de que su codificación informática ha sido desarrollada en MATLAB¹², lenguaje que no permite el tratamiento eficiente de las variables enteras.

Bushnell ha desarrollado un modelo de simulación de los mercados eléctricos orientado al análisis del poder de mercado en el caso californiano [Bushnell, 98]. Su planteamiento se basa en resolver el equilibrio de Cournot considerando el acoplamiento temporal entre periodos con el objeto de caracterizar correctamente el

¹² MATLAB es un lenguaje de programación que permite la resolución numérica de problemas matemáticos y que está especializado en el cálculo matricial para el análisis de sistemas de ecuaciones lineales así como en la presentación gráfica de datos y resultados.

papel de la generación hidráulica en un mercado eléctrico en condiciones de competencia imperfecta. Para ello plantea analíticamente las ecuaciones que definen el comportamiento del mercado lo que le permite desarrollar un modelo sencillo y claro con el que obtener resultados concluyentes. Este trabajo, aunque de mayor interés teórico que el de Scott, tampoco resuelve el problema numérico de forma eficiente –emplea una hoja de cálculo EXCEL para la resolución del problema–, quedando limitada su aplicación a pequeños casos de estudio. Por su gran interés conceptual, este modelo es descrito en detalle en el siguiente capítulo junto con el equilibrio de Cournot.

En la Figura 2.1 se muestra la clasificación de los modelos según estos tres primeros atributos básicos, encontrándose con facilidad la posición natural de cada modelo.

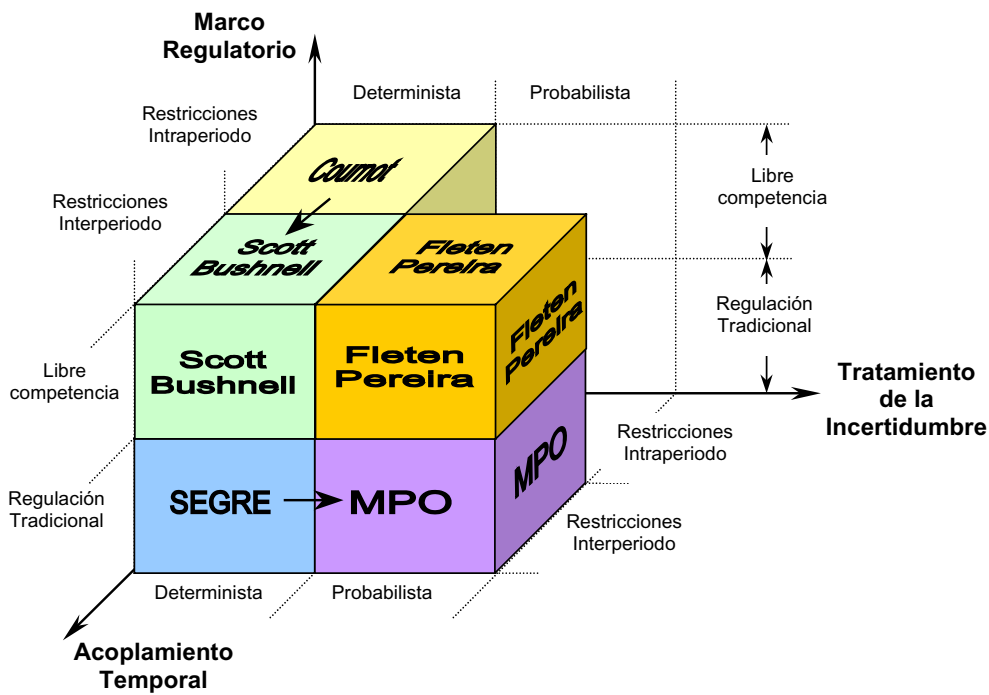


Figura 2.1 Atributos básicos para la comparación entre modelos

2.3.3 Consideración de la red de transporte

Otro atributo básico de los modelos tradicionales de explotación es el tratamiento de la red de transporte, permitiendo diferenciar entre modelos de *nudo único* los cuales consideran que todos los generadores y todos los consumos están agrupados en el mismo nudo y los *modelos de red* que la representan a través de las ecuaciones del flujo de cargas. La incorporación de la red en los modelos de explotación aumenta notablemente el tamaño de los problemas, lo que dificulta su resolución numérica.

Un buen representante de los modelos tradicionales generación-red de medio plazo adecuado al sistema español es el SEGRE [Ramos, 95]. Este modelo representa la explotación anual del sistema peninsular español considerando alto nivel de detalle tanto en la generación como en la red de transporte. Para ello se formula un problema de optimización de gran tamaño cuya función objetivo consiste en minimizar los costes variables de explotación de todo el sistema, sujeta a las restricciones técnicas y económicas que se consideran relevantes en el estudio que se pretende realizar. Por ejemplo, permite modelar la red mediante un flujo de cargas en DC con tres posibilidades para el tratamiento de las pérdidas: sin pérdidas, aproximación lineal y aproximación cosenoidal.

Como se puede observar en la Figura 2.1 los representantes de estos modelos de mercado son los desarrollados por Wei y Smeers [Wei, 99] y Hobbs [Hobbs, 99]. Ambos trabajos modelan el funcionamiento del mercado eléctrico considerando las posibles congestiones de la red de transporte empleando para su resolución el problema complementario.

El primer trabajo desarrollado por Wei y Smeers aborda el problema del funcionamiento de un mercado oligopolista con discriminación espacial en precios. Cada nudo se modela como en el equilibrio de Cournot: las empresas generadoras se representan mediante sus condiciones de optimalidad que reflejan su objetivo de maximización del beneficio, mientras que los consumidores se modelan a través de la curva de la demanda. Los intercambios de energía entre nudos de la red se modelan de forma muy simplificada al considerarse sólo la primera Ley de Kirchoff –balance de corrientes/potencias en cada nudo–. El problema matemático se plantea como una formulación equivalente del problema complementario (*Variational Inequality VI*). El objetivo de los autores consiste en simular el funcionamiento del mercado europeo de electricidad considerando que las transacciones a través de la red tienen precios regulados.

En el segundo trabajo, Hobbs propone otro modelo de simulación del mercado eléctrico con red en condiciones de competencia imperfecta basado también en el cálculo del equilibrio de Cournot en cada nudo. Este trabajo explora dos alternativas de modelado del comportamiento del propietario de la red de transporte, en función de su capacidad de arbitraje en precios entre los diferentes nudos considerados de la red. El modelado físico de la red es más realista que en el caso anterior empleándose las ecuaciones del flujo de cargas en DC. El modelo de equilibrio así planteado se formula como un problema complementario lineal (*Linear Complementarity Problem LCP*). El objetivo principal del estudio es el análisis del impacto del arbitraje en la resolución de posibles congestiones en la red de transporte.

Ambos trabajos de investigación suponen un notable avance conceptual y metodológico sobre el tratamiento de la red en un entorno oligopolista al introducir el problema complementario como medio para la resolución numérica del problema

matemático formulado. Sin embargo, al estar ambos desarrollos centrados en la dimensión espacial del problema no abordan otro tipo de aspectos relacionados con el acoplamiento temporal de las decisiones o con el detalle en el modelado de los medios de producción.

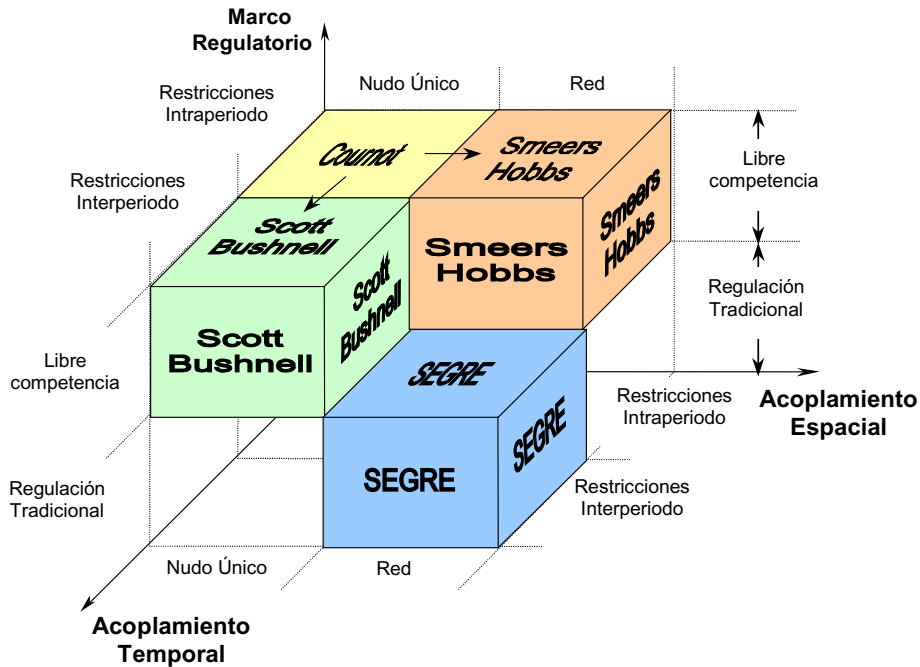


Figura 2.1 Atributos básicos para la comparación entre modelos deterministas

2.3.4 Nivel de detalle de la representación del sistema

El grado de rigor o de realismo en el modelado del funcionamiento de un sistema eléctrico de generación que una determinada metodología permite, se puede medir con el nivel de detalle en la representación de la explotación de los medios de producción. En particular, la consideración de las características particulares de cada tecnología de generación, la fidelidad en el modelado de los costes y la satisfacción de las limitaciones que afectan a los recursos energéticos constituyen los principales aspectos que describen la calidad del modelado del sistema.

El mayor nivel de detalle del modelado de la explotación permite una mejor representación de los costes y por lo tanto del equilibrio del mercado. Sin embargo, un mayor detalle está inexorablemente unido a un mayor esfuerzo computacional.

Tal y como se representa en la Figura 2.1, el modelo de Cournot tiene bajo nivel de detalle al no distinguir entre diferentes tipos o tecnologías de generación, mientras que el de Bushnell o el de Scott pueden ser catalogados con nivel medio al diferenciar entre generación térmica e hidráulica.

En general los modelos tradicionales permiten alto nivel de detalle en la representación de la explotación de los medios de producción. En particular, los modelos SEGRE y MPO consideran en detalle las características peculiares de cada tipo de tecnología, permitiendo considerar la gestión de los parques de combustible de las centrales térmicas así como sus mínimos técnicos además de la gestión estacional de las reservas hidráulicas o el ciclo turbinación-bombeo de las centrales hidroeléctricas que tienen esta capacidad. Además, estos modelos representan los costes con fidelidad y flexibilidad. Se puede tener en cuenta el coste de arranque, el coste fijo por acoplamiento, el coste variable de operación y mantenimiento, así como tres niveles de aproximación a la curva de consumo de combustible: lineal, poligonal y cuadrática.

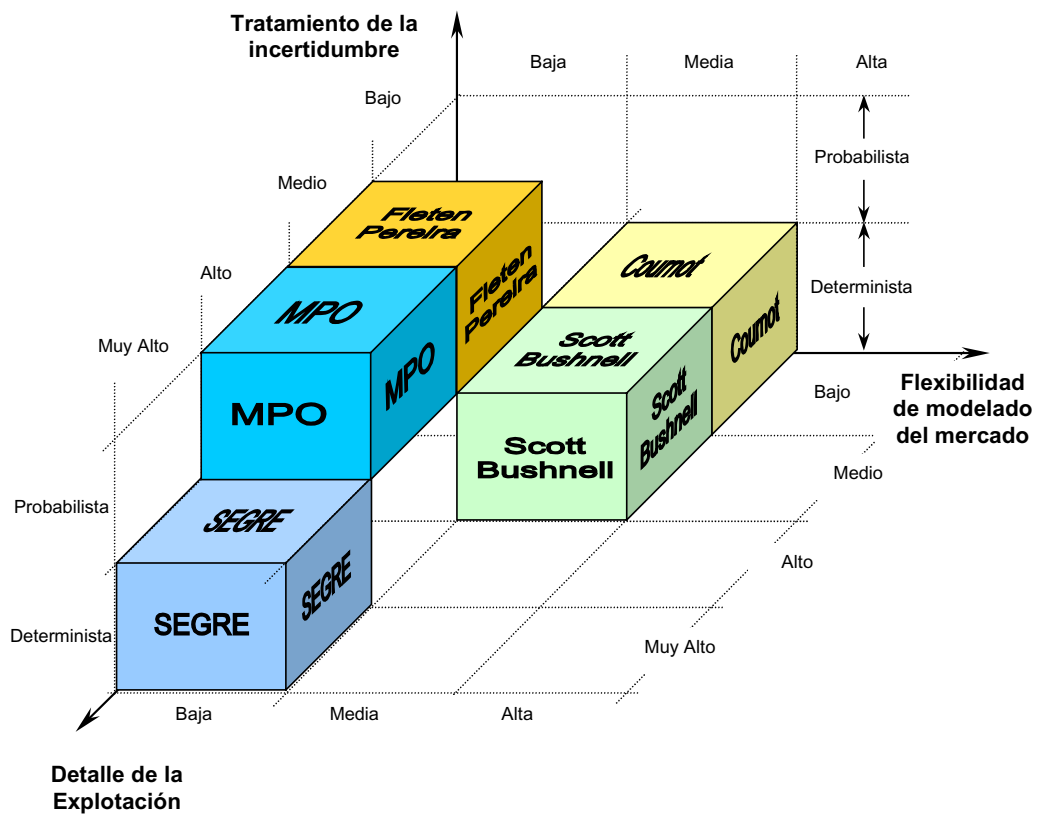


Figura 2.1 Atributos avanzados para la comparación entre modelos (I)

2.3.5 Flexibilidad de modelado del mercado

Uno de los atributos más importantes para valorar las cualidades de un modelo de explotación adecuado a un entorno desregulado es la flexibilidad que ofrece para modelar diferentes aspectos del mercado. En este caso, los modelos tradicionales basados en minimización de costes presentan obviamente un grado de flexibilidad bajo en cuanto al modelado del mercado, mientras que los modelos basados en la competencia de Cournot son capaces de considerar el comportamiento estratégico de las empresas al tratar de maximizar sus beneficios así como la influencia de contratos

a largo plazo de venta de energía saldados por diferencias. Sin embargo, estos modelos no son capaces de incorporar otras características del mercado como contratos de compra de combustibles *take or pay*, los ingresos procedentes de los costes de transición a la competencia como en el caso español o las limitaciones en el precio como en el caso inglés (ver Figura 2.1).

2.4 Conclusiones

En este capítulo se ha revisado el concepto de planificación de la generación en un contexto de competencia, analizando cuáles son las nuevas funciones y cuáles son los aspectos que sufren un cambio más notable. Además, se han repasado y clasificado los diferentes modelos y metodologías empleadas para el diseño de herramientas de ayuda a la planificación en este contexto.

La principal observación que se puede derivar de esta revisión es que, aunque cada modelo presenta puntos fuertes también acusa algunas limitaciones. Algunos de estos modelos, los basados en metodologías maduras, se mueven en la frontera de lo computacionalmente viable, sin embargo no modelan correctamente el funcionamiento del mercado (SEGRE y MPO) o no consideran la influencia que las decisiones de las empresas tienen sobre el precio (Fleten y Pereira).

Es importante señalar que los enfoques de Bushnell y Scott permiten tratar, aunque de forma simplificada, la explotación de la generación al mismo tiempo que representan el comportamiento de las empresas como en el modelo de mercado de Cournot. Sin embargo, pese al impulso conceptual que han supuesto, presentan todavía deficiencias en cuanto al realismo en el modelado del sistema físico o a la capacidad de resolución de problemas de gran tamaño.

La Figura 2.1 adelanta de forma esquemática las propuestas metodológicas que esta tesis explora, tratando de proponer nuevas técnicas y soluciones que permitan seguir avanzando en la línea de Scott y Bushnell, facilitando una representación cada vez más realista del comportamiento tanto del sistema eléctrico como de las empresas que compiten en el mercado.

En la citada figura aparece notado como MCP lo que constituye la principal aportación de esta tesis, una metodología para el diseño de modelos de explotación adecuados a la operación en un ambiente de libre competencia. El método, que se describe en detalle en el capítulo 4, consiste en la formulación de las ecuaciones que definen el comportamiento óptimo de las empresas. Estas ecuaciones pueden plantearse en los términos de un problema complementario mixto (*Mixed Complementarity Problem* MCP), para cuya resolución existen algoritmos específicos capaces de resolver problemas de gran tamaño. Este procedimiento permite gran

flexibilidad en el modelado del comportamiento del mercado así como alto nivel de realismo en la representación de la explotación.

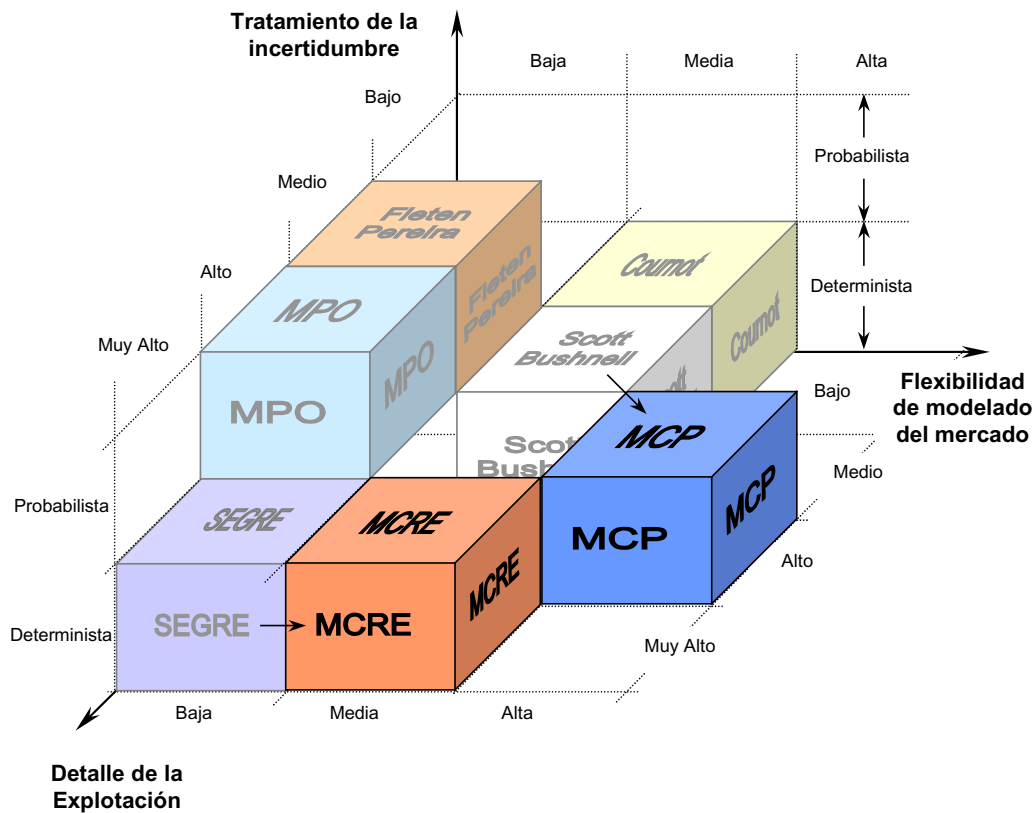


Figura 2.1 Atributos avanzados para la comparación entre modelos (II)

También en la Figura 2.1 aparece notado como MCRE (Minimización de Costes con Restricciones de Equilibrio del mercado) otra aportación de la tesis, un modelo cuyo objetivo consiste en obtener una buena solución inicial que acelera la resolución del modelo basado en MCP. Este nuevo enfoque, descrito en el capítulo 5, consiste en incorporar en un modelo de explotación tradicional, basado en minimización de costes, el modelado del comportamiento de las empresas a través de unas ecuaciones denominadas en esta tesis “Restricciones de Equilibrio”. Este procedimiento no ofrece tanta flexibilidad en cuanto al modelado del mercado como el método denominado MCP. Sin embargo, al estar basado en optimización lineal, permite representar con gran detalle la explotación pudiendo incorporar variables enteras para el modelado de aquellas decisiones de explotación de naturaleza binaria (acoplamientos, arranques y paradas).

En conclusión, como queda claramente reflejado en la Figura 2.1 los métodos y modelos propuestos en esta tesis suponen un avance, en el terreno del modelado detallado tanto de los medios de producción como del funcionamiento de los mercados eléctricos reales, respecto a los desarrollos existentes en este campo.

2.5 Referencias

- [Anderson, 99] E. J. Anderson, A. B. Philpott, “Optimal offer curve construction in electricity markets”. *Technical report of Engineering Science Department*, University of Auckland, New Zealand, Available at <http://www.esc.auckland.ac.nz/People/Staff/Philpott>. May 1999.
- [Baíllo, 99] Baíllo, A., Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, M., Canseco, A., “Strategic Unit Commitment for Generation Companies in Deregulated Electricity Markets”. DIMACS/EPRI Workshop *The Next Generation of Unit Commitment Models*. Rutgers University, September 1999. Under review for the book *The Next Generation of Unit Commitment Models*.
- [Baíllo, 00] Baíllo, A., Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, M. “Strategic Bidding under Uncertainty in a Competitive Electricity Market”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Batlle, 00] Batlle, C., Otero-Novas, I., Alba, J. J., Meseguer, C., Barquín, J. “A model based in numerical simulation techniques as a tool for decision-making and risk management in a wholesale electricity market. Part I: General structure and scenario generators”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Bushnell, 98] Bushnell, J. “Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California. Energy Institute. 1998.
- [Fleten, 97] Fleten, S. E., Wallace, S. W., Ziemba, W. “Portfolio management in a deregulated hydropower based electricity market”. *Proceedings Hydropower97*, Norway. 1997.
- [García, 99] García, J., Román, J., Barquín, J., González, A., “Strategic Bidding in Deregulated Power Systems”. *13th PSCC Conference*, Norway. Vol. 1 pp. 258-264. June 1999.
- [Green, 92] Green, R. J. and Newbery, D. M. “Competition in the British Electricity Spot Market”. *Journal of Political Economy*. Vol. 100 No. 5 pp. 929-953. 1992.
- [Hobbs, 99] Hobbs B. F. “LCP Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO-Based Power Markets”. *Proceedings, IEEE Winter Power Meeting*, NY City, Feb. 1999.
- [Pereira, 99] Pereira, M. V. “Methods and tools for contracts in a competitive framework”. CICRÉ Task Force 30-05-09, August 1999.
- [Ramos, 90] Ramos, A. *Modelos de Explotación a Medio Plazo de la Generación Eléctrica. Aplicaciones para el Sistema Español*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Noviembre 1990.
- [Ramos, 95] Ramos, A., Muñoz, L., Martínez-Córcoles, F., Martín-Corrochano, V. “A Medium Term Bulk Production Cost Model Based on Decomposition Techniques”. *Stockholm Power Tech*. 1995.
- [Ramos, 98] Ramos, A., Rivier, M., Ventosa. “A New Tool for Bidding Hydro Power into a Competitive Market”. *Hydro Review Worldwide*. Vol. 6 Issue 6 pp. 22-25, Dec. 98.

- [Rivier, 98] Rivier, M. *Modelo Probabilista de Explotación de un Sistema Eléctrico: Contribución a la Teoría Marginalista*. Tesis Doctoral. Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Noviembre 1998.
- [Tirole, 90] Tirole, J. "Short-Run Price Competition". *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 1990.
- [Scott, 96] Scott, T. J. and Read, E. G. "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market". *International Transactions in Operational Research*. Vol. 3 pp. 243-253. 1996.
- [Wei, 99] Wei. Jing-Yuan, Y. Smeers. "Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices". *Operations Research*, Vol. 47, No. 1, Jan- Feb 1999, pp. 102-112.

Capítulo 3

Modelos teóricos de mercado para estudios de medio plazo

La explotación de la generación en un entorno desregulado no se basa en decisiones centralizadas o administrativas, sino en el resultado de las decisiones de los diferentes agentes que componen el mercado a través de la ley de la oferta y la demanda. Consecuentemente en este marco competitivo, la representación del equilibrio del mercado debe jugar un papel medular en el modelado de la explotación desplazando a los tradicionales problemas de minimización de costes.

En este capítulo se finaliza la revisión del estado del arte profundizando en el estudio de dos modelos teóricos de mercado: el equilibrio de Cournot y el de Bushnell. En particular, se analiza bajo qué condiciones pueden ser empleados estos modelos para representar la explotación de la generación en un entorno competitivo y se discute el significado del valor del agua en este contexto. Además, este estudio permite la introducción de algunos de los conceptos teóricos que sustentan el modelado de la explotación propuesto en el capítulo 4 de esta tesis.

El advenimiento de los mercados eléctricos liberalizados ha traído consigo una profunda transformación de la regulación y de los mecanismos de gestión de la industria eléctrica, siendo la actividad de generación la que más profundas reformas ha sufrido. Sin embargo, en la mayor parte de los mercados eléctricos reales estas reformas no han alcanzado a la estructura empresarial del sector, que ha seguido formada por un número reducido de empresas.

La operación de los medios de producción de energía eléctrica en un entorno de competencia depende del mercado, o de forma más precisa, del equilibrio entre la oferta y la demanda de electricidad. Es decir, que el despacho de los grupos generadores y el precio al que son remunerados es el resultado de la interacción de las decisiones de compra y venta de todos los agentes implicados. Consecuentemente, los estudios sobre la explotación de la generación deben realizarse empleando modelos matemáticos que representen explícitamente el funcionamiento del mercado.

La teoría marginalista demuestra que un mercado en condiciones de competencia perfecta –gran número de empresas pequeñas con información perfecta– puede representarse correctamente empleando para ello un problema de maximización del beneficio social neto, o de forma equivalente, mediante un problema de minimización de los costes de suministro. Sin embargo, en los mercados eléctricos reales en los que compite un número reducido de empresas no se suelen dar las condiciones que garantizan la competencia perfecta, adaptándose mejor a una estructura oligopolista.

Dos son las consecuencias principales que se extraen de los anteriores comentarios. En primer lugar, la representación del equilibrio del mercado debe jugar un papel medular en el modelado de la explotación desplazando a los tradicionales problemas de minimización de costes y, en segundo lugar, los modelos conceptuales empleados deben estar orientados al estudio de mercados formados por pocas empresas cuyo comportamiento es estratégico¹.

En este capítulo se estudian en detalle dos modelos de mercado. El primero es el conocido equilibrio de Cournot, que se ajusta a la representación de un mercado eléctrico de generación fundamentalmente térmica. El segundo, el equilibrio de Bushnell², permite representar sistemas hidrotérmicos y además introduce el concepto de valor del agua en un mercado eléctrico. Estos dos modelos matemáticos constituyen los dos escalones conceptuales que anteceden al modelo propuesto en esta tesis.

¹ En la literatura microeconómica se suele definir el comportamiento estratégico como el seguido por las empresas que ejercen influencia en los precios para maximizar su beneficio. Por el contrario, las empresas que se comportan como si operasen en un mercado perfecto se denominan marginales o competitivas.

² Bautizado así en esta tesis aunque no haya sido tan claramente identificado en la literatura técnica.

3.1 *Modelo de Cournot*

El equilibrio propuesto por Cournot³ en 1838 en su libro *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* [Cournot, 1838][Daughety, 88] es un modelo matemático pionero en la representación del comportamiento estratégico de varias empresas que compiten en el mismo mercado. Obviamente, se trata de un modelo de mercado sencillo no específico de los mercados eléctricos –faltaban cincuenta años para que T. Edison diseñara e instalara las primeras centrales eléctricas en Londres y Nueva York y otros cien años para que surgieran los primeros mercados eléctricos en Chile y El Reino Unido–. Sin embargo, en los últimos años se ha producido una explosión de modelos basados en el equilibrio de Cournot que han sido desarrollados para el estudio del comportamiento estratégico de las empresas en los mercados eléctricos.

La teoría microeconómica clásica presenta el modelo de Cournot como el modelo de oligopolio por antonomasia [Varian, 92][Tirole, 90]. Aunque suele criticarse su adaptabilidad a la representación de los mercados eléctricos por su simplicidad en el modelado de los medios de producción, contiene suficientes ingredientes (comportamiento de maximización del beneficio de las empresas, interdependencia de las decisiones, resultados acordes con la experiencia, etc.) como para ser la semilla de modelos más complejos.

3.1.1 *Aplicación a un sistema térmico*

Para estudios de medio y largo plazo, un sistema de generación térmica puede ser representado sin considerar ciertas características que sí son necesarias para estudios de corto plazo, tales como las relacionadas con los arranques y paradas o el seguimiento de carga, las cuales implican acoplamiento temporal entre periodos. Por el contrario, para estudios anuales o hiperanuales el valor esperado de la punta de la demanda, la curva duración-carga o simplemente la energía total a producir cobran mayor importancia debido a que las decisiones que se pretenden modelar a largo



³ Antoine Augustin Cournot matemático y economista francés, nació en Gray (Alto Garona) en 1801 y murió en París en 1877. Alumno de la Escuela Superior Normal se licenció en 1822, siendo después y sucesivamente, profesor de matemáticas en la facultad de Ciencias de Lyon, rector de la Academia de Grenoble y de la de Dijón. Abandonó muy pronto el campo de acción de las matemáticas puras y se distinguió como filósofo, historiador y economista, ocupándose principalmente del estudio de la teoría de las probabilidades, de la filosofía de las matemáticas y de cuestiones de mecánica.

Sus desarrollos en el campo de la aplicación de las matemáticas a la economía [Vives, 88] no sólo fueron despreciados por los pensadores de su tiempo, sino que en la actualidad tampoco han sido suficientemente reconocidos pese a ser uno de los padres del marginalismo. Entre sus desarrollos más notables se encuentran aparte de su conocido modelo de comportamiento de un oligopolio, algunos de los conceptos de microeconomía que hoy se explican en las facultades de Ciencias Económicas de todo el mundo, como por ejemplo la representación matemática y gráfica de la función de la demanda o el modelo de monopolio en el que planteó el equilibrio: ingreso marginal igual a coste marginal.

plazo difieren sustancialmente de las de corto plazo. En concreto, en los estudios de largo plazo se deben tomar decisiones relacionadas con la cobertura de la demanda o la compra de combustible, mientras que en los de corto plazo se decide por ejemplo qué grupo arrancar o cómo operar de forma segura el sistema.

El modelo de Cournot permite estudiar el equilibrio a medio plazo de un mercado de generación térmica desacoplado en el tiempo. Esto permite la aplicación del modelo de Cournot de forma secuencial e independiente a todos y cada uno de los niveles de carga que componen la curva duración-carga, obteniéndose de esta forma los precios y las producciones de cada empresa en cada nivel de demanda para todo el alcance temporal contemplado. Como consecuencia no se tienen en consideración las restricciones técnicas de la generación que acoplan periodos como por ejemplo las que modelan la gestión de los recursos hidráulicos.

3.1.2 Planteamiento

Varias son las hipótesis de modelado que conviene especificar antes de abordar la solución matemática del equilibrio de Cournot, debido a que estas hipótesis son las que por un lado proporcionan valor conceptual al modelo mientras que al mismo tiempo son las que finalmente definen sus limitaciones.

- Comportamiento estratégico de las empresas al considerarse explícitamente la influencia ejercida sobre el precio en la maximización del beneficio de cada una de ellas.
- Comportamiento de los consumidores definido mediante la función de la demanda que relaciona el precio con la cantidad total demandada.
- Los medios de producción de cada empresa se agrupan en una única central de generación equivalente.
- Información perfecta, es decir, las empresas conocen tanto la función de la demanda como el coste marginal de los generadores de las otras empresas.

Las consecuencias más directas de las anteriores hipótesis de modelado son las siguientes:

- La primera hipótesis sobre el comportamiento estratégico de las empresas responde al objetivo que se pretende: modelar correctamente el origen de las decisiones relacionadas con la explotación de los medios de producción en un mercado eléctrico.
- Por otro lado, la sintetización del papel de los consumidores en su función de utilidad marginal –curva de la demanda– además de ser habitual en los modelos de mercado, es acorde a la realidad de los mercados eléctricos. La demanda no

puede tener un comportamiento estratégico al estar formada por un número muy grande de pequeños consumidores⁴.

- Para la realización de estudios de mercado generales, la consideración de una única central por empresa no constituye una limitación. Sin embargo, si se pretende estudiar en detalle la influencia de los medios de producción en el equilibrio del mercado esta simplificación se convierte en una deficiencia.
- Aunque las empresas no disponen de información perfecta, sí se puede afirmar que los departamentos de planificación de las empresas eléctricas son capaces de estimar con facilidad los costes marginales de la competencia así como predecir el comportamiento de la demanda.

3.1.3 *Formulación matemática*

Conceptualmente, el equilibrio de Cournot consiste en resolver simultáneamente todos y cada uno de los problemas de optimización –uno por cada empresa– que definen el comportamiento óptimo de cada una de ellas.

La función objetivo de cada empresa generadora e consiste en maximizar su propio beneficio, obtenido como la diferencia entre los ingresos y los costes incurridos:

$$B_e = \pi \cdot P_e - C_e \quad \forall e \quad (3.1)$$

Donde π representa el precio marginal del sistema, P_e la producción de la empresa e y C_e sus costes para un periodo de tiempo cualquiera.

En el modelo de Cournot las empresas compiten vía cantidades, es decir, consideran como variable estratégica o de decisión la producción total ofertada al mercado por la propia empresa. De esta forma, fijadas las producciones, el precio se convierte en una variable dependiente que se obtiene de la curva de la demanda. Esta función monótona decreciente relaciona el precio con la demanda total satisfecha, o lo que es lo mismo, con la producción total de las empresas que forman el oligopolio:

$$\pi = f\left(\sum_e P_e\right) \quad (3.2)$$

⁴ Los tradicionalmente denominados grandes consumidores de electricidad no tienen en la práctica tamaño suficiente como para que sus decisiones influyan en el precio y en consecuencia se les puede considerar a través de su curva de utilidad marginal.

La derivada del precio respecto de la producción total es la pendiente de la demanda π' :

$$\frac{\partial \pi}{\partial \left(\sum_e P_e \right)} = \pi' \quad (3.3)$$

Para obtener el nivel de producción óptimo de cada empresa e , se iguala a cero la derivada del beneficio respecto de la variable de decisión, en este caso la producción de cada empresa, obteniendo las E condiciones de optimalidad de primer orden de las E empresas:

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e} = \pi + P_e \cdot \pi' - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e \quad (3.4)$$

Para la obtención de la ecuación anterior se ha introducido una nueva hipótesis conocida como “la conjetura de Cournot”, según la cual las empresas al competir en cantidades ofrecen al mercado una determinada producción. Es decir, que la curva de oferta de las empresas es completamente vertical, con lo que la derivada de las producciones de las demás empresas P_{e^*} respecto de la producción propia P_e es cero:

$$\frac{\partial \left(\sum_{e^*} P_{e^*} \right)}{\partial P_e} = 0 \quad \forall e \quad (3.5)$$

De esta forma, combinando las ecuaciones (3.3) y (3.5), la derivada del precio respecto de la producción de cada empresa e es igual para todas las empresas a la pendiente de la demanda π' :

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{\partial \pi}{\partial \left(\sum_e P_e \right)} \cdot \frac{\partial \left(\sum_e P_e \right)}{\partial P_e} = \pi' \cdot \left(1 + \frac{\partial \left(\sum_{e^*} P_{e^*} \right)}{\partial P_e} \right) = \pi' \quad \forall e \quad (3.6)$$

De cada ecuación de optimalidad (3.4) se deduce que en el punto de equilibrio, donde cada empresa obtiene su máximo beneficio, los ingresos marginales (IM_e) son iguales a los costes marginales (CM_e) para cada empresa.

$$IM_e(P_e) = \pi + P_e \cdot \pi' = CM_e(P_e) \quad \forall e \quad (3.7)$$

Las E condiciones de optimalidad forman el sistema de ecuaciones que define matemáticamente el equilibrio de Cournot. Consecuentemente, la obtención del

equilibrio de Cournot consiste en resolver el citado sistema de ecuaciones obteniendo las E incógnitas P_e .

Otra forma de escribir la condición de maximización del beneficio, más intuitiva desde el punto de vista de la explotación de la generación, consiste en despejar la producción óptima de cada empresa.

$$P_e = \frac{\pi - CM_e(P_e)}{-\pi'} \quad \forall e \quad (3.8)$$

El equilibrio de Cournot es un equilibrio de Nash [Vives, 88][Kolstad, 91] en el sentido de que ninguna empresa mejora su beneficio si, considerando como dadas las decisiones de las demás empresas, cambia unilateralmente su decisión de cantidad óptima ofertada al mercado definida por la anterior expresión.

3.1.4 Condiciones de existencia y unicidad

Existen numerosos trabajos de investigación que estudian las condiciones de existencia y unicidad del equilibrio del mercado de Cournot, habiéndose derivado varios teoremas que definen tanto las condiciones necesarias como las suficientes [Tirole, 90]. Sin embargo, dado el alcance de esta tesis y con el objetivo de resaltar el significado conceptual de las mismas y no el aparato matemático, se enuncian a continuación de forma simplificada:

- El equilibrio simétrico de Cournot existe si la función de la demanda es monótona decreciente y los costes marginales de las empresas son monótonos crecientes [Daughety, 88].
- El equilibrio de Cournot existe y es único si la función de la demanda es lineal decreciente y los costes marginales forman una escalera de escalones constantes [Scott, 98].

En la práctica, las anteriores condiciones no son de difícil cumplimiento, debido a que en el diseño de modelos matemáticos es necesario simplificar la realidad. De hecho la práctica totalidad de las publicaciones referentes a modelos específicos del sector eléctrico consideran la demanda como una función lineal decreciente y los costes marginales de la generación como constantes o crecientes.

3.1.5 Influencia de los contratos en el equilibrio de Cournot

En todos los mercados en general y en particular en los mercados eléctricos es habitual que las empresas productoras contraten a largo plazo con los consumidores una determinada cantidad a un precio fijo con el objetivo de cubrirse frente a variaciones no esperadas del precio.

La consideración en el modelo de Cournot de los contratos⁵ a largo plazo que se saldan por diferencias requiere tan solo incluir los ingresos constantes procedentes de los contratos (IC_e) en el beneficio de cada empresa teniendo en cuenta que, a efectos de ingresos del mercado, a la producción total de la empresa hay que restarle la contratada a precio fijo (L_e):

$$B_e = \pi \cdot (P_e - L_e) - C_e + IC_e \quad \forall e \quad (3.9)$$

Por lo tanto, las condiciones de optimalidad de primer orden de las E empresas deben considerar que una parte de su producción L_e ya está contratada, a un precio fijo y en general distinto a π :

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e} = \pi + (P_e - L_e) \cdot \pi' - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e \quad (3.10)$$

En sintonía con los numerosos estudios realizados [Scott, 96][Lucas, 93][Green, 96][Wolak, 99] sobre la influencia de los contratos a largo plazo en los mercados eléctricos reales, el modelo de Cournot indica que la producción óptima de cada empresa en el equilibrio aumenta cuando se tiene en cuenta la cantidad contratada, tal y como se observa en la siguiente ecuación.

$$P_e = \frac{\pi - CM_e(P_e)}{-\pi'} + L_e \quad \forall e \quad (3.11)$$

Obsérvese que en la expresión anterior la P_e no sólo cambia en la cantidad contratada L_e ya que el precio π también varía por efecto de los contratos.

3.2 Modelo de Bushnell

El modelo propuesto por Bushnell [Bushnell, 98] supone un paso más en la adaptación del equilibrio de Cournot a los mercados eléctricos, al distinguir entre generación térmica e hidráulica. Bushnell incorpora sobre el mismo planteamiento conceptual de Cournot –maximización simultánea e interdependiente del beneficio de cada empresa– la principal particularidad de la generación hidráulica: energía disponible limitada.

El planteamiento de Bushnell está basado en los trabajos pioneros sobre coordinación hidrotérmica en mercados eléctricos de Scott y Read [Scott, 96]. Sin embargo, su enfoque más analítico le ha proporcionado mayor valor conceptual, lo

⁵ El término contrato en esta tesis se refiere a los contratos *forward* o a los contratos de futuros, no refiriéndose a otras modalidades de contratación más sofisticadas como las opciones.

cual a su vez le ha permitido definir el concepto del valor del agua en un entorno de competencia.

El modelo de equilibrio del mercado eléctrico de Bushnell supone un excelente punto de partida para la comprensión del modelado de la explotación de la generación que se propone en el siguiente capítulo.

3.2.1 Representación de un sistema hidrotérmico

La extensión del modelo de Cournot propuesta por Bushnell para incorporar la generación hidráulica con energía limitada trae consigo dos consecuencias de gran relevancia conceptual debido al contraste que conllevan frente al modelo de Cournot.

- Al incluir la limitación de energía hidráulica disponible, la maximización del beneficio de cada empresa se convierte en un problema de optimización con restricciones.
- El equilibrio es multiperiodo dado que la restricción de energía hidráulica limitada relaciona los mercados de varios periodos de demanda.

Estas consecuencias tienen asociado un incremento notable del esfuerzo computacional necesario, debido a que la restricción de energía disponible obliga a resolver de forma simultánea todos los equilibrios del mercado correspondientes a todos los periodos de demanda considerados.

3.2.2 Formulación matemática

La función objetivo de las empresas generadoras consiste en maximizar sus beneficios para los P periodos considerados⁶ incluyendo generación térmica P_e^T e hidráulica P_e^H .

$$\text{Maximizar:} \quad \sum_p \pi_p \cdot (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) - C_{p,e}^T(P_{p,e}^T) \quad \forall e \quad (3.12)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad \sum_p P_{p,e}^H = Q_e^H \quad \perp \lambda_e^H \quad \forall e \quad (3.13)$$

El problema de optimización de cada empresa⁷ está sujeto a la restricción de la energía disponible de su central hidráulica Q_e^H . La variable dual λ_e^H de dicha

⁶ Por claridad en la explicación se supone que todos los periodos son de duración unitaria.

⁷ Por claridad en la explicación no se considera la limitación de potencia máxima y mínima de la generación hidráulica aunque sí son recogidas por el modelo original de Bushnell. En el capítulo siguiente se incorporan estas limitaciones junto con otras ampliaciones en el modelado de la explotación.

restricción explica cuánto cambia la función objetivo de cada empresa al disponer de una unidad adicional de agua:

De igual forma que el modelo de Cournot, el precio de cada periodo es una variable dependiente de las producciones:

$$\pi_p = f_p \left(\sum_e (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) \right) \quad \forall p \quad (3.14)$$

Procediendo como en el modelo de Cournot, se buscan las condiciones de optimalidad de las empresas generadoras. Para ello y como paso previo, al tratarse de un problema de optimización con restricciones, se formula el lagrangiano del problema de cada empresa e :

$$L_e = \sum_p \left(\pi_p \cdot (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) - C_{p,e}^T(P_{p,e}^T) \right) - \lambda_e^H \cdot \left(\sum_p P_{p,e}^H - Q_e^H \right) \quad \forall e \quad (3.15)$$

Igualando a cero la derivada de la función de Lagrange respecto de las variables de decisión, potencia térmica e hidráulica de cada periodo p , se obtienen las ecuaciones de cada empresa:

$$\frac{\partial L_e}{\partial P_{p,e}^T} = \pi_p + (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) \cdot \pi'_p - CM_{p,e}^T(P_{p,e}^T) = 0 \quad \forall p, e \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial P_{p,e}^H} = \pi_p + (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) \cdot \pi'_p - \lambda_e^H = 0 \quad \forall p, e \quad (3.17)$$

Para obtener las condiciones de optimalidad anteriores, al igual que en el modelo de Cournot había que introducir la hipótesis conocida como la “Conjetura de Cournot” que implicaba que la derivada de las producciones de las demás empresas e^* respecto de la producción propia es cero, en el modelo de Bushnell hay que extender esta conjetura a cualquier periodo p :

$$\frac{\partial \left(\sum_{e^*} P_{p',e^*} \right)}{\partial P_{p,e}} = 0 \quad \forall p, e \quad (3.18)$$

Las parciales respecto a la potencia térmica coinciden con las ecuaciones del equilibrio de Cournot, las cuales expresan que la explotación es óptima cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal para cada empresa y en cada periodo:

$$IM_{p,e} = \pi_p + (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) \cdot \pi'_p = CM_{p,e}^T(P_{p,e}^T) \quad \forall p, e \quad (3.19)$$

Del mismo modo que en el modelo Cournot se puede despejar la potencia total óptima de cada empresa en cada periodo:

$$(P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) = \frac{\pi_p - CM_{p,e}^T(P_{p,e}^T)}{-\pi'_p} \quad \forall p, e \quad (3.20)$$

3.3 *El valor del agua en los mercados eléctricos*

Las derivadas parciales respecto de la potencia hidráulica permiten sacar conclusiones sobre la explotación de los grupos hidráulicos. Al igual que en los esquemas tradicionales de explotación aparece el concepto de valor del agua aunque con un nuevo significado. Por su especial importancia en este apartado se discute este concepto desde distintos puntos de vista.

Para las empresas que poseen recursos de generación hidráulicos, el cálculo del valor del agua es un problema de planificación de gran importancia, ya que de él depende la decisión final de producción hidráulica. Por tanto, su nueva y correcta definición en los mercados eléctricos adquiere gran interés. En esta sección se discute el significado del valor del agua en un mercado competitivo. Para ello se comparan los resultados obtenidos con dos modelos distintos, el ya presentado modelo de Bushnell y otro interesante modelo hidrotérmico descrito en [Barquín, 00].

En un esquema tradicional de planificación centralizada con el objetivo de minimización del coste total de suministro de electricidad, el valor del agua se define como el coste del combustible de cualquier grupo del sistema, normalmente el más caro, al que sustituye la generación hidráulica. Es decir, cuánto se reduce el coste de la explotación al disponerse de una unidad adicional de energía hidráulica.

Sin embargo, en un mercado competitivo en el que cada empresa generadora decide la explotación de sus medios de producción de forma independiente, el valor del agua para cada una de las empresas significa cuánto aumenta su propio beneficio por cada unidad adicional de energía hidráulica propia embalsada.

Desde el punto de vista de la programación matemática, el valor del agua coincide con la variable dual⁸ de la restricción de energía del problema de optimización, ya sea éste el de minimización de costes adecuado a un entorno tradicional o el de maximización de beneficios de cada empresa adecuado a un entorno desregulado.

⁸ La teoría de la optimización define las variables duales o precios sombra de cada restricción como el cambio marginal que se produce en la función objetivo al cambiar marginalmente el término independiente de dicha restricción. Estas sensibilidades cambiadas de signo –según el criterio seguido– también son conocidas como los multiplicadores de Lagrange.

3.3.1 El valor del agua en el modelo de Bushnell

Volviendo a las condiciones de optimalidad de las empresas que definen el equilibrio del modelo de Bushnell, las derivadas parciales respecto de la potencia hidráulica (3.17) explican que la utilización óptima de las reservas hidráulicas de cada empresa tiene por objetivo igualar los ingresos marginales de dicha empresa entre periodos.

$$IM_{p,e} = \pi_p + (P_{p,e}^T + P_{p,e}^H) \cdot \pi'_p = \lambda_e^H \quad \forall p, e \quad (3.21)$$

Si tenemos en cuenta que en el equilibrio, según la ecuación (3.19), el ingreso marginal de cada empresa es igual a su coste marginal y que, según la ecuación anterior (3.21), los ingresos marginales de los diferentes periodos considerados son iguales al valor del agua, se concluye que el valor del agua para cada empresa coincide con el coste marginal del generador térmico de la propia empresa al cual sustituye:

$$\lambda_e^H = CM_{p,e}^T(P_{p,e}^T) \quad \forall p, e \quad (3.22)$$

Por lo tanto, el valor marginal del agua para cada empresa en un entorno competitivo es el coste del combustible de la propia empresa al que sustituye, ya que de forma intuitiva una unidad adicional de energía hidráulica se utilizaría para reemplazar producción térmica al tratar de aplanar los ingresos marginales entre periodos.

Además, se observa que en el equilibrio del mercado las empresas no perciben el mismo valor del agua, ya que dicho valor es función del coste marginal de cada una de ellas. Esto supone un importante cambio con respecto a un esquema tradicional de explotación centralizada, en el cual el valor del agua es único e igual al coste marginal de todo el sistema.

3.3.2 El valor del agua en un modelo dinámico

En [Barquín, 00] se presenta un modelo dinámico⁹ –de aquí en adelante denominado modelo de Barquín– que permite afrontar la definición del concepto de valor del agua en un mercado competitivo desde un nuevo e interesante punto de vista.

El modelo de Barquín al igual que el de Bushnell representa la explotación multiperiodo de la generación térmica e hidráulica considerando que las empresas

⁹ El término “modelo dinámico” debe interpretarse en un sentido más amplio que la mera consideración de dependencias temporales como en el modelo de Bushnell, considerando explícitamente la reacción futura del mercado frente a las decisiones presentes de las empresas.

compiten en el mercado como en el modelo de Cournot. Sin embargo, y en contraste con el modelo de Bushnell, emplea programación dinámica para descomponer el problema multiperiodo en problemas monopериodo. Estos problemas monopериodo se pueden resolver de forma independiente considerando el acoplamiento entre periodos consecutivos mediante la función de beneficio futuro. Esta función valora el beneficio de la empresa según el nivel del embalse al final del periodo en estudio. Precisamente la resolución del problema hidrotérmico empleando programación dinámica facilita el cálculo del valor del agua ya que éste coincide con la derivada del beneficio futuro.

Obsérvese cómo la utilización de la función de beneficio futuro define un comportamiento de las empresas con recursos hidráulicos diferente al del modelo de Bushnell. Ello se debe a que la reacción futura del mercado, a través de la función de beneficio futuro, es tenida en cuenta por la empresa con generación hidráulica mientras que la conjetura de Cournot, presente en el modelo de Bushnell, considera que no existe reacción futura de las empresas competidoras (ver ecuación 3.18).

Descripción de un modelo equivalente

A continuación se formula un modelo dinámico equivalente¹⁰ al de Barquín con el objetivo de facilitar el análisis del cálculo del valor del agua. Para mayor claridad de la exposición, se considera el caso del duopolio en el que sólo una empresa dispone de generación hidráulica, lo que además permite obtener sin dificultad su expresión analítica.

Cada uno de los periodos considerados en el modelo de Barquín se puede plantear como un juego de dos fases. En la primera fase del juego se calcula el valor del agua considerando que en la segunda fase el mercado se modela como un equilibrio de Cournot. Así, para decidir el valor del agua la empresa con recursos hidráulicos considera explícitamente la reacción futura del mercado. De esta forma, este juego permite calcular el valor del agua de forma equivalente al modelo de Barquín.

La solución de este juego en dos fases se obtiene fácilmente resolviendo primero la segunda fase –equilibrio del mercado como en el equilibrio de Cournot– y empleando las ecuaciones que resultan de esta segunda fase para calcular en la primera fase el valor del agua. Por paralelismo con el modelo de Stackelberg¹¹ se denomina a la empresa con generación térmica e hidráulica como la líder (1) y a la que sólo dispone de generación térmica como seguidora (2).

La solución de la segunda fase es la del equilibrio de Cournot:

¹⁰ La definición de este modelo dinámico es original de la tesis, aunque obviamente se inspira en el modelo de Barquín.

¹¹ El modelo de Stackelberg se describe en el apartado A.3.3 del apéndice A.

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1^T} = \pi + (P_1^T + P_1^H) \cdot \pi' - CM_1^T(P_1^T) = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2^T} = \pi + P_2^T \cdot \pi' - CM_2^T(P_2^T) = 0 \quad (3.24)$$

En la primera fase la empresa con generación hidráulica calcula el valor del agua considerando la relación existente entre la producción hidráulica P_1^H y las producciones térmicas P_1^T y P_2^T según las ecuaciones (3.23) y (3.24), y sin olvidar la ecuación del precio y su derivada.

$$\pi = f(P_1^T + P_1^H + P_2^T); \quad \pi' = \frac{\partial \pi}{\partial (P_1^T + P_1^H + P_2^T)} \quad (3.25)$$

El valor del agua se obtiene empleando su definición: incremento del beneficio al disponer de una unidad adicional de producción hidráulica.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_1}{\partial P_1^H} &= \frac{\partial (\pi \cdot (P_1^T + P_1^H) - C_1^T(P_1^T))}{\partial P_1^H} = \pi \cdot \frac{\partial (P_1^T + P_1^H)}{\partial P_1^H} + \frac{\partial \pi}{\partial P_1^H} \cdot (P_1^T + P_1^H) - \frac{\partial C_1^T}{\partial P_1^T} \cdot \frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} \\ &= \pi \cdot \left(\frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} + 1 \right) + \frac{\partial \pi}{\partial (P_1^T + P_1^H + P_2^T)} \cdot \frac{\partial (P_1^T + P_1^H + P_2^T)}{\partial P_1^H} \cdot (P_1^T + P_1^H) - CM_1^T \cdot \frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} \\ &= \pi \cdot \left(\frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} + 1 \right) + \pi' \cdot \left(\frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} + 1 + \frac{\partial P_2^T}{\partial P_1^H} \right) \cdot (P_1^T + P_1^H) - CM_1^T \cdot \frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} \\ &= \pi + \pi' \cdot (P_1^T + P_1^H) + \pi' \cdot \frac{\partial P_2^T}{\partial P_1^H} \cdot (P_1^T + P_1^H) + \frac{\partial P_1^T}{\partial P_1^H} \cdot (\pi + (P_1^T + P_1^H) \cdot \pi' - CM_1^T) \\ &= \pi + \pi' \cdot (P_1^T + P_1^H) \cdot \left(1 + \frac{\partial P_2^T}{\partial P_1^H} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Obsérvese como en este modelo dinámico el valor del agua de la empresa 1 captura la reacción futura de la empresa 2 a través del término $\partial P_2^T / \partial P_1^H$. El valor de esta derivada parcial se obtiene de las ecuaciones (3.23) y (3.24) que definen el equilibrio del mercado.

3.3.3 El valor del agua según diferentes modelos

Este apartado compara el valor del agua para una empresa que opera en un mercado en condiciones de competencia perfecta con los resultados obtenidos por los modelos de Bushnell y Barquín.

El valor del agua para la empresa líder del modelo de Barquín

La consecuencia inmediata de la expresión (3.26) es que el valor del agua de la empresa líder en el modelo dinámico equivalente al de Barquín no coincide¹² con su ingreso marginal debido a que la reacción de la empresa competidora frente a la variación marginal de la producción hidráulica aparece explícitamente en la expresión analítica derivada anteriormente:

$$\lambda_1^H = \frac{\partial B_1}{\partial P_1^H} = \pi + \pi' \cdot (P_1^T + P_1^H) \cdot \left(1 + \frac{\partial P_2^T}{\partial P_1^H} \right) \quad (3.27)$$

El valor del agua para un observador de Cournot

En el modelo de Bushnell, el valor del agua obtenido coincide con el ingreso marginal de la empresa al considerar en su cálculo la conjetura de Cournot. Es decir, que la reacción de la empresa competidora es nula ($\frac{\partial P_2^T}{\partial P_1^H} = 0$).

$$\lambda_1^H = \frac{\partial B_1}{\partial P_1^H} = \pi + \pi' \cdot (P_1^T + P_1^H) \quad (3.28)$$

De forma más precisa este valor del agua debería definirse como “*el valor del agua para un observador de Cournot*”, ya que es el resultado directo de las hipótesis realizadas sobre cómo las empresas perciben (observan) la reacción de sus competidores.

El valor del agua en competencia perfecta

En condiciones de competencia perfecta las empresas al maximizar su beneficio consideran que sus decisiones carecen de influencia sobre el precio ($\pi' = 0$), con lo cual el valor del agua es igual al precio del mercado.

$$\lambda_1^H = \frac{\partial B_1}{\partial P_1^H} = \pi \quad (3.29)$$

Este resultado es equivalente al obtenido en los modelos tradicionales de minimización de costes.

¹² En el caso particular en el cual el coste marginal de la empresa con recursos hidráulicos es constante, el valor del agua sí coincide con el ingreso marginal.

3.3.4 Conclusiones sobre el valor del agua

La principal conclusión alcanzada sobre el valor del agua en los mercados eléctricos es que su correcta definición depende de las hipótesis realizadas sobre el comportamiento de las empresas en el mercado. Es evidente que diferentes hipótesis definen diferentes modelos conceptuales con los que se obtienen diferentes valores del agua.

Para finalizar, en los desarrollos realizados en esta tesis doctoral se ha empleado el concepto de valor del agua que aparece en el modelo de Bushnell ya que se ha considerado explícitamente el equilibrio de Cournot como patrón de comportamiento de las empresas para estudios de medio plazo. En consecuencia, los modelos desarrollados en esta tesis no consideran la dinámica del mercado como en el modelo de Barquín. Esto es debido a que se parte de la hipótesis comúnmente aceptada de que el equilibrio de Cournot, a pesar de ser un modelo estático internaliza la naturaleza repetitiva y dinámica del mercado [Vives, 88].

3.4 Conclusiones

En este capítulo se ha realizado una exposición original de los dos modelos de equilibrio más interesantes desde el punto de vista de su aplicación a los mercados eléctricos. En especial se ha tratado de encontrar el ámbito de utilización apropiado de ambos modelos de mercado.

Respecto del modelo de Cournot se puede señalar que al tratarse de un modelo conceptual sencillo permite obtener resultados claros y concluyentes sobre qué factores influyen en el equilibrio del mercado. Esto, unido a que su aplicación a mercados reales proporciona resultados acordes con la experiencia, ha convertido al modelo de Cournot en la semilla conceptual de gran parte de los modelos desarrollados para el estudio de los mercados eléctricos.

Por otro lado, el modelo de Bushnell viene a superar uno de los puntos débiles del modelo de Cournot al incorporar la generación hidráulica. Esto le permite afrontar la definición del concepto de valor del agua en un entorno competitivo. Aunque como el análisis del modelo de Barquín pone de manifiesto, este concepto depende de las hipótesis realizadas sobre el comportamiento de las empresas en el mercado.

En resumen, el comportamiento de un mercado eléctrico oligopolista puede representarse correctamente considerando que las empresas compiten como en el modelo de Cournot, que pese a sus casi dos siglos de existencia sigue siendo la referencia a seguir como modelo conceptual del comportamiento a medio plazo de un mercado formado por pocos agentes.

3.5 Referencias

- [Bushnell, 98] Bushnell, J. “Water and Power: Hydroelectric Resources in the Era of Competition in the Western US”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California. Energy Institute. 1998.
- [Barquin, 00] Barquín, J., García-Gonzalez, J., Román, J. “Water value in competitive markets: Dynamic Programming and game theory”. *PMAPS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Cournot, 1838] Cournot, A. A. “Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth”. Versión inglesa de “Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses”. New York: Kelley.
- [Daughety, 88] Daughety, A. F., *Cournot Oligopoly*. Cambridge University Press 1988.
- [Green, 96] Green, R. J. “The electricity Contract market”. *Working paper of Department of Applied Economics* University of Cambridge No. 9616. 1996.
- [Kolstad, 91] Kolstad, C.D. and Mathiesen, L. “Computing Cournot-Nash Equilibria”. *Operations Research*. Vol. 39, No. 5, September-October 1991.
- [Lucas, 93] Lucas, N. and Taylor, P. “Characterizing generator behaviour: bidding strategies in the pool. A game theory analysis”. *Utilities Policy*. 1993.
- [Scott, 96] Scott, T. J. and Read, E. G. “Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market”. *International Transactions in Operational Research*. Vol. 3 pp. 243-253. 1996
- [Scott, 96] Scott, T. J. “Hydro Reservoir Management for a Electricity Market with Long-Term Contracts”. Tesis Doctoral. University of Canterbury. pp. 44-49. 199
- [Tirole, 90] Tirole, J. “Short-Run Price Competition”. *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 1990.
- [Varian, 92] Varian, H.R. “Oligopoly”. *Microeconomic Analysis*. W.W. Norton & Company. New York. 1992.
- [Vives, 88] Vives, X. “Cournot, el problema del oligopolio y la teoría de juegos”. *Cuadernos económicos de ICE* N.º 40 1988/3.
- [Wolak, 99] Wolak, F. A. “An Empirical Analysis of the Impact of Hedge Contracts on Bidding Behavior in a Competitive Electricity Market”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California. Energy Institute. 1999.

Capítulo 4

Modelo de explotación de la generación basado en el Problema Complementario

La búsqueda realizada en el desarrollo de esta tesis de un procedimiento adecuado para el diseño de modelos de explotación de la generación en un entorno competitivo empezó por el estudio de los modelos clásicos de mercado de la teoría microeconómica. Sin embargo, aunque éstos ofrecen una representación correcta del comportamiento de las empresas, no son capaces de incorporar algunas características y limitaciones técnicas propias de la generación de electricidad.

En este capítulo se propone una metodología que permite reproducir la competencia de las empresas –como en el equilibrio de Cournot– al mismo tiempo que permite considerar en detalle las restricciones técnicas que afectan a los medios de producción de electricidad. El método consiste en formular explícitamente las ecuaciones que definen el comportamiento óptimo de cada una de las empresas. Resulta un sistema de ecuaciones que se puede resolver directamente aprovechando que tiene la estructura de un “Problema Complementario”, cuyas particularidades permiten emplear metodologías especiales de resolución incorporadas hoy en día en potentes y probados paquetes informáticos comerciales.

Este capítulo recoge los desarrollos principales de la tesis y presenta la metodología propuesta para diseñar un modelo de explotación de la generación de medio plazo adaptado a un entorno de competencia, que tal como se detalló en el capítulo de introducción constituye el principal objetivo de esta tesis doctoral.

Para centrar el modelo que se propone, es necesario resumir algunas consideraciones realizadas en los capítulos precedentes. Las reflexiones realizadas, a raíz de la revisión del estado del arte, en el capítulo 2 han sugerido que no existe un único planteamiento válido, sino que éste depende del ámbito de utilización del modelo que se pretende desarrollar. Por este motivo la tesis se ha centrado en uno de ellos, en concreto, la representación de la explotación para estudios de medio plazo. El capítulo tres concluye que los modelos de Cournot y Bushnell reflejan correctamente el comportamiento de las empresas en el mercado para dicho alcance temporal aunque no consideran con suficiente detalle las limitaciones técnicas de la generación.

En concordancia con los comentarios precedentes, esta tesis propone un método que se puede entender como una ampliación del modelo de Cournot –correcta representación del comportamiento de las empresas– y que a su vez supera en dos aspectos fundamentales al modelo de Bushnell: modelado detallado de la explotación y capacidad de aplicación a sistemas eléctricos de tamaño real.

La primera parte del capítulo se dedica a la descripción de la metodología basada en el problema complementario, consistente en la formulación de las ecuaciones que definen el comportamiento óptimo de las empresas en el mercado al mismo tiempo que determinan cuál es su explotación óptima y factible. El conjunto de las anteriores condiciones de optimalidad forma un sistema de ecuaciones no lineales que se puede resolver directamente aprovechando que tiene la estructura de un problema complementario.

En la segunda parte del capítulo, se aplica el método propuesto a un sistema eléctrico concreto, aunque suficientemente general al incorporar todo tipo de centrales y de limitaciones técnicas, obteniéndose de esta forma la formulación matemática detallada del modelo.

Además, el análisis detallado de las expresiones analíticas obtenidas permite extraer información sobre el papel de cada tecnología de generación en la consecución de la política de explotación de máximo beneficio de cada empresa.

4.1 Metodología basada en el problema complementario

4.1.1 Planteamiento

El problema que se aborda en esta tesis consiste en encontrar un método adecuado para el modelado de la explotación de la generación a medio plazo en un ambiente de competencia. La representación correcta de las decisiones que afectan a la operación de los grupos generadores se sustenta sobre dos aspectos fundamentales: la consideración explícita de la interdependencia entre las decisiones de todas las empresas a través del mercado junto con un suficiente nivel de detalle en el modelado de la explotación. Este problema se representa esquemáticamente en la Figura 4.1.

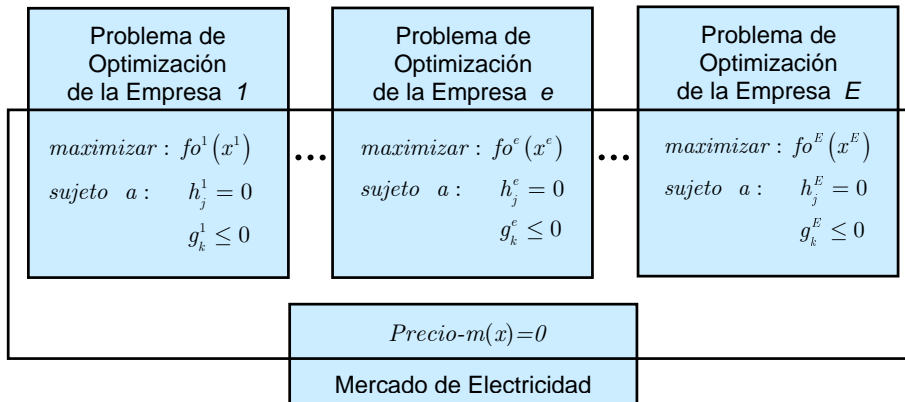


Figura 4.1 Formulación matemática del equilibrio del mercado

El método descrito en este capítulo, al igual que los planteamientos de Cournot y Bushnell, se basa en la formulación matemática del equilibrio del mercado mediante la consideración de los problemas de optimización que modelan el comportamiento óptimo de las empresas. La consideración explícita de los problemas de optimización de cada empresa permite considerar el objetivo natural de las empresas de maximizar su beneficio, al mismo tiempo que las restricciones permiten modelar la explotación con realismo imponiendo una operación de los medios de producción técnicamente factible y adaptado a las características propias de cada empresa.

Como se aprecia en la citada figura, los problemas de optimización de las empresas que compiten en el mercado eléctrico están acoplados por la ecuación del precio del mercado $m(x)$ que es función de la producción total. Este acoplamiento entre problemas es producto de la interdependencia que tienen las decisiones de las empresas que compiten por satisfacer la misma demanda. Precisamente es ese nexo de unión el que impide la resolución independiente del problema de optimización para cada empresa mediante los métodos tradicionales [Rivier, 00].

Para superar esta dificultad, el método propuesto se basa en formular las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de cada problema de

optimización con el propósito de formar un problema complementario con todas las condiciones de optimalidad, el cual puede ser resuelto directamente empleando algoritmos específicos [Billups, 97][Rutherford, 95].

4.1.2 Descripción

Este apartado detalla el método propuesto en este capítulo para formular el equilibrio del mercado descrito en la Figura 4.1, como un problema complementario¹:

PASO 1º: Formulación del problema de optimización de cada empresa

El siguiente cuadro recoge la fracción de la Figura 4.1 correspondiente a la formulación genérica del problema de la empresa e :

<i>maximizar</i> : $fo^e(x^e)$
<i>sujeto a</i> : $h_j^e = 0 \quad \perp \lambda_j^e$
$g_k^e \leq 0 \quad \perp \mu_k^e$

Figura 4.2 Problema de optimización de una empresa

Donde fo representa la función objetivo, x las variables de decisión de cada empresa (potencias generadas, potencias bombeadas, niveles de los embalses...), h_j^e y g_k^e las restricciones de igualdad y de desigualdad respectivamente, mientras que λ_j^e y μ_k^e son sus variables duales asociadas.

Nótese que la ecuación del mercado $m(x)$ que relaciona el precio con las cantidades producidas por todas las empresas (ver Figura 4.1) no aparece en el cuadro anterior. La justificación de esta ausencia radica en que al ser el *precio* una variable dependiente de las producciones de todas las empresas, se puede sustituir en los problemas de optimización por la función $m(x)$. De esta forma, las producciones de las empresas competidoras también forman parte de x , influyendo sobre el problema de cada empresa y haciendo más patente si cabe, el acoplamiento entre los problemas de optimización.

De la formulación anterior se deduce que, a diferencia de lo que ocurre en el modelo de Cournot o en el de Bushnell, el problema de optimización de cada empresa es totalmente flexible. Por un lado la función objetivo no tiene por qué ceñirse a la maximización pura del beneficio obtenido en el mercado, sino que se pueden incluir otros ingresos u otros objetivos estratégicos de las empresas. Por otro lado, las

¹ En [Hobbs, 99] y [Wei, 99] se pueden encontrar dos modelos basados en el problema complementario diseñados para el análisis de las congestiones de red en los mercados eléctricos.

restricciones pueden representar todas aquellas limitaciones técnicas de la generación que se consideren relevantes o incluso limitaciones de carácter estratégico relacionadas con el mercado.

PASO 2º: Construcción del lagrangiano del problema de optimización de cada empresa

La construcción de la función de Lagrange o lagrangiano de cada problema de optimización a partir de la formulación anterior facilita la obtención de las condiciones de optimalidad:

$$L^e(x, \lambda, \mu) = -fo^e - \sum_j \lambda_j^e \cdot h_j^e - \sum_k \mu_k^e \cdot g_k^e \quad (4.1)$$

Obsérvese que se ha optado por formular el lagrangiano del problema de minimización equivalente. De esta forma resultan negativas las variables duales de las restricciones de menor o igual μ_k^e .

PASO 3º: Obtención de las condiciones de optimalidad de cada empresa

La teoría de la optimización indica que las condiciones de optimalidad –también denominadas de Karush-Kuhn-Tucker– de cada uno de los problemas de optimización están formadas por tres conjuntos de ecuaciones:

- i) Gradiente de la función de Lagrange respecto de los multiplicadores de las restricciones de igualdad:*

$$\nabla_{-\lambda} L^e(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L^e}{-\partial \lambda_j^e} = h_j^e = 0 \quad (4.2)$$

Es fácil deducir que las derivadas del lagrangiano respecto de los multiplicadores (variables duales con signo negativo) de las restricciones de igualdad son las propias restricciones de igualdad. En consecuencia, la función de estas ecuaciones es forzar la factibilidad de la solución.

- ii) Gradiente de la función de Lagrange respecto de las variables de decisión igual a cero:*

$$\nabla_x L^e(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L^e}{\partial x^e} = 0 \quad (4.3)$$

En el caso de que el problema de optimización sea lineal, estas derivadas forman las restricciones del problema dual equivalente. Sin embargo, con problemas no

lineales las ecuaciones anteriores contienen tanto variables del problema dual como del problema primal².

iii) *Condición de complementariedad de holguras:*

$$\mu_k^e \cdot g_k^e = 0; \quad g_k^e \leq 0; \quad \mu_k^e \leq 0 \quad (4.4)$$

El papel de $\mu_k^e \cdot g_k^e = 0$ dentro del conjunto de ecuaciones que forman las condiciones de optimalidad consiste en imponer la relación lógica existente entre cada restricción de desigualdad g y su variable dual μ asociada: o bien la restricción está activa ($g=0$) o bien la variable dual μ vale cero.

Aunque estas ecuaciones no lineales complican notablemente la opción de obtener la solución de un problema de optimización a través de la resolución de sus condiciones de optimalidad, son precisamente las que presentan la estructura de un problema complementario³.

Las anteriores condiciones de optimalidad forman un sistema de ecuaciones no lineales con la estructura de un problema complementario mixto⁴ (*Mixed Complementarity Problem MCP*), ya que éste se define como la unión de un sistema de ecuaciones –gradiente de la función de Lagrange respecto de las variables de decisión x y el gradiente respecto de los multiplicadores iguales a cero– con un problema complementario –condición de complementariedad de holguras–.

PASO 4º: Formulación del equilibrio del mercado como un problema complementario mixto

Finalmente, el equilibrio del mercado representado en la Figura 4.1 se formula uniendo las condiciones de optimalidad de cada empresa $e \in (1, \dots, E)$ en un único problema complementario mixto como se muestra en la Figura 4.3. En el caso de que la función objetivo sea cuadrática y que tanto las restricciones de igualdad como de desigualdad sean restricciones lineales se obtiene un problema complementario mixto lineal (LCP) tal y como se describe en el Apéndice B.

En la Figura 4.3 se ha incluido la ecuación del mercado para realzar la idea de que los problemas de optimización están unidos a través del mercado, aunque estrictamente ese vínculo está considerado dentro de las condiciones de optimalidad de las empresas.

² En [Nash, 96] se puede encontrar una descripción rigurosa de la dualidad en problemas no lineales.

³ El problema complementario está íntimamente ligado a las condiciones de optimalidad de KKT. Esta relación fue establecida por R. Cottle en 1964 [Cottle, 64].

⁴ El Apéndice B resume los conceptos relativos al problema complementario necesarios para el seguimiento y comprensión de esta tesis. El lector interesado puede encontrar mayor información en [Cottle, 92] y [Ferris, 97].

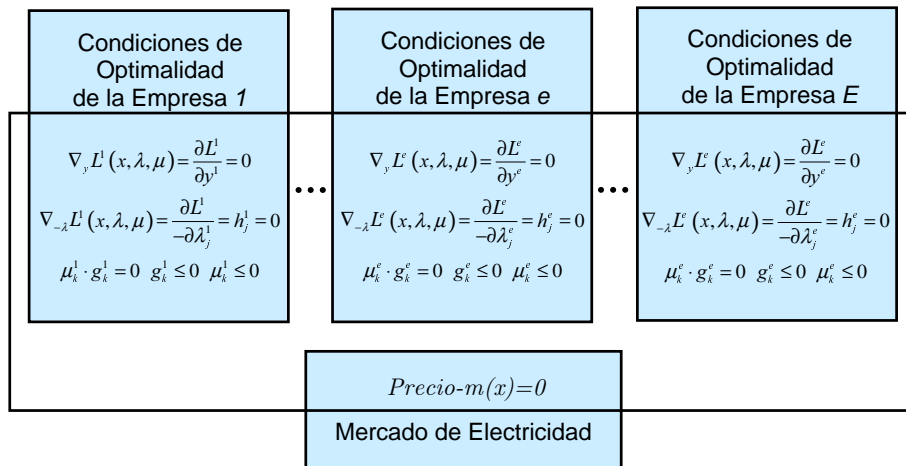


Figura 4.3 Formulación matemática del equilibrio del mercado como un problema complementario

4.2 Modelado del sistema

En esta sección se discute el modelado de un sistema eléctrico organizado alrededor de un mercado de energía. Aunque el caso que se describe está inspirado en el mercado español, el modelado es suficientemente genérico como para que pueda aplicarse a cualquier sistema hidrotérmico, con independencia de su tamaño.

En las secciones 4.3 y 4.4 se detalla la formulación matemática que se obtiene como resultado de la particularización de la metodología presentada en la sección 4.1 al sistema que se describe en esta sección.

4.2.1 Representación del mercado

El modelado del mercado viene definido por el comportamiento de las empresas productoras de electricidad y de los consumidores que forman la demanda.

Comportamiento de las empresas

En el capítulo precedente, dedicado a los modelos de mercado de Cournot y Bushnell, se reflexionaba sobre cuál debe ser el modelado correcto del comportamiento de las empresas en un mercado formado por pocos competidores. La conclusión alcanzada es que la competencia a la Cournot, también recogida en el modelo de Bushnell, es la más extendida forma de considerar cómo toman decisiones las empresas en un mercado oligopolista. En consecuencia, se va a considerar que las empresas tratan de maximizar su beneficio considerando que las otras empresas se comportan de forma similar.

Comportamiento de la demanda

La manera usualmente establecida de representar la demanda en modelos de medio y largo plazo es mediante la curva duración-carga que se suele aproximar por bloques o escalones que agrupan horas con similar nivel de potencia demandada. El alcance en los modelos anuales o plurianuales se divide típicamente en periodos y niveles de carga. Normalmente los periodos coinciden con los meses, mientras que la agrupación de las horas de punta, llano y valle forman los niveles de carga que componen la curva duración-carga de cada uno de los periodos.

No obstante, aunque el comportamiento de la demanda se agrupe por bloques como en los modelos tradicionales, el papel de los consumidores que forman la demanda total del sistema crece notablemente en un entorno competitivo. Mientras que en los modelos de explotación clásicos la demanda se considera constante o inelástica para cada nivel de carga, en los nuevos modelos de explotación se debe considerar la relación entre la cantidad demandada y el precio. En el modelo propuesto la demanda total en cada nivel de carga se formula como una función lineal del precio.

4.2.2 El equipo de generación térmica

El sistema térmico está formado por centrales nucleares y térmicas convencionales de carbón, fuel y gas. La utilización de las unidades o grupos generadores que componen estas centrales, con el objetivo de convertir energía calorífica en electricidad, tiene asociada costes que dependen de forma no lineal de la potencia generada. Además, el funcionamiento de las unidades de generación está condicionado por una serie de restricciones de operación relacionadas con limitaciones de la potencia generada o la disponibilidad de combustible.

El modelo propuesto considera con suficiente detalle las características particulares de cada tipo de generación para estudios de medio plazo. Cada generador térmico tiene limitada su generación a su potencia nominal⁵, siendo el consumo de combustible una función cuadrática de la potencia generada. Cada combustible se caracteriza por su precio y para cada central se consideran las compras realizadas y el tamaño de los parques de almacenamiento de combustible.

La ecuación de gestión de los parques de combustible, que relaciona las compras realizadas con el consumo de combustible y la potencia producida, se puede representar alternativamente como una ecuación lineal o como una ecuación cuadrática de la potencia generada. La primera formulación tiene ventajas computacionales mientras que la segunda representa con mayor fidelidad la realidad

⁵ Los fallos son considerados de forma determinista, es decir reduciendo la potencia nominal proporcionalmente a la tasa de fallos

al considerar el gasto de combustible como una función cuadrática de la potencia producida.

4.2.3 *El equipo de generación hidráulica*

El sistema de generación hidráulica está formado por los grupos generadores que emplean como fuente de energía primaria la energía cinética y potencial del agua. En contraste con la generación térmica el coste variable de producción de electricidad es prácticamente nulo, aunque en este caso la cantidad de agua disponible está limitada.

El equipo hidráulico se suele clasificar en tres grandes categorías según su capacidad de almacenamiento de energía:

- La *generación hidráulica regulable* está formada por las centrales que disponen de embalse⁶, cuya capacidad de almacenamiento de agua permite trasladar producción hidráulica de periodos con alto nivel de aportaciones hidráulicas a otros de mayor escasez.
- La *generación hidráulica fluyente* por el contrario no tiene la posibilidad de almacenar energía teniendo en cada momento que turbinar o verter todo el agua disponible.
- La *generación hidráulica de bombeo* dispone de la posibilidad de almacenar (bombear) energía en forma de energía potencial del agua en un vaso superior durante los niveles de demanda baja (precio bajo) para transformarla posteriormente en electricidad (turbinar) en niveles de demanda alta (precio alto).

El modelo propuesto para las unidades de generación hidráulica regulable considera que su producción está limitada por la potencia nominal y que el nivel de reservas está limitado por la capacidad del embalse. Las unidades con capacidad de bombeo requieren además el valor del rendimiento del ciclo turbinación-bombeo y aforo del vaso superior. Mientras que la generación fluyente se caracteriza simplemente por la potencia disponible.

La ecuación de gestión de un embalse que relaciona las reservas, las aportaciones y el gasto de agua se puede representar alternativamente mediante una ecuación lineal –modelo energético– o mediante una función no lineal de la cota de llenado del embalse –modelo de agua [Wood, 96]–. Al igual que en el caso de los parques de combustible, la primera formulación presenta ventajas computacionales mientras que la segunda representa con mayor fidelidad la realidad.

⁶ A su vez, la capacidad del embalse permite clasificar las centrales regulables en anuales, estacionales, semanales, etc.

La naturaleza estocástica de las aportaciones hidráulicas supone la mayor fuente de incertidumbre para las empresas que operan en sistemas con fuerte componente de generación hidráulica. Sin embargo, debido a que el objetivo de la tesis se centra en el modelado del comportamiento de las empresas en un mercado eléctrico considerando en detalle sus medios de producción, en el modelo propuesto las aportaciones se consideran de forma determinista mediante su valor medio esperado.

No obstante, la metodología desarrollada en esta tesis se puede ampliar para incorporar la incertidumbre de las aportaciones. En [Ventosa, 00] se presenta un trabajo que conjuga el modelado del mercado mediante el problema complementario con la programación dinámica estocástica para la incorporación de la incertidumbre de las aportaciones. La principal limitación de esta solución radica en la aparición de problemas no convexos cuando se considera más de una empresa con recursos hidráulicos cuyas aportaciones son estocásticas.

4.3 Formulación del problema de optimización de cada empresa

En esta sección se detalla la formulación matemática del problema de optimización de cada empresa considerando el sistema eléctrico descrito en la sección anterior.

4.3.1 Función objetivo

Como se ha establecido en el apartado 4.2.1, la función objetivo de cada empresa consiste en la maximización del propio beneficio obtenido como los ingresos procedentes del mercado menos los costes incurridos en cada nivel n de cada periodo p considerado.

Maximizar:

$$\begin{aligned} & \sum_p \sum_n D_{n,p} \cdot \pi_{n,p} \cdot g_{n,p,e} \\ & - \sum_p \sum_n \sum_{t \in e} D_{n,p} \cdot u_t \cdot p_{n,p,t} \quad \forall e \quad (4.5) \\ & - \sum_p \sum_n \sum_{t \in e} D_{n,p} \cdot v_t \left(o'_t \frac{p_{n,p,t}}{k_t} + o''_t \left(\frac{p_{n,p,t}}{k_t} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

Donde el primer sumatorio representa los ingresos al ser D la duración, π el precio y g la producción total de la empresa vendida en el mercado. El segundo sumatorio representa el coste variable por operación y mantenimiento al ser u su

coste unitario y p la producción de cada grupo térmico. Y finalmente, el tercer sumatorio representa el coste del consumo de combustible al ser v su coste unitario, o' y o'' los coeficientes lineal y cuadrático de la función de consumo y k el coeficiente de consumos propios de cada grupo térmico.

4.3.2 Restricciones técnicas de la explotación

Aparte de las cotas de las variables de decisión (producciones, reservas...), las restricciones técnicas de la explotación relevantes en los estudios de medio plazo son las relacionadas con los movimientos de energía. En lo que resta del apartado las variables duales μ aparecen al lado de sus restricciones de desigualdad separadas por el símbolo de ortogonalidad \perp ⁷.

Gestión de las reservas hidráulicas

Esta restricción modela la gestión del nivel de las reservas hidráulicas de cada central hidráulica considerando la posibilidad del almacenamiento de energía por bombeo. La energía disponible en cada periodo está limitada por las aportaciones y los niveles inicial y final de las reservas de dicho periodo. Existen dos posibilidades de modelado lineal y no lineal.

En el primer caso la expresión utilizada es:

$$\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h}) \leq A_{p,h} + R_{p,h} - R_{p+1,h} \perp \mu_{p,h}^R \quad \forall p, h \in e, e \quad (4.6)$$

Donde h representa la producción hidráulica, b el consumo por bombeo y η el rendimiento del ciclo de turbinación y bombeo. En este primer caso, tanto las reservas R como las aportaciones A tienen unidades de energía (modelo energético).

En el segundo caso las aportaciones tienen unidades de volumen (modelo de agua) y la energía del embalse E depende de forma no lineal –típicamente según un polinomio de grado tres o grado cuatro– del nivel de reservas R que ahora expresa la cota de llenado del embalse.

$$\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h}) \leq \rho_{H_2O} \cdot A_{p,h} \cdot g \cdot R_{p,h} + E_{p,h}(R_{p,h}) - E_{p+1,h}(R_{p+1,h}) \perp \mu_{p,h}^R \quad \forall p, h \in e, e \quad (4.7)$$

⁷ Esta notación se emplea con frecuencia en la literatura relacionada con el problema complementario con el objetivo de resaltar el concepto de complementariedad entre la restricción y su variable dual.

Donde, la densidad del agua se representa por ρ_{H_2O} y la aceleración de la gravedad por g .

En ambos casos, el nivel inicial del primer periodo y el final del último son datos para la optimización.

Gestión del combustible

Esta restricción modela la gestión del nivel de *stock* de combustible en el parque de almacenamiento de cada central. El *stock* de combustible al principio de cada periodo es función del *stock* del periodo anterior, de las compras con contratos *take-or-pay* y el consumo realizado en dicho periodo. Existen dos posibilidades de modelado del consumo de combustible lineal o cuadrático. En el caso lineal las compras C y el *stock* S tienen las mismas unidades que energía eléctrica producida (kWh).

$$\sum_n \sum_{t \in C} D_{n,p} p_{n,p,t} \geq C_{p,c} + S_{p,c} - S_{p+1,c} \quad \perp \mu_{p,c}^S \quad \forall p, c \in e, e \quad (4.8)$$

Mientras que en el caso no lineal las compras y el *stock* tienen unidades de energía calorífica del combustible consumido (cal).

$$\sum_n \sum_{t \in C} D_{n,p} \left(o'_t \frac{p_{n,p,t}}{k_t} + o''_t \left(\frac{p_{n,p,t}}{k_t} \right)^2 \right) \geq S_{p,c} + C_{p,c} - S_{p+1,c} \quad \perp \mu_{p,c}^S \quad \forall p, c \in e, e \quad (4.9)$$

En ambos casos, el nivel inicial del primer periodo y final del último periodo son datos para la optimización.

Restricciones del bombeo puro

El bombeo puro es aquél que dispone de un pequeño embalse de almacenamiento que sólo recibe agua procedente del bombeo careciendo de aportaciones. El ciclo de turbinación-bombeo de estas unidades queda restringido al día o a la semana debido a la típicamente reducida capacidad de almacenamiento de este tipo de bombeo.

La primera restricción establece el equilibrio entre la energía bombeada y la turbinada dentro de cada periodo, mientras que la segunda limita la energía que se puede bombear en cada periodo a la capacidad del vaso de almacenamiento \bar{R}_b .

$$\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,b} - \eta_b \cdot b_{n,p,b}) \leq 0 \quad \perp \mu_{p,b}^R \quad \forall p, b \in e, e \quad (4.10)$$

$$\sum_n D_{n,p} \cdot \eta_b \cdot b_{n,p,b} \leq \bar{R}_b \quad \perp \mu_{p,b}^{\bar{R}} \quad \forall p, b \in e, e \quad (4.11)$$

Cotas de cada variable

$$\underline{R}_{p,h} \leq R_{p,h} \leq \bar{R}_{p,h} \quad \perp \mu_{p,h}^{\underline{R}}; \mu_{p,h}^{\bar{R}} \quad \forall p, h \in e, e \quad (4.12)$$

$$\underline{S}_{p,c} \leq S_{p,c} \leq \bar{S}_{p,c} \quad \perp \mu_{p,c}^{\underline{S}}; \mu_{p,c}^{\bar{S}} \quad \forall p, c \in e, e \quad (4.13)$$

$$\underline{p}_t \leq p_{n,p,t} \leq \bar{p}_t \quad \perp \mu_{n,p,t}^{\underline{p}}; \mu_{n,p,t}^{\bar{p}} \quad \forall n, p, t \in e, e \quad (4.14)$$

$$\underline{h}_b \leq h_{n,p,b} \leq \bar{h}_b \quad \perp \mu_{n,p,b}^{\underline{h}}; \mu_{n,p,b}^{\bar{h}} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.15)$$

$$\underline{h}_{p,h} \leq h_{n,p,h} \leq \bar{h}_{p,h} \quad \perp \mu_{n,p,h}^{\underline{h}}; \mu_{n,p,h}^{\bar{h}} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.16)$$

$$\underline{b}_b \leq b_{n,p,b} \leq \bar{b}_b \quad \perp \mu_{n,p,b}^{\underline{b}}; \mu_{n,p,b}^{\bar{b}} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.17)$$

$$\underline{b}_h \leq b_{n,p,h} \leq \bar{b}_h \quad \perp \mu_{n,p,h}^{\underline{b}}; \mu_{n,p,h}^{\bar{b}} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.18)$$

4.3.3 Ecuaciones auxiliares

El objeto de estas ecuaciones denominadas auxiliares consiste en simplificar la notación, facilitando de esta forma la comprensión de las expresiones matemáticas que forman el modelo descrito en este capítulo.

Producción de cada empresa

La producción de interés para el problema de optimización es la que realmente se vende al precio del mercado, es decir, descontando la producción contratada a largo plazo L :

$$g_{n,p,e} = \sum_{t \in e} p_{n,p,t} + \sum_{h \in e} (h_{n,p,h} - b_{n,p,h}) + \sum_{b \in e} (h_{n,p,b} - b_{n,p,b}) - L_{p,e} \quad \forall n, p, e \quad (4.19)$$

Ecuación del precio

El precio se obtiene como una función lineal de la potencia suministrada, o lo que es lo mismo de la potencia demandada. Nótese, que al descontar de la producción de cada empresa (4.19) las cantidades contratadas a largo plazo, por coherencia la

demanda que aparece en la siguiente ecuación no debe considerar las cantidades previamente contratadas.

$$\pi_{n,p} = d'_{n,p} \cdot \left(d_{n,p} - \sum_e g_{n,p,e} \right) \quad \forall n, p \quad (4.20)$$

Donde d representa la demanda del mercado a precio cero y d' la pendiente de la función de la demanda.

Coste Marginal de cada generador térmico

El coste marginal de cada generador térmico se define como la derivada de su coste total respecto de su producción.

$$CM_{n,p,t} = u_t + v_t \cdot \left(\frac{o'_t}{k_t} + 2 \cdot \frac{o''_t}{k_t^2} p_{p,n,t} \right) \quad \forall n, p, t \in e \quad (4.21)$$

4.3.4 Formación de la función de Lagrange de cada empresa

Para la construcción del lagrangiano del problema de optimización de cada empresa se ha seguido el siguiente convenio:

- El problema de optimización es de minimización.
- Todas las restricciones se formulan como inecuaciones de signo menor o igual que, con lo que sus variables duales son negativas.
- Las restricciones de gestión de las reservas hidráulicas y de gestión del combustible se formulan en su versión lineal con el objeto de simplificar la notación. Un desarrollo análogo se puede obtener trabajando con la versión no lineal.

$$\begin{aligned}
L_c = & -\sum_p \sum_n D_{n,p} \left\{ \pi_{n,p} \cdot (g_{n,p,e}) - \sum_{t \in e} \left(u_t p_{n,p,t} + v_t \left(o'_t \frac{p_{n,p,t}}{k_t} + o''_t \left(\frac{p_{n,p,t}}{k_t} \right)^2 \right) \right) \right\} \\
& - \sum_p \sum_{h \in e} \left\{ \mu_{p,h}^R \cdot \left(\sum_n D_{n,p} \cdot (h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h}) - R_{p,h} - A_{p,h} + R_{p+1,h} \right) \right. \\
& \quad \left. + \mu_{p,h}^{\underline{R}} \cdot (\underline{R}_{p,h} - R_{p,h}) + \mu_{p,h}^{\bar{R}} \cdot (R_{p,h} - \bar{R}_{p,h}) \right\} \\
& - \sum_p \sum_{c \in e} \left\{ \mu_{p,c}^S \cdot \left(S_{p,c} + C_{p,c} - S_{p+1,c} - \sum_n \sum_{t \in c} D_{n,p} \cdot p_{n,p,t} \right) \right. \\
& \quad \left. + \mu_{p,c}^{\underline{S}} \cdot (\underline{S}_{p,c} - S_{p,c}) + \mu_{p,c}^{\bar{S}} \cdot (S_{p,c} - \bar{S}_{p,c}) \right\} \\
& - \sum_p \sum_{b \in e} \left\{ \mu_{p,b}^R \cdot \left(\sum_n D_{n,p} \cdot (h_{n,p,b} - \eta_b \cdot b_{n,p,b}) \right) \right. \\
& \quad \left. \mu_{p,b}^{\bar{R}} \cdot \left(\sum_n D_{n,p} \cdot \eta_b \cdot b_{n,p,b} - \bar{R}_b \right) \right\} \\
& - \sum_p \sum_n \left\{ \sum_{t \in e} \left\{ \mu_{n,p,t}^{\underline{p}} \cdot (\underline{p}_t - p_{n,p,t}) + \mu_{n,p,t}^{\bar{p}} \cdot (p_{n,p,t} - \bar{p}_t) \right\} \right. \\
& \quad + \sum_{h \in e} \left\{ \mu_{n,p,h}^{\underline{h}} \cdot (\underline{h}_{p,h} - h_{n,p,h}) + \mu_{n,p,h}^{\bar{h}} \cdot (h_{n,p,h} - \bar{h}_{p,h}) \right\} \\
& \quad \left. + \sum_{b \in e} \left\{ \mu_{n,p,b}^{\underline{b}} \cdot (\underline{b}_b - b_{n,p,b}) + \mu_{n,p,b}^{\bar{b}} \cdot (b_{n,p,b} - \bar{b}_b) \right\} \right\} \quad \forall e \quad (4.22)
\end{aligned}$$

4.3.5 Condiciones de optimalidad de cada empresa

Como se describió en el apartado 4.1.2 las condiciones de optimalidad están formadas por tres conjuntos de ecuaciones: restricciones de igualdad, gradiente del lagrangiano respecto de las variables de decisión igual a cero y complementariedad de holguras. Sin embargo, en este caso no se han considerado restricciones de igualdad, por lo que las condiciones de optimalidad sólo están compuestas por los dos últimos conjuntos de ecuaciones.

Gradiente de la función de Lagrange respecto de las variables de decisión

Igualando a cero la derivada del lagrangiano respecto a las variables de decisión y considerando la mencionada “conjetura de Cournot” (ecuación 3.6), se obtienen las siguientes condiciones de optimalidad del problema de la empresa e :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_e}{\partial p_{n,p,t}} &= -D_{n,p} \cdot (\pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} - u_t) \\
&\quad + D_{n,p} \cdot v_t \cdot \left(\frac{o'_t}{k_t} + 2 \cdot \frac{o''_t}{k_t^2} \cdot p_{n,p,t} \right) \\
&\quad + D_{n,p} \cdot \mu_{p,c}^S \\
&\quad - (\mu_{n,p,t}^{\bar{p}} - \mu_{n,p,t}^p) = 0
\end{aligned} \quad \forall n, p, t \in e, e \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_e}{\partial h_{n,p,h}} &= -D_{n,p} (\pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} + \mu_{p,h}^R) \\
&\quad - (\mu_{n,p,h}^{\bar{h}} - \mu_{n,p,h}^h) = 0
\end{aligned} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_e}{\partial b_{n,p,h}} &= D_{n,p} (\pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} + \eta_h \cdot \mu_{p,h}^R) \\
&\quad - (\mu_{n,p,h}^{\bar{b}} - \mu_{n,p,h}^b) = 0
\end{aligned} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_e}{\partial h_{n,p,b}} &= -D_{n,p} (\pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} + \mu_{p,b}^R) \\
&\quad - (\mu_{n,p,b}^{\bar{h}} - \mu_{n,p,b}^h) = 0
\end{aligned} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_e}{\partial b_{n,p,b}} &= D_{n,p} (\pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} + \eta_b \cdot \mu_{p,b}^R - \eta_b \cdot \mu_{p,b}^{\bar{R}}) \\
&\quad - (\mu_{n,p,b}^{\bar{b}} - \mu_{n,p,b}^b) = 0
\end{aligned} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial R_{p,h}} = -\mu_{p-1,h}^R + \mu_{p,h}^R - (\mu_{p,h}^{\bar{R}} - \mu_{p,h}^R) = 0 \quad \forall p > 1, h \in e, e \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial S_{p,c}} = \mu_{p-1,c}^S - \mu_{p,c}^S - (\mu_{p,c}^{\bar{S}} - \mu_{p,c}^S) = 0 \quad \forall p > 1, c \in e, e \quad (4.29)$$

Condición de complementariedad de holguras

Para completar el conjunto de ecuaciones no lineales que definen el problema de optimización de cada empresa generadora hay que añadir la condición de complementariedad de holguras: anulación de las restricciones menor o igual multiplicadas por su multiplicador de Lagrange, las propias restricciones de desigualdad y las variables duales menores o iguales que cero:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,h}^R \cdot \left(\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h}) - R_{p,h} - A_{p,h} + R_{p+1,h} \right) = 0 \\ \sum_n D_{n,p} (h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h}) - R_{p,h} - A_{p,h} + R_{p+1,h} \leq 0 \\ \mu_{p,h}^R \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, h \in e, e \quad (4.30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,c}^S \cdot \left(S_{p,c} + C_{p,c} - S_{p+1,c} - \sum_n \sum_{t \in c} D_{n,p} \cdot p_{n,p,t} \right) = 0 \\ S_{p,c} + C_{p,c} - S_{p+1,c} - \sum_n \sum_{t \in c} D_{n,p} \cdot p_{n,p,t} \leq 0 \\ \mu_{p,c}^S \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, c \in e, e \quad (4.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,b}^R \cdot \left(\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,b} - \eta_b \cdot b_{n,p,b}) \right) = 0 \\ \sum_n D_{n,p} (h_{n,p,b} - \eta_b \cdot b_{n,p,b}) \leq 0 \\ \mu_{p,b}^R \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, b \in e, e \quad (4.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,b}^{\bar{R}} \cdot \left(\sum_n D_{n,p} \cdot h_{n,p,b} - \bar{R}_b \right) = 0 \\ \sum_n D_{n,p} \cdot h_{n,p,b} - \bar{R}_b \leq 0 \\ \mu_{p,b}^{\bar{R}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, b \in e, e \quad (4.33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,h}^R \cdot (R_{p,h} - R_{p,h}) = 0 \\ R_{p,h} - R_{p,h} \leq 0 \\ \mu_{p,h}^R \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,h}^{\bar{R}} \cdot (R_{p,h} - \bar{R}_{p,h}) = 0 \\ R_{p,h} - \bar{R}_{p,h} \leq 0 \\ \mu_{p,h}^{\bar{R}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, h \in e, e \quad (4.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,c}^S \cdot (S_{p,c} - S_{p,c}) = 0 \\ S_{p,c} - S_{p,c} \leq 0 \\ \mu_{p,c}^S \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{p,c}^{\bar{S}} \cdot (S_{p,c} - \bar{S}_{p,c}) = 0 \\ S_{p,c} - \bar{S}_{p,c} \leq 0 \\ \mu_{p,c}^{\bar{S}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall p, c \in e, e \quad (4.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,t}^p \cdot (\underline{p}_t - p_{n,p,t}) = 0 \\ \underline{p}_t - p_{n,p,t} \leq 0 \\ \mu_{n,p,t}^p \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,t}^{\bar{p}} \cdot (p_{n,p,t} - \bar{p}_t) = 0 \\ p_{n,p,t} - \bar{p}_t \leq 0 \\ \mu_{n,p,t}^{\bar{p}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall n, p, t \in e, e \quad (4.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,b}^h \cdot (\underline{h}_b - h_{n,p,b}) = 0 \\ \underline{h}_b - h_{n,p,b} \leq 0 \\ \mu_{n,p,b}^h \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,b}^{\bar{h}} \cdot (h_{n,p,b} - \bar{h}_b) = 0 \\ h_{n,p,b} - \bar{h}_b \leq 0 \\ \mu_{n,p,b}^{\bar{h}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.37)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,h}^h \cdot (\underline{h}_{p,h} - h_{n,p,h}) = 0 \\ \underline{h}_{p,h} - h_{n,p,h} \leq 0 \\ \mu_{n,p,h}^h \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,h}^{\bar{h}} \cdot (h_{n,p,h} - \bar{h}_{p,h}) = 0 \\ h_{n,p,h} - \bar{h}_{p,h} \leq 0 \\ \mu_{n,p,h}^{\bar{h}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.38)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,b}^b \cdot (\underline{b}_b - b_{n,p,b}) = 0 \\ \underline{b}_b - b_{n,p,b} \leq 0 \\ \mu_{n,p,b}^b \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,b}^{\bar{b}} \cdot (b_{n,p,b} - \bar{b}_b) = 0 \\ b_{n,p,b} - \bar{b}_b \leq 0 \\ \mu_{n,p,b}^{\bar{b}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall n, p, b \in e, e \quad (4.39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,h}^b \cdot (\underline{b}_h - b_{n,p,h}) = 0 \\ \underline{b}_h - b_{n,p,h} \leq 0 \\ \mu_{n,p,h}^b \leq 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{n,p,h}^{\bar{b}} \cdot (b_{n,p,h} - \bar{b}_h) = 0 \\ b_{n,p,h} - \bar{b}_h \leq 0 \\ \mu_{n,p,h}^{\bar{b}} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall n, p, h \in e, e \quad (4.40)$$

4.4 Formulación del problema del equilibrio del mercado

El conjunto de todas las condiciones de optimalidad de cada empresa, formadas por el gradiente de la función de Lagrange igual a cero y por la condición de complementariedad de holguras, forma el problema complementario mixto que define el problema del equilibrio del mercado de generación de electricidad, tal y como se mostraba en la Figura 4.3. En el caso de que se modele la gestión de las reservas hidráulicas y de los parques de combustible mediante restricciones lineales se obtiene un problema complementario mixto lineal.

Para la resolución de problemas complementarios, existen dos optimizadores comerciales disponibles para casos de gran tamaño MILES [Rutherford, 97] y PATH [Ferris, 98], los cuales están basados en una generalización del clásico método de

Newton, en el que cada subproblema linealizado es resuelto como un problema complementario lineal usando una extensión del algoritmo de Lemke [Billups, 97].

4.4.1 Condiciones de existencia y unicidad de solución

El objetivo de este apartado consiste en discutir bajo qué condiciones el equilibrio del mercado formulado como un problema complementario tiene solución y además si ésta es única.

Aunque existen dos alternativas de modelado, una lineal y otra no lineal, tanto de los parques de combustible como de las reservas hidráulicas, en esta tesis sólo se afronta el estudio de las condiciones de existencia y unicidad en el caso de que las ecuaciones sean lineales. Esta decisión se debe a que el estudio de las citadas condiciones para problemas complementarios no lineales es complejo excediendo el alcance de esta tesis, mientras que en el caso de los problemas complementarios lineales existen resultados teóricos que facilitan esta clase de estudios [Cottle, 92].

Hipótesis de modelado

El modelo que se describe en las secciones 4.3 y 4.4 se formula como un problema lineal complementario mixto como resultado de las hipótesis de modelado descritas en la sección 4.2. A continuación se enumeran las anteriores hipótesis según su influencia en la estructura del problema complementario:

- 1) La curva de la demanda relaciona el precio de la energía con la producción total del sistema a través de una función lineal decreciente. En consecuencia, los ingresos de cada empresa son una función cuadrática de su producción total.
- 2) Los costes de los grupos térmicos se modelan según una función cuadrática de su producción. Por consiguiente, la función objetivo de cada empresa consistente en maximizar su propio beneficio (ingresos menos costes) es una función cuadrática de su producción.
- 3) Las restricciones de igualdad h y de desigualdad g son lineales.

Propiedades de las condiciones de optimalidad

De las hipótesis anteriores se deducen las siguientes propiedades sobre las condiciones de optimalidad de KKT de los problemas de cada empresa:

- 1) De las hipótesis 2 y 3 se deduce que el gradiente del lagrangiano del problema de optimización de cada empresa respecto de las variables de decisión forma un conjunto de ecuaciones lineal.

- 2) El anterior conjunto de ecuaciones junto con las restricciones de igualdad h forma un sistema lineal de ecuaciones al ser estas últimas lineales.
- 3) Las ecuaciones que forman las condiciones de complementariedad de holguras asociada a las restricciones de desigualdad g forman un problema complementario lineal (ver Apéndice B) al ser estas restricciones también lineales.

Condiciones suficientes de existencia y unicidad

Las propiedades de las anteriores condiciones de optimalidad permiten concluir que la unión de las condiciones de optimalidad de todas las empresas forma un problema complementario mixto lineal (ver Apéndice B).

La formulación del equilibrio del mercado como un problema complementario mixto lineal permite demostrar que la solución existe y es única [Wei, 99] según las siguientes condiciones suficientes:

- 1) Coste marginal de los grupos térmicos estrictamente monótono creciente.
- 2) Ingreso marginal es monótono decreciente, lo cual está garantizado por la hipótesis 1 sobre el precio.

La solución existe pero no es única en el caso de que el coste marginal no sea estrictamente monótono creciente sino que por ejemplo esté formado por una escalera de escalones de valor constante. La explicación de esta multiplicidad de soluciones se encuentra, al igual que en los problemas hidrotérmicos tradicionales basados en minimización de costes, en que el equilibrio del mercado es indiferente a ciertas variaciones de la producción hidráulica. Esta indiferencia se basa en que al ser los costes marginales constantes a tramos se puede dar el caso de que un intercambio de producción hidráulica de un nivel de demanda a otro no produzca un cambio en el coste marginal de la empresa y por tanto que no cambie el equilibrio del mercado (precios, beneficios...).

4.5 Significado de las condiciones de optimalidad

Las derivadas parciales del lagrangiano respecto de las variables de decisión igualadas a cero explican cuál es el papel de cada tecnología de generación en la consecución de la política de máximo beneficio de cada empresa. Además, estas ecuaciones permiten establecer relaciones entre el modelo de explotación descrito en este capítulo y los modelos de Cournot y de Bushnell.

4.5.1 Producción térmica óptima de cada empresa

La anulación de la derivada parcial del lagrangiano respecto de la potencia térmica del grupo que es marginal para la empresa⁸ coincide con la ecuación que define el equilibrio de Cournot ($\mu_{n,p,t^*}^{\bar{p}} = \mu_{n,p,t^*}^p = 0$).

$$IM_{n,p,e} = \pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} = u_{t^*} + v_{t^*} \cdot \left(\frac{o'_{t^*}}{k_{t^*}} + 2 \cdot \frac{o''_{t^*}}{k_{t^*}^2} p_{p,n,t^*} \right) = CM_{n,p,t^*} \quad (4.41)$$

Al igual que en el modelo de Cournot, esta ecuación significa que la producción térmica que maximiza el beneficio de cada empresa es aquella que hace que el coste marginal iguale el ingreso marginal en cada nivel de carga.

Obsérvese que en el modelo de Cournot el equilibrio depende del valor del *coste marginal de la empresa* al considerarse la producción total de la empresa como la variable de decisión. Sin embargo, en el modelo propuesto en esta tesis aparece el concepto *coste marginal de cada generador* al considerarse la producción de cada grupo como variable de decisión. No obstante, el concepto de coste marginal de la empresa sigue presente ya que coincide con el coste marginal del grupo térmico que no tiene su potencia en sus límites de generación (grupo indicado en la ecuación anterior como t^*).

4.5.2 Producción térmica óptima de cada grupo

La anulación de la derivada parcial del lagrangiano respecto de la potencia térmica de los grupos cuyo coste marginal es inferior al ingreso marginal de la empresa a la que pertenecen, indica que estos grupos deben producir a potencia máxima ($\mu_{n,p,t}^{\bar{p}} \leq 0$; $\mu_{n,p,t}^p = 0$), mientras que los que su coste marginal es superior al ingreso marginal de su empresa deben situarse en su nivel de producción mínima ($\mu_{n,p,t}^{\bar{p}} = 0$; $\mu_{n,p,t}^p \leq 0$).

$$\begin{aligned} IM_{n,p,e} &= \pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} \\ &= u_t + v_t \cdot \left(\frac{o'_t}{k_t} + 2 \cdot \frac{o''_t}{k_t^2} p_{p,n,t} \right) - \left(\mu_{n,p,t}^{\bar{p}} - \mu_{n,p,t}^p \right) \\ &= CM_{n,p,t} - \left(\mu_{n,p,t}^{\bar{p}} - \mu_{n,p,t}^p \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Por otro lado, la variable dual $\mu_{n,p,t}^{\bar{p}}$ indica cuánto aumentaría el beneficio de la empresa propietaria del grupo térmico t en el nivel de demanda n del periodo p si se

⁸ Se define grupo marginal de la empresa como el grupo térmico t^* que no está ni a máxima potencia ni a mínima potencia.

aumentara la potencia máxima del grupo. Este valor es de gran ayuda en los estudios de expansión de la generación ya que permite valorar el impacto económico de la instalación de nueva capacidad de producción.

4.5.3 Producción hidráulica óptima

La anulación de la derivada parcial del lagrangiano respecto de la potencia hidráulica explica que la variable dual de la restricción de gestión de las reservas hidráulicas de cada periodo debe ser igual al ingreso marginal de cada empresa en cada nivel de demanda (punta, llano y valle) de dicho periodo, siempre y cuando dicha potencia hidráulica no esté en su valor máximo o mínimo ($\mu_{n,p,h}^{\bar{h}} = \mu_{n,p,h}^{\underline{h}} = 0$).

$$IM_{n,p,e} = \pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} = -\mu_{p,h}^R \quad (4.43)$$

En el caso de que el ingreso marginal supere (sea inferior que) el valor absoluto de la citada variable dual, el grupo hidráulico debe producir a máxima potencia (mínima potencia).

Es decir, que cada empresa debe emplear su producible hidráulico en aplanar sus ingresos marginales en aquellos niveles de carga n de cada periodo p en los que la generación hidráulica está produciendo sin alcanzar su límite máximo, típicamente en los niveles de mayor demanda.

Si además se tiene en cuenta el resultado del apartado 4.5.1 –en el óptimo el ingreso marginal es igual al coste marginal– se concluye que el objetivo de la producción hidráulica es mantener constante el coste marginal de la generación térmica frente a variaciones en la demanda.

$$IM_{n,p,e} = -\mu_{p,h}^R = CM_{n,p,t^*} \quad (4.44)$$

Como ya se estableció en el apartado dedicado al modelo de Bushnell, en un mercado eléctrico el valor del agua para cada empresa expresa cuanto aumenta su beneficio por cada unidad adicional de energía disponible. Desde el punto de vista de la programación matemática, el valor del agua coincide con la variable dual de la restricción de energía del problema de maximización del beneficio de cada empresa. Consecuentemente, de la ecuación anterior se deduce que el valor del agua para cada empresa en un entorno de competencia coincide con el valor del coste marginal del generador que es marginal para la empresa.

Las reflexiones expuestas en el apartado anterior sobre en qué condiciones los grupos térmicos se encuentran en sus límites de producción máximo y mínimo son aplicables al funcionamiento de los grupos hidráulicos reemplazando el concepto de

valor del agua del embalse de la central hidráulica al concepto de coste marginal del grupo.

4.5.4 Consumo de bombeo óptimo

La anulación de la derivada parcial del lagrangiano respecto de la potencia consumida por el bombeo explica que el valor del agua multiplicado por el rendimiento del ciclo turbinación-bombeo debe ser igual al ingreso marginal de cada empresa en cada nivel de demanda de dicho periodo, siempre y cuando dicha potencia consumida por el bombeo no esté en su valor máximo o mínimo. Es decir, que cada empresa debe bombear en aquellos niveles de carga, típicamente en los niveles de menor demanda, en los que evita la caída de sus ingresos marginales por debajo del valor del agua multiplicado por el rendimiento del bombeo.

$$IM_{n,p,e} = \pi_{n,p} - g_{n,p,e} \cdot d'_{n,p} = -\eta_h \cdot \mu_{p,h}^R \quad (4.45)$$

Consecuentemente, el papel del bombeo de cada empresa consiste en arbitrar entre los ingresos marginales de las horas de valle (compra de energía) y los ingresos marginales obtenidos en horas de punta (venta de energía).

4.5.5 Gestión óptima de las reservas hidráulicas

La derivada parcial del lagrangiano respecto de la variable nivel de reservas del embalse explica que el valor del agua debe ser igual en periodos consecutivos, en el caso de que no estén activas las restricciones que limitan el nivel de reservas.

$$\mu_{p-1,h}^R = \mu_{p,h}^R \quad (4.46)$$

De forma semejante a la capacidad de arbitraje entre niveles de demanda que tienen los grupos de bombeo, las centrales hidráulicas con embalse arbitran el valor de los ingresos marginales entre periodos al trasladar producción hidráulica de periodos con alto nivel de aportaciones hidráulicas a otros de mayor escasez.

Sin embargo, en el caso de que se activen las restricciones que limitan el nivel de reservas hidráulicas ($\mu_{p,h}^R - \mu_{p,h}^R \neq 0$), la gestión óptima de las mismas no podrá aplanar totalmente el ingreso marginal entre periodos.

$$\mu_{p-1,h}^R = \mu_{p,h}^R - (\mu_{p,h}^{\bar{R}} - \mu_{p,h}^R) \quad (4.47)$$

4.6 Conclusiones

En este capítulo se han presentado las aportaciones que constituyen el núcleo de esta tesis. La primera y más importante consiste en la propuesta de una metodología basada en el Problema Complementario para el desarrollo de modelos de explotación de la generación que se adecuen a un entorno desregulado. La segunda ha consistido en la aplicación de la citada metodología a un sistema eléctrico concreto, aunque suficientemente general, lo que ha permitido desarrollar la formulación matemática detallada de un modelo de explotación adaptado a los mercados eléctricos. Por último, del análisis de las condiciones de optimalidad se han extraído interesantes conclusiones sobre cuál es el papel de cada tecnología de generación en la política óptima de la empresa.

A continuación se resumen las características más relevantes tanto de la metodología como del modelo de explotación de la generación presentados en este capítulo:

- El modelo se formula con las ecuaciones que definen explícitamente el comportamiento óptimo de los diferentes agentes que forman el mercado, pudiéndose establecer las condiciones de existencia y unicidad de la solución. Por consiguiente, el equilibrio del mercado obtenido es exacto en el sentido de que no está afectado por propiedades de convergencia de modelos basados en algoritmos *ad hoc* para la obtención de la solución.
- La metodología propuesta permite modelar a las compañías generadoras de forma independiente. Es decir, es posible considerar distintos tipos de estrategias o de objetivos de cada empresa mediante la modificación de sus funciones objetivo o la inclusión de nuevas restricciones.
- El esquema propuesto es flexible ya que permite considerar las peculiaridades de cada tipo de generación mediante las restricciones técnicas de los problemas de optimización de cada empresa.
- Se puede ampliar el modelado del mercado incluyendo los ingresos por los costes de transición a la competencia, o bien considerando que las empresas no sólo ofertan una cantidad (conjetura de Cournot) sino que se enfrentan al mercado con una función de oferta no vertical.

En el lado negativo de la balanza aparecen las deficiencias relacionadas con los métodos de solución del sistema de ecuaciones no lineales que constituye cualquier modelo basado en el problema complementario. Aunque existen dos paquetes informáticos comerciales para resolver problemas complementarios de gran tamaño (MILES y PATH), estos proporcionan tamaños y tiempos peores que los que se pueden obtener para problemas de optimización lineal. Además, estos códigos

comerciales no permiten el tratamiento de variables enteras y son muy sensibles a la calidad del punto inicial.

Con el objetivo de superar en la medida de lo posible las anteriores deficiencias se ha desarrollado un procedimiento rápido de obtención de un buen punto inicial que se detalla en el siguiente capítulo. La buena calidad del punto inicial obtenido facilita la convergencia permitiendo reducir los tiempos de cálculo y aumentar el tamaño de los problemas que se pueden resolver (ver apartado 6.1.1).

En resumen, el planteamiento propuesto permite la suficiente complejidad y flexibilidad de modelado como para representar correctamente el comportamiento físico de un sistema eléctrico de tamaño real a la vez que se considera explícitamente el objetivo de maximización del beneficio que persigue cada empresa participante en el mercado.

4.7 Referencias

- [Billups, 97] Billups S.C., Dirkse S. P., y Ferris M. C.. “A comparison of large scale mixed complementarity problem solvers”. *Computational Optimization and Applications*, 7:3-25, 1997.
- [Cottle, 64] Cottle, R. W., *Non Linear Programs with Positively Bounded Jacobians*. Ph. D. Thesis, Department of Mathematics, University of California, Berkeley. 1964.
- [Cottle, 92] Cottle, R. W., Pang J. S. and Stone, R. E. *The Linear Complementarity Problem*. Academic Press, Boston, 1992.
- [Ferris, 97] Ferris, M. C. and Pang, J. S. “Engineering and economic applications of complementary problems”. *SIAM Rev.*, 39. pp. 669-713. 1997.
- [Ferris, 98] Ferris, M. C., Munson, T. S. “Complementarity Problems in GAMS and the Path Solver”. *Mathematical Programming Technical Report 98-12*, Computer Sciences Department, University of Wisconsin-Madison. 1998.
- [Hobbs, 99] Hobbs B. F. “LCP Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO-Based Power Markets”. *Proceedings, IEEE Winter Power Meeting*, NY City, Feb. 1999.
- [Nash, 96] Nash, S. G., Sofer, A. “Optimality Conditions for Constrained Problems”. *Linear and Nonlinear Programming*. McGraw-Hill Companies, Inc. New York. 1996.
- [Rivier, 00] M. Rivier, M. Ventosa, A. Ramos. “A Generation Operation Planning Model in Deregulated Electricity Markets based on the Complementarity Problem”. *Applications and algorithms of complementarity*. M. C. Ferris, O. L. Mangasarian and J.-S. Pang, editors, Kluwer Academic Publishers. 2000.
- [Rutherford, 95] Rutherford, T. F. “Extension of GAMS for complementarity problems arising in applied economic analysis”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19:1299-1324, 1995.
- [Rutherford, 97] Rutherford, T. F. “MILES: A mixed inequality and nonlinear equation solver”. *GAMS The solver Manuals* 1997.
- [Ventosa, 00] Ventosa, M., García-Alcalde, A., Mencía, A., Rivier, M., Ramos, A. “Modeling Inflow Uncertainty in Electricity Markets: A Stochastic MCP Approach”. *PMAFS00 Conferece*. Madeira 2000.
- [Wood, 96] Wood, A. J., Wollenberg, B. F. “Hydrothermal Coordination”. *Power generation, operation and control*. JOHN WILEY & SONS, INC. New York. 1996.
- [Wei, 99] Wei Jing-Yuan, Y. Smeers. “Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices”. *Operations Research*, Vol. 47, No. 1, January - February 1999, pp. 102 - 112.

Capítulo 5

Modelo de explotación basado en optimización con Restricciones de Equilibrio

La resolución del problema del equilibrio de un mercado eléctrico mediante el método presentado en el capítulo precedente presenta grandes ventajas tanto desde el punto de vista conceptual como desde el punto de vista de flexibilidad de modelado. Sin embargo, los métodos de resolución de los modelos basados en el problema complementario carecen de la experiencia y capacidad de cálculo de los empleados en optimización lineal siendo además muy sensibles al punto inicial.

Con el objetivo de acelerar la resolución del problema complementario, se ha desarrollado en esta tesis un procedimiento rápido para la obtención de una solución aproximada del equilibrio del mercado que proporcione una buena solución inicial. El método se basa en formular un problema tradicional de minimización de los costes de explotación que incorpora el comportamiento del mercado a través de un conjunto de restricciones denominadas en esta tesis “Restricciones de Equilibrio”.

Se llega a este quinto capítulo después de haber presentado la principal aportación de esta tesis, el modelo de explotación basado en el problema complementario, el cuál supone un gran avance conceptual en cuanto a la representación del comportamiento de las empresas productoras de electricidad en un contexto de competencia. Sin embargo, la aplicación del modelo presentado en el capítulo anterior a los mercados eléctricos reales hace que el tamaño del problema complementario sea muy grande y, por tanto, computacionalmente costoso de solucionar.

Para solventar esta deficiencia existen dos alternativas. Por un lado se puede simplificar la representación de la explotación para reducir el número de variables y de ecuaciones. Mientras que por otro lado se puede optar por otra solución más ambiciosa, como calcular de forma rápida un punto inicial cercano a la solución exacta que alimente el algoritmo de resolución del problema complementario de forma que se asegure y acelere su convergencia.

En esta tesis se ha optado por la segunda alternativa, y se ha desarrollado un método basado en resolver un problema de optimización lineal. La función objetivo consiste en minimizar los costes de explotación más los costes de la demanda no suministrada, lo que asegura que el orden de carga de los grupos se realiza con criterios económicos. Además se consideran las mismas restricciones técnicas que en el modelo basado en el problema complementario, lo que impone una solución técnicamente factible. Aunque, para que esta solución sea realmente próxima a la solución exacta hay que tener en cuenta la influencia del mercado. Para ello se ha incorporado un conjunto de restricciones entre las que destacan las denominadas restricciones del equilibrio de Cournot que representan el comportamiento razonable de las empresas.

La aplicación de este modelo dentro del ámbito de esta tesis consiste en la obtención de un buen punto inicial para el modelo basado en el problema complementario, aunque esto no debe interpretarse como que éste sea su único ámbito de utilización. De hecho, el método basado en optimización con restricciones de equilibrio puede refinarse para desarrollar modelos independientes que obtengan una buena aproximación del equilibrio del mercado incorporando todo el detalle, en la representación de la operación de los medios de producción, que actualmente permiten los optimizadores comerciales.

Este capítulo se divide en dos partes principales. En la primera se presenta una visión general del método, dedicando especial atención al modelado del comportamiento de las empresas mediante las restricciones de equilibrio. En particular se explica cuál es el funcionamiento de las mismas dentro del problema de optimización. En la segunda parte del capítulo se particulariza el método para el sistema eléctrico descrito en el capítulo anterior obteniéndose de esta forma la formulación matemática del nuevo modelo.

5.1 Metodología basada en optimización con restricciones de equilibrio de mercado

5.1.1 Planteamiento

El problema que se aborda en este capítulo consiste en desarrollar un procedimiento de cálculo rápido de una solución inicial del equilibrio del mercado de generación que inicialice el modelo basado en el problema complementario.

El método que se propone combina la potencia de cálculo de los modelos de explotación tradicionales basados en optimización lineal con técnicas relacionadas con el modelado del equilibrio de los mercados extraídas de la teoría microeconómica. De forma más precisa, la propuesta consiste en introducir un conjunto de restricciones, denominadas restricciones de equilibrio, en un problema de minimización de los costes de generación sujeto además a las restricciones técnicas que modelan en detalle las limitaciones de los medios de producción. Las citadas restricciones de equilibrio recogen el comportamiento razonable de las empresas al reproducir explícitamente sus condiciones de optimalidad como en el modelo de Cournot.

La Tabla 5.1 muestra la estructura de un modelo de explotación tradicional (área blanca) que incorpora las mencionadas restricciones de equilibrio que modelan el comportamiento del mercado (área sombreada). Como se puede observar, el conjunto de restricciones que modelan el mercado está formado por tres tipos de restricciones. En primer lugar, las que modelan el comportamiento de las empresas reflejan la ya conocida condición del equilibrio de Cournot –las empresas maximizan su beneficio cuando el coste marginal iguala el ingreso marginal–. En segundo lugar, dado que el coste marginal de la empresa no es una variable que forme parte del problema de optimización tradicional es preciso incorporar una nueva ecuación que proporcione dicho valor. Finalmente, la ecuación de la demanda que relaciona el precio con la demanda suministrada se tiene que incluir debido a que el ingreso marginal depende del precio y esta variable tampoco forma parte del problema de optimización original. En la sección 5.2 se discute en detalle el modelado y significado de todas estas restricciones que representan el mercado.

Minimización de

Suma para cada periodo y nivel de carga del coste variable total
+ coste de la demanda no suministrada

Sujeto a:

Restricciones Técnicas

- Gestión del producible hidráulico
- Gestión del combustible
- Bombeo semanal
- Límites de los grupos generadores
- Equilibrio generación demanda

Restricciones de equilibrio del mercado

- Ingreso marginal igual al coste marginal de cada empresa
- Coste marginal de cada empresa función de los grupos acoplados
- Precio marginal del sistema función de la demanda suministrada

Tabla 5.1 Esquema de un modelo de explotación con restricciones de equilibrio

5.1.2 Otras aplicaciones

Como ya se ha comentado la aplicación de este modelo dentro del ámbito de esta tesis consiste únicamente en la obtención de un buen punto inicial. Sin embargo, este método se puede mejorar y ampliar para diseñar un modelo independiente que obtenga el equilibrio del mercado considerando la explotación de la generación con mayor detalle que el expuesto en esta tesis [Ramos, 98a][Ventosa, 99].

Desde el punto de vista de la resolución numérica, el desarrollo de modelos que se adapten al entorno competitivo a partir de modelos de explotación tradicionales basados en programación lineal presenta las siguientes ventajas:

- Se pueden emplear optimizadores comerciales de gran potencia de cálculo, fiabilidad y experiencia contrastada como OSL y CPLEX, que además permiten el tratamiento de problemas con variables enteras MIP [Ramos, 96].
- El modelado con variables enteras permite representar con mayor detalle y realismo algunos aspectos de la explotación de la generación, como por ejemplo el coste fijo de acoplamiento, los costes de arranque y parada o el tratamiento de los mínimos técnicos.

- Para problemas probabilistas de gran tamaño se pueden aplicar técnicas de descomposición estándares como Benders, Dantzig-Wolfe o relajación lagrangiana o técnicas de descomposición avanzadas como Benders anidado [Ramos, 98b].

En el desarrollo de esta tesis no se han explorado exhaustivamente estas posibilidades debido a que este modelo se emplea para obtener una solución inicial aproximada.

5.1.3 Programación matemática con restricciones de equilibrio

El objeto de este apartado consiste en establecer las diferencias conceptuales que existen entre el problema de optimización que se plantea en este capítulo y lo que la teoría de la optimización denomina programación matemática con restricciones de equilibrio (*Mathematical Programs with Equilibrium Constraints* MPEC).

La programación matemática con restricciones de equilibrio consiste en la formulación de problemas de optimización que están sujetos a un conjunto de restricciones que tiene la estructura de un problema complementario [Luo, 96].

La estructura del problema de optimización que se plantea en este capítulo no tiene la estructura de un MPEC ya que no se formula el problema de optimización completo de cada empresa, tal y como se hacía en el modelo basado en MCP descrito en el capítulo anterior¹. Consecuentemente, las denominadas en esta tesis restricciones de equilibrio del mercado no tienen la estructura de un problema complementario, precisamente porque se ha buscado modelar de forma lineal el comportamiento razonable, aunque no exacto, de las empresas.

Desde el punto de vista conceptual, la formulación de un modelo de mercado eléctrico con la estructura de un problema MPEC presenta ventajas similares a las que disfruta la metodología basada en MCP. En este caso el problema de optimización principal podría representar tanto el algoritmo de casación del operador del mercado como las restricciones técnicas o de seguridad que el operador del sistema considere relevantes, mientras que el problema complementario lo constituiría el modelado del comportamiento de las empresas a través de sus condiciones de optimalidad.

Otra alternativa en el caso de que el modelo sea desarrollado para una empresa generadora consiste en que el problema de optimización principal sea el problema de maximización del beneficio de dicha empresa. De esta forma, el comportamiento del resto de las empresas se considera con menor detalle mediante el problema complementario formado por sus condiciones de optimalidad. Nótese que el problema

¹ Este punto se discutirá más adelante en el apartado 5.2.2 al referirse a las restricciones de Cournot.

así planteado no coincide con el equilibrio de Cournot sino con el modelo de Stackelberg –descrito en el apartado A.3.3 del apéndice A– debido a que el problema de optimización principal considera explícitamente la reacción del resto de las empresas a través de sus condiciones de optimalidad.

Existen dos trabajos de investigación publicados sobre modelado de los mercados eléctricos que encajan en el esquema de programación matemática con restricciones de equilibrio [Hogan, 97] y [Hobbs, 98]. En el primer caso aunque los problemas de optimización que resuelve tienen estructura MPEC el autor ni siquiera lo cita, dejando pasar la oportunidad de relacionar su enfoque con esta estructura matemática. Por el contrario el trabajo desarrollado por Hobbs se plantea abiertamente como un problema MPEC.

Aunque desde el punto de vista conceptual los modelos basados en MPEC son prometedores no se puede decir lo mismo desde el punto de vista de la resolución numérica. El tamaño de los problemas MPEC que pueden ser resueltos es limitado debido a la inexistencia de códigos comerciales disponibles por lo que es preciso el desarrollo de algoritmos *ad hoc* para su resolución [Dirkse, 99].

5.2 Modelado del sistema

5.2.1 Obtención del equilibrio del mercado

Según la teoría microeconómica el equilibrio del mercado se obtiene mediante la intersección de las funciones de la demanda y del suministro (Figura 5.1). La función de la demanda representa la utilidad marginal de la demanda en función del precio, es decir, el precio que está dispuesto a pagar un consumidor por una unidad adicional de electricidad. Mientras, la función de suministro representa la curva de oferta de un generador, es decir, a qué precio está dispuesto a producir una unidad adicional de electricidad. Dicha función de oferta, en condiciones de competencia perfecta, se corresponde con su coste marginal [Varian, 92].

En los modelos de explotación tradicionales la demanda se considera inelástica y debe ser satisfecha para no incurrir en el coste de la energía no suministrada. Sin embargo, en un modelo de mercado el comportamiento de la demanda no es inelástico, ya que la cantidad total demandada depende del precio según la curva de la demanda. Por lo tanto el modelado del comportamiento de la demanda nos permite relacionar el precio con la potencia total generada.

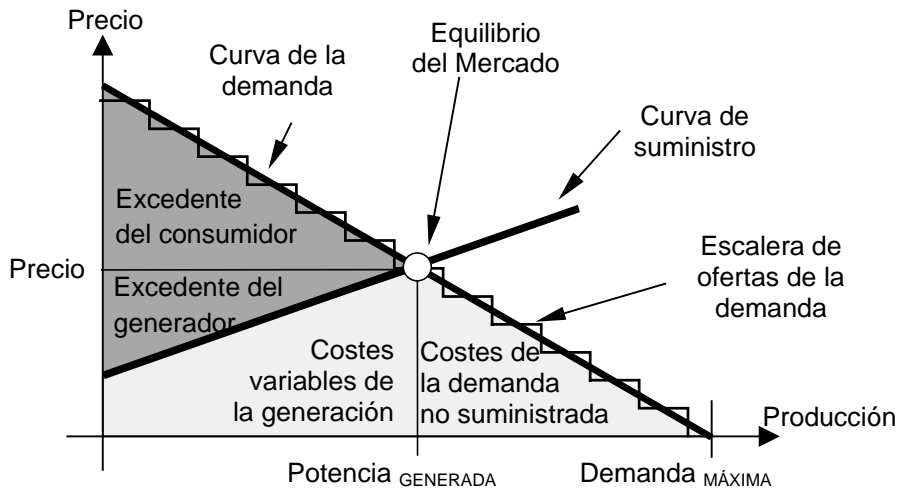


Figura 5.1 Equilibrio del mercado

En la práctica el equilibrio del mercado se puede obtener numéricamente maximizando el beneficio social neto, es decir maximizando el excedente o beneficio del consumidor (área a la izquierda de la función de la demanda) y del generador (área a la izquierda de la función de suministro) o de forma equivalente minimizando el área debajo de la curva de suministro (costes de la generación) y de la demanda (costes asociados a la demanda no suministrada).

En consecuencia, el modo en el que se propone obtener el equilibrio del mercado consiste en formular un problema de minimización de los costes de la generación y de la demanda no suministrada, que incluya las restricciones que modelan las limitaciones técnicas del equipo generador.

Sin embargo, el problema de optimización anterior para obtener el equilibrio es no lineal en la función objetivo, al ser el área bajo la curva de la demanda una función cuadrática del precio. En el modelo propuesto, se ha solucionado este inconveniente linealizando la función objetivo al sustituir el coste de la demanda no suministrada por el coste de unas ofertas “ficticias” de la demanda no aceptadas. Es decir, se ha cambiado la función de la demanda por una escalera equivalente de ofertas “ficticias” de la demanda que tiene la misma pendiente que la recta original, tal y como se muestra en la Figura 5.1.

5.2.2 *Comportamiento de las empresas*

En el planteamiento descrito en el apartado anterior falta por incluir precisamente el aspecto que diferencia la explotación en un entorno regulado respecto de la explotación en un contexto de competencia. Las decisiones no se toman de forma centralizada, tratando de minimizar los costes de suministro, sino que las empresas toman decisiones de forma descentralizada con el objetivo de maximizar su beneficio individual.

En condiciones de competencia perfecta el comportamiento óptimo de las empresas consiste en ofertar al mercado la producción de sus centrales a su coste variable, por lo que se puede modelar el equilibrio del mercado como el problema de minimización de costes descrito. Sin embargo, la experiencia demuestra que los mercados de producción de electricidad reales están formados por pocas empresas resultando más acertado considerar otros modelos de mercado que recojan correctamente el comportamiento de las compañías.

Restricciones de Cournot

Al igual que en el modelo basado en el problema complementario se va a considerar que las empresas compiten en el mercado a la Cournot. Sin embargo, en este caso no se va a plantear el problema de optimización de cada empresa incluyendo las restricciones de la explotación, dado que éstas, ya están incluidas en el problema de minimización de costes. De este modo, las condiciones de optimalidad de los problemas de maximización del beneficio de cada empresa coinciden con las ecuaciones (3.7) que definían el equilibrio descrito por Cournot como ingreso marginal igual a coste marginal.

$$IM_e(P_e) = \pi + P_e \cdot \pi' = CM_e(P_e) \quad \forall e \quad (5.1)$$

Otra forma de escribir la condición de maximización del beneficio, más intuitiva desde el punto de vista de la explotación de la generación, consiste en despejar la producción óptima de cada empresa.

$$P_e = \frac{\pi - CM_e(P_e)}{-\pi'} \quad \forall e \quad (5.2)$$

Nótese que las ecuaciones que describen el equilibrio de Cournot, y que aquí se emplean para modelar el comportamiento de las empresas, no tienen en cuenta ni las restricciones técnicas ni que la maximización del beneficio se extiende en el tiempo más allá de un único nivel de demanda.

El problema completo de optimización de las compañías generadoras debe plantearse a partir de la formulación de la función de Lagrange y de la obtención de las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) como en el planteamiento basado en MCP expuesto en el capítulo anterior. La naturaleza no lineal de estas ecuaciones es precisamente lo que se ha tratado de evitar en este procedimiento de obtención de un punto inicial.

De las consideraciones anteriores se deduce que estas ecuaciones recogen el comportamiento razonable de las empresas y no el comportamiento exacto, lo cual constituye un defecto menor dentro del contexto de esta tesis dado que la orientación de este modelo es obtener una solución inicial aproximada.

A continuación se discute el efecto que tiene la introducción de las restricciones de Cournot que representan el comportamiento de las empresas dentro de un modelo de explotación tradicional.

Funcionamiento de las restricciones de Cournot dentro del problema de optimización

Es interesante analizar el funcionamiento complementario de la función objetivo de minimización de costes con las restricciones que modelan el comportamiento de las empresas. Obsérvese que cada restricción de Cournot decide la potencia total de cada empresa que maximiza sus beneficios para cada nivel de carga, mientras que la función objetivo junto con todas las restricciones técnicas realiza el despacho factible de menor coste de los generadores de cada empresa hasta alcanzar la ya mencionada potencia óptima fijada por las restricciones de equilibrio.

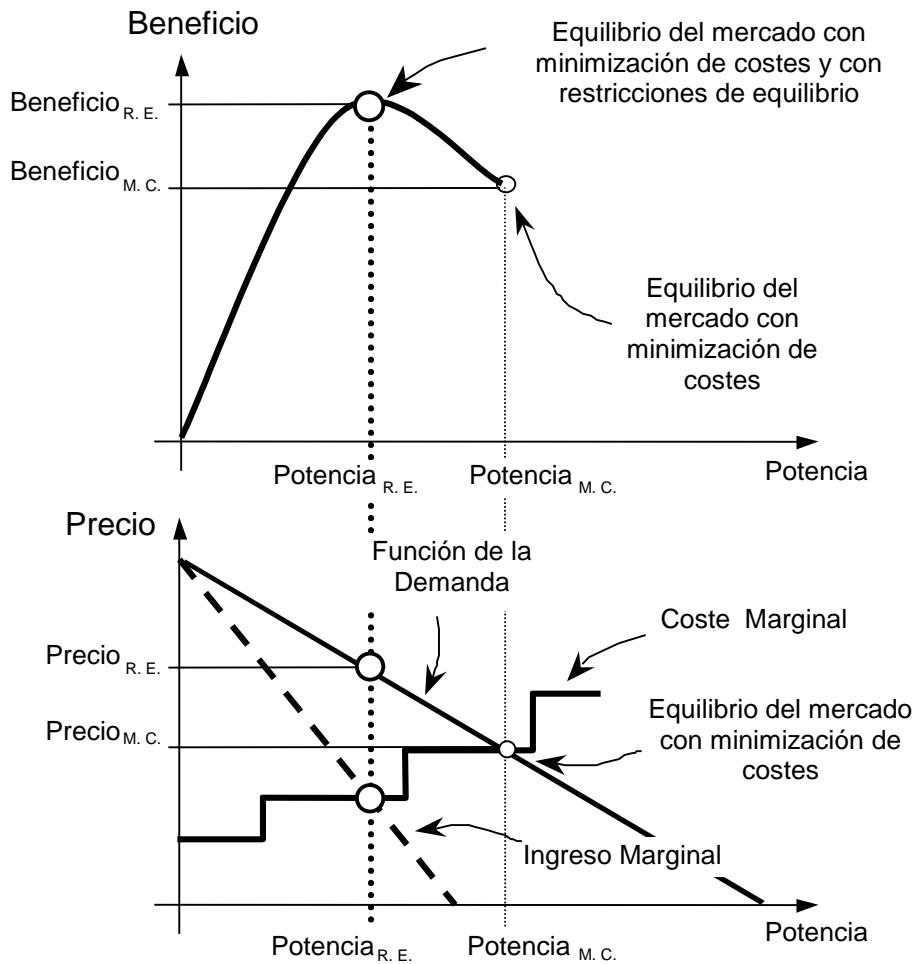


Figura 5.2 Equilibrio del mercado con restricciones de equilibrio²

La Figura 5.2 muestra el resultado teórico del equilibrio del mercado en un esquema de competencia perfecta (minimización de costes M. C.) o considerando el

² Esta figura representa el equilibrio del mercado en el caso del monopolio para facilitar una representación gráfica del problema.

objetivo de maximización de beneficios de las empresas (minimización de costes con restricciones de equilibrio R. E.). En el gráfico se observa que el beneficio de las empresas aumenta al reducir la potencia que ofertan. Esto se debe a que la reducción de producción implica un incremento del precio definido por la función de la demanda.

El equilibrio del mercado descrito en la Figura 5.2 no considera las restricciones técnicas del equipo generador, ya que sólo se ha considerado la función objetivo de las empresas. Como ya se ha comentado, el problema completo de optimización de las compañías generadoras debe considerar las condiciones de optimalidad de KKT. Estas condiciones de optimalidad incorporarían en la ecuación (5.1) las variables duales de las restricciones que afectasen a la producción de la empresa. Así, en caso de que se activen restricciones técnicas que impidan que una empresa llegue a alcanzar la potencia obtenida de la ecuación (5.2) el problema de optimización será infactible ya que ésta expresión no tiene en cuenta las citadas variables duales. Es por ello por lo que la ecuación anterior se ha convertido en la siguiente inecuación.

$$P_e \leq \frac{\pi - CM_e(P_e)}{-\pi'} \quad \forall e \quad (5.3)$$

Esta relajación de la ecuación (5.2) asume que las restricciones activas imponen una cota superior a la producción de cada empresa, lo cual no es rigurosamente cierto en todos los casos. Así, esta relajación evita la posible infactibilidad del problema aunque, en aquellos casos en los que la hipótesis anterior no sea cierta, introduce una pequeña fuente de error en el resultado.

El resultado intuitivo de introducir la ecuación anterior en el modelo de explotación tradicional es el siguiente:

- La función objetivo de minimización de costes trata de llevar a la generación de cada empresa hasta el equilibrio correspondiente a competencia perfecta, denominada **Potencia**_{M.C.} en la Figura 5.2.
- Sin embargo, las restricciones de equilibrio limitan esta potencia por debajo del nivel de competencia perfecta denominada **Potencia**_{R.E.} en la Figura 5.2.
- La producción de **Potencia**_{R.E.} es técnicamente factible gracias a las restricciones técnicas consideradas en el problema de minimización.

Modelado del coste marginal de cada empresa

La formulación de las restricciones de Cournot requiere que el coste marginal de cada empresa sea una variable del problema, lo cual exige ecuaciones adicionales que permitan su cálculo.

En el modelo que se describe en la siguiente sección se presentan dos alternativas distintas para el modelado del coste marginal de cada empresa. En la primera se aproxima este coste por una función lineal de la producción total térmica de cada empresa, mientras que en la segunda el coste marginal se calcula como el coste marginal del grupo térmico más caro acoplado.

Esta segunda opción de modelado es más precisa que la aproximación lineal, al recoger la naturaleza escalonada de la función coste marginal de cada empresa. Sin embargo, esta solución exige un mayor esfuerzo computacional ya que requiere la utilización de variables binarias.

Debido a que la utilización dada a este modelo en esta tesis ha sido la de obtener una solución inicial aproximada, la mejor alternativa de modelado es la primera. Aunque, en el caso de que se quiera ampliar este modelo para su utilización independiente la opción más correcta sería la segunda por ser más realista.

5.2.3 Modelado de la generación

La gran mayoría de las hipótesis realizadas en la sección 4.2 del capítulo anterior sobre modelado del sistema eléctrico son aplicables al modelo que se describe en este capítulo para la obtención del punto inicial. Sin embargo, debido a que el procedimiento de resolución numérica de ambos modelos es metodológicamente distinto hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- En el modelo basado en optimización con restricciones de equilibrio se evita el modelado cuadrático del consumo de los grupos térmicos así como la gestión no lineal de los embalses y parques de combustible debido a que este modelo se pretende formular como un problema de optimización lineal.
- Por el contrario, sí se pueden incluir variables binarias al permitir los optimizadores comerciales la resolución eficiente de problemas lineales con variables enteras MIP. Estas variables se suelen emplear para modelar el acoplamiento de los grupos térmicos.

5.3 Formulación matemática del modelo

En esta sección se detalla la formulación matemática del problema de optimización con restricciones de equilibrio que calcula un punto inicial –rápido y cercano al óptimo– para el modelo basado en el problema complementario.

El modelo se formula como un problema de optimización lineal o lineal entera mixta, cuya función objetivo consiste en minimizar los costes variables de la generación para todo el alcance del modelo incluyendo los costes de la demanda no

suministrada. El problema de optimización considera tanto las restricciones técnicas asociadas a la operación de la generación como el conjunto de restricciones que modelan el comportamiento del mercado de forma aproximada.

5.3.1 Función objetivo

La función objetivo incluye la suma de los costes de la generación³ –primer sumatorio– más el coste de las ofertas de la demanda no suministrada –segundo sumatorio– para todo el alcance considerado.

Minimizar :

$$\begin{aligned} & \sum_p \sum_n \sum_t D_{n,p} \left(v_t \cdot o'_t \frac{p_{n,p,t}}{k_t} + u_t \cdot p_{n,p,t} \right) \\ & + \sum_p \sum_n \sum_d D_{n,p} \cdot w_{n,p,d} \cdot n_{n,p,d} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Donde D representa la duración, p la producción de cada grupo térmico, u el coste unitario variable por operación y mantenimiento, v el coste unitario del consumo de combustible, o' el coeficiente lineal de la función de consumo y k el coeficiente de consumos propios de cada grupo térmico. Y el segundo sumatorio –como se ha explicado en 5.2.1– representa el coste de la demanda no suministrada al ser w el precio de la oferta de la demanda y n la cantidad demandada.

5.3.2 Restricciones técnicas de la explotación

Las restricciones técnicas consideradas en este modelo son las mismas que se formularon en el capítulo anterior salvo las relacionadas con los grupos térmicos.

Gestión de las reservas hidráulicas

$$\sum_n D_{n,p} \left(h_{n,p,h} - \eta_h \cdot b_{n,p,h} \right) \leq A_{p,h} + R_{p,h} - R_{p+1,h} \quad \forall p, h \quad (5.5)$$

Gestión del combustible

$$\sum_n \sum_{t \in c} D_{n,p} p_{n,p,t} \geq C_{p,c} + S_{p,c} - S_{p+1,c} \quad \forall p, c \quad (5.6)$$

³ En los costes de la generación se incluyen los costes de operación y mantenimiento además del coste del combustible.

Restricciones del bombeo puro

$$\sum_n D_{n,p} (h_{n,p,b} - \eta_b \cdot b_{n,p,b}) \leq 0 \quad \forall p, b \quad (5.7)$$

$$\sum_n D_{n,p} \cdot \eta_b \cdot b_{n,p,b} \leq \bar{R}_b \quad \forall p, b \quad (5.8)$$

Restricciones de los grupos térmicos

La primera restricción corresponde a la decisión binaria de acoplamiento de los grupos térmicos a , mientras que la segunda se refiere a los límites de generación de estos grupos. Nótese, que \underline{p}_t en este caso modela la producción a mínimo técnico.

$$a_{n,p,t} = \{0,1\} \quad \forall n, p, t \quad (5.9)$$

$$\underline{p}_t \cdot a_{n,p,t} \leq p_{n,p,t} \leq \bar{p}_t \cdot a_{n,p,t} \quad \forall n, p, t \quad (5.10)$$

El modelado con variables binarias del acoplamiento de los grupos térmicos sólo es necesario en el caso de que se quiera formular el coste marginal de cada empresa empleando dichas variables tal y como se deduce de la ecuación (5.24).

Cotas de cada variable

$$\underline{R}_{p,h} \leq R_{p,h} \leq \bar{R}_{p,h} \quad \forall p, h \quad (5.11)$$

$$\underline{S}_{p,c} \leq S_{p,c} \leq \bar{S}_{p,c} \quad \forall p, c \quad (5.12)$$

$$\underline{p}_t \leq p_{n,p,t} \leq \bar{p}_t \quad \forall n, p, t \quad (5.13)$$

$$\underline{h}_b \leq h_{n,p,b} \leq \bar{h}_b \quad \forall n, p, b \quad (5.14)$$

$$\underline{h}_{p,h} \leq h_{n,p,h} \leq \bar{h}_{p,h} \quad \forall n, p, h \quad (5.15)$$

$$\underline{b}_b \leq b_{n,p,b} \leq \bar{b}_b \quad \forall n, p, b \quad (5.16)$$

$$\underline{b}_h \leq b_{n,p,h} \leq \bar{b}_h \quad \forall n, p, h \quad (5.17)$$

$$\underline{n}_d \leq n_{n,p,d} \leq \bar{n}_d \quad \forall n, p, h \quad (5.18)$$

5.3.3 Restricciones de equilibrio del mercado

El siguiente conjunto de ecuaciones convierte el modelo de explotación tradicional hasta ahora descrito en un modelo de explotación que incorpora el comportamiento de las empresas en un contexto de competencia.

Producción de cada empresa

La producción de interés para el problema de optimización es la que realmente se vende al precio del mercado, es decir, descontando los contratos a largo plazo L .

$$g_{n,p,e} = \sum_{t \in e} p_{n,p,t} + \sum_{h \in e} (h_{n,p,h} - b_{n,p,h}) + \sum_{b \in e} (h_{n,p,b} - b_{n,p,b}) - L_{p,e} \quad \forall n, p, e \quad (5.19)$$

Equilibrio generación-demanda

Nótese, que al descontar de la producción de cada empresa (5.19) las cantidades contratadas a largo plazo, por coherencia, la demanda que aparece en la siguiente ecuación no debe considerar las cantidades previamente contratadas. En esta restricción se incluye la potencia de las ofertas ficticias de demanda no aceptadas debido a que su precio es menor que el precio del mercado (ver Figura 5.1).

$$\sum_e g_{n,p,e} + \sum_d n_{n,p,d} = d_{n,p} \quad \forall n, p \quad (5.20)$$

Donde d representa la demanda del mercado a precio cero y n las cantidades de las ofertas de la demanda no satisfechas.

Ecuación del precio

En los modelos de explotación tradicionales el precio marginal del sistema π se obtiene como un subproducto del problema de optimización al ser la variable dual de la restricción de satisfacción de la demanda. Sin embargo, en este modelo el precio es una variable necesaria en el problema de maximización del beneficio de las empresas, que se obtiene como una función lineal de la potencia suministrada.

$$\pi_{n,p} = d'_{n,p} \cdot \left(d_{n,p} - \sum_e g_{n,p,e} \right) \quad \forall n, p \quad (5.21)$$

Donde d' es la pendiente de la función de la demanda.

Restricciones de Cournot

Las restricciones de Cournot modelan el comportamiento de las empresas cuyo objetivo es maximizar su beneficio reproduciendo las condiciones de optimalidad de primer orden del problema de optimización de cada empresa sin considerar sus restricciones técnicas.

$$g_{n,p,e} \leq \frac{\pi_{n,p} - CM_{n,p,e}}{d'_{n,p}} \quad \forall n, p, e \quad (5.22)$$

Coste marginal de cada empresa

Como ya se ha comentado anteriormente existen dos posibilidades de modelado del coste marginal. En el primer caso el coste marginal de cada empresa se aproxima por una función lineal de la producción térmica total de la empresa.

$$CM_{n,p,e} = c_e + c'_e \cdot \sum_{t \in e} p_{n,p,t} \quad \forall n, p, e \quad (5.23)$$

Donde c y c' son los coeficientes independiente y lineal de la aproximación del coste.

En el segundo caso el coste marginal de cada empresa se calcula como el mayor coste variable de un grupo térmico acoplado, convirtiendo el problema de optimización en lineal entero mixto debido a la naturaleza binaria de la variable a .

$$CM_{n,p,e} \geq \left(u_t + v_t \cdot \frac{o'_t}{k_t} \right) \cdot a_{n,p,t} \quad \forall n, p, t \in e, e \quad (5.24)$$

Aunque la restricción anterior es de desigualdad, la minimización de costes junto con la restricción de Cournot trata de reducir el valor del coste marginal de cada empresa, provocando de esta forma que se active la restricción del coste marginal del grupo más caro acoplado para cada empresa.

Nótese que esta segunda opción de modelado es más precisa que la anterior, aunque en los niveles de carga en los que haya grupos térmicos a su mínimo técnico no es exacta. En estos niveles de baja demanda, el grupo térmico que es marginal para la empresa no es el grupo acoplado de mayor coste variable –como modela la expresión (5.24)–, sino el grupo acoplado de mayor coste variable que no esté a mínimo técnico. En consecuencia este modelado, sobrevalora el coste marginal de la empresa en los citados niveles de demanda. Una nueva alternativa que resolvería este problema, a costa de mayor tiempo de cálculo, consistiría en la utilización de nuevas variables binarias que consideraran el estado “acoplado a mínimo técnico”.

5.4 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el procedimiento desarrollado en esta tesis que tiene por objetivo el cálculo de una solución inicial aproximada que alimente el modelo basado en el problema complementario. El modelo tiene la estructura de un problema de optimización lineal lo que permite emplear para su resolución optimizadores comerciales de contrastada potencia de cálculo como CPLEX y OSL.

El método propuesto, al estar basado en optimización lineal, obtiene de forma rápida soluciones técnicamente factibles, dado que el problema de optimización considera explícitamente las restricciones técnicas que afectan a los medios de producción. Finalmente, las soluciones son económicamente razonables ya que las empresas se modelan como en el equilibrio de Cournot –maximización del beneficio individual– y sus grupos generadores son despachados con criterio de minimización de costes.

En el siguiente capítulo se presenta un pequeño estudio comparativo sobre los tiempos de cálculo de los modelos desarrollados en esta tesis, el cual pone de manifiesto la sustancial reducción de tiempos y la mejora de la convergencia lograda al emplear el procedimiento descrito en este capítulo para el cálculo de una solución inicial, constatando la gran sensibilidad de los algoritmos de resolución de problemas complementarios a la calidad del punto inicial.

5.5 Referencias

- [Dirkse, 99] Dirkse, S. P. and Ferris, M. C., “Modeling and Solution Environments for MPEC: GAMS & MATLAB”. M. Fukushima y L. Qi, *Reformulation: Nonsmooth, Piecewise Smooth, Semismooth and Smoothing Methods*, Pp. 127-148. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [Hobbs, 98] Hobbs B. F., Metzler C., Pang J. S. “Strategic Gaming Analysis for Electric Power Networks: An MPEC Approach”. *IEEE Trans. Power Systems*. 1998.
- [Hogan, 97] Hogan, W.W. “A Market Power Model with Strategic Interaction in Electricity Networks”. *POWER Conference on Electricity Restructuring*. University of California. Energy Institute. 1997.
- [Luo, 96] Luo, Z., Pang, J. and Ralph, D. *Mathematical Programs with Equilibrium Constraints*. Cambridge University Press, 1996.
- [Ramos, 96] Ramos, A., Muñoz, L., Rupérez, I, Martínez-Córcoles, F., Martín-Corrochano, V. “Computational Experience with Optimization for Bulk Production Cost Model”. *12th PSCC Conference*, Germany 1996.
- [Ramos, 98a] Ramos, A., Rivier, M., Ventosa. “Modeling Competition in Electric Energy Markets by Equilibrium Constraints”. *Utilities Policy*, Vol. 7 Issue 4 pp. 233-242, Dec. 98.
- [Ramos, 98b] Ramos, A., “Optimización Lineal estocástica”. Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Abril 1998.
- [Varian, 92] Varian, H.R. *Microeconomic Analysis*. W.W. Norton & Company. New York. 1992.
- [Ventosa, 99] Ventosa, M., Ramos, A., Rivier, M. “Modeling Profit Maximisation in Deregulated Power Markets by Equilibrium Constraints”. *13th PSCC Conference, Norway*. Vol. 1 pp. 231-237. 1999.

Capítulo 6

Resultados

Los modelos matemáticos descritos en los capítulos 4 y 5 han sido implantados informáticamente con el propósito de comprobar las prestaciones de la metodología propuesta en esta tesis para el modelado de la explotación de la generación en un contexto de mercado. Con los modelos de cálculo desarrollados se han llevado a cabo diversas pruebas con el objetivo de ilustrar numéricamente el correcto funcionamiento de los mismos.

Este capítulo describe en primer lugar la implantación informática de los modelos. A continuación, trabajando sobre un caso ejemplo de tamaño reducido, se muestran y analizan con detalle los resultados obtenidos. En particular se estudia el valor del agua y la influencia sobre el equilibrio del mercado tanto de los contratos a largo plazo como de la pendiente de la función de la demanda. Finalmente, se comprueba la capacidad del prototipo informático desarrollado para la resolución de sistemas eléctricos de tamaño realista estudiando el caso español.

6.1 Implantación

Los modelos de explotación de la generación descritos en los capítulos 4 y 5 se han implantado informáticamente empleando el lenguaje de especificación matemática GAMS (*General Algebraic Modeling System*) versión 2.50 [Brooke, 92]. Este lenguaje de programación está especialmente diseñado para el desarrollo de modelos basados en optimización, facilitando la resolución numérica de los problemas formulados al permitir la utilización de la mayor parte de los optimizadores comerciales actuales.

Como ya se ha expuesto en el capítulo 4, las ecuaciones que definen el comportamiento de las empresas generadoras de electricidad en un contexto de competencia, así como la explotación óptima de sus medios de producción, se pueden escribir con la estructura de un problema complementario mixto. Para la resolución numérica de estos problemas matemáticos existen dos códigos comerciales disponibles, MILES y PATH¹, aunque su aplicación a problemas de gran tamaño ofrece tiempos de cálculo elevados y muy sensibles a la calidad del punto inicial. Así, con el objetivo de mejorar la convergencia de este modelo de cálculo, se ha desarrollado un método rápido de cálculo de una buena solución inicial basado en optimización con restricciones de equilibrio, que se describe en el capítulo 5. Para la resolución de este problema de optimización lineal se han empleado en esta tesis los dos optimizadores comerciales que en la actualidad gozan de mayor difusión y ofrecen mejores prestaciones, OSL y CPLEX.

Por otro lado y con independencia del optimizador empleado, es bien conocido que el escalado correcto de todas las variables y coeficientes de las ecuaciones facilita la resolución numérica de los problemas de optimización. Con este propósito se han empleado las siguiente magnitudes base: potencia en GW, unidades monetarias en Mpta, tiempo en kh, energía en TWh y consumo de combustible en kTcal.

6.1.1 Estudio comparativo entre optimizadores

Se ha realizado un pequeño estudio comparativo con el objeto de escoger el código de resolución más adecuado tanto para el problema complementario como para el problema de optimización lineal que calcula una solución inicial. Los resultados sobre la velocidad de cálculo obtenidos en este estudio (ver Tabla 6.1) están en sintonía con los resultados obtenidos en otros estudios más amplios y específicos. Por ejemplo, en [Ramos, 96] se concluye que CPLEX es el optimizador más potente para la resolución de modelos de explotación de la generación

¹ En la sección B.3 del apéndice dedicado al problema complementario se puede encontrar información adicional sobre estos programas.

formulados como problemas lineales, mientras que en [Billups, 97] se afirma que PATH es en general más rápido y robusto que MILES para la resolución de problemas complementarios².

Para este estudio se ha utilizado un ordenador PC Pentium III 550 MHz con 256 MB con el que se han resuelto varios problemas de diferente tamaño. A partir del denominado Caso Base –que corresponde al caso ejemplo y cuyos resultados se describen con detalle en la siguiente sección– se ha ido doblando el número de ecuaciones y variables hasta alcanzar un tamaño 32 veces superior. También, en la última fila de la Tabla 6.1 se recogen los resultados obtenidos con el caso español descrito en la sección 6.3.

Caso	Optimización con Restricciones de Equilibrio			Problema Complementario				CPLEX + PATH _{P.I.}
	Tamaño ³	OSL	CPLEX	Tamaño	MILES	PATH	PATH _{P.I.}	
Caso Base	151 × 1045 2366	0.16 s	0.09 s	522 × 531 2149	0.45 s	0.55 s	0.19 s	0.28 s
Caso Base × 2	301 × 2085 4730	0.40 s	0.15 s	936 × 945 4082	1.16 s	0.77 s	0.30 s	0.45 s
Caso Base × 4	601 × 4165 9461	1.19 s	0.33 s	1876 × 1885 8172	8.23 s	2.36 s	0.55 s	0.88 s
Caso Base × 8	1201 × 8325 18921	4.56 s	0.99 s	3756 × 3765 16352	57.50 s	10.49 s	1.16 s	2.15 s
Caso Base × 16	2401 × 16645 37841	21.59 s	2.12 s	7516 × 7525 32712	398.10 s	51.39 s	2.23 s	4.35 s
Caso Base × 32	4801 × 33285 75681	86.71 s	7.76 s	15036 × 15035 65432	3167.1 s	268.01s	4.43 s	12.19 s
Caso Español	1189 × 10218 27937	11.38 s	2.05 s	8348 × 8406 62414	-	-	27.66 s	29.71 s

Tabla 6.1 Tamaño de los problemas y tiempos de cálculo

Los resultados mostrados en la Tabla 6.1 indican que para la resolución del problema de optimización lineal que calcula el punto inicial, CPLEX (versión 6.6) es más rápido que OSL (versión marzo 2000) logrando tiempos hasta diez veces inferiores al aumentar el tamaño del problema. En el caso del problema complementario, PATH (versión 4.0) es más rápido que MILES (versión 225-wat-13) acentuándose esta diferencia con el tamaño del problema.

Finalmente, lo más significativo de este estudio comparativo está relacionado con la reducción de tiempos obtenida al emplear una solución inicial en la resolución del problema complementario con PATH, cuyos tiempos se muestran en la columna denominada **PATH_{P.I.}**. Al ir aumentando los tamaños de los problemas, los tiempos de

² Obviamente las ventajas computacionales actuales de CPLEX y PATH sobre otros códigos comerciales pueden cambiar con el tiempo debido a los nuevos desarrollos y mejoras que ofrece constantemente este campo de la investigación.

³ El tamaño del problema de optimización y del problema complementario se definen como el número de ecuaciones × el número de variables y el número de elementos no nulos.

cálculo con PATH sin solución inicial crecen rápidamente alcanzando los 268 segundos en el caso de mayor tamaño. Sin embargo, al emplear la solución inicial crecen a un ritmo menor ascendiendo a tan sólo 4 segundos en el citado caso. Incluso en el caso español se da la circunstancia de que sin punto inicial tanto PATH como MILES no son capaces de encontrar solución debido a la gran sensibilidad de estos códigos a la calidad del punto inicial en problemas de gran tamaño.

6.2 Aplicación a un caso ejemplo

Esta sección muestra sobre un ejemplo concreto el funcionamiento del modelo basado en el problema complementario y presenta con cierto detalle los resultados obtenidos. Para ello se ha escogido un sistema de generación de tamaño reducido con el que es posible analizar con facilidad, empleando tablas y gráficos, la solución calculada del equilibrio del mercado.

Después de una breve descripción del sistema en cuestión, se estudian los resultados tanto desde el punto de vista de la explotación de los grupos generadores como desde el punto de vista de los resultados económicos de las empresas. En particular, se analiza numéricamente el concepto del valor del agua. Finalmente, se realizan dos estudios de sensibilidad: el primero valora la influencia del nivel de contratación de las empresas en el precio, mientras que el segundo investiga el impacto de la pendiente de la función de la demanda en el equilibrio del mercado.

6.2.1 Descripción del caso base

Se ha diseñado este caso ejemplo de tamaño reducido tratando de mantener un grado suficiente de generalidad, tanto en la estructura empresarial (empresas grandes y pequeñas) como en los medios de producción (grupos nucleares, térmicos convencionales, hidráulicos, embalses regulables grandes, pequeños y de bombeo puro), con el objetivo de poder mostrar la mayor parte de las prestaciones del modelo desarrollado. Para ello se estudia el funcionamiento de tres empresas de diferente tamaño en 5 periodos (meses) con tres niveles de carga cada uno (punta, llano y valle).

Datos del sistema de generación

La Tabla 6.2 resume los datos agregados por tecnologías del parque de generación, así como su distribución por empresas.

Tipo	Grupos	Potencia (MW)	Empresa A	Empresa B	Empresa C
Nuclear	4	4000	25 %	50 %	25 %
Térmica	10	4500	30 %	50 %	20 %
Hidráulica	4	2900	79.4 %	10.3 %	10.3 %
Bombeo	1	300	100 %	0 %	0 %

Tabla 6.2 Estructura de la generación de las empresas

Como se puede observar en la citada tabla, la empresa A es la propietaria de la mayor parte de los medios de producción hidráulicos. Por su parte, las empresas B y C tienen una composición de la generación térmica similar, aunque la empresa B dobla en potencia instalada a la empresa C.

Los datos característicos de los grupos nucleares y térmicos convencionales se presentan en la Tabla 6.3: empresa propietaria, nombre del grupo, tipo de combustible, potencia nominal, coste del combustible (v) y los coeficientes lineal (o') y cuadrático (o'') de la función de consumo.

Empresa	Nombre	Tipo	Potencia (MW)	v (pta/Mcal)	o' (Mcal/MWh)	o'' (Mcal/MW ² h)
Empresa A	TA1	Nuclear	1000	0.8	1000	0.1
	TA2	Carbón	500	1	1600	0.5
	TA3	Gas	500	1.6	1800	0.7
	TA4	Fuel	350	2.2	2000	1.2
Empresa B	TB1	Nuclear	1000	0.8	1000	0.1
	TB2	Nuclear	1000	0.85	1000	0.1
	TB3	Carbón	500	1	1600	0.5
	TB4	Carbón	500	1.3	1600	0.5
	TB5	Gas	500	1.6	1800	0.5
	TB6	Fuel	420	1.9	2000	1
	TB7	Fuel	330	2.2	2200	1.2
Empresa C	TC1	Nuclear	1000	0.8	1000	0.1
	TC2	Carbón	500	1	1600	0.5
	TC3	Fuel	400	2.2	2000	1.2

Tabla 6.3 Datos característicos de los grupos de generación térmica

Finalmente, los datos característicos de los grupos hidráulicos se presentan en la Tabla 6.4: empresa propietaria, nombre del grupo, potencia nominal, nivel de reservas máximo del embalse, nivel inicial/final de reservas y aportaciones por periodo.

Empresa	Nombre	Potencia (MW)	Embalse (GWh)	$R_1=R_6$ (GWh)	A_1 (GWh)	A_2 (GWh)	A_3 (GWh)	A_4 (GWh)	A_5 (GWh)
Empresa A	HA1	2000	250	100	150	150	50	50	150
	HA2	300	0	0	20	10	1	10	20
	BA1	300	60	0	0	0	0	0	0
Empresa B	HB1	300	20	10	10	10	10	10	10
Empresa C	HC1	300	20	10	10	10	10	10	10

Tabla 6.4 Datos característicos de los grupos de generación hidráulica

Como se muestra en la tabla anterior, la empresa A dispone de centrales hidráulicas de tres tipos: la primera (HA1) con capacidad de regulación interperiodo, la segunda (HA2) sólo con capacidad de regulación intraperiodo y la tercera (BA1) es una central de bombeo puro cuyo rendimiento es del 70 %. Por su parte, las empresas B y C disponen de una central con regulación interperiodo de pequeña capacidad de almacenamiento. En todos los casos se ha considerado gestión lineal de los embalses.

Datos de la demanda

Los datos característicos de la demanda se resumen en la Tabla 6.5: periodo, nivel de consumo (punta, llano y valle), duración, demanda a precio cero (d) y pendiente de la recta de la función de la demanda (d').

Periodo y Nivel	Duración (h)	d (MW)	d' (pta/kWh/GW)
P ₁	N ₁	248	14400
	N ₂	248	10800
	N ₃	248	8000
P ₂	N ₁	248	16000
	N ₂	248	13200
	N ₃	248	8400
P ₃	N ₁	248	19200
	N ₂	248	16800
	N ₃	248	13500
P ₄	N ₁	248	17800
	N ₂	248	14000
	N ₃	248	9600
P ₅	N ₁	248	18000
	N ₂	248	14000
	N ₃	248	10000

Tabla 6.5 Datos característicos de la demanda

6.2.2 Resultados del mercado

En este apartado se presentan los resultados económicos de las empresas (precios, producciones, beneficios y costes) obtenidos por el modelo. Desde el punto de vista cualitativo, estos resultados coinciden con los que se pueden obtener con un modelo basado en la minimización de los costes de explotación. Aunque, desde un punto de vista cuantitativo, los precios y demás variables del problema son evidentemente distintos, al considerar explícitamente el modelo el comportamiento estratégico de las empresas. En el siguiente apartado, dedicado al análisis de los resultados de la explotación, sí se destacan con claridad las diferencias existentes entre los mecanismos que explican la explotación óptima de la generación en un entorno competitivo frente a uno regulado.

Desde el punto de vista del sistema, los principales resultados del equilibrio del mercado son el precio de la electricidad y la demanda suministrada, los cuales se presentan en la Figura 6.1.

En la citada figura se aprecia que los precios obtenidos presentan la misma doble estacionalidad de la demanda. En el periodo de máxima demanda (P03) se alcanzan también los precios más altos, mientras que dentro de cada periodo el precio de punta (N1) es mayor que el de llano (N2) y éste a su vez mayor que el de valle (N3). Sin embargo, esta fuerte relación entre el precio y la demanda no implica que la demanda sea la única variable explicativa del precio. Por ejemplo, altas aportaciones hidráulicas en el periodo 3 podrían situar el precio por debajo del de otros periodos de menor demanda. O bien, una pendiente de la función de la demanda mayor en valle que en punta –considerada en este caso ejemplo igual a 0.8 (pta/kWh)/GW en todos los niveles y periodos– podría llegar a alterar la mencionada estacionalidad del precio punta-llano-valle.

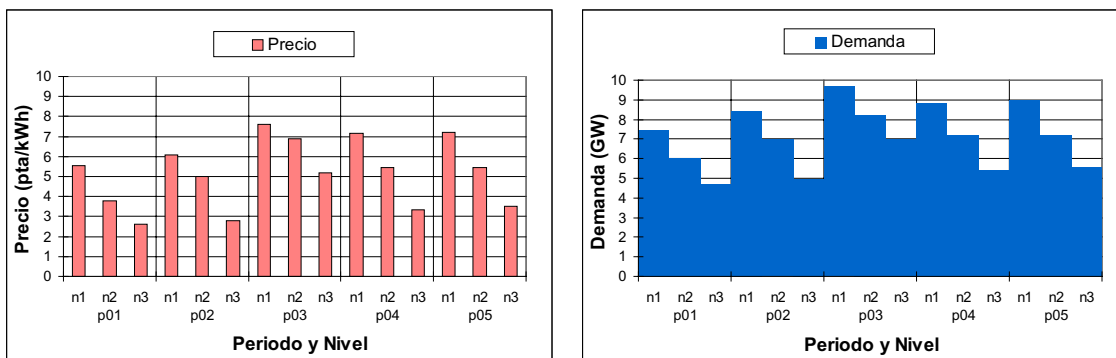


Figura 6.1 Precio del mercado y demanda satisfecha

En la Tabla 6.6 se recogen los precios, las potencias producidas y las cuotas de mercado de cada empresa para cada periodo y nivel de carga.

Periodo y Nivel	π (pta/kWh)	P_A (MW)	Cuota _A	P_B (MW)	Cuota _B	P_C (MW)	Cuota _C	
P_1	N_1	5.860	2291	32%	3242	46%	1543	22%
	N_2	4.177	1532	27%	2546	46%	1500	27%
	N_3	2.894	1108	25%	2000	46%	1275	29%
P_2	N_1	6.392	2855	36%	3490	44%	1665	21%
	N_2	5.383	1929	30%	3043	47%	1500	23%
	N_3	3.065	1200	26%	2000	44%	1369	30%
P_3	N_1	8.093	3129	34%	3940	43%	2015	22%
	N_2	7.263	2303	30%	3644	47%	1774	23%
	N_3	5.533	1978	30%	3105	47%	1500	23%
P_4	N_1	7.610	2737	33%	3720	45%	1831	22%
	N_2	5.800	2000	30%	3217	48%	1533	23%
	N_3	3.698	1200	24%	2277	46%	1500	30%
P_5	N_1	7.656	2794	33%	3763	45%	1873	22%
	N_2	5.800	2000	30%	3217	48%	1533	23%
	N_3	3.908	1222	24%	2393	47%	1500	29%

Tabla 6.6 Resultados del equilibrio del mercado

La evolución de las cuotas de mercado de las empresas resulta lo más significativo de los resultados mostrados en la tabla anterior. Obsérvese como la cuota de mercado de la empresa A sube en el periodo de mayor demanda (P_3) y en los niveles de punta (N_1). Ello se debe a su importante componente de generación hidráulica en dichos niveles. Por el contrario, la cuota de mercado de la empresa C es mayor en valle (N_3) que en punta (N_1) al presentar un perfil de producción muy poco modulado –generación de base–, motivado por su tamaño reducido y su estructura de costes. Finalmente, la empresa B mantiene casi constante una cuota de mercado alrededor del 46 % para todo el alcance del estudio.

Resultados económicos de la empresa A

El perfil de producción de los grupos generadores de la empresa A se representa en la Figura 6.2. En la leyenda de esta figura aparece identificado cada generador siguiendo el mismo orden de carga mostrado en el gráfico, con el objetivo de favorecer la localización de la producción de cada grupo⁴.

⁴ En la Tabla 6.10 y en la Tabla 6.11 se pueden encontrar los resultados numéricos de las producciones de todos los grupos de la empresa A.

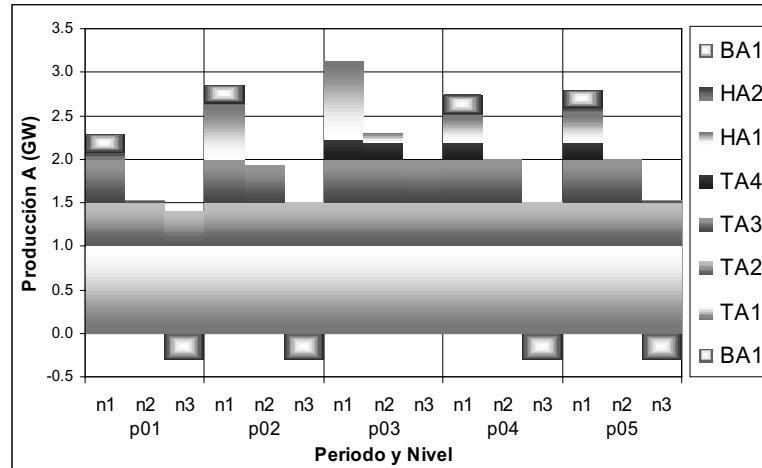


Figura 6.2 Producción de la empresa A para cada grupo, periodo y nivel

Como se puede apreciar en la figura anterior, los grupos térmicos de menor coste variable (TA1 y TA2) funcionan a plena potencia en prácticamente todos los niveles, mientras que los grupos térmicos de combustibles más caros, como son el gas y el fuel (TA3 y TA4), sólo se emplean en los niveles de alta demanda. También se observa como la energía limitada de los grupos hidráulicos (HA1 y HA2) se produce en los niveles de punta de cada periodo, en los que su utilización evita los mayores costes variables de explotación. Finalmente, se aprecia con claridad como el grupo de bombeo (BA1) bombea en los niveles de valle y turбина, como el resto de la generación hidráulica, en los niveles de punta.

La Tabla 6.7 muestra los resultados económicos más importantes de la empresa A.

Empresa A	π_{medio} (pta/kWh)	Energía (GWh)	Costes (Mpta)	Beneficio (Mpta)
P ₁	4.671	1222.8	1701.5	4009.7
P ₂	5.399	1484.0	2086.0	5926.4
P ₃	7.152	1837.8	3095.8	10047.3
P ₄	6.210	1472.3	2368.9	6774.1
P ₅	6.278	1492.0	2388.9	6977.3

Tabla 6.7 Resultados económicos de la empresa A

En las secciones 6.2.3 y 6.2.4 se detalla el importante papel del agua en la política de máximo beneficio de esta empresa con gran componente de la producción hidráulica.

Resultados económicos de la empresa B

El perfil de producción de los grupos generadores de la empresa B se representa en la Figura 6.3. Al igual que para la empresa A, la leyenda identifica cada generador⁵ siguiendo el mismo orden de carga del gráfico.

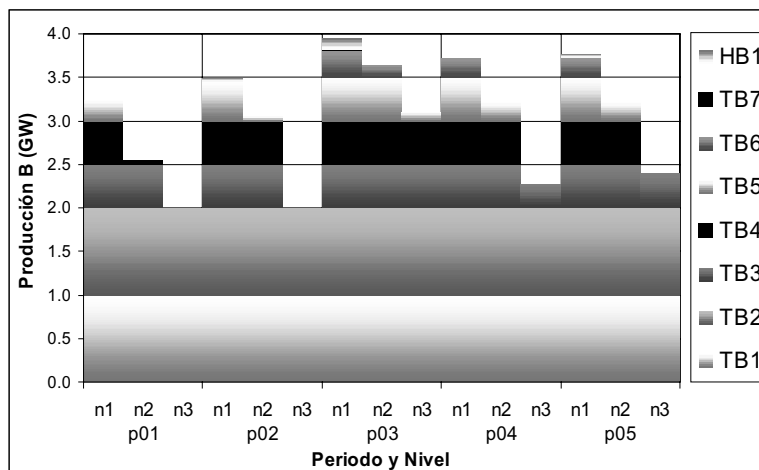


Figura 6.3 Producción de la empresa B para cada grupo, periodo y nivel

En la figura anterior se observa que los grupos nucleares (TB1 y TB2) funcionan en base, mientras que los grupos térmicos de mayor coste variable (TB3, TB4, TB5 y TB6), se emplean en los niveles de mayor demanda. Por su parte el único grupo hidráulico (HB1) produce en los niveles de punta de los periodos de mayor producción.

La segunda columna de la Tabla 6.8, que resume los resultados económicos de la empresa B, permite comprobar como el precio medio de venta de la energía producida por esta empresa es del orden de 0.2 pta/kWh menor que el conseguido por la empresa A. Ello es debido al mayor apuntamiento relativo de la generación de la empresa A obtenido con sus grupos hidráulicos, respecto del perfil de producción de la empresa B.

Empresa B	π_{medio} (pta/kWh)	Energía (GWh)	Costes (Mpta)	Beneficio (Mpta)
P ₁	4.548	1931.4	2262.8	6521.6
P ₂	5.252	2116.2	2726.0	8388.4
P ₃	7.066	2651.1	4276.3	14457.0
P ₄	6.012	2284.9	3254.5	10481.4
P ₅	6.062	2324.5	3316.4	10774.5

Tabla 6.8 Resultados económicos de la empresa B

⁵ En la Tabla 6.12 y en la Tabla 6.13 se pueden encontrar los resultados numéricos de las producciones de todos los grupos de la empresa B.

Resultados económicos de la empresa C

La producción de los grupos generadores de la empresa C se representa en la Figura 6.4. Como en los casos anteriores, la leyenda de esta figura identifica cada generador⁶ en el mismo orden de carga del gráfico.

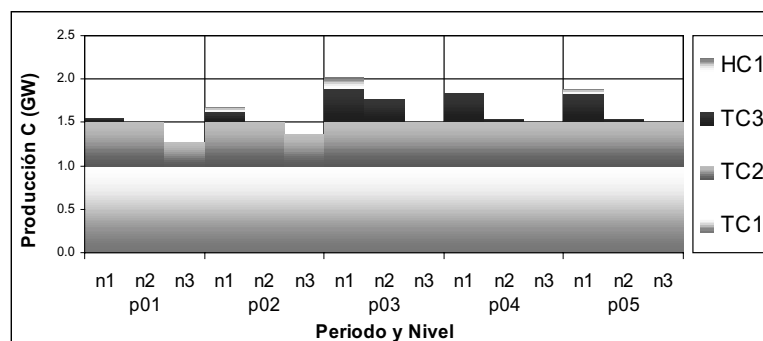


Figura 6.4 Producción de la empresa C para cada grupo, periodo y nivel

El perfil de producción de la empresa C, mostrado en la figura anterior, es mucho más plano que los presentados por las empresas A y B. Los grupos térmicos (TC1 y TC2) funcionan a plena potencia en casi todos los niveles de carga considerados, mientras que el grupo térmico de fuel con mayor coste variable (TC3) produce fundamentalmente en los niveles de punta, al igual que el único grupo hidráulico (HC1).

Nuevamente la segunda columna de la Tabla 6.9, que resume los resultados económicos de la empresa C, muestra cómo el precio medio de esta empresa es del orden de 0.3 pta/kWh menor que el conseguido por la empresa A y 0.1 pta/kWh menor que el de la empresa B. Ello es debido al ya comentado perfil poco apuntado de generación de la empresa C.

Empresa C	π_{medio} (pta/kWh)	Energía (GWh)	Costes (Mpta)	Beneficio (Mpta)
P ₁	4.400	1070.7	1274.6	3436.1
P ₂	5.053	1124.5	1415.2	4267.4
P ₃	7.089	1311.6	2168.7	7128.4
P ₄	5.833	1206.2	1768.5	5267.5
P ₅	5.930	1216.7	1771.3	5444.0

Tabla 6.9 Resultados económicos de la empresa C

⁶ En la Tabla 6.14 se pueden encontrar los resultados numéricos de las producciones de todos los grupos de la empresa C.

6.2.3 Análisis de los resultados de la explotación

A lo largo de los capítulos 3 y 4, y en particular en la sección 4.5 dedicada al análisis del significado de las condiciones de optimalidad, se han estudiado los mecanismos que, en un mercado, explican qué grupos deben producir y cuándo deben hacerlo. En este apartado se analizan, a la vista de los resultados de la explotación de cada grupo generador, los citados mecanismos. En particular se resalta el papel del ingreso marginal de la empresa y del coste marginal del grupo, o en su caso del valor del agua, en la planificación óptima de la operación de los medios de producción.

Antes de estudiar con detalle los resultados obtenidos, y con el objetivo de simplificar la exposición, se definen tres tipos de grupos en función de su utilización en cada nivel de carga:

- *Grupos inframarginales*: son los grupos que presentan un coste marginal inferior al ingreso marginal de la empresa, por ello se explotan óptimamente a su máxima potencia.
- *Grupos supramarginales*: son los grupos que presentan un coste marginal superior al ingreso marginal de la empresa, por lo que no deben producir.
- *Grupos marginales*: son los grupos que tienen capacidad de variación de su producción al no estar su potencia ni en su límite superior ni inferior, debido a que presentan un coste marginal igual al ingreso marginal de la empresa.

En relación con la clasificación anterior, en las tablas 6.10 a 6.14 se ha utilizado el siguiente convenio para facilitar su lectura:

- *Grupos inframarginales*: formato estándar tanto de la potencia (P) como del coste marginal (CM). Por ejemplo

1000	0.960
------	-------

.
- *Grupos supramarginales*: en blanco la potencia (P) para resaltar su valor nulo y en cursiva el coste marginal (CM). Por ejemplo

<i>4.400</i>

.
- *Grupos marginales*: en negrita la potencia (P) y con fondo gris el coste marginal (CM). Por ejemplo

408	2.008
------------	-------

.

Resultados de la explotación de la empresa A

La Tabla 6.10 recoge los resultados detallados de la explotación de los grupos térmicos de la empresa A –potencia (P) y coste marginal (CM)–, así como información marginal sobre sus ingresos (IM). A continuación se comentan los resultados mostrados en la citada tabla, centrándose la exposición sobre los del periodo 4.

Periodo y Nivel	IM _A (pta/kWh)	P _{TA1} (MW)	CM _{TA1} (pta/kWh)	P _{TA2} (MW)	CM _{TA2} (pta/kWh)	P _{TA3} (MW)	CM _{TA3} (pta/kWh)	P _{TA4} (MW)	CM _{TA4} (pta/kWh)	
P ₁	N ₁	4.027	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	4.400	
	N ₂	2.952	1000	0.960	500	2.100	32	2.952	4.400	
	N ₃	2.008	1000	0.960	408	2.008		2.880	4.400	
P ₂	N ₁	4.108	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	4.400	
	N ₂	3.840	1000	0.960	500	2.100	429	3.840	4.400	
	N ₃	2.105	1000	0.960	500	2.100		2.880	4.400	
P ₃	N ₁	5.589	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	225	5.589
	N ₂	5.421	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	193	5.421
	N ₃	3.951	1000	0.960	500	2.100	478	3.951		4.400
P ₄	N ₁	5.421	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	193	5.421
	N ₂	4.200	1000	0.960	500	2.100	500	4.000		4.400
	N ₃	2.738	1000	0.960	500	2.100		2.880		4.400
P ₅	N ₁	5.421	1000	0.960	500	2.100	500	4.000	193	5.421
	N ₂	4.200	1000	0.960	500	2.100	500	4.000		4.400
	N ₃	2.930	1000	0.960	500	2.100	22	2.930		4.400

Tabla 6.10 Resultados de los grupos térmicos de la empresa A

En el nivel 1 (punta) del periodo 4 los grupos TA1, TA2 y TA3 son inframarginales produciendo a plena potencia, al presentar todos ellos un coste marginal inferior al ingreso marginal de la empresa 5.421 pta/kWh. Mientras que TA4 es el grupo marginal, al alcanzar su coste marginal el ingreso marginal de la empresa con una potencia de 193 MW inferior a su límite superior.

En el nivel 2 (llano) del mismo periodo los grupos TA1, TA2 y TA3 siguen siendo inframarginales, produciendo a plena potencia. Sin embargo, el ingreso marginal de la empresa cae hasta 4.2 pta/kWh, lo que fuerza la parada de TA4 al presentar este grupo un coste marginal superior (grupo supramarginal). En este caso particular, la empresa A no tiene ningún grupo marginal debido a que su ingreso marginal se ha situado entre el coste marginal del grupo TA3 a plena potencia (4.0 pta/kWh) y el del grupo TA4 a potencia cero (4.4 pta/kWh).

Por último, en el nivel 3 (valle) se presenta una situación similar a la del nivel de llano. Ahora los grupos inframarginales son el TA1 y TA2, mientras que los grupos supramarginales son TA3 y TA4 al situarse el ingreso marginal 2.738 pta/kWh por debajo del grupo TA3 a potencia cero (2.88 pta/kWh).

La Tabla 6.11, similar a la tabla anterior, recoge los resultados detallados de la explotación de los grupos hidráulicos, apareciendo el valor del agua en lugar del coste marginal. Esto se debe a que el papel del valor del agua en planificación de la explotación de los generadores hidráulicos es equivalente al del coste marginal de un generador térmico, y en consecuencia, su valor comparado con el ingreso marginal de

la empresa decide la utilización de estos grupos generadores de energía limitada. A continuación se analizan los resultados correspondientes a los periodos 3 y 4.

Periodo y Nivel	IM_A (pta/kWh)	P_{HA1} (MW)	λ_{HA1} (pta/kWh)	P_{HA2} (MW)	λ_{HA2} (pta/kWh)	P_{BA1} (MW)	λ_{BA1} (pta/kWh)	$-P_{BA1}$ (MW)	$0.7 \cdot \lambda_{BA1}$ (pta/kWh)
P ₁	N ₁	4.027	4.063	81	4.027	210	4.027		2.819
	N ₂	2.952	4.063		4.027		4.027		2.819
	N ₃	<u>2.008</u>	4.063		4.027		4.027	-300	<u>2.819</u>
P ₂	N ₁	4.108	605	4.108	40	4.108	210	4.108	2.875
	N ₂	3.840		4.108		4.108		4.108	2.875
	N ₃	<u>2.105</u>		4.108		4.108		4.108	-300
P ₃	N ₁	5.589	900	5.421	4	5.589		5.590	3.912
	N ₂	5.421	110	5.421		5.589		5.590	3.912
	N ₃	3.951		5.421		5.589		5.590	3.912
P ₄	N ₁	5.421	293	5.421	40	5.421	210	5.421	3.795
	N ₂	4.200		5.421		5.421		5.421	3.795
	N ₃	<u>2.738</u>		5.421		5.421		5.421	-300
P ₅	N ₁	5.421	310	5.421	81	5.421	210	5.421	3.795
	N ₂	4.200		5.421		5.421		5.421	3.795
	N ₃	<u>2.930</u>		5.421		5.421		5.421	-300

Tabla 6.11 Resultados de los grupos hidráulicos de la empresa A

En el nivel 1 (punta) del periodo 4 los tres grupos hidráulicos HA1, HA2 y BA1 son marginales ya que su valor del agua (5.421 pta/kWh) coincide con el ingreso marginal de la empresa. Sin embargo, sólo el grupo HA1 con capacidad de regulación interperiodo podría producir más en caso necesario. Esto es debido a que el grupo HA2 (regulación intraperiodo) tiene limitada la energía disponible en cada periodo a las aportaciones, mientras que el BA1 (bombeo puro) a la energía bombeada.

En el nivel 2 (llano) del mismo periodo no produce ningún grupo debido a que el ingreso marginal de la empresa cae hasta 4.2 pta/kWh por debajo del valor del agua en este periodo.

En el nivel 3 (valle) se sitúa el ingreso marginal en 2.738 pta/kWh, impidiendo como en el nivel de llano la producción de los grupos hidráulicos. Sin embargo, este ingreso marginal es menor que el valor del agua del grupo de bombeo multiplicado por su rendimiento ($5.421 \times 0.7 = \underline{3.795}$ pta/kWh), lo que hace rentable para la empresa el consumo a plena potencia de este grupo para el almacenamiento por bombeo de toda la energía posible.

En el periodo 3, al contrario que en el ya comentado periodo 4, el valor del agua del grupo HA1 (5.421 pta/kWh) no coincide con el del grupo HA2 (5.589 pta/kWh) debido a que en el nivel 1 (punta) el grupo HA1 produce a potencia máxima (900

MW). El valor del agua de este grupo coincide con el ingreso marginal del nivel 2 (5.421 pta/kWh) en el que HA1 no tiene su producción limitada.

Resultados de la explotación de la empresa B

La Tabla 6.12 recoge los resultados detallados de la explotación de los grupos térmicos de base pertenecientes a la empresa B –potencia (P) y coste marginal (CM)–, así como los ingresos marginales de la empresa (IM).

Periodo y Nivel	IM _B (pta/kWh)	P _{TB1} (MW)	CM _{TB1} (pta/kWh)	P _{TB2} (MW)	CM _{TB2} (pta/kWh)	P _{TB3} (MW)	CM _{TB3} (pta/kWh)	P _{TB4} (MW)	CM _{TB4} (pta/kWh)
P ₁	N ₁	3.267	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₂	2.140	0.960	1000	1.020	500	2.100	46	2.140
	N ₃	1.294	0.960	1000	1.020		1.600		2.080
P ₂	N ₁	3.600	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₂	2.949	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₃	1.465	0.960	1000	1.020		1.600		2.080
P ₃	N ₁	4.940	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₂	4.348	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₃	3.049	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
P ₄	N ₁	4.635	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₂	3.227	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₃	1.877	0.960	1000	1.020	277	1.877		2.080
P ₅	N ₁	4.646	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₂	3.227	0.960	1000	1.020	500	2.100	500	2.730
	N ₃	1.993	0.960	1000	1.020	393	1.993		2.080

Tabla 6.12 Resultados de los grupos de base de la empresa B

La empresa B dispone de cuatro grupos térmicos (TB1, TB2, TB3 y TB4) que operan prácticamente en base debido a sus reducidos costes variables. Tan solo en los niveles de valle de los periodos de menor demanda, se produce una fuerte caída del ingreso marginal de la empresa B que obliga a reducir su producción a los grupos de carbón (TB3 y TB4). También se observa como el coste marginal del grupo TB3 en los valles de los periodos P04 y P05 marca el ingreso marginal de la empresa.

Por su parte, la Tabla 6.13 recoge los resultados de los grupos de punta de la empresa B. Al igual que en las tablas anteriores, se aprecia como la comparación entre el ingreso marginal de la empresa y el coste marginal de cada generador basta

para explicar la operación óptima de los grupos, a falta de otras restricciones técnicas que limiten su utilización⁷.

Se puede observar como en el nivel 1 (punta) del periodo tres, la empresa B tiene dos grupos térmicos marginales (TB6 y TB7) debido al modelado del consumo de combustible como una función cuadrática (coste marginal lineal).

Periodo y Nivel	IM _B (pta/kWh)	P _{TB5} (MW)	CM _{TB5} (pta/kWh)	P _{TB6} (MW)	CM _{TB6} (pta/kWh)	P _{TB7} (MW)	CM _{TB7} (pta/kWh)	P _{HB1} (MW)	λ _{HB1} (pta/kWh)
P ₁	N ₁	242	3.267		3.800		4.840		3.276
	N ₂		2.880		3.800		4.840		3.276
	N ₃		2.880		3.800		4.840		3.276
P ₂	N ₁	450	3.600		3.800		4.840	40	3.600
	N ₂	43	2.949		3.800		4.840		3.600
	N ₃		2.880		3.800		4.840		3.600
P ₃	N ₁	500	3.680	300	4.940	19	4.940	121	4.940
	N ₂	500	3.680	144	4.348		4.840		4.940
	N ₃	105	3.049		3.800		4.840		4.940
P ₄	N ₁	500	3.680	220	4.635		4.840		4.646
	N ₂	217	3.227		3.800		4.840		4.646
	N ₃		2.880		3.800		4.840		4.646
P ₅	N ₁	500	3.680	223	4.646		4.840	40	4.646
	N ₂	217	3.227		3.800		4.840		4.646
	N ₃		2.880		3.800		4.840		4.646

Tabla 6.13 Resultados de los grupos de punta de la empresa B

Resultados de la explotación de la empresa C

Por último, los resultados de la empresa C se detallan en la Tabla 6.14. Las conclusiones que se pueden extraer sobre los resultados de esta empresa son semejantes a las ya comentadas para las empresas A y B.

⁷ En el caso ejemplo se ha obviado la restricción de consumo mínimo de combustible de una central con el propósito de facilitar la comprensión de los resultados.

Periodo y Nivel	IM _C (pta/kWh)	P _{TC1} (GW)	CM _{TC1} (pta/kWh)	P _{TC2} (GW)	CM _{TC2} (pta/kWh)	P _{TC3} (GW)	CM _{TC3} (pta/kWh)	P _{HC1} (GW)	λ _{HC1} (pta/kWh)	
P ₁	N ₁	4.626	1000	0.960	500	2.100	43	4.626	4.638	
	N ₂	2.977	1000	0.960	500	2.100	4.400		4.638	
	N ₃	1.875	1000	0.960	275	1.875	4.400		4.638	
P ₂	N ₁	5.059	1000	0.960	500	2.100	125	5.059	40	5.059
	N ₂	4.183	1000	0.960	500	2.100	4.400		5.059	
	N ₃	1.969	1000	0.960	369	1.969	4.400		5.059	
P ₃	N ₁	6.481	1000	0.960	500	2.100	394	6.481	121	6.481
	N ₂	5.844	1000	0.960	500	2.100	274	5.844		6.481
	N ₃	4.333	1000	0.960	500	2.100	4.400		6.481	
P ₄	N ₁	6.146	1000	0.960	500	2.100	331	6.146		6.157
	N ₂	4.574	1000	0.960	500	2.100	33	4.574		6.157
	N ₃	2.498	1000	0.960	500	2.100	4.400		6.157	
P ₅	N ₁	6.157	1000	0.960	500	2.100	333	6.157	40	6.157
	N ₂	4.574	1000	0.960	500	2.100	33	4.574		6.157
	N ₃	2.708	1000	0.960	500	2.100	4.400		6.157	

Tabla 6.14 Resultados de los grupos pertenecientes a la empresa C

6.2.4 Análisis de la gestión interperiodo de los embalses

Como se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior, la comparación entre el valor del agua de los grupos hidráulicos y el ingreso marginal de la empresa permite explicar la operación óptima de dichos grupos dentro de cada periodo. Sin embargo, los resultados anteriores no pueden explicar la relación existente entre el valor del agua de periodos consecutivos. Esto se debe a que no recogen los resultados obtenidos del nivel de reservas del embalse, variable esencial en la gestión de los recursos hidráulicos.

En la Tabla 6.15 se muestran conjuntamente el valor del agua y el nivel de reservas del embalse al principio de cada periodo para los embalses regulables de las tres empresas.

	Reservas _{HA1} 0 ÷ 250 GWh	λ_{HA1} (pta/kWh)	Reservas _{HB1} 0 ÷ 20 GWh	λ_{HB1} (pta/kWh)	Reservas _{HC1} 0 ÷ 20 GWh	λ_{HC1} (pta/kWh)
P ₁	100	4.063	10	3.276	10	4.638
P ₂	250.0	4.108	20.00	3.600	20.00	5.059
P ₃	250.0	5.421	20.00	4.940	20.00	6.481
P ₄	49.58	5.421	0.00	4.646	0.00	6.157
P ₅	26.87	5.421	10.00	4.646	10.00	6.157

Tabla 6.15 Nivel de reservas y valor del agua de los embalses

Como se expuso en los capítulos 3 y 4 la utilización óptima de la energía hidráulica disponible lleva a cada empresa a tratar de igualar el valor del agua de sus embalses entre periodos consecutivos.

Por ejemplo, en la tabla anterior se observa como el valor del agua de HA1 en el primer periodo (4.063 pta/kWh) es menor que en el segundo (4.108 pta/kWh). Esto significa que para la empresa A vale un poco más el agua en el segundo periodo que en el primero. Por ello, esta empresa guarda toda la energía posible en el embalse (250 MWh) activando la cota superior de la variable de reservas, lo que impide que el valor del agua sea igual en ambos periodos al igual que ocurre con el tercer periodo. Por el contrario, el agua tiene el mismo valor en los tres últimos periodos (5.421 pta/kWh) debido a que la gestión óptima del embalse no llega a activar las cotas de esta variable.

El análisis de los resultados del embalse de HB1 proporciona conclusiones similares a las anteriores, aunque presenta una circunstancia nueva. En el periodo cuarto la empresa B decide vaciar el embalse debido a que valora menos el agua en el periodo quinto (4.646 pta/kWh) que en el cuarto (4.940 pta/kWh).

6.2.5 Análisis del valor del agua

En este apartado se discute el significado del valor del agua empleando los resultados teóricos presentados en el capítulo 3, junto con los resultados numéricos obtenidos con el modelo. Para ello se ha resuelto el caso base presentado en los anteriores apartados incrementando en el periodo P01 en 1 MWh la energía disponible en el embalse del generador HA2.

En la Tabla 6.16 se recogen los resultados que permiten calcular el valor del agua de forma numérica: beneficio de la empresa A, producción de todas las empresas en el nivel de punta (N1) del periodo 1 y la producción del grupo hidráulico HA2 cuyo valor del agua se está analizando.

	Caso Base	Caso Base + 1 MWh	Incremento
Beneficio Total A	33734.818 Mpta	33734.823 Mpta	4.609 kpta
P_A	2290.645 MW	2290.649 MW	4.032 kW
P_B	3241.651 MW	3241.650 MW	-0.918 kW
P_C	1542.757 MW	1542.756 MW	-0.362 kW
P_{HA2}	80.645 MW	80.649 MW	4.032 kW
λ_{HA2}	4.027 pta/kWh	4.027 pta/kWh	≈ 0

Tabla 6.16 Análisis del valor del agua del embalse HA2 en el periodo 1

La última fila de la tabla anterior muestra como el valor del agua de HA2 es igual a 4.027 pta/kWh en el periodo 1 (ver también Tabla 6.11), sin que su valor cambie de forma apreciable por el incremento de la producción en 1 MWh. Este valor coincide con el ingreso marginal de esta empresa correspondiente al nivel en el que el citado grupo está produciendo (N1), aunque no coincide con el incremento del beneficio calculado numéricamente de forma incremental (4.609 pta/kWh).

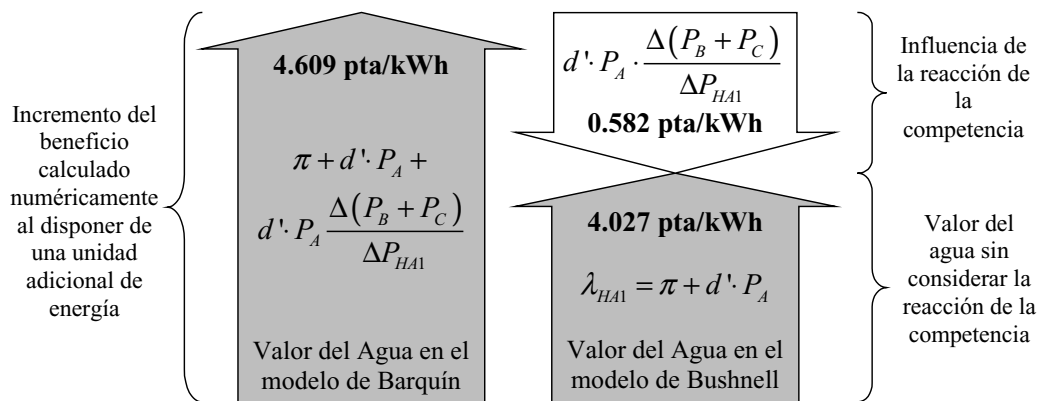


Figura 6.5 El valor del agua según los modelos de Bushnell y Barquín

Este aparente error se debe, como ya se discutió en la sección 3.3 del capítulo 3, a la propia definición del valor del agua. Así, empleando el modelo de Bushnell, el valor del agua coincide con la variable dual de la restricción de energía disponible (ver ecuación 3.28). Mientras que empleando el modelo de Barquín, se deduce un valor del agua diferente al considerar la reacción de las empresas competidoras (ver ecuación 3.27) que coincide con el calculado numéricamente. La Figura 6.5 ilustra las diferencias entre ambas definiciones indicando los valores numéricos obtenidos en este pequeño estudio.

6.2.6 Influencia de los contratos a largo plazo

En este apartado se presentan dos estudios sencillos en los que se analiza numéricamente la influencia en los resultados del mercado de los contratos a largo

plazo de venta de energía eléctrica. El objetivo de estos estudios no consiste en obtener unos resultados novedosos o inesperados, sino simplemente en mostrar el funcionamiento razonable del modelo frente a pequeñas variaciones en los datos.

En el primero, trabajando sobre el mismo caso estudio presentado en los apartados precedentes, se han considerado tres escenarios en el nivel de contratación de todas las empresas como se muestra en la Tabla 6.17.

Escenario	Demanda Contratada	Empresa A	Empresa B	Empresa C
Nulo	0 %	0 %	0 %	0 %
Medio	50 %	15 %	25 %	10 %
Total	100 %	30 %	50 %	20 %

Tabla 6.17 Escenarios en el nivel de contratación de las empresas

En la Figura 6.6 se observa que, como era de esperar, al aumentar el nivel de contratación disminuyen los precios al mismo tiempo que aumenta la demanda suministrada en todos los niveles de carga considerados.

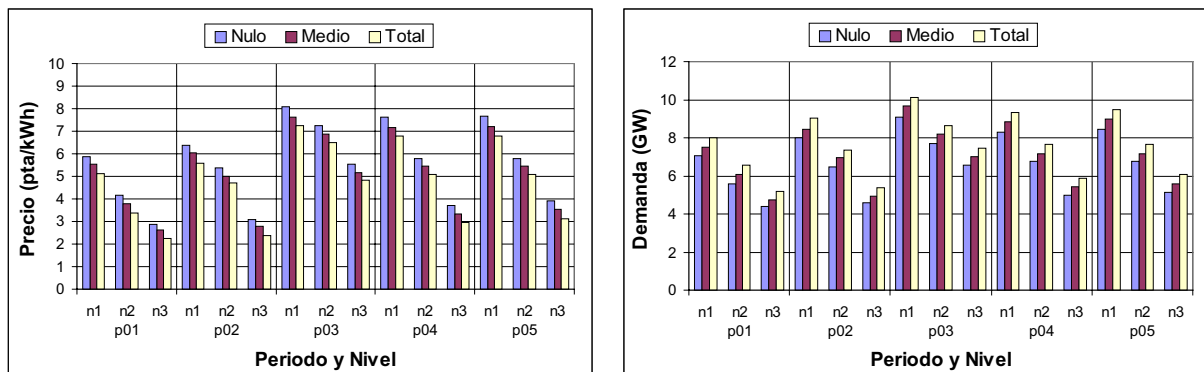


Figura 6.6 Precio y demanda satisfecha en cada escenario de contratación

No se recogen los resultados relativos a las cuotas de mercado de las empresas dado que estas se mantienen prácticamente iguales a las observadas en el caso base (ver Tabla 6.6). Ello es debido, a que se ha considerado una subida homogénea del nivel de contratación de las tres empresas en los escenarios estudiados.

En el segundo estudio, se ha mantenido constante el nivel de contratación de las empresas de menor tamaño A y C mientras se aumentaba el de la empresa B (ver Tabla 6.18).

Escenario	Total	Empresa A	Empresa B	Empresa C
Bajo	25 %	15 %	0 %	10 %
Medio	50 %	15 %	25 %	10 %
Alto	75 %	15 %	50 %	10 %
Máximo	100 %	15 %	75 %	10 %

Tabla 6.18 Escenarios en el nivel de contratación de la empresa B

En este caso, la empresa B al ir aumentando su nivel de contratación va perdiendo progresivamente su carácter estratégico al ver como se reduce su producción remunerada al precio del mercado. Así, cuanto mayor es la producción previamente contratada por esta empresa, mayor es su cuota de producción en el equilibrio del mercado. Obviamente, al aumentar la cuota de la empresa B, la presencia en el mercado de las otras empresas disminuye como se muestra en la Figura 6.7.

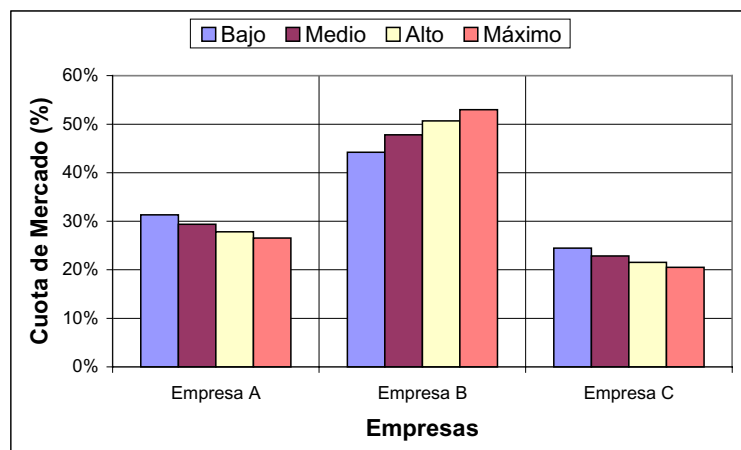


Figura 6.7 Cuotas de mercado en cada escenario de contratación

No se presentan resultados ni de los precios ni de la demanda satisfecha debido a que se observa exactamente la misma tendencia del estudio anterior: al incrementar el nivel de contratación de la empresa B sube la demanda suministrada y bajan los precios.

6.2.7 Influencia de la pendiente de la demanda

La estimación del comportamiento de la demanda, y en particular de su pendiente, es un tema de gran interés debido a su influencia en los resultados de los modelos basados en el equilibrio de Cournot. Sin embargo, y como se ilustra en el siguiente estudio, esta influencia decrece al aumentar el nivel de contratación de las empresas. Esto es especialmente relevante en los mercados eléctricos reales, en los que

las empresas de generación de electricidad tratan de mantener una buena parte de su producción contratada a largo plazo para cubrirse frente a precios bajos del mercado⁸.

Los escenarios considerados para el nivel de contratación de las empresas coinciden con los empleados en el primer estudio del apartado anterior (ver Tabla 6.17). En cuanto a la pendiente de la demanda se han considerado tres escenarios: pendiente baja (0.4 pta/kWh/GW), pendiente media (0.8 pta/kWh/GW), pendiente alta (1.2 pta/kWh/GW).

Para la realización de este estudio es preciso detallar como se ha modelado la demanda. Para cada escenario de contratación se resuelve el caso base, en el que la pendiente de la demanda corresponde a 0.8 pta/kWh/GW, obteniéndose el precio y la demanda suministrada en cada nivel de carga. La recta de la demanda en cada uno de los otros dos escenarios se hace pasar por el punto precio/demanda calculado –cambiando obviamente la pendiente–. La Figura 6.8 ilustra este procedimiento de construcción de la función de la demanda en los escenarios de pendiente baja y alta a partir del escenario de pendiente media.

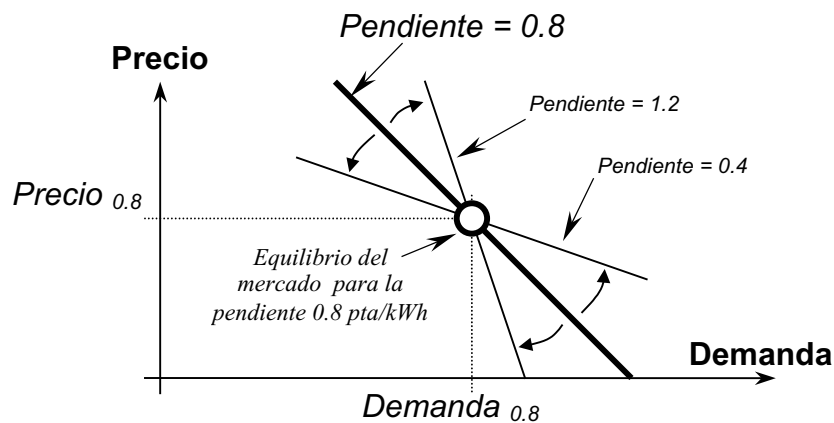


Figura 6.8 Procedimiento de construcción de la función de la demanda

La generación de los escenarios en la pendiente de la demanda descrita anteriormente permite realizar comparaciones coherentes entre los resultados obtenidos. En la Tabla 6.19 se recogen los precios medios correspondientes a los nueve casos considerados.

⁸ En el caso del mercado español, los costes de transición a la competencia juegan un papel similar al de los contratos a largo plazo. Esto se debe a que una buena parte de la remuneración que reciben las empresas por este concepto se salda por diferencias con el precio medio anual del mercado.

Escenario	Pendiente Baja (0.4 pta/kWh/GW)	Pendiente Media (0.8 pta/kWh/GW)	Pendiente Alta (1.2 pta/kWh/GW)
Contratación Nula (0 %)	5.507 pta/kWh	5.891 pta/kWh	6.230 pta/kWh
Contratación Media (50 %)	5.307 pta/kWh	5.500 pta/kWh	5.689 pta/kWh
Contratación Total (100 %)	5.100 pta/kWh	5.101 pta/kWh	5.103 pta/kWh

Tabla 6.19 Precios medios frente a escenarios en contratos y pendiente de la demanda

Los resultados obtenidos muestran con claridad que la influencia en el precio de la pendiente de la demanda se reduce al incrementarse el nivel de contratación de las empresas. Así, en el caso base descrito en este capítulo (contratación nula y pendiente media) una variación en la pendiente de la demanda del $\pm 50\%$ produce un cambio en el precio medio del sistema de 0.7 pta/kWh que supone aproximadamente un $\pm 6\%$. Si se considera el caso base, pero con un nivel de contratación medio, la variación en el precio se reduce al $\pm 3.5\%$. Mientras que en el caso en que las empresas tienen contratos que suman toda la demanda, el precio medio es casi independiente de la pendiente de la demanda considerada.

No se recogen los resultados sobre la distribución de precios entre niveles de carga debido a que, al margen de la citada variación del precio medio, no se observan variaciones significativas entre el incremento de precio punta-valle en los diferentes escenarios de la pendiente de la demanda.

6.3 Aplicación al sistema español

Con el objetivo de comprobar la viabilidad y el correcto funcionamiento de los modelos presentados en esta tesis ante sistemas de gran tamaño, en esta sección se muestran los resultados obtenidos sobre un caso de alcance anual representativo del sistema español. Esta aplicación del modelo al caso español no debe interpretarse como una simulación del funcionamiento real del mercado, sino como un simple ejercicio numérico, debido principalmente a dos aspectos. Por un lado, el mercado español presenta algunas peculiaridades⁹ que no han sido consideradas en la formulación del modelo presentado en esta tesis por su carácter particular. Por otro lado, los datos considerados sobre los grupos generadores o la demanda son meras estimaciones realizadas a partir de datos públicos previos a la liberalización del sector [REE, 97] y [CSEN,97], e información sobre el funcionamiento del mercado difundida por el operador del sistema [COMEL, 00].

⁹ Dos ejemplos concretos de estos aspectos especiales del mercado español son el tratamiento de los combustibles autóctonos y que los ingresos procedentes de los costes de transición a la competencia están limitados anualmente a una cierta cantidad.

El tratamiento de los grupos compartidos¹⁰ en un modelo de mercado como el descrito en esta tesis doctoral no es un problema trivial. En el caso estudio que se describe a continuación se ha considerado que estos grupos son explotados con criterio de maximización del beneficio del propio grupo. Esta explotación independiente de las empresas propietarias les lleva a producir cuando su coste marginal es menor que el precio, en contraste con la política comentada en los apartados anteriores sobre el papel del ingreso marginal.

6.3.1 Descripción del sistema español modelado

Los medios de producción del sistema español se han modelado en detalle mediante la consideración de un total de 109 unidades de generación entre grupos nucleares (9), térmicos convencionales (62), hidráulicos con capacidad de regulación estacional (13), hidráulicos fluyentes (14) y de bombeo puro (10).

Datos del subsistema de generación hidráulica

La Tabla 6.20.a recoge los datos de potencia máxima y capacidad del embalse de los grupos hidráulicos regulables, mientras que la Tabla 6.20.b muestra los datos de los grupos de bombeo puro: potencia máxima de turbinación, potencia máxima de bombeo y rendimiento del ciclo de turbinación y bombeo.

Grupo	Potencia (MW)	Embalse (GWh)	Grupo	Embalse (GWh)	Potencia generación (MW)	Potencia bombeo (MW)	Rendimiento
REG1	157	720	BOM1	22	340	308	70 %
REG2	1280	54000	BOM2	2	208	188	70 %
REG3	502	7200	BOM3	24	360	333	70 %
REG4	540	7200	BOM4	14	210	194	70 %
REG5	124	960	BOM5	6	84	76	70 %
REG6	475	3060	BOM6	6	88	80	70 %
REG7	611	8400	BOM7	15	221	207	70 %
REG8	165	3600	BOM8	45	628	566	70 %
REG9	270	3840	BOM9	28	446	373	70 %
REG10	240	60000	BOM10	3627	84	76	70 %
REG11	413	60000					
REG12	720	60000					
REG13	987	114000					

Tabla 6.20.a Grupos regulables

Tabla 6.20.b Grupos de bombeo puro

Tabla 6.20 Datos característicos de los grupos hidráulicos

La Tabla 6.21 muestra los datos sobre las aportaciones hidráulicas para cada periodo –en unidades de energía– de las centrales que tienen capacidad de regulación.

¹⁰ Los grupos compartidos son aquellos generadores cuya propiedad está compartida por varias empresas.

Grupo	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
REG1	0	6	7	18	18	25	21	8	5	1	4	0
REG2	428	369	472	348	392	436	463	473	503	487	501	433
REG3	91	124	105	92	95	111	90	43	46	66	100	96
REG4	78	111	107	94	98	93	109	102	81	60	87	101
REG5	6	10	14	8	6	20	13	8	10	6	10	6
REG6	28	56	39	26	25	21	18	12	17	20	31	27
REG7	55	68	64	69	98	112	100	56	56	57	72	73
REG8	24	29	28	30	30	27	31	24	23	21	24	25
REG9	29	41	42	35	35	26	20	15	18	25	29	32
REG10	12	11	13	15	20	19	21	19	12	10	9	10
REG11	135	132	167	142	164	179	138	85	21	124	140	85
REG12	303	187	193	202	181	127	78	79	71	167	286	223
REG13	115	176	182	156	158	171	139	114	108	105	194	149

Tabla 6.21 Energía disponible en GWh de los grupos hidráulicos regulables

Por su parte, la Tabla 6.22 recoge los datos de potencia fluyente de las centrales hidráulicas que no tiene capacidad de almacenamiento de energía.

Grupo	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
FLU1	67	81	49	59	78	87	86	72	30	17	32	38
FLU2	350	427	199	225	100	50	56	45	28	13	54	213
FLU3	88	64	69	79	68	59	67	57	38	46	60	78
FLU4	211	147	98	81	67	36	28	30	25	48	74	121
FLU5	350	284	181	218	218	237	188	147	132	193	267	220
FLU6	99	75	71	107	143	128	83	60	49	75	99	94
FLU7	117	60	59	57	54	43	32	32	26	43	42	79
FLU8	162	141	149	196	324	337	186	112	88	138	158	137
FLU9	26	26	16	31	81	80	38	16	16	30	29	18
FLU10	86	49	60	58	54	26	16	12	13	32	30	85
FLU11	45	43	46	54	73	71	75	70	44	35	32	36
FLU12	327	324	255	263	170	109	71	53	0	195	163	306
FLU13	132	222	104	94	21	6	0	0	1	4	38	173
FLU14	570	591	304	217	180	116	127	99	73	137	216	362

Tabla 6.22 Datos de potencia en MW de los grupos hidráulicos fluyentes

Datos del subsistema de generación térmica

La Tabla 6.23 y la Tabla 6.24 recogen los datos característicos de los grupos térmicos: potencia máxima, coeficiente de consumos propios, coste del combustible (v), los coeficientes lineal (σ') y cuadrático (σ'') de la función de consumo y el coste de operación y mantenimiento (u).

Grupo	Potencia (MW)	Kc (p.u.)	ν (pta/Mcal)	o' (Mcal/MWh)	o'' (Mcal/MW ² h)	u (pta/kWh)
TER1	360	0.91	1.07	1982	1.25	0.2
TER2	543	0.95	1.07	1890	0.64	0.2
TER3	314	0.95	2.24	2071	0.53	0.2
TER4	314	0.95	2.27	2069	0.53	0.2
TER5	220	0.95	2.14	2117	0.78	0.2
TER6	533	0.96	2.14	1886	0.68	0.2
TER7	350	0.95	1.49	2067	0.85	0.2
TER8	550	0.95	1.08	2153	0.10	0.2
TER9	150	0.93	2.26	2292	0.01	0.2
TER10	300	0.95	2.26	2020	0.53	0.2
TER11	542	0.96	2.03	2121	0.29	0.2
TER12	542	0.96	2.03	2121	0.29	0.2
TER13	70	0.90	2.31	2845	0.00	0.2
TER14	148	0.93	2.23	2551	0.00	0.2
TER15	160	0.93	2.31	2536	0.00	0.2
TER16	160	0.89	1.34	1590	4.70	0.3
TER17	141	0.93	1.45	2956	1.97	0.2
TER18	141	0.93	1.72	2292	1.97	0.2
TER19	330	0.95	1.45	1667	2.07	0.2
TER20	350	0.95	1.72	1516	2.42	0.2
TER21	350	0.95	1.72	1744	1.64	0.2
TER22	320	0.97	2.05	1574	1.57	0.2
TER23	70	0.90	2.07	2845	0.00	0.2
TER24	70	0.90	2.07	2845	0.00	0.2
TER25	140	0.93	2.07	2360	0.00	0.2
TER26	289	0.95	2.34	2152	0.61	0.2
TER27	289	0.95	2.07	2153	0.60	0.2
TER28	80	0.93	1.48	2366	0.00	0.3
TER29	160	0.89	1.36	2210	2.47	0.3
TER30	520	0.96	2.26	1968	0.41	0.2
TER31	148	0.91	1.41	2584	0.67	0.2
TER32	350	0.95	1.41	2051	0.93	0.2
TER33	155	0.93	1.15	1335	7.77	0.2
TER34	350	0.95	1.15	1888	1.57	0.2
TER35	550	0.95	1.09	1964	0.46	0.2
TER36	534	0.95	1.09	1970	0.46	0.2
TER37	270	0.93	1.36	1847	1.83	0.2
TER38	350	0.95	1.36	1813	1.78	0.2
TER39	550	0.95	1.18	1821	1.05	0.4
TER40	65	0.93	1.26	2741	0.00	0.2
TER41	154	0.93	1.26	2395	1.15	0.2
TER42	350	0.95	1.26	1986	1.15	0.2
TER43	214	0.95	1.22	2056	1.91	0.2
TER44	350	0.95	1.19	1688	2.59	0.4
TER45	350	0.95	1.19	1688	2.59	0.4
TER46	350	0.95	1.19	1688	2.59	0.4
TER47	350	0.95	1.19	1688	2.59	0.4
TER48	313	0.91	1.59	2290	0.39	0.2
TER49	220	0.91	1.64	1967	2.26	0.2
TER50	120	0.93	2.21	2343	0.00	0.2
TER51	350	0.95	2.21	1867	1.40	0.2
TER52	350	0.93	2.26	2142	0.45	0.2
TER53	350	0.93	2.26	2142	0.45	0.2
TER54	350	0.93	2.09	2191	0.52	0.2
TER55	377	0.95	2.21	2128	0.22	0.2
TER56	542	0.96	2.09	2195	0.17	0.2
TER57	68	0.93	1.14	1977	15.56	0.2
TER58	254	0.93	1.14	2366	0.00	0.2
TER59	350	0.95	1.14	1717	1.34	0.2
TER60	350	0.95	1.42	1812	1.85	0.3
TER61	350	0.95	1.42	1812	1.85	0.3
TER62	350	0.95	1.42	1812	1.85	0.3

Tabla 6.23 Datos característicos de los grupos térmicos convencionales

Grupo	Potencia (MW)	Kc (p.u.)	ν (pta/Mcal)	o' (Mcal/MWh)	o'' (Mcal/MW ² h)	u (pta/kWh)
NUC1	992	0.96	0.74	1000	0.00	0.2
NUC2	1004	0.96	0.75	1000	0.00	0.2
NUC3	973	0.97	0.75	1000	0.00	0.2
NUC4	1049	0.96	0.74	1000	0.00	0.2
NUC5	1031	0.96	0.77	1000	0.00	0.2
NUC6	486	0.96	0.83	1000	0.00	0.2
NUC7	160	0.97	1.05	1000	0.00	0.2
NUC8	1097	0.94	0.73	1000	0.00	0.2
NUC9	1128	0.96	0.74	1000	0.00	0.2

Tabla 6.24 Datos característicos de los grupos térmicos nucleares

Datos de la demanda

La demanda se ha modelado mediante una curva duración carga para cada mes que se compone de cinco niveles de carga. Obsérvese que la función lineal que modela el comportamiento de los consumidores frente al precio se define en la Tabla 6.25 mediante un punto –demanda estimada y precio estimado– y por la pendiente estimada de la recta.

Periodo y Nivel	Demanda estimada (MW)	Precio estimado (pta/kWh)	Duración (h)	Pendiente estimada (pta/kWh/GW)	Periodo y Nivel	Demanda estimada (MW)	Precio estimado (pta/kWh)	Duración (h)	Pendiente estimada (pta/kWh/GW)		
P ₁	N ₁	29604	5.2	22	9	P ₇	N ₁	29173	5.2	35	9
	N ₂	26090	5.1	204	10		N ₂	25183	5.1	193	10
	N ₃	21307	4.3	190	5		N ₃	21019	4.3	246	5
	N ₄	16240	3.5	284	3		N ₄	16617	3.5	251	3
	N ₅	10911	3.3	44	3		N ₅	11782	3.3	18	3
P ₂	N ₁	29929	5.2	36	9	P ₈	N ₁	27355	5.2	18	9
	N ₂	26480	5.1	139	10		N ₂	23925	5.1	174	10
	N ₃	21859	4.3	260	5		N ₃	20154	4.3	279	5
	N ₄	16969	3.5	209	3		N ₄	16171	3.5	246	3
	N ₅	11620	3.3	28	3		N ₅	12257	3.3	27	3
P ₃	N ₁	28016	5.2	9	9	P ₉	N ₁	27948	5.2	34	9
	N ₂	24106	5.1	201	10		N ₂	24716	5.1	166	10
	N ₃	20075	4.3	236	5		N ₃	20793	4.3	241	5
	N ₄	15812	3.5	267	3		N ₄	16648	3.5	236	3
	N ₅	11201	3.3	31	3		N ₅	11833	3.3	43	3
P ₄	N ₁	24828	5.2	51	9	P ₁₀	N ₁	27761	5.2	18	9
	N ₂	21608	5.1	200	10		N ₂	24065	5.1	158	10
	N ₃	18078	4.3	221	5		N ₃	19943	4.3	281	5
	N ₄	14347	3.5	218	3		N ₄	15582	3.5	244	3
	N ₅	10486	3.3	30	3		N ₅	10898	3.3	44	3
P ₅	N ₁	24932	5.2	40	9	P ₁₁	N ₁	30005	5.2	30	9
	N ₂	21819	5.1	175	10		N ₂	26280	5.1	149	10
	N ₃	18270	4.3	264	5		N ₃	21834	4.3	266	5
	N ₄	14520	3.5	239	3		N ₄	17131	3.5	232	3
	N ₅	10304	3.3	27	3		N ₅	11905	3.3	43	3
P ₆	N ₁	28212	5.2	17	9	P ₁₂	N ₁	29876	5.2	18	9
	N ₂	24303	5.1	192	10		N ₂	26177	5.1	141	10
	N ₃	20257	4.3	254	5		N ₃	21505	4.3	311	5
	N ₄	15979	3.5	245	3		N ₄	16560	3.5	230	3
	N ₅	11250	3.3	13	3		N ₅	11279	3.3	44	3

Tabla 6.25 Datos característicos de la demanda

Datos de los costes de transición a la competencia

Finalmente, la Tabla 6.26 resume las cuotas de participación de las empresas en los costes de transición a la competencia (CTCs). Los ingresos procedentes de los CTCs se pueden modelar como los contratos a largo plazo debido a que se saldan por diferencias respecto del precio del mercado¹¹.

	Iberdrola	Endesa	Unión Fenosa	Hidrocantábrico
Participación	27.8 %	53.4 %	12.9 %	5.9 %

Tabla 6.26 Participación en los ingresos procedentes de los CTCs

6.3.2 Resultados

Los resultados que se muestran de forma resumida en este apartado, corroboran el buen funcionamiento de los modelos propuestos en esta tesis para el estudio de la explotación de la generación en un entorno de competencia sobre sistemas de gran tamaño. Tanto el modelo que calcula de forma rápida y robusta un punto inicial como el propio modelo basado en el problema complementario que resuelve el equilibrio del mercado, han proporcionado resultados coherentes y correctos, demostrando de esta forma su capacidad y validez para solucionar problemas de tamaño realista.

Con el objetivo de reducir la extensión de este apartado, sólo se muestran los resultados obtenidos directamente por el modelo. En concreto, las siguientes tablas recogen las producciones de cada grupo y los precios en cada nivel de demanda, obviándose otros interesantes resultados económicos de las empresas que se pueden calcular a partir de los anteriores: costes, ingresos, beneficio, cuotas de mercado, ingresos procedentes de los costes de transición a la competencia, etc.

Los resultados presentados no pretenden ajustarse a valores estrictamente realistas del funcionamiento del mercado español, sino que buscan averiguar la factibilidad de aplicar los modelos desarrollados a sistemas de tamaño real. Como ya se ha comentado, se requeriría un trabajo más fino en la preparación de los datos característicos referentes a los medios de producción, aportaciones hidráulicas o comportamiento de la demanda.

En la Tabla 6.27 se muestran los precios marginales del sistema obtenidos por el modelo en el caso descrito en el apartado anterior.

¹¹ Como ya se ha comentado anteriormente, esto supone una simplificación de la realidad debido a que la influencia de los CTCs en el mercado es mucho más compleja.

Precio (pta/kWh)	N₁	N₂	N₃	N₄	N₅
P₁	4.61	4.56	4.46	3.88	2.79
P₂	4.71	4.56	4.52	3.97	2.93
P₃	4.59	4.56	4.46	3.98	3.26
P₄	4.56	4.54	4.31	3.69	2.98
P₅	4.55	4.54	4.32	3.82	3.18
P₆	4.73	4.56	4.48	4.12	3.57
P₇	4.87	4.59	4.53	4.21	3.67
P₈	4.70	4.56	4.51	4.19	3.63
P₉	4.78	4.59	4.54	4.25	3.65
P₁₀	4.65	4.56	4.49	4.10	3.49
P₁₁	4.86	4.62	4.55	4.23	3.64
P₁₂	4.70	4.56	4.54	4.04	3.12

Tabla 6.27 Precios marginales del sistema

Las producciones brutas –en unidades de MW– de todos los grupos organizados según el tipo de combustible se presentan en las siguientes tablas.

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	NUC5	N ₁	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031
Iberdrola	NUC5	N ₂	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031
Iberdrola	NUC5	N ₃	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031
Iberdrola	NUC5	N ₄	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031
Iberdrola	NUC5	N ₅	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031	1031
Fenosa	NUC7	N ₁	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Fenosa	NUC7	N ₂	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Fenosa	NUC7	N ₃	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Fenosa	NUC7	N ₄	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Fenosa	NUC7	N ₅	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160
Endesa	NUC3	N ₁	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973
Endesa	NUC3	N ₂	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973
Endesa	NUC3	N ₃	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973
Endesa	NUC3	N ₄	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973
Endesa	NUC3	N ₅	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973	973
Compart.	NUC1	N ₁	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992
Compart.	NUC1	N ₂	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992
Compart.	NUC1	N ₃	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992
Compart.	NUC1	N ₄	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992
Compart.	NUC1	N ₅	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992	992
Compart.	NUC2	N ₁	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
Compart.	NUC2	N ₂	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
Compart.	NUC2	N ₃	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
Compart.	NUC2	N ₄	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
Compart.	NUC2	N ₅	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004	1004
Compart.	NUC4	N ₁	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049
Compart.	NUC4	N ₂	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049
Compart.	NUC4	N ₃	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049
Compart.	NUC4	N ₄	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049
Compart.	NUC4	N ₅	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049	1049
Compart.	NUC6	N ₁	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
Compart.	NUC6	N ₂	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
Compart.	NUC6	N ₃	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
Compart.	NUC6	N ₄	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
Compart.	NUC6	N ₅	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486	486
Compart.	NUC8	N ₁	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097
Compart.	NUC8	N ₂	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097
Compart.	NUC8	N ₃	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097
Compart.	NUC8	N ₄	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097
Compart.	NUC8	N ₅	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097	1097
Compart.	NUC9	N ₁	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128
Compart.	NUC9	N ₂	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128
Compart.	NUC9	N ₃	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128
Compart.	NUC9	N ₄	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128
Compart.	NUC9	N ₅	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128	1128

Tabla 6.28 Producciones de los grupos nucleares

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	TER1	N ₁	195	209	180	170	170	193	210	184	193	184	219	201
Iberdrola	TER1	N ₂	170	170	170	155	159	170	170	170	170	170	170	170
Iberdrola	TER1	N ₃	151	167	142	113	116	151	164	154	162	147	170	156
Iberdrola	TER1	N ₄	93	93	93	93	93	95	108	103	111	93	112	93
Iberdrola	TER1	N ₅	1	23	36	13	23	60	73	77	73	51	70	24
Iberdrola	TER43	N ₁	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214
Iberdrola	TER43	N ₂	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214
Iberdrola	TER43	N ₃	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214	214
Iberdrola	TER43	N ₄	173	194	211	73	178	214	214	214	214	214	214	214
Iberdrola	TER43	N ₅	0	0	0	0	0	107	132	109	122	64	126	0
Hidrocant.	TER2	N ₁	467	496	436	417	417	462	498	445	463	445	516	479
Hidrocant.	TER2	N ₂	417	417	417	386	393	417	417	417	417	417	417	417
Hidrocant.	TER2	N ₃	377	409	358	300	307	378	404	382	400	368	417	388
Hidrocant.	TER2	N ₄	259	259	259	259	259	263	289	279	295	259	297	259
Hidrocant.	TER2	N ₅	70	115	142	94	115	192	218	225	218	173	212	118
Endesa	TER8	N ₁	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER8	N ₂	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER8	N ₃	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER8	N ₄	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER8	N ₅	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER35	N ₁	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER35	N ₂	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER35	N ₃	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER35	N ₄	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER35	N ₅	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550	550
Endesa	TER36	N ₁	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534
Endesa	TER36	N ₂	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534
Endesa	TER36	N ₃	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534
Endesa	TER36	N ₄	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534
Endesa	TER36	N ₅	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534	534

Tabla 6.29 Producciones de los grupos de carbón de importación

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Fenosa	TER37	n1	239	239	239	239	239	270	270	256	270	259	270	268
Fenosa	TER37	n2	239	239	239	239	239	239	239	239	239	239	239	239
Fenosa	TER37	n3	209	217	227	199	210	239	239	239	239	239	239	239
Fenosa	TER37	n4	131	140	155	142	149	174	180	177	188	171	178	160
Fenosa	TER37	n5	16	16	70	54	67	106	114	123	120	96	106	54
Fenosa	TER38	n1	259	259	259	259	259	297	318	277	300	280	321	289
Fenosa	TER38	n2	259	259	259	259	259	259	259	259	259	259	259	259
Fenosa	TER38	n3	227	236	247	217	228	259	259	259	259	259	259	259
Fenosa	TER38	n4	146	155	171	158	165	192	198	194	206	188	195	176
Fenosa	TER38	n5	26	26	82	66	79	120	128	138	135	110	120	66
Fenosa	TER40	n1	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
Fenosa	TER40	n2	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
Fenosa	TER40	n3	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
Fenosa	TER40	n4	0	0	0	0	0	41	65	65	65	0	65	0
Fenosa	TER40	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER41	n1	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154
Fenosa	TER41	n2	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154
Fenosa	TER41	n3	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154
Fenosa	TER41	n4	66	81	107	85	97	140	150	144	154	134	146	115
Fenosa	TER41	n5	0	0	0	0	0	22	36	52	47	5	22	0
Fenosa	TER42	n1	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Fenosa	TER42	n2	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Fenosa	TER42	n3	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Fenosa	TER42	n4	236	250	277	254	267	311	321	315	334	305	317	285
Fenosa	TER42	n5	34	34	127	101	123	191	205	221	216	174	191	100

Tabla 6.30 Producciones de los grupos de hulla antracita (I)

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	TER31	n1	0	1	0	0	0	48	99	35	71	0	81	0
Iberdrola	TER31	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0
Iberdrola	TER31	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER31	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER31	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER32	n1	233	271	219	200	200	306	345	297	324	253	331	264
Iberdrola	TER32	n2	200	200	200	200	200	205	233	200	233	200	274	200
Iberdrola	TER32	n3	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Iberdrola	TER32	n4	0	3	28	0	0	189	200	200	200	149	200	58
Iberdrola	TER32	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER33	n1	78	83	77	74	74	87	92	86	89	81	90	82
Iberdrola	TER33	n2	74	74	74	74	74	75	78	74	78	74	83	74
Iberdrola	TER33	n3	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74	74
Iberdrola	TER33	n4	46	50	53	27	47	73	74	74	74	68	74	56
Iberdrola	TER33	n5	0	0	0	0	0	34	38	34	36	26	37	0
Iberdrola	TER34	n1	227	251	219	206	206	273	297	267	284	240	288	246
Iberdrola	TER34	n2	206	206	206	206	206	210	227	206	227	206	253	206
Iberdrola	TER34	n3	206	206	206	206	206	206	206	206	206	206	206	206
Iberdrola	TER34	n4	64	83	99	0	68	200	206	206	206	174	206	118
Iberdrola	TER34	n5	0	0	0	0	0	3	26	5	17	0	20	0
Endesa	TER17	n1	0	25	0	0	0	0	29	7	14	0	22	1
Endesa	TER17	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER17	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER17	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER17	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER18	n1	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141
Endesa	TER18	n2	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141
Endesa	TER18	n3	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141
Endesa	TER18	n4	125	141	134	73	61	122	141	141	141	132	141	141
Endesa	TER18	n5	14	48	25	21	0	26	51	33	39	25	45	25
Endesa	TER19	n1	291	318	291	291	289	292	321	301	307	291	315	294
Endesa	TER19	n2	291	291	291	289	287	291	291	291	291	291	291	291
Endesa	TER19	n3	274	289	267	224	218	259	281	272	286	267	289	287
Endesa	TER19	n4	164	190	171	121	111	161	188	185	201	169	199	185
Endesa	TER19	n5	73	100	82	79	60	82	103	89	93	82	99	82
Endesa	TER20	n1	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER20	n2	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER20	n3	350	350	350	317	311	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER20	n4	255	282	263	212	202	252	280	277	293	261	291	277
Endesa	TER20	n5	163	191	172	169	150	173	194	179	183	172	189	172
Endesa	TER21	n1	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER21	n2	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER21	n3	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350
Endesa	TER21	n4	312	350	323	247	233	307	349	345	350	320	350	343
Endesa	TER21	n5	176	217	189	184	156	190	221	199	206	189	214	189
Endesa	TER48	n1	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313
Endesa	TER48	n2	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313
Endesa	TER48	n3	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313	313
Endesa	TER48	n4	47	179	84	0	0	31	171	157	235	73	223	152
Endesa	TER48	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER49	n1	101	120	101	101	99	101	123	108	112	101	118	103
Endesa	TER49	n2	101	101	101	99	98	101	101	101	101	101	101	101
Endesa	TER49	n3	88	99	83	51	47	77	93	87	97	83	99	98
Endesa	TER49	n4	7	26	12	0	0	5	25	23	34	11	33	22
Endesa	TER49	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Compart.	TER7	n1	336	350	326	317	315	350	350	350	350	347	350	350
Compart.	TER7	n2	317	317	317	310	310	319	326	317	326	317	338	317
Compart.	TER7	n3	284	303	285	234	237	290	309	299	311	293	315	309
Compart.	TER7	n4	90	119	122	27	69	172	200	194	212	163	206	142
Compart.	TER7	n5	0	0	0	0	0	0	18	6	11	0	7	0

Tabla 6.31 Producciones de los grupos de hulla antracita (II)

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Endesa	TER16	n1	138	149	138	138	137	138	151	142	145	138	148	139
Endesa	TER16	n2	138	138	138	137	136	138	138	138	138	138	138	138
Endesa	TER16	n3	130	137	127	109	106	124	133	130	135	127	137	136
Endesa	TER16	n4	82	94	85	63	59	81	93	92	98	84	97	91
Endesa	TER16	n5	42	54	46	45	37	46	56	49	51	46	54	46
Endesa	TER28	n1	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
Endesa	TER28	n2	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
Endesa	TER28	n3	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
Endesa	TER28	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0
Endesa	TER28	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER29	n1	109	129	109	109	107	109	132	116	121	109	127	111
Endesa	TER29	n2	109	109	109	107	106	109	109	109	109	109	109	109
Endesa	TER29	n3	96	107	90	58	53	85	101	95	105	90	107	106
Endesa	TER29	n4	11	31	17	0	0	9	30	28	40	15	38	27
Endesa	TER29	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER60	n1	303	334	303	303	300	304	339	314	322	303	331	307
Endesa	TER60	n2	303	303	303	300	299	303	303	303	303	303	303	303
Endesa	TER60	n3	283	300	275	225	218	266	291	281	297	275	300	298
Endesa	TER60	n4	155	185	163	105	94	151	184	180	198	161	195	179
Endesa	TER60	n5	49	81	60	56	33	60	84	67	72	60	79	60
Endesa	TER61	n1	303	334	303	303	300	304	339	314	322	303	331	307
Endesa	TER61	n2	303	303	303	300	299	303	303	303	303	303	303	303
Endesa	TER61	n3	283	300	275	225	218	266	291	281	297	275	300	298
Endesa	TER61	n4	155	185	163	105	94	151	184	180	198	161	195	179
Endesa	TER61	n5	49	81	60	56	33	60	84	67	72	60	79	60
Endesa	TER62	n1	303	334	303	303	300	304	339	314	322	303	331	307
Endesa	TER62	n2	303	303	303	300	299	303	303	303	303	303	303	303
Endesa	TER62	n3	283	300	275	225	218	266	291	281	297	275	300	298
Endesa	TER62	n4	155	185	163	105	94	151	184	180	198	161	195	179
Endesa	TER62	n5	49	81	60	56	33	60	84	67	72	60	79	60

Tabla 6.32 Producciones de los grupos de lignito negro

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Fenosa	TER39	n1	266	266	266	266	266	325	357	294	330	298	361	313
Fenosa	TER39	n2	266	266	266	266	266	266	266	266	266	266	266	266
Fenosa	TER39	n3	218	231	247	202	219	266	266	266	266	266	266	266
Fenosa	TER39	n4	94	107	132	111	123	163	172	167	184	157	168	139
Fenosa	TER39	n5	0	0	0	0	0	52	65	80	76	37	52	0
Endesa	TER44	n1	263	286	263	263	260	263	289	271	276	263	283	265
Endesa	TER44	n2	263	263	263	260	259	263	263	263	263	263	263	263
Endesa	TER44	n3	247	260	241	203	198	234	254	246	258	241	260	259
Endesa	TER44	n4	150	173	156	112	103	147	172	169	183	154	180	168
Endesa	TER44	n5	69	94	77	74	57	78	96	83	87	77	92	77
Endesa	TER45	n1	263	286	263	263	260	263	289	271	276	263	283	265
Endesa	TER45	n2	263	263	263	260	259	263	263	263	263	263	263	263
Endesa	TER45	n3	247	260	241	203	198	234	254	246	258	241	260	259
Endesa	TER45	n4	150	173	156	112	103	147	172	169	183	154	180	168
Endesa	TER45	n5	69	94	77	74	57	78	96	83	87	77	92	77
Endesa	TER46	n1	263	286	263	263	260	263	289	271	276	263	283	265
Endesa	TER46	n2	263	263	263	260	259	263	263	263	263	263	263	263
Endesa	TER46	n3	247	260	241	203	198	234	254	246	258	241	260	259
Endesa	TER46	n4	150	173	156	112	103	147	172	169	183	154	180	168
Endesa	TER46	n5	69	94	77	74	57	78	96	83	87	77	92	77
Endesa	TER47	n1	263	286	263	263	260	263	289	271	276	263	283	265
Endesa	TER47	n2	263	263	263	260	259	263	263	263	263	263	263	263
Endesa	TER47	n3	247	260	241	203	198	234	254	246	258	241	260	259
Endesa	TER47	n4	150	173	156	112	103	147	172	169	183	154	180	168
Endesa	TER47	n5	69	94	77	74	57	78	96	83	87	77	92	77

Tabla 6.33 Producciones de los grupos de lignito pardo

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	TER4	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER4	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER4	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER4	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER4	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER11	N ₁	0	49	0	0	0	144	249	118	191	0	212	28
Iberdrola	TER11	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	55	0
Iberdrola	TER11	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER11	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER11	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER12	N ₁	0	49	0	0	0	144	249	118	191	0	212	28
Iberdrola	TER12	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	55	0
Iberdrola	TER12	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER12	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER12	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER23	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER23	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER23	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER23	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER23	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER24	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER24	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER24	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER24	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER24	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER25	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER25	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER25	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER25	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER25	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER27	N ₁	0	0	0	0	0	12	61	0	35	0	44	0
Iberdrola	TER27	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER27	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER27	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER27	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER56	N ₁	0	0	0	0	0	0	40	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER56	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER56	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER56	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER56	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER50	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER50	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER50	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER50	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER50	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER51	N ₁	40	40	40	40	40	75	93	56	77	58	96	67
Fenosa	TER51	N ₂	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
Fenosa	TER51	N ₃	11	19	28	2	12	40	40	40	40	40	40	40
Fenosa	TER51	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER51	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER13	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER13	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER13	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER13	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER13	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER15	N ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER15	N ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER15	N ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER15	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER15	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER54	N ₁	208	292	208	208	199	209	304	237	257	208	283	217
Endesa	TER54	N ₂	208	208	208	199	195	208	208	208	208	208	208	208
Endesa	TER54	N ₃	153	199	128	0	0	105	175	147	189	129	199	193
Endesa	TER54	N ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER54	N ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 6.34 Producciones de los grupos de fuel

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	TER26	n1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER26	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER26	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER26	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER26	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER55	n1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER55	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER55	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER55	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	TER55	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER3	n1	0	0	0	0	0	0	43	0	2	0	49	0
Fenosa	TER3	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER3	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER3	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	TER3	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER5	n1	153	209	153	153	147	154	218	173	186	153	203	159
Endesa	TER5	n2	153	153	153	147	144	153	153	153	153	153	153	153
Endesa	TER5	n3	116	147	100	8	0	84	131	112	141	100	147	143
Endesa	TER5	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER5	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER6	n1	340	406	340	340	333	341	416	363	379	340	399	348
Endesa	TER6	n2	340	340	340	333	330	340	340	340	340	340	340	340
Endesa	TER6	n3	298	333	279	173	158	260	315	293	326	279	333	329
Endesa	TER6	n4	22	87	40	0	0	14	84	76	115	35	109	74
Endesa	TER6	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER9	n1	0	150	0	0	0	0	150	0	110	0	150	0
Endesa	TER9	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER9	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER9	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER9	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER10	n1	199	277	199	199	190	200	289	226	245	199	269	207
Endesa	TER10	n2	199	199	199	190	187	199	199	199	199	199	199	199
Endesa	TER10	n3	147	190	125	0	0	103	168	142	182	125	190	185
Endesa	TER10	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER10	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER14	n1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER14	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER14	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER14	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER14	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER30	n1	324	427	324	324	313	325	443	360	385	324	416	335
Endesa	TER30	n2	324	324	324	313	308	324	324	324	324	324	324	324
Endesa	TER30	n3	256	313	227	59	37	197	283	249	302	227	313	306
Endesa	TER30	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER30	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER52	n1	103	194	103	103	94	105	207	135	157	103	184	113
Endesa	TER52	n2	103	103	103	94	89	103	103	103	103	103	103	103
Endesa	TER52	n3	44	94	18	0	0	0	68	38	84	19	94	88
Endesa	TER52	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER52	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER53	n1	103	194	103	103	94	105	207	135	157	103	184	113
Endesa	TER53	n2	103	103	103	94	89	103	103	103	103	103	103	103
Endesa	TER53	n3	44	94	18	0	0	0	68	38	84	19	94	88
Endesa	TER53	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	TER53	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Compart.	TER22	n1	180	194	176	172	171	197	218	193	205	185	217	192
Compart.	TER22	n2	172	172	172	168	169	172	176	172	176	172	181	172
Compart.	TER22	n3	157	165	157	134	135	159	168	164	169	161	171	168
Compart.	TER22	n4	69	83	84	41	60	106	119	116	125	102	122	93
Compart.	TER22	n5	0	0	0	0	0	23	37	31	34	11	32	0

Tabla 6.35 Producciones de los grupos de gas natural

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	REG2	n1	1280	1280	1280	1264	1193	1280	1280	1280	1280	1280	1280	1280
Iberdrola	REG2	n2	1123	1280	1178	1121	1278	1280	1280	1280	1280	1278	1280	1258
Iberdrola	REG2	n3	0	483	837	79	153	1211	1145	1046	1210	84	1146	1086
Iberdrola	REG2	n4	0	0	0	0	0	0	66	42	128	0	95	0
Iberdrola	REG2	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	REG10	n1	145	240	0	0	0	240	240	240	240	240	240	240
Iberdrola	REG10	n2	0	0	0	0	0	0	211	0	239	0	240	0
Iberdrola	REG10	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	REG10	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	REG10	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	REG11	n1	413	413	413	398	395	413	413	413	413	413	413	413
Iberdrola	REG11	n2	413	413	59	57	236	413	413	413	413	410	413	411
Iberdrola	REG11	n3	220	241	12	85	270	41	279	284	335	403	253	0
Iberdrola	REG11	n4	0	0	0	0	0	0	67	39	119	0	72	0
Iberdrola	REG11	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	REG12	n1	720	720	720	350	701	720	720	720	720	720	720	720
Iberdrola	REG12	n2	720	549	720	53	74	720	720	696	720	645	720	719
Iberdrola	REG12	n3	709	224	6	78	148	34	105	0	79	709	280	42
Iberdrola	REG12	n4	0	0	0	0	0	0	57	26	116	0	91	0
Iberdrola	REG12	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Hidrocant.	REG9	n1	270	270	270	125	135	270	270	270	270	270	270	270
Hidrocant.	REG9	n2	170	230	78	0	0	125	189	115	164	104	243	177
Hidrocant.	REG9	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0
Hidrocant.	REG9	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Hidrocant.	REG9	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	REG13	n1	836	912	965	644	696	987	987	987	987	987	987	987
Fenosa	REG13	n2	439	481	462	229	294	674	774	643	768	624	822	671
Fenosa	REG13	n3	0	0	0	0	0	143	227	145	252	82	242	55
Fenosa	REG13	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	REG13	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG1	n1	122	157	0	0	0	157	157	157	157	0	157	157
Endesa	REG1	n2	41	128	0	0	0	0	75	0	0	0	124	154
Endesa	REG1	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG1	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG1	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG3	n1	502	502	502	502	429	502	502	502	502	502	502	502
Endesa	REG3	n2	502	502	502	65	0	502	502	502	502	502	502	502
Endesa	REG3	n3	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	63	0
Endesa	REG3	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG3	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG4	n1	540	540	540	540	466	540	540	540	540	540	540	540
Endesa	REG4	n2	540	540	540	0	0	540	540	540	540	540	540	540
Endesa	REG4	n3	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	61	0
Endesa	REG4	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG4	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG5	n1	94	124	31	0	0	124	124	124	124	0	124	124
Endesa	REG5	n2	116	112	0	0	0	0	89	0	5	0	111	124
Endesa	REG5	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG5	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG5	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG6	n1	438	475	378	0	0	475	475	475	475	184	475	475
Endesa	REG6	n2	31	451	0	0	0	0	3	0	186	0	453	329
Endesa	REG6	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG6	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG6	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG7	n1	611	611	611	0	0	611	611	611	611	578	611	611
Endesa	REG7	n2	611	611	167	0	0	29	611	310	611	231	611	611
Endesa	REG7	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG7	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG7	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG8	n1	165	165	165	18	0	165	165	165	165	155	165	165
Endesa	REG8	n2	165	165	165	0	0	140	165	136	165	165	165	165
Endesa	REG8	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG8	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	REG8	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 6.36 Producciones de los grupos hidráulicos

Empresa	Grupo	Nivel	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂
Iberdrola	BOM8	n1	628	308	628	142	178	297	164	224	230	628	494	628
Iberdrola	BOM8	n2	18	0	33	23	9	0	0	0	0	27	0	46
Iberdrola	BOM8	n3	0	0	0	0	7	0	0	0	0	6	0	0
Iberdrola	BOM8	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	BOM8	n5	-566	-566	-566	-566	-566	-566	-468	-213	-263	-550	-494	-566
Iberdrola	BOM10	n1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	BOM10	n2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	BOM10	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	BOM10	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	BOM10	n5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	BOM2	n1	64	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	BOM2	n2	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	BOM2	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	BOM2	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fenosa	BOM2	n5	-131	-17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM1	n1	302	150	340	126	144	156	79	117	124	242	199	340
Endesa	BOM1	n2	14	0	9	0	0	0	0	0	0	20	0	8
Endesa	BOM1	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM1	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM1	n5	-308	-276	-224	-308	-308	-297	-225	-112	-142	-239	-199	-231
Endesa	BOM3	n1	323	164	360	136	155	170	86	67	146	335	212	360
Endesa	BOM3	n2	16	0	11	0	0	0	0	0	0	13	0	11
Endesa	BOM3	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM3	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM3	n5	-333	-301	-249	-333	-333	-324	-247	-64	-167	-259	-212	-256
Endesa	BOM4	n1	173	97	210	79	91	81	43	19	25	185	140	210
Endesa	BOM4	n2	11	0	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0
Endesa	BOM4	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM4	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM4	n5	-194	-178	-110	-194	-194	-154	-123	-18	-28	-120	-140	-120
Endesa	BOM5	n1	47	19	84	31	35	6	6	0	6	58	22	84
Endesa	BOM5	n2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM5	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM5	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM5	n5	-76	-34	-34	-76	-76	-11	-18	0	-7	-33	-22	-48
Endesa	BOM6	n1	51	22	88	33	37	8	8	0	6	60	22	88
Endesa	BOM6	n2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM6	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM6	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM6	n5	-80	-41	-36	-80	-80	-15	-22	0	-7	-34	-22	-50
Endesa	BOM7	n1	184	103	108	85	97	89	47	20	36	196	149	221
Endesa	BOM7	n2	11	0	9	0	0	0	0	0	0	4	0	1
Endesa	BOM7	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM7	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM7	n5	-207	-189	-123	-207	-207	-169	-135	-19	-41	-133	-149	-130
Endesa	BOM9	n1	409	186	108	152	174	191	99	205	181	421	232	446
Endesa	BOM9	n2	12	0	26	0	0	0	0	0	0	12	0	9
Endesa	BOM9	n3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM9	n4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	BOM9	n5	-373	-341	-289	-373	-373	-364	-283	-196	-207	-299	-232	-296

Tabla 6.37 Producciones y consumos de los grupos de bombeo

6.4 Referencias

- [Billups, 97] Billups S.C., Dirkse S. P., y Ferris M. C.. “A comparison of large scale mixed complementarity problem solvers” *Computational Optimization and Applications*, 7:3-25, 1997.
- [Brooke, 92] Brooke, A., Kendrick, D. and Meeraus A. *GAMS A User's Guide*. Boyd and Fraser, 1992
- [COMEL, 00] COMEL, Compañía operadora del mercado español electricidad. <http://www.MERCAELECTRICO.COMEL.ES/>
- [CSEN,97] CSEN, Comisión del Sistema Eléctrico Nacional. “Una Simulación del Funcionamiento del Pool de Energía Eléctrica en España” Dirección de Regulación. Noviembre 1997.
- [Ramos, 96] Ramos, A., Muñoz, L., Rupérez, I, Martínez-Córcoles, F., Martín-Corrochano, V. “Computational Experience with Optimization for Bulk Production Cost Model”. *12th PSCC Conference*, Germany 1996.
- [REE, 97] Red Eléctrica de España. “Calculo de los Costes de Despacho para el año 1997. Hipótesis y Resultados”. Dirección General de Explotación. Enero 1997.

Capítulo 7

Conclusiones

En este capítulo se resumen los resultados de la investigación realizada en esta tesis doctoral. Se presentan las conclusiones derivadas del trabajo desarrollado, destacando las aportaciones originales, y se sugieren las posibles líneas de continuación en el campo del modelado de la explotación de la generación en un contexto de competencia, así como en otros campos afines en los que la aplicación de las técnicas propuestas por esta tesis pueda resultar de interés.

El objetivo marcado en el origen de esta tesis consiste en dar solución a una nueva necesidad que aparece como consecuencia del proceso de liberalización de los sistemas eléctricos de potencia.

La entrada en funcionamiento de los mercados eléctricos de generación ha modificado profundamente los hábitos de gestión y explotación de las empresas generadoras. Sus departamentos de planificación deben asumir nuevas funciones y nuevas responsabilidades relacionadas con el mercado para las que se requieren herramientas de ayuda a la toma de decisiones.

Los modelos matemáticos empleados en las citadas herramientas de planificación para representar la explotación de la generación en un contexto de competencia, deben basarse en nuevos planteamientos conceptuales que consideren correctamente los mecanismos del mercado que son ahora los que explican quién produce, cuándo y además a qué precio se remunera.

Esta tesis se ocupa del desarrollo de una metodología para el diseño de modelos de explotación que representen con realismo el comportamiento de las empresas y la explotación de los medios de producción y que, además, puedan ser aplicados a sistemas eléctricos de tamaño real.

Estos modelos tienen como objetivo ser la herramienta empleada en la realización de estudios de medio plazo que ayuden a definir estrategias de mercado óptimas para las empresas propietarias de medios de producción. Para ello, y como a continuación se expone, esta tesis mezcla las técnicas clásicas de optimización aplicadas tradicionalmente a la planificación con nuevos conceptos extraídos de la teoría microeconómica.

7.1 *Resultados y conclusiones*

En esta sección se resumen las principales conclusiones y resultados de la investigación realizada. Estos resultados se ordenan y clasifican en cinco grupos que representan las distintas fases del trabajo.

Revisión del estado del arte

El desarrollo de esta tesis comienza efectuando una completa revisión del estado del arte en el modelado de la explotación de la generación en un contexto desregulado. De este estudio se extraen dos conclusiones principales:

- Aunque los avances mostrados en el modelado del funcionamiento de los mercados eléctricos han sido notables, los modelos existentes presentan algunas deficiencias algorítmicas o limitaciones en cuanto a la correcta representación

del sistema y en particular en cuanto a las características y restricciones técnicas de los grupos de generación se refiere. Estas limitaciones detectadas en la revisión bibliográfica han motivado las propuestas elaboradas en esta tesis.

- No se ha encontrado en la literatura ninguna clasificación completa de las características de los modelos de explotación adecuados a los mercados eléctricos. Ello ha motivado que en esta tesis se efectúe una clasificación y comparación entre los modelos más interesantes para valorar su adaptabilidad y su capacidad de representación de las características peculiares del mercado español.

Análisis microeconómico

Después de la revisión del estado del arte, la tesis aborda una segunda etapa de estudio que contesta a la siguiente pregunta: *¿cómo se comportan las empresas eléctricas en un esquema desregulado?* Para responder a esta cuestión se repasan los conceptos básicos de la teoría microeconomía sobre los mercados oligopolistas. Las conclusiones que se obtienen de este estudio son:

- La microeconomía explica cómo las empresas eléctricas, que operan normalmente en mercados formados por pocos agentes, buscan el máximo beneficio considerando la interdependencia que existe entre sus decisiones y las de sus competidores.
- Existen numerosos patrones teóricos que, bajo diferentes hipótesis, tratan de modelar el funcionamiento de los mercados en condiciones de competencia imperfecta. De entre todos ellos destaca el equilibrio de Nash-Cournot, como el modelo más ampliamente utilizado para representar el comportamiento estratégico de las empresas en estos mercados.

Metodología basada en el problema complementario

Las conclusiones derivadas tanto de la revisión del estado del arte como del estudio de la teoría microeconómica permiten formular una segunda pregunta: *¿existe un método adecuado para el desarrollo de modelos de explotación de la generación que considere correctamente el comportamiento estratégico de las empresas?* Esta tesis responde con plena satisfacción a este problema proponiendo una metodología basada en el problema complementario.

El método consiste en la formulación de los problemas de optimización de todas las empresas competidoras mediante sus condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker. Estos problemas no pueden resolverse por separado debido a su interdependencia —están acoplados por la ecuación de la demanda que relaciona el precio con la producción total—. El método propuesto evita este inconveniente

resolviendo el problema complementario formado por la unión de las condiciones de optimalidad de todas las empresas.

Las principales características del método son:

- El método permite modelar el comportamiento de cada empresa como en el modelo de Cournot, considerando de forma explícita su objetivo de maximización del beneficio y la interdependencia entre las decisiones de todos los competidores.
- El método es flexible, pues permite incluir tanto las restricciones que modelan las limitaciones del equipo generador como otras características del mercado que se consideren relevantes para los estudios que se pretenden realizar.
- El problema matemático resultante puede resolverse numéricamente de forma eficiente aprovechando que tiene la estructura de un problema complementario.

Diseño e implantación de un modelo adecuado al caso español

La siguiente fase del trabajo de investigación consiste en adaptar el método anterior al caso español respondiendo a una tercera cuestión: *¿cómo se puede aplicar la metodología basada en el problema complementario al desarrollo de un modelo de medio plazo adecuado a las peculiaridades del sistema eléctrico español?* La respuesta no es difícil debido a que, como ya se ha comentado, una de las mayores ventajas metodológicas del desarrollo de modelos empleando el problema complementario reside en su gran flexibilidad de modelado.

Así, en el desarrollo de un modelo adecuado al caso español se presta especial atención a ciertas características de la explotación como el modelado de la gestión estacional de los recursos hidráulicos, la gestión de los parques de combustible o el papel del bombeo. También se consideran los aspectos del mercado más relevantes como los ingresos procedentes de los costes de transición a la competencia y los contratos a largo plazo tanto de venta de energía como de compra de combustibles.

A continuación se resumen los principales resultados obtenidos en esta fase de trabajo:

- La formulación de las condiciones de optimalidad de cada empresa y su posterior análisis permite extraer interesantes conclusiones respecto al papel de cada tecnología de generación en un contexto de mercado.
- La aplicación a un caso de tamaño reducido ha permitido mostrar numéricamente el significado de las condiciones de optimalidad.

- La aplicación a un caso de tamaño grande como el español ha mostrado la capacidad del método propuesto y desarrollado en la tesis para la realización de estudios de sistemas eléctricos reales.
- Sin embargo, la aplicación del modelo al caso español también reveló que los tiempos de resolución crecen de forma exponencial. Ello suscitó los desarrollos de la siguiente y última fase de la investigación.

Método rápido de obtención de una solución inicial basado en optimización lineal

La anterior conclusión motiva el desarrollo de un procedimiento rápido de cálculo, basado en optimización lineal, para la obtención de una solución aproximada del equilibrio del mercado. Esta solución sirve de punto inicial al modelo principal basado en el problema complementario.

Los resultados que se obtienen con la utilización de este procedimiento de inicialización son los siguientes:

- El tiempo invertido en el cálculo de una solución inicial aproximada es un orden de magnitud menor que el necesario para la resolución del modelo principal.
- El tiempo de resolución del modelo principal se reduce entre 3 y 40 veces en función del tamaño del problema.
- El tiempo total de resolución¹ –inicialización más modelo principal– para el caso estudio español mostrado en el capítulo anterior es de 30 segundos.
- Esta sustancial reducción de tiempos facilita la utilización del modelo para la realización de estudios que requieren la solución de numerosos escenarios.

7.2 Aportaciones originales

La principal aportación de la tesis consiste en el enfoque conceptual desarrollado para el diseño de modelos de explotación de la generación en un contexto desregulado. Aunque todos los resultados y conclusiones ya mencionadas son exponente de las aportaciones originales de esta tesis, éstas se recogen aquí de forma sumaria agrupadas en tres apartados principales.

¹ Los tiempos de resolución varían según las características del caso entre 20 segundos y 2 minutos en un ordenador PC Pentium III 550 MHz con 256 MB.

Planificación de la generación en los mercados eléctricos

- Se ha estudiado cómo la desregulación del sector ha ampliado las funciones de la planificación de las empresas, resaltándose los nuevos aspectos que deben ser modelados por las herramientas de ayuda a la toma de decisiones.
- Se ha discutido cuál debe ser el lugar que los modelos de mercado deben ocupar en los estudios de planificación concluyéndose que deben jugar un papel medular en la representación de la explotación desplazando a los tradicionales problemas de minimización de costes.
- Se han propuesto criterios de clasificación y comparación entre modelos de explotación adecuados a los mercados eléctricos según el ámbito de utilización y según sus principales características de modelado.

Modelado de la explotación de la generación basado en el problema complementario

- Se ha desarrollado una metodología flexible y sólidamente justificada para el diseño de modelos de explotación de la generación basada en el problema complementario que permite incluir cualquier tipo de restricción que se considere relevante.
- Se ha desarrollado la formulación matemática del problema del equilibrio del mercado, definiendo el comportamiento de las empresas mediante las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker de sus problemas de maximización del beneficio.
- Se ha estudiado de forma teórica el significado de las condiciones de optimalidad, obteniéndose interesantes conclusiones sobre el papel que juega cada tecnología de generación en la consecución de la política de explotación de máximo beneficio de cada empresa.
- Se ha aplicado el método basado en el problema complementario al desarrollo concreto de un modelo de explotación de la generación orientado a la realización de estudios de medio plazo que se adapta perfectamente a las peculiaridades del caso español.
- Se ha empleado el modelo anterior para el estudio del funcionamiento anual del sistema español, probando de esta forma que el método desarrollado permite la resolución de problemas de tamaño real.

Modelado de la explotación de la generación basado en optimización con restricciones de equilibrio

- Se ha concebido un método, basado en optimización lineal, para la obtención del equilibrio del mercado de forma rápida aunque aproximada.
- Se ha aplicado el método anterior al desarrollo de un procedimiento rápido para la obtención de una solución aproximada que inicializa el modelo basado en el problema complementario mejorando así su convergencia.

7.3 Líneas de continuación

En esta sección se sugieren las posibles líneas de continuación de la investigación realizada en esta tesis doctoral. Éstas se han agrupado en tres categorías atendiendo al origen de su motivación: aplicación del problema complementario a otro tipo de modelos de planificación, ampliación y mejora del método basado en optimización con restricciones de equilibrio y otros trabajos complementarios a los desarrollados en esta tesis.

Extensión del método basado en el problema complementario al diseño de otro tipo de modelos de planificación

Uno de los resultados de esta tesis, como ya se ha reseñado en la sección anterior, consiste en haber comprobado la capacidad de la metodología basada en el problema complementario para el modelado correcto de la explotación de la generación en un contexto de mercado. Este resultado permite sugerir varias líneas de trabajo relacionadas con la extensión de este método al desarrollo de otro tipo de modelos de planificación, cuyo ámbito de utilización sea el de los sistemas eléctricos desregulados. Estos nuevos modelos estarían orientados a la realización de estudios diferentes a los que en esta tesis se han propuesto.

- **Modelo de equilibrio del mercado de corto plazo:** El método basado en el problema complementario podría ser aplicado al desarrollo de un modelo de alcance diario o semanal. En este caso, el correcto modelado de la operación de la generación exige la consideración de complejos detalles relacionados con las decisiones de arranque y parada de grupos o el seguimiento cronológico de la demanda.

La incorporación de nuevas restricciones al problema del equilibrio del mercado no supone gran complicación, como se ha resaltado al describir la metodología basada en el problema complementario. Sin embargo, la consideración de variables enteras en el problema del equilibrio del mercado para el modelado de los mínimos técnicos –de gran importancia en la planificación de la operación de

la generación a corto plazo— supone un importante reto conceptual y práctico al no existir resultados teóricos que garanticen la existencia y unicidad de la solución ni optimizadores que resuelvan eficientemente este tipo de problemas.

Además, este modelo puede ser utilizado para valorar el impacto que tienen, en el equilibrio del mercado, las restricciones técnicas que por su complejidad no han podido ser consideradas en el modelo de medio plazo desarrollado en esta tesis.

- **Modelo de expansión de la generación:** El objetivo de la planificación de la expansión es determinar el programa de instalación de nueva capacidad de generación que maximiza el beneficio a largo plazo considerando los costes de inversión y de explotación junto con los ingresos procedentes del mercado.

Las herramientas de ayuda a la toma de decisiones de inversión en capacidad suelen descomponer este problema en dos subproblemas. El módulo de inversión, donde se calcula —considerando la incertidumbre— el plan de expansión candidato que se propone al módulo denominado tradicionalmente de explotación, que a su vez le devuelve las sensibilidades obtenidas frente a sus propuestas de instalación. El módulo de explotación en un contexto de competencia debe considerar tanto la operación de los medios de producción como el comportamiento del mercado. Por ello este módulo es equivalente al modelo desarrollado en esta tesis.

En la actualidad no existen modelos de expansión de la generación de los sistemas de energía eléctrica, ni comerciales ni descritos en la literatura técnica, que consideren explícitamente el comportamiento real del mercado.

- **Modelo de simulación cronológica o secuencial de mercados sucesivos:** Los modelos basados en esta técnica de simulación analizan el sistema eléctrico a corto plazo, examinando su estado a intervalos de tiempo en secuencia cronológica con lo que representan de forma realista las relaciones temporales. Las simulaciones se suelen repetir considerando aleatoriamente el fallo de los grupos y las desviaciones en la previsión de la demanda.

En un contexto de mercado estos modelos podrían ser de gran ayuda en la simulación de la secuencia de los mercados de energía y de servicios complementarios. Cada uno de estos mercados podría ser representado por un modelo, como el desarrollado en esta tesis, pero que incorpore las restricciones que afectan al suministro del producto que se subasta en cada mercado: energía, reserva de potencia, etc.

- **Modelo probabilista de coordinación hidrotérmica:** La naturaleza estocástica de las aportaciones hidráulicas supone la mayor fuente de incertidumbre para las empresas que operan en sistemas con fuerte componente

de generación hidráulica. Ello motiva que las herramientas de medio plazo de ayuda a la coordinación hidrotérmica se basen en problemas de optimización que consideran la incertidumbre de las aportaciones. El gran tamaño de los problemas resultantes requiere la utilización de técnicas de descomposición, como la programación dinámica estocástica, o la descomposición de Benders bietapa o multietapa.

El método basado en el problema complementario formula los problemas de optimización de cada empresa. Por lo tanto, se pueden emplear las técnicas de optimización estocástica antes citadas para incorporar la aleatoriedad de las aportaciones hidráulicas en el equilibrio del mercado y resolver el problema así planteado. Aunque, como ya se comentó en el apartado 4.2.3 del capítulo 4, la traslación de las mencionadas técnicas de descomposición al problema del equilibrio del mercado no es directa al obtenerse problemas de optimización no convexos.

- **Modelo de gestión del riesgo:** La gestión del riesgo es una función de vital importancia para las empresas que operan en los mercados eléctricos. Estas empresas están expuestas, además de a la ya mencionada naturaleza estocástica de las aportaciones hidráulicas, a otras fuentes de incertidumbre como el fallo prolongado de los grupos, el precio de los combustibles en los mercados internacionales, el precio de la electricidad, la entrada de nuevos competidores, etc.

Con el objetivo de desarrollar una herramienta adecuada de gestión del riesgo, el planteamiento probabilista anterior podría ser ampliado en dos sentidos. En primer lugar, para incluir las citadas nuevas fuentes de incertidumbre. Y en segundo lugar, para que gestione de forma óptima tanto los medios de producción como la cartera de contratos a largo plazo con el objetivo de maximizar el beneficio controlando su variabilidad.

Mejora del método basado en optimización con restricciones de equilibrio

El planteamiento basado en optimización lineal, que se utiliza en esta tesis para la obtención de una solución inicial del equilibrio del mercado, tiene importantes ventajas computacionales, aunque presenta serias limitaciones en cuanto a la precisión de la solución obtenida. En consecuencia, otras posibles líneas de trabajo están relacionadas con el desarrollo y mejora de este enfoque de modelado. El objetivo último de estos trabajos debe ser lograr la aplicación de este método al desarrollo de modelos de explotación de la generación independientes. Es decir, que no sirvan de procedimiento de inicialización de otros modelos.

- **Mejora del modelado del coste marginal:** La principal limitación detectada en el modelo basado en optimización lineal con restricciones de equilibrio reside

en el modelado del coste marginal de cada empresa. Esto se debe a que no es posible formular mediante restricciones lineales el valor exacto del citado coste marginal.

Una posible solución a este problema podría ser la utilización de un procedimiento iterativo, de forma que en cada iteración se resolviese el equilibrio del mercado y se calculase *a posteriori* el valor exacto actualizado del coste marginal. El procedimiento finalizaría en el momento en el que el cambio del valor del coste marginal entre dos iteraciones fuese menor que una cierta tolerancia.

- **Contrastación del método:** Además de la limitación antes citada, este procedimiento de obtención del equilibrio del mercado no garantiza su solución exacta. Esto se debe a que no se formulan las condiciones de optimalidad que consideran el acoplamiento entre periodos.

En consecuencia, sería interesante detectar y analizar las limitaciones del método, para lo cual se podría emplear el modelo basado en el problema complementario como modelo de referencia. La meta de este trabajo sería corregir los puntos débiles detectados.

Otros trabajos complementarios a los desarrollados en esta tesis

Por último, durante el desarrollo de la tesis se han encontrado algunas líneas de investigación complementarias de gran interés y con prometedoras perspectivas de futuro:

- **Construcción de la curva de oferta óptima:** En contraste con la representación del equilibrio del mercado que conlleva el modelado conjunto de todas las empresas que compiten en el mercado, existe otro tipo de problemas de planificación a corto plazo de las empresas eléctricas que se adaptan mejor a la representación individual de una única empresa.

El problema de la planificación de la operación a corto plazo requiere el modelado de complejos detalles que complican la utilización de enfoques basados en la obtención del equilibrio del mercado, favoreciendo la formulación del problema individual de maximización del beneficio de la empresa en estudio. Junto con la operación, en un contexto de mercado, cada empresa debe considerar el problema de construcción de su curva de oferta óptima. Este nuevo problema requiere la utilización de sofisticadas técnicas probabilistas para el modelado de la incertidumbre en la demanda y en el comportamiento de la competencia.

- **Modelos dinámicos:** La teoría de juegos no cooperativos permite el estudio de algunos aspectos relacionados con la naturaleza repetitiva del mercado, como las

posibles estrategias mixtas, las estrategias de castigo o el aprendizaje de las empresas al competir a lo largo del tiempo.

Aunque el modelado de la dinámica intrínseca del funcionamiento del mercado ha quedado fuera del alcance del trabajo realizado, un modelo de simulación dinámica y repetitiva del mercado podría servir para contrastar los resultados que se obtienen con el modelo estático desarrollado en esta tesis.

- ***Formulación del problema cuadrático equivalente:*** Como se cita en el apartado B.2.2 del apéndice B, el problema complementario empleado en esta tesis para resolver numéricamente el equilibrio del mercado, podría ser formulado de forma equivalente como un problema de optimización cuadrático.

Un trabajo de investigación interesante consistiría en comparar, frente al procedimiento empleado en esta tesis, las posibles ventajas computacionales que tendría la resolución del equilibrio del mercado mediante la utilización de potentes optimizadores comerciales para problemas cuadráticos.

Apéndice **A**

Modelos de mercado del análisis microeconómico

Este apéndice resume aquellos conceptos fundamentales de la teoría microeconómica que facilitan el seguimiento y comprensión de los capítulos centrales de la tesis. Esta revisión está orientada principalmente a lectores con formación o experiencia en el campo de la ingeniería más que a expertos en Microeconomía, para los cuales los conceptos que aquí se repasan deben ser bien conocidos.

La primera parte del apéndice se dedica al estudio de los modelos o patrones de funcionamiento de los mercados imperfectos. En la segunda parte se presenta una extensión para incluir la influencia de limitaciones en los precios en el comportamiento de las empresas. Finalmente, en las conclusiones se destaca que el modelo de Cournot, pese a sus ciento cincuenta años, sigue siendo el punto de referencia en cuanto a la formación de precios en mercados formados por pocos productores.

Una de las principales preguntas planteadas al comienzo de la tesis es *¿cómo se comportan las empresas eléctricas en un esquema desregulado?*. El estudio de los modelos de mercado descritos en los manuales de Microeconomía permite responder a esta cuestión, dado que las decisiones en un contexto de competencia no se basan en decisiones administrativas o centralizadas sino en el resultado de la ley de la oferta y la demanda. Además, este estudio debe ser concretado al funcionamiento de los mercados formados por pocas empresas, ya que con frecuencia, en los mercados eléctricos compite un número reducido de agentes.

Este apéndice resume el citado estudio, facilitando al lector no experto en Microeconomía el seguimiento de la tesis. En primer lugar se repasan algunos conceptos fundamentales, para a continuación profundizar en los modelos de mercado más relevantes. Para ello se analiza el problema de optimización que caracteriza el comportamiento de las empresas bajo diferentes hipótesis, desde la competencia perfecta hasta el monopolio, pasando por los distintos modelos de oligopolio estudiados por la Microeconomía .

En la parte final del apéndice se estudia la influencia de las limitaciones en el precio sobre el comportamiento de las empresas y en consecuencia sobre el funcionamiento del mercado. Estas limitaciones en el precio aparecen de forma frecuente en los mercados imperfectos teniendo típicamente dos posibles fuentes. Por un lado están las autolimitaciones impuestas por las propias empresas con el objetivo de desalentar la entrada de nuevos competidores. Y por otro lado las limitaciones impuestas por el regulador, como son ejemplos en el sector eléctrico, el precio tope o *price cap* del caso inglés, o la limitación indirecta que produce el modo en que se cobran los costes de transición a la competencia en España.

Este apéndice está inspirado en tres de los libros de Economía y Microeconomía de mayor difusión en todo el mundo. El más básico es el ya clásico libro de los profesores Samuelson y Nordhaus titulado “Economía” [Samuelson, 86]. Los otros dos libros son dos manuales específicos de Microeconomía, “*The Theory of Industrial Organization*” [Tirole, 90] y “*Microeconomic Analysis*” [Varian, 92], que pueden proporcionar al lector interesado una visión más avanzada y amplia del funcionamiento de los mercados.

En el caso de que el lector quiera profundizar aún más en el estudio del comportamiento de las empresas en mercados imperfectos, existe un monográfico titulado “*Cournot Oligopoly*” [Daughety, 88] que supone una estupenda recopilación de artículos sobre la relación del modelo de Cournot con otros planteamientos posteriores, o sobre el papel de la incertidumbre. El artículo de X. Vives titulado “Cournot, el problema del oligopolio y la teoría de juegos” [Vives, 88], presenta una lúcida panorámica de los modelos de oligopolio, siendo una alternativa al anterior monográfico de más fácil lectura.

A.1 Conceptos fundamentales de Microeconomía

La principal cuestión resuelta por la Microeconomía es ¿qué fuerzas determinan la cantidad que se produce de un bien y el precio al cuál se vende? Para responder a esta pregunta adecuadamente esta rama de la Economía emplea dos instrumentos fundamentales: la curva de la demanda y la curva de la oferta.

A.1.1 Curva de la demanda

Es evidente que cuando se representa la curva de la demanda se pone de relieve la relación entre el precio y la cantidad de un determinado bien. Sin embargo, esta relación no explica suficientemente que lo que subyace debajo de esta función es el comportamiento de los consumidores. Una definición más completa inspirada en [Samuelson, 86] es la siguiente.

La Microeconomía explica la demanda de consumo mediante el concepto de utilidad total y la ley de la utilidad marginal decreciente. La utilidad es un concepto que representa el grado de provecho o satisfacción que obtiene el consumidor de una mercancía. El aumento del nivel de satisfacción se denomina utilidad marginal, donde marginal significa la utilidad adicional que se obtiene del consumo de una unidad adicional de mercancía. Por último, la ley de utilidad marginal decreciente afirma que a medida que aumenta la cantidad consumida de un producto, la utilidad marginal de la última unidad consumida tiende a disminuir.

De la definición anterior se deduce que la denominada comúnmente curva de la demanda representa de forma más precisa la utilidad marginal de los consumidores. Y por tanto la utilidad total es representada por el área debajo de dicha curva.

A.1.2 Curva de la oferta

Del mismo modo que la curva de la demanda define el comportamiento de los consumidores, la curva de oferta explica como se enfrentan al mercado los productores. Esta función expresa la relación entre las cantidades que las empresas están dispuestas a ofrecer de un determinado producto y su precio de venta en el mercado.

Sin embargo, al contrario que ocurre con la demanda, el comportamiento de los productores depende fuertemente del número y tamaño de las empresas que compiten en el mismo mercado. En las secciones A.2.1, A.2.2 y A.3 se revisan los patrones de comportamiento teóricos estándares de las empresas bajo diferentes escenarios de competencia.

A.1.3 Ley de la oferta y la demanda

La ley de la oferta y la demanda es la respuesta a la pregunta formulada al comienzo de esta sección. El equilibrio del mercado se alcanza a un precio en el cual la cantidad ofrecida es igual a la cantidad demandada, es decir, en el punto en el cual las curvas de oferta y demanda se cortan.

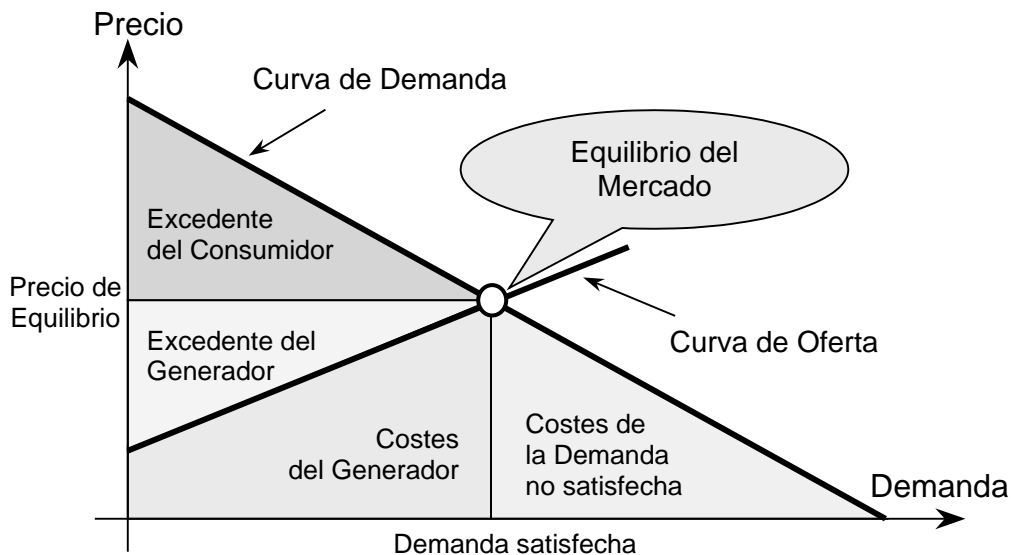


Figura A.1 Equilibrio entre el suministro y la demanda

El equilibrio del mercado se representa esquemáticamente en la Figura A.1, en la cual se puede observar como se obtiene gráficamente el excedente del consumidor como su utilidad total menos el precio total pagado. Además se observa como el área a la derecha del punto de equilibrio bajo la curva de la demanda es el coste de la demanda no satisfecha, que representa la utilidad del conjunto de los consumidores que no ha llegado a ser satisfecha debido a que su utilidad marginal es menor que el precio de equilibrio.

En el caso de que el comportamiento de los productores se ajuste al de la competencia perfecta que se describirá en el apartado A.2.1, la curva de oferta corresponde con la curva de coste marginal. De lo cual se deduce que el área bajo la curva de oferta representa el coste total y por lo tanto el excedente del productor es el área a la izquierda de la misma (ingreso total menos los costes incurridos).

A.2 Tipos de estructuras de mercado

Los mercados en general y el de generación de energía eléctrica en particular, pueden ser clasificados en dos grandes tipos o categorías: mercados perfectos y

mercados imperfectos. Esta clasificación atiende al número de agentes que forman el mercado y sobretodo a su capacidad para influir en el precio resultante.

A.2.1 Competencia perfecta

Existe competencia perfecta cuando ningún productor representa una parte del mercado suficientemente grande como para tener influencia individual en el precio del mercado, siendo todas las empresas “precio aceptantes” en el sentido de que deben vender su producción al precio vigente en el mercado.

Las condiciones necesarias para la existencia de competencia perfecta se dan cuando hay un gran número de pequeñas empresas produciendo un bien homogéneo¹ y una cantidad demasiado pequeña como para influir en el precio del mercado. De esta forma las pequeñas empresas generadoras perciben la curva de la demanda residual² como si fuera completamente horizontal.

En los mercados eléctricos reales no se suelen dar las condiciones que garantizan la competencia perfecta debido a que éstos están formados normalmente por un número reducido de grandes empresas productoras. Sin embargo, es interesante estudiar el comportamiento del mercado en estas condiciones para que posteriormente puedan ser establecidas comparaciones con otros modelos de mercado.

Como se ha explicado en el apartado anterior, el equilibrio del mercado se obtiene en el punto de intersección de las curvas de oferta y demanda. Por lo tanto, dada una curva de la demanda el problema de la obtención del equilibrio del mercado se reduce a obtener la curva de oferta, en este caso en condiciones de competencia perfecta. Para ello se considera el problema de optimización de cada empresa³ e , cuya función objetivo consiste en maximizar sus beneficios B_e .

$$B_e = \pi \cdot P_e - C_e \quad \forall e \quad (\text{A.1})$$

En donde π es el precio vigente en el mercado y C_e representa el coste total de la empresa e al producir P_e .

¹ En el mercado de generación, la electricidad se considera como un bien homogéneo con independencia de la empresa productora o de la fuente de energía primaria empleada. Sin embargo, en el negocio de la comercialización si puede considerarse que cada compañía ofrece un producto diferenciado dependiendo del tipo de tarifa, condiciones del contrato, franjas horarias, interrumpibilidad, precio indexado con el precio de los mercados internacionales de combustible, etc.

² La demanda residual de una empresa se obtiene restando a la demanda total del sistema la curva de oferta del resto de las empresas competidoras.

³ El problema de optimización de cada empresa se plantea de forma simplificada. Es decir, se va a considerar una función de coste monótona creciente y no se va a tener en cuenta ninguna limitación o restricción en la producción.

Para obtener el nivel de producción de máximo beneficio se deriva respecto de la producción:

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e} = \pi - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e \quad (\text{A.2})$$

En la anterior ecuación se ha tenido en cuenta que la derivada del precio respecto de la producción de la empresa es cero debido a la propia definición de mercado perfecto.

La interpretación de la ecuación (A.2) es inmediata. La empresa e debe producir con todas las unidades que tienen un Coste Marginal (CM) inferior al π , ya que con ellas obtiene un margen positivo, y no producir con aquellas que tienen un CM superior al π , ya que con ellas obtendría un margen negativo.

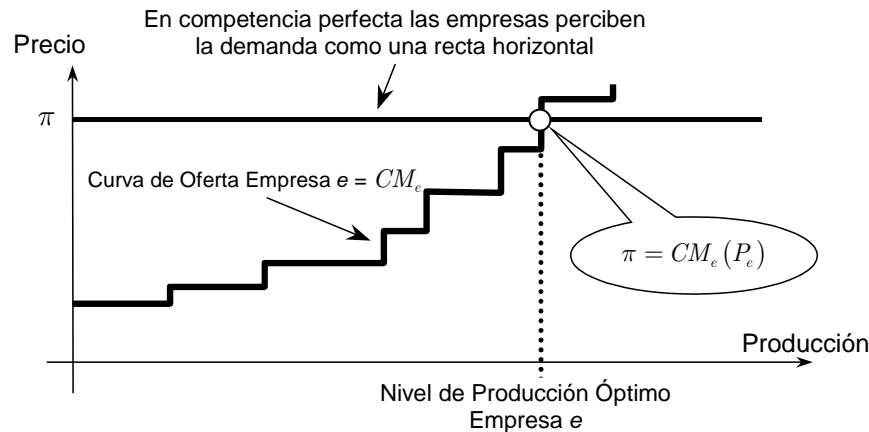


Figura A.2 Curva de oferta de una empresa en competencia perfecta

La Figura A.2 muestra como en competencia perfecta se alcanza el equilibrio del mercado cuando la curva de costes marginales de cada empresa alcanza el precio del mercado. La teoría marginalista demuestra que bajo ciertas hipótesis este resultado es equivalente al que se obtiene con un modelo basado en la satisfacción de la demanda a mínimo coste, en el cual el precio viene determinado por el coste marginal del generador más caro necesario para suministrar la demanda [Schweppe, 88][Pérez Arriaga, 94].

En resumen, en un mercado eléctrico con competencia perfecta las ofertas óptimas de los generadores, en cantidad y precio, vienen caracterizadas por la curva de costes marginales.

A.2.2 Competencia imperfecta

En contraposición a la competencia perfecta, se dice que existe competencia imperfecta cuando en un determinado mercado alguna empresa tiene un tamaño suficiente como para ejercer algún grado de control sobre el precio lo que se traduce en que las empresas perciben que se enfrentan a una curva de demanda no horizontal.

Existen dos fuentes principales de imperfecciones en los mercados. La primera de las causas de competencia imperfecta se encuentra en la existencia de economías de escala –curva de coste medio decreciente– que lleva a que las empresas eficientes son demasiado grandes para asegurar la competencia perfecta. La segunda tiene que ver con restricciones legales como las patentes, que fomentan y protegen la investigación y la invención, o las barreras de entrada como ha sido el caso de algunos productos considerados tradicionalmente servicios públicos (agua, gas, comunicaciones, electricidad, etc.).

En el caso del sector eléctrico los dos motivos anteriores han contribuido a la consideración de este negocio como un monopolio que debía estar regulado. Esta situación histórica supone el punto de partida de los mercados eléctricos desregulados y constituye el motivo principal por el cual estos mercados están formados en general por pocos agentes.

Para cuantificar el grado de imperfección de un mercado se suelen emplear dos índices de medida. El más sencillo es el denominado Índice Hirschman-Herfindahl R_H , que mide el grado de concentración en un mercado como la suma de los cuadrados de las cuotas de mercado de cada empresa.

$$R_H = \sum_e \alpha_e^2 \quad \forall e \quad (\text{A.3})$$

El segundo índice se denomina Índice Lerner L_{I_e} , que mide la imperfección del mercado como el sobreprecio que se produce respecto de un mercado perfecto⁴.

$$L_{I_e} = \frac{\pi - CM_e}{\pi} \quad \forall e \quad (\text{A.4})$$

La principal característica de los índices anteriores para la medida de la imperfección de los mercados es su sencillez, lo que les permite proporcionar conclusiones claras sobre la estructura del mercado midiendo la concentración (R_H) o sobre su funcionamiento midiendo los precios (L_{I_e}).

Sin embargo, esta sencillez constituye también su principal deficiencia cuando se aplican estos índices a los mercados eléctricos. Ello es debido a que no consideran

⁴ Recuérdese que en competencia perfecta el precio coincide con el coste marginal (ver A.2.1).

ciertos aspectos característicos de la generación de electricidad como por ejemplo: diferentes estructuras productivas de las empresas que podrían producir grandes variaciones en los índices según éstos se apliquen en horas de alta demanda o baja demanda, la existencia de productos diferenciados (energía, servicios complementarios) da lugar a varios mercados, la consideración de la red de transporte puede producir mercados zonales, etc.

Si bien es cierto que las anteriores características de los mercados eléctricos se podrían incluir en los citados índices, definiéndolos convenientemente para cada nivel de demanda (horas de punta, llano, valle...), para cada mercado (energía, reserva secundaria de potencia...) o lo que es más complejo para cada zona cuando se producen congestiones en la red. Aunque obviamente, de esta forma pierden su carácter de medida sencilla y clara de la imperfección del mercado.

Una vez visto qué es la competencia imperfecta, cuáles son sus fuentes y los índices empleados para su valoración, se revisan sus principales patrones de comportamiento: el monopolio y el oligopolio.

A.2.3 Monopolio no regulado

Existe monopolio⁵ si una empresa tiene el control exclusivo de un producto en un determinado mercado. Por tanto, se puede decir, que el generador monopolista es “decisor de precio” ya que su producción decide el precio del mercado.

Los mercados eléctricos reales raramente constituyen un monopolio no regulado, sin embargo, las herramientas utilizadas para comprender el equilibrio de máximo beneficio en el caso del monopolio absoluto –es decir, el coste marginal y el ingreso marginal– son de extensa aplicación. Estos instrumentos son empleados para analizar estructuras de mercado más representativas de los mercados eléctricos como el oligopolio y además sientan las bases para comprender la regulación de los monopolios naturales.

El equilibrio del mercado en el caso del monopolio se obtiene analizando el problema de optimización del monopolista que consiste en maximizar el beneficio.

$$B = \pi \cdot P - C \quad (\text{A.5})$$

Donde el precio π se determina a partir de la función de la demanda⁶:

$$\pi = f(P) \quad (\text{A.6})$$

⁵ Monopolista viene de la palabra griega *mono*, que significa “uno” y *polista*, que significa “vendedor”.

⁶ La Microeconomía define la función de la demanda como la cantidad demandada en función del precio, por lo que en rigor la ecuación (A.6) es la inversa de dicha función.

Para obtener el nivel de producción de máximo beneficio se deriva respecto de la producción:

$$\frac{\partial B}{\partial P} = \pi + P \cdot \pi' - CM(P) = 0 \quad \forall e \quad (\text{A.7})$$

Donde π' representa la derivada del precio respecto de la producción del monopolista.

El punto de máximo beneficio se encuentra donde el ingreso marginal de la empresa⁷ es igual al coste marginal.

$$IM(P) = \pi + P \cdot \pi' = CM(P) \quad \forall e \quad (\text{A.8})$$

Como se aprecia en la Figura A.3, el monopolista reduce la producción de los generadores con los que obtiene menos margen —área sombreada—, para de esta forma incrementar el precio que perciben el resto de sus centrales.

El comportamiento del monopolista se puede razonar intuitivamente de la siguiente forma. Partiendo desde producción nula, el monopolista aumenta su beneficio mientras un incremento unitario de producción produzca un incremento del ingreso (ingreso marginal) mayor que el incremento de coste asociado (coste marginal). En consecuencia, en el punto en el que el coste marginal alcanza al ingreso marginal se obtiene el máximo beneficio.

En la Figura A.3 también se observa que en un mercado monopolizado el precio es mayor y la producción menor que en un mercado perfecto debido a que el monopolista mejora su beneficio incrementando el precio a costa de reducir la producción. Sin embargo, si no existen barreras a la entrada en el mercado, el monopolista debería reducir el precio aumentando su producción para desalentar a los posibles nuevos entrantes, intentado de este modo perpetuar su hegemónica situación sin competencia.

⁷ El ingreso marginal se define para cada empresa como el incremento de sus ingresos al incrementar unitariamente su producción.

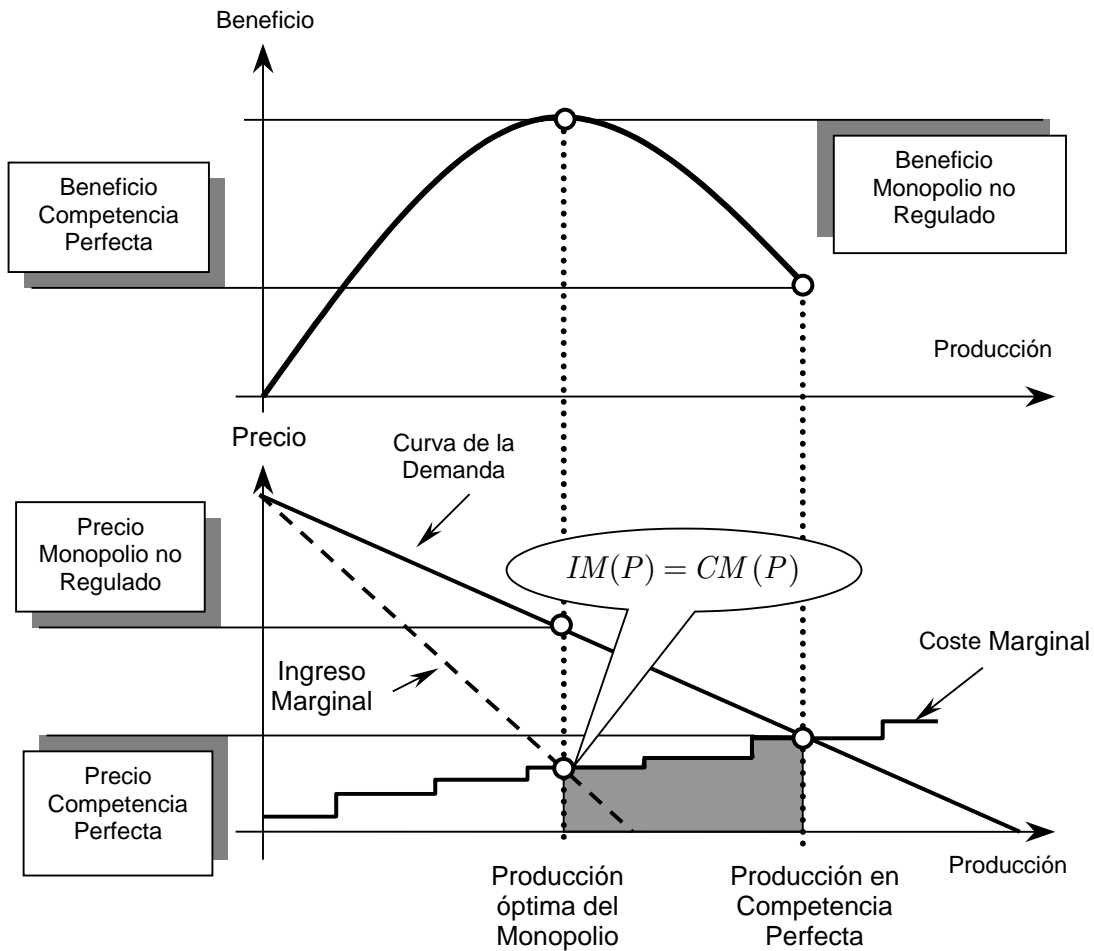


Figura A.3 Equilibrio del mercado en competencia perfecta y en un monopolio no regulado

A.2.4 Oligopolio

El oligopolio⁸ es la estructura de mercado más representativa de los mercados eléctricos reales, ya que éstos normalmente están formados por un número reducido de grandes empresas generadoras.

En los mercados perfectos o en el monopolio las empresas pueden tomar sus decisiones sin considerar la influencia de sus competidores (en el caso del monopolista simplemente no existen). Sin embargo, en un mercado oligopolista es imprescindible que cada empresa generadora tenga en cuenta la interdependencia de sus decisiones con las decisiones del resto de los agentes, ya sean presentes o futuros. Esta interdependencia varía según el alcance temporal de las decisiones que se quieran tomar.

⁸ Oligopolio al igual que monopolio viene de la palabra griega *oligo*, que significa “pocos” y *polista*, que significa “vendedor”.

Comportamiento estratégico a largo plazo frente a nuevos entrantes

Las decisiones estratégicas a largo plazo de las empresas oligopolistas tienen como objetivo principal asegurar su posición privilegiada en el mercado. En consecuencia tratan de imponer barreras a la entrada con la intención de desalentar a los posibles nuevos entrantes. Un ejemplo típico lo constituye la autolimitación de precios citada anteriormente. Otra alternativa consiste en que las empresas pueden incurrir en un gasto estratégico de sobrecapacidad para debilitar la posición de los nuevos entrantes, lo que además de prevenir la entrada asegura una mejor posición en el mercado en el caso de producirse⁹.

Equilibrio del mercado a medio plazo

En el medio plazo es donde la interdependencia de las decisiones entre empresas tiene mayor influencia. Las decisiones óptimas de cada empresa deben ser definidas considerando su influencia en la reacción futura de sus competidores. Por lo tanto para modelar el comportamiento del mercado correctamente, hay que realizar hipótesis sobre cuáles son las expectativas que cada empresa tiene de las otras empresas. En la sección A.3 se repasan los diferentes patrones de comportamiento teórico de las empresas que compiten en mercados formados por pocos competidores.

Hipótesis sobre la actuación de sus competidores a corto plazo

En el proceso de toma de decisiones a corto plazo existen dos aspectos clave. Por un lado, en el corto plazo no hay tiempo de reacción o respuesta por parte de las otras empresas, con lo cual cada empresa debe estimar el comportamiento de sus competidores a partir de su comportamiento habitual¹⁰. Por otro lado las decisiones de corto plazo deben llevar a la empresa a conseguir sus objetivos de medio plazo, sin olvidar además que éstos pueden no ser coincidentes con los objetivos “miopes” de corto plazo.

Para finalizar, en un contexto de competencia imperfecta las empresas se pueden clasificar en dos categorías en función de su comportamiento en el mercado. Por un lado están las empresas oligopolistas o estratégicas que utilizan su influencia en el precio para maximizar sus beneficios –normalmente empresas grandes–. Por otro lado están las empresas competitivas o marginales que se comportan como si existiera competencia perfecta, ofreciendo su producción a coste marginal –normalmente empresas pequeñas–. Desde el punto de vista de las empresas estratégicas, el tratamiento de las empresas marginales consiste simplemente en

⁹ Este es el caso de la empresa líder del modelo de Stackelberg descrito en A.3.3

¹⁰ El comportamiento a corto plazo de las empresas viene definido por su curva de oferta. Por lo tanto las empresas se enfrentan al mercado modelando a sus competidores a través de su curva de oferta, como la empresa líder del modelo liderazgo en la elección del precio descrito en A.3.4.

restar a la demanda total del sistema, la curva de oferta de las empresas marginales, obteniéndose de este modo la denominada demanda residual.

A.3 Modelos de oligopolio

A.3.1 Competencia en cantidades: modelo de Cournot

En este apartado se repasa el equilibrio de Cournot desde un punto de vista más tradicional o estándar que el planeamiento presentado en el capítulo 3 en el que se estudiaba la aplicabilidad del citado modelo a los mercados eléctricos.

Cournot afirma que en competencia imperfecta el precio y las cantidades están determinadas. Las empresas deciden las cantidades que desean producir y el precio surge de la interacción de la oferta y la demanda. El equilibrio se alcanza cuando la producción de cada empresa constituye una respuesta óptima a la producción de sus competidores. De esta forma, en el punto de equilibrio ninguna empresa mejora sus beneficios si modifica unilateralmente su nivel de producción. Este planteamiento [Cournot, 1838] se anticipa más cien años al equilibrio de Nash –con estrategias de cantidad– considerado hoy en día como un instrumento central para el análisis de la interacción estratégica entre empresas [Nash, 50].

Para resolver el equilibrio de Cournot se considera el problema de optimización de cada empresa cuya función objetivo consiste en maximizar sus beneficios:

$$B_e = \pi \cdot P_e - C_e \quad \forall e \quad (\text{A.9})$$

El precio se obtiene de la curva de la demanda como una función de las cantidades producidas:

$$\pi = f\left(\sum_e P_e\right) \quad (\text{A.10})$$

El equilibrio de Cournot define el conjunto de valores P_e que satisface las condiciones de optimalidad de primer orden de cada una de las empresas:

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e} = \pi + P_e \cdot \pi' - CM_e(P_e) = 0 \quad \forall e \quad (\text{A.11})$$

El término π' representa la derivada del precio respecto de la producción total, es decir, la pendiente de la función de la demanda. Para ello hay que introducir una nueva hipótesis conocida como “la conjetura de Cournot”, según la cual las empresas al competir con estrategias de cantidad ofrecen al mercado una determinada

producción, ofreciendo una curva de oferta completamente vertical. De esta forma la derivada del precio respecto de la producción de cada empresa e es igual para todas las empresas al depender solamente de la ecuación de la demanda.

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{\partial \pi}{\partial P} = \pi' \quad \forall e \quad (\text{A.12})$$

De cada ecuación de optimalidad (A.11) se deduce que en el punto de equilibrio, donde cada empresa obtiene su máximo beneficio, los ingresos marginales (IM_e) son iguales a los costes marginales (CM_e) para cada empresa.

$$IM_e(P_e) = \pi + P_e \cdot \pi' = CM_e(P_e) \quad \forall e \quad (\text{A.13})$$

Las anteriores condiciones de optimalidad forman el sistema de ecuaciones que define matemáticamente el equilibrio de Cournot. Consecuentemente, la obtención del equilibrio de Cournot consiste en resolver el citado sistema de ecuaciones obteniendo las E incógnitas P_e .

Considerando la elasticidad de la demanda, que a efectos prácticos se puede considerar negativa:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi'} \cdot \frac{\pi}{\sum_e P_e} \quad \forall e \quad (\text{A.14})$$

junto con la cuota de mercado de cada empresa α_e , se puede transformar cada una de las condiciones de optimalidad (A.13) en:

$$\pi \cdot \left[1 + \frac{\alpha_e}{\varepsilon} \right] = CM_e(P_e) \quad \forall e \quad (\text{A.15})$$

Sumando las ecuaciones anteriores se llega a una ecuación que muestra que el precio del oligopolio depende del valor medio del coste marginal y no de su distribución entre empresas:

$$\pi \cdot \left[1 + \frac{1}{E \cdot \varepsilon} \right] = \frac{1}{E} \cdot \sum_e CM_e(P_e) \quad (\text{A.16})$$

La ecuación anterior explica que el resultado del equilibrio de Cournot se encuentra entre el caso del monopolio ($E=1$) y el de competencia perfecta ($E=\infty$). Dicho de otra forma, el monopolio y la competencia perfecta son casos particulares extremos del modelo de Cournot.

Por último es interesante observar la relación del índice Lerner con el equilibrio de Cournot y con el índice Hirschman-Herfindahl. De la propia definición del índice Lerner (A.4) y las ecuaciones (A.15) y (A.13) se obtiene directamente:

$$L_{I_e} = \frac{\pi - CM_e}{\pi} = -\frac{\alpha_e}{\varepsilon} = \frac{P_e \cdot \pi'}{\pi} \quad \forall e \quad (\text{A.17})$$

La segunda parte de la ecuación anterior sugiere que no es correcto asociar el poder de mercado sólo con la capacidad de las empresas de influencia en el precio, ya que todas ellas la tienen por igual (π'). Por el contrario, si se puede afirmar que una empresa tiene poder de mercado si su tamaño es suficientemente grande como para compensar la pérdida de producción con el incremento de los ingresos producido por el incremento del precio ($P_e \cdot \pi'$), que es precisamente lo que mide el índice Lerner.

También se puede establecer la conexión entre el índice Lerner medio y el índice Hirschman-Herfindahl dentro del modelo de Cournot. De las ecuaciones (A.3) y (A.17) se obtiene que:

$$\sum_e \alpha_e \cdot L_{I_e} = -\sum_e \frac{\alpha_e^2}{\varepsilon} = -\frac{R_H}{\varepsilon} \quad \forall e \quad (\text{A.18})$$

A.3.2 Competencia en precios: modelo de Bertrand

El modelo de Bertrand, en contraposición al de Cournot, se basa en la competencia en precios entre empresas, las cuales ofertan toda su producción a un determinado precio. En este sentido el modelo de Bertrand es similar a un modelo de pujas competitivas, en las que el menor postor se queda con toda la demanda.

El modelo de oligopolio de Bertrand considera como variable estratégica de cada empresa el precio al que oferta toda su producción. Es decir, las empresas presentan una curva de oferta horizontal que no considera limitación alguna sobre su capacidad de producción.

Se considera por simplicidad el caso del duopolio con dos empresas de costes marginales CM_1 y CM_2 constantes y con $CM_1 < CM_2$. Los precios de oferta de cada generador son π_1 y π_2 .

El nivel de producción de cada generador viene fijado por la curva de demanda a la que se enfrenta, considerando que la demanda a satisfacer D es constante e independiente del precio.

$$P_1 = \begin{cases} D & \text{si } \pi_1 < \pi_2 \\ D/2 & \text{si } \pi_1 = \pi_2 \\ 0 & \text{si } \pi_1 > \pi_2 \end{cases} \quad P_2 = \begin{cases} 0 & \text{si } \pi_1 < \pi_2 \\ D/2 & \text{si } \pi_1 = \pi_2 \\ D & \text{si } \pi_1 > \pi_2 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

El equilibrio de este mercado se encuentra cuando la empresa 1, más competitiva al tener un coste marginal menor que la 2, oferta toda su producción a un precio ligeramente inferior al coste marginal de su competidora, acaparando todo el mercado:

$$\begin{aligned} \pi_1 = CM_2 - \epsilon & \Leftrightarrow P_1 = D \\ \pi_2 = CM_2 & \Leftrightarrow P_2 = 0 \end{aligned}$$

El resultado de este modelo teórico de oligopolio se aproxima al de un mercado competitivo, ya que las ofertas secretas inducen a las empresas a competir ferozmente, aunque éstas sean pocas. Sin embargo, desde el punto de vista de la experiencia, este modelo es criticado por su falta de realismo, ya que en los mercados oligopolistas el precio resultante suele distar mucho de los costes marginales de las empresas. El resultado anterior se debe fundamentalmente a la naturaleza estática y no repetitiva de este modelo junto con que no considera las limitaciones que afectan a la capacidad de producción de las empresas.

Como conclusión, el modelo de oligopolio de Bertrand no parece reflejar correctamente el proceso de ofertas diarias de los mercados eléctricos, adaptándose mejor al modelado de “mercados no repetitivos”. Un posible ejemplo, dentro del sector eléctrico, puede ser el de los procesos de licitación competitiva basados en una única oferta para la concesión de licencias de construcción de centrales de generación de electricidad.

A.3.3 Liderazgo en la elección de cantidad: modelo de Stackelberg

Otro modelo de oligopolio, también conocido como modelo de Stackelberg, es el del liderazgo en la elección de cantidad. Sin embargo, a diferencia del modelo de Cournot éste se trata de un modelo de competencia en dos fases. En la primera fase la empresa denominada *líder* decide su producción. Las empresas denominadas *seguidoras* pueden observar entonces el nivel de producción que ha elegido la empresa líder y elegir entonces sus niveles de producción óptimos.

Considerando el caso del duopolio, la solución se obtiene fácilmente resolviendo primero la segunda etapa. Suponiendo que la empresa 1 es la líder y la 2 la seguidora, el problema de la Empresa 2 (seguidora) es sencillo. Dado el nivel de producción de la empresa 1, la 2 intenta maximizar sus beneficios:

$$B_2 = \pi \cdot P_2 - C_2(P_2) \quad (\text{A.20})$$

Cuya condición de optimalidad de primer orden es igual que la del equilibrio de Cournot:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \pi + P_2 \cdot \pi' - CM_2(P_2) = 0 \quad (\text{A.21})$$

De la anterior expresión se puede obtener la función de reacción de la empresa 2, es decir, el nivel óptimo de producción de la empresa 2 en función de la producción de la empresa 1 (a través del precio) decidida en la etapa anterior:

$$P_2 = f_2(P_1) = \frac{\pi - CM_2(P_2)}{-\pi'} \quad (\text{A.22})$$

En la primera fase la empresa 1 elige su nivel de producción considerando que la empresa 2 responderá en la siguiente fase con su función de reacción. Dada la función de reacción de la empresa 2, la 1 intenta maximizar sus beneficios:

$$B_1 = \pi(P_1 + f_2(P_1)) \cdot P_1 - C_1(P_1) \quad (\text{A.23})$$

Cuya condición de optimalidad de primer orden es similar aunque no igual a la de Cournot:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \pi + P_1 \cdot \pi' \left[1 + \frac{\partial f_2}{\partial P_1} \right] - CM_1(P_1) = 0 \quad (\text{A.24})$$

Esta ecuación y la función de reacción de la empresa 2 (A.22) son suficientes para definir el equilibrio del mercado determinando los niveles de producción y el precio.

En relación con los mercados eléctricos, la principal conclusión es que la aplicación del modelo de Stackelberg al mercado de casación de ofertas de generación es poco real, ya que la presentación de ofertas es simultánea y no consecutiva. Sin embargo, este modelo de oligopolio es perfectamente aplicable a la expansión de la capacidad de generación de las empresas. La empresa más rápida es la líder en la elección de capacidad. Ésta toma su decisión sabiendo que las otras empresas se expansionarán posteriormente de forma óptima pero con la capacidad de la líder fijada. Las empresas que retrasen sus decisiones de expansión son las seguidoras. Éstas toman sus decisiones de expansión óptimas con la capacidad de la líder prefijada. Finalmente, la empresa líder obtiene un beneficio superior al que obtendría

en el equilibrio de Cournot, mientras que la empresa seguidora obtiene un beneficio inferior al que obtendría en el modelo de Cournot.

A.3.4 Liderazgo en la elección de precio

Al igual que el modelo de Stackelberg se trata de un modelo de dos fases que considera como variable estratégica la cantidad ofrecida al mercado. En la primera fase la empresa *líder* fija el precio y en la segunda fase las empresas *seguidoras* deciden el nivel de producción sabiendo de antemano el precio.

En este caso la secuencialidad en las decisiones de este modelo es más ilustrativa que real. Es decir, la empresa líder sabe de antemano que las empresas seguidoras van a ofertar de forma competitiva, mientras que las empresas seguidoras también saben que la empresa líder va a reducir su producción para elevar el precio y maximizar su beneficio.

El equilibrio de este modelo de oligopolio se resuelve igual que el modelo de Stackelberg, primero se averigua la conducta del seguidor y a continuación la del líder. Considerando que la empresa 1 es la líder y la 2 la seguidora el problema de la empresa 2 (seguidora) es sencillo. Dado el precio π , la empresa 2 intenta maximizar sus beneficios:

$$B_2 = \pi \cdot P_2 - C_2(P_2) \quad (\text{A.25})$$

Cuya condición de optimalidad de primer orden es igual que la de competencia perfecta:

$$\frac{\partial B_2}{\partial P_2} = \pi - CM_2(P_2) = 0 \quad (\text{A.26})$$

Se obtiene por tanto que la función de reacción de la empresa 2 (seguidora) es su curva de oferta competitiva produciendo todas las unidades que tienen un coste marginal inferior al precio. En consecuencia, P_2 se obtiene de la función inversa del coste marginal CM_2 .

$$P_2 = f_2(\pi) = CM_2^{-1}(\pi) \quad (\text{A.27})$$

Por lo tanto, la empresa seguidora en precio se comporta de forma competitiva o marginal al no controlar el precio, como si operara en un mercado perfecto.

Por otro lado, en la primera fase la empresa 1 elige su nivel de producción considerando que la empresa 2 responderá en la siguiente fase de forma competitiva. Dada la función de reacción de la empresa 2, la 1 tiene una curva de demanda

modificada por la producción de la empresa seguidora, denominada curva de demanda residual.

La demanda residual f_R para la empresa 1 es una función que explica el precio en función de su producción, y se obtiene restando de la demanda original la función de reacción de la empresa 2.

$$\pi = f_R(P_1) \quad (\text{A.28})$$

La solución del problema de la empresa líder es similar a la del monopolista ya que se trata de un único problema de maximización del beneficio, en este caso el precio es función de la demanda residual.

$$B_1 = \pi \cdot P_1 - C_1(P_1) \quad (\text{A.29})$$

Cuya condición de optimalidad de primer orden es:

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_1} = \pi + P_1 \cdot \frac{\partial f_R}{\partial P_1} - CM_1(P_1) = 0 \quad (\text{A.30})$$

En resumen, el modelo del liderazgo en la fijación de precios es una variante del modelo de Cournot en la que las empresas seguidoras se comportan de forma competitiva, mientras que las líderes se comportan como en el modelo de Cournot frente a la demanda residual cedida por las seguidoras. Al contrario que en el modelo de Stackelberg, las empresas seguidoras son las que obtienen mejores resultados al ver como las líderes suben el precio a costa de reducir su producción.

A.3.5 Competencia Bertrand-Edgeworth

La idea original de Edgeworth era incluir en el modelo de Bertrand –competencia en precios– restricciones en la capacidad de producción. Su objetivo consistía en demostrar que el problema del oligopolio era esencialmente indeterminado, contradiciendo el planteamiento de Bertrand que a su vez ya había criticado la competencia propuesta por Cournot. Su planteamiento original es lo que modernamente se ha dado en llamar competencia Bertrand-Edgeworth.

Tomando como punto de partida la idea planteada por Edgeworth, Kreps y Scheinkman [Kreps, 83] demuestran que si las empresas primero compiten en el terreno de la capacidad productiva y luego lo hacen en precios, el resultado que se obtiene es el del equilibrio de Cournot. Este planteamiento es el que se expone de forma resumida a continuación.

La competencia Bertrand-Edgeworth intenta reunir en un mismo modelo de mercado los puntos fuertes de los enfoques de Bertrand y Cournot, tratando de obviar sus deficiencias. Se puede decir que el modelo de oligopolio más satisfactorio es aquel en el que los oligopolistas compiten en precios –a la Bertrand–, teniendo en cuenta restricciones en cuanto la capacidad de producción y que además proporcione resultados teóricos acordes con la experiencia como con el equilibrio de Cournot –demanda satisfecha menor y precio mayor que los obtenidos en la solución competitiva–.

Edgeworth afirma que si dos empresas instaladas compiten entre sí vía precios lo hacen con dimensiones dadas y por tanto con restricciones de capacidad que hacen que el equilibrio final de Bertrand no sea cercano al competitivo. Por otro lado, el modelo de Cournot es especialmente atractivo cuando se interpreta que la “cantidad” es la “capacidad”.

La idea de Kreps y Scheinkman consiste en que cada una de las empresas elige en secreto una capacidad de producción, dándose cuenta que una vez elegida competirán en función del precio. La formalización de dicha idea consiste en suponer que los oligopolistas participan en un juego de dos etapas: en la primera etapa los oligopolistas eligen simultáneamente la dimensión de sus centrales generadoras a la Cournot y en la segunda, una vez instaladas las capacidades y conocidas las mismas por las empresas, éstas compiten simultáneamente vía precios a la Bertrand.

Para solucionar este juego en dos etapas se procede de forma similar que en los dos modelos anteriores, resolviendo en primer lugar la segunda etapa.

En la última etapa los dos oligopolistas tienen fijada su capacidad de producción $P_{1\text{MAX}}$ y $P_{2\text{MAX}}$ y deben elegir a que precio están dispuestos a ofertar sus producciones. En condiciones de equilibrio, el precio al que ambos generadores van a cobrar debe ser el mismo y viene dado por la curva de la demanda: $\pi = f(P_1 + P_2)$.

El precio no puede ser mayor de $\pi = f(P_{1\text{MAX}} + P_{2\text{MAX}})$ ya que implicaría que alguno de los generadores tiene capacidad ociosa y podría ofertar más bajo para obtener mayor cuota de mercado –modelo de Bertrand–. Además, el precio no puede ser inferior a $\pi = f(P_{1\text{MAX}} + P_{2\text{MAX}})$ ya que ambas empresas aumentarían sus beneficios subiendo el precio de oferta, debido a que esto no implicaría pérdida de producción por estar ambos generadores a plena producción. Por tanto el precio resultante de la segunda etapa, $\pi = f(P_{1\text{MAX}} + P_{2\text{MAX}})$, depende de la decisión de capacidad de la primera etapa.

En la primera etapa los dos generadores deciden qué capacidad deben instalar, sabiendo que el precio al que van a ofertar es $\pi = f(P_{1\text{MAX}} + P_{2\text{MAX}})$. Por tanto el equilibrio resultante es simplemente el resultado del modelo de Cournot, en el cual cada empresa decide la cantidad que maximiza su beneficio.

En conclusión, la competencia Bertrand-Edgeworth analizada desde la perspectiva de Kreps y Scheinkman –competencia basada en capacidad de producción seguida de competencia basada en precio– conduce al resultado habitual del modelo de Cournot.

A.4 Influencia de la limitación de precios en el equilibrio del mercado

En esta sección se estudia la influencia de las limitaciones en el precio sobre el comportamiento óptimo de las empresas¹¹. Estas limitaciones en el precio aparecen de forma frecuente en los mercados imperfectos teniendo típicamente dos posibles fuentes. Por un lado están las autolimitaciones impuestas por las propias empresas con el objetivo de desalentar la entrada de nuevos competidores. Y por otro lado las limitaciones impuestas por el regulador, como son ejemplos en el sector eléctrico, el precio tope o *price cap* del caso inglés, o la limitación indirecta que produce el modo en que se cobran los costes de transición a la competencia en España.

En los casos en los que formalmente existe una limitación legal de precios suele implantarse de forma acumulada, es decir, no existe un precio tope para cada periodo, sino un precio máximo medio ponderado con la energía a lo largo de un periodo de tiempo determinado¹².

A.4.1 Monopolio

En primer lugar se analiza la influencia de la limitación de precios en el problema del monopolista, cuya función objetivo sigue siendo maximizar sus beneficios para todo el alcance temporal considerado.

$$\text{Maximizar:} \quad B = \sum_p \pi_p \cdot P_p - C_p(P_p) \quad (\text{A.31})$$

Ahora se debe considerar la restricción de precio medio¹³:

$$\text{Sujeto a:} \quad \sum_p \pi_p \leq T \cdot \pi_L \quad \perp \lambda_\pi \quad (\text{A.32})$$

¹¹ No se ha encontrado en la literatura un planteamiento similar al expuesto en esta sección sobre el funcionamiento de los mercados con restricciones de precio.

¹² Por ejemplo, en el caso inglés el periodo considerado fue de un año.

¹³ Por claridad se considera que todos los periodos tienen la misma duración y no se plantea la ponderación en demanda suministrada de la restricción de precio medio.

Donde T representa la suma de las duraciones de todos los periodos y π_L el precio medio límite. La variable dual de la restricción de precio es λ_π es el incremento del beneficio del monopolista si se incrementa unitariamente el término de la derecha $T \cdot \pi_L$.

Para resolver este problema de optimización con restricciones debemos considerar la función de Lagrange:

$$L = \sum_p \pi_p \cdot P_p - C_p(P_p) - \lambda_\pi \cdot \left(\sum_p \pi_p - T \cdot \pi_L \right) \quad (\text{A.33})$$

Las siguientes condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker definen la solución de este problema de optimización:

$$\frac{\partial L}{\partial P_p} = \pi_p + P_p \cdot \pi'_p - CM_p(P_p) - \lambda_\pi \cdot \pi'_p = 0 \quad \forall p \quad (\text{A.34})$$

$$\lambda_\pi \cdot \left(\sum_p \pi_p - T \cdot \pi_L \right) = 0 \quad (\text{A.35})$$

Despejando de la ecuación (A.34) los términos que corresponden a la derivada del beneficio se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\partial B}{\partial P_p} = \pi_p + P_p \cdot \pi'_p - CM_p(P_p) = \lambda_\pi \cdot \pi'_p \quad \forall p \quad (\text{A.36})$$

La ecuación (A.36) explica que en el óptimo, la derivada del beneficio en cada periodo p no es igual a cero, sino que todas las derivadas son iguales a la variable dual de la restricción de precio ponderada por la pendiente de la función de la demanda (ver Figura A.4).

Otra forma de escribir la condición de equilibrio del mercado es despejando la potencia de cada empresa en cada nivel:

$$P_p = \frac{\pi_p - CM_p(P_p)}{-\pi'_p} + \lambda_\pi \quad \forall p \quad (\text{A.37})$$

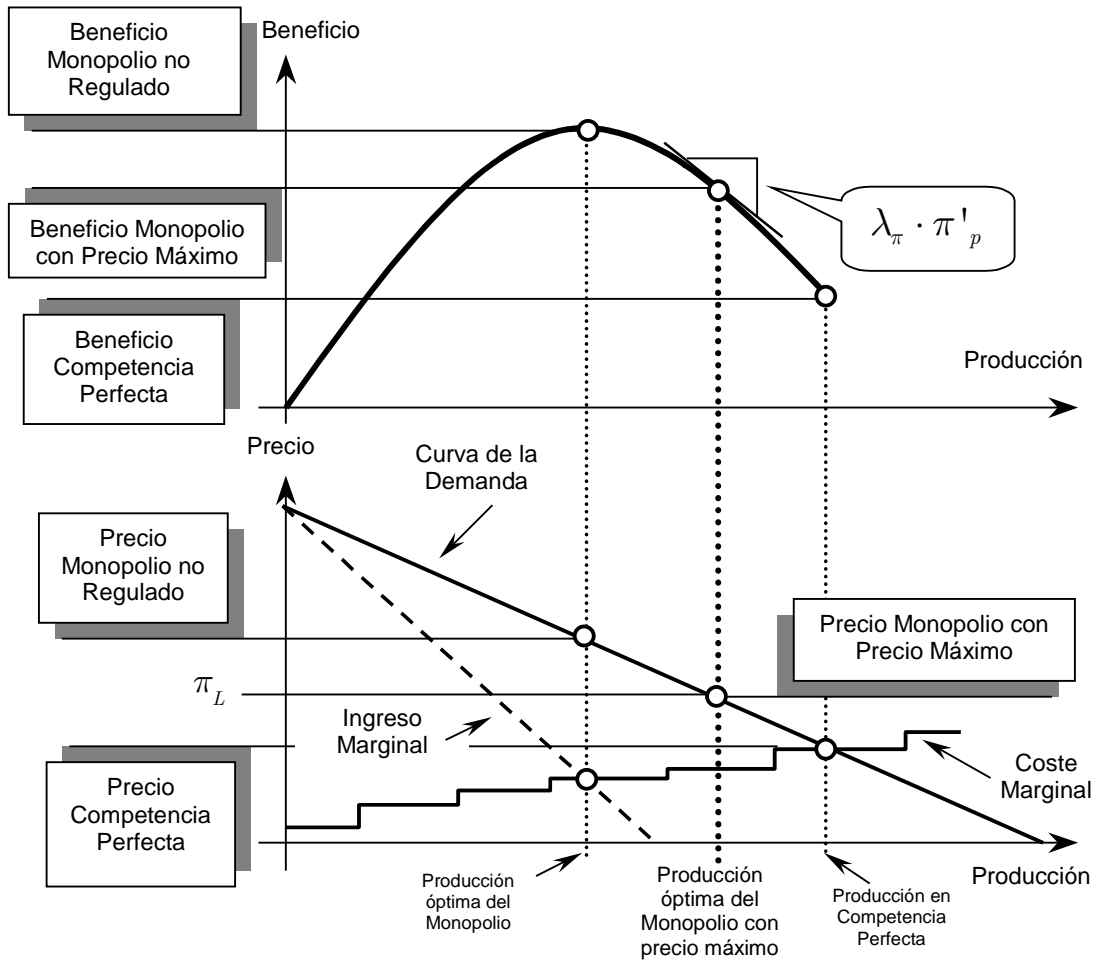


Figura A.4 Equilibrio del mercado en un monopolio con limitación de precios

A.4.2 Oligopolio

A continuación se estudia la influencia de la limitación de precios en el caso del equilibrio de Cournot. La función objetivo de cada empresa sigue siendo maximizar su beneficio para el número total de periodos contemplados.

$$\text{Maximizar: } B_e = \sum_p \pi_p \cdot P_{p,e} - C_{p,e}(P_{p,e}) \quad \forall e \quad (\text{A.38})$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_p \pi_p \leq T \cdot \pi_L \perp \lambda_{\pi,e} \quad \forall e \quad (\text{A.39})$$

Como es lógico, la variable dual de la restricción de precio $\lambda_{\pi,e}$ es diferente para cada empresa, al ser problemas de optimización distintos. Para resolver estos problemas de optimización con restricciones debemos considerar las funciones de Lagrange de cada empresa:

$$L_e = \sum_p \pi_p \cdot P_{p,e} - C_{p,e}(P_{p,e}) - \lambda_{\pi,e} \cdot \left(\sum_p \pi_p - T \cdot \pi_L \right) \quad \forall e \quad (\text{A.40})$$

Las siguientes condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker definen la solución del equilibrio del mercado:

$$\frac{\partial L_e}{\partial P_{p,e}} = \pi_p + P_{p,e} \cdot \pi'_p - CM_{p,e}(P_{p,e}) - \lambda_{\pi,e} \cdot \pi'_p = 0 \quad \forall p, e \quad (\text{A.41})$$

$$\lambda_{\pi,e} \cdot \left(\sum_p \pi_p - T \cdot \pi_L \right) = 0 \quad \forall e \quad (\text{A.42})$$

Obsérvese que si la restricción de precio está activa¹⁴ las E ecuaciones (A.42) se reducen a una:

$$\sum_p \pi_p - T \cdot \pi_L = 0 \quad (\text{A.43})$$

Aparecen en consecuencia, $E-1$ grados de libertad en el sistema de ecuaciones que define el equilibrio al ser $\lambda_{\pi,e} \neq 0$.

La explicación intuitiva de esta indeterminación matemática se entiende fácilmente con un ejemplo sencillo formado por dos empresas y un único periodo (ver Figura A.5):

- 1) El precio está determinado y es igual al máximo: π_L .
- 2) La suma de las producciones de ambas empresas está determinada por la función de la demanda: $\pi = f(P_1 + P_2) = \pi_L$.
- 3) Lo que no está determinado es el reparto de la potencia $(P_1 + P_2)$.

En la práctica, la indeterminación anterior se traduciría en una inestabilidad del mercado con la aparición de guerras de precio transitorias:

- 1) Si las empresas perciben que el precio está determinado ambas incrementarán su producción, lo cual llevara a un precio menor del límite (guerra de precios).
- 2) Sin embargo, desde la situación anterior ambas empresas podrían incrementar sus beneficios si reducen su producción para subir el precio hasta el precio límite.

¹⁴ Esta restricción siempre esté activa, ya que limita el beneficio de las empresas.

En principio parece indeterminada no sólo la cantidad producida por cada empresa sino incluso el precio debido a la posible inestabilidad del mercado.

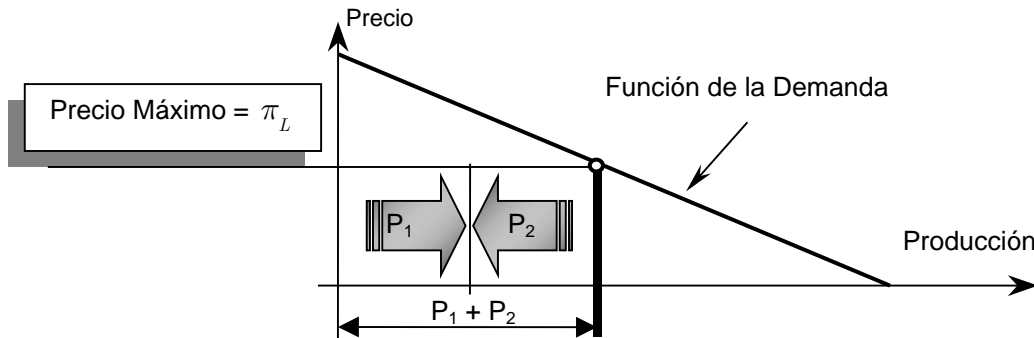


Figura A.5 Equilibrio del mercado en un duopolio con limitación de precios

A.4.3 Pseudo equilibrio del oligopolio

En este apartado se propone una solución que permite superar la indeterminación descrita anteriormente.

Si se supone que las empresas se comportan de una forma racional que evite la guerra de precios, se puede calcular un pseudo equilibrio añadiendo una condición adicional. Esta nueva relación se obtiene planteando una “negociación” ecuánime en la que ambas empresas están dispuestas a ceder hasta que lo que una empresa gana es igual a lo que la otra pierde. El término “negociación” empleado en este contexto no debe interpretarse en su sentido literal, sino como el proceso repetitivo de competencia en el mercado y análisis de los resultados económicos, como si de un juego de estrategias se tratase.

En el punto de pseudo equilibrio, el incremento de producción de cualquiera de las empresas produce un incremento del propio beneficio igual al decremento de las otras empresas. La condición anterior es recíproca ya que cualquiera de las empresas podría mejorar su situación perjudicando a la otra, pero ninguna ejerce esta capacidad para evitar la guerra de precios.

Formalmente la condición del pseudo equilibrio se obtiene derivando el beneficio de cada empresa respecto de su producción (variable de negociación) e igualando el resultado de todas las empresas en cada periodo. Es decir, que en cada periodo lo que ganaría cada empresa por producir la última unidad a negociar es igual para todas ellas e igual a un valor Δ_p .

$$\frac{\partial B_1}{\partial P_{p,1}} = \dots = \frac{\partial B_e}{\partial P_{p,e}} = \dots = \frac{\partial B_E}{\partial P_{p,E}} = \Delta_p \quad \forall p \quad (\text{A.44})$$

Con lo cual se obtiene:

$$\pi_p + P_{p,e} \cdot \pi'_p - CM_{p,e}(P_{p,e}) = \Delta_p \quad \forall p, e \quad (\text{A.45})$$

Combinando las ecuaciones (A.45) con las ecuaciones (A.41) se obtiene:

$$\Delta_p = \lambda_{\pi,e} \cdot \pi'_p \quad \forall p, e \quad (\text{A.46})$$

Nótese que las condiciones de pseudo equilibrio representadas por las ecuaciones (A.46) lo único que significan es que la variable dual $\lambda_{\pi,p}$ tiene que tomar el mismo valor para todas las empresas¹⁵:

$$\frac{\Delta_p}{\pi'_p} = \lambda_{\pi,1} = \dots = \lambda_{\pi,e} = \dots = \lambda_{\pi,E} \quad (\text{A.47})$$

De esta forma desaparece la indeterminación matemática que aparecía al considerar la restricción de precios en un oligopolio.

A.5 Conclusiones

En resumen, el modelo de Cournot a pesar de sus ciento cincuenta años sigue gozando de buena salud constituyendo el punto de referencia de la formación de precios en mercados constituidos por pocas empresas.

La teoría de Cournot ha sido ampliamente estudiada y discutida por numerosos investigadores. El primero fue Bertrand, que afirmaba que las empresas realmente competían en el terreno de las estrategias en precio y no en cantidad. Posteriormente Edgeworth incorporó en el modelo de Bertrand restricciones en la capacidad de producción, con la intención de demostrar que el problema del oligopolio era esencialmente indeterminado, contradiciendo el planteamiento de Cournot. Aunque también hay autores como Kreps y Scheinkman que han reafirmado los postulados de Cournot, probando que la competencia Bertrand-Edgeworth conduce al resultado habitual del modelo de Cournot.

Otras cualidades del modelo de Cournot se encuentran tanto en la sugerente relación que existe entre los índices de Lerner y Hirschman-Herfindahl dentro de este modelo, como en que el monopolio y la competencia perfecta sean dos casos particulares extremos de este planteamiento.

¹⁵ Otra forma distinta de obtener el pseudo equilibrio consiste en considerar que al estar limitado el precio, la derivada del precio con la producción es cero. El resultado que se obtiene es el del cartel, en el cual el reparto de la producción se obtiene en el punto en el que se igualan los costes marginales de ambas empresas.

Aunque los temas de investigación de la teoría del oligopolio aún no han sido agotados, la competencia de Cournot como modelo de referencia parece duradera al estar sustentada por dos pilares poderosos. El primero es conceptual, puesto que representa un equilibrio de Nash en estrategias de cantidad y el segundo, no menos consistente, es empírico: la experiencia le ha dado la razón.

En el capítulo 4 de la tesis se propone un modelo de mercado que considera explícitamente el comportamiento estratégico de las empresas como en el modelo de Cournot, y que además incluye las características principales que afectan a los medios de producción de electricidad. Algunos de estos aspectos específicos son: desagregación de los medios de producción (no existe limitación en cuanto el número de centrales térmicas o de embalses pertenecientes a cada empresa), consideración de cualquier restricción técnica de los grupos generadores que se considere relevante, relaciones temporales asociadas principalmente a la utilización de fuentes primarias de energía limitada como el agua de los embalses, etc.

A.6 Referencias

- [Cournot, 1838] Cournot, A. A. “Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth”. Versión inglesa de “Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses”. New York: Kelley.
- [Daughety, 88] Daughety, A. F., *Cournot Oligopoly*. Cambridge University Press 1988.
- [Kreps, 83] Kreps, D., Scheinkman, J. “Quantity Pre-Commitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes”. *Bell Journal of Economics* 14: 326-337. 1983.
- [Nash, 50] Nash, J. F. “Equilibrium Points in N-person Games”. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 36: 48-49. 1950.
- [Pérez Arriaga, 94] Pérez Arriaga, J. I. “Principios económicos marginalistas en los sistemas de energía eléctrica”. *Informe Interno Ref. IIT-93-044. Instituto de Investigación Tecnológica - Universidad Pontificia Comillas*. 1994.
- [Samuelson, 86] Samuelson, P. A., Nordhaus, W. D. *Economía*. McGraw-Hill, Madrid 1986.
- [Schweppe, 88] Schweppe, F. C., Caramanis, M. C., Tabors, R. D., Bohn, R. E. “Spot Pricing of Electricity”. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [Tirole, 90] Tirole, J. “Short-Run Price Competition”. *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 1990.
- [Varian, 92] Varian, H.R. *Microeconomic Analysis*. W.W. Norton & Company. New York. 1992.
- [Vives, 88] Vives, X. “Cournot, el problema del oligopolio y la teoría de juegos”. *Cuadernos económicos de ICE* N.º 40 1988/3.

Apéndice **B**

El Problema Complementario

La fuerte conexión existente entre el problema complementario y las condiciones de optimalidad de primer orden de los problemas de optimización ha permitido formular el equilibrio del mercado de generación de electricidad como un problema complementario mixto. Esto unido a la existencia de algoritmos específicos para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales con la citada estructura ha facilitado la traslación de los resultados teóricos presentados en esta tesis al terreno de la práctica.

En este apéndice se resumen los conceptos básicos relativos al problema complementario necesarios para el seguimiento y comprensión del método de diseño de modelos de explotación desarrollado en esta tesis.

El problema complementario está íntimamente ligado a las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) descritas en los manuales de teoría de la optimización. Esta conexión fue establecida por Cottle¹ y Dantzig en 1964.

Como resultado de más de tres décadas de investigación son múltiples las aplicaciones del problema complementario en los campos de la ingeniería y la economía, las cuales en muchos casos van más allá de su original relación con las condiciones de optimalidad KKT. El principal motivo de su reiterada aparición en estos campos se debe a que el concepto de complementariedad es sinónimo de sistema en equilibrio. En particular, el balance entre la producción y la demanda, central en la teoría economía, se puede establecer como una relación complementaria, aunque éste no ha sido el caso en esta tesis. Una amplia selección de estas aplicaciones puede encontrarse en [Ferris, 97].

El principal impulso recibido por el problema complementario ha sido la aparición en la década de los noventa de dos códigos informáticos comerciales para la resolución numérica de problemas de gran tamaño MILES y PATH, ambos basados en el algoritmo de Lemke. Esto unido a que lenguajes de especificación matemática de gran difusión como GAMS o AMPL incorporan interfaces para estos códigos ha catalizado la difusión del problema complementario.

El papel del problema complementario en el desarrollo de esta tesis ha consistido en conjugar su conexión con las condiciones de optimalidad de los problemas de optimización de las empresas productoras de electricidad con la idea del equilibrio del mercado resultante de la competencia entre las empresas.



¹ Richard W. (Dick) Cottle, padre del problema complementario, nació en Chicago en 1934. Pronto se sintió fuertemente atraído por las matemáticas, licenciándose en este campo en 1957 por Harvard donde también obtuvo el grado de Master al año siguiente. Primero trabajó como profesor de matemáticas en educación secundaria y posteriormente como programador informático para el *Radiation Laboratory* en Berkeley, donde conoció los desarrollos de George Dantzig y Philip Wolfe en el campo de la optimización lineal y cuadrática. Después de un tiempo se unió al equipo de Dantzig en el *Operations Research Center* de la universidad de Berkeley.

Bajo la dirección de George Dantzig desarrolló la teoría de la dualidad simétrica que fue bautizada como “*Composite Problem*”. El *composite problem* está formado por las condiciones de optimalidad de primer orden de los problemas primal y dual. Estos desarrollos constituyeron el núcleo de su tesis doctoral [Cottle, 64]. Fue entonces cuando pensó que este sistema de inecuaciones tenía una estructura peculiar que sugería su estudio desde una óptica distinta de la de la teoría de la optimización, donde inicialmente surgió, escribiendo junto con Dantzig el artículo, ya clásico, titulado “*Complementary Pivot Theory of Mathematical Programming*”. Desde entonces sus trabajos de investigación se han centrado en la optimización cuadrática y en el problema complementario lineal. Desde 1966 es profesor del departamento de *Operations Research* de la universidad de Stanford. En 1995 fue galardonado con el prestigioso premio *Lanchaster* del *Institute for Operations Research and the Management Sciences* (INFORMS) junto con sus antiguos pupilos Jong-Shi Pang y Richard E. Stone por el libro *The Linear Complementarity Problem* [Cottle, 92], que tardaron en escribir 18 años.

B.1 Definiciones básicas

B.1.1 El Problema Complementario

La forma más elemental del problema complementario (*Complementarity Problem* CP) consiste en el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{aligned} z &\geq 0 \\ g(z) &\geq 0 \\ z^T \cdot g(z) &= 0 \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde $z \in \mathbb{R}^n$ y $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

B.1.2 El Problema Complementario Lineal

En el caso de que g sea una función lineal el problema se denomina problema complementario lineal (*Linear Complementarity Problem* LCP):

$$\begin{aligned} z &\geq 0 \\ q + Mz &\geq 0 \\ z^T \cdot (q + Mz) &= 0 \end{aligned} \tag{B.2}$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ y $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

B.1.3 El Problema Complementario Mixto

El problema complementario mixto (*Mixed Complementarity Problem* MCP) se define como la unión de un problema complementario con un sistema de ecuaciones. Este nuevo problema constituye la generalización más interesante del problema complementario.

$$\begin{aligned} p(y, z) &= 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} z \geq 0 \\ g(y, z) \geq 0 \\ z^T \cdot g(y, z) = 0 \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{B.3}$$

donde $y \in \mathbb{R}^m$, $z \in \mathbb{R}^n$, $g: \mathbb{R}^{m+n} \rightarrow \mathbb{R}^n$ y $p: \mathbb{R}^{m+n} \rightarrow \mathbb{R}^m$. Nótese que la variable y no está acotada.

B.1.4 El Problema Complementario Mixto Lineal

Al igual que en el caso del problema complementario, si g y p son funciones lineales el problema anterior se convierte en un problema complementario mixto lineal (*Linear Mixed Complementarity Problem LMCP*):

$$\begin{aligned}
 & a + Ay + Cz = 0 \\
 & \left\{ \begin{array}{l} z \geq 0 \\ b + Dy + Bz \geq 0 \\ z^T \cdot (b + Dy + Bz) = 0 \end{array} \right. \quad (B.4)
 \end{aligned}$$

donde $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $a \in \mathbb{R}^m$ y $b \in \mathbb{R}^n$.

B.2 Formulaciones equivalentes

B.2.1 Formulación de un problema de optimización como un MCP

La conexión entre el problema complementario y las condiciones de optimalidad KKT de un problema de optimización ya ha sido presentada en la introducción de este apéndice.

Considerando el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f(x) \\
 & \text{sujeto a:} && h(x) = 0 \quad \perp \lambda \\
 & && g(x) \geq 0 \quad \perp \mu
 \end{aligned} \quad (B.5)$$

donde $x \in \mathbb{R}^j$ forma las variables de decisión, $f: \mathbb{R}^j \rightarrow \mathbb{R}$ es la función objetivo, $h: \mathbb{R}^j \rightarrow \mathbb{R}^k$ y $g: \mathbb{R}^j \rightarrow \mathbb{R}^n$ definen las restricciones del problema y finalmente $\lambda \in \mathbb{R}^k$ y $\mu \in \mathbb{R}^n$ son respectivamente sus variables duales asociadas.

La función de Lagrange del problema anterior es:

$$L(x, \lambda, \mu) = f - \sum_k \lambda_k \cdot h_k - \sum_n \mu_n \cdot g_n \quad (B.6)$$

Si x es una solución óptima local del problema de optimización anterior, entonces existe (x, λ, μ) que satisface las siguientes condiciones de optimalidad KKT:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_x L(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \nabla_{-\lambda} L(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L}{-\partial \lambda} = h(x) = 0 \end{array} \right\} \quad (B.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \geq 0 \\ g \geq 0 \\ \mu^T \cdot g = 0 \end{array} \right\}$$

El primer conjunto de ecuaciones está formado por el gradiente del lagrangiano respecto de las variables de decisión y respecto de los multiplicadores de Lagrange² de las restricciones de igualdad. El segundo conjunto de inecuaciones, denominadas condición de *Complementariedad de Holguras*, tiene la estructura de un problema complementario. Precisamente el problema complementario debe su nombre a su relación con esta condición de optimalidad.

Es fácil identificar que las condiciones de optimalidad de KKT (B.7) tienen la estructura del problema complementario mixto descrito en (B.3) con las variables $z = \mu \in \mathbb{R}^n$ e $y = (x, \lambda) \in \mathbb{R}^{m=j+k}$, donde las ecuaciones de igualdad $p : \mathbb{R}^{m+n} \rightarrow \mathbb{R}^m$ son:

$$p(y, z) = \left\{ \begin{array}{l} \nabla_x L(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L}{\partial x} \\ \nabla_{-\lambda} L(x, \lambda, \mu) = \frac{\partial L}{-\partial \lambda} = h(x) \end{array} \right\} \quad (B.8)$$

y las inecuaciones $g : \mathbb{R}^j \rightarrow \mathbb{R}^n$ son:

$$g(y, z) = g(x) \quad (B.9)$$

B.2.2 Formulación de un problema cuadrático como un LMCP

Las condiciones de optimalidad KKT de un problema de optimización cuadrática –como los que aparecen en el capítulo cuatro de esta tesis dedicado al modelo de explotación de la generación basado en el problema complementario– tienen la estructura de un problema complementario lineal mixto.

Considerando el siguiente problema cuadrático:

² La teoría de la optimización define los multiplicadores de Lagrange igual a las variables duales cambiadas de signo.

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \\
\text{sujeto a:} \quad & Ax \geq b \quad \perp \mu \\
& Cx = d \quad \perp \lambda
\end{aligned} \tag{B.10}$$

donde $x \in \mathbb{R}^j$, $\mu \in \mathbb{R}^n$, $\lambda \in \mathbb{R}^k$, $c \in \mathbb{R}^j$, $Q \in \mathbb{R}^{j \times j}$ es simétrica, $A \in \mathbb{R}^{n \times j}$, $b \in \mathbb{R}^n$, $C \in \mathbb{R}^{k \times j}$ y $d \in \mathbb{R}^k$.

Las condiciones de optimalidad KKT del anterior problema son:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} c + Qx - C^T \lambda - A^T \mu = 0 \\ -d + Cx = 0 \end{array} \right\} \\
& \left\{ \begin{array}{l} \mu \geq 0 \\ -b + Ax \geq 0 \\ \mu^T \cdot (-b + Ax) = 0 \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Es fácil identificar que las condiciones de optimalidad de KKT (B.11) tienen la estructura del problema complementario mixto lineal descrito en (B.4) con las variables $z = \mu \in \mathbb{R}^n$ e $y = (x, \lambda) \in \mathbb{R}^{m=j+k}$.

Nótese que la equivalencia entre el problema cuadrático (B.10) y el problema LMCP (B.11) puede ser empleado para transformar, bajo ciertas condiciones [Hasimoto, 85], el problema complementario empleado en esta tesis para representar el equilibrio del mercado en un problema de optimización no lineal. Esta alternativa para la solución numérica del equilibrio del mercado eléctrico ha sido empleada más recientemente por [Hobbs, 99].

B.3 Resolución del problema complementario

Como ya se ha comentado anteriormente existen dos lenguajes de especificación matemática AMPL y GAMS [Rutherford, 95] que admiten la formulación de problemas con la estructura del problema complementario. Ambos lenguajes pueden emplear dos paquetes informáticos comerciales distintos, denominados MILES y PATH, para la resolución de problemas complementarios mixtos.

El algoritmo en el que está basado MILES [Rutherford, 97] es una extensión del clásico método de Newton, en el que cada problema linearizado se resuelve por el algoritmo del pivote complementario de Lemke [Lemke, 65]. El algoritmo empleado en PATH [Ferris, 98] es similar al anterior, aunque incorpora mejoras que le proporcionan ventajas computacionales. En [Billups, 97] se puede encontrar una

amplia comparativa de diferentes algoritmos entre los que se encuentran los anteriores.

De cualquier forma, debido a que la solución de problemas complementarios exige la resolución de un sistema de ecuaciones no lineal, los tamaños y los tiempos que se obtienen son al menos un orden de magnitud peores comparados con los que se pueden obtener en problemas lineales resueltos con optimizadores como OSL o CPLEX.

B.4 Referencias

- [Billups, 97] Billups S.C., Dirkse S. P., y Ferris M. C.. “A comparison of large scale mixed complementarity problem solvers”. *Computational Optimization and Applications*, 7:3-25, 1997.
- [Cottle, 64] Cottle, R. W., *Non Linear Programs with Positively Bounded Jacobians*. Ph. D. Thesis, Department of Mathematics, University of California, Berkeley. 1964.
- [Cottle, 92] Cottle, R. W., Pang J. S. and Stone, R. E. *The Linear Complementarity Problem*. Academic Press, Boston, 1992.
- [Ferris, 97] Ferris, M.C. and Pang, J. S. “Engineering and economic applications of complementary problems”. *SIAM Rev.*, 39. Pp. 669-713. 1997.
- [Ferris, 98] Ferris, M. C., Munson, T. S. “Complementarity Problems in GAMS and the PATH Solver”. *Mathematical Programming Technical Report 98-12*, Computer Sciences Department, University of Wisconsin-Madison. 1998.
- [Hashimoto, 85] Hashimoto, H. “A spatial Nash equilibrium model”. *Spatial Price Equilibria: Advances in Theory, Computation and Application*, P.T. Harker, ed., Springer-Verlag. 1985.
- [Hobbs, 99] Hobbs B. F. “LCP Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO-Based Power Markets”. *Proceedings, IEEE Winter Power Meeting*, NY City, Feb. 1999.
- [Lemke, 65] Lemke, C. E., “Bimatrix equilibrium points and the mathematical programming”. *Management Science* 11, 681-689. 1965.
- [Rutherford, 95] Rutherford, T. F. “Extension of GAMS for complementarity problems arising in applied economic analysis”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19:1299-1324, 1995.
- [Rutherford, 97] Rutherford, T. F. “MILES: A mixed inequality and nonlinear equation solver”. *GAMS The solver Manuals* 1997.